非線形不規則波浪を用いた数値計算と模型実験の港湾設計への活用に関する研究

平成　１４　年　１１　月

平山克也

目　次

非線形不規則波浪を用いた数値計算と模型実験の
港湾設計への活用に関する研究

平山克也

要　旨

本研究は，港湾設計や海岸保全などの実務において，ともに多用される波浪変形計算法と造波装置を用いた水理模型実験の現状を概説するとともに，その高精度化を目的として，修正ブシネスク方程式を基礎とする新たな波浪変形計算モデルの計算理論とその基本的な計算特性，および実海域でみられるさまざまな多方向不規則波を造波する方法と数値計算におけるそれらの応用性についてとりまとめ，広く実務へ適用しうる波浪変形計算法を提案するものである．

水深変化の少ない比較的単純な地形の港湾では，港外の屈折・浅水変形が計算されるエネルギー平衡方程式法と，港内の回折・反射が計算される高山法をうまく組み合わせた波浪変形計算システム（P025）を用いて，港内外の波高分布を効率よく算定することができる．一方，さまざまな波浪変形が同時に生じる複雑な地形の港湾や，波の非線形化や砕波変形が無視できない海浜などを対象とした実務においては，水の運動をより厳密に解くことができるブシネスクモデル（NOWT-PARI，Ver4.6β）を適用することが有効である．本研究では，この新たな波浪変形計算モデルにおける解の厳密性や適用性，およびさまざまな港湾・海岸構造物や自然地形を対象とした境界処理法の妥当性を，波動理論上の厳密解や模型実験結果，および従来の計算モデルによる計算結果との比較によって検証した．さらに，境界処理法に関する現在の問題点や今後の改良点について，その計算理論や具体的な計算法を述べるともに，その効果について現地を対象とした模型実験結果により検証した．

一方，造波装置を用いた水理模型実験では，実海域の波浪場を水槽内に再現することが可能である．本研究では，Ｌ型配置多方向不規則波造波装置を用いて，水層内に効率的に多方向不規則波する方法や，二方向波浪および非定常波浪の造波方法を提案した．さらに，これらの造波方法が，ブシネスクモデルを用いた数値波動水槽における入射境界に適用し得ることを示した．

本研究における主要な成果は，波浪変形問題を対象とした実務におけるブシネスクモデルの計算理論とそれらの計算精度を検討したことに加え，さまざまな境界処理法の改良を通じて，地形条件や境界条件，および沖波条件に対するブシネスクモデルの適用範囲を拡張したことである．

キーワード：波浪変形計算，ブシネスクモデル，NOWT-PARI，多方向不規則波，造波装置

1. はじめに

現実の港湾や海岸，およびその周辺でみられる波浪を明らかにするために，従来から実施されている水理模型実験とともに，近年では，計算機によって波浪変形を算定するさまざまな波浪変形計算法が開発されている．港湾計画の策定や事業効果の評価などの実務において，現在広く用いられている波浪変形計算システム（P025）では，港外においては波の屈折・浅水変形を計算できるエネルギー平衡方程式を，港内においては波の回折・反射が計算できる高山法をそれぞれ適用することにより，港内外の波高分布を算定している．ところが，波の屈折と回折が同時に生じる計算対象，例えば，海底地形が複雑な港湾や，離岸堤やヘッドランドによって防護された海浜周辺などでは，いずれの計算法によっても現実の波浪変形を精度よく算定することは難しい．また，波を位相平均したエネルギーとして捉えているために，防波堤・護岸前面の重複波や港内の副振動現象，あるいは，波群に由来する長周期波の発生などが算定されないなど，多様化する実務に対する適用限界が指摘されるようになってきていることも事実である．

一方，本研究で取り扱うブシネスクモデルは，港内外の波浪変形を同時にかつ高精度に算定する最新の計算手法として，近年，その有用性が広く注目されている．このモデルでは，対象海域における水位変動と流速変動を直接計算することにより，港内外の波高分布や沿岸域の波・流れ場を精度よく算定するばかりでなく，不規則な波の造波や，コンピュータグラフィックスによる波のアニメーション化が可能である．ブシネスクモデルにおけるこれらの特徴から，今後，次のような実務への適用が期待されている．

- 防波堤や消波工などの設置による港内波高の低減量算定に関する高精度化（模型実験による検討の補完・代替）
- 港内静穏度および荷役稼動率算定に関する高精度化
- 係留船舶や大型浮体の動揺計算に対する波浪外力の算定（波形・波による流れ）
- 海浜変形および漂砂計算に対する波浪外力の算定
- 港内副振動および長周期波による荷役障害への対応（長周期波の発生・伝播）
- 港湾機能の維持・海岸防護に対する港湾・海岸構造物の役割などに関する啓蒙（数値計算の CG 化）

このように，従来の波浪変形計算システム（P025）によって検討が進められてきた問題に対する計算の高精度化，および，新たな問題に対する波浪変形計算を可能にするブシネスクモデルは，実務において従来法の限界を補う新しい波浪変形計算法であるといえる．

ところで，本来は津波などを対象とした長波近似のブシネスク方程式を，短周期の波浪の変形解析に適用する試みは，Abbott ら（1978）によって始められた．以来，多くの研究者によってさまざまな条件における適用性が検討されている．例えば平石ら（1995）は，断面２次元あるいは平面２次元の波浪場においてみられる基本的な波浪変形に対するブシネスクモデルの適用性を，解析解や既存の数値モデルによる計算結果，あるいは模型実験結果との比較により検証し，比較的周期の長い波に対しては，十分な計算精度を発揮することを確認している．

また Madsen ら（1991）は，ブシネスク方程式に補正係数を導入して，比較的周期の短い波から長い波までを統一した形で合理的に表現できる修正ブシネスク方程式を提案した．その後，平山ら（1998）は，水面波の近似度によってさまざまな形が提案されているそれぞれのブシネスク方程式を用いて，非線形な波の浅水変形や台形潜堤背後の波浪変形を計算し，水深を場所の関数としたMadsen・Sørensen（1992）による修正ブシネスク方程式の適用性が優れていることを示した．さらに，ブシネスクモデルの実務へ適用する試みのうち著者らによるものとして，例えば，ADI 差分法を用いたブシネスクモデルにおける打切り誤差の抑制法（平山ら，1999）や，地形変化が波浪場に与える影響を考慮した地形変化予測モデルの開発（平山ら，2000），あるいは，時々刻々と変化する護岸越波量の簡易算定式の提案（平石ら，2000）などの研究が挙げられる．また最近では，消波ブロックで被覆された消波構造物における波の反射現象を客観的に再現する任意反射境界（平山，2001a，平山，2001b，平山・平石，2001）が開発され，ブシネスクモデルの実用化への期待が急速に高まっている．

一方，現地海岸や港湾における波浪変形を明らかにするもう一つの有効な手段として，従来から広く実施されている水理模型実験が挙げられる．水面で生じる波には，大きく分けて，表面張力波と重力波がある．前者には，水溜りや水面の静かな湖沼に吹くそよ風によって生じるさざ波などが当てはまる．しかしながら，港湾・海岸施設の設計や沿岸域の環境評価などの実務においてその外力となる波は，圧倒的に後者の重力波に分類されるものである．そしてこの場合には，フルードの相似則を用いてスケールダウンされた水理模型実験によって，実スケールの重力波と同じように振舞う波を実験水槽内で観察

することができる．

このとき重要となるのは，実海域に存在する波を造波装置によっていかに精度よく再現するかということである．現実の沖合海域でみられる非常に複雑な波は，一般に，多方向不規則波と呼ばれる．海岸工学の分野では，このような波浪場は，確率過程として表し得ることを前提として，振幅や周波数，波向および位相が異なる多くの成分波（規則波）の線形重ね合わせによって表現される（Longuet-Higgins，1957）．また，このような多方向不規則波の諸元は，成分波のエネルギーが周波数 f および方向角 θ に関してどのように分布しているかを表す，方向スペクトル密度関数（または，方向スペクトル）によって定義される．そこで，実験水槽内に実海域の波浪場を再現するためには，現地で観測された方向スペクトルを有する多方向不規則波を忠実に造波する，多方向不規則波造波装置が必要となる．

多方向不規則波の造波理論は，造波目標とする波の方向スペクトルから，成分波の振幅，周波数，波向，およびそれらの位相を推定し，それらを線形に重ね合わせた造波信号に従って，直線的に配置された複数枚の造波板の振幅や移動速度を時々刻々と変化させるというものである（高山ら，1984）．さらに最近では，水槽内の実験模型から反射される波を吸収しながら造波する方法（伊藤ら，1994）や，限られた水槽面積を有効に活用するための新たな多方向不規則波造波装置（平石・金澤，1995），あるいは，大規模な現地観測によりその存在が明らかとなった二方向波浪や非定常波浪を再現するための造波方法（例えば，加藤ら，1999，平山ら，2000）などが開発されている．いずれにせよ，造波装置によって造り出された模型波を用いた水理模型実験では，フルードの相似則に従う限り，実海域における非線形な波浪変形が再現される．ただし，多くの場合，波の非線形性は造波後の波浪伝搬過程においてのみ考慮されている．

ところで，このような造波装置を用いた水理模型実験を上述のブシネスクモデルと対比させて考えると，水槽内の波浪伝搬過程は，水面変動を時間を追って計算するブシネスク方程式を用いた数値計算過程に対応していることがわかる．また，ブシネスクモデルにおける入射境界は，ちょうど模型実験における造波装置と同じ役割を果たすと考えられる．したがって，多方向不規則波造波装置における造波理論をブシネスクモデルに適用することにより，実験水槽内の水理模型上でみられる波の伝搬や変形を数値計算によって再現することが可能になるばかりでなく，これらを実スケールで実施することにより，実海域での波浪変形を数値的にシミュレートすることができると考えられる．

そこで本研究では，実海域における波浪場を対象としたブシネスクモデル（NOWT-PARI，Ver4.6β）の計算理論とその基本計算特性，および計算精度の向上を目的としたいくつかの改良法を述べるとともに，多方向不規則波造波装置の造波理論とそれを用いた水理模型実験手法について概説する．そして，実海域で観測されたより現実的な波浪場を効率的に再現する新たな造波方法を提案するとともに，ブシネスクモデルを用いた数値波動水槽におけるそれらの応用性について検討する．さらに，現実の海岸や港湾を対象に実施された模型実験結果と数値計算結果を比較して，ブシネスクモデルにおける実務への適用性について検証する．

まず，２章において従来の波浪変形計算法の種類とその適用範囲について概説し，特に，実務において頻繁に使用されている代表的な波浪変形計算法について，その計算理論と適用限界を述べる．これに並行して，波浪変形問題の解明に従来から広く用いられている，多方向不規則波造波装置を用いた水理模型実験について，その造波理論や実験データの計測方法などを概説する．

また，３章では，波形の時間変化を直接解く「波動方程式」について概説し，そのなかでも特に汎用性が高いと思われるブシネスク方程式の計算精度とその適用範囲について述べる．特に，本研究において開発した修正ブシネスク方程式による高精度波浪変形計算法に関して，その基礎方程式の誘導方法や境界条件の設定方法，およびその基本的な計算精度について述べる．さらに，実務への適用に際して重要となる開境界や防波堤・護岸における部分反射境界の設定法について詳述するとともに，モデル港湾を対象として，従来の波浪変形計算法とブシネスクモデルによる計算結果の違いについて考察を行う．

つぎに，４章では，ブシネスクモデル（NOWT-PARI，Ver4.6β）に関する今後の改良予定を紹介し，差分解法における打切り誤差を抑制する方法や，高次エネルギー減衰項を用いてスポンジ層の消波効率を改良する方法について述べる．また，本モデルで用いた砕波モデルの問題点について考察する一方，新たな砕波モデル開発の必要性や，反射波の位相を考慮した任意反射境界とその適用性について紹介する．

また，５章では，ブシネスクモデルにも応用できる効率的な多方向不規則波の造波方法について述べるとともに，最近の大規模な波浪観測によってその存在の多さが明らかとなった二方向波浪や非定常波浪のＬ型配置不規則波造波装置による造波方法や，ブシネスクモデルによるそれらの再現性について検討する．

さらに，６章では，珊瑚礁に面する人工海浜を対象とした移動床模型実験を行い，珊瑚礁海域における波浪場や人工海浜における海浜変形の様子を明らかにするとともに，ブシネスクモデルによるそれらの再現性について検討する．また，港内の海底地形が複雑な港湾を対象として，従来の波浪変形計算法と，新たに開発した任意反射境界を有するブシネスクモデルを用いた波浪変形計算を行い，合わせて実施された水理模型実験に対する計算精度について検証する．さらに，有限な水槽内では造波することが難しい長周期波をブシネスクモデルに入射させて，このときに得られる港内波高分布の特性や計算結果の妥当性について検討する．

最後に，７章において以上の研究のまとめを行う．

【 参考文献 】

伊藤一教・磯部雅彦・勝井秀博（1994）：多方向不規則波の反射波吸収造波理論，海岸工学論文集，第 41 巻，pp.101-105.

加藤雅也・平山克也・丸山晴広・平石哲也（1999）：デュアル・フェース・サーペント型造波装置による二方向波浪の造波特性, 港湾技術研究所資料, No.927, 24p.

高山知司・永井紀彦・合田良実（1984）：サーペント型造波装置の制御方式と造波特性，港湾技術研究所資料，No.509，30p.

平石哲也・上原功・鈴木康正（1995）：ブシネスク方程式を用いた波浪変形計算法の適用性, 港研資料, No.814, 22p.

平石哲也・金澤剛（1995）：マルチ・フェイス多方向不規則波造波装置の適用性について，港湾技術研究所報告，第 34 巻，第 2 号，37p.

平石哲也・平山克也・河合弘泰・上原　功（2000）：熊本県竜ヶ岳町における台風 9918 号高潮災害の特性, 海岸工学論文集，第 47 巻，pp.306-310.

平山克也（2001a）：ブシネスクモデルにおける透水層内の波浪減衰を考慮した任意反射境界処理法の開発, 海岸工学論文集，第 48 巻，pp.26-30.

平山克也（2001b）：ブシネスクモデルにおける任意反射境界処理法を用いた非線形部分重複波の計算，港空研報告，第 40 巻，第 4 号，pp.3-48.

平山克也・平石哲也（2001）：ブシネスクモデルにおける透水層を用いた任意反射境界処理法の開発，港研報告，第 40 巻，第 1 号，pp.3-30.

平山克也・上原　功・永松宏一・平石哲也（1998）：珊瑚礁リーフにおける波と流れの計算法の適用性，海岸工学論文集，第 45 巻，pp.161-165.

平山克也・加藤雅也・平石哲也（1999）：ADI 差分法を用いたブシネスクモデルの打切り誤差解析，海岸工学論文集，第 46 巻，pp.86-90.

平山克也・上原　功・平石哲也（2000）：領域接続法を用いた時間発展型地形変化予測モデルの開発，海岸工学論文集，第 47 巻，pp.196-200.

平山克也・平石哲也・細谷徳男（2000）：時間的に変化する波浪の造波とその解析，海岸工学論文集，第 47 巻，pp.6-10.

Abbott, M. B., H. M. Petersen and O. Skovgaard (1978) : On the numerical modelling of short waves in shallow water, *Journal of Hydraulic Research*, 16, No.3, pp.173-204.

Longuet-Higgins M. S. (1957) : The statistical analysis of a random, moving surface, *Phil. Trans. Roy. Soc. London, Ser. A* (966), Vol.249, pp.321-387.

Madsen, Per A., Russel Murray and Ole R. Sørensen (1991) : A new form of the Boussinesq equations with improved linear dispersion characteristics, *Coastal Eng.*, 15, pp.371-388.

Madsen, Per A. and Ole R. Sørensen (1992) : A new form of the Boussinesq equations with improved linear dispersion characteristics. Part2. A slowly-varying bathymetry, *Coastal Eng.*, 18, pp.183-204.

2. 港湾設計における波浪外力

2.1 港湾構造物の設計波

風によって発生・発達する海の波は風波とよばれる．低気圧によって発生する周期の長いうねりを合わせると，それらの周期は概ね 4～20s 程度である．ここでは，港湾や海岸におけるこれらの波の変形と，水理模型実験や波浪変形計算における取り扱い法について概説する．なお最近では，係留された大型船舶の共振現象を引き起こす周期 30～300s の長周期波の存在が注目されているが, 波群による拘束を解かれた自由波としての長周期波の変形やその取り扱いは，風波やうねりとほぼ同様に考えることができる．

(1) 港湾・海岸でみられる波の変形

a) 波浪変形の種類

沖波が浅海域に入射すると，**図-2.1** に示すように様々な波浪変形を受ける．これらの波浪変形の特徴を水深の影響によって整理すると，**表-2.1** のように表される．波浪変形は大まかに，海底地形の影響によって生じる屈折系（屈折・浅水変形・砕波）と，水深に関係なく構造物の影響によって生じる回折系（回折・反射・透過）に分類される．

水面でみられる波は，その復元力の違いから大きく表面張力波と重力波に分類される．ここで表面張力波の周期は高々0.1s 程度であるから，港湾設計で対象となる波浪はほぼすべて重力波である．そこで，波浪変形に関する水理模型実験ではフルードの相似則を適用することができる．したがって水の粘性や海底による摩擦の影響を

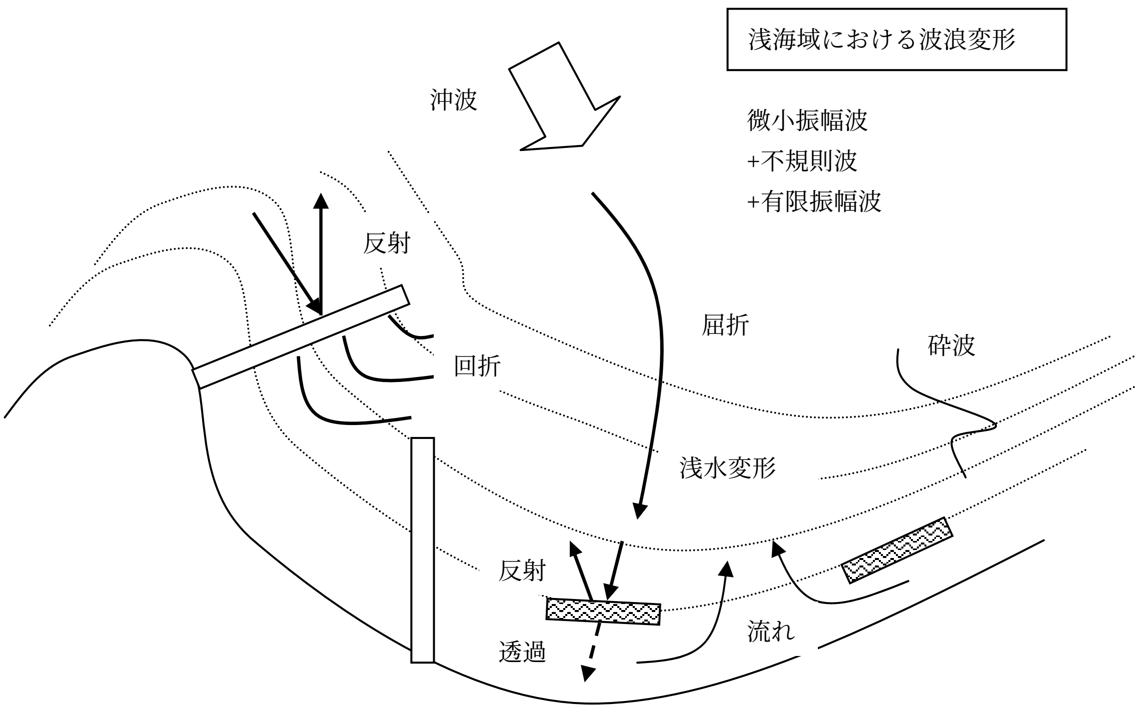


図-2.1 浅海域における波浪変形（土木学会，海岸工学委員会，研究現況レビュー小委員会（1994）を修正して転載）

表-2.1 波浪変形の分類

波浪変形	特徴	変形が起こる水深
①屈折	波向が海岸に対して直角に近づく	波長の半分より浅くなると
②回折	波が島や防波堤の背後に回りこむ	遮蔽物があれば，どんな水深でも
③浅水変形	波の峰が一度小さくなり，その後しだいに立ち上がる	水深が沖波波長の約 0.6 倍より小さくなると
④砕波	波の峰が崩れる	波高の約 2 倍より浅くなると
⑤反射	何かに衝突して進行方向や波高が変わる	遮蔽物があれば，どんな水深でも
⑥透過(伝達)	何かを乗り越えたり隙間を通り抜ける	遮蔽物があれば，どんな水深でも

無視し得るとき，模型上で観測される波浪変形は実海域における現象とよく相似していると考えることができる．

しかしながら，これらを波浪変形計算モデルで取り扱うとき，モデル方程式によりそれぞれ厳密性に違いがみられる．例えば，微小振幅波を基本としたモデル方程式では，ごく浅い海域における浅水変形に大きな誤差が生じる．また，波の位相を無視し沖波スペクトルの変化を計算するモデル方程式では，防波堤前面における重複波の分布や対象地点における時間波形などを得ることができない．

b) 沖波

水深が波長の半分以上ある海域を深海域といい，この波を沖波（あるいは深海波）という．沖波の周期を T_0 (s) とすると，沖波の波長 L_0 (m)は次式で与えられる．

$$L_0 = \frac{g}{2\pi} T_0^{\ 2} = 1.56 T_0^{\ 2} \qquad (2.1)$$

沖波（深海波）は海底の起伏の影響を受けず，島や構造物など波の進行を直接妨げるもの（これを遮蔽物という）がない限り，波高，周期，波向は変化しない．

c) 波の不規則性と有限振幅性

波浪変形計算に用いる入射波浪は，微小振幅の規則波が基本である．微小振幅波は波浪変形計算モデルを構成する多くのモデル方程式で用いられている．しかしながら，実際の海の波は不規則性を有し，また，高波浪時あるいは浅海域では波の有限振幅性による波浪変形も無視できない．入射波浪のこのような特性が厳密あるいは近似的に考慮されるか, または無視されるかということは，波浪変形計算モデルによって異なる．また，水理模型実験におけるこれらの再現性は，造波装置が有する造波特性や造波機能等に大きく依存すると考えられる．

(2) 代表波と周波数スペクトル

水圧式や超音波式の波高計を用いて海面の水位変動を観測すると，例えば，**図-2.2** のような不規則な波形記録が得られる．このように現地で観測された波を水理模型実験や波浪変形計算の入射波条件，あるいは実験結果や計算結果の検証データとして用いるために，ここでは，不規則な波の工学的な捉え方について述べる．

a) 代表波法

不規則な波形を統計処理して求められる，平均波，1/3 有義波，1/10 有義波，最高波などの代表波の波高や周期によって不規則波を表示する方法を，代表波法という．不規則な波形から個々の波の波高や周期を切り出す方法として，わが国では，ゼロアップクロス法が最も一般的

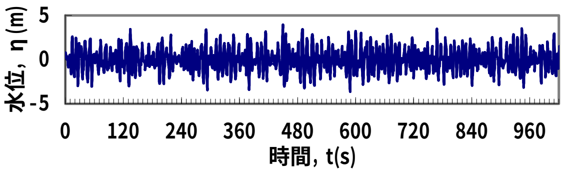


図-2.2　波高計で観測された波形記録例

表-2.2　波浪観測地点で得られた代表波

波数；152 波	波高	周期
最大波：H_{max}，T_{max}	9.0m	8.2s
1/10 有義波：$H_{1/10}$，$T_{1/10}$	6.3m	7.9s
1/3 有義波：$H_{1/3}$，$T_{1/3}$	5.0m	8.0s
平均波：H_{bar}，T_{bar}	3.1m	6.7s

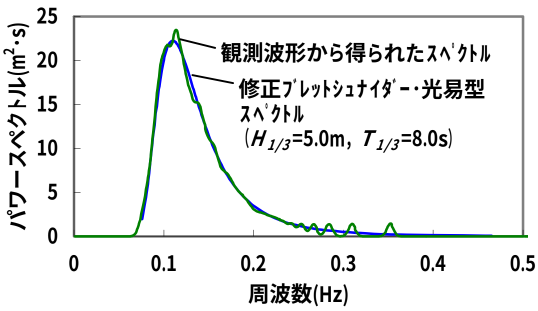


図-2.3　波浪観測地点で得られた周波数スペクトル

に用いられている．**表-2.2** は，**図-2.2** の波形記録より求められた代表波を示したものである．

b) スペクトル法

不規則な波形をフーリエ変換して求められる波のエネルギー分布（周波数スペクトル）によって不規則波を表示する方法を，スペクトル法という．**図-2.3** は，高速フーリエ変換（FFT）によって得られた，**図-2.2** の波形記録に対する周波数スペクトルである．**図-2.3** には，式（2.2）のように定義される修正ブレットシュナイダー・光易型スペクトルを合わせて示す．これは，有義波高 $H_{1/3}$ と有義波周期 $T_{1/3}$ をパラメータとして，数多くの現地観測データから推定された風波スペクトルの標準形である．

$$S(f) = 0.205 H_{1/3}^{\ 2} T_{1/3}^{\ -4} f^{-5} \exp\left[-0.75 (T_{1/3} f)^{-4}\right] \qquad (2.2)$$

(3) 多方向不規則波の表示

a) 多方向不規則波の級数表示

不規則な波形を離散フーリエ変換することにより，不規則波はいくつかの成分波に分解される．このとき，あ

る成分波の水位変動を表す式に，波向きに関するパラメータが含まれているとすると，これらを数多く重ね合わせて形成される不規則波は，波高や周期だけでなく，波向きについてもある統計量が定義される．このような波を多方向不規則波という（式（2.3））．

$$\eta = \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ a_n \cos\left[k_n \left(x\cos\theta_n + y\sin\theta_n \right) - \sigma_n t + \varepsilon_n \right] \right\} \qquad (2.3)$$

$$k_n = 2\pi / L_n \qquad \sigma_n = 2\pi f_n$$

ここで，a_n，f_n，θ_n，ε_nはそれぞれ，n 番目に重ね合わせる規則波の振幅，周波数，波向，初期位相を表す．また L_nは，水深と周波数（周期=1/(周波数)）より一義的に決まる波長である．平面座標を表す x, y を定めることにより，その場所での海面の形状ηが与えられる．

海岸付近でみられる波は，海底地形による屈折変形を受けて波向きがほぼ揃った一方向性の強い不規則波である．一方，沖合でみられる波は，個々の成分波の波向きが一様でない多方向不規則波である．したがって，実港湾を対象とした水理模型実験や波浪変形計算では，入射波条件として多方向不規則波が設定されることが多い．

b) 方向スペクトル

ただ 1 地点における水位変動の計測記録から，不規則波の卓越波向やその方向集中度を推定することはできない．そこで多方向不規則波は，波浪観測点における水位変動と 2 方向の平面流速データ，あるいは隣接する 3 点以上の水位変動を計測し，それらから推定される方向スペクトルによって表示される．方向スペクトルの推定方法には EMLM 法，EMEP 法，BDM 法など（橋本，1992）がある．

方向スペクトルは，周波数スペクトルと，周波数と波向きの関数である方向関数によって，式（2.4）のように定義される．わが国では，式（2.5）～（2.7）で表される光易型方向関数が一般的に用いられている．

$$S(f,\theta) = S(f)\,G(f;\theta) \qquad (2.4)$$

$$G(f;\theta) = G_0 \cos^{2S}\left(\frac{\theta}{2}\right) \qquad (2.5)$$

$$G_0 = \left[\int_{\theta_{\min}}^{\theta_{\max}} \cos^{2S}\left(\frac{\theta}{2}\right) d\theta \right]^{-1} \qquad (2.6)$$

もし，$\begin{cases} \theta_{\min} = -\pi \\ \theta_{\max} = \pi \end{cases}$ ならば $G_0 = \dfrac{1}{\pi} 2^{2S-1} \dfrac{\Gamma^2(S+1)}{\Gamma(2S+1)}$

表-2.3　方向集中度パラメータ S_{max}

風波	S_{max} =10
減衰距離の短いうねり（波形勾配が比較的大）	S_{max} =25
減衰距離の長いうねり（波形勾配が小）	S_{max} =75

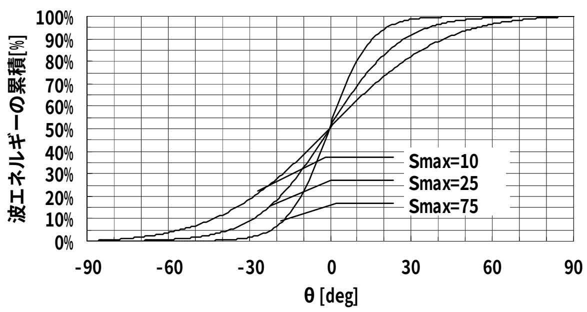
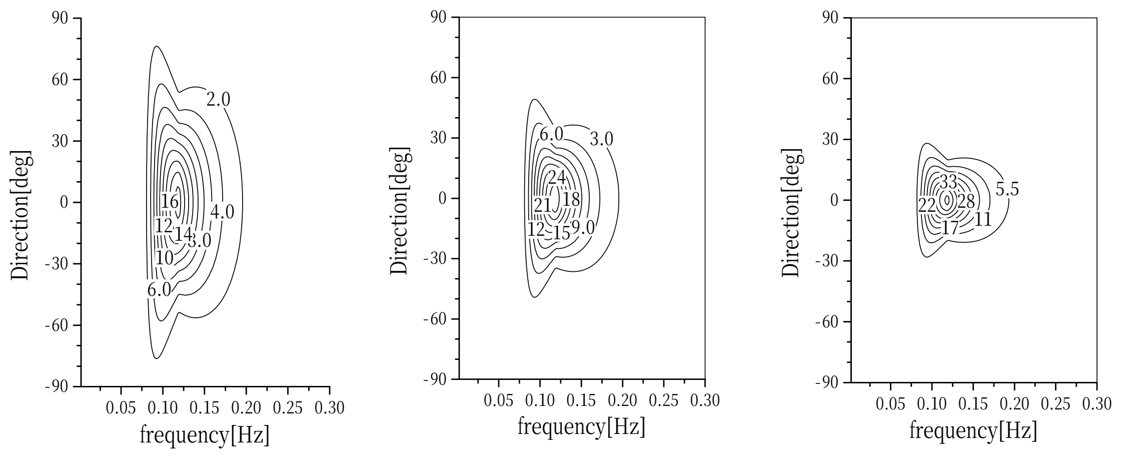


図-2.4　波のエネルギー累加曲線



（a）S_{max} =10　（b）S_{max} =25　（c）S_{max} =75

図-2.5　方向スペクトル（$H_{1/3}$=5.0m，有義波周期 $T_{1/3}$=8.0s，波向 0°）

$$S = \begin{cases} S_{\max} \cdot (f / f_p)^5 & : \quad f \le f_p \\ S_{\max} \cdot (f / f_p)^{-2.5} & : \quad f \ge f_p \end{cases} \qquad (2.7)$$

ここで， $f_p = 1/(1.05 T_{1/3})$

式（2.7）中の S_{max} は多方向不規則波の方向集中度を表すパラメータであり，波向がそろっているほど大きな値をとる．わが国では，合田（1977）にならい**表-2.3** で与えられる数値を用いることが多い．

方向スペクトルのエネルギーは，それがピークとなる方向（これを主波向という）を挟んで，方向集中度パラメータ S_{max} に応じて，**図-2.4** のように分布している（**図**では主波向は 0°）．また，方向に関する波エネルギー分布の範囲は，S_{max} =10 では±90°，S_{max} =25 では±60°，S_{max} =75 では±40°というものが一つの目安である．

有義波高 $H_{1/3}$=5.0m，有義波周期 $T_{1/3}$=8.0s，波向 0°，方向集中度 S_{max} =10，25，75 の方向スペクトルを**図-2.5** に示す．

2.2 造波装置を用いた水理模型実験

(1) Ｌ型配置多方向不規則波造波装置の概要

港湾構造物の大水深化に伴い，多くの研究機関でさまざまなタイプの多方向不規則波造波装置が開発され，沖波を再現した水理模型実験が実施されている．一方，近年の大規模な現地観測により，低気圧の通過に伴い比較的短時間のうちに多方向波の主波向が変化することや，主波向やピーク周波数の異なる２つの波浪が重畳する二方向波浪の存在などが明らかになっている（永井ら，1992）．これらが港湾･海岸等の設計に及ぼす影響を考慮するために，模型実験ではより実際に近い海の波を水槽内に再現することが求められている．また，実験水槽の面積や造波装置の設置長などの制約から，年々広域化する実験対象海域に対して，水槽内に十分な広さの有効造波領域を確保することは容易ではない．そこで，これらの問題に対応するために新たに開発された「Ｌ型配置多方向不規則波造波装置（デュアル・フェース・サーペント）」の概要について以下に紹介する（Hiraishi et al., 1998）．

a) デュアル・フェース・サーペントの仕様

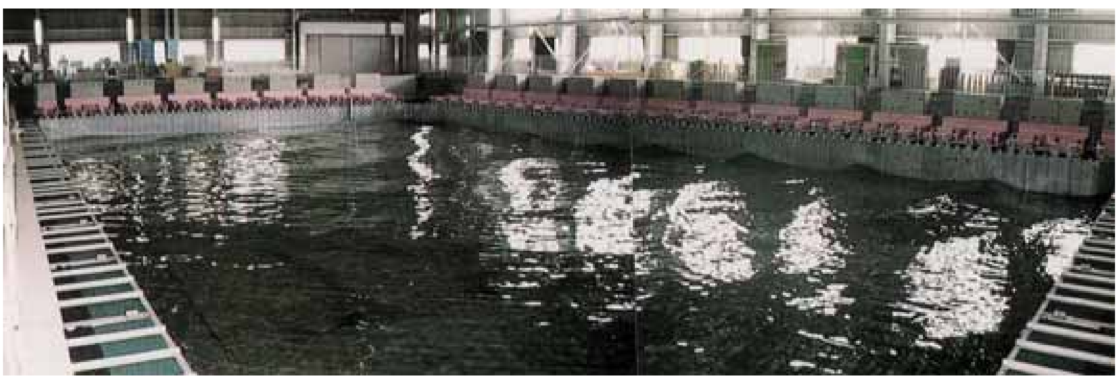
デュアル・フェース・サーペントとは，２つの造波面（First Face および Second Face）をＬ字型に配置した多方向不規則波造波装置である（**写真-2.1**）．それぞれの造波面は 49 枚と 29 枚の造波板が各々ヒンジ結合され，駆動軸がヒンジ部に取り付けられた「スネーク型」とよばれる機構が採用されている．また，それぞれの造波板の前面には容量式波高計が２本ずつ設置され，空間的な水位変動をリアルタイムで計測することにより多方向不規則波の吸収造波が行われ，水理模型からの反射波や互いに造波された波に影響されることなく，目標とする波を造波することができるように工夫されている．

実験水槽の大きさは 25m×37m×2m であり，造波が可能な最大水深は 1m である．水槽壁からの波の反射を抑制するために，水槽の周囲４辺には総延長 120m に渡って消波工を配している．デュアル・フェース・サーペントおよび水槽の平面図を**図-2.6** に，デュアル・フェース・サーペントの諸元を**表-2.4** に示す．

b) デュアル・フェース・サーペントの機能

１つの波を２つの造波面の連動により造波する「マルチ・フェース・モード」では，**図-2.6** に示したように，１つの造波面に比べてより広い有効造波領域を確保することができる（5.1 参照）．このとき２つの造波面が接するコーナー部には板幅が自在に変化する連結板が装着され，両側のピストン運動に追従して動作することにより，コーナー部からも波エネルギーの供給が行えるように工夫されている．また，単独の造波面では主波向を傾けにくい多方向波において，逆に主波向を傾けることにより，

写真-2.1　デュアル・フェース・サーペント



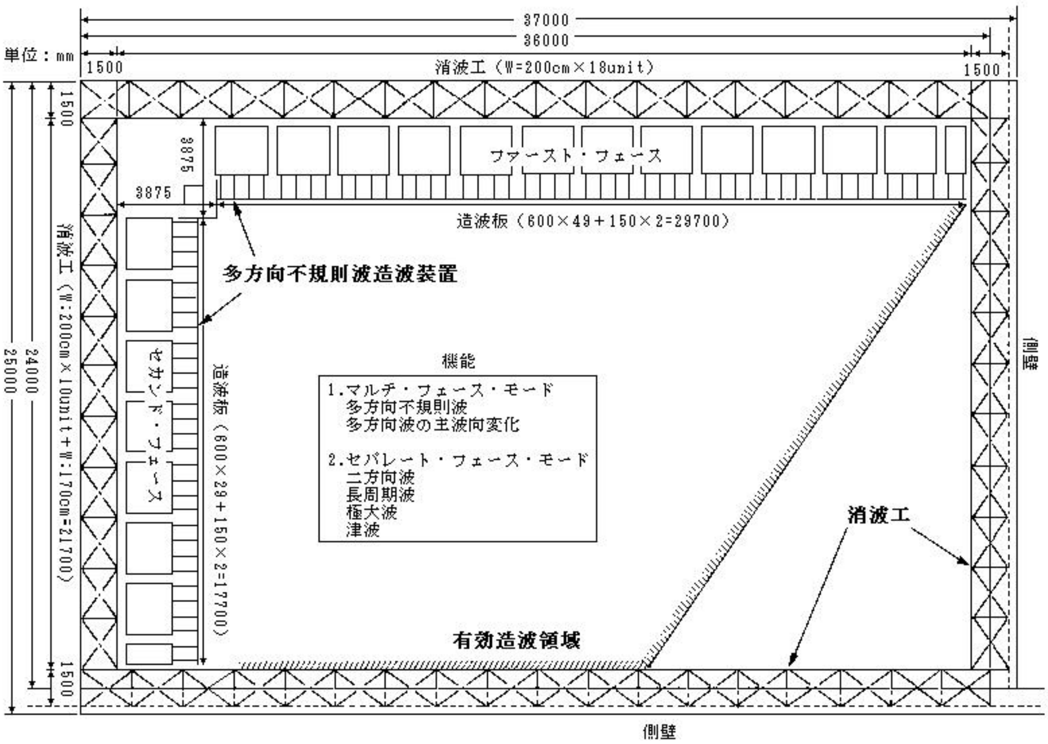


図-2.6　デュアル・フェース・サーペントおよび水槽の平面図

表-2.4　デュアル・フェース・サーペントの諸元

	ファースト・フェース	セカンド・フェース
造波装置	50 台	30 台
造波板幅	29.4m（0.60m×49 枚）	17.4m（0.60m×29 枚）
電動機	AC サーボモータ（1.5kW/台）	
最大発生波高	30cm	
有効最大ストローク	±600mm（セパレート時）	
造波周期	0.7～30.0sec	
連続造波可能時間	6 時間以上	

ほぼ水槽全域を実験領域とする多方向不規則波の造波が可能である．さらに，造波時に連続的に主波向を変化させる機能を用いて，低気圧通過時の波向変化を忠実に再現することができる（5.3 参照）．

一方，２つの造波面をそれぞれ独立した造波装置として制御する「セパレート・フェース・モード」では，周期の短い風波と比較的長い周期のうねりをそれぞれ造波して，主波向が 90 度以上異なる二方向波浪を造波することが可能である（5.2 参照）．さらに，いずれか片方の造波面では風波と同時に，自由進行波として考えた長周期波を造波することができる．一方向波の風波と長周期波を合成して造波したとき，水層内で観測された周波数スペクトルを**図-2.7** に示す．

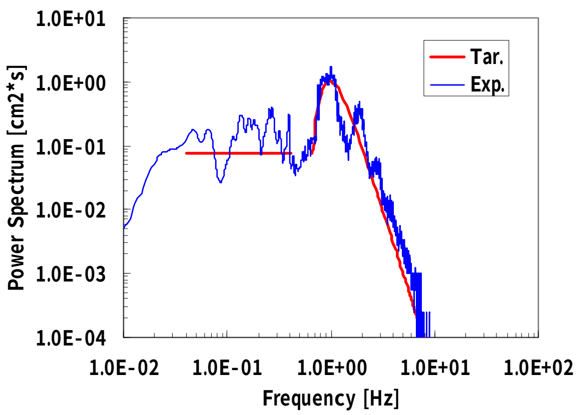


図-2.7　風波と長周期波が重畳した周波数スペクトル

c) 制御・計測システム

デュアル・フェース・サーペントにおける造波制御および波浪計測のシステム概念図を**図-2.8** に示す．

デュアル・フェース・サーペントの制御システムは，造波装置上に設置された制御盤と，制御室に設置された造波信号作成用ＰＣおよび操作用ＰＣからなる．造波する波の目標スペクトルは造波信号作成用ＰＣで成分波の各諸元に変換され，造波に必要な情報が各造波機ユニット上の制御盤に転送される．各制御盤ではこれらをもとに造波信号がリアルタイムに合成され，造波板の位置や駆動速度が制御される．さらに吸収造波実施時には，逐次計測される造波板前面の水位変動に応じて造波信号が補正される．オペレータは，操作用ＰＣの画面に表示されたタッチパネルを用いて，造波機の起動，停止などの操作や，造波装置の状態確認を行うことができる．

一方，計測システムは，計測・解析用ＰＣとＡ／Ｄコンバータからなる．容量式波高計や電磁流速計などを用いて計測されたアナログデータは，Ａ／Ｄコンバータによりデジタルデータに変換され，計測・解析用ＰＣに取り込まれる．このようにして得られた波データはスペクトル解析され，その結果はＬＡＮによって接続された造波信号作成用ＰＣにフィードバックされる．そして，目標スペクトルに対する差異を修正した新たな造波スペクトルによって，精度の高い造波が可能となっている．

(2) 多方向不規則波の造波

多方向不規則波の水位変動 $\eta(x,y,t)$が，式（2.3）のようにシングルサンメーション方式によって与えられる場合には，n 番目の成分波の振幅 a_n は次式で計算される．

$$a_n = \sqrt{2S(f_n)\delta f_n} \tag{2.8}$$

ここで，$S(f_n)$および δf_n は，それぞれ周波数スペクトルとその離散幅を表す．また，周波数スペクトル関数として，式（2.2）に示した修正ブレットシュナイダー・光易型スペクトルを用いて等エネルギー分割したときの n 番目の成分波の周波数 f_n は，次式で計算される．

$$f_n = \frac{0.9306}{T_{1/3}}\left[\ln\frac{2N_s}{2n-1}\right]^{-1/4} \qquad n = 1,2,3,\cdots,N_s \tag{2.9}$$

シングルサンメーション方式で造波される多方向波の n 番目成分波の波向 θ_n は，式（2.5）～（2.7）に示した方向関数 $G(f;\theta)$の累加曲線に，0 から 1 までの一様乱数を発生させて決定される．また，n 番目の成分波の初期位相 ε_n は，0 から 2π までの一様乱数で与えられる．

このようにして与えられる N_s 個の成分波をすべて重

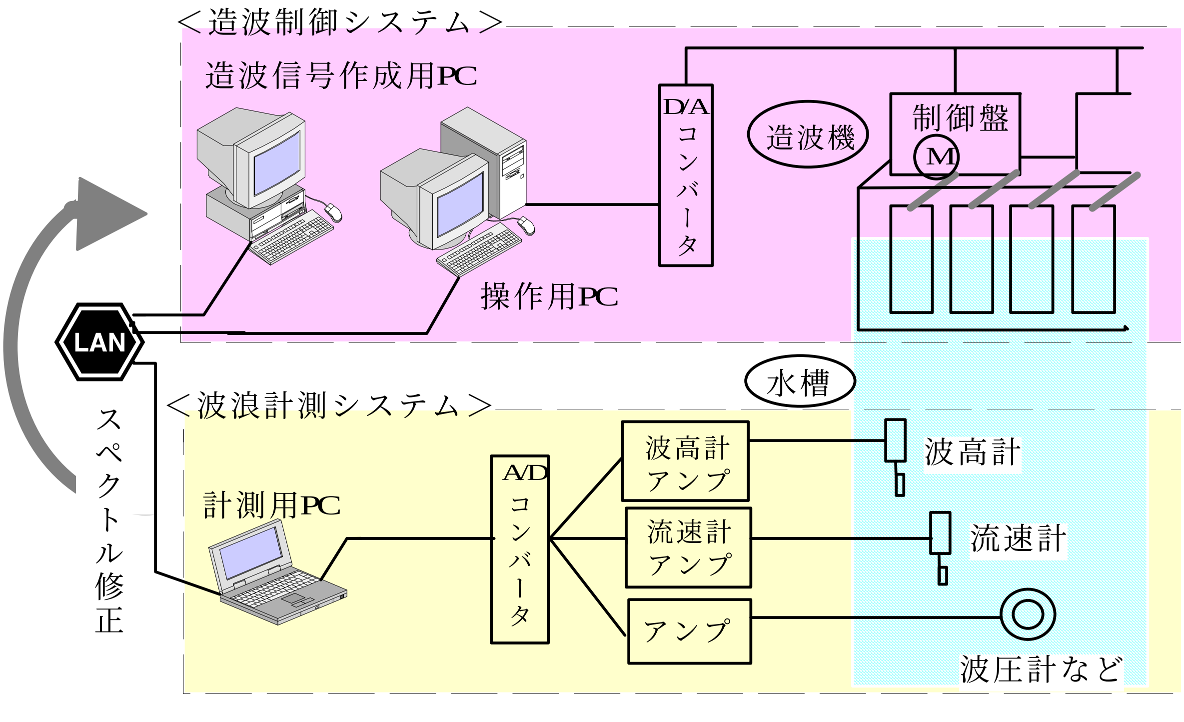


図-2.8 デュアル・フェース・サーペントにおける制御・計測システム

ね合わせると，造波時刻の経過とともに，設定された沖波方向スペクトルに対応する造波位置における水位変動が時々刻々と与えられていくことになる．

成分波の数 N_s が多いほど，統計的に確からしい不規則波が造波される．しかしながら，成分波の数 N_s の増加は造波信号作成時における演算量の増加につながるので，一方向波では N_s=100～500 程度，多方向波では N_s=500～1000 程度をめやすとして提案する．

確率過程を満足する多方向不規則波を造波するためには，できるだけ造波時間を長くする必要がある．造波信号をリアルタイムに合成するデュアル・フェース・サーペントではほぼ無限に造波し続けることが可能である．しかし，データ記録装置の容量やデータ処理能力の制約から，長時間にわたり波データを収録し続けることは実用上，困難である．

(3) 多方向不規則波の計測

多方向不規則波の諸元は方向スペクトルによって表現され，それらは３成分以上の時系列データを解析することにより推定されることは既に述べた．ここでは，方向スペクトルの推定に必要な波データの計測方法，およびその目標スペクトルに対する再現性の評価方法について概説する．

a) 波浪を対象とした計測機器

海象計（橋本ら，1995）などを用いた現地観測では，超音波が水面で反射される特性とドップラー効果を利用して，水面変動と任意層での３成分の水粒子速度を正時を挟む 20 分間において 0.5s ごとに計測している．これらの時系列データを用いて，方向スペクトルが２時間ごとに推定されている．

一方，水槽内で造波された多方向不規則波の水面変動や流速変動は，一般に，それぞれ容量式波高計や電磁流速計を用いて計測される．これは，現地の 1/50～1/100 程度で造波される実験波において，特に水面での反射波の散乱に対して超音波の分解能が十分に対応できないためである．容量式波高計は，水面近くに鉛直に張られた容量線の抵抗値から水位を測定するものであり，取り扱いが簡単なことから，波浪に関する模型実験において最もよく使用されている波高計である．また電磁流速計は水中の任意水深に設置し，水平面内の電磁場の変動から水平２成分の流速を測定するものである．鉛直軸を含む断面２成分の流速を測定するものも開発されており，主に断面水路における波浪変形実験に用いられる．さらに任意地点における３成分の水粒子速度を測定するドップラー流速計も開発されているが，電磁流速計に比べ非常に高価である．

b) 多方向不規則波の計測方法

容量式波高計と電磁流速計の組み合わせで計測される水位変動と２成分の流速変動，あるいは，隣接する３地点以上の水位変動から，その地点や海域における周波数スペクトルと方向スペクトルが推定される．後述する水理模型実験では，計測機器の設置の容易さや方向スペクトル解析結果の安定性などの観点から，４本の容量式波高計を星型に配置した“ 星型アレイ ”（**図-2.9**）によって多方向不規則波を計測している．ただしこの配置の場合には，波高計間の最小距離の約 1.73 倍以下の波長に対しては方向スペクトルを推定することができないので注意を要する（合田，1990）．

確率過程を満足する計測データからは，多方向不規則波の統計量を一義的に得ることができる．合田（1990）によれば，模型実験における多方向不規則波の統計的変動性を減らすためには，200 波程度以上を計測し，かつ波形記録の読取時間間隔を有義波周期の 1/20 程度とするのが良いとされている．デュアル・フェース・サーペントで造波する波の有義波周期は通常 $T_{1/3}$=1.0s 程度であるので，標準的な波形データの計測時間は 200s 以上，読取時間間隔（サンプリングタイム）は 0.05s 程度である．ただし，スペクトル解析に必要なデータ数は 2^n 個を基本とするので，この場合には 4096 個以上の計測データが必要である．さらに後述する水理模型実験では，波群が異なる２～３種類の多方向不規則波を造波するとともに，それぞれ少なくとも 8192 個以上の波データを計測することにより，多方向不規則波の計測精度を高めている．

c) 計測された多方向不規則波の精度

造波された多方向不規則波を計測して，目標波に対するそれらの再現性を確認することを入射波検定という．当然であるが，これを正しく実施することが波浪に関する模型実験を行う際の大前提となる．

計測された時系列データにゼロアップクロス法を適用

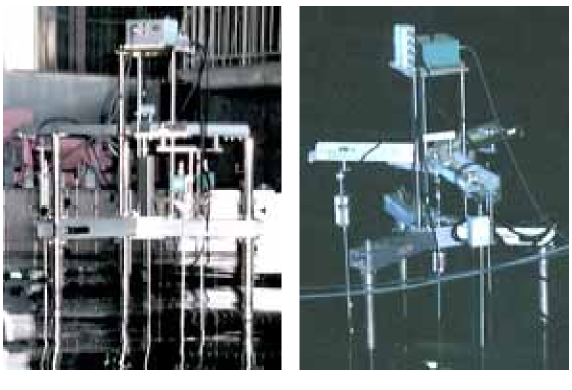


図-2.9 星型アレイ

すると代表波の波高や周期が得られる．入射波検定を行う第一の方法は，これらを目標波のそれらと比較することである．少なくとも，港湾構造物や海域に作用する波エネルギーの再現性を確認することができる．また第二に，時系列データに FFT 解析を適用して得られる周波数スペクトルを目標波のそれと比較すると，周波数ごとの波エネルギーの再現性を検証することが可能となる．

一方向波の波向や多方向波の主波向および方向分散性の再現性を確認する際には，第三の方法，すなわち方向スペクトルを比較することが有効である．方向スペクトル値は周波数と方向角を軸とする平面上で定義されるため，一般に，等値図や鳥瞰図によって表される．しかしながら，目標波と実験波に対して描かれたこれらの図において波向や方向分散性を比較することは少々困難である．そこで，次式で定義する二次元方向スペクトル：$G_2(\theta)$を用いることがある．これは，方向スペクトルを周波数に関して積分したものである．

$$G_2(\theta)=\int_0^\infty S(f)\,G(f;\theta)df \qquad (2.10)$$

方向スペクトルの解析には様々な手法が提案されている．特に，星型アレイで計測された水位データの解析には，演算速度や解析精度などを考慮して，経験的に，EMLM 法や EMEP 法が適していると思われる．

2.3 波浪変形計算手法の種類とその適用範囲

(1) 波浪変形計算法の概要

防波堤の設計波や港内の静穏度を算定する，あるいは海浜の安定性などを検討する際には，水理模型実験と並んで，コンピュータを用いた数値シミュレーションが行われることが多い．しかしながら，実際の海で起こっているすべての水理現象を完全に再現する波浪変形計算モデルはいまだ開発されていない．そこで，現在までに提案されている波浪変形計算モデルの多くは，沖波が浅海域へ伝播するときに生じる波浪変形のうち，卓越するいくつかの波浪変形現象をよく再現することを目的として開発されている．したがって現状では，それぞれの計算モデルの特性をよく把握した上で，計算対象によってそれらを使い分ける必要がある．**図-2.10** は，波浪変形計算モデルにおけるこのような状況を模式的に示したものである．

一方で，近年における計算機のめざましい発展は，数値計算における波そのものの捉え方にも大きな変化をもたらした．すなわち，港内外の波浪場において，波浪をエネルギーや振動現象として解析的にとらえるだけでなく，直接，個々の波の形（峰や谷）をとらえることが可能になってきている．前者は，卓越する波浪変形現象のみを計算対象とし，それらがうまく記述できるようなモデル方程式によって解を求める方法であり，従来から港湾実務における波浪変形計算において頻繁に用いられている．一方，後者は，波を生じさせる水粒子あるいは水塊の運動を直接解くことにより，実際にどのような波浪変形が生じるかを事前にほとんど意識することなく，港内外で生じる波の屈折や回折を計算することができる方法であり, 今後の実務への応用が大いに期待されている．

計算対象とする海域の地形や波浪条件を設定すれば，ある程度複雑な地形でも波浪場が明らかになるという点で，この計算法は水理模型実験とよく似ている．また最近では，断面２次元水路を用いた模型実験を実施する代わりに，数値計算によって防波堤や護岸周辺の波浪変形現象の検討を行う「数値波動水路」の開発もすすめられている（磯部ら，1999）．

しかしながら，実港湾のような大きな海域を計算対象

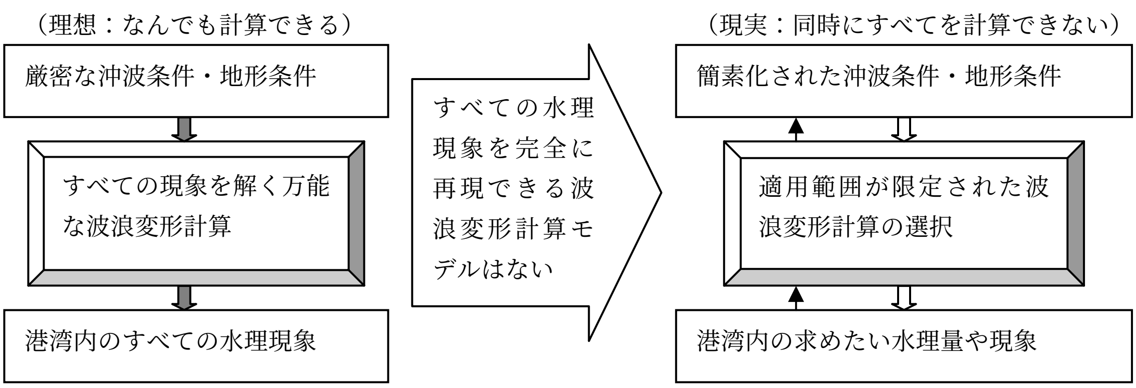


図-2.10　波浪変形計算の理想と現実

とした場合には，解くべき水粒子の運動や計算格子の個数が膨大となり，これらをすべて解くことは未だ不可能である．そこで，水粒子運動を記述する際にある仮定を設け，数値計算における演算量を低減する工夫が数多くなされている. 実は, このとき設けられる仮定の違いが, 波浪変形計算法におけるモデル方程式の適用範囲や計算精度の違いを生じさせているのである．

本研究で取り扱うブシネスクモデルは，水塊の運動を解くことにより，個々の波形の伝播をとらえる計算方法である．したがって，波をエネルギーや振動現象としてとらえる従来の計算手法に比べ，どうしても計算に要する時間が長くなってしまう．しかし，水平流速の鉛直分布をべき乗級数によって与えることにより，水粒子の鉛直方向の運動を直接解かない分だけ計算負荷が軽減され, 小・中規模港湾のような比較的大きな海域でも，水理模型実験を実施したときとほぼ同じような結果を数値計算によって得ることができる．ただし，計算条件の設定や計算結果の解釈においては，他の波浪変形計算法と同様に，計算モデルの基礎理論や計算特性に熟知し，それらが適切に行われることが重要である．

(2) 実務における波浪変形問題

平面波浪場では，波浪の不規則性と有限振幅性を完全に考慮し，すべての波浪変形を一度に計算することは困難である．そこで，**表-2.5** に示したそれぞれの計算対象に適合し，かつ必要とする計算結果が得られる波浪変形計算モデルを選択して計算することが重要となる．

・ 設計波の諸元を得るために行われる港外波浪変形計算では, 沖波が対象とする構造物に入射するまでの, おもに海底地形を考慮した波浪変形が計算対象となる．そこで，屈折系の波浪変形が考慮できるモデル方程式を選択する．しかしながら，対象とする構造物に入射する波が，周辺の島や構造物の影響を受ける場合には，同時に回折系の波浪変形が考慮される必要がある．
・ 港内の静穏度を算定するために行われる港内波高分布計算では，様々な港湾施設による波浪変形が計算対象となる．そこで，回折系の波浪変形が考慮できるモデル方程式を選択する．しかしながら，港内の水深変化が無視できない場合には，同時に屈折系の波浪変形が考慮される必要がある．

表-2.5　平面波浪場を対象とした波浪変形計算における具体的諸問題
（土木学会，海岸工学委員会，研究現況レビュー小委員会（1994）を修正して転載）

代表的な計算対象	目的	入力	波浪変形	出力
構造物の設計波計算 （港外波浪変形計算）	○設計波高・周期の計算 ○換算沖波波高の計算	○推算波浪，観測波浪(波高・周期・波向，周波数・方向スペクトル) ○地形 ○構造物	○浅水変形 ○屈折 ○砕波 ・（反射） ・（回折） ・（海底摩擦）	○波高分布 ○対象地点の波浪（有義波, 最大波の波高・周期・波向）
港内静穏度計算	○港内波高分布の計算	○港内への入射波浪(波高・周期・波向，周波数・方向スペクトル) ○港湾形状，（地形） ○構造物（反射率）	○回折 ○反射 ・（屈折） ・（浅水変形）	○波高分布 ○対象地点の波浪（有義波, 最大波の波高・周期・波向）
海浜流・３次元海浜変形計算	○波・流れ場の計算 ○漂砂モデルを組み込んだ地形変化計算	○対象への入射波浪(波高・周期・波向，周波数・方向スペクトル) ○地形 ○構造物	○浅水変形 ○屈折 ○回折 ○反射 ○透過 ○砕波 ・（海底摩擦）	○ラディエーション応力 ○流速振幅 ○底面せん断応力

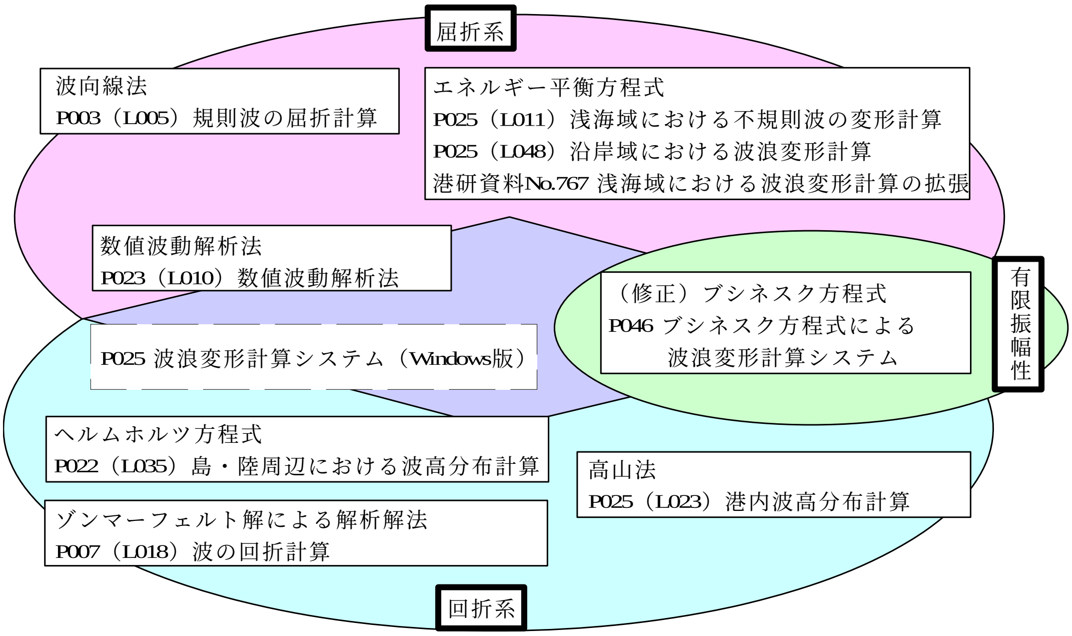


図-2.11　代表的な波浪変形計算法（計算モデルの基礎方程式）の分類

表-2.6　波浪変形計算法（計算モデルの基礎方程式）の適用範囲

分類	波浪変形計算手法（モデル方程式）	水深変化	屈折	浅水変形	砕波	回折	反射	海浜流	水位上昇	非線形性	分散性	多方向性
屈折系	①波向線法：P003(L005) 規則波の屈折計算	○	○	○	×	×	×	×	×	×	×	×
	②エネルギー平衡方程式：P025(L011) 浅海域における不規則波の変形計算	○	○	○	○	△	×	×	×	○	×	○
	③エネルギー平衡方程式：P025(L048) 沿岸域における波浪変形計算	○	○	○	○	△	○	×	×	×	×	○
	④エネルギー平衡方程式：港研資料 No.767 浅海域における波浪変形計算法の拡張	○	○	○	○	△	○	○	○	×	×	○
回折系	⑤ゾンマーフェルト解による解析解法：P007(L018) 波の回折計算	×	×	×	×	○	○	×	×	×	×	○
	⑥ヘルムホルツ方程式：P022(L035) 島・陸周辺における波高分布計算	×	×	×	×	○	○	×	×	×	×	○
	⑦高山法：P025(L023) 港内波高分布計算	×	×	×	×	○	○	×	×	×	×	○
屈折・回折系	⑧数値波動解析法：P023(L010) 数値波動解析法	○	○	○	×	○	○	×	×	×	×	×
	⑨（修正）ブシネスク方程式：P046 ブシネスク方程式による波浪変形計算システム	○	○	○	○	○	△	○	○	○	○	○

（砕波）②　　：計算格子における水深と波長から求めた砕波限界波高を用いる
③④　：砕波減衰項によって波高をエネルギー的に減衰させる
⑨　　：砕波減衰項によって運動流束を減衰させることにより波高を減衰させる
（回折）②③④：理論的な考慮はないが，数値分散により実用上問題のない結果が得られることが多い
（反射）⑨　　：部分反射（完全反射と無反射の中間的な反射率を有する反射）の取り扱い方に改善が必要である

・　海浜周辺の漂砂動向や海浜変形を算定するために行われる海浜流・３次元海浜変形計算では，海底地形や海岸保全施設により，屈折系と回折系の波浪変形が生じる．したがって，この場合にはこれらの波浪変形を同時に考慮できるモデル方程式を選択する．

(3) 波浪変形計算法の適用範囲

波浪変形計算手法は，**図-2.11** に示すように，おおまかに屈折系の波浪変形を扱うモデルと回折系の波浪変形を扱うモデル，およびその両者を同時に扱うモデルに分類される．これらのモデルは，波の有限振幅性や位相の取り扱い方，ある対象点における波形出力の可否などによって，さらに詳細に分類される．

図-2.11 は, 現在提案されている波浪変形計算手法（モデル方程式）のうちごく一部を示したにすぎない．海岸工学分野における研究の進歩，およびコンピュータの計算能力の増大はいずれも目覚しく，より多くの波浪変形をより厳密に解く計算手法が次々と開発されている．

波浪変形のなかで，砕波変形は他のいずれの波浪変形とも性質の異なる現象である．したがって，いずれの波浪変形計算モデルにおいても，砕波の計算は，経験的あるいは実験的に得られた事実に基づいた砕波モデルによって取り扱われている．

さまざまな波浪変形に対する波浪変形計算手法（モデル方程式）の適用範囲を**表-2.6** に示す．先に述べたように，現状では，あらゆる波浪変形を同時に計算できる波浪変形計算手法は開発されていない．そこで，

1)　対象海域において卓越する波浪変形は何か
2)　どのような計算出力が必要か
3)　どの程度の計算精度が求められているか

などの観点によって，適切な計算モデルを選択し，適切な入力データを作成する必要がある．さらに，計算結果を解釈する際には，使用した計算モデルの特性を十分に考慮しなければならない．

2.4 実務における波浪変形計算法の計算理論

(1) エネルギー平衡方程式の計算理論

a) エネルギー平衡方程式の概要

エネルギー平衡方程式を用いた波浪変形計算モデル（Karlsson，1969）は，多方向不規則波の屈折および浅水変形を同時に解くことができる計算法である．高山ら（1991）は，エネルギー平衡方程式にエネルギー減衰項を付加し，砕波変形を考慮できるようにした改良エネルギー平衡方程式を提案している．高山ら（1991）の計算モデルでは，さらに，海域と陸域の境界を入射波向きと境界面の法線向きの関係に応じていくつかのパターンに分類し，構造物，島および海岸による波の反射を考慮できるよう工夫されている．彼らによる改良エネルギー平衡方程式を式（2.11）に示す．

$$
\begin{aligned}
&\left(SC_g\cos\theta\right)_x+\left(SC_g\sin\theta\right)_y \\
&+\frac{\partial}{\partial\theta}\left[S\frac{C_g}{C}\left\{\sin\theta\frac{\partial C}{\partial x}-\cos\theta\frac{\partial C}{\partial y}\right\}\right] \\
&=0
\end{aligned}
\qquad (2.11)
$$

ここで，S は方向スペクトル，C は波速，C_g は群速度であり，x，y は平面海域の水平座標，θ は波向である．

式（2.11）において，左辺第１項および第２項が浅水変形による波高変化を示し，左辺第３項が屈折による波高変化を示している．

このモデルは，島や岬などの遮蔽物がない港外において，通常生じる波浪変形現象をほぼすべて考慮することができる．そこで，沖防波堤における到達波の推定などの実務において，従来から広く用いられている．

一方，港内では，防波堤による波の回折や反射，および透過堤や越波による波の伝達現象が支配的となる．ところが,（改良）エネルギー平衡方程式では回折現象が理論的に考慮されていないため，とくに，防波堤，島や岬の直背後では，計算される波高値が実際と大きく異なる危険性が大きい．ただし，コンピュータで差分計算を実施する際に生じる数値分散が波の回折現象と似たような効果を発揮するので，それらがちょうどバランスした場合には比較的よい計算結果が得られることがある. なお, 間瀬ら（1999）は，回折効果を積極的に考慮する回折項を付加したエネルギー平衡方程式を提案し，従来モデルに比べ，回折波の理論解を比較的よく再現する計算モデルを開発した．実港湾への適用性に関して，適用事例の蓄積など今後の検討が待たれるところである（田中・平石，2001）．

また，式（2.11）で表される基礎方程式は進行波を対象として誘導されており，本来，入射波と反射波が共存する波浪場を計算することはできない．したがって，後で述べる反射波の計算法を適用しても，反射波の取り扱いはあくまで便宜的なものであり，厳密な意味で反射波が計算できるわけではない．特に，計算格子に対して反射境界（防波堤や護岸など）が斜めに設定されている場合には, 反射波の波向きを正しく評価することは難しい．

b) 境界条件の設定

i) 沖波条件の設定

エネルギー平衡方程式による港外波浪変形計算モデル（港研ライブラリ L011，L048，または港研ライブラリパソコン版 P025）では，沖波は方向スペクトルによって与えられる．屈折や浅水変形による波高変化は，まず，周波数および波向に関して分割された，単位周波数および単位角ごとの波エネルギー量の空間的変化を求め，つぎに,それらを線形に重ね合わせることにより計算される．したがって，方向スペクトルの分割数が，沖波の方向スペクトルの近似度や港外波高分布の計算精度を左右すると考えられる．しかし実際には，計算に要する時間と計算精度の関係から最適な分割数がおおよそ決まっている．

周波数に関する分割数は，5～15 が妥当である．分割数を 10 としたとき,もとの周波数スペクトルに対する近似度を**図-2.12** に示す．ピークスペクトル周辺の近似度は，この程度の分割数でも実用上十分である．

波向に関する分割数は，方向に関する波のエネルギー分布を表す S_{max} によって適切な分割数が異なるが，いずれも分割幅が 5～6 ° となるように設定されるのが妥当である．S_{max} =10 のとき分割数を 31 とした場合の方向スペクトルの近似度を**図-2.13** に示す．なお，**図-2.13(a)** は，**図-2.13(b)**および**(c)**の方向スペクトルに式（2.10）を適用して得られる二次元方向スペクトルである．

最後に，S_{max} と方向に関する分割数の関係を周波数に関する分割数と合わせて**表-2.7** に示す．

ii) 地形データの設定

エネルギー平衡方程式の計算に用いられる地形データは，水深格子データとして与えられる．エネルギー平衡方程式では，水深の変化は波速の変化として基礎方程式に反映されるため,深海域や水深変化の少ない海域では,水深格子の間隔を大きく設定することができる.そこで,沖から防波堤の設置位置までの波浪変形を効率よく計算するために，**図-2.14** に示すように，計算領域を接続しながら岸に向かって段階的に格子間隔が小さくなるような計算格子を設定する方法がよく用いられる．

図-2.14 において，沖波条件（方向スペクトル）は第Ⅰ領域の沖側の辺ＡＬで与えられる．計算結果の信頼性を高めるためには，沖側境界は海底地形による波浪変形が生じない深海域に設定されることが望ましい．また，計算領域の沿岸方向の辺ＡＬ，ＣＪ，ＥＨはそれぞれ，岸沖方向の辺ＡＢ，ＣＤ，ＥＦと比較してなるべく長くなるように設定する．また，沖波の主波向は θ_p=±30 ° 程度まで傾けることができるが,なるべくなら θ_p=0 ° となるように計算格子を設定する．これらはいずれも，方

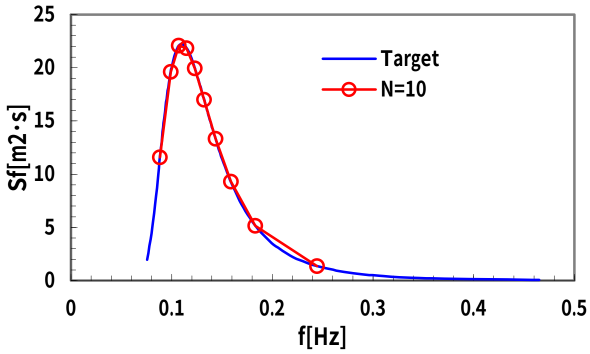
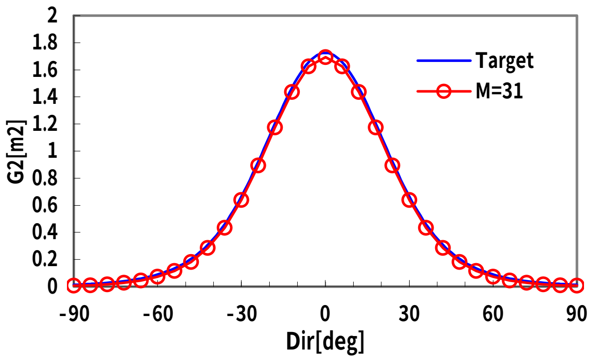
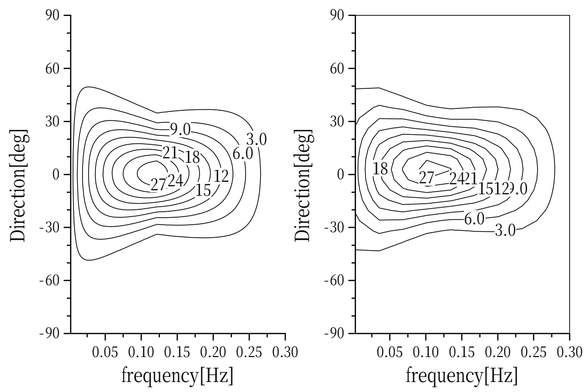


図-2.12　周波数の分割数と周波数スペクトルの近似度



(a) 方向スペクトルの周波数積分値



(b)目標方向スペクトル　**(c)**近似された方向スペクトル

図-2.13　波向の分割数と方向スペクトルの近似度

表-2.7 方向スペクトルの周波数と波向の最適分割数

	S_{max}	波エネルギーの分布範囲	最適分割数
周波数	―	―	5～15
波向	10	主波向を挟んで-90 ° ～+90 °	30～36
	25	主波向を挟んで-60 ° ～+60 °	20～24
	75	主波向を挟んで-40 ° ～+40 °	14～16

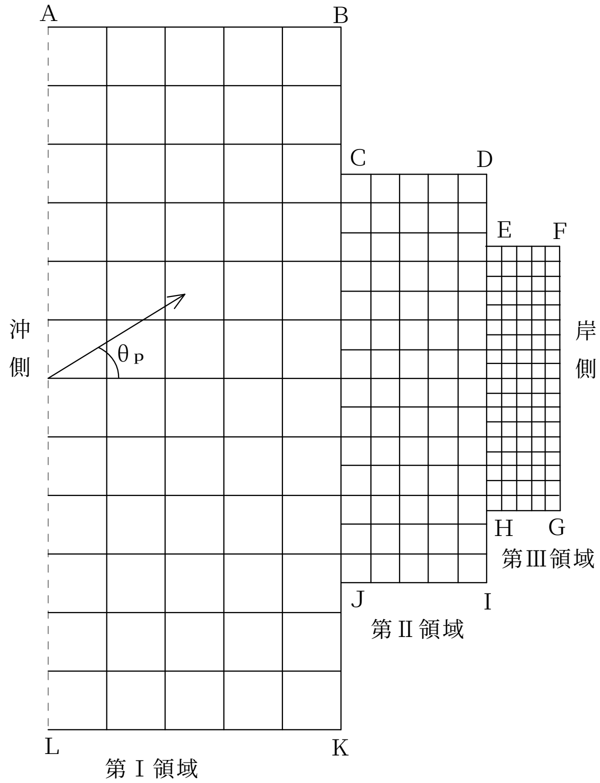
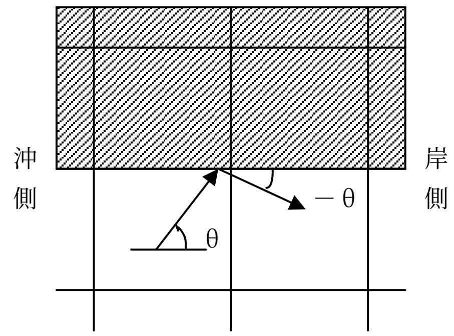
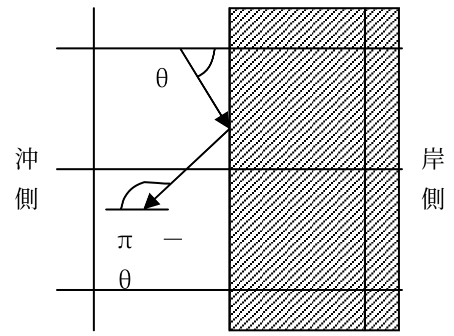


図-2.14 エネルギー平衡方程式における計算格子



(a) 岸沖方向の反射面を有する場合



(b) 沿岸方向の反射面を有する場合

図-2.15 陸地・構造物による反射の取り扱い

向に関してある範囲の波エネルギー分布を有する沖波が，次の計算領域や計算対象である防波堤前面に正しく入射するための配慮である．

iii）反射波の計算法

エネルギー平衡方程式による波浪変形計算法では，陸地や構造物などに反射されて沖に向かう反射波の計算を，入射波の計算と同時に行うことができない．そこで，このモデルにおいて反射波を計算するためには，沖側境界から直接入射する波や，岸沖方向の反射面を有する陸地・構造物による反射波（**図-2.15(a)**）など，岸に向かう波に関する波浪変形計算を行った後，沿岸方向の反射面から生じる沖に向かう反射波（**図-2.15(b)**）に関する波浪変形計算を別途実施し，両者の計算から得られた波高分布（方向スペクトルの空間分布）を各計算格子において合成するという方法が用いられる．

以上のような計算を行うためには，計算領域の境界や海域と陸地の境界において，反射率や反射面の方向などの境界条件が，あらかじめ指定されておく必要がある．

反射率に関しては，防波堤・護岸の構造や陸地の種類によってその目安となる値が設定されている（合田，1977）．砂浜の海岸では 0.05～0.2，消波護岸や消波防波堤では 0.3～0.8，消波機能を有しない護岸や防波堤では 0.7～1.0 が設定される．また，海岸線に砂浜や岩場が混在する場合には，その比率などを考慮して適切な値が設定されなければならない．

iv）砕波モデル

港研ライブラリ L048 あるいは P025 では，式（2.11）右辺に砕波によるエネルギー逸散項を付加した，次のようなエネルギー平衡方程式を用いている．

$$\left(SC_g\cos\theta\right)_x+\left(SC_g\sin\theta\right)_y+\frac{\partial}{\partial\theta}\left[S\frac{C_g}{C}\left\{\sin\theta\frac{\partial C}{\partial x}-\cos\theta\frac{\partial C}{\partial y}\right\}\right]=-\varepsilon_b{}' S \tag{2.12}$$

ε'_b は単位時間内に砕波によって失われるエネルギーの逸散率を示し，計算格子間隔をそれぞれ δx，δy とすると，式（2.13）で表される．

$$\varepsilon_b{}'=\varepsilon_b C\Big/\sqrt{\delta x\delta y} \tag{2.13}$$

ここで，ε_b は砕波によって失われる波のエネルギー

割合を表す無次元量である．この算定にあたっては，砕波後の波高分布もレイリー分布に近い分布形であることを仮定し，砕波波高は合田（1973）の砕波指標によって与えられている．

なお，港研ライブラリ L011 では，式（2.11）によって計算モデルが構築されているため，砕波点における砕波変形を考慮して，その周囲の波高分布を算定することはできない．そこで，線形理論に基づいて算定された波高分布に対して，非線形長波理論（首藤，1974）による浅水変形と砕波指標（合田, 1973）を適用することにより，近似的に，波の非線形化と砕波変形が考慮されている．

(2) 高山法の計算理論

a) 高山法の概要

港内水深を一様とみなすことのできる港湾では，港内静穏度は，主に，波の回折や反射を考慮できる回折系の波浪変形計算モデルを用いて計算される．高山法などの回折系モデルに用いられる基礎方程式では，水深の変化を考慮することができないため，波の屈折や浅水変形，砕波変形など，屈折系の波浪変形は計算されない．

高山法による港内静穏度計算の基礎理論は，ヘルムホルツ方程式の Sommerheld による解析解を出発点としている．高山（1981）が提案した，半無限堤の Sommerheld による解析解を任意反射率の場合に拡張した近似式を式（2.14）に示す．

$$\begin{aligned}\phi(r,\theta)=&\frac{1}{\sqrt{2}}\exp\left[i\left\{kr\cos(\theta-\alpha)+\frac{\pi}{4}\right\}\right]\\&\times\left[\left\{C(\gamma_1)+\frac{1}{2}\right\}-i\left\{S(\gamma_1)+\frac{1}{2}\right\}\right]\\&+\frac{K_r}{\sqrt{2}}\exp\left[i\left\{kr\cos(\theta+\alpha)+\frac{\pi}{4}\right\}\right]\\&\times\left[\left\{C(\gamma_2)+\frac{1}{2}\right\}-i\left\{S(\gamma_2)+\frac{1}{2}\right\}\right]\end{aligned}\qquad(2.14)$$

ここに，

(r,θ)は防波堤先端を原点とする極座標

C(γ)，S(γ)は次式の Fresnel 積分

$$\left.\begin{aligned}C(\gamma)&=\int_0^r\cos\frac{\pi}{2}\chi^2d\chi\\S(\gamma)&=\int_0^r\sin\frac{\pi}{2}\chi^2d\chi\end{aligned}\right\}\qquad(2.15)$$

$$\left.\begin{aligned}\gamma_1&=\sqrt{4kr/\pi}\cos(\theta-\alpha)/2\\\gamma_2&=\sqrt{4kr/\pi}\cos(\theta+\alpha)/2\end{aligned}\right\}\qquad(2.16)$$

高山法における回折・反射計算では，港内における 2 つの防波堤配置と波の進入角度の関係より，そこで形成される波浪場を５つのタイプに分類している．そして，式（2.14）より求めたそれぞれの条件に対する近似式を適宜あてはめることにより，任意の港形における波高分布計算を可能にしている．

一方，岸壁による波の反射計算では，同じく式（2.14）より求めた島堤（離岸堤）による波の回折散乱波の近似解を適用している．護岸構造による反射率の違いは，式（2.14）中の反射率 K_r によって考慮されている．

よって，これらの計算で得られる波高分布をエネルギー的に合成すると，港内における波の回折と反射を考慮した港内波高分布を得ることができる．しかしながら，防波堤による回折波と島堤による反射波の位相関係が考慮されないために，これらの重複波形を正しく算定することは難しい．丸山ら（1982）はこれを改良し，位相合成により港内波高分布を算定する位相折り返し法を提案している．

b) 境界条件の設定

i) 沖波条件の設定

高山法による港内静穏度計算モデル（港研ライブラリ L023，または港研ライブラリパソコン版 P025）では，入射波は方向スペクトルで与えられる．この場合，港内側の一地点（x,y）における水面変動 η_d は，次式のように表される．

$$\eta_d(x,y,t)=\sum_{n,m}\sqrt{S(f_n,\alpha_m)\delta f_n\delta\alpha_m}\,\phi(x,y;f_n,\alpha_p+\alpha_m)\times\exp\left[i\left\{\begin{aligned}&k_nx\cos(\alpha_p+\alpha_m)\\&+k_ny\sin(\alpha_p+\alpha_m)\\&+2\pi f_nt+\varepsilon_{nm}\end{aligned}\right\}\right]\qquad(2.17)$$

ここに，

$S(f_n,\alpha_m)$；方向スペクトル

f_n；n 番目の周波数分割区域内の中心周波数

α_m；m 番目の方向分割区域内の中心方向角における主波向 α_p からの偏角

δf_n；n 番目の周波数分割区間幅

$\delta\alpha_m$；m 番目の方向分割区間幅

ε_{nm}；nm 番目の成分波の位相角

$\phi(x,y;f_n,\alpha_p+\alpha_m)$は，方向スペクトルの各成分波に対して，前項のようにして求められる港内波高比（回折係数）である．また，η_d の周波数スペクトル $S_d(f_n)$は，次式のように表される．

$$S_d(f_n)=\sum_m S(f_n,\alpha_m)\phi(x,y;f_n,\alpha_p+\alpha_m)$$
$$\times\phi^*(x,y;f_n,\alpha_p+\alpha_m) \qquad (2.18)$$

ここに，ϕ^*はϕの共役複素関数

さらに，多方向不規則波に対する港内波高比（回折係数 K_d）は，回折後も波高分布がレイリー分布に従うものとして，次式で与えられる．

$$K_d=\sqrt{\frac{\sum_m S_d(f_n)\delta f_n}{\sum_{n,m} S(f_n,\alpha_m)\delta f_n\delta\alpha_m}} \qquad (2.19)$$

したがって，式（2.17）～（2.19）からもわかるように，多方向不規則波（方向スペクトル）に対する港内の回折波（ある地点における水位変動や周波数スペクトル，港内の波高分布）は，各成分波に対して得られた波高分布を線形に重ね合わせることにより算定される．ただし，各成分波間の位相関係は考慮されていない．

一方，島堤による反射波も上記と同様に取り扱い，エネルギー合成することにより，多方向不規則波の回折と反射を考慮した港内波高分布を得ることができる．

計算に要する時間と計算精度の関係から，周波数に関する分割数は，3～5 程度が妥当である．また，波向に関する分割数は，方向に関する波のエネルギー分布を表す S_{max} によって適切な分割数が異なるが，いずれも分割幅が 5～6°となるように設定されるのが妥当である．

ii) 地形データの設定

高山法では，港内水深を一定として回折計算と反射計算を行う．このとき設定される水深は，港内全体の平均水深ではなく，港内波高分布の生成に最も大きな影響を及ぼす波浪変形が生じる海域の平均水深としなければならない．そこで，港口部周辺の平均水深が港内全域の水深として設定される場合が多い．

港湾形状（陸域と水域の境界）は，港湾を形成する防波堤や護岸・岸壁，あるいは自然地形を折れ線で表現する．港研ライブラリ L023 あるいは P025 では，それぞれの辺の座標と各辺における反射率を与える．このとき，あまり細かな港湾形状まで与える必要はなく，式（2.14）より，入射波の波長の半分より細かな凸凹は，むしろ無視するほうがよいことがわかる．

開口部が２つ以上ある港湾に対して高山法を適用する場合には，それぞれの開口部に対して対応する沖波条件を与える必要がある．ある開口部からの入射波による港内波高分布は，残りの開口部を透過境界（K_r=0）として計算する．これを開口部の数だけ行ったのち，それらをエネルギー的に合成したものが対象港湾における港内波高分布になる．

港湾形状が複雑な場合には，水域を２つ以上に分割して計算することもできる．ただし，それぞれの水域の接続境界は，港外に面する開口部から入射する波が直接到達できる（開口部から主波向の方向に直線を引いて到達できる）位置に設定される必要がある．

港口部から入射した波は，港内の岸壁や防波堤によって反射される．その反射波は，その先にある岸壁や防波堤に対する入射波となり，再びそこで反射される．このような反射の回数を反射次数とよんでいる．港内波高分布を正しく算定するためには，反射次数を，港湾を取り囲む陸域境界における反射率によって適切に設定する必要がある．特に，反射率の高い構造物で囲まれた港湾ではこのことに十分注意する必要がある．

(3) 波浪変形計算システム（P025）の使用法

2.3 (2)では，現在までに開発されている代表的な波浪変形計算法とその適用範囲について概説し，計算対象とする波浪変形現象に応じて，適切な計算モデルが選択されなければならないことを述べた．

本節では，港外波浪変形計算にエネルギー平衡方程式を，港内波高分布計算に高山法をそれぞれ用いた波浪変形計算システム（港研ライブラリパソコン版 P025）を例に，その実務への適用に際する注意点や適用限界について述べる．

a) 波浪変形計算システム（P025）の概要

本システムは，わが国の各港湾において現在その整備が進められている水深データベースを活用して，地形条件や沖波条件の入力から，港外波浪変形計算および港内波高分布の算定，および計算結果図の出力までを一貫して，かつ簡単なマウス操作により行うものである．これにより，港内波高分布計算（L023）および港外波浪変形計算（L048 または L011）をそれぞれ単独で行うことに比べ，大幅な省力化と迅速化を実現した（田渕ら，1997）．本システムのフローチャート（メイン画面）を**図-2.16** に示す．

本システムを実務へ適用する場合には，使用者は，当該アプリケーションの使用法に習熟することはもちろんのこと，本システムで用いられている波浪変形計算法の計算特性やその適用範囲についてよく理解しておかなければならない．本システムによる港内静穏度計算の手順を**図-2.17** に示す．

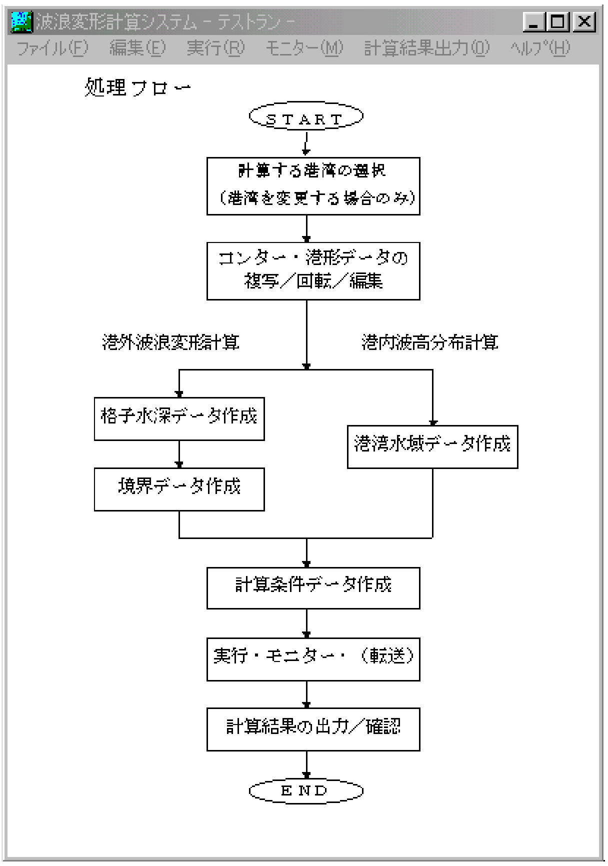


図-2.16　波浪変形計算システム（P025）のメイン画面

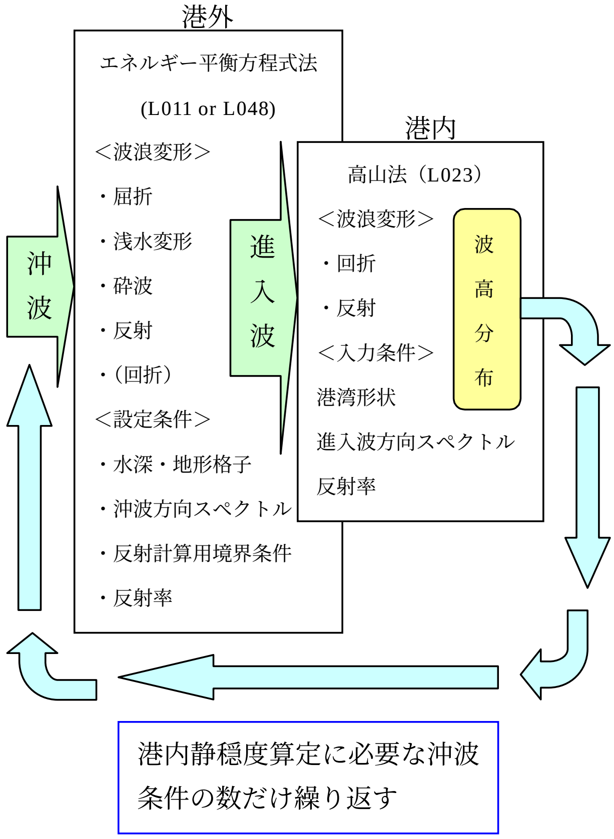


図-2.17　港内静穏度計算の手順

沖防波堤の設計波を算定する場合や，港内静穏度計算の入力条件となる港口部からの進入波諸元を算定する場合には，観測または推算された沖波条件をもとに，港外波浪変形計算を実施する．島や岬など，波を遮蔽するものがなく，また波長に比べ波高が十分小さい場合には，微小振幅波の屈折変形，浅水変形，砕波変形が計算できるエネルギー平衡方程式法（L011 または L048）が最適である．地形条件および沖波条件を設定すると，沿岸域における方向スペクトルの空間分布が，比較的短時間のうちに算定される．また，任意に指定した地点における方向スペクトルを出力することもできる．さらに，計算領域の岸側にある水域・陸域境界の，入射波の波向に対する条件やその反射率を設定すれば，近似的に，入・反射波共存場における方向スペクトルや波高の分布が計算される．ただし，基礎方程式において波の位相が考慮できないため，重複波形を算定することは不可能である．

港内の波高分布や対象水域の静穏度を算定する場合には，港内波高分布計算が実施される．これには港口部からの進入波を知る必要がある．しかし，港口部において波浪観測が行われていることは少なく，通常，入射波条件は，合わせて実施された港外波浪変形計算によって設定される．航路や泊地，バースが十分に整備され，港内の水深をほぼ一定とみなせる港湾で，かつ進入波の波長に比べ波高が十分小さい場合には，微小振幅波の回折変形および反射が計算できる高山法（L023）が最適である．港湾形状と港湾構造物の反射率，および進入波の条件を設定すると，港内における波高分布が短時間のうちに算定される．また，任意に指定した地点における周波数スペクトルを出力することもできる．ただし，入・反射波の位相関係を考慮せずにエネルギー合成がなされているため，重複波形や港内副振動は算定されない．

このような一連の港外波浪変形計算と港内波高分布計算を必要回数実施することにより，実港湾における港内静穏度を算定することができる．しかしながら，対象港湾や対象水域において，本システムで考慮されない波浪変形が生じる場合には，たとえ何らかの計算結果が出力されたとしても，その妥当性は保障されないことに十分注意する必要がある．

b) 波浪変形計算システム（P025）の適用限界

波浪変形計算に関する本システムの適用限界は，すなわち，2.4 (1)で述べたエネルギー平衡方程式法（L011 または L048）と，2.4 (2)で述べた高山法（L023）の適用限

界である．そこで，これらを整理することにより本システムを実務へ適用する際の課題について検討する．

まず，両計算法において，ともに波の非線形性は考慮されていない．したがって，理論上，不規則波の成分波間の非線形干渉や，それによる長周期波の発生等の現象を計算することは不可能である．しかし，この線形性のために，両計算法において多方向不規則波を沖波条件とした波浪変形計算が可能になっている．すなわち，多方向不規則波をいくつかの成分波（規則波）に分解し，それぞれについて変形計算を実施する．そして，それらの計算結果を線形に重ね合わせてエネルギー合成することにより，多方向不規則波に対する波浪変形計算の解を得ることができる．

このほか，港外波浪変形計算（エネルギー平衡方程式法）では，斜面上の浅水変形は微小振幅波理論の範囲内で生じ，浅瀬や海浜など，水深波長比 h/L が小さい海域では波高の増加量を過小評価することになる．さらに砕波変形に関して，L048 では，非線形波に対する合田（1973）の砕波指標を用いて砕波を判定しているため，特に斜面勾配が緩やかな場合には，砕波位置がかなり岸側に設定される危険性がある．また L011 では，首藤（1974）の浅水係数および合田（1973）の砕波式を用いて計算結果を補正することにより，浅水変形や砕波変形に対して波の非線形性を近似的に考慮している．しかし，これらは基礎方程式に組み込まれたものではないので，周囲の波高分布とのバランスなどは無視されている．

一方，港内波高分布計算（高山法，L023）では，海底地形の変化を一切考慮できないため，航路や泊地が十分に整備されていない水深変化の激しい港内における波の屈折や浅水変形，砕波を計算することは不可能である．

【 参考文献 】

磯部雅彦・高橋重雄・余　錫平・榊山勉・藤間功司・川崎浩司・蒋勤・秋山実・大山洋志（1999）：数値波動水路の耐波設計への適用に関する研究－VOF 法基本プログラムの作成－, 海洋開発論文集, 土木学会, Vol.15, pp.321-326.

合田良実（1973）：防波堤の設計波圧に関する研究，港研報告，第 12 巻，第 3 号，pp.31-69.

合田良実（1977）：港湾構造物の耐波設計，鹿島出版会，pp.23-24.

合田良実（1977）：港湾構造物の耐波設計，鹿島出版会，pp.70-74.

合田良実（1990）：港湾構造物の耐波設計（増補改訂），鹿島出版会，pp.242-253.

首藤伸夫（1974）：非線形長波の変形－水路幅，水深の変化する場合－，第 21 回海岸工学講演会論文集，pp.57-63.

高山知司(1981)：波の回折と港内波高分布に関する研究，港研資料，No.367，140p.

高山知司・池田直太・平石哲也（1991）：砕波および反射を考慮した波浪変形計算，港研報告，第 30 巻，第 1 号，pp.21-67.

田中良男・平石哲也（2001）：回折を考慮したエネルギー平衡方程式による波浪変形計算の適用性の検討，港研資料，No.1000，19p.

田渕郁男・佐々木芳寛・佐藤友紀・平石哲也・永井紀彦（1997）：水深 DB を活用した港外波浪変形計算・港内静穏度計算システムの開発，No.888，29p.

土木学会海岸工学委員会研究現況レビュー小委員会（1994）：海岸波動，(社)土木学会，pp.4-5.

永井紀彦・橋本典明・浅井正（1992）：沖波の方向スペクトルの出現特性（第１報）, 港湾技術研究所報告，第 32 巻，第 2 号，pp.45-113.

橋本典明（1992）：海洋波の方向スペクトルの推定法に関する研究，港研資料，No.722，119p.

橋本典明・永井紀彦・高山知司・高橋智晴・三井正雄・磯辺憲雄・鈴木敏夫（1995）：水中超音波のドップラー効果を応用した海象計の開発，海岸工学論文集，第 42 巻，pp.1081-1084.

間瀬　肇・高山知司・国富將嗣・三島豊秋（1999）：波の回折を考慮した多方向不規則波の変形計算モデルに関する研究，土木学会論文集，No.628／Ⅱ-48，pp.177-187.

丸山康樹・榊山　勉・鹿島遼一・原　隆幸（1982）：位相折り返し法による港内波高計算手法, 第 29 回海岸工学講演会論文集，p.120-124.

Hiraishi, T., K., Hirayama and H., Maruyama (1998) : Applicability of Dual Face Serpent-type Wave Generator, *Rep. PHRI*, Vol.37, No.4, pp.3-35.

