

ある代数的対応の全射性について

東大理 寺松友秀

§ 1 Introduction.

Felix Klein による quadratic complex の理論は、([1] 参照) 様々な意味でその一般化、T Tロジエがそのエッセンスを、Reid による \mathbb{P}^{2g+1} 内の non-singular な (2, 2) complete intersection に関する結果もそのうちの 1 つである。

Theorem 1 (Reid) \mathbb{C} 上の non-singular な (2, 2) complete intersection (\mathbb{P}^{2g+1} 内) α

$$\begin{cases} x_1^2 + \dots + x_{2g+2}^2 = 0 \\ \lambda_1 x_1^2 + \dots + \lambda_{2g+2} x_{2g+2}^2 = 0 \end{cases} \quad (\lambda_i \neq \lambda_j \text{ for } i \neq j)$$

の中間 Jacobi 多様体は、hyper elliptic curve

$$C: y^2 = \prod_{i=1}^{2g+2} (x - \lambda_i) \text{ の Jacobi 多様体と同型になる。}$$

また $T = \psi$ と類似の結果が \mathbb{P}^{2g} 内の (2, 2, 2) complete intersection について (Beauville), \mathbb{P}^{2g+1} 内の (2, 2, 2) complete intersection について (岡井, O'Grady) も得られている。

Theorem 2 (Beauville) \mathbb{P}^{2g} 内の generic な (2, 2, 2) complete

intersection X に対して、ある plane curve Σ と Σ の double covering $\tilde{\Sigma}$ が存在して、 X の intermediate Jacobian が Prym variety $\text{Prym}(\tilde{\Sigma}/\Sigma)$ と同型になる。

Theorem 3 (O'Grady) \mathbb{P}^{2g+1} 内の (2, 2, 2) complete intersection X に対してある \mathbb{P}^2 の double covering W が存在して、 X の中間次元の primitive cohomology と、 $H^2(W, \mathbb{Q})/H^2(\mathbb{P}^2, \mathbb{Q})$ は、 \mathbb{Q} -Hodge structure として同型になる。(O'Grady は、もう少しくわしく、 \mathbb{Z} -係数で見ている)

この様に、quadric hypersurface の complete intersection は、ある種の double covering と関連がくのではないかという自然な問に到達するのである。

この報告では、 \mathbb{P}^{2g+1} 内の $(2, \dots, 2)$ complete intersection ($T=T'$ し $m < 2g$) について、ある意味以上の結果を一般化することを目的とする。 \mathbb{P}^{2g} 内の complete intersection の時も同様の事が formalism を変えて成立する。しかし簡単のため、今回は、 \mathbb{P}^{2g+1} 内の quadric の complete intersection について考えることにする。この報告における主定理は、§4 に出てくる。§2、§3 は T のための準備である。§3 は、筆者の Fermat hyper surface の complete intersection に関する duality

と関連深く、その結果を引用する。

§ 2. \mathbb{P}^{2g+1} 内の quadric の family について.

$k \in \text{char } k \neq 2$ なる代数閉体とする。 Q_1, \dots, Q_{m+1} は変数 x_1, \dots, x_{2g+2} に関する 2 次形式とする。 ($T = T^m \subset m < 2g$)
 $X = \{Q_1 = \dots = Q_{m+1} = 0\}$ は $(m+1)$ 個の quadric hypersurface ($\subset \mathbb{P}^{2g+1}$) の complete intersection として、 T であるものとする。

\mathbb{P}^m の点 $\lambda = (\lambda_1, \dots, \lambda_{m+1})$ に対応して Q_λ を

$Q_\lambda = \{\lambda_1 Q_1 + \dots + \lambda_{m+1} Q_{m+1} = 0\}$ で定義する。以下 λ が generic の時、 Q_λ が nonsingular であると仮定する。

