經濟論叢

第142巻　第2·3号

昭和63年8・9月

京都大學經濟學會

ターンパイク・モデルの初期調整プロセス

長　沢　克　重

はじめに

本稿でとりあげるターンパイク・モデル (Turnpike Model) は，1970年代後半から日本の経済計画に導入されている長期計画用モデルである[1)]。モデルの背景となるターンパイク定理は，1960年代を中心に，日米の理論経済学者により証明がなされたが[2)]，実際のデータを用いたシミュレーションが行なわれ，現実化にあたってのモデルの改良がなされたのは，主要には1970年代以降のことである[3)]。

本稿では，ターンパイク・モデルの計画モデルとしての特徴を検討するとともに，現実化に際しての1つの問題点である，初期調整の問題をとり上げ，資本蓄積ターンパイク・モデルを用いて稼動率調整アクティヴィティーの導入を試みる。最後に，調整用アクティヴィティーを導入したモデルによるシミュレーションを行ない，効果を検討することにする。

I　ターンパイクモデルの特質

ターンパイク・モデルの理論的背景となるものは，ターンパイク定理という命題であるが，最適成長径路についてのターンパイク特性を最初に予測し，この命題の証明に端緒をつけたのは，サミュエルソンらである[4)]。

ターンパイク定理の概略は次のようなものである。即ち，閉じた動学的生産

1)　たとえば，経済審議会計量委員会〔19〕〔20〕〔21〕
2)　ターンパイク定理を概観したものとして，Burmeister and Dobell〔2〕, Mckenzie〔6〕
3)　改良のための様々なシミュレーションをまとめたものとして，筑井〔18〕
4)　Dorfman,Samuelson and Solow〔3〕pp. 329-334

モデルの中で，各財の蓄積量が毎期一定の比率で成長するような径路（これがターンパイク径路となる）が唯一つ存在する場合，任意の初期蓄積から出発し，計画最終期に任意の評価価格で評価される資本ストック価値額を最大にする最適資本蓄積径路は，まず計画初期にターンパイク径路に接近し，次に計画期間の中途の大部分をその径路に沿って進み，計画末期に径路を切り換え，目標となる最大価値を実現する資本構成に向かって進む，というものである。

ターンパイク定理の着想自体は，サミュエルソンらによるものであったが，初めて正しい証明を与えたのはラドナー[5)]，森嶋[6)]である。特にラドナーの方法は，後に様々な論者によって用いられた。

ラドナーは，フォン・ノイマン体系を一般化した生産モデルに，幾つかの付加条件を与えて証明を行なったが，2つの点で問題を残した。まず彼の証明は，最適径路がターンパイク径路の近傍で過ごす期間が非連続的である可能性を排除しないことである。この問題は，のちに二階堂の「ターンパイク強定理」[7)]（最適径路がターンパイクから離れる期間は計画初期と終期に限られる）により補強された。さらに，ラドナーの導入した生産技術に関する仮定が，フォン・ノイマン自身の生産モデルにはあてはまない，ということである。この問題に関する定理の拡張はマッケンジー[8)]によってなされた。ラドナーの方法は，のちにマッケンジー[9)]，筑井[10)]によって動学的レオンチェフ体系へ適用されたが，このことは，単に異なる生産体系への定理の拡張に止まらず，実証分析が可能なレオンチェフ体系にターンパイク定理を結びつけ，現実への適用可能性を与えたという点で，大きな意義があった。

このような，資本蓄積ターンパイク定理と同様な問題は，ラムゼーに始まる「最適貯蓄理論」[11)]における最適径路に関しても認められていたが，この問題

5) Radner〔10〕
6) Morishima〔7〕
7) Nikaido〔8〕
8) Mckenzie〔5〕
9) Mckenzie〔5〕
10) Tsukui〔12〕

は「消費ターンパイク定理」として定式化された。即ち，一人当たり消費から生ずる効用の，時間に関する総和を最大化する径路は，計画期間の大部分を，新古典派成長理論でいう「黄金律」径路の近傍で過ごす，というものである。厚見[12]は，ラドナーの方法をこの問題の証明に適用し，のちに筑井[13]，ゲール[14]らによって，一般的なモデルへと拡張された。

ターンパイク定理から我々は，資本蓄積及び消費の最適径路に対して，各々のターンパイク径路が規範的な意味を持つことを見出す。即ち，経済がどのような初期状態から出発しようとも，また計画終期にいかなる目標をとろうとも，資本蓄積及び消費の最適径路は，中間期間の大部分においては，所与の生産技術条件から与えられるターンパイク径路に沿って必ず進むことになるからである。ターンパイク・モデルの計画モデルとしての特徴は，このような理論的基礎において見出され，この点で，経済計画に通常用いらる予測型計量モデルとは，そもそも性格が異なるものである。

中・短期の経済予測において用いられる計量モデルは，過去のデータに基づいて行動方程式を推計し，これに政策変数等の効果を加えて将来の経済状態を予測するが，ターンパイク・モデルは，このような本来の予測モデルとは異なり，ある一定の政策目標（例えば，資本蓄積又は消費効用の最大化）を種々の制約条件のもとで達成するための規範となる成長径路を，線型計画問題の解として示す最適化モデルである。つまり，従来の「予測型モデル」に対して，ターンパイク・モデルは「最適化型モデル」であり，計画的性格をより強く持つものといえよう。

ところで，経済計画を立案し実行する際に，現実の成長径路がターンパイク・モデルの与える解に沿うように，経済諸主体の活動を制御することは，とりわけ資本主義経済においてはほとんど不可能であろう。更に，計画最終期に

