移動床開水路の
河床形態と抵抗則に関する研究

昭和 47 年 6 月

田中祐一朗

移動床開水路の
河床形態と抵抗則に関する研究

昭和 47 年 6 月

田 中 祐 一 朗

目　　次

緒　　　論

1. 概　　　説

工学的な意味での研究対象として河川を取り扱う場合，河川というものをどのような立場で，どのように認識するかという点を明確にしておくことが，まず第一に必要となろう。そこで，著者の具体的な研究目標について述べるに先立って，河川についての著者の見解を述べておくことにする。

河川を認識の対象とするとき，純粋に自然科学的立場をとる場合と，工学的，技術的立場をとる場合とでは，その内容が若干異なってくる。前者の立場に立つ場合，河川とは要約するならば，地上に降った雨水を海または湖へ運搬する通路であり，さらにこうした流水による土砂の輸送される通路であるということができよう。この意味において，雨水と土砂との運搬に伴なって生ずる河川特有の諸現象は，一つの物理法則に支配される地球物理学的現象の一つであると規定することが可能である。

一方後者の立場に立って眺める場合，自然現象としての河川を，人間の社会生活との係りにおいて把えることが必要であり，河川災害という自然の猛威から人間生活を護り，河川をより有用なものとして利用することにより，人類の繁栄に役立てることにその目標がある。しかしこれらの二つの立場は互いに独立のものではなく，工学的立場に立つ場合でも，まず物理現象としての河川の姿と，その自然科学的な面において十分な理解と基礎づけがなされてないと，思わぬ失敗を招くことがあり，この両者は基礎と応用の関係にあるものと云えよう。しかし，物理現象としての河川は極めて多面的な様相を呈し，多くの問題を内蔵しており，これらを普遍的に一般法則として知ることは極めて困難である。しかしまた一方，現実社会としては，流域の開発など差し迫った工学的要請があるため，従来の河川の処理はともすれば，経験的，直感的に取り扱わざるを得ない面が多くあったように思われる。したがって難しいことではあるが，以上の二つの立場を融合させ，より合理的にまたより現実的に問題に対処することが重要であろう。

また「治水」，「利水」および「河水統制」といった言葉に見られるように，従来はややもすれば，雨水の通路としての河川という面に目を奪われ，非常に緩慢な現象であるということから，今一つの土砂の通路としての河川の役割に対する考慮がなおざりにされてきたきらいがあるように思われる。流砂に関する本格的な実験的研究が行なわれるようになったのは，今世紀に入ってのGilbert[1]に始まるもので，流水の容器としての流路の変化の問題も含めて，水と土砂とを同時

に考慮した土砂水理学（alluvial hydraulics）は第二次大戦後急速な進展をみせたもので，その意味では未だ発展途上にあり，未解明の問題がきわめて多い。とくに，流砂の不均衡による河床の洗掘，堆積は単に局所的な現象に止まらず，流路の変遷といった問題にまで発展する萌芽として重要であり，これが「河は生きものである」と云わしめるゆえんでもある。このような河川の変化を総称して「河相の変ぼう」と呼ぶ人もあり[2]，この実体を正しく把握することなくしては河川を論ずることはできない。この河相の変化はその形態により次の四つに分類することができよう。

i）橋脚や水制の周囲の洗掘など局所的な変化．

ii）河床形態として総称される河床面近傍に限定された変化．

iii）ダム上流の堆砂およびダム下流の河床低下などかなり長区間におよぶ河床の縦断変化．

iv）蛇行および流路変遷など河川の面的な変化．

河相の変ぼうという意味からは，上の四つの問題はいずれも重要であるが，これらは若干その性格を異にし，その取り扱い方も変える必要があり，これらを総括的に論ずることは難しい。そこで本論文はこのうち，焦点をii)の問題に絞って以下考察を進めることにする。河床形態は河床面近傍に限定された極めて小規模な現象であり，工学的な意味でのその重要性は理解され難い面もある。しかし，河川の問題を考える場合に最も基本となる抵抗則，すなわち与えられた流量に対し水深と流速とが水路巾に応じていかなる組み合せでもって生起するかという問題を考えるとき，極めて重要な役割を演ずることはよく知られたところである。またこの河床形態は流水の条件に応じて種々変化し，これがために河道内で生ずる種々の現象を一層複雑なものとしている。

前述のように，移動床開水路での抵抗の問題は，河川水理学上極めて重要なものであるにもかかわらず，未解明の点が多く，若干の実測や経験によって適当に取り扱われる場合が多く，これが背水計算や河床変動の計算など，河川での水理計算とそれによる将来予測の精度にかなりの不安を残す原因の一つともなっている。したがって，移動床開水路での河床形態と抵抗則を明らかにすることは極めて重要なことであるが，これには非常に広範囲の問題が含まれているため，まずその概要について考察し，問題を整理しておくことにする。

2．河床形態と抵抗則に関する諸問題

移動床開水路の河床に形成される河床形態は実験水路や実河川の河床にのみ見られる特殊な現象でなく，類似のものは自然界において実に多くの面で見られるものであり，その主なものは次のようである。

イ）気体ー液体の境界面で形成される場合

ロ）気体ー固体の境界面で形成される場合

ハ）液体ー液体の境界面で形成される場合

ニ）液体ー固体の境界面で形成される場合

ホ）固体ー固体の境界面で形成される場合

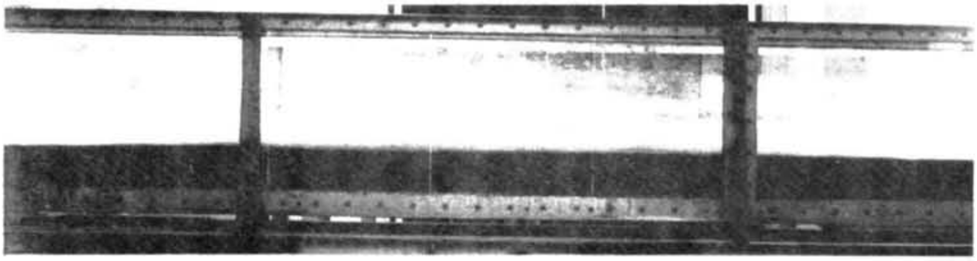
イ）は風によって発生する水面波が代表的な例であり，ロ）は風による雪漣とか砂漠での砂丘がこれに相当する。ハ）は密度または温度等の差によって多層をなした液体境界面での内部波などがその例であり，ニ）はいま著者が取り上げようとしている河床面でのものとか，海底での砂漣などがこれに相当する。ホ）は一寸特殊な場合で，例えば砂利道をグレーダーなどで整地する場合に現われる波状面などがその例であろう。以上のように，自然界においては実に多様な現われ方をしているが，共通するところは二つの境界面において摩擦力が作用する場合に発生をみていることである。これらの諸現象は目下のところ，それぞれ別個に取り扱かわれているが，基本的には類似の現象であり，これらは全て統一的に説明づけられるべきものであろう。このうちとくにロ），ニ）についての多くの実例と詳細な観察とが Allen [3] によって集積されている。前述のようにニ）の液ー固境界面で形成されるものには，河川などの河床で見られる河床形態の外に，海底での砂漣や浚渫送泥管等の閉水路においても見られるものであるが，水面波の影響の有無など若干の相違があり，また河川での粗度係数の見積りおよび有効掃流力の予測などの応用を考えているため，対象とすべき現象を移動床開水路の河床に形成される河床波に限定して以後の考察を進めることにする。

移動床開水路の河床に形成される河床形態は水流の条件によって種々異なった様相を呈し，極めて複雑である。これらについては従来から多くの人々によって実験および観察がなされてきているが，不明の点が多く，その用語さえ研究者によってそれぞれ適当に用いられ，統一されていないのが現状である。そこで本論文で用いる用語とその定義をここであらかじめ示しておくことにする。ここで用いる分類は昭和46年度に土木学会水理委員会の下に設けられた「移動床の粗度と河床形状研究小委員会」での用語 [4] に準拠しており，現象に関与するスケールの概念により区分しようとしている点が特長である。

(1) 平滑河床（Plan bed）： 掃流力が限界掃流力の近傍の場合の河床形態で，流砂が存在しないときおよび存在してもその量がわずかな場合に見られ，河床には変形が現われず，平坦のままである。この場合の一例を写真ー1に示す。

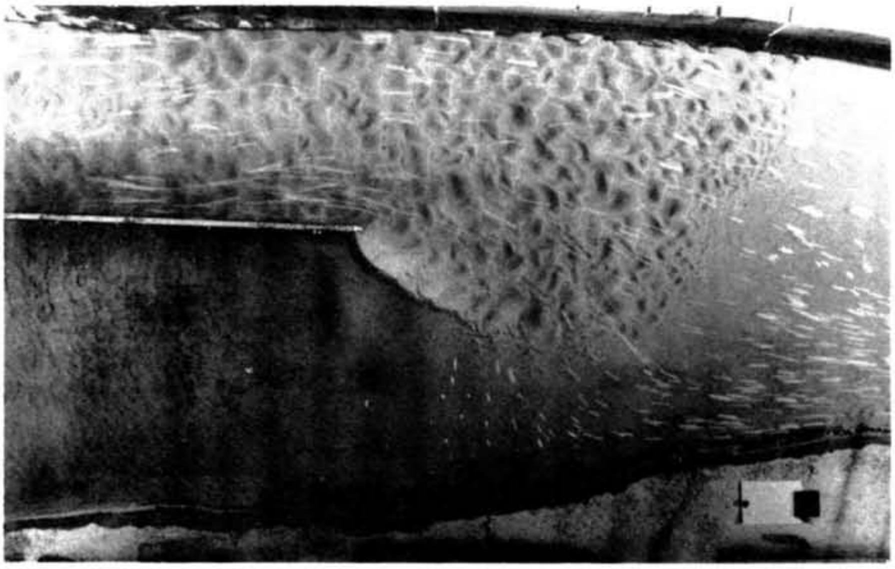
(2) 砂漣（Ripples）： 掃流力が先の(1)の段階を少し上回った程度および，砂の粒径がかなり小さい場合に見られる河床形態で，砂粒レイノルズ数（$u_* d_{50}/\nu$）がほぼ10～20以下の場合に生ずる。これは砂粒子の特性および水の粘性の影響を受け，砂粒子の表面に形成される

粘性底層に関係あるものと思われ，粒径が極度に大きい場合には現われないこともある。その



(緒) 写1.　平滑河床の一例

形状はゆるい上流側斜面とクレスト下流での砂の水中安息角に近い急斜面をもった，ほぼ三角形状に近い形を呈し，クレストで水流が剝離するのが特長である。とくに粒径の小さい場合などでは，一例を写真－2に示すような，複雑な形状をなす場合も多く，これを鱗状砂漣とも云う。

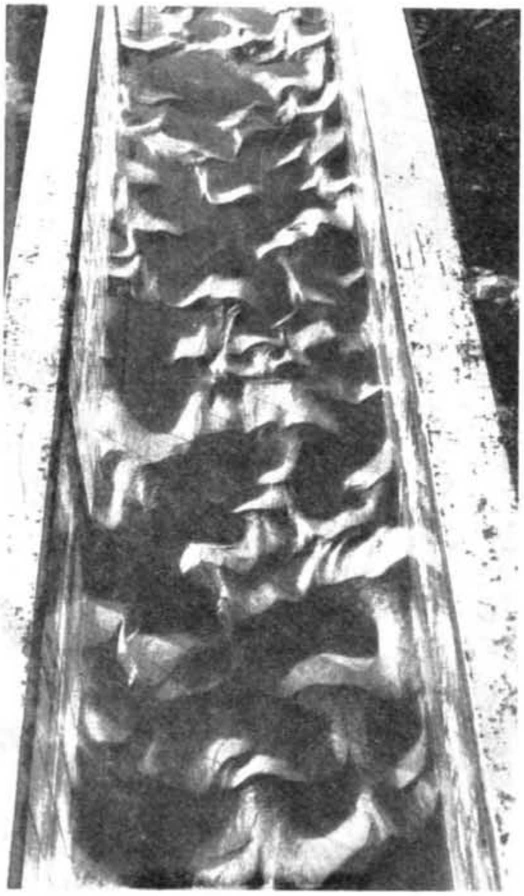


(緒) 写2.　河川合流点の模型実験において見られた鱗状砂漣の例

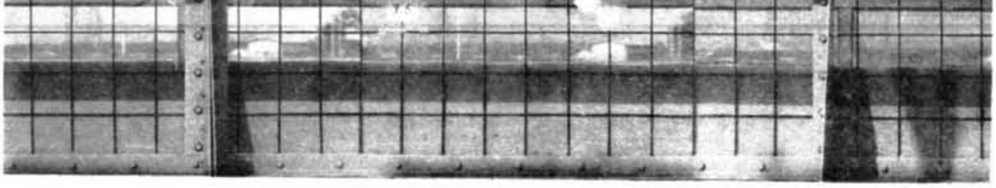
(3)　砂堆（ Dunes ）：　形状およびクレストで水流が剝離することなど，水流の内部機構は先の砂漣とよく似ているが，砂漣よりもその規模が大きく，掃流力も先の (2) より大きい段階で

生ずることから，砂漣の発達したものと見なすことができる。この場合の一例を写真－3に示す。砂漣との差異はそのスケールが大きく，水深のスケールに規定されるものと思われる点で，河床波と逆位相の水面波を伴ない，平均流速に比してずっと小さな速度で下流へ移動する。

(4) 遷移河床（Transition）：砂堆の段階からさらに掃流力を増加させると，やがて河床波は崩壊過程に入り，次第に波高を減少させて，平坦化の方向に向う。この状態を遷移河床と言い，先の砂堆と次の反砂堆との中間的な領域のもので，その限界はそれ程明確でない。とくに河床波が減衰してほとんどその形状が識別できない状態を平坦河床（Flat bed）と言って遷移河床から独立に区分することもある。この状態の一例を写真－4に示す。



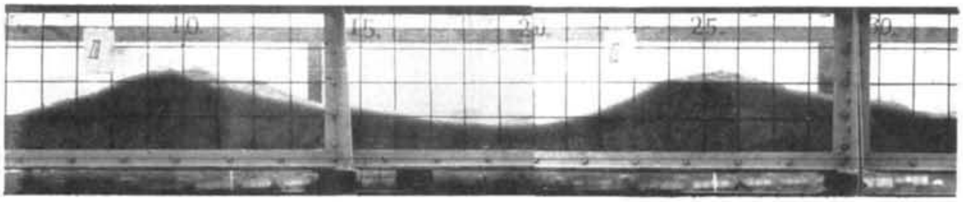
(緒)写3.　砂堆の一例



(緒)写4.　平坦河床の一例

(5) 反砂堆（Antidunes）：　遷移河床の状態よりさらに掃流力を増加させると，再び河床

波が形成されるようになり，この状態を反砂堆と云う。この場合の河床波は水面波と強い相互干渉作用をなし，このことから開水路にのみ見られる現象である。先の砂堆と異なり，水面波と河床波は同位相をなすことが特長であり，水流と砂粒子との特性に応じて，上流へ移動，下流へ移動および停止の三通りの場合がある。この反砂堆の一例を写真－5に示すが，写真に見るように，その形状は丸みをもった左右対称形で，水流の剝離のない点が先の砂漣や砂堆と著



(縮) 写 5.　　反 砂 堆 の 一 例

るしく異なっている。この反砂堆が掃流力の増加に伴なって発達を続けると，やがて水面波も河床波も一担砕波状の跳水と射流の繰り返しの状態が現われるようになり，この状態をchute and poolとして反砂堆から独立したものとして区分する場合もある。

以上の (1) ～ (5) の形態を Simons ら[5] はさらに次のように二つに区分している。すなわち，平滑河床から遷移河床の一部に至る領域はフルード数がほゞ1より小さい，常流状態において生起する現象で，これを Lower flow regime と呼ぶ。また遷移河床の中，平坦河床から反砂堆に至る領域はフルード数がほゞ1より大きい，射流状態において生起する現象で，これを Upper flow regime と名付けている。またこの (1) ～ (5) の形態をまとめて，次の砂州などと区分して，小規模河床形態と呼ぶこともある。[6]

(6) 砂州（Bars）： これはこれまでの (1) ～ (5) よりも更に規模の大きい河床形態で，流路巾に強く影響されるものと思われ，波長は流路巾と同程度かそれよりも大であり，波高は水深程度である。これは流路の岸に交互に形成され，したがって流心がその縁に沿って蛇曲することになり，河川の蛇行や流路変遷の現象と密接な関係がある。したがって流れの機構に対する三次元的考察がとくに必要となるなど，これまでのものとかなり性格が異なっている。これを先のものとの比較から中規模河床形態と云うこともある。

以上のように種々の形態のものが存在するが，これらの形態の変化を総称して，河床形態（Bed configuration)と云い,形成された河床の起伏を総称して河床波(Sand waves)と云うことにする。このように河床形態は流水の条件に応じて種々の形態に変化して学問的興味をそそる上，抵抗要素として極めて重要な役割を演ずることから，抵抗則の解明という工学的要請からもその研究の重要性が指摘されている。このため従来から多くの研究者によって研究がなされてきた。しかしこれに関連する問題は多く，従来は次の四つの問題に分けて研究が行なわれてきた。

(a) 河床波の発生限界と形成機構

(b) 各種の形態の領域区分とそれに関与する水理量との関係

(c) 河床波の形状特性と伝播機構

(d) 抵抗要素としての作用と抵抗則

これらの問題は互いに独立のものでなく，互いに密接に関連し合っている。したがって理想的には，前述のイ)～ホ）のような自然界における各種の現象も含めて，これらの問題が総合的，統一的に解明されることが望ましい。しかし現象が複雑で，関与するパラメーターが多く，これらの問題の根本的解決にはまだかなりの時間を必要とするであろう。そこで本研究では，移動床開水路の抵抗則の解明という，工学的要請に最も直接的に関与していると思われる (c) と (d) の問題に重点を置いて考察をすすめることにする。

3．本研究の目的とその内容

前述のように移動床開水路における河床形態と抵抗則の問題に関して，従来からの多くの研究の積み重ねにより，種々の事実が明らかにされてきた。しかしこれまでなされてきた研究は，その多くが離散的で，系統的な把握と云う意味で欠ける面があり，河床形態と抵抗との間の密接な関連性が指摘されながらも，これを結びつける方向での研究が少なかったように思われる。

こうした現状を打開し，実用的な要請に応えるためには，河床形状に関するより詳細な実験を行なうとともに，河床波上の流れの内部機構に対する検討と，その抵抗要素としての作用について十分な考察を行なう必要があろう。以上のような観点から，本研究は河床波の形状特性と，河床波上の流れの機構について詳細な実験的研究を行なうとともに，河床波の形状特性と抵抗係数を算定することを目的とした理論的考察を展開し，従来の多くの実測値と比較検討することにより，この方面の研究を一歩前進させようとするものである。以下に各章の内容を述べると次のようである。

第1章においては，河床形態の形状特性とその挙動について，より詳細な情報を得ることを目的とした実験を行なう場合に必要となる，計測装置について検討する。すなわち，動的な状態での河

床の変化を，時間的，空間的に連続測定し，記録することを目的とした新しい計測器を開発した。その一つは超音波の利用による計測装置であり，その計測原理，測定精度および製作，使用上の注意事項について詳細に検討する。さらに，実河川での測定器としての使用も考えて，今一つの触針式による測定器を試作し，この場合の測定精度および使用上の問題につき，実験的に検討する。またこれらの河床測定器は河床波の伝播特性により，掃流砂量測定器としての利用も可能と思われるので，その可能性について実験的に検討する。

第２章においては，まず河床波の形成機構と領域区分に関して従来の研究を概観し，その問題点について考察を加える。さらに，河床形態についてより詳細な情報を得ることおよび，以後の解析の基礎資料を得ることを目的として行なった実験について述べる。すなわち，Lower flow regime から Upper flow regime に至る全ての領域について，河床波の形状特性と伝播特性に重点をおいた実験を行なう。得られた実験資料によって，河床形状の平均特性とその不規則性について，スペクトル解析法により考察を加える。さらに河床波の波高および波長の統計的分布特性についても検討し，河床波と抵抗との関連性に考察を加えるつもりである。

第３章においては，河床波の形状特性を求めることを目的として，若干の理論的考察を行なう。すなわち，波高と伝播速度に関して，平衡な河床波上の流れを考えることにより，u_* を場所と時間の関数として表示する。さらに流砂量式と流砂の連続式とを用いることにより，波高と伝播速度を平均水理量から予測する理論式を導く。また波長に関しては，砂漣，砂堆，反砂堆および砂州の四つの領域に区分し，前三者については次元解析の手法により，後者については横断方向の水面振動を考えることにより，波長を予測する方法について考察を加えるつもりである。

第４章では，河床波上の流れの内部機構について詳細な実験を行なうことにより，このような流れのモデル化について検討する。すなわち，これらの流れを河床形状により，河床波の存在しない平坦な場合，クレストにて水流が剝離するような河床波の存在する場合，および水流の剝離を伴なわない河床波の存在する場合の三種に区分することにより，それぞれの流れのモデル化について，従来の実験結果との比較の上で考察するつもりである。また実験技術上，移動床の状態での実験が困難なため，固定床に置き換えて実験を行なう場合が多い。このような置換の可否および流砂による κ の変化についても若干の考察を行なうつもりである。

第５章においては，前章で得られたモデルを用いて，河床波の抵抗要素としての働きについて，抵抗分離法の立場から考察を加え，抵抗係数算定法についての理論的考察を行なう。この結果と第３章での河床形状の予測理論との組み合わせにより，二・三の実例について移動床開水路の抵抗則の予測の可能性とその適用性について考察し，実測値との比較から，その精度と今後の問題点について検討するつもりである。

以上各章において得られた成果をとりまとめるとともに今後に残された問題について若干の考察を加えて結論とする。

参 考 文 献

1) Gilbert.G.K.,, The transportation of debris by running water, U.S.G.S. Professional Paper, 86, 1914.

2) 安芸皎一, 河相論, 常磐書房, 昭19.

3) Allen.J.R.L., Current Ripples－their relation to patterns of water and sediment motion－, North-Holland Publishing CO.,. Amsterdam, 1968.

4) 移動床の粗度と河床形状研究小委員会, 移動床流れの河床形状, 第16回土木学会水理講演会講演集, 1972.

5) Simons.D.B. and Richardson.E.V., Resistance to flow in alluvial channels, Proc.A.S.C.E., Vol. 86, HY 5, 1960.

6) 前出の文献4)

第 1 章　河床形状の計測法に関する研究

第 1 節　概　説

移動床水路の大きな特徴は，流水に対応して河床面に各種の形態の河床波が形成され，これが流れに対する抵抗や流砂量に大きな影響を与えることである。したがって移動床水路での水理学的諸問題を取り扱う場合には，河床波によって特徴づけられる河床形状の水理学的特性とその挙動を知ることが重要である。しかもこの河床波は時間的，空間的に規則性と不規則性を有し，かつ流水に対応した伝播特性を持っている。したがってその実体を把握するには，河床が変動しつつある流水中において，すなわち動的な状態での河床形状の時間的，空間的な連続測定記録を得ることが最も望ましい。とくにいま著者が取り上げた移動床開水路の河床形態と抵抗則に関する問題では，河床形状の動的な特性を含めた形状の詳細を把握することが研究の第一歩として必要不可欠であり，それを可能にするための河床形状の計測法に関する考察が重要となる。

そこで第 2 節において従来の計測法に関して検討した結果について述べる。しかしこれら従来の方法はいづれも問題点が多く，上述の目的に十分沿うものでないことが明らかにされたので，著者は本研究を進めていく上で，新しい河床形状計測法の開発を迫られた。そこで種々の検討を加えた結果，まず第一に超音波を利用して河床形状を動的な状態において精度良く測定する方法を，沖電気KKの協力を得て開発した。第 3 節では，この超音波を用いた計測法について，測定原理，測定器の基本構成について説明するとともに，測定精度および使用上の問題点について詳細に検討した結果について述べる。

ついで，現地河川への適用性および計器の低兼性等も考慮して，河床形状を計測するいま一つの方法として，著者は触針法による計測法を考案した。

第 4 節においては，この測定器の測定原理，測定器の基本構成等について述べることとともに，測定精度や使用上および設計上の問題点について詳細に検討した結果について述べる。

以上のような河床形状の動的変化の測定は，単に河床変動の測定としての意味だけでなく，河床波の伝播特性の把握から掃流砂量を測定することも可能となる。

第 5 節では前述の触針式測定器を使用して行なった若干の実験より，河床測定の掃流砂量計測の可能性について述べる。

第 2 節　従来の計測法とその問題点

1.　実河川での河床測定

実河川では，いま著者が問題としているような，河床波に特徴づけられる小規模な河床の変化だけでなく，ダム上流部の土砂堆積，ダム下流部の河床低下等長区間，長時間に及ぶ大規模な河床変動も存在する。また被災後の河川を調べてみると，想像を絶するような高い所まで河床が上昇した痕跡が残されている場合があり，災害時に如何なる現象がそこで発生していたか理解し難い場合もしばしば出合う。また洪水時の河床変動の測定も殆んど行なわれていないため，水位と流速測定による，いわゆる流量観測において，どれ程の精度で流量が測定されているか疑問である。このように現地河川での河床測定の問題は，河床形態の研究のためだけでなく，多くの問題を検討するためにも，極めて重要であるにもかかわらず，現在のところ以下に述べるように，適当な方法が開発されていないため，殆んど満足すべき測定は行なわれていない。

実際河川での河床の変化を推定する最もプリミティブな方法は，洪水の前後または年1回程度行なう縦横断測量の結果を比較する方法，または各年の水位記録，とくに低水位記録の比較により河床の変化を推定するものであろう。しかしこれらの方法では，長期間にわたる変化の中での経年的な変化などはある程度知ることは可能であろうが，一洪水期間の変化など，いわゆる河床変動の動的特性を知ることはできない。

そこで，重錘を釣り下げたロープによる実測が試みられているが，水流によってロープが流されることと，河床への接触が人間の感覚にたよっていることなどの理由により，極めて注意深くこれを実施しても，せいぜい10～20 cm 程度の誤差で測定できれば上出来といった状態で，精度上十分でない。したがって，他の分野で開発された技術を応用して測定を行なおうとする試みが2，3行なわれているが，これも以下のような問題点を有し，十分とは云い難い。

すなわち，γ線などの放射線の反射を利用する方法[1)]やX線を利用する方法[2)]などが試みられている。これらはいずれもあらかじめ河床に打込んだパイプ内を測定器を上下さすことによって計測する方法を採っているため，流水によってパイプ周辺に生ずるロート状の局所洗堀によって，河床面の境界が不明瞭となって，さきの重錘による測定よりもかえって精度が低下している。

また，第二次大戦中に急激な進歩をとげた超音波技術を利用して海底や湖底の起伏を測定する方法が開発され，ソナーとして今や広く使用されるようになっており，これに関する研究も多い。[3)] しかし，現在市販されている製品では測定誤差（絶対誤差）がまだかなり大きく，そのため海や湖など水深の大きい場所での測定器としては適しているが，河川のような浅い流れの場合には，そのままでは使用できない。

この外に貯水池における埋没過程を測定することを目的とした，フォトトランジスターを利用す

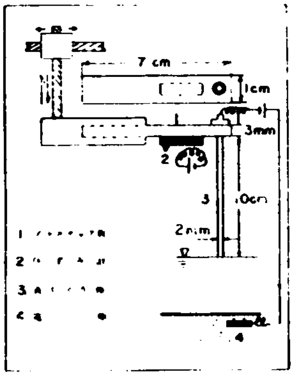
る方法[4]なども試みられているが，これもあらかじめ河床に埋込むという方法をとっているためその使用および精度に制限があり，問題が多い。

以上，実際河川での河床測定は種々の試みがなされているが，とくにダイナミック計測という意味ではそれぞれまだ問題が多く，殆んど信頼できる測定結果は得られていないといっても良い状態である。

2. 実験室における河床測定

実験水路での河床測定法としては，直接測深法であるポイトゲージによる方法が広く用いられている。しかしこの方法も，水が濁っていると，河床への接触感度が極度に低下し，精度が著るしく減少する。また，精度の向上を目指すと，一回の測定にかなりの時間を要し，時間的変化の速い現象の測定には十分な資料を得ることができず，使用できない。しかし，河床の場所的変化の測定は次のようにして行なうことができ現在でもしばしば用いられている。すなわち，河床を乱さないように，堰上げ等を行なった後に通水を停止し，この水を河床砂が移動しない程度の流速で徐々に排水した後の河床を測定する。このようにポイントゲージによる方法は，手軽でしかもある程度の精度が得られるためしばしば用いられるが，多くの問題があり，その使用範囲はかなり限定されたものとなる。

したがって直接測深法（触針法）としては，河床の接触を人間の目や感に頼ることなく，感知する方法が2，3試みられている。その一つは図1・2・1に示すように，ストレインゲージにより河床への接触を感知しょうとするものである[5]。しかし図に見るように片持梁の先端に取り付けた測深棒による河床の接触反力をストレインゲージで感知しょうとするもので，その精度，したがって感度を上げるためには，片持梁を極めて可撓性の高いものとする必要がある。しかしあまりにもこの点に意を用いると，水深の大きい場合や，高流速の場合など，測深棒に作用する流体力による振動と見分けることが困難となり 精度上にかなり疑問が残る。



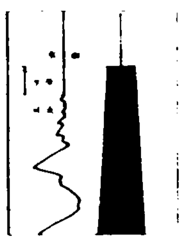


図 1・2・1 歪計による河床の計測と記録例（土木計測便覧による）

そこで直接河床へ接触することなくこれを測定

しょうとする方法が考えられ，その代表的なものが写真による計測である。実験水路では，ガラス等の透視性の側面からの写真撮影によって水面および河床の縦断形状を同時に記録することができる。この際レンズ収差等による写真の歪を修正することが必要であるが，あらかじめガラス面等に目盛を刻んでおき，これとの比較において，スライド等の拡大写真により測定すればかなり精度の高い結果を得ることができる。しかし最大の欠点は側面近傍の現象しか撮影されない点で，二次元的に取り扱える現象については良いが，鱗状の砂漣など三次元的な現象には不向きである。また二次元的な河床波でも，その形状には側壁が影響する場合もあることが指摘されており，[6),7)] 河床形態の問題に対する計測法としての側面写真はその利用に制限がある。そこで写真測量法の応用として二層媒質写真測量法についての詳細な検討が行なわれ，[8)] 高精度の測定が可能となった。これだと一対の平面写真を用いるため，前述の側壁からの距離に関係なく，任意の位置での物体について測定を行うことができる。しかし何といっても写真であるため，可視である必要があり，水が濁っているときは適用できない。また撮影した写真の処理（図化）にかなりの時間と労力および多額の費用を要し，この点がまたかなりの難点として残る。

以上現地河川および実験室における河床計測法について，従来用いられてきた方法について述べてきたが，いずれもかなり問題点を有し，著者がいま対象としている河床形態の問題についての実験を行うのに十分でない。そこで，実験を行うに先立って，著者が検討した河床形状を計測する方法について以下節を改めて論ずることにする。

第 3 節　超音波による計測法

前節において述べたように，移動床開水路における河床変動を計測する方法として，従来より種々の試みがなされているが，いずれも多くの問題点を有し，とくに河床波の水理学的特性とその挙動というダイナミックな現象の計測法としては，極めて不十分である。そこで本節では著者が沖電気KKの協力を得て開発した[9)]，超音波を利用した計測器について述べることにする。

1. 測定原理と計測器の基本構成

超音波とは，人間の可聴範囲外の周波数を有する音と定義される。しかし最近では超音波を利用した各種の応用技術の分野が広まるに従って，上の定義は明確さを欠き，可聴音でも十分に使用されるようになった。したがって最近では可聴であるかどうかの区別は意味を失い，超音波とは，人間が聴くこと以外の目的に利用される音と定義する方がより現実的となっている。

このように，最近での超音波の利用技術の進歩は目覚しく，その一つとしての測深器は海や湖水

の測深だけでなく，魚群探知機としても今や広く用いられている。その原理はここに改めて述べるまでもなく，音波の発信と，対象物からの反射音の受信とに要した時間を測定することにより，その間の距離を測定しようとするもので，距離dは，音の伝播時間をT，音の伝播速度をCとすると次式で表わされる。

$$d = \frac{1}{2} CT \qquad (1\cdot3\cdot1)$$

測定の方式としては，（1·3·1）式におけるTを直接計測するものと，Sing around 法といって，反射波のキャッチを次の発振の引金として，発信器と対象物との間に音波のサイクルを形成させ，この周波数を計測する方法との2つがある。音の伝播速度Cは媒質の温度，密度等に大きく影響され，これが測定精度に直接的に関与する。そこで同媒質中で既知の一定距離 d_0 の間の伝播時間 T_0，またはそれによる周波数 f_0，と比較することにより，伝播速度の変化による影響を除くことにすると，先の2つの方式はそれぞれ次のように表現される。

$$d = (T/T_0)\, d_0 \qquad (1\cdot3\cdot2)$$

$$d = (f_0/f)\, d_0 \qquad (1\cdot3\cdot3)$$

従来の測深機（ソナー）は上式によらず次のような方法を採っている。すなわち，記録紙に発信と受信の両方を記録させその間の記録紙上の読み取り間隔を ℓ，記録器の紙送り速度をVとすると，

$$\ell = VT \qquad (1\cdot3\cdot4)$$

だから，（1·3·1）と（1·3·4）式より

$$d = \frac{C}{2V}\, l \qquad (1\cdot3\cdot5)$$

となる。（1·3·5）式におけるC／2Vは，長さ1m程度の金属棒を既知の水深に吊り下げ，それからの反響記録を描かすというbar checkと称する較正法を，測定の前後に行うことにより，定数化して取り扱うことによって測定を行なっていた。[10)]

しかしこのような方式では，精度に記録計の性能が関与するなどの問題があり，いま著者が対象としょうとしている河床形態に関する実験での測定のような短距離の測深には誤差が大き過ぎる。そこで著者は，あくまでも（1·3·2）又は（1·3·3）式によって測定することを考えた。この際T又はfをどのようにして計測するかが問題である。これは安定な水晶発振器又は音叉発振器の周波数を時間の標準とし，これとの比較の上で計数することとした。また記録の方式は従来のもののようにアナログ方式とすると，図1·3·1に示すような記録器のビルドアップ特性による誤差が介入する恐れがあるため，上の計数によるディジタル計測を基本とし，必要ある場合はこれをD－A変換することにより，アナログ記録を得ることにした。ここにビルドアップ特性とは，記録ペンの電流は瞬間的に立ち上らず，連続的に増加するため，図1·3·1に見られるような線を画く。このペンの動き方がいつも一定であれば，測定誤差としてはそれ程問題ではないが，反射音圧の大小，増巾度

の大小，使用音波の周波数等によって変化することが，音響学上知られており，[11] 考慮しなければならない。

試作した測定器は次のような各部から成っている。すなわち，(1)標準発振部，(2)情報入力部，(3)制禦，計数部，(4)記録部の4つであって，それら

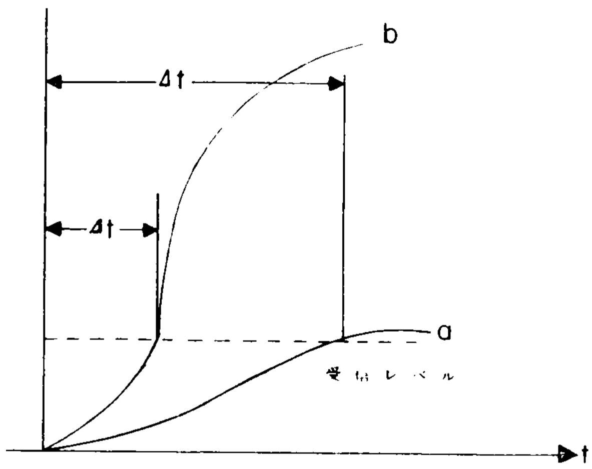


図1・3・1 ビルドアップ時間と測定誤差

はまた次のようにさらに細部に分れている。(1)は温度補償等を行うための標準部で「発振器」，「送受波器」，「増巾器」，「波形整形器」，「トリガーパルサー」，の5部より成り，これが空中と水中の二組となっている。(2)は実験水路に設置して，実際に計測を行なうもので，その構成は(1)と同様であり，水位測定のための空中送受波用のものと，河床測定のための水中送受波用の2組から成る。(3)は測定開始信号としての，「時計」および「ゲート制禦回路」，「ゲート」，「計数器」ならびに計数の基準となる「基本発振器と1000分割回路」の5部より成る。(4)は「プリンター制禦回路」，「プリンター」又は「D－A変換器」，「ペンオッシログラフ」より成る。これらの構成をブロックダイヤグラムとして図1・3・2に示す。またその外観を写真1・3・1に示す。各部の動作の順序は次のようである。すなわち，自走ブロッキング発振器からのパルス衝撃波が送波器に加えられ，超音波を発生する。これが水面または河床面で反射して受波器に受波され，増巾器，波形整形器を通って，再びブロッキング発振器のトリガーパルスとなる。本計器は前述の2つの測定方式のうち，Sing around 法を採用することとしたため，上述の手順により，送受波器と水面または河床面までの距離に比例した周期をもつ閉回路が形成される。この周波数と伝播速度の変化を補償するための標準発振部での周波数とを比較することにより，距離を測定するものである。

時計または手動指令による測定開始信号を受けることにより，各送受波器からの情報信号を1つづつゲートに入れ，また同時に標準発振部からの標準周波数をゲートに入れる。この両者を計数器で比較の上，標準周波数と照合することにより計数を行ない，ネオン管にてデイジタル表示する。この計数部の出力を制禦回路を通して印字部に入れ，電動タイプライターにてmm単位で自動的に印字する。また別に計数部の出力をD－A変換器を通すことにより，ペン書オッシログラフに入れ，アナログ記録を得ることもできる。

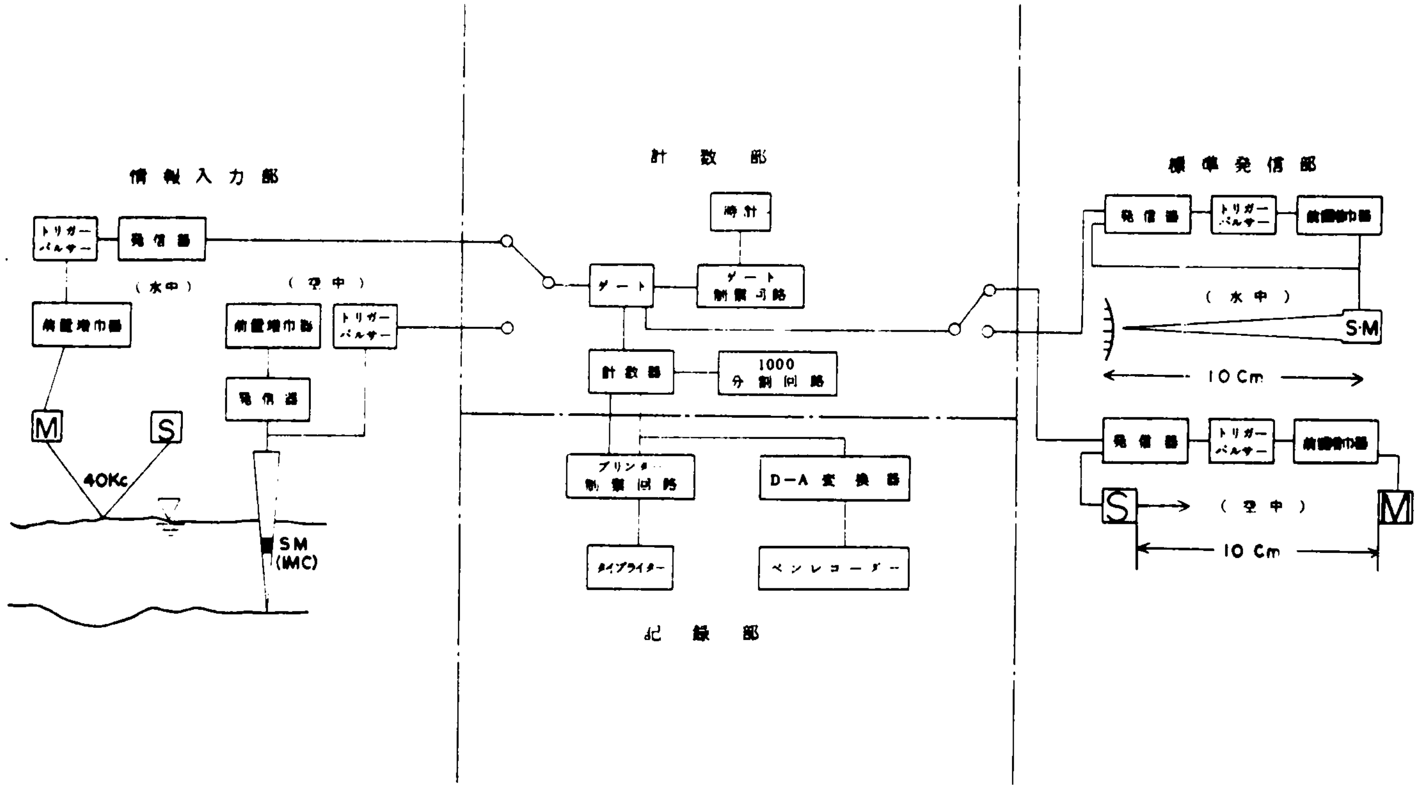
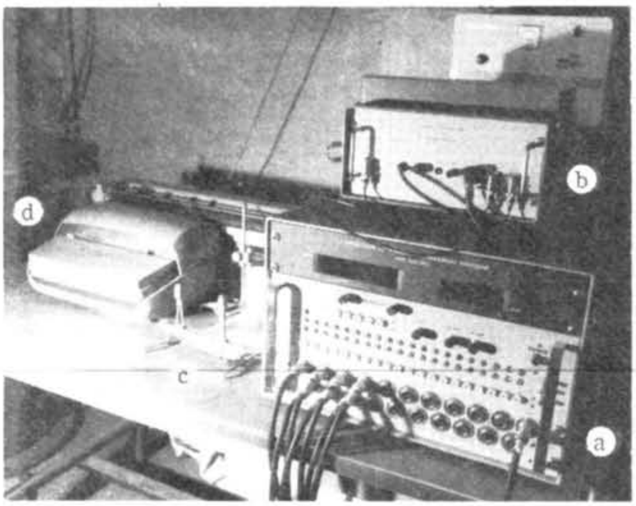


図1・3・2 超音波式測定器の構成（ブロックダイヤグラム）

(a) カウンター　(b) 発信器　(c) 標準発信部
(d) プリンター　(e) 送受波器



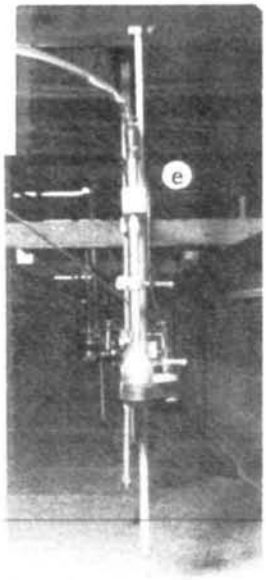


写真1・3・1　超音波式河床測定器の外観

試作した本計測器は，とくに実験水路において使用することを目的としたもので，比較的短い距離（河床：3～30cm，水位：10～50cm）をかなりの高精度（絶対誤差±1mm）で測定できるよう配慮してある。Sing－around法による繰り返し周波数を測定するようにしているのもこのためであり，また送波器の共振周波数を繰り返し周波数より1桁以上大きくするため，河床測定用のものは約1MC，水位測定用のものは約 80KCの波を用いている。以上本計測器の規格と性能をまとめて表1・3・1に示す。

表 1・3・1　試作した超音波式測定器の規格と性能

名称	河床	水位
測定距離範囲	3～30cm	10～50cm
精度（最小検出変位）	±1mm	±1mm
誤動作ならびに誤差	5％以下	5％以下
使用温度範囲	－10℃～＋50℃	－10℃～＋50℃
使用音波周波数	約1MC	約80KC
送振波形	パルス	パルス変調波
標準器間隔	10cm	10cm
流速	3m／S以下	
電源電圧	50C/S ～ 60C/S　95～105V	
所要電力	13～16VA（情報入力部1台）	

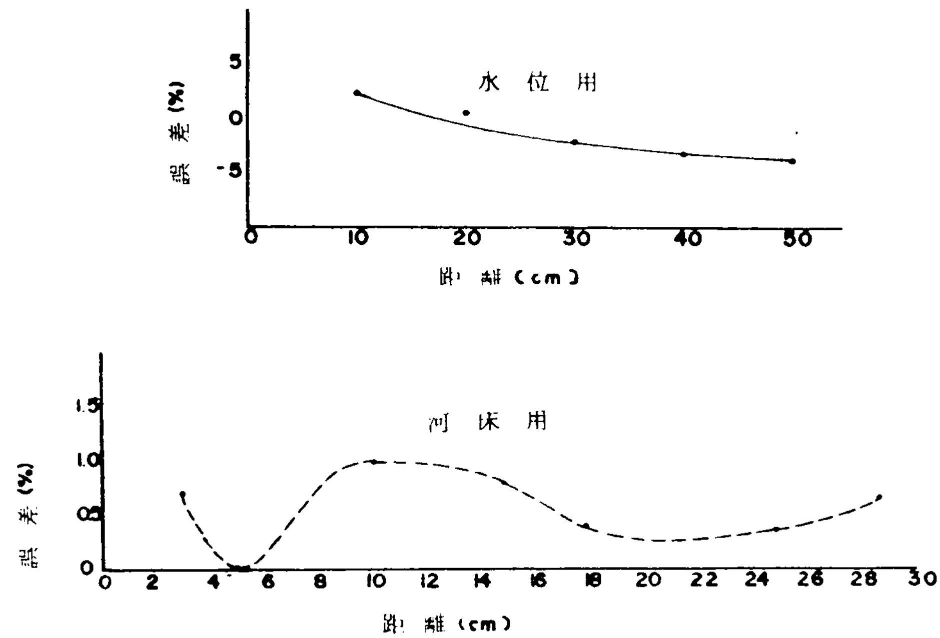


図 1・3・3 計測誤差の頻度

図1・3・3に静水で河床が平滑な状態においての測定精度を検討した実験結果を示す。測定距離を変化させ，それぞれにおける測定値をブラウン管オッシログラフによる掃引時間（μS）として読んだときの，誤測定の現われる割合を示している。図1・3・4には河床面に人工的に三角形形状の砂堆を作り，これを本計測器と，ポイントゲージの両方で測定した結果を示す。この２つの図からも，本計測器は表1・3・1に示すように，絶対誤差±１㎜，誤動作５％以下で測定できることが分る。図1・3・5は本計測器によって一定点での水面と河床の時間的変化を測定した結果の一例を示したもので，水面波および河床波の伝播の様相が図に見られるように，極めて見事に把えられており，河床形態の問題に関する実験に十分使用できるものであることが分る。

しかしこの計測器もその測定を行なうに当って次のような諸問題を有しており，それらを明らかにすることは測定結果の信頼性の向上および測定器の設計上重要である。以下それらについて論ずることにする。

