

待ち行列とパレート分析

東京理科大(理工) 牧野都治

1. まえがき

われわれはさきに、「待ち行列タイプの問題に対するパレート分析」^[1]において、仕事のわりふりについて考察した。

この問題は、仕事1件あたりのサービス時間と、受注件数とが表1のようであるとき、早くおわる仕事を窓口A、時間のかかる仕事を窓口Bでサービスするのに、どのようにふりわけたらよいかを調べたものである。ただし、受注した仕事が何分のサービスを要するものであるかは、受注時におこす事でにわかっている。

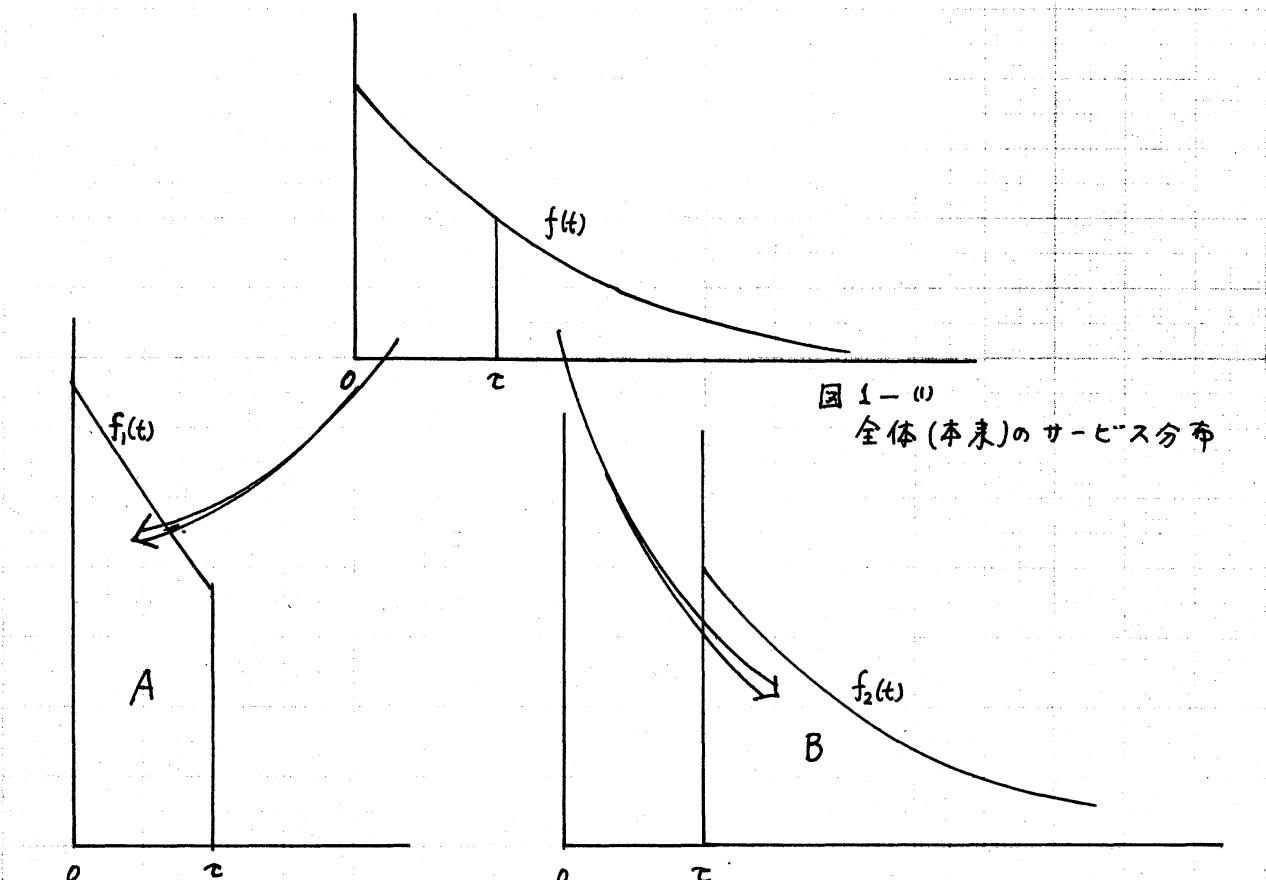
この問題は、仕事の本来のサービス分布が図1-(1)のようであるとき、これを2つの窓口A、Bにわりふる問題である。