quadric の family \mathcal{X} を、 $\mathcal{X} = \{(x, \lambda) \in \mathbb{P}^{2g+1} \times \mathbb{P}^m \mid x \in Q_\lambda\}$ として $\Sigma \in \Sigma = \{\lambda \in \mathbb{P}^m \mid Q_\lambda \text{ は singular}\}$ として定義する。 f, γ は \mathcal{X} から \mathbb{P}^m 、及び \mathbb{P}^{2g+1} への第 2 及び第 1 射影にそれぞれ induce した T である。 $U = \mathbb{P}^m - \Sigma$, $\mathcal{X}^0 = f^{-1}(U)$, $f^0 = f|_{\mathcal{X}^0}$ とし、 U 上の sheaf F を、 $F = \text{Coker}(R^{2g} \text{pr}_2^* \mathcal{O}_U \rightarrow R^{2g} f_*^0 \mathcal{O}_{\mathcal{X}^0})$ で定義する。 $\pi = \pi^0 \text{pr}_2$ とし、第 2 射影 $\mathbb{P}^{2g+1} \times U \rightarrow U$ である。偶数次元の quadric の cohomology の構造から F は rank 1 の U 上の smooth sheaf である。 \mathcal{Y} は family \mathcal{X} 内の g 次元 linear space の族 $\mathcal{Y} = \{(l, \lambda) \mid \lambda \in \mathbb{P}^m, l \in \text{Grass}(\mathbb{P}^{2g+1}, \mathbb{P}^g), l \subset Q_\lambda\}$ である。 $\mathcal{L} \subset \mathcal{X} \times \mathbb{P}^m \times \mathcal{Y}$ は、 \mathcal{X} 内の universal T linear space $\mathcal{L} = \{(x, l, \lambda) \mid x \in l \subset Q_\lambda\}$ である。この時、次の diagram

が得られる。

$$\begin{array}{ccccc}
 \mathcal{L} & \longrightarrow & \mathcal{X} \times_{\mathbb{P}^m} \mathcal{Y} & \xrightarrow{\text{pr}_2} & \mathcal{Y} \\
 & & \downarrow \text{pr}_1 & & \downarrow g \\
 & & \mathcal{X} & \xrightarrow{f} & \mathbb{P}^m
 \end{array}$$

g a Stein factorization $\mathcal{Y} \rightarrow W \xrightarrow{\pi} \mathbb{P}^m$ と可なり。 π は \mathbb{P}^m a double covering と可なり。

Proposition 1. 次の同型がある代数的対応が得られる。

$$\Phi: (\pi_* \mathcal{O}_{\mathcal{Y}} / \mathcal{O}_{\mathbb{P}^m})|_U \xrightarrow{\cong} F(g)$$

Proof. U a map $\varepsilon: W \rightarrow \mathcal{X}$ a 間にある。 U 上の代数的対応から構成する。 $W^\circ = \pi^{-1}(U)$, $\mathcal{Y}^\circ = g^{-1}(U)$, $\tilde{\mathcal{X}}^\circ = W^\circ \times_{\mathbb{P}^m} \mathcal{X}$, $\tilde{\mathcal{L}}^\circ = W^\circ \times_{\mathbb{P}^m} \mathcal{L}$ とおくと。 次の commutative diagram が得られる。 \tilde{f} , \tilde{g} は下の ε a と可なり。

$$\begin{array}{ccccc}
 \tilde{\mathcal{L}}^\circ & \longrightarrow & \tilde{\mathcal{X}}^\circ \times_{W^\circ} \mathcal{Y}^\circ & \longrightarrow & \mathcal{Y}^\circ \\
 & & \downarrow \varepsilon & & \downarrow \tilde{g} \\
 & & \tilde{\mathcal{X}}^\circ & \xrightarrow{\tilde{f}} & W^\circ
 \end{array}$$

$a \in \tilde{g}$ a relative dimension と可なり時。 $\tilde{\mathcal{L}}^\circ$ は以下の様に \mathcal{L} a $R^{2a} \tilde{g}^* \mathcal{O}_{\mathbb{P}^m}$ a $\tilde{f}^* F(g-a) \wedge a W^\circ$ 上の homomorphism と定める。

$$\begin{aligned}
R^{2a} \tilde{g}_* \mathbb{Q}_e &\xrightarrow{pr_2^*} R^{2a} (\tilde{f} \times \tilde{g})_* \mathbb{Q}_e \xrightarrow{\nu[\tilde{\mathcal{L}}^0]} R^{2g+2a} (\tilde{f} \times \tilde{g})_* \mathbb{Q}_e(g) \\
&\xrightarrow{\tilde{g}_*} R^{2g} \tilde{f}_* \mathbb{Q}_e(g-a) \cong (\pi|_{W^0})^* R^{2g} \tilde{f}_* \mathbb{Q}_e(g-a) \\
&\rightarrow (\pi|_{W^0})^* F(g-a)
\end{aligned}$$

fiberic 考察をする事によつて $R^{2a} \tilde{g}_* \mathbb{Q}_e \rightarrow (\pi|_{W^0})^* F(g-a)$ は同型であることがわかる。 $R^{2a} \tilde{g}_* \mathbb{Q}_e \cong \mathbb{Q}(-a)$ となる。 したがって $F \rightarrow (\pi|_{W^0})_* \mathbb{Q}_e(-g)$ なる map を得る。 したがって $F \rightarrow ((\pi|_{W^0})_* \mathbb{Q}_e / \mathbb{Q}_e)(-g)$ を得るが、再び fiberic 考察をして、これが同型であることがわかる。 Q.E.D.