2. 超音波式測定器の適用性に関する検討

i） 送受波器：送受波器は音響測深器の生命であって，これによって計測器の性能と測定精度が決定されるといって過言でない。

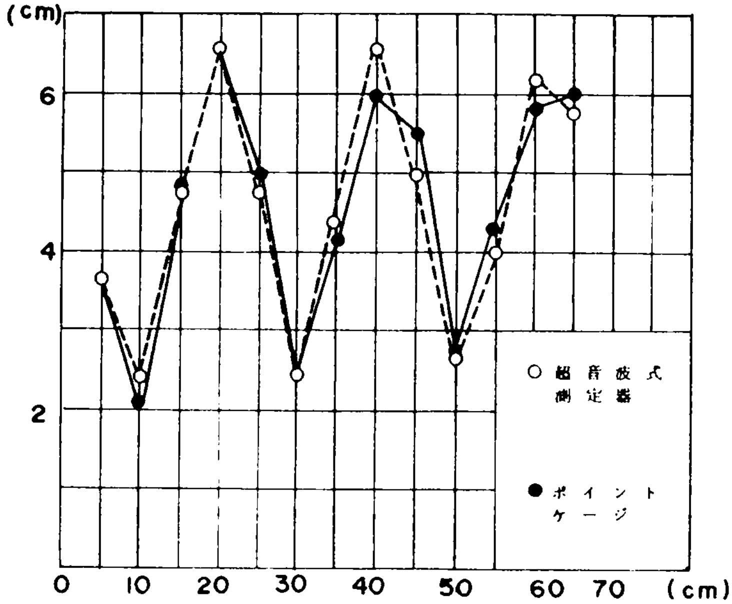


図1・3・4 超音波式測定器とポイントゲージによる測定値の比較

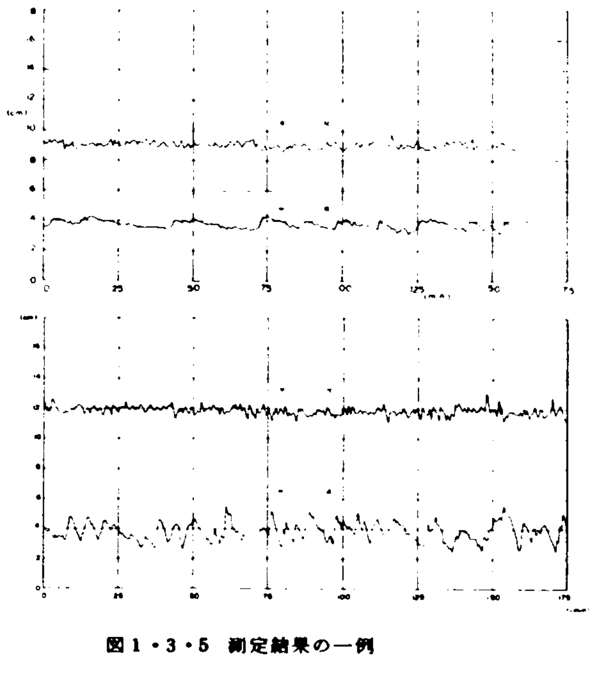


図1・3・5 測定結果の一例

水位検出用のものは送波器１ケと受波器２ケとに分離し，河床検出用のものは流体抵抗を小さくするために，送受波を１ケで兼用させることにした。その構造の概要は図1・3・6に示すように，シリコン素子の両端にアルミの振動板を張り付けたもので，送波器には内部にキルクゴムを入れ，受波器は内部を中空とした。なお，河床検出用のものは残響を小さくするために，取付用パイプとの間にキルクゴムを入れて振動子を浮かせることにした。

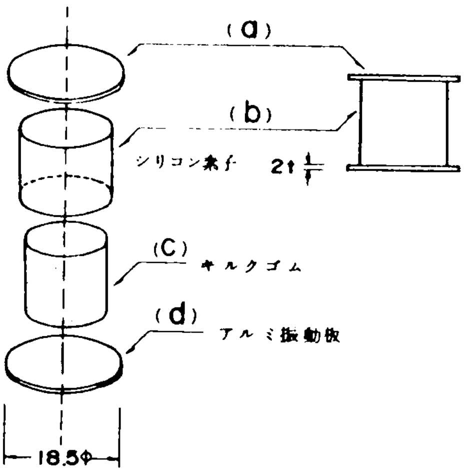


図1・3・6　送受波器の構造

測定精度上最も問題となるのは反射音圧との関連で，トリガーの位置の決定，すなわち感度の取り方である。発振された音は後述のように多くの損失を受けて，かなり小さなものとなって受波される。これを感知するためにはできるだけトリガーレベルを下げておくことが望ましい。しかし図1・3・7(b)に示すように，発振音の残響が接着剤の

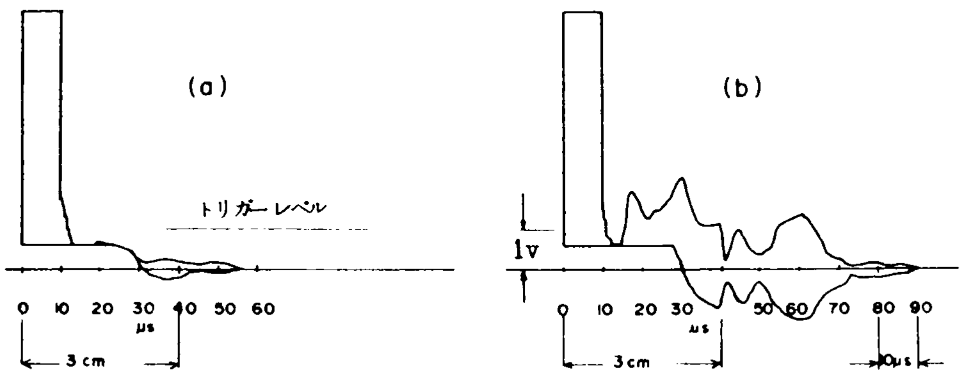


図1・3・7　残響とトリガーレベル

固化による影響で年を経るにつれて，製作時のもの(a)より大きくなり，この残響波以上の所にトリガーをセットしておかなくては全く測定器としての意味がなくなる。しかしトリガーレベルをあまり高くすると，感度が極めて悪くなるため，いま図に見るように1Vにセットすることにした。そこで残響の増大により，測定範囲の最下限（3㎝）が年々大きくなることになり，これが最大の難点の一つである。

ii） 発振波の損失と指向性利得

送波器を発した音が反射面で反射し，再び受波されるまでには次のような種々の損失を受ける。その主なものは，拡散損失，媒質によるエネルギー吸収損失，反射面での反射と透過による損失等である。

無方向性の音は球面波として伝播すると見なすことができる。したがって，波面の面積は音源からの距離の2乗に比例して大きくなり，また音の単位面積当りの強さは距離の2乗に逆比例して小さくなる。このことをdb表現の式で表すと次のようである。

$$-N_p = 20\log\left(\frac{I_x}{I_1}\right) = 20\log\left(\frac{x_1}{x}\right) - \alpha x \qquad (1\cdot3\cdot6)$$

ここにN_p：伝播損失，I_x：音源からxの距離での音の強さ，I_1：指標点（音源からx_1の点）での音の強さ，α：吸収係数である。実験水路とか実河川など，媒質が水でせいぜい数米程度の測定の場合は，吸収損失は極めて微小で考慮する必要はない。反射については後述することにすると損失を小さくするには拡散損失を小さくすることすなわち音に指向性を持たせ，指向性利得を大きくすることを考えれば良い。

図1・3・8に示すように，半径aの円形送波器の場合，面に垂直な方向に振動板がピストン振動して発音することになる。このような場合，Z方向が指向軸となり，これよりγだけずれた方向に対する指向性関数は，音響学の教える所により[12]，指向軸方向のそれを1として，次式で与えられる。

$$R(\gamma) = \left|\frac{2J_1(Z)}{Z}\right| \qquad (1\cdot3\cdot7)$$

$$Z = ka\sin\gamma = \frac{2\pi a}{\lambda}\sin\gamma$$

$$= \frac{2\pi af}{C}\sin\gamma \qquad (1\cdot3\cdot8)$$

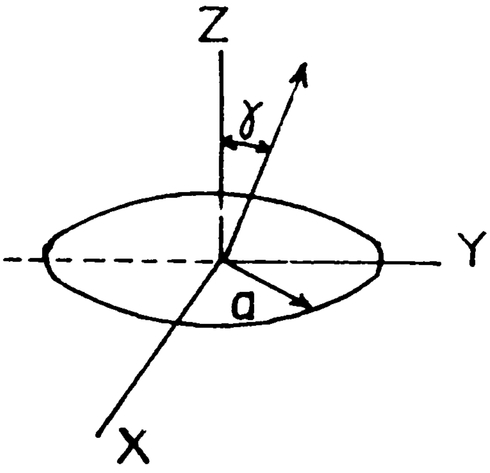


図 1・3・8　指向性の記号説明

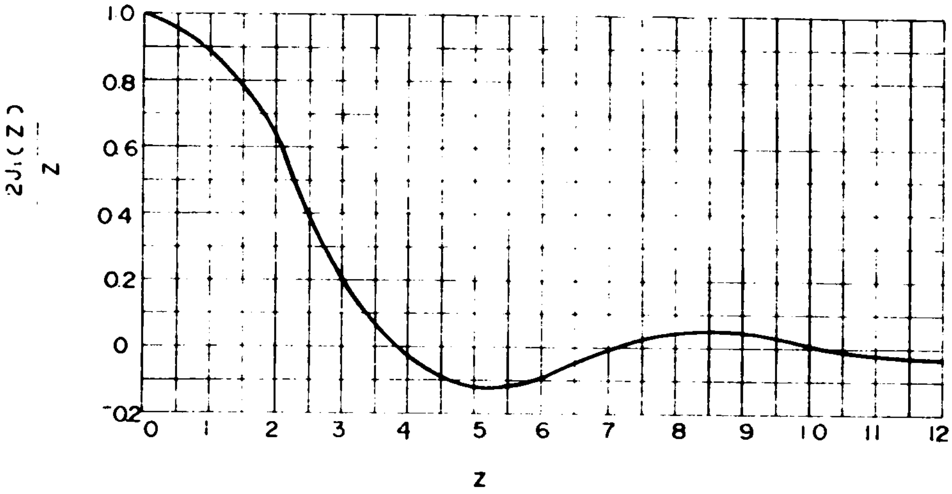


図 1・3・9　$\frac{2J_1(Z)}{Z}$ の計算図表

$J_1(Z)$は第一次ベッセル関数であり，λは音波の波長である。$2J_1(Z)/Z$は図1・3・9に示すように，Zの増大につれて，波打ちながら減衰して行く。指向性の鋭さについては，Zは$\sin\gamma$に比例するが，その係数は（1・3・8）式に見るようにa，fに比例している。したがって周波数が一定の場合は半径が大きい程，また半径が一定の場合には周波数が高い程指向性は鋭いことになる。指向性の鋭さをもっと簡潔に表現するのに，Rが$\frac{1}{2}$に落ちる角$\gamma_{1/2}$および最初に0になる角γ_{01}を用いることもある。図1・3・9に見るように$\gamma_{1/2}$およびγ_{01}でのZの値はそれぞれ2.216および3.83だからこの値を用いて，

$$\gamma_{1/2} = \sin^{-1}(0.71\lambda/d), \quad \gamma_{01} = \sin^{-1}(1.22\lambda/d) \qquad (1\cdot3\cdot9)$$

となる。本計測器の場合の指向特性を水位用と河床用とに分けて図1・3・10の(a),(b)に示す。

(1・3・7)式によりRは絶対値をとることから，Z指向軸（主軸）のビームだけでなく，第2，第3のビームが現われる。それらのビームの軸をそれぞれ第1副極，第2副極という。

以上述べた指向特性により，指向性利得が生ずる。これは次のように定義される。

$$\text{指向性利得}(G) = \frac{\text{無指向性送波器の音響出力}}{\text{指向性送波器で目的方向に同じ強さを与える音響出力}} \qquad (1\cdot3\cdot10)$$

上の定義と指向性関数とによりGは次のように表わされる[13]。

$$G(\gamma) = \frac{k^2 a^2 R^2(\gamma)}{1 - \dfrac{J_1(2ka)}{k\,a}} \qquad (1\cdot3\cdot11)$$

主軸（$\gamma = 0$）については次のようになる。

$$G(0) = \frac{(ka)^2}{1 - \dfrac{J_1(2ka)}{k\,a}} \qquad (1\cdot3\cdot12)$$

（1・3・9）式と（1・3・12）式をグラフ表示したものが図1・3・11である。

（1・3・12）式での指向性利得は無指向性のものとの比である。したがって指向性のある場合の伝播損失は第1副極以下を省略すると，

$$N' \propto (x \tan \gamma_{01})^{-2} \qquad (1\cdot3\cdot13)$$

となる。ここにxは音源からの距離である。

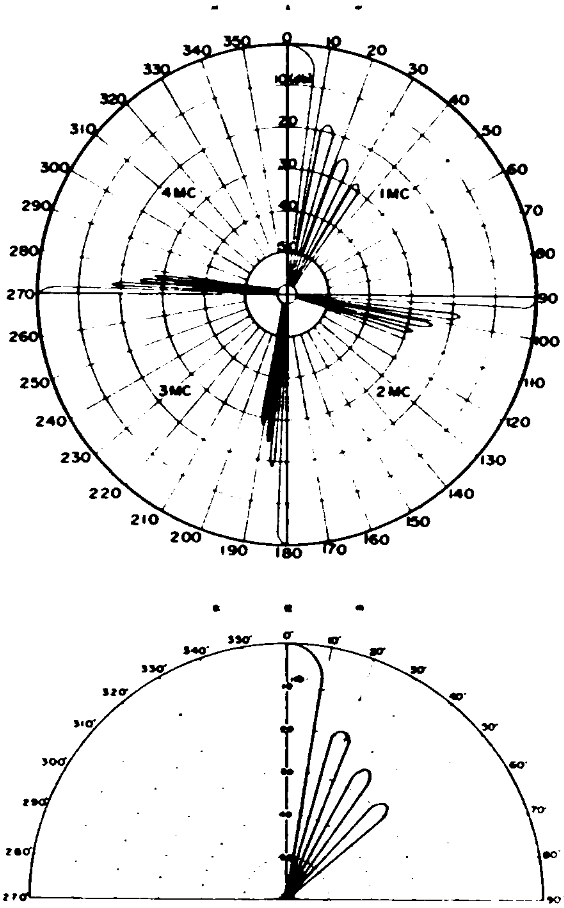


図1・3・10 使用音波の指向特性

iii） 反射面の傾斜と空振り

図1・3・12に示すように，音響インピーダンスが$Z_1 = \rho_1 C_1$なる第1の媒質から$Z_2 = \rho_2 C_2$なる第2の媒質へ入射角θ_ℓで入射する場合を考えることにする。ここにρ_1，ρ_2はそれぞれの媒質の密度，C_1，C_2は音の伝播速度である。いま反射角をΘ_ℓ，屈折角をΘ_tとすると，これらの角の間には光の反射と透過の場合と同様の関係が成り立ち，

$$\Theta_\ell = \Theta_r \qquad (1\cdot3\cdot14)$$

$$\frac{\sin\theta_t}{\sin\theta_\ell} = \frac{C_2}{C_1} \qquad (1\cdot3\cdot15)$$

$C_2 > C_1$の場合は，入射角θ_ℓが臨界角θ_cより大きくなると全反射する。

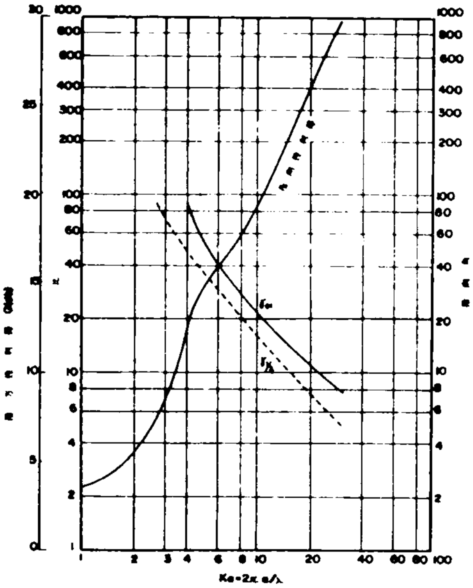


図1・3・11　円型振動子の指向性利得（超音波技術便覧より）

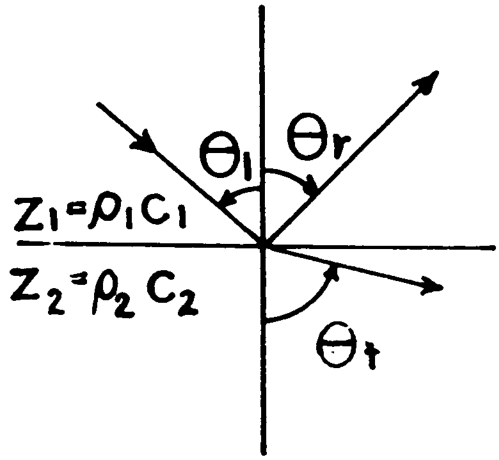


図1・3・12　異線質境界面への斜入射波

その臨界角θ_cは（1・3・15）式で$\theta_t = 90°$とおくことにより求められ

$$\theta_c = \sin^{-1}(C_1 / C_2) \qquad (1\cdot3\cdot16)$$

またこのような場合の音圧反射率R_p，音圧透過率T_p，強さの反射率R_I，強さの透過率T_I，等は結果だけを示すと，次のように求められている[14]。

$$R_p = \frac{Z_2 \cos\theta_\ell - Z_1 \cos\theta_t}{Z_2 \cos\theta_\ell + Z_1 \cos\theta_t} \qquad (1\cdot2\cdot17)$$

$$T_p = \frac{2Z_2 \cos\theta_\ell}{Z_2 \cos\theta_\ell + Z_1 \cos\theta_t} \qquad (1\cdot3\cdot18)$$

$$R_I = (R_p)^2 = \left(\frac{Z_2 \cos\theta_\ell - Z_1 \cos\theta_t}{Z_2 \cos\theta_\ell + Z_1 \cos\theta_t}\right)^2 \qquad (1\cdot3\cdot19)$$

$$T_I = \frac{4Z_1Z_2 \cos^2\theta_\ell}{(Z_2 \cos\theta_\ell + Z_1 \cos\theta_t)^2} \qquad (1\cdot3\cdot20)$$

垂直入射の場合は上式において，$\theta_\ell = \theta_r = \theta_t = 0$とすれば良い。

さて，反射面が水中砂面という場合の音のインピーダンス$Z_2 = \rho_2 C_2$の値は河床の状態等によりかなり変化すると思われるため，予測し難い。そこで（1・3・17）式より理論計算することが

難しいため，試作した送受波器（周波数1MC）を用いて実測を行なった。したがって実測値としては，反射のみによる損失ではなく，伝播損失等も含んだ総合的な値であることに注意する必要がある。いま砂のない路床（鋼板）での反射音圧を基準として0dbとし，これとの比較により音圧の減衰量を表わすことにすると，垂直砂面で－15～－18 db，かなりの流砂のある平滑砂面で－20～－25 db という値が得られた。また砂による斜面（傾斜角 30°）を作って測定してみた所，垂直入射に比してさらに－10～－15db の減衰があった。この斜入射の場合には，木原[15] は高さ 10.5 m，直径 2.4 m という大型円筒水槽に，鉄板を2本のロープにより吊り下げ，その傾斜角を変化させての実験を行なっている。

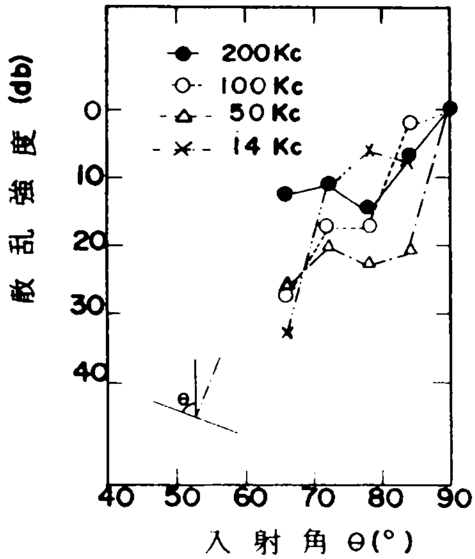


図1・3・13 斜入射による散乱強度（木原による）

その結果は図1 3 13に示すようである。図における入射角 θ とは前述の入射角 θ_{l1} の余角の意味である。反射の理論によると入射波は殆んど反射され，基準面に垂直に設置された受波器には受波されるものはないはずである。しかし反射面は必ずしも平滑でなく，若干の凹凸のあることから，これらの凹凸からの乱反射の一部として受波器に戻る訳である。

この意味では砂面は凹凸が激しく，鉄板の場合より多くの波が戻るものと考えられるが，著者の砂面での実験では使用周波数が1MCと高く，指向性が鋭い。したがってこれらがいま丁度相殺されているものと思われる。

移動床水路では，河床に河床波が形成されるため，反射面に対する斜入射の場合が極めて多い。したがって減衰量が大きくなるため，受波器の感度の取り方によっては，これを感知することができず，測定不能となる。これを空振りということにする。前述のように測定方式として Sing -- around 法を採用してきたが，空振りがあまりに多いと，これが測定誤差となり，大き目に計測することになる。また斜面では指向の主軸による反射波は他の方向へ向い，第1副極による反射波をキャッチする可能性もある。この場合は小さ目に計測することになる。このような誤差を避けるため，当初の Sing -- around 方式をやめ，直接時間測定方式に改めることにした。この場合，空振りが生じたときは再測することになる。したがって空振りの頻度が多いと，測定がそこで止って次に進まないことになる。この空振りを防ぐためには受波感度を大きく，すなわちトリガーレベルを小さくしておけば良い。しかしこれをあまり小さくすると次のような問題を生ずる。

すなわち，掃流力が大きくなると，浮流砂が存在するようになる。超音波による測定に対する浮流砂の影響の問題もまた重要であり，無視できない。以下これについて若干検討することにしよう。これらの浮遊物等による音響の散乱および吸収減衰等を量的に表現する指標として，次のようなものが用いられている。すなわち，Target strength（標的の強さ），Target area（標的面積），Scattering cross section（散乱面積），Reflection loss（反射損失），Reflection power（反射能）などである。

障害物の大きさに比べ十分遠くでは，反射波は障害物を中心とする球面波と見做される。ただしその方向性は全方向に一様であるとは限らないので，反射波の強さを考えるのに特定の方向，例えば受波器のある方向を指定する。このようにすることによりTarget strength T_sは次のように定義される。

$$T_s = \frac{\text{反射波の仮想中心から単位距離の点の反射波強度}}{\text{障害物の位置での入射波強度}} \qquad (1\cdot3\cdot21)$$

db 表現では　　10 log Ts　(db)

またTarget area と Scattering cross section とは同じ意味のもので次のように定義される。

$$T_A = \frac{\text{反射散乱のパワの総量}+\text{障害物の吸収パワー}}{\text{障害物の位置での入射波強度}} \qquad (1\cdot3\cdot22)$$

木原[16]はこのT_s，T_Aを用いては浮泥粒子による反射と散乱を求めた。彼は理論的取り扱いを容易にするため，浮遊粒子の代りに，半径aなる鋼球（体積弾性率が無限大）に置き換え，速度ポテンシアルが Φ_0 である平面波音場に，音圧を受けても動かないものと仮定した。これらの仮定を用いて若干の理論計算の後次の結果を得ている。

$$T_A = \frac{7}{9}(ka)^5\ \pi a^2 \qquad (1\cdot3\cdot23)$$

また音源方向に戻る散乱波については

$$T_s = \frac{25}{36\pi}(ka)^4\ \pi a^2 \qquad (1\cdot3\cdot24)$$

と得られている。ここでkは波長係数といい

$$k = 2\pi f/c \qquad (1\cdot3\cdot25)$$

である。いま $f = 1$MC，$C = 1.5\times10^3$ m/s，

$a = 0.5$mmとすると $ka = 2.09$ となるから

$$10\log Ts = 10\log\left\{\frac{25}{36\pi}\times(2.09)^4\times\pi\times2.5\times10^{-7}\right\} = -58.8\text{db}$$

となる。先に実測した所によると，流砂があって，しかも斜面を形成している場合の総合損失は

−40 db となる。したがってこのような場合にも十分受波できる程度に感度を上げておくと，浮遊砂による散乱波をキャッチする可能性が生じることになり，この点が最大の難点である。

以上試作した超音波による測定器と，その問題点について考察してきた。しかし上述のように考慮すべき多くの問題があり，それらは互に相矛盾する要素もあって，その最適解として，使用周波数，出力，トリガーレベルの設定および送受波器の特性等をどのように決定すべきかについて明確に結論するには至ってない。したがってその使用および設計に当っては，上述の問題点を十分に考慮する必要がある。これらの点を考慮し，その適用を誤まらなければ，試作した計測器は河床形態に関する実験には一応満足すべき精度で使用することができ，今後の研究の進行上有力な武器となり得る。

第 4 節　触針による計測法

前節において述べた，超音波を利用した測定器の開発により，実験水路における水位および河床の変化の測定精度の向上と測定の自動化をはかることができた。しかし，上述のとおり適用上に種々の問題点があり，洪水時の河床変動など，現地河川での測定器としてこれを用いるには今一つ不安が残る。本研究が対象としているような河床形態には，次章で述べるように種々のスケールが影響していると思われるので，実験水路だけでなく，実河川での実測もぜひ行なって，これらの点についての検討を行なう必要がある。そこで，著者は実験室と現地河川との双方で使用することを目的とした触針式測定器[17)]を新たに考案したので，以下これについて述べることにする。

1.　測定原理と計測器の基本構成

この計測器は，測深棒を水中に挿入して，水位および河床高を測定する点では従来のポイントゲージと変るところはない。ただ水の電気伝導度および河床面への接地圧を利用して電気接点を作動さすことにより，測定の自動化と測定精度の向上をはかったことが特徴である。なお試作は実験室用のものと現地用のものとの２種類に分けて行なった。

i ）実験室用測定器

この計測器は，図 1·4·1 に示すように受感部，駆動部，記録部の３つの部分より成る。
図 1·4·2 はダイヤルゲージのケースを利用して作った受感部で，著者の手製によるものである。この図において，A：水位検出用電極，B：受圧板，C：測深棒，D：ストッパー，E：スライドベアリング，F，G：河床検出用電極，H：ガイドレール，I：感度調節用バネ，J：バネ張力調整ネジである。

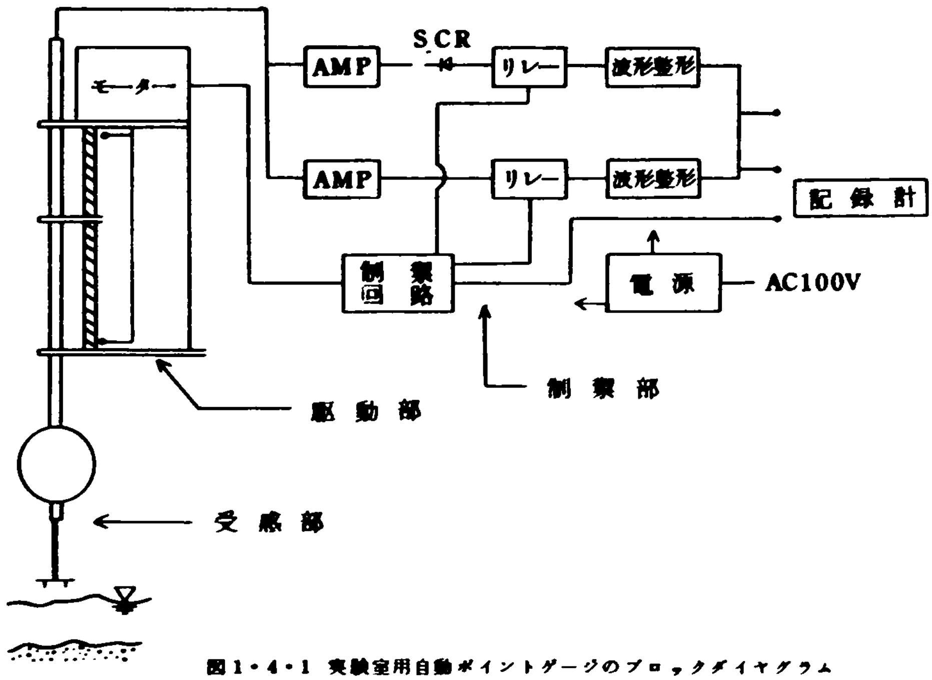


図1・4・1　実験室用自動ポイントゲージのブロックダイヤグラム

駆動部のモーターにより，一定速度で降下してきた受感部は，Aが水面に接触することにより，水の電気伝導度によって電気的閉回路を形成し，これがパルス信号となって記録される。さらに降下を続け，Bが河床に達すると，河床面の接触反力によりCが持ち上げられ，F，Gが接触して今一つのパルスを得る。この両パルス間の時間を測定することにより，水深が計測される。河床接触パルスは駆動部モーターの逆転信号としても用いられ，測定と同時に受感部は引き上げられ，所定のリミットスイッチが作動するまで上昇を続ける。このようにして自動的に測定をくりかえし，ほぼ一定間隔の測定結果を得ることができる。またモーターの正転，逆転の切り換えを別に記録させることにより，相対的変化量としての水深だけでなく，一定の基準面（リミットスイッチ）からの水

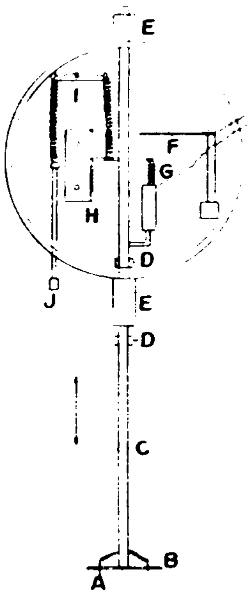


図1・4・2　受感部詳細図

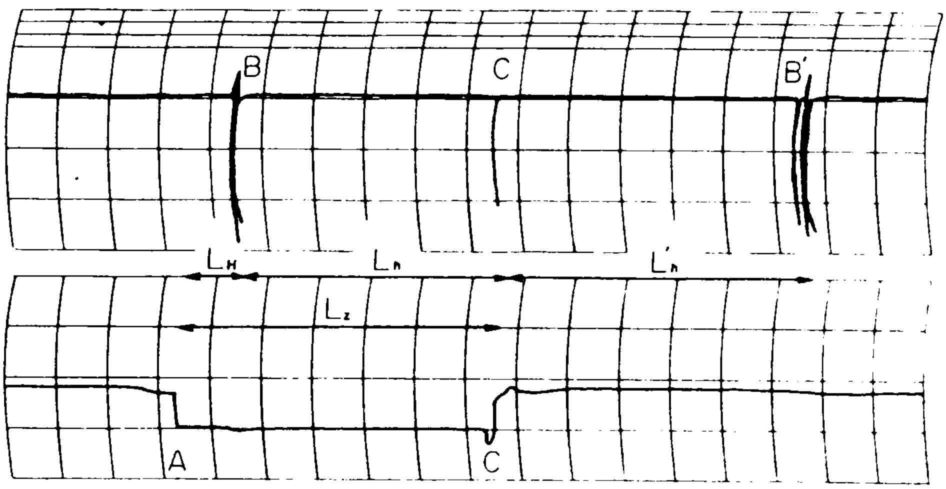


図1・4・3　記録の一例

位，河床高を知ることができる。図1・4・3は記録の一例であって，モーターの切り換えによるパルスA，Cと水位および河床の検出パルスB，C，B′により水位L_H，河床高L_Z，水深L_hおよびL'_h　等を読み取ることができる。水位は電極Aが水面に接するときと，水面から離れるときとの2度にわたってパルスが発生するため，より短い時間々隔で測定することになる。

ii）　現地河川用測定器

現地河川用のものも，原理的には前述の実験室用のものと何ら変るところはない。ただ河床変動が生ずるための流水条件として，中洪水程度のものを設計の対象としているため，これに対処すべく若干の工夫が施こされている。写真1・4・1は瀬田川の支流大戸川に架る稲津橋上でテスト中の状況であり，本計測器の外観を示している。設計条件としての，中規模程度以上の出水時にも，安全に測定を行なうためには，それなりの配慮が必要である。そのために，橋の欄干のコンクリート支柱を利用して，これに全体を緊結する。写真において，欄干止に見える部分は，測深棒を昇降させるためのモーターに連結したチェーンを支えるための支架である。測深棒は外径3cmのパイプを用い，受感部はその先端に外径3cm，長さ5cmに小型化して取り付けてある。この測深棒は外径10cmの保護パイプ内を通し，この保護パイプは別のモーターにより一定方向に回転さすことにより，ゴミや草などの漂流物がからまないように考えられている。写真に見るように，かなり大型の装置なので，受感部の感度は十分に鋭敏でないと，直ちに破損または危険な事態を招く恐れがあるため

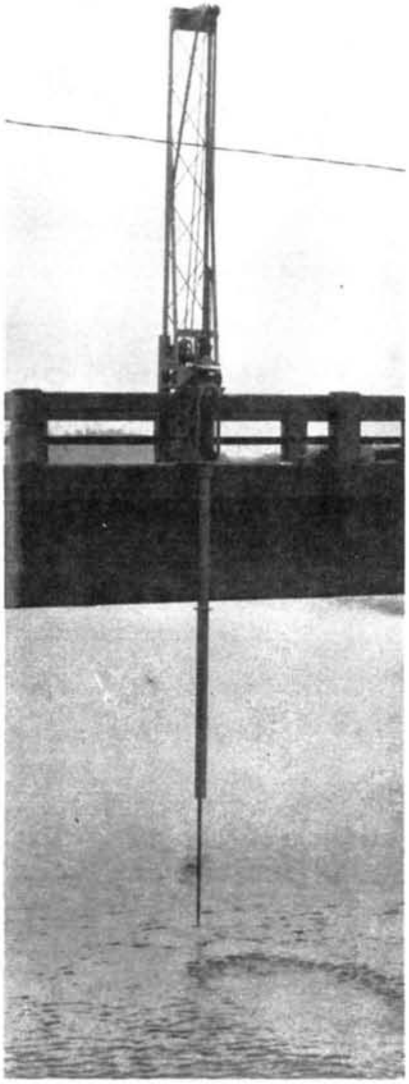


写真 1・4・1　現地河川用測定器の外観

入念なテストが行なわれ，実験室用のものと同様1㎜程度の精度で確実に作動することが確められている。

2.　測定器の測定精度と設計上の注意事項

図1・4・4はビーカーに砂と水を入れ，その水深を測定することにより，本計測器の精度を調べたもので，ポイントゲージによる真の値を縦軸に，本計器による測定値を横軸にとって描いたものである。この図から本計器は，1㎜以内の精度で測定が可能であることが分る。図中の式のうちVは記録器の紙送り速度，分子の1.06は今の場合の受感部の昇降速度（cm/sec）である。

ここで問題となるのは河床接地圧の大きさと，受感部の挿入による局所洗堀である。ビーカーに

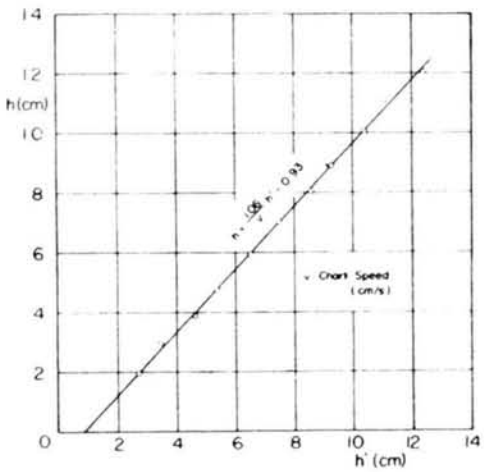


図 1・4・4　較正曲線

砂を敷き，これに水を満した状態で，Bの受圧板が砂の中に埋没する限界での荷重を測定した。数種の粒径の砂を用いての実験では，砂の種類にほぼ無関係で，いずれもこのような静水状態での限界接地圧は約17 gr／cm²の程度であった。Cの昇降による摩擦をできるだけ小さくするためEを用い上記の接地圧程度で作動する大きさの受圧板Bを用いて，流水中における測定を行なったところ砂面中にかなりくい込まなければFとGが接触しなかった。そこでバネIによってCの重量のかなりの部分を受持たせ，また受圧板Bを大きくすることにより，流水中でも砂中にくい込むことのないようにした。この時の接地圧は約1.5 gr／cm²であって，静水の場合より1桁程度小さくなっていることが分った。このような流水状態での接地圧は流速と河床砂の粒径によってかなり変化するもので，理論的には砂粒子に作用する流体力の程度まで小さくなるはずである。したがって理想的にはこの程度の力で作動し得るようにすることが望ましいが，それでは乱れなどを感ずることになりかえって安定した測定値を得ることがむずかしくなろう。またとくに粒径が小さい場合，浮流砂が存在するようになると，河床面近傍に粒径の数倍程度の厚さでの移動層が存在することが観察される。このような移動層での接地圧はさらに極端に小さくなっている。このような場合，河床面の定義をどうするかが問題であるが，もし移動層の上面と定義するならば，これを測定することはこの方法では非常に難しい。したがって微細な河床砂で流砂が極端に多い場合と，ヘドロなど極度に軟弱な河床の場合には本計測器は使用できない。

流水中での小さな接地圧でも作動し得るように受圧板を大きくしたため，その面内の平均河床を測定することになり，そのため極めて小規模な凹凸は測定できない。また砂堆のクレスト付近では接地圧はより小さく，これを押しつぶして測定する可能性があるため，砂堆の波高が小さめに測定される危険がある。

次に水中への受感部の挿入による局所洗掘であるが，これは本計器のような触針法をとる限り避けることができない。しかしその昇降速度を局所洗堀の進行速度よりも十分大きくし，また測定のくり返し間隔内に洗堀が埋め戻されるようであれば，測定の精度上は考慮する必要がなくなるものと思われる。ビーカーによる静水中での実験から，本計測器は1 mm以内の精度を有することについては前述した。しかし，流砂が存在する場合は，河床面の接地圧が小さくなるため，こうした状態での測定精度については，今少し詳細に検討する必要がある。そこで，流水中での測定精度を検討することを目的として行なった実験に関し以下に述べることにする。

実験室用の計測器を一定点に設置し，その点での水面と河床の時間的変化を測定した結果の一例を図1・4・5に示す。いまの実験のようにフルード数が0.5前後の場合は河床波は　砂　堆　の領域にあり，かなり不規則な形状を呈するのが特徴である。また同一測点を同時に他の測定器，例えばポイントゲージなどで測定し直接その測定精度を比較検討することが困難なため，次のような方法

によってその精度について判断することにした。

砂堆　の場合の河床波の波高は，海洋における風波と同様に，種々のものが不規則に混在しており，その波高分布は図1·4·6に示されるように，Rayleigh 分布に従うことが第3章で述べるように，著者によっ実験的に確認されている。[18] その分布関係は次のように表示される。

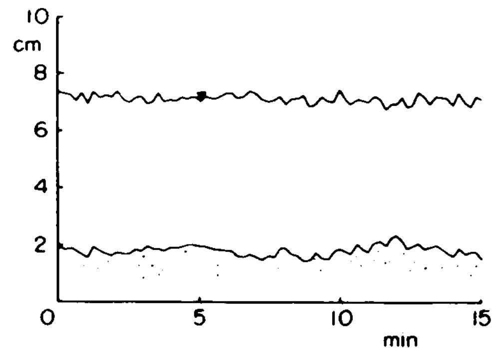


図 1・4・5　測定結果の一例

$$P(x) = \frac{\pi}{2} x \ \exp\left(-\frac{\pi}{4} x^2\right) \qquad (1\cdot4\cdot1)$$

ここに $x = \Delta / \bar{\Delta}$　$\bar{\Delta}$：平均波高

また著者および Nordin[19] らによって，海面波における有義波に相当する河床有義波 $\Delta_{1/3}$ は，河床変動測定記録の標準偏差 σ_z を用いて，次のように表わされることが実験的に確かめられている。

$$\Delta_{1/3} = 3\sigma_z \qquad (1\cdot4\cdot2)$$

$\Delta_{1/3}$ とは波高の大きい順に並べて，全体の $\Delta_{1/3}$ より大きいものの平均値と定義されるから，

$$x_m = \int_m^\infty x \ P(x) dx \Big/ \int_m^\infty P(x) dx \qquad (1\cdot4\cdot3)$$

上式において分母を 1/3 とおくことにより，

$$x_{1/3} = 1.597 \qquad (1\cdot4\cdot4)$$

と求められる。したがって (1·4·2) 式と (1·4·4) 式より平均波高は標準偏差を用いて次のように書ける。

$$\bar{\Delta} = 1.88\sigma_z \qquad (1\cdot4\cdot5)$$

そこで，本触針式計測器による河床の時間的変

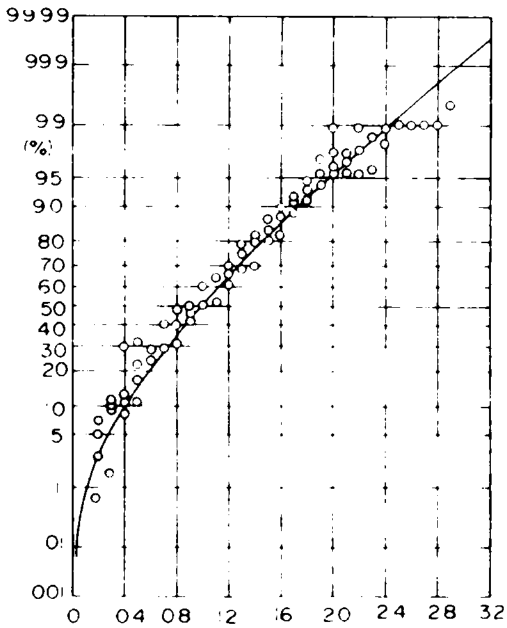


図 1・4・6　河床波の波高の分布

化の記録から得られる標準偏差 σ_T から計算される平均波高 $\overline{\Delta}_T$ と，通水後河床を乱さないように排水したのち，ポイントゲージで縦断方向に 10 cm間隔で測定した河床の距離的変化より同様に求められる $\overline{\Delta}_L$ とを比較することにより，その測定精度を検討した。その結果，いずれの実験においても両者は1 mm以内の差違に止まり，統計的な意味においても，本計器は従来のポイントゲージに比べて孫色なく，十分信頼できる測定資料を得ることができると判断した。

次に，現地用計測器を設計する場合に考慮すべき問題は，測深棒または保護パイプの下流側に生ずるカルマン渦による振動 f_k と，パイプ等の系の固有振動 f_E との共振を避けることである。この問題について具体例に基づいて若干の説明を行なうことにする。テストを行なった大戸川は河床こう配約 1/240 程度であり，中規模の出水を対象とすると，平均流速は1 ～2.5 m/s，水深は0.6 ～2 m程度である。1969年7月の梅雨による出水時のテスト[21]では水深0.8 m，実測流速1.2 m/s であった。このテストは小規模の出水であったため，保護パイプは水面に達していない。この場合，測深棒を水面下に挿入するときと，水面から引き上げるときに，かなり強い共振を生じ，最悪の事態を避けるために，テストを中止するに至った。これは当初この共振の問題を全く考慮していなかったためで，この経験を生かして，その後装置を改造した。

いまのテストの場合，カルマン渦による振動の周波数はストローハル数を用いて次式によって求められ，さきの数値から8 Hz となる。

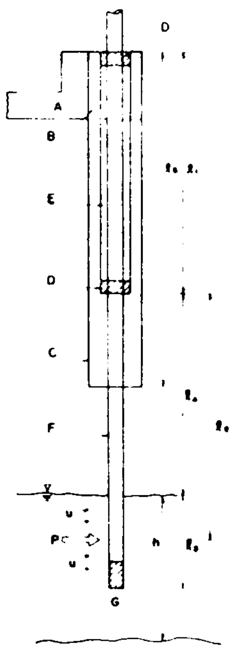


図 1・4・7　実河川用測定器の構造と記号

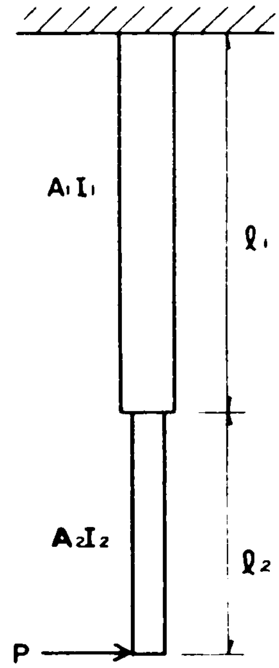


図 1・4・8　片持梁としての模式図

$$f_k = 0.2\frac{u}{d} \qquad (1\cdot4\cdot6)$$

テストに用いた測定器は図1・4・7に示すような構造となっている。図中Aは橋のコンクリート束柱 B：緊結支持金具，C：保護パイプ，D：メタル(軸受け)，E：メタル支持パイプ，F：測深棒 G：受感部である。いまCは独立に回転するようにしてあるため，これを図1・4・8に示すように片持梁と考え，図のように記号をとると，先端部の最大たわみδは次のように求められる。

$$\delta = \frac{p}{3E}\left\{\frac{(\ell_1+\ell_2)^3}{I_1}+\ell_2{}^3\left(\frac{1}{I_2}-\frac{1}{I_1}\right)\right\} \qquad (1\cdot4\cdot7)$$

このたわみを用いて，振動のバネ定数kは次のようになる。ここにEはヤング係数である。

$$k = \frac{p}{\delta} = \frac{3E}{\left\{\frac{1}{I_1}(\ell_1+\ell_2)^3+\ell_2{}^3\left(\frac{1}{I_2}-\frac{1}{I_1}\right)\right\}} \qquad (1\cdot4\cdot8)$$

したがってこの系の固有振動数は次のようになる。

$$f_E = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{kg}{p}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{3E}{\left\{\frac{1}{I_1}(\ell_1+\ell_2)^3\ \ell_2{}^3\left(\frac{1}{I_2}-\frac{1}{I_1}\right)\right\}}\frac{g}{P}} \qquad (1\cdot4\cdot9)$$

ここにpは流体力であり，抗力係数をC_D，水の比重をγ，測深棒の直径をd，その水中にある長さをℓ_3，流速をuとすると次式で与えられる。

$$p = C_D\cdot\gamma\cdot\frac{u^2}{2g}\,d\cdot\ell_3 \qquad (1\cdot4\cdot10)$$

いまの場合，パイプEは外径6cm，パイプFは外径3cmのものを用いており，水中に15cmだけ挿入された場合（荷重pの作用点は水面下7.5cm）を考えると，

$\ell_1 = 2.5\,m$，　$\ell_2 = 2.425\,m$，　$\ell_3 = 0.15\,m$，　$\ell_4 = 2.35\,m$，　$\ell_5 = 4.1\,m$

$I_1 = 2.4\,cm^4$，　$I_2 = 28\,cm^4$，　$E = 2.1\times10^6\ Kg/cm^2$，　$u = 1.2\,m/s$．　$C_D = 0.8$

$d = 3\,cm$　　$\gamma = 1\,g/cm^3$

となる。以上の数値を（1・4・9），（1・4・10）式に代入すると，$f_E = 7.9$ Hzとなり先の$f_k = 8$ Hzと等しくなって共振の生ずることが理解される。したがって設計の段階において，対象として想定される水理量からf_kの範囲を定め，また水位および河床面の変化も考慮して，（1・4・9）（1・4・10）式により系の固有振動f_Eを計算し，共振の生ずることのないように，各パイプの直径および支持メタルの位置の組合せを適当に定めることが必要である。

以上のように河床面の接地圧による受圧板の大きさの選定および共振等の問題はあるが，これらはいづれも慎重な配慮を行なうことによって避けることができ，本測定器の有利性を損なうものではない。洪水時の河床測定がほとんど行なわれていない現在，こうした測定器の利用によって，今後貴重な資料が集積されて行くことが期待される。

第 5 節　河床測定器の掃流砂量測定器としての利用

本研究が対象としている，移動床水路での河床形態と抵抗則の問題の外に，流砂機構と流砂量の問題は，河川水理学上の今一つの基本的な重要課題である。この流砂の問題も，その力学的機構に対する考察もさることながら，まず流砂量そのものを的確に計測することが必要で，これに関しても種々の努力が積み重ねられている[22]。

いま掃流砂に関しては河床波の移動特性を利用して計測することが可能と思われ，この点で河床測定器が掃流砂量測定器としての役割を果し得るものと思われる。

Simons ら[23]は流砂の連続式を変数変換して積分することにより掃流砂量を次のように求めている。

$$\frac{\partial z}{\partial t}+\frac{1}{1-E}\ \frac{\partial q_B}{\partial x}=0 \qquad (1\cdot5\cdot1)$$

$$q_B=(1-E)\,\omega z+C \qquad (1\cdot5\cdot2)$$

上式を例えば時間について積分することにより平均流砂量 q_B は次のようになる

$$q_{Bm}=(1-E)\ \frac{\omega}{T}\int_0^T Z\,dt\ +\ C \qquad (1\cdot5\cdot3)$$

ここに ω は河床波の伝播速度，E は砂の空隙率，C は積分定数である。Lower flow regime の場合は河床波の谷部での流砂はないという条件から C＝0 となる。したがって（1·5·3）式により河床の時間的変化の測定記録 Z(t) が得られれば掃流砂量が求められることになる。板倉[24]らは Z(t) の記録をもとに（1·5·3）式の積分を行なうべく努力しているが，直接積分を行なわなくても，次のように求められる。いまの実験の場合の河床波の形状は，三角形でもって極めてよく近似できる。したがって，

$$\frac{1}{T}\int_0^T Z\,dt=\frac{1}{2}\ \overline{\varDelta}_T \qquad (1\cdot5\cdot4)$$

