

經濟論叢

第六十二卷・第四號

生産力の主體について……………吉村達次

消費者活動と企業者活動(下)……………森嶋通夫

京都大學經濟學會

消費者活動と企業者活動 (下)

——ヒックス「價值と資本」に因む一研究——

森 嶋 通 夫

(Notation に関しては本誌第六十一卷第二號二二頁—二三頁を参照せられ度)

第三部 ヒックスの企業者理論

一、生産計畫の決定

周知の如くヒックスは生産の技術的制約を

$$(1) f(x_{20}, x_{30}, \dots, x_{n0}, x_{21}, x_{31}, \dots, x_{n1}) = 0$$

なる陰伏函数にて與へ企業者は附帶條件(1)の下に餘剰の流れ (Y_i) ($i=0, 1, \dots, n$) の資本價值の極大を追求すると考へる。ここに餘剰の流れの資本價值とは各週の餘剰を夫々割引率で割引いたものの總計であり餘剰は賣上高から投下額を差引いたものである。即ち餘剰の流れの資本價值は

$$(2) \sum_{i=0}^n a_i Y_i \equiv \sum_{i=0}^n b_i Y_i \equiv \sum_{i=0}^n p_i x_{i+1}$$

である。企業者活動の規準を此の様に餘剰の流れの資本價值ととる事は、ヒックスによれば利潤（所得）乃至は純收入の資本價值の極大追求の原則とエクイバレントである。なんとせよれば、〃 餘剰マイナス過去の契約より生じた負擔イコール純收入〃 の關係が存在し、然も各週純收入の一種の平均値として利潤（所得）が規定せられ、而して過去の契約に基づく負擔額がコンスタントなる以上、之等三つの資本價值の極大點は一致するからである。（pp. 194—5）採主體的均衡條件は補助函數

$$(3) \quad V^* \equiv \sum_{t=0}^v \sum_{z=2}^n p_z x_z - I_f^t(x_{20}, x_{31}, \dots, x_{nv})$$

を考へれば、それが極大なる爲の必要條件、即ち

$$(4) \quad p_z = p_z f_z \quad (z=2, 3, \dots, n; t=0, 1, \dots, v)$$

であり、安定條件はその充分條件、即ち $df \equiv 0$ の下に $dV^* = -I_f^t f_z$ が負定形なる事、換言すれば

$$F \equiv \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} 0 & f_{30} & f_{30} & \dots & f_{nv} \\ f_{30} & I_f^{2020} & I_f^{3020} & \dots & I_f^{nv20} \\ f_{30} & I_f^{2030} & I_f^{3030} & \dots & I_f^{nv30} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ f_{nv} & I_f^{20nv} & I_f^{30nv} & \dots & I_f^{nvnv} \end{array} \end{array}$$

の三次以上の首座小行列式が凡て負なる事である。(此の點ヒックスの分析は正確でない。)(5)は(3)の扱(1)(4)より

$$x_n = x_n(p_{20}, p_{30}, \dots, p_{n0}, I_1, I_2, \dots, I_n) \quad (i=2, 3, \dots, n)$$

$$p_n = p_n(p_{20}, p_{30}, \dots, p_{n0}, I_1, I_2, \dots, I_n) \quad (i=0, 1, \dots, n)$$

を得る。之等の函數は企業の生産計畫を表現する。以下此の函數の性質について考察を試みよう。

二、價格と生産計畫

先ず價格(予想價格を含む)の變動が産出(投入)量に與へる効果を分析しよう。(1)(4)より

$$(5) \quad \left\{ \begin{aligned} & \sum_{i=0}^v \sum_{j=2}^n f_{ij} dx_{ij} = 0 \\ & f_{ad} u + \sum_{i=0}^v \sum_{j=2}^n f_{ij} dx_{ij} = dp_x \quad (i=2, 3, \dots, n; j=0, 1, \dots, v) \end{aligned} \right.$$

但し $dp_x \equiv u \cdot dP_x \equiv \beta \cdot dP_x$ である。(5)より

$$(6) \quad dx_{ij} = - \sum_{k=0}^v \sum_{l=2}^n X_{kijl}^* dp_k \quad (j=2, 3, \dots, n; i; k=0, 1, \dots, v)$$

を得る。但し $-X_{kijl}^* \equiv \frac{F_{kijl}}{F}$ N_{kij} F_{kij} は F に於ける f_{kij} の餘因數を表すものとする。(6)は價格

變動と産出(投入)量變動の關係を表す最も基本的な方程式である。今財 X_i の價格豫想弾力性を η_i 價格變動度

を $\frac{dp_{i0}}{p_{i0}} = \theta_i$ とすれば(6)は書き更められて

$$(7) \quad dX_{jt} = - \sum_{k=0}^n X_{kt} p_k \theta_k - \sum_{k=0}^n \sum_{l=2}^n X_{kl} p_k \eta_l \theta_k$$

となる。右邊第一項は現在價格の Ceteris paribus 的變動の産出（投入）量に與へる効果（直接的效果）であり、第二項は現在價格變動が誘起する豫想價格變動が産出（投入）量に與へる効果（間接的效果）である。

X_{kt} に關しては次の代用の四則が成立する。

$$i) \quad X_{kt} = X_{jkt} \quad ii) \quad X_{kt} < 0 \quad iii) \quad \sum_{k=0}^n \sum_{j=0}^n p_{jt} X_{jkt} = 0$$

$$iv) \quad \sum_{k=0}^n \sum_{j=0}^n \sum_{l=0}^n p_{jl} p_{kt} X_{kjt} < 0 \quad \begin{cases} k \leq n \\ d < u \end{cases} \text{ or } \begin{cases} k < n \\ u \leq d \end{cases}$$

三、マアシヤルの短期及び長期の理論

マアシヤルは價格の變動が産出乃至は投入量に與へる効果を短期及び長期なる二つの場合について考察した。

今一般に價格變動が第 t 週産出（投入）量に與へる効果を分析して置けば、 $t=0$ の時短期効果、 $t=1$ のとき長期効果であるから、マアシヤルに對してより一般的なる理論を展開する事が出来る。かかる觀點に立つとき重要な意義をもつものは各週産出（投入）變動量のシリーズ、即ちその時間形態である。

今簡單のために豫想の弾力性を 1 として産出（投入）量變動の時間形態を分析しよう。(7) より P_{10} の變動が X_{jt} の第 t 週産出（投入）量に及ぼす効果を求むれば

$$(8) \quad dX_{jt} = -\theta_k \sum_{k=0}^n X_{kt} p_k$$

従つて産出(投入)量變動の時間形態は數列 $\{d_{t+1}\}$ ($t=0, 1, \dots, \infty$) にて與へられる。今

$$(*) \quad p_0 d_{t+1} + p_1 d_{t+2} + \dots + p_{t-1} d_{2t} + \dots$$

をとればそれは代用の第四則より必ず正である。即ち X_{t+1} が生産物なる場合には p_{t+1} の騰貴は X_{t+1} の今週から第 $t+1$ 週迄の産出量を全體として増大せしめ、 X_{t+1} が生産財なる場合には全體として減少せしめる。價格の下落は逆の效果を生ずる、併乍ら個々の d_{t+1} の正負については確實な事は云ひ得ない。何となれば吾々は d_{t+1} のコンホーネントである。 $X_{t+1}, X_{t+2}, \dots, X_{t+2t}$ に關して、アプリアリには $X_{t+1} \wedge$ のを知るにすぎないからである。そこで $X_{t+1} (X_{t+1})$ の正負に従つて産出(投入)量變動の時間形態は $(*)$ が正なる範圍内に於て種々なる形をとることとなる。

今ここで X_{t+1} の意味を考へよう。— $X_{t+1} = \frac{p_{t+1}}{p_t}$ であるから、 X_{t+1} は第 $t+1$ 週に於ける財 X_t の數量と第 t 週に於ける財 X_t の數量との代用關係を表示するものと考へる事が出来る。即ち、 X_{t+1} なる時には同時的代用關係 (intratemporal substitution) を表し、 X_{t+1} なる時は異時的代用關係 (intertemporal substitution) を表す。此の場合代用關係は價格變動に對する産出(投入)量の變動の仕方によつて定義されてゐるから、それは價格變動を契機とした産出(投入)量の上の代用關係と見るべきであり、一應技術的代用關係とは切り離さるべきものである。しかし乍ら、ヒックスは本文に於て代用關係を限界代用率乃至は限界生産力の言葉によつて定義し(258以下)従つて技術的代用關係と、價格變動を契機とした産出(投入)量の間代用關係の等義性を主張する。之に對して安井琢磨教授は此の等義性が保證せられるのは財の數が三財に限る場合であり、四財以上に於ては一般に等義でない事を證明せられた。(2) (勿論安井教授は消費者理論に關して、斯く論證せられたのであるが企業者理論についても

