經濟論叢

第九十六巻　第一號

第三のカザノーヴァ (1)……………………………穂　積　文　雄　1

ハリスンの標準原価計算論における
原価差異分析について ……………………………野　村　秀　和　23

定額資本予算の最適配分問題 ……………………浅　沼　萬　里　41

ネットワーク・フロー問題と輸送問題 ………小　林　清　晃　58

昭和四十年七月

京都大學經濟學會

定額資本予算の最適配分問題

浅　沼　萬　里

は　し　が　き

以下一連の論文で，いわゆる資本予算（capital budgeting）の領域を対象にとり，数理計画法適用の意義を考察する。さしあたり焦点を，定額資本予算（fixed capital budgets）の最適配分の問題に限定する。本稿は，序説的に，関連諸概念を明らかにした上で，この問題を定式化し，問題の意義に照明を当てる。さらに，この問題を多期間の一般的な場合にわたって解こうとした，Lorie and Savage の，試行錯誤法による解の試みをとり上げ，その解法の意義と限界を明らかにする。以上により，次稿で線型計画法の適用について考察するための準備がととのうはずである。

I　投資プロジェクトの個別的評価

公共または民間企業が，大規模な設備投資や建設投資などを行おうとするとき，ふつうは有限個の，複数のプロジェクトが立案され，その中から，何らかの経済的基準に照らして最適の，1個または1組が選ばれる。この投資決定の手続全体を，精錬することの必要性は，多目的ダムや電力系統の建設に典型的であるように，1単位の投資の規模が巨大になるにつれ，強まる[1]。こうして，まず，個々のプロジェクトのねうちを，1個の数で表わそうとする手法が，いくつか発展してきた。理論的にもっとも洗練されているのは，割引概念を基礎におく手法，特に現価法である。

A　現価法（the [net] present value method）

〔1〕　プロジェクトの現在価値

一つのプロジェクトとは，一定の施設の建設と運用（オペレーション）の全体を覆う概念であるが，いま，それに伴う功罪のうち，非経済的な要素を捨象すれば，プロジェクトを，一定時間にわたる，収入および支出の，一つの流れとして考えることができる。現在時点を t_0，1年後の時点を t_1，k 年後を t_k とよぼう。t_k で終る1年を第 k 期とする。第 k 期の収

1)　資源の最適配分の見地から，実地に即し，投資の理論的研究が最も進んでいるのは，合衆国では水資源開発の分野，フランスでは Electricité de France (EDF) を先頭とする国有諸産業である。概観を得るには Margolis [8]; Marschak [9]。実例は，Steiner [20]; Nelson (ed.) [13]。

2)　以下本稿では，現金フローの発生，および複利計算を，離散的（discrete）に考える。

入および支出は，期末で考えることにし[2]，収入は正，支出は負と規約して，純収入を符号つきで示したものを，その期の現金(キャッシュ)フロー R_k と名づける[3]。一つのプロジェクト P_j に，一つの数列 $(R_{0j}, R_{1j}, \ldots\ldots, R_{nj})$ が対応する。この数列——その各項はプロジェクトの立案ないし選択の時点においては未来に関する推定値だ——に着目して，プロジェクトの経済性を表現しようという企てが，当然おこる。その企てにあたり，異時点の現金フローは互に比較ないし加算の不可能な量だと考え，時点の相違に対応する一定の加重(ウエイティング)により，現金フローを互に比較ないし加算の可能な量に変換する操作が，割引(discounting) に他ならない。少くとも利子の存在する社会において，この操作は合理性をもつ[4]。

いま，第 k 期の利子率が単一の値で与えられるものとして，これを i_k とする。次に，将来の利子率 $i_1, i_2, \ldots, i_n$ が確実性をもって知られているものと仮定する。この二つの仮定の下で，現在の1円は，k 年後の $(1+i_1)(1+i_2)\cdots(1+i_k)$ 円——ここに $k=1, 2, \ldots, n$——と等価(エキバレント)だと考えられうる。ゆえに k 年後の1円は現在の

$\frac{1}{(1+i_1)(1+i_2)\cdots(1+i_k)}$ 円に等しいわけだが，この量を割引係数として，現金フロー R_{kj} に乗じれば，前記のプロジェクト P_j は，次の大いさの〔正味〕現在価値（the 〔net〕 present value）をもつことになる。

$$C_j = R_{0j} + \frac{R_{1j}}{1+i_1} + \frac{R_{2j}}{(1+i_1)(1+i_2)} + \cdots + \frac{R_{nj}}{(1+i_1)(1+i_2)\cdots(1+i_n)} \quad (1)$$

もし n 年間にわたり一定の利子率 i を仮定できれば，(1)はヨリ簡単に，

$$C_j = R_{0j} + \sum_{k=1}^{n} \frac{R_{kj}}{(1+i)^k} = \sum_{k=0}^{n} \frac{R_{kj}}{(1+i)^k} \quad (2)$$

と書ける。

こうして，一つのプロジェクトに，その経済性を示す単一の実数を割当てることができ，これを基準（criterion）として，次のような判定が可能になる。

1) $C_j > 0 \longrightarrow P_j$ の採用により利得 (gain) を得る。

$C_j = 0 \longrightarrow P_j$ の採用により損得なし。

$C_j < 0 \longrightarrow P_j$ の採用により損失 (loss) を得る。

---

3) ヨリ明瞭に書けば，$R_k = M_k - I_k - E_k$。ここに M_k は，第 k 期の収入。I_k は第 k 期の資本費支出。E_k は第 k 期の経常費支出。典型的な場合には，$R_0 = -I_0$ で，$1 \leq k \leq n$ に対しては，$R_k = M_k - E_k > 0$。もっとも無限更新 $(n=\infty)$ を考える場合には，第1期以降にも資本費支出が現われる。国連〔21〕, Annex I 参照。

4) 「〔水力発電では〕プラントの寿命が少くとも半世紀のオーダーにわたるので，他の経済分野では無視できた，未来の収入と費用との割引，および複利の問題を無視するわけにはゆかなかった」。Boiteux〔2〕, p. 199.