11) Ramsey〔11〕
12) Atsumi〔1〕
13) Tsukui〔13〕
14) Gale〔4〕

どのような目標に到達すべきかという，目標選択の問題についても，全ての人人の間で合意を得ることは不可能に近い。しかしながら，もしある一定の政策的方向（例えば，資本蓄積の最大化が望ましい，或は消費効用の和の最大化が望ましい，といった）に関して大多数の合意が存在する場合には，個々の具体的な最終目標において意見が分かれるとしても，どのような最終目標に到達する有効径路も，すべて中間期間においてはターンパイク径路に沿って進むのであるから，ターンパイク径路に有効に接近するという目標に関しては，すべての人々の間に合意を得る可能性が生まれることになる。

以上の様に，ターンパイク・モデルの計画モデルとしての特質は，ある政策目標を達成するために，資源配分上の効率性から見た最適径路を示すことによって現実の経済状態の有効性を評価し，さらに，具体的な目標を異にする人々の間での合意形成をはたそうとするところにあるのである。

II 資本蓄積モデルと調整用アクティヴィティーの導入

本節では，ターンパイク・モデルの実用化に際しての１つの問題点である初期調整の問題をとり上げ，資本蓄積モデルを用いて，その調整方法を検討する。

初期調整の問題とは，経済が計画初期時点から出発してターンパイク径路に向かって成長してゆく際に，初期に存在する資本ストックの構成比率と，ターンパイク径路上の資本ストック構成比率との間に大きな乖離がある場合，財の産出の急激な増加，或いは大量の財の棄却といった非現実的な解が生ずる現象に対し，これをいかに調整するかということである。現実には，経済成長の過程で財の不足や余剰がある場合は，在庫調整や輸出入で調整を行なうと考えられるから，このような活動を反映する変数をモデルに加える必要がある。

初期調整用アクティヴィティーとしては，在庫調整，輸出入が考えられるが，ここでは，これらに加えて稼動率調整アクティヴィティーを導入し，その総合的効果を検討する[15]。さらに，産出量の非現実的な上下変動を排除するための

15) 在庫調整・輸出入アクティヴィティーの効果を検討したものとして，筑井他〔18〕第5章。↗

制約式を付加する。

以下では，資本蓄積モデルを用いて，財の需給関係のみからなるレオンチェフ・モデルをまず導出し，次に，それに調整用アクティヴィティーを付加したモデルを示し，単純なモデルの解と調整用アクティヴィティー導入後の解の特性を，比較検討する。

II－1　蓄積計画の基本モデル

ターンパイク・モデルの骨格となるのは動学的レオンチェフ・モデルであるが，それは，財の需給制約関係について以下のように書ける。

(1)　$x(t) \geqq Ax(t)+B[x(t+1)-x(t)]+cvx(t)+\bar{c} \quad (t=0,\ 1,\ 2,\ \cdots\cdots)$

(記号)

$$A=\begin{bmatrix} a_{11} & \cdots\cdots & a_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & \cdots\cdots & a_{nn} \end{bmatrix} \quad B=\begin{bmatrix} b_{11} & \cdots\cdots & b_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ b_{n1} & \cdots\cdots & b_{nn} \end{bmatrix} \quad x(t)=\begin{bmatrix} x_1(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix} \quad C=\begin{bmatrix} c_1 \\ \vdots \\ c_n \end{bmatrix}$$

(投入係数行列)　(資本係数行列)　(産出量ベクトル)　(限界消費性向ベクトル)

$$\bar{c}=\begin{bmatrix} \bar{c}_1 \\ \vdots \\ \bar{c}_n \end{bmatrix} \qquad v=[v_1 \cdots\cdots v_n]$$

(基礎消費量ベクトル)　(付加価値率ベクトル)

(1)は，左辺は供給サイド，右辺は需要サイドを表わし，不等式が示すように財の不完全利用を許す体系となっている。なお，消費は所得の線型消費関数として与えられている。

この(1)に関して単純再生産の状態を考え，この状態の産出量を $x'=(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \cdots, \bar{x}_n)$ ($'$ は転置を表わす) とすると，

$$\bar{x}=A\bar{x}+cv\bar{x}+\bar{c}$$

という関係が成立し，上式を変形して

↘また，稼動率調整のみを第0期だけに使った例として，Tsuki and Murakami〔15〕pp. 108-110.

（2）　$(I-A-cv)\bar{x}=\bar{c}$

を得る（Iは単位行列)。

ここで，単純再生産の状態を越える産出量 $z(t)'=(z_1(t),\ z_2(t),\ \cdots,\ z_n(t))$ を考え，

（3）　$z(t)=x(t)-\bar{x}$

とすると，（1)，（2)，（3)より以下の関係式を得る。

（4）　$(D+B)z(t)-Bz(t+1)\geqq 0 \qquad (t=0,\ 1,\ 2,\ \cdots)$

ただし $D=(I-A-cv)$

（4)において，毎期に $\bar{c}$ 以上の消費水準が維持されなければならないとすると，$z(t)\geqq 0$ が成り立たねばならない。

（4)に関する資本蓄積の最適計画問題は，以下のような線型計画問題である。

$$(5)\ \begin{cases} \max.\ pBz(T) & \\ \text{s. t. } (D+B)z(t)-Bz(t+1)\geqq 0 & (t=0,\ 1,\ \cdots,\ T-1) \\ \qquad\qquad z(t)\geqq 0 & (t=0,\ 1,\ \cdots,\ T) \\ \qquad (D+B)z(o)\geqq 0 & \end{cases}$$