あてはまる事と見て差支へないと思ふ。けれども私は安井教授の主張はあたらないと思ふ。なんとなれば四財以上
 $(A \cdot B \cdot C_1 \cdot C_2 \cdot \dots)$ の場合には $C_1 \cdot C_2 \cdot \dots$ の數量は變化するが、但しそれらの限界生産力は不變なる
 如き仕方では變化すると云ふ新しい條件が追加せられるからである。(p. 94 footnote) 此條件をとり入れる限り四
 財以上に於ても代用關係の二種の定義は等値である。③かくて Y_{12} は生産の技術的現實を反映するものであ
 り、ヒックスは之の正負を生産速度の變化・新生産行程の建設・生産物・未成品の自然的性質等を以て説明し
 たのである。(pp. 208—9)

- (1) 予想彈力性の種々なる大きさに應ずる時間形態の分析は安井教授、「企業の動學理論」に詳しい。
- (2) 安井教授の「聯關財」についての一考察(三九頁—五一頁)。
- (3) 安井教授の展開せられた消費者理論に關して云へば X の變動が消費を no better off ならしめる如く Z_1, Z_2, Z_3, \dots を變
 動せしめるとき(但し Y の量不變) Y の Z_1 に對する代用率が減すれば Y と X は代用的であり、増すとき補完的である。
 此の際 Z_1, Z_2, \dots 夫々の Z_1 に對する限界代用率は不變であるとする。之がヒックスの代用・補完の定義の完全な表現であ
 る。等義性の解析的證明は紙數の關係上割愛する。

四、利子率と生産計畫 (傾斜理論)

利子率變動の產出 (投入) 量に與へる效果を分析する。(1) (4) より

$$(9) \quad \sum_{i=0}^v \sum_{j=2}^n f_{ij} da_{ij} = 0$$

$$f_{ij} da_{ij} + \sum_{i=0}^v \sum_{j=2}^n f_{ij} f_{j2} da_{j2} = - \sum_{i=0}^v \left(\frac{dI_0}{1+I_0} \right) p_{i2} = - \epsilon_{ij} p_{i2} dI_0 \quad (\epsilon=0, 1, \dots, v; \text{但し } dI_0=0)$$

(9) H_0

$$(10) \quad da_{jst} = \sum_{k=0}^n \sum_{s=2}^n \sum_{t=1}^n \left(\frac{dI_s}{1+I_s} \right) p_{st} X_{kst} = \sum_{k=1}^n \sum_{s=2}^n \sum_{t=2}^n \beta_s p_{st} X_{kst} dI_s$$

(10) の中間邊及び右邊は夫々短期長期の利率變動が一財の產出(投入)量に與へる影響を表す最も一般的な方程式

である。とくに今 $\frac{dI_s}{1+I_s} = \theta$ $\frac{dI_t}{1+I_t} = \theta'$ ($t = 1, \dots, n$) を假定すれば(10)より

$$(11) \quad da_{jst} = \theta \sum_{k=0}^n \sum_{s=2}^n \sum_{t=2}^n (p_{st} X_{kst}) = \theta' \sum_{k=0}^n \sum_{s=2}^n \sum_{t=2}^n (p_{st} X_{kst})$$

以下 θ θ' をともに θ にて表すこととする。扱代用の第三則より $\sum_{k=0}^n \sum_{s=2}^n \sum_{t=2}^n p_{st} X_{kst} = 0$ 之より(11)より

$$(12) \quad da_{jst} = -\theta \sum_{k=0}^n \sum_{s=2}^n \sum_{t=2}^n (r-t) p_{st} X_{kst}$$

(12)の右邊を展開すれば $r-t$ なる項(従つて X_{kst} (八〇)を合む項)は消滅する。それ故殘餘の X_{kst} がいつれも正なることを假定すれば $\theta < 0$ なるとき $da_{jst} > 0$, $da_{jst} < 0$ $\theta > 0$ なるとき $da_{jst} < 0$, $da_{jst} > 0$ を得る。従つて企業者活動の單調性(即ち數列 $\{da_{jst}\}$ ($t = 0, 1, \dots, n$))が單調なることを假定すれば數列 $\{da_{jst}\}$ は $\theta < 0$ なるとき單調減少、 $\theta > 0$ なるとき單調増大である。換言すれば利子率騰貴(下落)に際して產出量の時間形態は下方(上方)傾斜であり投入量のそれは上方(下方)傾斜である。

五、利子率と餘剰の變化

(I) 先づ利子率の弧立變動（即ち第(一)週の（豫想）短期利子率若くは長期利子率のみが變動した場合）について考へる。利子率の一般變動の與へる效果は弧立變動效果の合成として把握される。

(a) 短期利子率 I_0 の弧立變動

第 σ 週及びそれ以後の割引された餘剰の總和（即ち餘剰の資本價值）は

$$\sum_{t=\sigma}^T p_{\sigma,t} x_{\sigma,t}$$

を以て與へられる

それ故 $\frac{dI_0}{1+I_0} = \theta$ とすれば、

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sum_{t=\sigma}^T p_{\sigma,t} x_{\sigma,t}}{\partial I_0} &= \sum_{t=\sigma}^T \sum_{s=2}^n p_{\sigma,t} x_{\sigma,t} \frac{\partial p_{\sigma,t}}{\partial I_0} + \sum_{t=\sigma}^T \sum_{s=2}^n p_{\sigma,t} \frac{\partial x_{\sigma,t}}{\partial I_0} \\ &= - \sum_{t=\sigma}^T \sum_{s=2}^n x_{\sigma,t} p_{\sigma,t} \theta + \sum_{t=\sigma}^T \sum_{s=2}^n p_{\sigma,t} \left(\sum_{j=2}^n p_{j,t} x'_{j,t} \right) \theta \end{aligned}$$

を得る。扱

$$\sum_{t=\sigma}^T \sum_{s=2}^n x_{\sigma,t} p_{\sigma,t} < 0$$

（餘剰の性質より）であり

$$\sum_{t=\sigma}^T \sum_{s=2}^n p_{\sigma,t} p_{j,t} x'_{j,t} < 0$$

（代用第四則より）であるから、 θ が正なるとき第 σ 週及びそれ以後の餘剰の資本價值は減少し、 θ が負なるとき増加する。

(b) 長期利子率 J_0 の弧立變動

第 σ 週の長期利子率變動度を $\frac{dJ_0}{1+J_0} = \theta$ とすれば、それが第 σ 週餘剰に與へる效果は

$$\begin{aligned} & \theta \sum_{i=2}^n P_{i0} X_{i0} \\ &= \sum_{i=2}^n P_{i0} \frac{\partial X_{i0}}{\partial I_0} = \sum_{i=2}^n P_{i0} \sum_{j=2}^n \frac{\partial X_{i0}}{\partial P_{j0}} X'_{j0} \theta \\ &= \sum_{i=2}^n \sum_{j=2}^n (P_{i0} P_{j0} X'_{j0}) \theta \delta_{ij} \theta \end{aligned}$$

である。括弧内の第四法則により最右邊の括弧の中は負である。従つて θ が正なる時第 σ 週餘剰は減少し、 θ が負なるとき増加する。

(II) 次に利子率の一般變動を問題としよう。

(a) 短期利子率の一般變動

今各週短期利子率の比例的變動 $\frac{dI_i}{I+i}$ ($i=1, 2, \dots, n$) が生じた場合、それが第 σ 週餘剰に與へる効果は

$$(13) \quad d \left(\sum_{i=2}^n P_{i0} X_{i0} \right) = \sum_{i=1}^n \frac{\partial \left(\sum_{j=2}^n P_{j0} X_{j0} \right)}{\partial I_i} dI_i$$

である。それ故 (11) を用ひて

$$= \theta \sum_{i=0}^n u_i \sum_{j=2}^n \sum_{k=2}^n P_{i0} R_{jk} X'_{j0} \quad (\text{但し } P_{i0} = p_{i0})$$