2)　同一寿命[5]の二つのプロジェクト P_a, P_b につき，

$C_a > C_b \longrightarrow P_a$ の方が P_b より利得が大。

このようなプロジェクトの評価手法を，現価法とよぶ。

〔2〕　現価法と割引率

C_jの値とその信頼性は，二組のパラメタ R_{kj} および i_k に依存する。双方とも，推定技術と不確実性の処理に関する問題をはらんでいる[6]が，割引率 i_k の決定は，理論的にヨリ厄介である。

伝統的な経済学的接近は，完全予見の仮定に立つとともに，おおむね完全資本市場の事態を扱って来た[7]。そこでは「市場利子率」が既知かつユニイクであり，それを割引率に使うことができる。

だが現実には，金融市場の不均質性と，企業ごとの投資機会・財務構造の相違とにより，企業により，また調達量によって，限界資金の調達費用は区々である。さらに，実践的には，決定当事者は，種々のリスク評価や政策的要素を織りこんで，投資計算上の，資金コスト (capital cost) を設定しようとする[8]。「正しい」割引率とは何か，概念的に明らかでなくなる。

「正しい」割引率を決定するための理論的な努力は，いくつかの方向で進行中であり[9]，未解決であって，その限り現価法の，投資決定手法としての地位も，いまだ確固としてはいないが，実際的には企業は何らかの仕方で割引率を決定しつつあり，その仕方の妥当性が増すにしたがい，現価法の地位は次第に高まる大勢にあると判断できる[10]。

B　利益率法 (the [internal] rate of return method)

現価法と同じく割引の概念を含む手法として，利益率法が提唱され[11]，ある程度普及

---

5)　寿命の異なる二つのプロジェクトを比較する場合には，長命の方に揃えなければならない。寿命30年の設備Aと60年の設備Bとの場合，Aを30年後に更新すると仮定するのだが，技術進歩の可能性のため，ここに不確定要因が入りこむ。EDF では無限更新を仮定する。AもBも $n=\infty$ とするわけだ。Boiteux〔2〕, pp. 206–9; Marschak〔9〕, p. 136; Massé〔10〕, pp. 17–20; 国連〔21〕, Annex I.

6)　本稿では不確実性の問題を特に扱わない。

7)　等量線分析の視角から現価法・利益率法の意義と限界を見定めようとする Hirshleifer〔6〕を参照せよ。

8)　たとえば Dean〔3〕, Chap. 3, esp. pp. 51–3.

9)　合衆国では企業の資金コストの函数形を定めようとする努力が行われているが未解決。一つの立場は，Solomon〔19〕。フランスの国有部門では，現実には存在しない完全市場が存在すると仮定した場合，利子率がとるであろう水準を探究し，「社会的に正しい」率を設定しようとする方向がとられている。Marschak〔9〕, p. 135.

10)　1960年に UNIPEDE (International Union of Producers and Distributors of Electrical Energy) が主催したリスボン・シンポジウムは，異時点間の価値比較を要する投資問題では現価法によるべきだという結論を出した。国連〔21〕, Annex II.

11)　現価法と利益率法の対立は，理論史的には戦前にさかのぼる。たとえば Samuelson〔16〕。ま

しているので，検討を加えておこう。

〔1〕 プロジェクトの利益率

プロジェクト P_j の利益率とは，P_j の現在価値をゼロにするような割引率，すなわち次の方程式で定義される r_j である。

$$0=\sum_{k=0}^{n}\frac{R_{kj}}{(1+r_j)^k} \tag{3}$$

特に，R_{0j} だけが投資支出（これを $-I_j$ と書こう），他の R_{kj} がすべて収入であるような場合には，

$$I_j=\sum_{k=1}^{n}\frac{R_{kj}}{(1+r_j)^k} \tag{4}$$

(4)の場合からの類推で，r_j にはプロジェクトに伴う収支を均等にするような「利回り」(the yield) という解釈が与えられ，これにもとづき，次のような判定ルールが立てられている。

1） 単一プロジェクトの採否に関し，資金コストを i とするとき，

$r_j>i\longrightarrow P_j$ の採用により利得を得る。

$r_j=i\longrightarrow P_j$ の採用により損得なし。

$r_j<i\longrightarrow P_j$ の採用により損失を得る。

2） 二つのプロジェクト P_a，P_b につき，

$r_a>r_b\longrightarrow P_a$ の方が P_b より収益性が大。

〔2〕 増分計算

現在価値や利益率は，個々のプロジェクトについて定義されるだけでなく，何らかの標準プロジェクト P_s の各現金フローと，他の一つのプロジェクト P_t の各現金フローとの差額を成分とする一つの数列――これを増分プロジェクト P_{ts} とよぶ――についても定義されうる。

$$C_{ts}=\sum_{k=0}^{n}\frac{R_{kt}-R_{ks}}{(1+i)^k} \tag{5}$$

$$0=\sum_{k=0}^{n}\frac{R_{kt}-R_{ks}}{(1+r_{ts})^k} \tag{6}$$

この C_{ts} の正負，r_{ts} の i に対する大小等により，P_t の P_s に対する相対的な収益性を判定できる。下記〔3〕の(a)との関連で，注意しておく。

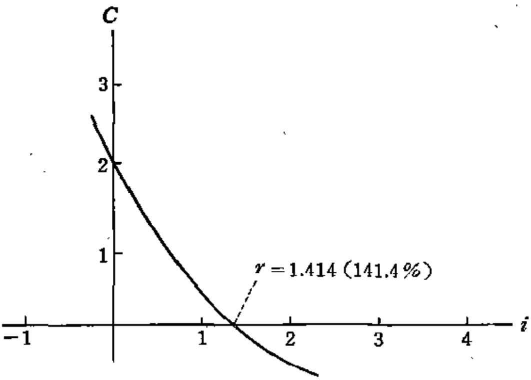
〔3〕 利益率法の難点

さて，利益率法では，〔1〕で見たように，利益率 r_j に対置する目安として，何らかの方法で別途計算される「資金コスト」i の値を用いはするが，r_j 自体の算出には，利

た Massé 〔10〕, p. 29 参照。だがヨリ実践的には，1951年に Dean が，在来の実務的手法に対し利益率法を強く提唱したことが一画期となり，論争が活潑化する。Solomon (ed.) 〔18〕参照。