となる。ここに $\overline{\varDelta}$ は河床波の平均波高である。（1·4·5），（1·5·3），（1·5·4）式と C＝0 という条件から平均掃流砂量は次のようになる。

$$q_{Bm}=0.94\,(1-E)\quad\omega\ \sigma_{zT} \qquad (1\cdot5\cdot5)$$

（1·5·5）式によって掃流砂量を計測することの可能性を調べる目的で表 1·5·1 に示すような実験を行なった。

表 1・5・1　実　験　条　件

	流　量 Q（l/s）	水面こう配 i	平均水深 h（cm）	平均流速 u（cm/s）	通水時間 T（sec）	フルード数 F
実験 1	18.9	0.0320	5.27	35.9	1500	0.499
〃 2	8.2	0.0331	2.98	27.5	5400	0.509
〃 3	39.4	0.0377	7.49	52.6	1666	0.614
〃 4	38.4	0.0380	7.84	49.0	1590	0.559
〃 5	22.7	0.0364	5.15	44.1	2597	0.620
〃 6	22.7	0.0315	4.98	45.6	1507	0.653

実験に用いた砂は図1・5・1に示すような，平均粒径0.94mm，標準偏差2.04の川砂である。実験に用いた水路は京大防災研究所，宇治川水理実験所内にある巾2 m，長さ 15 mのコンクリート製水路である。

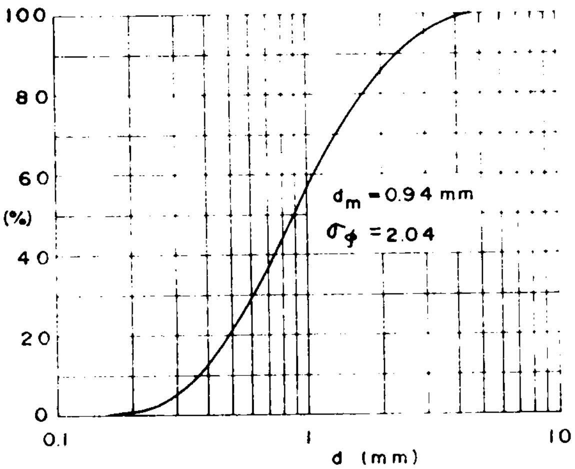


図 1・5・1　実験用砂の粒度分布

（1・5・5）式における伝播速度 ωは次のようにして求めるのが望ましい。すなわち一定距離 ℓだけ離れた二点での河床の時間的変化の測定記録から，両者の相互相関を調べることにより，そのピークを与える値としての T' を求め

$$\omega = \ell / T' \qquad (1\cdot5\cdot6)$$

から求める。しかしこの実験では，試作した計測器は一台のみであるため，一点での本計測器による河床の時間的変化の測定記録Z(t)と，ポイントゲージによる河床の距離的変化の測定記録Z(x)を用い，これらをアナログ式周波数分析器[25]によりスペクトル解析を行なった。その卓越周期としてT，λを求め，これより伝播速度 ωを計算する方法を採った。

以上のようにして（1・5・5）式より求められる掃流砂量の精度を検討するためには，実際の掃流砂量を実測しなければならない。このために，図1・5・2に示す巾 1 m，長さ 15 m，の水路の中央に巾 10 cm，深さ 20 cm，長さ 30 cmのトタン板による箱をあらかじめ河床と同レベルに 10ケ設

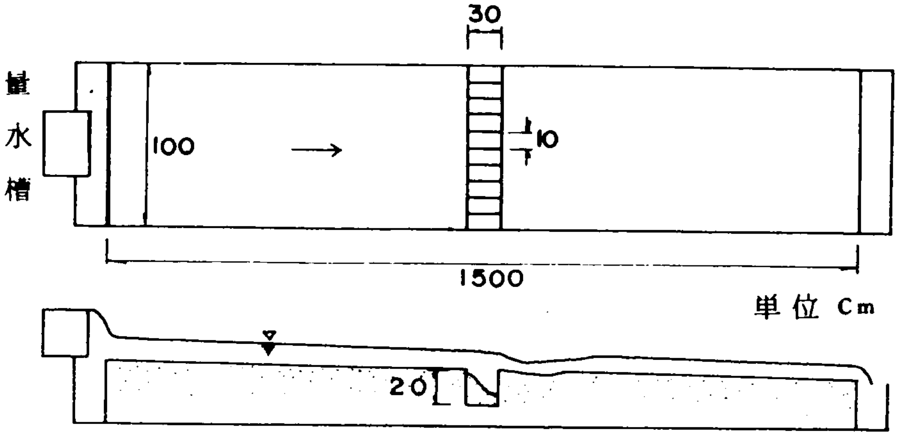


図1・5・2 実験水路

置しておき，この箱の中に堆積した砂を実験後計量することにより，その平均値でもって実測流砂量とした。実験中，箱の周囲の水面形と河床形状について，注意深い観察と測定を行ない，箱の設置による流れの変化について調べた。それによると，箱の後端部より下流側では箱の中からの上方への向う流れの発生と，庇を附けたことによる粗度の変化のためか，水面は等流状態に比して，一担かなり低下し，そのためか箱の下流で局所洗堀が発生した。しかし箱の上流側についてはその影響は殆んど認めることができず，また一担箱の中に流入した砂が飛出すことも極めて少なかったため，このような方法で求められた掃流砂量は，実際のものと変らないとして良いものと思われる。以上のようにして行なった実験の結果を表1・5・2に示す。

表 1・5・2　　実　験　結　果

	周　期 T′(min)	波　長 λ (cm)	伝播速度 ω (cm/min)	平均波高 $\overline{\Delta}$ (cm)	算定流砂量 q_B(cm²/s)	実測流砂量 q'_B(cm²/s)	q'_B/q_B
実験 1	2. 36	65. 9	28. 1	0. 532	112	109. 5	0. 98
〃 3	3. 45	77. 5	22. 5	1. 74	326	304. 8	0. 93
〃 6	1. 53	55. 5	36. 3	0. 609	289	309. 5	1. 07

実験の種類が少ないため，速断することはできないが，表に見られるように，算定掃流砂量と実測のそれとはよく一致している図1-5・3にLower flow regimeに関してSimonsら[26]が行なった同様の実験結果を示してある。この図からも両者の一致は極めて良好である。したがって，河床波が形成されている場合には，河床形状の動的特性を計測することにより掃流砂量を知ることができ，この計器を掃流砂量測定器としても利用することができるが掃流砂量の計測が非常に困難な現状から考えて以上の結果は極めて注目すべきことであろう。これらの点を考え合せるとき，以上著者が行なってきた，河床変動を測定するための考察は，河床形態の問題など，河床変化に関する諸問題のみならず，掃流砂量の計測という意味からも，十分意義あるものと思われる。

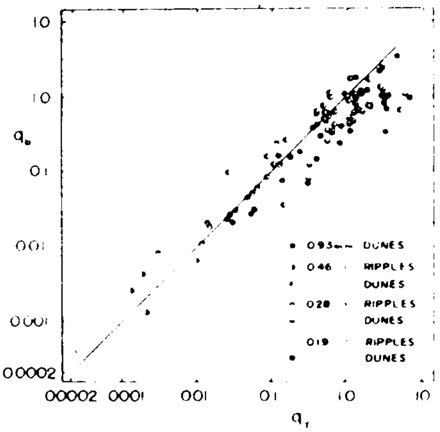


図1・5・3 実測掃流砂量と河床波の形状特性から計算されるものとの比較（Simonsらによる）

第6節　結　語

本章においては，移動床開水路における河床形態と抵抗則に関する研究を進めるにあたって不可欠である動的特性を含めた河床形態の詳細を計測する方法について検討を行なった。

第2節では，実河川および実験室において従来使用されてきた種々の河床測定法について比較検討し，それらの問題点と使用限界について論及した。その結果，河床形態の問題に対する動的計測法としては，いづれも問題が多く，この現象を実験的に究明するためには新しい計測装置の開発が必要であることを指摘した。

第3節では海底測量や，魚探としてすでに広く用いられているソナーとしての超音波を利用した測定法による，河川や実験水路などの水深の小さい場合の測定の可能性について，沖電機KKの協力を得て行なった検討結果について述べた。その結果絶対誤差±1㎜で測定可能であり，河床形態に関する実験に対し，有力な武器となり得ることが分った。しかし，河床面の傾斜による空振りを避けるため，受波器の感度を上げると，浮遊砂をキャッチするなど，かえって誤差を招くこともありまた感度増大のためトリガーレベルを低くすると，送波の残響の中に埋没して測定器としての意味

を失い，最小測定距離が経年的に増大して，使用範囲が限定されるなどの問題があることが明らかとなった。しかしこれらの問題点を十分に考慮してその設計，使用に当るならば，河床測定の高能率，自動化が可能となった。

第4節では，現地河川での計測に転用できることを目的として，著者が考案した触針式測定法について述べた。これは水の電気伝導度と，河床面の接触反力による電気的スイッチングを利用したもので，1㎜以内の精度で計測が可能であることが分った。しかし河床面での接触反力を利用するため，流砂量の増大に伴う河床面の軟弱化に十分注意する必要があり，また現地河川での測定には流体力による振動と系の固有振動による共振の問題を十分考慮しないと危険の伴う恐れのあることを指摘し，その設計上の留意事項を明確にした。

第5節では，これら河床変動の測定器の開発は，河床波が形成される場合，この動特性の把握により，掃流砂量をも測定できることを若干の実験を基に指摘した。このように本章で述べた新しい河床変化の測定器の開発は，移動床水理学上の諸問題を取り扱っていく上で，極めて重要な意義をもっものであろう。

参　考　文　献

1）　有泉昌，近藤紀，森芳徳，RIを装備した密度計による河床洗堀調査，建設省直轄技術研究報告第 15回

2）　Murphree, C. E., Bolton. G. C. Mc Henry. T. R. and Parsons. D. A., Field test of an X-ray sediment concentration gauge, Annual Meeting, A. S. C. E., Madison, Wisconsin, 1966.

3）　実吉純一，菊地喜充，能本乙彦，超音波技術便覧（改訂新版），日刊工業新聞社，昭43

4）　金成誠一，光電堆積計の試作と天ケ瀬貯水池における水文観測（序報），京大防災研究

所年報，第8号，1965.

5） 京大土木会編，土木計測便覧，丸善，昭44

6） 芦田和男，田中祐一朗，砂漣に関する実験的研究(2)―砂漣の形成に及ぼす側壁の影響―，京大防災研究所年報，第9号，1966.

7） Crickmore. M. J., Effect of flume width on bed form characteristics, Proc. A. S. C. E., Vol. 96, HY 2, 1970.

8） 森忠次，岡本厚，二層媒質写真測量の実験的検討―水中にある物体の写真測量―，土木学会論文報告集，№ 189，1971.

9） 矢野勝正，芦田和男，田中祐一朗，砂漣に関する実験的研究（第一報），京大防災研究所年報，第8号，1965.

10） 沖電機株式会社，ヒロメーター 取扱説明書

11） 前出の文献3）

12） 〃

13） 木原純孝，音響測深機に関する研究―4周波音測機による室内および現地実験について―，運輸省港湾技研資料，№ 45，1968.

14） 前出の文献3）

15） 前出の文献13）

16） 〃

17） 田中祐一朗，自動ポイントゲージの試作について，舞鶴工業高等専門学校紀要第6号，1971

18） Ashida .K, and Tanaka , Y., A statistical study of sand waves , Proc, 12th I. A. H. R congress , Vol. 2, 1967.

19） Nordin , C. F and Algert , J. H, Spectral analysis of sand waves , Proc. A. S. C. E. Vol. 92 , HY. 5 1966.

20） 稲田重男，小玉正男他編，機械設計ハンドブック，朝倉書店，昭40

21） 芦田和男，村本嘉雄，田中祐一朗 他，淀川に関する調査研究，京大防災研究所年報第13号B，昭45

22） 矢野勝正，掃流砂量の計測について，河川 1967.

23） Simons. D. B., Richardson. E. V. and Nordin. C. F., Unsteady movement of ripples and dunes related to bed load transport, Proc., 11th I. A. H. R. Congress, Vol. 3, 3－29, 1965.

24） 板倉忠興，藍秀明，穴吹隆三，掃流砂量の測定に関する研究，第 24 回土木学会年次学術講演会講演集，昭44.

25） 岩垣雄一，柿沼忠男，宮井宏，海岸波浪の周波数分析器による解析，京大防災研究所年報，第9号，昭41.

26） 前出の文献 23 ）

第 2 章　河床形態の形状特性に関する研究

第 1 節　概　説

緒論において詳述したように，移動床開水路での河床変形は，河床縦断こう配の変化をもたらすような大規模，長区間に及ぶものと，局所的な洗掘，堆積に起因するものとを除外すると，河床面近傍に形成される河床波である。これは，掃流力の増加に伴って，平滑河床，砂連，砂堆，遷移河床，平坦河床，反砂堆と云うようにその形態が変化していくことが，Gilbert の実験以来よく知られている。これらの力学的機構，抵抗則との関連および流砂機構に及ぼす影響等の問題を解明して行くためには，まずその基礎として，河床形態の実体を明らかにすることが重要である。Gilbert 以来，多くの研究者の努力によって膨大な量の実験とそれに対する考察がこれまでに積み重ねられてきているにもかかわらず，未だ十分な解明を見るに至っていないのは，現象が複雑なせいもあるが，我々の現象に対する理解の不十分さを物語っているものであろう。すなわち従来から，河床波という名に象徴されているように，その波動性に目を奪われ過ぎたきらいもあり，その測定も静的な意味での平均波高，平均波長等に限定され，今一つの重要な性質である現象の動的な性格とその不規則性についての理解が不十分であったように思われる。上述のように，河床波はその規則性と不規則性との二面を有している。このうち前者については次章以後で論ずることにし本章では移動床水路の抵抗に最も密接な関係のある，河床波の形状特性のうち，その不規則性に力点を置いて実験的検討を行ない，その実体の把握に努める。このような研究は前章で取り扱ったような，新しい測定器の開発によって始めて可能なものである。以下各節の概要を簡単に述べると次のようである。

第 2 節では，まずこうした河床形態の発生機構と領域区分法および各領域での相違点について従来の研究を概観し，その問題点について若干の考察を行なうとともに，以後における研究の方針を明確にする。

第 3 節では，河床形態を Lower flow regime と Upper flow regime とに大別し，それぞれについて実験を行ない，実験方法，測定項目，測定結果と実験中における現象の観察について，現象論的立場において述べる。とくに Lower flow regime の実験については，河床波の形成に及ぼす側壁の影響についても若干の考察を行なうつもりである。

第 4 節では，Lower flow regime における河床波の不規則性とその統計的性質について，前節での実験結果を用いてスペクトル解析を行なった結果について，とくに解析の手法と解析

結果に対する考察について詳述するとともに，波高および波長の分布特性についても若干の検討を行なうつもりである。

第 2 節　河床形態の発生機構と領域区分

1。発生限界と発生機構

移動床水路での河床形態と抵抗とは密接な関係にあり，河床形態によって抵抗の挙動が大きく変化することは，実験的にすでによく知られている。したがって移動床での抵抗の機構を明らかにしその定量的な予測を可能とするためには，河床形態とその河床波のスケールを定量的に予測し得るようにすることが，先ずその第一段階として必要となる。そこで次章以降での，河床波の形状予測とそれによる抵抗の算定の問題に入るに先立って，河床波の発生機構および領域区分ならびに各領域での河床波の力学的特性の差異について，十分な理解が必要であろう。こうした意味から，上述のこれらの問題に対する従来の研究とその現状について概観し，その問題点を明らかにして，今後の研究の方針を明確にしておくことにしよう。

諸論において述べたように，河床形態には種々のものがあるが，これらの河床波は局所的な洗掘と堆積の結果河床面に凹凸が発生し，これが流水との相互作用によって発達して行き，やがて平衡状態に達することによって形成されるものと考えられる。この河床波の発生機構についての研究は多いが，大別すると次の二つに分けられる。その一つは水流の乱れによって初期の擾乱が与えられるとするもので，Velikanov[1]，Yalin[2]，白砂[3] らの研究がある。これらはいずれもまだ可能性の指摘と発想の域を出ておらず，十分な進展をみていない。このためその基礎資料を得ることを目的として，河床波の存在する場における乱れ計測としての実験的研究がWalker[4]，芦田，奈良井[5]，白砂[6] らによって目下精力的に進められている。

これに対し乱れは平均流によって輸送されるため，ある瞬間洗掘が生じても次の瞬間には堆積に変ずるため，河床波のような緩慢な擾乱の原因として乱れを考えるのは適当でないとして，このような河床波の形成過程を境界面の安定，不安定の問題として把えようとする立場からの研究も多い。河床波の発生原因としてこの乱れ説と境界面の不安定説との二つの立場は，互いに矛盾した二者択一のものではなく，相補なうものであると著者は考えているが，前述のように，これらを統合して説明し得るような理論は未だ提案されていない。また第二の境界面の不安定説に立脚する理論も，その取り扱いの過程の相異により，ポテンシャル流れの理論に立脚するものと，剪断流としての開水路流れの基礎式に立脚するものとの2つがある。前者に属するものとしてはAnderson[7]，Kennedy[8]，林[9]， 白砂[10]，などがあり，後者のものとしては松梨[11]，Reynolds

[12]，椿，斉藤[13]，Hansen[14]，Gradowczyk[15]，Callander[16]などがある。これらの理論では，河床面の不安定を与える原因として，局所的な流速と流砂との間の遅れ（Kennedy，Regnolds），流速分布の非対称性と流砂の非平衡性（椿，斉藤），流砂量の非対称性（林），二層流としての移動層（白砂）など物理的意味または特性の不明確な量を導入することが必要である。その結果各領域の発生条件は波数とフルード数との関係で表示されるものが多くこれによると同一のフルード数に対して2～3の河床形態が存在することになり，明確な予測をなし得ない。この領域を明確にするには例えばKennedyによるF－j図などが有用であるが，$j=k\delta$としての導入した量δの物理的意味づけが明らかにされない限り，完全な説明をなし得たことにはならない。またこれらの理論では砂漣，砂堆が一つの領域の中にあって，その差異に対する説明も行なえていない。これに対し，Hansen，Callanderらのものは河床形状と水理量との位相差を，また松梨，Gradowczykらのものは何ら物理的に不明確な新しい量の導入を図る必要はないが，数学的取り扱いが複雑で，河床形態の発生条件を明確に与えることができない。

以上のように発生機構に関しては極めて多くの理論が提出されているが，未だ定説となるべきものはなく，それだけ解明の困難さを物語っている証拠でもある。

2．領　域　区　分

前述のように河床波の形成機構と各領域における定量的な意味での差異は未だ明確でない。したがって従来の領域区分は殆んど全てが次元解析法に基づいており，実験上の区分も主に観察によっているのが現状である。移動床水路での現象は流水と河床砂礫との間の相互作用の結果として生ずるもので，これらの特性を表示する物理量の間の関係式として次のようなものが考えられる。

$$f(h,\ u,\ B,\ I,d,w,\ \sigma,\ \rho,\ \nu.g,\phi)=0 \qquad (2\cdot2\cdot1)$$

これを次元解析のπ定理によって整理することにより，

$$f\left(\frac{B}{h},\ I,\ \frac{d}{h},\ F,\ R_e,\ R_*,\ \frac{u_*}{w},\ \tau_*\right)=0 \qquad (2\cdot2\cdot2)$$

を得る。ここで，B：水路巾，h：水深，I：エネルギーこう配，d：粒径，F：フルード数，R_e：レイノルズ数，R_*：砂粒についてのレイノルズ数，u_*：摩擦速度，w：砂の沈降速度，τ_*：無次元掃流力である。従来の区分法に関する研究は（2•2•2）式の無次元量の中から現象に対する影響度の大きいと思われるもの2つを選んで，この2つの無次元量による平面上に実測値を点描することによってその限界を推定するという方法によってきた。この領域区分に関する研究も極めて多いが，そのうち主なものを比較したものが表2•2•1である。

表 2・2・1　各種の領域区分法の比較

提案者	区分に用いた量	実験事実による評価			
		(1)	(2)	(3)	
				砂の粒径比重	水路の規模
Liu [17]	$U_*/w \sim R_*$	○	×	○	×
Garde, Albertson [18]	$\tau_* \sim F$	○	○	○	×
杉　尾 [19]	$I \sim \tau_*$	○	○	○	×
Bogardi [20]	$gd/U_*^2 \sim d$	○	○	○	×
Znamenskaya [21]	$F \sim U/w$	○	○	○	×
Garde, Rajiu [22]	$I/(\sigma/\rho-1) \sim R/d$	○	○	○	×
井口，鮭川 [23]	$\tau_* \sim I/\{(\sigma/\rho-1)\frac{d}{B}\}^{1/2}$	○	○	○	○
鮭川 [24]	$U_*^2/U_{*c}^2 \sim \sqrt{gB}\ I/U_{*c}$	○	○	△	○

この表における(1)，(2)，(3)とは実験事実としてこれまで知られてきた次の事項のことを意味するものである。

(1) 掃流力の増加につれて河床形態は平滑河床 → 砂漣 → 砂堆 → 遷移河床 → 平坦河床 → 反砂堆と変化する。

(2) 掃流力が同じ場合でも，水深とこう配の組み合せによって，異なる河床形態をとることがある。

(3) 河床形態の形成限界を与えるこう配やフルード数の値は河床砂の比重や粒径および水路の規模によって変化する。

表2・4・1に示すように多くの領域区分法が提案されているが，これらはいずれも資料を多くし，その境界を厳密に定めようとすると，問題が多く十分でないことが指摘されている。これは次の2つの原因によるものと思われる。すなわちその一つは資料そのものの区分が，主に観察によるもので明確さを欠いていることであって，これは各領域の力学的機構の相異が，先の形成理論に見るように明瞭に把握されていないためによるあいまいさが附随しているものである。表に見るように各種の無次元量がその区分の指標にとられており，それぞれにある程度の区分が可能である。このこ

とを逆に云うならば，元来適当な2つの無次元量だけで現象を規定しようとすること自体が無理であり，他の量をパラメターとするか，または別の量を軸とした多次元空間座標として考えるべきもので，このような二つの量による平面座標表示による区分法は自ずから限界があるのは避けられない。

以上のように河床形態の発生機構および領域区分法はいづれも未だ不十分な点が多く，これらの根本的解決には今後更に多くの研究の積み重ねが必要であろう。

しかし一方では流域開発，ダム堆砂，流路掘削等々河床変動の予測とその精度の向上を求められる工学的，社会的要請は強い。そこでこれらの要請に応えるべく，経験的，実用的な意味での問題解決へのアプローチもまた重要な意義を持つものである。そこで著者はこうした実用上の見地からこの問題を取り上げることにする。そのためにはまず現象の的確な把握が必要であり，この意味から本章では実験的検討を行ない，従来とくに不十分であった現象の不規則性とその統計的性質について検討する。さらに次章以後では平均的な河床波の形状の予測と，それによる抵抗の算定について考察を加えるつもりである。

第 3 節　河床形態の形状特性に関する実験

前節においても述べたように，この実験は移動床開水路に形成される種々の河床形態の実体と形状特性について検討するための資料を得ることを目的として行なったもので，流水の形態によりLower flow regime の場合と，Upper flow regime の場合に大別し，さらに前者についてはその細部による目的に従って三種に分けて実施した。

1。Lower flow regime に関する実験

実験 1 [25)]

(イ) 実験場所 ： 京大防災研究所宇治川水理実験所

(ロ) 実験期間 ： 1964年 ～ 1965年

(ハ) 実験者 ： 田中

(ニ) 実験目的 ： 超音波式測定器の性能試験および平滑河床から砂漣に至る領域に対する現象の観察と河床形状の測定

(ホ) 実験装置と実験方法 ： 実験に用いた水路は図2・3・1に示すような，全長 20 m，巾 50 cm，深さ 60 cmの鋼製のもので，水路の中央部 14 mは両面ガラス張りになっている。流量の可変範囲は0～100 ℓ/s であり，水路こう配は手動ジャッキにより0～1/50 まで可変である。流量は上流端に設置した量水槽の台形堰の越流水深を1/10 mm 読みのポイントゲージで測定

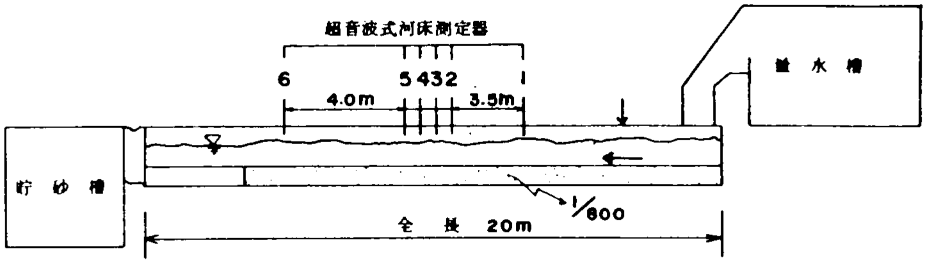


図 2・3・1　Lower flow regime の実験に用いた水路

することによって知るようになっている。

この水路は水流のみ循環方式となっており，流砂は下流端に貯溜される。そこで実験後これを計量することにより，平均流砂量を測定した。このため実験期間中，河床こう配を一定に保つためには，上流端において給砂を行なう必要がある。この給砂量は2・3の式により算定される計算流砂量を与えた。この給砂を実験中一定に保つためには，砂を完全に乾燥させておく必要があり，乾燥砂の確保に大変な労力を必要とした。給砂はスクリューによる押出し式の給砂器を用い，モーターの回転数を無段変速機により変化させることと，ホッパー出口のゲート開度を調節することにより補給量を変化させた。しかしこれでも小給砂量の場合の調節は困難であったため次のようにした。すなわち，できるだけ少量に調節した給砂を，シュ

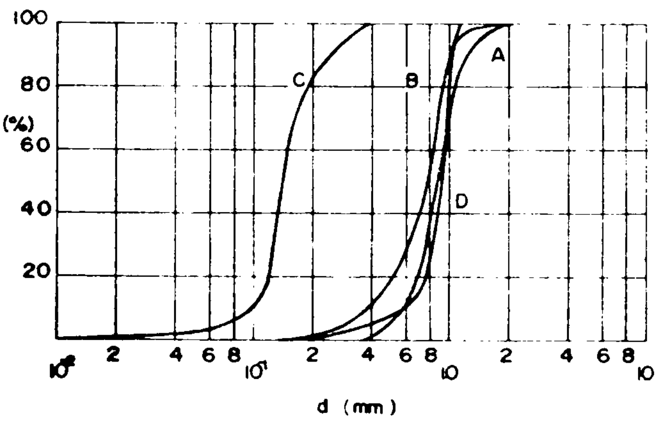


図2・3・2　実験用砂の粒径加積曲線

ートに受け，その途中においてシュートの巾を変化さすことにより2分する余砂吐きを設けることにより所定の量に調節した。

実験に用いた砂は，粒径の上，下を網篩いによりカットしたほぼ均一な粒度のもので，その粒径加積曲線は図2•3•2に示すAである。この砂の平均粒径は $d_m = 0.88$ mm，標準偏差は1.42である。行なった実験の種類を表2•3•1に示す7種である。

表 2・3・1　実験1の種類

実験番号	河床こう配 I	流量 Q（ℓ/s）	水深 h（cm）	給砂量 Q_B（gr/s）	流速 U（cm/s）	Froude数 F	河床形態
1－1	0.00125	6	3.91	0	24.4	0.395	平滑
1－2	〃	10	5.49	0.1	36.4	0.497	〃
1－3	〃	11	5.81	0.11	37.9	0.498	砂漣
1－4	〃	12	6.12	0.16	39.2	0.502	〃
1－5	〃	20	8.55	0.79	46.8	0.512	〃
1－6	〃	26	10.24	1.6	50.8	0.508	〃
1－7	〃	27	10.56	1.8	51.2	0.509	〃

実験に先立って，河床面に約15cmの厚さに一様に砂を敷き均し，所定の流量に対する平均水位とほぼ同程度の水位に下流端を堰止めて静水位を保ち，このときの水位および河床高を，給砂点の下流14mの位置で，ポイントゲージで，測定するとともに，図2•3•1に示す場所に置いた超音波式の測定器を作動させて測定を行ない，これを流水時との関連付けを行うことにより，水路の不整等による誤差を消去するようにした。

実験中の水位および河床高の測定は超音波による測定器を用い，図2•3•1に示すように上，下流端の影響を避けるため，水路中央部の9mの部分を測定区間とし，使用した6ヶの送受波器のうち4ヶは50cmの間隔に近付けて，河床波の峯や谷の通過の観察から記録に対応づけ，その伝播速度を知るように努めた。残りの2ヶはそれぞれ上流側3.5m，下流側4.5mの位置に設置し，これらの記録の平均水位および平均河床高より，水面こう配および河床こう配を求めた。水位および河床の測定はその時間的変化を水路中心線沿いの定点で30秒間隔で測定する，いわゆる定点観測を行ない，縦断方向に移動させての測定は行なわなかった。

河床波の発達の機構および十分に発達して平衡状態が達成されるに要する時間が不明のため，乾燥砂を節約する意味からも，2～3時間の通水後平衡が達成されたものとして測定を開始した。ま

た2・3の実験ではピトー管と30°の傾斜マノメーターによる水路中央部での深さ方向の流速分布の測定も行なった。

㈠ 実験結果と現象の観察 ： 実験1－1は限界掃流力の状態におけるもので，河床表面の砂の約1～2割程度が移動している。この場合河床は平滑のままで，実験を継続しても河床波は発生しない。実験1－3では河床面をほぼ覆う程度に流砂が存在し，波高3～4㎜の砂漣が形成される。この場合の流速分布の測定結果を図2・3・3に示す。図に見られるように対数則がほぼ完全に成立している。

さらに流量を増加していくと，漸次河床波は発達していき，実験1－4では一つの河床波の上に別の小さな河床波が重なる状態が生じ始める。また実験1－5あたりから，河床波のクレスト線は必ずしも横断方向に一直線に並ばなくなり，形状もかなり複雑となってくる。実験1－6以降では観察による限り，砂漣とも砂堆とも識別し難いようになってくる。これらの水面波および河床波の超音波式測定器による測定結果の一例を図2・3・4に示す。

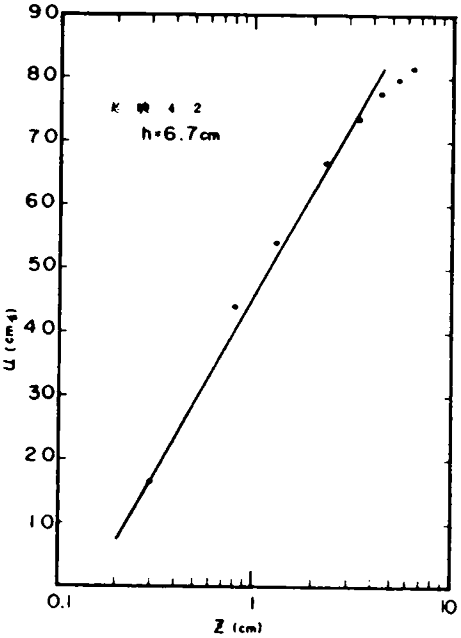


図 2・3・3 平滑河床での流速の鉛直分布

実験 2 [26]

㈠ 実験場所 ： 京大防災研究所宇治川水理実験所

㈡ 実験期間 ： 1965年 ～ 1966年

㈢ 実験者 ： 田中

㈣ 実験目的 ： 河床波の形成に及ぼす側壁の影響を考察するための基礎資料を得ることを目的とする。

㈤ 実験装置と実験方法 ： 実験水路は実験1と同様である。実験に用いた砂は図2・3・2に示す曲線Bのようなもので，その平均粒径は $d_m = 0.732$ ㎜，標準偏差は1.46のほぼ均一な粒径の砂である。行なった実験の種類は表2・3・2に示す通りである。

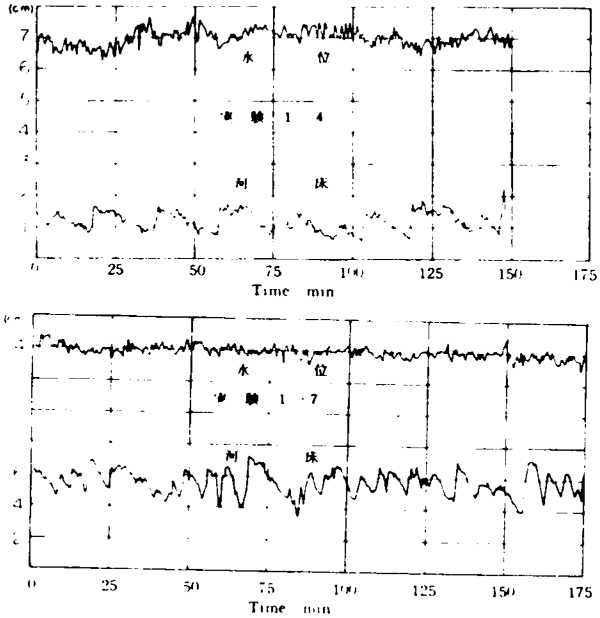


図2・3・4 超音波式測定器による水位と河床の時間的変化の測定例

表 2・3・2 実験 2 の 種 類

実験番号	河床こう配 I	流量 Q (ℓ/s)	水深 h (cm)	平均流速 U (cm/s)	B／h	Froude 数 F	河床形態
2－1	0.00125	9	5.25	34.3	9.53	0.48	砂 漣
2－2	〃	20	8.73	45.8	5.73	0.50	砂 堆
2－3	0.00500	16.3	5.30	61.5	9.44	0.86	〃
2－4	〃	15	人工模型河床 $\theta = 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$				

河床面に約 15 cmの厚さに一様に一定のこう配で砂を敷き均した後，一定の流量，給砂量を与え，水面形および河床縦断形状を測定する。また下流端より流出する流砂を随時捕捉計量し，これが給

砂量とほぼ等しくなるまで，すなわち平衡状態が達成されたと思われるまで通水を継続した。こうして形成された河床波を乱さないように，堰上げを行なった後に通水を止め，この河床形状を実験2－1では左岸より1, 13, 25, 37, 49 cmの5測線に，実験2－2では1, 7, 13, 19, 25, 37, 49 cmの7測線に，実験2－3では7, 16, 25, 34, 43 cmの5測線に沿って，縦断方向に5 cmの間隔で測定した。なお各測線はそれぞれ左岸からNo 1, 2……と名付けた。測定は実験2－1，2－2ではポイントゲージで，実験2－3では超音波式測定器で行なった。河床測定終了後，河床をセメントにて固定し，前と同じ流量を与え，河床波の山，谷など数断面において，ピトー管，マノメーターを用いての流速分布の測定を行なった。

㈢ 実験結果と現象の観察：

各実験での河床の測定結果を表2・3・3に示す。

表 2・3・3 河床測定の横断変化

測線	実験2－1		実験2－2				実験2－3			
	$\overline{Z}$	$2\sigma_z$	$\overline{Z}$	$2\sigma_z$	$\varDelta$	λ	$\overline{Z}$	$2\sigma_z$	$\varDelta$	λ
1	3.80	1.30	7.55	3.42	4.15	85.0	4.59	1.36	1.22	49.7
2	3.58	0.53	7.69	3.24	3.97	95.1	4.79	1.73	1.52	30.9
3	3.83	0.60	7.41	2.80	3.45	100.0	4.76	1.65	1.45	30.9
4	3.78	0.53	7.34	2.98	3.26	97.2	4.81	1.67	1.51	33.8
5	3.63	0.49	7.23	3.02	3.04	100.7	4.77	1.87	1.26	37.1
6			7.10	2.58	3.20	90.0				
7			7.69	3.18	4.06	102.1			単位（cm）	

実験2－1は限界掃流力を少し上回った状態であり，水路全体にわたって波高5 mm程度の砂漣が形成されている。この場合，上流端での整流板の大きさが少し小さく，両側面にジェット流を生じたため，かなりの区間にわたって両サイドに深掘れが生じた。このことは上表にも現われている。このため側壁の影響を論議するには不都合である。

実験2－2は実験2－1と同じこう配で，B／hの値をほゞ1/2にし，側壁の影響をさらに顕著にさせようとしたものである。この場合は通水と同時に初期の平滑河床上に砂漣が形成される。断面内で横断方向にU_*の値が変化しているためか，河床波の進行速度が横断方向に異なり，その形状は中央部で下流に凸の形となる。これに伴って波高は中央で大きく，両サイドで小さくなるため，やがてその伝播速度は断面内でほゞ一様となり，砂漣はその規模を増大させながら，その平

面形状をあまり変化さすことなく下流に伝播して行くようになる。また側壁近傍の砂粒子はその一部が砂堆の谷部に発生する間歇的な強い渦により，その陵線に沿って水路の中央部へ運ばれ，その結果側壁近くで深掘れが生ずるとともに下流へ凸の形状は一層顕著となって，砂堆へと変化していく。実験２－４はこの陵線に沿った流れの存在と陵線のなす角との関係を調べるため，木製の砂堆を設置してその底面の流向を針先の糸の動きで観察した実験である。その結果の一例を図２・３・５に示す。この図からもこうした流れの存在することが分る。図２・３・６は実験２－２での河床測定結果から得られるsteepness Δ/λ の横断方向の変化を示したもので，両側面でこの値が大きくなっているのは，両側面で深掘れが生じたため，波高Δが大き目になっていることを示している。

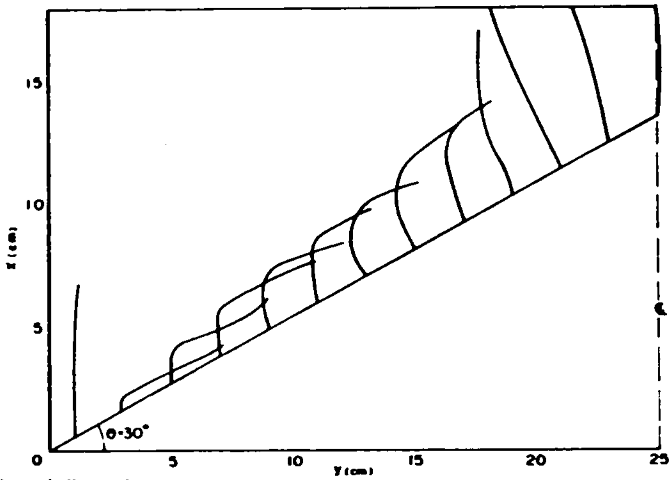


図２・３・５ 陵線での底面流向

このようにして砂堆が形成されると，一つの砂堆の背後に別の小規模な砂漣が形成されるようになる。これは砂漣を伴なう砂堆（Dunes with Ripples）として知られているもので，この二次的な砂漣は全ての砂堆に一様に発生するものではない。またこの砂漣は大規模な砂堆より伝播速度が大きいため，両者は接近し，ついには一体となる。また，こうした二次的な砂漣が発生しないまゝに，砂堆が断面内で二つに分裂するものもある。以上のように，最初はかなり二次元的なきれいな形をしていた砂漣も，時間とともにその規模を増大しつつ，やがて三次元的な複雑な形状の砂堆または交互砂州へと発達して行く。しかしこのような変化の過程は極めて複雑であり，その様相を詳細に記述することは困難である。

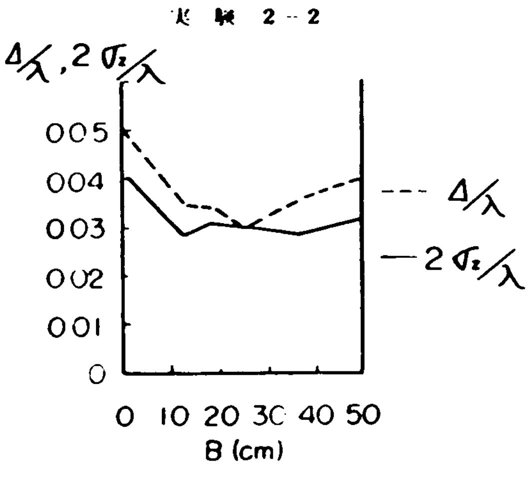


図２・３・６ Δ/λ および $2\sigma_z/\lambda$ の横断変化

実験２－３は B/h を実験２－１とほゞ同じにし，フルード数を変化させた場合のものである。

砂の運動が激しく，水が濁ったため十分な観察はできなかったが，実験２－２と同様の経過をたどって行くようである。ただしこの場合は実験２－２と異なり，波長の短かい砂堆が形成され，それに伴なって水面に停止波が発生する。しかしこの水面波は全く定常的なものではなく，一波長程度下流へ移動し，一旦消滅しかゝって再びもとの位置に発生するということを繰り返している。

以上のように砂堆はその形状も様相もかなり複雑であり，このような複雑なものとする原因の一つとして側壁の存在という境界条件がかなり重要な役割を演じているようである。このため実験水路では多くの場合，砂堆と交互砂州などが混在することになり，これが直線水路における蛇行流の形成となって，現象をより一層複雑にしている。このような意味からも，側壁の影響と蛇行流の形成についての考察は，蛇行現象そのものだけでなく，交互砂州と砂堆との明瞭な区分という意味からも重要であるが，これについての考察は第３章にゆずることにする。

実験 ３[27)]

㋑ 実 験 場 所 ： 京大防災研究所宇治川水理実験所

㋺ 実 験 期 間 ： １９６６年 ～ １９６７年

㋩ 実 験 者 ： 田 中， 川 上， 山 田

㊁ 実 験 目 的 ： Lower flow regime における河床波の統計的性質を検討するための基礎資料を得ることを目的とする。

㋭ 実験装置および実験方法 ： 実験水路および実験用砂は前の実験２と同じである。行なった実験の種類は表２・３・４に示す１６種である。

表 ２・３・４ 実 験 ３ の 種 類

実験番号	河床こう配 I	流 量 Q（ℓ/s）	水 深 h（cm）	平均流速 U（cm/s）	Froude数 F	砂粒レイノルズ数 R_*	河床形態
3－1	0.0025	30	11.64	51.7	0.59	39	砂 堆
3－2	0.00167	15	7.31	41.1	0.55	25	〃
3－3	0.0025	40	12.33	65.0	0.73	40	〃
3－4	0.00255	11	5.69	39.7	0.53	28	〃
3－5	0.00325	50	13.89	72.0	0.62	49	〃
3－6	0.0100	10	3.06	65.4	1.19	40	遷移河床
3－7	0.0100	20	4.54	88.1	1.32	49	〃
3－8	0.00935	30	5.65	106.3	1.43	53	〃

実験番号	河床こう配 I	流　量 Q (ℓ/s)	水　深 h (cm)	平均流速 U (cm/s)	Froude 数 F	砂粒レイノルズ数 R_*	河床形態
3 − 9	0.0100	45	7.00	128.5	1.55	61	遷移河床
3 − 10	0.00460	10	3.90	51.3	0.83	31	砂　堆
3 − 11	0.00450	20	5.40	74.1	1.02	36	〃
3 − 12	0.00450	30	8.40	71.4	0.79	44	〃
3 − 13	0.00160	10	4.80	41.7	0.61	20	砂　漣
3 − 14	0.00160	12	5.50	43.6	0.60	22	〃
3 − 15	0.00190	14	5.60	50.0	0.68	24	〃
3 − 16	0.00215	20	7.80	51.3	0.66	30	砂　堆

河床波が十分に発達し，平衡状態が達成されたと思われるまで（約3時間）通水を継続した後，河床波を乱さないように水を堰き止め，この河床形状を水路の中央断面での一測線にて，河床波の大小により5〜2.5 cmの間隔で測定した。上，下流端の影響域を考えると，有効長として10 m程度しか取れないため，統計的解析を行なうには資料が不足である。そこで，以後20分間隔で通水を繰り返して，上述のような測定を行ない，これを継ぎ足して資料とした。この場合変動周期に対する継ぎ足しの影響が問題となる。これについては，継ぎ足しの効果が明瞭に現われる程資料を長く取らなかったこと，および奈良井が150 m水路を用いて行なった実験[28]のうち，比較的水理条件の似たものについて比較した結果からも，継ぎ足しの影響は認められなかったため，若干問題ではあるが，このような資料も十分使用可能なものと判断した。

水面こう配，河床こう配は，通水中ポイントゲージにて水面および河床の縦断形状の測定を行ない，これらの平均線としての水面形および河床形状のこう配の平均値を用いることにした。また平均水深もこの測定値の水深の平均値を用いた。なお実験3　1および3－9では実験中，固定点での水面および河床高の時間的変化を測定した。実験の結果およびその解析に関する考察については次節に述べることにする。

2。Upper flow regime に関する実験

実験 4[29]

㋑ 実験場所 ： 京大防災研究所宇治川水理実験所

㋺ 実験期間 ： 1968年 〜 1969年

㈧ 実　験　者 ： 田中，小笹，坂

㈡ 実験目的 ： Upper flow regime における河床形状および流れの諸特性に関する基礎資料を得ることを目的とする。

㈭ 実験装置と実験方法 ：Upper flow regime では，流砂量が極度に多くなるため，給砂方式による実験は乾燥砂の確保の労力から実施が困難となる。そこで水と砂とを同時に循環させるタイプの水路が必要となり，こうした多量の土砂輸送を伴なう現象に対する研究の進展を図る目的で，昭和42年に新しい実験水路が設置された。その概要は次のようである。

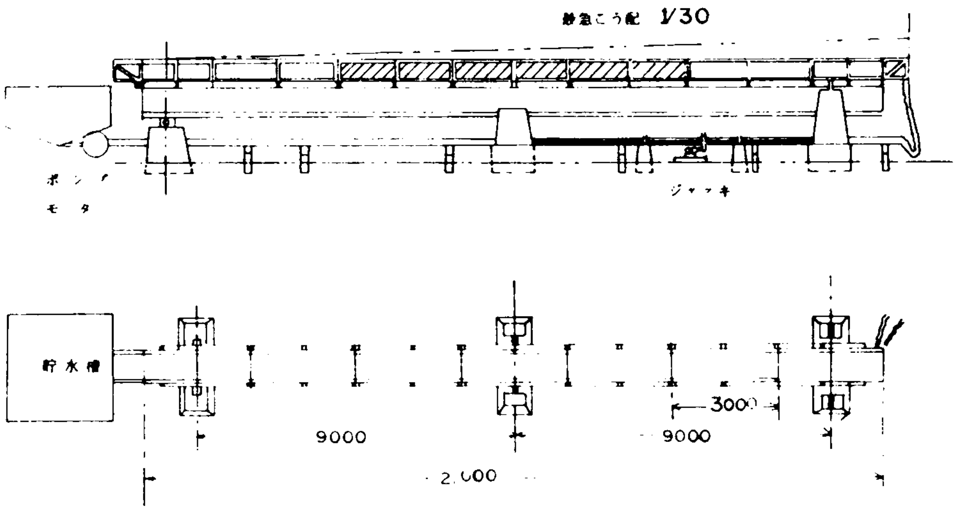


図 2・3・7 Upper flow regime の実験に用いた実験水路

水路は図2・3・7に示すように幅50*cm*，深さ50*cm*の断面を有し，長さは21*m*の鋼製水路であるが，中央部9*m*は両面ガラス張りで，現象を側面から観察できる。水路は全長にわたってプレートガーダーの上に乗っており，下部に設置された2個の電動ジャッキにより0～1/30の間で任意のこう配に設置することができる。水路下流端には約10m^3の貯水槽があり，これから2本の管路で水路に給水するようになっている。2本の管路はそれぞれ別のポンプを有し，最大流量は30 ℓ/s，70 ℓ/s である。回流管路を2本にしたのは，この水路は水と砂とを同時に循環させるように考えられているため，管路内流速は実験水路内のそれよりも常に大きく，管路内で砂の貯溜などを起させないよう配慮されている。流量はベンチュリー管の圧力差を水銀マノメーターを読むことによって知るようになっている。ベンチュリー管口径より求められる理論流量は，実験に先立って清水，固定床での流速分布の測定から求めた実測流量によって若干の補正を行なった。実