を得る。

(b) 長期利率の一般變動
各週長期利率變動度を $\frac{dJ_t}{1+J_t}$ ($t=1, \dots, T$) とすれば、第 t 週餘剰の變化は

$$(14) \quad d \left(\sum_{t=0}^n P_{t\sigma} R_{t\sigma} \right) = \sum_{t=1}^n \frac{\theta \sum_{t=2}^n P_{t\sigma} R_{t\sigma}}{\theta J_t} dJ_t$$

である。(11) を使用して

$$= \theta \sum_{t=0}^n \epsilon_t \beta_t \sum_{t=2}^n \sum_{j=2}^n P_{t\sigma} P_{j\sigma} X'_{j\sigma}$$

を得る。

(c) 扱代用の第三法則より

$$\sum_{t=0}^n d_t \sum_{t=2}^n \sum_{j=2}^n P_{t\sigma} P_{j\sigma} X'_{j\sigma} = \sum_{t=0}^n \beta_t \sum_{t=2}^n \sum_{j=2}^n P_{t\sigma} P_{j\sigma} X'_{j\sigma} = 0$$

であるから (13) より

$$(15) \quad d \left(\sum_{t=2}^n P_{t\sigma} R_{t\sigma} \right) = -\theta \sum_{t=0}^n (\sigma - \epsilon_t) d_t \left(\sum_{t=2}^n \sum_{j=2}^n P_{t\sigma} P_{j\sigma} X'_{j\sigma} \right) \\ = -\theta \sum_{t=0}^n (\sigma - \epsilon_t) \beta_t \left(\sum_{t=2}^n \sum_{j=2}^n P_{t\sigma} P_{j\sigma} X'_{j\sigma} \right)$$

を得る。(15) の中間邊及び右邊を展開すれば、 $\theta < 0$ なる項 $\left(\sum_{j=2}^n P_{10} P_{j0} X_{j0} \right) (\theta < 0)$ は消滅する。従つて今

殘餘の $\sum_{j=2}^n P_{10} P_{j0} X_{j0}$ ($\theta < 0$) が凡て正なる事を假定しても、それは代用の法則に抵觸せぬ。扱

$d \left(\sum_{j=2}^n P_{10} X_{j0} \right) \equiv dV_{\sigma}$ ($\sigma=0, 1, \dots, n$) とすけば數列 $\{dV_{\sigma}\}$ ($\sigma=0, 1, \dots, n$) は限界餘剩の流れであ

る。利子率變動に關する餘剩變動の時間形態を求める事は、數列 $\{dV_{\sigma}\}$ の性質を考察する事に外ならぬ。扱

(15) より $\theta < 0$ なるときは $dV_0 > 0$ であり、 $\theta < 0$ なるとき $dV_0 < 0$; $dV_1 < 0$ であるから、 $\{dV_{\sigma}\}$ が單調なる事を假定すれば、 $\theta < 0$ なるときは單調減少、 $\theta > 0$ なるときは單調増大となる。一方限界餘剩の流れの

資本價值 $\sum_{\sigma=0}^n \alpha_{\sigma} dV_{\sigma} \equiv \sum_{\sigma=0}^n \beta_{\sigma}^{\sigma} dV_{\sigma}$ を (13) 或は (14) を用ひて書き更めれば

$$(16) \quad \sum_{\sigma=0}^n \beta_{\sigma}^{\sigma} dV_{\sigma} = \theta \sum_{i=0}^n \beta_{i0}^0 \sum_{j=2}^n P_{j0} P_{j0} X_{j0} + \sum_{i=1}^n \beta_{i0}^i \sum_{j=2}^n P_{j0} P_{j0} X_{j0} \\ = \theta \sum_{i=0}^n \beta_{i0}^i \sum_{j=2}^n P_{j0} \left(\sum_{k=0}^n \sum_{l=2}^n p_{jkl} X_{jkl} \right)$$

この最右邊の括弧の中は代用の第三法則より 0 である。それ故 (16) は 0 に等しい。即ち利子率の騰落に際して限界餘剩の流れは下方或は上方傾斜のカーブを畫くがその全體（資本價值）は零である。

六、餘剰の流れの平均期間——ベーム平均生産期間の擴張

生産計畫の構造を表示するものとして、次の如き餘剰の加重平均を考へる。

$$(17) \quad A = \frac{\sum_{\alpha=0}^{\infty} \alpha \beta_{\alpha}^{\alpha} V_{\alpha}}{\sum_{\alpha=0}^{\infty} \beta_{\alpha}^{\alpha} V_{\alpha}}$$

分母は明かに餘剰の流れの資本價值であり、分子は割引せられた餘剰のもつ時間的距離の總計である。したがつて A は餘剰一單位が平均として如何なる時間的距離にあるかを表現する。即ち餘剰の流れの平均期間である。之はベームの平均生産期間の擴張概念と考へられる。扱吾々は A を用ひて利子率變動の生産構造に與へる影響を分析するのであるが (17) は利子率の函數たる割引因子を含むから、利率變動に基く A の變動は純粹に V_{α} の變動を示すものではなく、附加的要素として割引因子の變動に基く A の變動をも含むこととなる。それ故 V_{α} の變化と無關係な此の後の要素を捨象して V_{α} の變動に基く A の變動のみを抽出する爲に A 算出のウエイトとして用ひる β_{α} を利率變動にも不拘、一定とする事とする。従つて

$$A + dA = \frac{\sum_{\alpha=0}^{\infty} \alpha \beta_{\alpha}^{\alpha} (V_{\alpha} + dV_{\alpha})}{\sum_{\alpha=0}^{\infty} \beta_{\alpha}^{\alpha} V_{\alpha} + \sum_{\alpha=0}^{\infty} \beta_{\alpha}^{\alpha} dV_{\alpha}}$$

(16) より分母第二項は零であるから

$$dA = \frac{\sum_{\sigma=0}^{\nu} \sigma \beta_{\sigma}^{\sigma} dV_{\sigma}}{\sum_{\sigma=0}^{\nu} \beta_{\sigma}^{\sigma} V_{\sigma}}$$

を得る。分母は餘剰の性質より必ず正であるから、 dA の正負は分子の正負に一致する。然るに (14) を用ひて

$$(18) \quad \sum_{\sigma=0}^{\nu} \sigma \beta_{\sigma}^{\sigma} dV_{\sigma} = \theta \sum_{\sigma=0}^{\nu} \sigma \beta_{\sigma}^{\sigma} \sum_{l=0}^{\nu} \sum_{j=2}^{\nu} \beta_{\sigma}^{\sigma} P_{j\sigma} X^{j\sigma} X^{j\sigma} \\ = \theta \left(\sum_{\sigma=0}^{\nu} \sum_{l=2}^{\nu} \sum_{j=2}^{\nu} \sigma \beta_{\sigma}^{\sigma} P_{l\sigma} \beta_{\sigma}^{\sigma} P_{j\sigma} X^{j\sigma} \right)$$

この最右邊の括弧の中は必ず負となる。何となれば安定条件より F の二次以上の首座小行列式はすべて負であるから、 F と二次以上の首座小行列式との比は何れも正である。それ故ヤコビの定理を用ひて

$$(19) \quad \frac{F_{\nu\nu}}{F} = \frac{1}{F^2} \begin{vmatrix} F_{\nu\nu} & F_{j\nu} \\ F_{i\nu} & F_{j\nu} \\ F_{i\nu} & F_{j\nu} \\ \dots & \dots \end{vmatrix}$$

は何れも正となる。但し (19) の最後の行列式は F の相反行列式に於て一行一列を除いた小行列式より更に一次低い小相反行列式である。之は二次形式

$$\sum_{l=0}^{\nu} \sum_{j=2}^{\nu} \sum_{i=0}^{\nu} \sum_{k=2}^{\nu} \beta_{i\nu}^{\sigma} \beta_{j\nu}^{\sigma} P_{i\nu} X^{i\nu} P_{k\nu} X^{k\nu}$$

に於て z_i ($i=2, 3, \dots, n$; $i=0, 1, \dots, n$) の少くとも一つが零であり、且つ全てが同時に零ならざる場合に、正定形であることを示す。 $\frac{P_{i,j}}{F} = -X_{i,j}$ であるから二次形式

$$\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n z_i z_j X_{i,j}$$

は z_n が右の條件を満たすとき負定形である。扱 $z_n = c_1 P_n$ とおけば $z_n = 0$ である。それ故(18)の括弧の中は負となる。即ち利子率の騰貴(下落)は餘剰の流れの平均期間を必ず短縮(延長)する。此の點の解析に於てヒックスは手ぬかつてゐる。(p. 328)