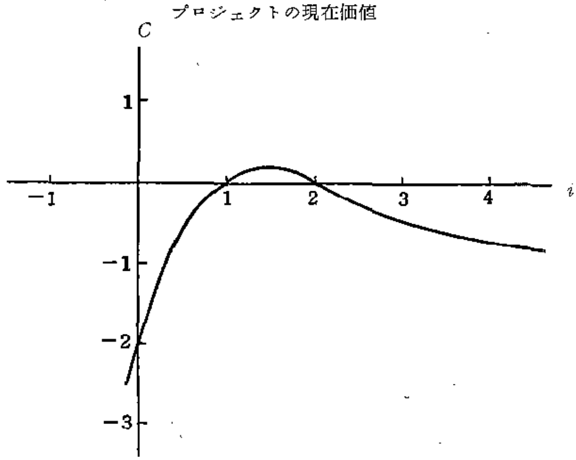
子率ないし「資金コスト」の値を必要としない。それゆえプロジェクト間の順位づけなどを行う上で，実際上便利である。また理論上も，前述の，「正しい」割引率の決定に関する困難を回避でき，あたかもプロジェクトの評価が，そのプロジェクト内部の収支を考慮するだけでできるように見える。利益率法の，現価法に対するこの利点は，しかし，見かけ上のものにすぎない。

第1図　現金フローの流列(−1, 2, 1)のプロジェクトの現在価値



(Hirshleifer [6], p. 224 の図を借用)

第2図　現金フローの流列(−1, 5, −6)のプロジェクトの現在価値



(Hirshleifer [6], p. 225 の図を借用)

(a)　利益率はユニイクに存在するか

(3)の根であるような実数は果して常に存在するだろうか。存在するとしてもただ一つだろうか。

(2)からわかるように，いま仮に，プロジェクトの寿命n年にわたり一定の利子率を仮定するとしても，一つのプロジェクトの現在価値Cは，利子率の水準の函数である。そしていま，第1図のように，$C(i)$がiの単調減少函数であるならば，$C(i)=0$を与えるようなi（すなわち利益率r）は，一つ，かつただ一つ存在し，かつまた，

$$C(i) \gtreqless 0 \rightleftarrows r \gtreqless i$$

が成立つ。換言すれば，$C(i)$がiの単調減少函数であるとき，利益率はただ一つ存在し，かつその値にもとづく採否判定は，現在価値にもとづく判定と等価である。

だが，もし$C(i)$が第2図のような形であれば，$C(i)$

$=0$ の根 r は2個存在することになり，この r の値の，判定基準としての意味は，もはや明瞭でない。

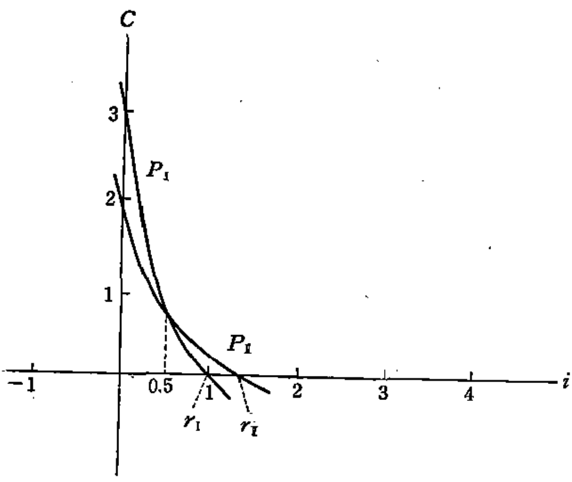
$C(i)$ の形状を規定するものは，そのプロジェクトの現金フローの継起の仕方（タイム・パターン）である。現在時点 t_0 にのみ大きな投資支出があり，t_1 以降，有限の t_n までは，毎期末に，正の，但し上方に有界な，経常余剰が期待されるようなプロジェクトの場合には，第1図のような事態が対応する。だが〔2〕でのべた増分計算の場合には，第2図の事態は，容易に現われる。また単一のプロジェクトについても，計算期間を $n=\infty$ までとり，更新投資支出を更新時点にのみ賦課すれば，断続的に負の大きな現金フローが現われ，$C(i)$ が i の単調減少函数とはいえなくなる。

一般に，(3)の実根の存在と一義性は保証されない。利益率法の意味が明瞭なのは，第1図で代表されるような特殊の場合に限られる[12]。

(b)　順位づけ（ランキング）が現価法と異りうること

第3図で例示されるように，二つのプロジェクトの優劣判定が，現価法と利益率法とでは逆転することがあり得る。図の場合，利益率法は常に P_{II} が P_{I} より優るとするが，現価法は，$i>0.5$ の時 P_{II}，$i<0.5$ の時 P_{I} の方が優り，$i=0.5$ の時両者は同等だとするわけである[13]。

第3図　$P_{\mathrm{I}}(-1,\ 0,\ 4)$ と $P_{\mathrm{II}}(-1,\ 2,\ 1)$ という二つのプロジェクトの現在価値



(Hirshleifer〔6〕, p. 224 より借用)

二者択一的決定や，一定予算枠内での，候補プロジェクト群からの採用は，プロジェクト間の順位づけに基いて行われるから，この喰違いは，実践的に重要な問題である[14]。

(c)　利益率法に潜む理論的難点

利益率法に伴う，以上のような難点の根拠には，ヨリ根本的に，一つの誤った前提が横たわっている事が，す

12)　Hirshleifer〔6〕, pp. 224–5.
13)　*Ibid.*, p. 224.
14)　フランスではこの理由で現価法が採られ，利益率法は斥けられている。Marschak〔9〕, p. 136.