± 2 = a 同型を用いて、

$$\begin{aligned}
H^m(\mathbb{P}^m, \pi_* \mathbb{Q}_e / \mathbb{Q}_e) &\cong H_c^m(U, (\pi|_{W^0})_* \mathbb{Q}_e / \mathbb{Q}_e) \\
&\rightarrow H_c^m(U, F(g)) \rightarrow H_c^m(U, R^{2g} \tilde{f}_* \mathbb{Q}_e)(g) \\
&\rightarrow H^m(\mathbb{P}^m, R^{2g} \tilde{f}_* \mathbb{Q}_e)(g)
\end{aligned}$$

なる map を得る。 したがって

$$(*) \quad H^m(W, \mathbb{Q}_e) \rightarrow H^m(\mathbb{P}^m, R^{2g} \tilde{f}_* \mathbb{Q}_e)(g)$$

なる homomorphism を得る。

§3 Diagonal type a 場合.

$Q_i = \sum_{j=1}^{2g+2} a_{ij} x_j^2$ と表わせる場合 (= $\mu \in$. 以下 diagonal type という) について. $S = \mathbb{Z}$ を構成した map

$$(*) H^m(W, \mathbb{Q}_\ell)^{-} \longrightarrow H^{2g}(\mathbb{P}^m, R^{2g} f_* \mathbb{Q}_\ell)(g)$$

を構成しよう。この部分は. Arithmetic Algebraic Geometry 報告集「Complete intersections of Fermat hyper surfaces」と関連深い。これにはあざとく引用しつつ $(*)$ の map について考察する。

L^* \in $V = \bigoplus_{i=1}^{2g+2} \mathbb{Z} e_i$ 内 $\mathbb{Z} \sum_{j=1}^{2g+2} a_{ij} e_j$ ($i=1, \dots, m+1$) を生成する subspace と可視する。 L^* の射影化 $\mathbb{P}(L^*)$ は $\mathbb{P}^{2g+1} \cong \mathbb{P}(V)$ の sublinear space と同一視出来る。 $\pi \in \mathbb{P}^{2g+1}$ の $\bar{x} = (x_1 : \dots : x_{2g+2}) \in \mathbb{P}^{2g+1}$ の $\bar{x} = (x_1^2 : \dots : x_{2g+2}^2) \in \mathbb{P}^{2g+1}$ を送る map, $X^*(A) \in \pi^{-1}(\mathbb{P}(L^*))$ で定義する。 $X^*(A) \cap \pi^{-1}$.

$(\mathbb{Z}/2)^{2g+2} / \langle (1, \dots, 1) \rangle$ が $\bar{x} = (0, \dots, \overset{i}{1}, \dots, 0)$ が $x_i \in -x_i$ へ, x_j ($j \neq i$) $\in x_j$ へ送る作用をする。このから H は $X^*(A) \cap \pi^{-1}$ 作用する。 $\chi_0 \in H$ の character \bar{x} . $\chi_0(\sigma_i) = -1$ ($\forall i$) を満たす character と可視する。 $\sigma_i = (0, \dots, \overset{i}{1}, \dots, 0)$ である。

Diagonal type a 場合. H は同様の作用により. X^* へ作用する。

Lemma 1 $X^*(A) / \text{Ker } \chi_0$ は. $X^*(A) / H \cong \mathbb{P}^m$ の double covering であるが. これは. \mathbb{P}^m の double covering として.