ここで p は，$p=(p_1,\ p_2,\ \cdots,\ p_n)$ で，計画最終期における資本ストックの評価価格ベクトルである。即ち問題(5)は，計画最終期において，ある評価価格ベクトル p で評価される資本ストック額を最大化させる成長径路を求める線型計画問題である。この問題の解は，ターンパイク定理から，計画の中間期間はターンパイク径路に沿って進むことになるが，この場合のターンパイク径路は，(5)の等号体系

$$(D+B)z(t)=Bz(t+1)$$

即ち，

（6）　$z(t+1)=(I+B^{-1}D)z(t)$

の一般解から得られる。定差方程式(6)の一般解は，

$$z(t)=\sum_{i=1}^{n}\alpha_i\gamma_i{}^t h_i$$

で，ただし，γ_i, h_i は $(I+B^{-1}D)$ の固有値とそれに対応する固有ベクトル，

α_i は初期条件により定まるスカラーである。さて，正値行列 $D^{-1}B$[16] の固有値を ρ_i とすると，ρ_i と γ_i との間には，

$$\gamma_i=1+\frac{1}{\rho_i}$$

の関係があり，さらに固有ベクトルは互に一致している[17]。ここで，$D^{-1}B$ のフロベニウス根[18]を ρ_1 とすると，問題(5)のターンパイク径路は，ρ_1 に（即ち γ_1 に）対応する固有ベクトル h_1 の要素比率として与えられ，均衡成長率は $\frac{1}{\rho_1}$ となる。

さてここで，(5)の目的関数を max. $pBx(t)$ とする代わりに，「ターンパイク径路上での産出量最大化」とおいても，計画モデルとしての含意は変わらないから，目的関数を置き代えて定式化すると以下のようになる。

[MODEL I]

$$(7)\begin{cases}\max.\ \mu \\ \text{s.t. } (D+B)z(t)-Bz(t+1)\geqq 0 \qquad (t=0,\ 1,\ \cdots,\ T-2) \\ \qquad (D+B)z(T-1)-\mu Bh_1\geqq 0 \\ \qquad z(t)=x(t)-\bar{x}\geqq 0 \qquad (t=0,\ 1,\ \cdots,\ T-1) \\ \qquad D=(I-A-cv),\ \bar{x}=D^{-1}\bar{c},\ Dz(o)>0\end{cases}$$

（記号）

A; 投入係数行列（$n\times n$）

B; 固定資本係数行列（$n\times n$）

c; 限界消費性向ベクトル（$n\times 1$）

$\bar{c}$; 基礎消費量ベクトル（$n\times 1$）

v; 付加価値率ベクトル（$1\times n$）

---

16)　通常の経済データに関しては，$D^{-1}>0$ が満たされる。又，$B>0$ より，$D^{-1}B>0$

17)　ρ_i に対応する固有ベクトルを k_i とすると，$(\rho_i-D^{-1}B)k_i=0$。よって，$\left(\frac{1}{\rho_i}-B^{-1}D\right)k_i=0$ で，$\left[\left(1+\frac{1}{\rho_i}\right)-(I+B^{-}D^{1})\right]k_i=0$ であり，$r_i=1+\frac{1}{\rho_i}$，$h_i=k_i$ がいえる。

18)　フロベニウスの定理については，たとえば二階堂〔9〕120ページ

表1 $x(t)$ の産出水準及び h_1 （単位：百万円，1965年価格，カッコ内は%）

産業＼年	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1. 農林水産業	4022 (7.8)	2470 (4.1)	2842 (4.1)	3270 (4.1)	3762 (4.1)	4329 (4.1)	4981 (4.1)	5731 (4.1)	6594 (4.1)	7587 (4.1)	8730 (4.1)
2. 軽工業	10286 (20.2)	11149 (18.6)	12885 (18.7)	14826 (18.7)	17059 (18.7)	19628 (18.7)	22584 (18.7)	25985 (18.7)	29898 (18.7)	34400 (18.7)	39580 (18.7)
3. 重工業	15101 (29.4)	18759 (31.3)	21585 (31.2)	2483) (31.25	28575 (31.2)	32879 (31.2)	37830 (31.2)	43527 (31.2)	50082 (31.2)	57623 (31.2)	66301 (31.2)
4. 建設	5186 (10.1)	8712 (14.5)	10024 (14.5)	11534 (14.5)	13271 (14.5)	15269 (14.5)	17569 (14.5)	20214 (14.5)	23258 (14.5)	26761 (14.5)	30790 (14.5)
5. エネルギー	1992 (3.9)	2019 (3.4)	2323 (3.4)	2673 (3.4)	3075 (3.4)	3538 (3.4)	4071 (3.4)	4684 (3.4)	5390 (3.4)	6201 (3.4)	7136 (3.4)
6. 運輸通信	3328 (6.5)	3784 (6.3)	4354 (6.3)	5009 (6.3)	5764 (6.3)	6632 (6.3)	7630 (6.3)	8779 (6.3)	10101 (6.3)	11622 (6.3)	13372 (6.2)
7. サービス	11440 (22.3)	13101 (21.8)	15073 (21.8)	17343 (21.8)	19955 (21.8)	22960 (21.8)	26418 (21.8)	30397 (21.8)	34974 (21.8)	40241 (21.8)	46302 (21.8)
計	51355 (100.0)	59994 (100.0)	69086 (100.0)	79490 (100.0)	91461 (100.0)	105235 (100.0)	121083 (100.0)	139317 (100.0)	160297 (100.0)	184435 (100.0)	212211 (100.0)

$$h_1 = \begin{bmatrix} 0.041 \\ 0.187 \\ 0.312 \\ 0.145 \\ 0.034 \\ 0.062 \\ 0.218 \end{bmatrix}$$