験の種類を表2・3・5に示す。

表 2・3・5 実験4の種類

実験番号	河床こう配 I	流量 Q(ℓ/s)	水深 h(cm)	平均流速 u(cm/s)	粒径 dm(mm)	Froude数 F	流砂量 Qs(gr/s)	河床形態
4−1	0.00400	20	6.08	65.8	0.145	0.85	178.3	反砂堆
4−2	0.00300	20	6.70	59.7	〃	0.74	218.0	平坦河床
4−3	0.00240	20	6.45	62.0	〃	0.78	−	〃
4−4	0.00926	20	4.43	90.3	〃	1.37	822.8	反砂堆
4−5	0.01099	20	4.33	108.4	〃	1.42	1137.4	C & P
4−6	0.00261	40	9.77	81.8	〃	0.84	401.1	平坦河床
4−7	0.00228	40	9.84	81.3	〃	0.83	373.5	〃
4−8	0.00541	40	8.21	97.4	〃	1.09	706.6	反砂堆
4−9	0.00667	40	7.00	114.3	〃	1.38	1598.4	〃
4−10	0.01124	40	5.90	135.7	〃	1.78	2626.3	C & P
4−11	0.00439	60	11.21	107.1	〃	1.02	542.1	遷移河床
4−12	0.00161	60	13.34	82.4	〃	0.79	269.9	平坦河床
4−13	0.00339	60	11.68	102.6	〃	0.96	1020.9	〃
4−14	0.00433	60	10.96	109.5	〃	1.06	−	反砂堆
4−15	0.00239	20	10.68	37.5	〃	0.37	26.0	砂堆
4−16	0.00183	40	11.27	71.0	〃	0.68	104.2	平坦河床
4−17	0.00400	18	6.06	59.4	0.910	0.77	−	遷移河床
4−18	0.02750	20	3.72	107.5	〃	1.78	932.8	平坦河床
4−19	0.02760	40	5.23	153.0	〃	2.14	1886.8	〃
4−20	0.02780	60	6.44	186.3	〃	2.34	3752.4	〃
4−21	0.02800	70	8.07	173.5	〃	1.94	3487.4	反砂堆

この表でC＆PとはChute and poolのことをいう。

実験に用いた砂は図2・3・2に示すような，曲線C，Dの2種であり，その平均粒径および標準偏差はそれぞれdm＝0.16mm，1.27 およびdm＝0.91mm，1.22である。まず砂を厚さ約12cmに敷き均し，所定のこう配に整形した後に2〜3時間通水し，平衡状態が達成された後に，

測定が行なわれた。河床こう配は流量，流砂量および下流端での砂止め堰の高さによって自動的に定まるため，実験終了後河床面を乱さないように通水を停止した後で，ポイントゲージにより河床面を測定し，この平均河床こう配の値を用いた。

砂堆の場合を除いて，形状は二次元的として良いと判断されたため，水深，水面および河床の縦断形状ならびに河床波の伝播速度の測定は，ガラス壁面に沿って並べた5台のカメラによる，10～20秒間隔での同時撮影した写真を読み取ることによって行なった。2～3の実験について，実験中の水深測定をポイントゲージにより行ない，写真測定の精度について比較検討した。水深は各縦断写真を5～10cmの間隔で読み取った，100～200個の資料の平均値を用いた。なお写真の歪誤差はガラス面に画いた一辺10cmの目盛を同じ写真から読み取ることにより補正した。この結果，実測の水深と写真から得られるものとは十分1mm以内の精度で一致することが確認された。

流砂量は水路の下流端のナップにおいて，容量1000 cc のボトルにて数個の資料を採取し，これらの平均濃度に流量を乗じて求めた総流砂量である。しかし各資料間のバラツキは相当に大きく，これらの平均値としての値に対して，その精度上かなり問題はあるが，各実験ごとの差違については知ることができよう。また各実験において，河床波の山，谷，中間の位置における流砂の鉛直濃度分布とその粒径分布についても実測資料をとった。このようなUpper flow regimeにおける流砂量についての詳細な実験資料は，比較的少ないため，貴重な資料として有用なものと思われる。

また2～3の実験において，反砂堆の進行中における，ある一定点の流速変化を，光電管式小型プロペラ流速計を用いて測定し，水面変動，河床変動および流速変動の関係を調べた。なお表2・3・5における河床形態の区分は主に観察により行なった。とくに遷移河床と平坦河床は，河床波は存在するがその規模が小さく明瞭でないものと，ほとんど認めることのできないものに使い分けた。しかし実験結果の整理の段階では両者は同じものとして取り扱った。

㋩ 実験結果と現象の観察：水面波および河床波の波長を5cm間隔での範囲に含まれる度数分布で示したものが図2・3・8である。水面波には河床波と対応しないものもあるが，これは除外した。写真の読み取りにはかなりの誤差を伴なうこと，またとくに小粒径の実験の場合は，水面波および河床波が生成，消滅，統合を繰り返しているため，波長はかなり広範囲に分布している。しかし図2・3・8に見るように，顕著な卓越波長を有し，それは水理条件によって実験ごとに変化している。また卓越波長の2～3倍のところに若干のピークが存在するが，これは写真の読み取りの際波高の小さいものを見落して次のもので波長と判定していることによるものと思われる。

連続写真の記録から，クレストおよび谷の位置の時間的変化を示した走時曲線の一例を図2・3・9に示す。細砂を用いた実験4－14の場合，伝播速度は場所によって大きく変化しており，あ

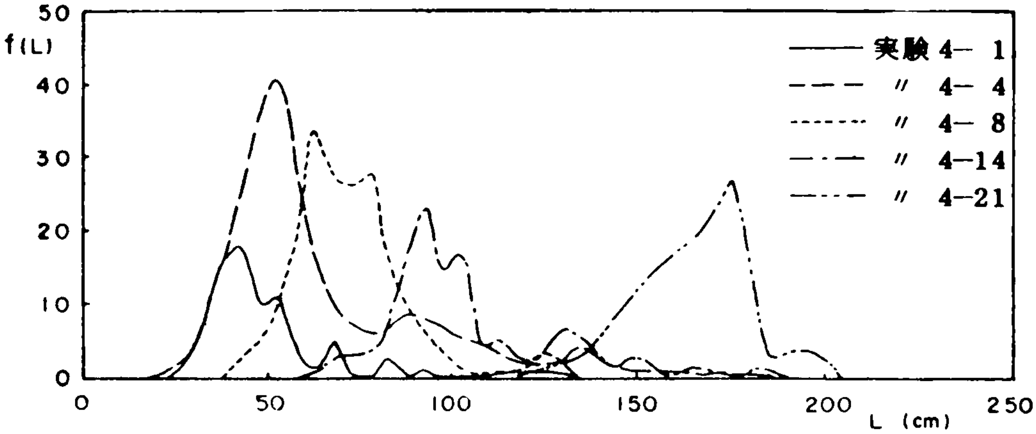
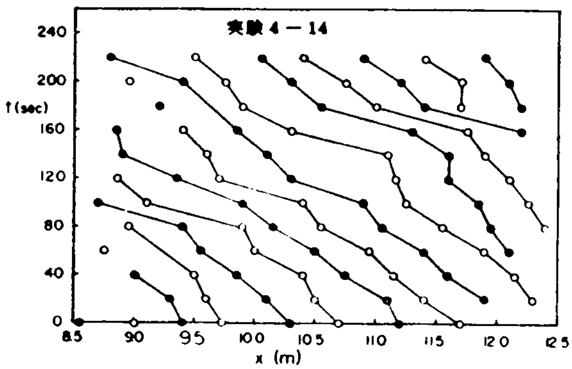
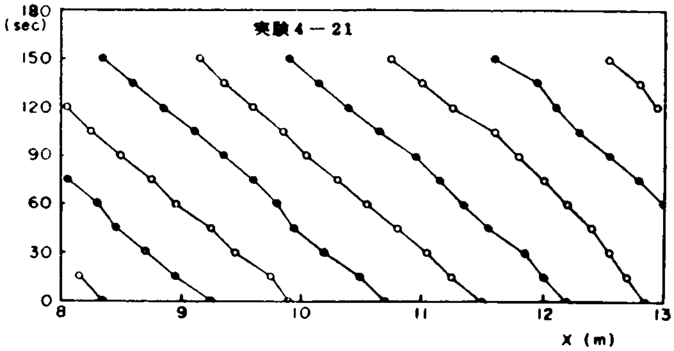


図2・3・8 反砂堆の波長の度数分布



(a) 細 粒 径



(b) 粗 粒 径

図2・3・9 反砂堆の走時曲線(白丸:クレスト、黒丸:谷)

る一定時間消滅していて（波高が小さくて，その存在が確認できない）その追跡が困難であるが，再び走時曲線上に現われてくるものなどあって非常に複雑である。これは粒径が小さいため，わずかな掃流力の変化にも河床の変化が敏感に現われ，そのため現象が不規則になる傾向にあるものと思われる。これに対し，実験4－21は粒径の大きい場合であり，図に見るように走時曲線はきれいな直線をなし，安定した状態であることが分る。これらの事実は，粒径の相違によって水流の変化に対する追随性に差のあることを意味しており，Kennedy[30]が導入した，水流と砂の運動との間の遅れの距離 δ の存在を示唆しており興味深い。以上のように写真測定の結果として得られた，各実験での反砂堆の形状特性を一括して表2・3・6に示す。

表 2・3・6 反砂堆の形状特性

実験番号	卓越波長 λ (cm)	平均波長 λ_m (cm)	水面波と河床波の波高比 H/Δ	平均河床波高 Δ_m (cm)	伝播速度 ω (cm/s)
4－1	42.5	46.5	2.29	0.54	
4－4	52.5	55.5	1.94	1.02	0.5
4－5		63.3			0.5
4－8	62.5	76.3	2.56	0.73	0.8
4－9	52.5	81.0	2.18	2.29	0.4
4－10		104.0			
4－11		99.2	2.24	1.20	1.3
4－13		127.0	2.73	0.54	
4－14	92.5	102.0	2.58	1.22	1.5
4－21	175.0	161.2	1.37	7.97	1.6

河床高Z，水位H，流速U，水深hの一定点での時間的変化を測定した結果の一例を図2・3・10に示す。河床波とは無関係なものがあるため（関係はあっても，伝播速度が大きすぎて河床の変化がこれに追随できない），水面波にはかなり周期の短いものが多く，これに対応して水深波，流速波にも同様のものが見られる。この短周期のものを除外すると，河床波と水面波は同位相で，また流速波と河床波とは逆位相でよく対応していることが分る。

以上本節では実験方法と，実験上に見られた特長的な事項について述べるに止め，実験結果に対する考察は第4節および次章以下に改めて述べることにする。

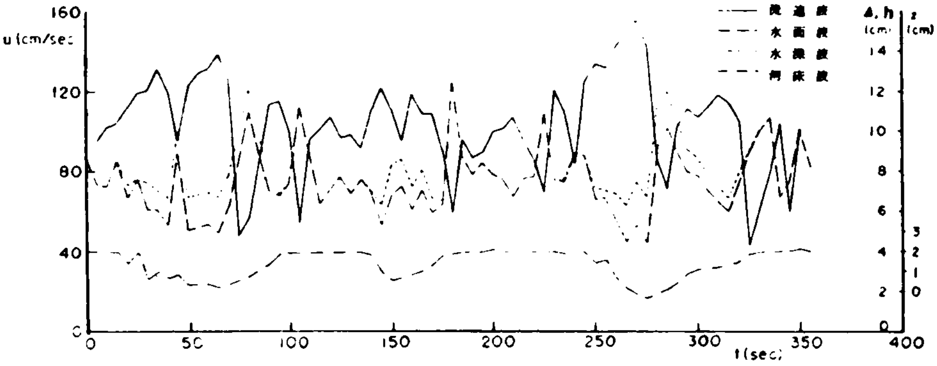


図2・3・10 水面波、水深、河床波、流速の時間的変化の測定例

第 4 節　河床形状の統計的特性

われわれが日常体験する現象の中には，不規則変動現象と云うべきものが非常に多い。否，ほとんど全ての現象が不規則変動を行なっているといっても過言ではない。前節で述べたように，河床形態の形状もまたその一つである。このように，現象の中に不規則な変動成分が含まれている場合われわれは普通，まず平均値を問題とするが，これだけでは十分でなく，現象をより良くより深く理解するためには，変動成分の統計的性質を明らかにしなければならない。そこで本節では河床形状の統計的性質について，前節での実験資料を基に考察することにする。

1。河床形状のスペクトル特性

上述のような不規則成分を含む現象を解析する手法はフーリエ解析法を適用することが今世紀頭初頭に試みられて以来，多くの研究が積み重ねられてきた。とくに１９２０年代以降，Ｇ・Ｉ．Ｔａｙｌｏｒによる乱流の統計的研究や，Ｎ，Ｗｉｎｅｒによるこの分野への貢献と情報理論の確立などにより，その解析手法は大きく発展させられてきた。いまでは物理学，工学のみに限らず，広く各

分野において，これらの手法を駆使した研究が精力的に進められている。水理学の分野においても先の乱流現象を始め，風波および内部波の現象および水文統計などにおいてもいまや広くスペクトル解析法が使用され，多くの先駆的研究が進められつつある。そこで，ここでも同様の手法を用いて，河床形状の統計的性質について考察することにする。

(i) 相関関数とスペクトル

定常確率過程にあると見なされる場合の時間 t の変量を U(t) とし，U(t) の時間平均を $\overline{U}$，変動分を $U'(t)$ とするとそれらの間には次の関係がある。

$$U'(t) = U(t) - \overline{U} \qquad (2\cdot4\cdot1)$$

この場合の自己相関関数 R(τ) は次のように定義される。

$$C(\tau) = \overline{U'(t)\cdot U'(t+\tau)} = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-\tau/2}^{+\tau/2} U'(t)U'(t+\tau)\,dt \qquad (2\cdot4\cdot2)$$

またこの自己相関関数を次のように正規化したものを自己相関係数という。

$$R(\tau) = C(\tau)/C(0) \qquad (2\cdot4\cdot3)$$

$U'(t)$ が種々の周波数の変動成分を有しておる場合，振動数 ω の成分から寄与される分を $\phi(\omega)$ とすると，U(t) と $\phi(\omega)$ とは互にに F o u r i e r 変換によって結ばれており，

$$U(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}\phi(\omega)\,d\omega \qquad (2\cdot4\cdot4)$$

$$\phi(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} U(t)\,e^{-i\omega t}\,dt \qquad (2\cdot4\cdot5)$$

と表わされる。ここで，

$$S(\omega) = |\phi(\omega)|^2/T \qquad (2\cdot4\cdot6)$$

をパワースペクトルと云い，周波数 ω の成分による，変動 $\overline{U'^2}$ への寄与分を意味する。上の諸式より，自己相関関数とパワースペクトルとは互に F o u r i e r 変換の関係にあり，これを誘導者の名をとって W i n e r ― K h i n t c h i n e の関係式という。

$$C(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega)\,e^{-i\omega\tau}\,d\omega \qquad (2\cdot4\cdot7)$$

$$S(\omega) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} C(\tau)\,e^{i\omega\tau}\,d\tau \qquad (2\cdot4\cdot8)$$

またスペクトルを周波数 f (cycle/sec) にて表わすことが多いが，これを p (f) とすると

上の関係式は次のように書くことができる。

$$C(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} p(f)\, e^{i2\pi f\tau} df = 2\int_{0}^{\infty} p(f)\cos 2\pi\tau f df \qquad (2\cdot4\cdot9)$$

$$P(f) = \int_{-\infty}^{\infty} C(\tau)\, e^{-i2\pi f\tau} d\tau = 2\int_{0}^{\infty} C(\tau)\cos 2\pi\tau f d\tau \qquad (2\cdot4\cdot10)$$

(2・3・9) 式において，$\tau = 0$ とおくと，

$$\overline{U'^2}/2 = \int_{0}^{\infty} P(f)\, df \qquad (2\cdot4\cdot11)$$

となる。しかし場合によっては，

$$\int_{0}^{\infty} E(f)\, df = \overline{U'^2} \qquad (2\cdot4\cdot12)$$

となるようにスペクトル $E(f)$ を定義することもある。この場合は (2・3・9)，(2・3・10) は次のようになる。

$$\left.\begin{aligned} C(\tau) &= \int_{0}^{\infty} E(f)\cos 2\pi\tau f df \\ E(f) &= 4\int_{0}^{\infty} C(\tau)\cos 2\pi\tau f d\tau \end{aligned}\right\} \qquad (2\cdot4\cdot13)$$

このような $P(f)$ を two - sided spectrum，$E(f)$ を one - sided spectrum という。

(ii) 計算の手法

パワースペクトルを求めるには Winer -- Khintchine の関係式により，測定値から自己相関関数を計算し，これを Fourier 変換することによって求めるのが最も広く行なわれている方法である。Tukey[31] は自己相関関数の代りに共分散を用い，簡単に計算できる方法を確立し，また求められた結果の有意性等についての検討を可能にした。この方法による手順は次のようである。

まず Δt の間隔で読み取った N 個の観測値を，あらかじめスペクトルが平坦化するように Pre - whitening を行なう。これにも 2・3 のものがあるが著者は次のものを用いた。

$$\widetilde{U}_n = U_n - 0.6\, U_{n-1} \qquad (2\cdot4\cdot14)$$

このように変換した系列 $\widetilde{U}_n$ を用いて次のような $m+1$ 個の共分散 C_r を計算する。

$$C_r = \frac{1}{N-r}\sum_{k=1}^{N-r} \widetilde{U}_k \cdot \widetilde{U}_{k+r} \qquad (2\cdot4\cdot15)$$

このC_rからlinear power Lr を次のようなフーリエのcosine 変換により求める。

$$
\left.
\begin{aligned}
L_0 &= \frac{1}{2m}(C_r + C_m) + \frac{1}{m}\sum_{q=1}^{m-1} C_q \\
L_r &= \frac{1}{m} C_0 + \frac{2}{m}\sum_{q=1}^{m-1} C_q \cos\frac{qr\pi}{m} + \frac{1}{m} C_m \cos r\pi \quad 0<r<m \\
L_m &= \frac{1}{2m}\left\{ C_0 + (-1)^m C_m \right\} + \frac{1}{m}\sum_{q=1}^{m-1}(-1)^q C_q
\end{aligned}
\right\} \qquad (2\cdot4\cdot16)
$$

これを次のようなhaming 又はhaningと呼ばれる平滑化を行ない，スペクトルの推定誤差を少なくする。いまhaning を用いることにすると，

$$
\left.
\begin{aligned}
P_0 &= 0.5(L_0 + L_1) \\
P_r &= 0.25(L_{r-1} + L_{r+1}) + 0.5 L_r \qquad 1 \leq r \leq m-1 \\
P_m &= 0.5(L_{m-1} + L_m)
\end{aligned}
\right\} \qquad (2\cdot4\cdot17)
$$

である。そこで最後に，先程Pre － whitning を行なった影響を除くため次のような復色操作を行なうことにより，パワースペクトル$\widetilde{P}_r$を得る。

$$
\widetilde{P}_0 = \frac{N}{N-m} \cdot \frac{P_0}{1.36 - 1.2\cos(2\pi/6m)}
$$

$$
\left.
\widetilde{P}_r = \frac{P_r}{1.36 - 1.2\cos(2\pi r/2m)} \qquad 1 \leq r \leq m-1
\right\} \qquad (2\cdot4\cdot18)
$$

$$
\widetilde{P}_m = \frac{P_m}{1.36 - 1.2\cos(1 - 1/6m)\,2\pi}
$$

以上のようにして求められたスペクトルの有意性は次のようである。すなわち，現象中に含まれる周期成分の周期を $1/f_c$とすると，資料の読取り間隔 Δt は次のものまたはそれ以下に選ぶことが必要である。

$$
\Delta t = 1/2 f_c \qquad (2\cdot4\cdot19)
$$

またスペクトルの分解巾としてB_e を選ぶとき，相関関数を求める最大のずらしの数mは，

$$
m = 1/(B_e \cdot \Delta t) \qquad (2\cdot4\cdot20)
$$

とする。さらに推定値の標準偏差をεとすると，資料の個数Nおよび最小記録長さTは，

$$
N = m/\varepsilon^2 \quad , \qquad T = N \cdot \Delta t \qquad (2\cdot4\cdot21)
$$

である。なおスペクトルの自由度Kと標準偏差εとの間には次の関係がある。

$$K = 2B_e T = 2N/m \qquad (2\cdot4\cdot22)$$

$$\varepsilon = \sqrt{m/H} = \sqrt{1/(B_e\cdot T)} = \sqrt{2/K} \qquad (2\cdot4\cdot23)$$

したがって．分解能を良くすると推定精度すなわち安定度が悪くなり，またずらしの数mを少さくすると，スペクトルの平滑化による偏りが大きくなる。これらの点を避けるためにも，資料の総数Nをできるだけ大きくとることが望ましい。

(iii) 実測値による計算結果とその考察

上記の計算手順に従って，実験3の資料により，河床変動の自己相関係数およびパワースペクトルを求めた。計算には京大電子計算機Ⅱ号（KDC Ⅱ）を用いた。これらの資料についての統計的諸量をまとめて示すと，表2・4・1のようである。

表 2・4・1 資料の統計諸量

実験番号	資料数 N	ずらし数 m	河床波の数 N′	平均波長 $\bar{\lambda}$ (cm)	卓越波長 λ (cm)	平均波高 $\bar{\Delta}$ (cm)	σ_z (cm)	サンプル間隔 Δx(cm)	自由度 K	ε
3－1	907	90	50	93	90	3.9	1.6	5	20	0.31
3－2	824	82	63	70	90	2.2	1.0	〃	〃	〃
3－3	837	83	38	107	120	5.7	2.1	〃	〃	〃
3－4	698	69	56	78	98	1.2	0.4	〃	〃	〃
3－5	800	80	43	89	93	3.5	1.5	〃	〃	〃
3－6	689	68	—	—	20	—	0.4	2.5	〃	〃
3－8	600	60	99	—	30	—	0.9	〃	〃	〃
3－9	643	60	—	—	86	—	0.2	〃	21	〃
3－10	635	60	122	25	19	0.9	0.5	5	〃	〃
3－11	738	70	70	52	27	1.5	0.7	〃	20	〃
3－12	917	91	75	58	21	2.1	1.0	〃	〃	〃
3－13	1036	100	113	22	—	0.6	0.3	2.5	21	〃
3－14	1089	100	145	17	15	0.5	0.3	〃	〃	〃
3－15	1092	100	23	130	—	1.3	0.4	〃	〃	〃
3－16	632	60	21	162	—	2.2	0.7	5	〃	〃

この表でσ_zとは平均河床高に対する各資料の標準偏差のことである。

図2・4・1 (a)に実験3－13 ～ 3－16の同(b)に3－10 ～ 3－12の，同(c)に 3－1～3－5の，同(d)に実験3－6～3－9の，河床測定記録から求められる波数スペクトルを示す。実験3－13 および3－14 は限界掃流力をやや上回った状態で，小さな波高の河床波が形成されており，砂漣の初期の段階である。このためスペクトルにも卓越したピークは存在せず，いわゆる雑音（ホワイトノイズ）に近い形を成し，スペクトルの値も小さい。

これに対し，実験3－10 ～ 3－12は典型的な砂漣の段階のものである。前節でも述べたように，観察からだけでは，それらの境界が明瞭でないが，図2・4・1 (b)のようにスペクトルを調べると，それが明瞭に区別される。すなわち，図に見られるように，低周波側のフラットなピークの外に，鋭いピークの存在が認められ，このピークの位置は掃流力の増加につれて，低周波側にずれている。これは掃流力の増加とともに砂漣が発達しつつあることを示している。また図2・4・2に種々のタイプの変動現象について，原系列，確率密度関数，自己相関係数およびパワースペクトルを図示してある。これと比較してみると，図2・4・1 (b)は周期性＋ランダム性の場合であることが分り，周期波としての砂漣の存在が図に明瞭に表われている。

図2・3・1 (c)は砂堆の場合で，低周波側にフラットなピークが一つ存在し，それより高周波側ではk^{-3}のこう配でほぼ一様に減少していく基本的なパターンは各実験に共通している。スペクトルのピークの高さは実験により異なるが，掃流力の増加にともなって大きくなっている。先の図2・4・2と比較すると，この場合は広域不規則現象であることが分る。

図2・4・1 (d)は遷移河床の場合で，観察によるかぎり，遷移河床とも定常波とも判断しかねるが，実験3－7，3－8は図2・4・1 (d)に見るように，スペクトル図上顕著なピークが存在し，明らかに定常波であることが分る。しかし，実験3－9は平坦河床に近く，スペクトルはホワイトノイズに似たフラットな形となっている。

このようにスペクトルを調べることにより，各領域の特性を明確に知ることができ，観察による領域判定のあいまいさを除くことができる。これらを通してながめてみると，掃流力の増加にともない，パワースペクトルの小さいホワイトノイズ型のいわゆる平滑河床から二つのピークが現われる砂漣を経て，低周波側にフラットな一つのピークを有する砂堆へと河床波は発達する。さらに掃流力を増すと，河床波は崩壊過程に入り，いまの逆の経過をたどって，定常波，遷移河床および平坦河床となり，最初のホワイトノイズ型のスペクトルにもどる。

図2・4・3にそれぞれ実験3－1の一定点で測定した河床の時間的変動記録から求めた周波数スペクトルを示す。実験3－1の場合のように砂堆ではクレストを通過した砂はほとんどすべてその前面に堆積する。この場合の伝播速度ωは波高をΔとすると次式によって与えられる。

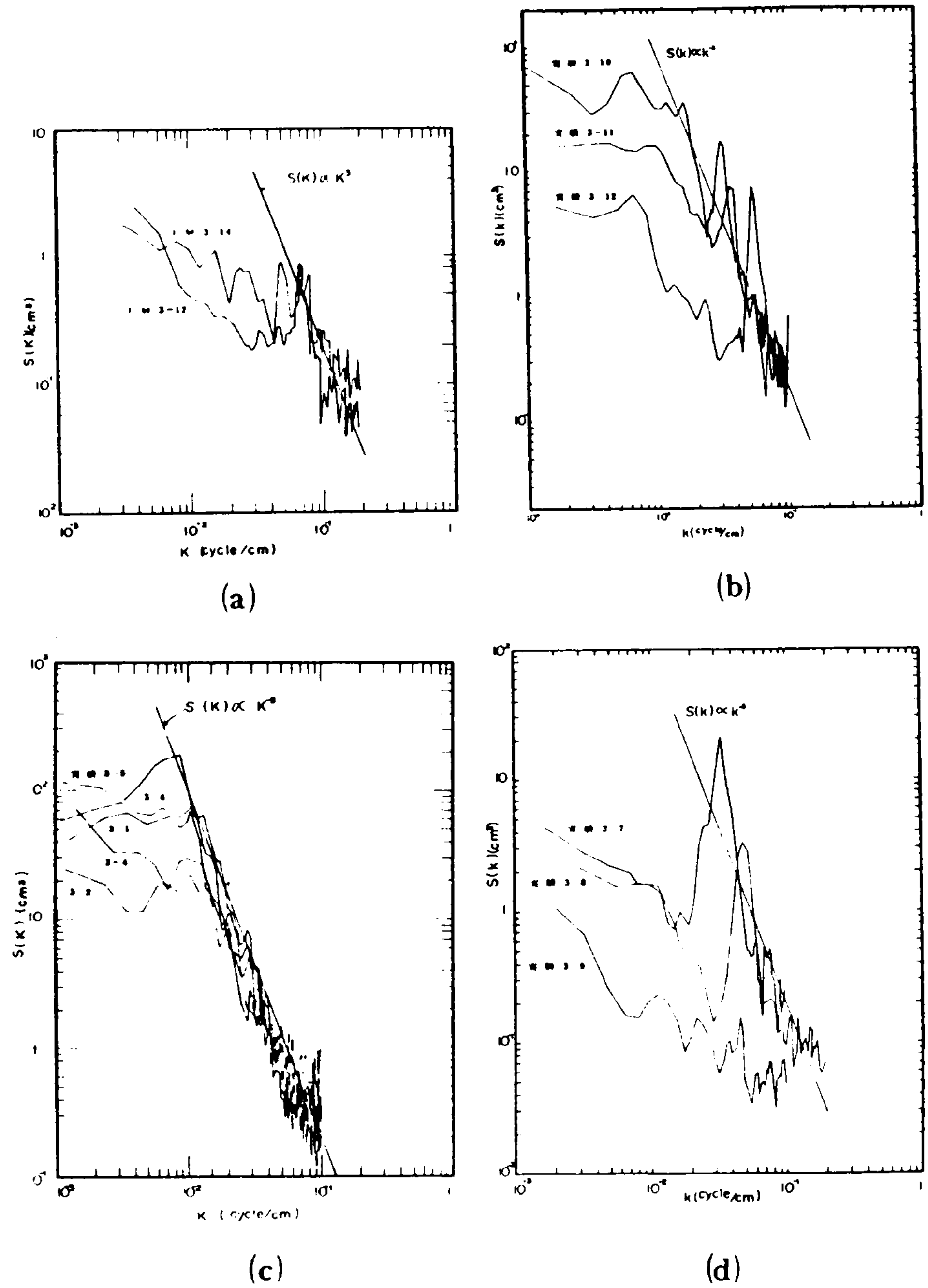
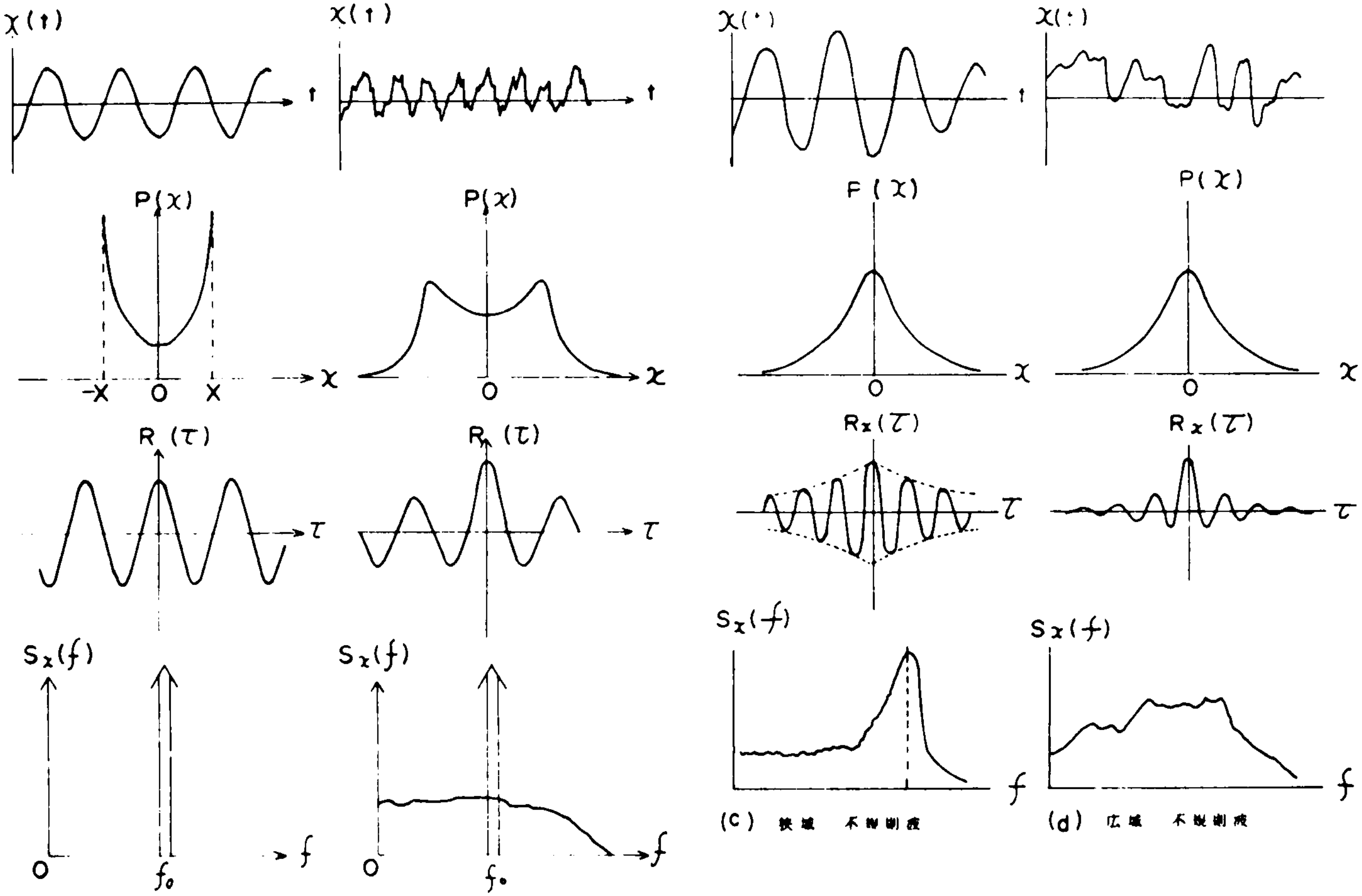


図2・4・1(a) 河床波のパワースペクトル(波数スペクトル)



(a) 正弦波　(b) 正弦波＋不規則波　(c) 狭域　不規則波　(d) 広域　不規則波

図2・4・2　各種の現象の原系列、確率密度関数、自己相関関数、パワースペクトルの比較

$$\omega = 2q_B/(1-E)\Delta \qquad (2\cdot4\cdot24)$$

また波長λと周期Tとの比λ/Tも一種の伝播速度である。いま図2・3・1(c)および図2・4・3において，実験3−1の卓越波長として90cm，卓越周期として47分という値が読み取れる。この値と平均波高$\bar{\Delta}$を用いて上式で計算される流砂量q_Bは実測のそれと5%の誤差で一致していた。したがって両者の卓越ピークはいま完全に対応しているものと見なすことができる。それ以外のものは図2・4・1(e)および図2・4・3のスペクトルに現われる各ピークの中で，統計的に有意なものを低周波側より順に選び，これらが互に対応しているものとして，λとTを両対数紙上にプロットしたものが図2・4・4である。図に見るようにいずれも一本の線上にきれいに乗っている。したがって実験式として次式を得る。

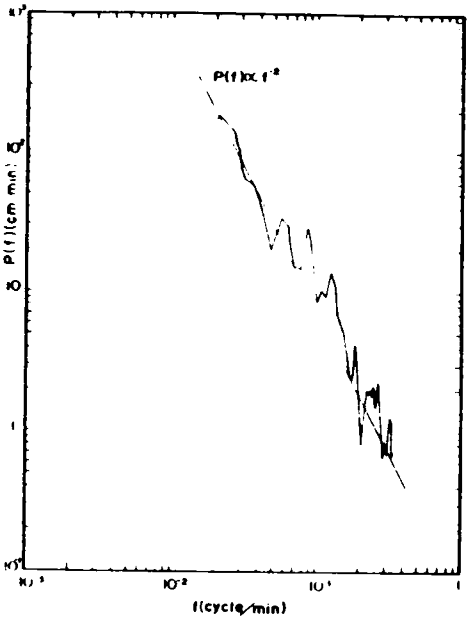


図2・4・3　実験3−1のパワ　スペクトル
（周波数スペクトル）

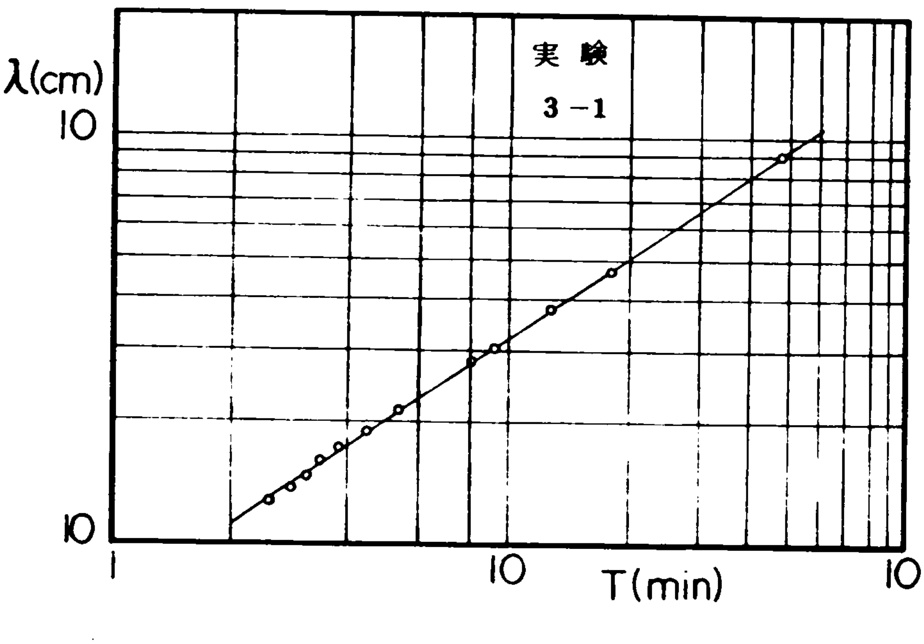


図2・4・4　λとTとの関係

$$T = C \cdot \lambda^{1.5} \qquad (2\cdot4\cdot25)$$

これを伝播速度 ω について書きなおすと，

$$\omega = C' \lambda^{-\frac{1}{2}} \qquad (2\cdot4\cdot26)$$

となる。その後Squarer[38] も同様の実験を行ない，上式と同じ結果を得ており，実験定数 C' は平均流速Uの関数であることを指摘している。（2・4・26）式は河床波の伝播速度がそのスケールによって異なることを示している。実験水路では，大規模な河床波の上に乗った小さなものが伝播速度が大きいためやがて大規模なものに追いつき，両者が一体となることがよく見かけられる。また現象は統計的な意味で定常だから，大小各種のスケールのものが常に存在しており，したがって大きなものから再び小さなものが分離発生することになる。このように（2・4・26）式は河床波が分離や統合をくりかえしながら伝播していく機構をよく説明しており，きわめて興味深い。

芦田，奈良井[33] は幅の異なる二種の水路で同様の実験を行ない，次のような結論を得ている。すなわち，通水後数時間の間隔で測定した水路中央測線での測定値によるスペクトルを比較することにより，図2・4・5に見るように河床波の発達過程が明瞭に示され，十分発達して，平衡状態が達成されるためには，水路幅にもよるが，かなりの時間を必要とすることを指摘している。また，断面内の数測線にそっての測定記録をもとに，クロススペクトルおよびコヒーレンス等を計算することにより，河床波の空間的構造および伝播の様相が明らかに示されることを指摘している。

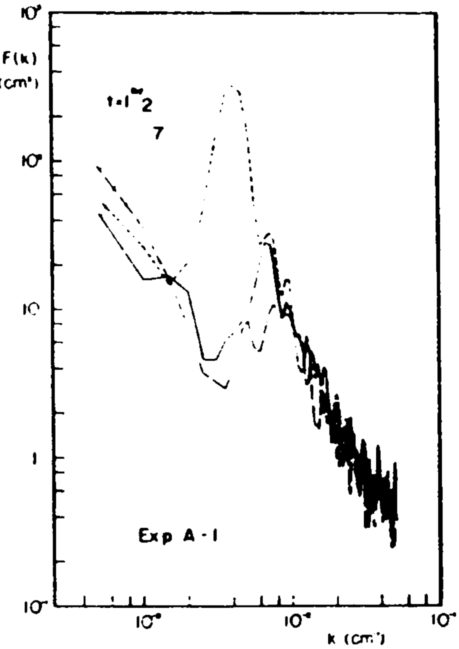


図2・4・5　河床波のパワースペクトルが発達する例
（芦田、奈良井による）

NordinとAlgert[34] も砂堆について，著者と同様の実験を行ない，図2・4・6に示すように，自己相関関数およびスペクトルは2次のマルコフ過程によるモデルで，よく近似できるとしている。砂堆のようにスペクトルのピークが一つの場合はこれでよく近似されるが，図2・4・7(a)に示されるように，ピークが二つの場合は近似の精度が悪く，二つのピークを平均化するような結果となる。これを避けるため次のように考えることにする。現象は一般にh次のマルコフ過程で表示されるものと仮定する。すなわち原系列を $X(\ell)$ とすると仮定により次式で表示される。

$$X(\ell) = a_1 X(\ell-1) + a_2 X(\ell-2) + \cdots\cdots + a_h X(\ell - h) + \varepsilon_e \qquad (2\cdot4\cdot27)$$

ここに a_1，a_2 …… a_h は常数で，ε_e は $X(\ell)$ のランダム成分を表わす。（2・4・27）式

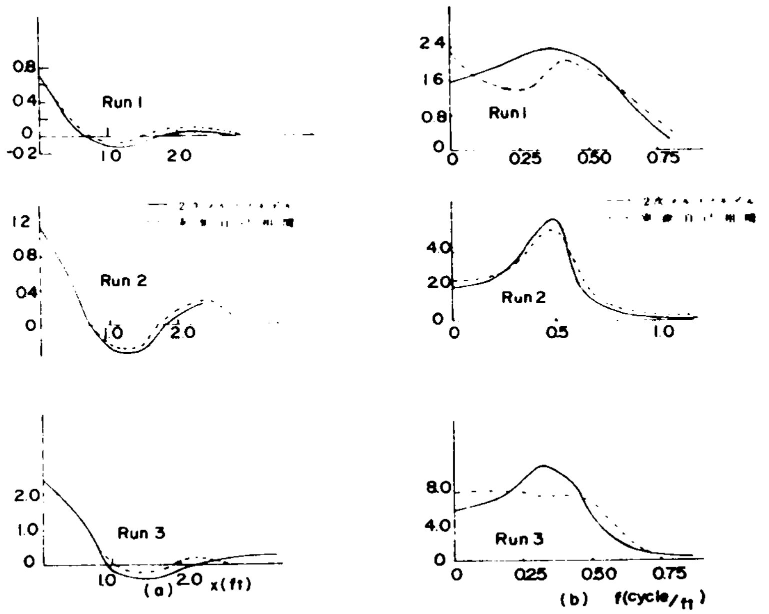


図2・4・6　河床波の自己相関とスペクトル（Nordin & Algert による）

は相関係数 $R(\ell)$ によって次のようにも書ける。

$$R(\ell)=a_1 R(\ell-1)+a_2 R(\ell-2)+\cdots\cdots+a_h R(\ell-h) \qquad (2・4・28)$$

この場合，スペクトル密度関数は次式で与えられる。[35)]

$$g(f)=\frac{\sigma_\varepsilon^2}{|1+a_1 e^{-2\pi i f}+a_2 e^{-4\pi i f}+\cdots\cdots+a_h e^{-2h\pi i f}|^2} \qquad (2・4・29)$$

ここに σ_ε^2 は ε_e の分散である。（2・4・27）式の期待値をとることにより，次式から求めることができる。

$$\sigma_\varepsilon^2/\sigma_0^2=(1-a_1^2-a_2^2-\cdots\cdots-a_h^2)-2(a_1a_2+a_2a_3+\cdots\cdots+a_{h-1}a_h)R_1-2(a_1a_3+\cdots\cdots+a_{h-2}a_h)R_2-\cdots\cdots-2a_1a_h R_{h-1} \qquad (2・4・30)$$

ここに σ_0 は $X(\ell)$ の分散であり，$R_1\ R_2\cdots\cdots R_{h-1}$ は相関係数の最初から $h-1$ 番目までの値である。（2・4・29）式の分母はまた次のように簡単にすることができる。

$$|\quad|^2=(1+a_1^2+a_2^2+\cdots\cdots+a_h^2)+2(a_1a_2+\cdots\cdots+a_{h-1}a_h-a_1)\cos 2\pi f+2(a_1a_3+\cdots\cdots+a_{h-2}a_h-a_2)\cos 4\pi f+\cdots\cdots+2(a_1a_h-a_{h-1})\cos(h-1)\pi f+2a_h\cos 2h\pi f \qquad (2・4・31)$$

以上の取り扱いにおいて，常数 $a_1\ a_2\cdots\cdots a_h$ は（2・3・28）において $\ell=0.1\cdots\cdots$

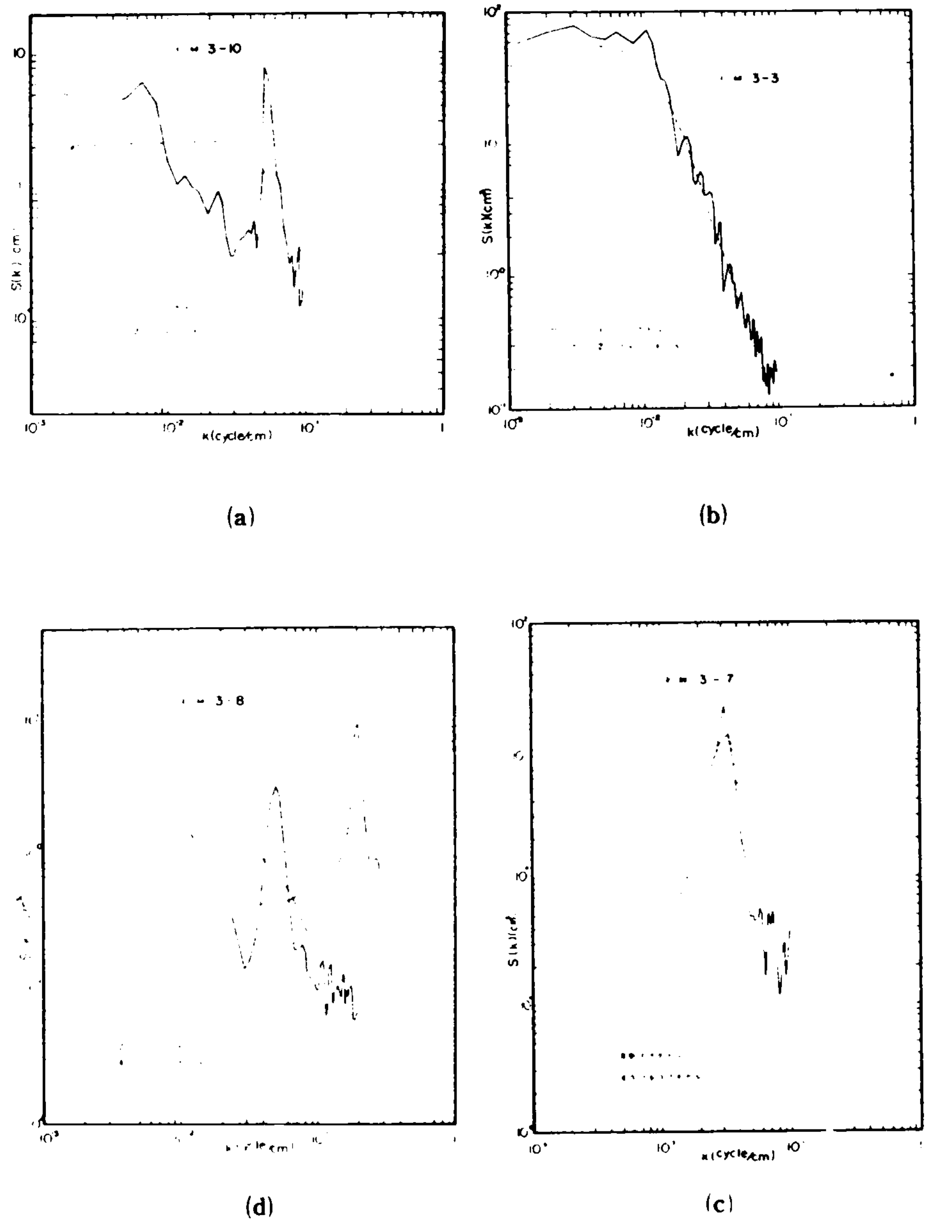


図2・4・7　実測スペクトルのマルコフモデルによる近似

$(h-1)$とおくことによって得られる h 個の連立方程式を解くことによって求めることができる。h の選び方であるが，原系列において n 個の周期成分が存在すると思われる場合は $h=2n$ とすれば良いとされている。[36]

前述したように，スペクトルのピ　クが一つの場合は２次のマルコフモデルでよく近似できることが図 2・4・7 (b) に見ることができる。しかしピークが二つの場合には適合せず，４次のマルコフモデルの方が類似な形をとっている。しかし図 2・4・7 (d) のようにピークの位置がずれている。これは R の値としてずらしの最初からの４ケを用いたためで，二つの周期成分を良く表すためには R の選択間隔を十分大きくとって計算することも行なわれているが，選択間隔の選び方などについては明確にされていない。このように，場合に応じて若干の工夫を行なえば，マルコフモデルで近似することが可能であろう。この場合現象の性質を示すパラメーターとして σ_0， a_1 a_2 …… a_h が重要な意味を持つことになるが，これらの量と水理量との関連については未だ明確でなく，今後に残された課題である。

図2・4・1および図2・4・3に見られるように，波数スペクトルおよび周波数スペクトルの高周波側では，かなり安定した平衡領域が存在し，それぞれ k^{-3} 則および f^{-2} 則が成立していることが認められる。この点に関して，日野[37]は風波の場合の Philips[38] と同様な考え方により次元的考察を行ない，これに河床波の場合の波形こう配は砂の水中安息角を越えないという条件を導入することにより，次式を導いた。