でに摘発されている[15]。

複利概念から割引概念を導き，現在価値公式(1)に達した過程を想起しよう。プロジェクト P_j の現金フロー R_{kj} を現在時点まで割引くとは，$\frac{1}{(1+i_1)(1+i_2)\cdots(1+i_k)}$ を乗じることだったが，その根拠には，現金1円は第 k 期に i_k 円の利子を稼ぐ，ないし課される，という想定があった。$R_{kj}>0$なら第 k 期に純収入があるわけだが，それは，計算期間の終点 t_n までに $R_{kj}(1+i_{k+1})(1+i_{k+2})\cdots(1+i_n)$ に増殖するよう，P_j の外部で適当に運用されることが期待されている。中間支出にも同じように複利がかかってゆくことが想定されている。

同様に，(3)による利益率 r_j の計算を見ると，中間収入または支出に，利率 r_j で複利がかかってゆくことを，暗黙裡(インプリシット)に仮定している事がわかる。しかし，一般に，中間収入は P_j の外部で再投資しなければならず，中間支出は必要のつど外部で調達しなければならないので，それらにかかる利率として，(3)が解けてはじめて得られる r_j を使うのは，不合理である。特に i_k の値が k とともに変動する場合，この不都合は甚しい。

こうして，利益率概念の妥当範囲は，本来限られている。現在借金をして，将来 n 年にわたり収入をもたらす資産を購入する場合，(4)によって r_j を算出し，契約利子率と r_j の比較により得失を判断することはできる。しかし，これを「一般化」して，一般的なプロジェクトで，かつ3期以上にわたるものに関し，(3)によって計算した r_j で，プロジェクト固有の収益性の指標を得ようとすること，および，プロジェクト間の順位(ランキング)づけを行うことは，正しくない。

C　総括

以上，投資プロジェクトの経済性を個別的に評価する手法のうち代表的なものを見た[16]。

これらの手法によりプロジェクトの経済性は単一の数で示される。この値によりプロジェクトの収益性の有無，およびプロジェクト間の優劣順位(ランキング)を判定できる。単一のプロジェクトの採否決定や，二者択一的決定は，これだけですでに可能である。

だが，与えられた資本予算の枠内で，最適のプロジェクト組合せを選ぶにはどうしたらよいか。また資本予算の枠そのものが政策変数である場合には，どれだけのプロジェクトを選べば，最適の予算水準となるか。以下，本節の知識を前提に，このような問題の考察に進む。わたくしは現価法にもとづいて議論を進めることにする。

15) Hirshleifer〔6〕, p. 225-6. 再投資利率の問題に最初に着目したのは Solomon〔17〕であった。
16) 他に原価比較法，回収期間法等があるが省略する。邦文文献で展望するには，諸井〔12〕。また Massé〔10〕, Chap. 1 参照。なお，1961年末時点の，わが国1,231社を対象とするアンケート調査において，回答436社の，設備投資基準に関する答は別表（55ページ）のとおり。（宮下・諸井

Ⅱ 最適資本予算の形成

本来，最適資本予算の形成は，資本予算の総枠の最適決定と，決められた予算枠の諸プロジェクトへの最適配分という，二つの局面を含んでいるはずである[17]。

わたくしは本節で，資本予算の総枠，すなわち投資のため利用可能な資金量が，決定当事者にとって制御可能(コントロラブル)な変数である場合を考察する。これが理論的にヨリ一般的な，したがってヨリ基本的な場合である。

次節で，資本予算の総枠が決定当事者にとって与件であり，この枠内でプロジェクトの最適組合せを選択するという局面だけが決定の対象である場合を考察する[18]。この場合は，実践的には前の場合より現実的だが，理論的には，いくつかの厄介な問題を現出させる。これこそが，本稿の考察の主題にほかならない。

A 資金コストが一定である場合

投資量（＝資金調達量）の如何によらず限界資金コストが一定の場合には，現価法の指示する解は非常に簡単である。この資金コストを割引率に用いて計算した現在価値が正であるようなプロジェクトを全部採用すればよい。企業の投資行動の目的が，投資の現在価値の最大化だと仮定すれば，上のルールによって，それが達成されるわけである。

このルールには厚生経済学的意味づけも与えられている[19]。完全資本市場が存在する時，市場利子率を割引率に用いて，すべての企業が上記のルールにしたがって行動するならば，社会的に最適の投資資金配分が行われているというわけだ。

B 資金コストが逓増的である場合

上記のルールは次のようにいいなおせる。与えられた資金コストで候補プロジェクト群の現在価値を計算し，大きい順に配列せよ。プロジェクト群の順位(ランキング)づけができる。上位のものから採ってゆき，現在価値がゼロまたは負となる直前のプロジェクトまで採用せよ。

さて，他の事情は同じとして，今まで一定だった限界資金コストが逓増的になったとしよう。先に定めた順位を利用して，やはり上位のものから採ってゆく。だが今度は，下位のプロジェクトほど，高い資金コストに直面することになる。その資金コストで現

・大沢・岡本〔11〕，90ページ，表 40)。全体としては現価法は余り普及していないようだが，電力・ガスにおいて著しく，ついで運輸・倉庫・石油・化学に進出している点に注目したい。

17) Marschak〔9〕, p. 135.

18) ヨリ高次の最適化を断念した suboptimization の問題となる。Margolis は，normative な分析における与件と政策変数の区別には常に危険が伴っており，ある次元での最適化がヨリ広い次元での非能率に導きかねないこと，進んで与件の是非を問う事が必要であること，を説いている。Margolis〔8〕, pp. 99-100.

19) Marschak〔9〕, また Massé〔10〕。

在価値を計算しなおせば，先の計算値よりおしなべて小さくなり，正負の境界は，先の場合より上位のプロジェクトに移るだろう。このプロジェクトを探し当てさえすれば，採用の下限がわかる。この考え方を利用すれば，限界資金コスト逓増の場合も解を見いだせる[20]。

III　あらかじめ固定されている資本予算枠の最適配分

現実には，資本予算の総枠は上記の最大化原理にはよらず，内部金融維持政策とか，議会決定（公共企業の場合）のような，別の原理によって設定され，企業内の決定当事者にとっては，この一定額の資本予算枠の，別にあらかじめ立案されている候補プロジェクト間への，最適配分のみが，問題であることの方が多い[21]。

予算の総枠の決定と，プロジェクトの立案および順位(ランキング)づけの作業とが，原理的に切断されているために，この種の配分問題には，先の，予算枠と採用プロジェクトの（最大化原理による）同時決定の場合には出会わなかったような困難が現われる。