Karlsson (1969) : Refraction of continuous ocean wave spectra, *J. Waterways and Harbors Division, Proc. ASCE*, Vol.95, pp.437-448

3．非線形不規則波動方程式による波の計算理論とその有用性

前章では，波浪変形問題を解明する２つの手法，すなわち，造波装置を用いた水理模型実験と波動理論に基づく波浪変形計算について概説した．また，適用範囲の異なる波浪変形計算法を組み合わせて，それぞれの弱点を互いに補いながら沖波から港内波高分布を算定する波浪変形計算システム（P025）の概要と，微小振幅理論に基づくが故に生じるその適用限界について述べた．

本章では，屈折系と回折系の波浪変形が同時に計算される非線形不規則波動方程式による波の計算理論について概説するとともに，その中で現在最も広く知られているブシネスク方程式における水面波の記述精度とその有用性について述べる．

3.1 非線形不規則波動方程式の概要

(1) 流体の運動方程式の表示法

海岸工学において，水面を伝播する波の性質を流体力学の視点から観察する場合には，流体の最小の塊である流体素分の変化を追跡する Lagrange 的な方法，あるいは，波浪場のある空間における流体の状態の時間的変化を観察する Euler 的な方法のいずれかが用いられる．波浪を外力とする港湾設計においては，対象とする空間における流体の状態，すなわち，波・流れ場を知る必要があることが多い．そのため，流れによる物質輸送などの問題でとくに水塊の軌跡や状態の変化に注目するような場合や，砕波のように水塊が自由水面を離れる現象を厳密に解くような場合を除き，波の伝播やその変形に関する基礎方程式は，水理学で取り扱う多くの問題と同様に，一般に Euler 的な表現が用いられる．

ところで，流体の粘性を無視できない場合には，流体素分に変形や回転が生じることにより，流れに対する抵抗が生じる．Navier-Stokes の運動方程式は，このような非圧縮性粘性流体を対象とした方程式である．一方，非圧縮性で，かつ，流体の粘性を無視できる流体は完全流体とよばれ，その運動方程式は Euler の式とよばれる．

(2) Navier-Stokes の式と Euler の式

近年では，計算機の高速化，大容量化に相まって，現実の波浪変形現象をより忠実に記述する数値解析モデルが数多く開発されている．なかでも，水理学的に最も厳密な解法は，粘性流体における３次元の Navier-Stokes の式を直接解くことである．自由水面における流体挙動の取り扱い方の違いにより，海岸工学の分野においても既にいくつかの解法が提案されている．この方程式では解析的に解を得ることができないので，有限差分法や粒子法などの計算手法を用いた計算機による数値解析が適用される．これらの計算モデルは，構造物背後や砕波帯などで生じる渦流れや気液混相流など，局所的な波・流れ場を厳密に表現するのに適している．しかしながら，演算には相当な計算容量を必要とするため，広い領域を対象とした問題への適用は，現在のところ，それほど容易ではない．

海洋の波の伝播に関して，その基本的な性質は完全流体の力学を適用して議論することができる．港湾設計においても，港内における波・流れ場や対象地点における波浪諸元を波浪変形計算により推定する際に，流体の粘性を無視し得る場合が少なくない．例えば，水面を伝播する波に作用する重力と表面張力のうち，我々が対象としている波では圧倒的に重力が卓越している．また，離岸堤やピア直背後，あるいは海底面近傍や砕波帯内で形成される局所的な渦の影響を問題としない限り，波の回折や反射，および屈折や浅水変形などは，すべて完全流体力学の範疇で記述することができる．さらに，自由表面を伝播する波特有の性質である波の非線形性や分散性に対する議論も可能である．そこで，完全流体における３次元の Euler の式を出発点としてさまざまな波動方程式が提案され，それを基礎方程式とした数値解析モデルが数多く開発されている．

(3) さまざまな非線形不規則波動方程式

水の波が非線形性や分散性を有することに着目して，灘岡（1999）は，導出過程と適用限界およびその基本的特徴に関して，水位や流速等の時空間的な変化を記述する位相分解型の波動方程式を整理している．不規則波の伝播を計算するとき，選定した波動方程式が分散性を直接表現できない場合には，波数に関係なくすべての成分波が同じ波速で伝播するために，不規則波の空間的な波形の変化を表現することができない．また，斜面上の波浪変形を計算するとき，線形な波動方程式では波の浅水変形を正確に推定することができない．さらに，一つの波形が時間的に変化するようすは，波形を急峻にする非線形効果と波形をなだらかにする分散効果のバランスによって決定される．そこで，海の波の伝播や変形に関する詳細な計算には，波の非線形性と分散性を同時に表現する非線形不規則波動方程式を基礎式とする数値解析モデルが必要となる．

非線形不規則波動方程式は，渦なしの条件を満たす３次元の Euler 式に対して，水平流速ベクトルの鉛直分布関数を導入した上で，海底面から水面まで積分して得られる平面２次元の波動方程式である．なかでも，Galerkin

法を用いて誘導された灘岡・中川（1993）による多成分連成法や変分原理を用いた磯部（1994）による非線形緩勾配波動方程式は，強非線形や強分散性を有する波浪場の数値解析に適用することができる．

一方，非線形不規則波動方程式において現在最も一般的なブシネスク方程式は，水深方向に関して級数展開された速度ポテンシャルを用いて誘導される弱非線形，弱分散性の方程式である（例えば，Mei，1989）．したがって，計算精度の観点からみた方程式の適用範囲は，上記２つの波動方程式に比べて狭い範囲に限られている．この原因には，水深方向に積分する際に用いた水平流速の鉛直分布関数の自由度が大きく影響している．すなわち，多成分連成法や非線形緩勾配波動方程式では，双曲線型や任意の鉛直依存性関数を，それぞれ重ね合わせることにより流速場を表現しているのに対し，ブシネスク方程式では単一成分のべき乗級数を鉛直分布関数とすることにより流速場が表現されている．したがって前述の多成分連成法や非線形緩勾配波動方程式において，単一成分の鉛直分布関数を用い，かつ，位相速度と群速度に適当な関係式を代入する，あるいは，鉛直分布関数にべき乗級数を与えることにより，それぞれの波動方程式からブシネスク方程式を誘導することができる．

このように，ブシネスク方程式は水の波が有する非線形性や分散性を厳密に取り扱う波動方程式ではない．しかしながら研究面や実用面で広く用いられるなかで，水の粘性により生じる底面摩擦や砕波に伴う乱れによる渦動粘性の効果の取り扱い法，あるいは開境界や陸境界における波の透過や反射に対する計算法などのさまざまな境界処理法が提案され，多くの計算事例が蓄積されていることも事実である．

港湾設計で対象とする波浪場の数値計算では，一般的に，現地に存在する複雑な自然地形やさまざまな港湾構造物の影響を考慮でき，かつ，実用上，信頼性のある計算結果が得られることが求められる．したがって，非線形不規則波動方程式の港湾設計に対する活用方法の一つとして，ブシネスク方程式の適用限界を十分認識しながらさらに計算事例の蓄積に努める一方，適用範囲外とされている波浪条件や，いまだ計算法が確立されていない境界条件の処理法について検討をすすめ，ブシネスク方程式の適用範囲を拡張できるよう努力することが有効であると思われる．

3.2 ブシネスク方程式における非線形性と分散性

弱非線形，弱分散性の波動方程式であるブシネスク方程式による水面波の記述精度について理論的に検討する．

(1) ブシネスク方程式の分散特性

まず, ブシネスク方程式の分散特性について検討する．ブシネスク方程式はもともと長波近似の方程式であるため，深海域における波の分散特性を表現しにくい．そこで, Madsen et al（1991）, あるいは Madsen・Sørensen（1992）は，ブシネスク方程式の分散項に補正項を加えることにより深海域における分散特性を改良することを提案した．また，Nwogu（1993）は，任意深度における流速を代表流速とするブシネスク方程式を導き，深度を適切に設定することにより分散特性を最適化する方法を示した．一方，金山ら（1997）は，水深方向に分割した各層にブシネスク方程式を適用した多層モデルを構築することにより強分散性の波動方程式を提案している．

このような分散特性を改良する方法のうち，任意深度の流速を代表流速とする方法や多層モデルを構築する方法は，ブシネスク方程式そのものの形状に大きな変更を伴う．したがって，Peregrine（1967）や Abbott et al（1978）による基本的なブシネスク方程式において蓄積されたさまざまな境界処理法や計算事例を，これらの方程式を用いた波浪変形計算モデルの開発に活用することが困難な場合もみられる．そこで，本稿では，ブシネスク方程式の分散項のみを修正する Madsen らによる方法に着目することにする．

断面１次元のブシネスク方程式を考える．水深を h, 波の進行方向 x の線流量を P とすると，一様水深場における最も基本的な分散項を有するブシネスク方程式は，次式のように表される（例えば，Abbott et al，1978）．

$$\frac{\partial P}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{P^2}{D}\right)+gD\frac{\partial \eta}{\partial x}=\frac{1}{3}h^2\frac{\partial^3 P}{\partial x^2\partial t} \qquad (3.1)$$

また，Madsen et al（1991）は，線形長波方程式から得られる関係式を用いて導かれる分散特性の補正項を式（3.1）の分散項に加えることにより，次式のような分散項を有する修正ブシネスク方程式を提案した．ここで，補正係数は B=1/21 とするのが良いとされている．また，η は水位，g は重力加速度である．

$$\frac{\partial P}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{P^2}{D}\right)+gD\frac{\partial \eta}{\partial x}=\left(B+\frac{1}{3}\right)h^2\frac{\partial^3 P}{\partial x^2\partial t}+Bgh^3\frac{\partial^3 \eta}{\partial x^3} \qquad (3.2)$$

Peregrine（1967）は，水深が空間的に変化する波浪場の計算において広く用いられる次のような分散項を有する任意水深のブシネスク方程式を導いた．

$$\frac{\partial P}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{P^2}{D}\right)+gD\frac{\partial \eta}{\partial x}=\frac{1}{2}h\frac{\partial^3(hP)}{\partial x^2\partial t}-\frac{1}{6}h^2\frac{\partial^3 P}{\partial x^2\partial t} \tag{3.3}$$

また，Madsen・Sørensen（1992）は，分散特性の補正項を式（3.3）の分散項に加えることにより，水深が空間的に変化する波浪場における次式のような分散項を有する修正ブシネスク方程式を提案した．この場合の補正係数は B=1/15 とするのが良いとされている．

$$\begin{aligned}\frac{\partial P}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{P^2}{D}\right)+gD\frac{\partial \eta}{\partial x}\\ =\left(B+\frac{1}{3}\right)h^2\frac{\partial^3 P}{\partial x^2\partial t}+Bgh^3\frac{\partial^3 \eta}{\partial x^3}\\ +\frac{h}{3}\frac{\partial h}{\partial x}\frac{\partial^2 P}{\partial x\partial t}+2Bgh^2\frac{\partial h}{\partial x}\frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2}\end{aligned} \tag{3.4}$$

なお，上述のブシネスク方程式（3.1）～（3.4）はそれぞれ運動方程式である．これらに共通する連続式は次式で与えられる．

$$\frac{\partial \eta}{\partial t}+\frac{\partial P}{\partial x}=0 \tag{3.5}$$

以上のようなブシネスク方程式の線形分散関係式を考える．非線形項を無視し，水平床上を伝播する波浪場を考えると，式（3.1）と（3.3），および式（3.2）と（3.4）から同様な分散関係式がそれぞれ式（3.6）および（3.7）のように得られる．

式（3.1）あるいは（3.3）から得られる分散関係式

$$\frac{C}{\sqrt{gh}}=\frac{1}{\sqrt{1+\frac{(kh)^2}{3}}} \tag{3.6}$$

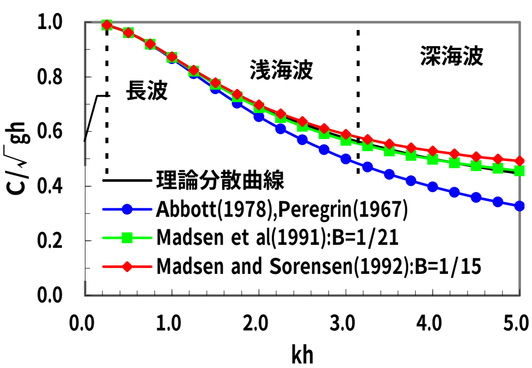


図-3.1 ブシネスク方程式の線形分散特性

式（3.2）あるいは（3.4）から得られる分散関係式

$$\frac{C}{\sqrt{gh}}=\sqrt{\frac{1+B(kh)^2}{1+\left(B+\frac{1}{3}\right)(kh)^2}} \tag{3.7}$$

図-3.1 は理論分散曲線に対する式（3.6）および（3.7）の再現性を図示したものである．式（3.7）は B=1/21 とした場合と B=1/15 とした場合について示してある．長波の領域では，いずれの分散関係式も理論分散曲線によく一致する．分散特性を修正しない分散関係式（3.6）では，浅海波，深海波の領域になるにつれて理論分散曲線との差が大きくなるのに対し，分散項に補正項を加えたブシネスク方程式の分散関係式（3.7）では，浅海波の領域でも理論分散曲線によく一致し，深海波の領域でも，B=1/15 の場合には水深波長比 h/L=0.5（kh=3.1）程度まで，B=1/21 の場合には h/L=0.64（kh=4.0）程度まで良い一致を示す．補正係数 B の最適値の選定にあたってはつぎの波の非線形性に関する議論を待たなければならないが，港湾設計において通常対象となる長波および浅海波の線形分散特性は，分散特性を修正した式（3.2）あるいは（3.4）の修正ブシネスク方程式によって精度よく記述されることがわかる．

このような基礎方程式の改良による分散特性の高精度化とは別に，数値計算における数値誤差を低減させることにより分散特性に関する計算精度を向上させる試みがなされている（例えば，原ら，1998，鄭ら，1998，平山ら，1999）．これについては 4.1 で述べることとする．

(2) ブシネスク方程式の非線形性

a) 非線形効果と分散効果の関係

次に，ブシネスク方程式の非線形性について検討する．式（3.1）～（3.4）において，左辺第 2 項は移流項あるいは対流項とよばれ，波の非線形効果を表す項として知られている（例えば，日本流体力学会，1989）．この非線形項は，時間経過に伴い正弦波形を急峻化する作用として働き，ついには波先が鉛直に立った不連続面を形成する．しかしながら実際の水面波では，このような非線形効果を抑制するような分散効果が存在するため，この二つの効果のバランスによって水面波形が決定される．両者がちょうどバランスし，同じ波形を保ちながら伝播する波は孤立波とよばれる．ブシネスク方程式では，分散効果はそれぞれ式（3.1）～（3.4）の右辺に示した分散項によって表現されている．したがって，波の非線形性に関するブシネスク方程式の精度は，本来，分散性に関する精度とともに議論されなければならない．このこと

は，次節で述べる Euler 式を出発点とするブシネスク方程式の誘導過程を考えることによりさらに明白となる．

ブシネスク方程式において水面波の非線形性や分散性に関する近似精度を高める方法の一つに，摂動パラメータ ε，μの次数を高めた高次ブシネスク方程式を誘導する方法が挙げられる．εは相対波高，μは水深波長比を意味し，それぞれ非線形性および分散性の程度を表す．このような表現を用いると，式（3.1）～（3.4）の近似度は $O(\varepsilon)$, $O(\mu^2)$となる．喜岡・柏原（1995）は，Nwogu の式を拡張して $O(\varepsilon^2)$, $O(\varepsilon\mu^2)$, $O(\mu^4)$までを考慮した高次ブシネスク方程式を導き，非線形性のみしか持たない $O(\varepsilon^m)$（$m>2$）の非線形項は $O(\varepsilon)$と $O(\mu^2)$の近似バランスにいかなる仮定を設けても現れないことを示した．つまり高次の非線形性パラメータ ε^m を有する非線形項は，すべて分散性パラメータ μ^2 が乗じられた項となっているため，分散性の近似精度を高めない限り高次の非線形性に関するブシネスク方程式の精度は向上されないことがわかる．

ところが，高次ブシネスク方程式は空間に対して高階の導関数が含まれてしまうため，さまざまな境界条件の設定が必要な現実の港湾を対象とした数値計算では差分式の取り扱いが非常に複雑なものとなり，基礎方程式の近似精度に見合った高い計算精度を維持することが困難となる．そこで本稿では，ブシネスク方程式の水面波に対する近似度を $O(\varepsilon)$, $O(\mu^2)$とした場合において，波の非線形性に対して得られる計算精度について検討し，計算対象や計算条件の設定，および計算結果の解釈に反映させることとする．

波の非線形性に対する非線形波動方程式の近似精度は，一般に，２次の伝達関数をストークス第２近似解と比較することによって評価される．ここでは，水平床上を伝播する単一成分波の２次波（金山，1997）と，周波数の異なる２つの成分波による２次の非線形干渉（例えば，Nwogu，1993，金山ら，1999，2000）のそれぞれについて，ブシネスク方程式による近似精度を検討する．

b) 単一成分波の２次波

水位 η，水深平均流速 $\underline{u}$を微小量 εのべき乗関数として，ブシネスク方程式の近似解を次のように表現する．

$$f=\varepsilon f^{(1)}\cos\psi+\varepsilon^2 f^{(2)}\cos 2\psi \tag{3.8}$$

ここで，fは ηまたは $\underline{u}$

また位相ψは，波数 k と角周波数 ωを用いて次式で表される．

$$\psi = kx-\omega t \tag{3.9}$$

水平床を仮定すると，分散特性を修正したブシネスク方程式（3.4）は式（3.2）と一致する．そこで，水深平均流速で表示し直した運動方程式（3.2）と連続式（3.7）に式(3.8)を代入し，εの次数ごとに係数を整理すると，それぞれ次のような関係式が得られる．

ε：

$$\underline{u}^{(1)}=\frac{\omega}{kh}\eta^{(1)} \tag{3.10}$$

$$\omega\left\{1+\left(B+\frac{1}{3}\right)(kh)^2\right\}\underline{u}^{(1)}=gk\left\{1+B(kh)^2\right\}\eta^{(1)} \tag{3.11}$$

ε^2：

$$\underline{u}^{(2)}=\frac{\omega}{kh}\left\{\eta^{(2)}-\frac{1}{2h}\left(\eta^{(1)}\right)^2\right\} \tag{3.12}$$

$$\begin{aligned}&\omega\left\{1+4\left(B+\frac{1}{3}\right)(kh)^2\right\}\underline{u}^{(2)}-\frac{1}{4}k\left(\underline{u}^{(1)}\right)^2\\&=gk\left\{1+4B(kh)^2\right\}\eta^{(2)}\end{aligned} \tag{3.13}$$

式（3.10），（3.11）から，線形分散関係式（3.7）が求められることがわかる．また，２次近似波形は，$\eta^{(1)}$, $\eta^{(2)}$を用いて次式で表される．

$$\eta=\frac{H}{2}\cos\psi+\left(\frac{H}{2}\right)^2\frac{\eta^{(2)}}{\left(\eta^{(1)}\right)^2}\cos 2\psi \tag{3.14}$$

また，式（3.12），（3.13）より，次式が得られる．

$$\frac{\eta^{(2)}}{\left(\eta^{(1)}\right)^2}=\frac{\dfrac{1}{4h}\dfrac{\omega^2}{kh}\left\{3+8\left(B+\dfrac{1}{3}\right)(kh)^2\right\}}{\dfrac{\omega^2}{kh}\left\{1+4\left(B+\dfrac{1}{3}\right)(kh)^2\right\}-gk\left\{1+4B(kh)^2\right\}} \tag{3.15}$$

一方，ストークス理論による２次近似波形は次式で与えられる．

$$\eta=\frac{H}{2}\cos\psi+\left(\frac{H}{2}\right)^2 k\frac{\cosh kh(\cosh 2kh+2)}{4(\sinh kh)^3}\cos 2\psi \tag{3.16}$$

式（3.14）と（3.16）のうち，それぞれの第２項を比較することにより，ブシネスク方程式による２次の非線形性の精度が検証される．両式における$\cos 2\psi$の係数について比較した結果を**図-3.2** に示す．ここで，$\eta^{(1)}/h$ =0.1

とした．図中，B=0 は式（3.1）および（3.3）に，B=1/21 は式（3.2），B=1/15 は式（3.4）に対応している．特に B=1/15 とすると，浅海域から深海域に至る広い範囲にわ

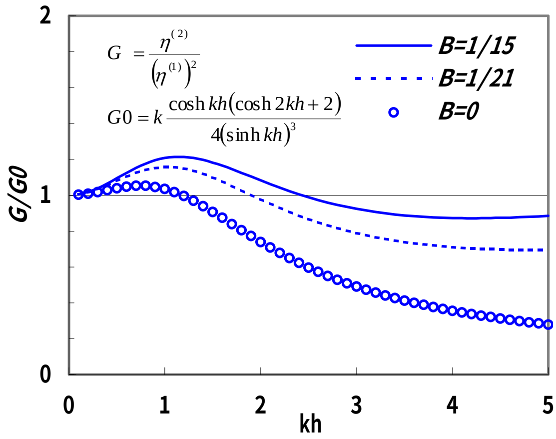
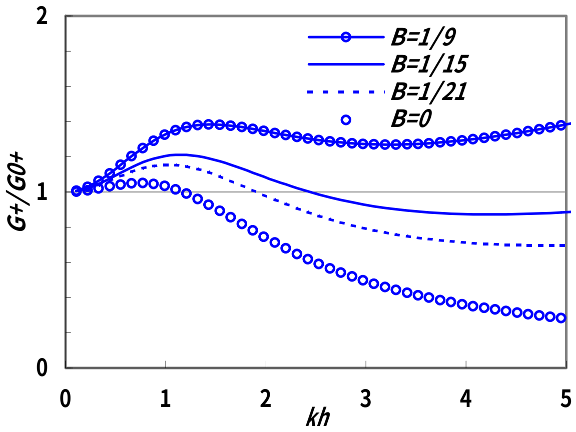
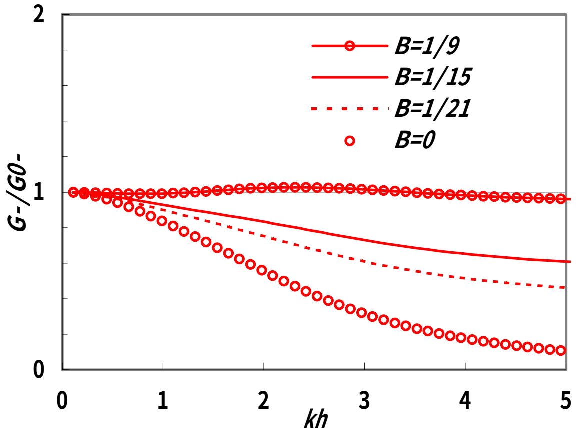


図-3.2 ブシネスク方程式による２次波の近似精度



(a) Superharmonics（和の波）



(b) Subharmonics（差の波）

図-3.3 ブシネスク方程式による２次の非線形干渉

たって，２次の非線形性に対する計算精度が向上されることがわかる．

c) ２成分波の非線形干渉

水位 η および水深平均流速 $\underline{u}$ に対して，２つの角周波数（ω_1，ω_2）およびこれらの２次干渉で生じる項からなる解を次のように仮定する．

$$
\begin{aligned}
f &= \varepsilon f^{(11)}\cos\psi_1 + \varepsilon f^{(12)}\cos\psi_2 \\
&+ \varepsilon^2 f^{(21)}\cos\psi_1 + \varepsilon^2 f^{(22)}\cos\psi_2 \\
&+ \varepsilon^2 f^{(2+)}\cos\psi_+ + \varepsilon^2 f^{(2-)}\cos\psi_-
\end{aligned}
\tag{3.17}
$$

ここで f は η または $\underline{u}$ であり，$f^{(11)}$, $f^{(12)}$ は角周波数 ω_1, ω_2 の一次成分，$f^{(21)}$，$f^{(22)}$ はそれぞれの倍角周波数成分である．また，$f^{(2+)}$，$f^{(2-)}$ はそれぞれ，Superharmonics（和の波）および Subharmonics（差の波）の成分である．また，位相関数 ψ_1，ψ_2 および $\psi_\pm$ は次のように与えられる．

$$
\begin{aligned}
&\psi_1 = k_1 x - \omega_1 t\,, \quad \psi_2 = k_2 x - \omega_2 t \\
&\psi_\pm = (k_1 \pm k_2)x - (\omega_1 \pm \omega_2)t
\end{aligned}
\tag{3.18}
$$

式(3.17)を，水深平均流速で表示し直した連続式(3.5)と運動方程式（3.2）または水平床を仮定した式（3.4）に代入し，$\varepsilon^2\sin\psi_\pm$ の項を整理すると，それぞれ次のような関係式が得られる．

$$
\underline{u}^{(2\pm)} = \frac{(\omega_1 \pm \omega_2)}{(k_1 \pm k_2)h}\eta^{2\pm} - \frac{1}{2h}\left(\eta^{(12)}\underline{u}^{(11)} + \eta^{(11)}\underline{u}^{(12)}\right)
\tag{3.19}
$$

$$
\begin{aligned}
&(\omega_1 \pm \omega_2)\left\{1 + \left(B + \frac{1}{3}\right)\{(k_1 \pm k_2)h\}^2\right\}\underline{u}^{(2\pm)} \\
&\quad - \frac{k_1 \pm k_2}{2}\underline{u}^{(11)}\underline{u}^{(12)} \\
&= g(k_1 \pm k_2)\left\{1 + B\{(k_1 \pm k_2)h\}^2\right\}\eta^{(2\pm)}
\end{aligned}
\tag{3.20}
$$

式（3.19）および（3.20）より，次式で表される Superharmonics（和の波）および Subharmonics（差の波）の２次の伝達関数 $G_\pm$ が得られる．

$$
G_\pm(\omega_1 + \omega_2) = \frac{\eta^{(2\pm)}}{\eta^{(11)}\eta^{(12)}}
\tag{3.21}
$$

これを Dean・Sharma（1981）による厳密解 $G_{0\pm}$ と比較することにより，ブシネスク方程式による２次の非線形干渉の精度が**図-3.3** のように検証される．ここで，$\eta^{(1)}/h$ =0.1 とし，ω_1 に対する波数 k_1 を ω_2 に対する波数 k_2 の

1.2 倍とした．また，横軸の kh は ω_1 と ω_2 の平均角周波数に対するものである．さらに，**図-3.2** と同様，B=0 は式（3.1）および（3.3）に，B=1/21 は式（3.2），B=1/15 は式（3.4）に対応している．**図-3.3(a)** より，ブシネスク方程式における和の波（Superharmonics）に対する近似精度は，**図-3.2** に示した単一成分波における 2 次波に対するものと同様な傾向を示し，B=1/15 のとき，浅海域から深海域に至る広い範囲にわたって計算精度が向上されることがわかる．一方，**図-3.3(b)** より，差の波（Subharmonics）に対する近似精度は，補正係数 B の値が大きくなるにつれて向上し，B=1/9 のとき，極浅海域から深海域に至る広い範囲にわたってほぼ厳密解と等しい計算精度が得られることがわかる．しかしながら，**図-3.3(a)** より，このとき和の波は過大に計算され，また，式（3.7）や**図-3.1** より，線形分散関係に対する整合性も劣化することが予想される．したがって，非線形分散波の伝播計算のみならず，その波群に拘束された長周期波を対象とした計算に対しても，式 (3.2) あるいは (3.4) における分散項の補正係数は，それぞれ B=1/15 あるいは B=1/21 とするのがよいと思われる．

(3) 非線形波の浅水変形と分裂

前項では，式（3.1）～（3.4）に示されたブシネスク方程式の分散項の違いによる波の非線形性と分散性の記述精度について，水平床の仮定や線形の仮定を導入して，それぞれ理論的に検討した．

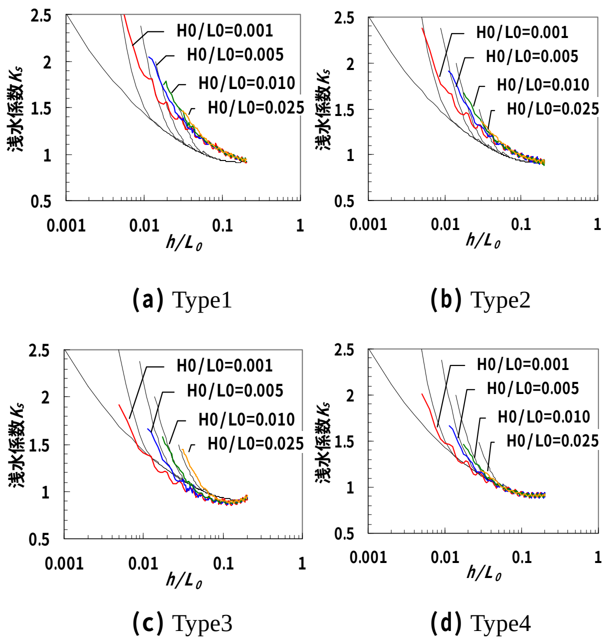
本項では，式（3.1）～（3.4）を基礎方程式とした断面 1 次元のブシネスクモデル（順に，Type1～Type4 とする）を用いて，a) 一様勾配斜面における波の浅水変形，b) 台形潜堤背後における波の分裂を対象とした波浪変形計算，を実施し，理論値や模型実験結果を用いてそれぞれの計算精度を検証した．

a) 一様勾配斜面における波の浅水変形

Type1～Type4 のブシネスクモデルで計算される 1/20 勾配の一様勾配斜面を伝搬する波の浅水変形を首藤（1974）による非線形波の浅水係数 K_s と比較した．入射波は周期 T=8.0s の規則波である．また入射境界の水深は h=-20m であり，このときの波長は L=88.7m である．差分計算に用いた空間格子間隔は Δx=L/35，差分時間間隔は Δt=T/80 である．波形勾配 H_0/L_0（H_0，L_0 はそれぞれ沖波の波高および波長）をそれぞれ，0.001，0.005，0.010 および 0.025 とした場合における Type1～Type4 による計算結果を**図-3.4(a)～(d)** に示す．図中の細線はそれぞれの波形勾配に対応する首藤による浅水係数および微小振幅波理論による浅水係数である．またブシネスクモデルにより計算された太線の波高比が波打ってみえるのは，岸側端からの反射波成分が若干含まれているためである．

水深 h を場所の関数としない式（3.1）および（3.2）を基礎方程式とした Type1 および Type2 では，いずれの波形勾配 H_0/L_0 においても，理論値に比べ急激に波高比が増大している．これに対し，水深 h を場所の関数として誘導された式（3.3）および（3.4）を基礎方程式とした Type3 および Type4 では，水深波長比 h/L_0=0.15 付近において極小値をとり，その後再び増加する浅水係数の理論値の変化傾向をよく再現していることがわかる．このことから，水深波長比 h/L_0=0.2 程度からの波の浅水変形を正しく計算するためには，水深変化を考慮した分散項を有するブシネスク方程式を用いる必要があると考えられる．

また，分散特性の補正項を導入した式（3.4）による Type4 と，分散特性を補正しない式（3.3）による Type3 を比較すると，微小振幅波理論の適用範囲において Type4 のほうがより浅水係数の理論値をよく再現していることがわかる．これは，**図-3.1** において式（3.4）の分散特性が理論分散曲線と広い範囲にわたってよく一致することに対応している．一方，波が非線形化するようになると，波形勾配が大きい波ほど，Type4 による計算結果は Type3 に比べ首藤による浅水係数の理論値とあまり一致しないことがわかる．これは，波形勾配の大きい波ほど水深波長比（または kh 値）が大きい海域で非線形化し始めることと，**図-3.2** に示したように，このときの kh 値に対する式 (3.4) による 2 次波の近似度が，式 (3.3)



(a) Type1　**(b)** Type2　**(c)** Type3　**(d)** Type4

図-3.4 分散項の違いによる波高比の変化

によるものに比べ大きく劣ることが原因であると考えられる．

b) 台形潜堤背後の波の分裂

Type1～Type4 のブシネスクモデルで計算される**図-3.5** に示す台形潜堤背後の波の変形を，土木学会海岸工学委員会研究現況レビュー小委員会（1994）が行ったCASE4 の実験結果と比較した．入射波は波高 H=1.0m，周期 T=9.0s の規則波であり，入射境界における水深波長比は h/L=0.12 である．ブシネスクモデルにおける差分計算に用いた空間格子間隔は $\Delta x=L/80$，差分時間間隔は $\Delta t=T/90$ である．**図-3.5** における P3，P4 および P5 で計算されたブシネスクモデルによる時間波形を，実験結果と合わせて**図-3.6(a)～(c)**に示す．

台形潜堤の法肩に位置する P3 や法先に位置する P4 では，**図-3.4** に示した浅水変形の計算結果において波の非線形化を最もよく再現した Type3 によって実験値の最大振幅が計算されているものの，その後の波形はうまく計算されていない．一方，分散関係が補正された Type2 や Type4 では，最大振幅は実験値ほど大きくならないものの，その後の波形は実験値を比較的よく再現している．さらにこの両者を比較すると，水深変化が考慮された分散項を有する Type4 のほうが実験で得られた時間波形によく一致している．

台形潜堤から少し離れた背後に位置する P5 では，台形潜堤によって分裂された波がそれぞれの位相速度で伝搬するため，P4 でみられた時間波形とは異なる時間波形が観測される．分裂波の波長は入射波の波長よりも短くなるので，それぞれの波の水深波長比 h/L（あるいは kh 値）は大きくなる．すると，分散特性を補正しない Type1 および Type3 では，**図-3.1** で示したように波速の計算精度が悪くなるので，たとえ P4 において実験値と同様な時間波形が得られていたとしても，P5 において計算される時間波形が実験値と一致することは期待できない．

一方，潜堤背後の水平床上では，Type2 および Type4 によって計算される分裂波の位相速度は同じである．しかし P4 において実験で得られた分裂波の波形を最もよく再現するのは Type4 であるため，P5 においても実験波形を最もよく再現しているのは Type4 による計算結果である．したがって，台形潜堤背後の波浪変形を最もよく再現するブシネスク方程式は，水深変化を考慮し，かつ分散特性の補正項を導入した式（3.4）であるといえる．

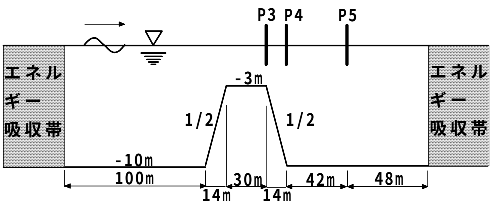
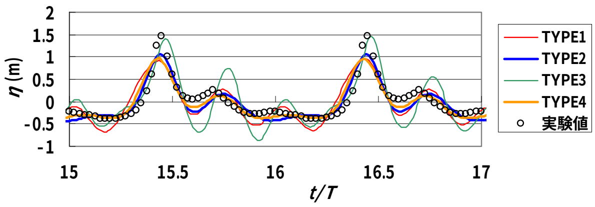
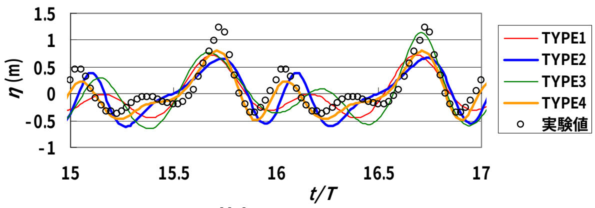


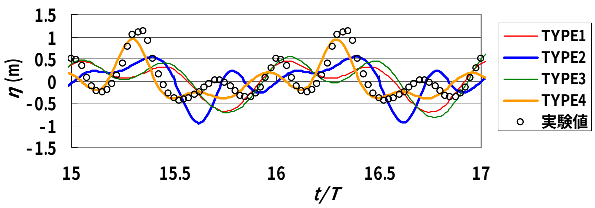
図-3.5 台形潜堤



(a) P3



(b) P4



(c) P5

図-3.6 台形潜堤背後の波浪変形

3.3 修正ブシネスク方程式による高精度波浪変形計算法（NOWT-PARI，Ver4.6β）

流体の連続式と運動方程式によって水面波の伝播を記述するブシネスク方程式は，仮定した境界条件のもとに生じる波の屈折や浅水変形を理論的に取り扱うことが可能である．また，水平流速の鉛直分布をべき乗級数で表現するとともに水深を空間変数の関数として誘導された分散項に対して，分散特性の補正項を導入した修正ブシネスク方程式は，成分波間の非線形干渉や極浅海域における波の非線形化，あるいは潜堤背後の波の分裂やその伝搬が比較的精度よく計算されるだけでなく，深海波領域への計算適用範囲の拡張がなされている．

さらに，計算領域内の陸境界や周囲の開境界において，修正ブシネスク方程式で記述される流体運動に対して適切な境界条件が設定される場合には，構造物端部より生じる波の回折や，反射や透過，あるいは重複波の形成などの物理現象をすべて一度に取り扱う高精度波浪変形計算法を構築することができる．

しかしながら，完全流体としての取り扱いでは考慮で

きない海底摩擦や消波工による波エネルギー減衰，あるいは砕波に伴う乱れによる渦動粘性で表される運動量の拡散などは, Euler 式から誘導される修正ブシネスク方程式によって表現することができない．そこで，これらの現象をも取り扱えるように改良されたブシネスクモデルでは，粘性流体における Navier-Stokes の運動方程式より誘導される境界処理法が適用されている. それでもなお, 自由表面における力学的および運動学的境界条件を逸脱した砕波変形を算定することは非常に難しい.

Madsen・Sørensen（1992）によって誘導された修正ブシネスク方程式において，理論上取り扱うことのできないこのような波浪変形に対する計算精度を向上させるためには，実際の物理現象をよく近似するモデルの開発が不可欠である.

実務への適用を目的とした以下で述べる計算手法からなるブシネスクモデルを，本稿では，「NOWT-PARI*, Ver4.6β」と呼ぶ（* **NO**nlinear **W**ave **T**ransformation model by **P**ort and **A**iroport **R**esearch **I**nstitute の略称）.

(1) 基礎方程式と計算アルゴリズム

a) 基礎方程式の誘導

i) Euler の式と境界条件

Euler の連続式と運動方程式より，まず，水深の空間変化を考慮したブシネスク方程式（Peregrine，1967）を導き，つぎに，分散項に補正項を加えた修正ブシネスク方程式（Madsen・Sørensen，1992）を誘導する.

Euler の連続式と運動方程式は次式で表される.

（連続式）

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}=0 \tag{3.22}$$

（運動方程式）

$$\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}+w\frac{\partial u}{\partial z}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} \tag{3.23}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t}+u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}+w\frac{\partial v}{\partial z}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} \tag{3.24}$$

$$\frac{\partial w}{\partial t}+u\frac{\partial w}{\partial x}+v\frac{\partial w}{\partial y}+w\frac{\partial w}{\partial z}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z}-g \tag{3.25}$$

ここで，非回転を仮定すると，次式が成り立つ.

（非回転の条件式）

$$\frac{\partial w}{\partial y}-\frac{\partial v}{\partial z}=0,\quad \frac{\partial u}{\partial z}-\frac{\partial w}{\partial x}=0,\quad \frac{\partial v}{\partial x}-\frac{\partial u}{\partial y}=0 \tag{3.26}$$

つぎに，運動学的境界条件を示す．水粒子が境界から飛び出さない条件として,「ある水粒子に着目したある境界関数 G の時間変化は 0」が成り立つ.

$$\begin{aligned} &G(x,y,z,t)=0\\ &\frac{D}{Dt}G(x,y,z,t)\\ &\qquad\equiv\left(\frac{\partial}{\partial t}+u\frac{\partial}{\partial x}+v\frac{\partial}{\partial y}+w\frac{\partial}{\partial z}\right)G(x,y,z,t)=0 \end{aligned} \tag{3.27}$$

式（3.27）を用いると，底面および水表面での運動学的境界条件はそれぞれ次のように表される.

（底面の運動学的境界条件）

$$G=z+h(x,y) \qquad h(x,y)\text{は水深.}$$

$$u\frac{\partial h}{\partial x}+v\frac{\partial h}{\partial y}+w=0 \qquad (z=-h) \tag{3.28}$$

（水面の運動学的境界条件）

$$G=z-\eta(x,y,t) \qquad \eta(x,y,t)\text{は水面変動.}$$

$$w=\frac{\partial \eta}{\partial t}+u\frac{\partial \eta}{\partial x}+v\frac{\partial \eta}{\partial y} \qquad (z=\eta) \tag{3.29}$$

一方，力学的境界条件は，水表面において圧力が大気圧と等しくなることから，大気圧を 0 として次式のように表される.

（水表面における力学的境界条件）

$$p=0 \qquad (z=\eta) \tag{3.30}$$

ii) 速度ポテンシャルによる表示

非回転の条件式（3.26）より，ここで取り扱う流体に対して各方向の流速成分と次のような関係にある速度ポテンシャルφが定義される.

$$u=\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial \hat{x}},\quad v=\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial \hat{y}},\quad w=\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial \hat{z}} \tag{3.31}$$

式（3.31）を用いると，連続式，運動方程式および境界条件式は次のように書き換えられる．なお，”∧”は次元量であることを示す.

（連続式）

$$\frac{\partial^2 \hat{\phi}}{\partial \hat{x}^2}+\frac{\partial^2 \hat{\phi}}{\partial \hat{y}^2}+\frac{\partial^2 \hat{\phi}}{\partial \hat{z}^2}=0 \tag{3.32}$$

（運動方程式）

$$\frac{\partial}{\partial \hat{t}}\left(\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial \hat{x}}\right)+\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial \hat{x}}\frac{\partial^2 \hat{\phi}}{\partial \hat{x}^2}+\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial \hat{y}}\frac{\partial^2 \hat{\phi}}{\partial \hat{x}\partial \hat{y}}+\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial \hat{z}}\frac{\partial^2 \hat{\phi}}{\partial \hat{x}\partial \hat{z}}=-\frac{1}{\hat{\rho}}\frac{\partial \hat{p}}{\partial \hat{x}} \quad (3.33)$$

$$\frac{\partial}{\partial \hat{t}}\left(\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial \hat{y}}\right)+\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial \hat{x}}\frac{\partial^2 \hat{\phi}}{\partial \hat{x}\partial \hat{y}}+\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial \hat{y}}\frac{\partial^2 \hat{\phi}}{\partial \hat{y}^2}+\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial \hat{z}}\frac{\partial^2 \hat{\phi}}{\partial \hat{y}\partial \hat{z}}=-\frac{1}{\hat{\rho}}\frac{\partial \hat{p}}{\partial \hat{y}} \quad (3.34)$$

$$\frac{\partial}{\partial \hat{t}}\left(\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial \hat{z}}\right)+\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial \hat{x}}\frac{\partial^2 \hat{\phi}}{\partial \hat{x}\partial \hat{z}}+\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial \hat{y}}\frac{\partial^2 \hat{\phi}}{\partial \hat{y}\partial \hat{z}}+\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial \hat{z}}\frac{\partial^2 \hat{\phi}}{\partial \hat{z}^2}=-\frac{1}{\hat{\rho}}\frac{\partial \hat{p}}{\partial \hat{z}}-\hat{g} \quad (3.35)$$

式（3.33）～（3.35）は，次のように積分可能である．

$$\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial \hat{t}}+\frac{1}{2}\left\{\left(\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial \hat{x}}\right)^2+\left(\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial \hat{y}}\right)^2+\left(\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial \hat{z}}\right)^2\right\}=-\frac{\hat{P}}{\hat{\rho}}-\hat{g}\hat{z} \quad (3.36)$$

（底面の運動学的境界条件）

$$\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial \hat{z}}+\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial \hat{x}}\frac{\partial \hat{h}}{\partial \hat{x}}+\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial \hat{y}}\frac{\partial \hat{h}}{\partial \hat{y}}=0 \qquad \left(\hat{z}=-\hat{h}\right) \quad (3.37)$$

（水面の運動学的境界条件）

$$\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial \hat{z}}=\frac{\partial \hat{\eta}}{\partial \hat{t}}+\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial \hat{x}}\frac{\partial \hat{\eta}}{\partial \hat{x}}+\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial \hat{y}}\frac{\partial \hat{\eta}}{\partial \hat{y}} \qquad \left(\hat{z}=\hat{\eta}\right) \quad (3.38)$$

（水面の力学的境界条件）

$$\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial \hat{t}}+\frac{1}{2}\left\{\left(\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial \hat{x}}\right)^2+\left(\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial \hat{y}}\right)^2+\left(\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial \hat{z}}\right)^2\right\}+\hat{g}\hat{\eta}=0 \qquad \left(\hat{z}=\hat{\eta}\right) \quad (3.39)$$

iii) スケーリング（無次元化）

導かれた基礎方程式の近似度を明確にするために，磯部（1999）にならい，各変量について次のようなスケーリングを行う．

$$\hat{x}=\hat{L}_0 x,\quad \hat{y}=\hat{L}_0 y,\quad \hat{z}=\hat{h}_0 z,\quad \hat{t}=\frac{\hat{L}_0}{\sqrt{\hat{g}_0\hat{h}_0}}t \quad (3.40)$$

$$\frac{\partial}{\partial \hat{x}}=\frac{1}{\hat{L}_0}\frac{\partial}{\partial x},\quad \frac{\partial}{\partial \hat{y}}=\frac{1}{\hat{L}_0}\frac{\partial}{\partial y},\quad \frac{\partial}{\partial \hat{z}}=\frac{1}{\hat{h}_0}\frac{\partial}{\partial z},\quad \frac{\partial}{\partial \hat{t}}=\frac{\sqrt{\hat{g}_0\hat{h}_0}}{\hat{L}_0}\frac{\partial}{\partial t} \quad (3.41)$$

$$\hat{\phi}=\varepsilon\hat{L}_0\sqrt{\hat{g}_0\hat{h}_0}\phi,\quad \hat{\eta}=\varepsilon\hat{h}_0\eta,\quad \hat{P}=\hat{\rho}_0\hat{g}_0\hat{h}_0 P \quad (3.42)$$

$$\hat{h}=\hat{h}_0 h\quad \hat{T}=\frac{\hat{L}_0}{\sqrt{\hat{g}_0\hat{h}_0}}T,\quad \hat{L}=\hat{L}_0 L,\quad \hat{H}=\hat{H}_0 H \quad (3.43)$$

$$\hat{\rho}=\hat{\rho}_0\rho,\quad \hat{g}=\hat{g}_0 g \quad (3.44)$$

また，摂動パラメータとして，波高水深比と相対波高を次のように定義する．

$$\mu^2=\left(\frac{\hat{h}_0}{\hat{L}_0}\right)^2,\quad \varepsilon=\frac{\hat{H}_0}{\hat{h}_0} \quad (3.45)$$

これらを速度ポテンシャル表示された基礎方程式（3.32)，(3.36)，および境界条件式（3.37)，(3.38)，(3.39）に代入すると，それぞれ次式を得る．

（連続式）

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\phi}{\partial y^2}+\frac{1}{\mu^2}\frac{\partial^2\phi}{\partial z^2}=0 \quad (3.46)$$

（運動方程式）

$$\frac{\partial \phi}{\partial t}+\frac{1}{2}\left\{\varepsilon\left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)^2+\varepsilon\left(\frac{\partial \phi}{\partial y}\right)^2+\frac{\varepsilon}{\mu^2}\left(\frac{\partial \phi}{\partial z}\right)^2\right\}+\frac{1}{\varepsilon}\frac{p}{\rho}+\frac{1}{\varepsilon}gz=0 \quad (3.47)$$

（底面の運動学的境界条件）

$$\frac{1}{\mu^2}\frac{\partial \phi}{\partial z}+\frac{\partial \phi}{\partial x}\frac{\partial h}{\partial x}+\frac{\partial \phi}{\partial y}\frac{\partial h}{\partial y}=0 \qquad (z=-h) \quad (3.48)$$

（水面の運動学的境界条件）

$$\frac{1}{\mu^2}\frac{\partial \phi}{\partial z}=\frac{\partial \eta}{\partial t}+\varepsilon\frac{\partial \phi}{\partial x}\frac{\partial \eta}{\partial x}+\varepsilon\frac{\partial \phi}{\partial y}\frac{\partial \eta}{\partial y} \qquad (z=\varepsilon\eta) \quad (3.49)$$

（水面の力学的境界条件）

$$\frac{\partial \phi}{\partial t}+\frac{1}{2}\left\{\varepsilon\left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)^2+\varepsilon\left(\frac{\partial \phi}{\partial y}\right)^2+\frac{\varepsilon}{\mu^2}\left(\frac{\partial \phi}{\partial z}\right)^2\right\}+g\eta=0 \qquad (z=\varepsilon\eta) \quad (3.50)$$

iv) 速度ポテンシャルの級数展開

Mei（1989）にならい，速度ポテンシャルϕを鉛直座標について次のように級数展開する．

$$\phi(x,y,z,t)=\sum_{n=0}^{\infty}\left[z+h(x,y)\right]^n\phi_n(x,y,t) \quad (3.51)$$

まず，式（3.51）を連続式（3.46）に代入し，さらに緩勾配近似を適用することにより，次のような漸化式を得る．

$$\phi_{n+2}=-\frac{\mu^2\nabla^2\phi_n+2\mu^2(n+1)\nabla h\nabla\phi_{n+1}}{(n+1)(n+2)} \qquad (n=0,1,2,\cdots)$$

ただし，$\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y} \right)$ （3.52）

つぎに，式（3.51）を底面の運動学的境界条件式（3.48）に代入し，同様に緩勾配近似を適用すると次式を得る．

$$\phi_{n+1} = -\frac{\mu^2 \nabla h \cdot \nabla \phi_n}{(n+1)} \qquad (n=0,1,2,\cdots) \tag{3.53}$$

これらの式を用いると順次 ϕ_n が求められ，4 次オーダーまでの速度ポテンシャルの級数展開が次式のように与えられる．

$$\begin{aligned}\phi &= \phi_0 - \mu^2 \left\{ (z+h) \nabla h \cdot \nabla \phi_0 + \frac{1}{2}(z+h)^2 \nabla^2 \phi_0 \right\} \\ &\quad + \frac{\mu^4}{2} \left\{ (z+h)^3 \nabla h \nabla^3 \phi_0 + \frac{1}{12}(z+h)^4 \nabla^4 \phi_0 \right\} \\ &\quad + O(\mu^6)\end{aligned} \tag{3.54}$$

v）水深平均流速で表したブシネスク方程式

全水深を $D = h + \varepsilon\eta$ のように定義すると，水深平均流速は次式のように定義される．

$$\overline{q}' = \frac{1}{D} \int_{-h}^{\varepsilon\eta} \nabla \phi dz \tag{3.55}$$

これに式（3.54）を代入すると，$q_0' = \nabla \phi_0$ として定義される代表流速との間の次のような関係が導かれる．

$$q_0' = \overline{q}' + \mu^2 \left\{ D \nabla h \cdot \nabla \overline{q}' + \frac{1}{6} D^2 \nabla^2 \overline{q}' \right\} + O(\mu^4) \tag{3.56}$$

水面の運動学的境界条件式（3.49）に式（3.54）を代入して，さらに式（3.56）により水深平均流速による表現に変形した後，$O(\varepsilon)$，$O(\mu^2)$オーダーまでを残すと，最終的に，次のような連続式が導かれる．

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \nabla \cdot \left[(h + \varepsilon\eta) \overline{q}' \right] = 0 \tag{3.57}$$

つぎに，水面の力学的境界条件式（3.50）に式（3.54）を代入して，さらに式（3.56）により水深平均流速による表現に変形した後，$O(\varepsilon)$，$O(\mu^2)$オーダーまでを残すと，最終的に，次の運動方程式が導かれる．

$$\begin{aligned}&\frac{\partial \overline{q}'}{\partial t} + \varepsilon \overline{q}' \nabla \overline{q}' + g \nabla \eta \\ &= \mu^2 \left(\frac{h}{2} \nabla^2 \left\{ h \frac{\partial \overline{q}'}{\partial t} \right\} - \frac{h^2}{6} \nabla^2 \left(\frac{\partial \overline{q}'}{\partial t} \right) \right)\end{aligned} \tag{3.58}$$

vi）線流量フラックスで表したブシネスク方程式

（Peregrine，1967）

x，y 方向の線流量フラックスをそれぞれ P，Q とすると，それらは水深平均流速を鉛直方向に底面から水面まで積分した形として次式で表される．

$$(P, Q) = \int_{-h}^{\varepsilon\eta} \overline{q}' dz = \left(\overline{u}(\varepsilon\eta + h), \overline{v}(\varepsilon\eta + h) \right) \tag{3.59}$$

水深平均流速で表された連続式（3.57）に式（3.59）の定義を適用すると，線流量フラックスによる次のような連続式が得られる．

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} = 0 \tag{3.60}$$

つぎに，水深平均流速で表された運動方程式（3.58）を鉛直方向に底面から水面まで積分する．式（3.59）を代入した後，$O(\varepsilon)$，$O(\mu^2)$オーダーまでを残し，一部に連続式（3.60）の関係式を用いると，最終的に，線流量フラックスによって表示された次のような運動方程式が導かれる．

x 方向：

$$\begin{aligned}&\frac{\partial P}{\partial t} + gD \frac{\partial \eta}{\partial x} + \varepsilon \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{P^2}{D} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{PQ}{D} \right) \right\} \\ &= \mu^2 \left\{ \begin{aligned} &\frac{h^2}{2} \left\{ \frac{\partial^3 P}{\partial x^2 \partial t} + \frac{\partial^3 Q}{\partial x \partial y \partial t} \right\} \\ &- \frac{h^3}{6} \left\{ \frac{\partial^3}{\partial x^2 \partial t} \left(\frac{P}{h} \right) + \frac{\partial^3}{\partial x \partial y \partial t} \left(\frac{Q}{h} \right) \right\} \end{aligned} \right\}\end{aligned} \tag{3.61}$$

y 方向：

$$\begin{aligned}&\frac{\partial Q}{\partial t} + gD \frac{\partial \eta}{\partial y} + \varepsilon \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{PQ}{D} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{Q^2}{D} \right) \right\} \\ &= \mu^2 \left\{ \begin{aligned} &\frac{h^2}{2} \left\{ \frac{\partial^3 P}{\partial x \partial y \partial t} + \frac{\partial^3 Q}{\partial y^2 \partial t} \right\} \\ &- \frac{h^3}{6} \left\{ \frac{\partial^3}{\partial x \partial y \partial t} \left(\frac{P}{h} \right) + \frac{\partial^3}{\partial y^2 \partial t} \left(\frac{Q}{h} \right) \right\} \end{aligned} \right\}\end{aligned} \tag{3.62}$$

vii) 分散特性を補正した修正ブシネスク方程式

（Madsen・Sørensen，1992）

Madsen ら（1991，1992）は，長波近似であるブシネスク方程式の 3 階微分の分散項に対して補正項を導入し，浅海域まで線形分散特性を満足させることができることを示した．この方法では，分散項の微分次数を高めることなく波の非線形性に対する近似精度を向上させることができる（**図-3.2**，**3.3**）ので，境界処理が比較的簡便に行えるなど，差分計算上有利である．

Madsen らにならい，線形長波の運動方程式を利用して，分散特性の補正項を導出する．線形長波の運動方程式は，式（3.61），（3.62）において $O(\varepsilon)$，$O(\mu^2)$オーダーの項を無視することにより次のように求められる．

$$\frac{\partial P}{\partial t}+gh\frac{\partial \eta}{\partial x}\approx 0 \tag{3.63}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t}+gh\frac{\partial \eta}{\partial y}\approx 0 \tag{3.64}$$

これらを微分することによって変形したものが，式（3.61），（3.62）の分散項と形式的に一致するよう適当に組み合わせることにより，次式のような補正項を得る．

$$\Omega_X \equiv \mu^2 Bh^2\left[\begin{array}{l}\left\{\dfrac{\partial^3 P}{\partial x^2\partial t}+\dfrac{\partial^3 Q}{\partial x\partial y\partial t}\right\}+gh\left(\dfrac{\partial^3\eta}{\partial x^3}+\dfrac{\partial^3\eta}{\partial x\partial y^2}\right)\\ +g\dfrac{\partial h}{\partial x}\left(2\dfrac{\partial^2\eta}{\partial x^2}+\dfrac{\partial^2\eta}{\partial y^2}\right)+g\dfrac{\partial h}{\partial y}\dfrac{\partial^2\eta}{\partial x\partial y}\end{array}\right] \tag{3.65}$$

$$\Omega_Y \equiv \mu^2 Bh^2\left[\begin{array}{l}\left\{\dfrac{\partial^2 P}{\partial x\partial y\partial t}+\dfrac{\partial^3 Q}{\partial y^2\partial t}\right\}+gh\left\{\dfrac{\partial^3\eta}{\partial x^2\partial y}+\dfrac{\partial^3\eta}{\partial y^3}\right\}\\ +g\dfrac{\partial h}{\partial x}\dfrac{\partial^2\eta}{\partial x\partial y}+g\dfrac{\partial h}{\partial y}\left\{\dfrac{\partial^2\eta}{\partial x^2}+2\dfrac{\partial^2\eta}{\partial y^2}\right\}\end{array}\right] \tag{3.66}$$

これらをそれぞれ式（3.61），（3.62）の右辺に加えて整理すると，最終的に，分散項に補正項を付加した運動方程式が次のように得られる．

$$\begin{aligned}&\frac{\partial P}{\partial t}+gD\frac{\partial\eta}{\partial x}+\varepsilon\left\{\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{P^2}{D}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{PQ}{D}\right)\right\}\\ &=\mu^2\left[\begin{array}{l}\left(B+\dfrac{1}{3}\right)h^2\left\{\dfrac{\partial^3 P}{\partial x^2\partial t}+\dfrac{\partial^3 Q}{\partial x\partial y\partial t}\right\}+Bgh^3\left(\dfrac{\partial^3\eta}{\partial x^3}+\dfrac{\partial^3\eta}{\partial x\partial y^2}\right)\\ +h\dfrac{\partial h}{\partial y}\left\{\dfrac{1}{6}\dfrac{\partial^2 Q}{\partial x\partial t}+Bgh\dfrac{\partial^2\eta}{\partial x\partial y}\right\}\\ +h\dfrac{\partial h}{\partial x}\left\{\dfrac{1}{3}\dfrac{\partial^2 P}{\partial x\partial t}+\dfrac{1}{6}\dfrac{\partial^2 Q}{\partial y\partial t}+2Bgh\dfrac{\partial^2\eta}{\partial x^2}+Bgh\dfrac{\partial^2\eta}{\partial y^2}\right\}\end{array}\right]\end{aligned} \tag{3.67}$$

$$\begin{aligned}&\frac{\partial Q}{\partial t}+gD\frac{\partial\eta}{\partial y}+\varepsilon\left\{\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{PQ}{D}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{Q^2}{D}\right)\right\}\\ &=\mu^2\left[\begin{array}{l}\left(B+\dfrac{1}{3}\right)h^2\left\{\dfrac{\partial^3 P}{\partial x\partial y\partial t}+\dfrac{\partial^3 Q}{\partial y^2\partial t}\right\}+Bgh^3\left\{\dfrac{\partial^3\eta}{\partial x^2\partial y}+\dfrac{\partial^3\eta}{\partial y^3}\right\}\\ +h\dfrac{\partial h}{\partial x}\left\{\dfrac{1}{6}\dfrac{\partial^2 P}{\partial y\partial t}+Bgh\dfrac{\partial^2\eta}{\partial x\partial y}\right\}\\ +h\dfrac{\partial h}{\partial y}\left\{\dfrac{1}{6}\dfrac{\partial^2 P}{\partial x\partial t}+\dfrac{1}{3}\dfrac{\partial^2 Q}{\partial y\partial t}+Bgh\dfrac{\partial^2\eta}{\partial x^2}+2Bgh\dfrac{\partial^2\eta}{\partial y^2}\right\}\end{array}\right]\end{aligned} \tag{3.68}$$

さらに，摂動展開パラメータ ε，μ^2 を省き，水の粘性を考慮した Navier-Stokes の運動方程式より誘導されるエネルギー吸収項（3.3 (3)），底面摩擦項（3.3 (4)），および砕波減衰項（3.3 (5)）を加えたブシネスクモデルの運動方程式を式（3.69），（3.70）に示す．

$$\begin{aligned}&\frac{\partial P}{\partial t}+gD\frac{\partial\eta}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{P^2}{D}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{PQ}{D}\right)\\ &\quad+\sigma P+\frac{f}{2D^2}P\sqrt{P^2+Q^2}-\nu\left(\frac{\partial^2 P}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 P}{\partial y^2}\right)\\ &=\left(B+\frac{1}{3}\right)h^2\left\{\frac{\partial^3 P}{\partial x^2\partial t}+\frac{\partial^3 Q}{\partial x\partial y\partial t}\right\}+Bgh^3\left(\frac{\partial^3\eta}{\partial x^3}+\frac{\partial^3\eta}{\partial x\partial y^2}\right)\\ &\quad+h\frac{\partial h}{\partial y}\left\{\frac{1}{6}\frac{\partial^2 Q}{\partial x\partial t}+Bgh\frac{\partial^2\eta}{\partial x\partial y}\right\}\\ &\quad+h\frac{\partial h}{\partial x}\left\{\frac{1}{3}\frac{\partial^2 P}{\partial x\partial t}+\frac{1}{6}\frac{\partial^2 Q}{\partial y\partial t}+2Bgh\frac{\partial^2\eta}{\partial x^2}+Bgh\frac{\partial^2\eta}{\partial y^2}\right\}\end{aligned} \tag{3.69}$$

$$\begin{aligned}&\frac{\partial Q}{\partial t}+gD\frac{\partial\eta}{\partial y}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{PQ}{D}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{Q^2}{D}\right)\\ &\quad+\sigma Q+\frac{f}{2D^2}Q\sqrt{P^2+Q^2}-\nu\left(\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 Q}{\partial y^2}\right)\\ &=\left(B+\frac{1}{3}\right)h^2\left\{\frac{\partial^3 P}{\partial x\partial y\partial t}+\frac{\partial^3 Q}{\partial y^2\partial t}\right\}+Bgh^3\left\{\frac{\partial^3\eta}{\partial x^2\partial y}+\frac{\partial^3\eta}{\partial y^3}\right\}\\ &\quad+h\frac{\partial h}{\partial x}\left\{\frac{1}{6}\frac{\partial^2 P}{\partial y\partial t}+Bgh\frac{\partial^2\eta}{\partial x\partial y}\right\}\\ &\quad+h\frac{\partial h}{\partial y}\left\{\frac{1}{6}\frac{\partial^2 P}{\partial x\partial t}+\frac{1}{3}\frac{\partial^2 Q}{\partial y\partial t}+Bgh\frac{\partial^2\eta}{\partial x^2}+2Bgh\frac{\partial^2\eta}{\partial y^2}\right\}\end{aligned} \tag{3.70}$$

b) 計算アルゴリズム

本研究で開発されたブシネスクモデルでは，Madsen・Sørensen（1992）による修正ブシネスク方程式を基礎方程式として採用した（連続式（3.60），運動方程式（3.69）および（3.70））．また，基礎方程式の離散化には ADI 差分法を適用し，空間差分に対してはスタッガード格子を用いた中央差分法を，時間差分に対しては前進差分法を

用いた．このようにして得られた差分式の詳細については，**付録A**を参照されたい．

計算アルゴリズムを**図-3.7**に示す．本モデルでは，*x*, *y* それぞれの方向における運動方程式の時間に関する差分中心は，互いに$\Delta t/2$ ずれている．一方，連続式は *x*, *y* 方向に交互に計算され，それぞれの運動方程式によって線流量フラックス（*P* または *Q*）が求まる$\Delta t/2$ 時間ごとに，水位 ηが求められる．

解くべき方向の運動方程式では，時間差分中心の時刻における水位 ηおよび全水深 $D\,(=\eta+h)$ が未知である．そこで，重力項の未知水位 ηには連続式の後退差分式を

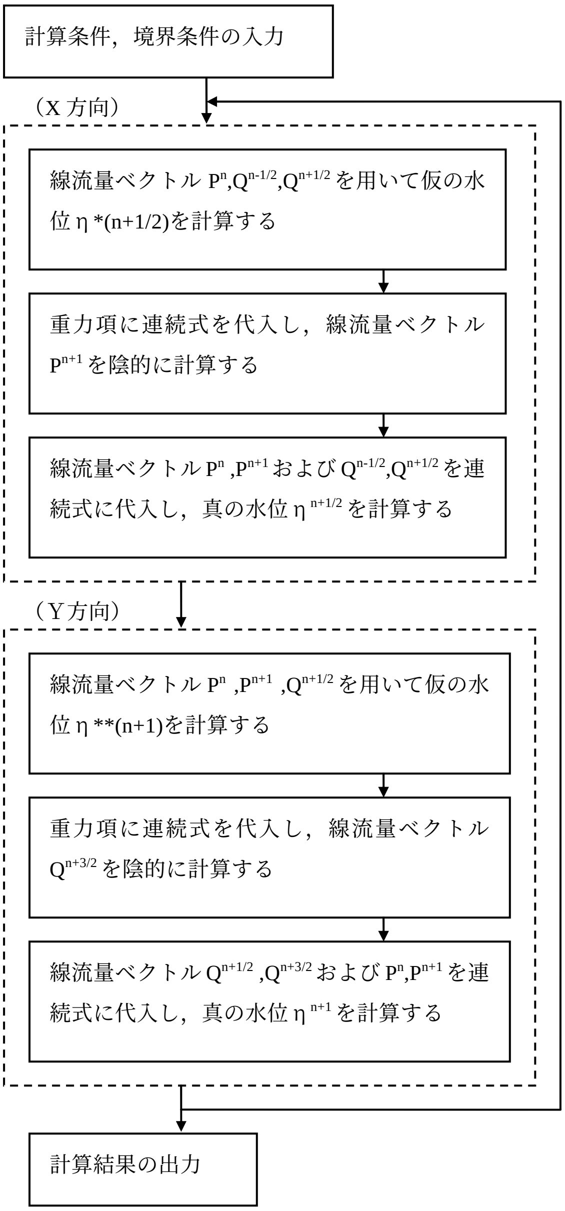


図-3.7　ブシネスクモデルの計算アルゴリズム

直接代入し，その他の項の未知水位 ηおよび全水深 *D* には，連続式の前進差分式より前もって求められた仮の水位 ηを代入することにより，解くべき方向の線流量フラックスのみを未知量とした．すると，各時刻における線流量フラックス（*P* または *Q*）が，それぞれ連立一次方程式の解として与えられる．そして，それぞれの方向に陰的に解かれた線流量フラックス（*P* または *Q*）を用いて，時間差分中心の時刻における真の水位 ηが，連続式から陽的に求められる．

このように，各方向の運動方程式における時間差分中心の時刻を連続式より求まる水位 ηの時刻と一致させることにより，微分方程式の離散化に伴う打切り誤差を極力抑え，安定に演算を行うことができる．なお，4.1 では，ここで示した計算アルゴリズムにおける打切り誤差の程度とその抑制方法について，Taylor 展開を用いて理論的に検討する．

(2) 線境界入射法による吸収造波境界

a) 波動方程式における造波方法

ブシネスク方程式を基礎とした数値解析モデルにおいて，解析領域に波を入射する最も簡便な方法の一つに，解析領域の一端に造波境界を設け，この境界上に入射波の水平流速を与えることにより波を発生させる方法がある．これは，実験水路や実験水槽におけるピストン型造波装置の造波板をイメージしたものであり，解析領域からの反射波が造波境界に到達する以前に計算を終える場合には有効な方法である．しかしながら，比較的長い造波時間を必要とする不規則波を造波した場合には，造波境界において再反射が生じる恐れがある．そこで，不規則波計算を対象とした数値解析モデルでは，水理実験で用いられる吸収造波法に相当する無反射造波境界の導入が不可欠である．

波の非線形性を考慮した場合には，入射波（造波する波）と反射波の成分を単純に分離することができないため，造波境界上で再反射が生じないような水平流速を与えることは難しい．したがって吸収（無反射）造波を実現するためには，造波境界上で流速を規定する必要がない造波手法を用いる，あるいは，造波境界を波の非線形性の影響が十分小さいと仮定できる相対水深が大きな領域に設置するなどの方法が採用される．代表例としてそれぞれ，造波ソースによるわき出し法（Larsen・Dancy, 1983，大山・灘岡，1991），あるいは，線境界入射法（石井ら，1993）などが挙げられる．これらはすべて造波境界において反射波を透過させる方法であるので，造波境界背後では後述するスポンジ層などによる無反射境界を設置する必要がある．

Larsen・Dancy（1983）による造波方法は，ブシネスク方程式において，造波境界を横切る流量とバランスするような水位変動を造波ソースに与えるものである．入射される波の波速が明らかな場合には，適当な計算アルゴリズムを用いることにより無反射造波が実現される．また，大山・灘岡（1991）は，境界要素法に基づく非線形波動場の解析モデルに対して，鉛直に配置されたソースから，造波する波の水平流速に対応した強さのわき出しを与えるという造波方法を示した．この方法は強非線形モデルに適用できるという点で非常に優れているが，ある数値モデルに対してそれを適用するためには，数値モデルの基礎方程式に対応したソース関数をそれぞれ誘導する必要がある．

一方，石井ら（1993）による線境界入射法は，差分法に基づく波動方程式系モデルにおいて，造波境界で線形化された流速の時間変動を与える造波方法である．この造波方法では，解析領域内のある差分格子境界を入射境界（造波境界と同義）とし，入射境界を挟む差分式を計算する際に，それぞれの領域において入射波の水平流速や水位を加減することにより，反射波を沖側へ透過させながら入射波を岸側方向のみへ造波する．したがって，入射境界より岸側では入射波と反射波が共存する領域，沖側では入射境界を透過した反射波のみが存在する領域となる．線境界入射法によって沖側に透過される反射波は，沖側に配置された後述のスポンジ層により減衰させる．このような操作により，入射境界線では，入射波が計算領域内に入射されるとともに，計算領域からの反射波が自由に領域外に透過する条件が満足される．とくに，基礎方程式に分散特性を修正したブシネスク方程式（Madsen・Sørensen，1992）を用いた場合には，修正された分散関係式から計算される波速を用いて，深海波の領域においても吸収造波が実現されることがわかっている（平山・平石，2001）．

b) 沖波条件の設定

線境界入射法を用いた「NOWT-PARI，Ver4.6β」において，沖波（計算領域に入射する波）は，計算領域沖側端における水位変動および流速変動によって与えられる．造波境界より入射した波形は，計算時刻の経過とともに計算領域の岸側へ伝播され，屈折系や回折系の波浪変形や成分波間の非線形干渉などが時々刻々に計算される．

現地観測や模型実験などにより，入射境界に位置するそれぞれの計算格子に対して，対象とする計算時間の水位変動データや流速変動データが与えられる場合には，それより岸側の波浪場はブシネスクモデルによって直接的に計算することが可能である．ブシネスクモデルにおけるこのような特性を利用して，多方向不規則波造波装置を用いた平面模型実験を数値解析によって補完する「数値波動水槽」の開発が進められている（例えば，平山ら，2000）．

しかしながら，とくに現地では，上記のような造波方法を実現するために必要となる多点にわたる波浪観測データを取得することは，航路の確保やコスト上の問題からほとんど不可能である．

２章で述べたように，現在，港湾・海岸構造物の設計や港内静穏度の算定に多用されている，エネルギー平衡方程式法と高山法を組み合わせた波浪変形計算システム（P025）に対して与えられる沖波条件は，有義波高などの代表波や周波数・方向スペクトルである．すなわち，実海域を対象とした波浪変形計算にブシネスクモデルを適用するためには，入射境界に与えられたこれらの沖波条件から計算領域内への波形伝播が計算されることが不可欠である．

入射波が規則波である場合には，波高 H，周期 T，波向 θが与えられると，入射境界上のある地点（x，y）における水位変動 $\eta(x,y,t)$は次式で与えられる．

$$\eta = a\cos(kx\cos\theta + ky\sin\theta - \sigma t + \varepsilon) \qquad (3.71)$$
$$a = \frac{H}{2},\quad k = \frac{2\pi}{L},\quad \sigma = \frac{2\pi}{T}$$

ここに，L は入射波の波長，εは初期位相

一方向不規則波や多方向不規則波は，式（3.71）を線形に重ねあわせた式（2.3）で表される．したがって，入射境界における水位変動を得るためには，周波数スペクトルや方向スペクトルによって表示された沖波条件から，それに対応するそれぞれの成分波の振幅,周波数,波向,初期位相と成分波の数を決定すればよい．そして，これらの推定には，沖合海域を対象とした平面模型実験に用いられる，多方向不規則波造波装置の造波理論が適用できる（2.2 参照）．なお，一方向波の成分波の波向は一定である．また，ブシネスクモデルの入射境界において水位変動とともに必要となる流速変動は，後述する式（3.72）によって与えられる．

c) 線境界入射法の概要

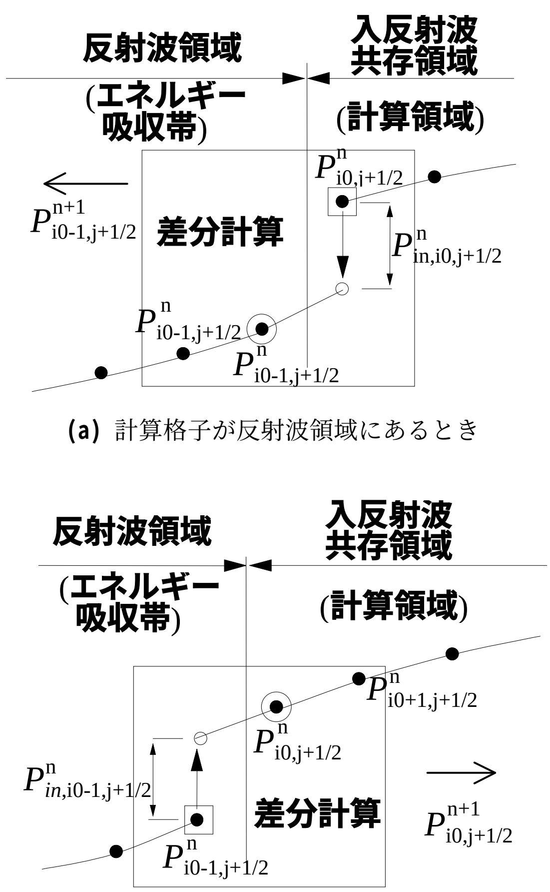
図-3.8 は，x-y 平面を静水面とした平面２次元波浪場において，x 方向の線流量 P に着目して線境界入射法の考え方を模式的に示したものである．ここで，添え字 in は入射波の線流量であることを示し，それに続く添え字は差分格子の座標を表す．また，肩の n，$n+1$ は計算ステップ数を表す．入射境界線が $i=i0$ にある場合，その格

子を含む岸側は入反射波共存領域，それより沖側は反射波領域と定義される．

図-3.8(a)は，入射境界線を含む x 方向の運動方程式の差分計算のうち，反射波領域にある $P^{n+1}{}_{i0-1,j+1/2}$ を計算するときの考え方を示したものである．このとき，差分式に含まれる $P^{n}{}_{i0,j+1/2}$ は入反射波共存領域にある．そこでこの値に，入射波の線流量 $P^{n}{}_{in,i0,j+1/2}$ を減じた仮の線流量を与え，計算領域からの反射波のみを対象とした差分計算を行う．

一方，**図-3.8(b)**は，入反射波共存領域にある $P^{n+1}{}_{i0,j+1/2}$ を計算するときの考え方を示したものである．このとき，差分式に含まれる $P^{n}{}_{i0-1,j+1/2}$ は反射波領域にある．そこでこの値に，入射波の線流量 $P^{n}{}_{in,i0-1,j+1/2}$ を加えた仮の線流量を与え，線境界から入射する入射波と計算領域からの反射波を対象とした差分計算を行う．

入射境界線を含む差分計算では，ここで着目した線流量 P に限らず，差分計算に使用されるすべての変数について，線境界より入射する変量を加減する操作を行う必要がある．さらに，y 方向の運動方程式および連続式においても，入射境界線前後の y 方向線流量 Q あるいは水位 η を差分計算する際には同様な操作を行う．



(a) 計算格子が反射波領域にあるとき

(b) 計算格子が入反射波共存領域にあるとき

図-3.8 線境界入射法の考え方

d) 線境界入射法の適用条件

入射波の波浪条件や入射境界での相対水深に対する線境界入射法の適用限界について検討する．

入射境界における入射波の線流量 $P^{n}{}_{in,i0,j+1/2}$ は，入射波の水位 $\eta^{n}{}_{in,i0,j+1/2}$ と，式（3.7）より得られる波速 C を用いて次式で与えられる．

$$P^{n}{}_{in,i0,j+1/2} = C_{i0,j+1/2}\eta^{n}{}_{in,in,j+1/2} \tag{3.72}$$

式（3.72）は，単一成分波に関する非線形性を検討した 3.2 (2)において，ブシネスク方程式の一次近似解を表す式（3.10）および（3.11）から誘導される．このことから，式（3.72）を用いた線境界入射法では，入射境界で波の非線形性による影響が十分小さいと仮定して，式（3.7）の分散関係を満足する一次基本波のみが入射されることがわかる．したがって，入射波の相対水深が深く波形勾配が大きいほど，加減される変量の誤差が大きくなる．また，波の分散効果と非線形効果のために計算領域内で生成される，２次波や成分波間の２次非線形干渉波を適切に沖側へ透過させることは困難である．

さらに，造波境界において２次波や非線形干渉波を造波する場合には，１次基本波に，式（3.12）および（3.13）より得られる２次成分波を加える．しかしながら，非線形波では重ね合わせの原理が成り立たないので，吸収造波を実現するためには，変量の加減によらない他の造波方法を適用する必要がある．

入射波の線形分散特性は，理論分散特性に対する式（3.7）の整合性に支配される．すなわち**図-3.1** から，分散特性の補正係数 B=1/15 とした場合には，線形波に対して，極浅海域から深海域に至る広い範囲にわたって入射境界を設定することが可能であることがわかる．しかし，相対水深 h/L（または kh）が小さいほど，波の非線形性を無視することが困難となるので，入射境界はある程度沖側に設定される必要がある．

(3) 陸境界および開境界における境界処理法

実港湾を対象とした波浪変形計算を実施する場合には，まず，現地地形において計算対象とする領域を設定しなければならない．波浪変形計算は，この有限な計算領域内の水域について実施される．防波堤や護岸，あるいは岩礁・海岸地形などと水域との境界（陸域境界）では，それぞれの形状に応じた反射波が形成される．一方，計

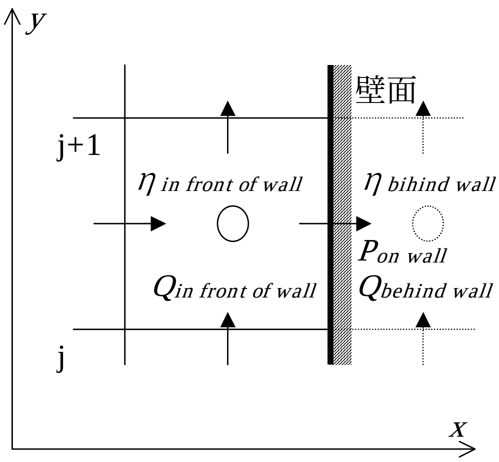
算領域の沖側では，実際の海域がそうであるように，計算領域内で生じた反射波が自由に沖側に透過する，すなわち，波の反射が生じないような境界（開境界）としなければばならない．

a) 壁面における完全反射境界

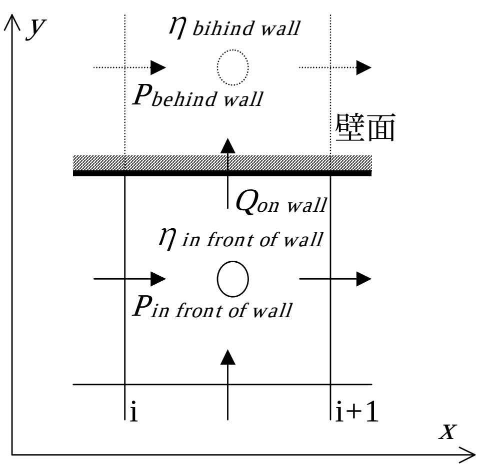
運動学的境界条件より，不透過の完全反射境界においては，水深平均流速ベクトルを$\vec{u}$，構造物表面の外向き法線ベクトルを$\vec{n}$とすると，次式を満足する．

$$\vec{u}\cdot\vec{n}=0 \qquad (3.73)$$

これは，連続式が厳密に与えられている水深平均流速で定義された方程式系においてのみ成り立つ．線流量フラックスで定義された方程式系でもこのような式が満足されることは，線流量フラックスが水深平均流速を鉛直方向に積分して得られることから理解される．



(a) 水深格子の y 軸に平行な壁面境界



(b) 水深格子の x 軸に平行な壁面境界

図-3.9 壁面における完全反射境界

線流量フラックス表示されたブシネスク方程式の差分式において完全反射境界を実現するためには，

① 構造物表面の壁面境界において，壁面法線方向の線流量フラックスがゼロ

② 壁面境界の表裏において，壁面接線方向の線流量フラックスが互いに等しい（スリップ境界）．

③ 壁面境界の表裏において，壁面法線方向の水面変動の空間勾配がゼロ

という条件を課せばよい．すなわち，水深格子の y 軸に平行な壁面境界（**図-3.9(a)**）では，

$$P_{on\ wall}=0 \qquad (3.74)$$

$$Q_{behind\ wall}=Q_{in\ front\ of\ wall} \qquad (3.75)$$

$$\left.\frac{\partial\eta}{\partial x}\right|_{across\ wall}=0 \qquad (3.76)$$

となり，水深格子の x 軸に平行な壁面境界（**図-3.9(b)**）では，

$$Q_{on\ wall}=0 \qquad (3.77)$$

$$P_{behind\ wall}=P_{in\ front\ of\ wall} \qquad (3.78)$$

$$\left.\frac{\partial\eta}{\partial y}\right|_{across\ wall}=0 \qquad (3.79)$$

となる．

b) 開境界における無反射境界

計算対象とした港湾等を囲む計算領域を海域内に設定した場合，計算領域とその外側の海域との間の開境界では，計算領域から海域へ出て行くすべての成分波が自由に透過するような無反射境界を設定する必要がある．ブシネスク方程式を数値的に解く場合には，この無反射境界の性能が計算の安定性を左右することになる．

ブシネスク方程式で通常用いられる差分法においては，Sommerfeld の放射条件，スポンジ層と呼ばれるエネルギー吸収帯（Cruz ら，1993），および両者を併用する方法

がある．Sonmmerfeld の放射条件は，開境界において波速を規定することにより波を計算領域外へ透過させる方法である．したがって，透過波の波向きや波速が明らかな規則波に対しては十分な精度で無反射境界が満足される．一方，スポンジ層を用いる方法は，計算領域の外縁に設けられたエネルギー吸収帯(スポンジ層)において，流速に係わる抵抗項を運動方程式に加え波エネルギーを減衰させて消波する方法である（**図-3.10**）．イメージ的には，水理実験において水槽外縁に設置される消波工による消波機能とよく似ている．Cruz ら（1997）は，不規則波に対するスポンジ層の波エネルギー吸収性能を詳細に検討し，対象周波数帯に対する許容反射率を設定することにより最適なスポンジ層の幅と強度を決定する手法を示した．この他にも，エネルギー吸収係数の違いによりいくつかのスポンジ層モデルが提案されている．平石ら（1995）は，流量フラックス表示されたブシネスク方程式に対して，Cruz ら（1993）にならい，双曲線型のエネルギー吸収係数 σ を有する次のようなエネルギー吸収項を付加した．

$$\begin{cases}\sigma P & (x\text{方向})\\ \sigma Q & (y\text{方向})\end{cases}\qquad \sigma(x)=\frac{r\sigma_m}{2(\sinh r-r)}\left[\cosh\left(\frac{rx}{F}\right)-1\right] \qquad (3.80)$$

$$F=2\text{〜}3\text{波長},\quad \sigma_m=\theta\sqrt{g/h},\quad r=3,\quad \theta=1.0$$

式（3.80）で示したエネルギー吸収項を用いて無反射境界を実現するためには，入射波の波長の 2 倍程度の幅のスポンジ層を必要とする．したがって，長周期帯を含む不規則波に対してはスポンジ層の幅をかなり広く設定する必要がある．これは計算領域の拡大を意味するので計算容量が非常に大きくなる．

そこで，大山・灘岡（1991）は，スポンジ層の外縁に Sommerfeld 型境界を設けて両者を組み合わせる開境界処理法を提案している．これは，透過させたい長周期波の波向きと波速が明らかな場合には非常に有効な方法である．しかし，適切な波向きや波速が与えられない場合には演算を不安定にする要因となるので，主に実港湾を計算対象とする本モデルでは，Sommerfeld 型の放射境界は組み込まれていない．

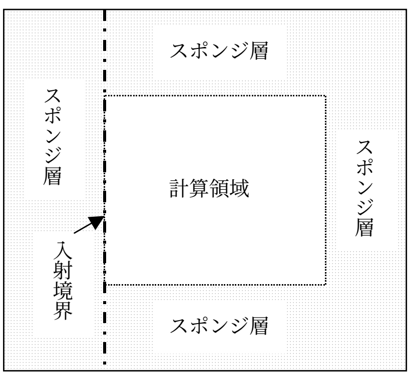


図-3.10 スポンジ層を用いた開境界の設定イメージ

一方，海岸に風波が打ち寄せる場合など，反射率がほぼゼロとなる現象は，スポンジ層を用いた無反射境界によって計算することができる．3.4 (4)では，この場合の計算特性について検討する．

c) 部分反射境界の取り扱い法

港湾を対象として波浪変形計算や港内静穏度計算を実施する場合には，以上のような境界に加えて，防波堤や護岸などの反射率が任意に設定される必要がある．構造物において所定の反射率を得るために，スポンジ層による波浪吸収性能を調整する方法が提案されている（例えば，有川・磯部，1999）．また平石ら（2000）は，波長の 1/4〜1/6 程度の幅のスポンジ層を岩礁からなる陸域境界に配置して，反射率が Kr=0.5 となるように，潮位や入射波の周期に応じてエネルギー吸収係数を調整する方法を示した．3.4 では，その具体的な設定法を示す．

スポンジ層を用いた部分反射境界では，現実の消波構造物に存在する抵抗に対する近似性や，消波工の幅と入射波の波長との幾何学的な関係などは考慮されていない．この場合，反射波の位相は再現されないため，消波構造物の前面でみられる部分重複波形などを正しく評価することは困難である．また，あらかじめ設定された入射波諸元と異なる波が入射したときに得られる反射率は，実現象とうまく対応しないことが危惧される．

波の部分反射に関するこのような問題を解決するために，平山・平石（2001）は，消波工の空隙率などの工学的パラメータを用いた透水層による任意反射境界処理法を提案している．4.2 ではこの概要について紹介する．

(4) 底面および自由表面における境界処理法

沿岸域での波浪変形計算において，海底地形の変化によって生じる波の屈折変形や浅水変形などを計算対象とする場合には，同じく海底地形の性質に起因する海底摩擦効果による波浪変形を考慮しなければならないことがある．また砕波帯内では，水面（自由表面）において生じる砕波変形を考慮しなければならない．

a) 底面摩擦モデル

海底摩擦は，主に海底面付近における鉛直渦動粘性により生じると考えられる（宇野木，1993）．そこで，海底摩擦による波浪変形を考慮するためには，完全流体を仮定して誘導される修正ブシネスク方程式（3.67）および（3.68）に対して，粘性流体の基礎方程式より誘導され

る底面摩擦項を新たに考慮する必要がある．

とくに周期の長い波では，底面摩擦による影響が上層の流れ場までおよぶことがある．レイノルズ数が非常に大きく乱流とみなせる場合には，摩擦抵抗は流速の２乗に比例する．したがって，長波のような振動流の底面摩擦は，それぞれ x 方向および y 方向の線流量フラックスを P，Q，全水深を D，および無次元量である摩擦抵抗係数を f とすると，次式のように与えられる（佐藤ら，1993）．

$$\begin{cases} \dfrac{f}{2D^2} P\sqrt{P^2+Q^2} & (x\text{方向}) \\ \dfrac{f}{2D^2} Q\sqrt{P^2+Q^2} & (\text{y方向}) \end{cases} \tag{3.81a}$$

または，

$$\begin{cases} \dfrac{f}{2D} P\sqrt{\left(\dfrac{P}{D}\right)^2+\left(\dfrac{Q}{D}\right)^2} & (x\text{方向}) \\ \dfrac{f}{2D} Q\sqrt{\left(\dfrac{P}{D}\right)^2+\left(\dfrac{Q}{D}\right)^2} & (\text{y方向}) \end{cases} \tag{3.81b}$$

深海波では，海底面付近の摩擦抵抗が水深平均流速や線流量フラックスに与える影響は小さい．一方，浅海波では，海底面付近の鉛直渦動粘性が波の分散性に対して与える影響を考慮しなければならない場合がある．しかしながら，この場合にも基本波に対する海底摩擦効果は式（3.81）によって考慮することができる．

佐藤ら（1993）は，f=0 と f=0.02 とした場合における離岸堤周辺の海浜流の形成状況を比較し，摩擦抵抗係数を大きくすると，波高分布の差はあまりみられないものの，離岸堤背後の循環流の中心が離岸堤に近づき，局所的に流速値が大きくなるところが存在することを示した．ただし，どちらの場合にも定量的に実験結果とよく対応しているようである．なお，平石ら（1995）は，底面摩擦項として摩擦抵抗係数 f に 1/2 を乗じない式を採用している．この場合には摩擦抵抗係数 f の与え方に違いが生じるので注意を要する．

ところで，レイノルズ数が非常に小さく層流とみなせる場合には，摩擦抵抗は流速の１乗に比例する．この場合の底面摩擦項は，3.3 (3)で述べたスポンジ層によるエネルギー吸収項（式（3.80））と，形式上，同様なものが考えられる．しかし，エネルギー減衰係数 σ の代わりに与えられる摩擦抵抗係数 f' は時間の逆数の次元を有していなければならないことに注意されたい．

b) 砕波モデル

水面（自由表面）において砕波変形が生じている状況では，ブシネスク方程式の誘導過程で用いた水面の運動学的境界条件，すなわち，水粒子が水表面を飛び出さないという仮定を満足しない．さらに，砕波によって生じるジェット流が水面に突入する場合には，水面での圧力が大気圧と等しいという水面における力学的境界条件も満たされない．つまりブシネスク方程式では，砕波変形を厳密に記述することは不可能である．

ブシネスクモデルにおいて砕波変形を計算するためには，砕波する条件と砕波後のエネルギー逸散効果を運動方程式に反映させる砕波モデルの構築が不可欠である．しかし,砕波の物理過程については未だ不明な点も多く，現在，砕波の発生機構や砕波帯内における流体運動のようすを明らかにする研究（例えば，灘岡ら，1996，水谷ら，2001 など）や，それらを表現するより現実に近い砕波モデルの開発（例えば，Schaffer et al.，1992，大山・長谷部，2001 など）が盛んに行われている．

このように，現段階では計算精度が保障された砕波モデルは存在しない．そこで本研究では，比較的取り扱いが簡便で，かつ，多くの計算事例を有する Watanabe et al.（1984）による砕波判定指標と，佐藤・Kabiling（1993）による運動量拡散項により砕波モデルを構築した．ただし本モデルでは，砕波限界とする流速波速比の設定に関して試行錯誤的な要素が存在し，また，砕波後の流れ場の再現性にも問題が残されている．4.4 では，これらの課題について言及する．

i) 砕波判定指標

波が一様勾配斜面を単一方向に進行する場合には，合田（1973）による砕波限界波高の算定式を用いて，沖波の波形勾配と水深波長比，および底面勾配の関係から砕波位置を決定することができる．しかし，ブシネスクモデルを用いた平面波浪場の計算では，砕波判定が時空間的に行われなければならないため，逐次計算される水位 η や線流量フラックス P，Q（水深平均流速 $\underline{u}$，$\underline{v}$）を用いた砕波判定指標が必要となる．

本研究では，Watanabe et al.（1984）にならい，水表面における水粒子速度と波速の比による次のような砕波判定指標を用いた．

$$\frac{\sqrt{u_s^{\,2}+v_s^{\,2}}}{\sqrt{gh}} \geq \gamma_b \quad \text{and} \quad \eta > 0 \tag{3.82}$$

ここで，u_s および v_s は水表面の水粒子速度の x 方向成分

および y 方向成分であり，それぞれ次式で与えられる．

$$\begin{cases} u_s = u - \left(\dfrac{D^2}{2} - \dfrac{h^2}{6}\right)\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} & (x\text{方向}) \\ v_s = v - \left(\dfrac{D^2}{2} - \dfrac{h^2}{6}\right)\dfrac{\partial^2 v}{\partial y^2} & (\text{y方向}) \end{cases} \quad (3.83)$$

また， γ_b は砕波が生じる限界の流速波速比であり，式（3.82）のように長波の波速を用いた場合には，0.8～1.0 とすれば実験結果との整合性が比較的良いことが示されている（有川・磯部，1997）.

ii) 砕波によるエネルギー逸散

佐藤・Kabiling（1993）にならい，本研究では，砕波によって生じる乱れの運動量の割合を渦動粘性係数 νで表し，砕波による運動量の拡散項を運動方程式に付加して，砕波帯内の波高減衰を計算する次のような手法を用いた.