波数スペクトル：

$$S(k)=\alpha(\varphi)\,k^{-3}$$

$$(k_0<k<d^{-1}) \quad (2\cdot4\cdot32)$$

周波数スペクトル：

$$P(f)=\frac{1}{2}\alpha(\varphi)\,\gamma f^{-2}$$

$$(f_0<f<f_1)$$

$$P(f)=f_n(\psi)\,U_*^2 f^{-3}$$

$$(f_1<f<f_\infty) \quad (2\cdot4\cdot33)$$

ここに，$\alpha(\varphi)$ は砂の水中安息角に関係する比例定数で，ほぼ一定値（$\alpha(\varphi)=2.8\times10^{-4}$）をとり，d は砂の粒径，$k_0$ は平衡領域の上限波数，$f_n(\psi)$ は掃流砂関数 ψ のある関数を意味し（$\psi=U_*^2/(\sigma/\rho-1)gd$），$\gamma$ は河床波の伝

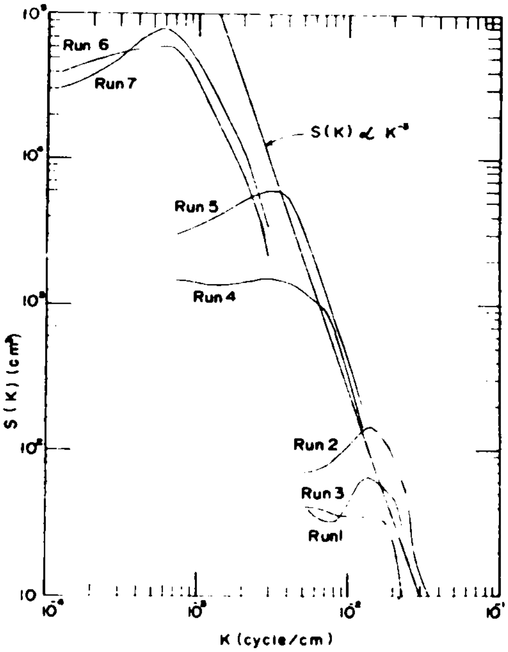


図2・4・8　河床波のパワースペクトル
（Nordin & Algert による）

播速度に関係する比例定数である。

図2・4・8にNordinとAlgert[39]によって行なわれた結果をまとめて示す。これと先の図2・3・1とを重ねて見ると，縦軸の値で10^{-1}から10^{5}までの広い範囲にわたってk^{-3}則の成立していることとが分る。このように広い範囲にわたって実験が一つの線の周囲に集まってくることは極めて興味あることとで，これらの図を通して次のような事実を読み取ることができる。表2・3・2 にスペクトル上のピークとしての卓越波長λ'_1と他の水理量とを著者のものとNordinらのものを併せて示す。

表 2・4・2　低周波側の卓越波長と水理諸量

実験番号		卓越波長 λ' (cm)	水路巾 B(cm)	単位巾流量 q (ℓ/m s)	平均流速 U_m(cm/s)	摩擦速度 U_{*R}(cm/s)	σ_z (cm)	平均水深 h (cm)
著者の実験	3－1	90	50	60	51.7	4.41	1.6	11.6
	3－2	90	〃	30	41.0	3.04	1.0	7.3
	3－3	120	〃	80	65.3	4.49	2.1	12.3
	3－4	98	〃	22	38.5	3.41	0.4	5.7
	3－5	93	〃	100	71.9	5.23	1.5	13.7
	3－6	85	〃	20	65.3	5.17	0.4	3.4
	3－9	86	〃	90	128.5	7.32	0.2	9.6
	3－11	100	〃	40	73.8	4.32	0.7	5.4
	3－12	60	〃	60	75.1	5.17	1.0	8.0
U・S・G・Sの実験[39]	1	77.5	122	64.8	53.1	3.84	0.82	12.2
	2	82	〃	80.2	54.1	4.00	1.05	14.8
	3	101	〃	97.5	55.5	4.41	1.42	17.7
	4	254	244	1188	58.2	4.82	3.51	20.4
	5	06	〃	2061	64.4	5.76	5.33	32.0
	6	1515	2743	8730	111.0	6.53	18.8	79.3
	7	1213	〃	9564	75.6	8.11	22.7	126.0

この表と先の図を併せ眺めるとき，河床波が発達過程にある場合は同種の水路での実験のスペクトルのパワーは，前述のように掃流力の増加につれて大きくなる。しかも水路巾等の水路の規模が大になると，スペクトルのパワーは一段と大きくなることが認められる。これらのことから流れのス

ケールが現象に大きく影響していることがうかがわれ，これは余越[40]の平均流から与えられる乱れの最大スーケルは水路巾の１０倍程度として，水路巾等の流れの規模の効果を指摘した点を考え合せるとき，極めて興味深い。芦田，奈良井[41]は河床波上の乱れの実測から，河床波の発達過程と乱れの構造の変化とは密接な関連のあることを確かめ，水流から流砂現象に供給されるエネルギーと流砂現象として消費されるエネルギーとの間に，ある平衡な関係が成り立っているものと推定した。上のことを調べるために，水流から供給されるエネルギーを代表する量として，河床でのエネルギー損失を決定する重要なパラメーターである，平均流速としての対数式に現われる相当粗度 k_s をとり，

$$\varphi = \frac{U}{U_*} = 6.0 + 5.75\log\frac{R}{k_s} \qquad (2\cdot4\cdot34)$$

また流砂現象としてのエネルギー損失を表わす量として，河床変形の程度を示す，平均河床に対する変動量の標準偏差 σ_z を採ることにする。この k_s と σ_z との関係を実測値によって調べたものが図２・３・９であり，両者の間には極めて密接な相関のあることが認められ，上の考察の正しいことを示している。河床波のパワースペクトルを求める手順からして，スペクトル曲線を軸とで囲まれる面積は河床変形の分散の意味を有しておりその２乗根としての σ_z は河床変形の凹凸の程度すなわち波高と関係のある量であると思われる。またスペクトルは k^{-3} 則によって一つの平衡のパターンを有していたことから，そのスペクトルの面積の大きさは，スペクトルのピークの位置，すなわち卓越波長の大きさにも密接に関係していることが理解される。

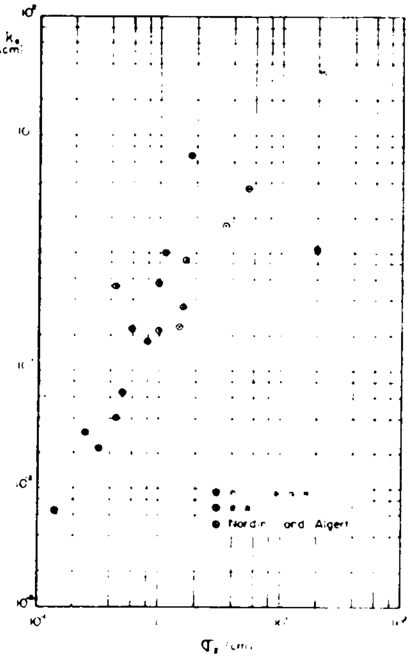


図２・４・９　K_s と σ_z の関係

以上のことから，このような河床波の存在する流れでの抵抗は，形成される河床波の卓越波長とその波高とに極めて密接な関係を有することが分り，これは河床波と抵抗との関連性として従来実験事実としてよく知られていることと矛盾はない。したがって移動床での抵抗を理解するためには，先づ河床波の波高，波長といった形状を定量的に明確に把握することが重要になるが，これについては次章以向において考察することにする。

2。波高および波長の分布

河床波という言葉からも知られるように，従来はその周期的な波動性に着目して，実測およびその整理がなされてきた。これらの平均量としての取り扱いと，前述の統計的性質との関連について今少し考察することにする。前節でも述べたように，普通用いられる 10～ 20 m程度の実験水路では，上下流端の影響域を除外すると，対象とし得る区間は数米程度に限定され，河床波の数も限られたものである。このような測定から得られる平均量としての波高，波長の信頼性について検討を加えておくこともまた重要であろう。

前述のように，かなり周期的現象と思われる砂漣や定常波でさえ，スペクトルを調べてみると，ランダム成分をかなり含んでいることが分った。したがって，いづれの場合も平均量だけでなく，分散などの統計諸量を常に考慮する必要があろう。とくに砂堆では波形は極めて複雑であり，三次元的構造を有することからも，その取り扱いは十分に慎重でなければならない。

いま河床変化の測定記録としての河床縦断図において，平均河床高の線を横切る点の間隔として波長を定義し，また相隣る曲線の変曲点における高さの差でもって波高を定義することにする。（ただし測定器の精度および河床粒径を考慮して有意のもののみを取る。）以上のように定義した河床波の波高，波長を実測値としての原系列から読み取り，それぞれの平均値で割って無次元化した

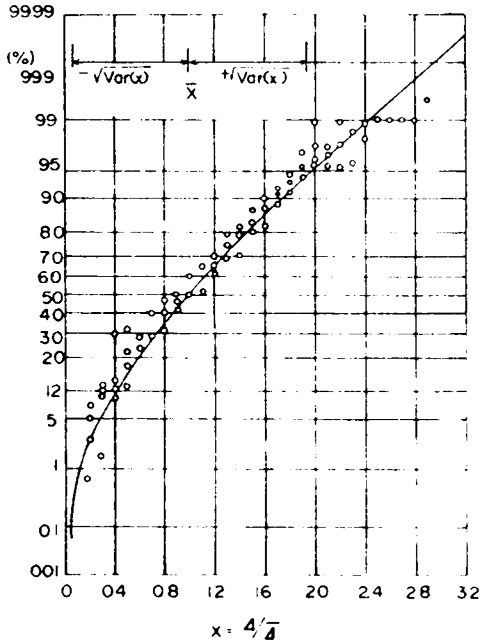


図２・４・10　波高の累加分布

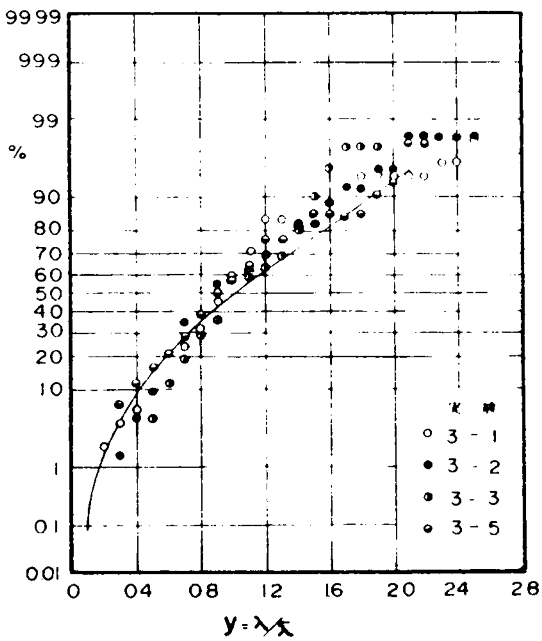


図２・４・11　波長の累加分布

ものを各実験毎に一つの母集団として，その分布を調べ，それらの2・3を重ねたものが図2・3・10および図2・3・11である。この図中に記入されている曲線はRayleigh分布曲線で，この図から，風波においてすでにLorguett−Higgins[42]によって調べられているように，河床波の波高も波長も共にRayleigh分布に従うことが分る。その分布関数は次のようである。

$$P(x) = \frac{\pi}{2} x \exp\left(-\frac{\pi}{4} x^2\right) \qquad (2\cdot4\cdot35)$$

$$P(y) = \frac{\pi}{2} y \exp\left(-\frac{\pi}{4} y^2\right) \qquad (2\cdot4\cdot36)$$

ここに $x = \Delta/\bar{\Delta}$，$y = \lambda/\bar{\lambda}$ である。(2・4・35) 式より平均値 $\bar{x}$ 定義によりは次のように求められる。

$$\bar{x} = \int_0^\infty xP(x)\,dx = 1 \qquad (2\cdot4\cdot37)$$

上式を用いることによりこの場合の分散は定義に従って次のように計算される。

$$\mathrm{Var}(x) = \int_0^\infty (x-\bar{x}')^2 P(x)\,dx = \frac{9}{\pi} - 2 = 0.866 \qquad (2\cdot4\cdot38)$$

したがって標準偏差は次のようになる。

$$\sqrt{\mathrm{Var}(x)} = 0.93 \qquad (2\cdot4\cdot39)$$

また(2・3・35)式より，波高がmより大きいものの平均値は次のようになる

$$x_m = \int_m^\infty xP(x)\,dx \Big/ \int_m^\infty P(x)\,dx \qquad (2\cdot4\cdot40)$$

たとえば風波における有義波に相当する $x_{1/3}$ は(2・4・40)式で分母を1/3とおくことによって求められ，$x_{1/3} = 1.597$ となる。この値は実測の平均値1.61および風波での値1.57とよく一致している。このように河床波と風波は多くの類似点のあることが分る。図2・4・12に $\Delta_{1/3}$ と σ_z との関係が示してある。両者の間にはNordin[43]らが指摘しているように，実験的に次の関係が成立する。

$$\Delta_{1/3} = 3\sigma_z \qquad (2\cdot4\cdot41)$$

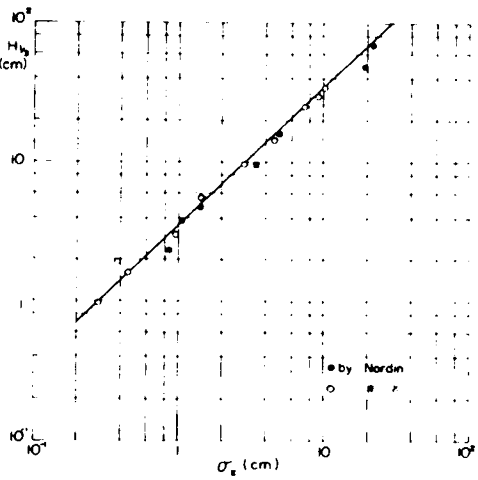


図2・4・12　$\Delta_{1/3}$ と λ_z との関係

先に分布関数から理論的に計算された $x_{1/3}$ と上式の結果から，平均波高 $\bar{\Delta}$ は次のようになる。

$$\bar{\Delta} = 1.88\ \sigma_z \qquad (2\cdot4\cdot42)$$

上式により詳細な河床測定による，平均河床高に対する標準偏差と平均波高との関係が求められた。したがって実験水路が短く，数波長の河床波しか測定できない場合でも，その平均値としてよりも河床縦断測定を詳細に行ない，このσ_zを用いることにより，統計的な意味で信頼性の高い波高の値を知ることができる。

第 5 節　結　　語

本章では，移動床水路の河床に形成される河床形態の実体とその形状特性について考察を加えるとともに，以後の解析のための基礎資料を得ることを目的として行なった実験とその結果に対する考察について述べた。

すなわち，第 2 節では，こうした河床形態の形成機構と，領域区分法について，従来の研究と現状について概観するとともに，その問題点について若干の考察を行なった。その結果，従来の研究にはまだ未解明の点が多く，その根本解決には未だかなりの時間を要すると思われることから，実用的見地に立った研究の必要性を指摘し，そのためには現象を今一度調べるために詳細な実験を行ない，新しい手掛りと方法を探る必要のあることを指摘した。

第 3 節では Lower flow regime と Upper flow regime に大別して実験を行ない，各領域での現象の特長を把握すべく，詳細な観察を行なった。Lower flow regime においては，従来の河床波としての特性の外にもう一つその不規則性が重要なことを指摘し，この不規則性を実験的に明らかにすることに努力を傾注した。すなわち，実験を 3 種に分け，第一段階では不規則な河床の変化を測定する計測器の開発と，その精度の向上に主眼を置き，第二段階では測定方法すなわち，側壁の影響と，河床形状の三次元的特性について検討するとともに，測線のとり方について検討した。以上の結果から，計測器としての超音波式測定器の開発と，とくに三次元的河床構造を問題にする場合を除き，水路中央測線による一縦断測定で，河床形状の測定は十分であるとの結論から，第三段階において，以下の考察に必要な資料を得るべく，Lower flow regime の各領域についての実験を行なった。また Upper flow regime については実験水路，測定方法等を変えて実験を行ない，基礎資料を得た。本節ではこれらの実験に関して，実験方法，測定項目，現象の観察結果について述べた。

第 3 節では先の Lower flow regime での実験資料を用いて，河床変動のスペクトル解析を行ない次のような結果を得た。

(1)　基本的なパターンとして，波数の－3 乗，または周波数の－2 乗という平衡領域が存在する。

(2) こうした平衡パターンの上に，砂漣，砂堆，定常波等の各領域の特性が明瞭に現われる。

(3) 上の結果およびクロススペクトル，コヒーレンス等を調べることにより，その三次元的特性も明瞭に把握されることなどから，スペクトル解析は河床波の不規則性と統計的特性を知る上で極めて有力な手段である。

(4) 実験水路から河川のそれまでの現象が，平衡スペクトルの線上にきれいに整理され，水路の規模の概念により，全てが統一的に説明づけられる可能性がある。

(5) スペクトル図での囲まれる面積は抵抗と密接な関係にあることが予測され，このことを示す σ_z と k_s の実測値も極めて強い相関のあることが確認された。

(6) 波長も，波高も共にRagleigh分布をなし，このことから平均波高は σ_z の1.88倍で表わされることが分った。これは短い水路での資料から，統計的に有意な平均波高を推定する場合などに有用であることを指摘した。

参　考　文　献

1) Velikanov, M. A.，たとえばRaudkivi A. T.，Loose Boundary Hydraulics．pp180～184，Pergamon Press，1967による。

2) Yalin. M. S.，On the formation of dunes and meanders, Proc. 14th I. A. H. R. Congress, Vol. 3，1971.

3) 白砂孝夫，河床波の発生について，第16回水理講演会講演集，1972.

4) Walker，たとえばRaudkivi. A. T.，Loose Boundary Hydraulics による。

5) 芦田和男，奈良井修二，河床形態の変動特性に関する研究 ― その統計的構造について ―，京大防災研究所年報，第12号B，昭43．

6) 白砂孝夫，Sand wavesと流れの乱れ速度との関係に関する一考察，第24回土木学会年次学術講演集，昭44.

7) Anderson. A. G.，The characteristics of sediment waves by flow in open channels, Proc. 3rd Midwestern Conference on Fluid Mechanics, 1953.

8) Kennedy. J. F.，The mechanics of dunes and anti-dunes

in erodible-bed channels, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 16, Part 4, 1963.

9) 林泰造, 川上克巳, 移動河床に生ずる二, 三の不安定現象, 第13回水理講演会講演集, 1969.

10) 白砂孝夫, 各種Sand wavesの発生領域に関する研究 − 変動河床と流れの相互作用に関する基礎的研究第一報 −, 電力中央研究所, 技術第二研究所報告, No. 70013, 1971.

11) 松梨順三郎, 開水路における移動床の不安定性について − 微小変動による理論解析 −, 土木学会論文集, 61号, 昭34.

12) Reynolds. R. T., Waves on the erodible bed of an open channel, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 22, Part 1, 1965.

13) 椿東一郎, 斉藤隆, 流れによるSand wavesの発生限界, 九大工学集報, 第40巻5号, 昭42.

14) Hansen.E., On the formation of meander as a stability problem, Basic Research Progress Report, Technical University of Denmark, No 13, 1967.

15) Gradowczyk. M. H., Wave propagation and boundary instability in erodible-bed channels, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 33, Part 1, 1969.

16) Callander. R. A., Instability and river channels, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 36, Part 3, 1969.

17) Liu. H. K., Mechanics of sediment-ripple formation, Proc. A. S. C. E., Vol. 83, HY 2, 1957.

18) Garde. R. J. and Albertson. M. L., Sand waves and regimes of flow in alluvial channels, Proc. I. A. H. R. Congress, Montreal, Vol. 4, 1959.

19) 杉尾捨三郎, 移動床をもつ流れの水路床形態の区分について, 土木学会論文集, 第71号, 1960.

20) Znamenskaya. N. S., Experimental study of the dune movement of sediment, Transactions of State Hydrologic

Institute (TrudyGGI), No.108, 1963.

21) Bogardi. J., Some aspects of the application of the theory of sediment transportation to engineering Problems, Journal of Geophysical Research, Vol. 66, 1961.

22) Garde. R. J. and Ranga Rajiu, Regime criteria for alluvial streams, Proc. A.S.C.E., Vol. 89, HY6, 1963.

23) 井口昌平，鮏川登，移動床の形態の区分について，生産研究，第18巻，第10号，1966

24) 鮏川登，直線河道における砂礫堆の形成条件について，第26回土木学会年次学術講演会概要集，1971.

25) 矢野勝正，芦田和男，田中祐一朗，砂漣に関する実験的研究（第1報），京大防災研究所年報，第8号，昭40.

26) 芦田和男，田中祐一朗，砂漣に関する実験的研究 (2) ― 砂漣の形成に及ぼす側壁の影響 ―，京大防災研究所年報，第9号，昭41.

27) 芦田和男，田中祐一朗，砂漣に関する実験的研究 (3)，京大防災研究所年報，第10号B．昭42.

28) 前出の文献 5)

29) 田中祐一朗，Anti-dunes に関する実験的研究，京大防災研究所年報，第13号B，昭44.

30) 前出の文献 8)

31) Blackman. R. B. and Tukey. J. W., The measurement of power spectra, Dover Publication Inc., 1959.

32) Squarer. D., Friction factors and forms in fluvial channels, Proc. A.S.C.E., Vol. 96, HY4, 1970.

33) Ashida. K. and Narai. S., The structure of movable bed configuration, Bulletin of the Disaster Prevention Research Institute Kyoto University, Vol. 19, 1969.

34) Nordin. C. F. and Algert. J. H., Spectral analysis of sand waves, Proc. A. S. C. E., Vol. 92, HY5, 1966.

35) 小河原正己，時系列に関する推測論について，確率論および推計学の進歩，岩波書店，1953.

36) 前出の文献 34)

37) Hino. M., Equilibrium－range of spectra of sand waves formed by flowing water, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 34, Part 3, 1968.

38) Phillips. O. M., The equilibrium range in the spectrum of wind－generated waves, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 19, 1964.

39) 前出の文献　34)

40) 余越正一郎，河川の大規模乱れ，京大防災研究所年報，第10号B，昭42.

41) 前出の文献　5)

42) Longuett－Higgins. M. S., On the statistical distribution of the height of sea waves, Journal of Marine Research, Vol.11, №3, 1952.

43) 前出の文献　34)

第 3 章　河床波の平均波高，波長の予測に関する研究

第 1 節　概　　　説

前章では，河床形態の構造に関して実験的に検討を行ない，種々の特性を明らかにしたが，とくに水流に対する抵抗との関連においては，河床波の波高および波長が第一義的に最も密接な関係のあることが明らかとなった。そこで本章ではこれらの河床形状の代表量としての，平均波高，平均波長を水理量から予測する方法について，以下考察を進めることにする。

すなわち第2節では，平衡な河床波上の流れを微小振巾の仮定を用いて線型化した基礎方程式から，摩擦速度U_*を場所と時間の関数として表示し，その結果を流砂量式と流砂の連続式とに代入することにより，河床波の伝播速度を予測する式を導く。さらにこの式の外に，河床波の谷部での流砂はないと言う条件式を用いることにより河床波の波高を予測する式を導く。これらの結果は従来の研究成果および多くの実測値との比較の上，その適用性について検討されている。

第3節では，河床形状を砂漣，砂堆，反砂堆，砂州の四種に区分することにより，前三者については次元解析による実測資料の整理の結果から，砂漣，砂堆，反砂堆の波長をそれぞれ粒径，水深およびフルード数の関数として表示する。また砂州については，横断方向の水面振動と二次流の発生の可能性について検討するとともに，その結果を用いて砂州の波長を予測する式を誘導する。これらの結果を実測値と比較して，その適合性について考察を行なう。

第 2 節　河床波の伝播速度と波高に関する考察

1．河床波上の流れ

移動床水路の河床に形成される河床波も河床変動の一形態である。したがって河床変動の基礎方程式が忠実に現象を記述しているものであれば，その解として河床形状が求められる筈である。しかし現段階での流砂量式（流砂の運動方程式）は，河床波のような局所的な状態まで考慮されておらず，その平均量を与えるに止まっている。したがって，河床波のような局所的な現象を取り扱う場合には，上述の点を補なう意味で，流水と流砂の間の遅れδを導入する取り扱い[1]，流砂の非平衡性を示すパラメーターEを導入する方法[2]，河床波の前後における流砂の非対称性を示すパラメーターαを導入する方法[3]などが考えられている。しかしこれらの量はいづれもその物理的意味において今一つ明確さを欠き，それらの量は最終的に実験に合うように定められているが，それらの

量と水理量との関係およびその定常性などに疑問点も多い。これらの解析的手法は河床に与えられた初期の擾乱が時間的に発達するか減衰するかを検討する，安定理論としての取り扱いをされているものが多く，その結果は河床形態の領域区分には有効であるが，形状の予測には利用できない。

したがって河床変動の基礎方程式を解くという正統的な手法での問題解決は現在のところ望みが薄いため，逆説的ではあるが，前提条件として変形せずに伝播する波動解を与えた場合の水流について考察し，その場合の形状特性と水理量との関係を求めるという立場から以下の考察を進めていくことにする。

現象の観察によると，個々の河床波は他のものと統合，分裂を繰り返し，そのため波高，波長伝播速度などは一様でない。したがって変形せずに一様に伝播する河床波の存在に疑問が生ずるがスペクトル解析において，安定した平衡領域の存在が確認され，またその結果として卓越した波の存在が認められるため，統計的な意味においてはこのような安定した波動の存在を考えても良いものと思われる。またKennedy[4]も，河床波の波高が増大していくと，非線型効果が生じ，十分発達した砂堆や反砂堆では平衡な波高が存在し，その条件は砂堆では流水と流砂の間の遅れ δ が波長 λ に等しく，反砂堆では δ が0となることであるとして平衡な河床波の存在を指摘している。

路床が波状を呈する水路での剪断流れについては，Benjamin[5]の研究，Engelund－Hansen[6]の研究および岩佐－Kennedyの研究[7] 等多くのものがある。しかし岩佐らの

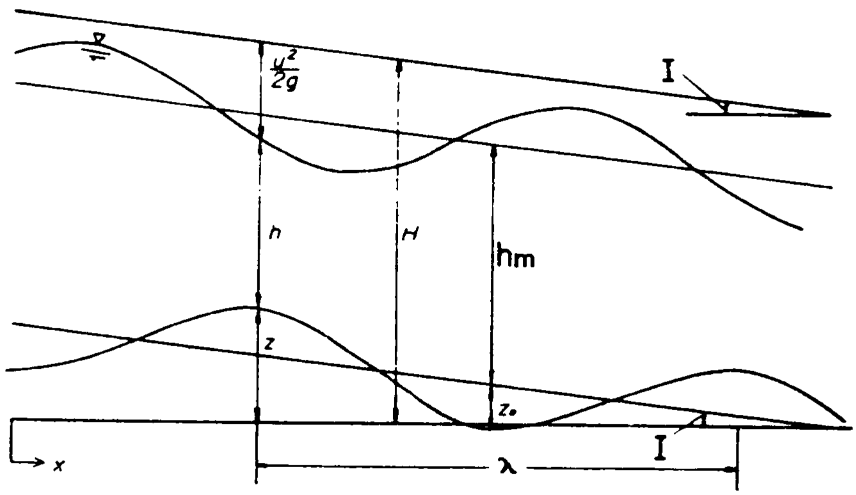


図3・2・1 記号説明

ように運動量補正係数α，エネルギー補正係数βおよび圧力分布の補正係数λ等を全て考慮し，非線型性をも取り入れた解析法は容易にその解析解を得ることが困難なため，ここでは以下に述べるように，微小振巾を仮定して線型化を行なうという極めて近似的な取り扱をすることにする。[8]

いま図3・2・1に示すように，河床形状を正弦関数でもって近似的に表示するものとし，図示の如くに記号をとることにすると，河床形状は

$$Z = Z_0 \sin\theta - i_m X \qquad (3\cdot2\cdot1)$$

ここに

$$\theta = \frac{2\pi}{\lambda}(X - \omega t) \qquad (3\cdot2\cdot2)$$

と書ける。ここにωは河床波の伝播速度である。また同図を参照することによりエネルギー水頭は次のようである。

$$He = Z + h + \frac{U^2}{2g} \qquad (3\cdot2\cdot3)$$

ここに i_mは平均河床こう配である。以下添字mは平均量であることを意味する。今考えているような場合には，一般に時間的変化は緩慢で加速度項は省略しても良いと思われるから，(3・2・3)式よりエネルギー式として次式を得る。

$$Ie = -\frac{\partial H_e}{\partial x} = -\frac{U}{g}\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial h}{\partial x} - \frac{\partial z}{\partial x} \qquad (3\cdot2\cdot4)$$

定常流の場合の水流の連続式は次式で与えられる。

$$h\frac{\partial u}{\partial x} + U\frac{\partial h}{\partial x} = 0 \qquad (3\cdot2\cdot5)$$

以上の諸式から水流に関する基礎式として次式を得る。

$$I_e - i_m + i_m\varepsilon_1\cos\theta + (1 - F^2)\frac{\partial h}{\partial x} = 0 \qquad (3\cdot2\cdot6)$$

ここに，

$$\varepsilon_1 = 2\pi Z_0 / i_m\lambda \qquad (3\cdot2\cdot7)$$

である。いま(3・2・6)式の解としてhを次のように置くことにする。

$$h = h_m\{1 + \varepsilon_2\sin(\theta - \alpha)\} \qquad (3\cdot2\cdot8)$$

Chezy 式によると，I_e，h_m は等流状態において次のように書ける。

$$I_e = q^2/c^2h^3, \quad i_m = q^2/c^2{h_m}^3 \qquad (3\cdot2\cdot9)$$

ここにqは単位巾流量，CはChezy係数である。そこで微小振巾の仮定を導入すると，

$$| \varepsilon_2 | << 1 \tag{3・2・10}$$

であり，この仮定によって ε_2 の高次の項を省略して線型化を行なうと，（3・2・8）および（3・2・9）式より次の2式を得る。

$$I_e = i_m \left(\frac{h_m}{h}\right)^3 = i_m \left\{ 1 - 3\varepsilon_2 \sin(\theta - \alpha) \right\} \tag{3・2・11}$$

$$F^2 = F_m^2 \left(\frac{h_m}{h}\right)^3 = F_m^2 \left\{ 1 - 3\varepsilon_2 \sin(\theta - \alpha) \right\} \tag{3・2・12}$$

この両式を（3・2・6）式に代入すると次のようになる。

$$\frac{\partial h}{\partial x} = \frac{i_m \left\{ 3\varepsilon_2 \sin(\theta - \alpha) - \varepsilon_1 \cos\theta \right\}}{1 - F_m^2 \left\{ 1 - 3\varepsilon_2 \sin(\theta - \alpha) \right\}} \tag{3・2・13}$$

一方，（3・2・8）式をXについて微分すると，

$$\frac{\partial h}{\partial x} = i_m \frac{h_m}{z_o} \varepsilon_1 \varepsilon_2 \cos(\theta - \alpha) \tag{3・2・14}$$

となる。上の両式を等置し，ε_2 の高次の項を省略すると次式を得る。

$$\varepsilon_1 \cos\theta = \frac{h_m}{z_o} \varepsilon_1 \varepsilon_2 (F_m^2 - 1) \cos(\theta - \alpha) + 3\varepsilon_2 \sin(\theta - \alpha) \tag{3・2・15}$$

上式の左辺を加法定理で展開し，両辺を比較することにより，次の2式を得る。

$$\varepsilon_1 \cos\alpha = \frac{h_m}{z_o} (F_m^2 - 1) \varepsilon_1 \varepsilon_2 \tag{3・2・16}$$

$$\varepsilon_1 \sin\alpha = -3\varepsilon_2 \tag{3・2・17}$$

上の両式より次の関係を得る。

$$\tan\alpha = 3/k \tag{3・2・18}$$

ここにkは（3・2・7）式を用いて，

$$k = \frac{2\pi h_m}{i_m \lambda} (1 - F_m^2) \tag{3・2・19}$$

となる。また（3・2・16），（3・2・18）式より，

$$\left.\begin{aligned} \cos\alpha > 0 &: \varepsilon_2 = -\frac{\varepsilon_1}{k} \cos\alpha = -\frac{\varepsilon_1}{\sqrt{k^2 + 9}} \\ \cos\alpha < 0 &: \varepsilon_2 = +\frac{\varepsilon_1}{\sqrt{k^2 + 9}} \end{aligned}\right\} \tag{3・2・20}$$

を得る。上式に（3・2・7）および（3・2・19）式を代入すると次のようにも書ける。

$$\varepsilon_2 = \mp \frac{Z_0}{h_m\,(1 - F_m^2)\sqrt{1 + 9/k^2}} \qquad (3 \cdot 2 \cdot 21)$$

上式において，$\cos\alpha > 0$ のときは負符号を，$\cos\alpha < 0$ の場合は正符号をとる。$F_m \lessgtr 1$ に対応して $\cos\alpha \lessgtr 0$ であるから，ε_2 は常に負の値である。F_m が1の近傍を除いてkはかなり大きく，その範囲では $1 \gg 9/k^2$ として良い。（3・2・21）式はほぼ仮定（3・2・10）を満足しており，これで解（3・2・8）が決定されたことになる。

以上の取り扱いが実際現象との関連において，どれ程妥当性を有するものかという点について考えてみることにする。図3・2・2は前章での実験結果[9]（図2・2・10）を用いて，（3・2・1），（3・2・12）式および流速Uの変化の表示式について，理論と実験との比較を行なったものの一例である。実測値において，河床波とはあまり関係のないと思われる短周期の波は，移動平均を行なうことによってこれを消去した。この例は反砂堆の場合であり，砂漣や砂堆の場合に比較すべき資料がないため十分ではないが，この例からも近似的にはこのような取り扱はほゞ現象をうまくシミュレートしているように思われる。

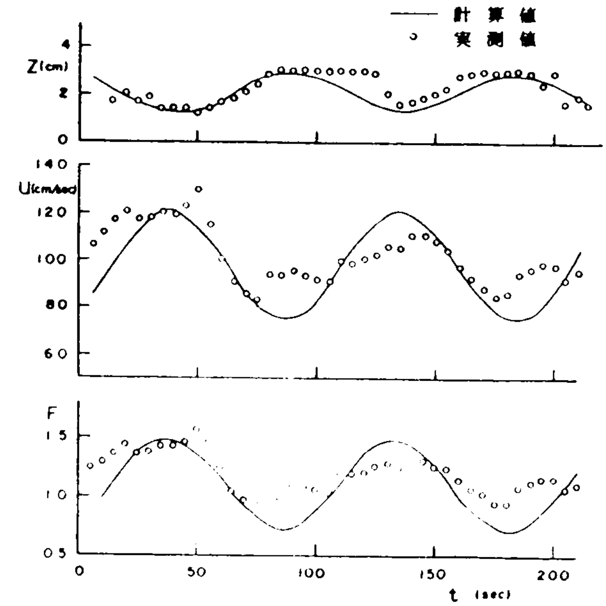


図3・2・2　河床波，流速波，Froude数の計算と実測との比較

次に水面波と河床波の対応について調べてみることにする。前述のように，F_m が1の近傍を除いてkがかなり大きいということは，$F_m < 1$ では $\tan\alpha \doteqdot \alpha \doteqdot 0$，$F_m > 1$ では $\alpha \doteqdot \pi$ ということが（3・2・18）式よりわかる。この近似を用いると，水面波形は次のようになる。

$$H = h + Z - (h_m - i_m X) + Z_0 \left\{ 1 - \frac{1}{(1 - F_m^2)\sqrt{1 + 9/k^2}} \right\} \sin\theta \qquad (3 \cdot 2 \cdot 22)$$

上式の $\{\ \}$ の符号は $F_m < 1$ のとき負，$F_m > 1$ のとき正となる。このことから，（3・2・22）

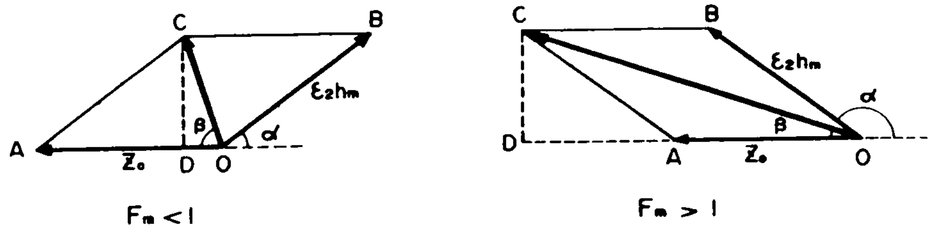


図3・2・3　河床波と水面波との位相の関係

と（3・2・1）式を比較することにより，水面波と河床波は$F_m < 1$のときπだけ位相がずれ，$F_m > 1$のとき位相は一致することが理解されよう。このことは次のように考えると更に明瞭なものとなる。（3・2・18）式よりαは$F_m < 1$のとき第1または第3象限に，$F_m > 1$のときは第2または第4象限に存在することがわかる。水面波と河床波との関係をベクトル的に示したものが図3・2・3である。図において，角βとは水面波振幅と河床波振幅との合成ベクトルと河床のそれとのなす角であることから，水面波と河床波との間の位相差を示すものであることがわかる。図の記号を用いて

$$
\left.
\begin{aligned}
CD &= \varepsilon_2 h_m \sin\alpha \\
OD &= Z_o - \varepsilon_2 h_m \cos\alpha
\end{aligned}
\right\} \qquad (3\cdot2\cdot23)
$$

であるから，これと（3・2・18）および（3・2・21）式からβは次のように求められる。

$$
\tan\beta = \frac{CD}{OD} = \frac{3}{k + (1 - F_m^2)(9 + k^2)} \qquad (3\cdot2\cdot24)
$$

上式および図3・2・3から次のことがわかる。

$$
Fm < 1 \quad : \quad k \to \infty, \quad \alpha \to 0, \quad \beta \to \pi
$$

$$
Fm > 1 \quad : \quad k \to -\infty, \quad \alpha \to \pi, \quad \beta \to 0
$$

これは常流ではほゞ逆位相であり，射流ではほゞ同位相であることを意味しており，しかもそれは完全にπと0ではなく，αだけずれることになる。これはこれまでに知られている経験的事実とよく一致している。

以上の考察からも分るように，このような取り扱いは極めて近似的なものであるにもかゝわらず，定性的にも定量的にもかなり信頼できるものと思われる。

2．河床波の伝播速度

（3・2・8）および（3・2・11）式より，$|\varepsilon_2| << 1$ の条件によって ε_2 の高次の項を省略すると，摩擦速度 U_* は次のようになる。

$$U_* = (g h I_e)^{1/2} = U_{*m}\left\{1-\varepsilon_2 \sin(\theta-\alpha)\right\} \qquad (3\cdot2\cdot25)$$

現在では非平衡の状態に適用できる流砂量式は見出されていないため，平衡の場合のものを適用することにする。いま限界掃流力を考慮した Brown 型の流砂量式を採用することにすると，（3・2・25）式を用いて次のようになる。

$$q_B = q_{Bm}\left\{1-\varepsilon_2 \sin(\theta-\alpha)\right\}\left\{1-\frac{2\varepsilon_2}{1-\tau_c/\tau_m}\sin(\theta-\alpha)\right\}^m \qquad (3\cdot2\cdot26)$$

ここに

$$\left.\begin{aligned} q_{Bm} &= K' U_{*m}(U_{*m}^2 - U_{*c}^2)^m \\ K' &= K d_m \Big/ \left[\left\{(\sigma/\rho)-1\right\} g d_m\right]^m \end{aligned}\right\} \qquad (3\cdot2\cdot27)$$

上式において K，m は実験定数であり，d_m は河床砂の平均粒径，σ は砂の比重，ρ は水の比重である。一般に流砂がかなり存在するときは $\tau_c/\tau_m << 1$ だから，その場合には（3・2・26）式は次のように近似される。

$$q_B = q_{Bm}\left\{1-A\varepsilon_2 \sin(\theta-\alpha)\right\} \qquad (3\cdot2\cdot28)$$

ここに，

$$A = 1 + \frac{2m}{1-\tau_c/\tau_m} \qquad (3\cdot2\cdot29)$$

である。また流砂の連続式は次式で与えられる。

$$\frac{\partial q_B}{\partial x} + (1-E)\frac{\partial z}{\partial t} = 0 \qquad (3\cdot2\cdot30)$$

ここに E は砂の空隙率である。ここで，

$$\xi = X - \omega t \qquad (3\cdot2\cdot31)$$

と変数変換すると，（3・2・30）式は次のように書き直される。

$$\frac{\partial q_B}{\partial \xi} = (1-E)\,\omega\,\frac{\partial z}{\partial \xi} \tag{3・2・32}$$

上式をξについて積分をし，積分定数をCとすると次式を得る。

$$q_B = (1-E)\,\omega z + C \tag{3・2・33}$$

図3・2・4に示すようにZ軸の基準を谷部にとり図のようにクレスト上での流砂量をq_{B1}，谷部でのそれをq_{B2}と記号すると（3・2・33）式の積分定数Cを決定するための境界条件として次式を得る。

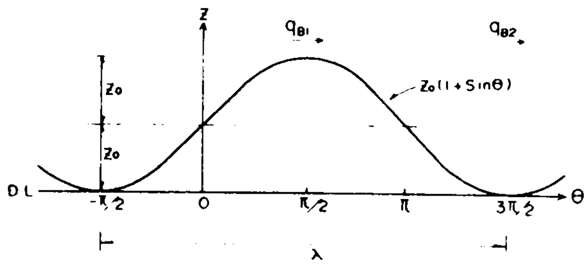


図3・2・4 記号説明図

$$\left.\begin{array}{ll} Z = 2Z_0,\ \theta = \dfrac{\pi}{2} & : q_B = q_{B1} \\ Z = 0,\ \theta = \dfrac{3}{2}\pi & : q_B = q_{B2} \end{array}\right\} \tag{3・2・34}$$

（3・2・28）式よりq_{B1}，q_{B2}は次のように求められる。

$$\left.\begin{array}{l} q_{B1} = q_{Bm}\{1 - A\,\varepsilon_2 \cos\alpha\} \\ q_{B2} = q_{Bm}\{1 + A\,\varepsilon_2 \cos\alpha\} \end{array}\right\} \tag{3・2・35}$$

（3・2・33）式に（3・2・34）の条件を代入して積分定数Cを消去すると，

$$\omega = \frac{q_{B1} - q_{B2}}{2(1-E)Z_0} \tag{3・2・36}$$

を得る。上式に（3・2・35），（3・2・16），（3・2・29）および（3・2・21）式を代入することにより，河床波の伝播速度ωは次のように求められる。

$$\omega = -\frac{q_{Bm}}{(1-E)Z_0}\cdot\frac{2m+1-\tau_c/\tau_m}{(1-\tau_c/\tau_m)\sqrt{1+9/k^2}}\,\varepsilon_2$$

$$= \frac{q_{Bm}}{(1-E)h_m}\cdot\frac{2m+1-\tau_c/\tau_m}{1-\tau_c/\tau_m}\cdot\frac{1}{(1-F_m^2)(1+9/k^2)} \tag{3・2・37}$$

またKennedy[10]はポテンシャル流れによる解析から，流砂と流水との間のずれの距離δを0とおくことにより，伝播速度は次のように求められるとしている。

$$U_b = \frac{n\overline{G}k}{1-E}\coth k\,(D-h) \qquad (3\cdot2\cdot38)$$

ここに，

$$k = 2\pi/\lambda, \quad U^2 = \frac{g}{k}\tanh kD \qquad (3\cdot2\cdot39)$$

であり，$\overline{G}$は平均流砂量，nは流砂量が流速Uのn乗に比例するとした場合の指数である。

またGradowczyk[11]は一次元不定流による解析から，河床波の伝播速度に関して次式を得ている。

$$U_b = \frac{(2+n)}{1-F^2}\Upsilon M^* U \qquad (3\cdot2\cdot40)$$

ここに，

$$\left.\begin{aligned} M^* &= \frac{q_B}{Uh(1-\tau_c/\tau)} \\ q_B &= \Upsilon(\tau-\tau_c)^{\gamma} = \Upsilon(C_b\rho U^2-\tau_c)^{\gamma} \\ C_b &= \Lambda(d_m/h)^n \end{aligned}\right\} \qquad (3\cdot2\cdot41)$$

で，Υ，Λは定数である。Gradowczykは（3・2・38）と（3・2・40）式はほぼ等しい結果を与えることを示しており，また（3・2・40）と（3・2・37）とは全く等しいものであることが分ろう。このように，三者がそれぞれ異なった立場から出発した解析にもかかわらず，ほぼ等しい結果に到達したことは興味あるところである。

（3・2・37）式の妥当性を検討するために，これを

$$\frac{\omega h_m}{q_{Bm}} = \frac{2m+1-\tau_c/\tau_m}{(1-E)(1-\tau_c/\tau_m)\,|1-F_m^2|\,(1+9/k^2)} \qquad (3\cdot2\cdot42)$$

と書き直し，実験値によって検討したものが図3・2・5である。実測のω，h_m，q_{Bm}から計算される（3・2・42）式の左辺を横軸に，右辺を縦軸にとってある。検討に用いた資料は，第2章で述べた著者の実験4とコロラド大学における実験[12]である。コロラド大学での資料では掃流砂と浮流砂が別途に測定されているため，q_Bとしては掃流砂量を用いた。しかし，この資料では反砂堆の場合の伝播速度が測定されていないため，反砂堆に関しては著者の実験4の資料を用いた。著者の実験では流砂の測定が総流砂量についてしか行なわれていず，これを掃流と浮流とに分離することができないため，K = 10，m = 2としたBroun型の流砂量式による算定流砂量でもってq_Bとした。

結果は図3・2・5に見るように，若干バラついているが，全体の傾向としては理論と実験とはかなり良く一致していると見ることができよう。このことから，（3・2・37）式で与えられる河床波の伝播速度ωは，Lower flow regimeからUpper flow regimeまで広く適用

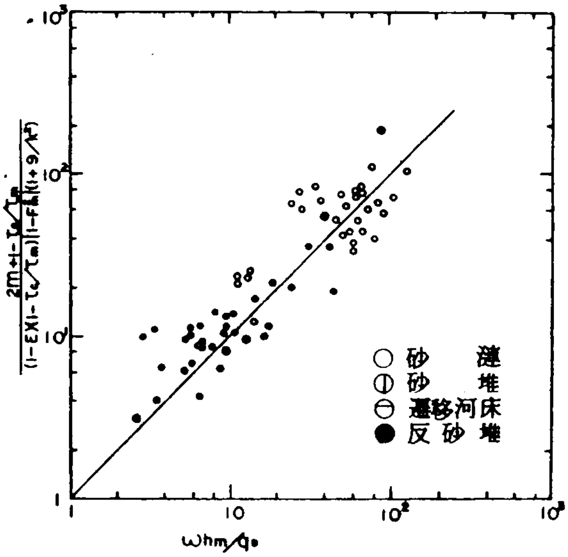


図3・2・5 河床波の伝播速度の実測値と理論との比較

することが可能であると思われる。

3. 河床波の波高

（3・2・35）式によって $q_{B|1}$ および $q_{B|2}$ が求められている。いま谷部での流砂量 $q_{B|2}$ は砂漣，砂堆など剥離域を有する場合は0と考えられる。したがって（3・2・35）式より，

$$F_m < 1 \ ; \ A\varepsilon_2\cos\alpha = -1 \tag{3・2・43}$$

を得る。上式と（3・2・21）および（3・2・29）式より，$2Z_0 = \Delta$であることを考えることにより次式を得る。

$$F_m < 1 \ ; \ \frac{\Delta}{h_m} = \frac{2(1-\tau_c/\tau_m)}{2m+1-\tau_c/\tau_m}(1-F_m^2)(1+9/k^2) \tag{3・2・44}$$

