

會學濟經學大國帝都京

叢論濟經

號六第卷七十五第

口繪 經濟學部學徒出陣壯行式寫真

ヒックス利子理論について……………高田保馬

増税問題……………汐見三郎

強制及び勸誘貯蓄の體系……………小島昌太郎

近代資本主義經濟の二つの側面……………青山秀夫

アンシアン・レジームの經濟段階……………河野健二

選擇理論の立場から見たる
デュブイの相對效用について……………園正造

戰時財政と經濟統制……………有井治

彙報

本誌第五十七卷總目錄

行發月二十年八十和昭

選擇理論の立場から見たる

デュブイの相對效用について

園 正 造

本文は某君が消費者餘剰の研究をせられるに當り、參考として提供した手記に僅少の改修をなし、夫れに最後の二節を補足したものである。高田博士還暦記念論文集に掲載の小論に引用上の必要を感じ、その附録としたかつたのであるが、本論すら既に紙數五割の超過なる故、又々無理を願出でて原稿を切後なるにも拘はらず、本號の一隅を拜用することが出来たのである。茲に謝意を表する次第である。

さて私はデュブイの *De la mesure de l'utilité des travaux publics* (註)を一見して琴線に觸れるものがあつた。特に一財を以て他財の效用を測らんとする點にある。これ選擇理論に其の必要を痛感してゐたからである。但し *measure* を數學的に測度とせず、寧ろ擴張に解して *indice* (示標)の意味にとつた。彼れの文章は明快であるが、その敍説は肝要な點に理論上、分明を缺く處がある。其の一つは最大犠牲の決定方法と之による他財の效用の測定方法とである。選擇理論の立場から之を明確にし、彼れの着想を稍變更擴張して多財の場合に及ぼしたのが手記である。

デュブイは一財を以て他財の效用を測るが、兩財量の變動の個人に及ぼす利得又は損失を表はす方法を講じた。私は多財の場合について彼れの着想に即して之をなし、そして私の定義した個人利得と消費者餘剰との關係

について一言して本文を終ることとした。

一 最大提供量、限界相對效用

デュブイは財の效用を量的に取扱ふに當り、一物(財の若干量)の效用の測度を表はすに、夫れを獲得するために敢て忍ばんとする犠牲の最大を以てした。いま財Xを提供して他財を獲得する場合、Xの提供を以て犠牲と解し、一個人甲が財 X, X_1, \dots, X_n を夫々 x, x_1, \dots, x_n 單位だけ所有してゐるとき、財

$$(1) \quad X, X_1, \dots, X_n$$

の u, u_1, \dots, u_n 單位を得るために提供せんとするXの最大量を u とする。この最大提供量を決定するに當つて、提供量と獲得量とのみに着目する場合と、取引の前後に於ける所有量を考慮する場合との二通りがある。デュブイは此の點を明かに示してゐない。推測不可能とは言はぬが、敘述の嚴密性を保つために假設として後者に據ることとする。但しこの假設は任意のものでなくデュブイの得たる結果と睨合せてのものである。

さて提供の最大量とは、夫れより多くは欲しないが、夫れより少量ならば差支へないとする點である。甲が u 單位より多量($u + \epsilon$ 單位)の提供を敢てしないのは交換の前後に於ける所有量、即ち財 X, X_1, \dots, X_n の

$$x - \epsilon u - \epsilon x_1 - \epsilon x_2, \dots, x_n + \epsilon u$$
單位(ϵ は任意の正數)

を一括したものと、現有量とを比較して前者が後者より望ましいと思はないからである。故に甲の選擇函數を

$$\phi(x - \epsilon u - \epsilon x_1 - \epsilon x_2, \dots, x_n + \epsilon u) \bigg/ \phi(x, x_1, \dots, x_n)$$

となる。同様に u より少量の提供を拒まなうことから

$$\varphi(x-u+h, x_1+u_1, \dots, x_n+u_n) \geq \varphi(x, x_1, \dots, x_n)$$

となる。兩不等式から等式

$$(2) \quad \varphi(x-u, x_1+u_1, \dots, x_n+u_n) = \varphi(x, x_1, \dots, x_n)$$

を得る。これ獲得量と最大提供量との關係を示すものである。

特に獲得量が無限小

$$(3) \quad dx_1, dx_2, \dots, dx_n$$

のときは、最大提供量も亦無限小となる。之を $-d\varphi$ (但し無限小の主部) とすれば、(2) より直ちに

$$(4) \quad \varphi_0 dx + \varphi_1 dx_1 + \dots + \varphi_n dx_n = 0 \quad \left(\varphi_0 = \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \varphi_1 = \frac{\partial \varphi}{\partial x_1} \right)$$