出所) Tsukui and Murakami [15], p. 83, 89

$x(t)$；第 t 期生産額ベクトル（$n\times 1$）

$\bar{x}$；基礎生産額ベクトル（$n\times 1$）

μ；最終期総生産額（スカラー）

h_i；ターンパイク産出比率ベクトル（ただし要素の絶対値の和が1である）（$n\times 1$）

[MODEL I] と同様なモデルによる計算結果は，今までにいくつか公表されているが[19]，その中で，筑井・村上[20]によるものを表1に示す。表1は，[MODEL I] に1965年のデータを適用した計算結果であるが，この例では，経済は初期時点から出発して第2期目にターンパイク径路に到達し，以後計画最終期まで一定の成長率 $\left(\frac{1}{\gamma_1}=15.1\%\right)$ で，ターンパイク産出比率 h_1 を保って成長を続けており，ターンパイク特性を確認できる。定理によれば，目標となる最終期資本ストック構成比にいかなる値を与えても，計画中間期間は，h_1 の比率を保って経済は成長しなければならないが，実際のシミュレーション結果においても，ターンパイク特性の存在が確認されている[21]。

II—2　初期調整用アクティヴィティーの導入

[MODEL I] は，財の需給係以外には何の制約もない最も単純なモデルであるが，解の現実性という点から表1を検討してみると，以下のような問題点を指摘できる。

まず，第1部門（農林水産業）においては，第0から第1期にかけて約33%の産出減となっているが，これは，これだけの財を未利用のままで棄却してしまうことを意味しており，逆に第4部門（建設）においては，同じ期間に約53%の産出増があるが，こちらは，この産出増に必要な資本財が1年間に生産されることを意味する。[MODEL I] においては，産出量の変動には何ら制約がないため，計画初期の資本ストック構成比とターンパイク上の資本ストック構

19) たとえば，Tsukui [14]，筑井 [16]，筑井他 [17] [18]

20) Tsukui and Murakakami [20]

21) Tsukui and Murakami [20] pp. 83–86

成比との乖離がより大きい場合は，可能性としてはこれ以上の大幅な変動が考えられる。

しかし，大量の財を未利用のまま棄却したり，短期間に大量の資本財が生産されると想定するよりも，もし余剰財があれば在庫として次期に持ち越したり，不足財は輸入でまかなう，という想定をする方が現実的であろう。

ターンパイク・モデルの場合，計画初期と終期，即ち経済がターンパイク径路に接近し，又そこから離脱する時に，大きな産出量変動が生ずる可能性があり，この変動を調整するアクティヴィティーの導入が必要となる。調整用アクティヴィティーとしては，在庫調整，輸出入などが考えられるが，ここでは新たに稼動率調整アクティヴィティーを導入してその効果を見ることにする。

レオンチェフ生産関数の場合，産出量 $x(t)$ の増大には，その生産増に必要となる資本財の増加が前提となるが，稼動率調整の考え方は，資本財は一定のまま，生産設備の稼動率アップにより生産の増大を行なうと想定する。これらの調整用アクティヴィティーを導入し，さらに非現実的な産出量変動を制限するための制約式を加えたモデルを以下に示す。

[MODEL II]

$$\max.\ \mu-\lambda_1\hat{x}(t_1)-\lambda_2\hat{x}(t_2) \qquad \begin{pmatrix} t_1=0,\ 1,\ 2 \\ t_2=3,\ 4,\ \cdots,\ T \end{pmatrix}$$

s. t.

$$(8)\qquad x(o)+\hat{x}(o)+m(o)-e(o)\geqq A[x(o)+\hat{x}(o)]+B[x(1)-x(0)] +s(1)+cv[x(0)+\hat{x}(0)]+\bar{c}$$

$$(9)\qquad x(t)+\hat{x}(t)+s(t)+m(t)\geqq A[x(t)+\hat{x}(t)]+B[x(t+1)-x(t)] +s(t+1)+cv[x(t)+\hat{x}(t)]+\bar{c} \qquad (t=1,\ 2,\ \cdots,\ T-1)$$

$$(10)\qquad x(T)+\hat{x}(T)+s(T)+m(T)-e(T)\geqq A[x(T)+\hat{x}(T)] +B[(\bar{x}+\mu h_1)-x(T)]+cv[x(T)+\hat{x}(T)]+\bar{c}$$

$$(11)\qquad x(t+1)\geqq \alpha_1 x(t) \qquad (t=0,\ 1,\ \cdots,\ T-1)$$

$$(12)\qquad x(t+1)\leqq \alpha_2 x(t) \qquad (\quad〃\quad)$$

$$(13)\qquad \beta e(t)-im(t)=0 \qquad (t=0,\ 1,\ \cdots,\ T)$$

(14) $\hat{x}(t) \leqq \gamma x(t)$ (〃)

新たに導入した記号とその内容は以下のとおりである。

(変数)

$s(t)$; 財のストック・ベクトル ($n \times 1$)

$e(t)$; 調整用輸出ベクトル ($n \times 1$)

$m(t)$; 〃 輸入ベクトル ($n \times 1$)

$\hat{x}(t)$; 稼動率調整産出ベクトル ($n \times 1$)

(定数)

α_1; 産出量変動制約係数 (上限) ($n \times 1$)

α_2; 〃 (下限) ($n \times 1$)

β; 交易係数ベクトル ($1 \times n$)

γ; 稼動率調整産出量制約係数 ($n \times 1$)

λ_1, λ_2; 稼動率調整制約係数 ($1 \times n$)

新たに導入した変数と [MODEL II] について説明すると，まず，ストック・アクティヴィティー $s(t)$ は在庫調整を表わし，第 t 期に使わずに残った財をそのままの形で次期に持ち越す働きをする。$s(t)$ により持ち越された財は，そのまま次期に新たな供給力として用いられる。次に，輸出入アクティヴィティー $e(t)$, $m(t)$ は，過剰財の輸出，不足財の輸入という調整用輸出入の働きを表わす。これに関する(13)は，輸出入に対する外貨制約式である。即ち，剰余財1単出を押し出して輸出することにより交換できる不足財は β 単位であることを表わし，もし $\beta_i < 1 (i=1, \cdots, n)$ とした場合は，財の交換に際し多少の損失を被ることを意味する。最後に稼動率調整アクティヴィティー $\hat{x}(t)$ は，前述したように，一時的な産出量の増大を，資本設備量は一定のまま稼動率の上昇により達成する働きを表わす。ただし，稼動率上昇により調整可能な生産量は，通常の稼動率のもとでの生産量の一定割合以下であると仮定し，(14)でこれを表わす。また，稼動率上昇の際には，労働時間延長に対する割増賃金等の，通常以上のコストがかかる思われるので，そのコストを λ_1, λ_2 で表わ