いま、

λ = 仕事の到着率, μ = 本来のサービス率
とし、窓口Aについて

表1. 受注状況

サービス時間	受注件数	累積サービス百分率	累積件数百分率	サービス時間	受注件数	累積サービス百分率	累積件数百分率
3,900 以上	31	29.4%	4.1%	1,700 ~ 1,900 以上 未満	13	57.0%	16.1%
3,700 ~ 3,900 以上 未満	3	30.8	4.5	1,500 ~ 1,700	21	60.7	18.9
3,500 ~ 3,700	5	32.9	5.1	1,300 ~ 1,500	23	64.4	21.9
3,300 ~ 3,500	3	34.1	5.5	1,100 ~ 1,300	44	70.4	27.7
3,100 ~ 3,300	10	37.9	6.8	900 ~ 1,100	47	75.9	33.8
2,900 ~ 3,100	9	41.1	8.0	700 ~ 900	73	82.3	43.4
2,700 ~ 2,900	6	43.1	8.8	500 ~ 700	123	90.3	59.5
2,500 ~ 2,700	12	46.7	10.4	300 ~ 500	155	96.7	79.8
2,300 ~ 2,500	2	47.3	10.6	300 未満	154	100.0	100.0
2,100 ~ 2,300	9	49.6	11.8				
1,900 ~ 2,100	20	54.3	14.4				
				計	763	—	—



λ_1 = 窓口 A への到着率, μ_1 = 窓口 A でのサービス率,

$s_1 = \frac{\lambda_1}{\mu_1}$ = 窓口 A での利用率

L_1 = 窓口 A での系平均人数

L_{q_1} = 窓口 A での列平均人数

を用い、窓口 B については、上の添字の 1 を 2 に変えて、

$\lambda_2, \mu_2, s_2, L_2, L_{q_2}$

などと表すこととする。

いま、表 1 の累積件数百分率を横軸、累積サービス時間百分率を縦軸にとり、100%を1と目盛ることにしてパレート図をかくと、図2のようになる。

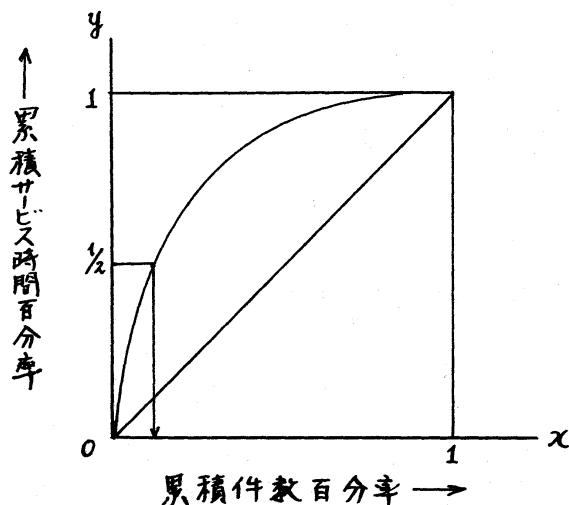


図2. 受注状況のパレート図

ここで、縦軸の目盛り $1/2$ のところに相当する横軸の目盛りのところで、仕事をわりあれば、

$$s_1 = s_2,$$

つまり両者の利用率が等しくなるといふ意味での解が得られ

ることを[1]で示した。

それでは、 $L_g = L_{g_1} + L_{g_2}$ を最小にするとか、 $L_{g_1} = L_{g_2}$ になるような区分のし方においては、パレート線上の人などころでわけたらよいか。このことについて調べてみる。

ただし、单一窓口の一般の待ち行列系では、利用率が同じであっても、サービス分布の違いなどにより、原平均人數などに大きな違いがでてくることは、よく知られています。ただ、われわれのねらいは、それにもかかわらず、仕事を2つの窓口に分りわけるという観点からは、 L_g を最小にするのであっても、 $L_{g_1} = L_{g_2}$ にしたり、または $\rho_1 = \rho_2$ にしたりするわけ方であっても、結果は大きくは変わらないのではないかと予想される、そのことを調べてみようとするものである。

2. ポアソン到着・指數サービスの場合

はじめに、仕事を到着は平均到着率入のポアソン分布、処理時間（サービス時間）は、本来平均サービス率 μ の指數分布に従う場合について、 L_g を最小にするでき求めてみる。

それは、

$$\begin{aligned} L_g &= L_{g_1} + L_{g_2} \\ &= \frac{\lambda_1^2 \cdot E(T_1^2)}{2(1-\rho_1)} + \frac{\lambda_2^2 \cdot E(T_2^2)}{2(1-\rho_2)} \end{aligned} \quad (1)$$