を得、そして之より

$$(5) \quad -dx = P_1 dx_1 + P_2 dx_2 + \dots + P_n dx_n$$

を得る。こゝに P_i は財 X に對する X_i の限界置換率を示す。即ち

$$(6) \quad P_i = \frac{\varphi_i}{\varphi_0} \quad (i=1, 2, \dots, n)$$

デュプイの定義を多財の場合に擴張して言へば、(5) の右邊は財(1)の無限小量(3)を一括したものと、效用 (X) を標準としての(6)である。これを無限小増分(3)に對する限界效用 (X) に關する(と呼ぶこととする。即ち X が貨幣ならば、財(1)の無限小増分(3)を得るためには、限界效用の表はす數字に相等する金額までは支拂つても差支へないと

甲は思つてゐるのである。依つて若し財(1)の價格が夫々 P_1, P_2, \dots, P_n で實際に取引したとすれば、これによつて得

る甲の利得、即ちデニブイの相對效用は

$$(7) \quad (P_1 - p_1)dx_1 + (P_2 - p_2)dx_2 + \dots + (P_n - p_n)dx_n$$

となる。これを限界相對效用、又は限界餘剰と呼び、 p_i にて示すこととする。

二 相對效用の二つの測り方

前節末と同様にXを貨幣として他財の價格を

$$(8) \quad p_1, p_2, \dots, p_n$$

とする。甲の初期所有量を a_1, a_2, \dots, a_n とするとき、右の價格に於ける交換に對する甲の均衡量は聯立方程式

$$(9) \quad x_1 - a_1 + p_1(x_1 - a_1) + \dots + p_n(x_n - a_n) = 0$$

$$(10) \quad P_i = p_i \quad (i=1, 2, \dots, n)$$

にて決定される。均衡點を (a_1, a_2, \dots, a_n) とする。

さて此の交換によつて得る相對效用(所謂消費者餘剰)を求めんに當つて二つの方法がある。第一は初期點(之をAと呼ぶ)と均衡點(之をEと名づける)のみに着目し、AよりEに到る徑路は全然考慮しない場合で、第二は途中の徑路をも考へる場合である。第一の場合は等式(9)を用ゐて求め得るが、第二の方は貨幣外一財の場合を除きて、初期點と均衡點のみからは、一般に二意的に定まらない。

三 第一の測り方

均衡點に到達したときに於ける貨幣支出額は a^m で、他財の購入量は夫々

$$a_1 - a_1, a_2 - a_2, \dots, a_n - a_n$$

である。いま之を得るために支出して差支へなしとする貨幣の最大額を m にて示せば、(2)により

$$(11) \quad \phi(a - m, a_1, \dots, a_n) = \phi(a, a_1, \dots, a_n)$$

となり、そして相對效用は

$$(12) \quad \psi(a - a) = a - (a - m)$$

である。之を幾何學的に見るに、點 (a_1, a_2, \dots, a_n) は、均衡點 E を通り X 軸に平行な直線が、初期 A 點を通る無差別面と交はる點 (\cdot) を B と名づけるのである。依つて相對效用は均衡點の貨幣坐標より B 點の貨幣坐標を減じたる差、即ち線分 EB の大いさを以て表はすことが出来る。

特別の場合として貨幣外一財で、その初期所有量が零ならば、ヒックスが其の著 *Value and Capital* の第四十頁に掲げたもの(第39頁の圖で RP)となる。従つて彼れの餘剩の測り方はデニブイから全く獨立であるとは言ひ得ない。

四 第二の測り方

幾何學の用語を用ひて、初期點 A から價格(8)にて微量づつ交換して P 點まで來たとし、此の點の坐標(即ち財の所有量)を (x_1, x_2, \dots, x_n) とすれば、此の點に於ける限界相對效用 μ_i は(7)にて與へられる。然るに A 、 P 二點の坐標間には(9)の關係がある。故に貨幣量 x を他財の量の函數と見て、 μ_i の係數 $\mu_1 \mu_2 \dots \mu_n$ を夫々 x_1, x_2, \dots, x_n

にて偏微分すれば、其の結果は夫々

$$P_u - P_a P_u, P_i - P_a P_i \quad (P_u = \frac{\partial P_i}{\partial x_i}, P_a = \frac{\partial P_i}{\partial x})$$