（運動量拡散項）

$$\begin{cases} \nu\left(\dfrac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 Q}{\partial x^2}\right) & (\text{x方向}) \\ \nu\left(\dfrac{\partial^2 P}{\partial y^2} + \dfrac{\partial^2 Q}{\partial y^2}\right) & (\text{y方向}) \end{cases} \quad (3.84)$$

（渦動粘性係数）

$$\nu = \frac{\alpha_D sgd}{\sigma^2}\sqrt{\frac{g}{d}\cdot\frac{\hat{Q} - Q_r}{Q_s - Q_r}} \quad (3.85)$$

$$Q_s = 0.4(0.57 + 5.3s)\sqrt{gd^3}\text{，}\quad Q_r = 0.135\sqrt{gd^3}$$

ここで，d は平均水深，$Q^\wedge$ は線流量の振幅である． α_D は砕波点で 5，砕波帯外に向かって１波長の間は線形に減少し，１波長離れた地点で 0 となる値である．また海底勾配 s は，流速の方向に対する海底勾配として次式で与えられる．

$$s = \frac{u_s s_x + v_s s_y}{\sqrt{u_s^2 + v_s^2}} \quad (3.86)$$

ここで，s_x，s_y は海底勾配の x 方向成分および y 方向成分である．

(5) 屈折変形および回折変形に対する計算精度

港湾・海岸構造物が多く施工され人的活動が活発な沿岸域における高精度な波浪場の算定には，適用条件が限定される従来の波浪変形計算法に代えて，屈折系および回折系の波浪変形が同時に計算でき，かつ，波の非線形性と分散性を考慮できるブシネスクモデルを適用することが有効である．本節では，屈折系および回折系に分類されるそれぞれの波浪変形に対して，ブシネスクモデル（NOWT-PARI，Ver4.6β）が有する計算精度について検討する．また，従来の波浪変形計算法が適用可能な波浪変形については，その計算結果も合わせて示す．

a) 球面浅瀬による波の屈折

水深分布が一様でない浅海域やそれより浅い海域を伝搬する波は，海底地形の影響を受け，波の伝搬方向が浅いほうに曲がる屈折変形が生じる．沖合でみられる方向集中度の低い多方向波は，沿岸に伝搬するにつれて方向集中度が高まり，海岸では海岸線に対して直角に入射する一方向波がみられるようになる．これは，岸に近づくにつれて海底水深が浅くなり，さまざまな方向へ伝搬していた成分波がすべて岸の方へ屈折変形されて波の峰が揃うためである．また，岬の先端が沈み込んだ海域や浅瀬が存在する海域では，屈折変形によって波が集中しやすくなっている．

水面波の屈折変形は水深による波速の違いによって生じるので，どの程度の屈折変形が生じるかは，微小振幅波においては入射波の入射角に加えて周期と水深によって決まる．したがって波高がそれほど大きくない場合における波の屈折変形の算定には，微小振幅波理論に基づく波向法や数値波動法，あるいはエネルギー平衡方程式法などを適用することができる（2.4 (1)参照）．

本項では，規則波の屈折変形に対しては球面浅瀬を対象とした伊藤ら（1972）による模型実験結果を，多方向波の屈折変形に対しては同様な球面浅瀬を対象としたエネルギー平衡方程式法による計算結果を用いて，屈折変形に対するブシネスクモデルの計算精度を検証する．

i) 模型実験結果（伊藤ら，1972）との比較（規則波）

伊藤ら（1972）は，水深 15m の一様海域に半径 2L，天端高-5m の球面浅瀬を設置した**図-3.11** のような海底地形を対象として，縮尺 1/100 の水理模型実験を実施した．球面浅瀬による規則波の屈折変形では，その背後で波向線が交差することが予想される．なお以下においては，現地換算した値について示す．

彼らの実験結果のうち，測線 a-a’および測線 b-b’で観測された波高 H=1.0m，周期 T=5.1s，波向 θ=0°の規則波による波高分布を対象として，ブシネスクモデルによる再現計算を行った．入射波は波長 L=40m，水深波長比 h/L=0.375 であり，浅海波の分散特性を有することがわかる．また波形勾配は H/L=0.026 である．模型実験と同様に設定した計算領域の沖側および岸側には，十分な消波性能を有する幅 2L のスポンジ層を配置し，側方は模型

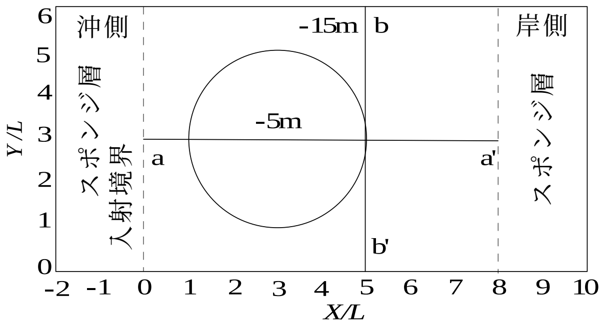


図-3.11 球面浅瀬の配置

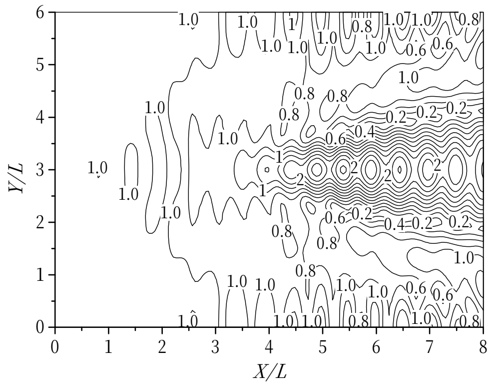
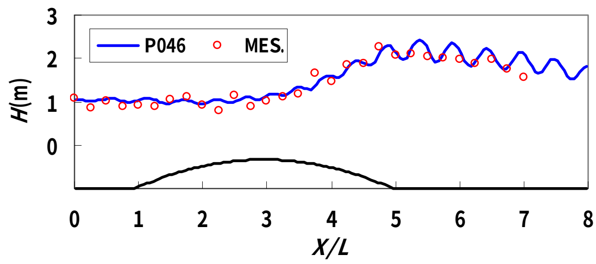
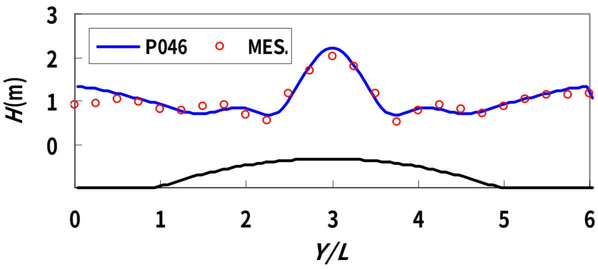


図-3.12 球面浅瀬場の波高分布（ブシネスクモデル）



(a) 測線 a-a’



(b) 測線 b-b’

図-3.13 伊藤ら（1972）による実験結果との比較

実験と同様に完全反射境界とした．数値計算に用いた差分格子は $\Delta x=L/20$ であり，差分時間は $\Delta t=T/204$ である．

ブシネスクモデルにより計算された球面浅瀬場の波高分布を**図-3.12** に示す．球面浅瀬により屈折された規則波が球面浅瀬背後に集中し，そこでの波高が高くなっているようすが計算されていることがわかる．波高分布が波打って見えるのは，球面浅瀬によって屈折された波が側方の完全反射境界によって反射され，球面浅瀬背後において，もう一方の側方境界から反射された波と重複しているためである．

つぎに，側線 a-a’および測線 b-b’において計算されたブシネスクモデルによる波高分布を実験結果と合わせて，**図-3.13(a)**および**図-3.13(b)**に示す．彼らによる模型実験では模型縮尺が小さく，波高計によって各測点における水位変動を精度よく計測することが困難であったと考えられるため，測線 b-b’にみられる非対称性などのように，〇印で示された実験結果には多少のばらつきが認められる．しかしながら，球面浅瀬による規則波の屈折・浅水変形およびその波高分布は概ねよく捉えられていると考えられる．これらを考慮すると，ブシネスクモデルにより計算された球面浅瀬の波高分布は，いずれの測線においても〇印で示された実験結果を非常によく再現していることがわかる．

ii）エネルギー平衡方程式法との比較（多方向波）

波浪変形計算ライブラリ（P025）に用いられているエネルギー平衡方程式法（L048）では，入射波を多方向不規則波とすることを前提としているため，規則波の波浪変形計算を実施することはそれほど容易ではない（2.4 (1)参照）．そこで，規則波の屈折計算においてその計算精度が検証されたブシネスクモデルを用いて，多方向波による球面浅瀬場の波高分布を算定し，それを同様な条件で計算されたエネルギー平衡方程式法による波高分布算定結果と比較することにより，両者の計算精度を検証した．

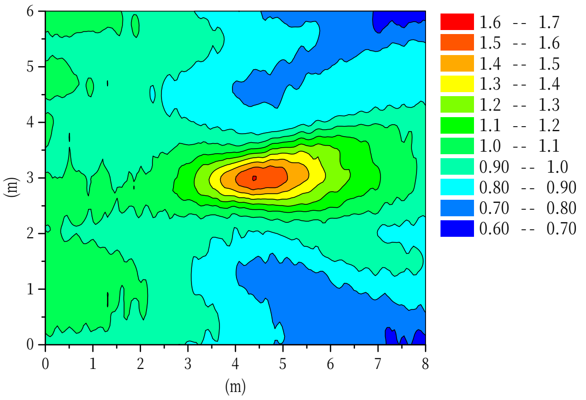
計算に用いた球面浅瀬は伊藤ら（1972）による模型実験のものと同様であるが，側方は透過境界とした．すなわち，ブシネスクモデルでは幅 $2L$ の十分な消波性能を有するスポンジ層を配置し，エネルギー平衡方程式法では側方境界における反射率を K_r=0 と設定した．入射波は，有義波高 $H_{1/3}$=1.0m, 有義波周期 $T_{1/3}$=5.1s, 主波向 θ=0°, S_{max}=75 の多方向不規則波とした．有義波における水深波長比は $h/L_{1/3}$=0.375 であり，波形勾配は $H/L_{1/3}$=0.026 である．両者による計算結果を**図-3.14(a)**および**図-3.14(b)**に示す．

ブシネスクモデルによる計算結果(**図-3.14(a)**)では，球面浅瀬の中心から背後にかけて波が集中し波高が増加するようすが計算されている．先ほどの規則波による計

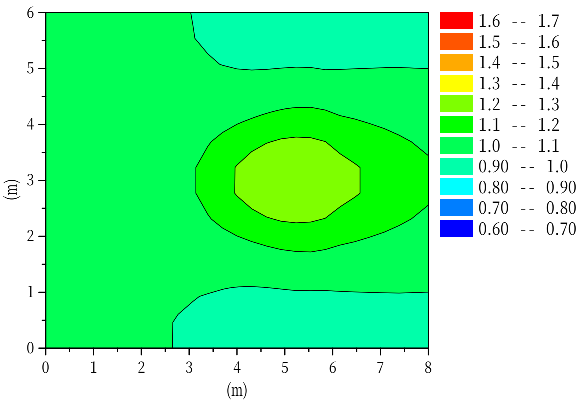
算結果と比較すると，最大波高は小さくなり，波高が高くなる領域が沖側に移動していることがわかる．球面浅瀬から後方に離れるにつれて波高が徐々に低下している原因は，側方境界による反射波が存在しないためである．

一方，エネルギー平衡方程式法による計算結果（**図-3.14(b)**）では，球面浅瀬上でみられる波高の高い領域はブシネスクモデルによる計算結果よりも岸側に位置し，それほど大きくない波高が広くなだらかに分布している．

両者の計算結果においてこのような違いがみられた原因は，次のように考察される．すなわち，波の非線形性が考慮されるブシネスクモデルでは，球面浅瀬上で生じる非線形干渉によって和と差の波が生成され，ピーク付近の波エネルギーが減衰すると同時に，それぞれ周期の短い波と周期の長い波のエネルギーが増大する．とくに周期の長い波は球面浅瀬によって大きく屈折するので，これらは球面浅瀬の中心よりやや岸側で交差し，比較的波高値の大きな領域を形成する．一方，線形なエネルギー平衡方程式法ではこのような現象は計算されず，成分



(a) ブシネスクモデル（P046）



(b) エネルギー平衡方程式法（L048）

図-3.14 多方向不規則波による球面浅瀬場の波高分布

波の波向線の交差点が球面浅瀬より岸側に広く分布するために，なだらかな波高分布を形成したと考えられる．

ところで平石ら（1995）は，同様な球面浅瀬に周期 T=12s の規則波（水深波長比 h/L=0.111）を入射し，ブシネスクモデルによって計算される波高分布を線形な緩勾配不規則波動方程式による計算結果と比較している．彼らによると，波高 H=0.1m（波形勾配 H/L=0.0007）のときには，両者ともに球面浅瀬背後で急激に波高が増加し計算結果の違いはほとんどみられない．しかし，波高 H=1.0m（波形勾配 H/L=0.0074）および H=1.5m（波形勾配 H/L=0.0111）としたときには，緩勾配不規則波動方程式では H=0.1m のときと同様な波高分布が算定されるのに対し，ブシネスクモデルでは球面浅瀬背後における波高の増加が抑えられ，かわりにその前方と後方に波高の比較的高い領域が広く分布している．ここで用いられた緩勾配不規則波動方程式は伊藤ら（1972）による実験結果をよく再現するので，この場合の計算結果の違いは，ブシネスクモデルにおいてのみ計算された 2 次波の生成により，基本波のエネルギーが 2 倍周波数成分と半倍周波数成分に移行されたために生じたものと考えられる．

b) 防波堤端部による波の回折

海域に波の伝播を阻害する構造物などがある場合には，波がその背後に回り込む回折変形が生じる．顕著な波の回折は，港口となる沖防波堤の端部や海浜を防護する離岸堤端部などでみられ，港内への波の進入や離岸堤背後におけるトンボロ地形の形成などの要因となっている．どのような回折変形が生じるかは，回折地点における波の波長や入射角，あるいは構造物の長さなどによって決まり海底地形の変化には無関係である．したがって回折変形の算定には，水深が一様であることを仮定した波動理論における Sommerheld の解析解やそれを基礎として開発された高山法による数値計算法を適用することができる（2.4 (2)参照）．これらによる計算結果を用いて，回折変形に対するブシネスクモデルの計算精度を検証する．なお，島や岬などの背後で観測される波の回り込み現象では，回折変形と同時に，周辺の海底地形による屈折変形が生じていることが多い．両者の波浪変形を同時に計算できるブシネスクモデルは，このような場合においてとくに有効である．

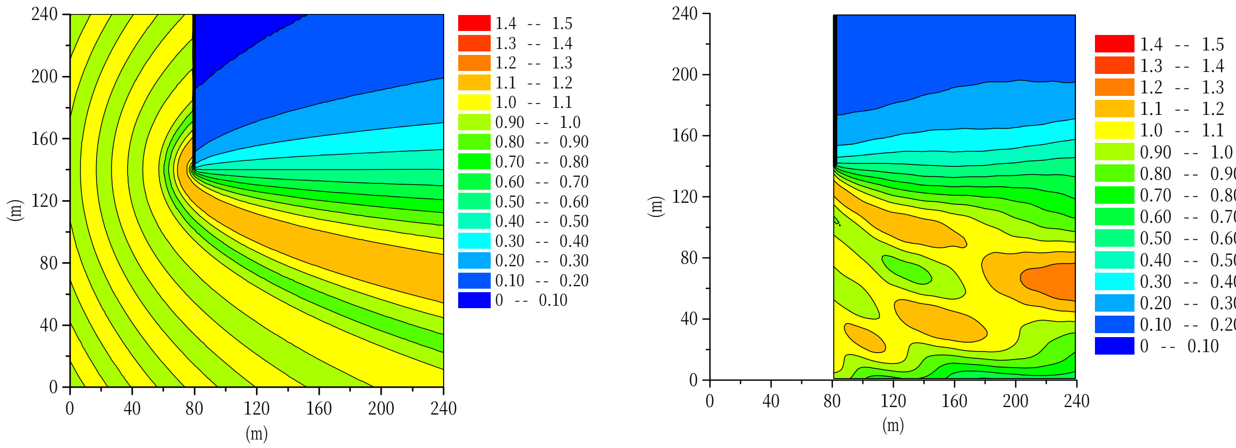
i) Sommerheld の解析解との比較（規則波）

水深 15m の一様な海域に半無限堤が設置されているとき，その背後における波の回折変形を計算する．波高 1.0m，周期 5.1s の規則波が半無限堤に直入射（波向 0 度）した場合を考える．入射波は波長 L=40m，水深波長比 h/L=0.375 であり，浅海波の分散特性を有する．

半無限堤沖側の反射率を K_r=0 としたとき，Sommerheld による解析解を**図-3.15(a)**に，ブシネスクモデルによる計算結果**図-3.15(b)**に示す．また同様に，K_r=1 としたときの解析解および計算結果を**図-3.16(a)**および**(b)**に示す．ここで，K_r=0 としたケースは回折計算に反射波と反射波に伴う散乱波を考慮しないことを意味し，K_r=1 としたケースは入射波と同じ波高をもつ反射波と反射波に伴う散乱波を考慮することを意味する．

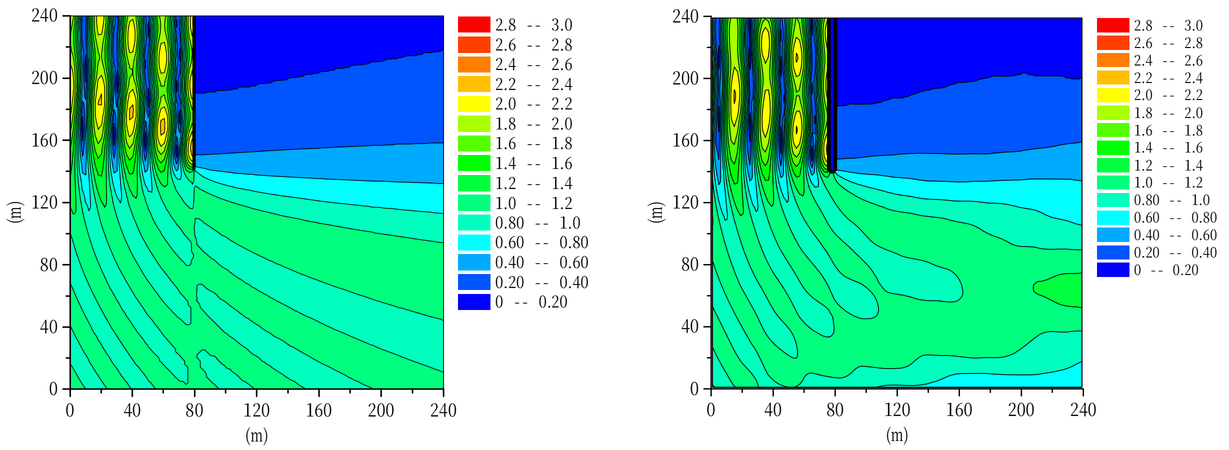
線形解である Sommerheld による解析解では，回折波高分布は入・反射波とそれらの散乱波の重ね合わせにより算定される（**図-3.15(a)**および**図-3.16(a)**）．これに対し，波の非線形性を考慮したブシネスクモデルでは，時間の経過に伴い，入射波の回折と反射，および入・反射波の重複や非線形干渉などが計算される．回折波高分布は，これらが定常状態に達したときに算定される（**図-3.15(b)**および**図-3.16(b)**）．これらの図を比較すると，ブシネスクモデルによって算定される回折波高分布は，防波堤による反射の有無にかかわらず，Sommerheld による解析解とよく一致していることがわかる．ここで,入射波と入射波に伴う散乱波が共存する領域でみられる波高分布の違いは，互いに波向きが異なる両者の非線形干渉によるものと考えられる．また，計算領域の側方境界に沿ってみられる波高減衰は，計算領域の外側に設置されたエネルギー吸収帯の影響によるものである．

なお，平石ら（1995）は，長波に近い分散特性を有する規則波に関して半無限堤背後の回折波高分布を計算し，



(a) Sommerheld の解析解　　**(b)** ブシネスクモデルによる計算結果

図-3.15 反射率 K_r=0 の半無限堤による波の回折（規則波，H=1.0m，T=5.1s，L=40m，h/L=0.375）



(a) Sommerheld の解析解　　**(b)** ブシネスクモデルによる計算結果

図-3.16 反射率 K_r=1 の半無限堤による波の回折（規則波，H=1.0m，T=5.1s，L=40m，h/L=0.375）

同様に Sommerheld の解析解によく一致することを示している．

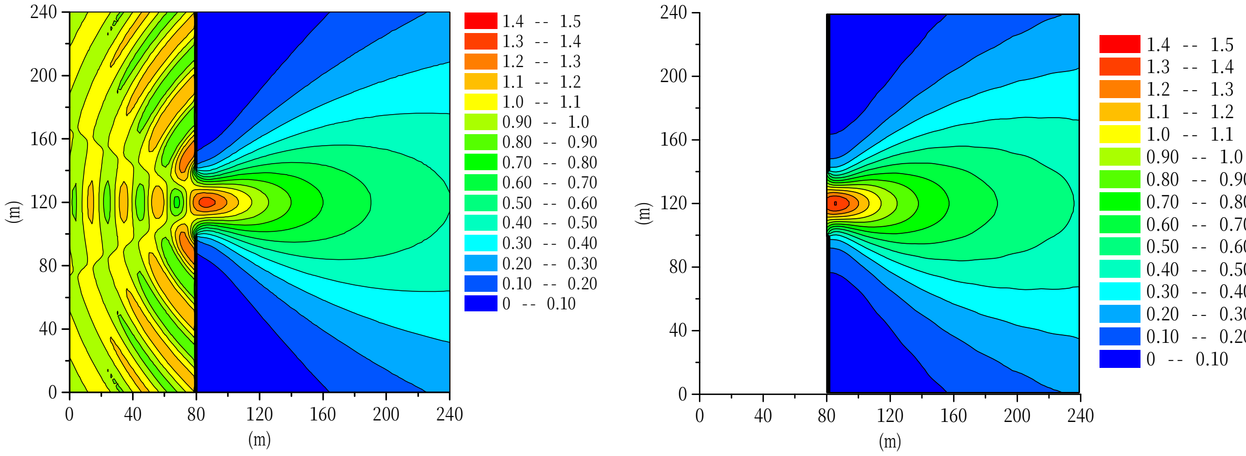
次に，同じ海域に，入射波の波長 L と同じ幅 B の開口部を有する防波堤を設置する（開口率 B/L=1.0）．入射波の諸元は半無限堤のときと同様である．

防波堤沖側の反射率を K_r=0 および K_r=1 としたときの解析解と計算結果を，それぞれ**図-3.17** および**図-3.18** に示す．半無限堤のときとは異なり，港内で入射波と入射波に伴う散乱波の非線形干渉が生じないために，特に K_r=0 としたケース（**図-3.17**）では，計算結果の違いはほとんど認められない．また，K_r=1 としたケース（**図-3.18**）でも，開口部付近で生じる非線形干渉のために，ブシネスクモデルで港内に伝播する入・反射波に伴う散乱波がやや小さめに算定されることを除いて，両者によって算定された回折波や反射波に関する波高分布は互いによく一致している．

ii) 高山法との比較（多方向波）

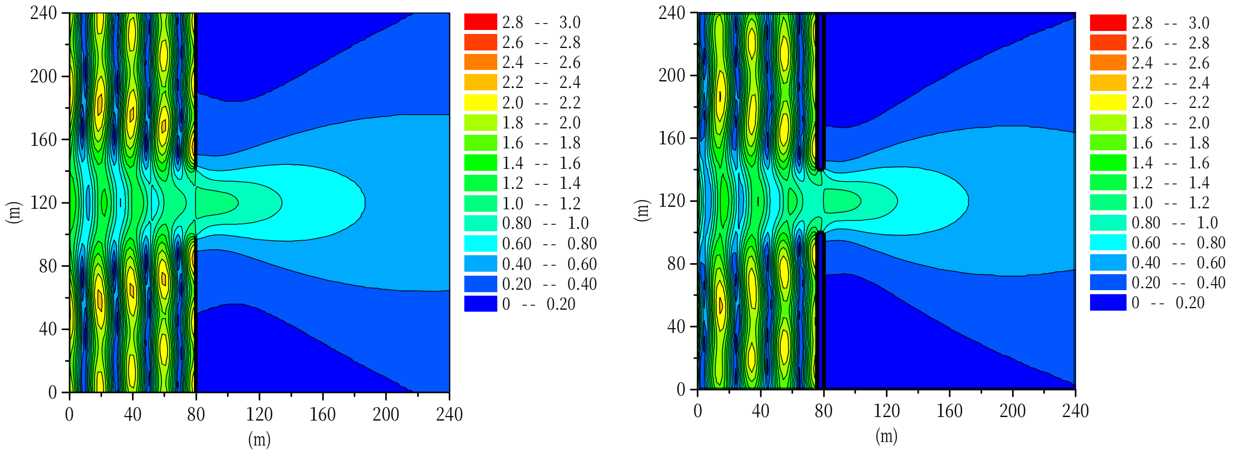
水深 15m 一定の多方向波浪場に開口率 B/L=1.0 の防波堤が平行に設置されているとき，その背後における回折変形を計算する．多方向波の諸元は，有義波高 $H_{1/3}$=1.0, $T_{1/3}$=5.1，主波向 0 度（防波堤に直入射する），および方向集中度 S_{max}=10 と S_{max}=75 である．また，防波堤の反射率は K_r=1 とした．

方向分散性の高い S_{max}=10 の多方向波が直入射したときの，高山法による回折波の計算結果を**図-3.19(a)**に，ブシネスクモデルによる計算結果を**図-3.19(b)**に示す．



(a) Sommerheld の解析解　　**(b)** ブシネスクモデルによる計算結果

図-3.17 反射率 K_r=0 の防波堤開口部（開口率 B/L=1.0）による波の回折（規則波，H=1.0m，T=5.1s，L=40m，h/L=0.375）



(a) Sommerheld の解析解　　**(b)** ブシネスクモデルによる計算結果

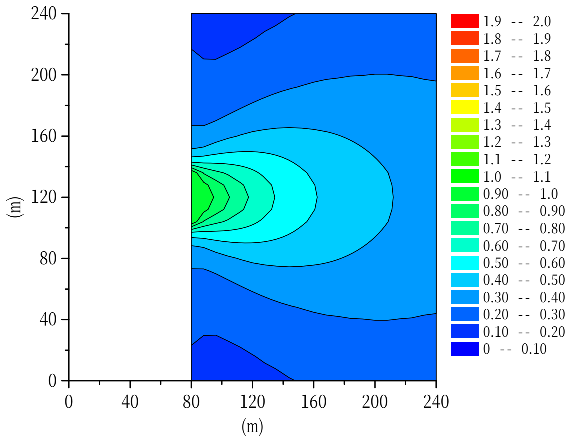
図-3.18 反射率 K_r=1 の防波堤開口部（開口率 B/L=1.0）による波の回折（規則波，H=1.0m，T=5.1s，L=40m，h/L=0.375）

両者を比較すると回折波高分布は概ねよく一致している．これは，波の不規則性と多方向性のために，水面波の分散効果が問題となる以前に回折波高分布が平滑化されているためである．

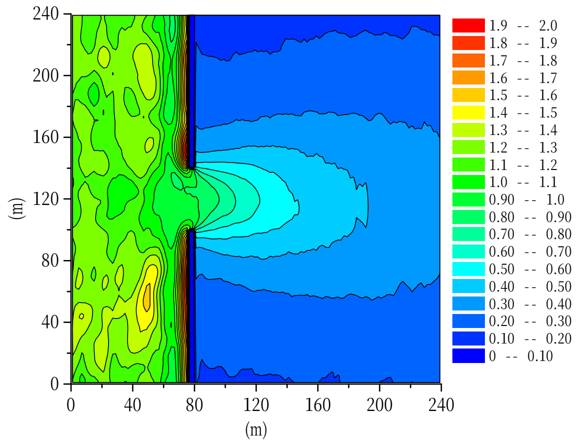
またブシネスクモデルでは，高山法に比べ沿岸方向への回折波高の広がりが若干小さくなっている．これは，計算領域の側方外側に設けたスポンジ層によるエネルギー減衰の影響のほか，高山法において防波堤に対し成分波が浅い角度で入射した場合，回折波の計算精度が低下することが影響しているものと考えられる．

さらに，ブシネスクモデルでは成分波どうしの２次の非線形干渉を考慮しているため，開口部の防波堤端部では波群に拘束された長周期波（差の波）から自由長周期波が発生する（富田・平山，2000）とともに，波の伝搬に伴って高周波数成分波（和の波）が発達する．これらの作用のために，回折される基本波の波エネルギーが減少しているものと考えられる．一方，Sommerheld の解析解を重ね合わせて多方向不規則波の回折変形を計算する高山法では，このような非線形干渉は計算されず，基本波の回折変形のみが正しく算定されている．現地港湾や水理模型実験でみられる多方向波の回折波高を詳細に調査する際には，これらに留意する必要がある．

方向集中度の高い S_{max}=75 の多方向波が直入射したときの，高山法による回折波の計算結果を**図-3.20(a)**に，ブシネスクモデルによる計算結果を**図-3.20(b)**に示す．回折波高分布は S_{max}=10 のときよりもさらによく一致し

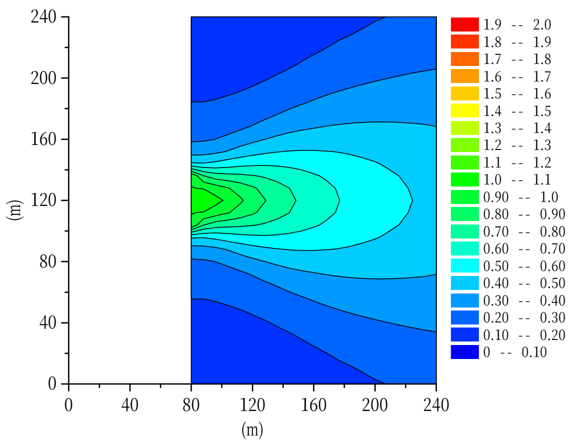


(a) 高山法による計算結果

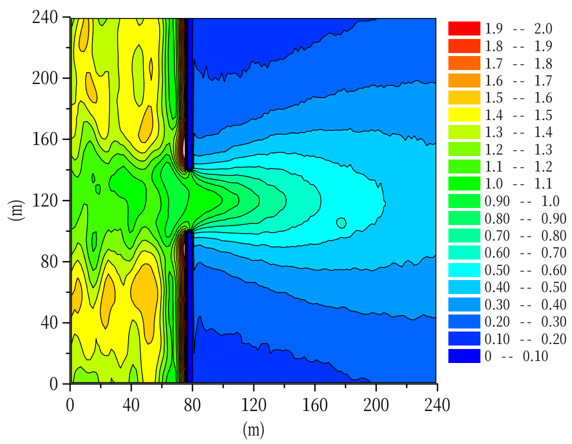


(b) ブシネスクモデルによる計算結果

図-3.19 反射率 K_r=1 の防波堤開口部による波の回折（多方向不規則波，$H_{1/3}$=1.0m，$T_{1/3}$=5.1s，θ=0°，$Smax$=10）



(a) 高山法による計算結果



(b) ブシネスクモデルによる計算結果

図-3.20 反射率 K_r=1 の防波堤開口部による波の回折（多方向不規則波，$H_{1/3}$=1.0m，$T_{1/3}$=5.1s，θ=0°，$Smax$=75）

ている．この要因としては，成分波の波向の代表性が向上されたことが挙げられる．ただし，ブシネスクモデルで算定された防波堤直背後の波高分布は，成分波間の非線形干渉によって生じた和の波が回折されるために，沿岸方向に若干広くなっているようすが伺える．

3.4 スポンジ層による無反射境界および部分反射境界の設定法

波の伝播過程を時間を追って計算するブシネスクモデルでは，波の透過や反射条件の設定方法に関して適切な境界処理法を必要とする．例えば，計算領域とその外側の海域を隔てる開境界では，計算領域内の波がすべて透過する無反射境界とする必要がある．また，消波構造物や自然海浜などの陸境界では，波浪条件に応じて入射波の一部を反射させる部分反射境界が設定されなければならない．本研究において開発されたブシネスクモデルでは，3.3 (3)に示した波のエネルギー減衰を生じさせるスポンジ層によってこれらを実現する．そこで本節では，このようなスポンジ層の具体的な設定法およびその妥当性について検討した．さらに，屈折系と回折系の波浪変形が同時に生じるモデル港湾においてスポンジ層による部分反射境界を設定し，従来の波浪変形計算法（P025）とブシネスクモデルによる計算結果の違いについて考察した（平山・平石，2002）．

(1) 反射率に関するスポンジ層の感度分析

スポンジ層による波エネルギー減衰量は，スポンジ層の幅 F と式（3.80）によるエネルギー減衰係数 σ，およびスポンジ層に入射する波諸元によって決まると考えられる．そこでさまざまな波浪条件に対して，反射率がゼロとなる，あるいは所定の反射率を得ることができる最適な F および σ を決定するために，岸側にスポンジ層を配置した**図-3.21** のような一次元数値水路を設定し，それらの感度分析を実施した．スポンジ層背後は完全反射境界とした．なお沖側には，3.3 (2)で述べた線境界入射法による造波境界と十分な消波性能を有するスポンジ層を配した吸収造波境界が設置されている．

a) 感度分析の概要

感度分析に用いた計算条件は次のようである．水深は h=10m 一定とし，造波境界から岸側スポンジ層の沖側端までの距離は 320m とした．岸側のスポンジ層の幅は F=10～80m まで，スポンジ層の強度は θ=0.5～6.0 までそれぞれ変化させた．また波浪条件は，水深波長比 h/L と，スポンジ層の相対幅 F/L がそれぞれ変化するように，周期を T=3.3～20.5s まで変化させて与えた．

波高 H は，波の非線形性がスポンジ層によるエネルギ

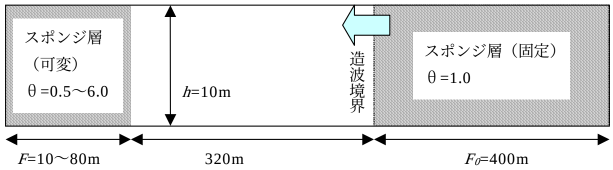
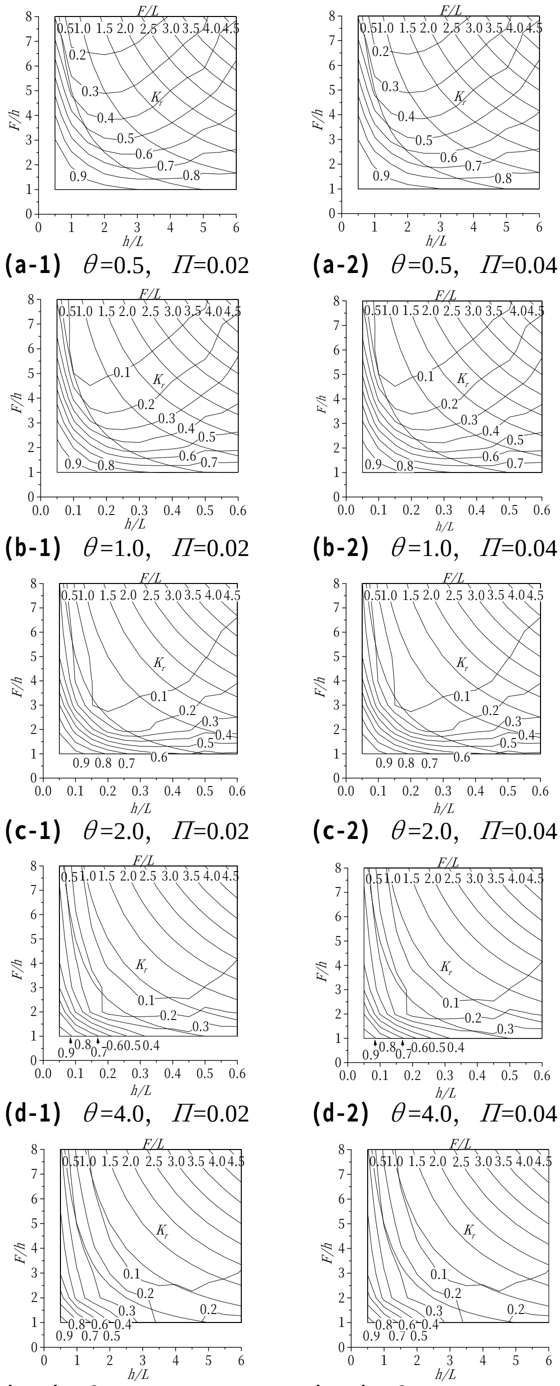


図-3.21 スポンジ層の感度分析に用いた数値水路



(a-1) θ=0.5, Π=0.02　(a-2) θ=0.5, Π=0.04

(b-1) θ=1.0, Π=0.02　(b-2) θ=1.0, Π=0.04

(c-1) θ=2.0, Π=0.02　(c-2) θ=2.0, Π=0.04

(d-1) θ=4.0, Π=0.02　(d-2) θ=4.0, Π=0.04

(e-1) θ=6.0, Π=0.02　(e-2) θ=6.0, Π=0.04

図-3.22 スポンジ層の反射率に関する感度分析

ー減衰量に与える影響について検討するために，合田（1983）による波の非線形性の程度を表すパラメータが，それぞれΠ=0.02 とΠ=0.04 となるように与えた．前者は入射波が微小振幅波理論の適用範囲にあることを示し，後者は波高に関して有限振幅波の適用範囲にあることを示す．なお，差分格子間隔はΔx=1.0m，差分時間間隔はΔt=0.1s とし，岸側のスポンジ層による反射率は，合田ら（1976）による入反射波分離推定法により推定した．

このようにして行った感度分析の結果を**図-3.22** に示す．**図-3.22(a)～(e)**はエネルギー減衰係数の強度 θの違いを示し，下にいくほど θの値が大きくなっている．また，左側の列がΠ=0.02 とした場合，右側の列がΠ=0.04 とした場合である．それぞれの図では，横軸に水深波長比 h/L を，縦軸にスポンジ層の幅と水深の比 F/h をとり，そのときに得られた反射率を 0.1 刻みで色分けして示した．また，図中には，スポンジ層の相対幅 F/L の等値線が 0.5 刻みで描かれている．

b) 反射率に関する感度分析結果

i) 波の非線形性による影響

非線形性の程度の違いを表す**図-3.22** の左右の列を比較すると，θの値に関わらず，両者は非常によく似ていることがわかる．θ=1.0 としたとき，別に実施したΠ＝0.10（このとき，波速に関しても有限振幅波の性質が現れるようになる）の場合でも，反射率の分布に変化はみられなかった．したがって，スポンジ層による波エネルギー減衰において，入射波が有する非線形性の影響は無視しても差し支えないと考えられる．

ii) スポンジ層の相対幅 F/L による反射率の変化

スポンジ層の相対幅を長くすると反射率が低減されることは，スポンジ層の幅と入射波の波長の幾何学的な関係から直感的に理解される．θの値が大きい**図-3.22(d)**，**(e)**では，F/L が大きくなる右上ほど反射率が低減していることがわかる．また同図では，F/L=0.5 の等値線に沿って，水深波長比 h/L に関わらず，スポンジ層による反射率がほぼ 0.2～0.3 となっていることが読み取れる．

iii) 水深波長比 h/L による反射率の変化

θの値が小さい**図-3.22(a)**，**(b)**，**(c)**では，幾何学的な関係から生じる直感的な理解に反して，F/L 値の増加が必ずしも反射率の低減効果を発揮せず，むしろ水深波長比 h/L の増加に伴い反射率が大きくなっている傾向が伺える．このことを理解するためには，本モデルで使用したエネルギー減衰項の性質を考慮する必要がある．すなわち，式（3.80）で表されるエネルギー減衰項は，線流量フラックスにエネルギー減衰係数を乗じた形となっているため，波の分散効果を考慮してエネルギー減衰を生じさせるものではない．しかし，スポンジ層自体が反射帯とならない程度に θ値を大きくすることにより，式（3.80）において分散波のエネルギー減衰効率を向上させることは可能である．

なお，4.3 では，これにブシネスク方程式の分散項と同じオーダーのエネルギー減衰項を付加した，高次エネルギー減衰項の適用性について紹介する．

iv) エネルギー減衰係数の強度 θによる反射率の変化

図-3.22(a)～(e)を比較すると，θの値の増大とともに反射率が 0.1 未満となる領域が，スポンジ層の相対幅 F/L の等値線に沿って拡大しているようすが伺える．それとともに，他の反射率のコンター線も F/L の等値線に沿う傾向を示している．θ値を 4.0 程度とすると，F/L を一定に保つことにより，入射波の水深波長比 h/L に関わらずスポンジ層において比較的安定した反射率を得ることができる．しかしながら，θ値を大きくして浅海波あるいは深海波に対する反射率を低減させると，長波に対してスポンジ層自身で反射波が生じるようになり，とくにスポンジ層の幅と水深の比 F/h の値が大きな条件において長波の反射率が増大することに注意を要する．

(2) スポンジ層による目標反射率の設定法

a) 無反射境界の設定法

θ=1.0 とした**図-3.22(b)**をみると，長波に対するスポンジ層の反射率は，スポンジ層の幅と水深の比 F/h やスポンジ層の相対幅 F/L が大きいほど低減される傾向にある．一方，浅海波や深海波に対する反射率は，とくにスポンジ層の相対幅が F/L=0.5 程度よりも長い場合に F/L の等値線に沿って大きく変化している．つまり，θ=1.0 としたときには，ある F/h 値に対して得られるスポンジ層の反射率は入射波の水深波長比 h/L に関して極小値をとり，これより大きい h/L 値では波の分散効果のために，また，小さい h/L 値ではスポンジ層の相対幅が短くなるためにそれぞれ反射率が増加する傾向がみられる．この場合には，水深波長比 h/L≦0.2～0.3 程度の浅海波に対して無反射境界を実現するスポンジ層の相対幅の最適値は，概ね F/L≧1.0～2.0 と見積もられる．

一方，θ=4.0 とした**図-3.22(d)**をみると，長波に対するスポンジ層の反射率は，θ=1.0 のときに比べ，F/h 値が大きい場合に増大していることがわかる．しかし，浅海波や深海波に対する反射率は，F/L の等値線に沿ってほとんど変化せず，スポンジ層の相対幅 F/L が十分長いときには，分散効果を無視できない深海波に対しても無反射境界を実現することが可能である．したがってこの場合には，水深波長比 h/L≦0.5～0.6 程度の長波から深海波に対して無反射境界を実現するスポンジ層の相対幅の

最適値が，概ね F/L≧1.5～2.0 と見積もられる．

b) 部分反射境界の設定法

反射率に関するスポンジ層の感度分析結果を示した**図-3.22** は，防波堤や護岸における所定の反射率をスポンジ層によって与える部分反射境界の設計に活用することができる．すなわち，入射波の水深波長比 h/L が既知であるとき，**図-3.22** の各図において，所定の反射率となるスポンジ層の幅 F を読み取り，そのうち最も短いものを実際の消波工に相当するスポンジ層の幅として採用する．この幅 F の長さは，護岸のように背後に陸域が広がり，スポンジ層の幅を自由に設定できる場合にはあまり問題とはならない．しかし離岸堤などのように，陸域の幅が十分に確保されていない場合には，その前面の水域をスポンジ層とせざるを得ず，その周辺の波浪場の計算結果に少なからず影響を及ぼすものと考えられる．したがって部分反射境界に用いられるスポンジ層の幅は，できるだけ現地の消波工の設置幅に近づけることが望ましい．その具体的な計算例を次項に示す．

(3) 防波堤・護岸における波の反射計算

ブシネスクモデルを用いて防波堤や護岸における波の反射を計算する場合，現在のところそれぞれ，直立壁では完全反射境界を，消波構造物ではスポンジ層による部分反射境界が設定される．そこで，断面水路を用いた水理模型実験を実施して,それらによる入射波の反射率や,その前面で形成される部分重複波形に関する計算精度を検証した．

波の反射に関する模型実験は，**図-3.23** に示す長さ35m の不規則波造波水路（吸収造波機能付き）に，長さ12m の 1/30 勾配斜面と長さ 4m の水平床を設け，岸側端にそれぞれ直立壁，あるいは消波堤を模した繊維状消波材を設置して実施した．図中に示した番号の地点に容量式波高計を設置して水面変動を計測し，合田ら（1976）による入反射波分離法を用いて反射率を算定した．

一方，数値計算は断面１次元のブシネスクモデルによって行った．空間格子間隔は Δx=0.1m，時間差分間隔は Δt=0.01s である．造波境界には線境界入射法とスポンジ層を組み合わせたものを用いた．岸側境界は，直立壁の場合には完全反射境界を，繊維状消波材が設置された場合にはその設置幅と同じ幅を有するスポンジ層による部分反射境界を設定した．これらの境界による波の反射率は，模型実験における水位変動計測地点に対応した計算格子で出力された水位変動時系列データを用いて，模型実験と同様な手法により算定した．

模型実験および数値計算には，造波境界において**表-3.1** に示す波浪諸元となる規則波を用いた．これらの波浪条件を岩垣（1987）に従って分類した結果を**図-3.24** に示す．図中，h/L=0.5 と記した点線は深海波と浅海波の境界，h/L=0.04 と記した点線は浅海波と長波の境界である．また，図中には，式（3.87）のような波の非線形性の程度を表すパラメータ Π（合田，1983）の値によって

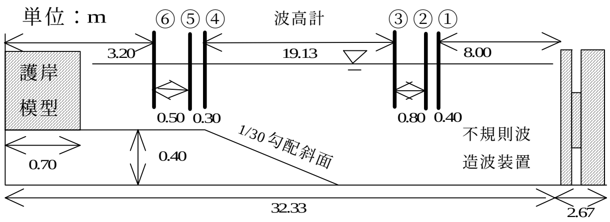


図-3.23 スポンジ層による反射計算に対する検証実験

表-3.1 数値計算および模型実験に用いた波浪条件

模型量 [縮尺:1/50]

堤前波高 H(cm)	周期 T(s)	水深 h(cm)	波の種類
1.4	0.99	27.9	規則波
1.4	1.41		
1.4	1.84		
1.4	2.82		
3.5	0.99		
3.5	1.41		
3.5	1.84		
3.5	2.82		

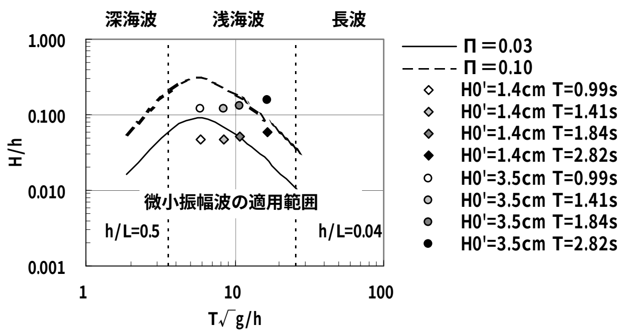
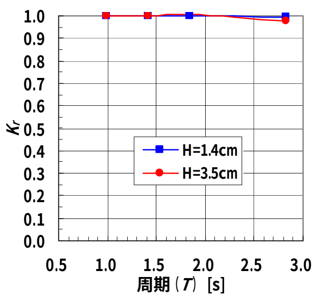
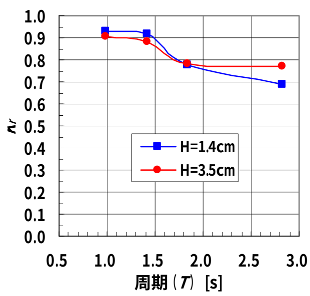


図-3.24 直立壁あるいは消波堤に入射する波の特性

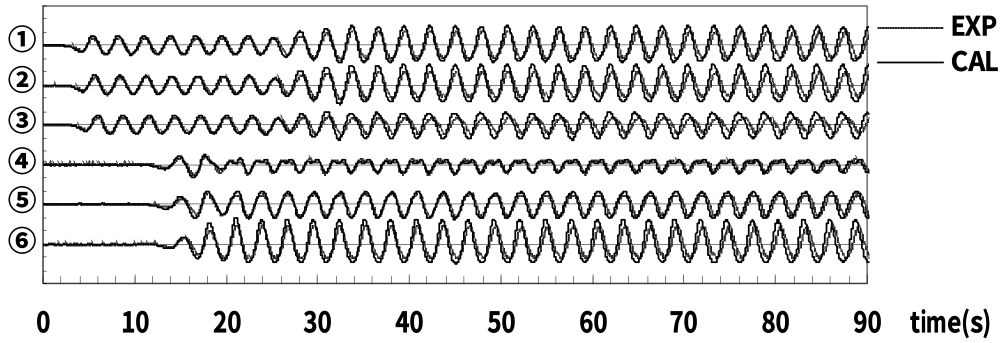


(a) 数値計算

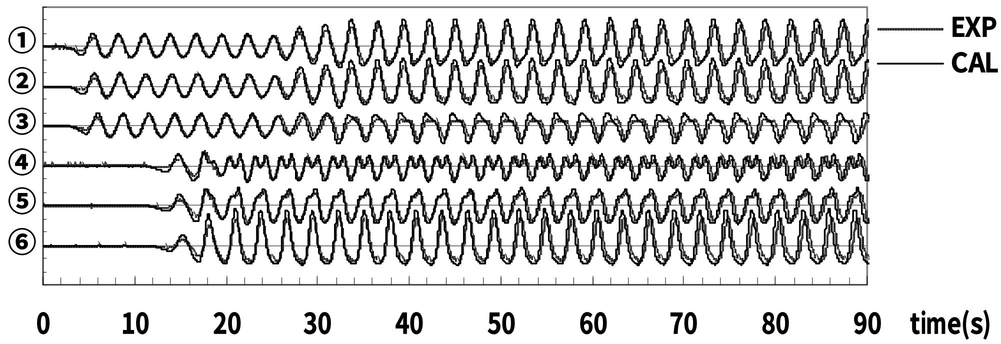


(b) 模型実験

図-3.25 直立壁による反射率の再現性



(a) H=1.4cm, T=2.82s



(b) H=3.5cm, T=2.82s

図-3.26 直立壁前面における時間波形の再現性

微小振幅波理論の適用限界を示した．実線（Π=0.03）と破線（Π=0.10）は，それぞれ波の峰高に関する限界と，波長や波速に関する限界である．

$$\Pi = \frac{H}{L_A}\coth^3\frac{2\pi h}{L_A} \qquad (3.87)$$

ただし，L_A は微小振幅波の波長

この図より，直立壁や消波堤には，微小振幅波理論を適用できる波や，振幅に関して微小振幅波の適用範囲外となる波，さらには波速に関しても微小振幅波理論を適用することが困難となる波が作用することがわかる．

a) 直立壁による波の反射（完全反射境界）

波高や周期の違いによる反射率の変化について，数値計算結果を**図-3.25(a)**に，模型実験結果を**図-3.25(b)**に示す．岸側端を完全反射境界とした数値計算では，波高や周期の違いによらず反射率 K_r はほぼ 1 となった．これに対して，岸側端が直立壁となる模型実験では，周期 0.99s のとき反射率 K_r は 0.9 程度となり，周期の増加に従い反射率が減少して，周期 2.82s では 0.7～0.8 程度にまで減少した．

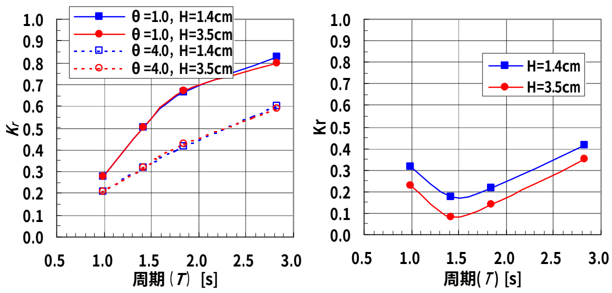
数値計算では，水路床や側面，直立壁での摩擦，あるいは，模型実験において観察された重複波の腹位置における砕波などといった波エネルギー損失は考慮されていない．これらを適切にモデル化した数値計算により，直立壁による波の反射率が 1 より小さくなる現象は再現できると考えられる．しかしながら，これらによって反射率が K_r=0.7～0.9 程度となる模型実験結果をすべて説明することは難しい．

一方，完全反射壁において入・反射波スペクトル分離法により得られる非線形重複波の反射率は，波形勾配が小さいほど，水深波長比が小さいほど，非線形性の影響によって，見かけ上急激に小さくなる（合田・柿崎，1966）．模型実験で得られた反射率には，この見かけ上の減少量も多少含まれていると考えられる．数値計算によってこれを再現するためには，非線形波を対象とした入反射波分離法を適用するとともに，非線形性に対する基礎方程式の近似精度をさらに向上させることが必要である．

つぎに，数値計算および模型実験で得られた直立壁前面の①～⑥地点における時間波形を，重ねて**図-3.26** に示す．入射波は波高 H=1.4cm と 3.5cm，周期 T=2.82s の規則波である．数値計算により得られた重複波の波形は，

直立壁による反射率がほぼ 1 となることに対応して，特に重複波の腹の位置に近いと思われる計測点において，模型実験で計測された波形に比べ水位変動が大きくなっている．しかし，重複波の位相は，波高 H=1.4cm に比べ非線形性が増大する波高 H=3.5cm の場合にも互いによく一致している．また，直立壁前面で生じる重複波の腹と節の位置などの再現性も良好である．

これらの結果は，例えば，消波が十分なされていないバース前面の局所的な波高分布の算定や，港内において常に大きな振幅が観測される海域（この場合，重複波の腹に位置している可能性がある.）における波浪場の予測や現況把握といった実務において，ブシネスクモデルの有用性を示すものである．



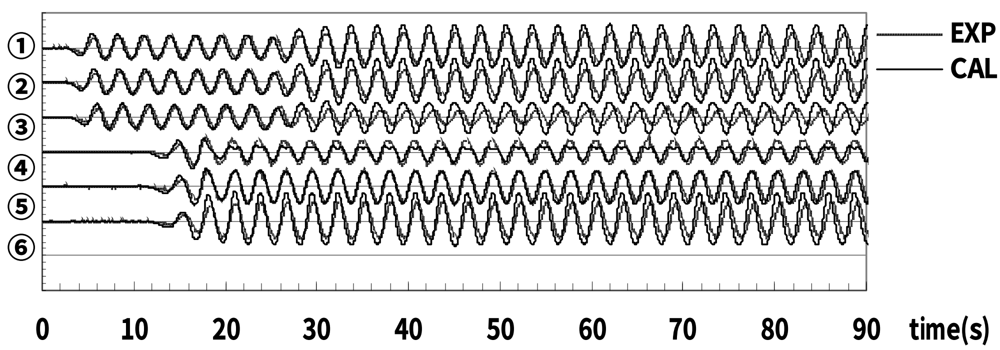
(a) 数値計算　　**(b)** 模型実験

図-3.27 スポンジ層および消波材模型による反射率

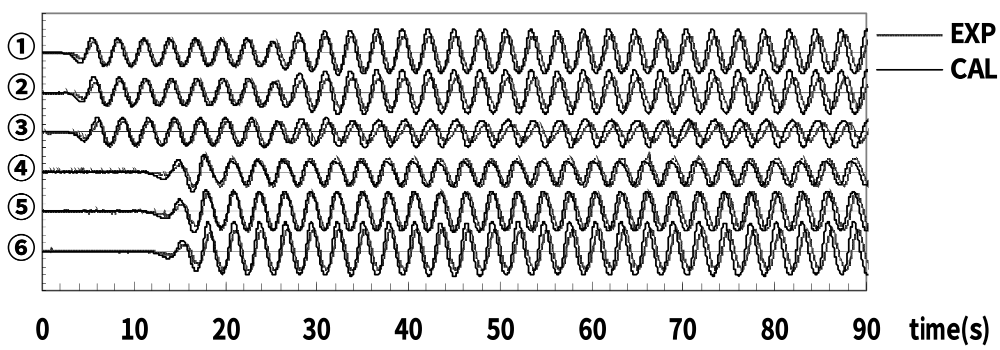
b) 消波堤による波の反射（部分反射境界）

スポンジ層を用いて部分反射境界を設定する場合には，所定の反射率を得る適切なエネルギー減衰係数の強度 θ およびスポンジ層の幅 F が設定されなければならない．一般にはこれらは試行錯誤によって決定されるが，本研究において開発したブシネスクモデル（NOWT-PARI，Ver4.6 β）では，**図-3.22** に示した反射率に関するスポンジ層の感度分析結果を参照することができる．

一方で，各種の消波構造物や自然地形において，所定の反射率としてどのような数値を設定するかはなかなか難しい問題である．これらの概略値が合田（1977）によって示されているので参考になる．しかし，反射率は周辺の地形や入射波の諸元によっても変化するので，その他参考となる既往研究が見当たらない場合などには，必要に応じて模型実験や現地観測を実施し，計算目標とな



(a) θ=1.0，H=1.4cm，T=2.82s



(b) θ＝4.0，H=1.4cm，T=2.82s

図-3.28 スポンジ層および繊維状消波材の前面で観測される時間波形

る反射率を設定する必要がある．

ここでは，模型実験で得られた繊維状消波材による反射率を再現目標として，**図-3.22** を参考にスポンジ層におけるエネルギー減衰係数の強度 θを設定した．ただし，入射波に対する反射波の幾何学的な位相関係を相似するために，スポンジ層の幅は模型実験に用いた繊維状消波材の設置幅と同じになるよう F=0.7m とした．

直立壁の場合と同様に，波高や周期の違いによる反射率の変化について，数値計算結果を**図-3.27(a)**に，模型実験結果を**図-3.27(b)**に示す．とくに**図-3.27(a)**では，エネルギー減衰係数の強度を θ=1.0 および θ=4.0 とした場合の計算結果を併記している．スポンジ層によって消波された数値計算では，周期の増加とともに反射率が増加し，強度 θを大きくすると周期の長い波に対する反射率が低減されることがわかる．しかし波高の違いによる反射率の変化はほとんどみられない．

これらは**図-3.22** に示したスポンジ層の反射率に関する感度分析結果とよく一致する．すなわち，スポンジ層の幅 F と水深 h，およびそれらの比 F/h は一定であるので，周期が増加すると，水深波長比 h/L および波長に対する相対幅 F/L はともに小さくなる．このとき読み取るべき反射率は各図の左下隅のほうへ移動する．また，波高の違いによる反射率の変化がみられないことは，非線形パラメータ Πによって感度分析結果に違いがみられないことに対応している．

一方，模型実験で得られた反射率は，周期 T=0.99s のとき数値計算結果と概ね一致している．しかし，その他の周期で得られた反射率は数値計算と大きく異なっていた． すなわち模型実験では，周期 T=1.41s のとき反射率が極小となり，その後の周期の増加とともに再び増大する傾向がみられ，また波高の違いにより異なる反射率が観測された．これらは数値計算と大きく異なる点である．

スポンジ層を用いた数値計算では，エネルギー減衰係数の強度 θを大きくした場合にも，長い周期の波では模型実験結果に比べてかなり大きな反射率が得られた．この原因の 1 つは，反射波の幾何学的な位相を模型実験と相似させるために，スポンジ層の幅 F を実験に用いた繊維状消波材の実際の幅と等しい長さに固定したことである．すなわち，スポンジ層によって模型実験に用いた繊維状消波材と同程度な消波を実現するためには，とくに入射波の波長が長い場合には，消波材模型の実際の幅よりも長いスポンジ層が必要となることがわかる．しかしこの場合には，反射波の位相の相似は無視され，スポンジ層前面で形成される部分重複波の波形を模型実験と一致させることは非常に困難となる．また，エネルギー減衰係数の強度 θをかなり大きくした場合には，スポンジ層自体によって波が反射されるようになるため，逆に反射率を増大させせることになると考えられる．

つぎに，数値計算および模型実験で得られたスポンジ層および繊維状消波材前面の①～⑥地点における時間波形を，重ねて**図-3.28** に示す．入射波は波高 H=1.4cm, 周期 T=2.82s の規則波である．数値計算結果について，**図-3.28(a)**は θ=1.0 とした場合，**図-3.28(b)**は θ=4.0 とした場合である．模型実験で得られた反射率をうまく再現していないために，数値計算で得られた部分重複波の振幅は模型実験のものよりもかなり大きい．一方，部分重複波の位相に関しては，反射波の幾何学的な位相の相似を考慮してスポンジ層の幅 F を設定したために，両者はほぼ一致している．しかしこれらは完全には一致していない．これは次のような理由による．

すなわち，繊維状消波材の内部では，消波材に作用する抗力や慣性力の反力が抵抗として流体に作用する．これによって波のエネルギー減衰が生じるが，同時に入・反射波の波速も減衰され，両者の位相関係に変化が生じる．したがって，繊維状消波材の前面で形成される部分重複波形を数値計算により再現するためには，スポンジ層の幅 F を等しく設定するだけでなく，スポンジ層内の抵抗を消波材模型と相似させることが必要である．しかしながら，入射波の波高や周期に対する反射率の変化をスポンジ層によってうまく再現できなかったことからもわかるように，少なくとも式（3.80）で与えられるエネルギー減衰項は，現実の物理的な消波機構を再現し得ないことがわかる．

したがって，スポンジ層を用いて部分反射境界を設定する場合には，反射波の位相や部分重複波形の再現性は考慮の対象外とし，入射波に応じてスポンジ層の幅 F やエネルギー減衰係数の強度 θを適切に設定して，反射率のみを所定の値と一致させることを目標とすべきである．

なお 4.2 では，消波工における消波機構を物理的に等価な透水層モデルによって表すことにより，防波堤や護岸の前面で形成される部分重複波形を再現する試みについて紹介する．さらに 4.4 では，斜面上の進行波のみを対象とした 3.3 (4)の砕波モデルにおける問題点について言及するとともに，重複波に適用しうる砕波モデルの必要性について考察する．

(4) 海浜地形における波の反射計算

海浜地形のような勾配の緩やかな斜面における反射率の概略値は，風波やうねりに対して 0.05～0.2 程度と考えられている（合田，1977）．これは，斜面地形により波が砕波し波エネルギーの一部が失われるためであると考

えられる．一方，Battjes（1974）は，斜面勾配と波形勾配の平方根の比で表される surf similarity parameter ξ（または，イリバーレン数，式（3.88））によって，一様勾配斜面上の規則波の砕波および遡上現象，あるいは斜面による反射率などがまとめて表現されることを示した．ここで，$\tan\beta$は斜面勾配，L_0は沖波波長，Hは斜面のり先の波高である．これによると，砕波形式は式（3.89）のように分類され，一様斜面におけるおおよその反射率は式（3.90）によって与えられる（本間，1985）．

イリバーレン数
$$\xi = \frac{\tan\beta}{\sqrt{H/L_0}} \tag{3.88}$$

砕波形式
- 崩れ波砕波 $\xi \leqq 0.4$
- 巻き波砕波 $0.4 < \xi \leqq 2.0$
- 巻き寄せ砕波 / 砕け寄せ砕波 $2.0 < \xi \leqq 4.3$ （3.89）
- 非砕波 $4.3 < \xi$

斜面の反射率
$$K_r = 0.1\xi^2 \tag{3.90}$$

これらより，斜面地形における反射率は砕波の形態によって変化することがわかる．したがって，数値計算において海浜地形による波の反射を正しく算定するためには，本来，斜面上の砕波および波の遡上現象をよく再現する砕波モデルと遡上モデルを用いることが不可欠である．しかしながら，平面２次元の波浪場を対象としたブシネスクモデルにおいて，斜面上で生じるこれらの水理現象を考慮し，かつ，その後の波の反射まで算定できるモデルは必ずしも確立されていないのが現状である．

一方，海洋構造物に対する設計波や港湾内の静穏度の算定などを目的とした波浪変形計算では，海浜地形において生じる波浪変形を詳細に再現することよりもむしろ，単に，海浜地形による波の反射のみを問題とすることが多い．この場合には，極端に浅い海域における数値計算の発散を防止するために，最小水深を設定するなどの計算技法がよく用いられる．そこで本研究では，斜面地形の岸側端（汀線）に設定した 3.3 (3)のスポンジ層と数値計算上の最小水深からなる海浜モデルによって，斜面地形による波の減衰と反射を便宜的に表現することを試みる．以下では，斜面地形の反射率に関する数値計算を実施し，その計算特性について検討する．

一様勾配斜面の岸側端に水深一定のスポンジ層を設けた海浜モデルを**図-3.29** に示す．斜面沖側は水深 h=20m の水平床とし，その沖側には十分な幅のスポンジ層と 3.3 (2)で述べた線境界入射法による吸収造波境界を設置した．また岸側端に設けた一様水深部の水深は h_{min}=2mおよび 4m とし，スポンジ層の幅は F=120m，エネルギー吸収係数 ε の強度は θ=1.0 でそれぞれ一定とした．また，最小水深以深の斜面上で生じる砕波および砕波減衰は 3.3 (4)で示した砕波モデルによって算定するものとした．ただし砕波が生じる限界の流速波速比は γ_b=0.8 とした．さらに，海底勾配は $\tan\beta$=0.020，0.050，0.100 の３種類とした．

入射波とした規則波の諸元は次のように設定した．すなわち，斜面岸側端の最小水深における浅水変形および計算の安定性を考慮して，それぞれ h_{min}=2mのとき波高 H_{min}=1，2，3m，h_{min}=4mのとき波高 H_{min}=2，4，6m となるような換算沖波波高 H_0'を設定し，h=20m におけるこれらの波高を入射波高 H とした．また入射波の周期は，風波やうねりのほか，長周期波に対する海浜モデルの消波性能についても検討できるように，それぞれ T=8～400s の 10 種類とした．これらの計算条件をまとめて**表-3.2** に示す．なお差分格子間隔および差分時間間隔は，斜面岸側端における波長の分割数を考慮して，それぞれ Δx=2.0～20.0m，Δt=0.04～2.0s まで変化させて与えた．さらに斜面およびスポンジ層による反射率の推定は，**図-3.29** に示した斜面沖側の水位変動出力点で得られた時系列データを用いて，合田ら（1976）による入反射波分離推定法により実施した．

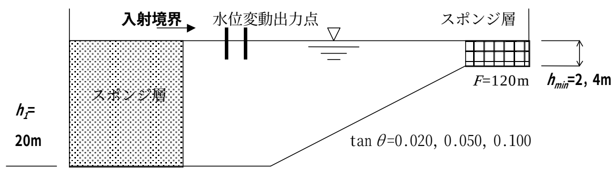
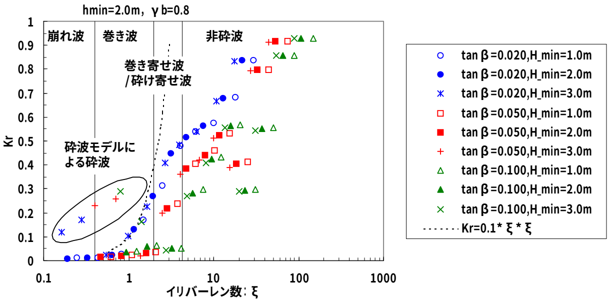


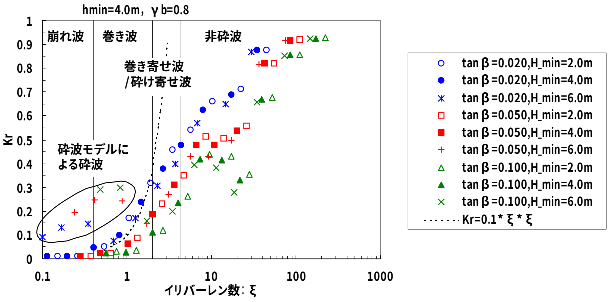
図-3.29 スポンジ層を用いた海浜モデル

表-3.2 海浜モデルの反射率の検討に用いた計算条件

T(s)	L_0(m)	H_0'(m)	H(m)	h(m)	$\tan\beta$	H_{min}(m) on h_{min}	
						h_{min}=2m	h_{min}=4m
8	100						
12	225						
20	624						
32	1597				0.020	1.0	2.0
48	3594	H_{min}/K_{s_hmin}	$K_{s\_h}*H_0'$	20	0.050	2.0	4.0
72	8087				0.100	3.0	6.0
100	15600						
150	35100						
250	97500						
400	249600						



（a） 最小水深 h_{min}=2.0m



（b） 最小水深 h_{min}=4.0m

図-3.30 ξ値に対する海岸モデルの反射率

計算結果を**図-3.30**に示す．図中の実線は，式（3.89）に従って分類した砕波形式の境界を示し，点線は，式（3.90）で表される斜面の反射率に関する経験式を示す．また，楕円で囲った反射率は，式（3.82）の砕波判定式によって斜面上での砕波が判定されたときのものである．

一様な勾配が汀線まで続くような斜面上の砕波形式は，本来，イリバーレン数 ξが大きくなるにつれて崩れ波砕波，巻き波砕波，巻き寄せ波砕波，砕け寄せ波砕波と遷移し，ξが十分大きいときには非砕波となる．斜面による波の反射率は，これらの砕波による波エネルギー減衰の程度によっておよそ決定されるものと考えられる．しかしながら最小水深より岸側の水深を一定とした海浜モデルでは，汀線付近で生じる砕波変形を再現することは本質的に不可能である．したがって砕波によるエネルギー減衰は，便宜上，スポンジ層内の摩擦抵抗によって表現される．すると，あるイリバーレン数 ξにおける斜面地形の反射率は，本節 (3)で述べた防波堤・護岸に対する部分反射波の再現と同様に，斜面岸側端に設けられたスポンジ層の幅と強度を調整することによってある程度再現されるものと考えられる．

図-3.30 に示した計算結果のうち，最小水深以深の斜面上で砕波したときの反射率は，h_{min}=2.0m あるいは h_{min}=4.0m とした場合ともに，経験式による値よりも大きい．これらは，現在の砕波モデルによって海浜地形による波の反射を表現することが難しいことを示している．ただし，ここで用いた推定法における，砕波した波に対する反射率の推定精度については不明である．

ところが，崩れ波砕波や巻き波砕波が生じる風波や比較的周期の短いうねりが海浜に入射し，かつ，斜面上では砕波せずに，最小水深上のスポンジ層によって砕波による波浪減衰が表現される場合には，特に斜面勾配を tan β=0.020 とした海浜モデルによる反射率は，経験式による値と非常によく一致した．このとき，斜面岸側端に設置されたスポンジ層の幅や強度は，砕波によって生じるエネルギー減衰をよく表現していると考えられる．ただし，斜面勾配を tanβ=0.050，0.100 としたときには，海浜モデルによる反射率は経験式による値に比べ小さくなった．これは，イリバーレン数 ξが斜面勾配の増加に伴って大きくなるのに対し，スポンジ層によるエネルギー減衰量はさほど変化しないためである．したがってこの場合には，斜面勾配の増加に応じて入射波長に対するスポンジ層の幅を短くする，あるいはエネルギー減衰係数の強度 θを小さくするなどの調整が必要となる．また h_{min}=2.0m としたときには，tan β=0.020 とした海浜モデルで得られる反射率は経験式とよく一致するが，斜面勾配が大きくなると h_{min}=4.0m のときに比べ，経験式で得られる反射率との差異が大きくなるようである．

一方，比較的周期の長いうねりや長周期波が海浜に入射した場合には，巻き寄せ波砕波や砕け寄せ波砕波が生じるか，非砕波となる．この場合の反射率は，砕波減衰量の減少に伴って急激に大きくなり，斜面沖側で部分重複波的な波形がみられるようになる．その反面，海水が海浜へ浸透することによる波エネルギーの減衰量も増加すると考えられるため，イリバーレン数 ξに対する海浜の反射率の増加割合は経験式によるものに比べ幾分小さくなると予想される．海浜モデルによって計算される反射率は，このような傾向を結果的によく表している．ただしこの場合にも，対象波に対して妥当な反射率を得るためには，スポンジ層沖側の斜面勾配に応じて，スポンジ層の幅 F やエネルギー減衰係数の強度 θを適切に設定する必要がある．

したがって，砕波による波浪減衰をスポンジ層によるエネルギー減衰によって表現した海岸モデルは，斜面勾配に応じて適切なスポンジ層の幅や強度を設定することにより，最小水深よりも浅い斜面上で生じるであろうそれぞれの砕波形態に対する反射率をほぼ妥当に計算できると考えられる．つまり，海岸モデルが組み込まれたブシネスクモデルは，風波や長周期波，および広い周波数帯を有するこれらの不規則波に対して海浜地形でみられ

る波の反射を，自動的に計算することができる．海浜地形による消波効果を考慮した港内静穏度の算定などへ活用されることが期待される．

(5) モデル港湾における波浪変形

波の回折と反射，および屈折と浅水変形が同時に生じるモデル港湾を設定し，エネルギー平衡方程式法と高山法を組み合わせた波浪変形計算システム（P025）と，本研究で開発されたブシネスクモデル（NOWT-PARI，Ver4.6β）による計算結果の違いを検討した．

a) モデル港湾と計算条件の設定

i) モデル港湾の設定とその計算法

モデル港湾の港形とその周辺の海底地形を**図-3.31** に，入射波条件を**表-3.3** に示す．港形や防波堤・護岸の反射率および入射波浪は，土木学会，海岸工学委員会，研究現況レビュー小委員会（1994）における港内静穏度計算において設定されたモデルケースと同様とした．また，港内および周辺海域の海底地形は，モデルケースのように一様水深とするのではなく，波の屈折や浅水変形が生じるように, 海岸線に平行な等深線が水深-15m まで勾配 1/50 で続く海浜地形に，水深-12m の航路と水深-12m と

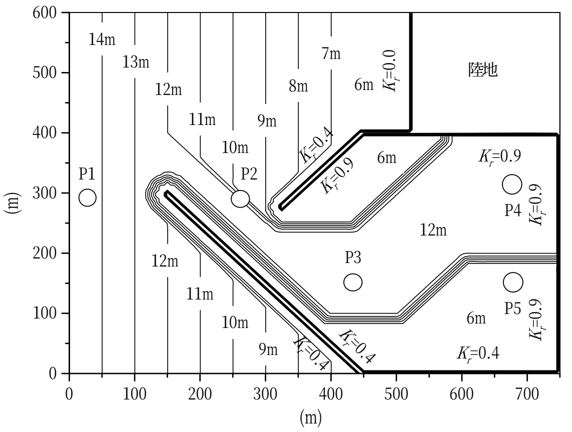


図-3.31 モデル港湾の港形と海底地形

表-3.3 モデル港湾における沖波条件

沖波条件 (水深15m)	$H_{1/3}$	$T_{1/3}$	θ_p	*Smax*
	1.0m	10.0s	0°	25

水深-6m のバースや泊地が整備された地形を用いた．なお図中の○印は，後述する時間波形やその統計値，および周波数・方向スペクトルを出力する代表点である．

波浪変形計算システム（P025）では，港口部における港内への入射波は，港外の海底地形による沖波の屈折と浅水変形，および沖防波堤による波の反射を考慮したエネルギー平衡方程式法によって計算される．そして，港内の波高分布は，港内の代表水深を設定して波の回折や反射を考慮した高山法により算定される．しかしながらここで設定されたモデル港湾では，港内の水深変化が大きいために，回折計算で用いる代表水深を設定することが難しいばかりでなく，港内において局所的な波の屈折や浅水変形が生じることが考えられる．そこで，理論上は回折変形を考慮できないまでも，数値計算上は数値分散の効果により波の回折に似た計算結果を得ることが期待されるエネルギー平衡方程式法によっても港内の波高分布を算定することとした．

一方，ブシネスクモデルでは，港内外で生じる波の屈折や浅水変形，および回折や反射がすべて同時に考慮されるため，沖波条件に対する港内外の波高分布は，港形や港内外の海底地形を用いて一度に計算される．また後述するように，波による流れの分布や任意地点における周波数・方向スペクトルが計算されるだけでなく，コンピュータグラフィックスなどの可視化手法を用いると，波が港内外を伝搬するようすを時間を追って観察することができる．ただし，エネルギー平衡方程式法や高山法に比べ，現在のところ多大な計算時間を必要とする．

ii) 計算条件の設定

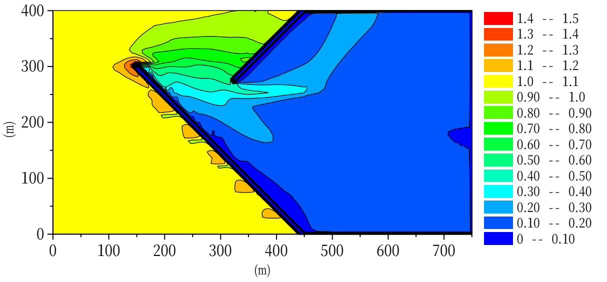
それぞれの計算法に対する計算条件を**表-3.4** に示す．

沖波条件は，エネルギー平衡方程式法および高山法では，沖波方向スペクトルを周波数に関しては $N_{\Delta f}$=10 分割，波向に関しては 1 つの方向角が 5°となるように分割（$N_{\Delta\theta}$=24 および 16）して与えた．またブシネスクモデルでは，多方向不規則波の成分波数を N_s=512 とした．

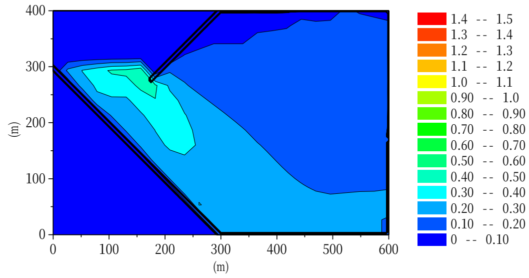
差分計算に用いた格子間隔 Δx は，エネルギー平衡方程式法では 5m，高山法では 25m とした．両者とも，もう少し粗い間隔で設定することも可能である．一方，ブシネスクモデルでは，差分格子によって空間的な波形が捉えられるように，入射境界における波長の 1/20 程度の

表-3.4 モデル港湾に対する計算条件一覧

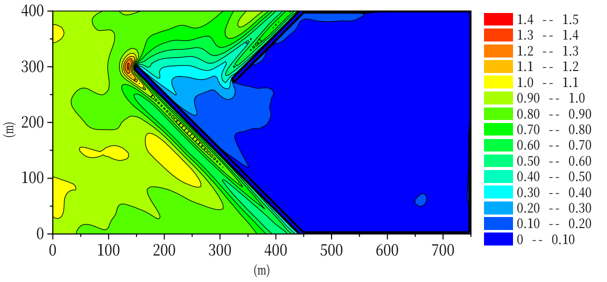
計算法	入射境界	入射波条件 (多方向不規則波)							差分条件		境界条件	
		$H_{1/3}$	$T_{1/3}$	θ_p	*Smax*	N_s	$N_{\Delta f}$	$N_{\Delta\theta}$	Δx	Δt	砕波	その他
エネルギー平衡方程式法	水深15m (沖側境界)	1.0m	10.0s	0°	25	-	10	24	5m	-	なし	入射波高と反射波高の合成
高山法	水深12m (港口部)	0.48m	10.1s	-29°	75	-	10	16	25m	-	なし	代表水深: -12m, 反射次数: 2
ブシネスクモデル	水深15m (沖側境界)	1.0m	10.0s	0°	25	512	-	-	5m	0.25s	なし	スポンジ層による透過，部分反射



(a) エネルギー平衡方程式法による計算結果



(b) 高山法による計算結果



(c) ブシネスクモデルによる計算結果

図-3.32 モデル港湾における港内外の波高分布

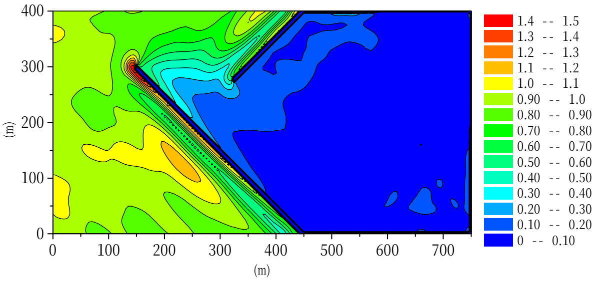
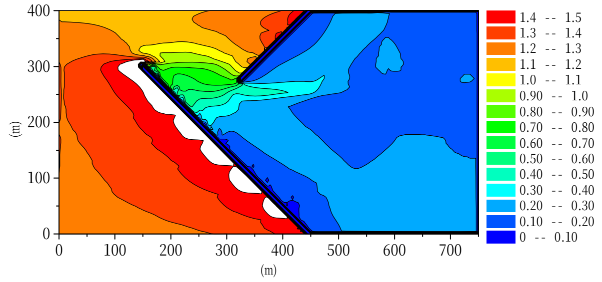
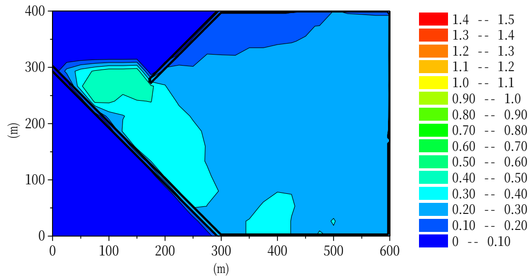


図-3.33 ブシネスクモデルによる港内外の波高分布
（部分反射境界のスポンジ層強度 θ=1.0）

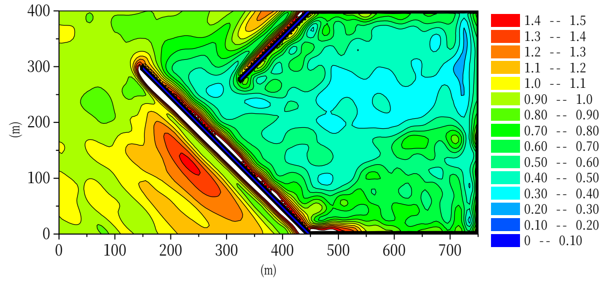
Δx=5m とした．計算領域内にさらに浅い海域が存在し波長が極端に短くなる場合には，さらに細かい計算格子が必要となる．また，時間の経過に伴う波形の伝搬を計算するために必要となる差分時間間隔を Δt=0.25s と設定した．これは，波形を時間的に捉えるだけでなく，ADI



(a) エネルギー平衡方程式法による計算結果



(b) 高山法による計算結果



(c) ブシネスクモデルによる計算結果

図-3.34 港内外の反射率を K_r=1.0 としたときの波高分布

法による差分計算を安定に進めることを考慮して設定されなければならない．

この他，エネルギー平衡方程式法では，理論上は考慮されない反射波を計算するために，2.4 (1)で述べたように反射面の向きや反射率を設定し，別々に計算された入射波高分布と反射波高分布を最後に合成することによって入・反射波による波高分布を算定した．

高山法では，港内水深を一定としてその代表水深を-12m とし，港内の防波堤・護岸において波が２回反射する（反射次数:2）と仮定して港内の波高分布を算定した．

ブシネスクモデルでは，計算領域の沖側や側方の境界外側，および港内外の防波堤・護岸の前面にスポンジ層を設置し，透過境界および部分反射境界を実現した．スポンジ層の幅 F およびエネルギー減衰係数の強度 θは，3.4 (1)で行ったスポンジ層の反射率に関する感度分析

結果を参照し，K_r=0 の透過境界では F/L =2.0，θ=1.0 とし，K_r=0.4 の部分反射境界では，F/L=0.2，θ=4.0 と設定した．部分反射境界をスポンジ層のようなエネルギー減衰帯によって空間的に捉えることは，現実の港湾では，消波ブロック被覆堤などの消波構造物を表現していると考えられる．しかしながらスポンジ層による部分反射境界は，その幅や強度は所定の反射率を満たすように調整されているため，消波工における実際の波浪変形を再現するものではない．4.2 では，このような問題を克服する透水層による任意反射境界処理法について紹介する．なお，K_r=0.9 の防波堤・護岸は本計算では完全反射境界とみなした．

b) 港内外の波高分布

エネルギー平衡方程式法，高山法，およびブシネスクモデルによって計算された港内外の波高分布を，それぞれ**図-3.32(a)**，**(b)**および**(c)**に示す．なお高山法では港内波高分布のみが計算された．

エネルギー平衡方程式法（**図-3.32(a)**）では，主防波堤堤頭部における波高の増大や港内の浅瀬（水深-6m）による波の屈折が計算されている．また，主防波堤による波の回折も本計算では適度に計算されている．水深-12m の航路から波が港内に侵入するようすも観察されるが，主防波堤に沿って港内に侵入する“沿い波”は計算されていない．また入・反射波が合成される主防波堤前面では，差分計算の進行方向に対して斜め沖側に反射する波がうまく計算されないために，不自然な波高分布を呈している．

高山法（**図-3.32(b)**）では，主・副防波堤による波の回折や主防波堤に沿う波の侵入が計算されている．しかし，港内水深を一様とみなしているため，浅瀬による波の屈折は計算されていない．

ブシネスクモデル（**図-3.32(c)**）では，主防波堤堤頭部や堤幹部前面における入・反射波の合成波の波高分布がほぼ妥当に計算されていることに加えて，主防波堤や航路に沿って港内に波が侵入するようすや，浅瀬に向かって波が屈折するようすが計算されている．また，主・副防波堤の近傍では，回折変形に加え，マウンドによる波の屈折や浅水変形が同時に計算されているようすが観察される．さらに，浅水変形により港外の波高分布が入射波高よりも小さくなるようすが，エネルギー平衡方程式法に比べよく計算されている（水深-15m および-12m における入射波の浅水係数は，それぞれ K_s=0.93 および K_s=0.94 である）．

ブシネスクモデルで算定された港内の波高分布は，エネルギー平衡方程式法や高山法によるものと比べかなり静穏である．これには，主・副防波堤の港内側の消波方法が影響しているものと考えられる．すなわち，消波構造物による反射率の低下を面または線によって捉えるエネルギー平衡方程式法や高山法では，消波堤に沿って伝搬する波浪の減衰は考慮されない．**図-3.32(b)**において消波された主防波堤の港内側で，堤頭部と同様な波高値が主防波堤の根元までみられるのはこのためである．一

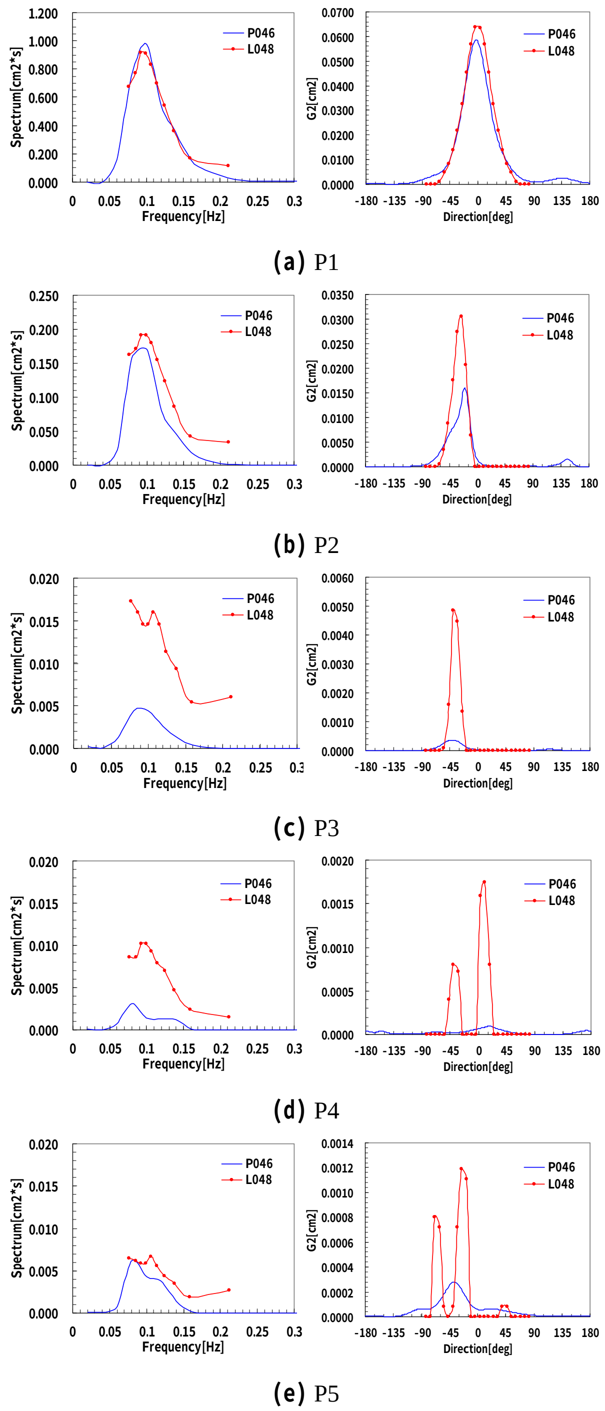


図-3.35 周波数スペクトル(左)と方向スペクトル(右)

方，空間的に広がるスポンジ層によって入・反射波のエネルギーを減衰させるブシネスクモデルでは，消波堤に沿う波はスポンジ層によって徐々に消波される．**図-3.32(c)**では，主防波堤によって回折された波が主防波堤背後のスポンジ層によって減衰され，港内に侵入するときの波高値はエネルギー平衡方程式法による計算結果（**図-3.32(a)**）に比べ，かなり小さくなっていることがわかる．これを確認するために，部分反射境界におけるスポンジ層の強度を θ=1.0（K_r=0.8）とし，スポンジ層によるエネルギー減衰を抑制したブシネスクモデルによる計算結果を**図-3.33** に示す．図-3.32(c)に比べ，主防波堤背後の沿い波が港奥まで伝播していることがわかる．

さらに，主・副防波堤および港内の反射率をすべて K_r=1.0（ブシネスクモデルにおいては θ=0，すなわち完全反射境界）としたときのそれぞれの計算法による港内波高分布の算定結果を**図-3.34** に示す．エネルギー平衡方程式法および高山法による計算結果に比べ，ブシネスクモデルによる計算結果は，港内侵入波が多重反射することによる港内波高分布の変化と顕著な静穏度の悪化をよく表している．

c) 港内外の周波数・方向スペクトル

図-3.31 に示した港内外の代表点において，エネルギー平衡方程式法（L048）およびブシネスクモデル（P046；NOWT-PARI，Ver4.6βのライブラリ版）によって計算された，周波数スペクトル $S(f)$および式（2.10）で定義される二次元方向スペクトル $G_2(\theta)$を**図-3.35** に示す．

エネルギー平衡方程式法では，方向スペクトルの変化を計算領域全体にわたって計算するので，計算結果として方向スペクトルの平面分布が得られる．一方，ブシネスクモデルでは，波形の変化を計算領域全体にわたり時々刻々と計算する．したがって方向スペクトルの算定は，各計算格子において記録された水面変動や流速変動の時系列データのスペクトル解析によって行われた．

なお高山法では，港内における有義波高や有義波周期の平面分布に加え，代表点での周波数スペクトルも出力されるが，ここでは省略した．

入射境界に近い P1 では，エネルギー平衡方程式法およびブシネスクモデルによって得られた周波数スペクトルや二次元方向スペクトルはよく一致し，ともに目標とする多方向不規則波が計算領域に入射されていることがわかる．

港口部に位置する P2 では，両者ともに，主防波堤の回折効果により主波向が 0 度よりも小さくなっている．ブシネスクモデルでは波エネルギーが若干低減されていることがわかる．

航路の先端に位置する P3 では，ブシネスクモデルで計算された波エネルギーはエネルギー平衡方程式よりも

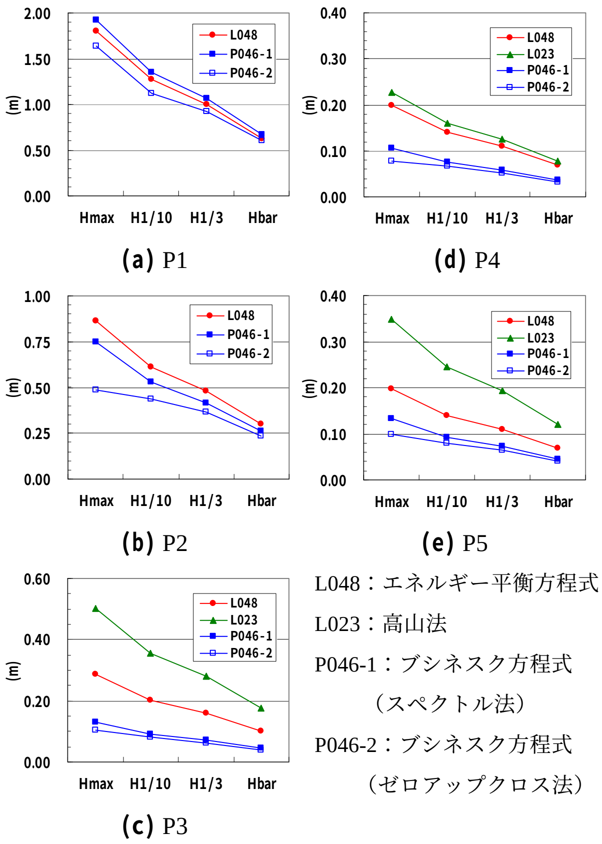


図-3.36 代表波高（周波数スペクトル，時系列波形）

表-3.5 周波数スペクトルより算定される代表波

		スペクトル法と確率計算式（レイリー分布）					
		H_{max}	$H_{1/10}$	$H_{1/3}$	H_{bar}	$T_{1/3}$	T_{bar}
エネルギー平衡方程式 (L048)	P1	1.80	1.27	1.00	0.63	10.0	-
	P2	0.86	0.61	0.48	0.30	10.1	-
	P3	0.29	0.20	0.16	0.10	9.3	-
	P4	0.20	0.14	0.11	0.07	10.3	-
	P5	0.20	0.14	0.11	0.07	9.5	-
高山法(L023)	P1	-	-	-	-	-	-
	P2	-	-	-	-	-	-
	P3	0.50	0.35	0.28	0.17	10.0	-
	P4	0.23	0.16	0.13	0.08	10.6	-
	P5	0.35	0.25	0.19	0.12	10.1	-
ブシネスクモデル (NOWT-PARI, Ver4.6β)	P1	1.92	1.36	1.07	0.67	-	8.7
	P2	0.75	0.53	0.42	0.26	-	9.6
	P3	0.13	0.09	0.07	0.05	-	9.5
	P4	0.11	0.07	0.06	0.04	-	9.9
	P5	0.13	0.09	0.07	0.05	-	9.7

表-3.6 時系列波形より算定される代表波

		ゼロアップクロス法							
		H_{max}	$H_{1/10}$	$H_{1/3}$	H_{bar}	T_{max}	$T_{1/10}$	$T_{1/3}$	T_{bar}
ブシネスクモデル (NOWT-PARI, Ver4.6β)	P1	1.64	1.13	0.93	0.60	9.95	10.14	10.10	8.29
	P2	0.49	0.44	0.37	0.23	10.01	10.30	10.41	9.53
	P3	0.10	0.08	0.06	0.04	11.00	10.55	10.40	9.57
	P4	0.08	0.07	0.05	0.03	12.14	10.38	11.15	10.01
	P5	0.10	0.08	0.06	0.04	10.66	9.75	9.96	9.56

小さくなっている．これは先に述べたように，主防波堤背後に設置されたスポンジ層によって波高が徐々に減衰されたためと考えられる．両者によって計算された主波向は約-45 度でありこれは航路方向と一致することから，波が航路に沿って港内に侵入しているようすが伺える．

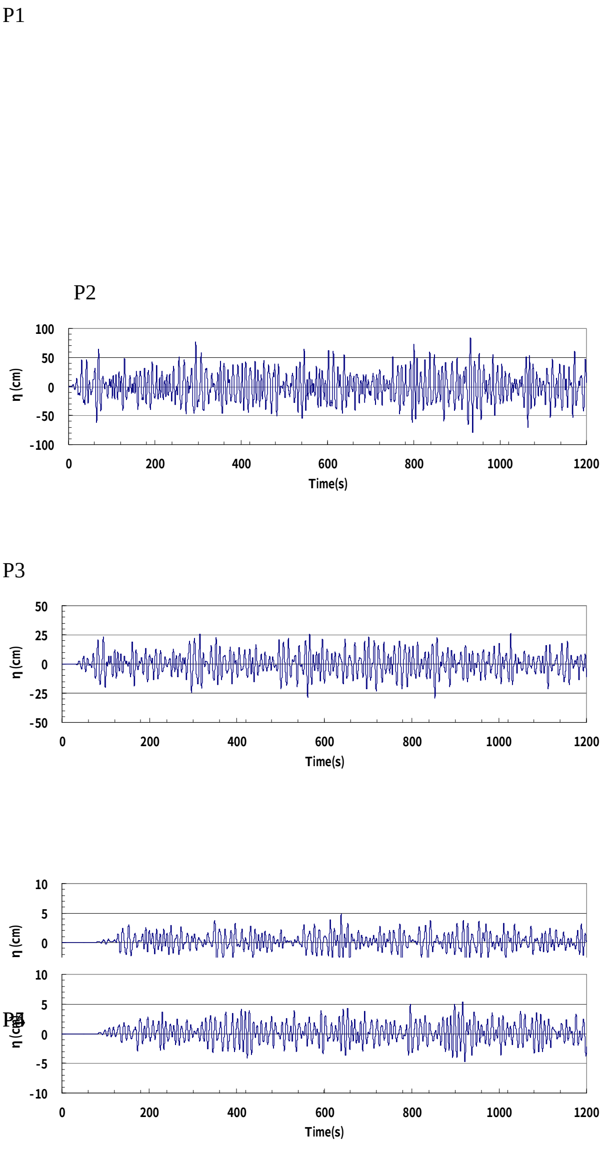
港奥部に位置する P4 および P5 では，ブシネスクモデルによる計算結果は，波エネルギーが広い方向角に分布し，実際にみられるようにさまざまな向きに波の伝播が生じるようすが伺える．波の再反射を考慮しないエネルギー平衡方程式法では，ある特定の波向に波エネルギーが集中する傾向がみられる．またブシネスクモデルにおいて，水深-6m の P5 でみられる周波数スペクトル値は水深-12m の P4 でみられるものよりも大きく，さらに P5 の沖側に位置する P3 よりも大きい．このことから P5 では，波長の長い低周波数の成分波に関して浅水変形による波高の増加がみられているものと考えられる．

これらの周波数スペクトルから得られた代表波高および代表周期を**図-3.36** および**表-3.5** に示す．図には合わせて，ブシネスクモデルで時間波形を用いて，ゼロアップクロス法によって算定される後述の代表波高（**表-3.6**）を示している．平面波高分布や周波数スペクトルでみられたように，港外ではエネルギー平衡方程式法とブシネスクモデルで算定される代表波高はほぼ一致し，港口部および港内では，ブシネスクモデルによるもののほうが小さくなっている．また，高山法によって得られた代表波高は，いずれの計算結果よりも大きい．

d) 時間波形および空間波形

ブシネスクモデルでは，任意地点における時間波形と任意時刻における空間波形（ある時刻における水面のようす）を出力することが可能である．

モデル港湾において，方向スペクトル出力地点の時間波形を**図-3.37** に示す．これらの地点では，差分時間間隔 Δt=0.25s をサンプリング時間とした時系列データが記録されている．そこで，現地観測データや水理模型実験データと同じように，これらをもとにゼロアップクロス法による波浪統計解析を実施して最大波 H_{max} や 1/10



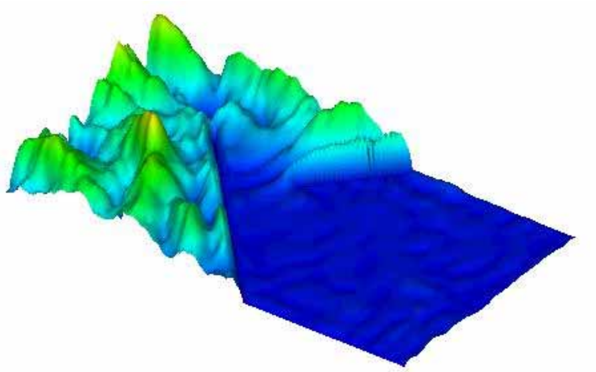


図-3.38 計算開始 1200s 後に観察される空間波形

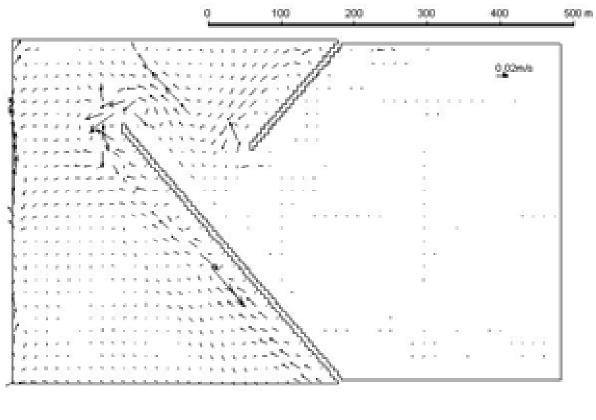


図-3.39 計算終了前 1050s 間に得られる平均流速分布

有義波高 $H_{1/10}$，1/3 有義波高 $H_{1/3}$ および平均波高 H_{bar} などを**表-3.6** のように算出することができる．これらを先ほどのスペクトル法によって得られた代表波と比較すると，とくに H_{max} の値が小さく算定されていることがわかる．これは，統計解析の対象とした 1050s 間（約 105 波）が，レーリー分布の仮定や多くの経験から得られる「最大波高は 1/3 有義波高の 1.8 倍」という関係を満たす十分な統計量ではなかったためと考えられる．設計波の算定など H_{max} の値を問題とする場合には，水理模型実験と同じように，成分波の位相の初期乱数を変化させ，異なる波群による結果を得るなどの方法が有効であると考えられる．

つぎに，計算開始から 1200s 後の空間波形を**図-3.38** に示す．この図より波高分布などを算出することは難しいが，波の伝搬のようすを観察することは可能である．また，コンピュータグラフィックスを用いてこのような図を何枚も連続して眺めることにより，波の伝搬過程をアニメーションで見ることができる．

e) 波による流れ場

ブシネスクモデルでは，水位変動とともに時々刻々に変化する流速変動が計算されている．したがって，ある時刻における波による平面的な流れ場を出力できるだけでなく，水位変動と合わせてスペクトル解析することにより任意地点における方向スペクトルを算定することが可能である．また，計算時間内において各格子における流速変動を平均することにより平均流速が算定される．**図-3.39** は，ブシネスクモデルによって計算されたモデル港湾とその周辺海域における平均流速分布である．沖波の伝播により，主・副防波堤に沿う平均流れが形成されているようすが観察される．

【 参考文献 】

有川太郎・磯部雅彦（1997）：非線形緩勾配方程式を用いた砕波判定法の適用性，海岸工学論文集，第 44 巻，pp.91-95.

有川太郎・磯部雅彦（1999）：非線形緩勾配方程式を用いた任意反射率を持つ構造物周辺の入・反射波浪共存場の解析，海岸工学論文集，第 46 巻，pp.56-60.

石井敏雅・磯部雅彦・渡辺晃（1993）：非定常緩勾配不規則波動方程式における境界条件の改良と実用化の試み，海岸工学論文集，第 40 巻，pp.31-35.

磯部雅彦（1994）：非線形緩勾配波動方程式の提案，海岸工学論文集，第 41 巻，pp.1-5.

磯部雅彦（1999）：波の基礎理論，1999 年度（第 35 回）水工学に関する夏期研修会講義集，B コース，B-1，22p.

伊藤喜行・谷本勝利・山本庄一（1972）：波向線交差領域における波高分布－数値波動解析法の応用－，港研報告，第 11 巻，第 3 号，pp.87-109.

岩垣雄一（1987）：最新海岸工学，森北出版，pp49-55.

宇野木早苗(1993):沿岸の海洋物理学,東海大学出版会，pp.58-62.

Eric Cruz・横木裕宗・磯部雅彦・渡辺　晃（1993）：非線形波動方程式に対する無反射境界条件について，海岸工学論文集，第 40 巻，pp.46-50.

Eric C. Cruz・石倉正英・青野利夫（1997）：非線形分散波モデルを用いた開境界処理に関する研究，海岸工学論文集，第 44 巻，pp.46-50.

大山　巧・灘岡和夫（1991）：非線形不規則波動場を対象とした数値波動水槽の開発，土木学会論文集，No429，pp.77-86.

大山　巧・長谷部雅伸（2001）：砕波による渦度供給を考慮した砕波帯内の波・流れ場のモデル化，海岸工学論文集，第 48 巻，pp.121-125.

金山　進（1997）強分散性非線形平面波浪場に対する多層モデルの提案，海岸工学論文集，第 44 巻，pp.41-45.

金山　進・田中　仁・首藤伸夫（1999）：分散性を任意次数まで考慮した高次 Boussinesq 方程式の一般形について，海岸工学論文集，第 46 巻，pp.6-10.

金山　進・田中　仁・首藤伸夫（2000）：非線形分散多層波動モデルの改良と準３次元波動場への適用，土木学会論文集，No.642／Ⅱ-50，pp.77-86.

喜岡渉・柏原謙爾（1995）：高次 Boussinesq 方程式とそのステップ地形への適用性，海岸工学論文集，第 42 巻，pp.166-170.

合田良実（1973）：防波堤の設計波圧に関する研究，港研報告，第 12 巻，第 3 号，pp.31-69.

合田良実（1977）：港湾構造物の耐波設計，鹿島出版会，pp.70-74.

合田良実（1983）：波浪の非線形性とその記述パラメーター，第 30 回海岸工学講演会論文集，pp.39-43.

合田良実・柿崎秀作（1966）：有限振幅重複波ならびにその波圧に関する研究，港研報告，第 5 巻，第 10 号，pp.1-57.

合田良実・鈴木康正・岸良安治・菊地治（1976）：不規則波実験における入・反射波の分離推定法，港湾技研資料，No248，24p.

佐藤愼司・M.Kabiling（1993）：Boussinesq 方程式を用

いた三次元海浜変形の数値計算，海岸工学論文集，第 40 巻，pp.386-390.
首藤伸夫（1974）：非線形長波の変形－水路幅，水深の変化する場合－，第 21 回海岸工学講演会論文集，pp.57-63.
鄭　培喜・余　錫平・磯部雅彦（1998）：Boussinesq 方程式に対する高次数値計算モデルの開発，海岸工学論文集，第 45 巻，pp.21-25.
土木学会海岸工学委員会研究現況レビュー小委員会（1994）：海岸波動，(社)土木学会，p6.
土木学会海岸工学委員会研究現況レビュー小委員会（1994）：海岸波動，(社)土木学会，pp.146-175.
富田孝史・平山克也（2000）：防波堤堤頭部近傍で発生する長周期波に関する数値シミュレーション，海岸工学論文集，第 47 巻，pp.791-795.
灘岡和夫（1999）：波動方程式－理論と数値シミュレーション－，1999 年度（第 35 回）水工学に関する夏期研修会講義集，B コース，B-2，p17.
灘岡和夫・中川康之（1993）：新しい非線形・分散性波動方程式による非線形波動解析の試み，海岸工学論文集，第 40 巻，pp.6-10.
灘岡和夫・大野修史・栗原　礼（1996）：波動場の力学状態に基づく砕波過程の解析と砕波条件，海岸工学論文集，第 43 巻，pp.81-85.
日本流体力学会（1989）：流体における波動，朝倉書店，260p.
原　信彦・岩瀬浩之・後藤智明（1998）：非線形分散波理論式に関する多段階混合差分スキームの提案，海岸工学論文集，第 45 巻，pp.26-30.
平石哲也・上原功・鈴木康正（1995）：ブシネスク方程式を用いた波浪変形計算法の適用性，港研資料，No.814，22p.
平石哲也・平山克也・河合弘泰・上原　功（2000）：熊本県竜ヶ岳町における台風 9918 号高潮災害の特性，海岸工学論文集，第 47 巻，pp.306-310.
平山克也・加藤雅也・平石哲也（1999）：ADI 差分法を用いたブシネスクモデルの打切り誤差解析，海岸工学論文集，第 46 巻，pp.86-90.
平山克也・平石哲也・細谷徳男（2000）：時間的に変化する波浪の造波とその解析，海岸工学論文集，第 47 巻，pp.6-10.
平山克也・平石哲也（2001）：ブシネスクモデルにおける透水層を用いた任意反射境界処理法の開発，港研報告，第 40 巻，第 1 号，pp.3-30.
平山克也・平石哲也（2002）：ブシネスクモデルにおける目標反射率の設定法とその港内波高分布計算に対する適用性，海岸工学論文集，第 49 巻（印刷中）.
本間　仁監修（1985）：海岸環境工学，東京大学出版会，pp.96-103.
水谷夏樹・安田孝志・武田真典（2001）：砕波後の流れ場の 3 次元特性に関する実験的研究，海岸工学論文集，第 48 巻，pp.36-40.
Abbott, M. B., H. M. Petersen and O. Skovgaard (1978) : On the numerical modelling of short waves in shallow water, *Journal of Hydraulic Research*, 16, No.3, pp.173-204.
Battjes, J. A. (1974) : Surf similarity, *Proc. 14th Coastal Eng. Conf., ASCE*, pp.1993-2004.
Dean, R. G., and J. N. Sharma (1981) : Simulation of wave systems due to nonlinear directional spectra, *Proc. Int. Symp. on Hydrodyn. in Oc. Engrg*., pp.1211-1222.
Larsen, J. and H. Dancy (1983) : Open boundaries in short wave simulations - A new approach, *Coastal Eng*., 7, pp.285-297.
Madsen, Per A., Russel Murray and Ole R. Sørensen (1991) : A new form of the Boussinesq equations with improved linear dispersion characteristics, *Coastal Eng*., 15, pp.371-388.
Madsen, Per A. and Ole R. Sørensen (1992) : A new form of the Boussinesq equations with improved linear dispersion characteristics. Part2. A slowly-varying bathymetry, *Coastal Eng*., 18, pp.183-204.
Mei, Chiang, C. (1989) : The applied dynamics of ocean surface waves, World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., pp.505-604.
Nwogu, Okey (1993) : Nonlinear transformation of multi-directional waves in water of variable depth, *J. Fluid Mech*, pp.1-31.
Peregrine, D. H. (1967) : Long waves on a beach, *J. Fluid Mech*, Vol.27, part4, pp.815-827.
Schaffer, H. A., R. Deigaard and P. Madsen (1992) : A two-dimensional surf zone model based on the Boussinesq equations, *Coastal Eng*., pp.576-589.
Watanabe, A., T. Hara and K. Horikawa (1984) : Study on breaking condition for compound wave trains, *Coastal Eng. in Japan*, Vol.27, pp.71-82.