W と同型である。

証明略

Lemma 2 (duality theorem) ある代数的対応により

$$(1) \quad H^m(X^*(A), \mathbb{Q}_\ell)(X_0) \otimes H^{2g}(X^{\frac{2g}{2}}, \mathbb{Q}_\ell)(X_0) \\ \xrightarrow{\cong} H^{2g+m}(X, \mathbb{Q}_\ell)(X_0)$$

同型が得られる。ここで $X^{\frac{2g}{2}}$ は、2次の $(2g)$ 次元の Fermat hyper surface $x_1^2 + \dots + x_{2g+2}^2 = 0$ である。

証明は、Arithmetic Algebraic Geometry の報告集を参照して $h=1$ 。

$h=2$. quadric hyper surface の構造により $H^{2g}(X^{\frac{2g}{2}}, \mathbb{Q}_\ell)(X_0)$ はある $X^{\frac{2g}{2}}$ 内の g 次元 linear space l の cohomology 類 $[l]$ により生成されることを示すことができる。ここで l を fix すると。

$$(2) \quad H^m(W, \mathbb{Q}_\ell)(-g) \cong H^m(X^*(A), \mathbb{Q}_\ell(-g))(X_0) \\ \xrightarrow{\otimes [l]} H^m(X^*(A), \mathbb{Q}_\ell)(X_0) \otimes H^{2g}(X^{\frac{2g}{2}}, \mathbb{Q}_\ell)(X_0)$$

同様の map を得る。また f に関する Leray の Spectral sequence より、 $H^{2g+m}(X, \mathbb{Q}_\ell)(X_0) \cong H^m(\mathbb{P}^m, R^{2g} f_* \mathbb{Q}_\ell(X_0))$ と示すか

5.

$$(3) H^{2g+m}(\pi, \mathbb{Q}_\ell)(x_0) \rightarrow H^m(\mathbb{P}^m, R^{2g} f_* \mathbb{Q}_\ell)(x_0)$$

を得る。

Proposition 2 $\ell \neq p$ とし、(1), (2), (3) の合成 map

$$\begin{aligned} H^m(W, \mathbb{Q}_\ell)(-g) &\rightarrow H^m(X^*(A), \mathbb{Q}_\ell)(x_0) \otimes H^{2g}(X^{2g}_2, \mathbb{Q}_\ell)(x_0) \\ &\rightarrow H^{2g+m}(\pi, \mathbb{Q}_\ell)(x_0) \rightarrow H^m(\mathbb{P}^m, R^{2g} f_* \mathbb{Q}_\ell)(x_0) \end{aligned}$$

は、(*) と一致する。

Proof 二つは、(*) の map の定義、及び (1) の map の定義に一致する。この証明は、論文 [2] に参照され。

Corollary 1. Diagonal type a 場合、map (*) の image は $H^m(A, \mathbb{Q}_\ell)(x_0) \otimes H^{2g}(X^{2g}_2, \mathbb{Q}_\ell)(x_0)$ と一致する。

§4 ある代数的対応の全射性について.

記号は今までの通りとする。 $H_{\text{prim}}^{2g+m}(X, \mathbb{Q}_\ell)$, $H_{\text{prim}}^{2g-m}(X, \mathbb{Q}_\ell)$ を以下のように定義する。

$$H_{\text{prim}}^{2g+m}(X, \mathbb{Q}_\ell) = \text{Coker}(H^{2g+m}(\mathbb{P}^{2g+1} \times \mathbb{P}^m, \mathbb{Q}_\ell) \rightarrow H^{2g+m}(X, \mathbb{Q}_\ell))$$

$$H_{\text{prim}}^{2g-m}(X, \mathbb{Q}_\ell) = \text{Coker}(H^{2g-m}(\mathbb{P}^{2g+1}, \mathbb{Q}_\ell) \rightarrow H^{2g-m}(X, \mathbb{Q}_\ell))$$

よってある代数的対応から得られる homomorphism

$$(4) \quad H^m(W, \mathbb{Q}_\ell(-g)) \rightarrow H_{\text{prim}}^{2g+m}(X, \mathbb{Q}_\ell)$$

$$(5) \quad H^{2g-m}(X, \mathbb{Q}_\ell(-m)) \rightarrow H_{\text{prim}}^{2g+m}(X, \mathbb{Q}_\ell)$$

を構成しよう。まず $f: X \rightarrow \mathbb{P}^m$ に関する Leray の spectral sequence

$$E_2^{i,j} = H^i(\mathbb{P}^m, R^j f_* \mathbb{Q}_\ell) \Rightarrow H^{i+j}(X, \mathbb{Q}_\ell) = E^{i+j}$$

において $\sum_{j=0}^{2g-1} \dim E_2^{m+2g-j, j}$ は、 m が偶数のとき g , m が奇数のとき 0 とする。他方 Weak Lefschetz Theorem 5.11.