資本予算枠の設定されているのが１期だけの場合は，比較的容易であり，解法が工夫され実施されてもいるが，２期以上の多期間にわたる場合は厄介であり，解の試みもほとんど現われていない。

A　１期問題

〔１〕　資本費支出１単位当り現在価値

いま，技術的に実行可能な m 個のプロジェクト $P_j=(R_{0j},\ R_{1j},\ \cdots,\ R_{nj}),\ j=1,\ \cdots,\ m$ が立案されているとする。現金フロー R_{kj} は，一般に，

$$R_{kj}=M_{kj}-I_{kj}-E_{kj},\quad ここに,$$

M_{kj}：P_j に基く第 k 期の収入〔期末の時点に発生すると考える。以下同じ〕。

I_{kj}：P_j に基く，第 k 期の資本費支出。

E_{kj}：P_j に基く，第 k 期の経常費支出。

と定義できる。いま資本費支出が t_0 においてのみ，なされるものとする。第０期が建設期間，第１期以降 n 期までが運転期間というわけだ。各プロジェクトの現在価値 C_j はすでに推算ずみとし，すべて正と仮定する。予算制約がなければ，m 個のプロジェクト全部が採用され，$\sum_{j=1}^{m}I_{0j}$ が資本費支出総額となるはずだ。だが，ここで，資本費支出に F_0 という上限があらかじめ設定されるものとする。$\sum_{j=1}^{m}I_{0j}>F_0$ ならば，現在価値が正でも全プ

20)　以上は，利益率法による Dean の，周知の資金配分法，「外部金融による場合」に照応している。Dean〔3〕, Chap. 4.

21)　Marschak〔9〕, p. 135；Steiner〔20〕, pp. 893–4. なお Dean の資金配分法「内部金融による場合」に当る。Dean〔3〕, Chap. 4.

ロジェクトは採用できない。この場合，どういう基準で採否を決めれば，予算制約の下で，総現在価値を最大化できるだろうか。

ただちに考えられる解法は，Ⅱで行ったように，現在価値の大いさによってプロジェクトの順位づけを行い，上位のものから，予算枠のつきるまで採用するという方法である。

だが，現在価値は，資本費支出の大いさに無関心な概念であることに注意しなければならない。I_{0j}がいかに大きくても，第1期以降でR_{kj}が十分に大きければ，C_jは大きな正値をとりうる。また，たとえば，$P_1=(-5,\ 10,\ 5)$と$P_2=(-10,\ 20,\ 10)$の二つのプロジェクトは規模（スケール）を異にするにすぎないが，現在価値は$C_2>C_1$となって表われる。この点で，予算制約のある場合には，現在価値の絶対的な大いさによって順位づけを行うことは不都合とされ，資本費支出の規模に関し規準化することが考えられている。資本費支出1単位当り現在価値$\frac{C_j}{I_{0j}}$という基準によって順位づけを行い，上位のものから予算枠がつきるまで採ってゆくわけである[22]。

〔2〕 不可分性にもとづく難問

こうして，1期問題には一応の解答が用意されているが，この解答には重大な難点がある。それはプロジェクトの不可分性 (indivisibility) に基く問題である。

いま，次の3個のプロジェクトの中から，予算制約10万円の下で，総現在価値を最大にするような組合せを選べ，という問題を考える。

プロジェクト(P_j)	資本費支出(I_{0j})	現在価値(C_j)	C_j/I_{0j}
P_1	6(万円)	10(万円)	1・67
P_2	5(万円)	6(万円)	1・2
P_3	5(万円)	6(万円)	1・2

予算制約(F_0)：10(万円)

資本費支出1単位当り現在価値$\frac{C_j}{I_{0j}}$を見ると，P_1が最高，P_2とP_3とは同格である。そこで先のルールにしたがい順位が上のP_1を採用すると，予算の残りは4万円で，P_2もP_3も採用できない。達成できる総現在価値は10万円。ところが，下位のP_2を先ず採用すると，予算の枠内でP_3も採用できて，達成できる総現在価値は12万円。前より良い結果となる。つまり，せっかくの解法も，必ずしも最適解を保証しないわけだ[23]。

問題は，P_1を採用した時に発生する4万円の余剰資金の評価ないし使途にある。P_2

22) フランスの論者は一致して，順位づけの基準に「投下1フラン当り現在価値」を推している。Marschak〔9〕, p. 136. EDF の開拓した順位づけ技法の概略については Marschak〔9〕, pp. 137-8; Boiteux〔2〕; および国連〔21〕, esp. Annex IV, pp. 9-10.

23) Lorie and Savage〔7〕, pp. 58-9. 彼等は結局この問題の追究を断念した。

または P_3 が分割可能 (divisible) であれば，どちらかを $\frac{4}{5}$ 単位採用して資金を使い切ることができ，$10+\frac{4}{5}\times 6=14.8$ 万円の総現在価値を達成できよう。だが，P_2 ないし P_3 が分割不能 (indivisible) のプロジェクトである時，それはできない。

さて，常識的には，外部投資などの資金運用を行って，4万円を遊ばせておかないだろう。この運用を一つのプロジェクト P_4 として，候補リストに加えておけばどうか。だが，この P_4 について，たとえば $I_{04}=4$ 万円，$C_4=4$ 万円とする時，明らかに P_1 と P_4 の組合せ採用が P_2 と P_3 の組合せ採用より望ましいが，$\frac{C_j}{I_{0j}}$ による順位の上では，最上位と最下位の二つが，中間の二つをとばして選ばれることになり，再び前記の解法は挫折する。今度は，プロジェクト間の相互依存性 (interdependence) に出会ってつまづいたのだ。P_1 と P_4 とは明らかに独立ではないのだが，$\frac{C_j}{I_{0j}}$ による順位づけは，個々のプロジェクトを独立と前提して行われているのである。

では，「P_1 と P_4」を P_5 とし，「P_2 と P_3」を P_6 として比較してはどうか。$\frac{C_5}{I_{05}}=\frac{C_1+C_4}{I_{01}+I_{04}}=\frac{14}{10}=1.4$，$\frac{C_6}{I_{06}}=\frac{12}{10}=1.2$，であって，たしかに P_5 の方が P_6 の上位に立つ。だが順位に固執する限り，P_1 と P_5 では，P_1 の方が上位だ！