4. 非線形波浪変形計算モデルの実用化と高精度化

前章までに，本研究において開発されたブシネスクモデル（NOWT-PARI，Ver4.6β）における計算理論やその基本的な計算特性が明らかとなった．実港湾を対象とした多くの波浪変形問題に対して，従来の波浪変形計算システム（P025）を補完する高精度波浪変形計算法として広く活用されることが期待される．

しかしながら，実海域における波浪変形問題のなかには，ブシネスクモデルにおいていまなおうまく計算されない現象が存在することも事実である．

本章では, ブシネスクモデルの計算精度をさらに高め, より多くの波浪変形問題への適用を可能にするために，今後改良が予定されているいくつかの事項について紹介する．

4.1 差分解法における打切り誤差の抑制

(1) ADI 法を用いたブシネスクモデルの打切り誤差

a) 数値解析における打切り誤差

数値解析により得られた計算結果においては，微分方程式を差分式で近似することにより生じる離散化誤差と実数が有限な桁数で切り捨てられることにより生じる丸め誤差が存在する．このうち，丸め誤差は単精度でもオーダー的には離散化誤差に比べ 3 オーダー程度，さらに倍精度では 10 オーダー以上も小さく, あまり問題とはならないようである（今村ら，1986）．

基礎方程式を離散化して数値解析により近似的に解を求める際には，離散化誤差の程度を十分に検討する必要がある．

大領域を扱う津波計算では, 例えば今村ら（1986）が, 非線形長波方程式を Leap-Frog 法，Crank-Nicholson 法, 2-Step Lax-Wendroff 法などの差分法によって差分化した場合の離散化誤差の程度を明らかにしている．また岩瀬ら（1998）は，非線形長波方程式に分散項を導入したうえで, 運動方程式を２つの式に分割し, １段目を陽解法, ２段目を陰解法で計算を行う２段階混合差分法を提案し, そのなかで２段目の差分式に誤差抑制項を加えることにより，数値粘性および数値分散を抑制する数値モデルを提案している．

一方，浅海域における波浪変形計算では，一般に，空間差分格子および時間差分格子を小さく設定し，離散化誤差の発生を小さくする方法が多くとられる（例えば, 佐藤ら，1993）ものの，波の非線形性や分散性を高精度に計算するためには，離散化誤差の発生を積極的に抑制する必要がある．

石井ら（1994）は，非線形緩勾配不規則波動方程式について離散化誤差を補正した有理式近似による定式化を行っている．また，ブシネスク方程式に対する打切り誤差を検討した Nwogu（1993)，Wei・Kirby（1995)，あるいは鄭ら（1998）の研究では，低次微分に比較的高次精度の差分法を適用する，あるいは予測子・修正子法を用いることなどにより打切り誤差を除去する手法が提案されている．

安定な解を得るためにもともと差分間隔を小さく取らざるを得ないブシネスクモデルにおいて，なお打切り誤差を無視できない理由は，方程式中の分散項の次数が数値誤差と同程度であることにある．とくに砕波点近傍や潜堤周辺などでは数値粘性および数値分散が大きくなり, 再現精度のみならず，例えば流速波速比に基づく砕波判定の精度を劣化させる原因ともなり得る．

そこで，ADI 差分法を用いた平面２次元のブシネスクモデルに対する打切り誤差について，Taylor 展開を用いて理論的に検討した．

なお，平山ら（1999）の中で行われた打切り誤差解析では，差分中心が本研究のものと若干異なる．NOWT–PARI, Ver4.6β以降のブシネスクモデルに対する打切り誤差解析に関する記述は，以下で行われる議論を参照されたい．

b) 打切り誤差の評価

ここでは，本モデルに内在する分散項と同程度の打切り誤差の程度を明らかにするために，３次オーダーまでの打切り誤差項を導出する．本モデルの基礎方程式は, 連続式（3.60）および運動方程式（3.69)，(3.70）であり, その差分式は**付録 A** に示されている．以下では，ADI 法によって差分化されたブシネスク方程式そのものの打切り誤差を検討するために，連続式（3.60）と，スポンジ層によるエネルギー吸収項や底面摩擦項，および砕波減衰項を除いた運動方程式（3.67)，(3.68）を対象として, **図-3.7** に示した計算アルゴリズムに沿って, 各ステップにおける打切り誤差の程度を検討する．

なお，運動方程式に含まれる分散項は既に３次のオーダーをもっているため，この項から導かれる打切り誤差項はすべて３次オーダーを上回っている．したがって, ３次オーダーまでの打切り誤差項の導出を目的とした本節では，分散項に関する誤差解析は行われない．すなわち，ブシネスク方程式から分散項を除いた非線形長波方程式に対する誤差解析を行うことにより，分散項と同程度の打切り誤差を定式化することができる．

[X 方向の計算ステップ]

i）連続式の前進差分式（仮の水位 η の計算）

付録Aの式（A.2）の各項を Taylor 展開して微分式に戻し，３次オーダーまでを残すと，前進差分された連続式の打切り誤差項が式（4.1）の右辺のように求められる．

$$
\begin{aligned}
&\frac{\partial\eta}{\partial t}+\frac{\partial P}{\partial x}+\frac{\partial Q}{\partial y}\\
&=\frac{\Delta t}{4}\left(\frac{\partial^2 P}{\partial x\partial t}+\frac{\partial^2 Q}{\partial y\partial t}\right)\\
&-\frac{\Delta x^2}{24}\left(1-K_x{}^2\right)\frac{\partial^3 P}{\partial x^3}-\frac{\Delta y^2}{24}\left(1+2K_y{}^2\right)\frac{\partial^3 Q}{\partial y^3}\\
&-\frac{\Delta x^2}{12}K_x{}^2\frac{\partial^3 P}{\partial x\partial y^2}+\frac{\Delta y^2}{24}K_y{}^2\frac{\partial^3 Q}{\partial x^2\partial y}
\end{aligned}
\tag{4.1}
$$

ここに，（K_x，K_y；クーラン数）

$$
K_x=\frac{\Delta t}{\Delta x}\sqrt{gD},\quad K_y=\frac{\Delta t}{\Delta y}\sqrt{gD}
\tag{4.2}
$$

さらに，時間に関する微分項は，線形長波の式を用いて次式のように変形しておく．

$$
\begin{aligned}
&\frac{\partial\eta}{\partial t}+\frac{\partial P}{\partial x}+\frac{\partial Q}{\partial y}\\
&=-\frac{\sqrt{gD}}{4}\left(\Delta x K_x\frac{\partial^2\eta}{\partial x^2}+\Delta y K_y\frac{\partial^2\eta}{\partial y^2}\right)\\
&-\frac{\Delta x^2}{24}\left(1-K_x{}^2\right)\frac{\partial^3 P}{\partial x^3}-\frac{\Delta y^2}{24}\left(1+2K_y{}^2\right)\frac{\partial^3 Q}{\partial y^3}\\
&-\frac{\Delta x^2}{12}K_x{}^2\frac{\partial^3 P}{\partial x\partial y^2}+\frac{\Delta y^2}{24}K_y{}^2\frac{\partial^3 Q}{\partial x^2\partial y}
\end{aligned}
\tag{4.3}
$$

ii）運動方程式の差分式（線流量 P の計算）

式（A.3）において，エネルギー吸収項（左辺第７項），底面摩擦項（左辺第８項），および砕波減衰項（左辺第５，６項）を無視する．

簡略化のために，非線形項（左辺第２，３項）を無視する．残された各項を Taylor 展開して微分式に戻し，３次オーダーまでを残すと，非線形項を除いた運動方程式の打切り誤差項が式（4.4）の右辺のように求められる．ただし，重力項の未知水位 η には，連続式の後退差分式（A.4）を直接代入した．

$$
\begin{aligned}
&\frac{\partial P}{\partial t}+gD\frac{\partial\eta}{\partial x}-[\text{分散項}]_x\\
&=\frac{\Delta x^2}{24}\left(1+2K_x{}^2\right)\frac{\partial^3 P}{\partial t\partial x^2}-\frac{\Delta x^2}{6}K_x{}^2\frac{\partial^3 Q}{\partial t\partial x\partial y}
\end{aligned}
\tag{4.4}
$$

ここで，[分散項]$_x$ は式（3.67）の右辺の分散項を表す．

つぎに，非線形項に関する誤差解析を行う．式（A.3）の第２項を Taylor 展開し，３次オーダーまでを残すと次式を得る．ただし，全水深 D は定数とみなした．また，添え字 “ $F.D.$ ” は，差分式であることを示す．

$$
\begin{aligned}
&\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{P^2}{D}\right)\right]_{F.D.}\\
&=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{P^2}{D}\right)+\frac{\Delta x^2}{24}\frac{\partial^3}{\partial x^3}\left(\frac{P^2}{D}\right)\\
&+\frac{\Delta x^2}{4}\frac{\partial}{\partial x}\left\{\left(1+K_x{}^2\right)\frac{P}{D}\frac{\partial^2 P}{\partial x^2}+K_x{}^2\frac{P}{D}\frac{\partial^2 Q}{\partial x\partial y}-K_x{}^2 g\left(\frac{\partial\eta}{\partial x}\right)^2\right\}
\end{aligned}
\tag{4.5}
$$

同様に，式（A.3）の第３項を Taylor 展開し，３次オーダーまでを残すと次式を得る．

$$
\begin{aligned}
&\left[\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{PQ}{D}\right)\right]_{F.D.}\\
&=\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{PQ}{D}\right)-\frac{\Delta t}{2}\frac{Q}{D}\frac{\partial^2 P}{\partial y\partial t}\\
&+\frac{\Delta y^2}{24}\frac{\partial^3}{\partial y^3}\left(\frac{PQ}{D}\right)+\frac{\Delta y^2}{8}\frac{\partial}{\partial y}\left\{\frac{Q}{D}\frac{\partial^2 P}{\partial y^2}+\frac{K_y^2}{K_x^2}\frac{P}{D}\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2}-K_y^2\frac{Q}{D}\frac{\partial^2\eta}{\partial x\partial t}\right\}
\end{aligned}
\tag{4.6}
$$

したがって，差分化された x 方向運動方程式の３次オーダーまでの打切り誤差項は，式（4.7）の右辺のように求められる．

$$
\begin{aligned}
&\frac{\partial P}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{P^2}{D}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{PQ}{D}\right)+gD\frac{\partial\eta}{\partial x}-[\text{分散項}]_x\\
&=\frac{\Delta x^2}{24}\left(1+2K_x{}^2\right)\frac{\partial^3 P}{\partial t\partial x^2}+\frac{\Delta x^2}{12}K_x{}^2\frac{\partial^3 Q}{\partial t\partial x\partial y}\\
&-\frac{\Delta x^2}{24}\frac{\partial^3}{\partial x^3}\left(\frac{P^2}{D}\right)\\
&-\frac{\Delta x^2}{4}\frac{\partial}{\partial x}\left\{\left(1+K_x{}^2\right)\frac{P}{D}\frac{\partial^2 P}{\partial x^2}+K_x{}^2\frac{P}{D}\frac{\partial^2 Q}{\partial x\partial y}-K_x{}^2 g\left(\frac{\partial\eta}{\partial x}\right)^2\right\}\\
&+\frac{\Delta t}{2}\frac{Q}{D}\frac{\partial^2 P}{\partial y\partial t}-\frac{\Delta y^2}{24}\frac{\partial^3}{\partial y^3}\left(\frac{PQ}{D}\right)\\
&-\frac{\Delta y^2}{8}\frac{\partial}{\partial y}\left\{\frac{Q}{D}\frac{\partial^2 P}{\partial y^2}+\frac{K_y^2}{K_x^2}\frac{P}{D}\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2}-K_y^2\frac{Q}{D}\frac{\partial^2\eta}{\partial x\partial t}\right\}
\end{aligned}
\tag{4.7}
$$

iii）連続式の後退差分式（真の水位 η の計算）

式（A.4）の各項を Taylor 展開して微分式に戻し，３次オーダーまでを残すと，後退差分された連続式の打切り誤差項が式（4.8）の右辺のように求められる．

$$
\begin{aligned}
&\frac{\partial \eta}{\partial t}+\frac{\partial P}{\partial x}+\frac{\partial Q}{\partial y} \\
&\quad=-\frac{\Delta t}{4}\left(\frac{\partial^2 P}{\partial x \partial t}-\frac{\partial^2 Q}{\partial y \partial t}\right) \\
&\qquad-\frac{\Delta x^2}{24}\left(1+2K_x{}^2\right)\frac{\partial^3 P}{\partial x^3}-\frac{\Delta y^2}{24}\left(1+5K_y{}^2\right)\frac{\partial^3 Q}{\partial y^3} \\
&\qquad-\frac{5\Delta x^2}{24}K_x{}^2\frac{\partial^3 P}{\partial x \partial y^2}-\frac{\Delta y^2}{12}K_y{}^2\frac{\partial^3 Q}{\partial x^2 \partial y}
\end{aligned}
\tag{4.8}
$$

[Y 方向の計算ステップ]

i）連続式の前進差分式（仮の水位 η の計算）

式（A.6）の各項を Taylor 展開して微分式に戻し，３次オーダーまでを残すと，前進差分された連続式の打切り誤差項が式（4.9）の右辺のように求められる．

$$
\begin{aligned}
&\frac{\partial \eta}{\partial t}+\frac{\partial P}{\partial x}+\frac{\partial Q}{\partial y} \\
&\quad=\frac{\Delta t}{4}\left(\frac{\partial^2 P}{\partial x \partial t}+\frac{\partial^2 Q}{\partial y \partial t}\right) \\
&\qquad-\frac{\Delta x^2}{24}\left(1+2K_x{}^2\right)\frac{\partial^3 P}{\partial x^3}-\frac{\Delta y^2}{24}\left(1-K_y{}^2\right)\frac{\partial^3 Q}{\partial y^3} \\
&\qquad+\frac{\Delta x^2}{24}K_x{}^2\frac{\partial^3 P}{\partial x \partial y^2}-\frac{\Delta y^2}{12}K_y{}^2\frac{\partial^3 Q}{\partial x^2 \partial y}
\end{aligned}
\tag{4.9}
$$

さらに，時間に関する微分項は，線形長波の式を用いて次式のように変形しておく．

$$
\begin{aligned}
&\frac{\partial \eta}{\partial t}+\frac{\partial P}{\partial x}+\frac{\partial Q}{\partial y} \\
&\quad=-\frac{\sqrt{gD}}{4}\left(\Delta x K_x\frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2}+\Delta y K_y\frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2}\right) \\
&\qquad-\frac{\Delta x^2}{24}\left(1+2K_x{}^2\right)\frac{\partial^3 P}{\partial x^3}-\frac{\Delta y^2}{24}\left(1-K_y{}^2\right)\frac{\partial^3 Q}{\partial y^3} \\
&\qquad+\frac{\Delta x^2}{24}K_x{}^2\frac{\partial^3 P}{\partial x \partial y^2}-\frac{\Delta y^2}{12}K_y{}^2\frac{\partial^3 Q}{\partial x^2 \partial y}
\end{aligned}
\tag{4.10}
$$

ii）運動方程式の差分式（線流量 Q の計算）

式（A.7）において，エネルギー吸収項（左辺第７項），底面摩擦項（左辺第８項），および砕波減衰項（左辺第５，６項）を無視する．

簡略化のために，非線形項（左辺第２，３項）を無視する．残された各項を Taylor 展開して微分式に戻し，３次オーダーまでを残すと，非線形項を除いた運動方程式の打切り誤差項が式（4.11）の右辺のように求められる．ただし，重力項の未知水位 η には，連続式の後退差分式（A.8）を直接代入した．

$$
\begin{aligned}
&\frac{\partial Q}{\partial t}+gD\frac{\partial \eta}{\partial y}-[\text{分散項}]_y \\
&\quad=\frac{\Delta y^2}{24}\left(1+2K_y{}^2\right)\frac{\partial^3 Q}{\partial t \partial y^2}-\frac{\Delta y^2}{6}K_y{}^2\frac{\partial^3 P}{\partial t \partial x \partial y}
\end{aligned}
\tag{4.11}
$$

ここで，$[\text{分散項}]_y$ は式（3.68）の右辺の分散項を表す．

つぎに，非線形項に関する誤差解析を行う．式（A.7）の第２項を Taylor 展開し，３次オーダーまでを残すと次式を得る．ただし，全水深 D は定数とみなした．また，添え字“ *F.D.* ”は，差分式であることを示す．

$$
\begin{aligned}
&\left[\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{Q^2}{D}\right)\right]_{F.D.} \\
&\quad=\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{Q^2}{D}\right)+\frac{\Delta y^2}{24}\frac{\partial^3}{\partial y^3}\left(\frac{Q^2}{D}\right) \\
&\qquad+\frac{\Delta y^2}{4}\frac{\partial}{\partial y}\left\{\left(1+K_y{}^2\right)\frac{Q}{D}\frac{\partial^2 Q}{\partial y^2}+K_y{}^2\frac{Q}{D}\frac{\partial^2 P}{\partial x \partial y}-K_y{}^2 g\left(\frac{\partial \eta}{\partial y}\right)^2\right\}
\end{aligned}
\tag{4.12}
$$

同様に，式（A.7）の第３項を Taylor 展開し，３次オーダーまでを残すと次式を得る．

$$
\begin{aligned}
&\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{PQ}{D}\right)\right]_{F.D.} \\
&\quad=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{PQ}{D}\right)-\frac{\Delta t}{2}\frac{P}{D}\frac{\partial^2 Q}{\partial x \partial t} \\
&\qquad+\frac{\Delta x^2}{24}\frac{\partial^3}{\partial x^3}\left(\frac{PQ}{D}\right)+\frac{\Delta x^2}{8}\frac{\partial}{\partial x}\left\{\frac{P}{D}\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2}+\frac{K_x^2}{K_y^2}\frac{Q}{D}\frac{\partial^2 P}{\partial y^2}-K_x^2\frac{P}{D}\frac{\partial^2 \eta}{\partial y \partial t}\right\}
\end{aligned}
\tag{4.13}
$$

したがって，差分化された y 方向運動方程式の３次オーダーまでの打切り誤差項は，式（4.14）の右辺のように求められる．

$$
\begin{aligned}
&\frac{\partial Q}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{Q^2}{D}\right)+\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{PQ}{D}\right)+gD\frac{\partial \eta}{\partial y}-[\text{分散項}]_y \\
&=\frac{\Delta y^2}{24}\left(1+2K_y{}^2\right)\frac{\partial^3 Q}{\partial t\partial y^2}+\frac{\Delta y^2}{12}K_y{}^2\frac{\partial^3 P}{\partial t\partial x\partial y} \\
&\quad -\frac{\Delta y^2}{24}\frac{\partial^3}{\partial y^3}\left(\frac{Q^2}{D}\right) \\
&\quad -\frac{\Delta y^2}{4}\frac{\partial}{\partial y}\left\{\left(1+K_y{}^2\right)\frac{Q}{D}\frac{\partial^2 Q}{\partial y^2}+K_y{}^2\frac{Q}{D}\frac{\partial^2 P}{\partial x\partial y}-K_y{}^2 g\left(\frac{\partial \eta}{\partial y}\right)^2\right\} \\
&\quad +\frac{\Delta t}{2}\frac{P}{D}\frac{\partial^2 Q}{\partial x\partial t}-\frac{\Delta x^2}{24}\frac{\partial^3}{\partial x^3}\left(\frac{PQ}{D}\right) \\
&\quad -\frac{\Delta x^2}{8}\frac{\partial}{\partial x}\left\{\frac{P}{D}\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2}+\frac{K_x^2}{K_y^2}\frac{Q}{D}\frac{\partial^2 P}{\partial y^2}-K_x^2\frac{P}{D}\frac{\partial^2 \eta}{\partial y\partial t}\right\}
\end{aligned}
\tag{4.14}
$$

iii）連続式の後退差分式（真の水位 η の計算）

式（A.8）の各項を Taylor 展開して微分式に戻し，3 次オーダーまでを残すと，後退差分された連続式の打切り誤差項が式（4.15）右辺のように求められる．

$$
\begin{aligned}
&\frac{\partial \eta}{\partial t}+\frac{\partial P}{\partial x}+\frac{\partial Q}{\partial y} \\
&\quad =-\frac{\Delta t}{4}\left(-\frac{\partial^2 P}{\partial x\partial t}+\frac{\partial^2 Q}{\partial y\partial t}\right) \\
&\qquad -\frac{\Delta x^2}{24}\left(1+5K_x{}^2\right)\frac{\partial^3 P}{\partial x^3}-\frac{\Delta y^2}{24}\left(1+2K_y{}^2\right)\frac{\partial^3 Q}{\partial y^3} \\
&\qquad -\frac{\Delta x^2}{12}K_x{}^2\frac{\partial^3 P}{\partial x\partial y^2}-\frac{5\Delta y^2}{24}K_y{}^2\frac{\partial^3 Q}{\partial x^2\partial y}
\end{aligned}
\tag{4.15}
$$

(2) 打切り誤差抑制項の導入による計算精度の向上

差分式の打切り誤差を修正する手法として，本研究では，各差分式から直接，打ち切り誤差項を差し引く方法を用いた．すなわち，誤差解析により得られた式 (4.3)，式（4.4）あるいは（4.7)，式（4.8)，式（4.10)，式（4.11）あるいは（4.14)，式（4.15）の右辺をそれぞれ打ち消す項が，各差分式における打切り誤差修正項となる．

以下では，これらを本モデルに付加することにより，極浅海域や潜堤周辺における波浪変形の計算精度の向上を試みた．

a) 非線形波の計算精度

本モデルを用いて，勾配 1/30 の一様斜面上における波の浅水変形を計算した．沖側，岸側境界での水深をそれぞれ水深-20m，-0.8m とし，線境界入射法を用いて，周期 8s，沖波波形勾配 H_0/L_0=0.005 の sin 波を入射した．差分間隔は，$\varDelta x$=L/90m，$\varDelta t$=T/160s（L，T；入射波の波長および周期）であり，このとき入射境界におけるクーラン数は K_x=0.70 である．ただし試計算では，岸側境界に波が到達後，岸側境界の影響により斜面上部の波高が減衰したのち安定する傾向がみられたため，本研究では，浅水変形の再現性のみに着目し，波が岸側境界に到達した段階で計算を打ち切った．

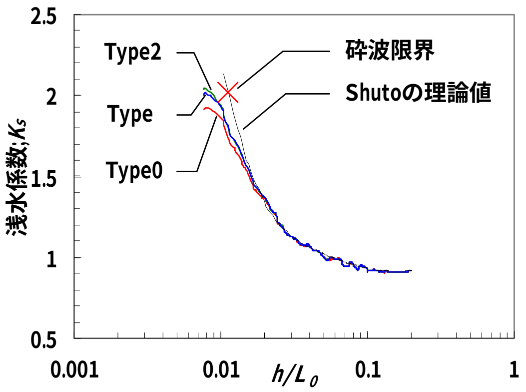


図-4.1　1/30 斜面上の浅水変形（H_0/L_0＝0.005, K_x=0.70）

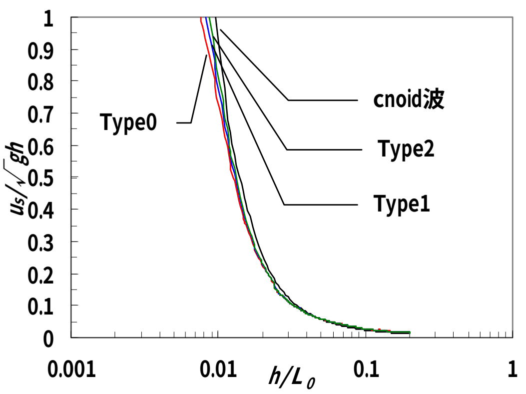


図-4.2　流速波速比の変化（H_0/L_0＝0.005，K_x=0.70）

表-4.1　流速波速比による砕波判定の精度

(a) $u_s/\sqrt{gh}$ ≧0.8

	h_b/L_0		K_{sb}	
合田 (1973)	0.0112		2.02	
Type0	0.0094	84%	1.88	93%
Type1	0.0098	88%	1.94	96%
Type2	0.0102	91%	1.92	95%

(b) $u_s/\sqrt{gh}$ ≧0.7

	h_b/L_0		K_{sb}	
合田 (1973)	0.0112		2.02	
Type0	0.0103	92%	1.84	91%
Type1	0.0107	96%	1.86	92%
Type2	0.011	98%	1.84	91%

打切り誤差の修正を行わない場合（Type0），線形項より生ずる打切り誤差のみを修正した場合（Type1），さらに Type1 に加えて非線形項より生ずる打切り誤差を修正した場合（Type2）における浅水係数 K_s および流速波速比 u_s/C（u_s;水表面流速，C;波速(ここでは $C=\sqrt{gh}$)）の計算結果の比較を**図-4.1** および**図-4.2** に示す．**図-4.1** 中の細線は浅水係数に関する首藤の理論値(1974)であり，×印は合田の砕波式（1973）より A=0.17 として求めた砕波限界である．また**図-4.2** 中の細線はクノイド波形より求めた流速波速比である．

図-4.1 より，h/L_0=0.015 以深では浅水係数に関するいずれの計算結果も首藤の理論値とよい一致を示す．しかし h/L_0=0.015 より浅くなると，Type0 は首藤による理論値を下回るようになり，合田の砕波式より得られる砕波点（h_b/L_0=0. 0112）での浅水係数（すなわち，砕波限界波高比）は，計算上，理論値の 86%程度までしか増加しないことがわかる．ここで，h_b は砕波限界水深である．一方，打切り誤差を修正した Type1 あるいは Type2 では，Type0 に比べると浅水係数の計算精度が向上し，砕波限界波高は両者ともに理論値の 90%程度まで増加するようになる．

また，砕波点における流速波速比（すなわち，砕波限界となる流速波速比）は，**図-4.2** より，Type0 で 0.62，Type1 で 0.66，Type2 で 0.68 であり，打切り誤差を修正することにより徐々に大きくなった．

ところで，3.3 (4)で述べた流速波速比による砕波判定では，砕波する条件は，一般に $u_s/C≧1$ とされている．有川・磯部（1997）は，C を長波の波速として $u_s/\sqrt{gh}$ ≧ 0.8～1.0 とすることを提案している．そこで，**図-4.2** から $u_s/\sqrt{gh}$ ≧0.8 となる水深波長比のしきい値（h_b/L_0）を読み取ると，それぞれの計算モデルによる h_b/L_0 値は**表-4.1(a)**のようになる．これらを合田の砕波式より求まる値と比較すると，砕波限界水深 h_b は，Type0 で約 16%，Type1 で約 12%，Type2 で約 9%浅く判定されることがわかる．また，**表-4.1(a)**に合わせて示された浅水係数 K_{sb}（砕波限界波高比）より，このときの砕波限界波高は，Type0 では合田式より求まる値の約 7%，Type1,2 では約 4～5%小さく見積もられていることがわかる．

したがって，砕波条件を $u_s/\sqrt{gh}$ ≧0.8 とした場合，打切り誤差の修正を行わない Type0 では，砕波限界水深は浅く，砕波限界波高は小さく計算される傾向にある．一方，打切り誤差の修正項を付加した Type1 あるいは Type2

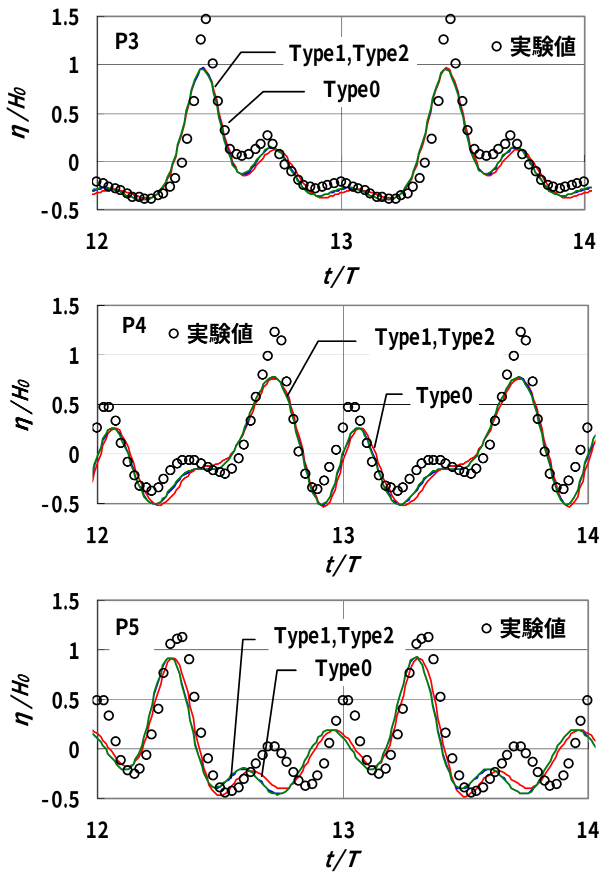


図-4.3　潜堤背後の波浪変形（$\varDelta x=L/80$m，$\varDelta t=T/180$s）

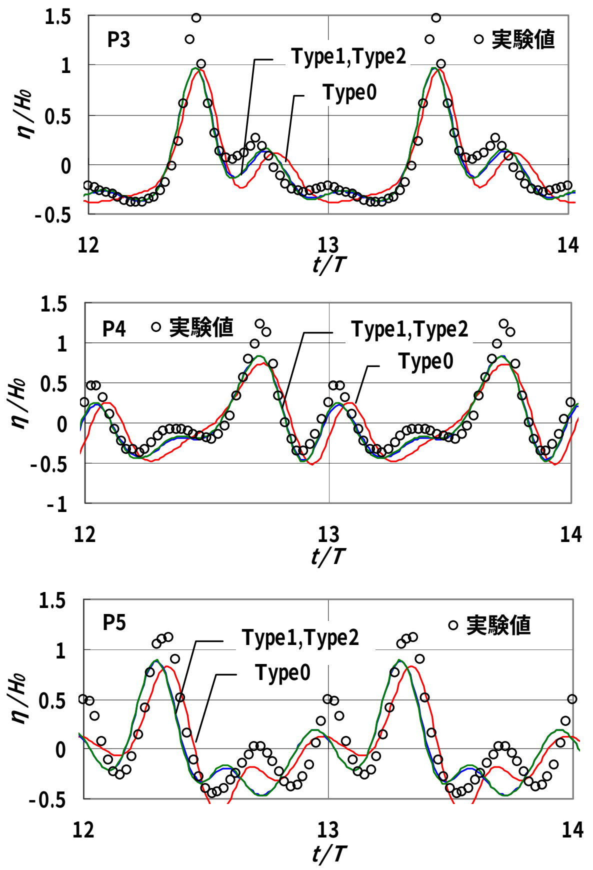


図-4.4 潜堤背後の波浪変形（$\varDelta x=L/40$，$\varDelta t=T/90$s）

による砕波計算では，砕波限界水深，砕波限界波高とも合田の砕波式による値に近づく傾向が示された．すなわち，打切り誤差を修正することにより，斜面上の非線形波の変形をより高精度に計算できるようになることがわかる．

なお，砕波条件を $u_s/\sqrt{gh} \geqq 0.7$ とした場合には，表-4.1(b)に示すように，Type1,2 で砕波位置の推定精度は向上するものの，砕波限界波高は 8%程度小さく見積もられる傾向が得られた．

b) 分裂波の計算精度

土木学会（1994）が「台形潜堤による波浪変形問題」のモデルケースとして実施した模型実験のうち，CASE4（周期 9s，波高 1.0m）の実験結果を用いて，非線形分散波の再現性に対する誤差修正項の効果を検証した．入射境界における水深を-10m，天端上水深を-3m とし，差分間隔は，入射境界におけるクーラン数が一定（K_x=0.49）となるように密な場合（$\Delta x=L/80$m，$\Delta t=T/180$s）と疎な場合（$\Delta x=L/40$m，$\Delta t=T/90$s）の２種類設定した．再現計算を実施した結果をそれぞれ**図-4.3** および**図-4.4** に示す．

差分間隔が密な場合の計算結果を示した**図-4.3** をみると，ピーク値の再現性がやや不十分ではあるが，いずれの計算結果も実験結果を比較的良く再現しており，計算結果にはほとんど差が認められないことがわかる．一方，差分間隔がやや疎である場合の計算結果を示した**図-4.4** では，Type0 による波形の計算値と実験値の差が大きくなっているのに対し，Type1，Type2 では差分間隔が密な場合と同様に実験値と良い一致を示していることがわかる．しかし Type1 と Type2 の差違はほとんどみられず，本ケースにおいて非線形項より生じる３次オーダーまでの打切り誤差を修正する効果を確認することはできなかった．

したがって，差分間隔を疎にした場合にも，線形項より導出される３次オーダーの打切り誤差修正項を本モデルに組み込むことにより，数値誤差の発生を十分に抑制できることが明らかとなった．

4.2 反射波の位相を考慮した任意反射境界処理法

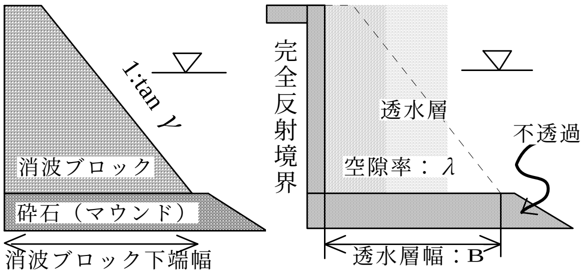
港湾を対象とした港内外の波浪変形計算を精度よく行うためには，開境界における無反射条件に加えて，特に防波堤や護岸における波の反射率が任意に設定されなければならない．一般に，防波堤や護岸の反射率は消波断面の構造と入射する波の特性との関係によって変化する．ところが，ブシネスクモデルではこの反射の取り扱い方法が必ずしも十分確立されていない．例えば，開境界処理のために提案されたスポンジ層を反射境界に適用して，入射波の対象周波数帯に対して期待する反射率を得る方法（例えば，有川・磯部，1999）では，スポンジ層自体が消波工による物理的な波エネルギー損失を考慮したものではないので，実際の消波構造物と同じような波の反射特性を再現することはできない．また，反射波の位相を考慮できないため，反射境界の前面で形成される部分重複波の波形も再現できない．また，喜岡ら（1996）は，スポンジ層の代わりに透水層を用いて，Nwogu（1993）によるブシネスク方程式を透水層へ拡張した式を基礎方程式とした任意反射境界を提案している．しかしながら，透水層の幅や空隙率は反射率を調整する変量として用いられているため，この透水層は消波工を物理的に表現していない．つまり，ブシネスク方程式においては，反射波の取り扱いに課題が残されており，このことがモデルを汎用化する際の障害となっている．

本研究では，実際に現地や水理模型実験で用いられる消波材による波浪減衰過程を，空隙率などの工学的パラメータが考慮された透水層内の波浪変形現象として物理的に捉えることにより，さまざまな波浪諸元を有する入射波に対して，相応の反射率や部分重複波形を再現する任意反射境界処理法を開発した（平山，2001a，平山・平石，2001）．透水層内の波の記述には，壁面境界での取り扱いが簡単な線流量フラックス表示による修正ブシネスク方程式（Madsen・Sørensen，1992）を透水層内へ拡張した式を用いた．さらに，断面水路で得られた模型実験結果を用いて，波の反射に関する計算精度を検証した（平山，2001b）．

(1) 消波工における波浪減衰機構のモデル化

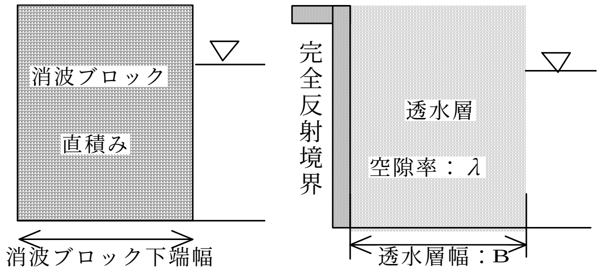
透水層を用いた任意反射境界処理法は，消波ブロックの層を等価な透水層で置き換え，さらに，堤体直立壁面を完全反射境界として取り扱うものである．つまり，入射波は透水層内を伝播する過程で減衰した後，堤体直立壁面で完全反射し，反射波は再び透水層を通過する過程で減衰しながら伝播して沖へ向かうというプロセスを忠実にモデル化した．ただし，堤体下部のマウンドで生じるであろう入射波の港内側への透過現象は無視し，マウンドは不透過とした．

図-4.5(b)は，**図-4.5(a)**に示す消波ブロック被覆堤に対する透水層モデルである．ここで，透水層の幅 B は消波工の設置幅とほぼ等しくなるように設定されている．消波工の勾配が $\tan\gamma$ であることは，透水層の空隙率 λ が水平方向に変化することで考慮され，堤体壁面からの距離を x として，空隙率を式（4.16）のように定義した．



(a) 対象断面　　(b) 透水層モデル

図-4.5 消波ブロック被覆堤



(a) 対象断面　　(b) 透水層モデル

図-4.6 直立消波堤

表-4.2 各種材料の α_0 と β_0（近藤，1981 より転載）

個体の種類	テトラポッド		六脚		中空三角		ホロースケヤ		三連		三柱		ジュゴン		石	球	立体格子
積み方	整積	乱積	整積	乱積	整積	乱積	整積	乱積	整積	乱積	整積	乱積	整積	乱積	乱積	整積	整積
α_0	1200	2100	19000	5000	3500	9600	800	1500	1300	2100	10000	31000	6000	8300	800～1500	520	750
β_0	1.7	2.2	7.1	3.5	2.9	4.7	1.4	1.8	1.7	2.2	2.1	2.6	1.2	1.4	1.8～3.6	0.85	0.35

$$\lambda = \lambda_0 + (1-\lambda_0)\frac{x}{B} \qquad (0 \le x \le B) \qquad (4.16)$$

ここで，λ_0は消波工の空隙率であり，消波ブロックの形状や積み方によって変化する．式（4.16）では，透水層の空隙率 λが水域と透水層との境界で λ=1，堤体壁面に近づくにつれて（消波工の施工高さが高くなるにつれて）線形に減少し，壁面で $\lambda=\lambda_0$となるように分布すると仮定されている．

一方，**図-4.6(a)**に示すような，消波ブロックを直積みした直立消波堤や，模型実験におけるヘチマロンシートを充填した消波堤などに対する透水層モデルは，消波工内の空隙の分布を一様とみなして**図-4.6(b)**のように設定される．この場合には，透水層の空隙率 λは，消波工の空隙率 λ_0と等しいとして，空隙率は式（4.17）のように定義した．

$$\lambda = \lambda_0 \qquad (0 \le x \le B) \qquad (4.17)$$

透水層内での波の減衰は，**図-4.5(b)**および**図-4.6(b)**ともに，透水層の層流抵抗係数 αと乱流抵抗係数 βを用いて推定した．これらの係数は，空隙率 λ，水の動粘性係数 ν_w，異形ブロックの代表径 d を用いて式（4.18）で見積もられる（近藤・竹田，1983）．

$$\alpha = \alpha_0 \frac{(1-\lambda)^3}{\lambda^2}\frac{\nu_w}{d^2}, \quad \beta = \beta_0 \frac{(1-\lambda)}{\lambda^3}\frac{1}{d} \qquad (0 < \lambda \le 1) \qquad (4.18)$$

ここで，α_0，β_0 は，消波材の種類や積み方によって異なる定数であり，既にいろいろな条件に対する値が実験的に与えられている（**表-4.2**：近藤，1981）．

以上のようにして，透水層の物理特性を表すパラメータの値が一義的に決定できる．値の不確定なパラメータを含んでいないことが，ここで提案する任意反射境界処理法の最大の強みである．

(2) 透水層内における修正ブシネスク方程式の誘導

平山・平石（2001）は，３次元の Euler の連続式と運動方程式を出発点として，透水層内の波浪場の記述に Darcy 流速と Dupuit-Forchheimer の抵抗則を適用することにより，透水層内へ拡張した平面２次元の修正ブシネスク方程式を導いた．分散項に導入された補正項（補正係数 B=1/15）の作用により，この方程式では線形分散特性を比較的深い海域まで満足する．その誘導過程を以下に詳述する．

a) 透水層内における基礎方程式の設定

簡単のために，長い透水層内を伝わる三次元の進行波を扱う．透水層の空隙率を λとする．

Darcy 流速の X，Y，Z 方向成分を u，v，w，それらの実流速を u_r，v_r，w_rとすると，

$$\begin{cases} u = \lambda u_r \\ v = \lambda v_r \\ w = \lambda w_r \end{cases} \qquad (4.19)$$

これを三次元の Euler の連続式（3.22）に代入すると，透水層内における次のような連続式が得られる．

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}=0 \qquad (4.20)$$

次に，透水層内の運動方程式を誘導する．透水層内部の任意の位置に固定された δx，δy，δz の辺長をもつ要素を考え，この要素に出入りする運動量と作用する外力のつり合いを考えると次式を得る．

$$\sum F=\frac{d(Mv)}{dt}=\frac{\partial}{\partial t}\left[\iiint_{cv}\rho v_r' dV\right]+\iint_{cs}\rho v_r' v_r'\cdot dA'$$

cv は要素の体積積分, cs は要素表面の面積積分を表す．

ただし，$v_r'=(u_r,v_r,w_r)$ （4.21）

以下では，X 方向の運動方程式を考える．

式（4.21）の左辺に示した合力は，流体に作用する圧力 δF_P と抵抗力（抗力 δF_D と慣性力 δF_I）である．前者は次式のように表される．

$$\text{圧力：}\ \delta F_P=-\frac{\partial P}{\partial x}\delta x\delta y\delta z \qquad (4.22)$$

後者のうち，抗力は Dupuit-Forchheimer の抵抗則を適用する（定常流と同じ扱い）と，

$$\text{抗力：}\ \delta F_D=-\rho\left(\alpha+\beta\sqrt{u^2+v^2+w^2}\right)u\delta x\delta y\delta z \qquad (4.23)$$

ここで，α，β は前述の式（4.18）で与えられる透水層の層流抵抗係数および乱流抵抗係数である．

一方, 慣性力は, 流体の加速度に比例する. この場合, 速度には実流速を用い，体積には要素（$\delta x\,\delta y\,\delta z$）内の固体の実体積 δV_r を用いることにより次式を得る．

$$\text{慣性力：}\ \delta F_I=-\rho(1+\kappa)\frac{Du_r}{Dt}\delta V_r \qquad (4.24)$$

ただし，$\delta V_r=(1-\lambda)\delta x\delta y\delta z$

ここで，κ は付加質量係数である．

よって，要素内の流体に作用する力の合力は次式で表される．

$$\sum F=\delta F_P+\delta F_D+\delta F_I \qquad (4.25)$$

さて，一方，式（4.21）の右辺第一項は，要素内の運動量の変化の割合であり，要素（$\delta x\,\delta y\,\delta z$）内の流体の占める容積を δV_f として次のように表される．

$$\frac{\partial}{\partial t}\left[\iiint_{cv}\rho u_r dV\right]=\rho\frac{\partial}{\partial t}\left(\delta V_f u_r\right)=\rho\lambda\frac{\partial u_r}{\partial t}\delta x\delta y\delta z \qquad (4.26)$$

また，式（4.21）の右辺第二項は，要素から出てゆく運動量の流れであり，非圧縮性流体を仮定すると次のように表される．

$$\left[\iint_{cs}\rho v_r' v_r'\cdot dA'\right]_x=\rho\lambda\left(\frac{Du_r}{Dt}-\frac{\partial u_r}{\partial t}\right)\delta x\delta y\delta z \qquad (4.27)$$

ただし，$\dfrac{D}{Dt}=\dfrac{\partial}{\partial t}+u_r\dfrac{\partial}{\partial x}+v_r\dfrac{\partial}{\partial y}+w_r\dfrac{\partial}{\partial z}$

以上で定式化された各項を式（4.21）に代入して整理すると，X 方向の運動方程式が次式のように求まる．

$$\left(\frac{\tau}{\lambda}\right)\left[\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}+w\frac{\partial u}{\partial z}\right]=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x}-\left(\alpha+\beta\sqrt{u^2+v^2+w^2}\right)u \qquad (4.28)$$

ここに，τ は次のように定義される慣性力係数である．

$$\tau=1+\kappa(1-\lambda) \qquad (4.29)$$

Y 方向の運動方程式は，X 方向と同様にして次式のように求まる．

$$\left(\frac{\tau}{\lambda}\right)\left[\frac{\partial v}{\partial t}+u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}+w\frac{\partial v}{\partial z}\right]=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial y}-\left(\alpha+\beta\sqrt{u^2+v^2+w^2}\right)v \qquad (4.30)$$

一方，Z 方向では，要素内の流体に次式で表される重力が作用するので，式（4.21）の左辺にこれを加える．

$$\text{重力：}\ \delta F_G=-\rho g\delta x\delta y\delta z \qquad (4.31)$$

すると，Z 方向の運動方程式は次のようになる．

$$\left(\frac{\tau}{\lambda}\right)\left[\frac{\partial w}{\partial t}+u\frac{\partial w}{\partial x}+v\frac{\partial w}{\partial y}+w\frac{\partial w}{\partial z}\right] \qquad (4.32)$$
$$=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial z}-g-\left(\alpha+\beta\sqrt{u^2+v^2+w^2}\right)w$$

b) 速度ポテンシャルによる表示

透水層内で成り立つ基礎方程式の物理量に”＾”を付けて再掲する．

連続式：

$$\frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{x}}+\frac{\partial \hat{v}}{\partial \hat{y}}+\frac{\partial \hat{w}}{\partial \hat{z}}=0 \qquad (4.33)$$

運動方程式：

$$\left(\frac{\tau}{\lambda}\right)\left[\frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{t}}+\hat{u}\frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{x}}+\hat{v}\frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{y}}+\hat{w}\frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{z}}\right] \qquad (4.34)$$
$$=-\frac{1}{\hat{\rho}}\frac{\partial \hat{P}}{\partial \hat{x}}-\left(\alpha+\beta\sqrt{\hat{u}^2+\hat{v}^2+\hat{w}^2}\right)\hat{u}$$

$$\left(\frac{\tau}{\lambda}\right)\left[\frac{\partial \hat{v}}{\partial \hat{t}}+\hat{u}\frac{\partial \hat{v}}{\partial \hat{x}}+\hat{v}\frac{\partial \hat{v}}{\partial \hat{y}}+\hat{w}\frac{\partial \hat{v}}{\partial \hat{z}}\right] \qquad (4.35)$$
$$=-\frac{1}{\hat{\rho}}\frac{\partial \hat{P}}{\partial \hat{y}}-\left(\alpha+\beta\sqrt{\hat{u}^2+\hat{v}^2+\hat{w}^2}\right)\hat{v}$$

$$\left(\frac{\tau}{\lambda}\right)\left[\frac{\partial \hat{w}}{\partial \hat{t}}+\hat{u}\frac{\partial \hat{w}}{\partial \hat{x}}+\hat{v}\frac{\partial \hat{w}}{\partial \hat{y}}+\hat{w}\frac{\partial \hat{w}}{\partial \hat{z}}\right] \qquad (4.36)$$
$$=-\frac{1}{\hat{\rho}}\frac{\partial \hat{P}}{\partial \hat{z}}-\hat{g}-\left(\alpha+\beta\sqrt{\hat{u}^2+\hat{v}^2+\hat{w}^2}\right)\hat{w}$$

非回転条件を仮定すると，ここで取り扱う流体に対して，速度ポテンシャル $\hat{\phi}$ が定義される．このとき，$\hat{\phi}$ は各方向の流速成分と次のような関係にある．

$$\hat{u}=\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial \hat{x}},\quad \hat{v}=\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial \hat{y}},\quad \hat{w}=\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial \hat{z}} \qquad (4.37)$$

式（4.37）を式（4.33）～（4.36）に代入することにより，透水層内の連続式と運動方程式は，速度ポテンシャルを用いて次のように書き換えられる．

連続式：

$$\frac{\partial^2 \hat{\phi}}{\partial \hat{x}^2}+\frac{\partial^2 \hat{\phi}}{\partial \hat{y}^2}+\frac{\partial^2 \hat{\phi}}{\partial \hat{z}^2}=0 \qquad (4.38)$$

運動方程式：

$$\left(\frac{\tau}{\lambda}\right)\nabla_3\left[\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial \hat{t}}+\frac{1}{2}\left\{\left(\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial \hat{x}}\right)^2+\left(\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial \hat{y}}\right)^2+\left(\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial \hat{z}}\right)^2\right\}\right]$$
$$=-\frac{\nabla_3 \hat{P}}{\hat{\rho}}-\hat{g}\nabla_3\hat{z}-\left(\alpha+\beta\sqrt{\left(\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial \hat{x}}\right)^2+\left(\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial \hat{y}}\right)^2+\left(\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial \hat{z}}\right)^2}\right)\nabla_3\hat{\phi}$$

ただし，$\nabla_3=\left(\frac{\partial}{\partial x},\frac{\partial}{\partial y},\frac{\partial}{\partial z}\right)$ （4.39）

また，透水層内の底面と水面における運動学的境界条件も同様に $\hat{\phi}$ を用いて，それぞれ次のように表される．

底面の運動学的境界条件：

$$\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial \hat{z}}+\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial \hat{x}}\frac{\partial \hat{h}}{\partial \hat{x}}+\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial \hat{y}}\frac{\partial \hat{h}}{\partial \hat{y}}=0 \quad \text{at} \quad \left(\hat{z}=-\hat{h}\right) \qquad (4.40)$$

水面の運動学的境界条件：

$$\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial \hat{z}}=\lambda\frac{\partial \hat{\eta}}{\partial \hat{t}}+\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial \hat{x}}\frac{\partial \hat{\eta}}{\partial \hat{x}}+\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial \hat{y}}\frac{\partial \hat{\eta}}{\partial \hat{y}} \quad \text{at} \quad \left(\hat{z}=\hat{\eta}\right) \qquad (4.41)$$

一方，力学的境界条件は，水面で圧力が大気圧と等しくなることから,大気圧を 0 として次のように表される．

水面の力学的境界条件：

$$\hat{P}=0 \quad \text{at} \quad \left(\hat{z}=\hat{\eta}\right) \qquad (4.42)$$

ただし，式（4.42）は，直接，式（4.39）の境界条件とすることができないので，大気中で次のベルヌーイ式を考える．

$$\frac{\partial \hat{\psi}}{\partial \hat{t}}+\frac{1}{2}\left\{\left(\frac{\partial \hat{\psi}}{\partial \hat{x}}\right)^2+\left(\frac{\partial \hat{\psi}}{\partial \hat{y}}\right)^2+\left(\frac{\partial \hat{\psi}}{\partial \hat{z}}\right)^2\right\}=-\frac{\hat{P}}{\hat{\rho}_0}-\hat{g}\hat{z}$$

ただし，ρ_0 は大気の密度 （4.43）

ここで,大気の流れを考えないものとすると,式（4.43）左辺は 0 と考えることできることから次式を得る．

$$\hat{P}=-\hat{\rho}_0\hat{g}\hat{z} \qquad (4.44)$$

さらに，式（4.44）の両辺に$1/\hat{\rho}$を乗じて x，y，z でそれぞれ微分することにより次式を得る．

$$\frac{1}{\hat{\rho}}\frac{\partial \hat{P}}{\partial \hat{x}}=0 \quad \frac{1}{\hat{\rho}}\frac{\partial \hat{P}}{\partial \hat{y}}=0 \quad \frac{1}{\hat{\rho}}\frac{\partial \hat{P}}{\partial \hat{z}}=-\frac{\hat{\rho}_0}{\hat{\rho}}\hat{g}\approx 0 \qquad (4.45)$$

ここで，式（4.45）において，大気の密度が水の密度に比べて非常に小さいとみなした．この式は大気中において成り立つが，大気層の底面，すなわち，水面；$\hat{z}=\hat{\eta}$ においても成り立つ．したがって，水面の力学的境界条件は，速度ポテンシャルを用いて次のように与えられる．

$$\left(\frac{\tau}{\lambda}\right)\underset{3}{\nabla}\left[\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial \hat{t}}+\frac{1}{2}\left\{\left(\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial \hat{x}}\right)^2+\left(\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial \hat{y}}\right)^2+\left(\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial \hat{z}}\right)^2\right\}\right]$$
$$=-\hat{g}\underset{3}{\nabla}\hat{\eta}-\left(\alpha+\beta\sqrt{\left(\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial \hat{x}}\right)^2+\left(\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial \hat{y}}\right)^2+\left(\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial \hat{z}}\right)^2}\right)\underset{3}{\nabla}\hat{\phi} \qquad (4.46)$$

c) スケーリング（無次元化）

3.3 と同様に，各変量に関して式（3.40）～（3.44）のようなスケーリングを行う．特に，透水層内の抵抗係数 α，βは次式のように無次元化する．また式（3.45）と同様に，波高水深比と相対波高を摂動パラメータとして定義する．

$$\hat{\alpha}=\frac{\sqrt{\hat{g}_0\hat{h}_0}}{\hat{L}_0}\alpha,\quad \hat{\beta}=\frac{1}{\hat{L}_0}\beta \qquad (4.47)$$

速度ポテンシャル表示された基礎方程式（4.38），（4.39）および境界条件式（4.40），（4.41），（4.46）に代入すると，それぞれ次式を得る．

連続式：

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\phi}{\partial y^2}+\frac{1}{\mu^2}\frac{\partial^2\phi}{\partial z^2}=0 \qquad (4.48)$$

運動方程式：

$$\left(\frac{\tau}{\lambda}\right)\underset{3}{\nabla}\left[\frac{\partial \phi}{\partial t}+\frac{1}{2}\left\{\varepsilon\left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)^2+\varepsilon\left(\frac{\partial \phi}{\partial y}\right)^2+\frac{\varepsilon}{\mu^2}\left(\frac{\partial \phi}{\partial z}\right)^2\right\}\right]+\frac{1}{\varepsilon}g\underset{3}{\nabla}z$$
$$+\frac{1}{\varepsilon}\frac{\underset{3}{\nabla}P}{\rho}+\left(\alpha+\varepsilon\beta\sqrt{\left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial \phi}{\partial y}\right)^2+\frac{1}{\mu^2}\left(\frac{\partial \phi}{\partial z}\right)^2}\right)\underset{3}{\nabla}\phi=0$$

（4.49）

底面の運動学的境界条件：

$$\frac{1}{\mu^2}\frac{\partial \phi}{\partial z}+\frac{\partial \phi}{\partial x}\frac{\partial h}{\partial x}+\frac{\partial \phi}{\partial y}\frac{\partial h}{\partial y}=0 \quad \text{at} \quad (z=-h) \qquad (4.50)$$

水面の運動学的境界条件：

$$\frac{1}{\mu^2}\frac{\partial \phi}{\partial z}=\lambda\frac{\partial \eta}{\partial t}+\varepsilon\frac{\partial \phi}{\partial x}\frac{\partial \eta}{\partial x}+\varepsilon\frac{\partial \phi}{\partial y}\frac{\partial \eta}{\partial y}$$
$$\text{at} \quad (z=\varepsilon\eta) \qquad (4.51)$$

水面の力学的境界条件：

$$\left(\frac{\tau}{\lambda}\right)\underset{3}{\nabla}\left[\frac{\partial \phi}{\partial t}+\frac{1}{2}\left\{\varepsilon\left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)^2+\varepsilon\left(\frac{\partial \phi}{\partial y}\right)^2+\frac{\varepsilon}{\mu^2}\left(\frac{\partial \phi}{\partial z}\right)^2\right\}\right]$$
$$+g\underset{3}{\nabla}\eta+\left(\alpha+\varepsilon\beta\sqrt{\left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial \phi}{\partial y}\right)^2+\frac{1}{\mu^2}\left(\frac{\partial \phi}{\partial z}\right)^2}\right)\underset{3}{\nabla}\phi=0$$
$$\text{at} \quad (z=\varepsilon\eta) \qquad (4.52)$$

d) 水深平均流速で表した透水層内ブシネスク方程式

3.3 と同様に，速度ポテンシャルを鉛直座標について級数展開し，式（3.55）のように水深平均流速を定義すると，透水層内における水面の運動学的境界条件式（4.51）から，透水層内ブシネスク方程式の連続式が次式のように導かれる．

$$\lambda\frac{\partial \eta}{\partial t}+\nabla\cdot\left[(h+\varepsilon\eta)\overline{q}'\right]=0 \qquad (4.53)$$

一方，透水層内ブシネスク方程式の運動方程式は，透水層内における水面の力学的境界条件式（4.52）から次式のように導かれる．

$$\left(\frac{\tau}{\lambda}\right)\frac{\partial \overline{q}'}{\partial t}+\varepsilon\left(\frac{\tau}{\lambda}\right)\overline{q}'\nabla\overline{q}'+g\nabla\eta$$
$$+\alpha\left\{\overline{q}'-\mu^2\left(\frac{h}{2}\nabla^2\{h\overline{q}'\}-\frac{h^2}{6}\nabla^2\overline{q}'\right)\right\} \qquad (4.54)$$
$$+\varepsilon\beta\sqrt{(\overline{q}')^2+\mu^2h^2\left((\nabla\overline{q}')^2-\frac{2}{3}\overline{q}'\nabla^2\overline{q}'\right)}\,\overline{q}'$$
$$=\mu^2\left(\frac{\tau}{\lambda}\right)\left(\frac{h}{2}\nabla^2\left\{h\frac{\partial \overline{q}'}{\partial t}\right\}-\frac{h^2}{6}\nabla^2\left(\frac{\partial \overline{q}'}{\partial t}\right)\right)$$

ここで導かれた連続式（4.53）は，ブシネスク方程式の連続式（3.57）と比較して，非定常項に空隙率λが乗

じられた形となっている．同様に運動方程式（4.54）は，式（3.58）と比較して，非定常項，移流項および分散項に慣性力係数と空隙率の比（ τ/λ ）が乗じられ，さらに透水層による層流抵抗と乱流抵抗の項が加えられた形となっている．なお，摂動パラメータ ε， μ^2 は方程式中におけるその項の寄与の程度を表しており，物理量で考える場合にはそれぞれ形式的に 1 とみなせばよい．

ここで，式（4.53），（4.54）を用いて，透水層が存在しない水域における波浪場を表現することを考える．透水層が存在しない場合，空隙率は 100%（すなわち，λ =1），慣性力係数は $\tau=1$ と設定される．また，透水層による抵抗は存在しないので， $\alpha=0$， $\beta=0$ と設定する．すると，式（4.53）と（4.54）はそれぞれ，従来のブシネスク方程式における連続式（3.57）と運動方程式（3.58）に完全に一致することがわかる．

e) 線流量フラックスによる表示

水深平均流速で表示された透水層内ブシネスク方程式（4.53），（4.54）を，式（3.59）で定義された線流量フラックスによって表示すると，それぞれ次式を得る．

連続式：

$$\lambda\frac{\partial\eta}{\partial t}+\frac{\partial P}{\partial x}+\frac{\partial Q}{\partial y}=0 \tag{4.55}$$

X 方向の運動方程式：

$$\begin{aligned}
&\left(\frac{\tau}{\lambda}\right)\frac{\partial P}{\partial t}+gD\frac{\partial\eta}{\partial x}+\varepsilon\left(\frac{\tau}{\lambda}\right)\left\{\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{P^2}{D}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{PQ}{D}\right)\right\}\\
&+\varepsilon\left(\frac{\tau}{\lambda}\right)\frac{P}{D}\left(\frac{1}{\lambda}-1\right)\left(\frac{\partial P}{\partial x}+\frac{\partial Q}{\partial y}\right)\\
&+\alpha\left\{P-\mu^2\left(\begin{aligned}&\frac{h^2}{2}\left\{\frac{\partial^2 P}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 Q}{\partial x\partial y}\right\}\\&-\frac{h^3}{6}\left\{\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(\frac{P}{h}\right)+\frac{\partial^2}{\partial x\partial y}\left(\frac{Q}{h}\right)\right\}\end{aligned}\right)\right\}\\
&+\varepsilon\beta\sqrt{\left(\frac{P}{D}\right)^2+\left(\frac{Q}{D}\right)^2+\mu^2h^2\left\{\begin{aligned}&\left\{\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{P}{D}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{Q}{D}\right)\right\}^2\\&-\frac{2}{3}\left[\begin{aligned}&\frac{P}{D}\frac{\partial}{\partial x}\left\{\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{P}{D}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{Q}{D}\right)\right\}\\&+\frac{Q}{D}\frac{\partial}{\partial y}\left\{\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{P}{D}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{Q}{D}\right)\right\}\end{aligned}\right]\end{aligned}\right\}}\;P\\
&=\mu^2\left(\frac{\tau}{\lambda}\right)\left\{\begin{aligned}&\frac{h^2}{2}\left\{\frac{\partial^3 P}{\partial x^2\partial t}+\frac{\partial^3 Q}{\partial x\partial y\partial t}\right\}\\&-\frac{h^3}{6}\left\{\frac{\partial^3}{\partial x^2\partial t}\left(\frac{P}{h}\right)+\frac{\partial^3}{\partial x\partial y\partial t}\left(\frac{Q}{h}\right)\right\}\end{aligned}\right\}
\end{aligned} \tag{4.56}$$

Y 方向の運動方程式：

$$\begin{aligned}
&\left(\frac{\tau}{\lambda}\right)\frac{\partial Q}{\partial t}+gD\frac{\partial\eta}{\partial y}+\varepsilon\left(\frac{\tau}{\lambda}\right)\left\{\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{PQ}{D}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{Q^2}{D}\right)\right\}\\
&+\varepsilon\left(\frac{\tau}{\lambda}\right)\frac{Q}{D}\left(\frac{1}{\lambda}-1\right)\left(\frac{\partial P}{\partial x}+\frac{\partial Q}{\partial y}\right)\\
&+\alpha\left\{Q-\mu^2\left(\begin{aligned}&\frac{h^2}{2}\left\{\frac{\partial^2 P}{\partial x\partial y}+\frac{\partial^2 Q}{\partial y^2}\right\}\\&-\frac{h^3}{6}\left\{\frac{\partial^2}{\partial x\partial y}\left(\frac{P}{h}\right)+\frac{\partial^2}{\partial y^2}\left(\frac{Q}{h}\right)\right\}\end{aligned}\right)\right\}\\
&+\varepsilon\beta\sqrt{\left(\frac{P}{D}\right)^2+\left(\frac{Q}{D}\right)^2+\mu^2h^2\left\{\begin{aligned}&\left\{\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{P}{D}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{Q}{D}\right)\right\}^2\\&-\frac{2}{3}\left[\begin{aligned}&\frac{P}{D}\frac{\partial}{\partial x}\left\{\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{P}{D}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{Q}{D}\right)\right\}\\&+\frac{Q}{D}\frac{\partial}{\partial y}\left\{\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{P}{D}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{Q}{D}\right)\right\}\end{aligned}\right]\end{aligned}\right\}}\;Q\\
&=\mu^2\left(\frac{\tau}{\lambda}\right)\left\{\begin{aligned}&\frac{h^2}{2}\left\{\frac{\partial^3 P}{\partial x\partial y\partial t}+\frac{\partial^3 Q}{\partial y^2\partial t}\right\}\\&-\frac{h^3}{6}\left\{\frac{\partial^3}{\partial x\partial y\partial t}\left(\frac{P}{h}\right)+\frac{\partial^3}{\partial y^2\partial t}\left(\frac{Q}{h}\right)\right\}\end{aligned}\right\}
\end{aligned} \tag{4.57}$$

式（4.56），（4.57）は，形式上，式（4.54）における水深平均流速と全水深の積を線流量フラックスに置き換えた形とみることができる．しかしながら，式（4.56），（4.57）の左辺第 4 項は鉛直積分を実行した結果生じた項であり，これらは，線流量フラックスによる従来のブシネスク方程式（3.61），（3.62）にはみられないものである．透水層の空隙率が 100%に満たない場合には，これらの項は消滅せず，透水層内では移流項と同じオーダーの非線形効果が作用することを示している．

f) 透水層内の修正ブシネスク方程式

3.3 と同様に Madsen らにならい，線形長波の運動方程式を利用して分散特性の補正項を導出することにより，波の非線形性および分散性の記述精度に対する透水層内ブシネスク方程式の適用範囲を拡張する．

透水層内の線形長波の運動方程式は，式（4.56），（4.57）において $O(\mu^2)$， $O(\varepsilon)$， $O(\varepsilon\mu)$ オーダーの項を無視することにより次のように求められる．

$$\left(\frac{\tau}{\lambda}\right)\frac{\partial P}{\partial t}+gh\frac{\partial\eta}{\partial x}+\alpha P\approx 0 \tag{4.58}$$

$$\left(\frac{\tau}{\lambda}\right)\frac{\partial Q}{\partial t}+gh\frac{\partial\eta}{\partial y}+\alpha Q\approx 0 \tag{4.59}$$

これらを微分によって変形したものを式（4.56），（4.57）の分散項と形式が一致するように適当に組み合わせることにより，次式のような補正項を得る．

$$
\Omega_X \equiv \mu^2 B h^2 \left[\begin{array}{l} \left(\dfrac{\tau}{\lambda}\right)\left\{\dfrac{\partial^3 P}{\partial x^2 \partial t} + \dfrac{\partial^3 Q}{\partial x \partial y \partial t}\right\} + gh\left(\dfrac{\partial^3 \eta}{\partial x^3} + \dfrac{\partial^3 \eta}{\partial x \partial y^2}\right) \\ + g\dfrac{\partial h}{\partial x}\left(2\dfrac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 \eta}{\partial y^2}\right) + g\dfrac{\partial h}{\partial y}\dfrac{\partial^2 \eta}{\partial x \partial y} + \alpha\left(\dfrac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 Q}{\partial x \partial y}\right) \end{array} \right] \tag{4.60}
$$

$$
\Omega_Y \equiv \mu^2 B h^2 \left[\begin{array}{l} \left(\dfrac{\tau}{\lambda}\right)\left\{\dfrac{\partial^2 P}{\partial x \partial y \partial t} + \dfrac{\partial^3 Q}{\partial y^2 \partial t}\right\} + gh\left\{\dfrac{\partial^3 \eta}{\partial x^2 \partial y} + \dfrac{\partial^3 \eta}{\partial y^3}\right\} \\ + g\dfrac{\partial h}{\partial x}\dfrac{\partial^2 \eta}{\partial x \partial y} + g\dfrac{\partial h}{\partial y}\left\{\dfrac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} + 2\dfrac{\partial^2 \eta}{\partial y^2}\right\} + \alpha\left\{\dfrac{\partial^2 P}{\partial x \partial y} + \dfrac{\partial^2 Q}{\partial y^2}\right\} \end{array} \right] \tag{4.61}
$$

これらをそれぞれ式（4.56），（4.57）の右辺に加えて整理すると，最終的に，分散項に補正項を付加した透水層内の修正ブシネスクモデルが次のように得られる．

連続式

$$
\lambda\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} = 0 \tag{4.62}
$$

X 方向の運動方程式

$$
\begin{aligned}
&\left(\frac{\tau}{\lambda}\right)\frac{\partial P}{\partial t} + gD\frac{\partial \eta}{\partial x} + \varepsilon\left(\frac{\tau}{\lambda}\right)\left\{\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{P^2}{D}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{PQ}{D}\right)\right\} \\
&+\varepsilon\left(\frac{\tau}{\lambda}\right)\frac{P}{D}\left(\frac{1}{\lambda}-1\right)\left(\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y}\right) \\
&+\alpha\left\{P - \mu^2\left(\begin{array}{l}\left(B+\dfrac{1}{2}\right)h^2\left\{\dfrac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 Q}{\partial x \partial y}\right\} \\ -\dfrac{h^3}{6}\left\{\dfrac{\partial^2}{\partial x^2}\left(\dfrac{P}{h}\right) + \dfrac{\partial^2}{\partial x \partial y}\left(\dfrac{Q}{h}\right)\right\}\end{array}\right)\right\} \\
&+\varepsilon\beta\sqrt{\begin{array}{l}\left(\dfrac{P}{D}\right)^2 + \left(\dfrac{Q}{D}\right)^2 \\ +\mu^2 h^2\left\{\begin{array}{l}\left\{\dfrac{\partial}{\partial x}\left(\dfrac{P}{D}\right) + \dfrac{\partial}{\partial y}\left(\dfrac{Q}{D}\right)\right\}^2 \\ -\dfrac{2}{3}\left[\begin{array}{l}\dfrac{P}{D}\dfrac{\partial}{\partial x}\left\{\dfrac{\partial}{\partial x}\left(\dfrac{P}{D}\right) + \dfrac{\partial}{\partial y}\left(\dfrac{Q}{D}\right)\right\} \\ +\dfrac{Q}{D}\dfrac{\partial}{\partial y}\left\{\dfrac{\partial}{\partial x}\left(\dfrac{P}{D}\right) + \dfrac{\partial}{\partial y}\left(\dfrac{Q}{D}\right)\right\}\end{array}\right]\end{array}\right\}\end{array}}\;P \\
&=\mu^2\left[\begin{array}{l}\left(\dfrac{\tau}{\lambda}\right)\left(B+\dfrac{1}{3}\right)h^2\left\{\dfrac{\partial^3 P}{\partial x^2 \partial t} + \dfrac{\partial^3 Q}{\partial x \partial y \partial t}\right\} + Bgh^3\left(\dfrac{\partial^3 \eta}{\partial x^3} + \dfrac{\partial^3 \eta}{\partial x \partial y^2}\right) \\ +h\dfrac{\partial h}{\partial y}\left\{\left(\dfrac{\tau}{\lambda}\right)\dfrac{1}{6}\dfrac{\partial^2 Q}{\partial x \partial t} + Bgh\dfrac{\partial^2 \eta}{\partial x \partial y}\right\} \\ +h\dfrac{\partial h}{\partial x}\left\{\left(\dfrac{\tau}{\lambda}\right)\dfrac{1}{3}\dfrac{\partial^2 P}{\partial x \partial t} + \left(\dfrac{\tau}{\lambda}\right)\dfrac{1}{6}\dfrac{\partial^2 Q}{\partial y \partial t} + 2Bgh\dfrac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} + Bgh\dfrac{\partial^2 \eta}{\partial y^2}\right\}\end{array}\right]
\end{aligned} \tag{4.63}
$$

Y 方向の運動方程式

$$
\begin{aligned}
&\left(\frac{\tau}{\lambda}\right)\frac{\partial Q}{\partial t} + gD\frac{\partial \eta}{\partial y} + \varepsilon\left(\frac{\tau}{\lambda}\right)\left\{\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{PQ}{D}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{Q^2}{D}\right)\right\} \\
&+\varepsilon\left(\frac{\tau}{\lambda}\right)\frac{Q}{D}\left(\frac{1}{\lambda}-1\right)\left(\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y}\right) \\
&+\alpha\left\{Q - \mu^2\left(\begin{array}{l}\left(B+\dfrac{1}{2}\right)h^2\left\{\dfrac{\partial^2 P}{\partial x \partial y} + \dfrac{\partial^2 Q}{\partial y^2}\right\} \\ -\dfrac{h^3}{6}\left\{\dfrac{\partial^2}{\partial x \partial y}\left(\dfrac{P}{h}\right) + \dfrac{\partial^2}{\partial y^2}\left(\dfrac{Q}{h}\right)\right\}\end{array}\right)\right\} \\
&+\varepsilon\beta\sqrt{\begin{array}{l}\left(\dfrac{P}{D}\right)^2 + \left(\dfrac{Q}{D}\right)^2 \\ +\mu^2 h^2\left\{\begin{array}{l}\left\{\dfrac{\partial}{\partial x}\left(\dfrac{P}{D}\right) + \dfrac{\partial}{\partial y}\left(\dfrac{Q}{D}\right)\right\}^2 \\ -\dfrac{2}{3}\left[\begin{array}{l}\dfrac{P}{D}\dfrac{\partial}{\partial x}\left\{\dfrac{\partial}{\partial x}\left(\dfrac{P}{D}\right) + \dfrac{\partial}{\partial y}\left(\dfrac{Q}{D}\right)\right\} \\ +\dfrac{Q}{D}\dfrac{\partial}{\partial y}\left\{\dfrac{\partial}{\partial x}\left(\dfrac{P}{D}\right) + \dfrac{\partial}{\partial y}\left(\dfrac{Q}{D}\right)\right\}\end{array}\right]\end{array}\right\}\end{array}}\;Q \\
&=\mu^2\left[\begin{array}{l}\left(\dfrac{\tau}{\lambda}\right)\left(B+\dfrac{1}{3}\right)h^2\left\{\dfrac{\partial^3 P}{\partial x \partial y \partial t} + \dfrac{\partial^3 Q}{\partial y^2 \partial t}\right\} \\ +Bgh^3\left\{\dfrac{\partial^3 \eta}{\partial x^2 \partial y} + \dfrac{\partial^3 \eta}{\partial y^3}\right\} \\ +h\dfrac{\partial h}{\partial x}\left\{\left(\dfrac{\tau}{\lambda}\right)\dfrac{1}{6}\dfrac{\partial^2 P}{\partial y \partial t} + Bgh\dfrac{\partial^2 \eta}{\partial x \partial y}\right\} \\ +h\dfrac{\partial h}{\partial y}\left\{\begin{array}{l}\left(\dfrac{\tau}{\lambda}\right)\dfrac{1}{6}\dfrac{\partial^2 P}{\partial x \partial t} + \left(\dfrac{\tau}{\lambda}\right)\dfrac{1}{3}\dfrac{\partial^2 Q}{\partial y \partial t} \\ +Bgh\dfrac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} + 2Bgh\dfrac{\partial^2 \eta}{\partial y^2}\end{array}\right\}\end{array}\right]
\end{aligned} \tag{4.64}
$$

式（4.62）で表される連続式，および式（4.63），（4.64）で表される運動方程式は，慣性係数 τ=1 として，消波工の内外の波浪変形を統一的に記述することができる．

消波工の外側の水域では空隙率 λ=1 であるから，α=0，β=0 となる（式（4.18））．このとき式（4.62）～（4.64）は，Madsen・Sørensen（1992）の修正ブシネスク方程式（式（3.60）および式（3.67），（3.68））と等しくなる．

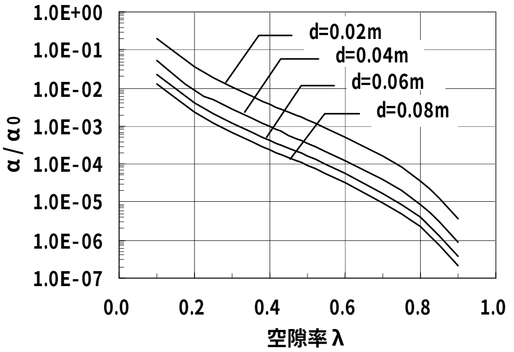
消波工内では，透水層による抵抗係数（α，β）と空隙率（$\lambda \leqq 1$）が，式 (4.16) あるいは (4.17) と式 (4.18) から定量的に決定される．すると，消波工内を伝搬する波の減衰や反射は，式（4.62）～（4.64）を用いた任意反射境界によって客観的に計算される．

消波工を設置しない場合（λ=1）には，任意反射境界は完全反射境界と等しくなる．特に，基礎方程式が線流量フラックスによって記述されているために，壁面境界において連続式を厳密に満足することができる．

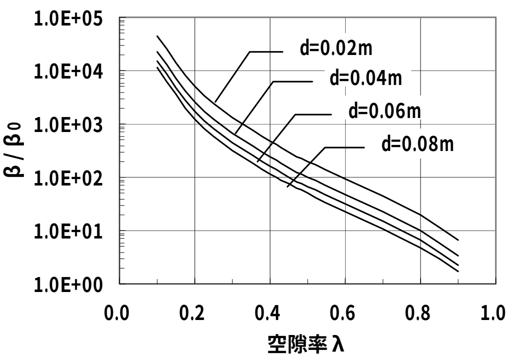
(3) 透水層パラメータに対する抵抗係数の変化

式（4.18）より，透水層内での波の減衰に関与する層流抵抗係数 α および乱流抵抗係数 β の値は，透水層を構成する消波材の代表径 d と透水層の空隙率 λ によって大きく変化することがわかる．そこで，消波材の種類や積み方に依存しないこれらの関係を調べるために，物理量 λ，d に対する，α/α_0 値および β/β_0 値の変化を**図-4.7(a)**および**図-4.7(b)**に示す．消波材の代表径 d が［L］の次元を，水の動粘性係数 ν が［L*L*T^{-1}］の次元をそれぞれ有しているために，図中の縦軸（対数軸）の α/α_0 値，β/β_0 値はそれぞれ，［T^{-1}］，［L^{-1}］の次元量で示されている．

透水層の空隙率が等しいときには，消波材の代表径 d が大きくなるにつれて α/α_0 および β/β_0 の値はともに小さくなり，透水層による波浪抵抗が弱まることがわかる．一方，ある代表径 d では，空隙率が大きくなるにつれて α/α_0 および β/β_0 の値は急激に小さくなり，やはり透水層による波浪抵抗は低減する．この傾向は，空隙率 λ が 0.0 に漸近するとき，あるいは 1.0 に漸近するとき，より顕著に現れる．とくに，$\lambda\to1.0$ のときは，代表径 d が有限な値をとるとき，$\alpha/\alpha_0\to0$，$\beta/\beta_0\to0$ となり，式（4.18）の表現と一致している．



(a) 層流抵抗：α/α_0



(b) 乱流抵抗：β/β_0

図-4.7 代表径 d と空隙率 λ に対する抵抗係数の変化

(4) 非線形波の反射計算とその検証

法面勾配の異なる２種類の消波ブロック被覆堤，および堤内に繊維状の消波材を充填した直立消波堤に対して，それぞれ透水層モデルを設定して，非線形波の反射計算を実施した．計算結果のうち，反射率や入・反射波スペクトルの変化，および部分重複波の波形に関して，模型実験結果との比較を行った．

a) 計算条件と実験条件

図-4.8 に，断面２次元水路を模した計算領域と境界条件を示す．長さ 32.4m の水路の左端に長さ 12m の 1/30 勾配斜面と水平床を設け，それぞれ後述する２種類の消波ブロック被覆堤，および直立消波堤をモデル化した透水層モデルを設置した．また，右端の造波境界には線境界入射法を用い，この位置より沖側には，高次エネルギー減衰項を用いたスポンジ層を設置して吸収造波を実現した．入射波は規則波および不規則波とし，模型実験で用いた造波信号を直接造波境界に与えた．

計算は，空間格子間隔 Δx=0.1m，時間差分間隔 Δt=0.01s で行った．計算結果として，斜面沖側の水平床上に設けた３地点（沖から順に①，②，③），および護岸前面の水平床上に設けた３地点（沖から順に④，⑤，⑥）において（**図-4.8**），5step 毎（=0.01s×5step=0.05s 間隔）に水面変動量 η を出力した．

一方，模型実験の条件は，数値計算の条件に対応させて**図-4.9** のように設定した．長さ 35mの不規則波造波水路（吸収造波機能付き）の岸側に，1/30 勾配斜面模型と水平床模型が設置してある．造波水路の左端壁を堤体壁とみたて，その前面に，想定される消波構造物に応じて

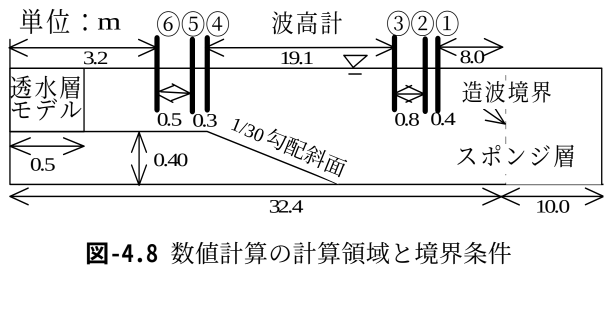


図-4.8 数値計算の計算領域と境界条件

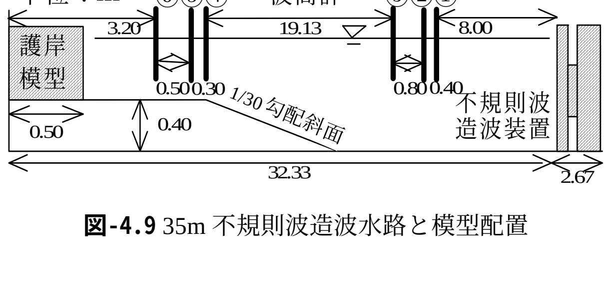


図-4.9 35m 不規則波造波水路と模型配置

消波材模型を設置した．模型縮尺は 1/50 である．

実験波の計測も，数値計算と同じ条件で行った．数値計算で水位変動量を出力した位置に対応する地点に合計６台の容量式波高計を設置し（**図-4.9**），数値計算結果と同じ 0.05s 間隔で水位変動量をサンプリングした．

このように，数値計算と模型実験で得られた水位変動量は，同じ位置および時間間隔で測定された時系列データになっているので，それぞれに対して全く同じ方法でデータを解析し，両者の比較を行った．例えば，両者における規則波と不規則波の反射率は，岸側の３地点（④，⑤，⑥）で計測された水位時系列データを用いて，合田ら（1976）による入･反射波分離推定法により推定した．また，同時に得られるそれぞれの入・反射波のスペクトルを比較して，透水層モデルによる不規則波の反射特性について模型実験により検証した．さらに，規則波では，数値計算および模型実験で計測された沖側と岸側の合計６地点における時系列波形を直接比較して，透水層モデルにおける部分重複波形の再現性を確認した．

なお，沖側の３地点（①，②，③）での水位時系列データから解析された入・反射波スペクトルは，数値解析および模型実験において，主に造波信号の目標スペクトルに対する入射波スペクトルの検証に用いた．模型実験では造波装置の造波効率調整を行わなかったので，結果的に，模型実験で得られた入射波スペクトルは，造波信号の目標スペクトルに比べ全体的に若干小さくなっている．一方，数値計算で得られた入射波スペクトルは，造波信号の目標スペクトルと非常によく一致した．

b) 消波ブロック被覆堤における波の反射特性

i) 消波ブロック被覆堤を対象とした透水層モデル

消波ブロック被覆堤を対象とした透水層モデルの空隙率 λ は，前述のように，消波ブロック被覆工の法面勾配を考慮して式（4.16）で与えられる．すなわち，消波工を含む水域において，捨石マウンド（不透過とみなす）から静水面までの高さを有する短冊状の水柱を考えると，消波工の施工高さは水柱内の空隙率に対応し，また，消波ブロック被覆工の法面勾配は空隙率の変化割合に対応する（**図-4.10**）．したがって，透水層の幅を消波工の設置幅と同等に設定すると，消波工の法面勾配は自動的にモデルに考慮される．

そこで，消波工の法面勾配が異なる２種類の消波ブロック被覆堤（**図-4.11(a)，(b)**）を対象に波の反射計算を行い，それぞれの計算精度を模型実験により検証した．

模型実験において，消波ブロック被覆堤は，堤体前面にテトラポッドを乱積みして整形された．そこで，透水層モデルでは，透水層パラメータを**表-4.3** のように設定

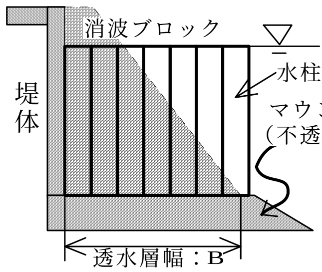
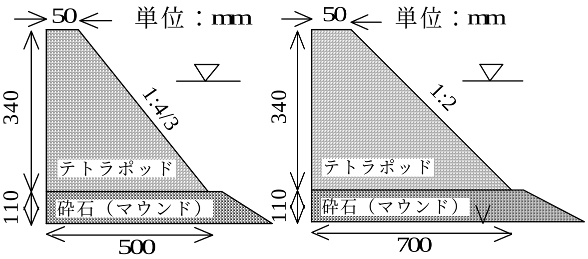


図-4.10 式（4.16）による消波工の法面勾配の表現



(a) 法面勾配 1：4/3　　**(b)** 法面勾配 1：2

図-4.11 法面勾配が異なる消波ブロック被覆堤

表-4.3 消波ブロック被覆堤の透水層モデルパラメータ

消波ブロック被覆堤	τ	$\lambda 0$	$\alpha 0$	$\beta 0$	d (m)	ν (m²/s)	B (m)
法面勾配 1:4/3	1	0.450	2100	2.2	4.56×10^{-2}	1.14×10^{-6}	0.5
法面勾配 1:2	1	0.450	2100	2.2	4.56×10^{-2}	1.14×10^{-6}	0.7

表-4.4 消波ブロック被覆堤に対する波浪条件

模型量 [縮尺：1/50]

堤前波高 H(cm)	周期 T(s)	水深 h(cm)	波の種類
3.0	0.99	27.9 and 30.4	規則波 and 不規則波 (Bredschneider-光易スペクトル)
3.0	1.41		
3.0	1.84		
3.0	2.82		
8.0	0.99		
8.0	1.41		
8.0	1.84		
8.0	2.82		

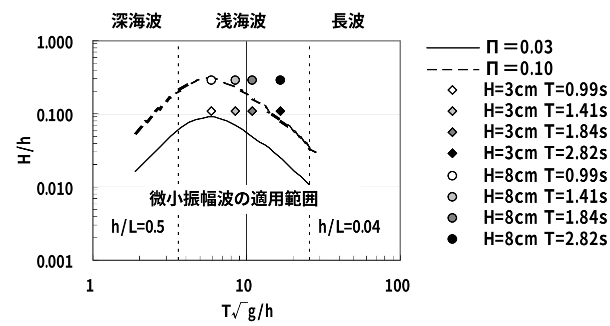


図-4.12 堤前波の波浪特性

（消波ブロック被覆堤：堤前水深 h=27.9cm）

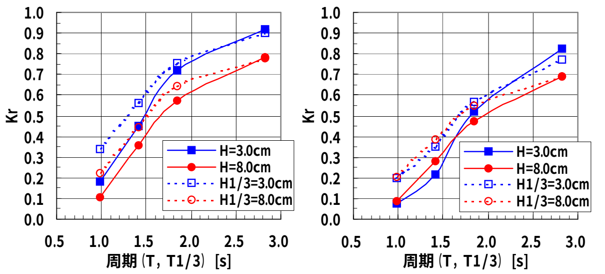
した（式（4.16），（4.18）参照）．消波工による層流および乱流抵抗係数の定数 α_0 および β_0 は，**表-4.2** の値をそのまま用い，それぞれ α_0=2100，β_0=2.2 とした．また，消波工の空隙率 λ_0 は，砕石や異形ブロックに関して Madsen・Write（1975）が提案した関係式を引用し，τ=1 とすることにより，λ_0=0.45 とした．さらに，消波材の代表径 d には，実験で用いたテトラポッド模型から計算した 4.56cm（$=\sqrt[3]{V}$ ；V はテトラポッドの体積）を用いた．透水層の幅 B は，**図-4.11(a)**で B=0.5m，**図-4.11(b)**で B=0.7m である．

数値計算および模型実験に用いた波浪条件を**表-4.4**に示す．堤体前面の水平床の水深 h は，対象とした消波ブロック被覆堤の H.W.L.（h=27.9cm）と L.W.L.（h=30.4cm）とした．入射波は，斜面模型による浅水変形（首藤，1974）を考慮して，堤体前面で波高が 3cm と 8cm，周期が 0.99s～2.82s となる規則波および不規則波とした．これらの波浪条件は，岩垣（1987）の分類に従って整理した**図-4.12** より次のように整理される．すなわち，入射波はすべて浅海波であり，波高に関してすべて有限振幅波の性質を有する．また，波速に関して有限振幅波となるのは，波高 H=3cm で周期 T=2.82s のとき，および波高 H=8cm で周期 T=1.41s，1.84s，2.82s のときであり，これ以外の波浪条件は微小振幅波とみなされる．

ii) 反射率の再現性

法面勾配を 1:4/3 としたときの消波ブロック被覆堤の反射率を**図-4.13** に，法面勾配 1:2 としたときの反射率を**図-4.14** に示す．

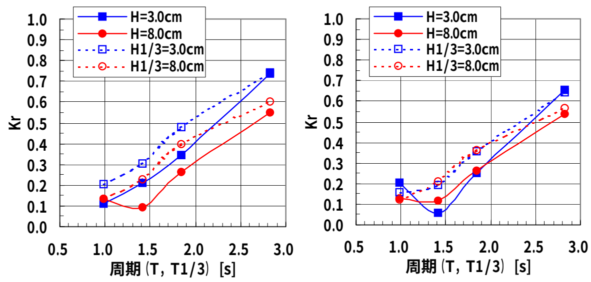
法面勾配を 1:4/3，堤前水深を h=27.9cm としたときの



(a) 数値計算　**(b)** 模型実験

図-4.13 反射率の再現性

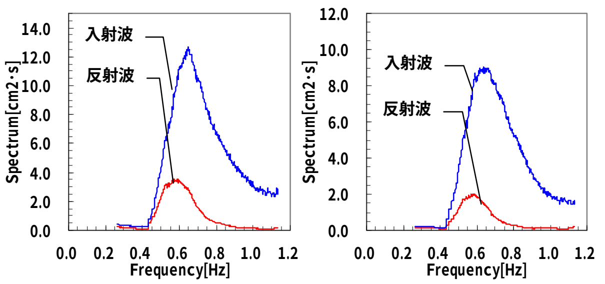
（消波ブロック被覆堤，法面勾配 1:4/3，h=27.9cm）



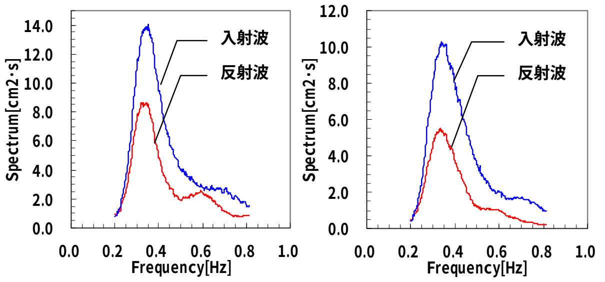
(a) 数値計算　**(b)** 模型実験

図-4.14 反射率の再現性

（消波ブロック被覆堤，法面勾配 1:2，h=27.9cm）



（$H_{1/3}$=8.0cm，$T_{1/3}$=1.41s）

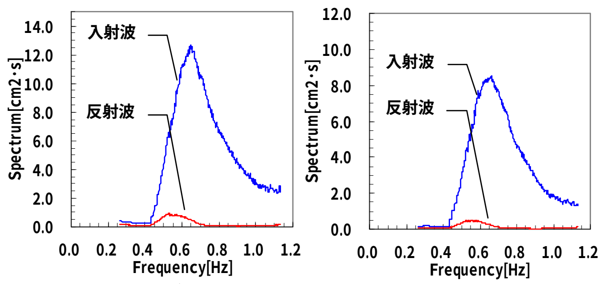


（$H_{1/3}$=8.0cm，$T_{1/3}$=2.82s）

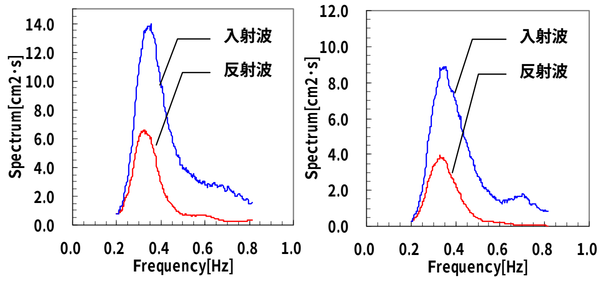
(a) 数値計算　**(b)** 模型実験

図-4.15 入・反射波スペクトルの再現性

（消波ブロック被覆堤，法面勾配 1:4/3，h=27.9cm）



（$H_{1/3}$=8.0cm，$T_{1/3}$=1.41s）



（$H_{1/3}$=8.0cm，$T_{1/3}$=2.82s）

(a) 数値計算　**(b)** 模型実験

図-4.16 入・反射波スペクトルの再現性

（消波ブロック被覆堤，法面勾配 1:2，h=27.9cm）

規則波および不規則波に対する数値計算結果を**図-4.13(a)**に，同じく模型実験結果を**図-4.13(b)**に示す．図中，実線は規則波の反射率，点線は不規則波の反射率である．数値計算では，規則波および不規則波とも，周期が長くなるにつれて反射率が増加している．また，波高 3cm に比べ, 波高 8cm のほうが反射率が小さくなっている．これは，入・反射波スペクトル分離法によって得られる部分重複波の反射率が，波の有限振幅性の影響により，見かけ上，小さく推定されるためである（合田・柿崎，1966）．一方，不規則波の反射率は，特に周期が短いときには，波群に含まれる波長の長い成分波の反射率の影響を受け，規則波のものに比べ少し大きくなる．実験結果では，反射率は若干小さめながらもこれらの傾向がよく現れている．

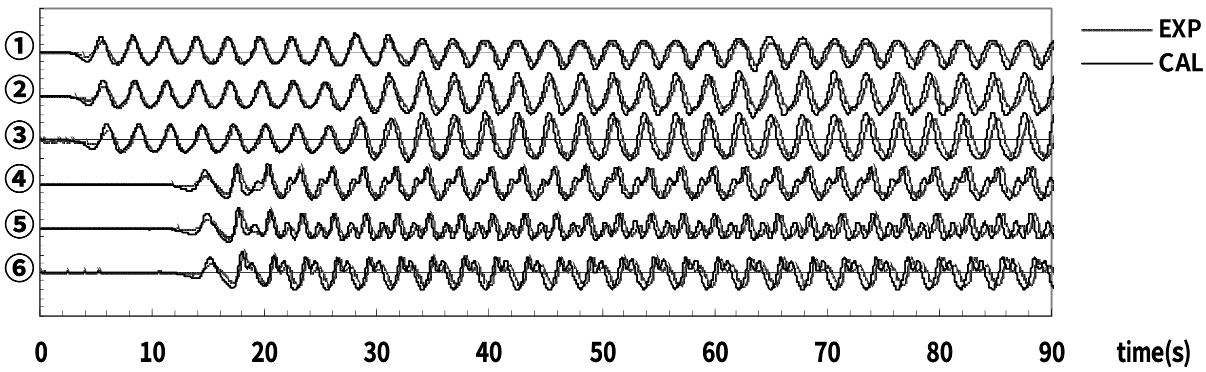
つぎに，法面勾配を 1:2，堤前水深を h=27.9cm としたときの計算結果および実験結果を**図-4.14(a)**および**図-4.14(b)**に示す. 法面勾配が 1:4/3 のときと比較すると，数値計算では，規則波，不規則波ともに，反射率は全体的に小さくなっており，法面勾配による反射率の違いが明瞭に現れている．規則波の周期が 0.99s のとき，法面勾配の違いによらず両者の反射率がともに約 0.1 となっているのは，法面勾配 1:4/3 において，波長に対して既に十分な消波工幅が確保されていたためであると考えられる．実験結果ではこれらの傾向がよく現れている．

なお，堤前水深を h=30.4cm とすると，いずれの法面勾配においても, 数値計算で得られた反射率は, 規則波, 不規則波ともに，全体的に大きくなった．また，この傾向は，模型実験結果にも認められた．これは，堤前水深の増加に伴って静水面における消波ブロック被覆厚が減少したことが原因であると考えられる．

iii）入・反射波スペクトルの再現性

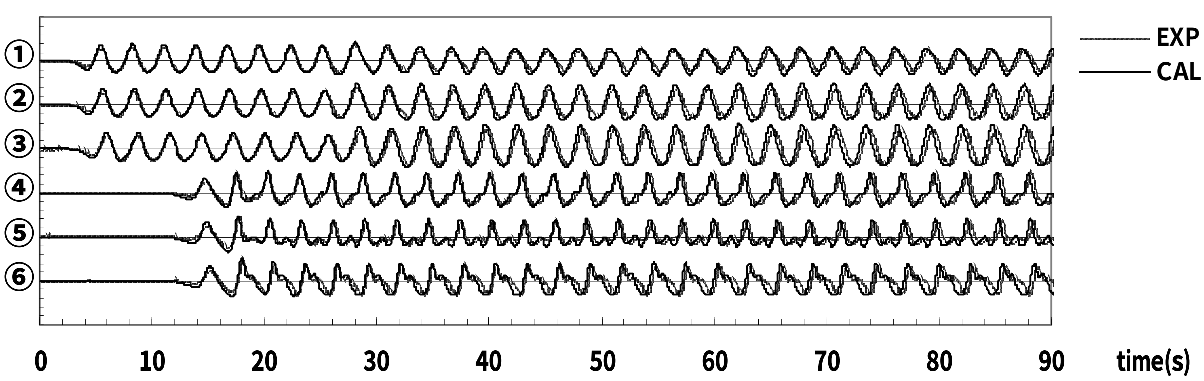
法面勾配を 1:4/3 としたときに消波ブロック被覆堤の前面で得られた入・反射波スペクトルを**図-4.15** に，法面勾配 1:2 としたときの入・反射波スペクトルを**図-4.16** に示す．

法面勾配を 1:4/3，堤前水深を h=27.9cm とした消波ブロック被覆堤において, 有義波高 8.0cm, 有義波周期 1.41s, 2.82s の不規則波に対する数値計算結果を**図-4.15(a)**に，模型実験結果を**図-4.15(b)**に示す．それぞれ有義波周期の異なる不規則波が消波護岸で反射したとき，数値計算の反射波スペクトル形状は，模型実験のそれによく似ている．ここで注目すべきは，各図において，反射波スペ



（H=8.0cm，T=2.82s）

図-4.17 部分重複波の再現性（消波ブロック被覆堤，法面勾配 1:4/3，h=27.9cm）



（H=8.0cm，T=2.82s）

図-4.18 部分重複波の再現性（消波ブロック被覆堤，法面勾配 1:2，h=27.9cm）

クトルのピークが入射波スペクトルのピークに対して低周波数側にずれていることが，計算と実験の両者に認められることである．これは，**図-4.13** で述べたように，周期が長くなるにつれて反射率が増加するためである．したがって，**図-4.15(a)**，**(b)**において明らかなように，このピークのずれの程度は有義波周期が短い（反射率が小さい）ときほど大きく，有義波周期が長くなる（反射率が大きくなる）につれて次第に小さくなる．

つぎに，法面勾配を 1:2，堤前水深を h=27.9cm とした消波ブロック被覆堤において，同様な不規則波に対する数値計算結果を**図-4.16(a)**に，模型実験結果を**図-4.16(b)**に示す．法面勾配 1:4/3 のときと比較すると，有義波周期が異なるそれぞれの不規則波において，数値計算の反射波スペクトル値は全体的に小さくなり, かつ，入射波スペクトルのピークに対する反射波スペクトルのピークの低周波数側へのずれの程度が大きくなっていることがわかる．模型実験結果もこれらによく対応しており，両者ともに，法面勾配の違いによる反射波スペクトルの差異や周波数帯による反射率の違いが明瞭に現れている．もちろん，それぞれの有義波周期における数値計算の反射波スペクトル形状などは，模型実験のそれらによく対応している．

iv) 部分重複波形の再現性

防波堤や護岸の前面で形成される部分重複波形を数値計算で再現するためには，消波構造物の反射率や反射波スペクトルとともに，反射波の位相が正しく計算されなければならない．このためには，消波工の抵抗や反射自由端となる堤体壁面までの距離，および入・反射波の波速などを精度よく再現することが必要である．

透水層の内外を伝播する入・反射波の波速の計算精度は，透水層モデルの基礎方程式（4.62）～（4.64）の水面波の記述に対する近似精度に依存し，とくに非線形波の場合にはこの影響が大きいと考えられる．そこで，堤前水深 h=27.9cm のとき，波速に関して有限振幅波に分類される規則波（**図-4.12** 参照）が消波構造物に入射したときの，部分重複波形の再現性について検討した．

まず，法面勾配 1:4/3 の消波ブロック被覆堤の前面で形成される部分重複波形について考える．波高 H=8cm，周期 T=2.82s の規則波を用いて行った数値計算および模型実験で得られた，断面水路内の①～⑥地点の時間波形を重ねて**図-4.17** に示す．部分重複波が形成されはじめる時刻は，岸側の３地点では造波開始から約 20 秒後，沖側３地点では造波開始から約 30 秒後であることがわかる．数値計算結果は，重複波の腹・節の形成位置と計測位置との関係によって異なる部分重複波の振幅をよく再現している．これは，数値計算における反射波の振幅と位相の計算精度が良好であることを示している．ある時間を経過すると，数値計算と模型実験による部分重複波の位相は少しずれて観測される．これは，数値計算上で得られた消波ブロック被覆堤の反射率が模型実験に比べ 1 割程度大きい(**図-4.13** 参照)ためであると考えられる．すなわち，部分重複波の位相は，入・反射波の位相関係とともに反射率によっても規定されるため，数値計算上は，部分重複波の波速が実際よりもわずかながら速く見積もられている．

模型実験で得られた水位変動の時間波形では，部分重複波が形成される時刻より以降に，基本周波数の波のほかに２倍周波数と思われる小さな波が混在している様子が観察され，この波形が数値計算でも再現されている．また，このことは，既に示した不規則波の入・反射波スペクトル(**図-4.15**)からも確認される. 平山･平石(2001)は，透水層モデルを用いた数値計算と模型実験で得られた部分重複波の時系列データをスペクトル解析して，波が消波ブロック被覆堤で反射される際に２次波が発生し,透水層モデルはこれを比較的精度よく再現することを示した．本研究で得られた数値計算と模型実験の部分重複波形もこれと同様に考察されると思われる．

つぎに，法面勾配 1:2 の消波ブロック被覆堤の場合も同様に，波高 H=8cm，周期 T=2.82s の規則波に対して数値計算および模型実験で得られた時間波形を重ねて**図-4.18** に示す．数値計算における部分重複波形の再現性に関して，基本的な特徴は法面勾配 1:4/3 のときと同様である．ただし，前述のように反射率は全体的に低減されているので，相対的に振幅が小さな反射波から得られる部分重複波形の計算精度は，法面勾配 1:4/3 のときよりも良好である．

c) 消波材充填型の直立消波堤における波の反射特性

i) 消波材を充填した直立消波堤の透水層モデル

直立消波堤を対象とした模型実験では，繊維状の消波材（ヘチマロンシート，新光ナイロン(株)製：型番#350）を充填した消波籠を水路左端の壁面前面に設置した（**図-4.19**）．そこで，数値計算では，これに対応する透水層モデルとして, 透水層パラメータを**表-4.5** のように設定した（式（4.17)，（4.18）参照)．

直立消波堤に対する透水層モデルの空隙率 λ は，前述のように，消波工の空隙率 λ_0 に等しく式（4.17）で与えられる．ヘチマロンシート（型番#350）の空隙率は製品仕様により λ_0=0.928 であるので，本研究でもこれを用いた．また，透水層の幅 B は**図-4.19** より B=0.7m，慣性係数 τ は 1 とした．一方，ヘチマロンシートの層流およ

び乱流抵抗係数の定数 α_0 および β_0 は不明であり，各種消波材の α_0 と β_0 を示した**表-4.2** から推定することも難しい．そこで，製品仕様に記載されている動水勾配を用いて，定数 α_0 と β_0 を以下のように求めた．

ヘチマロンシート（型番#350）の動水勾配 I_g は次式のように与えられている．

$$I_g = \frac{h_l}{l} = 3.843\underline{u}^{1.789} \tag{4.65}$$

ここで，h_l は損失水頭，l は動水距離，$\underline{u}$ は流速である．

一方，透水層内の動水勾配 I_p は次式で与えられる．

$$I_p = \frac{h_l}{l} = \frac{\underline{u}}{g}\left(\alpha + \beta\left|\underline{u}\right|\right) \tag{4.66}$$

ここで，g は重力加速度であり，α および β は式（4.18）で与えられる層流抵抗係数および乱流抵抗係数である．ヘチマロンシートの定数 α_0 と β_0 は，式（4.66）で与えられる I_p が，式（4.65）で与えられる動水勾配 I_g に等しくなるように α および β を設定することにより得られる．ヘチマロン繊維の直径から消波材の代表径 d を求めると，d=1.8×10^{-3}(m)となる．そこで，式（6.18）を式（4.66）へ代入し，**図-4.20** を用いて，流速波速比 $\underline{u}/\sqrt{gh}$（ただし，波速 $C=\sqrt{gh}$）が 0 から 1 の範囲で I_p/I_g がほぼ 1 に等しくなるような定数 α_0 と β_0 を試行錯誤により求めたところ，α_0=3300，β_0=0.79 が得られた．