$\dim F^{m+1} H^{2g+m}(\mathbb{P}^{2g+1} \times \mathbb{P}^m, \mathbb{Q}_\ell) \leq \dim F^{m+1} H^{2g+m}(X, \mathbb{Q}_\ell)$

と成る。 $\dim F^{m+1} H^{2g+m}(X, \mathbb{Q}_\ell) \leq \sum_{j=0}^{2g-1} \dim E_2^{m+2g-j, j}$ と合わせると、自然な準同型 $F^{m+1} H^{2g+m}(\mathbb{P}^{2g+1} \times \mathbb{P}^m, \mathbb{Q}_\ell) \rightarrow F^{m+1} H^{2g+m}(X, \mathbb{Q}_\ell)$ は、同型と成る = とわかる。よって

$F_\infty^{m, 2g} \rightarrow H_{\text{prim}}^{2g+m}(X, \mathbb{Q}_\ell)$ なる map を得る。

また、weight の評価は 5.11. 任意の $r \geq 2$ に対して

$E_r^{m, 2g} \rightarrow E_r^{m+r, 2g-r+1}$ なる map がある。 $E_2^{m, 2g} \rightarrow E_\infty^{m, 2g}$ を得る。

(*) なる map を合成して。

$$H^m(W, \mathbb{Q}_e(-g)) \rightarrow H^m(\mathbb{P}^m, R^{2g} f_* \mathbb{Q}_e) = E_2^{m, 2g} \\ \rightarrow E_\infty^{m, 2g} \rightarrow H_{\text{prim}}^{2g+m}(\mathbb{X}, \mathbb{Q}_e)$$

この map を得る。これは (4) の準同型である。

次に (5) の準同型を定義する。 $\varphi: \mathbb{X} \rightarrow \mathbb{P}^{2g+1}$,

$p_1: \mathbb{P}^{2g+1} \times \mathbb{P}^m \rightarrow \mathbb{P}^{2g+1}$ に関する Leray の Spectral sequence E .

$$E_2^{i,j} = H^i(\mathbb{P}^m, R^j \varphi_* \mathbb{Q}_e) \Rightarrow E^{i+j} = H^{i+j}(\mathbb{X}, \mathbb{Q}_e)$$

$$E_2^{i,j} = H^i(\mathbb{P}^m, R^j p_{1*} \mathbb{Q}_e) \Rightarrow E^{i+j} = H^{i+j}(\mathbb{P}^{2g+1} \times \mathbb{P}^m, \mathbb{Q}_e)$$

とす。 $u \in \mathbb{P}^{2g+1}$ に対し

$$\varphi^{-1}(u) \cong \begin{cases} \mathbb{P}^m & u \in X \\ \mathbb{P}^{m-1} & u \notin X \end{cases}$$

この φ を

$$R^j \varphi_* \mathbb{Q}_e \cong \begin{cases} 0 & j \text{ is odd or } j \geq 2m+1 \\ \mathbb{Q}_e(-\frac{j}{2}) & j \text{ is even, } j \leq 2m-1 \\ \mathbb{Q}_e(-m) & j = 2m. \end{cases}$$

を得る。(4) の homomorphism を定義した時と同様に

$$F^{2g-m+1} H^{2g+m}(\mathbb{P}^{2g+1} \times \mathbb{P}^m, \mathbb{Q}_e) \rightarrow F^{2g-m+1} H^{2g+m}(\mathbb{X}, \mathbb{Q}_e)$$

は同型であることはわかる。ゆえに

$$E_\infty^{2g-m, 2m} / E_\infty^{2g-m, 2m} \rightarrow H_{\text{prim}}^{2g+m}(\mathbb{X}, \mathbb{Q}_e) \text{ なる map を得}$$

ゆえに $H_{\text{prim}}^{2g-m}(\mathbb{X}, \mathbb{Q}_e(-m)) \rightarrow H_{\text{prim}}^{2g+m}(\mathbb{X}, \mathbb{Q}_e)$ なる map

を得る。これは (5) の homomorphism である。

Remark X が smooth な時. Spectral sequence E は. E_2 term に \mathbb{Q} 化して. $E_2^{i,j} = E_\infty^{i,j}$ とおす. $\forall i = 'E_2^{i,j} = E_\infty^{i,j}$ とし. 自然な morphism $'E_2^{i,j} \rightarrow E_\infty^{i,j}$ は $j \neq 2m$ の時は同型であることに注意する.

$$\text{Coker}('E_2^{2g-m, 2m} \rightarrow E_2^{2g-m, 2m}) \cong \text{Coker}('E^{2g+m} \rightarrow E^{2g+m})$$

とおす. $\Rightarrow a = c$ から. X が smooth ならば. (5) は. 同型になる. \forall とおす. X が smooth な時. ある代数的対応 π が.

$$(6) H^m(W, \mathcal{O}_W(-g)) \rightarrow H^{2g-m}(X, \mathcal{O}_X(-m))$$

おす map が構成される.