一方反砂堆の場合には $q_{B2} > q_{B1}$ であり，一般には谷部でもクレストでも流砂は存在する。また平坦河床では全ての点での流砂量は等しく，$q_{B|1} \doteqdot q_{B|2} \doteqdot q_{Bm}$ である。そこでいま，

$$q_{B|1} / q_{B|2} = a \tag{3・2・45}$$

とおくことにすると，（3・2・35）式より次式を得る。

$$F_m \geq 1 \ ; \ A\varepsilon_2\cos\alpha = 1-a \tag{3・2・46}$$

このaは一般には $0 \leq a \leq 1$ であり，

$$F_m > 1 \ ; \ q_{B|1} << q_{B|2} \ ; \ a \to 0$$

$$F_m \approx 1 \;;\; q_{B1} \doteqdot q_{B2} \;;\; a \rightarrow 1$$

である。いまの段階ではaを定めることができないため，これを定数的に取り扱うことにすると，(3・2・46)，(3・2・21)，(3・2・29)式より次式を得る。

$$F_m \geq 1 \;;\; \frac{\varDelta}{h_m} = \frac{2(1-\tau_c/\tau_m)}{2m+1-\tau_c/\tau_m}(1-a)(F_m^2-1)(1+9/k^2) \quad (3\cdot2\cdot47)$$

以上の論議において，$F_m = 1$の場合は特異点として不都合を生ずることがあるため，除外することにする。

以上によって河床波の波高を平均水理量で表示でき，その予測が可能となった。この波高を与える(3・2・44)，(3・2・47)式および先の伝播速度を与える(3・2・37)式の2つは，定性的に次のようなことがらを物語っている。すなわち，限界掃流力近傍の状態では$1-\tau_c/\tau_m \doteqdot 0$となるため，河床波は発生しない。これが平滑河床の領域である。次に掃流力が限界掃流力を越えて増加して行くと，河床波が発生し，砂漣，砂堆とその規模を増大させて行く。この段階を河床波の発達過程と云い，その伝播方向は$\omega>0$だから下流方向である。さらに掃流力を増加させて行くと，やがて$(1-F_m^2)\rightarrow 0$となるため，河床波の波高は次第に減少して行く。この状態を崩壊過程と云い，遷移河床，平坦河床の領域がこれに相当する。フルード数が1を越え，さらに掃流力を増加させて行くと，再び河床波が現われるようになる。しかしこの場合の伝播の方向は$\omega<0$であることから，上流に向うもので，これが反砂堆である。以上のように，(3・2・37)，(3・2・44)，(3・2・47)式は，従来から実験事実として知られている一連の現象を，定性的にも極めてうまく説明している。

次にこの波高の予測式の定量的意味での妥当性について検討してみることにしよう。この式で実際に計算を行なうためには，まず流砂量についての実験定数としてのmの値を与える必要がある。そこで先のコロラド大学での実験資料を用いて，q_{B*}と$\tau_*-\tau_{*c}$との関係を調べたものが図3・2・6である。ここにq_{B*}，τ_*，τ_{*c}はそれぞれ周知のように，次のようなものである。

$$q_{B*} = \frac{q_B}{U_* \cdot d_m} \quad (3\cdot2\cdot48)$$

$$\tau_* = \frac{U_*^2}{\{(\sigma/\rho)-1\}g\,d_m} \quad (3\cdot2\cdot49)$$

$$\tau_{*c} = \frac{U_{*c}^2}{\{(\sigma/\rho)-1\}g\,d_m} \quad (3\cdot2\cdot50)$$

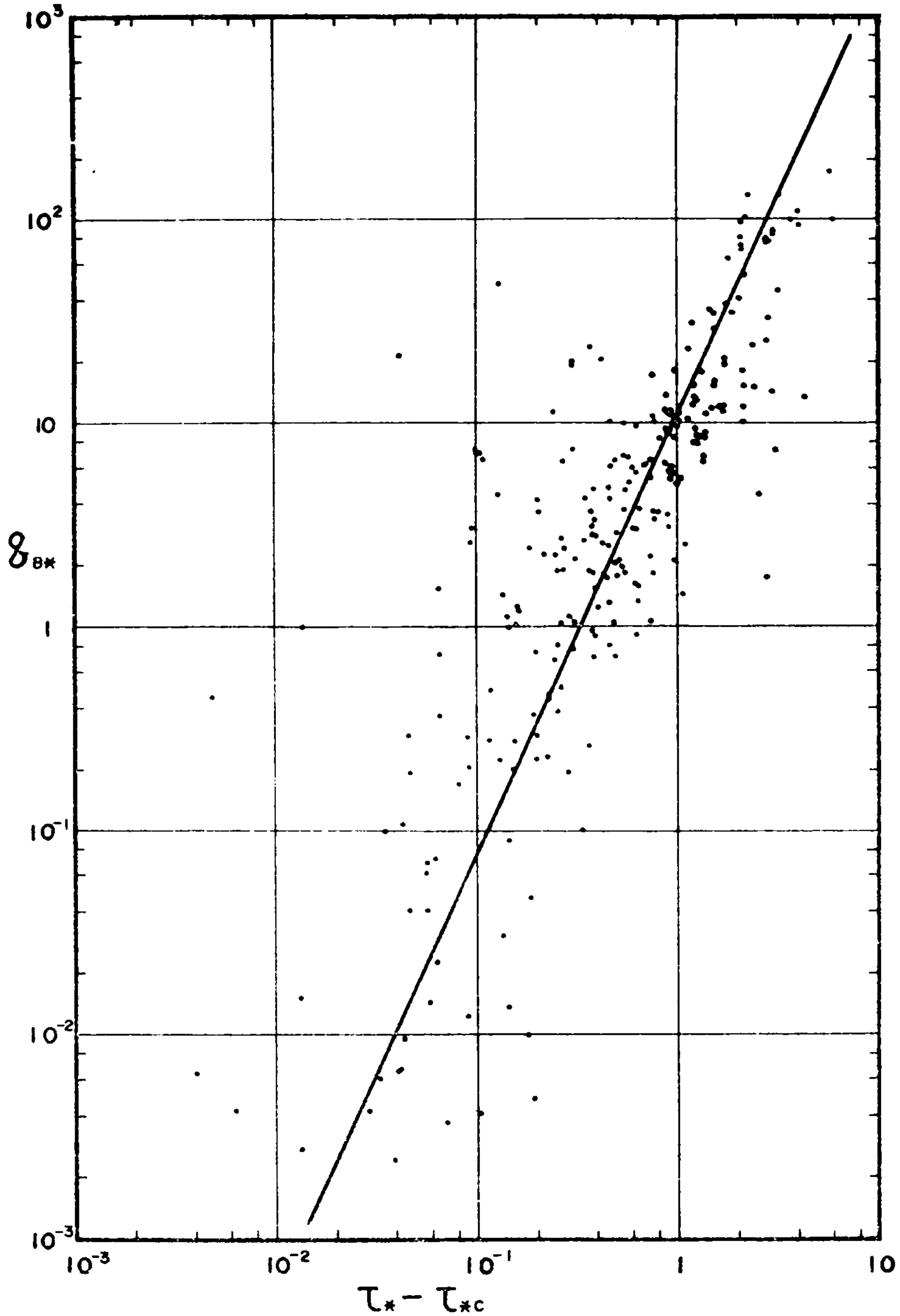


図3・2・6　q_{B*}とτ_*　τ_{*c} との関係

U_{*c}^{2} は岩垣式によって求めた。その結果は同図に見るように，点はかなり広く散乱しているが，その平均線のこう配から次のような値を以後用いることにした。

$$m = 2.2 \qquad (3\cdot2\cdot51)$$

このmを用い，先述のaを0として（3・2・44），（3・2・47）式の妥当性を検討したものが図3・2・7である。

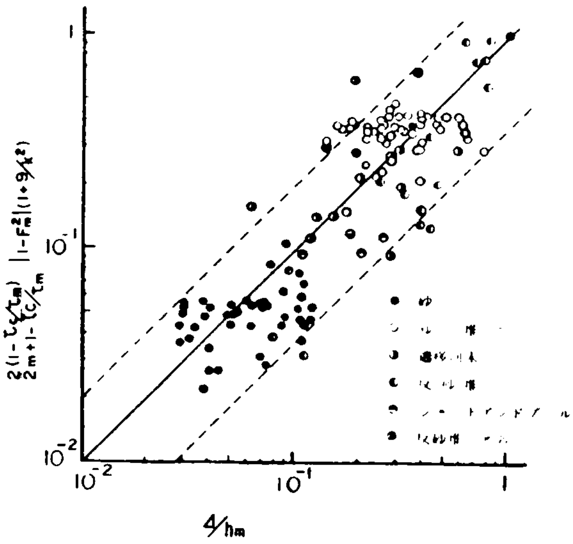


図3・2・7　河床波の波高についての理論と実験値との比較

検討に用いた実測値は先の伝播速度の場合と同様に，著者の実験4とコロラド大学での実験資料である。結果は同図に見られるように，理論線の周りにある巾をなして点は集まっているが，その散乱はかなり激しく，定量的な意味での適用性に若干疑問があるように思われる。これはaの値を0に限定したことにも原因があろうが，図に見るようにとくに遷移河床および反砂堆において精度が低下しているわけでもない。前章第3節において述べたように，波高はRayleigh分布をなしてかなり巾広く分布していることが実験事実として知られており[13]この不規則性が河床波の一つの重要な性質であった。先述の図2・3・10において，上下10％を除いて，10～90％のものを採用することにすると，相当する横軸 $X = \Delta/\bar{\Delta}$ の値として，0.35および1.8という値を得る。この値を記入したものが図3・2・7の点線である。点はこの上下80％の信頼限界内にほとんど入っている。このことは，点の散乱の原因はaの評価の不明確さなど理論上の問題もさることながら，現象の不規則性によるものが多いことを示しているものと思われ，平均値で代表される量での決定論的な方法だけでは十分に対処し切れないことを意味しているものと考えられる。

河床波については Yalin の研究[14] がある。彼は砂漣や砂堆のようにクレストでの水流の剝離を伴なう場合，谷部での流砂は無いため，ここでの掃流力は限界掃流力の状態にあるものと考えた。そしてこのτ_c/τ_mはΔ/h_mの関数になるものと仮定して，

$$\Delta/h_m = f(\tau_c/\tau_m) \tag{3・2・52}$$

上の関係を多くの実測値について調べた結果の平均曲線として次式を得ている。

$$\frac{\Delta}{h_m} = \frac{1}{6}(1-\tau_c/\tau_m) \tag{3・2・53}$$

この関係は著者の（3・2・44）式において，$(1-F_m^2)\sqrt{1+9/k^2}$ を省略したものとほぼ等しい。このことは(3・2・53)式は河床波の発達過程の初期の段階での波高を与えるものと思われる。Yalinの(3・2・53)式と著者の（3・2・44）とを実験値によって比較したものが図3・2・8である。用いた実験資料は表3・2・1に示すようなもので，このうち$U_* d/\nu > 20$のものすなわち，砂漣を除外したものを点描してある。

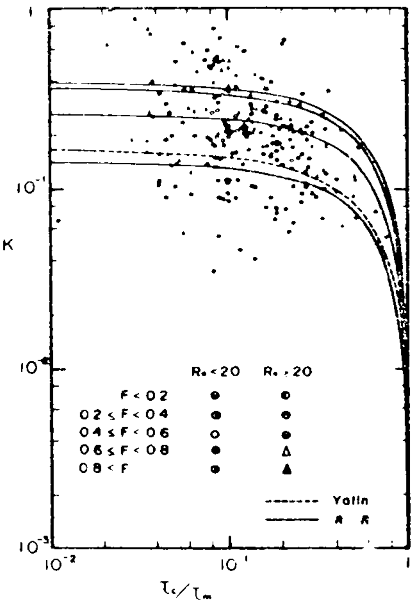


図3・2・8 Yalinの予測式と著者の理論との比較

表 3・2・1 使用した実験資料

実験者	こう配 I	水深 h (cm)	流量 Q (ℓ/s)	粒径 d_{50} (cm)
土木研究所	0.00090 〜 0.01267	2.42 〜 51.20	9.17 〜 1632	0.03 〜 1.0
著者	0.00125 〜 0.028	4.43 〜 13.89	10 〜 70	0.016 〜 0.092
Vanoni Hwang	0.00045 〜 0.00286	7.04 〜 37.06	3.34 〜 185.48	0.0137 〜 0.023
Kennedy	0.001 〜 0.005	6.40 〜 33.22	4.18 〜 642.37	0.019 〜 0.093

実 験 者	こう配 I	水深 h (cm)	流量 Q (ℓ/s)	粒径 d 50 (cm)
Simons Richardson	0.00016 ~ 0.0101	5.79 ~ 30.50	0.23 ~ 2.51 (ℓ/s·cm)	0.045
白 砂	0.00202 ~ 0.00667	17.9 ~ 26.3	50	0.08
椿	0.00084 ~ 0.0113	1.89 ~ 35.9	0.03 ~ 9.26 (ℓ/s·cm)	0.022 ~ 0.146
Straub	0.00496 ~ 0.0143	2.77 ~ 5.12	0.18 ~ 0.26 (ℓ/s·cm)	0.069
Laursen	0.00055 ~ 0.0021	7.62 ~ 30.3	0.27 ~ 1.99 (ℓ/s·cm)	0.011
Acker	0.00041 ~ 0.00155	8.81 ~ 21.02	0.19 ~ 0.74 (ℓ/s·cm)	0.016

図に見られるように，点は τ_c/τ_m が1の近傍を除いて，Yalinの線（点線）からかなりずれているものが多いが，著者の（3・2・44）式でフルード数をパラメーターにした線（実線）はこれらの点を殆ど全てカバーしている。このように（3・2・44）式は先の定性的な説明付けをなすことを考えるとき，Yalin のものを進展させたものであると云うことができる。

第 3 節　河床波の波長に関する考察

1. 砂漣の場合

第2節の考察によって，河床波の伝播速度と波高の予測が可能となった。河床波をその名のように一種の波と考えるならば，その性格を規定するもの（波の三要素）のうち，残るものは波長である。そこでまず，先の表3・2・1の資料を用いて，河床波の波高 Δ と波長 λ との間の相関を調べてみた。この結果全資料を一つの母集団とした場合の相関係数は0.2であり，また資料を例えば砂粒レイノルズ数によって砂漣と砂堆など河床形態によって区分して調べた場合でも最高0.4程度の値しか得られず，Δ と λ とは無相関であるとの結論となる。このことは，Yalin[15] が指摘しているように，平らな砂面に河床波が形成されていく過程において，波高は時間とともに増大していくが，波長はそれ程変化しないという観察からも理解できよう。すなわち，まず何らかの理由によって波長が決定され，しかる後に波高が決定されるということで，両者の間には一応の区別があるということになる。それでは波長を決めるものは何だろうか。これには Einstein[16] が粒径の100 倍と仮定した平均的な砂粒子の移動距離とか，その流れの場において最も卓越した流速変動の周期Tと平均流速Uによって決る距離 λ

$$\lambda = T \cdot U \qquad (3\cdot3\cdot1)$$

などが考えられるが，未だ十分な説明を与えるに致っておらず，先の河床波の形成に関する諸理論からも導くことができない。

そこで次元解析の手法によって考えてみることにする。いま波長を決定する物理量として流速U 水深h，砂の粒径d，水の動粘性係数ν，重力加速度g，こう配Iの6つのものを考える。これらの量を取り上げた意味は次のようである。

(イ) 流体の性質ν

(ロ) 平滑流れでの底面粗度d

(ハ) 流れの動的性状U，h，I

(ニ) 重力場の特性g

したがって波長λは次の関数形で与えられる。

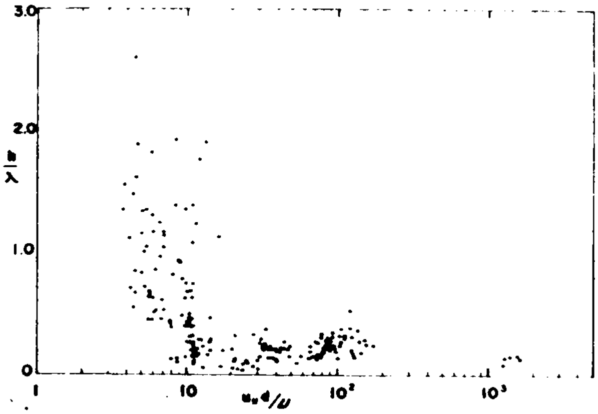


図3・3・1 $\frac{h}{\lambda}$のR_*による変化

$$\lambda = f(U,\ h,\ d,\ \nu,\ g,\ I) \qquad (3\cdot3\cdot2)$$

上式の無次元形として次式を得る。

$$\frac{\lambda}{d}\ \text{or}\ \frac{\lambda}{h} = f\left(F,\ R_*,\ \frac{h}{d}\right) \qquad (3\cdot3\cdot3)$$

図3・3・1は先の表3・2・1の資料を用いて，$h/\lambda \sim R_*$の関係を調べたものであり，また図3・3・2は同様に$d/\lambda \sim R_*$の関係を調べたものである。この2つの図を通して眺めるとき，$R_* = 10 \sim 20$を境にしてその特性がかり顕著に異なっていることが知られる。この限界の砂粒レイノルズ数をR_{*c}とすると，上の2つの図から次のことが分る。

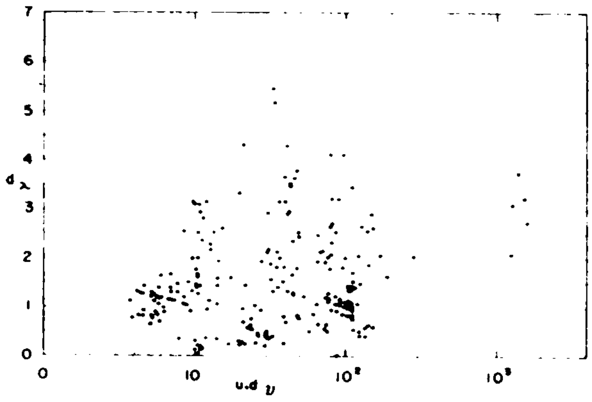


図3・3・2 $\frac{d}{\lambda}$のR_*による変化

$R_* < R_{*c}$ ：　d/λ はほぼ一定，h/λ は無関係

$R_* > R_{*c}$ ：　d/λ は無関係，h/λ はほぼ一定

この2つの領域はそれぞれ $R_* < R_{*c}$ は砂漣，$R_* > R_{*c}$ は砂堆又は遷移河床および反砂堆のものであると思われる。この限界の値をどう決めるかはっきりしないが，ここでは一応上限値 $R_{*c} = 20$ を用いることにする。

砂漣の場合，図3・3・2において d/λ が一定と見なしたが，この図だけからは断定し難い。そこで今一つの無次元量を用い $\lambda/h \sim d/h$ の関係を調べたものが図3・3・3である。この図によると，$R_* > 20$ の点の散乱は著るしいが $R_* < 20$ の点はかなりのまとまりを見せ，ほぼ45°の傾きをなしている。これらの点の平均線として，次のような経験式を得る。

$$\lambda = 750d \qquad (3\cdot3\cdot4)$$

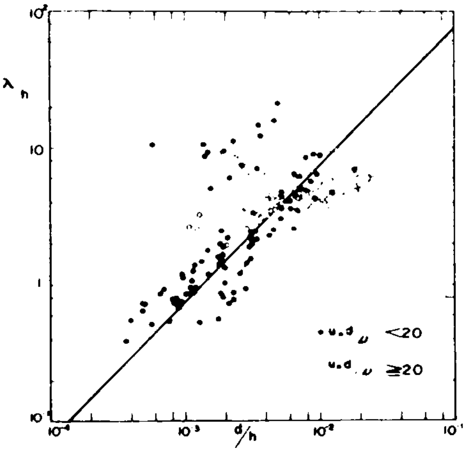


図3・3・3　λ/h と d/h との関係

図に見るように黒点が上部にも入り混っているがこれは $R_{*c} = 20$ があまり適当でなかったことを示している。(3・3・4)式と同様の結果はYalin[17]によって次のように得られている。

$$\lambda = 1000d \qquad (3\cdot3\cdot5)$$

この係数の値は750と1000のどちらがより妥当であるかはにわかには決め難い。図3・3・3で見るように，点はまだかなりバラついているが，先の波高の場合と同様に，波長もRayleigh分布していることを考えると，この程度は止むを得ないだろう。

2. 砂堆の場合

砂堆の場合は，先の図3・3・1によると，R_* に無関係に λ/h は一定値をとるようである。しかし詳細に眺めてみるとその値は2.5～10程度に変化している。このことを今少し詳細に調べるために $\lambda/d \sim h/d$ の関係を点描したものが図3・3・4である。この図でも黒丸と白丸は二つの集団に明瞭に分離している。白丸は凡そ一つの傾向を示しているが，h/d が大になるに従って散乱が大きくなっていくようである。さらに詳細に眺めると，この砂堆の資料は比較的上方に並ぶものと，下方に並ぶものとの二つのグループに分れているように見える。しかしこの二つのグルー

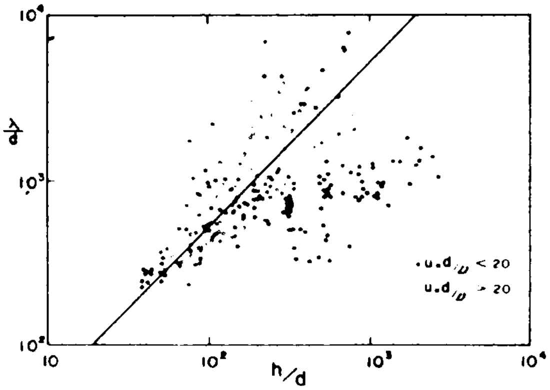


図3・3・4 λ_d と h_d の関係

ブ間にはF，τ_*，などの図上に表わされていない他の水理量について有意な差は認められず，若し二つのグループに分離するものとすると，それは如何なる原因によるものか不明である。そこで図に見るように，両者の間に有意な差はなく，資料のバラつきであるとして平均線を引くと，次の実験式を得る。

$$\lambda = 5h \qquad (3\cdot3\cdot6)$$

これは図3・3・1においても $R_* > 20$ の点の平均線と一致しており，すでにYalin[18]の得た結果とも一致している。

3．反砂堆の場合

反砂堆は開水路においてのみ見られる現象であることは良く知られるところである。このことは反砂堆の形成に水面波が重要な役割を果していることを意味しており，この意味から（3・3・3）式においてこれまで取り上げたパラメーターの外にフルード数が重要な意味を持つことが推定される。そこでFと $2\pi h/\lambda$ との関係を調べたものが図3・3・5である。これはポテンシアル流れによる河床波の形成機構に関する諸研究の領域区分図としての $F \sim 2\pi h/\lambda$ に対応するものである。図に見るように，反砂堆の資料はかなりきれいな相関を示し，実験式として次式を得る。

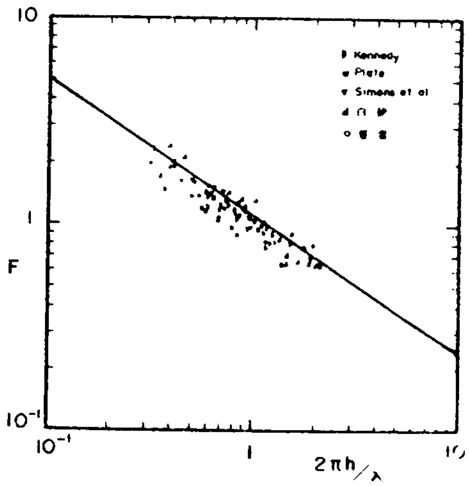


図3・3・5 Fと $2\pi h/\lambda$ の関係

$$F = C\,(2\pi h/\lambda)^{-2/3} \qquad (3\cdot3\cdot7)$$

ここでCの値は図から $C = 1.1$ と読みとれるため，（3・3・7）式は次のように書き直される。

$$\lambda = 2.3\pi F^{3/2} h \qquad (3\cdot3\cdot8)$$

これが反砂堆の場合の波長を与える経験式である。なお以上の実験資料の検討において，粒径dとしては50％粒径d_{50}を用いた。

4．砂州の場合

(i) 直線水路における水面の横振動

第2章での実験2の場合の観察においても述べたように，側壁の存在という条件の影響で，砂堆が発達するにつれて，側壁近傍において深掘れが発生し，これが砂堆の平面形状を変化させ，やがて交互砂礫堆および砂州が形成されるようになる。この側壁近傍での強い渦の発生については Einstein と Shen[19]によっても考察されており，さらに Shen と河村[20]はこのような側壁の存在だけでなく，$\partial u/\partial t > 0$および$\partial u/\partial x > 0$といった加速度項が存在する場合はその影響を受けてさらに顕著な交互洗掘が生ずることを指摘している。

また蛇行に関する実験[21]においても，Upper flow regime の場合はとくに急速に砂州が形成され，これが蛇行流の発生原因として重要な役割を演ずることが知られている。このような砂州または交互砂礫堆は砂堆以上の領域において,とくに実験水路の場合には混在することが多くこれが現象をより一層複雑なものとしている。こうした砂州の形成には第2章での領域区分法においても指摘されているように，流れの三次元的構造が重要な役割を演じており，水路巾が現象に関与するようになる。

しかし開水路流れの三次元的基礎式の解法は現在のところ困難であるため，この難点を避けて，砂州の形成を考える一方法として，Anderson[22]は河床波を有する直線水路において，水面波の横振動を考えている。このような水流の振れは，河床波の形成理論の蛇行問題への応用について林[23]も同様なモデルを考えている。たしかに砂州などの形成が終った段階ではこうした流れは観察できるが，その初期の二次元的な砂漣や砂堆において，このような水面振動が存在し，砂州形成の原因となり得るかについて疑問を懐く向もあろう。

Kennedy と Robillard[24]は,二次元的な正弦波形状の模型河床を設置した水路において，射流の状態での実験を行ない，水面に顕著な交叉状の波が形成されることを観察した。そして流速分布の測定結果から，側壁面での境界層排除厚を計算した結果，この排除厚が流れ方向に変化しており，結果的に水路巾を変化させたことに相当し．これが交叉状の水面波を発生させる原因の一つであるとしている。河床波の存在による水流の曲りのため，遠心力が作用することにより，圧力分布が静水圧分布からずれ，クレストで小さく，谷で大きくなる。しかし側壁近傍では側面摩擦によって流速が小となるため，静水圧分布からのずれは小さくなり，その結果横断方向に圧力差を

生ずることになり，これが原因で二次流が発生することになる。この二次流が側面排除厚を変化さす原因であり，またその結果水面の交叉波を発生させるとしている。もしこの考察が正しいものとすると，これは別に射流時のみの特有な現象でなく，程度の差こそあれ，常流時においても十分考え得るものであって，この意味からも横断方向の水面変動の存在は，少くとも定性的には十分考え得るものであろう。

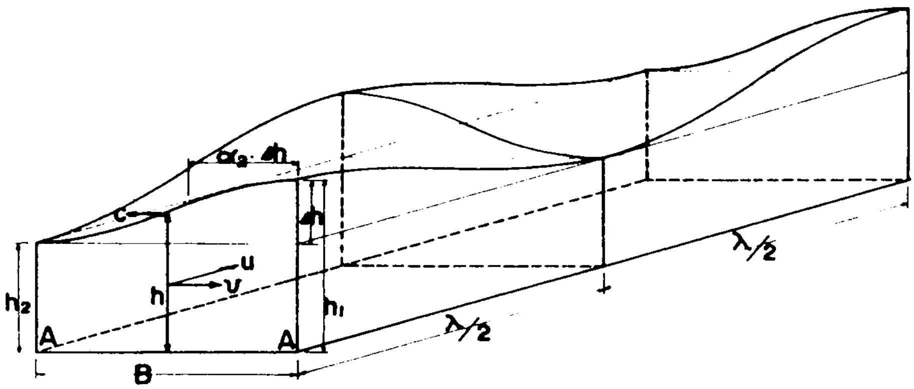


図３・３・６　Andersonの仮定した水面形

(ii)　砂州の波長

Anderson[25]は図３・３・６に示すように，横方向への流れVが生じたとき，これによって生ずる水面の横断方向の振動をバネの振動と同様に考え，その固有周期を次式で与えた。

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{M}{K}} \qquad (3\cdot3\cdot10)$$

ただしMは振動に関与する水の質量で，半波長 $\lambda/2$ について，

$$M = \frac{1}{2}\rho B h \lambda \qquad (3\cdot3\cdot11)$$

であり，またKはバネの復元定数で，水位の高まりを $\alpha_2 \varDelta h$ とし，またこの水位の高まりのX方向（流れ方向）の変化を正弦的と仮定して，

$$K\cdot\varDelta h = \gamma\alpha_2\cdot\varDelta h\int_0^{\lambda/2}\varDelta h\sin\frac{2\pi}{\lambda}x\,dx = \gamma\alpha_2(\varDelta h)^2\lambda/\pi$$

だから

$$K = \gamma \alpha_2 \Delta h \frac{\lambda}{\pi} \qquad (3\cdot3\cdot12)$$

となる。また Δh はAA断面内の横方向の水の運動量式および連続式から $V=\alpha_1\cdot U$（UはX方向の平均流速）という仮定を用いて次のように求められる。

$$\Delta h = \alpha_1 hF \qquad (3\cdot3\cdot13)$$

（3・3・11），（3・3・12），（3・3・13）を（3・3・10）式に代入し，定数を実験に合うように定めることにより，最終的に波長を予測する次式を得た。

$$\frac{\lambda}{\sqrt{Bh}} = 72\ F^{1/2} \qquad (3\cdot3\cdot14)$$

図3・3・7は（3・3・14）式と実験値との比較を行なったもので，用いた資料は次のようである。コロラド大学での実験[26] Nordin と Algert の実験[27]，木下の実験[28] 椿らの実験[29] および著者の実験である。その結果は図に見るように，点のまとまりはかなり良いが，（3・3・14）式とは傾向が全く異り，（3・3・14）の妥当性に疑問がある。そこで次のような修正を考えることにする[30]。

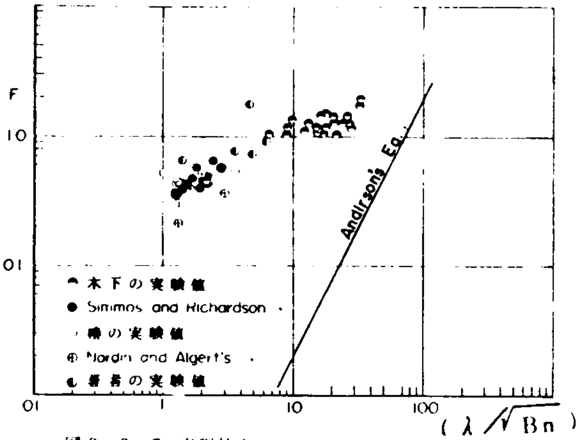


図3・3・7 実測値と（3・3・14）式との比較

一般に波動の周期をT，波長をL，伝播速度をCとすると，

$$T = L/C \qquad (3\cdot3\cdot15)$$

となる。実験水路および実河川等では表面波高に比してそれ程水深が大きくないから，こうした場合の波は浅水波として知られるもので，その伝播速度はよく知られるように次式で与えられる。

$$C^2 = \frac{gL}{2\pi} \tanh \frac{2\pi h}{L} \qquad (3\cdot3\cdot16)$$

いま横断方向の水面振動を考えている訳であるが，この場合の波長Lとしてどのようなものを用いるかが問題である。図3・3・8に横断面形状を模式的に示してあるが，同図(a)，(b) のように種々の場合があるため，一般的に水路巾Bを基準としてそのn倍振動を考えることにすると，

$$L = nB \qquad (3\cdot3\cdot17)$$

と書ける。（3・3・16），（3・3・17）を（3・3・15）式に代入することにより次式を得る。

$$T' = \sqrt{\frac{2n\pi B}{g}} \cdot \sqrt{\coth \frac{2\pi h}{nB}} \qquad (3\cdot3\cdot18)$$

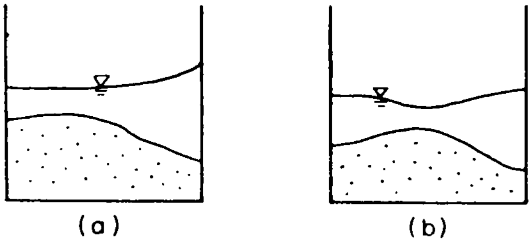


図3・3・8 振動水面形の模式図

このような考え方の妥当性を検討する目的で次のような実験を行なった[31]。第2章の実験4でも述べたように，水面波と流速変動は逆位相で極めてよく一致しているため，流速変動の測定から周期Tを求めることにした。

前述の実験3と同様の水路および実験砂を用い，河床こう配を 1／200 に設置する。その後 15 ℓ/s の流量を与え，河床波が平衡状態に達するまで通水を継続する。このときの水面および河床形状をポイントゲージにて測定した。また通水中側面から 20秒間隔で写真撮影を行ない，水面波および河床面の移動状況を読み取った。その測定結果を図3・3・9に示す。この場合の伝播速度は 32 cm／minであった。

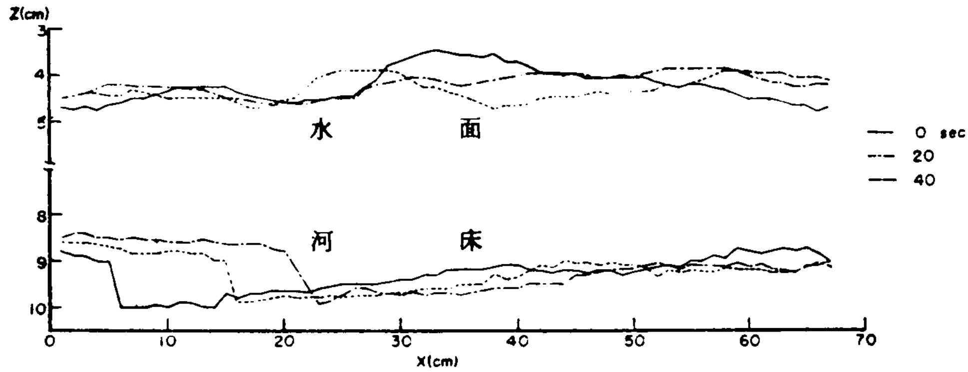


図3・3・9 河床波および水面波の移動状況

以上の測定の後，一時通水を停止して河床をセメントにて固定し，その後数種の流量を与えて流速分布，圧力分布の測定を行なった。流速の測定は，ピトー管による動圧と静圧とを最大測定感度 $20gr/cm^2$ の新興通信製差圧計に導いて電気信号に変換し，これを動歪計を通してペン書オッシロに記録させた。測定に先立って，マノメーターにより水柱1㎜づつの差圧を与え，これを記録させて直線性を確かめるとともに，これを更正曲線として流速への変換に使用した。

測定した流速変動記録の一例を図3・3・10に示す。図に見るように0.8秒の周期のかなり規則的な流速の変化が注目される。この流速変動のアナログ記録を周波数分析器[32]によって解析し，その卓越変動周期を求めた。解析はフィルターのバンド巾2cps，ループ周期約2秒で行なった。その結果の一例を図3・3・11に示すが，図に見られるように各実験とも2～3個の卓越周期を読み取ることができる。この実測周期と（3・3・18）式との関係を調べたものが図3・3・12である。実測の点はn＝1の曲線の周囲にあって，（3・3・18）式がほぼ成り立っていることが分る。いま実測値は実験の数が少なく，n＝1の周りにあるが，次のようなことも考えられるため，nを一定値とするには疑問がある。すなわち，F＞1で顕著な砂礫堆や蛇行が形成される場合の横断水面形は図3・3・8 (a) のようにn＝2の波が発生する場合が多く，またF＜1の場合は水路の中に何個かの波が見られる図3・3・8 (b) のような，n≦1となる場合が多いと思われる。このようにnは一定でなく，流れの状態によって変化し，とくにフルード数Fとh/Bの影響を強く受けるものと考えられる。前述のように実験資料が少なく，nに関係する諸要素につ

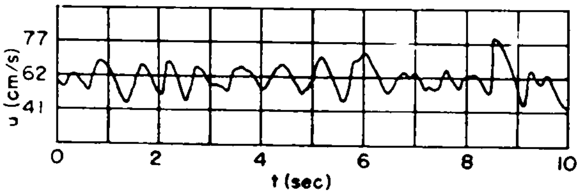


図3・3・10 定点での流速変動測定例

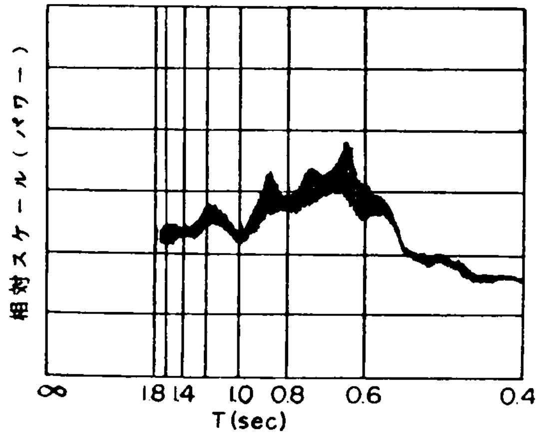


図3・3・11 流速変動のパワースペクトルの一例

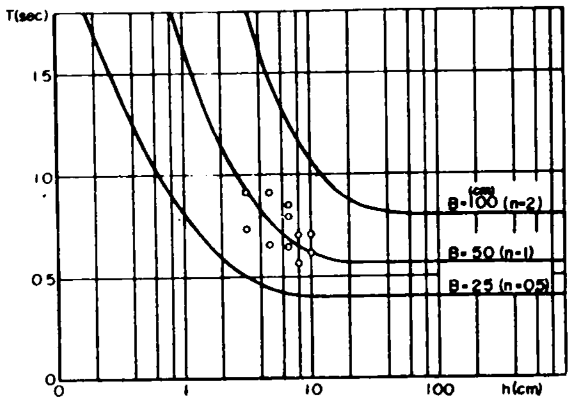


図3・3・12 実測周期と(3・3・18)式の比較

いて十分な検討を行なうことはできない。そこで上の考察に基づいて，実測の周期Tから，(3・3・18)式により $\sqrt{n\coth 2\pi h/nB}$ の値を逆算し，これと $F\cdot\sqrt{\coth 2\pi h/B}$ との関係を調べたものが図3・3・13である。図に見るように両者は直線的な関係にあり，比例定数を n' とすると，実験式として次式を得る。

$$\sqrt{n\coth\frac{2\pi h}{nB}} = n'\cdot F\cdot\sqrt{\coth\frac{2\pi h}{B}} \qquad (3\cdot3\cdot19)$$

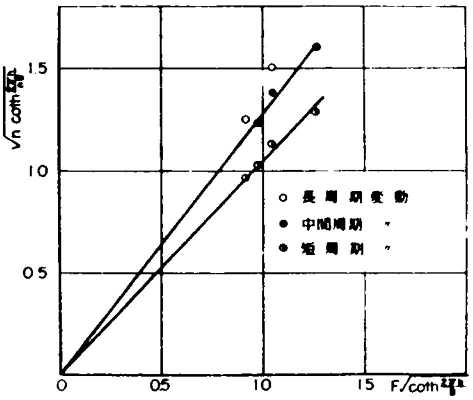


図3・3・13 $\sqrt{n\coth^{2\pi h}/_{nB}}$ と $F\sqrt{\coth^{2\pi h}/_{B}}$ の関係

またTなる周期変動をなすものが，平均流速Uで輸送されると，波長 λ なる変動が誘起される筈である。したがって，

$$\lambda = T\cdot U \qquad (3\cdot3\cdot20)$$

となる。(3・3・20)式に(3・3・18)，(3・3・19)式を代入することにより，砂州の波長と水理量との関係を与える次式が得られる。

$$F^2 = \frac{1}{n'\sqrt{2\pi}}\cdot\frac{\lambda}{\sqrt{Bh}}\sqrt{\tanh 2\pi h/B} \qquad (3\cdot3\cdot21)$$

上式は h/B がある範囲にあるときは次のように簡単になる。

$$\frac{2\pi h}{B} << 1 \quad ; \quad F^2 = \frac{1}{n'} \cdot \frac{\lambda}{B} \qquad (3\cdot3\cdot22)$$

$$\frac{2\pi h}{B} > 5 \quad ; \quad F^2 = \frac{1}{n'\sqrt{2\pi}} \cdot \frac{\lambda}{\sqrt{Bh}} \qquad (3\cdot3\cdot23)$$

（3・3・22）式は従来から蛇行波長は λ/B とFとによって整理されていることに対応し，（3・3・23）式は式形としては若干異なるが，Anderson の（3・3・14）式に対応しているものと思われる。

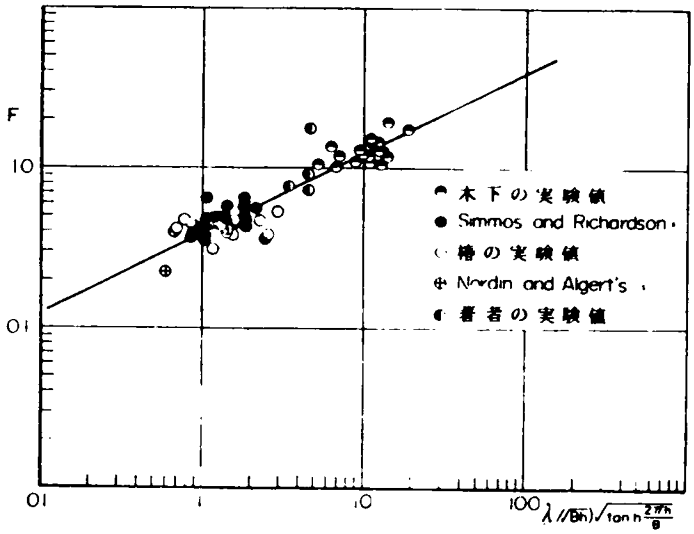


図3・3・14 砂州の波長を予測する理論と実測値との比較

図3・3・14は前述の資料によって（3・3・21）式の適合性を調べたものである。図に見るように，理論値と実測値の適合は極めて良好である。用いた資料のうち，フルード数の小なるものは原論文では砂堆として区分されているものであるが，これが（3・2・21）式の線に乗ってくるのは，実験水路では砂堆と砂州とのスケールが同程度のもので，混在することが多いことによるものであろう。

以上，河床波の波長の予測については，これを砂漣，砂堆，反砂堆および砂州の四種に区分して考察してきた。これらはそれぞれ取り扱いは異なるが，砂漣は砂粒子の粒径と，砂堆は水深と，反砂堆は水深およびフルード数と，砂州は水路巾または流水断面積と密接な関係にあることが分った。このことは，砂漣の形成には河床面近傍における水理量が重要な役割を果し，これは底面粗度とし

ての砂粒子の大きさが密接に関与している。さらに砂漣がその規模を増大して砂堆へと変化するにつれて，その影響は水流全体に及び，水深が重要な意味を持つようになる。砂堆がさらに発達して砂州が形成されるようになると，水路巾が重要な役割を演ずるようになる。以上のように現象に関与する特長的なスケールにより，これらの現象を区分し，説明することが可能と思われる。こうした考え方により，緒論において，河床形態の区分と名称を与えている。このことは，水流の乱れに対するスケールの概念についての余越[33]，の研究および第２章第３節でのスペクトル解析において，実験室から実河川までの現象がスケールの概念によって一つの平衡なパターンに結びつけられていた事実等を考え併せるとき，極めて興味あるもので，今後の研究の方向を示唆しているものと思われる。

第 4 節　結　　語

本章においては，移動床開水路での抵抗に支配的な影響を及ぼす，河床波の形状特性について考察を加え，平均水理量から河床波の伝播速度，波高および波長を予測する式を導いた。その結果は多くの実測値によって比較検討し，また従来の研究成果との比較により，その適合性について論及した。

すなわち，第２節では変形せずに伝播する平衡な河床波の存在を考えることにより，その上の流れについて，微小振巾の仮定を用いて線型化した水流の基礎方程式より，水深，摩擦速度等を場所と時間の関数として表示する式を導いた。その結果を Brown 型の流砂量式と流砂の連続式とに代入することにより，河床波の伝播速度を予測する次式を得た。

$$\omega = \frac{2m+1-\tau_c/\tau_m}{(1-E)(1-\tau_c/\tau_m)} \cdot \frac{q_{Bm}}{h_m(1-F_m^2)(1+9/k^2)}$$

この結果は Kennedy や Gradowczyk らの得たものと一致しており，実測値とも良好な適合性のあることが明らかとなった。

また，谷部での流砂量は砂漣や砂堆のときはほぼ零であり，遷移河床ではクレストも谷も流砂量の等しいことから，若干の仮定により，波高に関する次式を得た。

$$\frac{\Delta}{h_m} = \frac{2(1-\tau_c/\tau_m)}{2m+1-\tau_c/\tau_m} \left| 1-F_m^2 \right| (1+9/k^2)$$

この式もまた実測値との対応は良好であり，さらに河床波が平滑河床から発生して発達過程および

崩壊過程を経て平坦となり，再び反砂堆が形成されるという一連の現象を，定性的にも極めてうまく説明づけていることを明らかにした。

第3節では，砂漣，砂堆，反砂堆および砂州の四種に区分することにより，砂礫，砂堆および反砂堆については次元解析の方法から従来の実測値を整理することにより，波長を予測する次式を得た。

砂漣： $\lambda = 750d$

砂堆： $\lambda = 5h$

反砂堆： $\lambda = 2.3\pi F^{3/2} h$

また砂州については，実験結果より，横断方向の水面変動と二次流の発生する可能性について考察するとともに，こうした水面の横振動を考えることにより，砂州の波長を予測する次式を得た。

$$F^2 = \frac{1}{n'\sqrt{2\pi}} \cdot \frac{\lambda}{\sqrt{Bh}} \sqrt{\tanh\frac{2\pi h}{B}}$$

この結果もまた実測値と極めてよく一致することを確かめた。

以上現象を四種に区分して取り扱かった結果は，現象に関与する特徴的なスケールという概念でこれらを区分，説明することが可能であり，今後の研究の方向を示唆するものであることを指摘した。

参　考　文　献

1） Kennedy. J. F., The mechanics of dune and antidune in erodible-bed channels, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 16, Part 4, 1963.

2） 椿東一郎，斉藤隆，流れによる Sand Waves の発生限界，九大工学集報，第 40 号，昭 42．

3） 林泰造，川上克己，移動河床に生ずる二・三の不安定現象，第 13 回水理講演会講演集，1969．

4） 前出の文献 1）

5） Benjamin. T. B., Shearing flow over a wavy boundary, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 6, 1959.

6） Engelund. F. and Hansen. E., Investigation of flow in alluvial streams, Hydraulic Laboratory, Technical University of Denmark, Bulletin No. 9, 1966.

7） Iwasa. Y. and Kennedy. J. F., Free surface shear flow over a wavy bed, Proc. A. S. C. E., Vol. 94, HY－3, 1968.

8） 田中祐一朗，Sand waves に関する研究 — Sand waves の波高に関する一考察 —，京大防災研究所年報，第12号B，昭44．

9） 田中祐一朗，Anti－dunes に関する実験的研究，京大防災研究所年報，第13号B，昭45．

10） 前出の文献 1）

11） Gradowczyk. M. H., Wave propagation and boundary instability in erodible－bed channels, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 33, Part 1, 1968.

12） Guy. H. P., Simons. D. B. and Richardson. E. V., Summary of alluvial channel data fron flume experiments, 1956 ～ 61, Geological survey Professional paper, 462－I,

13） Tanaka. Y. and Ashida. K., A statistical study of sand waves, Proc. 12th I. A. H. R. Congress, Vol. 2, 1967.

14） Yalin. M. S., Geometrical propaties of sand waves, Proc. A. S. C. E., Vol. 90, HY－5, 1964.

15) 前出の文献 14)

16) Einstein, H. A., The bed-load function for sediment transportation in open channel flows., U. S. Department of Agriculture, Soil Conservation Service, Technical Bulletin, No. 1026, 1950.

17) 前出の文献 14)

18) 前出の文献 14)

19) Einstein, H. A. and Shen, H. W., A study on meandering in straight alluvial channels, Journal of Geophysical Research, Vol. 69, 1964.

20) Shen, H. W. and Komura, S., Meandering tendencies in straight alluvial channels, Proc. A. S. C. E., Vol. 94, HY-4, 1968.

21) 木下良作, 石狩川河道変遷調査および同参考編, 科学技術庁資源局資料, 第36号, 1961.

22) Anderson, A. G., On the development of stream meander, Proc. 12th I. A. H. R. Congress, Vol. 2, 1967.

23) 林泰造, 河川蛇行の成因についての研究, 土木学会論文報告集, No. 180, 1970.

24) Robillard, L. and Kennedy, J. F., Some experimental observations on free surface shear flow over a wavy boundary, Proc. 12th I. A. H. R. Congress, Vol. 2, 1967.

25) 前出の文献 22)

26) 前出の文献 12)

27) Nordin, C. F. and Algert, J. H., Spectral analysis of sand waves, Proc. A. S. C. E., Vol. 92, HY-5, 1966.