を最小にするでき求めることがある。^[1]

ρ のいろいろな値に対して、(1)式のグラフをかけてみると、

図3のようになる。ただし、図3は

$$L_f / \left(\frac{f^2}{2} \right) = Q, \quad \mu c = t$$

とおいてかかれている。これより、Qしたがって L_f を最小にするものの値は、 μ の値にあまり影響されないで、大体 1.5 程度になることが読み取れる。

一方、本来のサービス時間 T に対して、 $\mu c = 1.5$ となるようなてて区分するということは、

$$\rho(T > c) = e^{-\mu c} = 0.2231$$

により、パレート図の上では、横軸 0.2231 のところで区分することを意味する。

ところで、われわれは「ABC分析における区分線の設定」(文献[3])を考えるにあたり、確率変数 T (たとえば、本来のサービス時間) の分布に対応するパレート図を、努力配分の立場から2分する原理について調べた。そこでは、図4-(1) のわけ方、つまり縦軸 $1/2$ のところでわけようとするものを等価法とよんでいる。そのときの区分点を X_1 とする。これに対し、図4-(2) のわけ方、つまりロスを最小にするわけ方、いへんれば余積とかいた長方形の面積を最大にするわけ方を、余積法(または余積最大法)と呼んだ。図4-(2) の X_1 は余積法における区分点である。さらに、図4-(3) に示す方法は、斜線を施した長方形の面積が等しくなるようにわける方

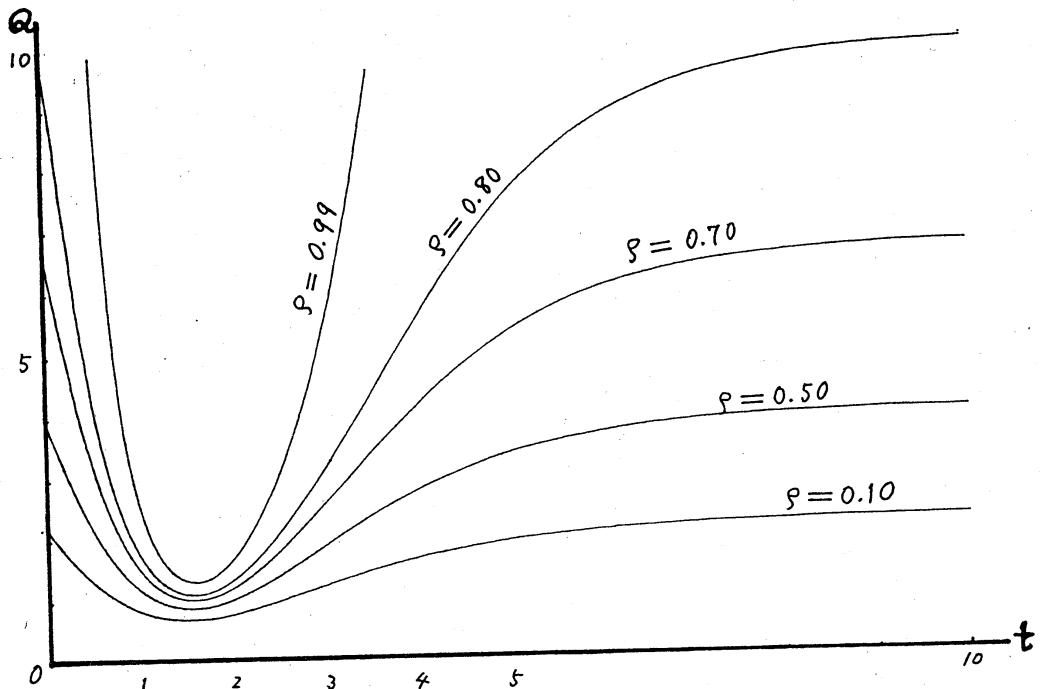


図3. 区分のし方と列平均人数の和

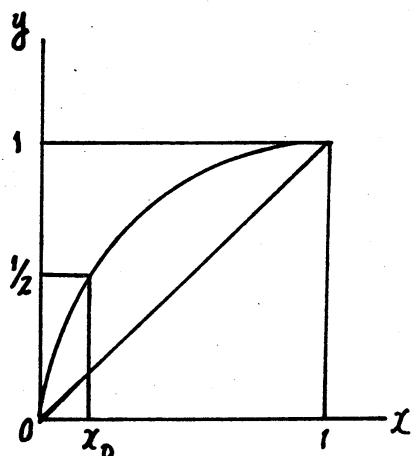


図4-(1)