数値計算および模型実験に用いた波浪条件を**表-4.6** に示す．堤体前面の水平床上の水深 h は，対象とした直立消波堤の H.W.L.（h=27.9cm）と L.W.L.（h=30.4cm）とした．入射波は，造波境界および造波板位置において，波高 1.4cm と 3.5cm（h=67.9cm）または 5.0cm（h=70.4cm），周期 0.99s～2.82s の規則波および不規則波とした．とくに h=27.9cm としたケースは，3.4 (3)で行った直立壁および消波堤を模した繊維状消波材に対する波の反射計算および反射実験で用いた条件と全く同様である．したがって以下の検討によって，繊維状消波材による部分重複波に対する透水層モデルの計算精度だけでなく，透水層モデルを用いた任意反射境界と 3.4 (3)におけるスポンジ層を用いた部分反射境界における部分重複波の再現性の差異が明らかになると思われる．

ii) 反射率の再現性

堤前水深 h=27.9cm のときの規則波および不規則波に対して，数値計算と模型実験により得られた繊維状消波材の反射率を**図-4.21** に示す．図中，**(a)** は数値計算結果を，**(b)** は模型実験結果を示す．また，実線は規則波の反射率，点線は不規則波の反射率である．規則波を用いた数値計算では，透水層沖側端で重複波の位相がほぼ節となる周期 1.41s のとき反射率が最小となり，その後は，周期が長くなるにつれて反射率が増加することがわかる．一方，不規則波を用いた数値計算では，有義波周期 1.41s のときにも反射率はそれほど減少していない．これは，

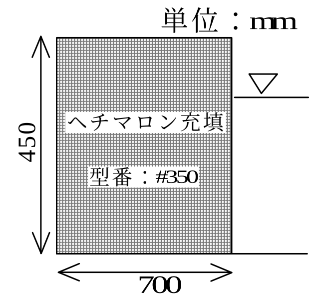


図-4.19 直立消波堤（ヘチマロンシートを充填）

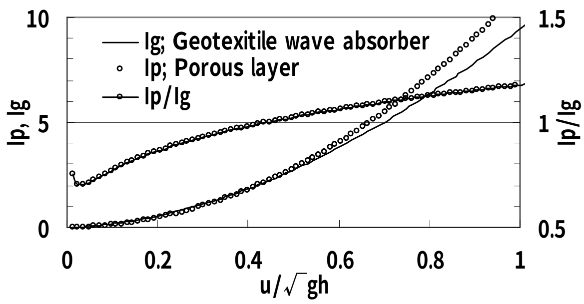


図-4.20 ヘチマロンシートと透水層の動水勾配の比較

表-4.5 直立消波堤の透水層モデルパラメータ

直立消波堤	τ	$\lambda 0$	$\alpha 0$	$\beta 0$	d (m)	ν (m^2/s)	B (m)
ヘチマロン：#350	1	0.928	3300	0.79	1.80×10^{-3}	1.14×10^{-6}	0.7

表-4.6 直立消波堤および直立堤に対する波浪条件

模型量 [縮尺：1/50]

波高 H_0'(cm)	周期 T(s)	水深 h(cm)	波の種類
1.4	0.99	27.9	規則波 and 不規則波 (Bredschneider-光易スペクトル)
1.4	1.41		
1.4	1.84		
1.4	2.82		
3.5	0.99		
3.5	1.41		
3.5	1.84		
3.5	2.82		
1.4	0.99	30.4	規則波 and 不規則波 (Bredschneider-光易スペクトル)
1.4	1.41		
1.4	1.84		
1.4	2.82		
5.0	0.99		
5.0	1.41		
5.0	1.84		
5.0	2.82		

不規則波では成分波の波長がそれぞれ異なるので，透水層沖側端において重複波の節が生じにくくなったためである．また，波高に関して有限振幅波となる波高 3.5cm のときに得られた反射率は，見かけ上，全体的に小さくなっている．実験結果では，規則波および不規則波とも，値は若干小さめながらもこれらの傾向がよく現れている．

規則波を対象として 3.4 (3)で行ったスポンジ層による部分反射境界を用いた再現計算では，模型実験結果や透水層モデルによる任意反射境界を用いた数値計算結果でみられたような，T=1.41s で反射率が最小となる現象や入射波の波高によって反射率が異なる現象は計算されなかった．これらは，透水層モデルが繊維状消波材における物理的な消波機構を表現しているのに対して，スポンジ層ではそれらが考慮されていないことが原因であると考えられる．

なお，堤前水深を h=30.4cm としたとき，ある法面勾配を有する消波ブロック被覆堤を対象とした数値計算と模型実験では，堤前水深が深くなると，規則波，不規則波ともに，反射率は全体的に大きくなった．しかしながら，直立消波堤を対象とした数値計算と模型実験では，堤前水深が異なっても，規則波，不規則波とも，反射率はほとんど変化しなかった．これは，堤前水深が増加したとき，前者では静水面における消波工の設置幅が減少し，消波効率が低減するのに対し，後者では消波工の設置幅は変化せず，入・反射波の位相関係や透水層によって波が抵抗を受ける距離が変化しないことに対応していると考えられる．

iii) 入・反射波スペクトルの再現性

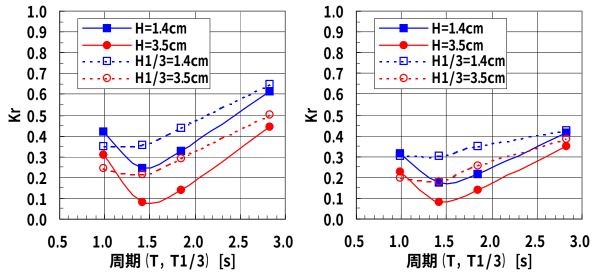
直立消波堤の前面で得られた入・反射波スペクトルのうち，堤前水深 h=27.9cm のときの解析結果を**図-4.22** に示す．

有義波高 3.5cm，有義波周期 0.99s，1.84s の不規則波に対する数値計算結果を**図-4.22(a)**に，模型実験結果を**図-4.22(b)**に示す．消波ブロック被覆堤と同様に，それぞれ有義波周期の異なる不規則波が直立消波堤で反射したとき，数値計算によって得られる反射波スペクトル形状は，模型実験のそれによく似ている．

数値計算と模型実験において，入射波スペクトルのピーク周波数に対する反射波スペクトルのピーク周波数のずれに注目すると，両者ともに，有義波周期が 0.99s のときは高周波数側にみられるのに対し，有義波周期が 1.84s のときは低周波数側にみられることがわかる．これらは，前者では入射波のピーク周波数よりも高い周波数（短い周期）の成分波の反射が卓越し，後者では低い周波数（長い周期）の成分波の反射が卓越していることを意味している．したがって，このような反射波のスペクトル特性は，**図-4.21** において周期 1.41s のとき反射率が最小値となり，周期 0.99s および 1.83s のとき，ともに反射率が大きくなったことによく対応している．

iv) 部分重複波形の再現性

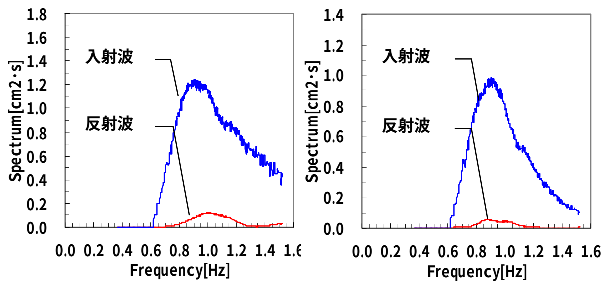
直立消波堤前面の水深を h=27.9cm としたとき，波高 H=3.5cm，周期 T=2.82s の規則波を用いて行った数値計算および模型実験で得られた，断面水路内の①～⑥地点での時間波形を**図-4.23** に重ねて示す．波高と波速に関してともに有限振幅波に属し，波の非線形性が強い場合でも，透水層モデルの基礎方程式の近似精度がたかだか $O(\varepsilon,\mu^2)$であることを考慮すれば，模型実験で得られた部分重複波の波形は数値計算の波形と比較的よく一致していると考えられる．



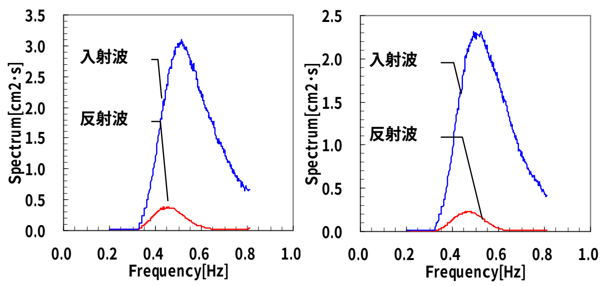
(a) 数値計算　　　　(b) 模型実験

図-4.21 反射率の再現性

（繊維状消波材，直立消波，h=27.9cm）



（$H_{1/3}$=3.5cm，$T_{1/3}$=0.99s）

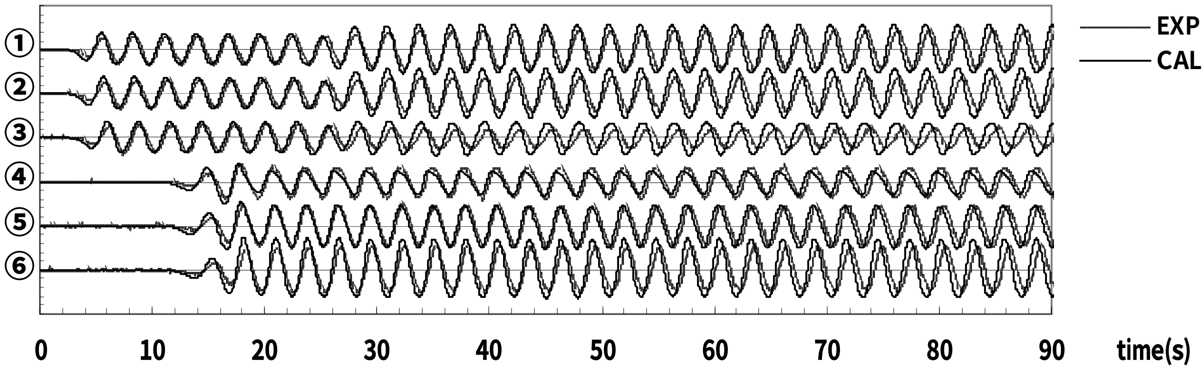


（$H_{1/3}$=3.5cm，$T_{1/3}$=1.84s）

(a) 数値計算　　　　(b) 模型実験

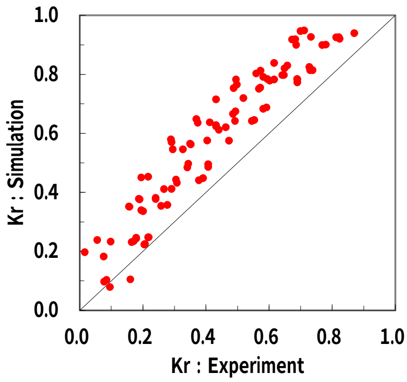
図-4.22 入・反射波スペクトルの再現性

（繊維状消波材，直立消波，h=27.9cm）

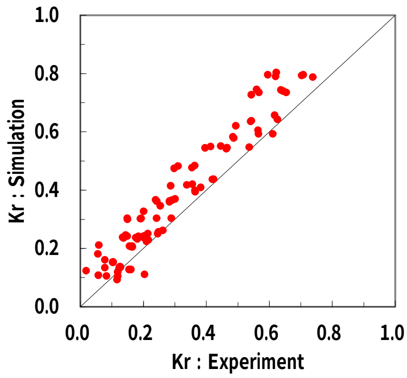


（H=3.5cm，T=2.82s）

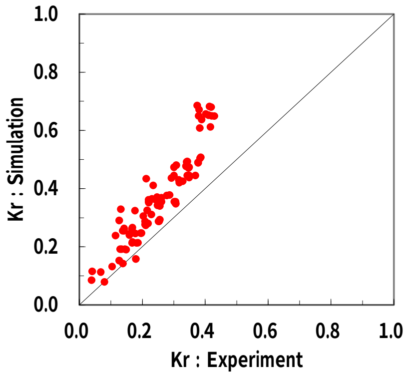
図-4.23 部分重複波の再現性（繊維状消波材，直立消波，h=27.9cm）



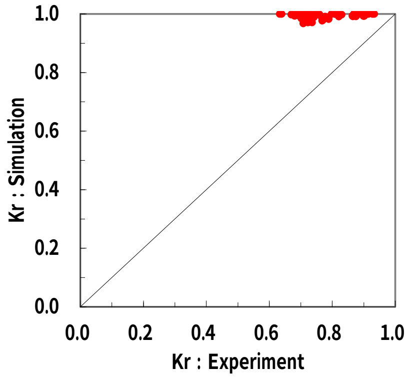
(a) 消波ブロック被覆堤（法面勾配 1：4/3）



(b) 消波ブロック被覆堤（法面勾配 1：2）



(c) 直立消波堤（ヘチマロン：型番#350）



(d) 直立壁

図-4.24 透水層モデルによる反射率の計算精度

(5) 透水層モデルによる反射率の計算精度

以上のように，透水層を用いたブシネスクモデルによる数値計算によって，さまざまな消波構造物に対する入射波の反射特性が非常によく再現されることが確認された．これにより，消波構造物に囲まれた港湾において，港内静穏度や設計波，あるいは，海浜や係留浮体の外力となる流れや水位変動の時間波形を，高精度に計算することが可能となった．

一方，実務に対してこのような計算モデルを適用する際には，計算モデルの適用条件と保障される計算精度についての十分な認識がなされていることが不可欠である．ここでは，さまざまな波浪条件や潮位条件に対して行われた反射計算に対する透水層モデルの検証結果をまとめて示し，それぞれの消波構造物に対する透水層モデルの

適用性と計算精度を明らかにする．

図-4.24(a)～(d) は，それぞれ，**(a)**消波ブロック被覆堤（法面勾配 1：4/3），**(b)**消波ブロック被覆堤（法面勾配 1：2），**(c)**消波材充填型の直立消波堤，および，**(d)**直立堤（3.4 (3)を参照），を対象とした透水層モデルにおいて計算された，模型実験結果に対する反射率の再現性を示したものである．図中，横軸は模型実験で得られた反射率，縦軸は数値計算で得られた反射率である．それぞれの消波断面において，入射波諸元や潮位，および反射率の計測位置（岸側および沖側）による区別は一切行っていない．

消波ブロック被覆堤を対象とした数値計算では，いずれの法面勾配においても，K_r=0.0～0.9 程度に分布している模型実験で得られた反射率を定性的によく再現している（**図-4.24(a)，(b)**）．また，定量的には，法面勾配 1：4/3 の場合では 0.1～0.2 程度，法面勾配 1：2 の場合では 0.1 程度，数値計算で得られた反射率が模型実験のものよりも大きくなっていることがわかる．

次に，直立消波堤を対象とした数値計算では，K_r=0.0～0.5 程度に分布した模型実験での反射率のうち，K_r=0.0～0.4 の範囲で反射率を定性的によく再現している（**図-4.24(c)**）．また定量的には，0.1 ほど大きめに計算されることがわかる．ただし，模型実験における反射率が K_r=0.5 程度のときには，数値計算で得られる反射率が徐々に大きくなる傾向がみられる．

最後に，直立壁を対象とした数値計算では，ほとんどの計算ケースで反射率が 1 となり，反射率が K_r=0.6～0.9 の範囲で変化する模型実験の結果とは異なる計算結果が得られた．したがって，**図-4.24(d)**に示すように，数値計算は，模型実験で得られた反射率を定性的に再現しているとは言い難い．しかしながら，理論的には直立壁に代表される完全反射境界における反射率は 1 であり，また，模型実験においても 1 に近い反射率となるケースもみられる．さらに，数値計算結果は，構造物前面の波高分布や波力に対して危険側の反射率となっていることなどから，実用上の問題は少ないと考えられる．

4.3 高次エネルギー減衰項によるスポンジ層の改良

(1) 従来のスポンジ層における計算特性

3.3 で述べたように，本研究のブシネスクモデル（NOWT-PARI，Ver4.6β）では，計算領域の周囲に設置したスポンジ層によって開境界処理を行っている．すなわち，運動方程式に付加された式（3.80）で表されるエネルギー減衰項によって，スポンジ層の内部で波エネルギーをしだいに減衰させることにより，無反射境界を実現している．また 3.4 で示したように，スポンジ層によるエネルギー減衰量は，スポンジ層の幅 F，エネルギー減衰係数 ε とその強度 θ，およびスポンジ層に入射する波諸元によってさまざまに変化するため，**図-3.22** などを用いてそれらを適切に設定することが肝要であった．

図-3.22 で示されたスポンジ層による波の反射特性はつぎのようである．スポンジ層の幅 F の値を大きくするほど十分なエネルギー減衰が期待できるようになるが，その分だけ計算負荷は増大する．また，エネルギー減衰係数の強度 θ を強くすると浅海波や深海波に対するエネルギー減衰効率を向上させることができるが，スポンジ層自体によって長波が反射されやすくなる．つまり，スポンジ層によるエネルギー減衰量は，入射波の分散特性に大きく依存する．

さまざまな成分波が重畳した不規則波に対して無反射境界を実現するためには，エネルギー減衰量が入射波の波浪条件に依存しないスポンジ層を用いることが必要である．そこで本節では，式（3.80）よりも高次のエネルギー減衰項を用いて従来型のスポンジ層を改良し，一次元水路による数値実験や反射率に関する感度分析によってその効果を検証する（平山, 2001a, 平石・平山, 2001）．

(2) 透水層モデルによるスポンジ層の表現

平面 2 次元透水層内の修正ブシネスク方程式（4.62）～（4.64）において，透水層による層流抵抗を表す項（式（4.63）および（4.64）の左辺第 5 項）は，開境界処理に用いられるスポンジ層によるエネルギー減衰項（式（3.80））と形式上，同等である．そこで，層流抵抗係数 α の代わりに Cruz ら（1993）が用いたエネルギー減衰係数 σ を用いると，透水層モデルの応用として，スポンジ層内のエネルギー減衰を与える高次エネルギー減衰項が式（4.67）および（4.68）のように得られる．

(高次エネルギー減衰項)

X 方向；

$$=\sigma\left\{P-\mu^2\left(\begin{array}{l}\left(B+\dfrac{1}{2}\right)h^2\left\{\dfrac{\partial^2 P}{\partial x^2}+\dfrac{\partial^2 Q}{\partial x\partial y}\right\}\\ -\dfrac{h^3}{6}\left\{\dfrac{\partial^2}{\partial x^2}\left(\dfrac{P}{h}\right)+\dfrac{\partial^2}{\partial x\partial y}\left(\dfrac{Q}{h}\right)\right\}\end{array}\right)\right\} \qquad (4.67)$$

Y 方向；

$$=\sigma\left\{Q-\mu^2\left(\begin{array}{l}\left(B+\dfrac{1}{2}\right)h^2\left\{\dfrac{\partial^2 P}{\partial x\partial y}+\dfrac{\partial^2 Q}{\partial y^2}\right\}\\ -\dfrac{h^3}{6}\left\{\dfrac{\partial^2}{\partial x\partial y}\left(\dfrac{P}{h}\right)+\dfrac{\partial^2}{\partial y^2}\left(\dfrac{Q}{h}\right)\right\}\end{array}\right)\right\} \qquad (4.68)$$

ここに，$\sigma(x)=\dfrac{r\sigma_m}{2(\sinh r-r)}\left[\cosh\left(\dfrac{rx}{F}\right)-1\right]$

$$F=2〜3\text{波長},\quad \sigma_m=\sqrt{g/h},\quad r=3$$

式（4.67），（4.68）の第１項は従来のエネルギー減衰項であり，第２項は圧力分布の補正項として残された高次項である．摂動パラメータからわかるように，この第２項は分散項と同じオーダーで運動方程式に作用する．

スポンジ層による無反射境界を設定するためには，透水層内の運動方程式（4.63）および（4.64）において，層流抵抗係数 α をエネルギー減衰係数 σ に置き換え，空隙率 $\lambda=1$，慣性係数 $\tau=1$，乱流抵抗係数 $\beta=0$ とすればよい．したがって，波エネルギーを減衰させるスポンジ層をあえて物理的に解釈するならば，次第に増大する層流抵抗のみを有する空隙率 100％の透水層に対応しているといえる．

(3) 一次元数値実験によるモデルの検証

平面２次元透水層内のブシネスクモデルにおいて x 方向の変数のみを残した，断面２次元ブシネスクモデルを考える．

a) 高次型スポンジ層による無反射境界

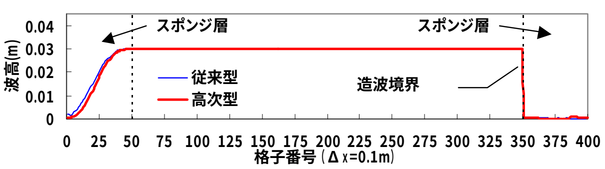
数値計算の計算領域の両端に入射波の２波長幅のスポンジ層を配置して，従来型と高次型のエネルギー減衰項の消波性能に関する数値実験を行った．

数値計算では，空間差分格子を Δx=0.1m，差分時間間隔を Δt=0.01s とし，造波境界は右端スポンジ層の前面に設けられた．入射波は周期 T=1.41s，波高 H=3cm の規則波とし，水深は h=32cm と h=160cm とした．前者は浅海波（h/L＝0.14）に，後者は深海波（h/L＝0.51）に対応している．計算結果を**図-4.25** に示す．

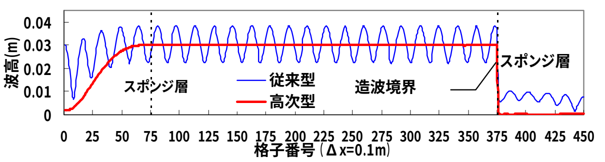
水深波長比が小さい場合は（**図-4.25(a)**），従来型と高次型のいずれのエネルギー減衰項とも波高を滑らかに減衰させ，両者の違いはほとんどみられない．しかしながら，水深波長比が大きくなると（**図-4.25(b)**），従来型のエネルギー減衰項を用いた場合には，スポンジ層内で十分に波高が減衰せず，スポンジ層終端部の完全反射境界で生じた反射波が沖側へ伝播していることがわかる．一方，高次型のエネルギー減衰項を用いた場合には，浅海波と同様に，スポンジ層内で波高が滑らかに減衰し無反射条件を満足した．これは，式（4.67）および（4.68）中の高次項が深海波のエネルギー減衰に対して有効に機能したためであると考えられる．

b) 高次型スポンジ層の反射率に関する感度分析

従来型のスポンジ層を対象に 3.4 (1)で行った感度分析と同様に，高次型のスポンジ層の反射率に関する感度分析を実施した．結果を**図-4.26** に示す．

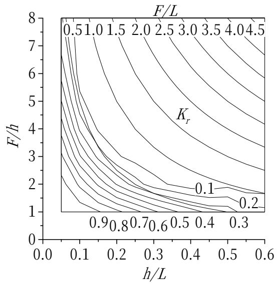


(a) 浅海波（h/L=0.14）

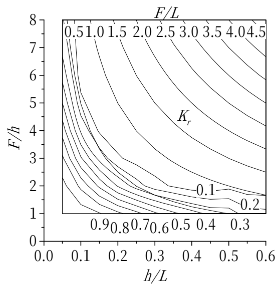


(b) 深海波（h/L=0.51）

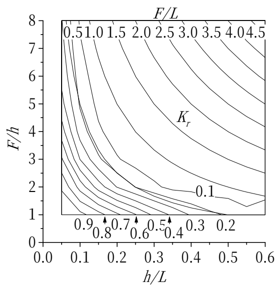
図-4.25 従来型と高次型のスポンジ層の消波性能



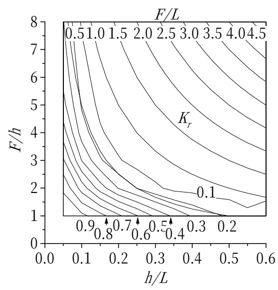
(a-1) θ=1.0，Π=0.02



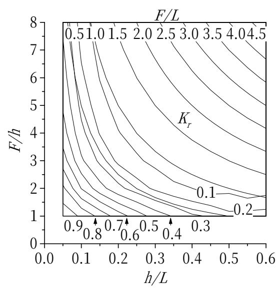
(a-2) θ=1.0，Π=0.04



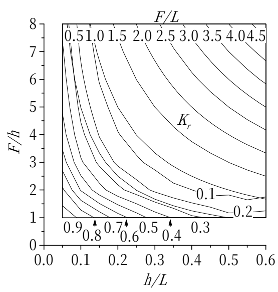
(b-1) θ=2.0，Π=0.02



(b-2) θ=2.0，Π=0.04



(c-1) θ=4.0，Π=0.02



(c-2) θ=4.0，Π=0.04

図-4.26 高次型スポンジ層の反射率に関する感度分析

i) 波の非線形性による影響

非線形性の程度の違いを表す**図-4.26** の左右の列を比較すると，従来型の場合と同様に， θの値に関わらず，両者は非常によく一致していることがわかる．したがって，高次型のスポンジ層においても波のエネルギー減衰に対する入射波の非線形性の影響はないと考えられる．

ii) スポンジ層の相対幅 F/L に対する反射率の変化

従来型の場合とは異なり，スポンジ層の相対幅と反射率は非常によく対応している．すなわち，スポンジ層の幅と入射波の波長の幾何学的な関係から直感的に理解されるとおり，入射波の分散特性とはほぼ無関係に，スポンジ層の相対幅が長いほど反射率は小さくなる．

iii) 水深波長比 h/L による反射率の変化

ii)で述べたように，高次型のスポンジ層では，スポンジ層の相対幅が等しければ，入射波の諸元やスポンジ層の設置水深によって決まる水深波長比によらず，反射率はほぼ一定である．このような特性は，ある開境界に対する最適なスポンジ層の設定だけでなく，3.4 (2)で行ったスポンジ層による目標反射率の設定，あるいは 3.4 (3)の部分反射境界による反射計算を非常に容易にするものである．さらに，あるスポンジ幅について，成分波の周波数に応じてスポンジ層による反射率が変化するので，従来型では困難であった不規則波に対する部分反射境界を設定することが可能である．

iv) エネルギー減衰係数の強度 θによる反射率の変化

従来型では θ=2.0 あるいは 4.0 とすると浅海波および深海波のエネルギー吸収効率が向上されたが，高次型ではこのような調整はとくに必要なく， θ=2.0 とすれば入射波の分散特性とはほぼ無関係に，十分なエネルギー吸収効率を発揮する．仮に θ=4.0 と設定した場合には，従来型と同様に長波が反射されやすくなるばかりでなく，スポンジ層の相対幅と反射率との相関関係が崩れ，かえって逆効果である．

4.4 砕波モデルにおける問題点

3.3 (4)で述べた砕波モデルは，斜面上で生じる砕波変形を，流速波速比による砕波判定と渦動粘性による運動量拡散により表現したものである．ここでは，その計算精度を検証するとともに，本研究で用いた砕波モデルの適用限界と，現在開発中の新たな砕波モデルに求められる汎用性について述べる．

(1) 砕波モデルの計算精度

ブシネスクモデルにおける砕波変形の計算精度は，砕波判定と砕波によるエネルギー減衰の計算精度に依存する．これらの数値計算上の問題点とその適用限界，および現在の砕波モデルによる砕波変形の計算精度はそれぞれ次のようである．

a) 砕波判定の適用性

水表面における水粒子速度が波速を越えたときを砕波とみなす砕波判定式（3.82）では，砕波の判定に際し，まず両者を正しく算定することが不可欠である．ブシネスクモデルの場合には，前者は 3.3 (4)の式（3.83）で一応与えられるものの，その値にはブシネスク近似による誤差を含んでいる．一方，後者は微小振幅波理論の範囲内では線形分散関係式よりただちに得られるが，砕波する直前の有限振幅波では波速を厳密に定義することが難しい．そこで式（3.82）では，砕波時の波速を長波の波速 $\sqrt{gh}$ で代用し，流速波速比が 1 に満たなくても砕波と判定する限界流速波速比 γ_b が定義されている．したがって数値計算において砕波判定の精度を確保するためには，まず γ_b 値を適切に設定することが必要である．

ところで，砕波直前までの非線形な浅水変形は波浪変形計算モデルの計算精度に依存する．本研究で用いたブシネスクモデルでは，4.1 の**図-4.1** で示したように，砕波帯近傍の水深波長比 h/L_0 に対する浅水係数は首藤（1974）による理論値に比べ緩やかに増加した．したがって本モデルでは，**表-4.1** で検討されたように，砕波限界波高 H_b と水深波長比 h/L_0 の関係を示した合田による砕波式（1973）を完全に満足する γ_b 値を設定することはできない．

平面波浪場で砕波判定を行う場合には，さらに，砕波の方向が考慮されなければならない．すなわち式（3.82）では，水表面における水粒子速度の方向と波向が与えられる必要がある．ここでは砕波時の波数ベクトルの方向が水表面における流速ベクトルの方向と等しいと仮定している．また次項で述べる渦動粘性係数の算定に用いられる砕波波向に対する海底勾配 s は，流速ベクトルと海底勾配ベクトルの内積を流速ベクトルで正規化して求められる（式（3.86））．しかしながら**図-3.7** に示した計算アルゴリズムからわかるように，流速ベクトルの x 成分と y 成分が互いに$\Delta t/2$（Δt は差分時間間隔）だけずれているために，平面波浪場における砕波判定では，ある瞬間に生じる砕波の向きや流速波速比に基づく砕波判定そのものの計算精度が，断面水路で行われるものに比べて劣ると考えられる．

b) 砕波によるエネルギー減衰の妥当性

砕波によって失われる波エネルギーを数値的に再現することは，砕波後の波浪変形を計算する上で非常に重要である．現在の砕波モデルでは式（3.84）で表される運動量拡散項がこれに当たる．また渦動粘性係数 νは，一

様勾配斜面上の砕波によって生じる波高減衰を再現することを目標として式（3.85）のように与えられる．しかしながら，これらは砕波によるエネルギー減衰機構を完全に説明するものではないので，本来，砕波による波高減衰と同時に考慮されるべき，ラディエーションストレスの減少に伴う平均水位上昇や海浜流の生成などの再現

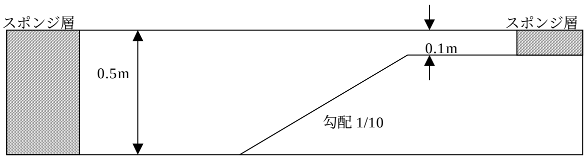


図-4.27 斜面上の砕波変形を対象とした数値水路

性は保障されていない．

また式（3.85）は砕波波向に対する海底勾配 s を変数として含んでいるため，水平床や逆勾配斜面上で生じる砕波変形はモデル上考慮されていない．したがって，リーフ上の進行波や防波堤・護岸前面の部分重複波などの砕波変形は計算されない．

さらに平面波浪場では，式（3.85）に含まれる線流量の振幅を与えることが非常に困難である．すなわち，x 方向および y 方向の線流量からなる流量ベクトルの向きが時々刻々と変化する場合には，振幅を定義することが難しい．したがって砕波判定と同様，平面波浪場における砕波減衰の計算精度は，断面水路によるものに比べて劣ると考えられる．

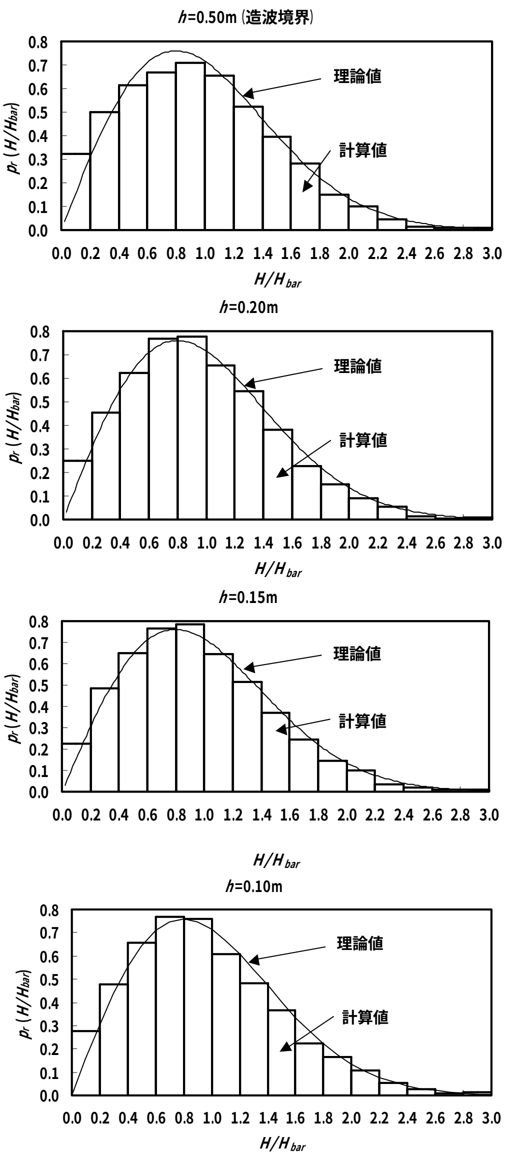


図-4.28 斜面上における波高頻度分布の変化
（$H_{1/3}$=3cm，非砕波）

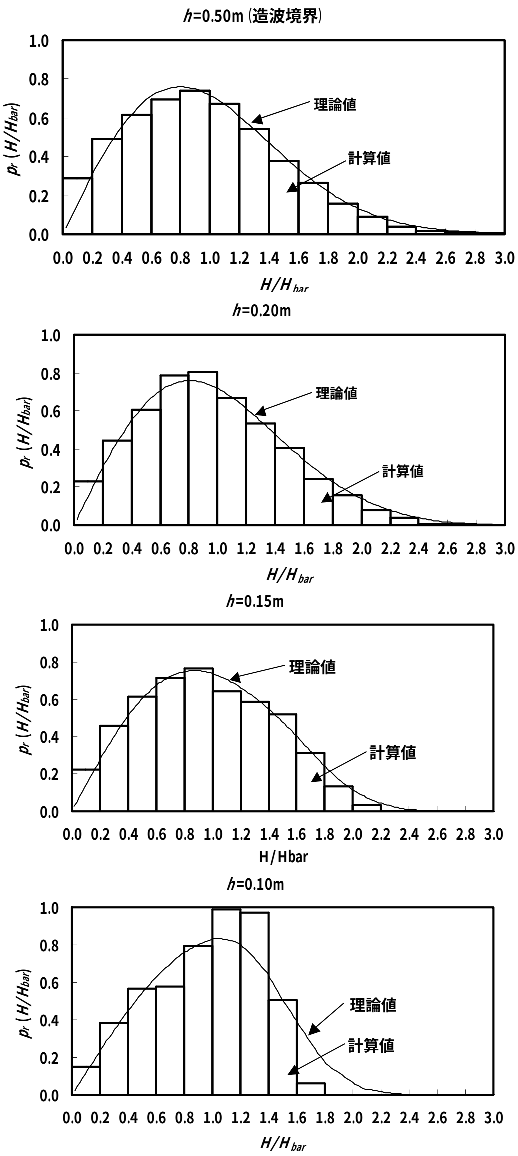


図-4.29 斜面上における波高頻度分布の変化
（$H_{1/3}$=10cm，h=0.15～0.10m の斜面上で砕波）

c) 砕波モデルによる波高分布の再現性

以上の考察から，現在の砕波モデルにおける厳密な適用範囲は，断面水路内の一様勾配斜面上における進行波の砕波による波高減衰に限られることがわかる．そこでこの場合の計算精度について検証する．

砕波計算に用いた数値水路を**図-4.27** に示す．造波境界の水深は 0.50m とし，数値計算の発散を防ぐために設けられる斜面岸側の最小水深は 0.10m とした．ここで，斜面勾配は 1/10 とし，数値水路の沖側および岸側にはスポンジ層による透過境界（無反射境界）を設置した．

斜面に入射する波は，造波境界において，有義波高 $H_{1/3}$=3cm と 10cm, 有義波周期 $T_{1/3}$=1.5s, 成分波数 N_s=200, および修正ブレットシュナイダー・光易型スペクトルを有する 2 種類の不規則波とした．一方，砕波判定に用いる流速波速比 γ_b は，入射波の不規則性を考慮して 0.64（規則波に対する流速波速比 γ_b=0.8 の 80%）と設定した．なお，差分計算において，空間格子間隔は Δx=0.10m，計算時間間隔は Δt=0.05s とした．また，不規則波の統計的性質を満足するために，各波浪計測点において 5000 波以上の波数を含む時系列データを出力した．

有義波高 $H_{1/3}$=3cm および 10cm とした場合に，斜面上の各地点（水深 h=0.50m（造波境界），0.20m，0.15m，および 0.10m）で計測される波高の頻度分布をそれぞれ**図-4.28** および**図-4.29** に示す．図中の実線は合田（1975）によって示された，砕波による波高変化モデルにおける波高頻度分布の理論値である．一方，棒グラフはブシネスクモデルによる計算値である．なお図の横軸には，平均波高 H_{bar} で除した無次元波高を用いた．

まず両図より，造波境界に与えられた 2 種類の入射波の波高頻度分布は，それぞれレーリー分布にほぼ等しく，不規則波の統計的性質がよく現れていることが確認される．次に，斜面上で砕波を生じない有義波高 $H_{1/3}$=3cm の場合の計算結果（**図-4.28**）をみると，いずれの水深においても，数値計算で得られる波高頻度分布は合田による理論値とよく一致している．これらは，斜面上の浅水変形による不規則波の波高頻度分布の変化が，ブシネスクモデルによって精度よく計算されることを示している．一方，斜面上の水深 h=0.15～0.10m の間で砕波する $H_{1/3}$=10cm の場合の計算結果（**図-4.29**）では，砕波帯より沖側に位置する水深 h=0.15m までは，非砕波のときと同様に，波高頻度分布の計算値は合田による理論値とよく一致していることがわかる．しかしながら，砕波帯内に位置する h=0.10m の地点では，波高頻度分布に関する計算値と理論値は H/H_{bar}=1.0 付近より高波浪側でかなり異なっている．すなわち数値計算では，理論値と比較して，H/H_{bar}=1.4 より大きい波高に対する確率密度 $p_r(H/H_{bar})$は急激に低下し，かわりに H/H_{bar}=1.0～1.4 に属する波高に対する確率密度 p(H/H_{bar})が増加している．

これらは次のような理由によるものと考えられる．つまり，現在の砕波モデルにおける砕波判定はある一定の流速波速比 γ_b（ここでは，γ_b=0.64）をしきい値として行われているため，数値計算では，個々の波における流速波速比がこの値を越えると一斉に砕けるように計算される．一方，理論値や合田による砕波式（1973）では，実際の砕波をうまく説明するためにある幅を有する砕波限界値を採用している．理論値において，砕波限界近傍の波高頻度分布が比較的なだらかに分布しているのはこのためである．

流速波速比による砕波判定では，これらは γ_b 値にある幅を持たせることに対応すると思われる．つまり，式（3.82）において長波の波速で代表されている砕波時の波速を，砕波直前で実際にみられる非線形な波の波速，すなわち，個々の波の有限振幅性によって変化する波速に置き換えることに相当すると考えられる．

(2) 新たな砕波モデルに課せられる汎用性

平面波浪場の砕波計算への適用を目的とした新たな砕波モデルの開発にあたり，克服すべき課題をまとめるとおよそ次のようである．

① 砕波時の物理的現象を考慮した客観的な砕波判定指標を用いること．

流速波速比による砕波判定では，実際の砕波変形を再現するために,計算対象とする地形や波浪条件に応じて，γ_b 値をできるだけ客観的に設定する必要がある．しかしながら，これには十分な知識と経験を必要とする．

② 砕波の向きや海底勾配に依存しない砕波モデルであること．

一般に，平面波浪場において砕波の向きを知ることは極めて難しい．多方向波が入射する場合や反射波が存在する場合にはなおさらである．逆に，これらの条件が満たされた砕波モデルでは，多方向波や重複波の砕波変形を適切に考慮できる可能性がある．

③ 多方向波や重複波の砕波変形を考慮できる砕波モデルであること．

現実の港湾や海岸を対象とした波浪変形計算では，波の多方向性や重複波の形成を無視し得る計算条件はむしろ少ない．実務におけるブシネスクモデルの汎用性を高めるためには，このような砕波モデルの開発が必須であると考えられる．また，防波堤や護岸，あるいは自然地形の前面で形成される（部分）重複波の砕波が適切に算

定されることは，浅い海域での異常な水位低下による計算の発散を抑制することが期待されるため，数値計算の安定上，極めて重要であると考えられる．

④　砕波による波のエネルギー減衰が客観的に考慮され，砕波後の水位変動や流速変動が再現されること．

現在の砕波モデルでは，渦動粘性による運動量拡散によって，砕波による波高減衰を表現するため，砕波後の流れ場を定量的に再現することが難しい．そこで，砕波後の波高のみならず，砕波後の平均水位上昇や海浜流れの生成などを定量的に再現するためには，砕波による波エネルギー減衰に関する物理機構を可能な限り客観的にモデル化することが必要である．

⑤　大きな計算負荷を必要とせず，かつ比較的簡単なモデルであること．

砕波による波のエネルギー減衰を最も客観的にモデル化する方法は，乱流モデルなどを用いて砕波における水粒子の運動を詳細に解析することである．しかしながら，個々の水粒子運動をすべて計算することは，平面波浪場を対象とした場合には，現在の計算機の性能上，非現実的であるといわざるを得ない．

これらの課題を解決する研究が，現在多くの研究者によって進められている．

灘岡ら（1996）は，Euler の運動方程式から厳密に導かれた鉛直圧力勾配式によって，砕波時の時刻とその位置を判定する方法を示し，その精度を模型実験によって検証した．この砕波判定法は，砕波の方向に依存せずに砕波の有無を判定する有力な手段となり得ると考えられる．

また，大山・長谷部（2001）は，ブシネスクモデルのような水深積分型の波動モデルと乱流モデルを組み合わせた砕波計算手法の開発を進めている．この方法では，砕波時の乱流計算を実施する分だけ計算時間の増大が見込まれるものの，砕波変形を除く波浪変形計算は平面２次元モデルで実施されるため，比較的効率的な演算が可能であると思われる．一方，平山・原（2002）は，砕波のメカニズムを詳細に解析する代わりに，ブシネスクモデルにおいて，砕波を時空間的に捉え，時間経過に応じてその中で生じるエネルギー減衰を客観的に算定する計算法の開発を進めている．この方法における利点は，砕波の方向に依存せず，かつ，砕波減衰量を調整する不確定パラメータを用いることなく，砕波後の波浪変形を定量的に計算できることである．また，砕波計算のための新たな計算時間をほとんど必要としないことから，将来的に平面波浪場における多方向波の砕波変形に適用されることが大いに期待される．

【 参考文献 】

有川太郎・磯部雅彦（1997）：非線形緩勾配方程式を用いた砕波判定法の適用性，海岸工学論文集，第 44 巻，pp.91-95.

有川太郎・磯部雅彦（1999）：非線形緩勾配方程式を用いた任意反射率を持つ構造物周辺の入・反射波浪共存場の解析，海岸工学論文集，第 46 巻，pp.56-60.

石井敏雅・磯部雅彦・渡辺晃（1994）：有理式近似に基づく緩勾配不規則波動方程式を用いた平面２次元波浪場計算，海岸工学論文集，第 41 巻，pp.6-10.

今村文彦・後藤智明（1986）：差分法による津波数値計算の打ち切り誤差，土木学会論文集，第 375 号，pp.241-250.

岩垣雄一（1987）：最新海岸工学，森北出版，pp49-55.

岩瀬浩之・見上敏文・後藤智明（1998）：非線形分散波理論を用いた実用的な津波計算モデル，土木学会論文集，第 600 号／Ⅱ-44，pp.119-124.

Eric Cruz・横木裕宗・磯部雅彦・渡辺　晃（1993）：非線形波動方程式に対する無反射境界条件について，海岸工学論文集，第 40 巻，pp.46-50.

大山　巧・長谷部雅伸（2001）：砕波による渦度供給を考慮した砕波帯内の波・流れ場のモデル化，海岸工学論文集，第 48 巻，pp.121-125.

喜岡渉・柏原謙爾・相川久紀・田中正博（1996）：多方向不規則波による港内副振動の予測モデルとその適用性，海岸工学論文集，第 43 巻，pp.196-200.

合田良実（1973）：防波堤の設計波圧に関する研究，港研報告，第 12 巻，第 3 号，pp.31-69.

合田良実（1975）：浅海域における波浪の砕波変形，港湾技術研究所報告，第 14 巻，第 3 号，pp.59-106.

合田良実・柿崎秀作（1966）：有限振幅重複波ならびにその波圧に関する研究，港研報告，第 5 巻，第 10 号，pp.1-57.

合田良実・鈴木康正・岸良安治・菊地治（1976）：不規則波実験における入・反射波の分離推定法，港湾技研資料，No248，24p.

近藤淑郎（1981）：直立消波構造物の水理的特性，1981 年度（第 17 回）水工学に関する夏期研修会講義集，B コース，B-1，16p.

近藤淑郎・竹田英章(1983):消波構造物,森北出版,275p.

佐藤慎司・M.Kabiling（1993）：Boussinesq 方程式を用いた三次元海浜変形の数値計算，海岸工学論文集，

第 40 巻，pp.386-390.
首藤伸夫（1974）：非線形長波の変形－水路幅，水深の変化する場合－，第 21 回海岸工学講演会論文集，pp.57-63.
鄭　培喜・余　錫平・磯部雅彦（1998）：Boussinesq 方程式に対する高次数値計算モデルの開発，海岸工学論文集，第 45 巻，pp.21-25.
土木学会海岸工学委員会研究現況レビュー小委員会（1994）：海岸波動，(社)土木学会，pp.146-175.
灘岡和夫・大野修史・栗原　礼（1996）：波動場の力学状態に基づく砕波過程の解析と砕波条件，海岸工学論文集，第 43 巻，pp.81-85.
平山克也・加藤雅也・平石哲也（1999）：ADI 差分法を用いたブシネスクモデルの打切り誤差解析，海岸工学論文集，第 46 巻，pp.86-90.
平山克也（2001a）：ブシネスクモデルにおける透水層内の波浪減衰を考慮した任意反射境界処理法の開発，海岸工学論文集，第 48 巻，pp.26-30.
平山克也（2001b）：ブシネスクモデルにおける任意反射境界処理法を用いた非線形部分重複波の計算，港空研報告，第 40 巻，第 4 号，pp.3-48.
平山克也・平石哲也（2001）：ブシネスクモデルにおける透水層を用いた任意反射境界処理法の開発，港湾技術研究所報告，第 40 巻，第 1 号，pp.3-30.
平山克也・原　信彦（2002）：時間領域の擬似段波モデルに基づく砕波モデルの開発，海岸工学論文集，第 49 巻（印刷中）.
Madsen, O. S. and S. M. White (1975) : Reflection and transmission characteristics of porous rubble mound breakwater, *Tech. Rept*. No.207, Parsons Lab., Dept. of Civil Engrg., MIT.
Madsen, Per A. and Ole R. Sørensen (1992) : A new form of the Boussinesq equations with improved linear dispersion characteristics. Part2. A slowly-varying bathymetry, *Coastal Eng.*, 18, pp.183-204.
Nwogu, Okey (1993) : Nonlinear transformation of multi-directional waves in water of variable depth, *J. Fluid Mech*, pp.1-31.
Wei, O. and J.T., Kirby (1995) : A fully nonlinear Boussinesq model for surface waves, Part1. Highly nonlinear unsteady waves, *J. Fluid Mech.*, Vol.294, pp.71-92.

5．水理模型実験の多様化と数値波動水槽の開発

造波装置を用いた水理模型実験は，対象海域における波浪変形や港湾・海岸構造物に作用する波力等を理解する上で極めて有効な手段である．近年における港湾の大規模化や沖合展開，あるいは海の波に対する理解が進むにつれて，これらを対象とした多様な水理模型実験が実施されるようになっている．一方，波動理論に基づく波浪変形計算手法の進展には目を見張るものがあり，かつては水理模型実験によって明らかにされてきた事象のいくつかは，計算機を用いた数値実験によって再現することが可能になってきている（磯部ら，1999）．そこで本章では，多様化する波浪問題に対応するために新たに開発されたＬ型配置多方向不規則造波装置（デュアル・フェース・サーペント）の造波性能について検証するとともに，ブシネスクモデルを用いた波浪変形計算によって水理模型実験を再現する数値波動水槽の開発に向けてその実現性を検討する．

5.1 多方向不規則波に対する有効造波領域の拡張

一様な水深の水槽内において，多方向不規則波や斜め規則波が目標どおり造波される領域は一部に限られる．この領域を有効造波領域という．波浪実験に用いる対象模型の大きさや配置は，この有効造波領域の広さと形状に制約される．したがって水理模型実験を効率よく実施するためには，目標波の主波向や方向集中度によって異なる有効造波領域を正しく理解することに加え，水槽内にできるだけ広い有効造波領域を確保することが重要である．ここでは，水槽内に確保される有効造波領域の簡易な推定方法について述べる（Hiraishi et al.，1998）．

(1) 有効造波領域の考え方

簡単のために，長方形水槽の１つの長辺に沿って，多方向不規則波造波装置が一直線に配置されている造波水槽を考える（**図-5.1**）．造波面に対して垂直な波向を 0°とし，反時計回りを正とする．主波向 θ_p，方向集中度 S_{max} の多方向不規則波を造波するとき，この水槽内に出現する有効造波領域の広さと形状を推定する．

星型アレイ（**図-2.9**）によって水槽内のある地点で計測された多方向不規則波が造波目標とした方向スペクトルを有するためには，様々な波向を有するすべての成分波が造波され，かつそれらが計測地点に到達していなければならない．本稿では，これらの条件を満たす計測地点の集まりを多方向不規則波の有効造波領域と定義する．

ある成分波の振幅や周期に関する造波限界は，造波板の駆動距離や駆動速度によって決まると考えられる．2.2 で紹介したデュアル・フェース・サーペントでは，造波水深 1m における最大発生波高は 30cm（規則波），造波周期は 0.7s～30s（波向 0°）である（**表-2.4** 参照）．一方，成分波の波向に関する造波限界は，造波板の幅と成分波の波長との関係によって次のように与えられる．

仮に造波面に沿う波向まで造波できるものとすると，造波可能な波向の範囲は-90°から+90°となる．ところが，造波する波長 L に対して造波板の幅 b が十分小さくない場合には，目標とする波向 θ と垂直な方向へ進む２次波が発生することが知られている．それぞれ独立した造波板からなるサーペント型造波装置に対する実用的な２次波の発生条件として，Biesel（1954）は次式を提案している．この条件は Biesel limit とよばれる．

$$\frac{b}{L} \leq \frac{1}{\sqrt{2}+\sin\theta} \tag{5.1}$$

式（5.1）から，２次波の発生を防ぐための造波限界波向を得ることができる．**図-5.2** は，造波板の幅 b=60cm，造波水深 h=70cm の条件で微小振幅規則波を造波した場合，その周期に対する造波限界波向の変化を示したものである．この図は，幅 60cm の造波板を有するサーペント型造波装置において，水深 70cm では，周期 0.7s の斜め規則波を造波することができず，また逆に，周期 1.0s 以上の斜め規則波を造波する場合には，-90°から+90°

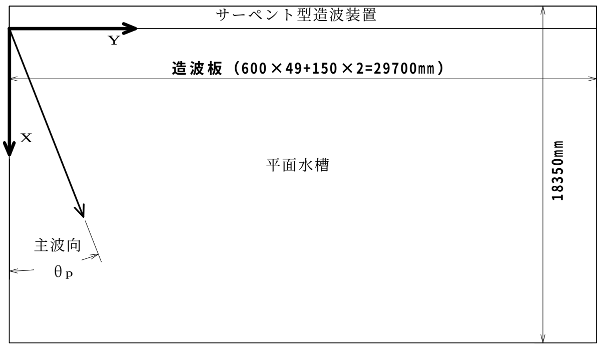


図-5.1 サーペント型造波装置（直線配置）

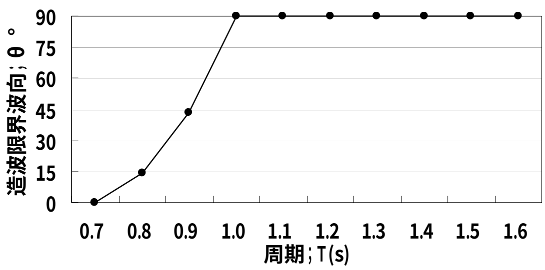


図-5.2 造波限界波向の変化（b=60cm，h=70cm）

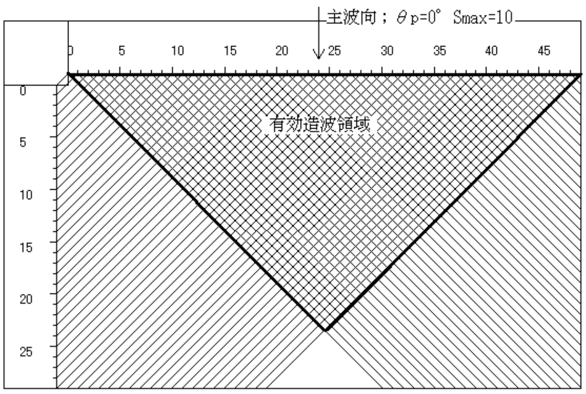
の範囲の波向に対して２次波の発生を考慮する必要がないことを示している．したがって成分波の周期が十分長い場合には，有効造波領域の推定において Biesel limit による波向の造波限界は±90°として良いと考えられる．

ところで，造波すべき成分波の波向は，多方向不規則波の波エネルギーに対する方向集中度によって異なる．既に示した**図-2.4** によると，例えば S_{max}=10 では，主波向 θ_p=0°の多方向不規則波の波エネルギーはほぼ-90°から+90°の範囲に分布している．したがって 100%の波エネルギーを造波するためには，この範囲の波向を有するすべての成分波を造波しなければならないことがわかる．

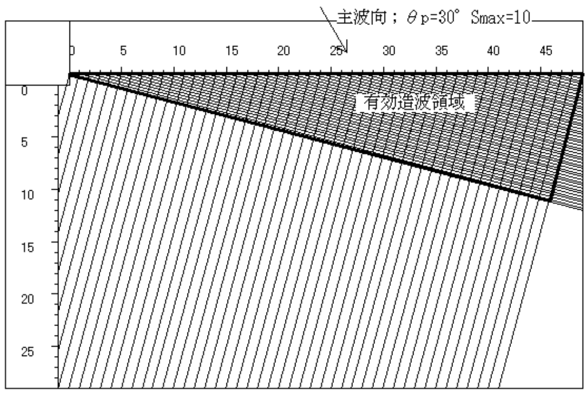
しかしながら，例えば主波向が θ_p=30°の多方向不規則波の成分波は, -60°から+120°の範囲の波向を有すると考えられる．このとき，+90°から+120°の波向の成分波は**図-5.1** に示した造波装置によって造波することは不可能である．したがってこの場合には，100%の波エネルギーを有する多方向不規則波の有効造波領域は存在しないことになる．しかし実際の水槽内では，このときにもある程度の精度で多方向不規則波が造波されていると考えられるので，実用上の有効造波領域の推定には少々不都合である．

そこで本稿では，多方向波の波エネルギーのうち 80%以上が造波されれば造波目標とした方向スペクトルが再現できたと考えることにする．すると**図-2.4** より，例えば S_{max}=10 の多方向不規則波の成分波の波向は，主波向を中心に θ=±45°の範囲で造波されれば良いと考えることができる．先程の主波向が θ_p=30°の場合で考えると，造波すべき成分波の波向は-15°から+75°の範囲に分布するので，有効造波領域が定義できるようになる．さらに主波向を θ_p=60°とした場合には，成分波の波向の範囲は+15°から+105°となり，やはり造波困難な波向が生じるようになる．この場合には再現される波エネルギーが 80%に満たないので，有効造波領域は定義されない．

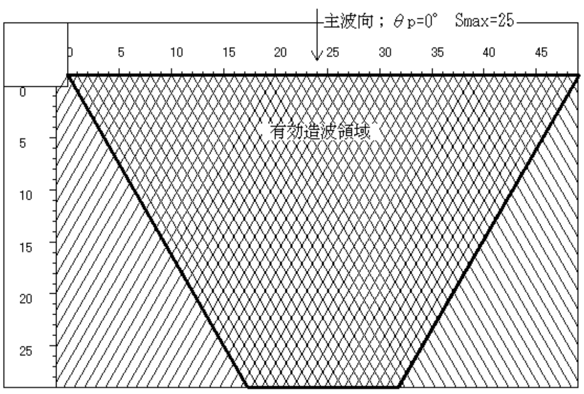
同様に**図-2.4** より, S_{max}=25 および S_{max}=75 の多方向不



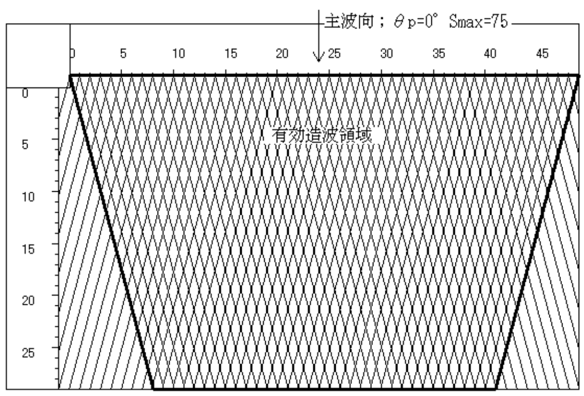
(a) 主波向； θ_p=0°，方向集中度；S_{max}=10



(b) 主波向； θ_p=30°，方向集中度；S_{max}=10



(c) 主波向； θ_p=0°，方向集中度；S_{max}=25



(d) 主波向； θ_p=0°，方向集中度；S_{max}=75

図-5.3 直線配置サーペント型造波装置の有効造波領域

規則波の成分波の波向が，主波向を中心にそれぞれ θ=±30°，θ=±15°の範囲で造波されれば，**図-5.1** に示した水槽内に有効造波領域が定義できるものとする．したがって，有義波周期が十分に長い多方向不規則波の有効造波領域の有無は，主波向 θ_p と成分波の波向 θ の和が，サーペント型造波装置による波向の造波限界±90°の範囲内にあるかどうかで判断できる．さらに有効造波領域の広さや形状は，造波装置によって造波される成分波の波向線を水槽内に描き，それらが互いに交差する領域を調べるという，幾何学的なアプローチによって比較的簡易に推定することが可能である．

図-5.1 に示した水槽を対象として，以上の方法によって描かれた多方向不規則波の有効造波領域を**図-5.3** に示す．一般に，一直線に配置されたサーペント型造波装置の有効造波領域は，造波面を底辺とする三角形で表される．有効造波領域の面積は，三角形の頂点が水槽内にある場合には三角形の面積に一致し（**図-5.3(a)**），水槽外にある場合には造波面と向かい合う水槽壁を上辺とする台形の面積となる（**図-5.3(c)**，**(d)**）．三角形の高さ，あるいは台形の上辺の長さが大きいほど，有効造波領域の面積は大きくなるので，方向集中度 S_{max} が大きいほど，広い有効造波領域を確保することができる．一方，主波向を 30°傾けた**図-5.3(b)**では，θ_p=0°のときに比べ，有効造波領域がかなり小さくなっている．これは，成分波の造波角度が大きくなり，三角形の頂点が造波面の近傍に現れるためである．

(2)　Ｌ型配置多方向不規則波造波装置の造波領域

直線配置されたサーペント型造波装置では，特に多方向不規則波の方向集中度が小さい場合（**図-5.3(a)**）や主波向が造波面に対して垂直でない場合（**図-5.3(b)**）において，水槽の大きさに占める有効造波領域の割合が小さくなる傾向にある．これらは，造波面となす角が小さな波向の成分波を含む多方向不規則波ほど顕著である．しかし，その造波面に対して垂直な辺からみると，そのような成分波の波向はその辺に対して垂直に近い．すなわち，その辺から造波される成分波は水槽内の広い範囲へ伝搬すると考えられる．

平石・金澤（1995）は，水槽を拡幅して造波装置の総延長を延ばす代わりに，造波装置をコの字型に配置して，水槽の複数面から造波するマルチ・フェイス多方向不規則波造波装置を提案した．彼らが行った検証実験によって，水槽内の有効造波領域が拡大されることが確認されたが，マルチ・フェイス造波法の適用性を高めるためには，造波面が互いに垂直に交わるコーナー部の造波方法に更なる工夫が必要であることが示された．

既に 2.2 で述べたＬ型配置多方向不規則波造波装置（デュアル・フェース・サーペント）は，これらの研究成果を参考に開発された．コーナー部に装着された連結板は，滑らかな波峰を有する斜め波の造波を可能にした．また互いにヒンジ結合された造波板は，Biesel limit による２次波の発生を抑制するための工夫である．

以下では，デュアル・フェース・サーペントが設置された水槽（**図-2.6**）を対象として，２つの造波面を連動して制御する「マルチ・フェース・モード」による有効造波領域の出現特性を明らかにする．

方向集中度 S_{max}=10 の多方向不規則波において，主波向 θ_p を 0°，30°，45°，60°および 90°としたときに水槽内で得られる有効造波領域をそれぞれ**図-5.4(a)**～**(e)**に示す．また，方向集中度 S_{max}=25，主波向 θ_p=45°としたときに得られる有効造波領域を**図-5.4(f)**に示す．図中の太い矢印（P）は主波向を示し，細い矢印は 80% 以上の波エネルギーを造波するために必要な造波限界波向を示す．さらに，細い矢印に併記された（F）または(S)の記号はそれぞれ，その波向が **F**irst Face（以下，(F)）または **S**econd Face（以下，(S)）によって造波されることを示している．

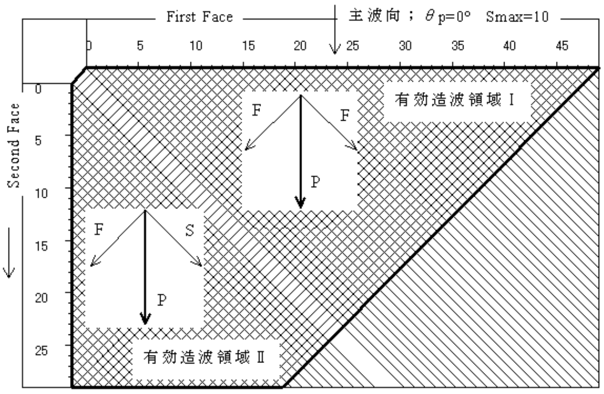
図-5.4(a)に示した有効造波領域のうち，(F)のみによって造波される成分波からなる有効造波領域Ⅰは，**図-5.3(a)**に示した有効造波領域に対応している．したがって，(F)と(S)によってそれぞれ造波される成分波からなる有効造波領域Ⅱは，サーペント型造波装置をＬ型に配置することにより新たに拡張された領域であることがわかる．すなわちこの場合の有効造波領域は，領域Ⅰと領域Ⅱを加えた多角形の形状を有する．

同様に，**図-5.4(b)**における有効造波領域Ⅰは，**図-5.3(b)**のそれに対応している．ここで注目すべき点は，(F)と(S)によって拡張される有効造波領域Ⅱの面積である．すなわち，直線配置されたサーペント型造波装置によって確保される有効造波領域は，多方向波の主波向を 0°から傾けるほど小さくなる．これに対し，Ｌ型配置された造波装置では，主波向を傾けることによって領域Ⅱの面積が大きくなるために，逆にほぼ水槽全域を有効造波領域とする多方向波の造波が可能になる．

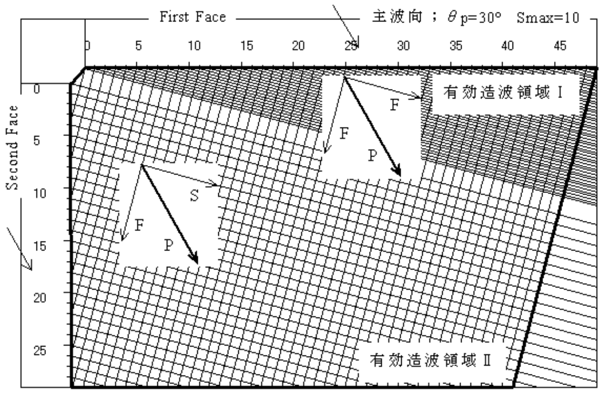
したがって，Ｌ型配置サーペント型造波装置における有効造波領域が最も広くなるのは，両方の造波面に対して主波向を同じだけ傾けた θ_p=45°の場合であると考えられる．実際，**図-5.4(c)**は，(F)と(S)が分担して成分波を造波することにより得られる有効造波領域Ⅱが，水槽全域に広がっていることを示している．

主波向が 45°より大きくなると，(F)のみによって

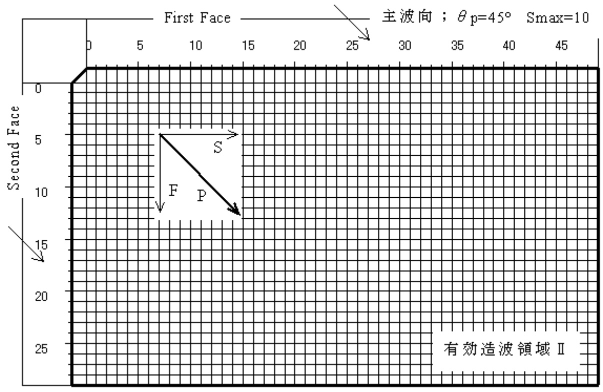
80%の波エネルギーを有する多方向不規則波を造波することが困難となる．したがって**図-5.4(d)**では，有効造波領域Ⅰは消滅し，代わりに(S)のみによって多方向波を造波する有効造波領域Ⅲが現れるようになる．このとき(S)から造波される成分波の一部は(F)に向かって伝搬するので，精度の高い造波を実現するためには(F)の造波面による反射を抑制する必要がある．これは，(F)によって造波された成分波の一部が(S)に向かって伝搬する場合も同様である．そこで前述のデュアル・フェース・サーペントでは，すべての造波板前面に設置された波高計群で水面変動を計測し，伊藤ら（1994）による斜め波の吸収理論を用いて造波板のピストン運動をリアルタイムに制御することにより，多方向不規則波の吸収造波を実現している．



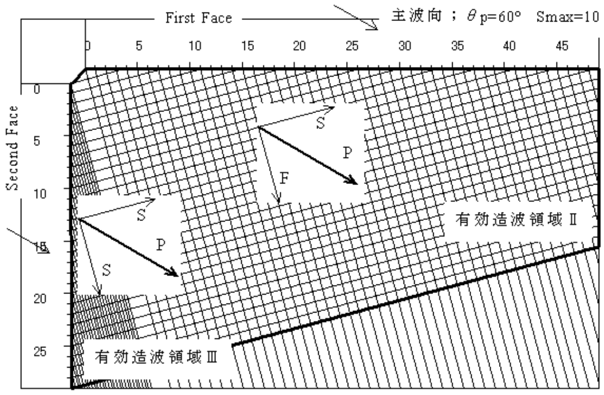
(a) 主波向；θ_p=0°，方向集中度；S_{max}=10



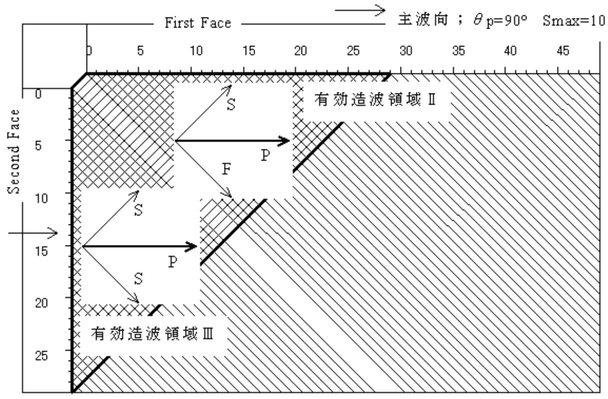
(b) 主波向；θ_p=30°，方向集中度；S_{max}=10



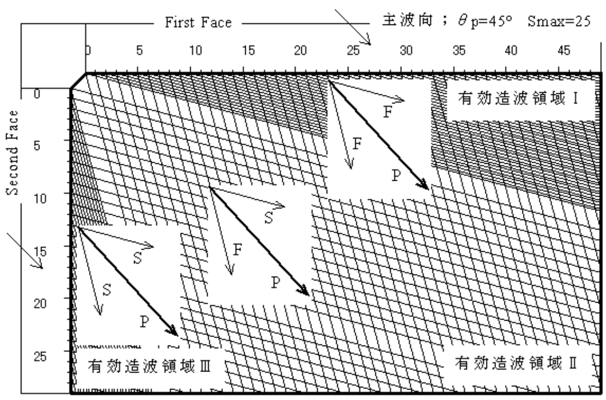
(c) 主波向；θ_p=45°，方向集中度；S_{max}=10



(d) 主波向；θ_p=60°，方向集中度；S_{max}=10



(e) 主波向；θ_p=90°，方向集中度；S_{max}=10



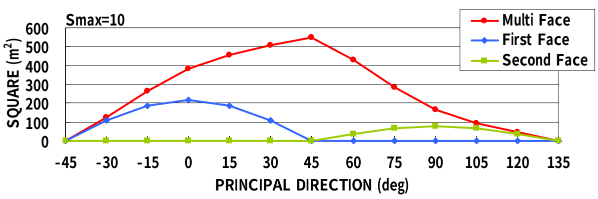
(f) 主波向；θ_p=45°，方向集中度；S_{max}=25

図-5.4　L型配置サーペント型造波装置の有効造波領域

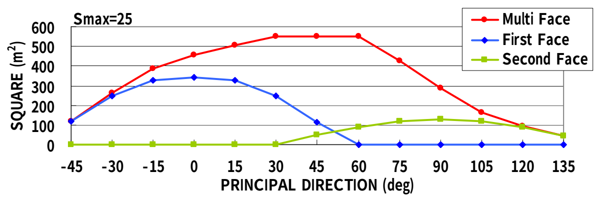
主波向 θ_p=90°とした**図-5.4(e)**は，(S)にとって最も多方向不規則波を造波しやすい条件である．このとき得られる有効造波領域の面積は，これに対応する(F)にとって有利な造波条件である**図-5.4(a)**のそれに比べ，明らかに小さくなっている．これは，(S)の設置長が(F)のそれに比べ短い，すなわち，領域Ⅲにおける三角形の底辺の長さが領域Ⅰのそれよりも短いためである．

一方，**図-5.4(f)**は**図-5.4(c)**と同様，L型配置サーペント型造波装置において最も広い有効造波領域を確保できる主波向 45°の場合である．S_{max}=10 のときには(F)および(S)によって確保される有効造波領域Ⅱによって水槽全域を有効造波領域とすることができた．一方，S_{max}=25 あるいは S_{max}=75 の多方向不規則波では，有効造波領域Ⅰ～Ⅲによって水槽全域を覆う有効造波領域が確保されることがわかる．

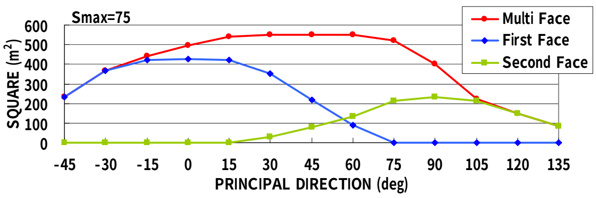
図-5.5 は，主波向 θ_p による有効造波領域の面積の変化を，方向集中度 S_{max} ごとに示したものである．(F)あるいは(S)による単独造波によってそれぞれ確保される



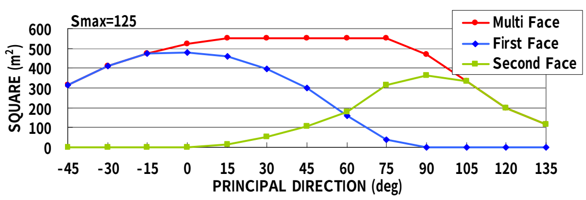
(a) S_{max}=10



(b) S_{max}=25



(c) S_{max}=75



(d) S_{max}=125

図-5.5 有効造波領域の面積変化

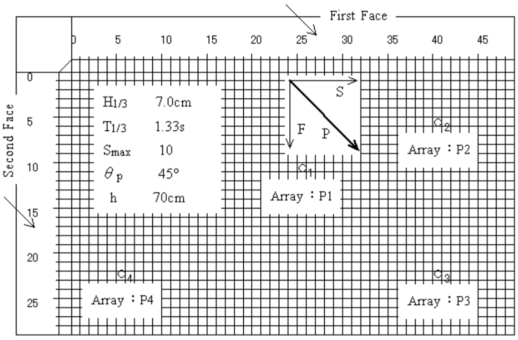
有効造波領域の面積は，主波向がそれぞれの造波面に対して垂直である場合に最大となっている．また，(F)および(S)を連動して造波したとき（**M**ulti Face，以下(M)）に確保される有効造波領域の面積は，主波向がそれぞれの造波面に対して等しく傾くとき，すなわち，θ_p=45°の場合に最大となっている．**図-5.5(a)～(d)**より，方向集中度が大きいほど全体的に広い有効造波領域を確保できることがわかる．水槽全域の面積は約 550m^{2}であることから，方向集中度が S_{max}=25 より大きい多方向不規則波を(M)によって造波したときには，主波向が θ_p=45°より大きい，または小さい場合にも，水槽全域に有効造波領域を確保できることがわかる．

ところで，以上のように得られた有効造波領域の形状や広さは，幾何学的な方法によって簡易に推定されたものに過ぎない．そこで，実際にデュアル・フェース・サーペントによって造波された多方向不規則波を水槽内の複数地点で計測し，造波目標スペクトルに対するそれらの再現性を検討した結果を**図-5.6** に示す．

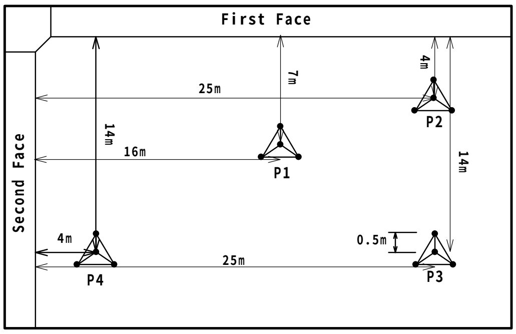
造波実験は，水槽全域で有効造波領域が確保されると推定された**図-5.4(c)**（θ_p=45°，S_{max}=10）の多方向不規則波を対象に実施した．目標波の有義波高は $H_{1/3}$=7.0cm，有義波周期は $T_{1/3}$=1.33s である．また成分波数は 1024 波とし，造波水深は h=70cm で一定とした．

図-5.6(a)および**(b)**はそれぞれ，方向スペクトルを計測するために設置された波高計アレイ（P1～P4）の位置と前述の方法で推定した有効造波領域を示す．各地点での計測結果を示した**図-5.6(c)～(f)**では，上段に周波数スペクトルが，下段に二次元方向スペクトル（式(2.10)）がそれぞれ太実線で描かれている．データサンプリング時間は 0.05s とし，解析には，601 番目のデータから数えた 8192 点を用いた．なお，細線は造波目標スペクトル，点線は後述する数値波動水槽による計算結果から得られた周波数スペクトルおよび二次元方向スペクトルである．

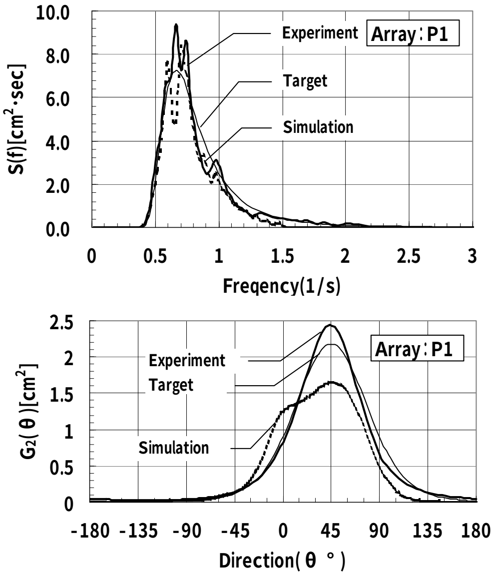
FFT 法によって解析された周波数スペクトルをみると，各地点ともに目標スペクトルをよく再現していることがわかる．本来，計測地点 P1～P4 は，いずれも目標波の 80%の波エネルギーを再現することを目標としたときに有効造波領域となる地点である．にも関わらず，目標波のほぼ 100%の波エネルギーを造波できた理由は，造波信号の作成時に後述するスペクトル修正を実施したためである．一方，EMEP 法によって解析された（二次元）方向スペクトルは，各地点ともに目標スペクトルをよく再現している．これらは，造波された多方向不規則波の方向分散性の再現性に関して，周波数スペクトルを修正したことによる影響がほとんどないことを示している．



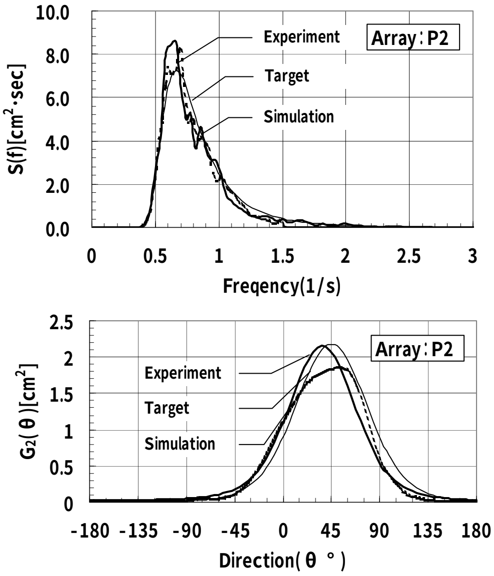
(a) 波浪条件と有効造波領域



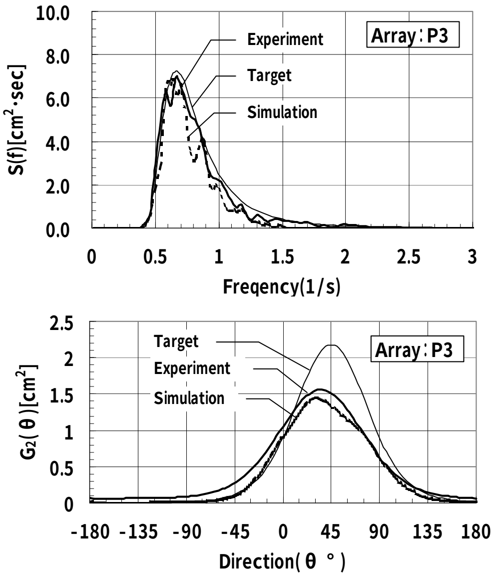
(b) 波高計アレイの配置



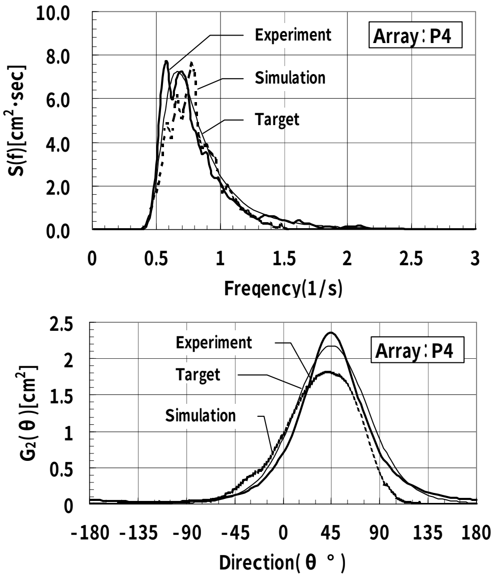
(c) 計測地点：P1



(d) 計測地点：P2



(e) 計測地点：P3



(f) 計測地点：P4

図-5.6 有効造波領域内の周波数スペクトル：*S(f)*と二次元方向スペクトル：$G_2(\theta)$の再現性

以上の結果から，幾何学的手法を用いた有効造波領域の簡易推定法は，実際の有効造波領域の広さや形状をよく表していると考えることができる．

(3) 数値波動水槽の開発

本稿において，NOWT-PARI，Ver4.6β（３章）やその改良版（４章）として述べたブシネスクモデルでは，入射波の水位と流量フラックスの時系列データを造波境界に与え，それらの計算領域内への伝搬を時々刻々に計算することにより,計算領域における波浪変形を算定する．このような計算過程は，造波装置を用いた模型実験の実施過程と非常によく似ている．そこで，平面模型実験を補完する，あるいは平面模型実験の代替として実施する数値計算の波浪変形計算モデルを，本稿では特に，数値波動水槽と呼ぶことにする．数値波動水槽と実際の実験水槽との間には，次のような対応関係がある．

すなわち，ブシネスクモデルの造波境界に与える水位変動と流量フラックス変動は，模型実験における造波板のピストン運動に対応している．数値計算において造波板の幅よりも小さな計算格子を用いることにより，互いにヒンジ結合された造波板の動きを近似的に表現することができる．また水槽内の波の伝搬や変形は，弱分散・弱非線形の水面波の運動を記述することができるブシネスク方程式によって計算され，模型実験と同様に，水槽内の任意地点の水位変動や流速変動を計測することができる．さらに消波護岸模型や水槽壁前面の消波工などによる波の反射は，透水層による任意反射境界処理法を用いて客観的に再現される．これらの計算過程は，CG 技術を用いたアニメーションで眺めることが可能である（**図-3.38**）．これは，実験風景をビデオ撮影することに相当するほか，実際には直接眺めることが難しい現象を視覚的に捉えることなどに役立つと考えられる．

ところで，前述のデュアル・フェース・サーペントとその実験水槽に対する数値波動水槽を開発するためには,造波境界をＬ型に配置することに加えて，多方向不規則波の吸収造波法と造波境界が交わるコーナー部の計算法を確立することが不可欠である．そして，前項で述べたような有効造波領域の拡張がなされなければならない．

このうち，多方向不規則波の吸収造波法には，3.3 で述べた線境界入射法を適用することができる．これは，造波境界より内側の差分格子では，常に入射波のみが与えられるように水位や流速を調整し，造波境界より外側に設置されたスポンジ層では，計算領域から透過される斜め波を吸収するというものである．

一方，デカルト座標によって差分化されたブシネスクモデルの造波境界のコーナー部では，連結板が両造波面に対して斜め方向に前後するデュアル・フェース・サーペントの造波機構を模した計算を実施することは困難である．それでも階段状の造波境界によって連結板による造波をある程度近似することは可能であると思われるが,その設定にはかなりの労力が必要である．そこで簡単のために，本稿では，４辺のうち２辺を造波境界とする計算格子を隣接する２つの造波境界による交点に配置し，これをコーナー部の造波ソースとする方法を用いた．ただしこの方法においても，造波境界の交点付近における線境界入射法の設定には，特に注意を要する．

このようにして設定された数値波動水槽における，現実の模型実験に対する再現性を確認するために，前述した有効造波領域の確認実験で用いた多方向不規則波（**図-5.6(a)**）を対象に，それらの再現計算を実施した．ただし，模型実験と同様に造波水深を 70cm，有義波高を 7cm とすると，コーナー部において瞬時（計算開始後約 4*$T_{1/3}$(s)）に計算が発散した．そこで，数値波動水槽における造波実験では，波の非線形性と分散性の影響は小さいと仮定して，造波水深を 35cm，有義波高を 1cm として計算を実行し，得られた水位や流量フラックスの 7 倍を計算結果とした．造波境界においてこのような処理が必要な原因には，コーナー部の造波ソースの設定方法や，比較的深い水深に対する線境界入射法の適用性などに，未だ問題が残されていることが挙げられる．なお，多方向不規則波に関するその他の波浪条件は模型実験と同様である．

多方向不規則波の数値造波実験において，**図-5.6(b)**の計測地点で得られた周波数スペクトルおよび二次元方向スペクトルは,前述の模型実験結果に重ねて**図-5.6(c)**～**(f)**に点線で示されている．

数値波動水槽では造波装置の造波効率を補正するスペクトル修正は実施されないので，波エネルギーの 80%以上を再現目標とする有効造波領域内で計測された周波数スペクトル値は，目標造波スペクトル値や造波装置を用いた水理実験で計測された周波数スペクトル値に比べ，全体的に小さくなっている．しかし，スペクトル形状はいずれの地点も比較的よく再現されていることがわかる．

一方，目標造波スペクトルに対する二次元方向スペクトルの再現性は，水理実験で得られた方向スペクトルに比べ若干劣っている．この原因には，計算時間の節約のために，造波信号作成時に設定した成分波数や解析に用いたデータ点数を，ともに水理実験のそれらの半分（512波，4096 点）としたことにより，多方向不規則波の確率過程が十分に満足されていない恐れがあるためと考えられる．なお，数値計算において多方向波の非線形干渉を

無視した影響は，造波境界からの波の伝搬距離がそれほど長くないことから，造波実験においてはほとんど考慮する必要はないものと考えられる．

したがって，数値波動水槽による造波実験を，Ｌ型配置多方向不規則波造波装置を用いた水理実験の代替として今後活用していくためには，コーナー部における吸収造波を安定に計算する造波境界を確立するとともに，単位造波時間当たりに要する計算時間の短縮を図ることが必要であると考えられる．

5.2 ２山型方向スペクトルの造波

現地観測手法の高度化や方向スペクトルの推定精度の向上に伴って，現地での方向スペクトルの計測が可能となり，ピーク周波数や主波向の互いに異なる双峰型の方向スペクトルの観測が報告されるようになってきた（永井ら，1992，1993，清水ら，1996）．このような双峰型の方向スペクトルを有する多方向不規則波を, 以下では“ 二方向波浪 ” と記すこととする．さらに，東京湾や大阪湾では，湾内の風波に外海からのうねりが重畳し，しばしば二方向波浪が形成されると考えられている．したがって，今後は，既存護岸の沖合いへの拡張や沖合い人工島のような比較的水深の深い場所での構造物の検討，避泊船舶や大型浮体の運動特性の検討等に関しては，二方向波浪を考慮する必要が生じると考えられる．

(1)　二方向波浪の造波方法と計測方法

これまでに多くの研究機関で波の多方向性を考慮した実験が行われ，造波制御方法や解析手法等が確立されつつあるが，二方向波浪を造波した例は非常に少ない．平口（1992）や池野ら（1994）が二方向波浪を造波した例を示しているが, いずれの場合も主波向の交差角が 30 °〜60 ° と比較的小さなものに限られている．これは１つの造波面から二方向波浪を造波しているためで，同手法では，いわき沖や新潟沖で観測されているような交差角が 90 °〜120 ° と大きい二方向波浪を造波することは出来ない．交差角が 90 ° 以上の二方向波浪を造波するためには，２つ以上の造波面を有する多方向不規則波造波装置が必要となる．

2.2 で紹介したデュアル・フェース・サーペントでは，２つの造波面をそれぞれ独立に制御する「セパレート・フェース・モード」とすることにより，上記のような二方向波浪を造波することが可能である（加藤ら，1999）．この場合には，前述の「マルチ・フェース・モード」において使用したコーナー部の連結板は取り外され，代わりに２つの造波面を分離するＬ型のガイド板が設置される．なお，互いの造波面から直接進行してくるエネルギ

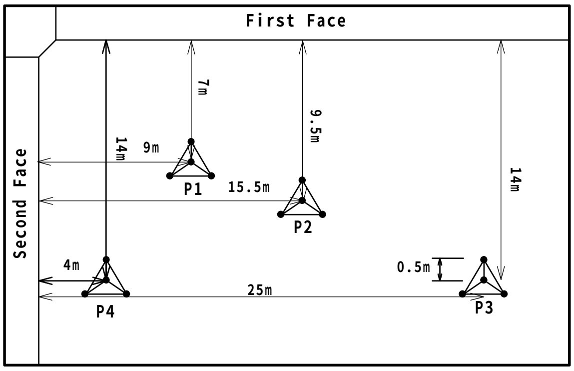
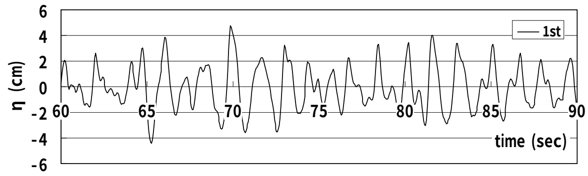
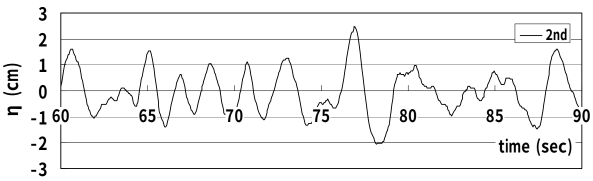


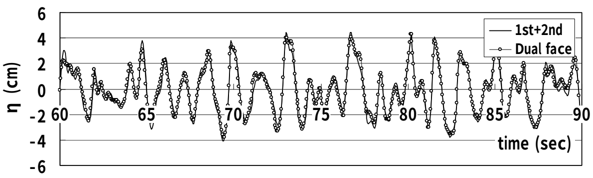
図-5.7 波高計アレイの配置



(a) CASE21（P1 地点）：第１造波面（First Face）



(b) CASE21（P1 地点）：第２造波面（Second Face）



(c) CASE21（P1 地点）：二方向波浪（Dual Face）

図-5.8 吸収造波時の水位変動

表-5.1 二方向波浪の造波実験ケース表

CASE No.	1st				2nd				交差角
	$H_{1/3}$	$T_{1/3}$	S_{max}	θ	$H_{1/3}$	$T_{1/3}$	S_{max}	θ	α
01							75		
02				0			25		90
03							10	90	
11							75		
12							25		105
13	7.0		10	-15	3.5	3.00	10		
21							75		
22							25		120
23							10	105	
31							75		
32							25		105
33		1.33		0			10		
51							75		
52							25	90	90
53			25				10		
62	5.0			-15	5.0	2.00			105
72								105	120
56				0			25	90	90
66			10	-15					105
76								105	120
81							75		
82	7.0		25	0	3.5	3.00	25	90	90
83							10		

ーの大きな斜め波の吸収制御は，マルチ・フェース・モードの場合と同様に実現される．

セパレート・フェース・モードでは，２つの造波面に異なる多方向不規則波やうねりの造波信号を与え，それらを同時に造波することにより，水槽内に二方向波浪を出現させる．造波実験では，**図-5.7** に示した P1～P4 の位置に波高計アレイを設置して二方向波浪の方向スペクトルを測定した．ただし図中の設置位置の座標は，両造波面の交点を原点とし，第２造波面（Second Face）をＸ軸，第１造波面（First Face）をＹ軸としている．また，以下に示す波向 θは，第１造波面の法線方向を 0°とし，反時計回りを正としている．

図-5.8 は，２つの多方向不規則波を単独で造波した場合に水槽内の１地点でそれぞれ得られる水位の時間波形と，それらを線形に重ね合わせて得られる波形と同時に造波したときに計測される波形との比較結果を示したものである．すなわち，**図-5.8(a)**は，第１造波面から，有義波高 $H_{1/3}$=7.0cm，有義波周期 $T_{1/3}$=1.33s，方向集中度パラメータ S_{max}=10，主波向 θ_p=-15°の多方向不規則波を吸収制御機能を用いて造波した場合の P1 点の水面波形である．このとき，第２造波面は斜め波吸収壁とし，吸収制御のみ行っている．同様に，**図-5.8(b)**は，第２造波面から，有義波高 $H_{1/3}$=3.5cm，有義波周期 $T_{1/3}$=3.0s，方向集中度パラメータ S_{max}=75，主波向 θ_p=105°の多方向不規則波を吸収造波した場合の P1 点の水面波形である．さらに，**図-5.8(c)**には，**(a)**と**(b)**に示した波形を同位相で加算したもの（図中の太実線）と，**(a)**と**(b)**の波を水槽内に同時に造波した場合の水面波形（○印付き細線）を比較した結果を示す．図に示すように，両者は良く一致し，波の線形重ね合わせと多方向波に対する斜め波の吸収造波が精度良く行われていることが確認された．

二方向波浪に関する現地観測例を解析すると，周期 6～8s の比較的周期の短い波と周期 10～12s の比較的周期の長い波が共存している場合が多い．また，沖からの入射波と構造物からの反射波の重合や島等の背後での回折波の重合により発生する，比較的ピーク周波数が近い二方向波浪も観測されている．このような現地観測例に基づき設定した実験条件を**表-5.1** に示す．それぞれの多方向波におけるスペクトル形は 2.1 にならい，修正ブレットシュナイダー・光易型スペクトルと光易型方向関数によって決定した．また造波水深は 70cm で一定である．

一方，波の計測には P1～P4 に設置した波高計アレイを用い，全ての実験ケースともに造波開始と同時に水位の測定を開始した．サンプリング時間は 0.05s，データ点数は 5000 点である．これらのうち造波開始 30 秒後以降の 4096 点を用いて，FFT 法による周波数スペクトル解析や，拡張最大エントロピー原理法（EMEP）および拡張最尤法(EMLM)による方向スペクトル解析を実施した．

ところで，データの計測時間が有限であることから，造波信号の乱数列の違いにより多方向不規則波の波群特性が異なることが予想される．**表-5.1** に示した造波実験では，デュアル・フェース・サーペントによる二方向波

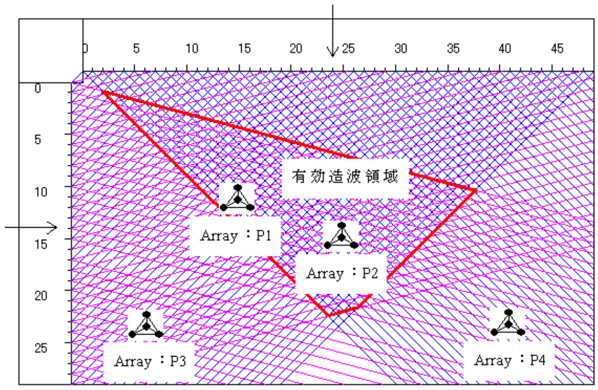


図-5.9 二方向波浪における有効造波領域（CASE01）

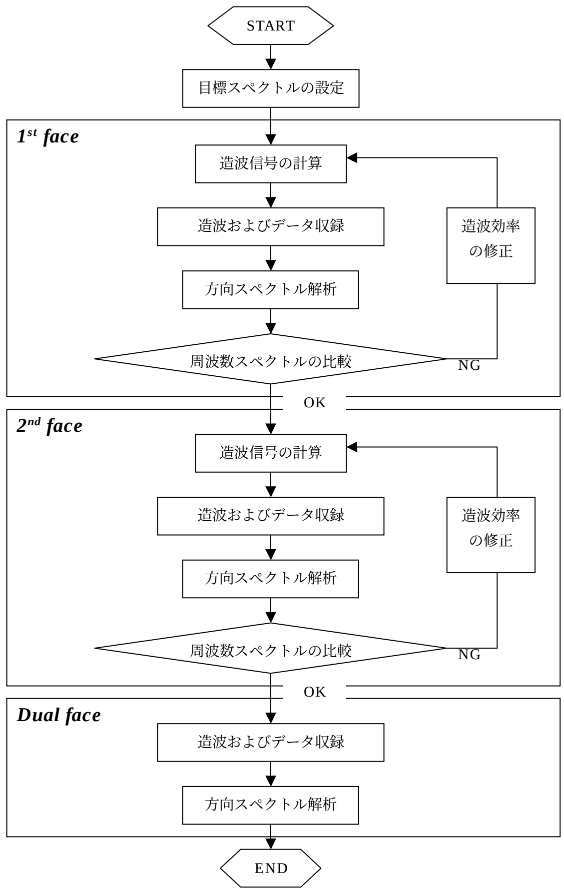
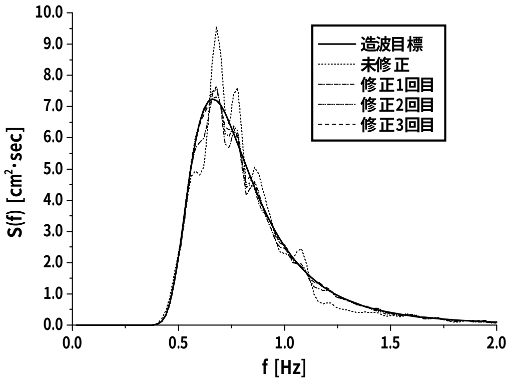


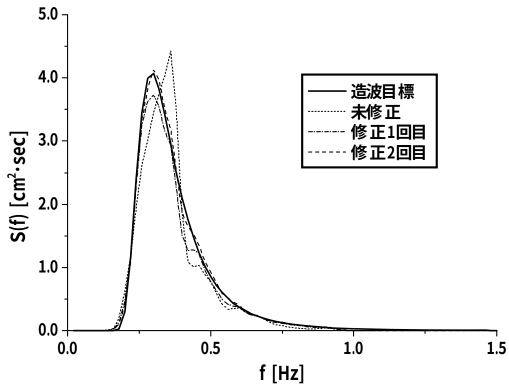
図-5.10 二方向波浪の造波フロー図

浪の基本的な造波特性を調べることを目的としているため，ケースごとに数種の異なる乱数列による予備造波を行い，比較的目標スペクトルとの適合が良い乱数列を採用することとした．

サーペント型造波装置により水槽内に多方向不規則波を造波した場合，波高分布が空間的に変化することが知られている（平口，1992，平石・金澤，1995）．したがって造波実験では，模型の設置位置などの実験対象領域に入射する波の方向スペクトルが目標造波スペクトルと一致するように造波信号を修正する必要がある．これをスペクトル修正という．シングルサンメンション法（2.2 参照）によって造波された多方向不規則波のスペクトル修正は，造波装置による成分波の造波効率を調整することにより実施される．

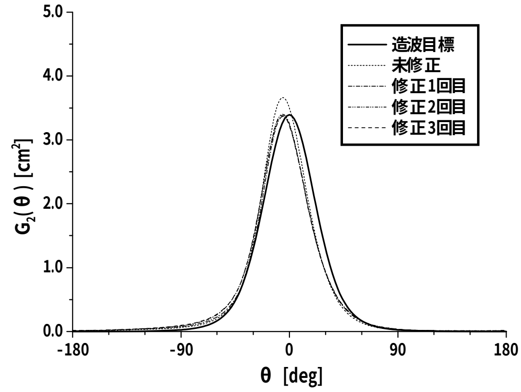


(a) 第 1 造波面（First Face）：CASE82

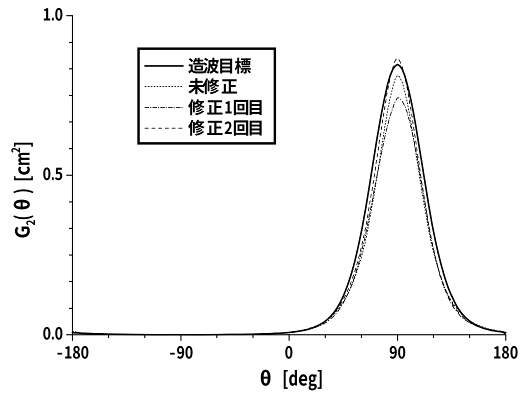


(b) 第 2 造波面（Second Face）：CASE82

図-5.11 スペクトル修正時の周波数スペクトル変化

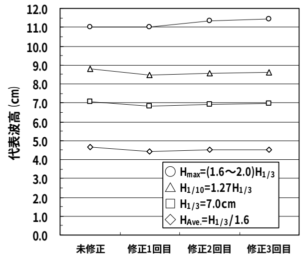


(a) 第 1 造波面（First Face）：CASE82

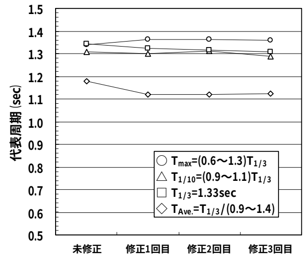


(b) 第 2 造波面（Second Face）：CASE82

図-5.12 スペクトル修正時の方向スペクトル変化

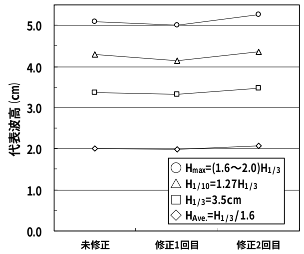


(a) 代表波高の変化

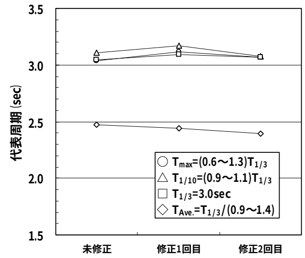


(b) 代表周期の変化

図-5.13 波の統計的性質の変化（第 1 造波面）：CASE82



(a) 代表波高の変化



(b) 代表周期の変化

図-5.14 波の統計的性質の変化（第 2 造波面）：CASE82

本実験では，全ての実験条件で概ね 80%以上の波エネルギーを有する有効造波領域に入ると考えられる，P1 地点で得られた周波数スペクトルを対象にスペクトル修正を行った．なお，二方向波浪の有効造波領域は，それぞれの多方向不規則波の有効造波領域が重なる領域として定義される．**図-5.9** は，二方向波浪における有効造波領域の一例である．

実験は，**図-5.10** に示すフロー図に従って行った．まず，第１造波面から一方の多方向不規則波を造波し，P1 地点で得られた周波数スペクトルを対象にスペクトル修正を実施する．この時，第二造波面は多方向の吸収壁とし，斜め波の吸収制御を行う．次に，第２造波面では，もう一方の多方向不規則波の造波信号に対するスペクトル修正を実施する．最後に，修正された造波信号を用いて２つの多方向不規則波を両造波面から同時に造波し，二方向波浪における方向スペクトルを計測する．