もし最初の候補リストに上っているプロジェクトが，上例よりもっと多数であったとしたら，予算制約の中で実行可能なプロジェクトの組合せは多数ありえ，それに対応して生じうる余剰資金の大いさも，さまざまでありえよう。このさまざまの余剰資金に対し，それぞれ運用案を考えた上で，全体を考えなおすという手続きは，きわめて煩雑になるだろう。しかも，試行錯誤的な反復計算ののちに最適解に達しえたとしても，それが，$\frac{C_j}{I_{0j}}$ という基準による順位と両立的 (consistent) だという保証は，もはやないわけである。

以上の現象は，根本的に，不可分な大いさをもったプロジェクトに対する順位づけと，予算枠の設定とが，原理上切断されているという事態から生じている。予じめプロジェクトを個別的に審査して順位を与えておき，予算枠が設定された時，その順位にしたがって予算の許す限り採用してゆく，という接近に頼っている限り，有効確実に最適解に達しうる保証も，最適解と順位づけとが矛盾しない保証も，得られない。のちに見るように，数理計画法の適用により，この難点ははじめて克服される。

B　多期間問題

1期問題として，第0期（または時点 t_0）にのみ，資本費支出 I_{0j} と，これに対する予算制約 F_0 とがある場合を考察した。だがこれは一つの特殊な場合にすぎない。現実には，資本費支出は2期以上にわたりうる。

〔1〕　1期問題に還元しうる場合

2期以上にわたり継続投資が行われるが，予算が総枠のみ定まり期毎に特定されていない場合には，事実上1期問題に還元できる。

建設期間を l 年とする時，完工時点を基準にとって t_0 とすれば，着工時点は t_{-l} で表わせる。t_{-l}, t_{-l+1}, …, t_0 における資本費支出を，I_{-l}, I_{-l+1}, …, I_0 とする。建設期間の利子率を i とすれば，これを用いて，従来 t_0 以降の現金フローに施したのと同様の，現在価値換算を行い，全資本費支出の現在価値 I を求めうる。

$$I=\sum_{k=-l}^{0}\frac{I_k}{(1+i)^k}=\sum_{k=0}^{l}I_k(1+i)^k \tag{7}$$

各プロジェクトについてこのような I を計算し，与えられた総資本予算の現在価値 F と照らし合せれば，1期問題として扱える[24]。

〔2〕 本来的な多期間問題

だが資本費支出が2期以上にわたるとともに，予算制約も期毎に明示的に設定されている場合には，1期問題の解法では突破できない困難が現われる。

いま，m 個の，技術的に実行可能なプロジェクト $P_j(i=1, \cdots, m)$ があり，おのおのの現在価値 C_j がわかっているものとする。各プロジェクトは，時点 t_0（または第0期）から t_h（または第 h 期）にわたる h 年間の資本費支出を要する。他方，各期に，資本費予算 F_0, F_1, …, F_h が課されているとする。問題は，m 個の候補プロジェクトの〔添字の〕集合の中から，$\sum_{j\in J} I_{0j}\leqq F_0$, $\sum_{j\in J} I_{1j}\leqq F_1$, …, $\sum_{j\in J} I_{hj}\leqq F_h$ という h 個の制約条件を満しながら，$\sum_{j\in J} C_j$ を最大にするような，ある部分集合 J を見いだすことである。明らかに，ある集合が，第0期の予算制約を満したとしても，他の期の予算制約を満すとは限らない。他方，予算制約が1個の場合は，1期問題に当る。こうして1期問題は，上記の定式化のスペシャル・ケースである。

〔3〕 一般化された定額資本予算問題の意義

上に定式化した問題を，一般化された定額資本予算問題とよぼう。従来この問題を扱った例は少ない。1955年，Lorie and Savage が，1期問題の解法を拡張し，次節で見るような，試行錯誤法による解を試みたのが先駆的業績であった[25]。

その Lorie and Savage も，Dean など先行者が気づかなかった問題を定式化して解くという，もっぱら論理的な興味から扱っただけで，あまり実際的な意義を認めてはいなかった。確かに，資本主義諸国で実践的な投資理論の最も進んでいるかに見えるフランスの国有産業においても，予算は1年ごとに設定され，かつ余剰資金の繰延使用等は認められていない。このような事態に照らせば，多期間問題があまり――たかだか形

24) ルーマニアの電力部門では，安定操業開始第1年の原価を基準に使う目的で，投資支出をこのように現在価値化する。国連〔21〕, Annex IV, p. 23.

25) Lorie and Savage〔7〕.

式的にしか――関心を惹いて来なかったのも，無理からぬ事かもしれない。だが，各部門(セクター)につき，何らかの国民経済的な観点から資本費支出の5ヶ年計画等が決められ，その枠内で，投資の最適組合せが探究されねばならない時，多期間問題は，ただちに現実的意義をもちうる。

Ⅳ　Lorie and Savage の解法

A　Lorie and Savage の解法

一般化された定額資本予算問題を Lorie and Savage はどのように解こうとするか。彼等自身の用いた2期間例題によって，見ることにしよう[26]。

別表のようなデータを持つ9個のプロジェクトが立案されている。時点 t_0 の資本費支出には50百万円，t_1 には22百万円の予算制約が課されている。予じめすべてのデータは現在価値換算しておき，t_1 の予算制約は20百万円とする。さて，この2期間の予算制約の下で総現在価値を最大化するのは，どのようなプロジェクトの組合せを選べばよいか。

いま，仮に t_0 の予算制約が無視できるとして，1期間題の解法を適用すると，$\frac{C_j}{I_{1j}}$ の

プロジェクト(P_j)	第0期の資本費支出の現在価値 (I_{0j})	第1期の資本費支出の現在価値 (I_{1j})	プロジェクトの現在価値 (C_j)
P_1*	12百万円	3百万円	14百万円
P_2	54	7	17
P_3*	6	6	17
P_4*	6	2	15
P_5	30	35	40
P_6*	6	6	12
P_7	48	4	14
P_8	36	3	10
P_9*	18	3	12
予算上限の現在価値：$F_0=50$百万円　$F_1=20$百万円			