等価法

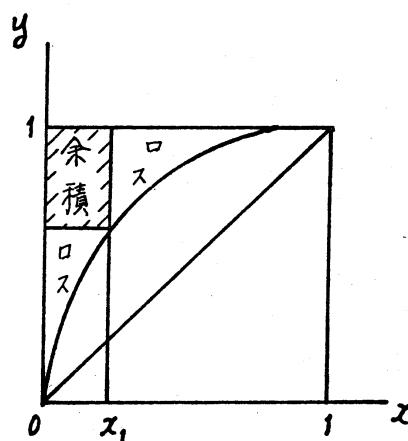


図4-(2)

余積法

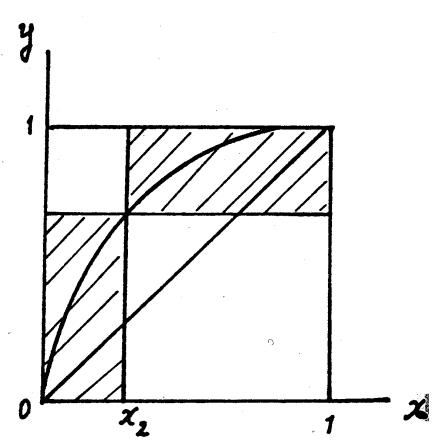


図4-(3)

等積法

け方であって、これを等積法とよんでいふ。等積法による2分はきわめて容易で、パレート曲線と、対角線 $x+y=1$ との交点のX座標 x_2 が区分点になる。

ふくらみ最大の点が、対角線 $x+y=1$ の右上にくる場合には、これらの区分点 x_0, x_1, x_2 の間に、つねに

$$x_0 \leq x_1 \leq x_2$$

という関係が成り立つ。

パレート曲線そのものは、Tの確率密度関数を $f(t)$ とするとき、

$$x = \int_t^\infty f(t) dt, \quad y = \frac{1}{\nu} \int_t^\infty t \cdot f(t) dt \\ (\nu = E(T))$$

で表わされるわけであるが、Tがたとえば指數分布のときは、パレート曲線が

$$y = x(1 - \log x) \quad (2)$$

となる、といふようなことがよく知られてゐる。したがつて指數分布の場合、上に述べた等価法、余積法、等積法による2分のときの区分点は、それぞれ次の方程式の $0 \leq x \leq 1$ なる解である。

$$\text{等価法;} \quad 1 - 2x + 2x \log x = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{余積法;} \quad 1 - x + 2x \log x = 0 \\ \text{等積法;} \quad 1 - 2x + x \log x = 0 \end{array} \right.$$

文献[1]での区分のし方は、上の等価法に基くものであるから、指數サービスに対する

$$x_0 = 0.187$$

で区分することを提唱したことになる。したがって、指數サービスに対するは、利用率を著しくするという意味での区分法になつてゐる等価法での区分率 $x_0 = 0.187$ と、列平均人數の和を最小にする区分法での区分率 $x = 0.2231$ との間には、かなりのくひ違ひがある。(注. 0.2231は、余積法での x_1 よりは小さい。)

それにもかかわらず、等価法での区分が、表上にえましてうまく適合してゐる。その理由などについては、次節で考えてみることにする。

3. ポアソン到着・ガンマサービスの場合

サービス時間 T の確率密度関数が

$$f(t) = \frac{(k\mu)^k e^{-k\mu t}}{\Gamma(k)} \cdot t^{k-1} \quad (3)$$

で表された場合について、前節と同様のことを調べてみる。
(3)式は、 E_k 分布の確率密度関数であるか、わかれはたを整数値に限定しなひて、單に $k > 0$ とだけ考えることにする。
その意味で、アーラン分布というよりも、ガンマ分布といつた方がよいので、そのようによふることにする。

さて、形のパラメータ β_1, β_2 を、いろいろ変えたとき、2分差がどのように変るかを計算して、表2～表7を得た。

表2は、 $L_g = L_{g_1} + L_{g_2}$ を最小にするには、分布の上での区分差でいくらにしたよいかを示している。(ただし、付表はすべて、本来のサービスの平均1/μを尺度としていた区分差、つまりμでの値を示す。)

また、表3は上の場合の L_{g_1}, L_{g_2}, L_g の値を示し、さらにそれに対応するパレート曲線の区分差(×座標)の値がいくらになるかを、表4に載せてある。ただし表4には、 γ の値が0.1および0.99といふ極端な場合に対する χ の値を記入してある。 χ の値があまり小さくないときには、 χ は γ によって大きく異なるといふことはない様子が、表4から読み取れる。たとえば $\beta_1=1.0$ のとき、 χ の値は大体0.20～0.22程度である。