となり、この兩者は、均衡點を除いて一般に等しくない。依つて初期點 $A(a_1, a_2, \dots, a_n)$ より均衡點 $E(a_1, a_2, \dots, a_n)$ に到る積分 $\int_A^E ds$ は、通路に從つて其の値を異にする。即ち貨幣外二財以上の場合には、初期點 A より均衡點 E に到ることによつて得べき相對效用は、たゞ兩點を知るのみにては一般に求め得ない。之れ價格(8)の交換によつて A 點から E 點に移るに當り、財量の變動の順序によつて相對效用の異なることを示すもので甚だ重要な點である。併しデュブイの取扱ふ處は貨幣外一財なるを以て、之に觸れる處はない。是に於て多財の場合に相對效用を測らんとするには財量の變動順序、即ち通路をも併せて考へる必要がある。

五 貨幣外一財の場合

この場合印刷の便宜上 a_1, x_1, p_1 を夫々 β, y, b, Q と記せば、(9) 及び (10) は

$$(13) \quad x - a + q(y - \beta) = 0$$

$$(14) \quad ds = (Q - q) dy \quad \left[Q = \frac{\partial v}{\partial y} / \frac{\partial v}{\partial x} \right]$$

となる。そして初期點より均衡點に到ることによつて得べき相對效用は

$$(15) \quad \int_A^E ds = \int_\beta^y [Q\{a - q(y - \beta), y\} - q] dy \\ = \int_\beta^y Q\{a - q(y - \beta), y\} dy - q(b - \beta)$$

である。これに於て

$$(16) \quad Q\{a - q(Y - \beta), Y\} = \pi, \quad Y - \beta = D$$

とおけば、 π は Y を價格 q で D だけ購入したときの Y の限界效用度を表はし、そして(15)は

$$(17) \quad \int_A^{\pi} d\sigma = \int_0^{b-\beta} \pi dD - q(b - \beta)$$

となる。 π の値が q に等しくないとき、左記の特別の場合を除いて D は Y の價格 π に應ずる其の需要量でない。

故にこゝに得たる結果は、デンプイの曲線(前掲書第六十三頁の)を均衡論に於ける需要曲線と見れば、彼れのものに一致しない。この曲線と彼れの相對效用の算出法については近く検討を加へられるが、彼れの着想を個人均衡に移す場合には右の如くするを可とする。

特別の場合として貨幣に對する財 Y の限界置換率が貨幣量に無關係ならば、こゝに得たる相對效用はマーシヤルの消費者餘剩となり、またヒツクスの言の如く第一の方法によるものと一致する。至極簡單なることなれども、序に證明を與へておく。此の場合選擇函數は

$$\varphi = F\{x + f(y)\} \quad [f \text{ は } y \text{ のみの函數}]$$

となり、従つて $Q = F'(y)$

$$(18) \quad \int_A^{\pi} d\sigma = \int_0^{b-\beta} F'(y) dy - q(b - \beta) = F(b) - f(\beta) - a + a$$

となる。他方に於て(11)は

$$F\{a - m + f(b)\} = F\{a + f(\beta)\}$$

となり、之より $a - m + f(b) = a + f(\beta) \quad \therefore m = f(b) - f(\beta)$

そして第一の方法による相對效用は(12)により

$$m - (a - a) = f(b) - f(a) - a + a$$

となる。これ(18)の結果と一致する。

以上によつて、デュブイの相對效用は今日の選擇理論から見て如何なるものなるか、之を大凡を窺ひ得ることと思ふ。彼れは反對を排して效用の測定可能性を主張してゐるやうであるが、例へば彼れの相對效用を示す數字は果して今日の意味に於ける測度を表はすものであるか。こゝに疑問が残るであらう。また所有量の異なる貨幣を標準として他財の效用を測り、夫れを相加することについて反對もあらう。併し之に類したことが屢々世間に行はれることを見れば、無下に排斥も出來ないやうである。最も最近の一例として試験の點數制度がある。異なる時、異なる試験委員の評點を相加し、平均して受験者の合格不合格を判定し、また席次を決定する。これ試験成績の示標 (indices) を求める一方法として採用されるものである。デュブイの場合についても財の效用に對して得たる數字を嚴密に測度と解せず、示標の程度に見倣して、寧ろ應用の方途を講ずるのも一案でないかと思ふ。