す[22]。

II－3 シミュレーション

以上のような改良を加えた［MODEL II］の計算結果を以下に示す。なお，使用したデータは，前出の筑井・村上によるものと同様なデータを用いた[23]。

モデルのパラメータ（α_1, α_2, β, γ, λ_1, λ_2）に与える値によって，次のA，B，C 3つのケースのシミュレーションを行なった。

$$\text{CASE A}: \begin{bmatrix} \alpha_1=0.8 \\ \alpha_2=1.25 \\ \beta=0.7 \\ \gamma=0.1 \\ \lambda_1=0.1 \\ \lambda_2=0.8 \end{bmatrix} \quad \text{CASE B}: \begin{bmatrix} \alpha_1=0.7 \\ \alpha_2=1.5 \\ \beta=0.7 \\ \gamma=0.1 \\ \lambda_1=0.1 \\ \lambda_2=0.8 \end{bmatrix} \quad \text{CASE C}: \begin{bmatrix} \alpha_1=0.8 \\ \alpha_2=1.25 \\ \beta=0.8 \\ \gamma=0.1 \\ \lambda_1=1.0 \\ \lambda_2=1.0 \end{bmatrix}$$

CASE A は，産出量変動の巾を，増大25%，減少20%とし，過剰財1単位の輸出によって可能となる不足財の輸入は0.7単位とした。稼動率調整による生産は，通常の生産量の10%以下の範囲で可能である。

CASE B は，産出量変動の巾に関する制約をAよりも緩和するが，それ以外の条件はAと同じである。

CASE C は，産出量変動の巾はAと同じであるが，稼動率調整にかかるコストを大きくしてある。交易条件に関する制約は，A，Bよりも緩めてある。

A，B，Cの各ケースについての計算結果は表2～表4のとおりである。又，［MODEL I］と［MODEL II］の産出量の変化を比較したものが図1である。これらにもとづいて［MODEL II］の特性を検討してよう。

まず，CASE A について見てると，図1から明らかなように，第1部門で生じていた財の棄却現象が改善され，財の有効利用がはかられている。その他の各部門でも，表2からわかるように，$\hat{x}(t)$, $s(t)$, $e(t)$, $m(t)$ が働くことによ

22) 稼動率上昇は，調整の必要な初期にのみ必要で中期以降は不要となるから，以下のシミュレーションでは $\lambda_2>\lambda_1$ としてある。

23) データについては，Tsukui and Murakami〔20〕pp. 80-83，筑井他〔18〕426ページを見よ。

表 2 $z(t)$, $\hat{x}(t)$, $s(t)$, $e(t)$, $m(t)$ の産出水準——CASE A

変数＼年	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
z_1	4022 (7.8)	3073 (15.1)	3255 (4.5)	2744 (3.2)	3611 (3.6)	4694 (4.1)	5372 (4.1)	6181 (4.1)	7113 (4.1)	8105 (4.1)
z_2	10286 (20.0)	10302 (16.9)	14311 (20.0)	16091 (19.0)	18532 (18.7)	21344 (18.7)	24356 (18.6)	28026 (18.6)	32249 (18.6)	37107 (18.6)
z_3	15101 (29.4)	19209 (31.6)	22417 (31.3)	27306 (32.3)	31106 (31.4)	35858 (31.4)	40813 (31.2)	46961 (31.2)	54034 (31.2)	62172 (31.2)
z_4	5186 (10.1)	6846 (11.3)	8921 (12.5)	11515 (13.6)	14757 (14.9)	16704 (14.6)	18955 (14.5)	21810 (14.5)	25096 (14.5)	28875 (14.5)
z_5	1992 (3.9)	1793 (2.9)	2398 (3.3)	2902 (3.4)	3150 (3.2)	3447 (3.0)	4392 (3.4)	5053 (3.4)	5815 (3.4)	6691 (3.4)
z_6	3328 (6.5)	3811 (6.3)	4609 (6.4)	5323 (6.3)	6263 (6.3)	7216 (6.3)	8231 (6.3)	9471 (6.3)	10898 (6.3)	12539 (6.3)
z_7	11440 (20.3)	15771 (26.0)	15678 (21.9)	18770 (20.2)	21650 (21.9)	24985 (21.9)	28500 (21.8)	32793 (21.8)	37733 (21.8)	43416 (21.8)
計	51355	60804	71589	84650	99068	114247	130618	150295	172936	198905
$\hat{x}_1$	474	380	398							
$\hat{x}_2$	1507	1581	1910							
$\hat{x}_3$	1804	2214	2535							
$\hat{x}_4$	664	830	1038	1297						
$\hat{x}_5$	262	242	302		190	407				
$\hat{x}_6$	455	503	583							
$\hat{x}_7$	1732	2165	2156							
s_1		337	1007	1302	521					
s_2										
s_3										
s_4										
s_5		273	193							
s_6		806		110						
s_7										

変数＼年	0	1	2	3
e_1	1604			
e_2	931		1189	
e_3				
e_4				
e_5				
e_6				
e_7	245	2532	236	