28) 前出の文献 21)

29) Shinohara, K. and Tsubaki, T., On the characteristics of sand waves formed upon the beds of the open channels and rivers, Report of Research Institute for Applied Mechanics of Kyushyu University, Vol. 7, No. 25, 1959.

30) Tanaka, Y., On the geometrical characteristics of sand

waves, Proc. 13th I. A. H. R. Congress, Vol. 4, 1969.

31） 田中祐一朗，Sand waves上の流れについて，京大防災研究所年報，第11号B，昭43

32） 岩垣雄一，樋口明生，柿沼忠男，宮井宏，海岸波浪の周波数分析器による解析，京大防災研究所年報，第9号，1966.

33） 余越正一郎，河川の大規模乱れ，京大防災研究所年報，10号，昭42.

第 4 章　河床波上の流れに関する実験的考察

第 1 節　概　説

前章での考察によって，移動床開水路の河床に形成される河床波の形状と伝播速度を平均水理量から予測することが可能となった。そこで本研究の主題として残される問題は，このような河床波のある流れでの抵抗係数を如何にして算定するかということである。

このことを明らかにするためには，河床波が抵抗要素として如何なる働きをなすかという問題を明確にする必要がある。そのためにはこのような河床波のある場合の流れの機構について，十分な知識を得ることが重要であろう。このことは単に抵抗の算定の問題に止まらず，流砂機構の解明と流砂量の算定精度を向上さす上からも，河床波の下流の後流域の影響を考慮した，有効掃流力の概念の明確化が要望されている。

以上の理由により次章での抵抗係数の算定に先立って，本章では河床波上の流れの機構について，若干の実験を基に従来の研究と対比しつつ考察を加えることにする。

第 2 節では河床波上の流れの機構について検討を行なうことを目的として行なった若干の実験について述べる。その結果と従来の多くの研究との対比により，次章での抵抗係数算定のための流れのモデル化について考察し，段落ち流れのモデルを確立する。

第 3 節では，以上のように流れを一つのモデルで置換することの影響，すなわち固定床的な取り扱い方の当否と移動床としての流砂の流れの機構に及ぼす影響とカルマン常数の変化について，従来の研究に基づいて若干の考察を行なう。

第 2 節　河床波上の流れに関する実験的考察

1．実験およびその結果

前章第 2 節において，河床波の波高を求めることを目的とした解析において，前提条件として平衡な河床波の存在を仮定し，その形状を正弦関数で近似した。さらに微小波高の仮定を用いて，水深，流速，フルード数等も同様な正弦関数として表示されることとなり，これらを用いて波高の算定式を誘導したが，これは実測値と良い一致をみた。このことは河床形状その他の正弦関数による近似が，ほゞ全領域にわたって成り立つことを意味しており，事実図 3・2・2 に見るように，反砂堆での実験結果から，その近似の成立が確認されていた　しかし砂漣や砂堆では下流側は砂の水中

安息角をとり，クレストで水流が剥離することが特徴であるため，河床形状の正弦関数としての近似は成立しない。このような場合は，剥離域を含めた形状を正弦関数として近似して取り扱かったものと解すべきであろう。移動河床の抵抗においてこの剥離域における形状損失が大きな部分をしめるので，水流の抵抗を考える場合には，この剥離域の大きさとその挙動等について十分考慮する必要があるものと思われる。

すなわち，河床波が形成され始めると同時に，抵抗値は大きくなり，再び遷移河床から平坦河床へと河床波が消滅していくにつれ，抵抗値は減少することは実験的によく知られているところである。一方，同じ河床波が形成される場合でも剥離の生じない反砂堆の場合の抵抗はそれ程大きくはならない。この河床波の形成に伴なう抵抗の増大は，河床波の下流に形成される剥離域という渦領域の形成によって消費されるエネルギー損失によるものが支配的であると考えられる。この意味から移動床での抵抗の問題を考えるためには，先づこの剥離域について十分な知識と理解を得る必要がある。そこでこの後流域をも含めて，河床波上の流れの機構を調べる目的で，以下のような実験を行なった。[1, 2]

行なった実験の種類は表4・2・1に示す通りである。

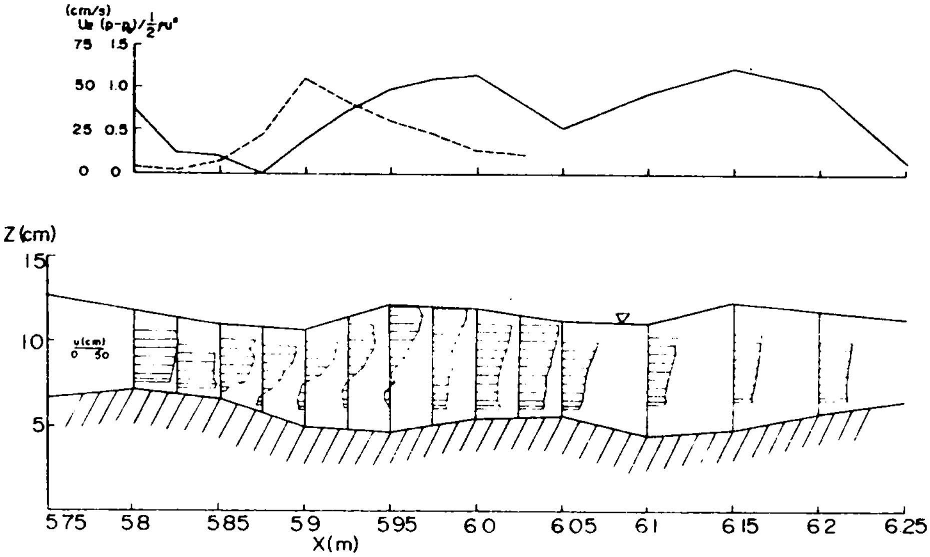
表4・2・1　実験の種類

実験番号	流　量 Q(ℓ/s)	こう配 i	水路巾 B(cm)	水　深 h(cm)	流　速 u(cm/s)	摩擦速度 u_*(cm/s)	フルード数 F	河床条件
A－1	15	1/200	50	4.76	63.0	4.84	0.92	移動床にて形成された河床波をセメントにて固定
A－2	4	〃	〃	3.13	25.6	3.91	0.46	
A－3	23.5	〃	〃	6.70	70.2	5.73	0.86	
A－4	30.5	〃	〃	7.98	76.4	6.26	0.86	
A－5	41.2	〃	〃	9.91	83.2	6.97	0.84	
B－1	15	1/310	〃	5.89	51.9	4.47	0.68	
B－2	15	〃	〃	5.61	53.6	4.28	0.72	
B－3	12	〃	〃	4.80	50.0	3.89	0.73	
C－1	15	1/410	〃	8.42	35.7	4.49	0.39	人工二次元模型河床波
C－2	30	〃	〃	14.21	42.3	5.83	0.36	

実験Aに用いた水路および実験用砂は第2章で述べた実験3と同様のものであり，実験Bで用いた水路は前の実験4と同様で，実験砂は平均粒径 dm＝0.92，標準偏差1.22のものである。実験A，Bはいずれも15 ℓ/sの流量で形成された河床波を，一時通水を中断して，これをセメント

にて固定した後，表４・２・１に示す各種の流量を与えて測定を行なった。これに対し，実験Ｃは断面５０×５０cmのコンクリート製１８０°湾曲水路のうち長さ１０cmの直線部分を用いた。また河床波は先の実験３ －１　　で形成されたもの，すなわち波高２．８cm，波長９０cmのものをトタン板にて三角形状の二次元模型に置き換え，これにラッカーにて砂粒を付着させたものを７波長にわたって設置した上，Ｃ－１，Ｃ－２の二種の流量を与えて測定を行なった。

測定を行なった項目はいずれも水面形，河床形状，流速分布および圧力分布である。水面形と河床形状の測定にはポイントゲージを用い，流速分布は前章第３節で述べたようにピート管と差圧計を用い，これをペンオッシロに記録させた。圧力分布の測定はマノメーターを用いた。



[illegible]４・２・１ [illegible] Ａ １ [illegible]

実験結果の一例として図４・２・１に実験Ａ－１の場合の流速分布，圧力分布およびu_*の分布を，また図４・２・２に実験Ｃ－１の場合の流速分布を示す。いずれの図からもクレストで生じた剥離域の影響による流速分布の歪が，次のクレストに向うに従って次第に回復していく様子を見ることができる。実験Ａ－１において河床を固定する前後の水深および水面こう配などの測定値からは両者の差はほとんど認められなかった。また実験Ｂ－１，Ｂ－２に見るように，実験の再現性において，例えば水深の測定に４％程度の差が認められるため，河床固定の影響はこれら測定精度の範囲内にあるものと考えられる。

図４・２・１に示すU_*は，直接測定ができなかったため，流速の深さ方向の分布のこう配から求

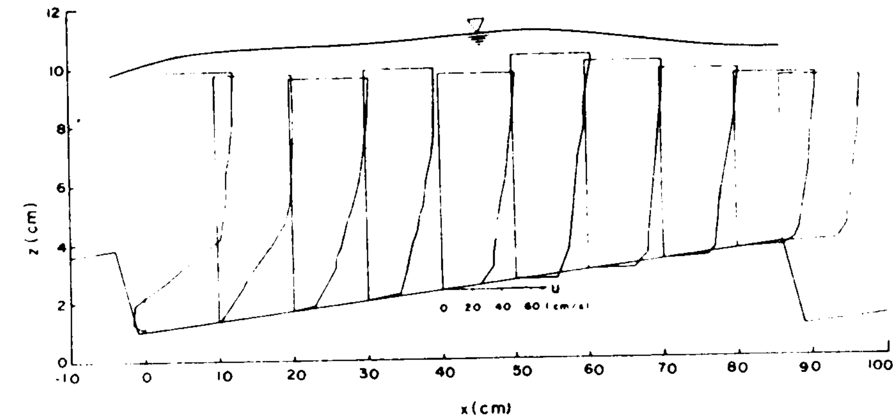


図4・2・2 実験C−1における流速分布

めたものである。しかし水流の上層部しか対数法則が成立しないため，このU_*は底面でのものでなく，Walker[3]のいう剪断流れ域に対するものである。圧力分布は水面形状とよく対応しており，したがって水流の曲りによる遠心力の影響は小さく，静水圧分布と考えても良いものと思われる。

図4・2・3に，実験C−1の場合の河床面上2㎜の高さにおける流速をre-attachment pointを基準とした河床高との関連で示す。この図から$U_0^2 \propto Z$なる関係が成立することが分る。これはRaudkivi[4]が用いた$\tau_0 \propto Z$（τ_0：底面剪断力）の仮定が妥当なことを示している。

図4・2・4は実験C−1の場合の各点での流速分布を片対数紙上にプロットしたものである。図に見られるように折曲点の存在することが注目

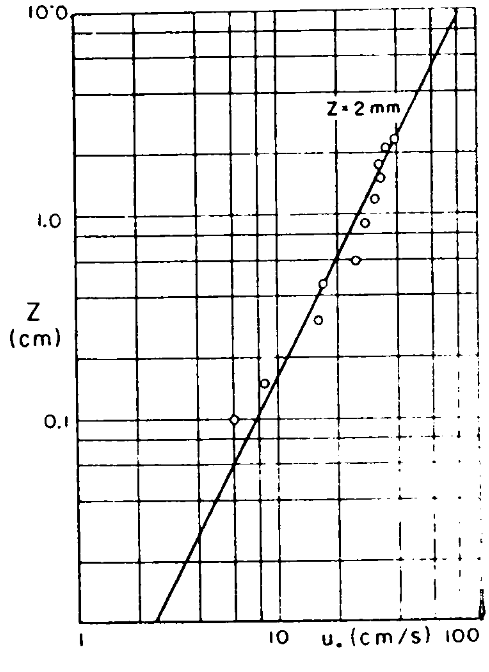


図4・2・3 [illegible]

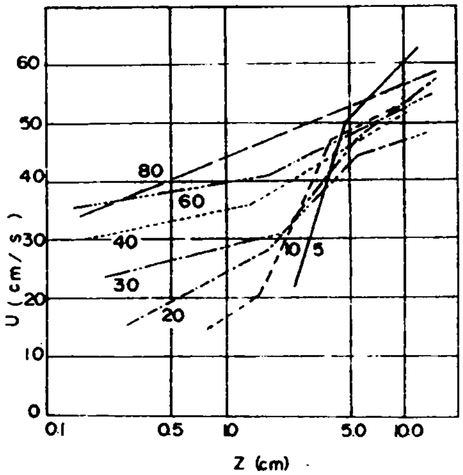


図 4・2・4　流速の対数分布

される。これと同様の事実は山岡[5]によってもすでに固定床矩形粗度上の流れに関する多くの実験においても見出されている。足立，村本[6]らは同様な実験において，基面のとり方によってこのような折線が現われるとして基面のとり方についての検討を行なっている。しかし著者および山岡の実験値からみて，いまの折線は基面の定義の不十分さだけによるものではなく，クレストにおける剝離の影響も大きいと考えられる。山岡はこのような場合の流速分布形を，噴流理論を用いて，対数法則を修正する形で求める方法を提案している。いまここでは流速分布形については触れないことにし，この折曲点によって区分される流れの中の領域について，以下若干の考察を試みることにする。

図 4・2・4 の図中の数字は測定断面の位置を示すもので，谷から下流への距離（cm単位）を表わす。断面 5 での流速分布は二つの領域Ａ（上部）とＢ（下部）とに分けられるが，断面10～60にかけては，河床近くで新たな領域Ｃが発生していることが認められる。断面50より下流では領域Ａは消滅し，断面80に至り領域ＢとＣは統合されて，平滑面上の流速分布のパターンとなる。図 4・2・5 は各領域の境界線（析曲点の位置）を示したもので，この図から領域Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄはそれぞれ図示のように，剝離域の影響の及ばない領域，剝離による渦の拡散領域，re-attachment point から下流で床面の存在により　新たに境界層が形成，発達する領域および剝離域を示すものと思われる。図 4・2・5 と同様の結果はすでに Jopling[7] によって得られており，彼の得た拡散角度 6.5° および 12°と，図 4・2・5 に示したそれとはよく一致している。

以上のものと同様な実験は Raudkivi[8] によっても行なわれており，彼は図 4・2・6 に示すような結果を得ている。彼は流れの状況を visualization 法によって観察した結果次のような結論を得ている。後流域では間歇的でしかも寿命時間の短い渦が存在し，これらの渦と主流との間には拡散域を通じて間歇的な交換が行なわれている。クレストで注入したトレーサーの追跡観察によると，注入したトレーサーのうち半分は直接主流によって輸送されるが，残り半分は後流域に引き込まれ，少なくとも 1 回以上のループを描いて後，間歇的に主流域に拡散されていく。ま

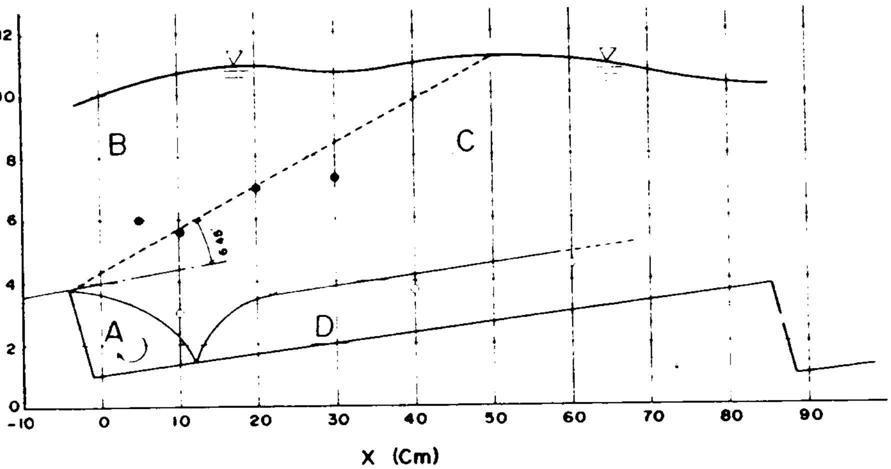


図 4・2・5　流れの領域区分

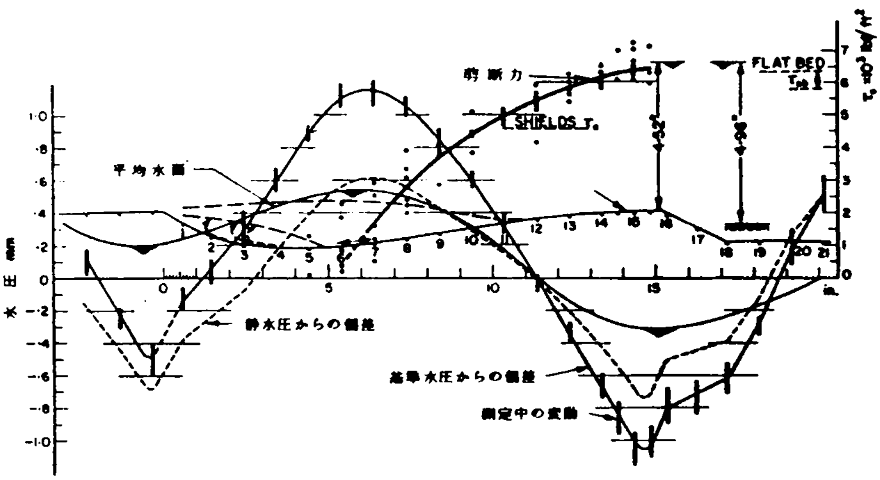


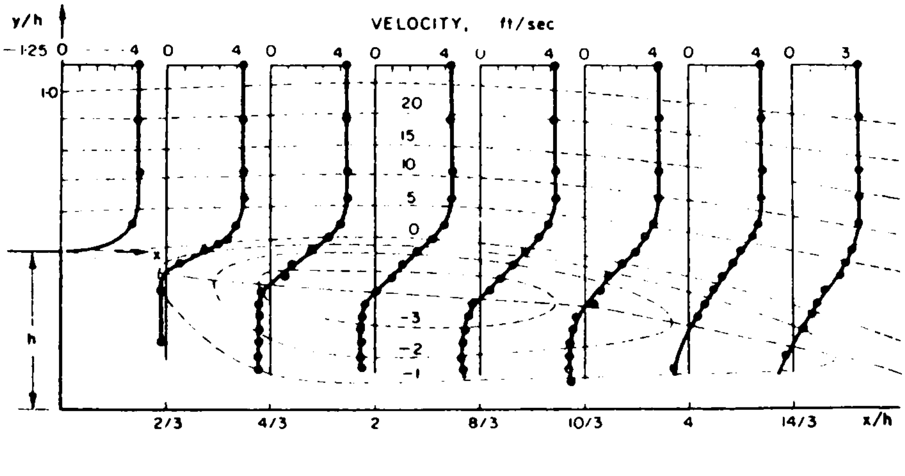
図 4・2・6　河床形状，水面形および河床せん断力の分布
（Randkiviによる）

たクレストから波高の6～7倍下流の所で，砂粒子の強い動揺がみられることから，この辺りが re-attachment point となっているものと思われる。

2. 河床波上の流れのモデル化

前述の後流域からの渦の拡散域との交換など，河床波上の乱れ特性について，Raudkivi の指導の下に，Walker[9] と Sheen[10] は独立に段落ち部での流れと河床波上での流れの場合についての比較実験を行なった。

Walker は閉管路に急拡部を設けて，そこでの流れ特性をホットフィルム流速計によって測定した。その結果を図4・2・7および図4・2・8に示す。彼は剥離点が reattachment point までの区間で，平均流速と乱れについての詳細な実験から流れのパターンは前述のような次の3つの領域に区分されることを指摘している。すなわち，i) 主流域，ii) 剝離域，iii) 主流域と剝離域とを分離している剪断流れ域の3つで，剝離域は剪断流れ域からの連続的なエネルギーの供給によって，一種の平衡状態が形成されている。また，主流方向の乱れの強さの最大値は段落ち高さよりわずか上方にあり，かつその強さは急拡部からの距離とともに増加する傾向にある。乱れエネルギーもまた急拡部から下流に行くにつれて増大しているようである。これらのことから，彼は急拡部から re-attachment point までの間で乱れエネルギーの生成が剝離の影響で生じてい



4・2・7 段 [illegible] Walker [illegible]

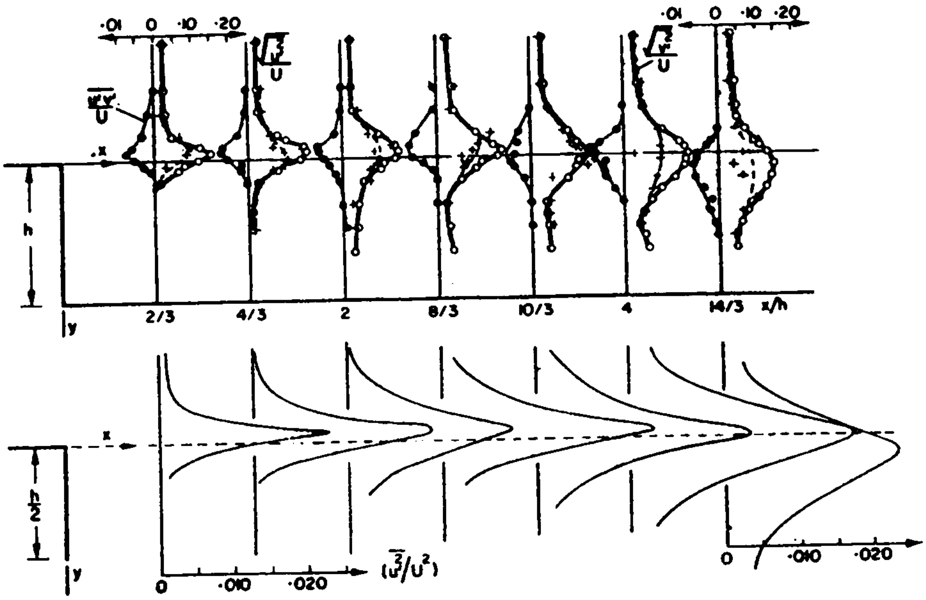


図 4・2・8 段落ち流れでの $(\overline{u'^2})^{1/2}/U$, $(\overline{v'^2})^{1/2}/U$, $(\overline{u'v'}/U^2)$, and $(\overline{u'^3}/U^3)$ の分布
(Walker による)

ると結論しており，このエネルギー消費がこうした剝離ある場合の大きな抵抗をもたらす原因と考られる。

Sheen は前述の Raudkivi が行なった河床波を固定した河床をそのまま用いて，乱れの計測を行なった。その結果は図 4・2・9 に示す。彼はこの測定結果と，先の Walkerの測定結果とを比較することにより，河床波上の流れと急拡部における流れとの間に極めて強い類似性のあることを指摘している。すなわち，クレストから後流域末端までの状態は先の Walker の結果とほぼ同様であり，$\overline{u'}$ およびレイノルズ応力の最大値は剝離点のすぐ下流側に現われ， reattachment point から下流に進むにつれてこれらは急激に減少する。このことから，クレスト直下流の後流によって生成された乱れのエネルギーは非常に大きいが， re-attachment point から次のクレストまでの間に，この乱れのエネルギーは急速に逸散して，一波長の間に消滅していることがうかがわれる。

このような乱れ計測による河床波上の流れと段落ち流れとの対比は，最近 Butte と Pichon[11] らによっても行なわれている。彼らの実験によると，平均流速分布や乱れの強さおよびレイノルズ応力だけでなく，乱れ計測による自己相関係数，空間相関，エネルギースペクトル等全ての事項にわたって，河床波上の流れと段落ち部の流れとでは極めて強い類似性のあることが指摘されている。

また Allen[12] は Arie と Rouse[13] および Tani[14] らの従来の多くの段落ち部に関

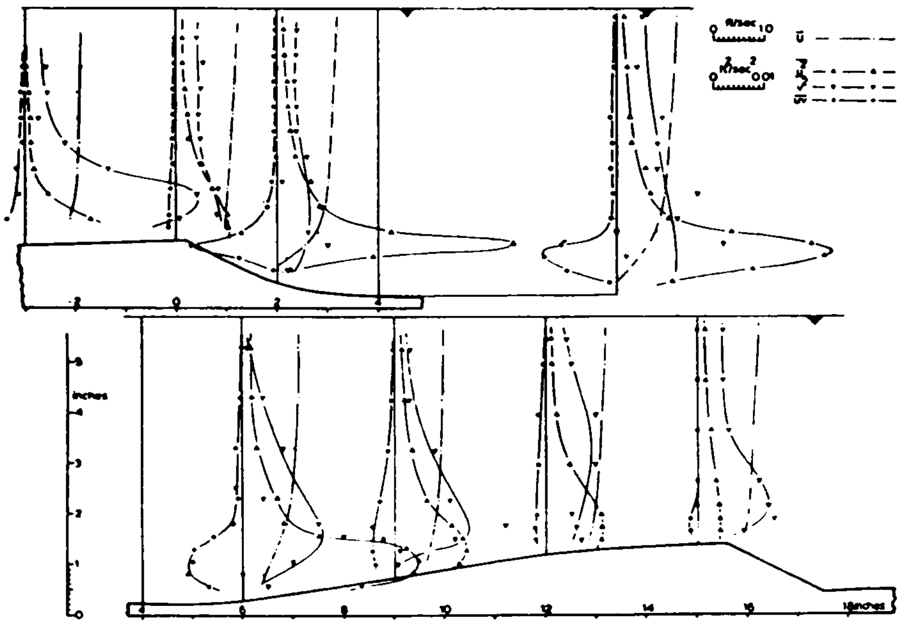


図 4・2・9 河床波上の $\bar{u}$, $\overline{u'^2}$ $\overline{v'^2}$ $\overline{u'v'}$ の分布（Sheenによる）

する研究と，前記の諸研究および自分の実験資料との集積から，河床波上の流れと段落ち部の流れとの対比において，流れのパターンおよびその機構ならびに河床波の形成に対するこのような剝離域の作用に関して，三次元性の問題をも包含させて極めて詳細な研究を行なっている。

さらに芦田[15]は前面の傾斜角を種々変化させた段落ち流れに関する損失水頭を，理論的および実験的に調べた結果，図4・2・10に示すように，前面の傾斜角が30°を越えると，その損失水頭は90°の場合のいわゆる段落ち流れの場合と全く一致するという結果を得ている。

以上の諸研究を総合した結果，次のような結論を得ることができる。すなわち，剝離を生ずる場合での河床波上の流れは，少なくとも乱れ特性や抵抗の問題に限り，段落ち流れという簡単なモデルに置き換えることができる。

また初期の平滑河床および Upper flow regime における平坦河床など，河床波が存在しない平坦な流れの場合は，第2章の実験1で述べたように，平板粗面上の流れとしての近似が十分可能であり，この場合の流速分布は対数法則が成立することもよく知られるところである。

これに対し，反砂堆の場合は，剝離は生じていないが，顕著な河床波が存在するため，当然上2つの場合と異なり別の考え方をすべきである。この場合は一般に波高がかなり大きく，水流の曲等による遠心力の効果など無視できないものと思われるため，これらを考慮した曲線流としての取り扱いが必要であろう。

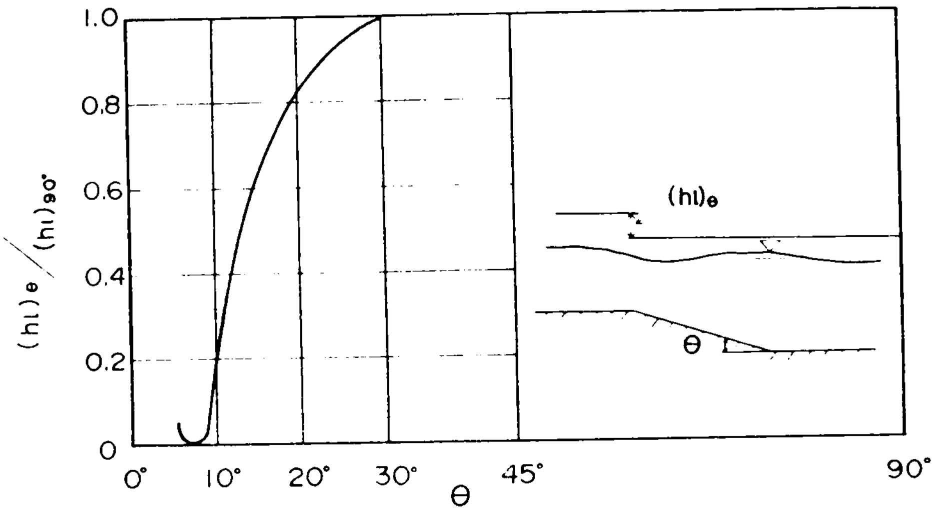


図 4・2・10　背面傾斜角による損失水頭の変化（芦田による）

以上のように，移動床開水路の流れは河床に形成される河床波の形態によって，上の3種の流れとして区分し，取り扱われる必要があるものと思われる。

第 3 節　固定床と移動床の相違に関する考察

1．固定床と移動床

前節での考察によって，河床波上の流れのモデル化を行なうことができた。実際現象をこうしたモデルで置換えることは，現象をこのようなモデルでの固定床流れに変換することを意味している。そこで，固定床と移動床の相違という問題について少し考えてみることにしよう。

固定床水路とは，自然条件としての岩盤とか，また人工によるコンクリート等の護岸および路床の作成等，天然，人工を問はず，流水の条件とは無関係に流路が形成され，またそれが変形することのない場合の水路のことをいう。流水は与えられた流路という境界条件に応じた水面形，流速等の水理条件を保持するもので，移動床での流れに比して付加される境界条件が多く，換言すれば自由度の少ない流れとして，その境界条件に支配された水理的挙動を示す。

これに対し，移動床水路は三次元的な蛇行をも含めて，側岸および河床が水流とその境界を形成する構成物質との相互作用による洗掘，堆積により，自己形成される水路のことをいう。したがっ

て固定床水路での流れに比して，境界の拘束条件が少なく，自由度が多いという点で本質的に異なるものである。しかし，水流と境界との間の相互作用といえどもある平衡な状態にあり，この平衡条件がくずれると，別の形態の新たな平衡が得られるまで変化を続けることになり，それはかなり複雑な様相を呈する結果となって，動的な性格が強くなる。このように，水路の形状を水流自身が形成するのが移動床水路の特徴で，しかもそれは固定的なものでなく，時々刻々変化する場合が多い。しかしこの状態では実験上不都合なこともあって，適当な方法でこの形状を固定した上で，細部実験を行なう場合も多い。また理論的思考を容易にするために，これを適当なモデルに置き換える場合もある。このように置き換えられた固定床水路は，移動床としての現象が定常で，平衡な状態が存在し，この状態を忠実にシミュレートしたものであれば，これは模擬移動床水路として，境界面形状と水流という点に関する限り，もとの現象を本質的に変化させたものでないと考えられる。このことは前節でも述べたように，河床を固定する前後の測定において，有意な差のみられないことからも理解できる。河床波については，個々のものは時間的に変化しているが，統計的な意味では平衡な状態の存在が認められていた。したがって実際に水流によって形成された河床波を固定した水路は，$\delta = x - \omega t$ という移動座標において現象を眺めることに相当し，抵抗は両者において変化しないものと思われる。しかし，河床を固定することによって流砂が存在しなくなるという点は大きな差異であり，流砂が多量の場合は乱れの構造など水流の内部機構が変化することが知られているため，このような場合はその影響を考慮する必要がある。この点については以下に項を改めて述べることにする。

2．流砂によるκの変化

流砂がかなり多く，流砂濃度の高い場合でもu/u_*を $\log y$に対してプロットすると，底面近傍を除いて，流れの大部分に於て両者は直線関係にあり，流速分布の対数則がかなり広く成立することは良く知られている。しかしこの直線のこう配から求められるカルマン定数κの値は，清水の値$\kappa = 0.4$より小さく，流砂濃度の増加につれてその減少量も大きくなることは Vanoni[16] 以来多くの実験によって確認されている。

また，浮流砂の濃度Cと$(h-y)/y$を両対数紙上にプロットすると，両者は直線関係にあって次の Rouse[17] による濃度分布式が成立していることがわかる。

$$\frac{C}{Ca} = \left(\frac{h-y}{y}\cdot\frac{a}{h-a}\right)^{z} \qquad (4\cdot3\cdot1)$$

ここに

$$Z = {}^{w}/_{\kappa u_*} \qquad (4\cdot3\cdot2)$$

ここでCaは底面からaの高さにおける流砂濃度を示す。（4・3・1）式のグラフの直線のこう配か

ら（4・3・2）により求められるκの値も，前述のものと同様に，流砂濃度の増加にともなって減少する。

このような流砂の増加によるκの減少という現象を，Einstein ら[18] は乱れのエネルギーが土砂の浮遊のために消費されるという考えより，また椿[19] は渦の寿命時間は不変であるという仮説と，乱れのエネルギー方程式により，さらに志村[20] は固体粒子の浮遊によって乱れは変化しないという仮説と乱れのエネルギー式より説明しようとした。その結果は土砂流に関しては，かなり満足すべきものであった。しかしその後 Elata と Ippen [21] により，比重が1に近い中立浮流粒子の場合も同様に濃度の増加とともにκが減少し，また乱れの強さが増加するという事実が見出され，これについての説明は十分に行なえなかった。

そこで日野[22] は乱れの加速度平衡式を用い，エネルギー式の各項を新たに検討することにより，次のような結果を得た。

$$\frac{\kappa_0}{\kappa} = \frac{1+\beta C}{2}\left[1+\{1+4B\kappa_0(1+\beta C)S\}^{\frac{1}{2}}\right] \qquad (4\cdot3\cdot3)$$

ここにκ_0はカルマン定数（＝0.4），κは濃度により変化した量，βとBは定数でそれぞれ2.0および13であり，またCは断面平均濃度，Sは次式で示されるような量である。

$$S = \frac{\rho(\sigma/\rho-1)\,gwc(h-\delta)}{\rho_a u_*^3 \ln(h/\delta)} \qquad (4\cdot3\cdot4)$$

ここに ρ：水の比重，σ：粒子の比重，ρ_a：水と粒子の混合体としての断面平均比重，w：粒子の沈降速度，δ：粘性底層の厚さまたは粗度の高さ（＝ k_s ）である。

中立浮流粒子の場合はS＝0の場合に相当し，この場合でも（4・3・3）式からκはcの増加によって減少することが分る。土砂流の場合は $\beta c \ll 1$ だから（4・3・3）式は次のように簡単になる。

$$\frac{\kappa_0}{\kappa} = \frac{1}{2}\left[1+\{1+4B\kappa_0 S\}^{\frac{1}{2}}\right] \qquad (4\cdot3\cdot5)$$

また（4・3・4）式において $u_* \ln(h/\delta) \backsim u$ であり，$u_*^2 = ghI$ だから $\rho = \rho_a$ とすると（4・3・4）式は近似的に次のようにも書ける。

$$S \fallingdotseq \frac{(\gamma-1)cw}{UI} \qquad (4\cdot3\cdot6)$$

コロラド大学での実験資料[24] により（4・3・6）式の値を計算し，これを日野の曲線上にプロットしたものが図4・3・1である。図に見られるように河床形態によりかなりきれいに分かれている。しかし各形態の境界は必ずしも明確でなく，かなり出入りがあるが，その平均として遷移河床を境に2分すると図に示すようにκ＝0.31となる。この値はκ_0に比して30％程度減少していることになる。

$$\varphi = \frac{u}{u_*} = Ar - \frac{1}{\kappa} + \frac{1}{\kappa} \ln \frac{h}{\delta}$$
(4・3・7)

ここで $Ar = 8.5$ である。

2,3の実例からκの30%程度の減少によるφの変化を上式によって計算してみると，h／δの値にもよるが，ほぼ10〜20%程であって，次章で述べるようにφの予測精度の現状から考えて，実用上この程度の差はあまり問題にならない。したがって実用的見地から抵抗の予測という問題に限定する限り，流砂濃度の増加によるκの減少の影響は 遷移河床以上のいわゆる Upper flow regime についてのみ考慮すれば良いように思われる。

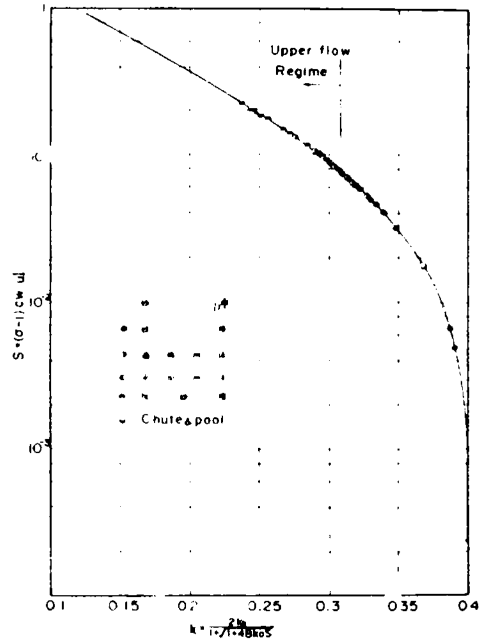


図 4・3・1 河床形態によるκの変化

第 4 節　　結　　語

本章では移動床開水路での抵抗を算定するための理論的考察を行なうに先立って，こうした河床波を有する流れの機構とそのモデル化について，実験的に考察を加えた。またこのようなモデルを用いることの意味および，流砂によるκの変化とその抵抗算定の際への影響範囲について若干の考察を行なった。

すなわち，第2節では流れの様相を河床形態により，i）平滑河床の場合，ii）　砂漣 および 砂堆 など剝離域の形成される場合，および iii)　　反砂堆 の場合の三 種に区分した。そしてi)は平板粗面上の流れとして，iii）は曲等による遠心力を考慮した曲線流れとしての取り扱いをすべきことを指摘した。

またii)の場合については，こうした河床波を有する流れでの流速分布，圧力分布，剪断力分布等の実験と，従来から行なわれている乱れ計測の実験を用い，これが多くの点で段落ち流れとその機構が類似していることを明らかにした。その結果こうした剝離域を有する河床波上の流れは段落ち流れのモデルで近似できることを指摘した。

第３節では，移動床としての現象をこのようなモデルで置き換えることの意味について若干の考察を行なった。その結果流砂の存在による乱れの構造の変化等流れの内部機構の問題を除いて，移動床としての境界特性のシミュレートさえ十分に考慮されたものであれば，こうした固定床的取り扱いも，移動床の問題解明にとって不都合のないことを指摘した。

また流砂による κ の減少の問題については，日野の理論に立脚して，抵抗算定という点に関する限り，その計算精度上 Upper flow regime においてのみその影響を考慮すれば良いことを指摘した。

参考文献

1）田中祐一朗，Sand waves 上の流れについて，京大防災研究所年報，第11号B，昭43.

2）芦田和男，田中祐一朗，移動床開水路の抵抗則に関する研究，京大防災研究所年報，第14号B，昭46，

3）Walker.G.A.，A study of the two-dimensional flow of turbulent fluid past a step, from 'Loose Boundary Hydraulics, written by Raudkivi . A.J. Pergamon Press, 1967.

4）Raudkivi.A.J., Bed forms in alluvial channels, Journal of Fluid Mech. Vol.26, Part.3.1966.

5）山岡勲，河床上の矩形粗度が水路の抵抗に及ぼす効果の研究，北海道開発局土木試験所報告，第27号，昭37.

6）足立昭平，村本嘉雄，桟粗面の基面とその抵抗則について，土木学会第15回年次学術講演会講演集，昭35.

7）Jopling.A.V.，Laboratory study of sorting processes related to flow separation, Journal of Geophysical Research, Vol. 69, No. 16, 1964.

8）Raudkivi.A.J.，Study of sediment ripple formation, Proc.A.S.C.E. Vol. 89, HY.6, Part.1, 1963.

9）前出の文献３）

10) Sheen.S.J., Turbulence over a sand ripple, from Loose Boundary Hydraulics' written by Raudkivi.A.J., Pergamon Press, 1967.

11) Butte.J.N. et Pichon.J., Étude de la turbulence dans un écoulement a surface libre au-dessus d'une singularité en forme de marche, Etude de la turbulence au-dessus d'une fosse d'affouillement a l'aval d'un seuil de barrage déversant, La Houille Blanche, N°4, 1970.

12) Allen.J.R.L. Current ripples—their relation to patterns of water and sediment motion—, North-Holland Publishing Co., 1968.

13) Arie.M and Rouse.H., Experiments on two-dimensional flow over a normal wall, Journal of Fluid Mech., 1, 1956.

14) Tani.I., Experimental investigtion of flow separation over a step, International Union of Theoritical and Applied Mechanics, Proceedings Boundary Layer Research, Symposium Freiburg/Br. 1957.

15) 芦田和男，開水路断面変化部の水理に関する研究 (2) -段落ち部の水理－，土木研究所報告 105号の6，昭35.

16) Vanoni.V.A., Transportation of supeded sediment by water, Trans.A.S.C.E., Vol. 111, 1946.

17) Rouse. H., Experiments on the mechanics of sediment suspension, Proc. 5th International Congress for Applied Mechanics, 1939.

18) Einstein. H.A. and Chien. N., Second approximation of the suspended load theory, Series 47, Issure No.2, University of California, Berkley, 1952.

19) 椿東一郎，浮遊流砂が流れにおよぼす影響について，土木学会誌，40巻，9号，1955.

20) 志村博康，浮流砂を有する水流の諸特性について，土木学会論文集，46号，1957.

21) Elata. C. and Ippen. A.T., The dynamics of open channel flow with suspensions of neutrally buoyant particles,

Technical Report, No.45, Hydraulic Laboratory of M.I.T., 1951.

22) 日野幹雄, 固体粒子を浮流した流れの乱流構造の変化, 土木学会論文集, 92号, 1963.

23) Guy. H.P., Simons. D.B. and Richardson. E.V., Summary of alluvial channel data from flume experiments 1956 - 61, Geological Survey Proffessional Paper, 462 - I, 1966.

