

# 学位審査報告書

(ふりがな) 氏名	もりや しゅんじ 森谷 駿二
学位(専攻分野)	博士(理学)
学位記番号	理博第 号
学位授与の日付	平成 年 月 日
学位授与の要件	学位規則第4条第1項該当
研究科・専攻	理学研究科 数学・数理解析 専攻
(学位論文題目)	Rational homotopy theory and differential graded category (有理ホモトピー論と微分次数付圏)
論文調査委員	(主査) 河野 明 教授 岸本 大祐 准教授 浅岡 正幸 准教授

理学研究科

( 続紙 1 )

京都大学	博士(理学)	氏名	森谷 俊二
論文題目	Rational homotopy theory and differential graded category		

( 論文内容の要旨 )

位相空間の有理ホモトピーは、その基本群が自明ないしは冪零な場合にはよく知られている。いくつか例を挙げると D.Quillen, D.Sullivan- J.Morgan, Chen などである。これを一般の基本群を持つ場合に拡張することはすでに 1970 年代から本質的に異なる物が様々に試みられてきた。一つは Bousfield-Kan による空間の有理ホモロジー局所化と呼ばれるもの、もう一つは基本群による同変局所化と呼ばれる。

最近 Schematic Homotopy Type あるいは Affine stack と呼ばれる中間的な構成が提唱されている。これは Grothendieck の予想から始まり、C.Simpson をへて Katzarkov-Pantsev-Toen によって研究され、また J.P.Pridham による別の構成も知られている。本論文は新しい別の拡張を目指したものである。とくに有限群を基本群とする場合には合理的であると考えられる同変局所化と本質的に同値になることが示されている。参考論文では一般にこの構成が Schematic Homotopy Type と同値なものであることが示されている。

局所系の複体は擬同値が導入されホモトピー代数を適用することが出来る。ここで重要なのは C.Simpson による完全性の条件 ( Maurer- Cartan とも言われる ) であった。注目するのはテンソル積の存在である。そこで本論文では、まずこれを公理化した closed differential graded category を定義してホモトピー代数がここでも有効になることが示される。これを位相空間上の局所系に適應することによりホモトピー型が定義される。有限群の場合は正則表現のような、射影的な対象があるのでこれを介して同変局所化と比較することが可能になる。淡中双対の拡張にもなっている。以上が本論文の主要結果である。

( 論文審査の結果の要旨 )

本論文はすでに出版済みである .

Schematic Homotopy Type は代数多様体のホモトピー不変量および多様体の族が作る局所系にかんしての必要な情報をすべて含んでいると予想されている . 基本群に関しては様々な代数 / 数論幾何学的な研究は重要なものとすでに認識されているが , 高次ホモトピーあるいは局所系も重要と思われる .

高次のホモトピー群に関してはいくつかの構造 (たとえばホッジ構造) がすでに Katzarkov-Pantsev-Toen や J.P.Pridham によって構成されている . しかし本論文が他の構成に比べて勝れていると思われる点は , いわゆる minimal model が存在することである .

従来の構成は , 単連結な場合の有理ホモトピー論での役割からすると Quillen による構成に近い . 関手性などは自然に従うが幾何学的な性質がどう反映するかは , そのままでは分らないものといえるだろう . 実際単連結な有理ホモトピー論のときでは , 具体的な幾何学への応用となると Sullivan-Morgan の流儀による minimal model が必要になることが多かった . そこで Schematic Homotopy Type の幾何学的な応用という点から見ればこのような minimal model の存在は期待されるものになっている . これについては参考論文でさらに探究されているが , そのホモトピー代数的な基本事項は本論文で確立されている . 技術的には自由積と Maurer-Cartan 条件との両立が重要であり通常の differential graded category でのホモトピー代数の構造が反映される .

基本群が自明でない場合には高次のホモトピー群の具体的な計算は minimal model があつたとしても容易ではないのだが , 本論文では , 最後にいくつか応用例が上げられている .

よって本論文は博士 (理学) の学位論文として価値ある物と認める . また論文内容とそれに関連した事項について平成 22 年 1 月 26 日に諮問を行った結果 , 合格と認めた .