変数＼年	0	1	2	3
m_1				
m_2				
m_3				
m_4	1946	1772	998	
m_5				
m_6				
m_7				

表3 $z(t)$, $\hat{x}(t)$, $s(t)$ の産出水準——CASE B

年 / 変数	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
z_1	4022 (7.8)	2598 (4.3)	1602 (2.1)	2764 (3.1)	4203 (4.1)	4809 (4.1)	5533 (4.1)	6367 (4.1)	7327 (4.1)	8431 (4.1)
z_2	10286 (20.0)	10128 (16.8)	14001 (18.7)	17038 (18.9)	19109 (18.7)	21803 (18.6)	25089 (18.6)	28870 (18.6)	33220 (18.6)	38224 (18.6)
z_3	15101 (29.4)	20407 (33.8)	24436 (32.6)	28577 (31.7)	32107 (31.4)	36538 (31.2)	42041 (31.2)	48374 (31.2)	55660 (31.2)	64043 (31.2)
z_4	5186 (10.1)	8506 (14.1)	11949 (16.0)	14111 (15.6)	14957 (14.6)	16969 (14.5)	19525 (14.5)	22466 (14.5)	25851 (14.5)	29744 (14.5)
z_5	1992 (3.9)	1777 (2.9)	2542 (3.4)	2731 (3.0)	3080 (3.0)	3932 (3.4)	4524 (3.4)	5205 (3.4)	5990 (3.4)	6892 (3.4)
z_6	3328 (6.8)	3947 (6.5)	4494 (6.0)	5127 (5.7)	6461 (6.3)	7369 (6.3)	8479 (6.3)	9756 (6.3)	11226 (6.3)	12916 (6.3)
z_7	11440 (20.3)	12997 (21.5)	15842 (21.2)	19921 (22.1)	22370 (21.9)	25514 (21.8)	29357 (21.8)	33780 (21.8)	38868 (21.8)	44723 (21.8)
計	51355	60367	74865	90269	102288	116934	134550	154819	178141	204973
$\hat{x}_1$	124	332	233	349						
$\hat{x}_2$	1507	1491	1879							
$\hat{x}_3$	1804	2334	2737							
$\hat{x}_4$	664	996	1340							
$\hat{x}_5$	262	240	316	336	371					
$\hat{x}_6$	455	517	572	635						
$\hat{x}_7$	1732	1888	2173							
s_1		1770	2370	745						
s_2		1091								
s_3										
s_4										
s_5		303								
s_6		144	265							
s_7		462	330							

表 4　$z(t)$, $e(t)$, $m(t)$, $s(t)$ の産出水準——CASE C

変数＼年	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
z_1	4022 (7.8)	3073 (4.9)	2931 (4.0)	3844 (4.4)	3526 (3.4)	2676 (2.2)	1996 (1.4)	1452 (0.9)	1017 (0.5)	669 (0.3)
z_2	10286 (20.0)	14054 (22.3)	14712 (19.9)	16253 (18.8)	19474 (19.0)	23202 (18.9)	26764 (18.7)	31109 (18.7)	35945 (18.6)	39187 (17.3)
z_3	15101 (29.4)	18258 (29.0)	21723 (29.3)	25734 (29.7)	30541 (29.8)	35455 (28.9)	41212 (28.8)	47949 (28.7)	56301 (29.1)	68563 (30.3)
z_4	5186 (10.1)	6846 (10.9)	8921 (12.0)	11515 (13.3)	14757 (14.4)	18810 (15.3)	20590 (14.4)	24049 (14.4)	27192 (14.0)	34199 (15.1)
z_5	1992 (3.9)	1848 (2.9)	2397 (3.2)	2768 (3.2)	3271 (3.2)	3853 (3.1)	4465 (3.1)	5191 (3.1)	6032 (3.1)	6616 (2.9)
z_6	3328 (6.5)	3082 (4.9)	2221 (3.0)	1532 (1.8)	981 (1.0)	540 (0.4)	187 (0.1)	−95 (−0.1)	−321 (−0.2)	−502 (−0.2)
z_7	11440 (20.3)	15771 (25.1)	21184 (28.6)	24918 (28.8)	30037 (29.3)	38156 (31.1)	47726 (33.4)	57149 (34.3)	67424 (34.8)	77908 (34.4)
計	51355	62931	74089	86565	102586	122692	142941	166803	193589	226640
e_1	1503									
e_2	541	2072	899							
e_3										
e_4						1003				
e_5										
e_6										
e_7	223	1795	4551	5438	6868	10367	15067	18963	22992	27784
m_1						1865	2133	4432	5702	8116
m_2										
m_3	114									
m_4	1539	2227	1899	439						
m_5										
m_6		866	2461	3910	5494	7232	8920	10738	12692	14111
m_7										
s_1		274	364		395					
s_2										
s_3										
s_4										
s_5		235								
s_6		55								
s_7										