七、貨幣及び證券の需要

以上によつて產出投入量従つて餘剰、の決定及びその變動機構が分析せられた。しかし乍らそこに企業の貨幣及び證券需要の問題は取扱はれずに殘されてゐる。此の問題に對するヒックスの接近は企業をも獨立の個人と考へて、その配當計畫を個人の支出計畫と同様に取扱ふ事である。(p. 328)然し乍ら企業に於ては(個人の支出計畫に於て選擇函數が演じる如き)配當計畫編成の基準が存在しない。従つて配當政策は一應與へられたるものと考へる他はなし。(p. 324)よしさうした所で尙問題は殘る。留保資金は決定せられるであらう。然し乍ら此の資金が如何なる形態に於て企業内に保留せられるのであるか。貨幣需要證券需要の問題は尙も未解決である。

此の他なほ二三の點に於てヒックスの圖式は批判せられるが、それは以下の積極的展開の途次に於て取上る事とする。

第四部 積極的展開 その二

一、生産函数

上述の如くヒックスは生産の技術的制約を只一つの生産函数を以て表現する。即ちそれはその元たる第0週から第1週に至る迄の産出量投入量の間の相關々係を陰伏的に規定する。而して「 ρ 」は生産期間を表すと同時に生産計畫期間を表してゐる。しかし乍ら異時的代用補充の説明、及びベーム平均生産期間概念の批判に際して、新生産行程ニウプロダクツ・シヨブ・シキスの建設を云々するとき彼が暗黙のうちに構成してゐるものは、出渡の時點を異にする多くの生産函数を有する生産圖式である。その場合に於ては計畫期間と生産期間とは必ずしも一致する必要がなく、ここに新生産行程とは獨立の新企業の設立のみを云ふのではない。既に設立せられた企業に於ても在來の生産行程と作業的に餘り密接でない行程が開始せられる場合、それは新行程と見做され得る。(211) 私は次の如く生産函数を定義する。

$$(1) f^e(x_{21}^e, x_{22}^e, \dots, x_{2n}^e, x_{31}^e, x_{32}^e, \dots, x_{3n}^e, \dots, x_{n1}^e, \dots, x_{ne}^e) = Q_e \quad (e=0, 1, \dots, \rho)$$

ここに、 f^e は生産行程が終了する週を表し、 x_{ij}^e は正なる時かかる生産行程より第*i*週に産出せらるる生産物の量を、負なる時此の生産行程に對し第*i*週に投下せらるる生産財の量を表すものとする。 e は生産期間を示す。零なる時は瞬間生産である。 $x_{21}^e, x_{22}^e, \dots, x_{2n}^e$ は、 \wedge なる時既知數である。次に右邊は生産パラメーターである。之は生産主體たる各企業者にとつて固有なる大きさをとる。私はその具體的な内容として企業者の經營能力を考へようと思ふ。即ち ρ の大なる程經營能力は大である。擬生産函数の形は、 e の異なる時、異ると考

へてもよいから、生産方法の變化を取扱ふ事が出来る。生産方法の變化に應じて生産期間が變化する場合には、生産期間を t_0 で表せばよい。今は生産期間を不變と考へる。

ここに生産期間とは生産財の最初に投下された時から最初の生産物が産出する迄の期間ではなく、投下生産財の全用役が生産物に成熟し切る迄の期間である。

(1) 生産函数の除伏表示に關しては青山教授の批判——ヒックスの生産理論（經濟論叢第五六卷第四號）七四頁——があるが今は此の點には立入らぬ。

(2) 生産函数(1)に於て $\frac{\partial Q_i}{\partial x_i} = f'_i (i=1, 2, 3, \dots, n; i=1, 2, \dots, n)$ が常に正なる事を假定する。即ち他の條件にして

一樣なるとき、生産物の増産若くは使用生産財の節約にはより大なる x_i を要し、生産物の減産若くは使用生産財の浪費にはより小なる x_i にて可なる事を假定する。従つて x_i の大小を経営能力の大小を以て意味付け得る。經營能力が一定なる限り生産規模を任意に擴大する事は不可能であるから、任意の大きさの x_i に關して

$$f''_i (x_1, x_2, \dots, x_n) = -Q_i$$

は成立せぬ。即ち生産函数は零次の同次函数ではない。

二、流動性函数

ケインズに従へば企業の貨幣需要の動機は營業動機、豫備的動機及び投機的動機に分たれる。此の事は、貨幣が之等の諸動機を満足すべき機能、即ち流動性を持つてゐる事を示す。ここに流動性とは取引上の諸困難或は偶發事、或は不況等への適應力を云ふ。然し乍ら流動性は貨幣にのみ固有のものではない。流動性には絶對的な標準はなく、種々の形態の富は、それが富たる限り、換言すればその保有が將來の購買力を保證するものたる限り、何等かの程度の流動性を持つ。然し乍ら商品を持つ流動性は無視すべき程度のものであるから、我々は企

業の流動性を手持現金及び證券の量の函數と考へ得る。扱企業の流動性の度盛を ϕ とすれば、 ϕ は貨幣及び證券の購買力にも依存する。それ故（豫想）價格、（豫想）利率をパラメーターとした貨幣及證券の手持量の函數として ϕ が規定される。即ち

$$\phi = \phi (x_{00}, x_{01}, \dots, x_{0n}, x_{10}, x_{11}, \dots, x_{1n}, p_{00}, p_{01}, \dots, p_{0n}, I_1, I_2, \dots, I_n)$$

である。之を流動性函數と呼ぶ事としよう。

周知の如く、ケインズは流動性選好函數を $M = f(r)$ の形に於て與へてゐる。(*)ここに r は利率であり、 M は留保貨幣高である。扱上述の ϕ は此の L と如何なる關係にあるか。先づ L を陰伏函數の形に改めれば $L^*(M, r) = 0$ を得る。次に $\phi = r$ なる場合、即ち

$$(2) \quad \phi (x_{00}, x_{01}, \dots, x_{0n}, x_{10}, x_{11}, \dots, x_{1n}, p_{00}, p_{01}, \dots, p_{0n}, I_1, I_2, \dots, I_n) = r$$

をとり、之を陰伏函數に變形して

$$(*) \quad \phi_r (x_{00}, \dots, x_{0n}, x_{10}, \dots, x_{1n}, p_{00}, \dots, p_{0n}, I_1, \dots, I_n) = 0$$

を得る。(*)に於て r はパラメーターである。即ち企業の保持しようとする流動性の度盛 r が異なるにつれ ϕ (無差別流動性超曲面) の形は異なる。之に對してケインズの L に於ては一定の流動性を與へる如き利率と貨幣保有高との關係が示される。異なる流動性を得んとすれば r と M との關係は異らねばならない。従つて L^* を一般化するれば

$$(**) \quad L_r (M, r) = 0$$

が得られる。扱(*)と(**)とを比較すれば、(**)が(**)の擴張形態である事は明かである。即ち私の流動性函數は

ケインズの流動性選好函數と本質的に異なるものではな⁵。

(1) J. M. Keynes; The General theory of Employment, Interest and Money, 1936 p. 170, 195—197

(2) Ibid.; pp. 240—241.

(3) Ibid.; p. 168.

三、利 潤

第 t 週に於ける賣上高より或る金高 M_t を減じたものは配當若くは役員賞與として此の企業に参加した家計に分配せられる。之を利潤乃至所得と呼ぼう。ここに M_t は生産財の購入等に使用せられる、即ち此の生産に於て第 t 週に企業が負擔する經費である。それ故第 t 週に於ける利潤を R_t とすれば

$$(3) \quad R_t \equiv \sum_{z=2}^t P_z \sum_{s=c}^{t+D} x_z^s - M_t \quad (t = 0, 1, \dots, \nu)$$

$$R_{\nu+1} \equiv x_{\nu+1} + (1 + I_{\nu+1}) x_{\nu}$$

である。かくの如く M_t は一面經費であるが他面に於て資本と見る事が出来る。即ち M_t は前期よりの繰越利益金と合して一部は生産財の購入に充てられ、残餘は後期繰越利益金として次期に繰越される。繰越金を一定と見れば M_t の大なる程生産活動は大規模となる。 M_t が零なる時賣上高の全額が家計に分配せられるが、生産活動は前期繰越金を喰ひつづすか借入れを行はない限り停止する。扱利益金の繰越は凡て現金若くは證券の形で行はれると假定すれば、企業に對して收支均等の條件

$$(4) \quad x_{0-1} + (1 + I) x_{1-1} + M_0 = - \sum_{j=1}^{\nu} P_j \sum_{s=c}^{t+D} x_j^s + x_{\nu} + x_{\nu} \quad (t = 0, 1, \dots, \nu)$$