つきに表5は、 $L=L_1+L_2$ を最小にしたときの L_1, L_2 、および L の値を示している。

ところで、表1のデータからのパレート図は、 $\beta_1=1.0$ つまり指數分布のそれよりはいくぶん急なカーブになつてゐる。表1にガンマ分布をあてはめてみると、実際は $\beta_1=0.7$ 程度である。したがって、大まかには、表2, 6および表4から読み取るように、 L_g を最小にする、ないしは $L_{g_1}=L_{g_2}$ の

らしむる $\mu\tau$ の値は、大体 1.7~1.8 程度であって、パレート図では横軸 $X=0.18$ 程度のところで区分すればよいことになる。したがってこの場合、それは等価法での区分差とかなり似かよったものになつてゐるといふことができよう。

こことは、表 1 のデータとは別に、もう一箇、該表とのものを読み直してみる。

表 5 は、L を最小にしたときの L_1 , L_2 , L の値を示していることは前に述べたが、表 2 で L_g を最小にするまでの値を計算してあるのに対応する L の表は用意されていない。そのためは、 δ 不変律、つまり

$$L_1 = L_{g_1} + \delta_1, \quad L_2 = L_{g_2} + \delta_2$$

において、

$$\delta_1 + \delta_2 = \delta$$

が成り立つので、L を最小にするには、 L_g を最小にするそれと、つねに等しくなることによる。^[1] また、このことから明らかかなように、表 5 での L の値は表 3 での L_g の値に δ を加えたものになつてゐる。

さらに、表 2 や表 6 から、次のことを読みとることができる。それは、 $L_{g_1} = L_{g_2}$ ならしむる $\mu\tau$ の値は、 L_g を最小にする $\mu\tau$ の値よりも、つねに大きくなつてゐる。ただし、この差は、形のパラメータが大きくなるにつれて縮まって

くる。たとえば、 $\rho = 1.0$ の場合には（ δ の値にもよるが）、大体 1.5ないしは 1.6 程度になり、 $\rho = 2.0$ の場合には、ひずれも 1.3 程度にあたってきている。

また、表 3 の L_{g_1} , L_{g_2} について、

$$L_{g_1} < L_{g_2}$$

となつており、表 5 の L_1 , L_2 についても

$$L_1 < L_2$$

になつてゐる。つまり、列平均人數なり原平均人數を最小にする分割を行うと、短いサービス時間に対する L_{g_1} , L_1 の方が、長いサービス時間に対する L_{g_2} , L_2 よりも小さくなつてゐることかわかる。

4. 今後の課題

以上述べたことから、さらに進んで、仕事さ 2 つの窓口ではなく、もっと一般に S 個の窓口に分り切ったならばどうなるか、またサービス分布をガンマ分布でなくワイブル分布にしたらどうか、さらに到着もポアソン到着でなく、もう少し一般的な分布に拡げてみたらどうなるか、などについて今後さらに調べてみたいと考えている。

謝辞 小論を発表する機会を与えてくださった東京工業大学森村美典、京都大学大野勝久の両氏に感謝するとともに、歴史作成にあたって勞を煩わせた東京理科大学大学院の中野

勝博君に謝意を表する 次第である。

[文 献]

- [1] 牧野都治 (1976), 待ち行列タイプの問題に対するパレート分析, 統計数理研究所彙報23巻2号.
- [2] 今上 (1979), 分布の特性の表現に対するパレート図の利用について, 統計数理研究所彙報26巻1号.
- [3] 今上 (1980), ABC分析における区分線の設定, 日本オペレーションズリサーチ学会研究発表会予稿集.

表 2.