図-5.11 は，CASE82 で実施したスペクトル修正時の周波数スペクトルの変化を示したものである．**図-5.11(a)**は第一造波面，**図-5.11(b)**は第二造波面でそれぞれ得られた周波数スペクトルの修正結果である．両者ともに，計測された周波数スペクトルが目標スペクトルに漸近していく様子がわかる．本研究では，全ての実験条件で２～４回の修正で目標とする周波数スペクトルを得ることができた．

一方，**図-5.12** には，スペクトル修正を実施するごとに得られた二次元方向スペクトル（式（2.10））の変化過程を示す．**図-5.12(a)**は第１造波面，**図-5.12(b)**は第２造波面における結果である．両者ともに，周波数スペクトルの修正に伴い，主波向はほぼ変化せず，二次元方向スペクトルのピーク値が目標値に漸近していることがわかる．さらに，スペクトル修正に伴う波の統計的な性質の変化を，**図-5.13**（第１造波面）および**図-5.14**（第２造波面）に示す．代表波高や代表周期は，ともに周波数スペクトルの修正に伴う変化は小さく，波の統計的な性質はスペクトル修正時においても概ね保存されていることが確認された．

(2) 二方向波浪の方向スペクトル特性

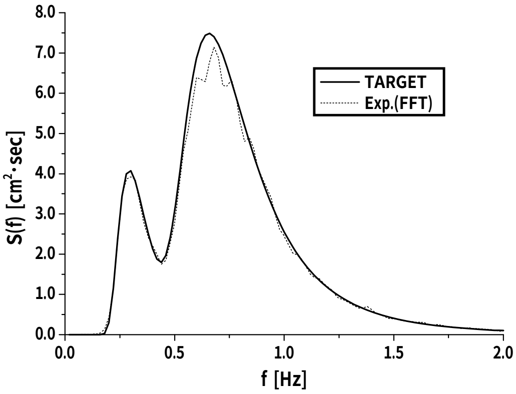
a) 方向分布特性に関する検討

図-5.15(a)～**(c)**に，第２造波面から造波する多方向波（$H_{1/3}$=3.5cm，$T_{1/3}$=3.0s，θ_p=90°）の方向集中度パラメータ S_{max} を変化させた場合の，P１地点における周波数スペクトルの変化を示す．それぞれ，**(a)**は S_{max}=75，**(b)**は S_{max}=25，**(c)**は S_{max}=10 の多方向波を造波した場合である．また第１造波面から造波した多方向波の諸元はいずれも $H_{1/3}$ =7.0cm, $T_{1/3}$ =1.33s, S_{max}=25，θ_p =0° である．第２造波面から造波している低周波数側の波の影響により高周波数側のピーク付近に若干変化が表れているものの，いずれも目標の周波数スペクトルに良く一致している．

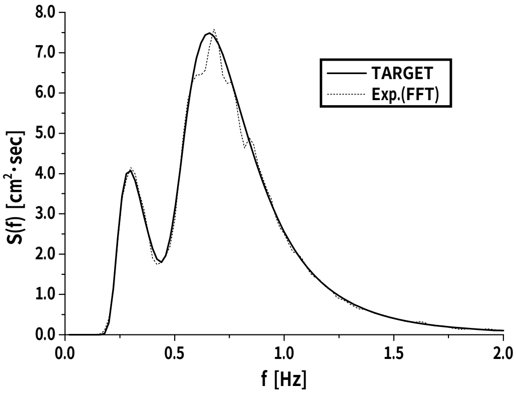
次に，**図-5.15** に示したケースにおける二次元方向スペクトルを**図-5.16(a)**～**(c)**に示す．EMLM による解析結果は，エネルギーが広い範囲に分散し，EMEP による解析結果に比べて θ=0° 付近のエネルギーを小さく算定しているものの，いずれの解析法でも明瞭な双峰型スペクトルが認められる．EMEP による解析結果によれば，第１造波面から造波した θ_p =0° の波の方向スペクトルは，ピーク値が目標値に比べやや小さいものの，第２造波面から造波した波の方向集中度によらず，概ね造波目標スペクトルと一致している．

しかしながら，第２造波面から造波した波の二次元方向スペクトルは，**(b)**に示す S_{max}=25 では発生波の方向集中度は目標値にほぼ一致するが，**(c)**に示す S_{max}=10 では目標値より若干高く，**(a)**に示す S_{max}=75 では目標値より低くなっている．これは，高山ら（1987）が単面のサーペント型造波機で調べた結果に一致している．したがって，このような方向分布特性は，二方向波浪の相互作用によるものではなく，サーペント型造波装置自体の造波特性や方向スペクトルの推定に用いた解析手法の精度によるものと考えられる．特に，S_{max}=75 程度の方向集中度の高い波を造波する場合は，造波面が有限であり斜め波を造波した場合の散乱波が避けられないため，目標となる高い方向集中度を実現することは困難である．したがって実用上は，造波目標とする多方向波の方向集中度が高い場合には，短い造波面で方向集中度の高い多方向不規則波を造波するよりはむしろ，一方向不規則波を造波したほうが良い適用性が得られると考えられる．

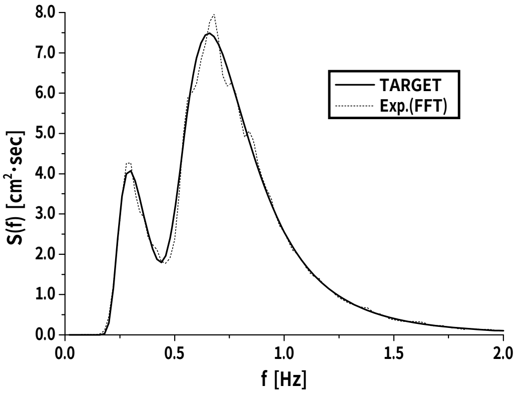
図-5.15 と同様に，第２造波面から造波する多方向波（$H_{1/3}$=5.0cm，$T_{1/3}$=2.0s，θ_p=90°）の方向集中度パラメータ S_{max} を変化させた場合の，P1 地点における周波数スペクトルの変化を**図-5.17(a)**～**(c)**に示す．それぞれ，**(a)**は S_{max}=75，**(b)**は S_{max}=25，**(c)**は S_{max}=10 の多方向不規則波を造波した場合である．また第１造波面から造波した多方向波の諸元はいずれも $H_{1/3}$=5.0cm，$T_{1/3}$=2.0s，S_{max}=25，θ_p=0° である．**図-5.15** の場合に比べて両造波面から造波している多方向不規則波の有義波周期が近いために，造波目標とする周波数スペクトルは，二つのスペクトルが互いに重なる周波数領域が広く，両者のピークの判別がやや不明瞭となる．造波実験で得られた周波数スペクトルは，第２造波面から造波している低周波数側の波の影響により，高周波数側で目標スペクトルの周



(a) 周波数スペクトル：S_{max}=75（CASE81）

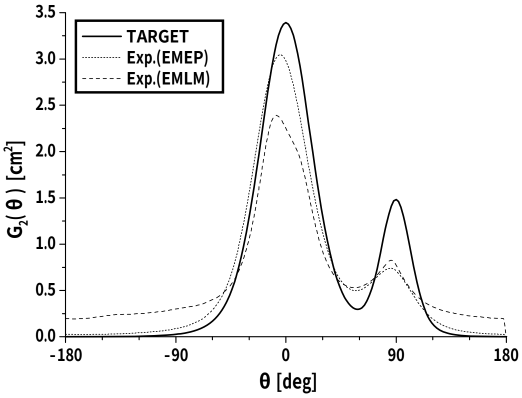


(b) 周波数スペクトル：S_{max}=25（CASE82）

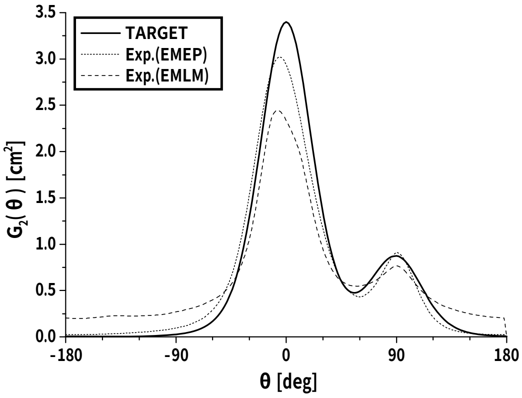


(c) 周波数スペクトル：S_{max}=10（CASE83）

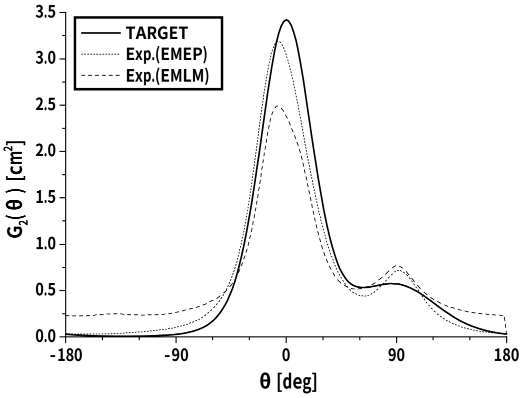
図-5.15　S_{max} の違いによる周波数スペクトルの相違



(a) 方向スペクトル：S_{max}=75（CASE81）

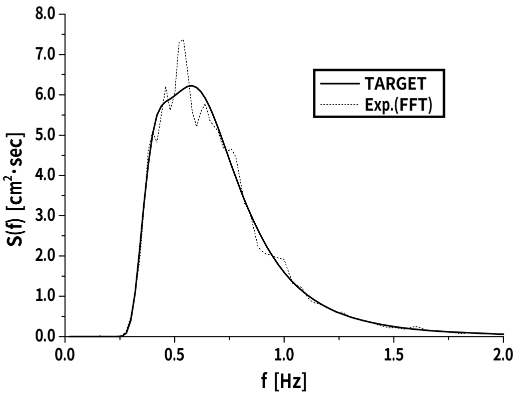


(b) 方向スペクトル：S_{max}=25（CASE82）

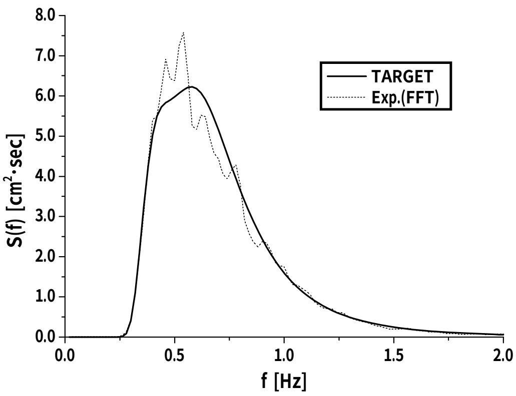


(c) 方向スペクトル：S_{max}=10（CASE83）

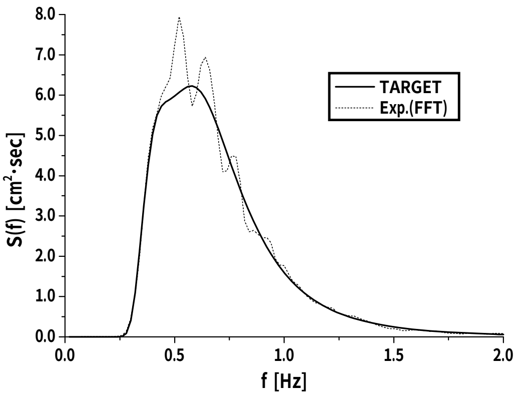
図-5.16　S_{max} の違いによる方向スペクトルの相違



(a) 周波数スペクトル：S_{max}=75（CASE51）

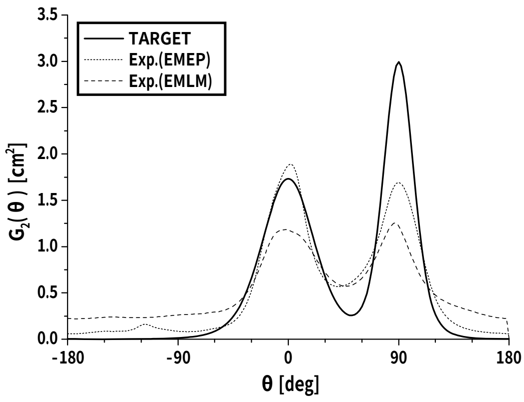


(b) 周波数スペクトル：S_{max}=25（CASE52）

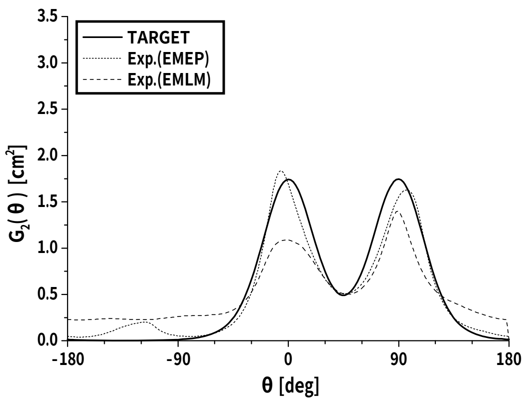


(c) 周波数スペクトル：S_{max}=10（CASE53）

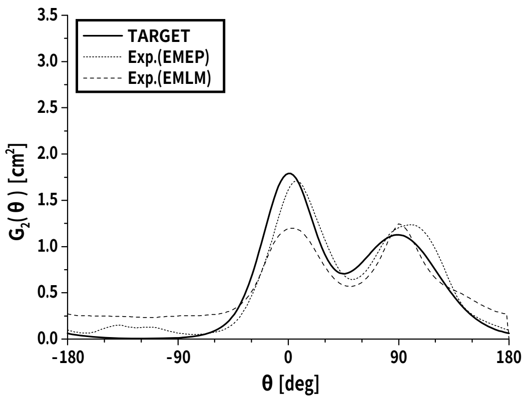
図-5.17　S_{max}の違いによる周波数スペクトルの相違



(a) 方向スペクトル：S_{max}=75（CASE51）



(b) 方向スペクトル：S_{max}=25（CASE52）



(c) 方向スペクトル：S_{max}=10（CASE53）

図-5.18　S_{max}の違いによる方向スペクトルの相違

りを変動するような形状を示すものの，概ね目標の周波数スペクトルに一致している．なお，これらの変動は，波の非線形相互作用によるものではなく，重ね合わされた波の波群特性の違いによるものであると考えられる．

図-5.18(a)～**(c)**には，**図-5.17** に示したケースの二次元方向スペクトルを示す．これらの方向分布特性は，**図-5.16** に示した結果とほぼ同様である．すなわち，このケースでは第１，第２造波面で造波される多方向波の波高が等しいため，それぞれの造波信号における二次元方向スペクトルのピーク値は，方向集中度が相対的に高いとき大きくなるはずである．しかしながら，第２造波面で S_{max}=75 としたとき水槽内で観測される二次元方向スペクトルのピーク値は，S_{max}=75 とした第１造波面による値とほとんど同じであった．なお，EMEP による解析結果において θ=-180°～-90°にみられるエネルギーは，消波工背後の水槽側壁からの反射波によるものである．

b) 波向に関する検討

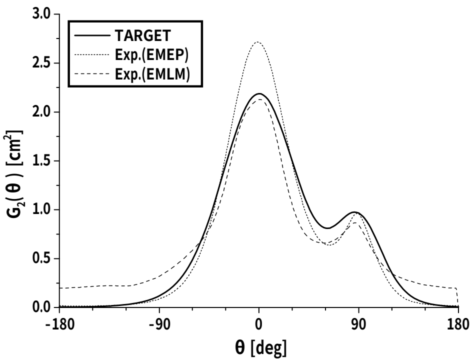
各造波面から造波する多方向波の主波向 θ_p を変化させた場合，P1 点で計測される二方向波浪の二次元方向スペクトルの変化を**図-5.19(a)**～**(d)**に示す．ここで，第１造波面および第２造波面から造波される波浪諸元はそれぞれ，$H_{1/3}$ =7.0cm, $T_{1/3}$ =1.33s, S_{max}=10 および $H_{1/3}$ =3.5cm, $T_{1/3}$ =3.0s，S_{max}=25 であり，主波向 θ_p は，

(a)では，第１造波面：θ_p=0°，第２造波面：θ_p=90°
(b)では，第１造波面：θ_p=-15°，第２造波面：θ_p=90°
(c)では，第１造波面：θ_p=-15°，第２造波面：θ_p=105°
(d)では，第１造波面：θ_p=0°，第２造波面：θ_p=105°

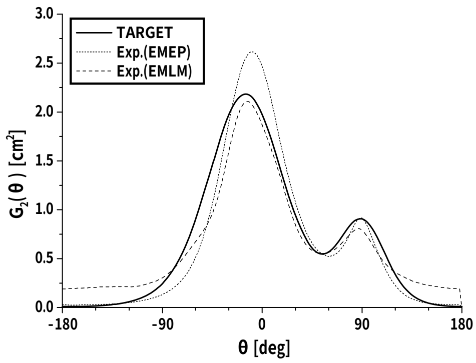
のように変化させた．このようにして得られる二方向波浪における，互いの主波向の交差角は 90°～120°程度である．

前述のように，特に S_{max}=10 として第１造波面から造波された多方向波では，サーペント型造波装置の特性のために，方向スペクトルのピーク値は目標値に比べやや大きめに造波されている．しかしながら，主波向に注目すると，造波面法線方向に造波している場合（**(a)**の両造波面，**(b)**の第２造波面，**(c)**の第１造波面）には，目標の主波向と発生波の主波向は良く一致している．一方，主波向を造波面の法線方向から 15°傾けた場合（**(b)**の第１造波面，**(c)**の両造波面，**(d)**の第２造波面）には，発生波の主波向は目標の主波向よりも若干法線方向よりの角度になっている．

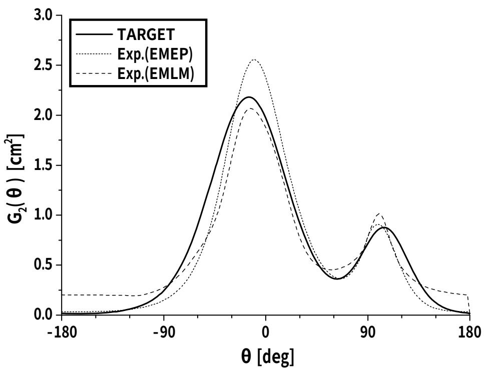
ところで，**図-5.19** に示した二次元方向スペクトルは，



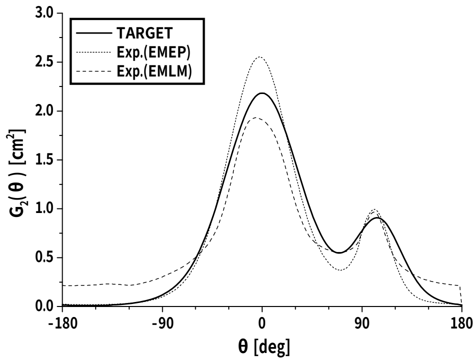
(a) CASE02（第１造波面：θ_p=0°, 第２造波面：θ_p=90°）



(b) CASE12（第１造波面：θ_p=-15°, 第２造波面：θ_p=90°）



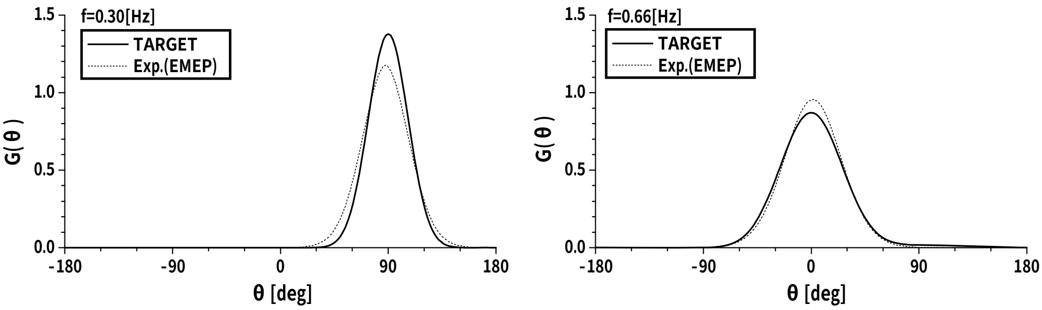
(c) CASE22（第１造波面：θ_p=-15°, 第２造波面：θ_p=105°）



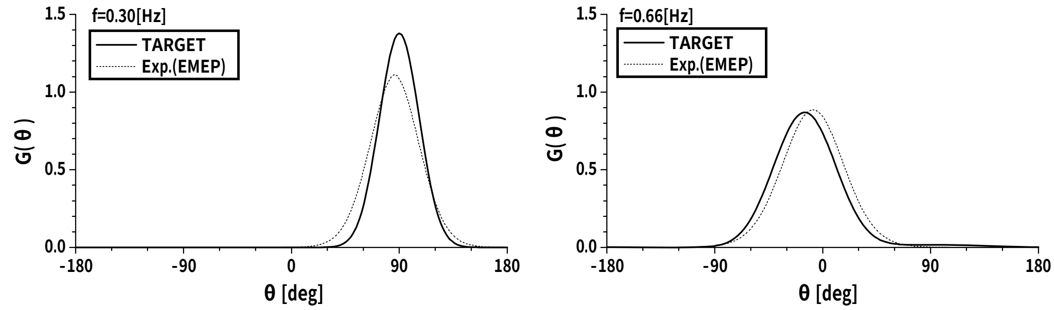
(d) CASE32（第１造波面：θ_p=0°, 第２造波面：θ_p=105°）

図-5.19 主波向の違いによる二方向波浪の方向スペクトルの相違

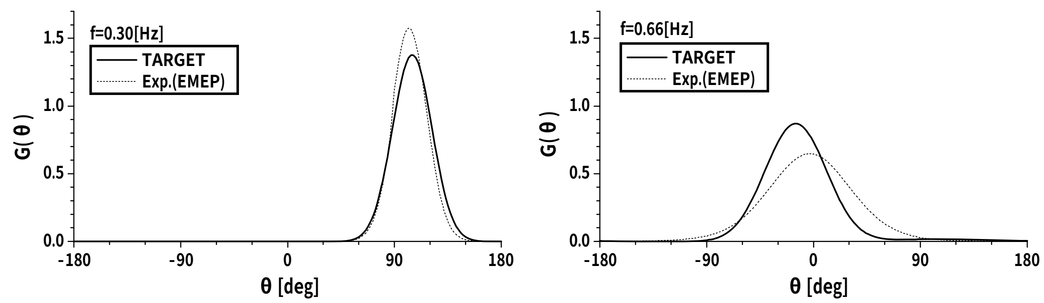
方向スペクトルの周波数方向の平均的な値であるため，厳密には周波数ごとに方向関数を調べる必要がある．そこで**図-5.20** に,**図-5.19** に示した二方向波浪のそれぞれのピーク周波数における方向関数を示す．二次元方向スペクトルと同様，発生波の方向関数のピーク位置は目標の方向関数のそれよりも若干法線方向よりの角度になっ



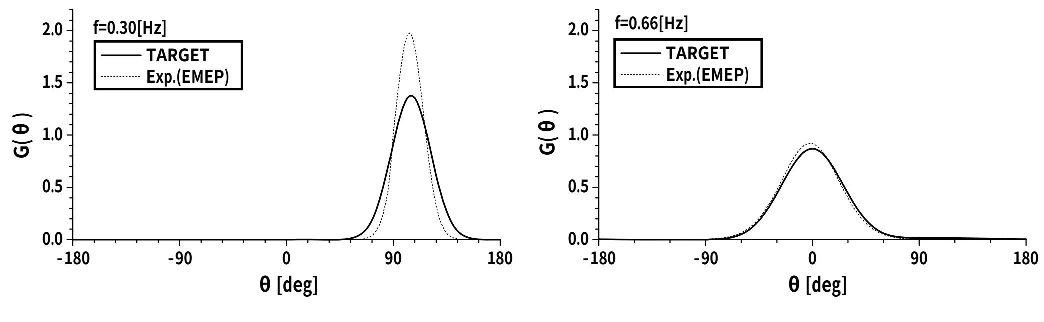
(a) CASE02（第 1 造波面： θ_p=0 °， 第 2 造波面： θ_p=90 °）



(b) CASE12（第 1 造波面： θ_p=-15 °， 第 2 造波面： θ_p=90 °）



(c) CASE22（第 1 造波面： θ_p=-15 °， 第 2 造波面： θ_p=105 °）



(d) CASE32（第 1 造波面： θ_p=0 °， 第 2 造波面： θ_p=105 °）

図-5.20　主波向の違いによる二方向波浪の方向スペクトルの相違

ている．この原因としては，造波機の特性による誤差に加え，波高計アレイの設置誤差，乱数列による波群特性の変動性に伴う誤差，斜め波の造波に伴う散乱波や壁面からの反射波の影響等が考えられる．

図-5.21 には，二方向波浪造波実験における全ての実験ケースで得られた主波向の交差角を示す．設定された交差角と発生波の測定交差角の差は，概ね±10%以内となっている．なお，本研究では行っていないが，乱数列による波群特性の変動性を考慮して，アンサンブル平均等の統計的処理によりさらに誤差を小さくすることが可能である．

c) 方向スペクトルの空間変動に関する検討

以上の検討により，デュアル・フェース・サーペントの有効造波領域内で計測された二方向波浪の方向スペクトルは，造波目標スペクトルを比較的よく再現していることが確認された．そこで，水槽内の複数地点（**図-5.7**）で計測された二方向波浪の方向スペクトルを互いに比較することにより，デュアル・フェース・サーペントによって造波された二方向波浪の空間的な差異について検討した．

図-5.22 は，CASE82 の二方向波浪を造波した場合に，水槽内の各地点（P1～P4）においてそれぞれ計測された二次元方向スペクトルである．図の上方に，幾何学的手法を用いて簡易的に得られる二方向波浪の有効造波領域と波高計アレイの位置関係を示す．CASE82 の場合，P1 地点と P2 地点で計測された二方向波浪の二次元方向スペクトルは，概ね目標値に一致している．しかし，第 1 造波面から造波される多方向波の有効造波領域から外れた P3 地点では，計測された方向スペクトルは 0°～60°の成分波のエネルギーが不足している．また，両造波面におけるいずれの多方向波の有効造波領域からも外れた P4 地点では，計測された方向スペクトルは-60°～0°の成分波のエネルギーが不足しているだけでなく，90°付近の成分波のエネルギーがほとんどみられない．すなわち，第 2 造波面から造波された成分波のエネルギーは P4 地点にほとんど到達していないことがわかる．

同様に，**図-5.23** は，CASE52 の二方向波浪を造波した場合に計測された各地点における二次元方向スペクトルである．P1 地点で計測された二方向波浪の二次元方向スペクトルは，概ね目標値に一致している．しかし，第 2 造波面における多方向波の有効造波領域の境界に位置する P2 地点では，90°を中心に±30°程度の成分波のエネルギーが不足しており，第 2 造波面で造波された成分波が十分に到達していないことがわかる．また，第 1 造波面から造波される多方向波の有効造波領域から外れ

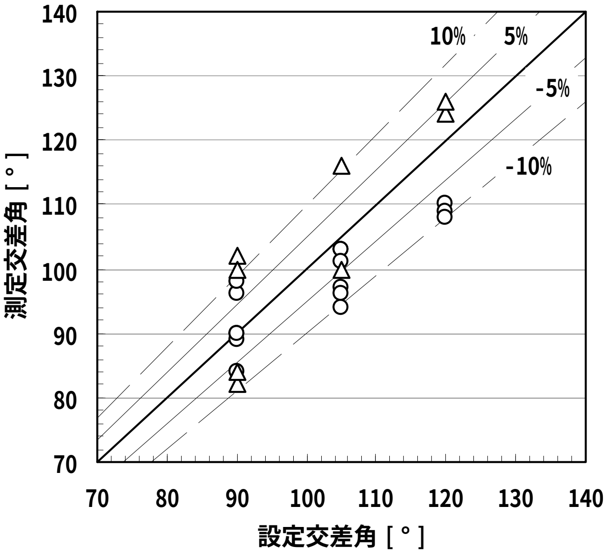


図-5.21 二方向波浪の造波における交差角の再現精度

た P3 地点では，特に 0°～60°の成分波のエネルギーが不足している．さらに両造波面におけるいずれの多方向波の有効造波領域からも外れた P4 地点では，第 1 造波面，第 2 造波面からの成分波のエネルギーがともに不足している．

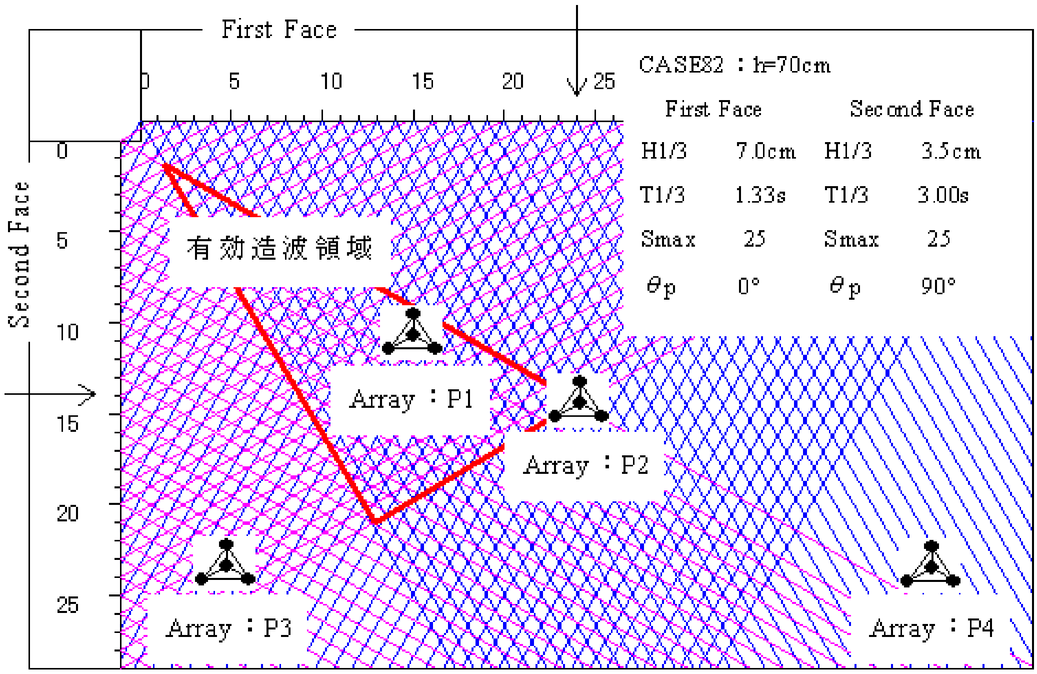
CASE82 および CASE52 の場合に各地点でそれぞれ得られた方向スペクトルを比較すると，特に第 2 造波面における多方向波の有効造波領域から外れる地点（P2 および P4）において，CASE52 では，90°を中心に±30°の成分波のエネルギーが不足する割合が CASE82 に比べて大きい．これは，CASE52 の第 2 造波面で造波される多方向波の有義波周期が CASE82 のそれよりも小さく，サーペント型造波装置における Biesel Limit のために，斜めに造波することが難しい周期の短い成分波をより多く含むためであると考えられる．

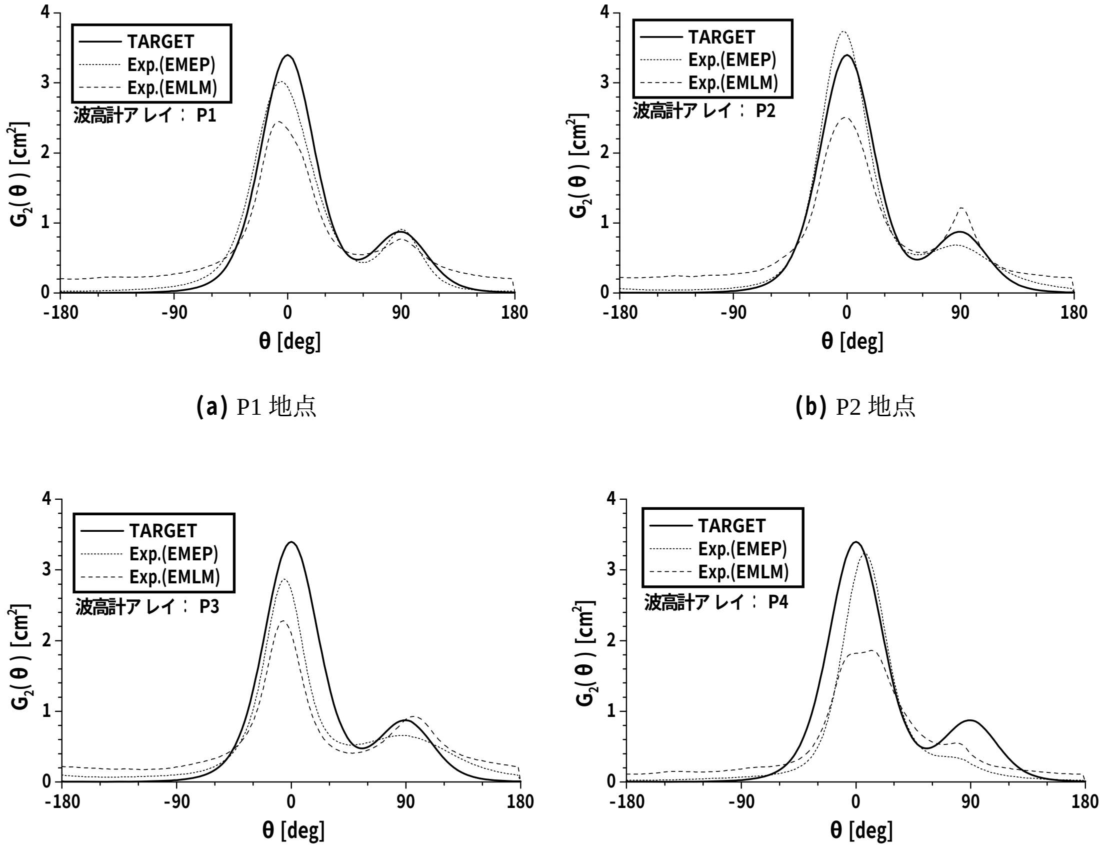
以上の結果は，ここで推定した二方向波浪の有効造波領域の妥当性を示すものである．したがって，異なる多方向不規則波を線形に重ねた二方向波浪に対する有効造波領域は，5.1 で述べた幾何学的な推定手法をそれぞれの多方向不規則波に適用して得られた有効造波領域が，互いに重なる範囲として得られることが確認された．

(3) 現地観測された二方向波浪の再現

a) 現地観測結果に対する目標造波スペクトルの作成

デュアル・フェース・サーペントによって再現する二方向波浪の現地観測結果として，本研究では，**図-5.24** に示す 1995 年 1 月 4 日午前 0 時にいわき沖で観測された二方向波浪，および**図-5.25** に示す 1995 年 10 月 25 日午前 4 時に新潟沖で観測された二方向波浪を取り上げた．

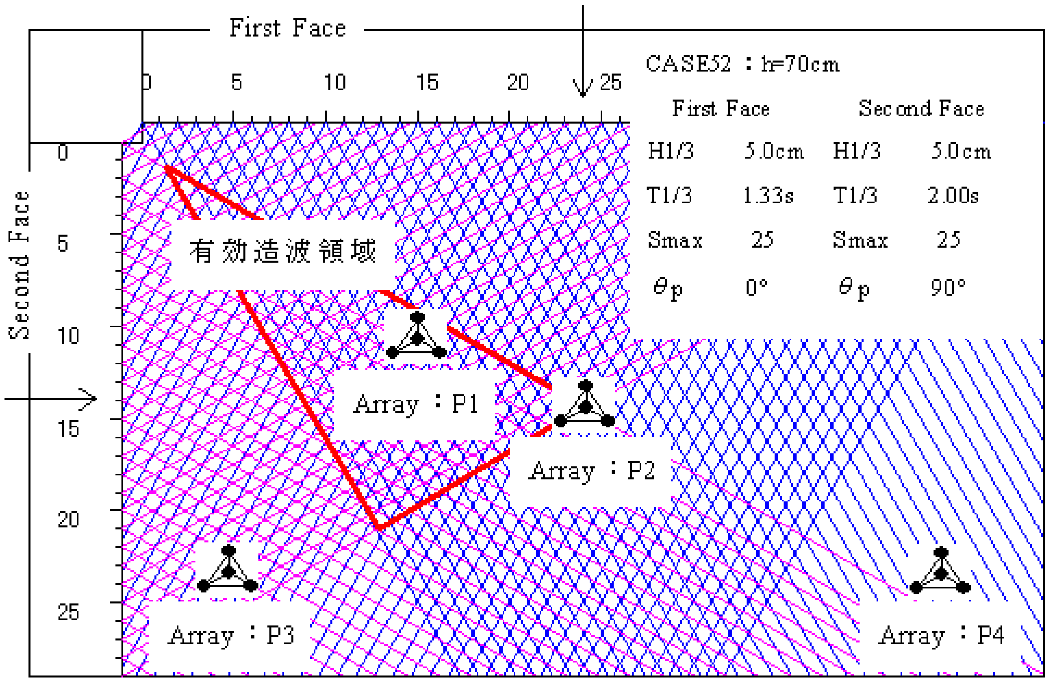


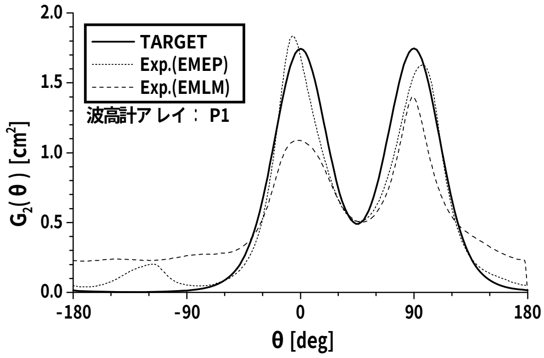


(a) P1 地点　(b) P2 地点

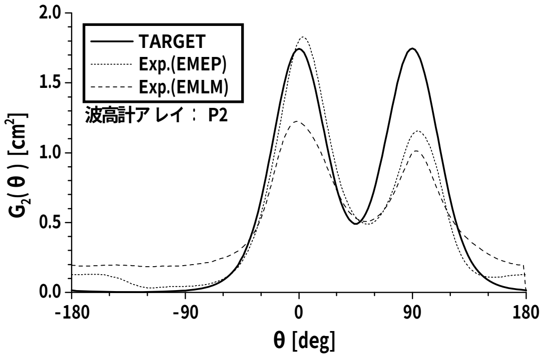
(c) P3 地点　(d) P4 地点

図-5.22　二方向波浪における二次元方向スペクトルの空間変動（CASE82）

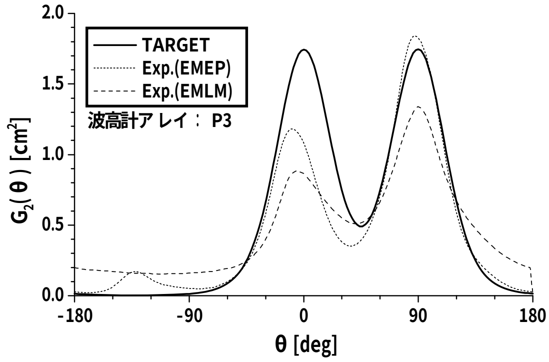




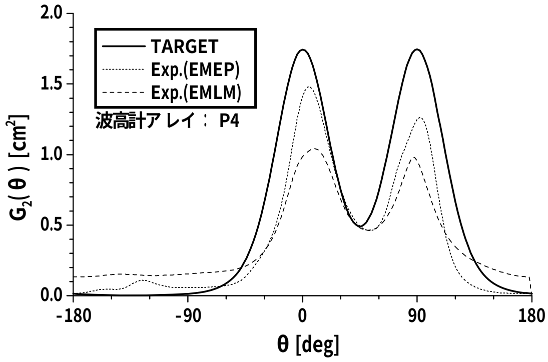
(a) P1 地点



(b) P2 地点



(c) P3 地点



(d) P4 地点

図-5.23 二方向波浪における二次元方向スペクトルの空間変動（CASE52）

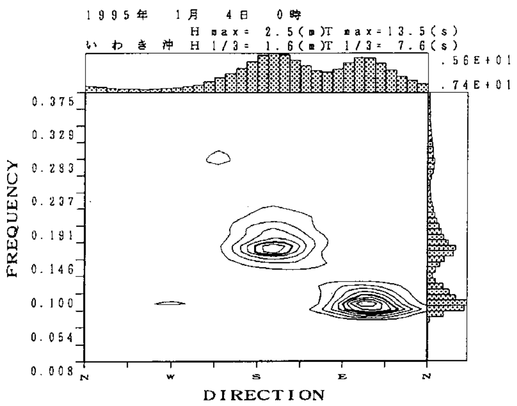


図-5.24 いわき沖で観測された方向スペクトル

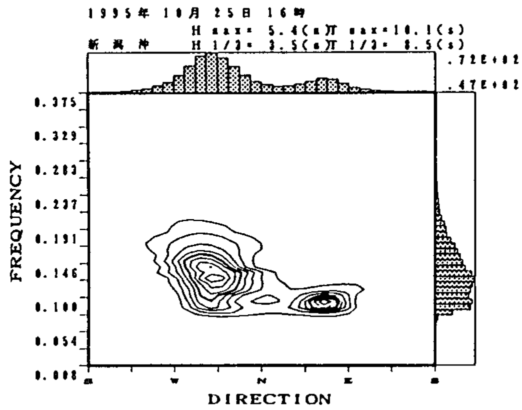


図-5.25 新潟沖で観測された方向スペクトル

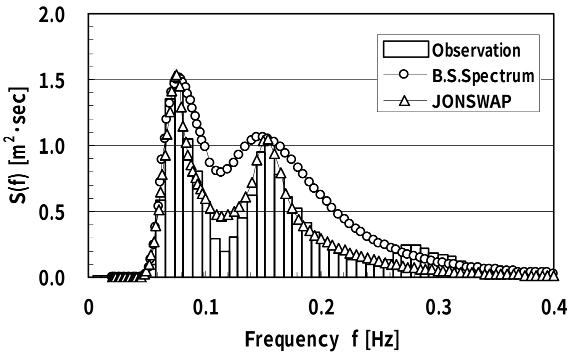


図-5.26 観測データの周波数スペクトル（いわき沖）

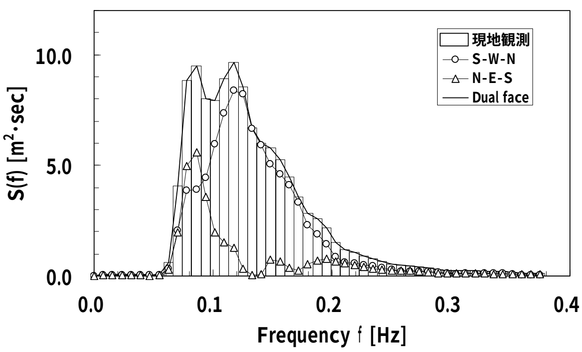


図-5.28 観測データの周波数スペクトル（新潟沖）

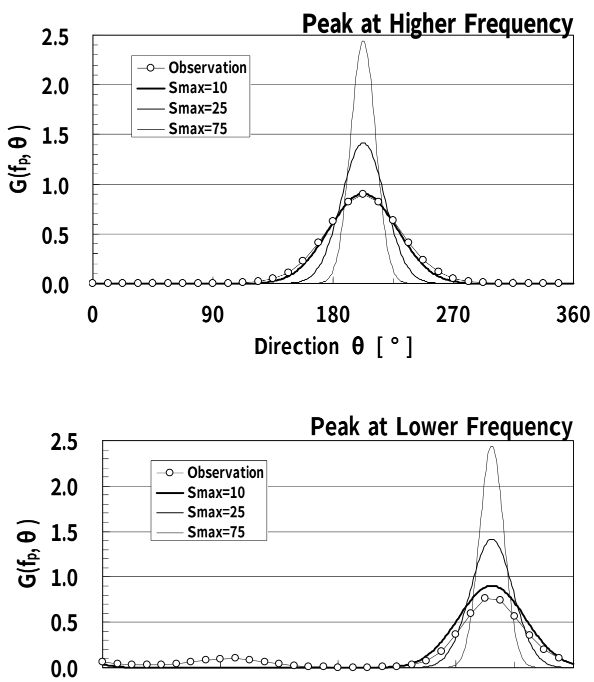


図-5.27 観測データの方向関数（いわき沖）

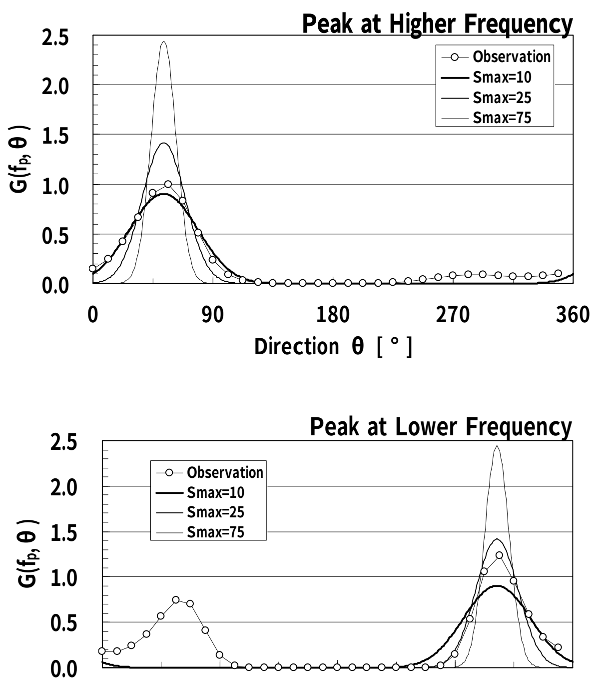


図-5.29 観測データの方向関数（新潟沖）

デュアル・フェース・サーペントによって二方向波浪を造波するためには，各々の造波面に独立な造波信号（多方向不規則波の方向スペクトル）を与える必要がある．そこで，これらの現地観測データが２つの方向スペクトルの線形重ね合わせで表現できると仮定して，有効造波領域内で現地観測データを再現する二方向波浪を造波するために，それぞれの造波面に与えるべき方向スペクトル形状を調べた．

図-5.24 に示したいわき沖観測データに対し，周波数スペクトルの合わせ込みを行った結果を**図-5.26** に示す．まず，２つの独立したブレットシュナイダー・光易型スペクトルを線形に重ね合わせ，現地観測データにおける２つのピーク値が一致するように有義波高と有義波周期を設定したところ，それぞれのスペクトル形状において高周波数側のスペクトル勾配が一致しないことがわかった．そこで，ここで対象とした現地観測データに対する周波数スペクトルの合わせ込みでは，スペクトル形状の尖鋭度を調整することができる JONSWAP 型スペクトル（式（5.2）～（5.5））を用いることが有効であると考えられる．

$$S(f)=\beta_J H_{1/3}{}^2 T_p{}^{-4} f^{-5}\exp\left\{-1.25\left(T_p f\right)^{-4}\right\}\times\gamma^{\exp\left[-\left(T_p f-1\right)^2/2\sigma^2\right]} \tag{5.2}$$

$$\beta_J=\frac{0.0624\left[1.094-0.01915\ln\gamma\right]}{0.230+0.0336\gamma-0.185\left(1.9+\gamma\right)^{-1}} \tag{5.3}$$

$$T_p=T_{1/3}/\left\{1-0.132\left(\gamma+0.2\right)^{-0.559}\right\} \tag{5.4}$$

$$\sigma=\begin{cases}0.07 & : \quad f\le f_p\\ 0.09 & : \quad f\ge f_p\end{cases} \tag{5.5}$$

２つの周波数スペクトルの有義波高，有義波周期，尖鋭度をそれぞれ，$H_{1/3}$=0.95m，$T_{1/3}$=6.0s，γ=2.2 および $H_{1/3}$=0.95m，$T_{1/3}$=12.0s，γ=1.5 とすると，これらを線形に重ね合わせた周波数スペクトルは，**図-5.26** に示すように，いわき沖で観測された２山型の周波数スペクトルをよく近似していることがわかる．

次に，**図-5.27** には，現地観測されたピーク周波数における方向関数を対象として，その方向分散性について調べた結果を示す．高周波数側および低周波数側のピーク周波数における方向分散の形状は，ともに，S_{max}=10 とした光易型方向関数によく一致することが確認された．

以上の結果から，いわき沖で観測された二方向波浪（**図-5.24**）に対する目標造波スペクトルは，周波数スペクトルに JONSWAP 型スペクトルを，方向関数に光易型方向関数を用いて作成できることが確認された．

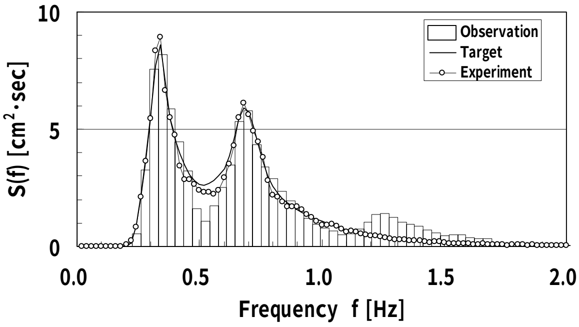
図-5.25 に示した新潟沖観測データに対し，JONSWAP 型スペクトルを用いて周波数スペクトルの合わせ込みを行ったところ，２つの周波数スペクトルを線形に重ね合わせることでスペクトル形状を一致させることはできなかった．そこで，**図-5.28** では，現地観測データの方向スペクトルを方向角 S～W～N に含まれる部分と N～E～S に含まれる部分の２つのスペクトルに分離して示した．これらをみると，高周波数の成分波を多く含むスペクトル形（S-W-N）において，ピーク周波数より低周波数側でスペクトルが滑らかに変化していない様子がわかる．これが，既存の関数形による合わせ込みによって現地観測データをうまく表現できなかった理由であると考えられる．そこで，このような場合には既存の関数形によって現地観測で得られた周波数スペクトルを表現することを避け，代わりに，**図-5.28** において分離された２つの周波数スペクトルをそのまま造波信号として与えることとした．

次に，方向関数は，高周波数側の周波数スペクトル（S-W-N）と低周波数側の周波数スペクトル（N-E-S）におけるそれぞれのピーク周波数を対象として，その方向分散性を**図-5.29** のように調べることにより決定した．高周波数側のピーク周波数における現地観測データの方向分散形状は，S_{max}=10 とした光易型方向関数によく一致している．一方，低周波数側のピーク周波数では，その方向分散は２山型の形状を有している．しかしながら，このうち θ=50～60°付近にみられるピークは高周波数側のスペクトルの一部であると考えられるのでここでは無視し，θ=300°付近のピークのみに着目する．すると現地観測データの方向関数は，光易型方向関数において S_{max}=10～25 程度であると推測される．ここでは S_{max}=20 を採用した．

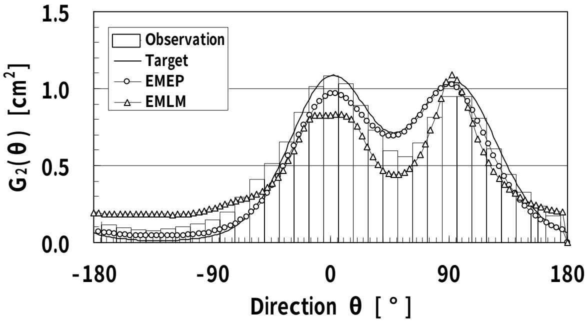
以上の結果より，新潟沖で観測された二方向波浪（**図-5.25**）に対する目標造波スペクトルは，周波数スペクトルに方向別に分離された現地観測データを，方向関数に光易型方向関数を用いて作成できることが明らかとなった．

b) いわき沖観測波浪の再現

いわき沖で観測された方向スペクトル（**図-5.24**）を対象として，前述のように作成された目標造波スペクトルによって二方向波浪を再現した結果を**図-5.30** に示す．**(a)**は周波数スペクトル，**(b)**は二次元方向スペクトルである．水槽内の有効造波領域で計測された二方向波浪はいずれの図においても目標造波スペクトルとよく一致している．したがってデュアル・フェース・サーペントを

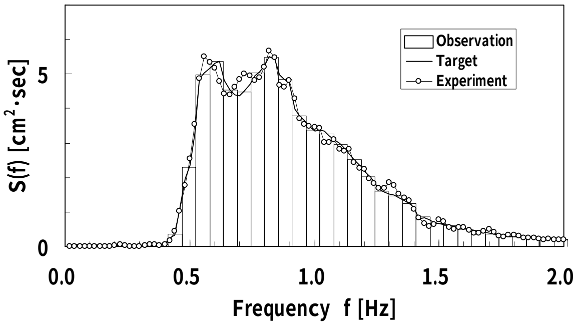


(a) 周波数スペクトル

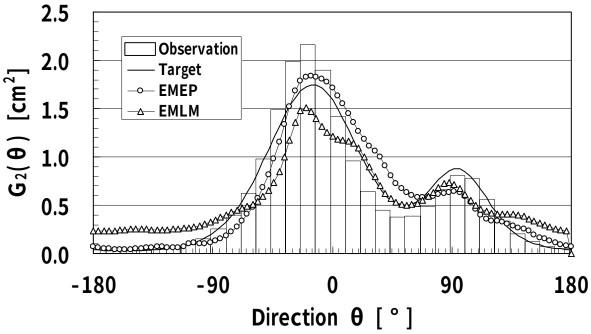


(b) 二次元方向スペクトル

図-5.30 いわき沖現地観測データの再現



(a) 周波数スペクトル



(b) 二次元方向スペクトル

図-5.31 新潟沖現地観測データの再現

用いた造波実験では，現地で観測された二方向波浪をよく表現する目標造波スペクトルが与えられた場合には，水槽内の有効造波領域において現地波浪を再現することが可能である．

c) 新潟沖観測波浪の再現

新潟沖で観測された方向スペクトル（**図-5.25**）を対象として，前述のように作成された目標造波スペクトルによって二方向波浪を再現した結果を**図-5.31** に示す．同様に，**(a)**は周波数スペクトル，**(b)**は二次元方向スペクトルである．現地観測で得られた周波数スペクトルをそのまま目標造波スペクトルとしたために，水槽内で計測された周波数スペクトルは現地観測データとよく一致している．しかしながら，二次元方向スペクトルの再現性はピーク付近で若干悪くなっている．これは，**図-5.29** に示したように，造波目標スペクトルを作成する際に用いた光易型方向関数が，特に低周波数側で現地観測データを十分に表現できていないためであると思われる．これを改善するためには，より適合度の高い方向関数を探すか，方向分散性に関しても現地観測データを直接造波信号として入力する方法をとる必要があると考えられる．

5.3 時間的に変化する非定常波浪の造波とその解析

有義波や最大波などの統計量および周波数－波向平面における波のエネルギー分布を表す方向スペクトルは，いずれも静的な港湾・海岸構造物の設計外力を算定する概念として不可欠である．海の波を記述するこれらの概念は不規則な波が統計的には定常であることを前提としている．しかしながら実現象としての波浪は，例えば暴風時には，波高，周期および波向などの波浪諸元が比較的短時間のうちにかつ連続的に変化する．また，前節で取り上げた二方向波浪の現地観測例においても，その前後の時刻に観測された方向スペクトルをみると，時間の経過とともに単峰型方向スペクトルから双峰型方向スペクトルへ，そして再び単峰型方向スペクトルへと連続的に変化している．したがって，一時化の間に観測されるこれらの波浪を一つの外力条件とした場合，それは統計的に非定常であると捉えることができる．

このような考え方は今後，動的な設計対象である係留船舶や大型浮体構造物の動揺，海浜地形の変形などのより詳細な検討に役立つものと考えられる．このような波を本研究ではまとめて「非定常波浪」と呼ぶことにする．

本研究では，時間発展型の波浪変形計算やサーペント型造波装置による水理模型実験に適用可能な非定常波浪の造波方法を提案する．さらに，時間軸に沿って周波数を分離することができる Wavelet 変換や，通常，定常波浪場の解析に適用されるスペクトル法を用いて，造波された非定常波浪に対する遷移過程の解析を試みる（平山ら，2000）．

(1) 非定常波浪の考え方

a) 非定常波浪の造波概念

成分波の重ね合わせとして表される多方向不規則波は，一定期間ごとのある短い時間に観測される海の波の波形が，定常とみなせることを前提としている．そこで，非定常波浪を近似的に表現する最も簡単な方法として，定常な波浪場を表す方向スペクトルを時間軸に沿って並べ，それらを連続的に造波する方法が考えられる．これは，ある期間ごとに波形の母集団が変化することに対応する．

このような考え方に基づいたサーペント型造波装置の制御方法が開発されている（Hiraishi ら，1998）．ここでは，異なる母集団に属する波形をいかに滑らかに接続するかということが最も重要な課題である．

図-5.32 は，定常な波浪である波高 H=5cm, 周期 T=1.0s および波高 H=5cm，周期 T=1.5s の規則波の振幅を，5s 間の移行期間内にそれぞれ点線のように線形に減少または増加させ，両者の合成により移行期間内の波形が実線のように得られることを示している．移行期間内に造波される波は，移行期間前後の波の位相関係あるいは移行期間の長さによって，さまざまに変化することが容易に推測される．さらに多方向不規則波では，成分波間の位相関係によって非常に大きな振幅を生ずる危険性がある．

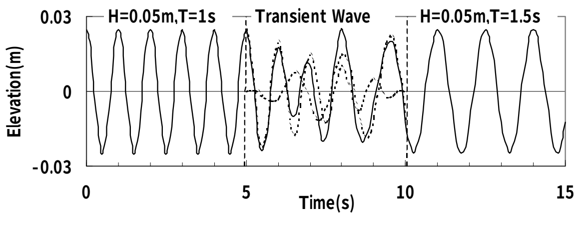


図-5.32 定常波浪を直線的に移行させた造波波形

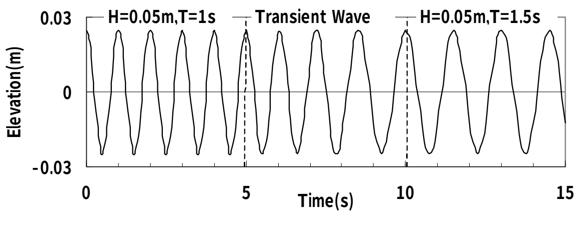


図-5.33 ＦＭ波の理論を用いて移行させた造波波形

そこで本研究では，多方向不規則波を構成する個々の成分波の振幅，周波数および波向を，振幅や周波数が変調する電波の考え方を用いて，それぞれ連続的に変化させることにより非定常波浪を造波する．**図-5.33** は，**図-5.32** と同じ条件で後述する電波の発生理論のうちＦＭ方式を用いて造波したものである．この方法では，移行期間内における振幅を変動させずにつぎの定常波浪へ滑らかに移行させることが可能である．このように造波される非定常波浪を本研究では“ Transient Wave ”と定義する．

b) 通信工学における電波の理論

通信工学においては，情報伝達を行う手段として電波を用いる．波形に情報を乗せる方法の違いから，電波はおおよそＡＭ波，ＦＭ波，ＰＭ波に分類されている（例えば，福田，1999）．ＡＭ波では，情報は波形の振幅の変動として伝えられ，情報を搬送する波の周期や位相は変化しない．すなわち，信号 $x(t)$を伝送するＡＭ波 $x_c(t)$は，搬送波の振幅を A_c，角速度を ω_c，初期位相を ε_c とすると式（5.6）のように表される．ここに k は 1 以下の正定数で変調指数と呼ばれる．また信号 $x(t)$は周期関数である．このような通信方式を振幅変調通信方式という．一方，ＦＭ波およびＰＭ波では，情報は波形の周波数変動や位相変動として伝えられ，波形の振幅は一定である．すなわち，信号を伝送するＦＭ波は，搬送波の周波数を $f_c=\omega_c/2\pi$とすると式（5.7）のように表される．ここに f_Δは周波数偏移と呼ばれる．ＦＭ波の周波数 $f_i(t)$は瞬時周波数として定義され，搬送波周波数と瞬時周波数偏移の和として式（5.8）のように表される．またＰＭ波は，周波数を変化させる代わりに伝送する信号に応じて位相を変化させるものであり式（5.9）のように表される．ここに ϕ_Δは搬送波 $A_c\cos\omega_c t$ からの最大位相偏移であり，$\phi_\Delta \leqq \pi$という制限がある．ＦＭ波とＰＭ波には密接な関係があり，ともに角度変調通信方式に分類される．

ＡＭ波； $$x_c(t)=A_c\{1+kx(t)\}\cos(\omega_c t+\varepsilon_c) \tag{5.6}$$

ＦＭ波； $$x_c(t)=A_c\cos\left\{\omega_c t+2\pi f_\Delta\int^t x(\lambda)d\lambda\right\} \tag{5.7}$$

$$f_i(t)=f_c+f_\Delta x(t) \tag{5.8}$$

ＰＭ波； $$x_c(t)=A_c\cos\{\omega_c t+\phi_\Delta x(t)\} \tag{5.9}$$

(2) 非定常波浪の造波

a) 振幅と周波数が時間的に変化する波の造波方法

電波の発生理論をもとに，規則波の振幅と周波数が時

間的に変化する水面波の定式化を試みる．振幅変化の記述に式（5.6）を，周波数変化の記述に式（5.7）を適用し，それらの移行期間前後の位相の整合性を満たすために導入する位相変化の記述に式（5.9）を用いる．また信号 $x(t)$には，移行期間前後の波の振幅，周波数および位相を滑らかに接続する一次関数を用いる．すると一次元水路における Transient Wave は式（5.10）～（5.13）のように表される．ここで，t_1,t_2 は移行期間の開始時刻および終了時刻であり，その他の添え字 1，2 は，それぞれ移行期間前後の変量であることを示す．波数 k は式（5.12）に示す瞬時周波数ごとに分散関係式が成り立つとして与えた．また式（5.13）では，ε_1 から ε_2 への位相の変化量がより小さくなり，かつ，移行期間終了時の Transient Wave の位相が移行期間後の波の初期位相 ε_2 に等しくなるような操作を行う．

$$\eta(t)=a(t)\cos\left\{kx-2\pi\int_0^t f(\tau)d\tau+\varepsilon(t)\right\} \tag{5.10}$$

$$a(t)=\begin{cases} a_1+\dfrac{a_2-a_1}{t_2-t_1}(t-t_1) & ;(t_1\le t\le t_2) \\ a_1 \quad ;(t<t_1) \qquad a_2 \quad ;(t_2<t) \end{cases} \tag{5.11}$$

$$f(t)=\begin{cases} f_1+\dfrac{f_2-f_1}{t_2-t_1}(t-t_1) & ;(t_1\le t\le t_2) \\ f_1 \quad ;(t<t_1) \qquad f_2 \quad ;(t_2<t) \end{cases} \tag{5.12}$$

$$\varepsilon(t)=\begin{cases} \varepsilon_1+\dfrac{\varepsilon_2-\varepsilon_1}{t_2-t_1}(t-t_1) & ;(t_1\le t\le t_2) \\ \varepsilon_1 \quad ;(t<t_1) \qquad \varepsilon_2 \quad ;(t_2<t) \end{cases} \tag{5.13}$$

b) 波向が時間的に変化する波の造波方法

規則波の Transient Wave において，さらに波向を時間的に変化させる場合には，波向を考慮できるように，式（5.10）を式（5.14）のように書き直した上で，波向変化の記述を式（5.11）～（5.13）にならって式（5.15）のように行う．また式（5.15）の適用に際し，θ_1 から θ_2 への波向の変化量がより小さくなるような操作を行う．

$$\eta(t)=a(t)\cos\left\{kr(t)-2\pi\int_0^t f(\tau)d\tau+\varepsilon(t)\right\}$$
$$r(t)=x\cos\theta(t)+y\sin\theta(t) \tag{5.14}$$

$$\theta(t)=\begin{cases} \theta_1+\dfrac{\theta_2-\theta_1}{t_2-t_1}(t-t_1) & ;(t_1\le t\le t_2) \\ \theta_1 \quad ;(t<t_1) \qquad \theta_2 \quad ;(t_2<t) \end{cases} \tag{5.15}$$

c) 一次元水路における非定常波浪の造波

ここで定式化した式（5.10）～（5.13）を用いて，規則波と不規則波の Transient Wave を造波水路および 3 章で述べたブシネスクモデルの断面二次元ヴァージョンによる数値波動水槽で造波し，水路内を伝播する Transient Wave の波形を観察した．実験に用いた造波水路を**図-5.34** に示す．水深は 50cm 一定とした．一方，数値波動水槽では，**図-5.34** の水路を Δx=0.1m の格子に分割し，岸側にはエネルギー吸収帯を設置した．また差分時間は Δt=0.025s とした．

水理実験と数値計算に共通の造波ケースを**表-5.2** に示す．微小振幅波および有限振幅波の理論の適用限界（岩垣，1987）によると，波高が 0.03m のときは，周期が 1.0～2.0s の波は微小振幅波となり，波高が 0.06m のときは，周期が 1.0～2.0s の波はストークス波となる．

振幅のみが変化する Transient Wave の伝達波の実験波形と数値計算で得られた波形を重ねて**図-5.35** に示す．Transient Wave が水路内を伝播するにつれて，**図-5.35(a)**では微小振幅波からストークス波へ，**図-5.35(b)**ではストークス波から微小振幅波へ遷移する．これらに示した

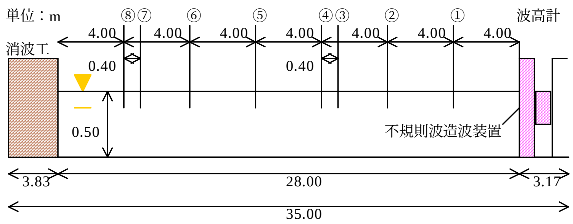


図-5.34 造波水路と波高計配置

表-5.2 不規則波造波装置による造波実験ケース

Depth:h=0.5m const.　Sampling Time:Δt=0.05s

造波 Case	波の種類	成分波数	波浪条件-1				移行時間(s)	波浪条件-2			
			H(m)	T(s)	初期位相	造波時間(s)		H(m)	T(s)	初期位相	造波時間(s)
reg1001	規則波	1	0.03	1.0	0	10	8	0.06	1.0	0	10
reg1002	規則波	1	0.03	1.0	0	10	8	0.03	2.0	0	10
reg1003	規則波	1	0.03	1.0	0	10	8	0.06	2.0	0	10
reg1004	規則波	1	0.06	1.0	0	10	8	0.03	1.0	0	10
reg1005	規則波	1	0.03	2.0	0	10	8	0.03	1.0	0	10
reg1006	規則波	1	0.06	2.0	0	10	8	0.03	1.0	0	10
srg1001	二成分波	2	0.03 0.03	1.0 2.0	0 0	10	8	0.03 0.03	2.0 1.0	0 0	10
srg1002	二成分波	2	0.03 0.06	1.0 2.0	0 0	10	8	0.06 0.03	2.0 1.0	0 0	10
irr1001	不規則波	128	0.03	1.0	3波群	120	120	0.03	2.0	3波群	120
irr1002	不規則波	256	0.03	1.0	3波群	120	120	0.03	2.0	3波群	120
irr1003	不規則波	512	0.03	1.0	3波群	120	120	0.03	2.0	3波群	120
irr1004	不規則波	128	0.03	2.0	3波群	120	120	0.03	1.0	3波群	120
irr1005	不規則波	256	0.03	2.0	3波群	120	120	0.03	1.0	3波群	120
irr1006	不規則波	512	0.03	2.0	3波群	120	120	0.03	1.0	3波群	120

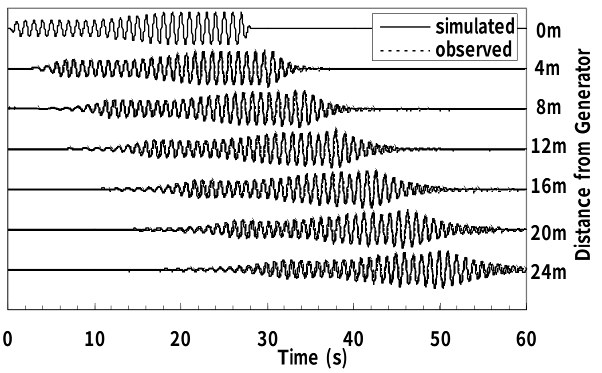
各地点で観測される伝達波形は，振幅が線形に増加または減少していることを除いて互いにほぼ同様であり，微小振幅波とストークス波にみられる若干の波速の違いが伝達波形に与える影響はほとんどみられない．なお，伝達波形のうち初期の波形は，造波した波が長波でないために，波速と波エネルギーの伝播速度が異なることによって生じたものである．

周波数のみが変化する Transient Wave の伝達波の実験波形と数値波動水槽で得られた波形を重ねて**図-5.36** に示す．Transient Wave が水路内を伝播するとき，**図-5.36(a)**では，周期が増加するにつれて波速が増加し，あとから造波された波がまえの波に追いつくために，ある地点で極大波が生じているようすが観察される．一方，**図-5.36(b)**では，あとから造波された波の波速がまえの波よりも遅いために，波形は伝播するにつれて変形していくが，伝達波相互の位相が一致する現象はみられない．

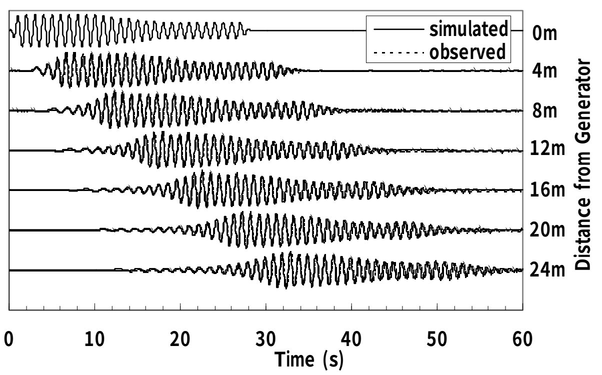
ところで，水面波の伝播波形を伝送される電波と比較すると，**図-5.35** はＡＭ波に，**図-5.36** はＦＭ波に対応する．しかしながら，信号を波形として伝送し復調器によって信号を再び取り出せる電波とは異なり，水路を伝播する波形は，自由境界を有する水面波の性質上，いずれのケースも造波装置で発生させた波形を保持しない．したがって，ある地点で観測された伝播波形から造波波形を再現するためには, Transient Wave が伝播されてきた方向およびその伝播距離を知る必要がある．

一方で，水理実験で得られた Transient Wave の伝達波形は，数値波動水槽を用いた数値計算によって非常に精度よく再現されることがわかった．

つぎに，一方向不規則波の移行期間における実験波形を計算結果とともに**図-5.37** に示す．規則波と同様，両者の波形は非常によく一致した．一方向不規則波の Transient Wave は，２つの異なるパワースペクトルをそれぞれ逆フーリエ変換して得られる互いの成分波の組に対して式（5.10）～（5.13）を適用し，得られた波形を線形に重ね合わせて造波される．水槽内で計測されたこれらの伝搬波形の解析には，次項で述べる Wavelet 解析が有効であると思われる．

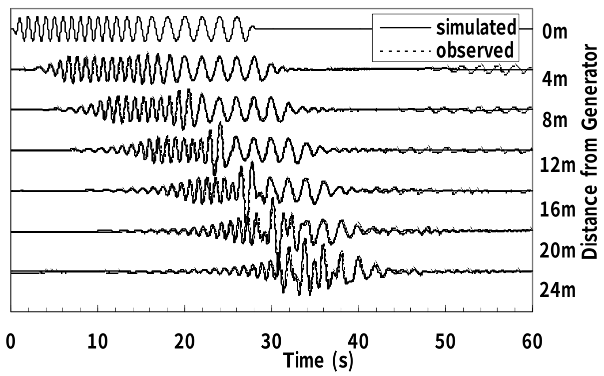


(a) 振幅が増加する場合（Case；reg1001）

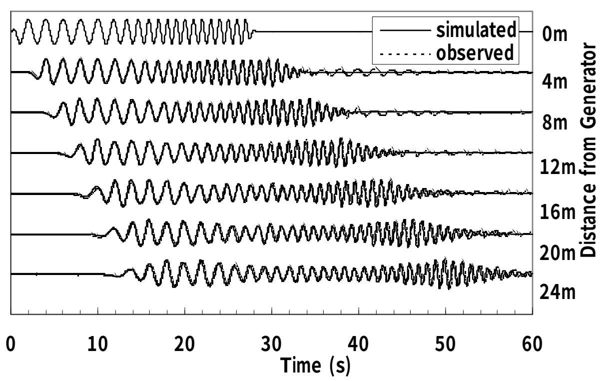


(b) 振幅が減少する場合（Case；reg1004）

図-5.35 規則波の Transient Wave（振幅のみ変化）



(a) 周波数が減少する場合（Case；reg1002）



(b) 周波数が増加する場合（Case；reg1005）

図-5.36 規則波の Transient Wave（周波数のみ変化）

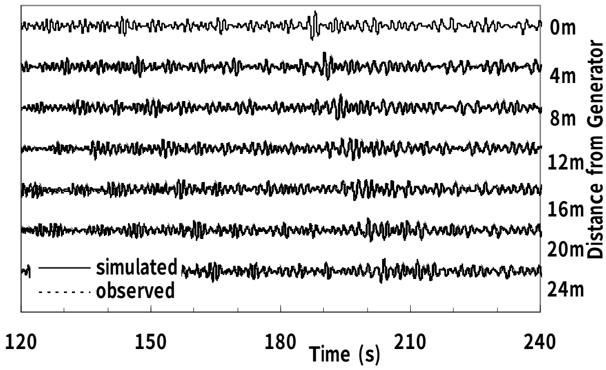


図-5.37 一方向不規則波の Transient Wave（Case；irr1001）

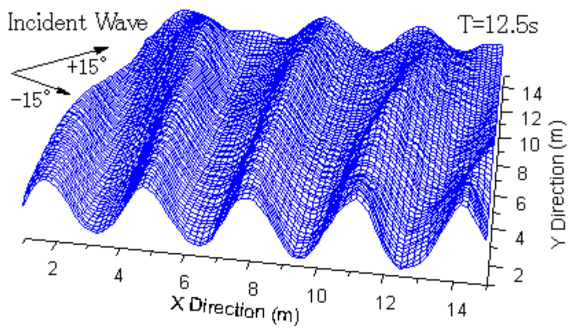


図-5.38 波向が変化する規則波の Transient Wave

d) 二次元平面水槽における非定常波浪の造波

平面二次元場における非定常波浪は，振幅や周波数とともに波向が変化する．既に示した式（5.14），（5.15）を用いることでこのような Transient Wave を造波することが可能である．しかしながら，斜め波が造波できるサーペント型造波装置において実際に Transient Wave を造波するためには，波向を時間的に変化させるための若干の改造を必要とする．2.2 で紹介したデュアル・フェース・サーペントでは既にこれらの改造作業が終了しているものの，非定常波浪の造波性能に関する十分な検定は未だ実施されていない．そこで本研究では，振幅や周波数が変化する Transient Wave の造波とその伝播に対して適用性が示された数値波動水槽を用いて，波向が変化する Transient Wave を造波した．**図-5.38** に，波高 H=0.01m, 周期 T=2.0s の規則波の波向が，15s 間に-15°～+15°まで変化する波の造波例を示す．造波境界において斜め波の位相と波向の関係が時々刻々変化するために，波峰線が曲線となるようすが観察される．

多方向不規則波の Transient Wave は，一方向波と同様，２つの異なる方向スペクトルから得られる成分波の組に式（5.14），（5.15）を適用することにより造波される．ただし，水槽内で計測された多方向波の Transient Wave を解析し，その特性を明らかにすることは，現在のところ非常に困難であると思われる．

(3) 非定常波浪の解析

a) Wavelet 解析

Wavelet 解析とは，Wavelet 変換という多段階フィルタにより時間波形を複数の周波数帯に分離する時間周波数解析である．Wavelet 変換は信号（波形）を Wavelet（小さな波）によって切り出す作業に相当する．波浪データを対象とした Wavelet 解析は，森・安田（1996）や小林・高橋（1994）の研究などにみられる．また仲座ら（1995）は Wavelet 変換を Wavelet フィルタバンクによるデータ解析として解釈し，成分波形の抽出を行っている．

本研究では，Wavelet 変換を用いて Transient Wave の振幅や周波数の遷移過程の解析を試みる．離散 Wavelet 変換では，周波数帯に分離する解析の深さを表す Level;j とその中心周波数;f_j，および時間波形の Sampling Time; $\varDelta t$ との間に式（5.16）のような関係が成り立つ．

$$f_j = 2^j / \Delta t \tag{5.16}$$

規則波の周波数および振幅が 0～10s で 1.0Hz と 0.015m, 18～28s で 0.5Hz と 0.030m, 10～18s でそれぞれ線形に減少するように作成された $\varDelta t$=0.05s の造波信号を，Wavelet 変換により解析した結果を**図-5.39** に示す．Level；j=0 には解析対象となる時間波形が，Level；j=-1 以下にはそれぞれ対応する周波数帯に含まれる解析波形が示されている．ここで各 Level の周波数帯は，式（5.16）から得られる中心周波数およびその近傍の周波数からなる．よって**図-5.39** では，1.0Hz の波はおもに Level；j=-4 に，0.5Hz の波はおもに Level；j=-5 に現れ，1.0Hz から 0.5Hz に遷移する Transient Wave はその両方の Level に現れている．これらの波形から時間的に変化する Transient Wave の振幅および周波数を捉えることができる．さらに，このように造波された Transient Wave の伝播波形を解析した結果を**図-5.40** に示す．各 Level の波形の時間軸上での分布をみることにより，伝播波形が各周波数帯の波のどのような位相関係によって形成されているかを知ることができる．逆に，各 Level の波形を重ねると，Level；j=0 に示されたもとの波形を得ることができる．

図-5.37 で示した一方向不規則波の Transient Wave の伝達波形を解析した結果を**図-5.41** に示す．伝播波形の有義波周期が 120s 間に 1.0s から 2.0s へ遷移するようすが，Level；j=-5（f=0.625Hz or T=1.6s）のおける波形が次

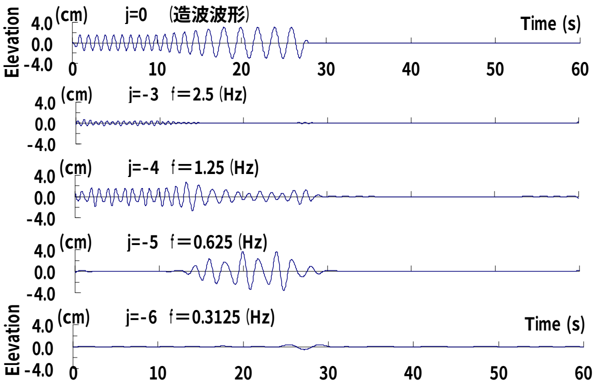


図-5.39 造波波形（Case；reg1003）の Wavelet 解析

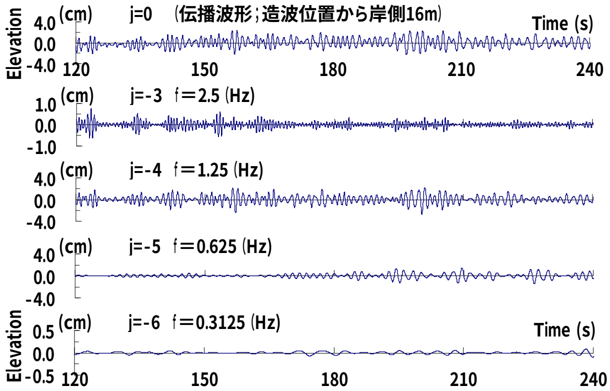


図-5.41 伝搬波形（Case；irr1001）の Wavelet 解析

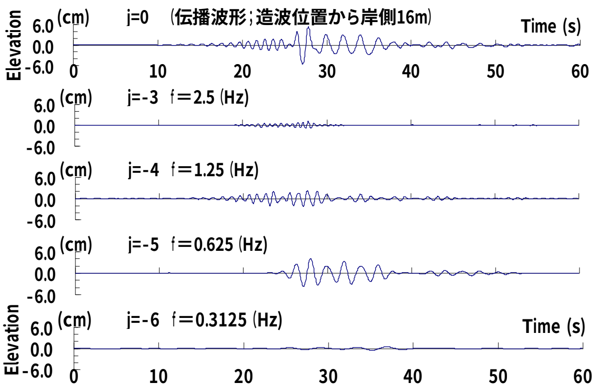
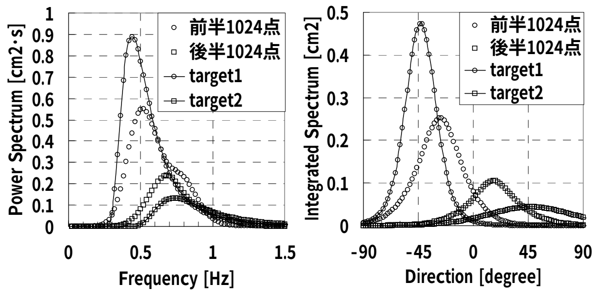


図-5.40 伝搬波形（Case；reg1003）の Wavelet 解析



(a) 周波数スペクトル　　**(b)** 二次元方向スペクトル

図-5.42 多方向不規則波の Transient Wave

第に大きくなっていることより推測できる．このように Wavelet 解析では，観測された波形に含まれる特定の周波数帯における成分波の時間変動を調べることができる．

b) スペクトル解析法の非定常波浪への適用

平面二次元の数値波動水槽において，有義波高 $H_{1/3}$=0.02m，有義波周期 $T_{1/3}$=2.0s，波向-45°，方向集中度 S_{max}=75 の多方向不規則波（target1）が，105s 間にそれぞれ $H_{1/3}$=0.01m, $T_{1/3}$=1.2s, 波向+45°, S_{max}=10（target2）へと移行する Transient Wave を造波した．水槽内のある一点で観測される多方向不規則波の伝播波形は，それぞれ波向の異なる成分波から構成されており，現段階ではこの波形に Wavelet 解析を適用することは難しい．そこで今回は，移行期間に観測された波形（データ数 2100 点）を前半と後半に分け，それぞれの波形に方向スペクトル解析を適用した．結果を**図-5.42** に示す．前半および後半のデータ 1024 点から解析された周波数スペクトルおよび二次元方向スペクトルは，ともに移行期間前後の多方向不規則波の中間的なスペクトル形状を示すことがわかる．ただし，解析区間の波形を定常とみなすことによる誤差や，解析データ数の不足がスペクトル形状の推定精度に与える影響などはいまだ明確ではない．

【 参考文献 】

池野正明・田中寛好・岡本直樹（1994）：各種方向スペクトル解析法の性能比較に関する研究，海岸工学論文集，第 41 巻，pp.56-60.

磯部雅彦・高橋重雄・余　錫平・榊山勉・藤間功司・川崎浩司・蒋勤・秋山実・大山洋志（1999）：数値波動水路の耐波設計への適用に関する研究－VOF 法基本プログラムの作成－，海洋開発論文集，土木学会，Vol.15，pp.321-326.

伊藤一教・磯部雅彦・勝井秀博（1994）：多方向不規則波の反射波吸収造波理論，海岸工学論文集，第 41 巻，pp.101-105.

岩垣雄一(1987)：最新海岸工学，森北出版，250p.

加藤雅也・平山克也・丸山晴広・平石哲也（1999）：デ

ュアル・フェース・サーペント型造波装置による二方向波浪の造波特性, 港湾技術研究所資料, No.927, 24p.
小林智尚・高橋智彦（1994）：Wavelet 変換を用いた実海岸の波群の解析とその再生，海岸工学論文集，第 41 巻，pp.186-190.
清水勝義・永井紀彦・橋本典明（1996）：沖波の方向スペクトルの出現特性（第２報）－いわき沖における７か年方向スペクトル統計－, 港湾技術研究所報告, 第 35 巻，第 1 号，pp.65-89.
高山知司・平石哲也（1987）：サーペント型造波機による発生波の特性に関する実験－大水深海洋構造物実験場内の切れ波造波装置－，港湾技術研究所報告, 第 26 巻，第 3 号，pp.37-83.
永井紀彦・橋本典明・浅井正（1992）：沖波の方向スペクトルの出現特性（第１報）, 港湾技術研究所報告, 第 32 巻，第 2 号，pp.45-113.
永井紀彦・橋本典明・浅井正・大野正人・杉浦淳（1993）：新潟沖で観測された方向スペクトルの出現特性，海岸工学論文集，第 40 巻，pp.151-155.
仲座栄三・大城真一・都嘉山正光・日野幹雄（1995）：Wavelet 変換による波浪データの解析，海岸工学論文集，第 42 巻，pp.306-310.
平石哲也・金澤剛（1995）：マルチ・フェイス多方向不規則波造波装置の適用性について，港湾技術研究所報告，第 34 巻，第 2 号，37p.
平口博丸：無反射型多方向不規則波造波システムとその適用性に関する研究, 京都大学博士論文, 1992, 204p.
平山克也・平石哲也・細谷徳男（2000）：時間的に変化する波浪の造波とその解析，海岸工学論文集，第 47 巻，pp.6-10.
福田明(1999)：基礎通信工学，森北出版，260p.
森信人・安田孝志（1996）：ウェーブレット解析による波浪の非線形特性の推定，土木学会論文集，No.533／Ⅱ-34，pp.157-169.
Biesel, F. (1954) : Wave machines, *Proc. 1st Conf., on Ships and Waves, Hoboken, N. J.*, pp.288-304.
Hiraishi, T., K., Hirayama and H., Maruyama (1998) : Applicability of Dual Face Serpent-type Wave Generator, *Rep. PHRI*, Vol.37, No.4, pp.3-35.

6．非線形不規則波浪を適用した港湾設計

港湾の施設の技術上の基準・同解説（運輸省港湾局，1998）では，「4.1.1 波の取り扱い」について次のように解説されている．

（抜粋）

実測又は推算に基づく資料に統計処理を施して求められた波は，通常，地形の影響を受けない沖波である．沖波が沿岸域へ伝播し，水深が沖波の波長の 1/2 より浅くなると，波は地形の影響を受けて変形し，波高等が変化する．波の変形には，屈折，回折，反射，浅水変形，砕波等が含まれる．構造物設置地点又は波浪データを必要とする地点における波を設定するためには，これらの波の変形を数値計算，模型実験等で適切に考慮しなければならない．

本稿 2.4 の波浪変形計算システム（P025）などの波浪変形計算法や，2.2 で紹介したデュアル・フェース・サーペントに代表される（多方向）不規則波造波装置を用いた水理模型実験は，浅海域における沖波の変形を明らかにするために，港湾設計に用いる波の設定手順において現在も広く用いられている．

微小振幅波理論に基づく前者の数値計算法では，比較的容易に沖波の変形を推定することができるものの，波の非線形性による影響が顕著となる浅水変形や砕波，および砕波後の波高分布や平均水位上昇を適切に考慮することは難しい．一方，後者の模型実験では，水槽内でみられる現象の縮尺効果が無視し得る場合には，波の非線形性や不規則性が考慮された波浪変形を知ることが可能であるが，海底地形模型の製作や模型実験の実施に大きな費用と労力を必要とする．

港湾設計における波浪変形の検討に際し，数値計算法が有する容易性や経済性と，水理模型実験が有する厳密性や信頼性を兼ね備えた新たな波浪変形の推定方法として，３章および４章で述べた高精度波浪変形計算法（NOWT-PARI）などの非線形不規則波動方程式に基づく数値計算法が注目されている．これらの計算手法の多くは計算機の中に数値水槽を設定し，造波装置を用いた現実の水理模型実験や実海域における波浪変形をシミュレートすることにより，模型実験や現地観測と同様な，あるいは，それらでは得ることが難しい波データを得ることができる．さらに，適切な造波境界を設定することにより，５章で述べたような，有効造波領域を拡張することによる水理模型実験の効率化や，現地観測結果に則した沖波を用いることによる水理模型実験の高精度化に対応した数値計算を実施することが可能である．

しかし，計算モデルの基礎方程式や境界処理法において十分な厳密性が確保されていない現象までも正しく算定することは期待できないため，より多くの波浪変形問題を対象とした再現計算を実施して，これらの計算法の精度を検証するとともに，より合理的な計算法の確立に努力することが不可欠である．

そこで本章では，ブシネスク方程式に基づく高精度波浪変形計算法（NOWT-PARI）を用いて，それぞれ実海域や実港湾を対象とした２つの波浪変形計算を実施した．これらの海域で実施される港湾設計では，波の非線形性や不規則性による影響，および，屈折系と回折系の波浪変形が同時に生じることによる影響などが顕著になると考えられる．さらに合わせて実施された水理模型実験結果を用いて，これらの計算精度を検証するとともに，高精度波浪変形計算法（NOWT-PARI）を港湾設計の実務へ活用するに当たり，注意すべき事項を指摘した．

6.1 珊瑚礁に面した人工海浜周辺の波浪場と海浜変形

近年の港湾計画においては，海浜が有するさまざまな機能，例えば，優れた消波機能，親水性，景観の良さ，などが広く認識されるようになり，港湾施設の一つとして，港湾区域内に人工海浜を造成する事例が多数みられるようになっている．そのような中，特に珊瑚が群生するような自然に恵まれた海域では，人や自然にやさしい港湾整備が不可欠となっており，人工海浜を有効に活用することが求められている．

しかしながら，このような海域では，珊瑚礁が作り出す変化に富んだ地形のために，さまざまな波浪変形が生じ，一般に，周辺の波浪場は非常に複雑なものとなっている．

本節では，移動床模型を用いた水理模型実験と漂砂量算定式を組み込んだブシネスクモデルによる数値計算を実施して，複雑な波・流れ場を形成する珊瑚礁海域に面した人工海浜における養浜砂の安定性を検討した．さらに，景観に配慮した海浜安定化工法として位置づけられた，島状ヘッドランドを面的に配置する方法について，その波浪減衰効果や地形変化の抑制効果を検証した．

また，模型実験で得られたそれぞれの実験結果は，ブシネスクモデルにおける砕波モデルや漂砂モデルのキャリブレーションに利用されるとともに，珊瑚礁海域の波・流れ場や人工海浜の地形変化を対象とした再現計算の検証データとしても活用された．

なお，ここで用いた島状ヘッドランドとは，ヘッドラ

ンドとして海浜変形の基点となる機能を有するとともに,大規模な幅を有する離岸堤として，背後にトンボロ状の堆積を促すものとして定義する．そして，海浜を形づくる養浜砂や人工岬（ヘッドランド）とともに人工海浜を形成する構造物となり，沿岸漂砂の発生を抑制し，安定な人工海浜を創出するために必要に応じて施工を検討するものである．

(1) 珊瑚礁に面した人工海浜の移動床模型実験

a) 従来の研究

近年の海洋レクリエーション需要の増加に伴い，わが国においても 1970 年頃から人工海浜の建設が立てられるようになった．また，珊瑚礁が発達した海域に本格的な人工海浜が建設されたのもこの時期である．

沖縄国際海洋博覧会会場に建設された“エキスポ・ビーチ”では，それまでの試験的施工事例を参考としながら現地施工し，適宜追跡調査を実施して，最終的な養浜断面を決定するという試行錯誤的な方法により施工された（藪下ら，1976）．ここでは既に，曲線を基調とした人工岬（ヘッドランド）などの構造物を設置したり，利用者の視界に入る人工構造物は可能な限り自然石で施工し，ヤシなどの高木やその他の低木を植栽するなど，周辺環境や景観に配慮しつつ安定な海浜を創出する工夫がなされている．

現在，人工海浜の安定性を検討する代表的な方法として，海浜変形モデルを用いた数値計算による方法と，移動床模型を用いた水理実験による方法が挙げられる．

数値計算による方法では，海浜変形モデルの精度とともに，モデルに含まれる各種パラメータをいかに設定するかということが大きな課題である．そこで，既存の現地観測データを用いて海浜変形の再現計算を実施したり，将来の海浜変形に関する追跡調査を実施するなどして，海浜変形モデル計算精度を検証する必要がある．

一方，移動床模型を用いた水理実験を行う方法では，砂移動に関してフルードの相似則が適用できないことから，対象模型ごとに漂砂移動に関する相似性を満足する何らかの歪みを決定しなければならない．この歪みの対象には，波浪条件，模型砂の比重，粒径，あるいは模型の鉛直歪みなどが挙げられる．

移動床実験に関するこうした歪みを決定する際には，通常，現地観測データに基づく再現実験が実施される．しかしながら人工海浜では，計画段階あるいは建設途上においては現地観測データが得られず，直接海浜変形の再現事象となるデータが存在しないため，移動床模型実験を行う際にはさまざまな工夫が必要となる．

柳嶋ら（1990）は，珊瑚礁海岸に造成される人工海浜の水理実験において, 豊浦標準砂を用いた水平縮尺 1/60, 鉛直縮尺 1/46.15 の幾何学的な歪みを有する移動床模型を用いて，最適な施設配置の検討を行っている．ここで実験波浪は，対象区域に既に設置されている護岸からの越波の状況や堆積砂の状況などを再現事象とし，トレーサーの移動状況に着目した現況再現実験により確認している．

また，木本ら（1995）は，人工リーフと４つの突堤によって構成される２組の人工海浜における安定性の検討に関して, 縮尺 1/40 の歪みなし二次元模型を用いた人工リーフによる海浜断面の変化の検討, および縮尺 1/50 の歪みなし三次元模型を用いた突堤と人工リーフによる海浜形成の検討を行っている．ここでは，海浜変形の再現事象が得られない場合の移動床実験手法を確立するために，現地データと実験データがともに考慮され，かつ両者の縮尺効果が考慮された Dean（1991）および土屋・伊藤（1981）の研究に着目して，海浜変形の相似則が提案されている．ただし，この相似則が適用された対象海浜では，養浜砂の粒径が 2.5mm と大きく，漂砂移動および底質どうしの摩擦関係を相似する模型砂の粒径も 0.5mm と大きい．

一方，本実験で対象とした人工海浜は整備途上であるため，移動床模型実験において，海浜変形に関する相似則を決定する漂砂量に関する現地観測データを得ることができない．しかしながら後述する既往調査において，１-Line モデルを用いた汀線変化予測とエネルギー平衡方程式法と漂砂量公式を組み合わせた数値モデルによる水深変化予測が実施され，これらの計算結果は当該人工海浜における汀線や海底地形の変化を定性的によく表していると推測される．そこで本実験では，これらの計算結果を再現事象として採用した．さらに，複雑な海底地形による波浪変形を再現するために歪みなし移動床模型を用い，代わりに沖波の波形勾配を歪ませることによって，移動床模型上の海浜変形の現地に対する相似性を満足させることとした（平山ら，1999）．

b) 既往調査

本実験で対象とした人工海浜の完成予想図を**図-6.1**に示す．図で見られる２つのポケットビーチのうち，向かって左が北側海浜，右が南側海浜である．

人工海浜周辺には珊瑚礁が広がり，恵まれた自然環境を有している反面，周辺の海域では複雑な波・流れ場が形成されることが予測される．

当該人工海浜に施工される養浜砂の比重は 2.55，中央粒径は 0.7mm である．また，標準断面における前浜勾配は 1/30，後浜勾配は 1/10 であり，後浜の天端高は D.L.