が成立する。而して此の繰越される現金若くは證券が企業の流動性を保證する所のものである。扱利潤の流れ $\{R_t\}$ ($t = 0, 1, \dots, \nu + 1$) の資本價値は (4) を考慮すれば

$$(5) \quad \sum_{t=0}^{\nu+1} a_t R_t \equiv \sum_{t=0}^{\nu} \left[\sum_{z=2}^{\infty} p_{tz} \sum_{s=t}^{\infty} x_{tz}^s + (a_{t+1} - a_t) a_{0t} \right] + x_{0,1} + (1 + I_0) x_{0,1}$$

となる。($a_0 = 1, I_0$ は前週の利子率) $a_t \parallel x_t$ を考慮すれば長期利子率で割引せられた利潤の流れの資本價値として (5) と同じものを得る。私は企業者活動の基準として、利潤の資本價値 (5) の極大をとることとする。

(1) ヒックス利潤概念の批判に關しては、青山教授前掲論文七二頁參照。

四、生産計畫の決定

企業者は一定の流動性 r を保ちつゝ (その大きさは企業者のタイプによつて定まる) 生産の技術的制約 (一定の經營能力、與へられた生産方法) の下に收支均等の條件に従ひ乍ら、利潤の流れの資本價値を極大ならしむる如く生産活動を營むと考へる。それ故主體的均衡條件は補助函數

$$(6) \quad R^* \equiv \sum_{t=0}^{\nu+1} a_t R_t + \sum_{s=0}^{\nu} \lambda_s (Q_s - f^s) + \pi (r - \phi)$$

$$+ \sum_{t=0}^{\nu} x_t a_t \left\{ M_t + \sum_{j=t+1}^{\infty} P_j \sum_{s=t}^{\infty} a_j^s - 2a_t - 2j_t + 2a_{t-1} + (1 + I_0) x_{t-1} \right\}$$

極大の必要條件、即ち

$$(x_{t+1} + 1)a_{t+1} - (x_t + 1)a_t = \pi p_t a_t$$

$$(7) \quad \begin{cases} x_{t+1} a_t - x_t a_t = \pi p_t a_t \\ p_{t+1} = \mu_t f_{t+1}^s \\ (1+x_t) p_t = \mu_t f_t^s \end{cases}$$

$$\text{但し } \begin{cases} t = 0, 1, \dots, v \\ s = c, c+1, \dots, c+a \quad (c+\sigma \leq v) \\ \text{とせば } c+\sigma = d \\ i = 2, 3, \dots, l \\ j = l+1, \dots, n \end{cases}$$

である。(1)(2)(4)(7)より価格、利子率、資本量、流動性、及び経営能力の函数として企業の需要(供給)函数が決定される。扱 \$x_t\$ は割引された第 \$t\$ 週の資本 \$(a_t, M_t)\$ の限界効率(利潤力)である。何となれば、

$$(8) \quad \frac{\partial \sum_{t=0}^{v+1} a_t R_t}{\partial M_0} = \sum_{t=0}^v \sum_{s=2}^{\infty} p_{t+s} \frac{\partial a_{t+s}}{\partial M_0} + \sum_{t=0}^v (a_{t+1} - a_t) \frac{\partial a_{t+1}}{\partial M_0}$$

之に(7)を代入し

$$(9) \quad \sum_{t=0}^v \sum_{s=2}^{\infty} f_{t+s}^s a_{t+s} = 0 \quad (10) \quad \sum_{t=0}^v \sum_{i=0}^1 q_{t+i} a_{t+i} = 0$$

及び

$$\frac{\partial M_t}{\partial M_0} = \begin{cases} 0 & (t \neq v) \\ 1 & (t = v) \end{cases}$$

を用ふれば(8)は \$a_t, x_t\$ に等しくなる。それ故 \$M_0\$ が利潤の資本価値を極大ならしむる如く適應し得る場合には(8)の右邊は零、従つて \$x_t = 0\$ となる。かかる場合には均衡條件として

$$(7) \quad \left\{ \begin{array}{l} a_{t+1} - a_t = \pi \varphi_{it} \\ 0 = \pi \varphi_{it} \\ p_{it} = y e^{f_{it}^e} \end{array} \right. \quad (i = 2, 3, \dots, n; e = 1, 2, \dots, t+1, \dots, t+n)$$

を得る。即ち收支均等の條件(4)は企業者活動の拘束條件とはならず、産出投入に關する均衡條件はヒックスの導出したものとなる。斯くの如く資本不足であるや否やによつて均衡の條件は異なる。留保資金 M_t が利潤極大の原理とは獨立に惰性或は慣習等によつて決定せられる場合も亦一種の(主觀的)資本不足である。次に π は流動性の限界効率(利潤力)である。此の事は

$$\frac{\partial \sum_{t=0}^{t+1} a_t R_t}{\partial r} = \sum_{t=0}^t \sum_{s=2}^n \pi \frac{\partial p_{it}}{\partial r} + \sum_{t=0}^t (a_{t+1} - a_t) \frac{\partial a_t}{\partial r}$$

に(7)(9)を代入し

$$(10) \quad \sum_{t=0}^t \sum_{s=2}^n \varphi_{it} \frac{\partial x_{it}}{\partial r} = 1$$

及び $\frac{\partial M_t}{\partial r} = 0$ ($i = 0, 1, \dots, n$) を用ふれば容易に證明出来る。同様にして M_t は經營能力 Q_t の限界効率である。通常企業の流動性の増大は利潤を減せしめるから、 $\pi > 0$ 又 $f_{it}^e > 0$ なる假定より $M_t > 0$ である。

次に安定條件を求めよう。(6)より

$$R^{*j} = -\pi \sum_{t=0}^T \sum_{s=0}^T \sum_{j=0}^T \rho_{jst} dx_t dx_s dx_j$$

$$- \sum_{t=0}^T \sum_{s=0}^T \sum_{j=0}^T \rho_{jst} dx_t dx_s dx_j$$

を得る。(但し $e \in N_0$ とす) 扱 (7) の解た S x_{it}, x_{jt}^e ($i=0, 1, e=0, 1, \dots, v; j=2, 3, \dots, n; e=$

$0, 1, \dots, v; t=0, 1, \dots, T, e=0, 1, \dots, v$) コンピナチオンに於て R^{*j} が (9) (10) 及び

$$(11) \quad - \sum_{t=0}^T \sum_{s=0}^T \sum_{j=0}^T \rho_{jst} dx_t dx_s dx_j + a_e dx_{e-1} + a_e dx_{e-1} + a_e dx_{e-1} - a_{e-1} dx_{e-1} = 0$$

によつて条件付けられた近傍の中で負定形であるならば ax_{jt}^e コンピナチオンは利潤の流れの資本価値の極大を與へる點である。今 (9) (10) (11) の左邊を夫々 f^e, g, M' にて表し

$$(12) \quad \sum_{t=0}^T a_t f^e + b g' + \sum_{t=0}^T c_t M_t' = 0$$

を考へる。(12) に於ける $dx_{it}, dx_{jt}, dx_{jt}^e$ ($i=2, 3, \dots, n; e=0, 1, \dots, v$) の係數を π_{ie} としよう。但し $i=0, 1$ なる場合 $e=0$ である。扱 a_0, b, c, π_{ie} はの二つ以上を同時に 0 ならしめざる如き任意の數とし、かかる (12) の下に於て π_{ie} が負定形なる事を安定條件として假定すれば π_{ie} は (9) (10) (11) の下に於て負定形である。

(本稿上)に於て安定條件と極大の充分條件は等値であるとしたが前者は後者の充分條件に過ぎぬ。訂正して謄まれ度い。
六十一卷 二號 三六頁)
今二次形式

を一重に縁付けた行列式 A の三次以上の首座小行列式が a_{11} を同時に二つ以上 0 ならしめざる如き任意の a_{22}, b_{22} に對して常に負なることである。扱 $\alpha < 0$; $\mu > 0$ ($e = 0, 1, \dots, p$) であるから安定条件より「 A 」を (12) で縁付けた行列式の三次以上の首座小行列式は交互に正負、「 A 」を (12) で縁付けた行列式のそれはいづれも負である。とくに (12) に於て $a = 0$ なる場合、即ち (4) が企業者活動の拘束条件とならない場合がヒックスの得た安定条件である。

