数理解析研究所講究録
218巻 1974年 192-196

進行波動壁によって誘起される流れ

阪大基礎工　田中 皓一

魚類およびある種のバクテリアの泳動の一つの基本的な機構が頭部から尾部に伝わる進行波運動によるものであることは一応定まった見方となっている。この進行波運動は，いわゆるGray[1]のパラドックス（泳いでいる魚類に働く抗力は，剛体平板における乱流境界層の摩擦係数を用いて計算される抗力よりもはるかに小さいこと）に対する一つの答を与えるものと考えられている。この魚の運動の問題は主として生物物理の分野で関心をもたれてきたが，流体力学の観点からも一つの非常に興味ある問題である。1952年に，Taylor[2]がStokes近似の運動方程式に基づいて，無限に広い境界壁が正弦波形の進行波運動を行なうときに定常流（平均流）が誘起されることを示して以来，流体力学の立場からこの問題は多くの研究者たちにより取扱かわれるようになってきた。

しかるに，流体力学的解析の方法は現在のところ二つに

分けられる。一つは，非粘性流体の理論に基づくものであり，一つは強粘性流体の理論に基づくものである。実際，水中生物に対するレイノルズ数Rは10^{-6}～10^{8}という広い範囲の値をとることが知られており，考える対象によっていずれの方法もその意味をもつ。非粘性流体の理論に基づいては，Saffman[3]，Lighthill[4]，Wu[5]らにより多くの解析がなされており，その結果はLighthillおよびWuがすぐれた解説を行なっている。ただし，そのほとんど全部は線型理論に依っており非線型理論のとり扱いはなされていないように思われる。一方，粘性流体の理論の立場からは，魚の運動というよりもしろ医学的な興味のある血管や尿管の蠕動運動による流体の流れを対象とし，したがって波状運動を行なう円管の中の流れとか，二つの進行波動壁の間の流れを扱ったものがほとんどであり（例えば，Fung & Yih[6]，Burns & Parker[7]，Manton[8]），Taylorによる研究以外には，物体の非定常運動によって誘起される定常流の基本的な機構（逆にいえば，自己推進の機構）を論じたものはほとんどないと思われる。しかも，Taylorの解析はStokesの近似（$R=0$）に基づくものである。かようにして，この問題の解析は$R\to 0$，$R\to\infty$の二つの領域に限られていてその中間領域の解析しかも非線型的な取扱いは現在のところ皆無に近いと思われる。

我々は，この中間領域の解析を主なる目的として，無限に広い壁面が進行波運動を行なうときに，その上にある非圧縮性二次元粘性流体中に誘起される定常流を考えるが，まず，ここでは $R \leqq O(1)$ の場合について述べる。これは Taylor の仕事 $(R=0)$ の有限なレイノルズ数への拡張であるとともに，Kendall[9] や Taneda[10] 等の実験の解析への基本的なモデルとなり，工学的には外的な圧力勾配を与えないで流体を輸送する可能性を示唆するものである。

今，壁の進行波運動の伝播する方向に x 軸をとり，それと垂直に y 軸をとり，壁の運動が $y=\eta(x,t)=a\cos\frac{2\pi}{\lambda}(x-ct)$ で表わされるとする。ここで a は波動の振幅，λ は波長，c は位相速度である。基礎式として流れ函数 ψ を用いた Navier-Stokes 方程式，境界条件として，$\partial\psi/\partial x=-\partial\eta/\partial t$ (at $y=\eta$), $\partial\psi/\partial y=0$ (at $y=\eta$), $|\partial\psi/\partial x|, |\partial\psi/\partial y|<\infty$ (as $y\to\infty$) が用いられる。ここで $\epsilon=a/(\lambda/2\pi)$ を微小であるが有限なパラメーターとして，このベキによる級数展開の方法を用いて解を求める。($R \leqq O(1)$ の場合には regular perturbation の方法が適用できる。)

かようにして得られた結果を簡単に述べる。まず，$O(\epsilon)$ の解は波動成分のみからなり，一周期にわたる平均操作を行なうと 0 となり定常流は誘起されない。$O(\epsilon^2)$ の解は，方程

式系の非線型性により，非定常流成分（波動型）とともに定常流成分が現われる。この解は（振幅）^{2}／（波長）^{2}に比例し，yの増加とともに指数的に減少するというyに関する内部構造をもつことが分かる。これはTaylorの解（$R\to 0$）が内部構造をもたずに一定であるということと異なる点である。もちろん，我々の解で$R\to 0$とするときにはTaylorの解と一致する。　また，流体が壁面に及ぼす力が計算できるが，そのx成分（すなわち波動進行方向の定常な成分）は負の値をとることが分かる。すなわち，壁の波動運動がその伝播方向に流体を定常的に駆動し，逆にいえば，壁は静止流体中をその波動伝播方向と逆方向に自己推進することができるといえる。従って，我々の結果は，魚が流体中を自己推進する機構の基本的なモデルを与え，また工学的には外部から圧力勾配をかけずに流体を輸送する可能性を示唆するであろう。

{ここでは，ごく簡単に我々の解析を説明したが，詳しくは物理学会Jounalに投稿する予定である。}

文献

1) J. Gray : J. exp. Biol. 13 (1936) 192.

2) G. I. Taylor : Proc. Roy. Soc. A214 (1952) 158.

3) P. G. Saffman : J. Fluid Mech. 28 (1967) 385.

4) M. J. Lighthill : Annu. Rev. Fluid Mech. 1 (1969) 413.

5) Y.T. Wu : Advances in Appl. Mech. 11 (1971) 1.

6) Y.C. Fung and C.S. Yih : J. Appl. Mech. (1968) 669.

7) J.C. Burns and T. Parkers : J. Fluid Mech. 29 (1967) 731.

8) M.J. Manton : J. Fluid Mech. 49 (1971) 451.

9) J.M. Kendall. : J. Fluid Mech. 41 (1970) 259.

10) 種子田定俊 ; 第23回応用力学連合講演会抄録 (昭48年)