26) *Ibid.*, pp. 58-61. 表の数値は彼等の通りだが，記号を，本稿の他の部分に合せて変更。また彼等は支出時点を期首にとっているが，本稿の他の部分に合せて期末に変更。単位もドルから百万円に変えた。

大きい順に，P_4, P_1, P_9, P_7, P_8 が選ばれる。だが，ここでこの5個のプロジェクトについて I_{0j} を加え合せて見ると，120となり，はるかに予算制約を突破する。すなわち1期問題の解法を順次適用しても一般には解けない。

そこで彼等は次のような工夫をする。まず各期の資金に乗じるウエイトとして2個のパラメタ p_0, p_1 を考える。p_0, p_1 の最初の数値は適当に決める。次に各プロジェクトの現在価値から，そのプロジェクトの各期の資本費支出に上のパラメタを乗じた加重和を引く。量 $C_j-\sum_{k=0}^{1} p_k I_{kj}$ が正なら暫定的に P_j は採用とし負なら不採用する。こうして決った採用プロジェクト集合 J_1 につき，各期の資本費支出の和をとり，その期の予算制約と比較する。もし $\sum_{j \in J_1} I_{kj} > F_k$ なら，その期の資金は使いすぎだ。対策として p_k の値を増してやると，その期に関し，選別がヨリ厳しくなる。またも $\sum_{j \in J_1} I_{kj} < F_k$ で，余剰資金が相当出るようなら，p_k が過大なためプロジェクトの採用が抑えられているのだと考え，p_k の値を減らす。p_0, p_1 の双方につき，$\sum_{j \in J} I_{kj}$ と F_k の大小をにらみ合せながら，このような試行錯誤的プロセスを繰返してやると，ついには，制約下で最適のプロジェクト組合せを与えるような，p_0, p_1 の数値を得るはずだ。

彼等は，何ステップかを費やして，$p_0=0.33$，$p_1=1$ に達した。この時，表の＊印のプロジェクトが採用となり，t_0 で48百万円，t_1 で20百万円の資金を使う。総現在価値は70百万円で，与えられた制約下では，これが最適解だ。

B Lorie and Savage 法の意義

上記の解法は容易に任意期間の場合に一般化しうる。時点 $t_0, t_1, \cdots, t_{n-1}$ に資本費支出と予算制約がある n 期問題においては，n 個のパラメタ p_k を用い，量 $C_j-\sum_{k=0}^{n-1} p_k I_{kj}$ の正負によってプロジェクトの採否決定を行うならば，試行錯誤的に，最適解を指示するような，ある適当なパラメタの値の組に到達する筈なのだ。

さて，$n=1$ の場合，上記の解法が，Ⅲで見た1期問題の解法と，同等であることは，すぐわかる。前に見た，資本費支出1単位当り現在価値 $\frac{C_j}{I_{0j}}$ で順位をつけ，上位のプロジェクトから，予算枠のつきるまでとってゆくという解法で，最後に採用されるプロジェクト（限界プロジェクト）を P_L としよう。$\frac{C_L}{I_{0L}}$ がちょうど1期問題の場合のパラメタ p_0 の値に相当する。

このことから一見きわめて人為的に導入されたように見える，多期間問題のパラメタ p_k についても，経済的意味が漠然と推測できる。それは，ある期の予算制約との関連で，限界的に支出される資金の収益性を示す指標のように思われる。だが，Lorie and Savage 法にとどまる限り，これ以上進むことはできない[27]。

27）「乗数 p_1 および p_2 は，数学と経済学で『ラグランジュ乗数』として知られているものと密接に連関している。」*Op. cit.*, p. 60.

それはさておき，とにもかくにも，彼等は多期間の定額資本予算問題の解法をはじめて工夫し，形式的に見て一応は，解決に成功したのであった。

C　Lorie and Savage 法の限界

だが彼等の解法は決して最終的な解決ではなかった。その難点を簡単に整理しよう。

〔1〕 パラメタの算出の困難性

2期問題の場合にはグラフの助けを借りうるが，それでもかなり厄介であり，しかも実は，グラフからわかることだが，最適解を指示する p_k の値の組は，ある範囲にわたっていて，決してただ一つ(ユニイク)ではない[28]。

3期以上の場合，実際上きわめて困難であることは容易に想像がつく。

〔2〕 「プロジェクトの不可分性に基く難問」の回避

Ⅲで指摘した，プロジェクトの不可分性に基く難問に，Lorie and Savage は気づいていた。だが彼等は，この問題の解決を断念して議論を進めた。彼等の解法は，もともとこの難問を解きえないのである。

付表　設備投資の採否を決定する際の判定基準　　〔47ページ，注16）参照〕

	全体	投資利益率法	現価法	原価比較法	MAPI法	資金回収期間による方法	自社独自の判定基準	特定の基準は用いない	無回答
全体	100.0	32.6	1.8	11.9	2.1	10.8	10.3	24.1	6.4
総資産200億以上	100.0	32.8	4.0	8.0	1.6	11.2	13.6	17.6	11.2
100億～199億	100.0	28.1	—	17.2	3.1	14.1	6.3	20.3	10.9
50億～99億	100.0	38.5	—	17.9	3.8	6.4	7.7	21.8	3.8
49億以下	100.0	31.4	1.8	10.1	1.2	11.2	10.7	31.4	2.4
鉱業	100.0	42.9	—	14.3	—	7.1	14.3	14.3	7.1
石油・化学	100.0	43.5	4.8	11.3	—	17.7	6.4	14.5	1.6
電力・ガス	100.0	—	22.2	33.3	—	—	22.2	11.1	11.1
鉄・金属	100.0	39.1	—	13.0	—	21.7	13.0	8.7	4.3
諸機械	100.0	34.4	—	6.6	3.3	11.5	6.6	36.1	1.6
電機・電線	100.0	31.0	—	10.3	10.3	6.9	6.9	31.0	3.4
車輌・造船	100.0	36.1	—	19.4	11.1	8.3	11.1	13.9	—
運輸・倉庫	100.0	33.3	7.4	7.4	—	7.4	11.1	25.9	7.4
食品	100.0	28.6	—	9.5	—	23.8	4.8	28.6	4.8
繊維	100.0	44.1	—	17.6	—	17.6	5.9	14.7	—
金融	100.0	23.4	2.1	4.3	—	—	17.0	31.9	21.3
商事	100.0	4.8	—	4.8	—	4.8	14.3	33.3	38.1
窯業・セメント	100.0	36.8	—	21.1	—	5.3	15.8	21.1	—
その他	100.0	24.2	—	18.2	—	9.1	12.1	33.3	3.0

28) Lorie and Savage 自身は，グラフの使用に言及しているものの，どんな方法かは全く書いていない（*Op. cit.*, p. 61）が，Weingartner が，彼等の使ったであろうグラフ法を示しているので，参考のため，第4図としてかかげておく。〔22〕, pp. 28–31.