L_g 與 τ 最小之 τ ($= \mu \tau$) の値

ρ	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	0.95	0.99
0.1	3.59492	3.72181	3.86201	4.01681	4.18734	4.37441	4.57842	4.79913	5.03556	5.11916	5.26036
0.2	2.66666	2.72766	2.79945	2.8768	2.95790	3.04454	3.13690	3.23663	3.33122	3.38228	3.42344
0.3	2.25820	2.30245	2.34826	2.39680	2.44762	2.50059	2.55553	2.61223	2.67038	2.69990	2.72369
0.4	2.02468	2.05635	2.08937	2.12366	2.15917	2.19579	2.23339	2.27180	2.31086	2.33055	2.34637
0.5	1.86140	1.89366	1.91874	1.94459	1.97114	1.99831	2.02601	2.05412	2.08250	2.09675	2.10816
0.6	1.75760	1.77691	1.79677	1.81710	1.83786	1.85899	1.88040	1.90202	1.92374	1.93461	1.94329
0.7	1.67273	1.68856	1.70475	1.72125	1.73801	1.75500	1.77213	1.78935	1.80658	1.81518	1.82204
0.8	1.60586	1.61912	1.63261	1.64631	1.66018	1.67417	1.68824	1.70233	1.71638	1.72338	1.72895
0.9	1.55166	1.56295	1.57440	1.58599	1.59768	1.60943	1.62122	1.63298	1.64469	1.65550	1.655513
1.0	1.50674	1.51649	1.52635	1.53630	1.54630	1.55634	1.56637	1.57636	1.58627	1.59119	1.59610
1.5	1.36206	1.36745	1.37285	1.37824	1.38361	1.38894	1.39422	1.39943	1.40456	1.40709	1.40909
2.0	1.28278	1.28623	1.28966	1.29307	1.29645	1.29978	1.30306	1.30628	1.30943	1.31098	1.31220
2.5	1.23238	1.23479	1.23718	1.23953	1.24186	1.24415	1.24639	1.24858	1.25072	1.25177	1.25259

表 3

L_8 の最小値と L_{81} , L_{82} , L_8 の値

ρ	g	L_{81}	L_{82}	L_8	ρ	g	L_{81}	L_{82}	L_8
0.10	0.10	0.0022	0.0045	0.0067	0.80	0.10	0.0016	0.0020	0.0036
0.40	0.0473	0.0843	0.1316	0.40	0.40	0.0318	0.0375	0.0693	
0.70	0.2117	0.3070	0.5187	0.70	0.1245	0.1376	0.2621		
0.99	0.6609	0.7462	1.4071	0.99	0.3325	0.3442	0.6768		
0.20	0.10	0.0020	0.0034	0.0054	0.90	0.40	0.0016	0.0020	0.0035
0.40	0.0414	0.0629	0.1042	0.40	0.0312	0.0363	0.0695		
0.70	0.1747	0.2271	0.4018	0.70	0.1217	0.1332	0.2550		
0.99	0.5071	0.5535	1.0606	0.99	0.3239	0.3342	0.6580		
0.30	0.10	0.0019	0.0029	0.0047	1.00	0.10	0.0016	0.0019	0.0035
0.40	0.0381	0.0532	0.0913	0.40	0.0307	0.0352	0.0660		
0.70	0.1565	0.1924	0.3489	0.70	0.1194	0.1297	0.2491		
0.99	0.4400	0.4717	0.9118	0.99	0.3167	0.3259	0.6426		
0.40	0.10	0.0018	0.0026	0.0044	1.50	0.10	0.0015	0.0017	0.0032
0.40	0.0360	0.0475	0.0835	0.40	0.0291	0.0320	0.0611		
0.70	0.1453	0.1725	0.3178	0.70	0.1121	0.1185	0.2306		
0.99	0.4012	0.4251	0.8263	0.99	0.2942	0.3000	0.5942		
0.50	0.10	0.0017	0.0024	0.0041	2.00	0.10	0.0015	0.0016	0.0031
0.40	0.0345	0.0438	0.0783	0.40	0.0283	0.0303	0.0585		
0.70	0.1377	0.1593	0.2971	0.70	0.1081	0.1126	0.2207		
0.99	0.3755	0.3946	0.7101	0.99	0.2822	0.2863	0.5685		
0.60	0.10	0.0017	0.0022	0.0039	2.50	0.10	0.0014	0.0016	0.0030
0.40	0.0334	0.0411	0.0745	0.40	0.0277	0.0292	0.0569		
0.70	0.1321	0.1500	0.2822	0.70	0.1056	0.1090	0.2146		
0.99	0.3571	0.3730	0.7301	0.99	0.2748	0.2779	0.5527		
0.70	0.10	0.0016	0.0021	0.0038					
0.40	0.0325	0.0391	0.0716						
0.70	0.1279	0.1430	0.2709						
0.99	0.3433	0.3568	0.7001						

表4. L_g を最小にする分布の区分点 μ_T に対する
ハ'レート図での区分点 x の値.