A に於ける a_{11} の余因數を Δ_{11} 、 A の元に関する餘因數にして、 A から元 a_{11} を含む列と元 a_{11} を含む行とを除いたものを Δ_{11}^* とする。安定条件より $\Delta_{11}^* > 0$ に關して次の三則が成立する。

$$(i) \quad \Delta_{11}^* = \Delta_{11}^* \quad (ii) \quad -\frac{\Delta_{11}^*}{A} > 0 \quad (iii) \quad -\sum_{e=0}^p \sum_{f=0}^p \sum_{g=0}^p \sum_{h=0}^p \sum_{i=0}^p \sum_{j=0}^p \sum_{k=0}^p \sum_{l=0}^p \sum_{m=0}^p \sum_{n=0}^p \sum_{o=0}^p \sum_{p=0}^p \sum_{q=0}^p \sum_{r=0}^p \sum_{s=0}^p \sum_{t=0}^p \sum_{u=0}^p \sum_{v=0}^p \sum_{w=0}^p \sum_{x=0}^p \sum_{y=0}^p \sum_{z=0}^p \frac{\Delta_{11}^*}{A} < 0$$

($i, j = 0, 1$ なるとき $e, e = 0$ である。但し、 r の總和は 0 から r 迄とる) ことに a_{11} は少くとも一つ 0 であり、全てが同時に 0 ならざる任意の數である。

五、價格變動のスルツキー方程式

價格變動の貨幣・證券需要量或は產出 (投入) 量に與へる效果を分析する。先づ a_{11}, b_{11} は一定であるから (1)

$$(2) \quad \text{より夫々}$$

$$(13) \quad f^e = 0$$

$$(14) \quad q^e = -\sum_{r=0}^p \sum_{s=0}^p \psi_{rs} dp_{rs} \quad (\text{但し } \psi_{rs} = \frac{\partial q^e}{\partial p_{rs}})$$

$$(15) \quad M'_i = \sum_{\varepsilon=l}^{l+g} \sum_{i=l+1}^n x_{i\varepsilon}^e dp_{i\varepsilon}$$

(7) より

$$(16) \quad \begin{cases} -dx_{l+1} a_{l+1} + dx_l a_l + \varphi_{0l} d\pi + \sum_{\tau=0}^{\nu} \sum_{j=0}^l \pi \varphi_{0\tau j} dx_{j\tau} = -\pi \sum_{\tau=0}^{\nu} \sum_{j=2}^n \varphi_{0\tau j} dp_{j\tau} \\ -dx_{l+1} a_l + dx_l a_l + \varphi_{1l} d\pi + \sum_{\tau=0}^{\nu} \sum_{j=0}^l \pi \varphi_{1\tau j} dx_{j\tau} = -\pi \sum_{\tau=0}^{\nu} \sum_{j=2}^n \varphi_{1\tau j} dp_{j\tau} \end{cases}$$

$$(17) \quad \begin{cases} f_{i\varepsilon}^e d\mu_{\varepsilon} + \sum_{\tau=\varepsilon-\sigma}^{\varepsilon} \sum_{k=2}^n \mu_{\varepsilon} f_{i\tau k}^e dx_{k\tau}^e = dp_{i\varepsilon} & (i=2, 3, \dots, l; j=l+1, \dots, n; \varepsilon=0, 1, \dots, \nu; \\ -dx_l p_{j\varepsilon} + f_{j\varepsilon}^e d\mu_{\varepsilon} + \sum_{\tau=\varepsilon-\sigma}^{\varepsilon} \sum_{k=2}^n \mu_{\varepsilon} f_{j\tau k}^e dx_{k\tau}^e = (1+x_l) dp_{j\varepsilon} & \varepsilon=\varepsilon-\sigma; \dots, \varepsilon) \end{cases}$$

を得る。但し $\varphi_{i\varepsilon j\tau} \equiv \frac{\partial \varphi_{i\varepsilon}}{\partial p_{j\tau}}$ である。之等は $dx_{0l}, dx_{1l}, dx_{i\varepsilon}$ 及び $d\pi, d\mu_{\varepsilon}, dx_l$ を解くに必要且充分である。

故 $\frac{dx_l}{d\pi} = x'_l, \frac{d\mu_{\varepsilon}}{d\pi} = \mu'_{\varepsilon}$ とし、之等を (16) (17) に代入したものを (16') (17') とする。(13) (14) (15) より

$$(18) \quad \sum_{\varepsilon=0}^{\nu} \mu'_{\varepsilon} f'_{\varepsilon} + \phi' + \sum_{\varepsilon=0}^{\nu} x'_l M'_i = -\sum_{\tau=0}^{\nu} \sum_{i=2}^n \varphi_{\tau i} dp_{\tau i} + \sum_{\varepsilon=0}^{\nu} x'_l \sum_{\varepsilon=l}^{l+g} \sum_{i=l+1}^n x_{i\varepsilon}^e dp_{i\varepsilon}$$

であるから、(18) (16') (17) の左邊の係数のつくる行列式 A' は A に於て $a_{ii} = \lambda_i^e$, $b_{ii} = 1$, $c_{ii} = \lambda_i^e$ と置いたものに等しい。それ故かかゝる a_{ii} , b_{ii} , c_{ii} に對して λ_i^e の二つ以上が同時に 0 でないならば A' の餘因數は前述の法則

(i) (ii) (iii) を満足する。今 A' に於て λ_i^e , λ_j^e に相對應する餘因數を夫々 $\lambda_i^{e'}$, $\lambda_j^{e'}$ とし、

$$\frac{d^e A'}{d\lambda^e} = X_{ii}^e \quad \frac{d^e A'}{d\lambda^e} = X_{jj}^e \quad \text{よすれば} \quad (18) \quad (16') \quad (17) \quad \text{を解す}$$

$$(19) \quad da_{ii}^e = \left(- \sum_{\tau=0}^{\nu} \sum_{j=2}^n \varphi_{\tau j}^e dp_{j\tau} + \sum_{\tau=0}^{\nu} \frac{d\lambda_{\tau}^e}{d\tau} \sum_{q=2}^{\tau+1} \sum_{j=q-1}^n a_{j\tau}^e dp_{j\tau} \right) X_{ii}^e$$

$$+ \sum_{u=0}^{\nu} \left(-\pi \sum_{\tau=0}^{\nu} \sum_{j=2}^n \varphi_{0u\tau j}^e dp_{j\tau} \right) X_{iu}^e$$

$$+ \sum_{u=0}^{\nu} \left(-\pi \sum_{\tau=0}^{\nu} \sum_{j=2}^n \varphi_{1u\tau j}^e dp_{j\tau} \right) X_{1iu}^e$$

$$+ \sum_{\alpha=0}^{\nu} \sum_{\tau=\alpha-1}^{\alpha} \sum_{k=2}^n dp_{k\tau} X_{A\alpha i}^e$$

$$+ \sum_{\alpha=0}^{\nu} \sum_{\tau=\alpha-1}^{\alpha} \sum_{k=1+1}^n (1 + \lambda_{\tau}^e) dp_{k\tau} X_{A\alpha i}^e$$

を得る。扱 $\lambda = 0, 1$ になるとき $da_{ii} = da_{ii}$ であり $\lambda = 2, 3, \dots, n$ になるとき $\sum_{\alpha=0}^{\lambda-1} da_{ii} = da_{ii}$ であるから、(19) は

價格變動に關する生産計畫變動を表す最も基本的な方程式である。第一行は價格變動に伴ふ流動性の變化及び實質資本の變化が x_{1i} に與へる效果（流動性效果、及び資本效果）であり、第二、第三行は夫々貨幣及び證券の限界流動性の變化が與へる效果（相對流動性效果）である。更に第四第五行は相對價格の變動に基く x_{2i} の變動量を示す。斯くの如く貨幣及證券側の事情を考慮する事により相對價格の變動の與へる效果以外の效果を取扱ふ事が出来る。この事は直接に産出（投入） 函數の零次同次性の問題に關聯する。豫想弾力性 1 なる價格の比例變動の如く、相對價格は不變で價格變動が單にノミナルであるにすぎない場合、相對價格の影響のみを考察する立場に於ては、産出（投入） 量是不變であり、産出（投入） 函數は價格に關して零次の同次函數となる。ヒックスに於て代用の第三法則が此の零次同次性を表現してゐる。此の點更に立入つて分析しよう。