+3.5m である．

人工海浜に対する設計波を，年２～３回程度の再現確率を有する荒天時の波諸元とすると，当該海域における設計波相当の沖波諸元は，隣接する海域で観測された波浪資料から有義波高 4.25m，有義波周期 8.0s，波向 W と推定された．さらに，波浪変形計算を実施して得られる人工海浜の設計波は, 有義波高 1.15m, 有義波周期 8.0s, 波向 NW と推定された．

一方，人工海浜における汀線の安定性を検討する代表波として，本実験では年間に来襲する波浪エネルギーを代表するエネルギー平均波を採用した．この波諸元は, 有義波高 0.9m，有義波周期 7.0s，波向 NW である．

なお，当該海域周辺における朔望平均満潮位は D.L.+1.88m，平均水面は D.L.+1.08m である．

１-Line モデルを用いた既往調査における汀線変化予測結果を**図-6.2** に示す．得られた結果は以下のとおりである．

① 基本計画案では, 南側海浜の汀線はほぼ安定するものの，北側海浜の汀線は大きく変化し，特に北側で汀線の後退量が大きい．

② 北側海浜の汀線後退を抑止するためには, 基本計画案に 150m 突堤を併用する案が有効である．

既往調査では，地形変化の予測は，エネルギー平衡方程式法による波の場の計算，ラディエーションストレスに着目した流れ場の算定，および漂砂量公式に基づく地形変化の計算を段階的に実施するモデルによって実施された．基本計画案および 150m 突堤案における人工海浜周辺の海浜流分布と地形変化量分布を**図-6.3** および**図-6.4** に示す．得られた結果は以下のようである．

図-6.1 人工海浜の完成予想図

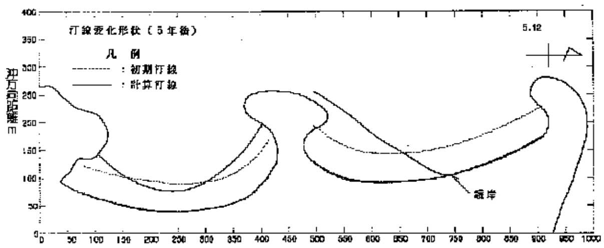
① 基本計画案では，北側海浜で南向きの流れが卓越し，海浜の北側で侵食，南側で堆積傾向を示した．

② 150m 突堤案では，150m 突堤背後で弱い循環流を形成し, 基本計画案でみられた汀線付近の南向きの流れは存在しない．また基本計画案に比べ, 地形変化はほとんどみられない．

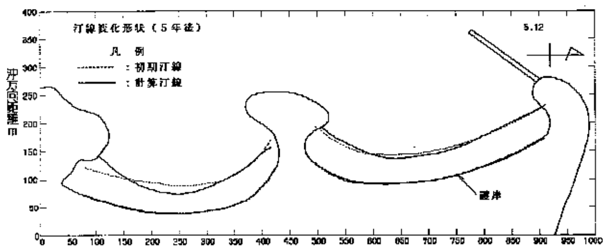
c) 実験方法

本実験に用いた移動床模型の平面図を**図-6.5** に示す．模型縮尺は，水平・鉛直方向ともに 1/50 とした．人工海浜部は後述する模型砂により整形し，その他はモルタルにより整形した．模型の NW 方向の沖側には直線配置されたサーペント型造波装置が設置されているが，当該海域では波向NW の波浪エネルギーが全体の約５割を占めていることや，造波水槽における有効造波領域などを考慮して，今回は波向 NW の一方向波に限って実験を行った．

移動床模型実験において，通常の波浪変形実験と同様にフルードの相似則を用いると，模型実験における波浪条件は，ひとまず**表-6.1** のように設定される．これにより，人工海浜周辺の波・流れ場は正しく再現されることが期待される．しかしながら，漂砂移動に関してフルードの相似則を適用することはできないため, **表-6.1** の波浪条件で得られる海浜変形は，現地における海浜変形を必ずしも相似するものではない．

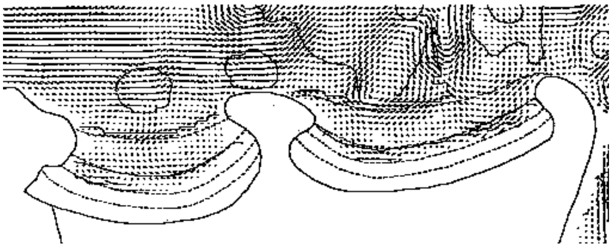


(a) 基本計画案

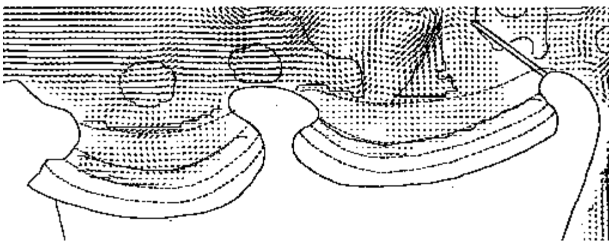


(b) 150m 突堤案

図-6.2 既往調査における汀線変化の計算結果

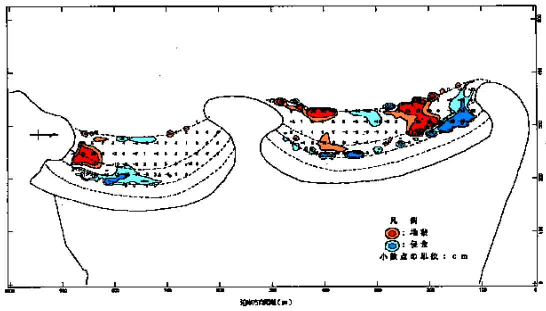


(a) 基本計画案

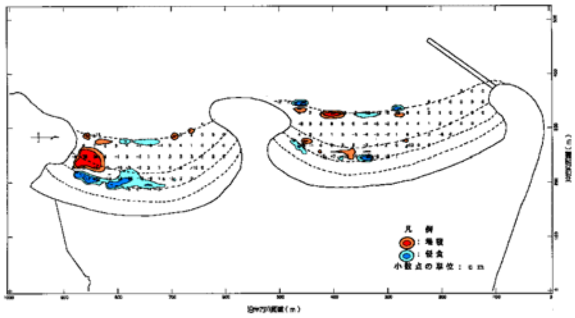


(b) 150m 突堤案

図-6.3 既往調査における流れ場の計算結果



(a) 基本計画案



(b) 150m 突堤案

図-6.4 既往調査における地形変化の計算結果

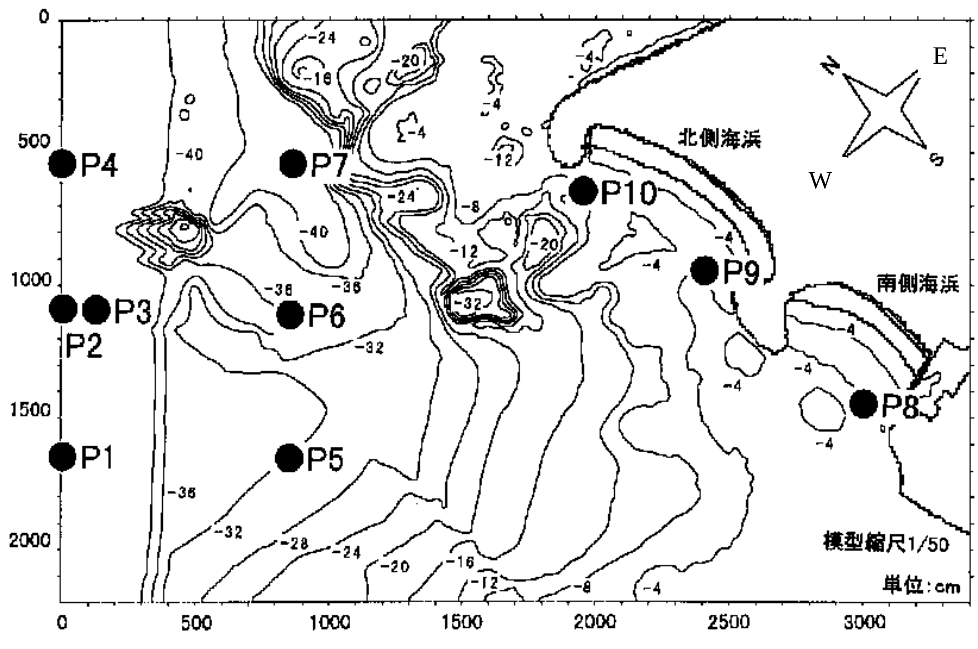


図-6.5 移動床模型平面図（縮尺：1/50，歪みなし）

表-6.1 フルードの相似則より設定される波浪条件

種　類	波向	波高 H1/3	周期 T1/3	潮　位
平常波浪	NW	0.90m(1.8cm)	7.0s(0.99s)	D.L.+1.08m(+2.16cm)
暴風波浪	NW	1.15m(2.3cm)	8.0s(1.13s)	D.L.+1.88m(+3.76cm)

（ ）は模型換算量

そこで，歪みなし模型を用いた移動床実験では，実際の波浪条件は，模型砂で整形された海浜の変形が現地のものと相似になるように設定される．本実験では，造波される波の波形勾配を歪ませて，既往調査において算定された汀線変化や地形変化を再現した．この歪み度は，沖波の波形勾配と人工海浜周辺の流れ場の関係を調べた予備実験や，設定された沖波条件の妥当性を検討する再現実験の結果を用いて，試行錯誤により決定した．また移動床実験における海浜変形の時間縮尺は，再現実験における海浜の変化速度から決定した．

一方，本実験に用いる養浜砂は，海浜断面の相似性，漂砂移動の相似性と入手の容易さを考慮して，東北珪砂6号（比重2.63，中央粒径0.23mm）を選定した．現地養浜砂に対する模型砂の縮尺は，比重に関して1：1，粒径に関して1：3.5である．

海浜断面の相似性の検討には，岩垣・野田（1961），Nayak（1970）による沿岸砂州発生限界，Sunamura，Horikawa（1974）による海浜プロファイルのタイプ分けなどを用い，暴風海浜型となる模型砂の諸元を検討した．

写真-6.1 移動床平面模型実験の実験風景

また，漂砂移動の相似性の検討には，Bijker（1968）およびEngelund（1965）による移動形式の分類，佐藤・田中（1962）の移動限界算定式などを用い，模型上の人工海浜付近で漂砂現象が生じる条件を検討した．

実験に際しては，外力として**図-6.5**中のP1～P10地点における波高およびP8～P10地点における流速を測定し，移動床部の地形変化の測定には，測定台車に設置された定点式砂面計およびメジャーを用いた．さらに人工海浜周辺における流況の観測には染料およびフロートを用い，その模様は写真・ビデオ撮影により記録した．**写真-6.1**は，移動床平面模型実験の実験風景である．

d) 予備実験

移動床模型実験における相似則はいまだ確立されていない．無歪みの移動床模型において漂砂現象をうまく再現するためには，フルードの相似則により求められた沖波条件に何らかの歪みを与えなければならない．対象模型におけるこの歪みの程度を推定するために，設計波を対象として，沖波の波形勾配と人工海浜周辺の流れ場の関係を調べる予備実験を実施した．なお，潮位はH.W.L.（D.L.+3.76cm）とした．

基本計画案における人工海浜周辺の流れ場の実験結果を**図-6.6**に示す．入射波条件は，現地設計波をフルードの相似則により模型量に換算した$H_{1/3}$=2.3cm，$T_{1/3}$=1.13s（$(H/L)_{1/3}$=0.013）の不規則波であり，波向きはNWである．平面模型に染料を流して流況を観察したところ，北側海浜では北側ヘッドランド付近から南へ向かう沿岸流れ，そして北側海浜中央付近では沖向きの流れが観測され，南側海浜では，汀線付近には沿岸流れがみられないなどの傾向が示された．これは，**図-6.3**に示した数値解析結果と定性的によく一致している．

一方，漂砂特性に関する相似を満足させるために沖波条件をフルードの相似則に対して歪ませた場合には，人工海浜周辺の流れ場が変化する可能性がある．そこで異

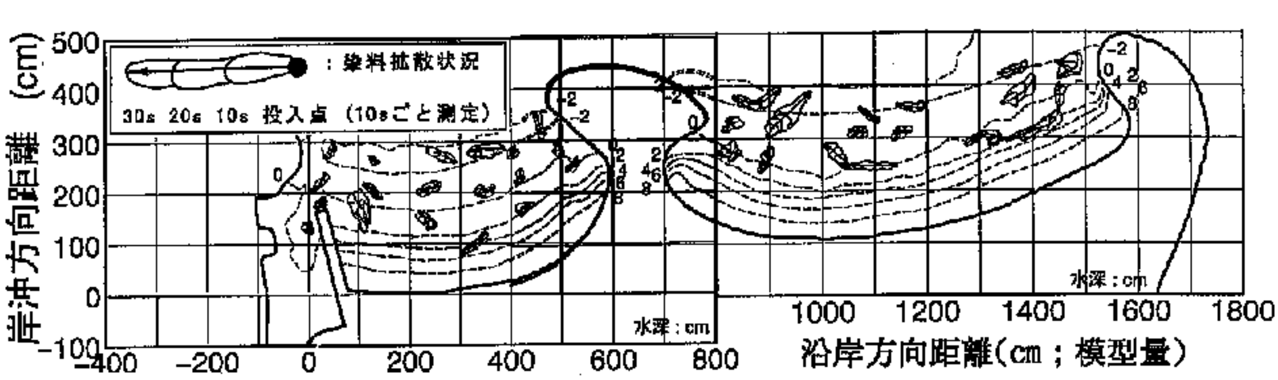
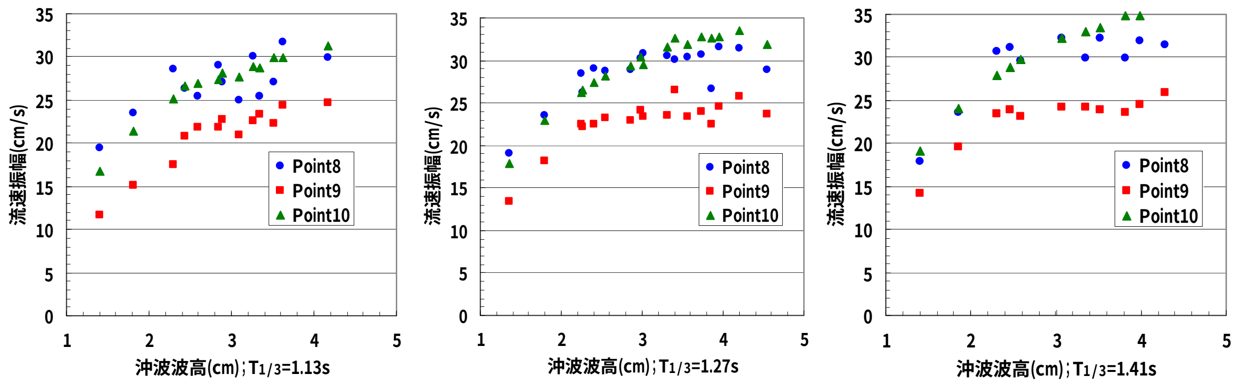


図-6.6 基本計画案における人工海浜周辺の流れ場（$H_{1/3}$=2.3cm，$T_{1/3}$=1.41s）



(a) $T_{1/3}$=1.13s　(b) $T_{1/3}$=1.27s　(c) $T_{1/3}$=1.41s

図-6.7 沖波条件に対する人工海浜周辺の流速振幅の変化

なる沖波波高や周期を与えたときに，人工海浜周辺で得られる流速分布や代表点 P8～P10 で計測される流速振幅の変化について検討した．

沖波を $H_{1/3}$=3.0cm，$T_{1/3}$=1.27s （$(H/L)_{1/3}$=0.014），および $H_{1/3}$=4.0cm，$T_{1/3}$=1.41s（$(H/L)_{1/3}$=0.017） とした場合に人工海浜周辺で生じる流れ場を観察したところ，沖波の波形勾配がフルード則より設定される条件より大きくなるほど，海浜北側から南へ向かう沿岸流が顕著に現れるようになるが，流れ場自体は大きく変化しなかった．

また，人工海浜近傍の代表点 P8～10 における流速振幅の値を，沖波の周期ごとに，沖波の波高の変化に対応させて示した**図-6.7** の実験結果をみると，いずれの周期においても，沖波の波高が増加すると流速振幅の値も増加し，かつ $H_{1/3}$=2.3～3.0cm 付近に流速振幅の増加率が減少する変曲点が存在することがわかる．これは，リーフ上の波の砕波によるものと考えられる．

特に，沖波の周期が $T_{1/3}$=1.27s あるいは $T_{1/3}$=1.41s のとき，既往調査において侵食傾向を示さないと推測される P8，P9 地点では，流速振幅値の変曲点より右側で直線の傾きがほぼゼロ，すなわち流速振幅値の増加が頭打ちとなっているのに対し，顕著な侵食地形が形成される P10 地点では，なおも右肩上がりの直線となり，波高の増加とともに流速振幅値がさらに増加することがわかる．

このような傾向は，沖波の周期が $T_{1/3}$=1.13s のときも同様にみられる．これらを比較すると，各地点で観測される流速振幅の値は，周期が長くなるほど全体的に大きくなっている．ただし，変曲点の位置は，周期の増加に伴い沖波波高が大きくなる方向に移動している．沖波の周期を変化させてもなお，流れ場，あるいは流速振幅値の変化に一貫した傾向が見出される理由として，計測地点がともに砕波帯内に位置していることや，対象とした

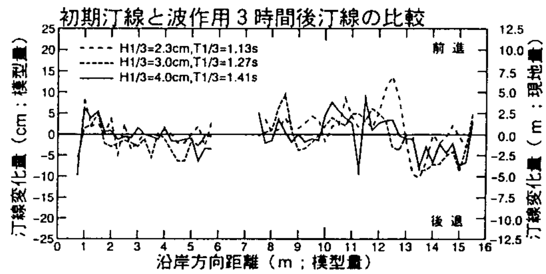


図-6.8 造波３時間後の汀線変化（基本計画案）

リーフ上の海域おいて顕著な沿岸流が形成されていることなどが挙げられる．

人工海浜周辺の流況観察に並行して，３時間造波後の両海浜における汀線変化を観察した．**図-6.8** に基本計画案における汀線変化に関する計測結果を示す．沖波条件をフルード則より得られた $H_{1/3}$=2.3cm，$T_{1/3}$=1.13s とした場合には，北側海浜の北側ヘッドランド付近（沿岸方向距離 12～16m）で局所的に汀線が後退する部分と前進する部分がみられるが，北側海浜全体に及ぶような汀線変化はみられず数値計算結果とは異なる傾向を示した．一方，沖波条件を $H_{1/3}$=3.0cm，$T_{1/3}$=1.27s あるいは $H_{1/3}$=4.0cm，$T_{1/3}$=1.41s とした場合には，北側海浜の北側ヘッドランド付近で汀線が後退し，北側海浜中央から南側にかけて汀線が前進する様子が観察され，数値計算により予測された汀線変化の傾向に最も近い実験結果を得た．なお，南側海浜（沿岸方向距離 1～6m）では，いずれの沖波条件でも顕著な汀線変化はみられなかった．

以上の検討により，基本計画案において有意な汀線変化が生じる設計波の沖波条件として，本実験では，

$H_{1/3}$=4.0cm，$T_{1/3}$=1.41s，潮位：H.W.L.（D.L.+3.76cm）と設定した．

e) 再現実験

予備実験では，移動床模型実験における沖波の歪み度を決定した．再現実験では，既往調査における基本計画案および 150m 突堤案に関する海浜変形および海浜周辺の波・流れの数値解析結果を再現目標として，設定された歪み度の妥当性と模型時間縮尺の推定を行う．

i) 再現実験における実験手順

現地の人工海浜では，穏やかな波浪や荒天時の波浪の作用，さらには潮位変動や飛砂の影響を受けて海浜が形成される．つまり，このような海浜の形成過程を考えると，造成直後の海浜にいきなり暴風波浪を作用させるよりも，平常波浪を作用させた後に暴風波浪を作用させて海浜の形成過程を再現することが妥当である．

そこで再現実験では, 平常波浪を 10 時間作用させた後に, 暴風波浪を 10 時間作用させ, 海浜変形の再現を試みた．ただし，波作用時間については，模型時間縮尺に関する検討結果によっては見直しを要する条件になる．

ここで平常波浪時の沖波条件は，先の検討により決定された暴風波浪時の沖波条件の歪み度より決定する．

現地海域における異常波浪時の沖波条件は $H_{1/3}$=1.15m, $T_{1/3}$=8.0s であるから，フルードの相似則に従うと，それぞれ 2.3cm，1.13s となる．したがって，暴風波浪時の沖波の歪み度は次のとおりである．

波高の歪み度： 4.0cm／2.3cm ＝ 1.74

周期の歪み度： 1.41s／1.13s ＝ 1.25

現地海域における平常波浪時の沖波条件は $H_{1/3}$=0.90m, $T_{1/3}$=7.0s であるから，フルードの相似則に従うと，それぞれ 1.8cm，0.99s となる．この値に上記の歪み度を適用すると, 平常波浪時の沖波条件は次のように求められる．

平常波浪時の沖波波高： 1.8cm×1.74 ＝ 3.12cm

平常波浪時の沖波周期： 0.99s×1.25 ＝ 1.24s

暴風波浪時の歪み度から求められる平常波浪時の沖波条件は，沖波の歪み度の検討に用いた波高 3.0cm，周期 1.27s とほぼ一致する．このことから，本実験では再現実験に用いる波浪条件を**表-6.2** のように決定した．

表-6.2 再現実験に用いる沖波条件

平常波浪時	$H_{1/3}$=3.0cm，$T_{1/3}$=1.27s
暴風波浪時	$H_{1/3}$=4.0cm，$T_{1/3}$=1.41s

※潮位は H.W.L（D.L.+3.76cm）で一定とした

再現実験は次のような手順で実施した．まず整形された初期地形に対して平常波浪時における沖波（$H_{1/3}$=3.0cm，$T_{1/3}$=1.27s）を 10 時間造波し，人工海浜の地形および汀線測定，P1～10 地点の水位と P8～10 地点の流速を測定する．つぎに暴風波浪時における沖波（$H_{1/3}$=4.0cm，$T_{1/3}$=1.41s）を 10 時間造波して同様の計測を行い, 波作用時間の経過に対して系統的な地形･汀線変化を調べ，人工海浜の安定性を判断するデータとして活用する. ここで潮位条件は, 朔望平均満潮位（D.L.+3.76cm (現地+1.88m)）で一定とした．これは，実験が主に海浜変形の度合いを調べることを主眼とし，海浜に作用する波浪が大きくなる条件を用いることが妥当と判断されること，あるいは入射波の検定をすべて朔望平均満潮位で行っており，そこで得られた波浪特性が潮位の変動により変化することを防ぐためなどの理由による．再現実験の手順を**図-6.9** に示す. 模型の時間縮尺はこれらの地形変化傾向および変化量より決定する．

ii) 基本計画案の再現

人工海浜周辺の流況を**図-6.10** に示す．予備実験において既に確認したとおり既往調査における波・流れ場の計算結果と比較すると，基本計画案における流況は，

ａ．北側海浜北側の汀線付近で顕著な南向きの沿岸流がみられること

ｂ．海浜中央付近における離岸流および中央ヘッドランド背後での循環流が発生すること

ｃ．南側海浜の汀線付近に沿岸流がみられないこと

などから，計算結果とほぼ同様な流況を示していることがわかる．

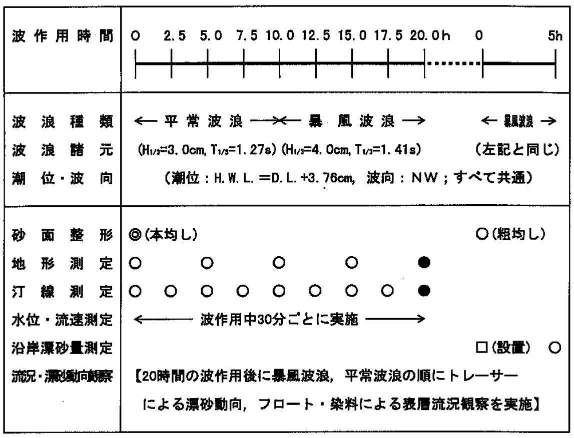


図-6.9 再現実験における実験手順

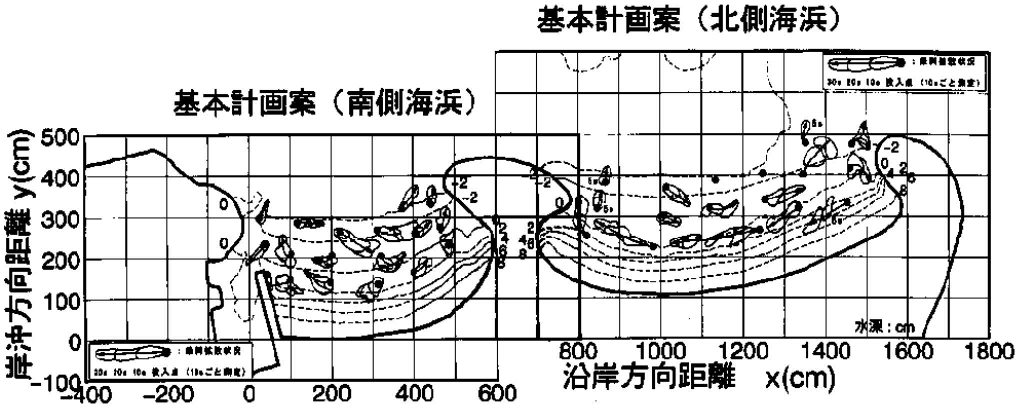


図-6.10 基本計画案における流れ場の再現（暴風波浪時：$H_{1/3}$=4.0cm，$T_{1/3}$=1.41s）

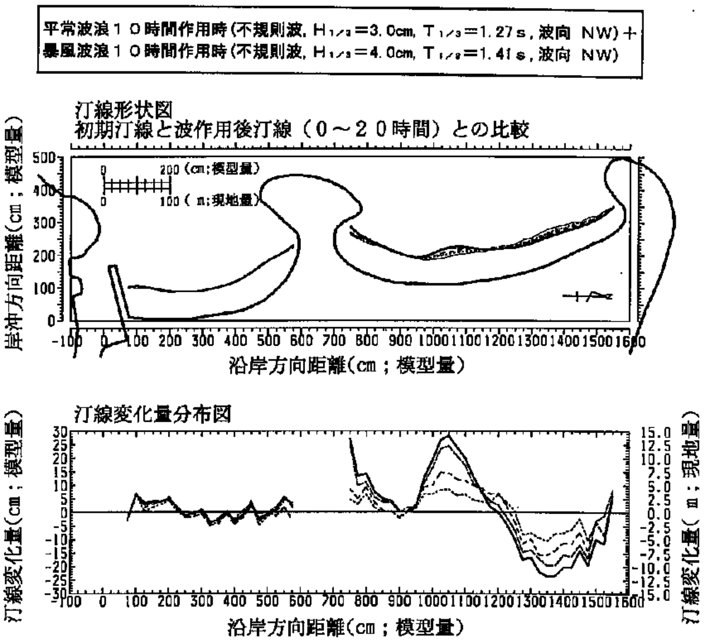


図-6.11 基本計画案における汀線変化の再現（平常波浪 10 時間＋暴風波浪 10 時間）

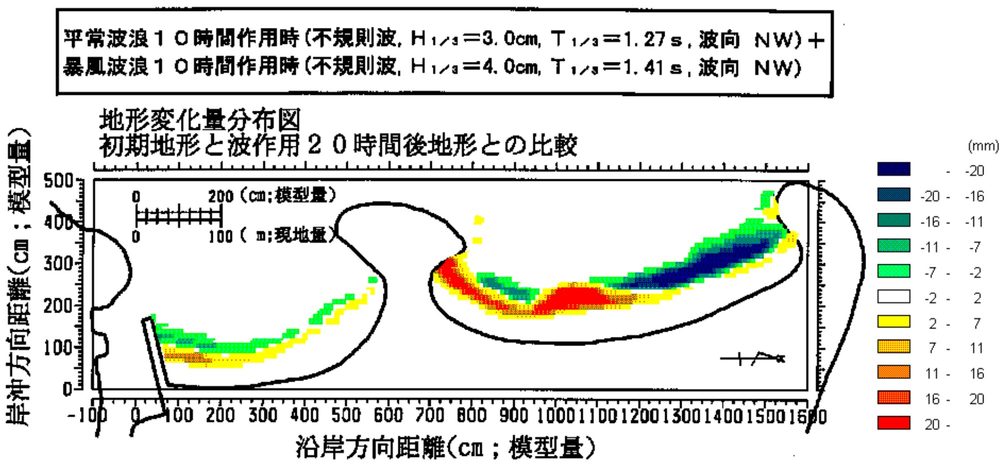


図-6.12 基本計画案における地形変化の再現（平常波浪 10 時間＋暴風波浪 10 時間）

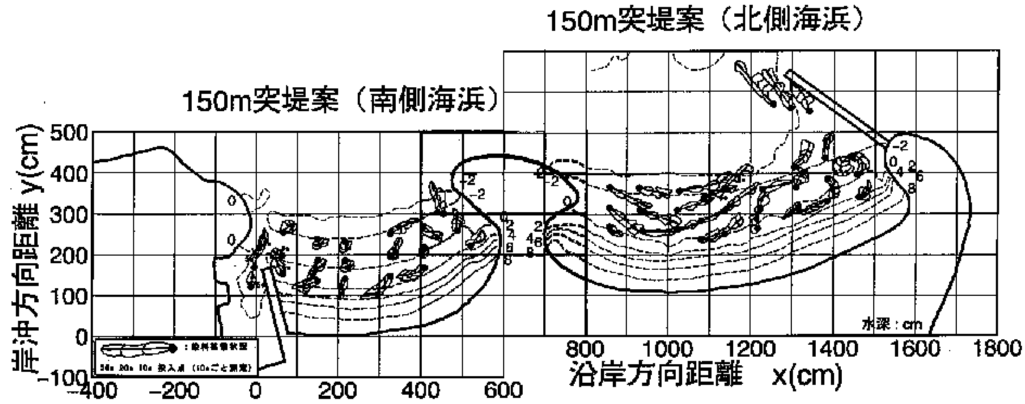


図-6.13 150m 突堤案における流れ場の再現（暴風波浪時：$H_{1/3}$=4.0cm，$T_{1/3}$=1.41s）

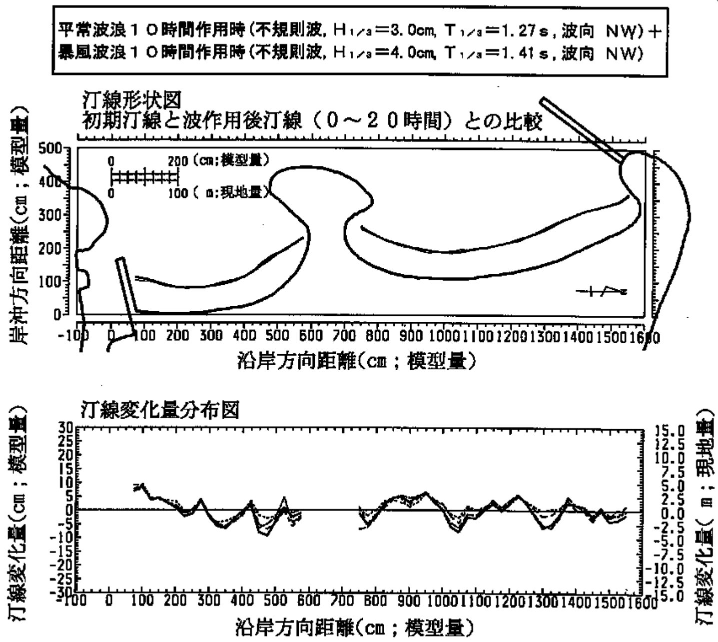


図-6.14 150m 突堤案における汀線変化の再現（平常波浪 10 時間＋暴風波浪 10 時間）

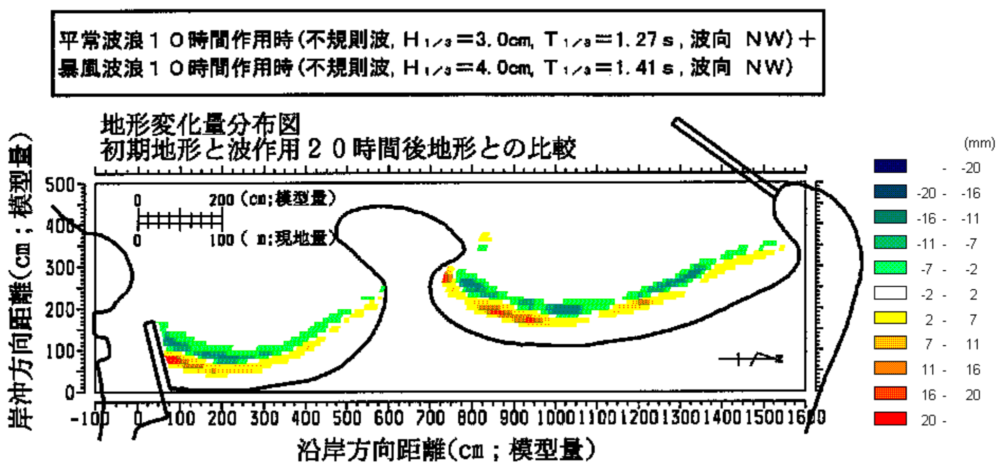


図-6.15 150m 突堤案における地形変化の再現（平常波浪 10 時間＋暴風波浪 10 時間）

つぎに, 汀線変化の実験結果を**図-6.11** に示す. 図は, 既往調査における数値計算結果と定性的に同様な変化傾向を示しており，再現性は良好である．ただし，造波 20 時間後において，南側海浜ではほぼ安定形状に達しているものと判断されるが，北側海浜ではなおも汀線が変化し続けており，安定形状の把握には波作用時間の追加を要する．したがって，海浜安定実験に用いる波作用時間の決定には，現地に対する模型の時間縮尺についての検討を行い，再現期間の検討等を行う必要がある.

さらに, 地形変化の実験結果を**図-6.12** に示す. 図は, 既往調査における数値計算結果，すなわち，

「北側海浜北側で顕著な侵食現象，南側で顕著な堆積現象を生じ, かつ南側海浜で海浜変形をほとんど生じない」

という再現目標と定性的に同様な変化を示しており，再現性は良好である.

iii) 150m 突堤案の再現

人工海浜周辺の流況を**図-6.13** に示す．既往調査における波・流れ場の解析結果と比較すると，150m 突堤案における流況は,

ａ．基本計画案でみられた北向きの沿岸流が消滅していること

ｂ．北側海浜では海浜南側から中央にかけて北向きの沿岸流が生じ, 150m 突堤付近では沖向きの流れに転じていること（循環流の形成）

ｃ．南側海浜の汀線付近に沿岸流がみられないこと

などから，計算結果とほぼ同様な流況を示していることがわかる.

汀線変化の実験結果を**図-6.14** に示す．図は，既往調査における数値シミュレーション結果と定性的に同様な変化を示し，再現性は良好である．特に造波 20 時間後において，両海浜とも汀線はほぼ安定形状に達しており，これ以上波作用時間を追加しても，有意な変化は生じないと考えられる.

地形変化の実験結果を**図-6.15** に示す．図は，既往調査における数値シミュレーション結果，すなわち，

「150m 突堤を設置した場合には，南側海浜とともに，北側海浜の養浜砂が安定すること」

という再現目標を満足しており，再現性は良好である.

iv) 時間模型縮尺の検討

以上の検討により，予備実験で設定された沖波の歪み度に関する妥当性が確認された．しかしながら，基本計画案では, 造波 20 時間後において北側海浜の汀線が安定形状に達することはなかった．そこで，基本計画案の再現実験で得られた地形変化速度を数値解析結果と比較することにより，模型の時間縮尺を推定し，海浜安定実験において人工海浜が安定形状に達するための適切な波作用時間を決定した.

まず，暴風波浪時，すなわち年数回発生するような荒天時波浪における短期的な地形変化に対する模型時間縮尺の推定には，漂砂量公式に基づく地形変化量の数値計算結果（既往調査，現地 24 時間分の変化予測）と本実験の地形測定結果を用いた．検討結果を**図-6.16** に示す．図は海浜変形がとくに顕著となる北側海浜に着目して，領域分割図に示すブロックごとの平均水深の変化を求めたものである．図より，ブロック４では実験室のほうが変化速度勾配が大きいけれども，侵食量が最も大きいブロック５と堆積量が最も大きいブロック３では変化速度勾配はほぼ等しくなり, 現地の波作用 24 時間は, 模型での波作用 8 時間に相当することがわかった.

つぎに，さまざまな波浪の作用を受けて形成される長期的な海浜変形に対する模型時間縮尺の推定には, 1-line モデルに基づく汀線変化の解析結果（既往調査，現地 1 年分の変化予測）および本実験の汀線測定結果を用いた．検討結果を**図-6.17** に示す．この図は，海浜変形がとくに顕著となる北側海浜において，模型実験により汀線の後退量が最大となった沿岸方向距離 1350cm 地点（北側海浜中央から北より）の汀線変化量に着目したものである．一方，既往調査における地形変化予測解析では，この測線は X=800m に対応するので, 図には X=800 地点の汀線変化量を時間経過ごとにプロットしている. 図より, 現地および実験室における汀線の変化速度を等しくすると, 実験室における波作用 20 時間後の汀線変化量は, 現地の 6 ヶ月後の汀線変化量に対応することがわかった. したがって，現地の波作用 1 年間は，模型での波作用 40 時間に相当することがわかった.

表-6.3 模型時間縮尺

模型量	現地量
平常波浪 10 時間 ＋ 暴風波浪 10 時間	平常波浪 1 年間（年数回の暴風波浪を含む）
暴風波浪８時間	暴風波浪 24 時間

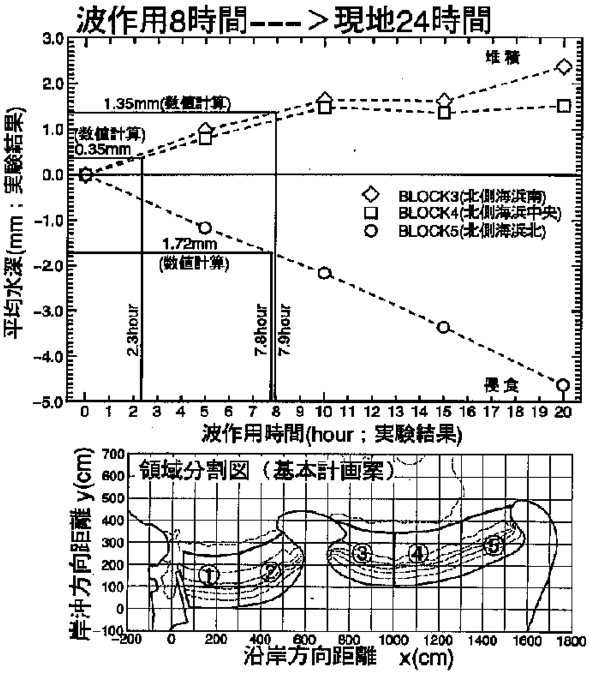


図-6.16 暴風波浪時における時間縮尺の検討

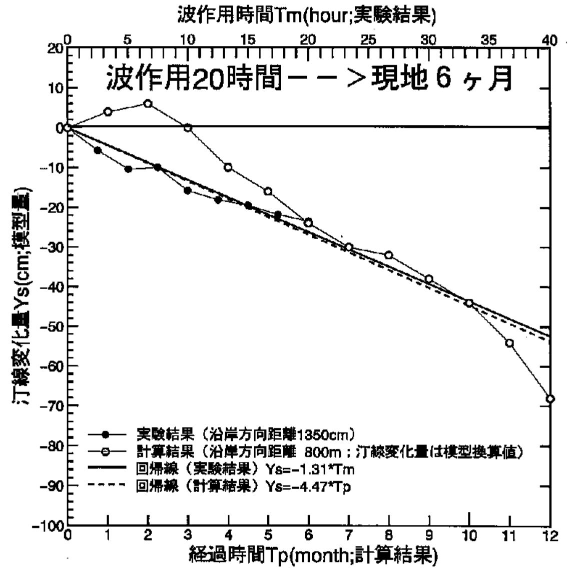


図-6.17 平常波浪時と暴風波浪時を通じた時間縮尺

以上の検討より得られた本実験の模型時間縮尺を**表-6.3**にまとめる.

f) 海浜安定工法に関する実験結果

既往調査における数値計算により，150m 突堤案は，海浜の安定を確保する有効な案であることが既に確認されている．しかしながら，周辺の自然環境や景観への配慮という観点からは，必ずしも最適な海浜安定工法とは言い難い．そこで本実験では，島堤状の構造物を面的に配置する，島状ヘッドランド案における海浜安定化の効果を検討した．通常，汀線に接した海岸構造物はヘッドランド，汀線から離れた沖合の海岸構造物は離岸堤として定義される．ここでは，ポケットビーチ内の最適な位置に設置される島状の海浜安定化構造物を島状ヘッドランドと定義した．島状ヘッドランドは，その材質や形状，あるいはそれらの配置に変化を持たせることで，景観のおもしろさを創造する効果が期待される.

島状ヘッドランド案では，島堤状の比較的小規模な構造物が汀線近傍の浅海域に複数配置されるため，それらによって構成される人工海浜の形状は複雑になる傾向がある．既往調査におけるエネルギー平衡方程式法を用いた数値解析では，浅海域における波の非線形性や回折変形が顕著になるこのような条件において，信頼し得る計算結果を得ることが難しい．そこで，島状ヘッドランド案による海浜の安定性は，以下のように，移動床模型を用いた水理実験によって確認されることが望ましいと思われる.

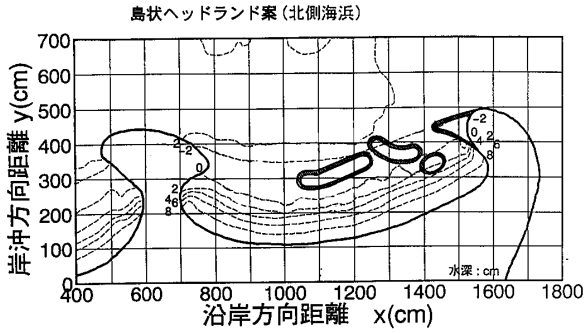


図-6.18 島状ヘッドランド案（北側海浜）

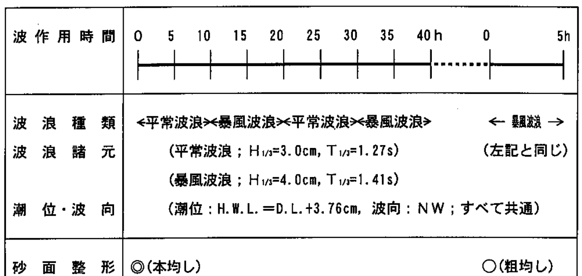


図-6.19 海浜安定実験における実験手順

海浜の安定化効果を得る島状ヘッドランドの最適な配置条件は試行錯誤的に決定される．平山ら（1999）は，基本計画案を対象とした再現実験で示された，北側海浜の北側の侵食および汀線後退を抑止するために，北側ヘッドランドの先端付近から汀線に沿って数基の島状ヘッドランドを配置する６通りの配置案を設定し，造波実験によってそれらの海浜安定化効果を検討した．このようにして選定された島状ヘッドランド案を**図-6.18** に示す．

島状ヘッドランドは，海浜に入射する波を回折変形させ背後の波高を減衰させる効果を有する．ただし本実験では,フルード則に対して歪んだ沖波諸元を用いており，このことが人工海浜周辺の波浪変形に少なからず影響を与えていると考えなければならない．ところが，実験に用いた沖波は，実際よりも周期が長く波高が大きくなっているため，島状ヘッドランドによる波の回折効果が減少する．したがって模型実験では，現地に比べ，島状ヘッドランドで遮蔽されない水域の回折係数が大きくなるために，海浜変形が生じやすくなっていると思われる．そこで，島状ヘッドランドによる海浜安定効果が過小評価される模型実験において，海浜の安定性が確認されれば，現地海浜の安定性が確保されると考えられる．

海浜安定実験は次のような手順で実施する．再現実験と同様，まず整形された初期地形に対して平常波浪（$H_{1/3}$=3.0cm，$T_{1/3}$=1.27s）を 10 時間造波した後，暴風波浪（$H_{1/3}$=4.0cm，$T_{1/3}$=1.41s）を 10 時間造波し，再現実験結果と定量的な比較が可能なデータを取得する.さらに，時間縮尺の検討結果から，長期的な汀線変化予測においては実験の波作用 20 時間が現地６ヶ月に相当すると推測されることから，現地１年間の海浜変形を予測するために，引き続き平常波浪 10 時間と暴風波浪 10 時間の波作用を行い，海浜の安定性を検討する．ここで実験条件は，再現実験と同様，朔望平均満潮位 D.L.+3.76cm（現地 D.L.+1.88m），波向きを NW とした．海浜安定実験の手順を**図-6.19** に示す.

i) 島状ヘッドランド周辺の流れ場

人工海浜前面における流況のうち，暴風波浪時を**図-6.20** に示す．北側海浜では，島状ヘッドランド背後の流れは弱く，また島状ヘッドランド開口部から沖に向かう流れもほとんど観察されない．さらに基本計画案でみられたような顕著な沿岸流の形成はみられない．ただし島状ヘッドランドによる波遮蔽域より南側では，島状ヘッドランド背後に比べ若干速い流れがみられる．一方，南側海浜では，基本計画案，150m 突堤案と同様，顕著な沿岸流はみられない．なおこれらの特徴は，平常波浪時における流況においても同様である．

ii) 島状ヘッドランド周辺の汀線変化

実験結果のうち，初期汀線，波作用 40 時間後の汀線およびその変化量を**図-6.21(a)**に示す.また波作用 20 時間後から 40 時間後までの汀線変化量を**図-6.21(b)**に示す.

図-6.21(a)より，北側海浜では波作用時間の経過とともに島状ヘッドランド背後で小規模なトンボロが形成されることがわかる．一方，島状ヘッドランドによる波遮蔽域より南側では汀線が後退し，中央ヘッドランド基部で汀線が前進することから，南向きの漂砂移動が生じているものと考えられる．しかしながら**図-6.21(b)**をみると，波作用 20 時間後から波作用 40 時間後（現地 6 ヶ月後から 1 年後）までの間における汀線変化はわずかであり,汀線形状はほぼ定常に達しているものと判断される.

南側海浜では, 基本計画案および 150m 突堤案と同様,全体的にほとんど汀線変化を生じないことがわかる（**図-6.21(a)**）．さらに**図-6.21(b)**より，造波開始 20 時間後には定常に達していると判断される.

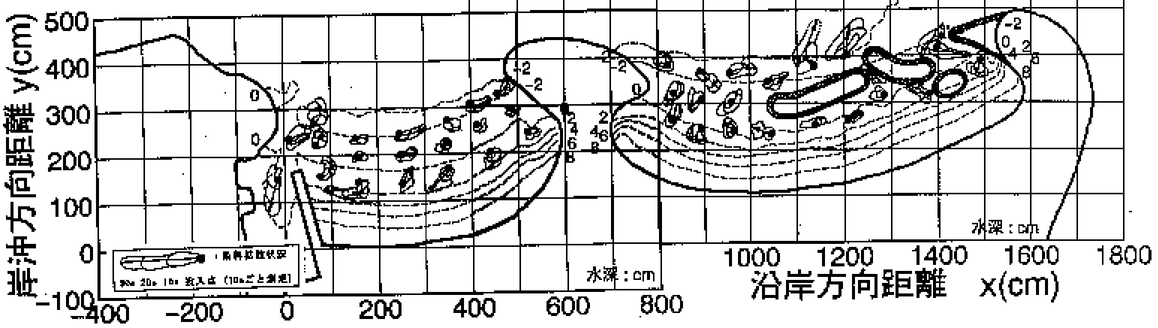
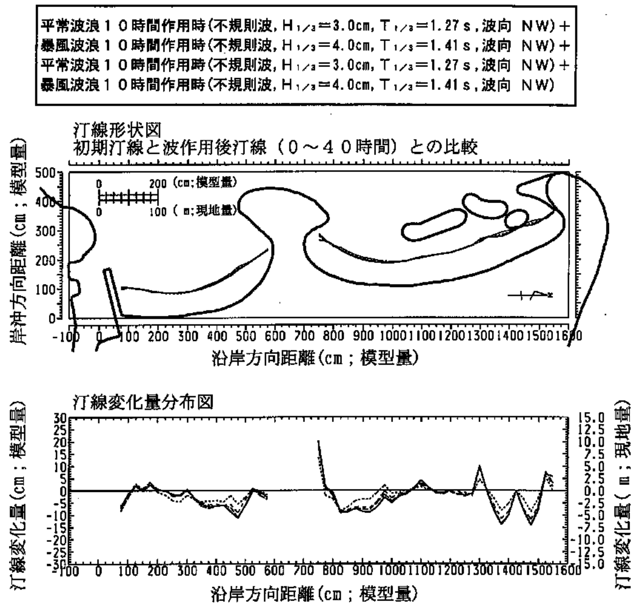
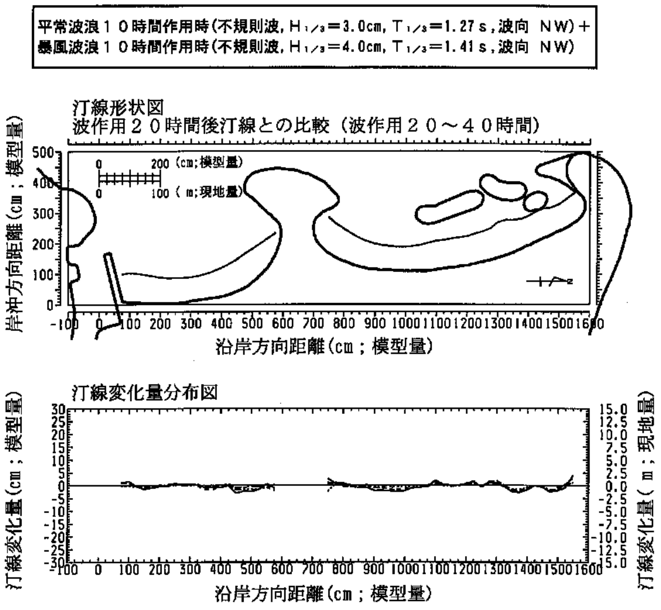


図-6.20 島状ヘッドランド案における流れ場（暴風波浪時：$H_{1/3}$=4.0cm，$T_{1/3}$=1.41s）

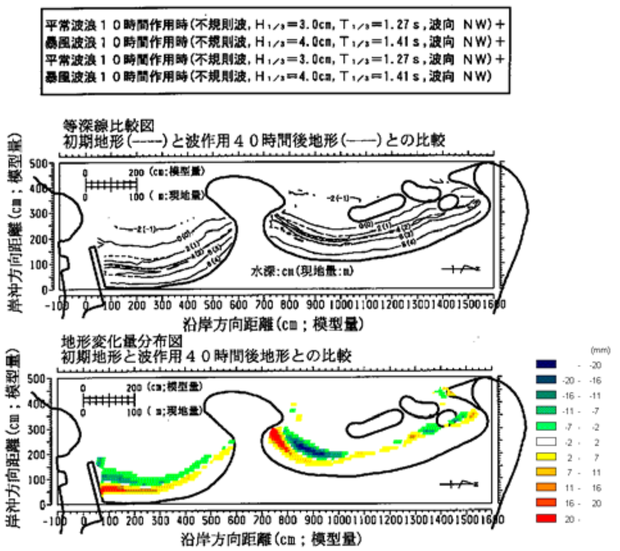


(a) 造波 0～40 時間後

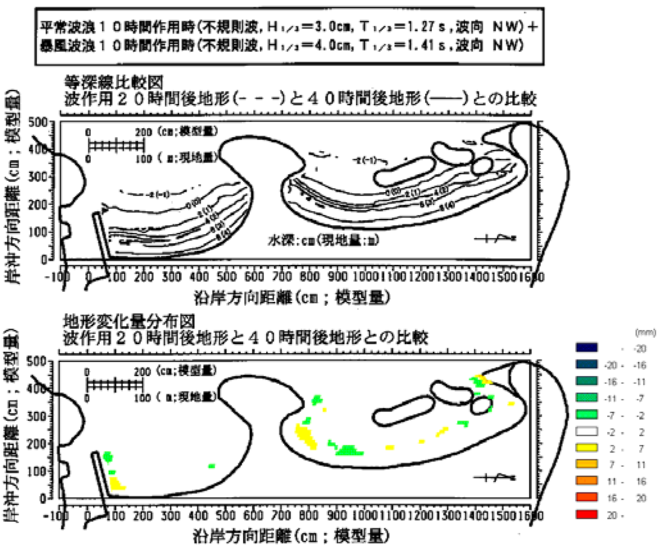


(b) 造波 20～40 時間後

図-6.21 島状ヘッドランド案の汀線変化



(a) 造波 0～40 時間後



(b) 造波 20～40 時間後

図-6.22 島状ヘッドランド案の汀線変化

以上のことから，島状ヘッドランド案における汀線変化の傾向をまとめると次のようである．島状ヘッドランド案は，150m 突堤案と比較すると初期の汀線変化量は大きいが，波作用 20 時間後（現地６ヶ月後）には定常に達し，その後は 150m 突堤案と同様な海浜安定効果が期待される．したがって現地海浜においては，初期の養浜形状を適切に設定することで，安定な海浜を造成することが可能であると考えられる．

iii) 島状ヘッドランド周辺の地形変化

実験結果のうち，初期地形，波作用 40 時間後の地形およびその変化量を**図-6.22(a)**に示す．また波作用 20 時間後から 40 時間後までの地形変化量を**図-6.22(b)**に示す．

図-6.22(a)より，北側海浜では前浜のバームおよび島状ヘッドランド背後のトンボロの形成を除けば地形変化

はわずかであり，養浜砂の安定がほぼ確保されていることがわかる．一方，島状ヘッドランドによる波遮蔽域より南側では，汀線付近の堆積域およびその沖側の侵食域が広く分布していることから，この水域では岸沖漂砂が卓越していることがわかる．これらの結果から，島状ヘッドランドは沿岸漂砂を抑止する有効な構造物であるが，入射波の波形勾配が大きく影響する岸沖漂砂に対する抑止効果はあまり望めないことが推測される．

また，中央ヘッドランド基部での堆積量が大きいことから，岸沖漂砂に加えて南向きの漂砂移動が生じていることが予想される．しかしながら，**図-6.22(b)**に示した期間における地形変化はわずかであることから，このとき既に海浜断面や海浜地形はほぼ定常に達していると思われる．

南側海浜では，基本計画案および 150m 突堤案と同様，汀線背後の前浜におけるバームおよびその沖側における侵食域の形成を除けば，全体的にほとんど地形変化を生じないことがわかる(**図-6.22(a)**)．また**図-6.22(b)**より，造波開始 20 時間後には海浜地形は定常に達していると判断される．

以上のことから，島状ヘッドランド案は，基本計画案において問題となった北側海浜における大規模な侵食域と堆積域の形成を抑制し，150m 突堤案と同程度の海浜安定化効果が期待できることが確認された．また，南側海浜の安定性は依然として確保されることが確認された．

一方，海浜断面の形状は，一般に岸沖漂砂によって決定されるため，波の回折による波高減衰効果や沿岸漂砂の抑制効果を期待した 150m 突堤案や島状ヘッドランド案において，海浜断面の変化を抑制する効果を過度に期待すること避けなければならない．また岸沖漂砂は，海浜に入射する波の波形勾配に大きく影響されるため，沿岸漂砂を相似するために沖波の波形勾配を歪ませた本実験では，現地における現象とはやや異なる結果となっている可能性があることに注意しなければならない．

(2) ブシネスクモデルによる人工海浜周辺の波・流れ場の再現性

浅海域の波浪変形シミュレーションを行うために開発されたブシネスクモデルは，近年多数の研究者によりその適用性の拡張が検討されている(例えば，佐藤ら，1993，Cruz ら，1995，平石ら，1995)．

特に，3.3 で述べた NOWT-PARI，Ver4.6βでは，海底摩擦による波高減衰や砕波現象，開境界処理等が考慮されている．また，斜面上や潜堤背後における波の非線形化や分裂現象を計算した 3.2 や，球面浅瀬による屈折変形や防波堤開口部で生じる回折変形を再現した 3.3，あるいは，モデル港湾における波高分布を算定した 3.4 などを通じて，さまざまな波浪変形に対するこのモデルの計算精度が検証されている．しかしながら，これらは比較的単純化された地形条件や波浪変形に対するモデルの適用性を示すものであり，複雑な地形を有する実海域におけるモデルの適用性の検討は未だ不十分である．そこで以下では，**図-6.5** に示した現地地形（基本計画案）を対象として，珊瑚礁に面する人工海浜周辺の波・流れ場を算定する数値計算を行い，歪みのない模型上で得られた実験結果に対する再現性を検証した．

a) 計算条件の設定

対象海域の数値計算は模型量で実施し，波高 1.3～4.0cm（現地 0.65m～2.0m），周期 1.13～1.41s（現地 8.0～10.0s）の規則波および不規則波を沖側より入射した．入射境界（水深 40cm（現地 20m））における水深波長比は h/L_0=0.14～0.22, 波形勾配は H_0/L_0=0.007～0.02 である．

波・流れ場の再現計算は，特に北側人工海浜周辺（P9 および P10）における波浪場の再現に主眼をおいて実施した．これは，波浪条件や地形特性，あるいは模型実験結果から明らかなように，北側人工海浜の養浜砂の安定性が特に懸念されるためである．そこで，NOWT-PARI，Ver4.6βを用いて，この付近における複雑な海底地形によって生じる波浪変形を再現することを試みた．

計算条件は次のように設定した．差分計算における空間格子間隔は $\Delta x=\Delta y$=0.1m, 差分時間間隔は $\Delta t=7\times10^{-3}$s とし，底面摩擦係数は佐藤ら（1993）にならい f=0.02 とした．ただし，珊瑚礁リーフ上および移動床部の底面摩擦係数は f=0.04 とした．また砕波判定に用いる限界流速波速比は，人工海浜前面の波形および流速値の再現性を考慮して 0.45 と設定した．これは，佐藤ら（1993）が規則波の場合に提案している値（0.6～0.7）よりも小さい．さらに，人工海浜では，海浜地形による妥当な反射率を与える海浜モデル（3.4 (4)）を設定した．なお，最小水深は h_{min}=2.0cm（現地 1m）とした．

このようにして計算された砕波位置を模型実験における砕波点の観測結果と合わせて**図-6.23** に示す．ここで用いた沖波諸元は H_{in} =4.0cm，T_{in} =1.13s の規則波，潮位は H.W.L.（D.L.+3.76cm）である．計算で判定された砕波位置は，実験結果をよく再現していることがわかる．

b) 規則波による計算結果

入射波高 2.3cm，入射波周期 1.13s（H/L=0.013）としたときの人工海浜前面の観測点にあたる P8, P9 および P10（**図-6.5** あるいは**図-6.23** 参照）における時間波形を**図-6.24(a)**に，同様に平面２方向の流速変動を合成して得られる流速ベクトル長さの時間変化を**図-6.24(b)**に示す．

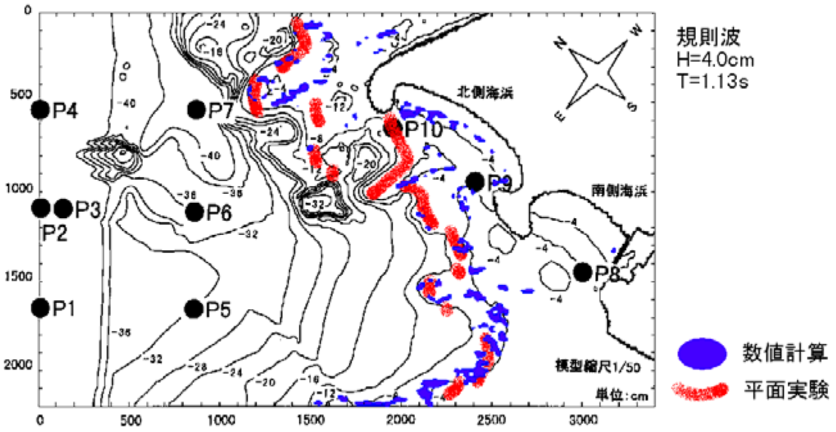
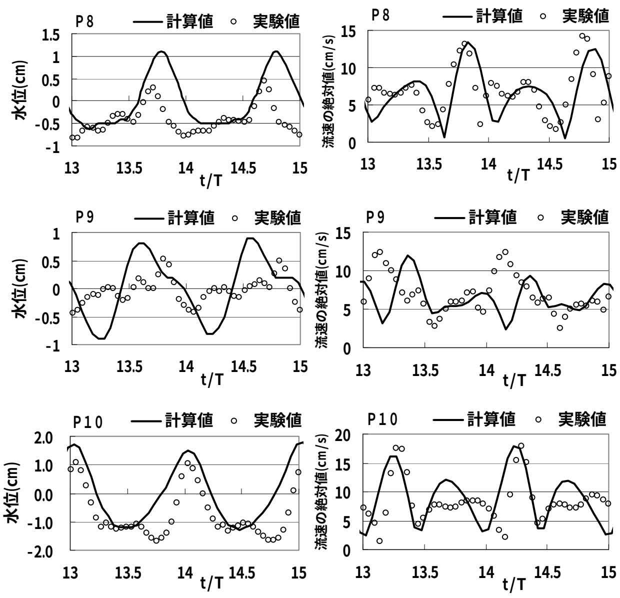
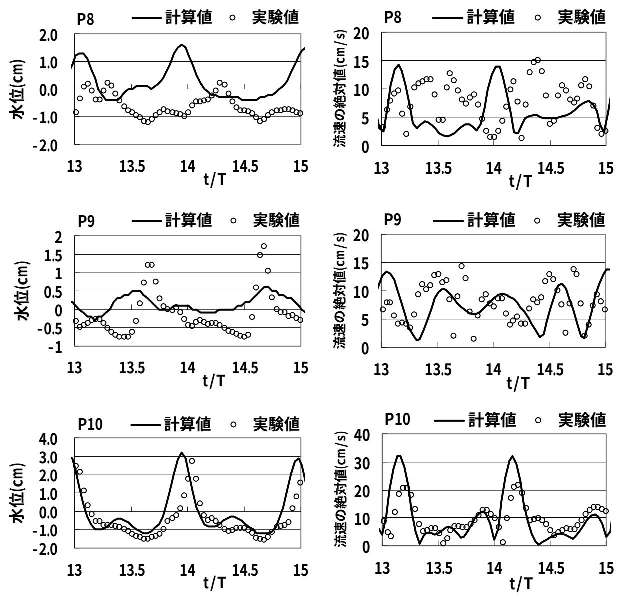


図-6.23 砕波位置の再現性（規則波：H_{in} =4.0cm，T_{in} =1.13s，潮位：H.W.L.（D.L.+3.76cm））



(a) 水位変動　**(b)** 流速変動（ベクトル長さ）

図-6.24 水位と流速の時間変動（H=2.3cm，T=1.13s）



(a) 水位変動　(b) 流速変動（ベクトル長さ）

図-6.25 水位と流速の時間変動（H=4.0cm，T=1.41s）

ただし**図-6.24(b)**では，流速ベクトルの向きはとくに考慮されていない．図中，それぞれ実線は計算結果を，白丸は実験結果を示している．なお，波の計測は造波開始３分後から開始しており，図の横軸の数値は計測開始後の波の通過数を意味している．

図より，人工海浜の中央ヘッドランド近傍の P9 において,水位変動の計算値はその実験値とあまり一致せず,流速変動の計算値はその実験値に対して 1/4 周期程度の位相差がみられる．しかしながら，沖合の海底地形が非常に複雑な北側海浜の北側ヘッドランド近傍の P10 では,水位変動や流速変動の計算値は，波形やピーク時の位相に関して実験値とよく一致している．また，沖合の海底地形が緩やかな一様斜面となっている南側海浜前面の P8 でも，水位変動や流速変動の計算値は，同様に実験値とよく一致している．ここで，P8 地点は砕波帯内に位置しており（**図-6.23** 参照），通常，この付近では，計算結果にみられるような wave set-up が生じると考えられる．したがって，実験結果にみられるような，平均水位が初期水位よりも下降する現象は容易には受け入れ難い．そこで，水位変動を計測した波高計の検定精度や模型実験で用いた水槽の特性などを再度検討する必要があると思われる．

つぎに，入射波高 4.0cm，入射波周期 1.41s（H/L=0.016）としたときの水位変動と流速変動を**図-6.25(a)**および**(b)**に示す．先のケースと同様，P10 では，水位および流速値の時間変動の計算値は，実験値をよく再現している．一方，P8 では，流速変動の実験値には１周期間に４つのピークがみられ，進行波による流速変動のピークのほかに，反射波によると思われる流速変動のピークが存在しているのに対し，計算値にはそのようなピークがほとんどみられない．これは，P8 背後のヘッドランドにおける反射率の違いによるものと思われる．すなわち，模型実験ではヘッドランド前面は砂利で消波され，入射波の波長が長くなるとその消波性能が低下するのに対し，数値計算ではヘッドランドの前面から陸側にかけてエネルギー吸収帯が配置され，模型実験に比べ，ヘッドランドによる波の反射が低減されているためであると考えられる．このような傾向は，P9 における流速変動においても同様にみられる．

c) 不規則波による計算結果

入射波周期を $T_{1/3\ in}$=1.13s 一定とし，入射波高を $H_{1/3\ in}$=1.3〜4.0cm（H/L=0.007〜0.022）と変化させたときの P8，P9 および P10 における有義波高の変化を**図-6.26**に示す．図より，それぞれの入射波高において，各観測地点における有義波高の計算値と実験値はよく一致することがわかる．また入射波高に対する実験値の変化をみると，入射波高 $H_{1/3\ in}$ が小さいときには入射波高の増加とともに増加していた各観測地点における有義波高が，$H_{1/3\ in}$=2.3cm 以上においては一定となる傾向が伺える．計算値はそれをよく説明している．

入射波高の変化に対する P8，P9 および P10 における沿岸方向および岸沖方向の流速振幅の変化を**図-6.27(a)**，**(b)**，**(c)**に示す．図中，●および○で示した $V(\pm)$は流速変動の絶対値，▲および△で示した $V(+)$は正の流速

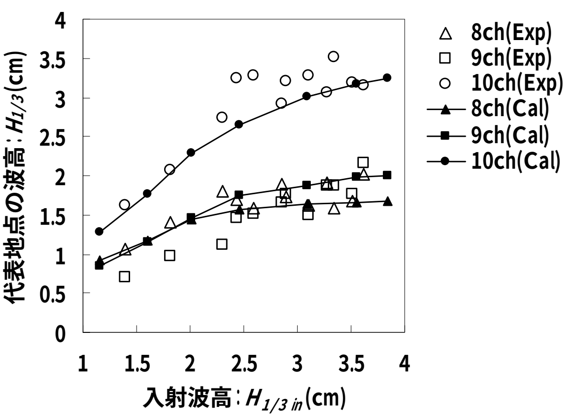
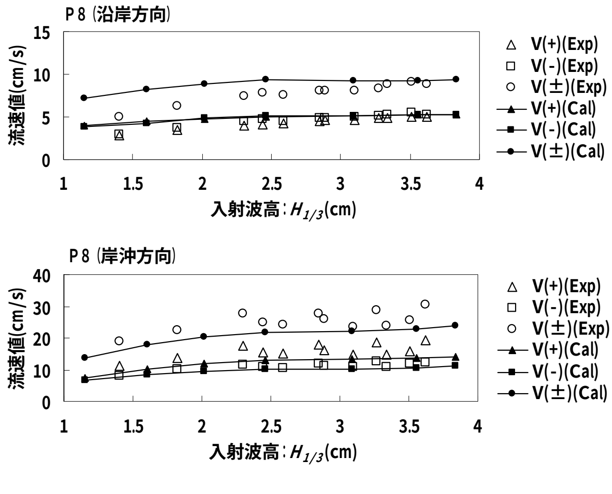
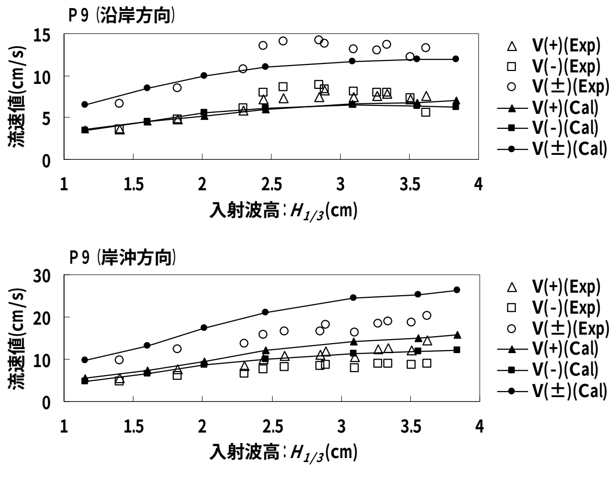


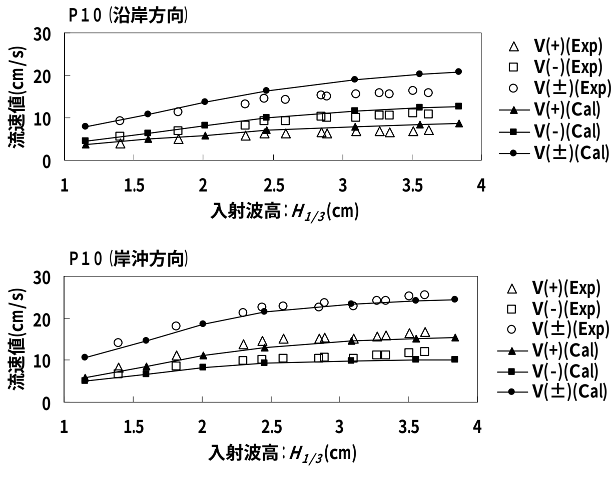
図-6.26 沖波に対する代表地点の有義波高の変化



(a) P８地点



(b) P９地点



(c) P10 地点

図-6.27 沖波に対する代表地点の流速振幅の変化

振幅の絶対値，■および□で示した *V*(－)は負の流速振幅の絶対値である．なお，これらはそれぞれ 1/3 有義値として定義されている．また白抜の印はそれぞれ実験値であることを意味する．なお，正方向はそれぞれ，岸沖方向では岸向き，沿岸方向では南東（**図-6.23** においては下向き）である．

図-6.27(c)より，入射波に不規則波を用いた場合でも規則波と同様に，P10 における流速の大きさの再現性は極めて良好である．また有義波高と同様に，**図-6.27(a)**～**(c)**に示したそれぞれの流速振幅の計算値は,入射波高が $H_{1/3\ in}$=2.3cm となる付近を境に，流速振幅の実験値が単調増加から一定値に近づく傾向をよく説明している．一方，**図-6.27(a)**および**(b)**より，P8 および P9 では，入射波波高に対する流速振幅の変化に関して，計算値は実験値の変化傾向を概ね再現できているものの，それぞれの方向に対する流速振幅の絶対値は，実験値と計算値の比較において若干の違いがあることがわかる．この原因の 1 つに，次のようなことが考えられる．すなわち，これらの地点では P10 に比べ砕波帯が沖合に位置しているため，模型実験で得られた水位変動や流速変動に対する数値計算の再現性は，砕波モデルによる砕波後の波浪変形に関する記述精度にかなり依存するものと思われる．ところが NOWT-PARI，Ver4.6βで用いた砕波モデルは，4.4 で指摘したように，砕波後の波高頻度分布や流速分布に対する計算精度に関して，未だ不十分な点が残されている．このために，砕波位置とほぼ等しい地点に位置する P10 に比べ，砕波後の波が多く入射する P8 および P9 での再現性が劣ったものと考えられる．

つぎに，入射波高を $H_{1/3\ in}$=2.3cm，入射波周期を $T_{1/3\ in}$ =1.13s としたときの人工海浜周辺における流況の再現性について検討する．ここで海浜流の計算には，約 100 周期分の流速変動の平均値を求めるという方法を用いた．

南側海浜の周辺では，模型実験および数値計算ともに海浜流はほとんど観察されなかった．そこで，模型実験において顕著な沿岸流が観察された北側海浜の流況を計算結果と合わせて**図-6.28** に示す．数値計算は，模型実験で観察された北側ヘッドランド付近から南に向かう沿岸流や，中央ヘッドランド付近から沖へ向かう流れなどを非常によく再現していることがわかる．

以上の結果より，珊瑚礁に面した人工海浜を対象とした実海域における波浪変形計算において，NOWT-PARI，Ver4.6βは，入射波に規則波と不規則波を用いた場合，少なくとも波形勾配が *H/L*=0.007～0.022 の範囲において，模型実験で得られた人工海浜周辺の波・流れ場を比較的よく再現することが確認された．

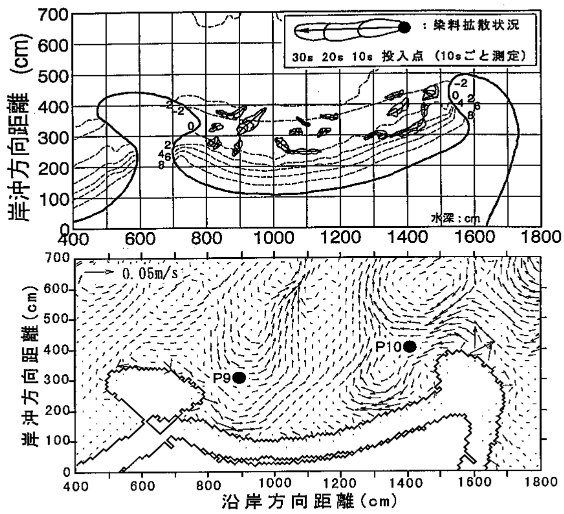


図-6.28 北側海浜周辺における流況の再現性

(3) 領域接続法を用いた地形変化予測計算の適用性

島状ヘッドランドによって構成される人工海浜の海浜形成過程においては，波の屈折および回折，さらには複雑なリーフ地形による波浪の変形過程が重要となる．したがって，歪み模型を用いた移動床実験では，海底地形による波浪変形が正しく再現されないことに注意しておかなければならない．一方，歪みなし模型を用いた移動床実験では，フルードの相似則に従って設定された沖波や構造物諸元に対して，現地で生じる波浪変形を再現することが可能になるが，模型砂の諸元は相似されないために，現地の海浜変形を再現することは難しい．そこで，先に述べた移動床模型実験では，海浜変形に対しては現地の漂砂動向を再現する波の歪み度を試行錯誤的に検討する必要があった．

ところで，このような移動床水理模型実験を実施する代わりに，浅海域における波の非線形性・分散性を考慮できるブシネスクモデルによって現地海浜の変形量や安定性を数値的に明らかにする試みがなされている（例えば，佐藤・Kabiling，1994，池野ら，1998）．前項で述べた人工海浜周辺の波・流れ場の再現計算においても，現地量による数値計算を実施することにより，漂砂を生じさせる底面のせん断応力や流れなどの外力を現地量で得ることができる．したがって，適切な漂砂量算定式と砂移動の空間３次元における収支バランスを算定する計算ルーチンを組み込むことにより，先述の NOWT-PARI，Ver4.6βを用いて，人工海浜周辺の水深変化を算定することがある程度可能になる．

ブシネスクモデルを用いて地形変化予測計算を実施する場合には，地形変化の算定法に加えて，砕波後の波浪

変形をよく再現する砕波モデルや汀線近傍の波浪場を計算できる遡上境界などを新たに導入することが必要である．さらに，海浜変形が定常に達するまで計算を実施する場合には，波・流れを外力とする地形変化と，地形が変化することによる波・流れ場の変化を，同時もしくは相互に計算可能な計算モデルを用いる必要がある．

ところで，地形変化計算の対象となる領域は浅海域のごく限られた領域であることが多い．しかしながら，海浜に作用する波浪変形を計算する際には，浅海域での波浪変形の影響を極力避けるために，波の入射境界（沖側境界）はある程度深い海域に設定されなければならず，結果的に広い計算領域が必要となる．したがってある１つの解析結果を得るために多大な計算労力を費やすことになり，このことが数値計算によって試行錯誤的に最適な海岸保全施設を選定することや，海浜が変形することによって生じる波浪場の局所変化の影響を数値モデルに取り込むことを困難にしている．

また，現地量を用いた数値計算では，移動床模型実験と異なり，地形変化の時間スケールは実時間と同等である．したがって，ある荒天時の異常波浪によって生じる海浜変形を計算対象としたとき，例えばその継続時間が24時間である場合には，波浪変形と地形変化の相互作用を同時に算定する計算モデルでは，24時間分の波浪変形計算を行う必要がある．現在の計算機の能力を考慮すると，このような計算は非現実的であると言わざるを得ない．

そこで以下では，ブシネスクモデルに線境界入射法を応用した領域接続法を適用することにより，大領域における波浪変形計算で得られた沖域における波浪を海浜を含む小領域の入射波として与え，それ以降の計算は，小領域における海浜変形とその周辺の波・流れ場の変化を一定時間ごとに相互にフィードバックさせながら地形変化予測を行うモデルを構築した．さらに，この地形変化計算モデルにおける海浜変形の予測精度を，先述の実海域を対象とした移動床模型実験による海浜変形の実験結果を用いて検証した（平山ら，2000）．

a) 地形変化予測モデルの概要

波浪場の計算には，前項において珊瑚礁に面した人工海浜（基本計画案）周辺における波・流れ場の再現計算に用いた，先述のNOWT-PARI，Ver4.6 βを使用した．

このモデルでは，砕波は流速波速比により判定され，砕波後の波浪減衰は乱れによる運動の混合を表す渦動粘性項により評価されている（3.3参照）．前項で示したように，この砕波モデルによって計算される砕波後の水位変動や流速変動の再現性は必ずしも十分ではない．しかしながら，比較的単調な地形における砕波後の波浪減衰量や平均水位上昇量などは，ほぼ良好に再現することが可能である．

また，遡上境界の計算には，小谷ら（1998）が津波の遡上計算に適用した方法を用いた．これは，計算ステップごとに水域と陸域の境界における水位と水深を比較し，水域の範囲を決定して計算を進めていくものである．ここでは全水深が現地量で0.01m以下となるとき陸域と判定した．

さらに，地形変化の計算は，流れによる局所漂砂量モデル（佐藤・Kabiling，1993）と底質の連続式に海底勾配の影響を導入した漂砂量式（Watanabeら，1986）を用いた．ここで佐藤・Kabiling（1994）は，ブシネスクモデルでは遡上域における漂砂量を再現できないと指摘し，漂砂モデルは静水汀線より沖側として，それより岸側については静水汀線と漂砂量が0となる波到達点との間で線形内挿している．ここでは，彼らの方法を採用した．

b) 波浪変形と地形変化の計算手順

ブシネスクモデルを用いた波浪変形計算では，空間的・時間的な差分間隔の制限から，ある一定の再現期間における波浪場の解を得るために多大な計算労力を要する．したがって地形変化予測モデルでは，まず外力となる不規則な波・流れ場を100波程度の期間にわたって解き，それから求まる局所漂砂量ベクトルを漂砂量式に代入して，求めたい経過時間後まで差分計算を行う方法がよく用いられる．一方，海浜地形が変化することによりその周辺の波浪場が変化し，やがて安定な地形が形成されるような現象を再現するためには，海浜周辺での波・流れと海浜変形を同時に解きながら計算を進めていく方法が考えられる．しかし，その実現にはいまなお計算機の飛躍的な発展を待たなければならないと思われる．

ここでは，比較的長い期間の海浜周辺における地形変化を，波浪場の変化を考慮しながら予測することを目的とする．そこで，領域接続法を用いて波浪変形計算に要する計算時間を短縮し，上に述べた地形変化予測に関する２つの計算手法の中間に位置する，以下のような計算手法を開発した．

沖域から海浜周辺に至る計算領域は，沖波の入射境界と地形変化計算の対象とする海浜を含むように設定された大領域（領域Ⅰ）と，海浜周辺の波浪場と地形変化に着目して大領域からその範囲だけを抜き出した小領域（領域Ⅱ）に分けられる．またそれらの領域の接続境界は，小領域における沖側３辺の入射境界として定義され，その計算には線境界入射法が適用される．ここで大領域と小領域では，差分格子 Δx，Δy は同じ大きさとし，計

算領域を設定する範囲のみが異なることに注意されたい.

小領域内で生じる反射波は沖側へ透過させる必要があるため，小領域の入射境界（接続境界）は無反射性境界とした．また岸側境界は，計算ステップごとに水域を決定する遡上境界とした.

本モデルにおける計算手順を**図-6.29** に示す．まず，領域Ⅰにおいて波浪場の特性が十分評価できる時刻までブシネスクモデルによる波浪変形計算を行う．ここで領域Ⅱへの領域接続を行うために，境界条件として $100T_{1/3}$ 程度の期間にわたって接続境界における水位 η と線流量 P，Q の時系列データ，および初期条件として時系列データの開始時刻における領域Ⅱ全体の水位 η と線流量 P, Qを記録する（第Ⅰ計算段階）．つぎに領域Ⅱにおいて，第Ⅰ計算段階で記録しておいた初期条件と境界条件を用いて波浪変形計算を行い，地形変化計算に用いる漂砂量ベクトル（時間平均値）を算出する（第Ⅱ計算段階）．さらに，第Ⅱ計算段階で得られた漂砂量ベクトルを漂砂量式に代入して差分計算を行うことにより，任意時間経過後の海底地形を推算することができる．ここで本モデルでは，必要とする時間経過後の海底地形を一気に計算してしまうのではなく，最終地形を得るために必要な計算時間を数ステップに分割し，各ステップの地形変化計算で得られる水深データをその都度更新しながら，領域Ⅱを対象とした波浪変形計算を繰り返す方法を用いる．これにより，海浜変形が生じるたびその影響が波浪変形計算に反映され，かつ，波浪変形計算に要する時間が大幅に短縮された地形変化計算を行うことができる．しかしながら，この方法では，第Ⅰ段階計算は最初に一度だけ行われるため，最終地形を得るまでの間，波浪場は海浜変形によって領域Ⅱの内部のみで変化し，接続境界より沖側の領域Ⅰにおける波浪場は時間的に変化せず, かつ, 海浜変形の影響を受けないことが前提とされている.

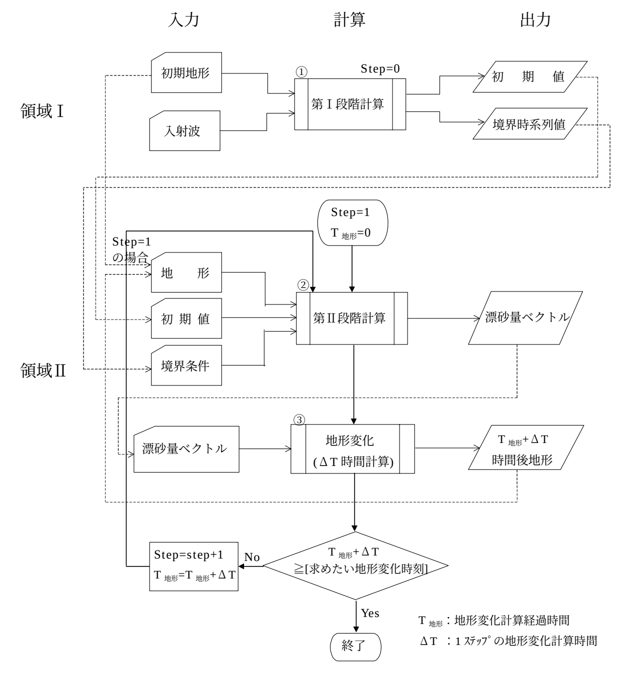


図-6.29 地形変化予測計算の手順

c) 線境界入射法を用いた領域接続の適用性

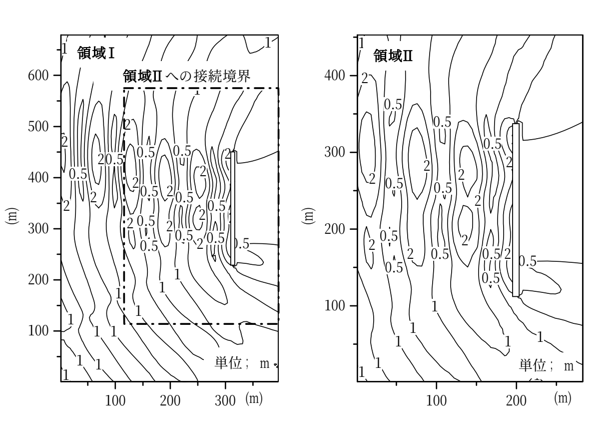
以上のような計算法を実現するためには，領域接続法を用いた領域Ⅱでの波浪変形計算において，領域Ⅰで直接計算される結果と同様な結果が得られることが保証されなければならない．そこで様々な条件のもとで領域接続法による波浪変形計算を行い, その妥当性を検証した. なお前述のように, 領域ⅠとⅡの差分格子間隔は等しい.

ⅰ) 波が反射する場合

進行波と反射波が共存する場合における領域接続法の適用性について検討した. 計算領域は水深 h=10m の平面二次元場とし，空間格子間隔は $\Delta x=\Delta y$=5.66m とした．また計算領域の周囲はエネルギー吸収帯により無反射境界とした．入射波は波高 H=1.0m，周期 T=12s，波向 θ=20°の規則波（CASE-1）である．領域Ⅰでは造波開始後 60T まで計算し, 40T～60T 間の時系列データを記録した．つぎに，領域Ⅱでは，領域Ⅰの計算時に記録しておいた初期条件と境界条件を用いて，20T 間の波浪変形計算を行った．領域Ⅰおよび領域Ⅱで計算された堤体周辺の波高分布を**図-6.30** に示す．領域接続を行って領域Ⅱのみで計算された波高分布は，領域Ⅰで直接計算された波高分布とよく一致していることがわかる.

ⅱ) 浅水変形する場合（非砕波）

一様勾配斜面で波が浅水変形（ただし，非砕波）する場合における領域接続法の適用性について検討した．計



(a) 領域Ⅰ　　**(b)** 領域Ⅱ

図-6.30 領域Ⅰ，Ⅱの重複波の波高分布（CASE-1）

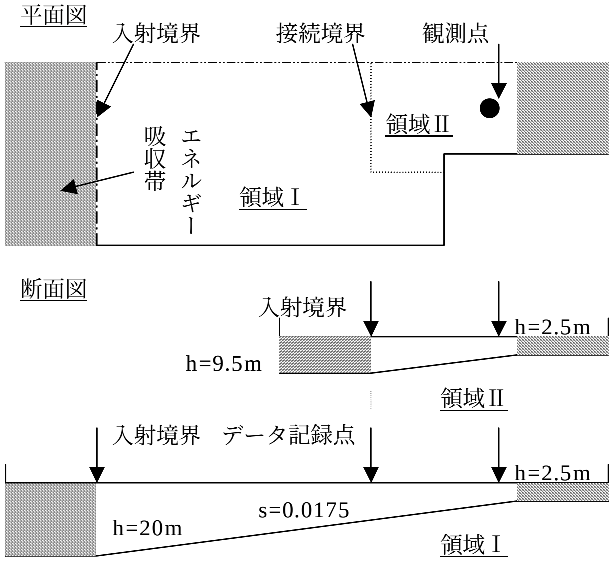
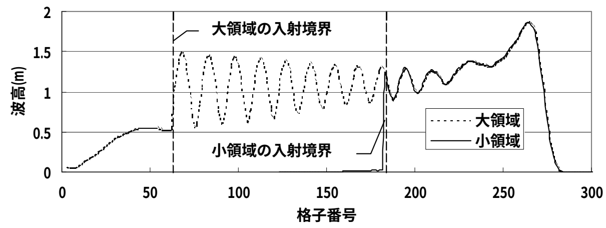
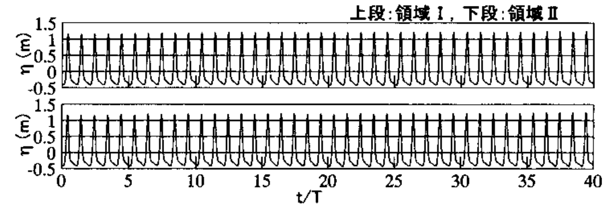


図-6.31 浅水変形の計算領域（領域Ⅰ，領域Ⅱ）



(a) 斜面上の波高分布



(b) 観測地点（h/L_0　0.014）における時間波形

図-6.32 斜面上の波高分布と時間波形（CASE-2）

算領域を**図-6.31** に示す．空間格子間隔は $\Delta x=\Delta y$=5m とし，時間差分間隔は $\Delta t=T/100$ とした．入射波は波高 H=1.0m，周期 T=12s，波向 θ=0°の規則波（CASE-2）である．領域Ⅰでは造波開始後 80T まで計算し，40T～80T の期間の時系列データを記録した．領域Ⅱでは領域接続法を用いて 40T 間の波浪変形計算を行った．領域Ⅰ，Ⅱで計算された斜面上の波高分布と水深波長比が h/L_0　0.014 となる観測地点における時間波形をそれぞれ**図-6.32(a)**，**(b)**に示す．領域Ⅱのみで計算された結果は，斜面による反射波を沖へ透過させながら，領域Ⅰで直接計算された浅水変形をよく再現している．

iii）入射波の時系列データを繰り返し用いる場合

領域Ⅱにおいて地形変化計算を行い，得られた地形を新たな水深データとして領域Ⅱに与え，再度，波浪変形計算を行う場合，接続境界では，計算時刻を進行させるために，領域Ⅰで記録した時系列データが繰り返し用いられる．ここでは，水深データは変化させずに，接続境界におけるこのような操作が計算結果に与える影響について検討した．計算領域は**図-6.30** の地形を一様斜面（勾配 1/20）としたものを用い，波の反射と浅水変形が生じるような条件とした．入射境界の水深は 20m，岸側境界の水深は 3m である．計算に用いた入射波は波高 H=1.0m，周期 T=12s，波向 θ=20°の規則波（CASE-3），およびその波諸元を有義値としてもつ不規則波（CASE-4）である．CASE-3 では，領域Ⅰで 41T 後まで計算して 40T～41T の時系列データを記録し，領域接続を行って領域Ⅱのみで波浪変形計算を 100 回繰り返し，140T 後までの波浪変形計算を行った．また CASE-4 では，領域Ⅰで 140$T_{1/3}$ 後まで計算して 40$T_{1/3}$～140$T_{1/3}$ の時系列データを記録し，領域接続法を用いて領域Ⅱのみの計算を 3 回繰り返し，340$T_{1/3}$ 後までの波浪変形計算を行った．繰り返して用いる入射波データの接続部分は，データの最後と最初のそれぞれ $T_{1/3}$ 間で線形に変化させることにより接続した．

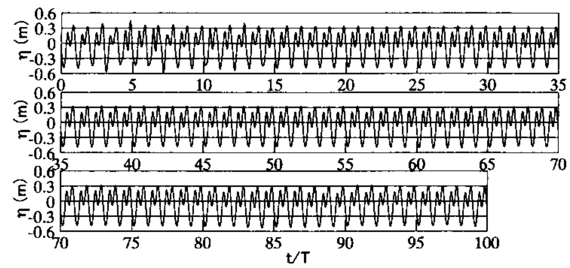


図-6.33 領域Ⅱにおける時間波形（CASE-3）

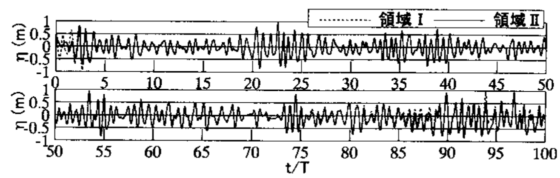


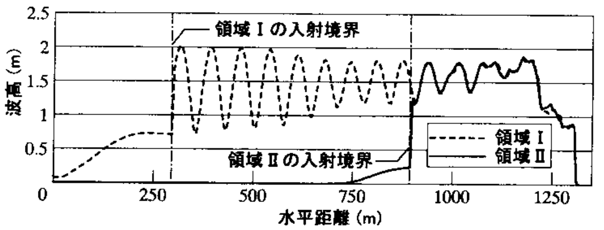
図-6.34 領域Ⅰと領域Ⅱにおける時間波形（CASE-4）

CASE-3 において，40T～140T の期間に領域Ⅱで計算された堤体前面における時間波形を**図-6.33** に示す．また CASE-4 において，40$T_{1/3}$～140$T_{1/3}$ の期間に領域Ⅰで計算された堤体前面における時間波形と 240$T_{1/3}$～340$T_{1/3}$ の期間に領域Ⅱで計算された同地点の時間波形を重ねて**図-6.34** に示す．これらの図において，領域Ⅱで行われる繰り返し計算時の不具合は認められなかった．

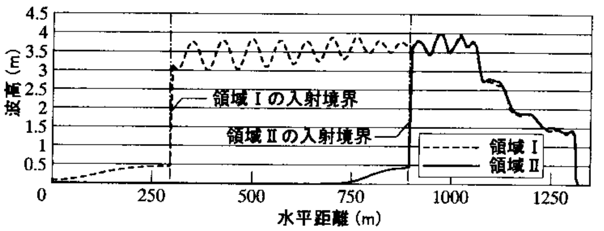
iv) 波が砕波する場合

一様勾配斜面で波が砕ける場合における領域接続法の適用性について検討した．入射波の周期は T=12s，波向は θ=0° である．波高および計算領域は各ケースによって異なる．**図-6.31** で示した平面二次元の波浪場において，CASE-5 は入射波高を H=1.0m とし，領域Ⅰ，Ⅱの接続境界が砕波帯の外側にあるケースである．また，CASE-6 は入射波高を H=2.5m とし，側方の接続境界が砕波帯を横切るケースである．さらに CASE-7 は，CASE-5 と同様に入射波高を H=1.0m とする一方，領域Ⅰの岸側境界を領域Ⅱの岸側境界まで拡張することにより，側方の接続境界が砕波帯と汀線（遡上境界）を横切るようにしたケースである．空間格子間隔は $\Delta x=\Delta y$=5m，時間差分間隔は $\Delta t=T$/100 とした．

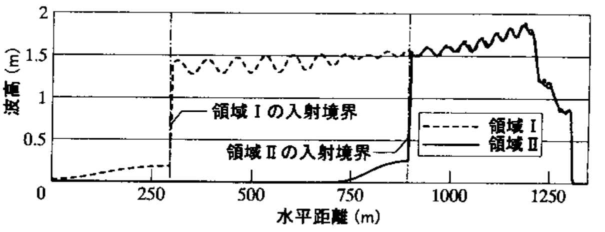
各ケースにおいて，領域Ⅰと領域Ⅱでそれぞれ計算された斜面上の波高分布を**図-6.35(a)**～**(c)**に示す．いずれのケースも，領域接続法を用いて領域Ⅱのみで計算された結果は，領域Ⅰで直接計算された結果に非常によく一致している．



(a) CASE-5 の波高分布



(b) CASE-6 の波高分布



(c) CASE-7 の波高分布

図-6.35 斜面上での領域接続（砕波時）（CASE-5～7）

d) 実海域における地形変化予測モデルの適用性

i) 計算領域の設定

珊瑚礁に面した人工海浜を対象とした先述の移動床水理模型実験において得られた，海浜変形の実験結果に対する再現計算を実施した．波浪変形および海浜変形に関する計算領域を**図-6.36** に示す．ここで，浅海域での沖波変形を計算する領域Ⅰは，移動床模型の現地再現範囲（**図-6.5**）と同様とした．また，波・流れ場と海底地形の変形の相互作用を繰り返し計算する領域Ⅱは，模型実験において海浜の安定性が特に懸念された北側海浜を含み，かつ，領域Ⅰでの波浪変形計算において顕著な海浜流が算定される区域を横切らないように配慮して設定し

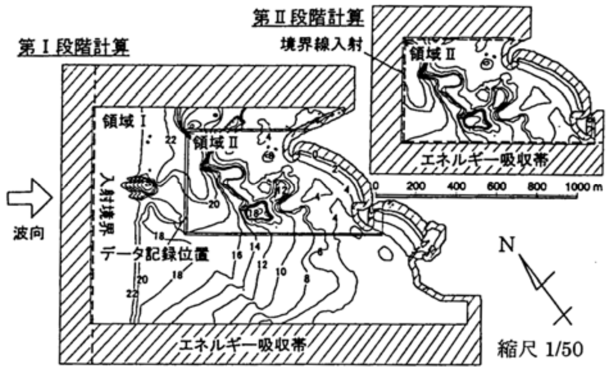
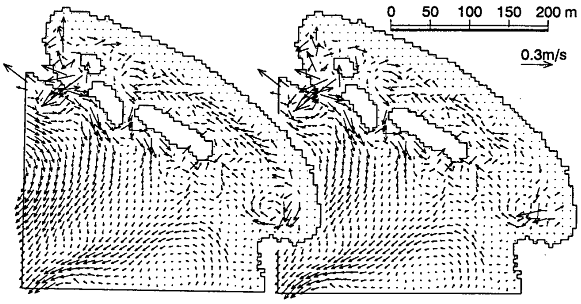
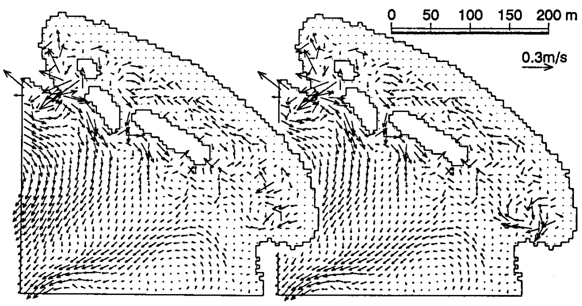


図-6.36 実海域を対象とした計算領域

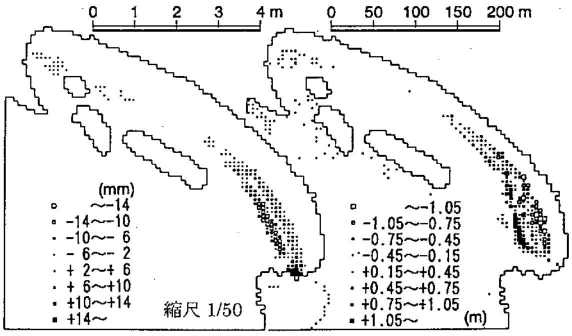


(a) STEP-1（1000$T_{1/3}$）　**(b)** STEP-5（5000$T_{1/3}$）



(c) STEP-9（9000$T_{1/3}$）　**(d)** STEP-13（13000$T_{1/3}$）

図-6.37 実海域を対象とした計算領域



(a) 実験結果　　**(b)** 計算結果

図-6.38 初期地形からの地形変化量の比較

た．ただし，人工海浜の形状は，模型実験において 150m 突堤案の代替案として提案された島状ヘッドランド案（**図-6.18**）とした．また，差分計算の発散を防ぐために，水深 1.0m 以浅の水域格子の水深は一様に 1.0m とした．これらを考慮した結果，領域ⅡのＮＷ側の境界は砕波帯よりも沖側に設定され，ＮＥ側とＳＷ側の境界は砕波帯を横断するように設定された．

ⅱ）計算条件および計算方法

ここでは，朔望平均満潮位において年数回の暴風波浪が来襲した場合の海浜の安定性を検討した．領域Ⅰにおける沖波条件は有義波高 $H_{1/3}$=1.15m，有義波周期 $T_{1/3}$=8s，波向ＮＷの一方向不規則波である．

領域Ⅰでは造波開始後 400$T_{1/3}$ まで波浪変形計算を行い，領域接続を行うために 300$T_{1/3}$～400$T_{1/3}$ の間，時系列データを記録した．つぎに領域Ⅱでは，領域Ⅰの計算時に記録した初期条件と境界条件を用いて，100$T_{1/3}$ 間の波浪変形計算を行い，地形変化計算に用いる漂砂量ベクトルを算出した．さらに地形変化計算では，暴風波浪が約 29 時間継続すると仮定して最終的に 13000$T_{1/3}$（約 29 時間）後の海浜地形を得ることを目標とし，それまでの地形変化計算時間を 13 ステップに分割して領域Ⅱの波浪変形計算で用いられる水深データを出力した．したがって各ステップでは，領域Ⅱの波浪変形計算を 100$T_{1/3}$，地形変化計算を 1000$T_{1/3}$ 行い，最終地形を得るまでにこれらを 13 回繰り返した．

なお，先述の移動床模型実験では，暴風波浪時の海浜変形に関して，模型の波作用 8 時間は現地の波作用 24 時間に相当するという模型時間縮尺を得た．したがって，模型実験において実際に計測された波作用 10 時間後の海浜変形は，現地における波作用 30 時間後の海浜変形に相当する．これは，上記の数値計算における計算終了時刻とほぼ一致する．

ⅲ）計算結果

図-6.29 に示した第Ⅰ計算段階および第Ⅱ計算段階の代表的な計算ステップにおける海浜周辺の平均流分布を**図-6.37** に示す．時間が経過するにつれて，流れのパターンが少しずつ変化していることがわかる．

つぎに，模型実験および数値計算から得られた北側海浜の初期地形からの地形変化量を**図-6.38** に示す．島状ヘッドランド背後をみると，数値計算は模型実験で予測されたようにこの区域が安定海浜となることを再現している．一方，海浜南側のバームの形成状況をみると，模型実験と数値計算ではバームの形成される位置が岸沖方向にずれている．この原因については現在，調査を進めているところであるが，漂砂量算定式の妥当性に加え，波浪変形計算において，汀線付近の波の遡上や砕波，および砕波後の波浪変形に対する計算精度が未だ十分でなく，汀線近傍の波浪場をうまく算定できていないことが影響しているものと考えられる．

6.2 高精度港内波浪変形計算

数値計算によって港内の波高分布を算定する場合，消波構造物境界では，一般に実機の構造形式や波浪条件をもとに推定された反射率の概略値が設定される．

港湾計画などの実務において広く用いられるエネルギー平衡方程式法や高山法では，構造物境界から反射する波のエネルギーや振幅は，入射波の方向スペクトルや振幅と，事前に設定された反射率によって与えられる（2.4 参照）．したがって，消波構造物や海浜が有する消波効果を，港内の波高分布計算や静穏度解析などの結果に正しく反映させるためには，港内に入射する複数の波浪条件に対する現地の反射率を，水理模型実験等によって事前に確認しておくことが望ましい．

また近年では，波の非線形性と分散性を考慮し，かつ屈折系と回折系の波浪変形を同時に解くことができるブシネスク方程式を用いた波浪変形計算を，現地港湾に適用する試みがなされている（例えば，喜岡ら，1996，平石ら，2000）．しかし，これらで行われた波の反射計算は，透水層やスポンジ層を設置した部分反射境界においてそれらの摩擦抵抗を調整し，予め設定された反射率を再現するものであり，消波構造物の種類や形状，地形条件，あるいは入射波の諸元によって変化する現実の反射率を再現するまでには至っていない（3.3，3.4 参照）．

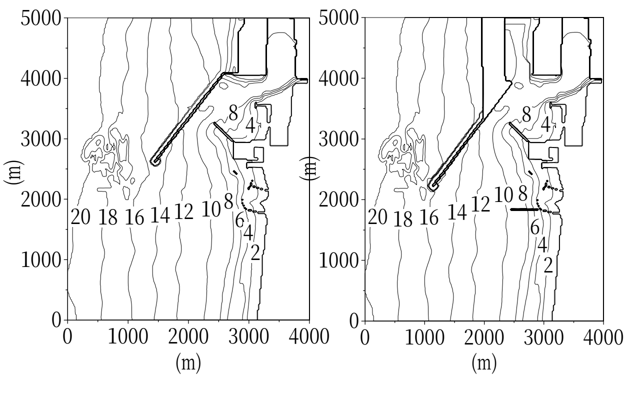
一方，ブシネスクモデルにおいて，反射境界で生じる反射波の振幅と位相を客観的に計算するために，消波構造物における波浪減衰過程を物理的に捉え，さまざまな波浪条件に対する波の反射特性を自動的に再現できる任

意反射境界が開発されている（4.2 参照）．そこで本節では，このモデルを消波構造物や海浜で囲まれたM港における港内波浪変形計算に適用し，風波に対する計算精度を別途行われた模型実験結果によって検証した．さらに，長周期波に対して得られた計算結果を，風波に対して得られた計算結果と比較することにより，消波構造物や海浜における波の反射特性や港内波高の分布特性の違いを検討した（平山・上原，2002）．

(1) 対象港湾および計算条件の設定

計算対象としたM港は港内の水深変化が大きく，消波された防波堤や護岸による回折変形や部分反射と同時に，港内において屈折，浅水変形，砕波が生じると予想される．したがって，M港における波浪変形計算には，透水層内へ拡張した平面２次元のブシネスクモデルを適用することが最適であると考えられる．さらに，港内外に存在する自然海浜や人工海浜による波の反射計算には 3.4 で述べた海岸モデルを，消波ブロック被覆堤による波の反射計算には 4.2 で述べた透水層モデルをそれぞれ適用した．ただし，岸壁の直立スリットケーソンによる反射率は風波と長周期波ともに１とし，完全反射境界として取り扱った．

その他，沖側の入射境界には 3.3 (2)に示した線境界入射法による吸収造波法を適用した．また，開境界は 3.3 (3)で述べたスポンジ層を 4.3 のように改良した，高次スポンジ層を用いた無反射境界とした．さらに，砕波モデルには，流速波速比によって砕波を判定し，渦動粘性によって砕波減衰を表す 3.3 (4)で述べた方法を用いた．一方，底面の摩擦抵抗は f=0.02 とした摩擦係数によって表現したが，海浜の汀線近傍の遡上境界は設けず，代わりに海岸モデルによって計算の安定化を図るとともに，海浜地形での波浪減衰と反射を表現した．



(a) 現況地形　　**(b)** 将来地形

図-6.39 M港の港形と海底地形

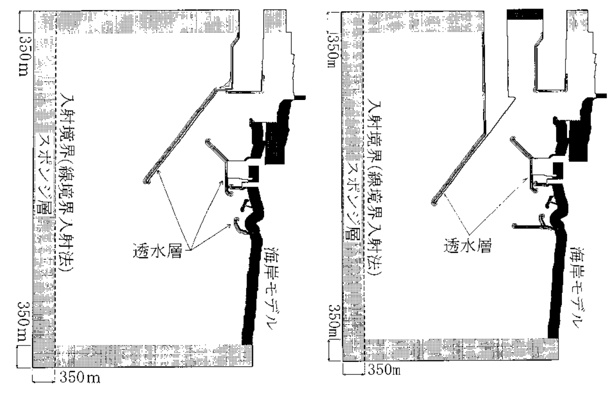
港内波浪変形計算はM港の現況地形と将来地形を対象に実施し，それぞれの模型実験結果に対する計算精度を検証した上で，風波および長周期波に対する主防波堤延伸や新たな遊水部設置による港内波浪の変化を検討した．さらに風波では，比較のために，2.4 で述べた波浪変形計算法（P025）による現況地形の計算結果を示した．