$k=0.1$	μ_T の値 x の値	3.59 0.07949	5.26 0.05561	$k=0.9$	μ_T の値 x の値	1.55 0.21410	1.66 0.19303
$k=0.2$	μ_T の値 x の値	2.66 0.11416	3.42 0.08712	$k=1.0$	μ_T の値 x の値	1.51 0.22091	1.60 0.20190
$k=0.3$	μ_T の値 x の値	2.26 0.13793	2.72 0.11102	$k=1.5$	μ_T の値 x の値	1.36 0.25295	1.41 0.23768
$k=0.4$	μ_T の値 x の値	2.02 0.15691	2.34 0.13066	$k=2.0$	μ_T の値 x の値	1.28 0.29520	1.31 0.26355
$k=0.5$	μ_T の値 x の値	1.87 0.17148	2.11 0.14634	$k=2.5$	μ_T の値 x の値	1.23 0.29190	1.25 0.28265
$k=0.6$	μ_T の値 x の値	1.76 0.18395	1.94 0.16100	$k=3.0$	μ_T の値 x の値	1.20 0.30275	1.21 0.29747
$k=0.7$	μ_T の値 x の値	1.67 0.19576	1.82 0.17328	$k=3.5$	μ_T の値 x の値	1.17 0.31614	1.18 0.31023
$k=0.8$	μ_T の値 x の値	1.61 0.20431	1.73 0.18385	$k=4.0$	μ_T の値 x の値	1.15 0.32571	1.16 0.31923

表 5. L_1 を最小化するときの L_1 , L_2 , L の値

f	σ	L_1	L_2	L	ρ	β	L_1	L_2	L
0.10	0.10	0.0280	0.0787	0.1067	0.80	0.10	0.0448	0.0588	0.1036
	0.40	0.1616	0.3700	0.5316	0.40	0.40	0.2092	0.2601	0.4693
	0.70	0.4364	0.7822	1.2187	0.70	0.4433	0.5187	0.9621	
	0.99	1.0191	1.3779	2.3971	0.99	0.7948	0.8720	1.6668	
	0.20	0.0342	0.0712	0.1054	0.90	0.10	0.0455	0.0581	0.1035
0.40	0.40	0.1798	0.3245	0.5042	0.40	0.40	0.2110	0.2565	0.4675
	0.70	0.4365	0.6654	1.1018	0.70	0.4439	0.5111	0.9550	
	0.99	0.9070	1.1436	2.0506	0.99	0.7897	0.8583	1.6480	
	0.30	0.10	0.0317	0.0670	1.00	0.10	0.0460	0.0575	0.1035
	0.40	0.1898	0.3015	0.4913	0.40	0.2124	0.2535	0.4660	
0.70	0.40	0.4380	0.6109	1.0489	0.70	0.4443	0.5048	0.9491	
	0.99	0.8617	1.0400	1.9018	0.99	0.7855	0.8471	1.6326	
	0.40	0.10	0.0400	0.0643	0.1044	1.50	0.10	0.0478	0.0554
	0.40	0.1963	0.2873	0.4835	0.40	0.2171	0.2441	0.4611	
	0.70	0.4395	0.5783	1.0178	0.70	0.4457	0.4849	0.9306	
0.99	0.99	0.8367	0.9795	1.8163	0.99	0.7722	0.8220	1.5862	
	0.50	0.10	0.0417	0.0624	0.1041	2.00	0.10	0.0488	0.0543
	0.40	0.2009	0.2774	0.4783	0.40	0.2195	0.2390	0.4685	
	0.70	0.4408	0.5563	0.9971	0.70	0.4463	0.4744	0.9207	
	0.99	0.8207	0.9394	1.7601	0.99	0.7650	0.7935	1.5585	
0.60	0.10	0.0430	0.0609	0.1039	2.50	0.10	0.0493	0.0537	0.1030
	0.40	0.2044	0.2701	0.4745	0.40	0.2210	0.2360	0.4569	
	0.70	0.4418	0.5403	0.9822	0.70	0.4465	0.4681	0.9146	
	0.99	0.8095	0.9106	1.7201	0.99	0.7605	0.7822	1.6427	
	0.70	0.10	0.0440	0.0598	0.038				
0.40	0.40	0.2071	0.2645	0.4716					
	0.70	0.4427	0.5282	0.9709					
	0.99	0.8012	0.8889	1.6901					

表 6

 $L_{g_1} = L_{g_2} \quad t_5 \text{ in } L \text{ 及 } t \text{ (=} \mu c \text{) の値}$