六 個人利得

個人の選擇函數 ϕ について

$$(19) \quad \frac{d\phi}{\phi_0} = [dx + P_1 dx_1 + \dots + P_n dx_n]$$

は函數 ϕ の選び方に對して不變の値を取り、そして括弧内の第二項以下の和は財の無限小増分(3)に對する限界效用、即ちこの無限小量に對する主觀的價値を標準財量で表はしたものである。そして $\frac{d\phi}{\phi_0}$ は之と標準財の増分との和である。故に財の所有量の微變動 dx, dx_1, \dots, dx_n によつて個人は標準財が $\frac{d\phi}{\phi_0}$ だけ増加したことに相

當する利得を受けることとなる。即ち $d\phi/\phi$ は財の所有量の微變動に伴つて生ずる利得を標準財量で表はしたものである。之を標準財的限界利得と呼ぶこととする。

いま財の所有量を坐標とする $n+1$ 次元空間を考へ、一點 $A(a_1, a_2, \dots, a_n)$ を通つて一つの曲線 Γ を引き、この上に一點 $P(x_1, x_2, \dots, x_n)$ を取る。次に財の所有量が A から P まで曲線 Γ に沿ふて變動するとき、之によつて生ずる個人の利得を表はすに、デューブイの相對效用に於けると同様に、曲線分 ΔP を細分し、各部分に應ずる限界利得の總和を以てする。即ちこの利得を S にて示せば

$$(20) \quad S = \int_A^P \frac{d\phi}{\phi} \quad [\Gamma \text{ に沿ふ } \Gamma]$$

である。そして此の値は積分通路に従つて一般に異なる。之れ財の所有量が A から P まで變動するに當り、財量増減の順序によつて個人利得の異なることを示すもので、相對效用の場合と全く同様である。そして此の事は常識と合致する處がある。併し標準財に對する他財の限界置換率が標準財の量に無關係のとき、即ち $P_{a_1} = 0$ ($i=1, 2, \dots$) ならば、計算によつて容易に證明せられる如く、 $P_1 = P_2$ となり、従つて $d\phi/\phi$ は全微分となる。依つて此の場合には積分通路に關係なく、始點と終點とによつて個人利得は定まる。

個人利得については前節の相對效用に於けると同様の異議を生ずるであらうが、限界利得は同一點に於ける微變動に伴ふ個人利得の大小を比較することに用ひられるであらう。私は利得又は限界利得を表面に立たせず、理論の裏面にあつて、論理的に得たる結果の説明に利用し、又は理論的に到達すべき結論の豫想に役立たしめたいと思ふのである。此の點デューブイとは稍立場を異にする。

七 消費者餘剩

第二節に於て甲は價格 p_1, p_2, \dots, p_n の交換によつて其の財の所有量が $A(a_1, a_2, \dots, a_n)$ から $E(a_1, a_2, \dots, a_n)$ に移つた。これによつて得たる彼の利得を求めんに、次の二通りの通路を取る。

(一) Aを通る無差別面上をB(第二節の)まで行き、次に線分BE上を進むものとする。

無差別面上では $d\phi = 0$ 、 ψ 、線分BE上では dx_1, dx_2, \dots, dx_n が總て零である。故に(19)に留意して

$$S = \int_A^B \frac{d\phi}{\phi_0} + \int_B^E \frac{d\phi}{\phi_0} = \int_B^E dx_1 - (a_1 - m)$$

即ち第一の方法による相対效用である。

(二) 通路を平面(9)の上を取るとき、

$$dx_1 + p_1 dx_2 + \dots + p_n dx_n = 0$$

となる。之を(19)の括弧内に代入すれば

$$\frac{d\phi}{\phi_0} = d\psi \quad \therefore \int_A^B \frac{d\phi}{\phi_0} = \int_A^B d\psi$$

となり、第二の方法による相対效用である。

右の兩者に限らず、各種の消費者餘剰の定義は個人利得に於ける積分通路を種々に定めたものに過ぎぬ。従つて標準財に對する他財の限界置換率が標準財の數量に無關係の場合には、何れの定義による餘剰も同一の値をとる。何となれば此の場合個人利得は積分通路に無關係なるを以てである。第五節に示した處はこの特別の場合に過ぎぬ。

次に初期量又は價格の變動に伴ふ個人利得の變動等に言及すべき順序となるが、此處ではたゞ私の定義した個人利得と消費者餘剰との關係を示すに止めて筆を擱くこととする。

(昭和十八年十一月十七日)