M港における現況および将来の港形と海底地形を**図-6.39(a)**，**(b)**に示す．計算領域沖側（入射境界）の水深は，20m で一定とした．計算対象としたM港の現況地形は次のようである．周辺海域では，主防波堤沖側に存在する浅瀬を除き，主防波堤背後まで勾配 1/200 の一様斜面が続いている．一方，水深 9m の航路および泊地が整備された港奥部の対岸には，水深 1m 程度の潟が未整備のまま残されている．また，副防波堤背後の水域や沿岸域には人工海浜や自然海浜が存在する．さらに，沖防波堤を 500m 延伸し，沖防波堤の根元に新たな遊水部を創設するM港の将来地形では，比較的閉じた海域となる遊水部で副振動や長周期波の増幅が生じることが懸念される．その対策例として，ここでは遊水部奥に緩衝海浜を設置した．なお数値計算では，D.L.を基準とする両図に，朔望平均満潮位（D.L.+2.07m）を加えた水深を用いた．

沖波は，設計波相当の風波（有義波高 $H_{1/3}$=11.0m，$T_{1/3}$=13.5s）と，そのときに生じるであろう長周期波（周

表-6.4 M港における港内波浪変形計算ケース表

No.	Case	Wave Condition			Tide	Topography
		Height and Period	Direction	Smax		
1	MltS0010	風波 $H_{1/3}$=11.0m，$T_{1/3}$=13.5s	ESE	25	D.L.+2.07m	現地地形
2	MltS0030		ENE	25		現地地形
3	MltS1111		ESE	25		将来地形
4	MltS1131		ENE	25		将来地形
5	IrrL0010	長周期波 α_L=1.65，T_L=30～300s	ESE	∞		現地地形
6	IrrL0030		ENE	∞		現地地形
7	IrrL1111		ESE	∞		将来地形
8	IrrL1131		ENE	∞		将来地形



(a) 現況地形　　**(b)** 将来地形

図-6.40 計算領域の設定

期 $T_{L1/3}$=30s～300s）とした．波向は ESE と ENE の２種類とした．風波は，修正ブレットシュナイダー・光易型スペクトルと光易型方向関数からなる S_{max}=25 の多方向不規則波とし，長周期波は，平石ら（1997）が提案した直線型スペクトルを有する一方向波とした．ここで，長周期波のエネルギーレベルを表す α_L は，周辺港湾で得られた値を参考に 1.65 と設定した．レーリー分布を仮定すると，入射境界における長周期波の波高は約 1.62mと見積もられる．これらをまとめて**表-6.4** に示す．

次に，数値計算において設定した開境界，海岸モデルおよび任意反射境界の位置を**図-6.40(a)**，**(b)**に示す．計算領域の周囲は，開境界を実現する高次スポンジ層であり，その幅は，入射波の有義値の２波長分とした．ただし長周期波では，スポンジ層は最大波長の１波長幅のみを確保し，その外縁に Sommerheld の放射条件を適用した．一方，海浜部には次の海岸モデルを設置した．最小水深は h_{min}=4m とし，スポンジ層の幅は風波に対する反射率が十分小さくなるように F=170m とした．

さらに, 消波ブロックで被覆された防波堤や護岸では, 任意反射境界を次のように設定した．透水層の幅 B とマウンド形状は，現地の消波工諸元と極力等しくなるように，**図-6.41** を参考に次式によって設定した．

消波工設置幅：B(m)

$$\begin{cases} B = 6.9 + (6.9 + h)\tan\gamma & (h \le 8.6) \\ B = 27.57 & (h > 8.6) \end{cases} \qquad (6.1)$$

ただし，tan γ は消波工の法面勾配；tan γ=4/3

マウンド形状（天端幅：$C1$(m)，法面幅：$C2$(m)）

$$\begin{cases} C1 = 37.77 & (const.) \\ C2 = 3(h - 8.6) & (h > 8.6) \end{cases} \qquad (6.2)$$

ただし，h≦8.6m のときマウンド高さはゼロ

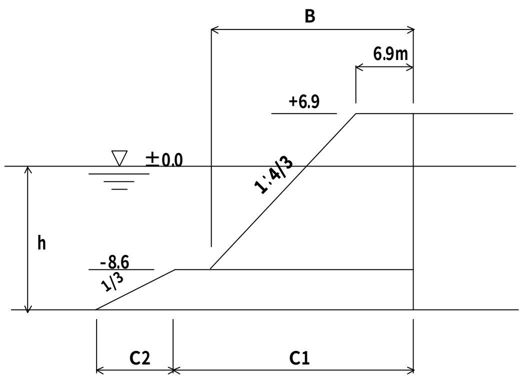


図-6.41 消波ブロック被覆堤の諸元

すると，任意反射境界における透水層の空隙率 λ は，消波工の空隙率を λ_0=0.45 として式（4.16）で与えられる．また, 消波工内の層流および乱流抵抗係数 α，β は，例えば 64 t テトラポッドで乱積被覆されているM港主防波堤では，消波材の形状や積み方を表す定数は α_0=2100，β_0=2.2，代表径は d=2.95m であることから，式（4.18）を用いて客観的に決定される．

なお，数値計算の差分格子間隔 Δx および差分時間間隔 Δt はそれぞれ，風波では Δx=10m，Δt=$T_{1/3}$/400s，長周期波では Δx=25m，Δt=0.25s とした．

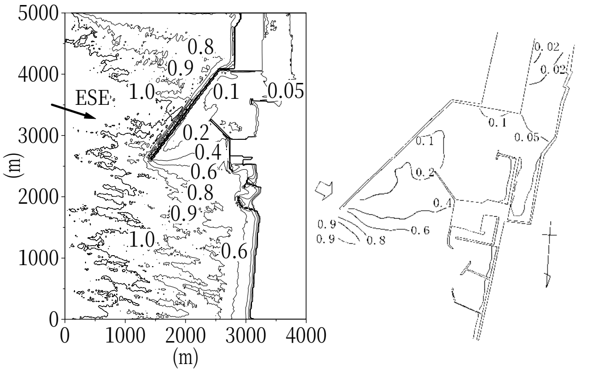
(2) 風波に対する計算精度の検証

a) 任意反射境界を用いたブシネスクモデル

このようにして計算された，M港の現況地形および将来地形における風波の波高比分布を，別途実施された模型実験結果と合わせて**図-6.42**～**図-6.45** に示す．多方向波で計算された数値計算に対し，模型実験で造波された風波は一方向波である．しかし，M港沖合から副防波堤に至る，汀線に平行でかつ単調な等深線海域でみられる屈折変形のために，数値計算および模型実験において，港口部でみられるの波の集中度はほぼ同等であると考えられる．なお，波高比分布は，港内で観測された有義波高を港外の代表点での有義波高で除して求めた．また，数値計算における港内の有義波高は，各計算格子においてゼロアップクロス法による平均波高を算出し，さらにレーリー分布を仮定して, それらに 1.6 を乗じて求めた．

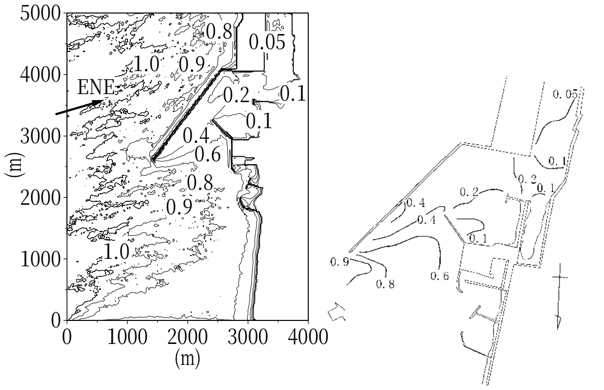
現況地形における風波の波高比分布を示した**図-6.42** および**図-6.43** をみると，いずれの波向でも，計算結果は実験結果をよく再現していることがわかる．特に主防波堤背後の波高分布を精度よく再現できている理由は，堤頭部周囲の巻込み消波とマウンド工を表現した任意反射境界によって，入射波に伴う散乱波に加え，反射波や反射波に伴う散乱波を正しく算定できたこと，およびマウンド工による局所的な波の屈折変形を考慮したことによると考えられる．また，将来地形における風波の波高比分布を示した**図-6.44** および**図-6.45** でも, 計算結果は, 実験結果でみられた沖防波堤延長による港内波高の減少や遊水部の波高比分布をよく再現していることがわかる．さらに現況地形および将来地形ともに，模型実験では，沖波が港内に侵入しやすい波向 ENE のときの港内波高は，波向 ESE のときに比べ，全体的に１～２割程度大きくなっている. 計算結果は, これらをよく再現している．

このように，任意反射境界を用いたブシネスクモデルでは，港内で生じる非線形波の屈折・回折に加え，消波構造物による対象波の任意反射を自動的に計算して，模型実験と同様な波浪変形を再現することが可能である．



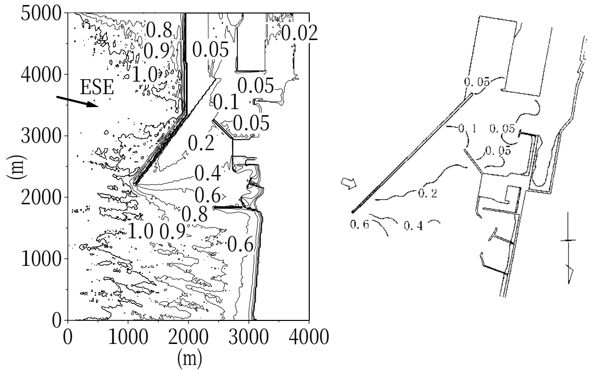
(a) 数値計算　　　　**(b)** 模型実験

図-6.42 現況地形（風波：波向 ESE）の波高比分布



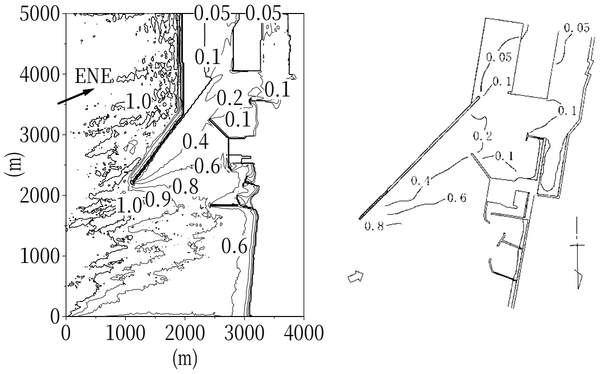
(a) 数値計算　　　　**(b)** 模型実験

図-6.43 現況地形（風波：波向 ENE）の波高比分布



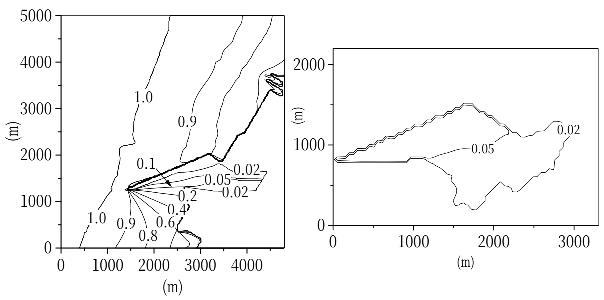
(a) 数値計算　　　　**(b)** 模型実験

図-6.44 将来地形（風波：波向 ESE）の波高比分布



(a) 数値計算　　　　**(b)** 模型実験

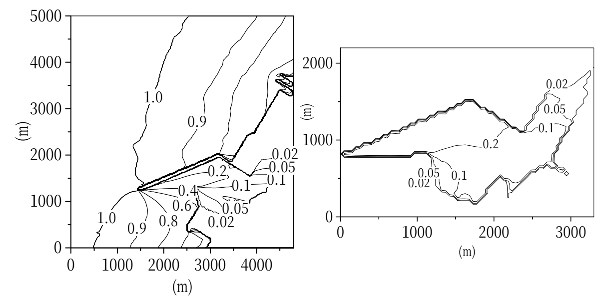
図-6.45 将来地形（風波：波向 ENE）の波高比分布



(a) エネルギー平衡方程式法　　　**(b)** 高山法

（現況地形）

図-6.46　P025 による波高比分布（風波：波向 ESE）



(a) エネルギー平衡方程式法　　　**(b)** 高山法

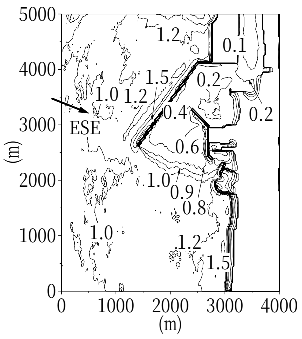
（現況地形）

図-6.47　P025 による波高比分布（風波：波向 ENE）

b) 実務に用いられる波浪変形計算法（P025）

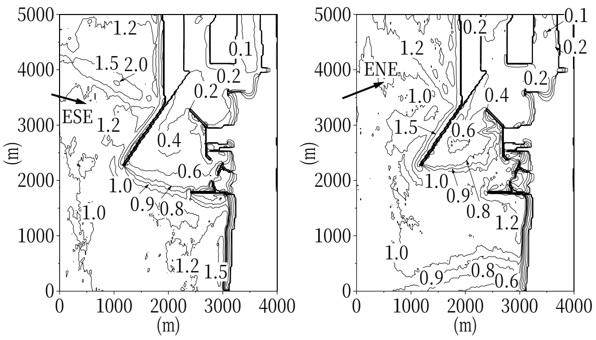
比較のために，実務において広く用いられている 2.4 で述べた波浪変形計算法（P025）をM港に適用して，ブシネスクモデルと同様な波浪条件において港内波浪変形計算を実施した．

波向 ESE に対する計算結果を**図-6.46** に，波向 ENE に対する計算結果を**図-6.47** に示す．ただし，港形は現況地形のみを対象とし，波浪条件に関わらず，消波ブロック被覆堤による反射率は 0.4，自然・人工海浜による反射率は 0.0，直立スリットケーソンによる反射率は 1.0 にそれぞれ固定して計算を実施した．また，高山法における港内平均水深は 10m，反射次数は 2 と設定した．各図において，**(a)**はエネルギー平衡方程式法による計算結果，**(b)**は高山法による計算結果である．



(a) 波向：ESE　　**(b)** 波向：ENE

図-6.48 現地地形（長周期波）の波高比分布



(a) 波向：ESE　　**(b)** 波向：ENE

図-6.49 将来地形（長周期波）の波高比分布

波向 ESE の沖波が港内に入射する場合には，ブシネスクモデルによる計算結果（**図-6.42(a)**）や模型実験結果（**図-6.42(b)**）でみられるように，主防波堤による波の回折変形が顕著に現れる．しかしながら，**図-6.46(a)**では,港内へ侵入する回折波高を十分に算定できていない．これは，エネルギー平衡方程式法が回折変形を積極的に考慮することができないためである．したがって，このときに得られた港口部の波浪諸元は十分な精度を有しておらず，これを用いて計算された高山法による港内波高比（**図-6.46(b)**）は，ブシネスクモデルによる計算結果や模型実験結果とかなり異なっていることがわかる．

一方，波向 ENE の沖波が港内に入射する場合には，エネルギー平衡方程式法で計算された主防波堤による波の回折変形（**図-6.47(a)**）は，ブシネスクモデルによる計算結果（**図-6.43(a)**）や模型実験結果（**図-6.43(b)**）とほぼ同様な傾向を示す．これは，エネルギー平衡方程式法における数値粘性による波高分散が，主防波堤背後の回折係数とほぼ同程度であったためである. このように，顕著な回折変形が生じない条件では，エネルギー平衡方程式法は，実用上問題とならない程度に波の回折変形を計算することが可能である．したがって，この場合には港口部の波浪諸元はほぼ妥当に算定されていると思われる．しかしながら，これを用いて計算された高山法による港内波高比（**図-6.47(b)**）は，ブシネスクモデルによる計算結果や模型実験結果と若干異なった傾向を示す．これは，港内水深を一定とみなす高山法では，波の屈折や浅水変形が計算されないためである．また，港内の反射率や反射次数が適切に設定されない場合には，妥当な計算結果を得ることが難しいことにも十分注意しておかなければならない．

このように，実務において広く用いられている波浪変形計算法（P025）では，対象波における港内の反射率が明らかな場合には，その適用条件の範囲内において，ほぼ妥当な港内波高分布を得ることができる．しかしながら，計算対象とする波浪条件や地形条件によっては，実用上，十分な計算精度を確保することが難しい場合もみられるため，その適用にあたっては，波浪変形に関する十分な知識と計算モデルの特性に関する理解を必要とすると思われる（2.4 参照）．

(3) 長周期波の港内波高分布の算定

任意反射境界が設定されたブシネスクモデルを用いて，周期 T_L=30～300s の成分波からなるそれぞれ波向 ESE,波向 ENE の長周期波に対して算定された, 現況地形および将来地形における波高比分布を**図-6.48(a)**, **(b)**および**図-6.49(a)**，**(b)**に示す．いずれの図でも，風波のときに比べ，沖防波堤端部による波の回折がかなり小さくなる様子が再現されている．にもかかわらず風波に比べ，港内で大きな波高比がみられるのは，港内の消波構造物や自然海浜・人工海浜における長周期波の反射が，より大きく計算されているためである．特に，消波ブロック被覆堤の前面でみられる局所的な波高比の増大は，現地の消波工において，長周期波に対してほとんど消波効果を期待できないことをよく再現している．また，防波堤と護岸による法線形状が隅角となる部分では，反射波が集中して 2.0 程度の波高比となる海域が現れるようになる（**図-6.49(a)**）. これらに比べ, 港奥部の波高比の増幅はほとんどみられない．これは，海浜モデルによって再現された，港奥部の対岸に位置する自然海浜における長周期波の消波機能によるものと考えられる．

これらの結果より，M港固有の地形条件や消波構造物の諸元を用いて実施したブシネスクモデルによる港内波浪変形計算では，別途実施された模型実験結果をよく再現するとともに，風波と長周期波のそれぞれに対して，消波構造物や自然・人工海浜における反射率の違いや港形に対する波高分布の違いを明瞭に示す計算結果が得られることが確認された．

【 参考文献 】

池野正明・清水隆夫・久保道仁・定森良夫（1998）：波の多方向不規則性と浮遊漂砂を考慮した３次元海浜変形数値予測モデルの開発と検証，海岸工学論文集，第 45 巻，pp.531-535.

岩垣雄一・野田英明（1961）：海浜変形の実験における縮尺効果の研究，第８回海岸工学講演会論文集，pp.139-143.

運輸省港湾局監修（1998）：港湾の施設の技術上の基準・同解説（上），社団法人日本港湾協会，pp.72-73.

Eric Cruz・青野利夫（1995）：人工リーフ周辺の波浪変形モデルについて，海岸工学論文集，第 42 巻，pp.181-185.

喜岡渉・柏原謙爾・相川久紀・田中正博（1996）：多方向不規則波による港内副振動の予測モデルとその適用性，海岸工学論文集，第 43 巻，pp.196-200.

木本照智・浅地数馬・永松宏一・梅原敏明（1995）：伏木富山港人工海浜の海浜変形予測（１）－海浜変形の相似性，とくに底質の選定－，海岸工学論文集，第 42 巻，pp.636～640.

小谷美佐・今村文彦・首藤伸夫（1998）：GIS を利用した津波遡上計算被害推定法，海岸工学論文集，第 45 巻，pp.356-360.

佐藤昭二・田中則男（1962）：水平床における波による砂移動について，第９回海岸工学講演会講演集，pp.95～100.

佐藤慎司・M.Kabiling（1993）：Boussinesq 方程式を用いた三次元海浜変形の数値計算，海岸工学論文集，第 40 巻，pp.386-390.

佐藤慎司・M.Kabiling（1994）：波打ち帯を含む三次元海浜変形の数値モデル，海岸工学論文集，第 41 巻，pp.401-405.

土屋義人・伊藤政博（1981）：海浜変形の相似則に関する実験的研究，第 28 回海岸工学講演会論文集，pp.315～319.

平石哲也・上原功・鈴木康正（1995）：ブシネスク方程式を用いた波浪変形計算法の適用性，港研資料，No.814，22p.

平石哲也・河野信二・玉城重則・長谷川準三（1997）：港湾構造物の設計に用いる長周期波の標準スペクトルについて，海岸工学論文集，第 44 巻，pp.246-250.

平石哲也・平山克也・河合弘泰・上原　功（2000）：熊本県竜ヶ岳町における台風 9918 号高潮災害の特性，海岸工学論文集，第 47 巻，pp.306-310.

平山克也・丸山晴広・平石哲也（1999）：島状ヘッドランドによる人工海浜の安定化に関する模型実験，港湾技術研究所資料，No.948，49p.

平山克也・上原　功・平石哲也（2000）：領域接続法を用いた時間発展型地形変化予測モデルの開発，海岸工学論文集，第 47 巻，pp.196-200.

平山克也・上原　功（2002）：消波構造物に作用する波浪の消波機構を考慮した港内波浪変形計算，海岸工学論文集，第 49 巻（印刷中）.

柳嶋慎一・加藤一正・榊原芳昭（1990）：経験的固有関数法を用いた移動床模型実験結果の比較検討－那覇港波之上地区模型実験への適用例－，港湾技研資料，No. 670.，69p.

藪下孝雄・中村俊彦（1976）：沖縄国際海洋博覧会における人工海浜の設計と施工，第 23 回海岸工学講演会論文集，pp.591～596.

Bijker, E. W. (1968) : Littoral drift as function of wave sand current, Proc. 11th Coastal Eng. Conf., ASCE, pp.415-435.

Dean, R. G. (1991) : Equilibrium beach profiles : Characteristics and applications, *J. Coastal Research*, 7(1), pp.53-84.

Engelund, F. (1965) : Turbulent energy suspended load, *Rep. No.10.*, Coastal Eng. Lab., Tech. Univ. of Denmark

Nayak, I. V. (1970) : Equilibrium profile of model beaches, *Hy. Eng. Lab. Tech. Rep*. HEL-2-25, Univ. of California, Berkeley.

Sunamura, T. and Horikawa, K. (1974) : Two-dimensional beach transformation due to waves, *Proc. 14th Coastal Eng. Conf., ASCE*, pp.920-938.

Watanabe, A., K. Maruyama, K. Shimizu and T. Sakakiyama (1986) : Numerical prediction model of three-dimensional beach deformation around a structure, *Coastal Eng. in Japan*, Vol.29, pp.179-194.

7. まとめ

本研究では，現実の港湾や海岸を対象とした実務における波浪変形計算法の現状を概説するとともに，ブシネスク方程式を基礎とする新たな波浪変形計算モデルの計算理論とその基本計算特性をとりまとめた．また，多方向不規則波造波装置における造波理論を概説するとともに，最近の大規模な現地観測によりその存在が明らかとなった現地波浪の再現方法を，実験水槽やブシネスクモデルを用いて検討した．さらに，ブシネスクモデルの実務への適用を可能にするいくつかの改良点とその方法を示すとともに，現地海岸や港湾を対象とした計算結果を同様な条件で実施された模型実験結果と比較することにより，ブシネスクモデルにおける計算精度を検証し，実務への適用性を明らかにした．

本研究で得られた成果はおおよそ次のようである．

第２章では，微小振幅波理論を基礎として，主に屈折系の波浪変形を算定するエネルギー平衡方程式や，波の回折と反射のみを考慮した高山法，およびそれらの適用限界を考慮して両者をうまく組み合わせた波浪変形計算システム（P025）の計算理論を概説するとともに，それらの実務への適用性とその適用限界について考察した．水深変化の少ない比較的単純な地形の港湾では，これらの計算法を用いて港内外の波高分布が効率よく算定されるものの，同時にさまざまな波浪変形が生じる場合や波の非線形性を問題とする場合には，十分な検討がなされないままにこれらの計算法を適用することはできない．このような場合には，合わせて，多方向不規則波造波装置を用いた波浪変形実験が実施されることが多い．そこで，さまざまな波浪場を再現することができるＬ型配置多方向不規則波造波装置の造波理論や，これを用いた水理模型実験の実施方法について概説した．

第３章では，屈折系と回折系の波浪変形が同時に計算される非線形不規則波動方程式による波の計算理論を概説するとともに，特に，ブシネスク方程式における水面波の非線形性と分散性に関する記述精度を，波動理論における厳密解や単純化された断面模型を用いた実験結果を用いて検証した．この結果，実務への適用を目的として開発した「NOWT-PARI, Ver4.6β」の基礎方程式には，比較的扱いやすく，かつ十分な計算精度を有するMadsen・Sørensen （1992）による修正ブシネスク方程式を選定した．一方，「NOWT-PARI，Ver4.6β」を実港湾へ適用するためには，さまざまな境界処理法を導入し，かつそれらの計算精度を検証する必要がある．そこで，これらの計算法を具体的に解説するとともに，平面波浪場における代表的な波浪変形である波の屈折と回折に対する計算モデルの計算精度について，厳密解や模型実験結果，あるいはエネルギー平衡方程式による屈折計算結果や高山法による回折計算結果を用いて検証した．さらに，港内静穏度を算定する場合などでは特に注意を要する，波の透過や反射に関する境界条件の設定方法について詳細に検討した．すなわち，スポンジ層における波エネルギー減衰特性を数値実験により明らかにするとともに，それを用いた計算領域沖側における透過境界や防波堤・護岸および海浜地形における部分反射境界の設定法を示した．さらにモデル港湾を対象として，港内外の波浪変形計算の実施方法とその計算結果を例示した．

第４章では，「NOWT-PARI，Ver4.6β」における若干の問題点や今後の改良予定について記述した．現在の砕波モデルでは，砕波判定に計算モデル使用者の主観性が混在することや砕波後の流れ場の定量的な再現が難しいことなどに注意を要する．現在，これらの問題点を改善する新たな砕波モデルの開発を進めているところである．一方，安定な計算に要する時間の短縮や計算精度の向上を目的として，差分解法における打切り誤差の抑制法を開発した．モデルに付加された打切り誤差修正項は，差分計算における数値粘性の発生を抑制する働きが認められた．また，透水層内の抵抗係数を客観的に算定し，そこでの波浪変形を記述するブシネスク方程式を導くことにより開発された任意反射境界は，消波構造物の諸元を与えることにより，そこでの波の反射率やその前面で形成される部分重複波を定量的に再現できることが確認された．これを用いたブシネスクモデルは，現実の港湾における静穏度対策工の効果を直接算定することが可能である．さらに，これを応用して開発された高次スポンジ層は，現在用いられているスポンジ層に比べ，入射波の分散特性や非線形性にほとんど依存せず，効率よくエネルギー減衰を生じさせることが可能である．波エネルギーの減衰率は，入射波の波長とスポンジ層の幅との関係によって決定されるので，所定の反射率を実現する部分反射境界の設定する場合などに，特に有効であることが確認された．

第５章では，近年における港湾の大規模化や沖合展開，あるいは海の波に対する理解の深まりに伴い，多方向不規則波造波装置を用いた多様な水理模型実験の実施が求められていることに関連して，多方向波を効率的に造波する方法や，大規模な波浪観測によりその存在が明らかとなった二方向波浪や非定常波浪の造波方法を提案するとともに，ブシネスクモデルを用いた数値波動水槽によってこれらを再現することを試みた．直線配置された多

方向不規則波造波装置による多方向波の有効造波領域は，造波面を底辺とする三角形の形状を有し，方向分散性が高いほど，また，主波向が造波面の法線に対して傾くほど，その面積が小さくなる．しかしながら，Ｌ型に配置された多方向不規則波造波装置では，主波向を傾けるほど広い有効造波領域が確保されることが確認された．一方，デカルト座標系で差分化されたブシネスクモデルにおいて，長方形の計算領域境界のうち，ある一辺を入射境界として設定した場合には，直線配置された多方向不規則波造波装置と同様，計算領域内に効率的に有効造波領域を確保することは難しいと考えられる．しかし，隣り合う２つの沖側境界を入射境界として設定した場合には，Ｌ型配置多方向不規則波造波装置と同様，ほぼ計算領域全体を有効造波領域とすることができることが，模型実験結果との比較によって検証された．また，現地で観測された二方向波浪は，２つの造波面を独立制御し，それぞれ１つの多方向波を同時に造波することで再現されることが確認された．一方，それぞれ単独に造波された多方向波を線形に重ね合わせて得られた波形は，同時に造波して得られた波形とほぼ等しく，２つの多方向波の間やそれぞれの成分波間で顕著な非線形干渉はみられなかった．したがって，このような二方向波浪は，弱非線形のブシネスク方程式によって記述することができると考えられる．さらに，電波の理論を用いた非定常波浪の造波実験では，時間経過とともに，振幅や周波数，波向が連続的に変化する波形が再現された．このような波を成分波とする不規則波の時間的な変化は，Wavelet 解析によって得られた代表周波数周りの波形の時間変動によって確認された．一方，同様な造波理論をブシネスクモデルに適用して得られた計算結果は，模型実験結果と非常によく一致した．さらに，数値波動水槽を用いて非定常な多方向不規則波を造波したところ，観測データの解析区間に応じて，周波数－方向角平面における方向スペクトルのピーク位置が次第に変化する様子が確認された．ただし，非定常波浪に対して方向スペクトル解析を実施する妥当性については，今後の検討が必要である．

第６章では，ブシネスク方程式に基づく高精度波浪変形計算法（NOWT-PARI）を用いて，それぞれ実海域や実港湾を対象とした２つの波浪変形計算を実施した．珊瑚礁に面する人工海浜を対象とした波浪変形計算では，合わせて実施された移動床模型実験結果を用いて，珊瑚礁海域における波浪場の計算精度を検証するとともに，ブシネスクモデルに組み込まれた漂砂量算定式とそれらの収支を計算する地形変化モデルによって算定された海浜変形の予測精度について検討した．数値計算では，模型実験で得られた大まかな地形変化傾向は再現したものの，汀線付近に形成されるバームの位置を正しく算定することはできなかった．これは，現在のブシネスクモデルにおける砕波と波の遡上に関する計算精度が十分でないことによるものと思われる．次に，港内の水深変化が激しく，防波堤や護岸による波の回折や反射に加えて，顕著な波の屈折や浅水変形，砕波が生じることが予想される港湾を対象に波浪変形計算を行い，その計算精度を別途実施された模型実験結果を用いて検証した．任意反射境界を用いたブシネスクモデルによる計算結果は，さまざまな計算条件において模型実験結果とよく一致した．この計算モデルでは，消波構造物や海浜による波の反射率を予め設定する必要がないため，特に，模型実験によって確認することが困難な，長周期波に対する港内波高分布を算定することが可能であることが確認された．一方，エネルギー平衡方程式法および高山法を組み合わせた従来の波浪変形計算法（P025）によって得られた計算結果は，港内の反射率やその他の計算パラメータを適当に設定したにもかかわらず，模型実験結果とかなり異なる傾向を示す計算ケースがみられた．したがって，このような港湾に対して従来の計算モデルを適用する場合には，計算モデルの特性や適用限界を十分に認識しておく必要があると思われる．

8．おわりに

沿岸域における波浪変形問題は，現地波浪に対する更なる理解の深まりや自然環境に配慮した港湾・海岸整備の進展に伴って，今後ますます複雑化かつ多様化するものと思われる．一方，近年における計算機の飛躍的な発展に相まって，海岸工学分野においても，波浪変形に関するダイレクトシミュレーションの実現性が急速に高まっている．特に，構造物周辺の局所波浪場や斜面上を進行する砕波を対象とした数値計算は，模型実験で得られた水粒子運動をよく再現できることが多くの研究例によって検証されている．したがって，計算機の演算速度が現在よりも革命的に高速化されるそう遠くない未来には，実海域における波浪変形を空間３次元のダイレクトシミュレーションによって算定することが可能になっているかもしれない．

しかし残念ながら，現時点では，計算容量および演算時間の制約上，それらは到底不可能であるといわざるを得ない．そこで 10 年程前には，空間３次元で記述される流体の運動方程式をできるだけ正確に近似する，平面２次元の波動方程式の誘導が盛んに行われた．これらを差分化して開発された波浪変形計算モデルでは，現実的な演算時間内において，さまざまな波浪変形に加え，それまでの計算法では表現し得なかった水面波の非線形性や分散性が計算できるようになった．もっとも，本研究で主に取り扱ったブシネスク方程式はこれより以前から提案されていた．しかし，非線形波動理論における明確な位置付けがなされたのはこの頃からであると考えられる．

ところで，このようにして開発された波浪変形計算モデルを港湾設計などの実務へ適用するためには，さらにさまざまな境界条件に対する計算法を確立する必要がある．これらは，現実の港湾や海岸における港形や地形条件を計算に反映させるとともに，有限な計算領域を設定することによる影響を排除したり，波動方程式を誘導する際に無視された流体運動を近似的に考慮するなどの役割を果たすものである．

本研究では，現在までに開発が終了したブシネスクモデル（NOWT- PARI）を Ver.4.6 βとして取りまとめるとともに，更なる計算精度の向上，および実務における適用範囲の拡張を意図した，境界処理法に関するいくつかの改良法を示した．さらに，水理模型実験で開発されたさまざまな波浪の造波方法をブシネスクモデルに適用して，数値波動水槽の実現性や，模型実験結果に対するブシネスクモデルによる計算精度を検討した．

今後は，さらに多くの計算事例を蓄積するとともに，水理模型実験を活用しながら物理的に適切な境界処理法の開発を行い，汎用的かつ実用的な Version up モデルの開発を進める予定である．そして，そう遠くない未来には，ダイレクトシミュレーション法に対する簡易計算法としての役割を担うことを期待する．

謝辞

本研究のとりまとめに当たり，終始一貫して懇切丁寧なご指導を賜りました京都大学防災研究所教授高山知司先生に深甚の謝意を表します．

また，折にふれてご教示いただいた京都大学防災研究所教授井上和也先生，ならびに京都大学大学院教授酒井哲郎先生に深く感謝いたします．

終始暖かいご指導をいただいた京都大学大学院教授細田尚先生，京都大学防災研究所教授中川一先生，多くのご支援をいただいた京都大学防災研究所助教授間瀬肇先生，京都大学防災研究所助教授戸田圭一先生に深く感謝いたします．

また，港湾行政の実務に深く関連した研究を行う機会を与えていただいた独立行政法人港湾空港技術研究所高橋重雄統括研究官，平石哲也波浪研究室長に深く感謝いたします．さらに，終始暖かい励ましのお言葉をいただいた海洋・水工部諸氏，ならびに多大な助力を頂戴しました波浪研究室諸氏に心より感謝いたします．

記号表

a_n	：	n 番目成分波の振幅
A_c	：	搬送波の振幅
A	：	砕波限界に関する係数
b	：	造波板の幅
B	：	分散補正係数，透水層の幅，開口幅
$C(\gamma)$	：	Fresnel 積分
C	：	波速
C_g	：	群速度
$C1$	：	マウンドの天端幅
$C2$	：	マウンドの法面幅
d	：	平均水深，消波材の代表径
D	：	全水深
F	：	スポンジ層の幅
f	：	摩擦抵抗係数
f_c	：	搬送波の周波数
f_i	：	FM 波の瞬時周波数
f_j	：	Wavelet 解析の中心周波数
f_Δ	：	周波数偏移
f_n	：	n 番目成分波の周波数
g	：	重力加速度
G	：	境界関数
$G_\pm$	：	伝達関数
$G(f;\theta)$	：	方向関数
G_2	：	２次元方向スペクトル
h	：	静水深
h_b	：	砕波限界水深
h_{min}	：	最小水深
h_l	：	損失水頭
H	：	波高
H_{in}	：	入射波の波高
H_0	：	沖波波高
H_0'	：	換算沖波波高
$H_{1/3}$	：	1/3 有義波高
$H_{1/3\ in}$	：	入射波の 1/3 有義波高
$H_{1/10}$	：	1/10 有義波高
H_b	：	砕波限界波高
H_{bar}	：	平均波高
H_{max}	：	最大波高
I_p	：	透水層の動水勾配
I_g	：	消波材層の動水勾配
j	：	Wavelet 解析の Level
k	：	波数
K_d	：	回折係数
K_r	：	反射率
K_s	：	浅水係数
K_{sb}	：	砕波限界波高比
K_x	：	x 方向差分クーラン数
K_y	：	y 方向差分クーラン数
l	：	動水距離
L	：	波長
L_0	：	沖波波長
$L_{1/3}$	：	有義波の波長
L_n	：	n 番目成分波の波長
$\vec{n}$	：	法線ベクトル
N_s	：	成分波の数
$N_{\Delta f}$	：	方向スペクトルの周波数分割数
$N_{\Delta\theta}$	：	方向スペクトルの波向分割数
p	：	水圧
p_r	：	波高出現確率密度
P	：	x 方向の線流量フラックス
q_0'	：	代表流速
$\bar{q}'$	：	水深平均流速
Q	：	y 方向の線流量フラックス
$Q^\wedge$	：	線流量の振幅
s	：	海底勾配
s_x	：	x 方向の海底勾配
s_y	：	y 方向の海底勾配
S	：	方向スペクトル
$S(f_n,a_m)$	：	方向スペクトル
$S(f_n)$	：	周波数スペクトル
$S_d(f_n)$	：	周波数スペクトル
S_{max}	：	方向集中度パラメータ
$S(\gamma)$	：	Fresnel 積分
T	：	周期
T_{in}	：	入射波の周期
T_0	：	沖波周期
$T_{1/3}$	：	1/3 有義波周期
$T_{1/3\ in}$	：	入射波の 1/3 有義波高
u	：	x 方向流速
$\underline{u}$	：	x 方向の水深平均流速
$\vec{u}$	：	水深平均流速ベクトル
u_s	：	水表面の x 方向水粒子速度
v	：	y 方向流速
$\underline{v}$	：	y 方向の水深平均流速
v_s	：	水表面の y 方向水粒子速度
V	：	消波材の体積
$V(\pm)$	：	流速変動の絶対値
w	：	z 方向流速

$X(t)$ ： 電波信号
$x_c(t)$ ： 搬送波
α ： 透水層の層流抵抗係数
α_0 ： 消波材形状による層流抵抗の代表値
α_m ： m 番目の偏角
α_p ： 主波向
β ： 透水層の乱流抵抗係数
β_0 ： 消波材形状による乱流抵抗の代表値
$\tan\beta$ ： 斜面勾配
γ ： JONSWAP 型スペクトルの尖鋭度
$\tan\gamma$ ： 消波工の法面勾配
γ_b ： 砕波限界の流速波速比
$\delta\alpha_m$ ： m 番目の方向分割区間幅
δf_n ： n 番目の周波数分割区間幅
Δt ： 差分時間間隔
δx ： x 方向の計算格子間隔
Δx ： x 方向の計算格子間隔
δy ： y 方向の計算格子間隔
Δy ： y 方向の計算格子間隔
ε ： 相対波高，摂動展開時の微小量,
ε_0 ： 搬送波の初期位相
ε'_b ： 砕波による単位時間エネルギー逸散率
ε_b ： 砕波によるエネルギー逸散割合
ε_n ： n 番目成分波の初期位相
ε_{mn} ： nm 番目成分波の位相角
η ： 静水面からの水位変動
η_d ： 港内水位変動
θ ： 波向，スポンジ層の強度
θ_n ： n 番目成分波の波向
θ_p ： 主波向
λ ： 透水層の空隙率
λ_0 ： 消波工の空隙率
μ ： 水深波長比
ν ： 渦動粘性係数
ν_w ： 水の動粘性係数
ξ ： イリバーレン数
Π ： 非線形性パラメータ
ρ ： 流体の密度
σ ： エネルギー減衰係数
τ ： 慣性力係数
Φ ： 速度ポテンシャル
$\phi(x,y: f_n, a_p + a_m)$ ： 港内波高比
ϕ^* ： ϕの共役複素関数
ϕ_Δ ： 最大位相偏移
Ψ ： 位相
ω ： 角周波数
ω_c ： 搬送波の角速度

付録A． ブシネスクモデルの差分式（NOWT-PARI，Ver4.6β）

(1) 差分表示記号の定義

差分表示を簡単にするため，以下の表示記号を用いる．ここに F は，P，Q，η，h のいずれかを表す代表記号とする．

$$
\left.
\begin{aligned}
&F^n_{i,j} \equiv F(i\Delta x, j\Delta y, n\Delta t) \\
&\qquad i=0,\ \pm 1/2,\ \pm 1,\ \pm 3/2\cdots\cdots \\
&\qquad j=0,\ \pm 1/2,\ \pm 1,\ \pm 3/2\cdots\cdots \\
&\qquad n=0,\ 1/2,\ 1,\ 3/2\cdots\cdots \\
&\overset{-x}{F}_{i+1/2,j} \equiv \frac{1}{2}\left(F_{i+1,j}+F_{i,j}\right) \\
&\overset{-y}{F}_{i,j+1/2} \equiv \frac{1}{2}\left(F_{i,j+1}+F_{i,j}\right) \\
&\overset{=}{F}_{i+1/2,j+1/2} \equiv \frac{1}{4}\left(F_{i+1,j+1}+F_{i+1,j}+F_{i,j+1}+F_{i,j}\right)
\end{aligned}
\right\}
\qquad \text{(A.1)}
$$

(2) x 方向計算の差分式（タイムステップ；$n\Delta t \rightarrow (n+1)\Delta t$ ）

x 方向のタイムステップ $n\Delta t \rightarrow (n+1)\Delta t$ においては，連続式（4.39）および運動方程式（4.46）をそれぞれ，式（A.2）あるいは（A.4），および式（A.3）のように差分化する．

a) 連続式の前進差分式（仮の水位 η*の計算）

$$
\frac{\eta^*_{i+1/2,j+1/2}-\eta^n_{i+1/2,j+1/2}}{\frac{1}{2}\Delta t}+\frac{P^n_{i+1,j+1/2}-P^n_{i,j+1/2}}{\Delta x}+\frac{1}{2}\left(\frac{Q^{n+1/2}_{i+1/2,j+1}-Q^{n+1/2}_{i+1/2,j}}{\Delta y}+\frac{Q^{n-1/2}_{i+1/2,j+1}-Q^{n-1/2}_{i+1/2,j}}{\Delta y}\right)=0 \qquad \text{(A.2)}
$$

よって，

$$
\eta^*_{i+1/2,j+1/2}=\eta^n_{i+1/2,j+1/2}-\frac{\Delta t}{2\Delta x}\left(P^n_{i+1,j+1/2}-P^n_{i,j+1/2}\right)-\frac{\Delta t}{4\Delta y}\left(Q^{n+1/2}_{i+1/2,j+1}-Q^{n+1/2}_{i+1/2,j}+Q^{n-1/2}_{i+1/2,j+1}-Q^{n-1/2}_{i+1/2,j}\right) \qquad \text{(A.2')}
$$

b) x 方向運動方程式の差分式

$$
\begin{aligned}
&\frac{P^{n+1}_{i,j+1/2}-P^n_{i,j+1/2}}{\Delta t}+\frac{1}{4\Delta x}\left\{\frac{\left(P^{n+1}_{i,j+1/2}+P^{n+1}_{i+1,j+1/2}\right)\left(P^n_{i,j+1/2}+P^n_{i+1,j+1/2}\right)}{D^*_{i+1/2,j+1/2}}-\frac{\left(P^{n+1}_{i,j+1/2}+P^{n+1}_{i-1,j+1/2}\right)\left(P^n_{i,j+1/2}+P^n_{i-1,j+1/2}\right)}{D^*_{i-1/2,j+1/2}}\right\} \\
&\qquad +\frac{1}{4\Delta y}\left\{\frac{\left(P^{n+1}_{i,j+1/2}+P^n_{i,j+3/2}\right)\left(Q^{n+1/2}_{i-1/2,j+1}+Q^{n+1/2}_{i+1/2,j+1}\right)}{D^*_{i,j+1}}-\frac{\left(P^{n+1}_{i,j+1/2}+P^n_{i,j-1/2}\right)\left(Q^{n+1/2}_{i-1/2,j}+Q^{n+1/2}_{i+1/2,j}\right)}{D^*_{i,j}}\right\} \\
&+gD^*_{i,j+1/2}\left\{
\begin{aligned}
&\left(\frac{\eta^n_{i+1/2,j+1/2}-\eta^n_{i-1/2,j+1/2}}{\Delta x}\right) \\
&-\frac{\Delta t}{4\Delta x}\left(P^{n+1}_{i+1,j+1/2}-2P^{n+1}_{i,j+1/2}+P^{n+1}_{i-1,j+1/2}\right)-\frac{\Delta t}{4\Delta x}\left(P^n_{i+1,j+1/2}-2P^n_{i,j+1/2}+P^n_{i-1,j+1/2}\right) \\
&-\frac{\Delta t}{4\Delta y}\left(Q^{n+1/2}_{i+1/2,j+1}-Q^{n+1/2}_{i+1/2,j}+Q^{n-1/2}_{i+1/2,j+1}-Q^{n-1/2}_{i+1/2,j}\right)+\frac{\Delta t}{4\Delta y}\left(Q^{n+1/2}_{i-1/2,j+1}-Q^{n+1/2}_{i-1/2,j}+Q^{n-1/2}_{i-1/2,j+1}-Q^{n-1/2}_{i-1/2,j}\right)
\end{aligned}
\right\} \qquad \text{(A.3)} \\
&-\frac{1}{2}\nu_{i,j+1/2}\left\{\frac{P^{n+1}_{i+1,j+1/2}-2P^{n+1}_{i,j+1/2}+P^{n+1}_{i-1,j+1/2}}{(\Delta x)^2}+\frac{P^n_{i+1,j+1/2}-2P^n_{i,j+1/2}+P^n_{i-1,j+1/2}}{(\Delta x)^2}\right\}
\end{aligned}
$$

$$
-\nu_{i,j+1/2}\left\{\frac{P^{n}_{i,j+3/2}-2P^{n}_{i,j+1/2}+P^{n}_{i,j-1/2}}{(\Delta y)^2}\right\}+\frac{1}{2}\sigma_{i,j+1/2}\left(P^{n+1}_{i,j+1/2}+P^{n}_{i,j+1/2}\right)
$$

$$
+\frac{1}{4}\frac{f}{\left(D^{*}_{i,j+1/2}\right)^2}\left(P^{n+1}_{i,j+1/2}+P^{n}_{i,j+1/2}\right)\sqrt{\left(P^{n}_{i,j+1/2}\right)^2+\left(\bar{\bar{Q}}^{\,n+1/2}_{i,j+1/2}\right)^2}
$$

$$
=\left(B+\frac{1}{3}\right)\frac{{\overline{h}^{x}_{i,j+1/2}}^{2}}{\Delta t}\left[\frac{\left(P^{n+1}_{i+1,j+1/2}-2P^{n+1}_{i,j+1/2}+P^{n+1}_{i-1,j+1/2}\right)-\left(P^{n}_{i+1,j+1/2}-2P^{n}_{i,j+1/2}+P^{n}_{i-1,j+1/2}\right)}{(\Delta x)^2}\right.
$$

$$
\left.+\frac{\left(Q^{n+1/2}_{i+1/2,j+1}-Q^{n+1/2}_{i-1/2,j+1}-Q^{n+1/2}_{i+1/2,j}+Q^{n+1/2}_{i-1/2,j}\right)-\left(Q^{n-1/2}_{i+1/2,j+1}-Q^{n-1/2}_{i-1/2,j+1}-Q^{n-1/2}_{i+1/2,j}+Q^{n-1/2}_{i-1/2,j}\right)}{\Delta x\Delta y}\right]
$$

$$
+Bg\,{\overline{h}^{x}_{i,j+1/2}}^{3}\left[\frac{\left(\eta^{*}_{i+3/2,j+1/2}-3\eta^{*}_{i+1/2,j+1/2}+3\eta^{*}_{i-1/2,j+1/2}-\eta^{*}_{i-3/2,j+1/2}\right)}{(\Delta x)^3}\right.
$$

$$
\left.+\frac{1}{\Delta x(\Delta y)^2}\left\{\left(\eta^{*}_{i+1/2,j+3/2}-2\eta^{*}_{i+1/2,j+1/2}+\eta^{*}_{i+1/2,j-1/2}\right)-\left(\eta^{*}_{i-1/2,j+3/2}-2\eta^{*}_{i-1/2,j+1/2}+\eta^{*}_{i-1/2,j-1/2}\right)\right\}\right]
$$

$$
+\frac{\overline{h}^{x}_{i,j+1/2}\left(h_{i+1/2,j+1/2}-h_{i-1/2,j+1/2}\right)}{\Delta t\Delta x}\left[\frac{1}{3}\frac{\left(P^{n+1}_{i+1,j+1/2}-P^{n+1}_{i-1,j+1/2}\right)-\left(P^{n}_{i+1,j+1/2}-P^{n}_{i-1,j+1/2}\right)}{2\Delta x}+\frac{1}{6}\frac{\left(\overline{Q}^{x\,n+1/2}_{i,j+1}-\overline{Q}^{x\,n+1/2}_{i,j}\right)-\left(\overline{Q}^{x\,n-1/2}_{i,j+1}-\overline{Q}^{x\,n-1/2}_{i,j}\right)}{\Delta y}\right]
$$

$$
+\frac{\overline{h}^{x}_{i,j+1/2}\left(\bar{\bar{h}}_{i,j+1}-\bar{\bar{h}}_{i,j}\right)}{\Delta t\Delta y}\left[\frac{1}{6}\frac{\left(\overline{Q}^{y\,n+1/2}_{i+1/2,j+1/2}-\overline{Q}^{y\,n+1/2}_{i-1/2,j+1/2}\right)-\left(\overline{Q}^{y\,n-1/2}_{i+1/2,j+1/2}-\overline{Q}^{y\,n-1/2}_{i-1/2,j+1/2}\right)}{\Delta x}\right]
$$

$$
+Bg\,{\overline{h}^{x}_{i,j+1/2}}^{2}\left[\frac{\left(h_{i+1/2,j+1/2}-h_{i-1/2,j+1/2}\right)}{\Delta x}\left\{2\frac{\left(\overline{\eta}^{x*}_{i+1,j+1/2}-2\,\overline{\eta}^{x*}_{i,j+1/2}+\overline{\eta}^{x*}_{i-1,j+1/2}\right)}{(\Delta x)^2}+\frac{\left(\overline{\eta}^{x*}_{i,j+3/2}-2\,\overline{\eta}^{x*}_{i,j+1/2}+\overline{\eta}^{x*}_{i,j-1/2}\right)}{(\Delta y)^2}\right\}\right.
$$

$$
\left.+\frac{\left(\bar{\bar{h}}_{i,j+1}-\bar{\bar{h}}_{i,j}\right)}{\Delta y}\frac{\left(\overline{\eta}^{y*}_{i+1/2,j+1}-\overline{\eta}^{y*}_{i-1/2,j+1}-\overline{\eta}^{y*}_{i+1/2,j}+\overline{\eta}^{y*}_{i-1/2,j}\right)}{\Delta x\Delta y}\right]
$$

ここに，

$$
\left.\begin{aligned}
D^{*}_{i,j+1/2}&=\overline{h}^{x}_{i,j+1/2}+\overline{\eta}^{x*}_{i,j+1/2}\\
D^{*}_{i+1/2,j+1/2}&=h_{i+1/2,j+1/2}+\eta^{*}_{i+1/2,j+1/2}\\
D^{*}_{i-1/2,j+1/2}&=h_{i-1/2,j+1/2}+\eta^{*}_{i-1/2,j+1/2}\\
D^{*}_{i,j+1}&=\bar{\bar{h}}_{i,j+1}+\bar{\bar{\eta}}^{*}_{,j+1}\\
D^{*}_{i,j}&=\bar{\bar{h}}_{i,j}+\bar{\bar{\eta}}^{*}_{i,j}
\end{aligned}\right\}\qquad \text{(A.4)}
$$

c) 連続式の後退差分式（真の水位 $\eta^{n+1/2}$ の計算）

$$\frac{\eta^{n+1/2}_{i+1/2,j+1/2}-\eta^{n}_{i+1/2,j+1/2}}{\frac{1}{2}\Delta t}+\frac{1}{2}\left(\frac{P^{n+1}_{i+1,j+1/2}-P^{n+1}_{i,j+1/2}}{\Delta x}+\frac{P^{n}_{i+1,j+1/2}-P^{n}_{i,j+1/2}}{\Delta x}\right)+\frac{1}{2}\left(\frac{Q^{n+1/2}_{i+1/2,j+1}-Q^{n+1/2}_{i+1/2,j}}{\Delta y}+\frac{Q^{n-1/2}_{i+1/2,j+1}-Q^{n-1/2}_{i+1/2,j}}{\Delta y}\right)=0 \quad \text{(A.5)}$$

よって,

$$\eta^{n+1/2}_{i+1/2,j+1/2}=\eta^{n}_{i+1/2,j+1/2}-\frac{\Delta t}{4\Delta x}\left(P^{n+1}_{i+1,j+1/2}-P^{n+1}_{i,j+1/2}+P^{n}_{i+1,j+1/2}-P^{n}_{i,j+1/2}\right)-\frac{\Delta t}{4\Delta y}\left(Q^{n+1/2}_{i+1/2,j+1}-Q^{n+1/2}_{i+1/2,j}+Q^{n-1/2}_{i+1/2,j+1}-Q^{n-1/2}_{i+1/2,j}\right) \quad \text{(A.5')}$$

(3) y 方向計算の差分式（タイムステップ；$(n+1/2)\Delta t \rightarrow (n+3/2)\Delta t$）

y 方向のタイムステップ$(n+1/2)\Delta t \rightarrow (n+3/2)\Delta t$ においては，連続式（4.39）および運動方程式（4.47）をそれぞれ，式（A.6）あるいは（A.8），および式（A.7）のように差分化する．

a) 連続式の前進差分式（仮の水位 η**の計算）

$$\frac{\eta^{**}_{i+1/2,j+1/2}-\eta^{n+1/2}_{i+1/2,j+1/2}}{\frac{1}{2}\Delta t}+\frac{Q^{n+1/2}_{i+1/2,j+1}-Q^{n+1/2}_{i+1/2,j}}{\Delta y}+\frac{1}{2}\left(\frac{P^{n+1}_{i+1,j+1/2}-P^{n+1}_{i,j+1/2}}{\Delta x}+\frac{P^{n}_{i+1,j+1/2}-P^{n}_{i,j+1/2}}{\Delta x}\right)=0 \quad \text{(A.6)}$$

よって,

$$\eta^{**}_{i+1/2,j+1/2}=\eta^{n+1/2}_{i+1/2,j+1/2}-\frac{\Delta t}{2\Delta y}\left(Q^{n+1/2}_{i+1/2,j+1}-Q^{n+1/2}_{i+1/2,j}\right)-\frac{\Delta t}{4\Delta x}\left(P^{n+1}_{i+1,j+1/2}-P^{n+1}_{i,j+1/2}+P^{n}_{i+1,j+1/2}-P^{n}_{i,j+1/2}\right) \quad \text{(A.6')}$$

b) y 方向運動方程式の差分式

$$\begin{aligned}
&\frac{Q^{n+3/2}_{i+1/2,j}-Q^{n+1/2}_{i+1/2,j}}{\Delta t}+\frac{1}{4\Delta y}\left\{\frac{\left(Q^{n+3/2}_{i+1/2,j}+Q^{n+3/2}_{i+1/2,j+1}\right)\left(Q^{n+1/2}_{i+1/2,j}+Q^{n+1/2}_{i+1/2,j+1}\right)}{D^{**}_{i+1/2,j+1/2}}-\frac{\left(Q^{n+3/2}_{i+1/2,j}+Q^{n+3/2}_{i+1/2,j-1}\right)\left(Q^{n+1/2}_{i+1/2,j}+Q^{n+1/2}_{i+1/2,j-1}\right)}{D^{**}_{i+1/2,j-1/2}}\right\}\\
&+\frac{1}{4\Delta x}\left\{\frac{\left(Q^{n+3/2}_{i+1/2,j}+Q^{n+1/2}_{i+3/2,j}\right)\left(P^{n+1}_{i+1,j-1/2}+P^{n+1}_{i+1,j+1/2}\right)}{D^{**}_{i+1,j}}-\frac{\left(Q^{n+3/2}_{i+1/2,j}+Q^{n+1/2}_{i-1/2,j}\right)\left(P^{n+1}_{i,j-1/2}+P^{n+1}_{i,j+1/2}\right)}{D^{**}_{i,j}}\right\}\\
&+gD^{**}_{i+1/2,j}\left\{\begin{aligned}&\left(\frac{\eta^{n+1/2}_{i+1/2,j+1/2}-\eta^{n+1/2}_{i+1/2,j-1/2}}{\Delta y}\right)\\
&-\frac{\Delta t}{4\Delta y}\left(Q^{n+3/2}_{i+1/2,j+1}-2Q^{n+3/2}_{i+1/2,j}+Q^{n+3/2}_{i+1/2,j-1}\right)-\frac{\Delta t}{4\Delta y}\left(Q^{n+1/2}_{i+1/2,j+1}-2Q^{n+1/2}_{i+1/2,j}+Q^{n+1/2}_{i+1/2,j-1}\right)\\
&-\frac{\Delta t}{4\Delta x}\left(P^{n+1}_{i+1,j+1/2}-P^{n+1}_{i,j+1/2}+P^{n}_{i+1,j+1/2}-P^{n}_{i,j+1/2}\right)+\frac{\Delta t}{4\Delta x}\left(P^{n+1}_{i+1,j-1/2}-P^{n+1}_{i,j-1/2}+P^{n}_{i+1,j-1/2}-P^{n}_{i,j-1/2}\right)\end{aligned}\right\} \quad \text{(A.7)}\\
&-\frac{1}{2}\nu_{i+1/2,j}\left\{\frac{Q^{n+3/2}_{i+1/2,j+1}-2Q^{n+3/2}_{i+1/2,j}+Q^{n+3/2}_{i+1/2,j-1}}{(\Delta y)^2}+\frac{Q^{n+1/2}_{i+1/2,j+1}-2Q^{n+1/2}_{i+1/2,j}+Q^{n+1/2}_{i+1/2,j-1}}{(\Delta y)^2}\right\}\\
&-\nu_{i+1/2,j}\left\{\frac{Q^{n+1/2}_{i+3/2,j}-2Q^{n+1/2}_{i+1/2,j}+Q^{n+1/2}_{i-1/2,j}}{(\Delta x)^2}\right\}+\frac{1}{2}\sigma_{i+1/2,j}\left(Q^{n+3/2}_{i+1/2,j}+Q^{n+1/2}_{i+1/2,j}\right)\\
&+\frac{1}{4}\frac{f}{\left(D^{**}_{i+1/2,j}\right)^2}\left(Q^{n+3/2}_{i+1/2,j}+Q^{n+1/2}_{i+1/2,j}\right)\sqrt{\left(Q^{n+1/2}_{i+1/2,j}\right)^2+\left(\overset{=}{P}{}^{n+1}_{i+1/2,j}\right)^2}
\end{aligned}$$

$$
=\left(B+\frac{1}{3}\right)\frac{\overline{h}^{y\,2}_{i+1/2,j}}{\Delta t}\left[\frac{\left(Q^{n+3/2}_{i+1/2,j+1}-2Q^{n+3/2}_{i+1/2,j}+Q^{n+3/2}_{i+1/2,j-1}\right)-\left(Q^{n+1/2}_{i+1/2,j+1}-2Q^{n+1/2}_{i+1/2,j}+Q^{n+1/2}_{i+1/2,j-1}\right)}{(\Delta y)^2}\right.
$$

$$
\left.+\frac{\left(P^{n+1}_{i+1,j+1/2}-P^{n+1}_{i,j+1/2}-P^{n+1}_{i+1,j-1/2}+P^{n+1}_{i,j-1/2}\right)-\left(P^{n}_{i+1,j+1/2}-P^{n}_{i,j+1/2}-P^{n}_{i+1,j-1/2}+P^{n}_{i,j-1/2}\right)}{\Delta x\Delta y}\right]
$$

$$
+Bg\,\overline{h}^{y\,3}_{i+1/2,j}\left[\frac{\left(\eta^{**}_{i+1/2,j+3/2}-3\eta^{**}_{i+1/2,j+1/2}+3\eta^{**}_{i+1/2,j-1/2}-\eta^{**}_{i+1/2,j-3/2}\right)}{(\Delta y)^3}\right.
$$

$$
\left.+\frac{1}{\Delta y(\Delta x)^2}\left\{\left(\eta^{**}_{i+3/2,j+1/2}-2\eta^{**}_{i+1/2,j+1/2}+\eta^{**}_{i-1/2,j+1/2}\right)-\left(\eta^{**}_{i+3/2,j-1/2}-2\eta^{**}_{i+1/2,j-1/2}+\eta^{**}_{i-1/2,j-1/2}\right)\right\}\right]
$$

$$
+\frac{\overline{h}^{y}_{i+1/2,j}\left(h_{i+1/2,j+1/2}-h_{i+1/2,j-1/2}\right)}{\Delta t\Delta y}\left[\frac{1}{3}\frac{\left(Q^{n+3/2}_{i+1/2,j+1}-Q^{n+3/2}_{i+1/2,j-1}\right)-\left(Q^{n+1/2}_{i+1/2,j+1}-Q^{n+1/2}_{i+1/2,j-1}\right)}{2\Delta y}+\frac{1}{6}\frac{\left(\overline{P}^{y\,n+1}_{i+1,j}-\overline{P}^{y\,n+1}_{i,j}\right)-\left(\overline{P}^{y\,n}_{i+1,j}-\overline{P}^{y\,n}_{i,j}\right)}{\Delta x}\right]
$$

$$
+\frac{\overline{h}^{y}_{i+1/2,j}\left(\overline{\overline{h}}_{i+1,j}-\overline{\overline{h}}_{i,j}\right)}{\Delta t\Delta x}\left[\frac{1}{6}\frac{\left(\overline{P}^{x\,n+1}_{i+1/2,j+1/2}-\overline{P}^{x\,n+1}_{i+1/2,j-1/2}\right)-\left(\overline{P}^{x\,n}_{i+1/2,j+1/2}-\overline{P}^{x\,n}_{i+1/2,j-1/2}\right)}{\Delta y}\right]
$$

$$
+Bg\,\overline{h}^{y\,2}_{i+1/2,j}\left[\frac{\left(h_{i+1/2,j+1/2}-h_{i+1/2,j-1/2}\right)}{\Delta y}\left\{2\frac{\left(\overline{\eta}^{y\,**}_{i+1/2,j+1}-2\,\overline{\eta}^{y\,**}_{i+1/2,j}+\overline{\eta}^{y\,**}_{i+1/2,j-1}\right)}{(\Delta y)^2}+\frac{\left(\overline{\eta}^{y\,**}_{i+3/2,j}-2\,\overline{\eta}^{y\,**}_{i+1/2,j}+\overline{\eta}^{y\,**}_{i-1/2,j}\right)}{(\Delta x)^2}\right\}\right.
$$

$$
\left.+\frac{\left(\overline{\overline{h}}_{i+1,j}-\overline{\overline{h}}_{i,j}\right)}{\Delta x}\frac{\left(\overline{\eta}^{x\,**}_{i+1,j+1/2}-\overline{\eta}^{x\,**}_{i,j+1/2}-\overline{\eta}^{x\,**}_{i+1,j-1/2}+\overline{\eta}^{x\,**}_{i,j-1/2}\right)}{\Delta x\Delta y}\right]
$$

ここに,

$$
\left.\begin{aligned}
D^{**}_{i+1/2,j}&=\overline{h}^{y}_{i+1/2,j}+\overline{\eta}^{y\,**}_{i+1/2,j}\\
D^{**}_{i+1/2,j+1/2}&=h_{i+1/2,j+1/2}+\eta^{**}_{i+1/2,j+1/2}\\
D^{**}_{i+1/2,j-1/2}&=h_{i+1/2,j-1/2}+\eta^{**}_{i+1/2,j-1/2}\\
D^{**}_{i+1,j}&=\overline{\overline{h}}_{i+1,j}+\overline{\overline{\eta}}^{**}_{i+1,j}\\
D^{**}_{i,j}&=\overline{\overline{h}}_{i,j}+\overline{\overline{\eta}}^{**}_{i,j}
\end{aligned}\right\}\qquad\text{(A.8)}
$$

c) 連続式の後退差分式（真の水位 η^{n+1} の計算）

$$\frac{\eta^{n+1}_{i+1/2,j+1/2}-\eta^{n+1/2}_{i+1/2,j+1/2}}{\frac{1}{2}\Delta t}+\frac{1}{2}\left(\frac{Q^{n+3/2}_{i+1/2,j+1}-Q^{n+3/2}_{i+1/2,j}}{\Delta y}+\frac{Q^{n+1/2}_{i+1/2,j+1}-Q^{n+1/2}_{i+1/2,j}}{\Delta y}\right)+\frac{1}{2}\left(\frac{P^{n+1}_{i+1,j+1/2}-P^{n+1}_{i,j+1/2}}{\Delta x}+\frac{P^{n}_{i+1,j+1/2}-P^{n}_{i,j+1/2}}{\Delta x}\right)=0 \quad \text{(A.9)}$$

よって，

$$\eta^{n+1}_{i+1/2,j+1/2}=\eta^{n+1/2}_{i+1/2,j+1/2}-\frac{\Delta t}{4\Delta y}\left(Q^{n+3/2}_{i+1/2,j+1}-Q^{n+3/2}_{i+1/2,j}+Q^{n+1/2}_{i+1/2,j+1}-Q^{n+1/2}_{i+1/2,j}\right)-\frac{\Delta t}{4\Delta x}\left(P^{n+1}_{i+1,j+1/2}-P^{n+1}_{i,j+1/2}+P^{n}_{i+1,j+1/2}-P^{n}_{i,j+1/2}\right) \quad \text{(A.9')}$$

(4) 連立一次方程式

a) x 方向

$$a_1P^{n+1}_{i-1,j+1/2}+a_2P^{n+1}_{i,j+1/2}+a_3P^{n+1}_{i+1,j+1/2}=a_4 \quad \text{(A.10)}$$

$$a_1=-\frac{1}{4\Delta x}\frac{P^{n}_{i,j+1/2}+P^{n}_{i-1,j+1/2}}{D^{*}_{i-1/2,j+1/2}}-\frac{\Delta t}{4(\Delta x)^2}gD^{*}_{i,j+1/2}-\frac{1}{2(\Delta x)^2}\nu_{i,j+1/2}$$
$$-\left(B+\frac{1}{3}\right)\frac{\overset{-x}{h}_{i,j+1/2}{}^2}{\Delta t(\Delta x)^2}+\frac{\overset{-x}{h}_{i,j+1/2}\left(h_{i+1/2,j+1/2}-h_{i-1/2,j+1/2}\right)}{6\Delta t(\Delta x)^2} \quad \text{(A.11)}$$

$$a_2=\frac{1}{\Delta t}+\frac{1}{4\Delta x}\left(\frac{P^{n}_{i,j+1/2}+P^{n}_{i+1,j+1/2}}{D^{*}_{i+1/2,j+1/2}}-\frac{P^{n}_{i,j+1/2}+P^{n}_{i-1,j+1/2}}{D^{*}_{i-1/2,j+1/2}}\right)$$
$$+\frac{1}{4\Delta y}\left(\frac{Q^{n+1/2}_{i-1/2,j+1}+Q^{n+1/2}_{i+1/2,j+1}}{D^{*}_{i,j+1}}-\frac{Q^{n+1/2}_{i-1/2,j}+Q^{n+1/2}_{i+1/2,j}}{D^{*}_{i,j}}\right)$$
$$+\frac{1}{2}\frac{\Delta t}{(\Delta x)^2}gD^{*}_{i,j+1/2}+\frac{1}{(\Delta x)^2}\nu_{i,j+1/2}+\frac{1}{2}\varepsilon_{i,j+1/2}$$
$$+\frac{1}{4}\frac{f}{\left(D^{**}_{i,j+1/2}\right)^2}\sqrt{\left(P^{n}_{i,j+1/2}\right)^2+\left(\overset{=}{Q}{}^{n+1/2}_{i,j+1/2}\right)^2}$$
$$+\left(B+\frac{1}{3}\right)\frac{2\,\overset{-x}{h}_{i,j+1/2}{}^2}{\Delta t(\Delta x)^2} \quad \text{(A.12)}$$

$$a_3=\frac{1}{4\Delta x}\frac{P^{n}_{i,j+1/2}+P^{n}_{i+1,j+1/2}}{D^{*}_{i+1/2,j+1/2}}-\frac{\Delta t}{4(\Delta x)^2}gD^{*}_{i,j+1/2}-\frac{1}{2(\Delta x)^2}\nu_{i,j+1/2}$$
$$-\left(B+\frac{1}{3}\right)\frac{\overset{-x}{h}_{i,j+1/2}{}^2}{\Delta t(\Delta x)^2}-\frac{\overset{-x}{h}_{i,j+1/2}\left(h_{i+1/2,j+1/2}-h_{i-1/2,j+1/2}\right)}{6\Delta t(\Delta x)^2} \quad \text{(A.13)}$$

$$a_4=\frac{1}{\Delta t}P^{n}_{i,j+1/2}-\frac{1}{4\Delta y}\left\{\frac{P^{n}_{i,j+3/2}\left(Q^{n+1/2}_{i-1/2,j+1}+Q^{n+1/2}_{i+1/2,j+1}\right)}{D^{*}_{i,j+1}}-\frac{P^{n}_{i,j-1/2}\left(Q^{n+1/2}_{i-1/2,j}+Q^{n+1/2}_{i+1/2,j}\right)}{D^{*}_{i,j}}\right\}$$
$$-\frac{1}{\Delta x}gD^{*}_{i,j+1/2}\left[\left(\eta^{n}_{i+1/2,j+1/2}-\eta^{n}_{i-1/2,j+1/2}\right)-\frac{\Delta t}{4\Delta x}\left(P^{n}_{i+1,j+1/2}-2P^{n}_{i,j+1/2}+P^{n}_{i-1,j+1/2}\right)\right.$$
$$\left.-\frac{\Delta t}{4\Delta y}\left\{\left(Q^{n+1/2}_{i+1/2,j+1}-Q^{n+1/2}_{i+1/2,j}+Q^{n-1/2}_{i+1/2,j+1}-Q^{n-1/2}_{i+1/2,j}\right)-\left(Q^{n+1/2}_{i-1/2,j+1}-Q^{n+1/2}_{i-1/2,j}+Q^{n-1/2}_{i-1/2,j+1}-Q^{n-1/2}_{i-1/2,j}\right)\right\}\right]$$

$$
\begin{aligned}
&+\frac{1}{2(\Delta x)^2}\nu_{i,j+1/2}\left(P^n_{i+1,j+1/2}-2P^n_{i,j+1/2}+P^n_{i-1,j+1/2}\right)+\frac{1}{(\Delta y)^2}\nu_{i,j+1/2}\left(P^n_{i,j+3/2}-2P^n_{i,j+1/2}+P^n_{i,j-1/2}\right)\\
&-\frac{1}{2}\varepsilon_{i,j+1/2}P^n_{i,j+1/2}-\frac{1}{4}\frac{f}{\left(D^*_{i,j+1/2}\right)^2}P^n_{i,j+1/2}\sqrt{\left(P^n_{i,j+1/2}\right)^2+\left(\overset{=}{Q}{}^{n+1/2}_{i,j+1/2}\right)^2}\\
&+\left(B+\frac{1}{3}\right)\frac{\overset{-x}{h}{}_{i,j+1/2}^{2}}{\Delta t}\left[-\frac{\left(P^n_{i+1,j+1/2}-2P^n_{i,j+1/2}+P^n_{i-1,j+1/2}\right)}{(\Delta x)^2}\right.\\
&\qquad\left.+\frac{\left(Q^{n+1/2}_{i+1/2,j+1}-Q^{n+1/2}_{i-1/2,j+1}-Q^{n+1/2}_{i+1/2,j}+Q^{n+1/2}_{i-1/2,j}\right)-\left(Q^{n-1/2}_{i+1/2,j+1}-Q^{n-1/2}_{i-1/2,j+1}-Q^{n-1/2}_{i+1/2,j}+Q^{n-1/2}_{i-1/2,j}\right)}{\Delta x\Delta y}\right]\\
&+Bg\,\overset{-x}{h}{}_{i,j+1/2}^{3}\left[\frac{\left(\eta^*_{i+3/2,j+1/2}-3\eta^*_{i+1/2,j+1/2}+3\eta^*_{i-1/2,j+1/2}-\eta^*_{i-3/2,j+1/2}\right)}{(\Delta x)^3}\right.\\
&\qquad+\frac{1}{\Delta x(\Delta y)^2}\left\{\left(\eta^*_{i+1/2,j+3/2}-2\eta^*_{i+1/2,j+1/2}+\eta^*_{i+1/2,j-1/2}\right)\right.\\
&\qquad\qquad\left.\left.-\left(\eta^*_{i-1/2,j+3/2}-2\eta^*_{i-1/2,j+1/2}+\eta^*_{i-1/2,j-1/2}\right)\right\}\right]\\
&+\frac{\overset{-x}{h}{}_{i,j+1/2}\left(h_{i+1/2,j+1/2}-h_{i-1/2,j+1/2}\right)}{\Delta t\Delta x}\left[-\frac{1}{3}\frac{\left(P^n_{i+1,j+1/2}-P^n_{i-1,j+1/2}\right)}{2\Delta x}\right.\\
&\qquad\left.+\frac{1}{6}\frac{\left(\overset{-x}{Q}{}^{n+1/2}_{i,j+1}-\overset{-x}{Q}{}^{n+1/2}_{i,j}\right)-\left(\overset{-x}{Q}{}^{n-1/2}_{i,j+1}-\overset{-x}{Q}{}^{n-1/2}_{i,j}\right)}{\Delta y}\right]\\
&+\frac{\overset{-x}{h}{}_{i,j+1/2}\left(\overset{=}{h}_{i,j+1}-\overset{=}{h}_{i,j}\right)}{\Delta t\Delta y}\left[\frac{1}{6}\frac{\left(\overset{-y}{Q}{}^{n+1/2}_{i+1/2,j+1/2}-\overset{-y}{Q}{}^{n+1/2}_{i-1/2,j+1/2}\right)-\left(\overset{-y}{Q}{}^{n-1/2}_{i+1/2,j+1/2}-\overset{-y}{Q}{}^{n-1/2}_{i-1/2,j+1/2}\right)}{\Delta x}\right]\\
&+Bg\,\overset{-x}{h}{}_{i,j+1/2}^{2}\left[\frac{\left(h_{i+1/2,j+1/2}-h_{i-1/2,j+1/2}\right)}{\Delta x}\left\{2\frac{\left(\overset{-x}{\eta}{}^*_{i+1,j+1/2}-2\overset{-x}{\eta}{}^*_{i,j+1/2}+\overset{-x}{\eta}{}^*_{i-1,j+1/2}\right)}{(\Delta x)^2}\right.\right.\\
&\qquad\left.+\frac{\left(\overset{-x}{\eta}{}^*_{i,j+3/2}-2\overset{-x}{\eta}{}^*_{i,j+1/2}+\overset{-x}{\eta}{}^*_{i,j-1/2}\right)}{(\Delta y)^2}\right\}\\
&\qquad\left.+\frac{\left(\overset{=}{h}_{i,j+1}-\overset{=}{h}_{i,j}\right)}{\Delta y}\frac{\left(\overset{-y}{\eta}{}^*_{i+1/2,j+1}-\overset{-y}{\eta}{}^*_{i-1/2,j+1}-\overset{-y}{\eta}{}^*_{i+1/2,j}+\overset{-y}{\eta}{}^*_{i-1/2,j}\right)}{\Delta x\Delta y}\right]
\end{aligned}
\tag{A.14}
$$

b) y 方向

$$b_1 Q_{i+1/2,j-1}^{n+3/2} + b_2 Q_{i+1/2,j}^{n+3/2} + b_3 Q_{i+1/2,j+1}^{n+3/2} = b_4 \tag{A.15}$$

$$b_1 = -\frac{1}{4\Delta y}\frac{Q_{i+1/2,j}^{n+1/2} + Q_{i+1/2,j-1}^{n+1/2}}{D_{i+1/2,j-1/2}^{*}} - \frac{\Delta t}{4(\Delta y)^2} gD_{i+1/2,j}^{*} - \frac{1}{2(\Delta y)^2}\nu_{i+1/2,j}$$
$$-\left(B+\frac{1}{3}\right)\frac{\overset{-y}{h}{}_{i+1/2,j}^{2}}{\Delta t(\Delta y)^2} + \frac{\overset{-y}{h}{}_{i+1/2,j}\left(h_{i+1/2,j+1/2} - h_{i+1/2,j-1/2}\right)}{6\Delta t(\Delta y)^2} \tag{A.16}$$

$$b_2 = \frac{1}{\Delta t} + \frac{1}{4\Delta y}\left(\frac{Q_{i+1/2,j}^{n+1/2} + Q_{i+1/2,j+1}^{n+1/2}}{D_{i+1/2,j+1/2}^{*}} - \frac{Q_{i+1/2,j}^{n+1/2} + Q_{i+1/2,j-1}^{n+1/2}}{D_{i+1/2,j-1/2}^{*}}\right)$$
$$+\frac{1}{4\Delta x}\left(\frac{P_{i+1,j-1/2}^{n+1} + P_{i+1,j+1/2}^{n+1}}{D_{i+1,j}^{*}} - \frac{P_{i,j-1/2}^{n+1} + P_{i,j+1/2}^{n+1}}{D_{i,j}^{*}}\right)$$
$$+\frac{1}{2}\frac{\Delta t}{(\Delta y)^2} gD_{i+1/2,j}^{**} + \frac{1}{(\Delta y)^2}\nu_{i+1/2,j} + \frac{1}{2}\varepsilon_{i+1/2,j}$$
$$+\frac{1}{4}\frac{f}{\left(D_{i+1/2,j}^{**}\right)^2}\sqrt{\left(Q_{i+1/2,j}^{n+1/2}\right)^2 + \left(\overset{=}{P}{}_{i+1/2,j}^{n+1}\right)^2}$$
$$+\left(B+\frac{1}{3}\right)\frac{2\,\overset{-y}{h}{}_{i+1/2,j}^{2}}{(\Delta y)^2\Delta t} \tag{A.17}$$

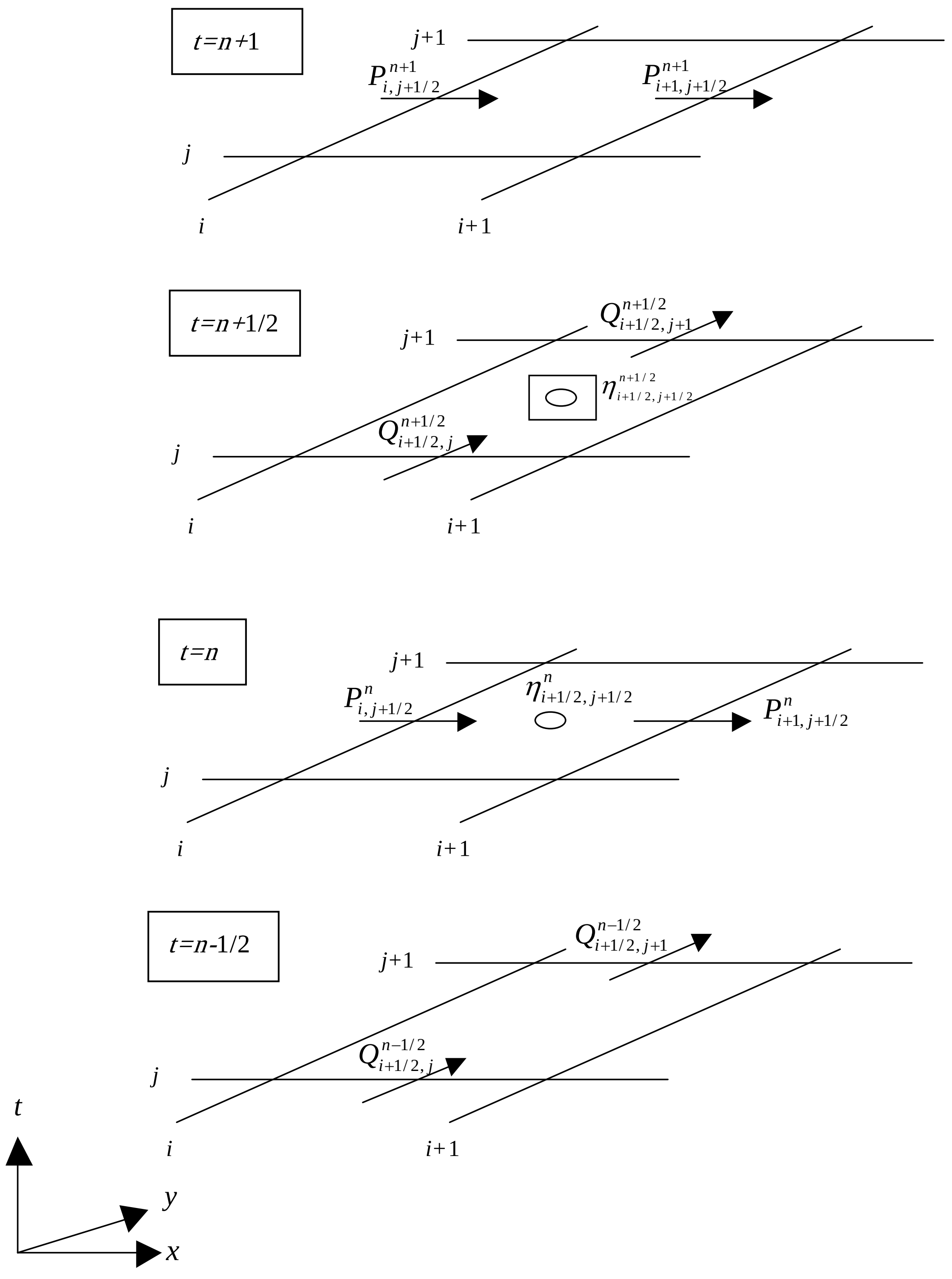
$$b_3 = \frac{1}{4\Delta y}\frac{Q_{i+1/2,j}^{n+1/2} + Q_{i+1/2,j+1}^{n+1/2}}{D_{i+1/2,j+1/2}^{*}} - \frac{\Delta t}{4(\Delta y)^2} gD_{i+1/2,j}^{*} - \frac{1}{2(\Delta y)^2}\nu_{i+1/2,j}$$
$$-\left(B+\frac{1}{3}\right)\frac{\overset{-y}{h}{}_{i+1/2,j}^{2}}{\Delta t(\Delta y)^2} - \frac{\overset{-y}{h}{}_{i+1/2,j}\left(h_{i+1/2,j+1/2} - h_{i+1/2,j-1/2}\right)}{6\Delta t(\Delta y)^2} \tag{A.18}$$

$$b_4 = \frac{1}{\Delta t}Q_{i+1/2,j}^{n+1/2} - \frac{1}{4\Delta x}\left\{\frac{Q_{i+3/2,j}^{n+1/2}\left(P_{i+1,j-1/2}^{n+1} + P_{i+1,j+1/2}^{n+1}\right)}{D_{i+1,j}^{*}} - \frac{Q_{i-1/2,j}^{n+1/2}\left(P_{i,j-1/2}^{n+1} + P_{i,j+1/2}^{n+1}\right)}{D_{i,j}^{*}}\right\}$$
$$-\frac{1}{\Delta y} gD_{i+1/2,j}^{**}\Big[\left(\eta_{i+1/2,j+1/2}^{n+1/2} - \eta_{i+1/2,j-1/2}^{n+1/2}\right) - \frac{\Delta t}{4\Delta y}\left(Q_{i+1/2,j+1}^{n+1/2} - 2Q_{i+1/2,j}^{n+1/2} + Q_{i+1/2,j-1}^{n+1/2}\right)$$
$$-\frac{\Delta t}{4\Delta x}\left\{\left(P_{i+1,j+1/2}^{n+1} - P_{i,j+1/2}^{n+1} + P_{i+1,j+1/2}^{n} - P_{i,j+1/2}^{n}\right) - \left(P_{i+1,j-1/2}^{n+1} - P_{i,j-1/2}^{n+1} + P_{i+1,j-1/2}^{n} - P_{i,j-1/2}^{n}\right)\right\}\Big]$$
$$+\frac{1}{2(\Delta y)^2}\nu_{i+1/2,j}\left(Q_{i+1/2,j+1}^{n+1/2} - 2Q_{i+1/2,j}^{n+1/2} + Q_{i+1/2,j-1}^{n+1/2}\right) + \frac{1}{(\Delta x)^2}\nu_{i+1/2,j}\left(Q_{i+3/2,j}^{n+1/2} - 2Q_{i+1/2,j}^{n+1/2} + Q_{i-1/2,j}^{n+1/2}\right)$$
$$-\frac{1}{2}\varepsilon_{i+1/2,j}Q_{i+1/2,j}^{n+1/2} - \frac{1}{4}\frac{f}{\left(D_{i+1/2,j}^{**}\right)^2}Q_{i+1/2,j}^{n+1/2}\sqrt{\left(Q_{i+1/2,j}^{n+1/2}\right)^2 + \left(\overset{=}{P}{}_{i+1/2,j}^{n+1}\right)^2}$$

$$
\begin{aligned}
&+\left(B+\frac{1}{3}\right)\frac{\overset{-y}{h}{}_{i+1/2,j}^{\,2}}{\Delta t}\left[-\frac{\left(Q_{i+1/2,j+1}^{n+1/2}-2Q_{i+1/2,j}^{n+1/2}+Q_{i+1/2,j-1}^{n+1/2}\right)}{(\Delta y)^2}\right.\\
&\left.+\frac{\left(P_{i+1,j+1/2}^{n+1}-P_{i,j+1/2}^{n+1}-P_{i+1,j-1/2}^{n+1}+P_{i,j-1/2}^{n+1}\right)-\left(P_{i+1,j+1/2}^{n}-P_{i,j+1/2}^{n}-P_{i+1,j-1/2}^{n}+P_{i,j-1/2}^{n}\right)}{\Delta x\Delta y}\right]\\
&+Bg\,\overset{-y}{h}{}_{i+1/2,j}^{\,3}\left[\frac{\left(\eta_{i+1/2,j+3/2}^{**}-3\eta_{i+1/2,j+1/2}^{**}+3\eta_{i+1/2,j-1/2}^{**}-\eta_{i+1/2,j-3/2}^{**}\right)}{(\Delta y)^3}\right.\\
&\qquad+\frac{h_{i+1/2,j+1/2}}{\Delta y(\Delta x)^2}\left\{\left(\eta_{i+3/2,j+1/2}^{**}-2\eta_{i+1/2,j+1/2}^{**}+\eta_{i-1/2,j+1/2}^{**}\right)\right.\\
&\qquad\qquad\left.\left.-\left(\eta_{i+3/2,j-1/2}^{**}-2\eta_{i+1/2,j-1/2}^{**}+\eta_{i-1/2,j-1/2}^{**}\right)\right\}\right]\\
&+\frac{\overset{-y}{h}{}_{i+1/2,j}\left(h_{i+1/2,j+1/2}-h_{i+1/2,j-1/2}\right)}{\Delta t\Delta y}\left[\frac{1}{3}\frac{\left(Q_{i+1/2,j+1}^{n+3/2}-Q_{i+1/2,j-1}^{n+3/2}\right)-\left(Q_{i+1/2,j+1}^{n+1/2}-Q_{i+1/2,j-1}^{n+1/2}\right)}{2\Delta y}\right.\\
&\qquad\left.+\frac{1}{6}\frac{\left(\overset{-y}{P}{}_{i+1,j}^{n+1}-\overset{-y}{P}{}_{i,j}^{n+1}\right)-\left(\overset{-y}{P}{}_{i+1,j}^{n}-\overset{-y}{P}{}_{i,j}^{n}\right)}{\Delta x}\right]\\
&+\frac{\overset{-y}{h}{}_{i+1/2,j}\left(\overset{=}{h}_{i+1,j}-\overset{=}{h}_{i,j}\right)}{\Delta t\Delta x}\left[\frac{1}{6}\frac{\left(\overset{-x}{P}{}_{i+1/2,j+1/2}^{n+1}-\overset{-x}{P}{}_{i+1/2,j-1/2}^{n+1}\right)-\left(\overset{-x}{P}{}_{i+1/2,j+1/2}^{n}-\overset{-x}{P}{}_{i+1/2,j-1/2}^{n}\right)}{\Delta y}\right]\\
&+Bg\,\overset{-y}{h}{}_{i+1/2,j}^{\,2}\left[\frac{\left(h_{i+1/2,j+1/2}-h_{i+1/2,j-1/2}\right)}{\Delta y}\left\{2\frac{\left(\overset{-y}{\eta}{}_{i+1/2,j+1}^{**}-2\overset{-y}{\eta}{}_{i+1/2,j}^{**}+\overset{-y}{\eta}{}_{i+1/2,j-1}^{**}\right)}{(\Delta y)^2}\right.\right.\\
&\qquad\left.+\frac{\left(\overset{-y}{\eta}{}_{i+3/2,j}^{**}-2\overset{-y}{\eta}{}_{i+1/2,j}^{**}+\overset{-y}{\eta}{}_{i-1/2,j}^{**}\right)}{(\Delta x)^2}\right\}\\
&\qquad\left.+\frac{\left(\overset{=}{h}_{i+1,j}-\overset{=}{h}_{i,j}\right)}{\Delta x}\frac{\left(\overset{-x}{\eta}{}_{i+1,j+1/2}^{**}-\overset{-x}{\eta}{}_{i,j+1/2}^{**}-\overset{-x}{\eta}{}_{i+1,j-1/2}^{**}+\overset{-x}{\eta}{}_{i,j-1/2}^{**}\right)}{\Delta x\Delta y}\right]
\end{aligned}
\tag{A.19}
$$

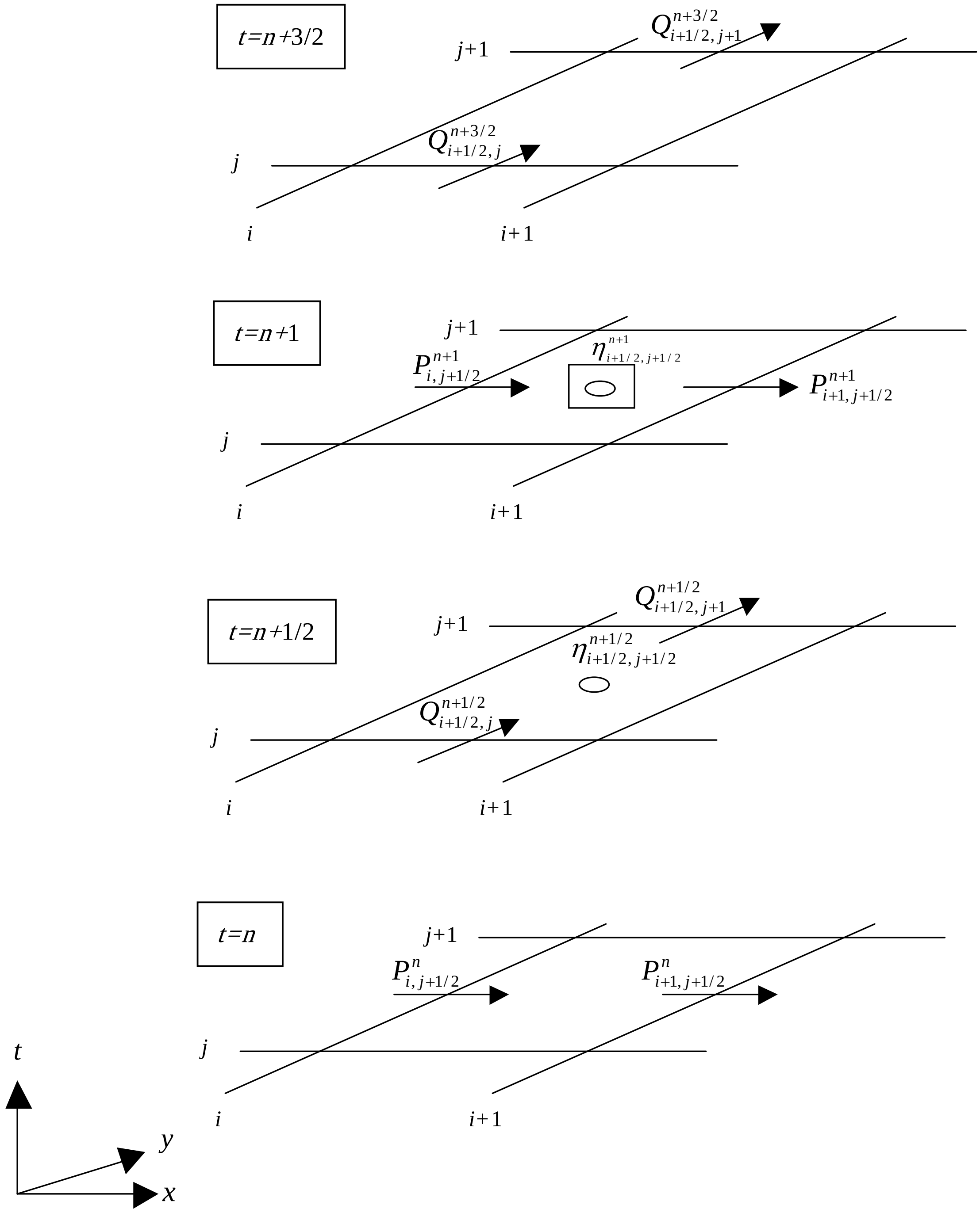
(5) 差分計算に用いる変数の時空間分布

a) x 方向の連続式



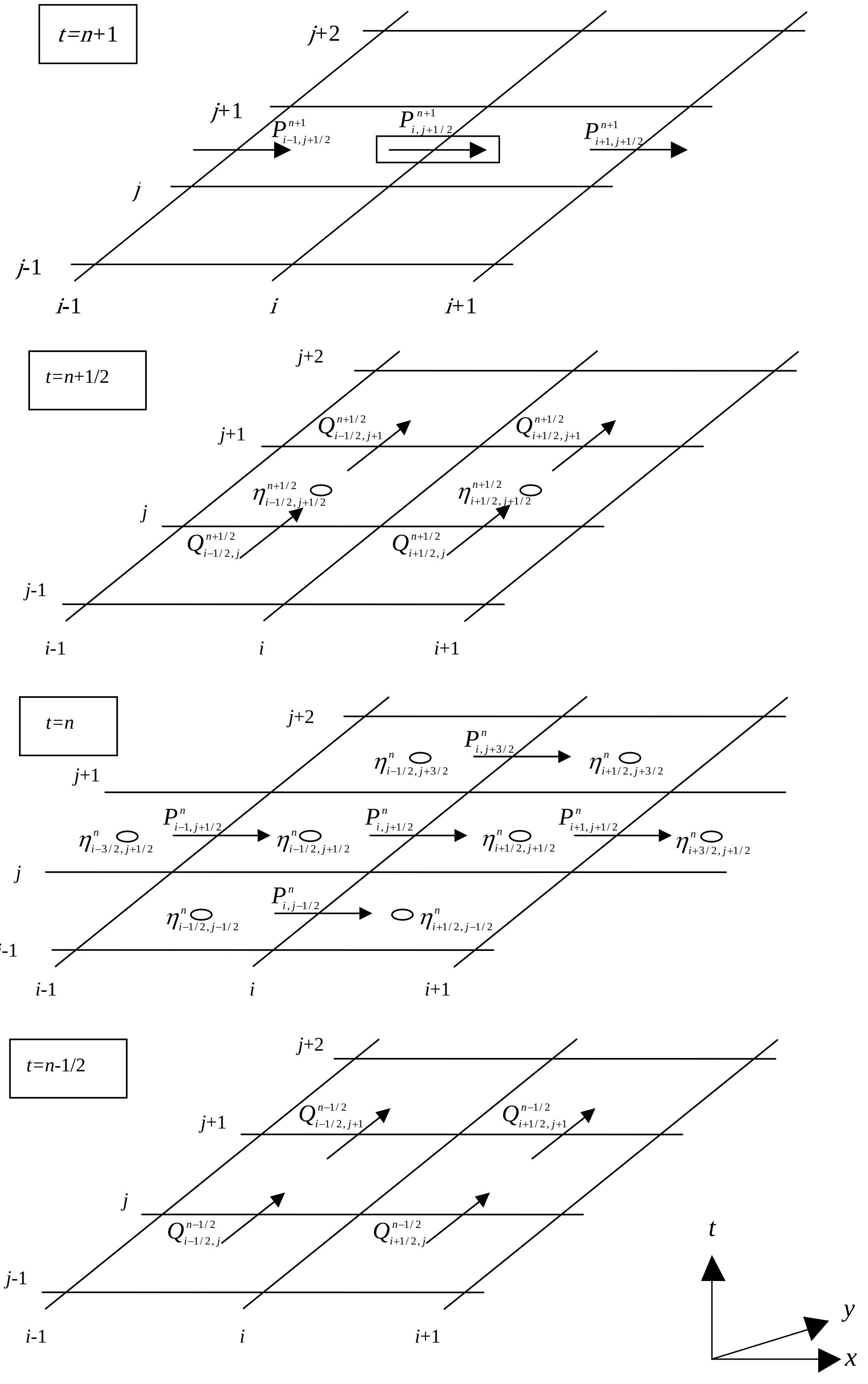
付図-A.1　$\eta^{n+1/2}_{i+1/2,j+1/2}$ の計算（タイムステップ $n\Delta t \rightarrow (n+1)\Delta t$ の場合）

b) y 方向の連続式



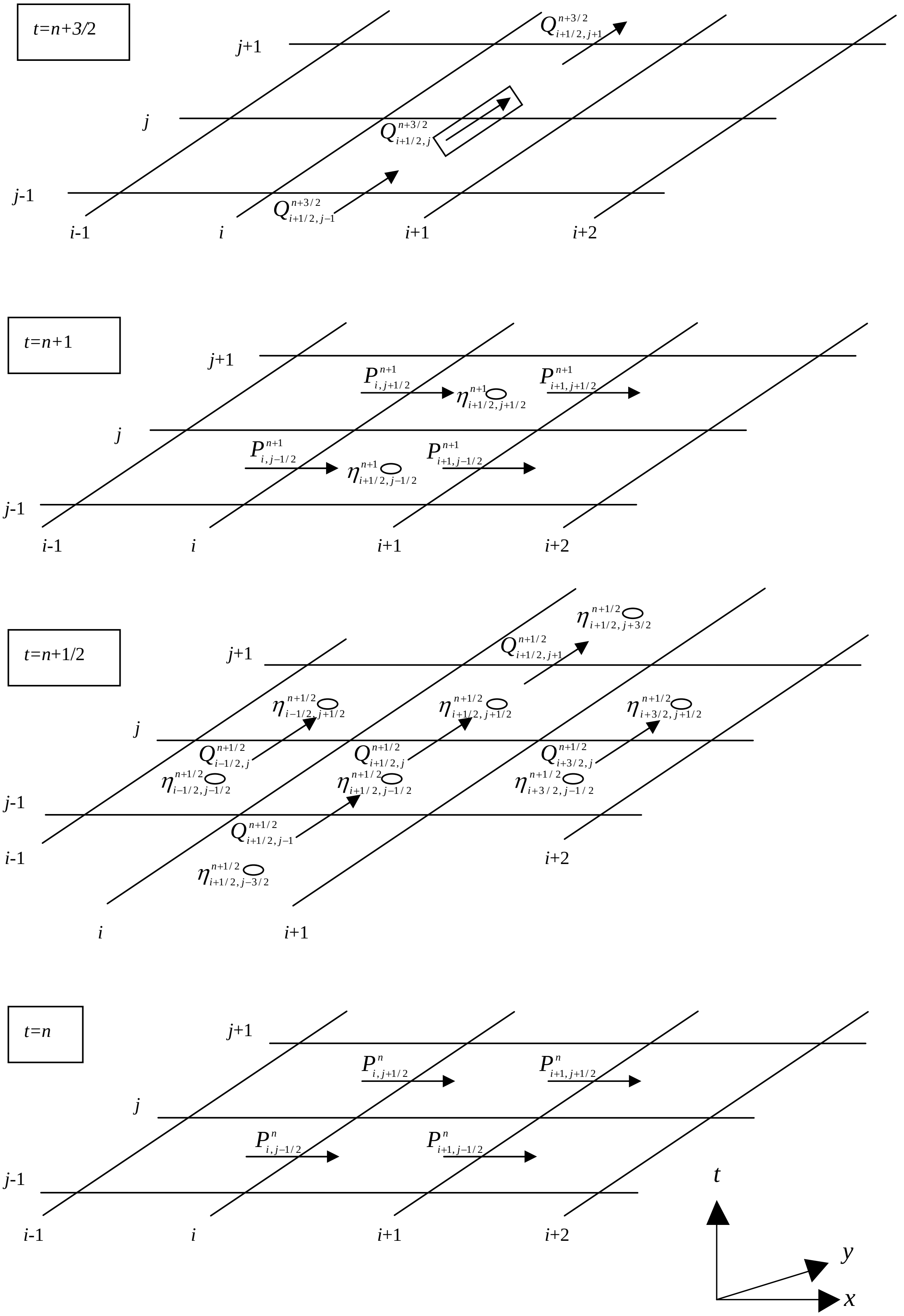
付図-A.2　$\eta^{n+1}_{i+1/2,j+1/2}$ の計算（タイムステップ$(n+1/2)\Delta t \rightarrow (n+3/2)\Delta t$ の場合）

c) x 方向の運動方程式



付図-A.3　$P^{n+1}_{i,j+1/2}$ の計算

d) y 方向の運動方程式



付図-A.4 $Q^{n+3/2}_{i+1/2,j+1/2}$ の計算