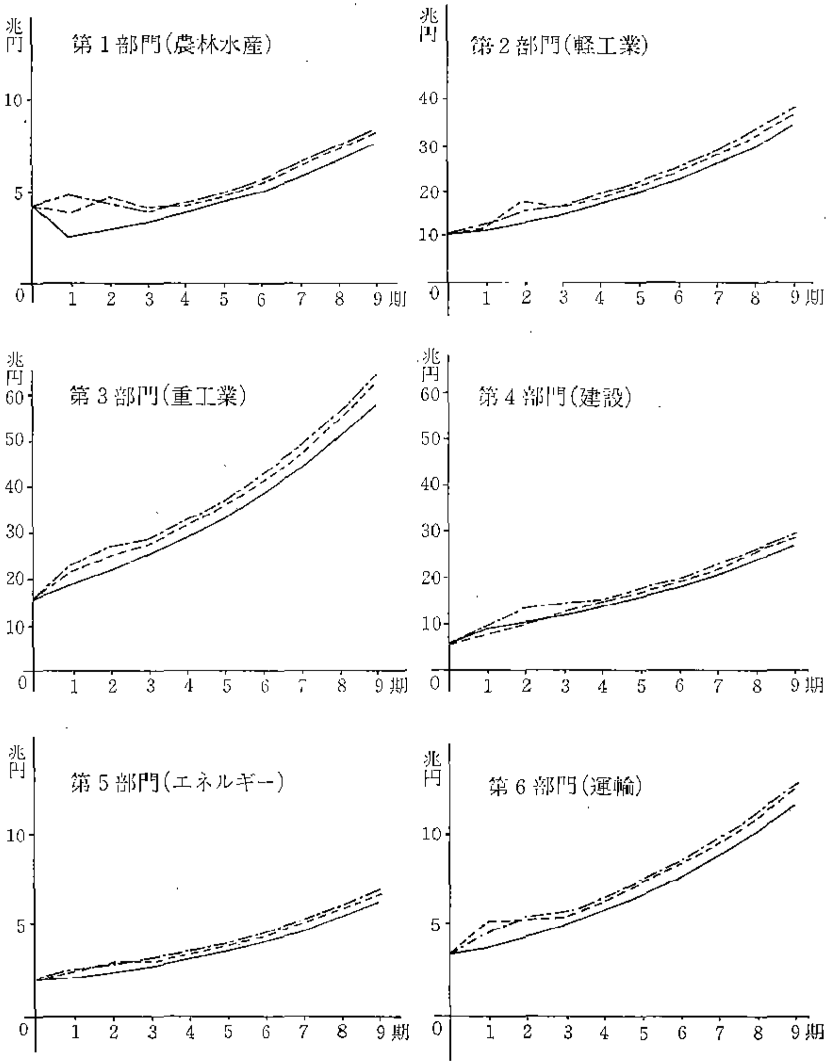
って，剰余財・不足財の調整を行ないつつターンパイク径路に接近している。調整用アクティヴィティーの中で最も活発に働いているのは $\hat{x}(t)$ であり，第2期までは全部門において作動している。調整用アクティヴィティーは第5期まで働いているが，ここまでの期間が，経済がターンパイク径路に乗るまでの調整期間となっている。[MODEL I] の場合は，第2期にはもう，ターンパイク径路に到達してしまったが，調整用アクティヴィティーの導入により，これらが働く期間だけ調整期間が長くなっている。

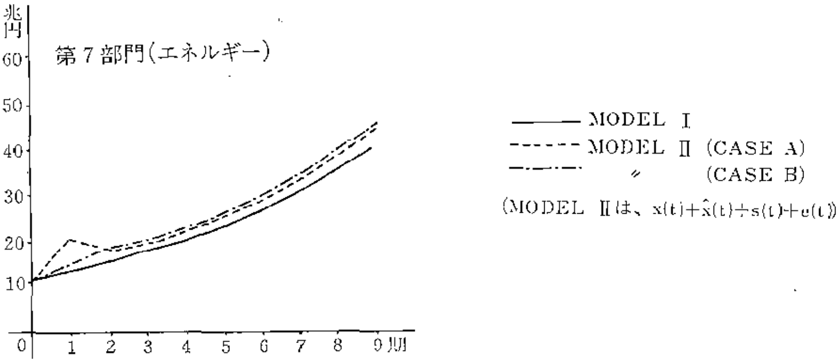
次に，CASE B に関しては，Aよりも産出量変動の制約を緩めた結果，表3を表2と比較して明らかなように，初期の産出量変動は大きくなっている。調整用アクティヴィティーについては，$e(t)$, $m(t)$ は働いていないが，$\hat{x}(t)$ は全部門について，$s(t)$ は第3・第4部門以外について作動している。また，このケースでは第4期までが初期調整の期間となっている。

CASE C については，前2者のケースとはかなり性格の異なる解が得れた。即ち，表4に見られるように，$z(t)$ に関するターンパイク径路が認められず。その代わりに第1部門と第6部門にお統る輸入特化傾向が現われ，又，第7部門においては輸出増大傾向が認められる。このよな傾向が生じた原因としてまず予想されるのは，稼動率調整にかかるコストを非常に大きくとったために，$\hat{x}(t)$ が働かなくなり，$\hat{x}(t)$ でなされるべき調整が $e(t)$, $m(t)$ にまわされているということである。しかし一方では，$s(t)$ に対してはその分が転嫁されていないとを考慮すると，β の値を高めて交易条件を緩和させたことが大きな原因であると考えられる。即ち，交易条件が緩和されると，成長率を高めるという点からは，ある財に関しては輸出又は輸入に特化するような径路が選択される。という結果が生じうるのである。交易条件をさらに緩和させた場合には，輸出入への特化現象が一層顕著に現われることも考えられる。

さて，以上のようなシミュレーション結果をもとに，調整用アクティヴィティーを導入した効果，及び稼動率調整アクティヴィティーの効果をまとめてみよう。

図 1　[MODEL I] と [MODEL II] との生産額比較





まず第1に，調整用アクティヴィティーを導入したことにより，［MODEL I］で生じた未使用の財の棄却といった事態は改善され[24]，財の効率的利用がはかられるようになった。このことを，図1から見ると，$x(t)$，$\hat{x}(t)$，$s(t)$，$e(t)$ を合わせた［MODEL II］の生産可能領域が，［MODEL I］のそれよりも高い水準に押し上げられている点に現われている。そして，これらのアクティヴィティーが働く結果，初期調整の期間に4〜5期間を要し，［MODEL I］よりも長くかかるようになっている。