Theorem 4 Q_1, \dots, Q_{m+1} が互いに代数的に独立 (= generic) であるとする. $\Rightarrow a$ 時上の様子を定義した. 代数的対応から. π をおす homomorphism

$$(6) H^m(W, \mathcal{O}_W(-g)) \rightarrow H^{2g-m}(X, \mathcal{O}_X(-m))$$

は全射である.

Proof \forall \mathfrak{p} strictly henselian discrete valuation ring R 上. (4), (5) の correspondence をおす. $\eta \in \text{Spec } R$ a generic point $\eta \in \mathfrak{p}$ a geometric point, $\rho \in \text{closed point}$ とおす. $\Rightarrow a$ 時. \forall の様子を specialization a commutative diagram が成り立つ.

$$\begin{array}{ccccc}
 H^m(W_{\bar{\eta}}, \mathcal{O}_E(-g)) & \longrightarrow & H_{\text{prim}}^{2g+m}(X_{\bar{\eta}}, \mathcal{O}_E) & \xleftarrow{e_{\bar{\eta}}} & H_{\text{prim}}^{2g-m}(X_{\bar{\eta}}, \mathcal{O}_E(-m)) \\
 \uparrow \text{spw} & & \uparrow \text{sp}_X & & \uparrow \text{sp}_X \\
 H^m(W_0, \mathcal{O}_E(-g)) & \longrightarrow & H_{\text{prim}}^{2g+m}(X_0, \mathcal{O}_E) & \xleftarrow{e_0} & H_{\text{prim}}^{2g-m}(X_0, \mathcal{O}_E(-m))
 \end{array}$$

命. Spec R 上 a quadric a family \mathcal{Z} . $\bar{\eta}$ 上 \mathcal{Z} は Q_1, \dots, Q_{m+1} は代数的に独立 \mathcal{Z} . s 上 \mathcal{Z} は §3 a Diagonal type になるものを考える。 n a 時, $e_{\bar{\eta}}, e_0$ は同型である。(6) a map である。 s 上 a fiber \mathcal{Z} を考え \mathcal{Z} nontrivial である \mathcal{Z} , (6) a map である。 $\bar{\eta}$ 上 a fiber \mathcal{Z} を考え \mathcal{Z} 時もやはり nontrivial である。

次 \mathbb{P}^1 上 a family \mathcal{Z} . generic geometric fiber Q_1, \dots, Q_{m+1} が代数的に独立 \mathcal{Z} . しかも \mathbb{P}^1 上 a family X が Lefschetz pencil になるものを考える。 n a 時, Deligne の Monodromy の結果 ([3]) により $H_{\text{prim}}^{2g-m}(X_{\bar{\eta}}, \mathcal{O}_E)$ は Gal($\bar{\eta}/\eta$) module として既約である。 n 故から (6) a map である。 Q_1, \dots, Q_{m+1} が代数的に独立の時は全射である。 Q.E.D.

Corollary 2. $m=1$ a 時, $m=2$ a 時, (6) a map である。同型である。

Proof (6) a 準同型の両側の次元を計算すると。 $m=1$ a 時は共に $2g$, $m=2$ a 時は共に $4g^2+2g+1$ である。一致している。 Theorem より全射であることがわかる。 n 故から \mathcal{Z} である。 n 故から。

12型と一致。

Remark $m=1$ の時は Reid の結果に. $m=2$ の時は O'Grady の結果 $= \mathbb{Q} \oplus \mathbb{T} \oplus \mathbb{Y} \oplus \mathbb{L} \oplus \mathbb{T} = \mathbb{Q} \oplus \mathbb{T} \oplus \mathbb{Y}$ といふ。

参考文献

- [1] Griffith-Harris: Principles of Algebraic Geometry, John Wiley and Sons (1978)
- [2] T. Terasoma: Complete intersections of hyper surfaces, Doctoral thesis
- [3] P. Deligne: La conjecture de Weil II. Publ. IHES 52 (1980)
- [4] M. Reid: The complete intersections of two or more quadrics, Thesis
- [5] K. G. O'Grady: The Hodge structure of the intersection of three quadrics in odd dimensional projective space: Math. Ann. 273 (1986)
- [6] A. Beauville: Prym varieties and the Schottky problem. Inv. Math 41 (1977)