六、ルース分解

(I) 産出（投入）量の變動

先づ價格變動に際して貨幣及證券需要を不變と見做し、(18) に於て $dx_{1i} = 0$ ($i = 0, 1; r = 0, 1, \dots, n$) と置いたもの、及び (17) より

$$(20) \quad (dx_{2i})_1 = \left(- \sum_{r=0}^y \sum_{j=2}^n q_{rj}^e dp_{jr} + \sum_{r=0}^y \frac{dx_r}{dr} \sum_{s=1}^{r+1} \sum_{j=r+1}^n x_{js}^e dp_{jr} \right) Y_{2i}^e$$

$$+ \sum_{a=0}^y \sum_{k=a}^e \sum_{h=2}^n dp_{kr} Y_{kri}^e + \sum_{a=0}^y \sum_{k=0}^e \sum_{h=1}^n (1+x_r) dp_{kr} Y_{kri}^e$$

を得る。之は偏スルツキー方程式である。ただし $Y_{ii}^e \equiv \frac{\Gamma_{ii}^e}{F}$; $Y_{h\tau ii}^e \equiv \frac{\Gamma_{h\tau ii}^e}{F}$ である。ここに Γ , Γ_{ii}^e , $\Gamma_{h\tau ii}^e$ は夫々 Δ , Δ_{ii}^e , $\Delta_{h\tau ii}^e$ より $\varphi_{ij\tau}$ ($i, j = 0, 1; \tau = 0, 1, \dots, v$) の行及び列を消した小行列式である。次に (18) (17') の右邊を零と置いたものより

$$(21) \quad (dx_{ii}^e)_2 = \left[- \sum_{\tau=0}^v \sum_{j=0}^1 \varphi_{j\tau} dx_{j\tau} + \sum_{\tau=0}^v (x'_{\tau+1} a_{\tau+1} - x'_{\tau} a_{\tau}) dx_{0\tau} + \sum_{\tau=0}^v (x'_{\tau+1} a_{\tau} - x'_{\tau} a_{\tau}) dx_{1\tau} \right] Y_{ii}^e$$

を得る。今 (14) 即ち

$$\sum_{i=0}^v \sum_{j=0}^1 \varphi_{ij} dx_{ij} + \sum_{\tau=0}^v \sum_{j=2}^n \varphi_{j\tau} dp_{j\tau} = 0$$

を考慮すれば (20) より

$$(22) \quad (dx_{ii}^e)_1 + (dx_{ii}^e)_2 = \sum_{\tau=0}^v \frac{dx_{\tau}}{d\pi} \sum_{\sigma=\tau}^{\tau+\sigma} \sum_{j=l+1}^n x_{ij}^e dp_{k\tau} Y_{ii}^e + \sum_{\tau=0}^v \left\{ \left(\frac{dx_{\tau+1}}{d\pi} a_{\tau+1} - \frac{dx_{\tau}}{d\pi} a_{\tau} \right) dx_{0\tau} + \left(\frac{dx_{\tau+1}}{d\pi} a_{\tau} - \frac{dx_{\tau}}{d\pi} a_{\tau} \right) dx_{1\tau} \right\} Y_{ii}^e + \sum_{e=0}^v \sum_{\tau=e-\sigma}^e \sum_{k=l+1}^n dp_{k\tau} Y_{h\tau ii}^e + \sum_{e=0}^v \sum_{\tau=e-\sigma}^e \sum_{k=l+1}^n (1+x_{\tau}) dp_{k\tau} Y_{h\tau ii}^e$$

を得る。而して之は (19) によつて求められた Z_{a^i} に等しい。(證明略) 第一項は資本効果を表し第二項は貨幣及證券の需要變動が産出 (投入) 量に與へる効果を表す。今、 $dx^i = 0$ ($i = 0, 1, \dots, n$) とすれば、之等は消える。此の場合、價格豫想弾力性を 1 として價格の比例變動を考へるに、更に

…… $\frac{dL_{10}}{L_{10}}$ 即ち各生産行程に對する經營能力の限界効率の變動が比例的なれば、(22) は零となる。即ち

産出 (投入) 函數は價格に關して零次同次函數となる。

〔I〕 貨幣及證券需要の變動

價格變動に關して産出 (投入) 量はいつれも不變であるとすれば、(18) に於て $dx^i = 0$ ($i = 2, 3, \dots, n$;

$i = e - \sigma, \dots$), e_j 、 $e = 0, 1, \dots, n$) と置いたもの及び (16') より

$$(23) \quad (dx^a)_1 = \left(- \sum_{\tau=0}^{\tau} \sum_{j=2}^n \varphi_{j\tau} dp_{j\tau} + \sum_{\tau=0}^{\tau} \frac{dx^e}{d\pi} \sum_{j=1+1}^n x_{j\tau}^e dp_{j\tau} \right) Z_{1z}$$

$$- \pi \sum_{u=0}^u \sum_{\lambda=0}^{\lambda} \sum_{\tau=0}^{\tau} \sum_{j=2}^n \varphi_{u\lambda j\tau} dp_{j\tau} Z_{auz}$$

である。ただし $Z_{1z} = \frac{\partial Z}{\partial z}$, $Z_{auz} = \frac{\partial Z_{au}}{\partial z}$ とする。…… $\varphi_{u\lambda j\tau}$ は夫々 L , D^0 , D^{10} , τ の L_0, F^0, \dots …… L_{10}, F^0 を消去した小行列式である。

次に (18) (16') の右邊を零と置いたものより

$$(24) \quad (dx_n)_0 = \sum_{t=0}^T \sum_{s=0}^n \sum_{j=1}^n \frac{dx_s}{dr} p_{jr} dx_j^0 Z_n$$

を得る。之は産出（投入）量の變動が貨幣及證券需要に與へる効果を表す。扱

$$(25) \quad dx_n = (dx_n)_1 + (dx_n)_2 \quad (z=0, 1, r=0, 1, 2, \dots, n)$$

である（證明略）今 $x_n = 0$ ($r=0, 1, \dots, n$) とすれば資本効果を表す項及び産出（投入）量變動の貨幣證券需要に與へる効果を表す項は何れも 0 となる。即ち、流動性効果・相對流動性効果のみ残る。

七、利率變動と生産計畫

利率變動の貨幣・證券需要量或は産出（投入）量に與へる効果を分析しよう。(1) (2) (4) より夫々

$$(26) \quad f^{r'} = 0$$

$$(27) \quad \phi' = - \sum_{n=1}^n \phi_n dI_n \quad (\text{但し } \phi_n = \frac{\partial \phi}{\partial I_n})$$

$$(28) \quad M_{r'} = - \sum_{n=1}^n \frac{dI_n}{1+I_0} \left[\sum_{s=0}^{t+0} \sum_{j=1}^n a_{sj} p_{jr} - a_r (a_{nr} - a_{n-1}) - a_r \{ z_{nr} - (1+I_0) z_{n-1} \} \right] + a_r x_{n-1} dI_n \equiv A_r \quad (\text{但し } A_0 = 0)$$

(7) より

$$\begin{aligned}
 & -dx_{t+1} a_{t+1} + dx_t a_t + \varphi_{it} d\pi + \sum_{\tau=0}^t \pi \varphi_{i\tau} da_{j\tau} = -\pi \sum_{\tau=1}^t \varphi_{i\tau} dI_{\tau} \\
 & - \sum_{u=1}^{t+1} \frac{dI_u}{1+I_u} (x_{t+1} + 1) a_{t+1} + \sum_{u=1}^t \frac{dI_u}{1+I_u} (x_t + 1) a_t \\
 & - dx_{t+1} a_t + dx_t a_t + \varphi_{it} d\pi + \sum_{\tau=0}^t \sum_{j=0}^{t-1} \pi \varphi_{i\tau} da_{j\tau} = -\pi \sum_{\tau=1}^t \varphi_{i\tau} dI_{\tau}
 \end{aligned}
 \tag{29}$$

$$\begin{aligned}
 & \sum_{u=1}^t \frac{dI_u}{1+I_u} (x_{t+1} - x_t) a_t \\
 & f_{it}^e dx_{it} + \sum_{\tau=2}^e \sum_{n=2}^n \mu_{it} f_{i\tau n}^e dx_{\tau n} = - \sum_{u=1}^t \frac{dI_u}{1+I_u} p_u \\
 & - dx_{it} p_{it} + \sum_{\tau=2}^e \sum_{k=2}^n \mu_{it} f_{i\tau k}^e dx_{\tau k} = - \sum_{u=1}^t \frac{dI_u}{1+I_u} (1+x_t) p_{it}
 \end{aligned}
 \tag{30}$$