第2に，調整用アクティヴィティーの中では，稼動率調整アクティヴィティー $\hat{x}(t)$ が最も活発に作動している。CASE A, B から明らかなように，$s(t)$，$m(t)$，$e(t)$ に関しては，それが働く部門と働かない部門が存在するが，$\hat{x}(t)$ に関しては，全部門で作動しており，初期調整において最も有効に作用するアクティヴィティーであるといえる。ただし，CASE C のように，稼動率調整にかかるコストが非常に大きい，という仮定をおいた場合は，効率性の観点から，当然他のアクティヴィティーへの代替が行なわれる。しかしそのような極端な仮定をおかない限りは，最も頻繁に働くアクティヴィティーである。

24) 図1では，第2・第7部門の CASE A において，産出量の減少する時期があるが，これは前期において多量の輸出があるためであり，財の棄却を表わしてはいない。

第3に，調整用アクティヴィティー相互間には，一つのアクティヴィティーが他のものを排除するような競合的な関係は存在していない。A，B，Cいずれにおいても，所与の制約条件のもとで目的関数を最大化する点で，最も有効なアクティヴィティーの組み合わせが選択されている。

最後に，CASE C で現われたが，制約条件の与え方によっては，産出があるアクティヴィティーに特化される現象が生じる。CASE C ではある部門の産出が輸出入に特化されたが，$e(t)$, $m(t)$ に関しては，交易係数 β が一定の値を越えると調整用アクティヴィティーとは異なる役割を果たすようになると考えられる。このシミュレーションの結果からは，$\beta=0.7$ と 0.8 の間に，輸出入への特化現象を起こさせる臨界点があることが推測される。

お わ り に

本稿では，ターンパイク・モデルの特質を検討し，初期調整問題の解決方法として，稼動率調整を含む調整用アクティヴィティーを導入してシミュレーションを行なった。結果としては，調整用アクティヴィティーは有効に働き，中でも稼動率調整アクティヴィティーが，生産部門の区別なく全体にわたって有効に作動することがわかった。その結果，財の有効利用がはかられ，生産可能領域が高い水準に押し上げられた。また，パラメーターの値によっては，輸出入への特化が生ずることが明らかになった。

本稿でのシミュレーションでは，パラメータ α_1, α_2, β, γ, λ_1, λ_2 には，全産業にわたって同一の値を与えたが，産業によって稼動率調整の巾やコスト，交易条件等は異なると考えられるから，その点を考慮したパラメータ値決定も必要となろう。

また，モデルとしては資本蓄積モデルを取り上げたが，経済成長の主要な目的が，資本蓄積よりも消費から生ずる効用の追求におかれていると考えられる先進国においては，消費アクティヴィティー・モデルの方が現実味を滞びてくるであろう。消費モデルに関しても同様なシミュレーションを行なう意義があ

ろう。

(1987年2月2日脱稿)

(付記)　本稿中のシミュレーション計算については，大阪大学の筑井甚吉教授より御指導を頂き，同大学社会経済研究所電算機室にて行いました。ここに記して感謝いたします。

参考文献

〔1〕 Atsumi, H., "Neoclassical Growth and the Efficient Program of Capital Accumulation", Review of Economic Studies, April, 1965.

〔2〕 Burmeister, E. and Dobell, A. R., Mathematical Theories of Economic Growth, 1970, 佐藤隆三・大住栄治訳『テキストブック現代経済成長理論』, 勁草書房, 1976年。

〔3〕 Dorfman, R., Samuelson. P. A. and Solow, R., Linear Programming and Economic Analysis, 1958, 安井・福岡・渡部・小山訳『線型計画と経済分析』 I・II, 岩波書店, 1959年。

〔4〕 Gale, D., "On Optimal Development in a Multi-Sector Economy", Review of Economic Studies, January, 1967.

〔5〕 Mckenzie, L. W., "Turnpike Theorens for a Generalized Leontief Model", Econometrica, January-April, 1963.

〔6〕 ____, "Turnpike Theory", Econometrica, September, 1976.

〔7〕 Morishima, M., "Proof of a Turnpike Theorem: The no Joint Production Case", Review of Economic Studies, February, 1961.

〔8〕 Nikaido, H., "Persistence of Continual Growth near the von Neumann Ray: A Strong Version of the Radner Turnpike Theorem", Econometrica, January-April, 1964.

〔9〕 二階堂副包『現代経済学の数学的方法』, 岩波書店, 1960年。

〔10〕 Radner, R., "Paths of Economic Growth That Are Optinal with Regard Only to Final States", Review of Economic Studies, January, 1961.

〔11〕 Ramsey, F., "A Mathematical Theory of Savings", Economic Journal, December, 1928.

〔12〕 Tsukui, J., "Turnpike Theorem in a Generalized Dynamic Input-Output System", Econometrica, April, 1966.

〔13〕 ____, "The Consumption and the Output Turnpike Theorems in a von Neumann Type of Model—A Finite Term Problem", Review of Economic Studies, January, 1967.

〔14〕 ____, "Application of a Turnpike Theorem to Planning for Efficient Accumulation: An Example for Japan", Econometrica, January, 1968.

〔15〕 Tsukui, J. and Murakami, Y., Turnpike Optimality in Input-Output Systems, 1979.

〔16〕 筑井甚吉「資本蓄積計画へのターンパイク定理の応用」，稲田献一・内田忠夫編『経済成長の理論と計測』，岩波書店，1966年。

〔17〕 筑井・村上・時子山・広田「日本経済の有効蓄積径路」，筑井甚吉・村上泰亮編『経済成長理論の展望』，岩波書店，1968年。

〔18〕 筑井甚吉他『ターンパイク・モデル—多部門最適化モデル—』，経済企画庁経済研究所，1974年。

〔19〕 経済審議会計量委員会編『経済計画のための多部門計量モデル—計量委員会第5次報告—』，1977年。

〔20〕 ____，『新経済社会7ヶ年計画のための多部門計量モデル—計量委員会第6次報告』，1980年。

〔21〕 ____，『中・長期経済分析のための多部門計量モデル—計量委員会第7次報告—』1984年。