ρ	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	0.95	0.99
0.1	4.60715	4.66948	4.73688	4.81001	4.88965	4.97669	5.07221	5.17746	5.29370	5.35685	5.40970
0.2	3.15140	3.17884	3.20827	3.23990	3.27399	3.31083	3.35078	3.39421	3.4461	3.46696	3.48809
0.3	2.56726	2.58348	2.60880	2.61990	2.63922	2.66060	2.68366	2.70860	2.73564	2.75003	2.76200
0.4	2.24299	2.25391	2.26555	2.27777	2.29125	2.30550	2.32081	2.33732	2.35515	2.36462	2.37248
0.5	2.03415	2.04208	2.05261	2.05950	2.06910	2.07937	2.09039	2.10224	2.11522	2.12718	2.12740
0.6	1.88742	1.89348	1.89991	1.90615	1.91405	1.92185	1.93021	1.93918	1.94884	1.95395	1.95818
0.7	1.77826	1.78385	1.78813	1.79353	1.79929	1.80544	1.81202	1.81907	1.82665	1.83338	
0.8	1.69365	1.69935	1.70167	1.70606	1.71073	1.71571	1.72103	1.72673	1.73286	1.73610	1.73878
0.9	1.62604	1.62927	1.63269	1.63633	1.64019	1.64432	1.64872	1.65344	1.65850	1.66117	1.66338
1.0	1.57070	1.57342	1.57631	1.57938	1.58264	1.58611	1.58982	1.59379	1.59805	1.60029	1.60214
1.5	1.39693	1.39832	1.39919	1.40135	1.40300	1.40476	1.40664	1.40864	1.41098	1.41191	1.41294
2.0	1.30492	1.30577	1.30666	1.30760	1.30861	1.30967	1.31081	1.31202	1.31331	1.31399	1.31455
2.5	1.24715	1.24832	1.2492	1.24955	1.25022	1.25094	1.25170	1.25251	1.25338	1.25383	1.25421

表 7.
 $L_{g_1} = L_{g_2}$ と $L_{g_1} \neq L_{g_2}$ の L_{g_1} , L_{g_2} , L_g の値

f_g	σ	L_{g_1}	L_{g_2}	L_g	ρ	L_{g_1}	L_{g_2}	L_g
0.10	0.10	0.0035	0.0035	0.0070	0.80	0.10	0.0018	0.0037
0.40	0.0678	0.0678	0.1357	0.40	0.0347	0.0347	0.0695	
0.70	0.2630	0.2630	0.5260	0.70	0.1312	0.1312	0.2623	
0.99	0.7047	0.7047	1.4095	0.99	0.3384	0.3384	0.6769	
0.20	0.10	0.0028	0.0028	0.0065	0.90	0.10	0.0018	0.0036
0.40	0.0529	0.0529	0.1059	0.40	0.0338	0.0338	0.0676	
0.70	0.2023	0.2023	0.4046	0.70	0.1276	0.1276	0.2552	
0.99	0.5308	0.5308	1.0616	0.99	0.3290	0.3290	0.6581	
0.30	0.10	0.0024	0.0024	0.0048	1.00	0.10	0.0017	0.0035
0.40	0.0461	0.0461	0.0922	0.40	0.0330	0.0330	0.0661	
0.70	0.1752	0.1752	0.3504	0.70	0.1246	0.1246	0.2493	
0.99	0.4561	0.4561	0.9123	0.99	0.3213	0.3213	0.64427	
0.40	0.10	0.0022	0.0022	0.0044	1.50	0.10	0.0016	0.0032
0.40	0.0421	0.0421	0.0841	0.40	0.0306	0.0306	0.0612	
0.70	0.1594	0.1594	0.3187	0.70	0.1153	0.1153	0.2307	
0.99	0.4133	0.4133	0.8266	0.99	0.2971	0.2971	0.5942	
0.50	0.10	0.0021	0.0021	0.0041	2.00	0.10	0.0015	0.0031
0.40	0.0393	0.0393	0.0787	0.40	0.0293	0.0293	0.0586	
0.70	0.1488	0.1488	0.2977	0.70	0.1104	0.1104	0.2208	
0.99	0.3852	0.3852	0.7703	0.99	0.2843	0.2843	0.5686	
0.60	0.10	0.0020	0.0020	0.0039	2.50	0.10	0.0015	0.0030
0.40	0.0374	0.0374	0.0748	0.40	0.0285	0.0285	0.0569	
0.70	0.1413	0.1413	0.2826	0.70	0.1073	0.1073	0.2146	
0.99	0.3651	0.3651	0.7303	0.99	0.2763	0.2763	0.5527	
0.70	0.10	0.0019	0.0019	0.0038				
0.40	0.0359	0.0359	0.0718					
0.70	0.1356	0.1356	0.2712					
0.99	0.3501	0.3501	0.7003					