$(i=1, 3, \dots, l;$
 $j=l+1, \dots, n;$
 $t=e-a, \dots, e;$
 $e=0, 1, \dots, v)$

を得る。但し $\varphi_{it} \equiv \frac{\partial \varphi_{it}}{\partial I_t}$ である。之等は $dx_{it}, da_{it}, d\pi$ 及 dn, dx_{it}, dx_t を解くに必要且充分である。今特に
 利率の一樣變動 $\frac{dI_t}{1+I_t} = \theta$ ($t=0, 1, \dots, v$) の場合を分析し、 $\frac{dx_t}{d\pi} = x^*_{it}; \frac{d\mu_{it}}{d\pi} = \mu_{it}$ とし之等を

(30) に代入したものを (29) とする。(26) (27) (28) より

$$(31) \quad \sum_{t=0}^{\infty} M_t^e f^t + \psi^t + \sum_{t=0}^{\infty} x_t' M_t^e = - \sum_{t=1}^{\infty} \varphi_t dI_t + \sum_{t=1}^{\infty} x_t' A_t$$

である。(31) (29') (30') を解すと

$$(32) \quad da_t^e = \left(- \sum_{t=1}^{\infty} \varphi_t dI_t + \sum_{t=1}^{\infty} x_t' dI_t \right) X_t^e$$

$$+ \sum_{t=0}^{\infty} \left[-\pi \sum_{t=1}^{\infty} \varphi_{0+t} dI_t - (0+1) (x_{0+1}+1) a_{0+1} \theta + 0 (x_0+1) a_0 \theta \right] X_{0+t}^e$$

$$+ \sum_{t=0}^{\infty} \left[-\pi \sum_{t=1}^{\infty} \varphi_{1+t} dI_t - 0 (x_{1+1}-x_0) a_{1+1} \theta \right] X_{1+t}^e$$

$$- \sum_{t=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \tau p_{kt} X_{kt}^e \theta - \sum_{t=0}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \tau (1+x_t) p_{kt} X_{kt}^e \theta$$

を得る。第一行は流動性効果及び資本効果を表し、第二第三行は相對流動性効果及び蓄積効果を表す。前者は利率變動により貨幣及證券の限界流動性が變動する事に基くものであり、後者は證券の蓄積率の變動が與へる効果である。第四行は蓄積率の變動に基き商品の割引現價が變動する事のもたらす効果である。貨幣と證券の代用の原因のうちで最も重要なものは此の蓄積率の變動である。

八、ルイス分解

[1] 産出（投入）量の變動

先づ利率變動に際して貨幣及證券需要を不變と見做し (31) に於て $da_{it} = 0$ ($i = 0, 1; t = 0, 1, \dots, \rho$) と置いたもの、及びより

$$(33) \quad (da_{it}^E)_1 = \left(- \sum_{t=1}^{\rho} \varphi_{1t} dI_t + \sum_{t=1}^{\rho} x_t' A_t \right) Y_{it}^E - \sum_{c=1}^{\rho} \sum_{k=0}^{\rho-k} \sum_{A=k}^{\rho-k} \tau P_{kt} Y_{Akt}^E \theta$$

$$- \sum_{c=1}^{\rho} \sum_{t=c}^{\rho} \sum_{k=t+1}^{\rho} \tau (1+x_t) P_{kt} Y_{kct}^E \theta$$

を得る。之は偏スルツキー方程式である。次に (31) (30') の右邊を 0 と置いたものより

$$(34) \quad (da_{it}^E)_2 = \left\{ - \sum_{t=0}^{\rho} \sum_{j=0}^{\rho} \varphi_{jt} dx_{jt} + \sum_{t=0}^{\rho} (x'_{t+1} a_{t+1} - x'_t a_t) da_{0t} + \sum_{t=0}^{\rho} (x'_{t+1} a_t - x'_t a_{t-1}) da_{1t} \right\} Y_{it}^E$$

を得る。今 (27) 即ち

$$\sum_{t=0}^{\rho} \sum_{j=0}^{\rho} \varphi_{jt} dx_{jt} + \sum_{t=1}^{\rho} \varphi_{1t} dI_t = 0 \quad \text{を考慮すれば} \quad (33) \quad (34) \text{より}$$

$$(35) \quad (da_{it}^E)_1 + (da_{it}^E)_2 = \sum_{t=1}^{\rho} x_t' A_t Y_{it}^E + \sum_{t=0}^{\rho} (x'_{t+1} a_{t+1} - x'_t a_t) da_{0t} \left\{ Y_{it}^E + \sum_{t=0}^{\rho} (x'_{t+1} - x'_t) \right.$$

$$\left. a_t dx_{1t} \right\} Y_{it}^E - \sum_{c=1}^{\rho} \sum_{k=0}^{\rho-k} \sum_{A=k}^{\rho-k} \tau P_{kt} Y_{Akt}^E \theta - \sum_{c=1}^{\rho} \sum_{t=c}^{\rho} \sum_{k=t+1}^{\rho} \tau (1+x_t) P_{kt} Y_{kct}^E \theta$$

である。而して之は (32) によつて求められた da_{it}^E に等しい。(證明略) 第一項は資本効果を表し、第二第三項は夫

★貨幣及證券需要の變動が産出（投入）量に與へる影響を表す。今 $dx_k = 0$ ($k = 0, 1, \dots, n$) とすれば之等は消失する。扨此の場合更に $\frac{dx_0}{p_0} = \frac{dx_1}{p_1} = \dots = \frac{dx_n}{p_n}$ なる事を假定すれば、ラプラスの定理を用ひて

$$\sum_{k=0}^n \sum_{l=0}^n \sum_{m=0}^n \lambda_{k,l,m} f_{k,l,m}^c Y_{k,l,m}^c = 0$$

従つて

$$\sum_{k=0}^n \sum_{l=0}^n \left(\sum_{A=0}^L p_{A,k} Y_{A,k}^c + \sum_{k=A+1}^n (1+x_k) p_{A,k} Y_{A,k}^c \right) = 0$$

之を用ひて

$$dx_k^c = \sum_{k=0}^n \sum_{l=0}^n (1-\tau) \left(\sum_{A=0}^L p_{A,k} Y_{A,k}^c + \sum_{k=A+1}^n (1+x_k) p_{A,k} Y_{A,k}^c \right) \theta$$

を得る。即ち利率の比例變動に際して、資本の限界效率が不變であり、且つ各生産行程に對する經營力の限界效率が一様變動した場合、産出（投入）量に關してヒックスと同様の傾斜理論が成立する。

〔Ⅱ〕 貨幣及證券の需要

右の如き「ルーイス分解」が貨幣及び證券に關しても可能なる事は勿論である。即ち貨幣（證券）需要の變動は流動性効果、資本効果、相對流動性効果、蓄積効果及び産出（投入）量の變動が與へる追加的效果の合成されたものである。

資本の限界效率が利率變動に際して不變なる場合には資本效果及び産出（投入）量變動よりの追加的效果は消える。

結 語

ここに展開したところのものはいづれも今週についての分析である。然し乍ら所謂靜學理論が豫想を持たない主體の活動、即ち未來と切り離された現在を對象とするに反し、以上は豫想を持つ主體の活動即ち未來を考慮に入れた現在を記述する。それがあく迄も現在の分析である以上、現在と後の現在との結び付き即ち變動の理論ではない。斯くの如く豫想要素の導入即ち豫想の方法は展望的（forward looking）に行動する主體の現在の活動を分析する事を得しめるが、直に靜學理論を動學化するところのものではない。私は近い將來に市場の一般均衡及びその安定性を分析し而してその後に変動理論の舞臺に馳せ參じるであらう。尙本稿は餘りにもフォルマルに過ぎて、經濟的意味の説明におろそかであつた。此の點改めて筆をとることとする。其の他多くの不備と誤謬を含むであらう。御高教を切願する。

（昭和二十二年六月九日）

最近になつて私はヒックス價值と資本第二版(2005)を読む機会に恵れたが、之によると利率の下落は餘剰の流れの平均期間を必ず延長せしめる。即ち四〇―四一頁に於て私が第一版に對して行つた批判と同じ批判をヒックス自ら第二版で行つてゐる。（昭和二十三年十月八日校正の日附記）

本號執筆者紹介

吉村 達次 文部教官(京大經濟學部助手)

森嶋 通夫 京都大學大學院特別研究生