以上の二点により，最適解を，有限回のステップで，確実に，求めうるという保証は得られない。そして仮に，増分計算を加味するなど多くの煩雑なステップのはてに，最適解に到達し得たとしても，辿ってきたプロセス，用いたパラメタに，明確な理論的解釈を与えることはできないのである。

む す び

以上で本稿の課題を終えた。経験的ないし試行錯誤法的な諸手法の解きえない問題を数理計画法がいかに解くか，次稿で見るだろう。

参 考 文 献

〔1〕 Bierman, Harold Jr., and Smidt, Seymour, *The Capital Budgeting Decision*, 1960.

〔2〕 Boiteux, Marcel, "Le choix des équipments de production d'énergie électrique", *Revue de Recherche Opérationelle*, I, 1, 4th Quarter, 1956, pp. 45–60.

〔3〕 Dean, Joel, *Capital Budgeting*, 1951.

〔4〕 ditto, *Managerial Economics*, Chap. 10, 1951.

〔5〕* ditto, "Measuring the Productivity of Capital", *Harvard Business Review*, Jan.-Feb. 1954.

〔6〕* Hirshleifer, Jack, "On the Theory of Optimal Investment Decision", *Journal of Political Economy*, LXVI, Aug. 1958, pp. 329–52.

〔7〕* Lorie, James H., and Savage, Leonard J., "Three Problems in Rationing Capital", *Journal of Business*, XXVIII, 4, Oct. 1955, pp. 229–39.

〔8〕 Margolis, Julius, "The Economic Evaluation of Federal Water Resource Development", *American Economic Review*, XLIX, 5, Dec. 1959, pp. 96–111.

〔9〕 Marschak, Thomas, "Capital Budgeting and Pricing in the French Nationalized Industries", *Journal of Business*, XXXIII, 2, Apr. 1960, pp. 133–55.

〔10〕 Massé, Pierre, *Optimal Investment Decision*, 1962.

〔11〕 宮下藤太郎，諸井勝之助，大沢豊，岡本康雄，「わが国企業における経営意思決定の実態」(Ⅲ)，昭和37年。

〔12〕 諸井勝之助，資本予算の基本問題，(Ⅰ)，(Ⅱ)，(Ⅲ)，「経済学論集」29巻1号，昭和38年4月，14–24ページ，29巻2号，昭和38年7月，40–52ページ，30巻2号，昭和39年7月，54–63ページ。

〔13〕 Nelson, James R. (ed.), *Marginal Cost Pricing in Practice*, 1964.

〔14〕 奥村悳一，プロジェクト・プランニングにおける一つの問題点，日本会計学会編「近代会計学の展開」，昭和38年，481–504ページ。

〔15〕* Renshaw, Ed., "A Note on the Arithmetic of Capital Budgeting Decisions", *Journal of Business*, July 1957.

〔16〕 Samuelson, Paul A., "Some Aspects of the Pure Theory of Capital", *Quarterly Journal of Economics*, LI, May 1937, pp. 469–96.

〔17〕 Solomon, Ezra, "The Arithmetic of Capital Budgeting Decisions", *Journal of*

Business, Apr. 1956.

〔18〕 ditto, (ed.), *The Management of Corporate Capital,* 1959.

〔19〕 ditto, *The Theory of Financial Management,* 1963.

〔20〕 Steiner, Peter O., "Choosing Among Alternative Public Investments in the Water Resource Field", *American Economic Review,* XLIX, 5, Dec. 1959, pp. 893–916.

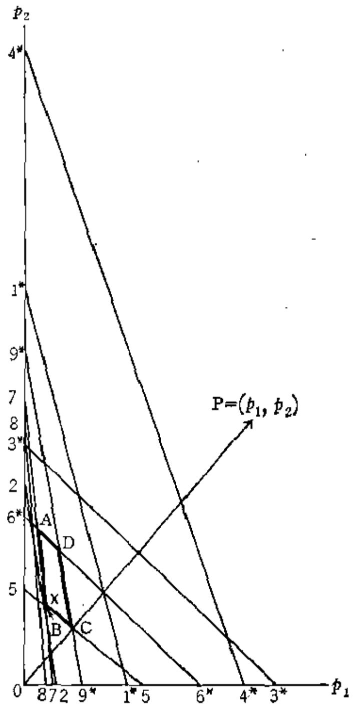
〔21〕 United Nations, *Economic Methods and Criteria Used in the Electric Power Industry,* 1963.

〔22〕 Weingartner, Martin J., *Mathematical Programming and the Analysis of Capital Budgeting Problems,* 1963.

〔付記〕 1) ＊印論文は〔18〕に転載収録されており，〔18〕のページ数により引用。

2) 〔2〕は〔13〕に英訳転載されている。〔13〕により引用。

第4図　2期間例題のグラフ解　(Weingartner 〔22〕, p. 29.)



OP 以外の9本の直線は，方程式 $C_j-p_1I_{1j}-p_2I_{2j}=0$, $j=1,\cdots\cdots,9$ のグラフ。C_j, I_{1j}, I_{2j} は53ページの表で数値を与えられている定数。いま平面上に任意の点P (p_1, p_2) をとれば，その点の右上方にくる直線に対応するプロジェクトは採用され，左下方は却下される。Lorie and Savage の到達した (p_1, p_2) は図の×点にあたるが，実際には四辺形 ABCD 内部の点はすべて同じ結果を与える。