第 5 章　移動床開水路の抵抗則に関する研究

第 1 節　概　　説

移動床開水路における抵抗の問題は河川水理学上の基本的な問題の一つとして，従来から多くの人々によって研究がなされてきたが，未だ十分な解明をみたとは云えない。これは移動床水路の河床に形成される河床波が抵抗に対して支配的な影響を与えるともに，その挙動は流水の状態によって極めて複雑に変化し，その機構が十分明らかにされていないところに最大の原因があるものと思われる。そのため，実河川などでは，経験式の一つとも云うべき Manning 式 が広く用いられ粗度係数 n は若干の実測と経験とにより決められているのが実状であり，この粗度係数の合理的決定が広く要望されている。また，流砂の問題を考える場合にも，河床波の下流の後流域の影響を考慮した有効掃流力を考えることが重要であり，このためにも河床波の粗度要素としての作用および後流域など，その流れの機構を明らかにする必要がある。

従来より，移動床水路の抵抗の問題は i) Regime理論に代表されるような経験法則としての方法，ii) 抵抗を例えば相当粗度 k_s のような量に集約し，これに関与する種々の量を次元解析などの手法を併用しつつ実験的に検討する方法，および iii) 全抵抗を河床波による形状抵抗と河床面の砂粒による摩擦抵抗とに分離して取り扱う方法等の3種により研究が進められてきたように思われる。抵抗の内部機構を考察するには，線型性の仮定など若干の問題はあるが， iii) の方法が最も優れていると思われる。この方法は Eistein [1] 以来，線型性の仮定により径深を R' と R'' とに分離する方法とか，こう配を同様に I' と I'' とに分離する方法などが行なわれてきたが後者の方がその物理的意味を理解し易いように思われる。

前章までの考察により，河床波の形状特性の予測とそうした河床波を有する流れのモデル化が可能となった。そこで本章ではその結果を用いて，河床波が存在する場合の抵抗の算定法について，抵抗分離法の立場から理論的考察を展開し，その結果を多くの実験値と比較検討することにより，移動床の抵抗について検討を行なう。

すなわち第2節では，河床形態により (a) 平滑河床の場合，(b) 砂漣および砂堆の場合ならびに (c) 反砂堆の場合の三種に区分した上で，(a) は対数法則により，(b) は段落ち流れのモデルにより，(c) は対数則を補正する方向で，それぞれの場合の抵抗を算定する方法について理論的考察を加える。解析結果は実験値と比較し，その妥当性について検討するとともに，従来の研究の2・3と比較して，その相違と意義について若干の考察を行なう。

第3節では第3章での河床形状の予測理論と，第2節での抵抗係数算定法との組み合わせにより移動床水路での抵抗を予測する方法について考察するとともに，具体例を通して，その適用性と問題点について考察を行なう。

第 2 節　　抵抗係数の算定法に関する理論的考察

前章での考察によって，河床波上の流れのモデルとして3種が得られた。そこで，このモデルにより，それぞれの場合の抵抗の算定法について，以下に考えることにする。

1。平 滑 河 床 の 場 合

この場合の流れは，平板粗面上の流れとして取り扱うことができることはすでによく知られたところである。またこのときの抵抗則として，対数則が成り立つことも多くの実験によりすでに認められている。

$$\varphi = \frac{U}{U_*} = 6.0 + 5.75 \log \frac{R}{k_s} \qquad (5 \cdot 2 \cdot 1)$$

この場合の相当粗度 k_s の値は Nikradse 以来，砂粒粗度として河床材料の粒径で表示されてきた。これまでの多くの実験結果から，限界掃流力以下での平滑河床の場合は，k_s は平均粒径 d_m の0.5～4倍，また Upper flow regime の場合の k_s は d_m の1～10倍といわれている。このように，平均粒径で表示するときは，その係数はかなり大巾に変化しており，これを避けるため85%粒径 d_{85} を用いることもある。これに対し，石原ら[2] は水路床に砂が堆積して河床波が形成されることがない程度において，可能な限り多量の流砂が存在するという条件で実験を行なった結果，実験式として次式を得た。

$$k_s = 10 d_m \cdot \tau_*^{0.769} \qquad (5 \cdot 2 \cdot 2)$$

ここに，

$$\tau_* = \frac{U_*^2}{(\sigma/\rho - 1)\, g d_m} \qquad (5 \cdot 2 \cdot 3)$$

そこで，(5·2·1)式の k_s として(5·2·2)式を用いることにすると，これで平滑河床の場合の抵抗係数が算定できることになる。相当粗度 k_s は従来河床形状に関係なく広く用いられているが，これを抵抗分離法の立場から見るとき，少くとも次の三種のものの総合と考えることができよう。すなわち，

i) いわゆる砂粒粗度であって，平滑面であっても水理学的滑面に比しての砂粒の凸起に対す

る粗度要素

ii） 砂を移動さすことによるエネルギー消費としての粗度要素

iii） 河床面に河床波等が形成されることによる，河床面の形状による抵抗要素

以上のように三種に分けた場合（5・2・2）式に表示されているものは上の i），ii）の合成されたものであり，iii）は加味されていない。このことから従来の相当粗度 k_s と区別する意味において，（5・2・2）式での相当粗度を以下 k_f と記号することにする。

2．剝離域を有する河床波の存在する場合

i） Yalinの方法

この場合の流れの機構は，段落ち流れのモデルでよく近似できることが前章での考察において明らかとなった。このような場合における，抵抗分離法の一つとしての，こう配の分離法による抗抵係数の算定法には，Yalin[3] の研究がある。

彼は図5・2・1に示すように，全損失を河床波によるAB間の断面拡大部としての損失と，BC間の砂粒による摩擦損失とに二分した。断面拡大部による損失は，2点間の速度水頭に比例するものとして，その比例係数をαとし，これに水流の連続の条件を考えることにより，次のように求めた。

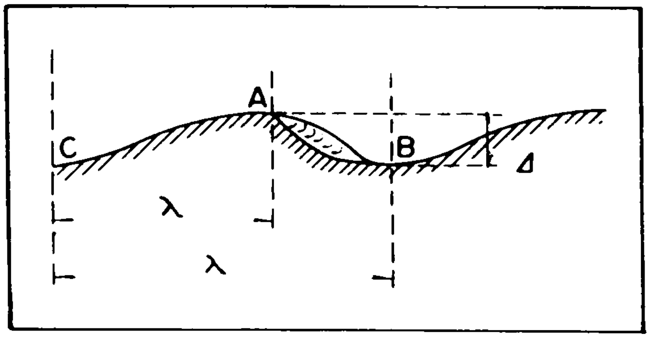


図 5・2・1 Yalinの用いた河床波の形状指標

$$I_2 = \frac{\alpha}{\lambda}\frac{(U_A - U_B)^2}{2g} = \frac{\alpha}{\lambda}\left(\frac{\Delta}{h}\right)^2\frac{U_m^2}{2g} \qquad (5\cdot 2\cdot 4)$$

また砂粒による摩擦損失は，対数法則を用いることにより，次のように表わした。

$$I_1 = \frac{\lambda_1}{\lambda} = \frac{\kappa^2}{\left\{\ln(ah/k_0)\right\}^2}\frac{U_m^2}{gh} \qquad (5\cdot 2\cdot 5)$$

ここに，

$$\frac{\lambda_1}{\lambda} = 1 - \frac{\Delta}{\lambda}\cot\theta \qquad (5\cdot 2\cdot 6)$$

であり，θは河床波前面の傾斜角（水中安息角），λ_1 はBC間の距離，κはカルマン定数，k_0 は砂粒粗度であり，aは定数で11とした。また線型性の仮定から全エネルギーこう配は，

$$I = I_1 + I_2 \qquad (5\cdot 2\cdot 7)$$

とし，$\varphi = U/U_*$ とすることにより，最終的に次式を得た。

$$\varphi = \frac{\frac{1}{\kappa}\ln(ah/k_0)}{\sqrt{1-\frac{\Delta}{\lambda}\left[\cot\theta - \frac{1}{2}\frac{\Delta}{h}\left\{\frac{1}{\kappa}\ln(ah/k_0)\right\}^2\right]}} \qquad (5\cdot2\cdot8)$$

Yalin の取り扱いは I_1，I_2 の物理的意味が明確で極めて興味あるものであるが，式の誘導過程からも分るように，次のような問題点を含んでいる。すなわち，断面拡大部の損失を考える際波高による変化分だけを考えて，水面変化を考えていない。さらに，2点間の速度水頭に比例するとした場合の損失係数 α を河床波の形状や他の水理量に無関係に1としているが，この点は疑問が残る。また摩擦損失の算定には $\Delta\cot\theta$ とクレスト下流部の砂の水中安息角による堆積部分を考えただけで，剥離域を考慮しておらず，摩擦による部分を過大に評価しているものと思われる。

そこで，以上のような問題点を除くため，固定床段落ち流れにおける損失水頭を算定する芦田[4]の研究にならって，次のような理論的考察を展開することにする。[5]

(a) 形 状 抵 抗

河床波の下流部での剥離域底面ではわずかながら逆流が生じており，re-attachment point 付近の砂は逆流により上流側へ向って若干運ばれることが観察される。これらの点を考慮して近似的に図5・2・2に示すように記号を定めると，断面1～2間において，運動量の保存則を適用することにより，次式が得られる。

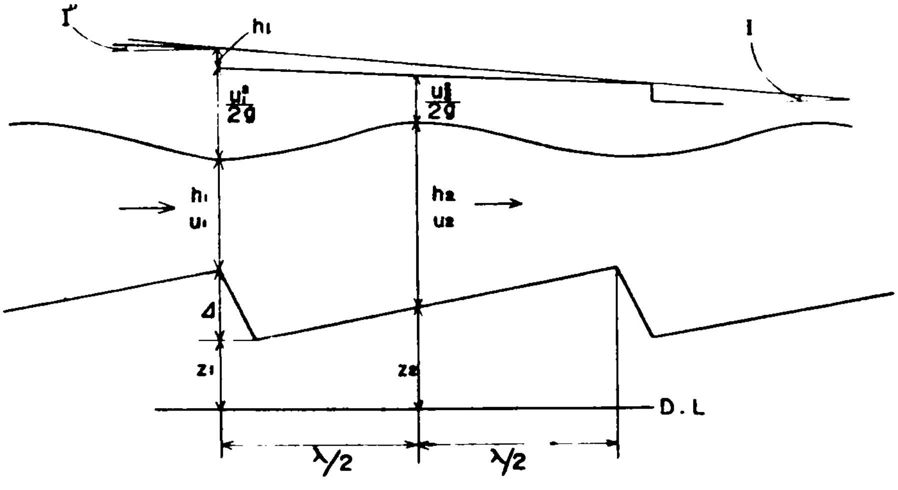


図 5・2・2 記号説明図

$$w(h_1+\Delta)^2+2\rho\beta_1 U_1^2 h_1 = w h_2^2+2\rho\beta_2 U_2^2 h_2$$
$$+2\tau-w(h_1+\Delta+h_2)(Z_1-Z_2) \qquad (5\cdot2\cdot9)$$

ここに w：水の単位体積重量，ρ：水の密度，β_1，β_2：運動量補正係数，τ：断面1～2間に働らく底面摩擦力である。また水流の連続式は単位巾流量を q とすると，次式で与えられる。

$$h_1 U_1 = h_2 U_2 = h_m U_m = q \qquad (5\cdot2\cdot10)$$

添字1，2，mはそれぞれ断面1，断面2および平均量としての意味を表わす。いま図5・2・2に示すように，河床波は二次元的であるとして，その形を三角形状で近似することにし，検査断面1，2をクレスト上と水面波の最高位点に選ぶことにすると，次の近似が成り立つものと思われる。

$$h_m = \frac{1}{2}(h_1+h_2) \qquad (5\cdot2\cdot11)$$

$$Z_2-Z_1 = \frac{1}{2}\Delta \qquad (5\cdot2\cdot12)$$

また平均水深 h_m で次のような無次元化を行なうことにする。

$$h_1 / h_m = \eta \qquad (5\cdot2\cdot13)$$

$$\Delta / h_m = K \qquad (5\cdot2\cdot14)$$

断面1～2間に働らく底面摩擦は，剥離域内にあることから小さく，これを省略することにすると，以上の諸式から η に関する次の3次式を得る。

$$4(K+2)\eta^3+(K-12)(K+2)\eta^2$$
$$+2\left\{2F_m^2(\beta_1+\beta_2)-(K-4)(K+2)\right\}\eta-8\beta_1 F_m^2=0 \qquad (5\cdot2\cdot15)$$

ここに $F_m^2 = U_m^2 / g h_m$ である。そこで，

$$\left.\begin{aligned} a &= \frac{1}{4}(K-12) \\ b &= \frac{1}{2(K+2)}\left\{2F_m^2(\beta_1+\beta_2)-(K-4)(K+2)\right\} \\ c &= -\frac{2\beta_1 F_m^2}{K+2} \end{aligned}\right\} \qquad (5\cdot2\cdot16)$$

$$\left.\begin{aligned} r &= \frac{a^2}{3} - b \\ s &= \frac{2}{27}a^3 - \frac{1}{3}ab + c \end{aligned}\right\} \qquad (5\cdot2\cdot17)$$

とおくことにすると，（5・2・15）式は次のようになる。

$$\left(\eta+\frac{a}{3}\right)^3-r\left(\eta+\frac{a}{3}\right)+s=0 \qquad (5\cdot2\cdot18)$$

そこで（5・2・18）式の根としてηは次のように求められる。

$$\left.\begin{aligned}\eta_1&=-\frac{a}{3}\mp2\sqrt{\frac{r}{3}}\cos\frac{\gamma}{3}\\ \eta_2&=-\frac{a}{3}\mp2\sqrt{\frac{r}{3}}\cos\left(\frac{\gamma}{3}+\frac{2}{3}\pi\right)\\ \eta_3&=-\frac{a}{3}\mp2\sqrt{\frac{r}{3}}\cos\left(\frac{\gamma}{3}+\frac{4}{3}\pi\right)\end{aligned}\right\} \qquad (5\cdot2\cdot19)$$

$$\cos\gamma=3s\Big/2r\cdot\sqrt{r/3}$$

さて次に断面1～2間にエネルギーの保存則を適用することにより，河床波の存在による形状損失水頭h_ℓは次のように求められる。

$$h_\ell=\left(Z_1+h_1+\Delta+\frac{\alpha_1U_1^2}{2g}\right)-\left(Z_2+h_2+\frac{\alpha_2\,U_2^2}{2g}\right) \qquad (5\cdot2\cdot20)$$

ここにα_1，α_2はエネルギー補正係数である。（5・2・10），（5・2・11），（5・2・12），（5・2・13）および（5・2・14）式を用いることにより，（5・2・20）式は次のように書き直される。

$$h_\ell=\frac{U_m^2}{2g}\left\{\frac{1}{F_m^2}(4\eta-4+K)+\frac{\alpha_1}{\eta^2}-\frac{\alpha_2}{(2-\eta)^2}\right\} \qquad (5\cdot2\cdot21)$$

（5・2・19）式より求められるηの値を（5・2・21）式に代入することにより，河床波の形状損失h_ℓは求められる。しかし，3次式の根（5・2・19）式をその都度計算する手数を省くため，（5・2・21）式の$\{\ \ \}$をζと記号し，F_mをパラメーターとして，$K-\zeta$平面上での計算図表として示したものが図5・2・3である。

$$h_\ell=\frac{U_m^2}{2g}\,\zeta\,(F_m,\ K) \qquad (5\cdot2\cdot22)$$

ただし計算に当って，エネルギーおよび運動量の補正係数を定める必要がある。そこで前章での実験結果から，次のような値を用いることにした。

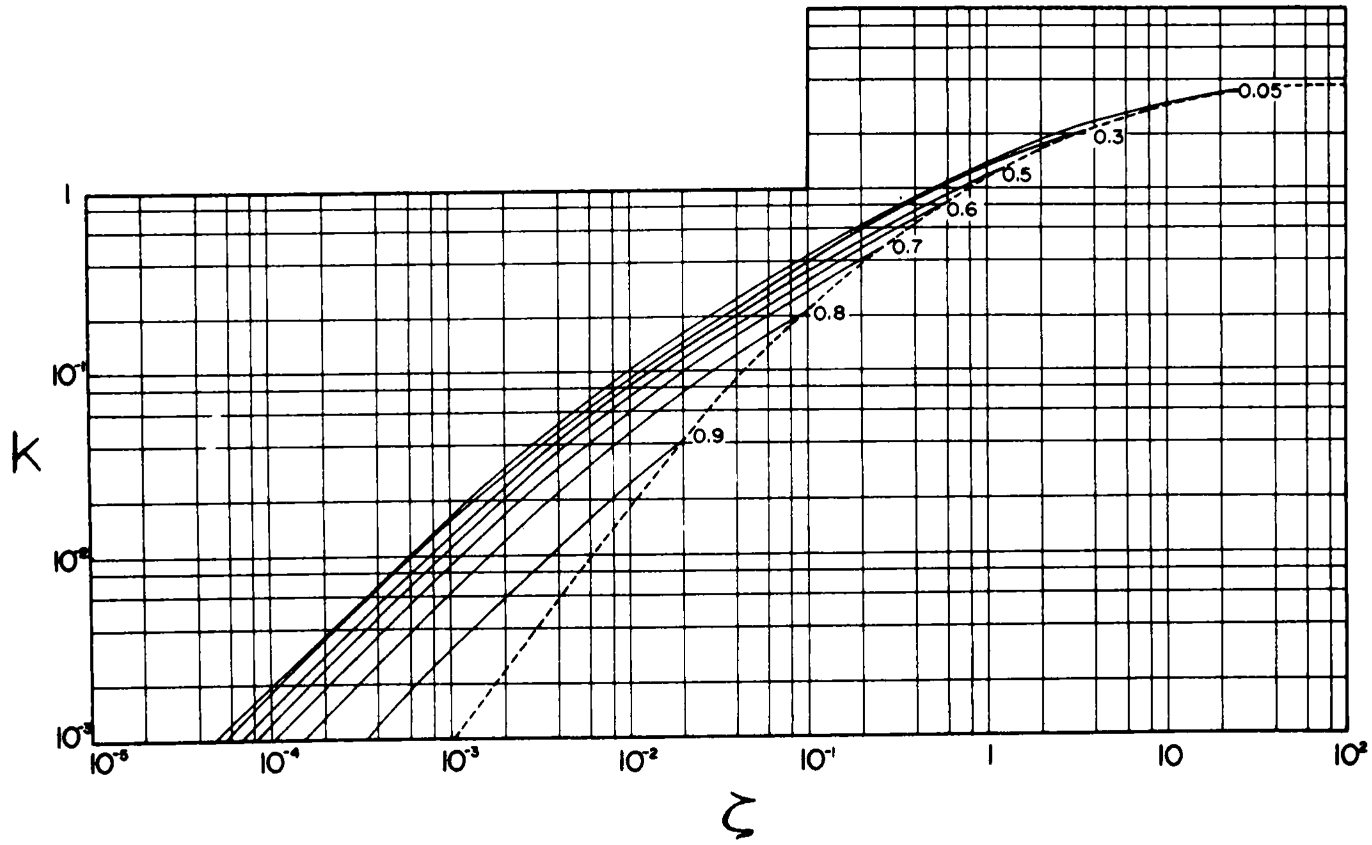


図 5・2・3 ζの計算図表

$$\left.\begin{array}{l}\alpha_1 = \alpha_2 = 1.1 \\ \beta_1 = \beta_2 = 1.05\end{array}\right\} \qquad (5\cdot2\cdot23)$$

一例として実験C－1の場合のα，βの場所的変化を図5・2・4に示す。図5・2・3に見るように，ζはKによって大巾に変化するが，F_mによる変化は少ない。前述のＹａｌｉｎの研究では，ζはK^2と等しくなっているが，図5・2・3では普通見られる$0.05 < K < 0.8$の範囲内においては，ζは$K^{3/2}$にほぼ比例し，比例係数はフルード数によって変化することになっており，Ｙａｌｉｎの結果と異なる。

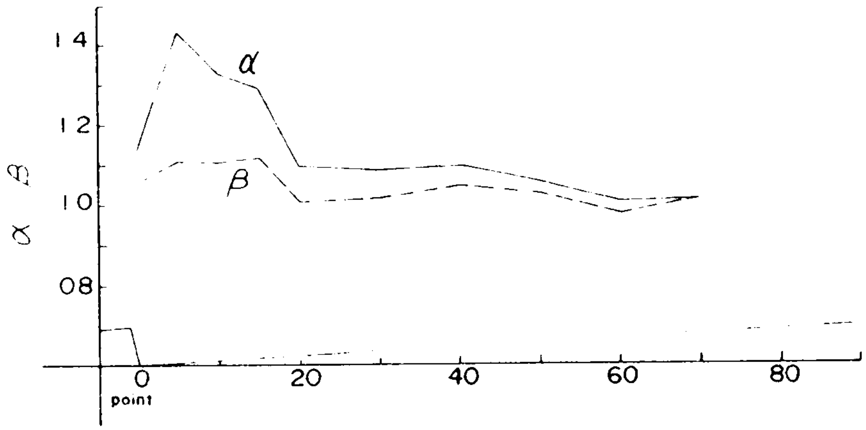


図5・2・4　運動量およびエネルギー係数の変化の一例

河床波のクレスト上で射流の生ずる条件は

$$F_1^2 = U_1^2 / g h_1 = 1 \qquad (5\cdot2\cdot24)$$

である。これは理論上での河床波の消滅する条件であるが，実際はこれよりかなり小さなフルード数で河床波の波高は減少するようになる。（5・2・24）式に（5・2・10），（5・2・13）式を代入することにより，次のように書き直される。

$$\eta = F_m^{2/3} \qquad (5\cdot2\cdot25)$$

この結果を（5・2・15）式に代入することにより，河床波の消滅条件を表わす，Kに関する次のような2次式を得る。

$$(F_m^{2/3}-2)K^2+2(2F_m^{4/3}-5F_m^{2/3}+2)K$$
$$+4\left\{2F_m^{2/3}(F_m^{2/3}-3)-2\beta_1 F_m^{4/3}+F_m^2(\beta_1+\beta_2)+4\right\}=0 \qquad (5\cdot2\cdot26)$$

上式の根としてのKと F_m の関係を図示したものが図5・2・5であり，この限界線は図5・2・3にも点線で記入されている。以上によって河床波の形状損失が求められた。そこで，線型性の仮定により，エネルギーこう配を形状損失によるもの I' と摩擦によるもの I'' の二つに分離することにすると，

$$I = I' + I'' \qquad (5\cdot2\cdot27)$$

$$I' = \frac{h_\ell}{\lambda} = \frac{F_m^2}{2}\frac{h_m}{\lambda}\zeta = \frac{F_m^2}{2}\frac{\varDelta}{\lambda}\cdot\frac{\zeta}{K} \qquad (5\cdot2\cdot28)$$

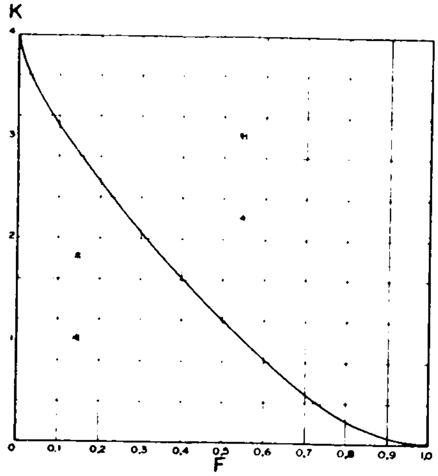


図 5・2・5　河床波の形成限界を示すKとFの関係

となる。また $I\cdot\varphi^2 = F_m^2$ であるから，(5・2・27)式の両辺を F_m^2 で割ることにより，

$$\frac{1}{\varphi^2} = \frac{I'}{F_m^2} + \frac{I''}{F_m^2} = \frac{1}{\varphi_\ell^2} + \frac{1}{\varphi_f^2} \qquad (5\cdot2\cdot29)$$

$$\frac{1}{\varphi_\ell^2} = \frac{h_m}{\lambda}\cdot\frac{\zeta}{2} = \frac{1}{2}\frac{\varDelta}{\lambda}\cdot\frac{\zeta}{K} \qquad (5\cdot2\cdot30)$$

となる。

(b) 摩 擦 抵 抗

以上によって，河床波の形状抵抗としての I' または φ_ℓ を求めることができた。そこで残されたものは河床波の後背斜面における砂粒による摩擦抵抗としての I'' または φ_f の決定の問題である。

前章での図4・2・3によると，re－attachment point より下流での掃流力 τ はZに比例し，τ はX方向に直線的に増加することになる。この事実からこの付近での摩擦抵抗を求めることができるが，しかしこの場合は河床を三角形模型で置き換えているため，ZがXについて直線的に変化している。したがって一般的には τ のXに対する関数形は河床形状に関係して変化すると考

えられる。図4・2・5によると，河床面付近から新たに形成される境界層はre－attachment point 付近から急激に増加し，やがて一定となるようで，この付近ではほぼ対数則が成立している。摩擦抵抗は河床波が十分発達した場合は形状抵抗のほぼ1割以下の程度で，摩擦抵抗算定上の誤差は全抵抗に対しては微小であると思われる。また河床波が小さく，ほぼ平滑河床と見なされる場合は，前述のように十分の精度で対数則の成立が確認されている。以上の事情を勘案して，平滑河床へのスムースな移行が可能なように考えて，前述の平滑河床の場合と同様の対数則を用いることにすると，

$$\varphi_f = \frac{U_m}{U_{*f}} = 6.0 + 5.75 \log \frac{R}{k_f} \qquad (5\cdot2\cdot31)$$

ただし，

$$\left.\begin{aligned} U_{*f} &= \sqrt{g\, h_m\, I''} \\ k_f &= 10\, d_m \cdot \tau_*^{0.769} \end{aligned}\right\} \qquad (5\cdot2\cdot32)$$

となる。いま剝離域の長さ ℓ_D を次のように表わすことにすると，

$$\ell_D = \varepsilon \cdot \Delta \qquad (5\cdot2\cdot33)$$

一波長間の摩擦による損失水頭 h_f は次のように求められる。

$$h_f = I''(\lambda - \ell_D) = F_m^2 \cdot \frac{\lambda - \varepsilon\Delta}{\left\{6.0 + 5.75 \log(R/10 d_m \cdot \tau_*^{0.769})\right\}^2} \qquad (5\cdot2\cdot34)$$

（5・2・34）式を用いることにより，I'' および φ_f は次のようになる。

$$I'' = \frac{h_f}{\lambda} = F_m^2 \cdot \frac{1 - \varepsilon\Delta/\lambda}{\left\{6.0 + 5.75 \log(R/10 d_m \cdot \tau_*^{0.769})\right\}^2} \qquad (5\cdot2\cdot35)$$

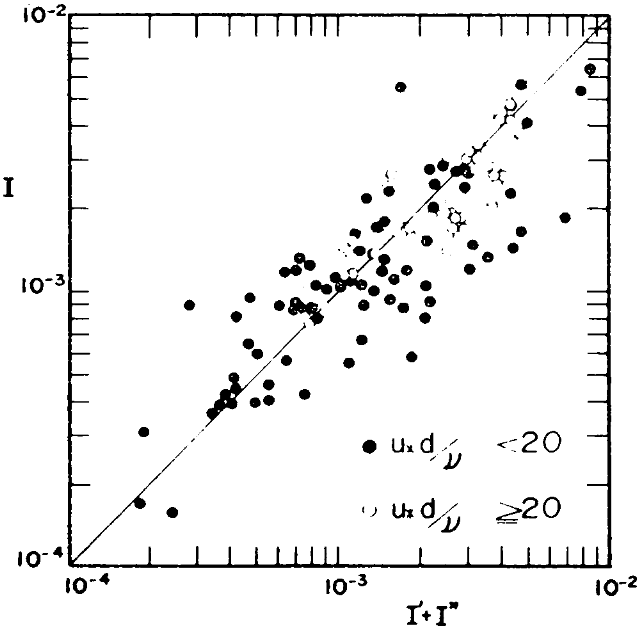
$$\frac{1}{\varphi_f^2} = \frac{1 - \varepsilon\Delta/\lambda}{\left\{6.0 + 5.75 \log(R/10 d_m \cdot \tau_*^{0.769})\right\}^2} \qquad (5\cdot2\cdot36)$$

以上によって，河床波の形状損失と摩擦損失が求められた。一波長間の全損失はこれらの二つの損失の和である筈である。

$$I = \frac{1}{\lambda}(h_\ell + h_f) = I' + I'' \qquad (5\cdot2\cdot37)$$

さて，実際にh_f，I'' などを求めるためにはεの値を知る必要がある。従来の研究において，人工粗度および移動床での抵抗の実験値を整理したものの一つにk_s/h ～ Δ/λ（又はk/b）図がある。[6] ここにkは粗度要素の高さであり，bは粗度の間隔である。この図においてΔ/λが7～10のところでk_s/hが極大値をとることが知られている。また前章において述べたようにRaudkiviら[7]は観察によって，re-attachment point の位置は波高の5～6倍のところにあると述べている。さらに，古屋ら[8]はパイプや角柱を用いた桟型の人工粗度を用いてflow visualization 法による写真を報告している。これによると，粗度の形状に関係なく，k/bが8～10で河床面は全て後流域としての渦領域で覆われてしまっている。以上のことがらを勘案して，εとしては7～10程度の値を用いれば良いものと思われる。

以上によって，河床波の形状Δ，λが与えられた場合，R/d_m，τ_*，F_m，　Kから簡単にφを求めることが可能となった。そこで第3章の表3・2・1に示した実測値を用いて，上述の取り扱いの妥当性を調べたものが図5・2・6および図5・2・7である。このうち図5・2・6は算出される全抵抗$I'+I''$を実測のIと比較したものであり，図5・2・7は（5・2・27）式で求められるI'をΔ/λに対してプロットしたものである。図5・2・6の中で区分してあるように，砂粒レイノルズ数R_*が20以下のものは若干精度が劣るようである。これは粒径の小さい場合は鱗状の砂漣と云われる形状を呈する場合が多く，このような場合には二次元的とした理論的取り扱いでは不十分



5・2・6 [illegible]

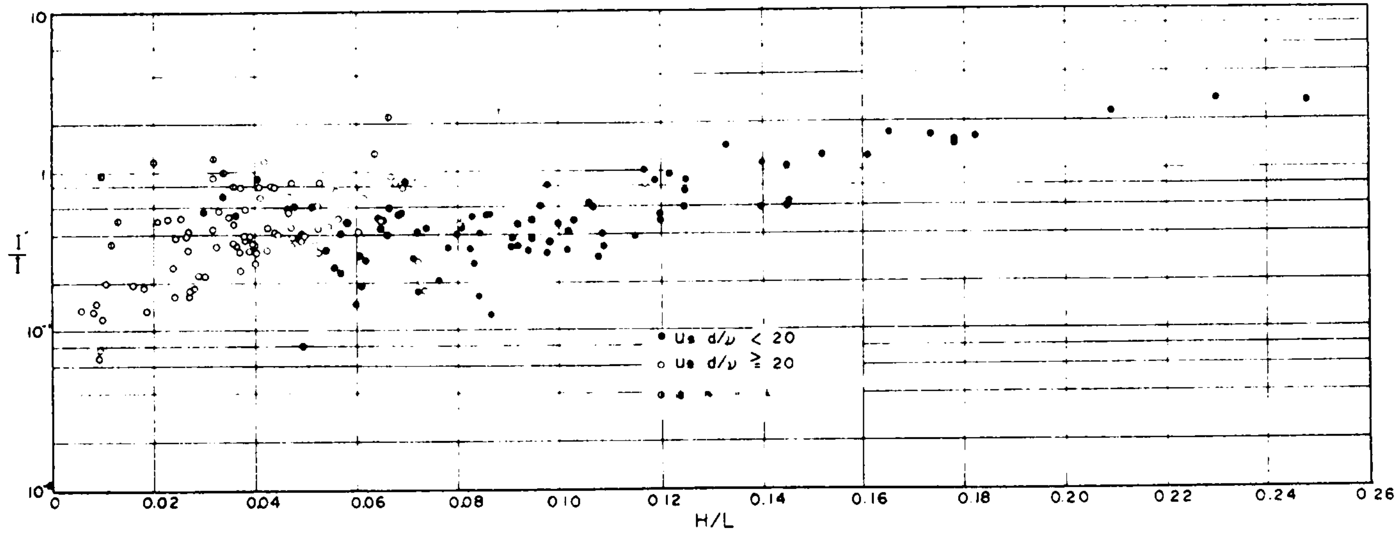


図 5・2・7 I′の 図 5・2・7 I′の △ による変化

で，横方向の河床波の構造と，それに伴なう横方向の流れに対する考慮を必要とするものと思われる。また図5・2・7における半円印の点はフルード数が大きく，遷移河床の領域のものと思われるものである。このような場合のものは I' を省略すると，I'' と I とは比較的近い値を示す。このことは，河床波は未だ存在するがその形は左右対称形に近く，剝離域が極めて小さくなっているため計算では I' を過大に評価しているものと思われ，このような場合の取り扱いには注意を要することになる。このように精度上は未だ若干の問題を残しているが，以上の取り扱いは一応満足すべき結果を与えているものと思われる。

河床波の形状 Δ，λ が既知の場合の抵抗係数の算定法には，Vanoni と Hwang[9] のものがある。彼等は若干の次元解析的考察のもとに実験値を整理し，その平均線として次式を提案している。

$$\frac{1}{\sqrt{f'}} = 3.3 \log\left(\frac{\lambda R}{\Delta^2}\right) - 2.3 \qquad (5\cdot2\cdot38)$$

ここに f はDarcy－weisbach の抵抗係数であり，Rは径深，f' は f のうち河床波の形状抵抗によるものを表わす。岸[10] は若干の実験値の追加から（5・2・38）式を次のように修正した方がその適合性が向上するとした。

$$\frac{1}{\sqrt{f'}} = 4.3 \log\left(\frac{\lambda R}{\Delta^2}\right) - 4.8 \qquad (5\cdot2\cdot39)$$

この結果を用い，$f=f'+f''$ として実験値と比較した結果，点の存在範囲として f（実測）／f（計算）＝0.8～2.0であると述べている。この結果は実験式であることと，例えば同じ河床波の存在する場合でも砂漣や砂堆のように剝離域の存在する場合と，反砂堆のように剝離域のない場合にも同様に適用し得るものかどうかなど河床形態との関連が明確でなく，若干の疑問が残されている。

3．反砂堆の場合

この場合には前章で述べたように，水流の曲りによる遠心力を考慮した曲線流としての取り扱いが必要である。したがって流速分布も当然のことながら対数則からはずれることが予想される。しかし反砂堆では水流の剝離域の存在しないことが大きな特徴であり，したがって抵抗も砂粒による摩擦抵抗のみを考えれば十分である。したがって理論的には明らかに不十分な点を含むが，抵抗の算定という実用的見地に立つ限り，$\varphi_\ell=0$ とした先述の平滑河床での取り扱い，すなわち対数則の適用も可能となる。その結果は次節で述べるように，砂漣や砂堆の場合とほぼ同精度で実測値と一致している。もちろんこの場合は前章第3節において述べたように，流砂濃度がかなり大きくな

るため、κの変化による影響は無視できない。そこでこのκの変化については日野の簡単式[11]を用いることにすると，反砂堆の場合の抵抗算定の近似式は次のようになる。

$$\varphi = \varphi_f = 8.5 - \frac{1}{\kappa} + \frac{2.3}{\kappa} \log \left(\frac{R}{10 d_m \tau_*^{0.769}} \right) \qquad (5\cdot2\cdot40)$$

$$\kappa = \frac{2\kappa_0}{1 + (1 + 52\kappa_0 S)^{1/2}} \qquad (5\cdot2\cdot41)$$

$$S = \frac{(\sigma/\rho - 1)\,CW}{UI} \qquad (5\cdot2\cdot42)$$

以上河床形態によりその取り扱いを三種に区分して，抵抗係数を算定する方法について考察してきた。このうち砂漣や砂堆の場合は前提条件として，河床波の形状Δ，λが既知であることが必要だった。しかしこの条件が付いたままでは抵抗の算定という意味からの実用上の価値は小さい。なぜならΔ，λなどの量を実測してからφを算出するよりも，直接流速を測定してφを求める方が手っ取り早い。したがってΔ，λを実測することなく，第３章での形状予測理論と，本章での抵抗算定理論との組み合せによる場合について検討する必要がある。この点については節を改めて述べることにする。

第 4 節　　実際問題への適用性に関する検討

以上での考察により，河床形状の予測と抵抗係数の算定という二つの手順を通ることによって，移動床開水路での抵抗係数の予測が可能となった。個々の段階において，その都度理論の適合性について，実測値と比較してきたが，ここではそれらを通して一連の手順を追って抵抗係数を算定する場合について，例題によってその計算手順と適合性について検討してみよう。

まずこれまでにその都度述べてきた計算式をここにまとめて再記すると次のようである。

1）波長の予測

(a) 砂漣の場合　$\lambda = 750\, d_m$ (5・3・1)

(b) 砂堆の場合　$\lambda = 5\, h_m$ (5・3・2)

(c) 反砂堆の場合　$\lambda = 2.3\pi F^{3/2} h_m$ (5・3・3)

(d) 砂州の場合　$\dfrac{\lambda}{\sqrt{Bh}} = n' \sqrt{2\pi}\, F^2 \sqrt{\coth \dfrac{2\pi h}{B}}$ (5・3・4)

2）波高の予測

$$K = \frac{\Delta}{h_m} = \frac{2(1-\tau_c/\tau_m)}{2m+1-\tau_c/\tau_m} \mid 1-F_m^2 \mid (1+9/k^2) \qquad (5\cdot3\cdot5)$$

3）抵 抗 係 数

(a) 平滑河床の場合

$$\varphi = 6.0 + 5.75 \log(R/k_f) \qquad (5\cdot3\cdot6)$$

$$k_f = 10\, d_m\, \tau_*^{0.679} \qquad (5\cdot3\cdot7)$$

(b) 砂漣，砂堆の場合

$$I = \frac{F_m^2}{\varphi_m^2} = \frac{F_m^2}{\varphi_\ell^2} + \frac{F_m^2}{\varphi_f^2} \qquad (5\cdot3\cdot8)$$

$$\frac{F_m^2}{\varphi_\ell^2} = I' = \frac{F_m^2}{2}\frac{h_m}{\lambda}\zeta = \frac{1}{2}\frac{h_m}{\lambda}\zeta' \qquad (5\cdot3\cdot9)$$

$$\frac{F_m^2}{\varphi_f^2} = I'' = \frac{F_m^2(1-\varepsilon\,\Delta/\lambda)}{\{6.0+5.75\log(R/k_f)\}^2} \qquad (5\cdot3\cdot10)$$

$$k_f = 10 d_m\, \tau_*^{0.679}$$

(c) 平坦河床および反砂堆の場合

$$\frac{F_m}{\sqrt{I}} = \varphi_m = 8.5 - \frac{1}{\kappa} + \frac{2.3}{\kappa}\log(R/k_f) \qquad (5\cdot3\cdot11)$$

$$\frac{\kappa}{\kappa_0} = \frac{2}{1+\sqrt{1+52\,\kappa_0 S}} \qquad (5\cdot3\cdot12)$$

$$S = \frac{(\sigma/\rho-1)WC}{UI} = \frac{(\sigma/\rho-1)Wq_s}{U^2 hI} = \frac{(\sigma/\rho-1)Wq_{B*}d_m}{U_* h}\frac{1}{F_m^2} \qquad (5\cdot3\cdot13)$$

例題 1．砂漣の場合

いまここで行なう計算は，水深 h．こう配 I および粒径 d_m を既知として．流速，波床波の波長および波高を決定することである。いま砂漣の場合の例として実験 3－13 の場合を考えることにすると，基礎資料は次のようである。

表 5・4・1　砂漣の場合の資料

h_m (cm)	I	B (cm)	d_m (cm)	U (cm/s)	F	Δ (cm)	λ (cm)
4.8	0.0016	50	0.073	41.7	0.607	0.56	22

① U_* を計算する。$\sqrt{980 \times 0.0016 \times 4.8} = 2.74$ cm/s

② U_{*c} は例えば岩垣式により，$U_{*c}^2 = 55\, d_m = 4.01\, cm^2/s^2$

③ $\tau_* = U_*^2 / \{(\sigma/\rho) - 1\}\, gd = 0.0627$

④ $R_* = U_*\, d_m/\nu = 20$

⑤ $\tau_c/\tau_m = 4.01/2.74^2 = 0.535$

⑥ 一般的には河床形態は全く不明であるため，これを推定する必要がある。簡単には R_* と τ_* によって推定する。すなわち第３章で述べたように R_* は砂漣と砂堆の区分に有効であり，また抵抗の実測値について調べた奈良井[12)]の研究に見られるように，$\tau_* \fallingdotseq 1$ の近傍で抵抗値は急変しており，これは遷移領域における変化を意味しているものと考えられることから Lower flow の境界を示すものと思われる。以上のようにして R_* と τ_* により大略の領域の予測は可能であるが，これだけでは当然不十分であるため，とくに領域の境界附近の場合には，従来の多くの区分法を用いてその判定の正確を期す必要がある。とくに領域区分のパラメーターにFを用いる場合には，一度Fの値を仮定して計算を行ない，その結果として決定されたFの値を用いて，河床形態の推定の当否をチエックする。

⑦ R_* の値から，河床形態は砂漣であるとして（５・３・１）式より λ を求める。

$\lambda = 750 dm = 54.8$ cm

⑧ 計算の手間を省くため，（５・３・７）式を図表化したものが図５・３・１である。τ_* の値からこの図を読み取ることにより，　$k_f = 1.17\, d_m = 0.0854$ cm

⑨ $R/k_f = 47.2$

⑩ $9/k^2 \ll 1$ として省略し，（５・３・５）式よりKをFの関数で書くと，

$K = 0.192(1 - F_m^2)$

⑪ F_m^2/φ_m^2 を求めるため，（５・３・９）式において $\zeta' = \zeta F_m^2$ を前述の図５・２・３をもとにKと F_m の関数として計算図表化したものが図５・３・２である。この図を用いて仮定した F_m とKについて ζ' を読み取ることにより（５・３・９）により　$F_m^2/\varphi_\ell^2 = I'$ を求めるよ

うにすれば．その計算はかなり簡略化される。

⑫ I″の計算の簡略化を考えて $1/\varphi_f^2$ を図表化したものが図5・3・3である。⑨の値からこの図を読み取ることにより，(5・3・10)式を用いて $I'' = F_m^2/\varphi_f^2$ は簡単に求められる。

⑬ 以上の結果から（5・3・8）式によりＩを計算し，実測のＩと一致するまでＦｍの値を変えて試算を繰り返す。以上の計算手順をまとめると，表5・4・2のようである。

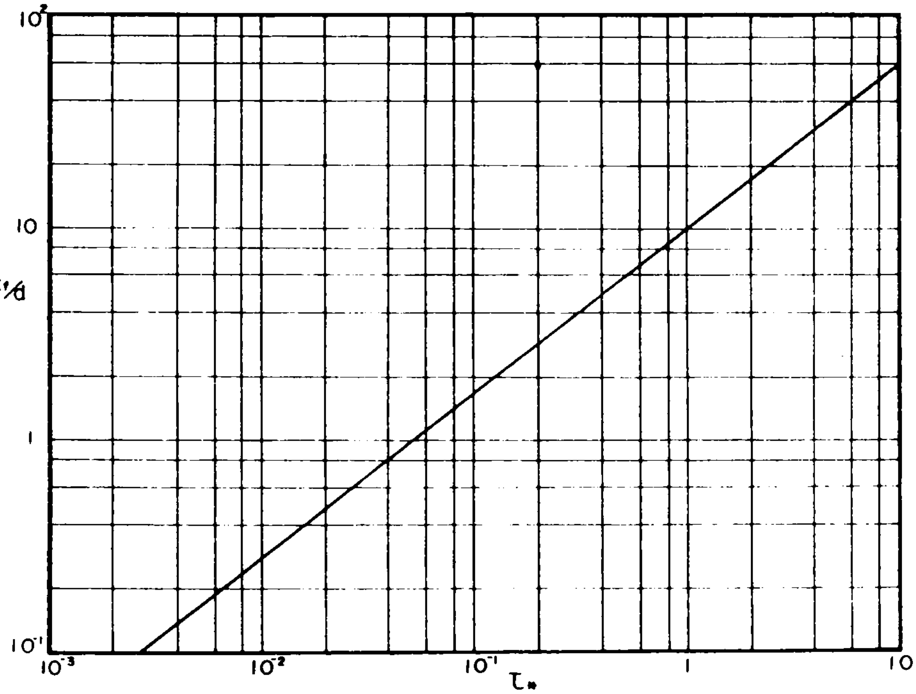
表 5・4・2　Fm の決定のための計算

F m	K	Fm^2/φ_ℓ^2	Fm^2/φ_f^2	I
0.40	0.161	0.000427	0.000524	0.000951
0.50	0.144	0.000517	0.000845	0.001362
0.55	0.134	0.000596	0.001039	0.001635
~~0.53~~	~~0.138~~	~~0.000658~~	~~0.000959~~	~~0.001617~~

かくして決定されたFm の値より

$\Delta = h \cdot k = 0.643\,cm$　　　$U = F\sqrt{gh} = 38.1\,cm/s$

となる。いま実測値に添字mを付け計算値に添字c を付して，実測と計算の比をとると，



[illegible] 5・3・1　k_f [illegible]

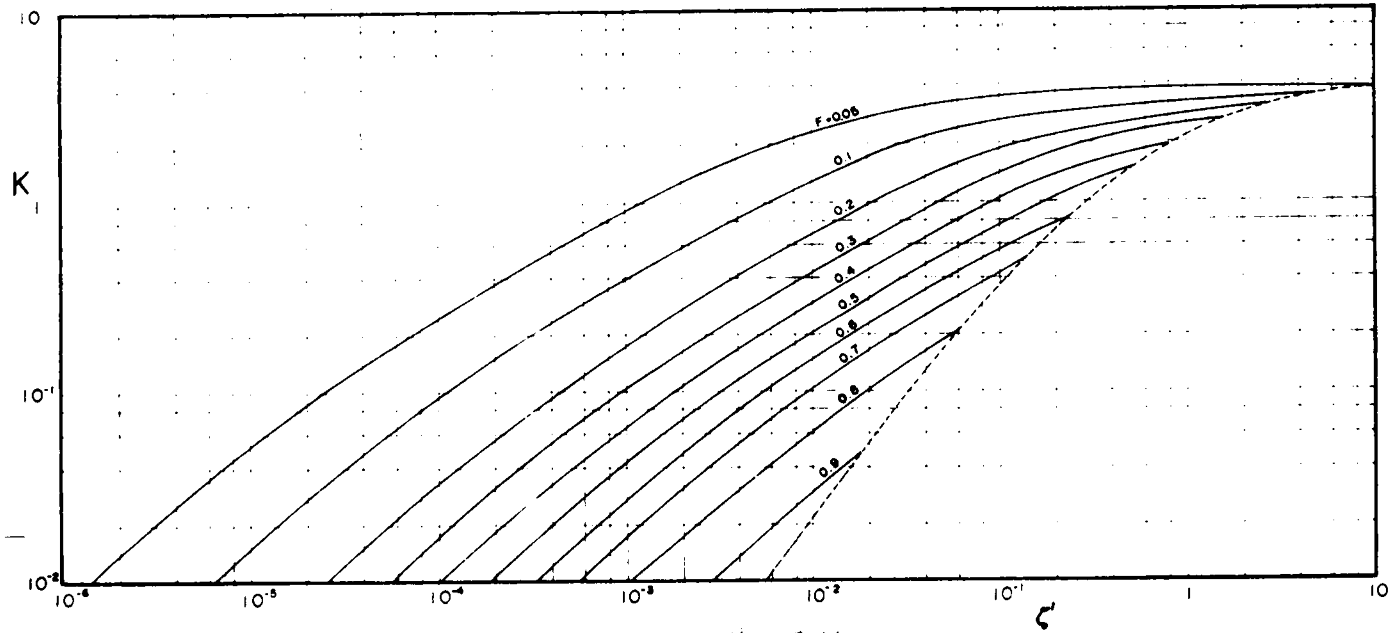

K
10
10^{-1}
10^{-2}
F=0.05
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
0.9
10^{-6}
10^{-5}
10^{-4}
10^{-3}
10^{-2}
10^{-1}
1
10
ζ'

図 5・3・2 ζ'の計算図表

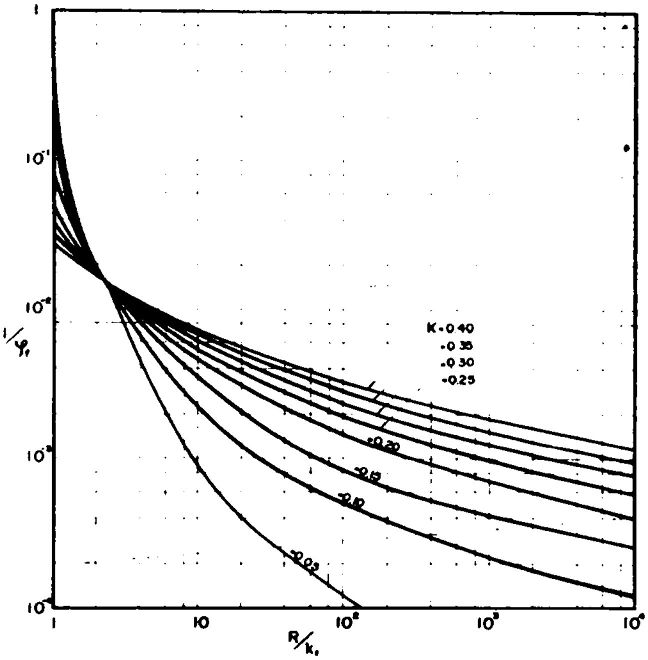


図 5・3・3　摩擦抵抗計算図表

$\Delta m/\Delta c = 0.872$　　　$\lambda m/\lambda c = 0.402$　　　$Um/Uc = 1.09$

となり，その精度は極めて良好である。

例題2.　砂堆の場合

この場合の例として実験3－12について計算を行なうことにすると，基礎となる実測資料は表5・4・3のようである。

表 5・4・3　　砂堆の場合の基礎資料

h m (cm)	B (cm)	I	d m (cm)	F	U (cm／s)	Δ (cm)	λ (cm)
8.4	50	0.0045	0.073	0.787	71.4	1.88	58

① $U_* = \sqrt{980 \times 0.0045 \times 8.4} = 6.09\ \mathrm{cm/s}$

② $U_{*c}^2 = 55 d_m = 4.01\ \mathrm{cm^2/s^2}$

③ $\tau_* = U_*^2/(\sigma/\rho - 1)\, g d_m = 0.314$

④ $R_* = u_* d_m/\nu = 44.5$

⑤ $\tau c/\tau_m \quad 4.01/6.09^2 = 0.108$

⑥ 河床形態は砂堆であるとして（5·3·2）式より　$\lambda = 5\,h\mathrm{m} = 42\,\mathrm{cm}$

⑦ τ_* の値を用いて図5·3·1を読み取ることにより．$k_f = 4.07\,d\mathrm{m} = 0.297\,\mathrm{cm}$

⑧ $R/k_f = 21.2$

⑨ $K = \dfrac{2}{5.4 - \tau_c/\tau_m}(1 - \tau_c/\tau_m)(1 - F_m^2) = 0.337\,(1 - F_m^2)$

以後は先の例題と同様の手順にてFを決定する。それを表にして示すと次のようである。

表 5·4·4　　Fm の決定のための計算

Fm	K	Fm^2/φ_ℓ^2	Fm^2/φ_f^2	I
0.5	0.252	0.001440	0.000891	0.001331
0.6	0.216	0.001890	0.001381	0.003271
0.70	0.172	0.002180	0.002043	0.004223
0.71	0.172	0.002340	0.002103	0.004443
0.72	0.1625	0.002500	0.002170	0.004670

以上よりFm≒0.715 となる。K＝0.165 となり，$\varDelta = hK = 1.42\,\mathrm{cm}$　$U = F\sqrt{gh} = 64.9\,\mathrm{cm/s}$

したがって実測値と計算値の比は，

$$\varDelta_m/\varDelta_c = 1.32,\quad \lambda_m/\lambda_c = 1.38,\quad U_m/U_c = 1.10$$

となり，算定の精度は満足すべきものである。

例題3.　遷移河床の場合

例として実験4－13の場合について計算してみることにすると，基礎資料は次のようである。

表 5·4·5　　遷移河床の場合の資料

hm (cm)	B (cm)	I	d_m (cm)	U (cm/s)	F	$\varDelta$ (cm)	λ (cm)
11.68	50	0.00339	0.016	102.7	0.958	0.54	127

① $U_* = \sqrt{980 \times 0.00339 \times 11.68} = 6.23\,\mathrm{cm/s}$

② $U_{*c}^2 = 8.41\,d^{11/32} \doteqdot 1.93\,\mathrm{cm^2/s^2}$

③ $\tau_* = U_*^2/(\sigma/\rho - 1)\,g\,d_m = 1.43$

④ $R_* = U_* \cdot d_m/\nu = 9.96$

⑤ $\tau_c/\tau_m \ll 1$ として省略する。

⑥ τ_* が1を越えていることから，河床形態は遷移河床または反砂堆と推定されるため，$1/\varphi_\ell^2$ の項は省略する。

⑦ τ_* の値を用いて $q_{B*}\sim\tau_*$ 図より，これまでに用いた流砂量式から考えて，Brown 式からグラフを読み取り，沈降速度wを鶴見式により求めることによって，(5・3・13) 式から

$$S = \frac{1.65\times 2.3\times 23\times 0.016}{6.23\times 11.68}\cdot\frac{1}{F_m^2} = 0.0192/F_m$$

⑧ 波長は (5・3・3) 式より，$\lambda = 2.3\pi F^{3/2} h_m = 84.4\,F^{3/2}$

⑨ τ_* の値から図5・3・1 を読み取ることにより，$k_f = 13.2\,dm = 0.212\,cm$

⑩ $R/k_f = 37.6$

⑪ Fm の値を仮定して (5・3・13)式よりSを計算し，この値を用いて (5・3・12) 式から κ を求める。この κ と ⑩ の R/k_f より図5・3・3から φ_f を読み取り，これに$\sqrt{I}$を乗じてFmを算出する。この値が先に仮定したものと等しくなるまで試算を繰り返す。以上の計算手順を表にしたものが次表である。

表 5・4・6　Fm の決定のための計算

Fm	S	κ	$1/\varphi_f^2$	Fm
0.7	0.0392	0.341	0.0036	0.97
0.8	0.0300	0.352	0.00374	0.953
0.93	0.0222	0.362	0.00381	0.942
0.94	0.0217	0.363	0.00382	0.942

以上によって決定されたFmの値より，

$$\lambda = 84.4F^{3/2} = 77\,cm, \qquad U = R\sqrt{gh} = 100.5\,cm/s$$

$$k = \frac{2\pi h}{I\lambda}(1 - F_m^2) = 32.8\,cm \qquad \therefore 9/k^2 \ll 1$$

$$\Delta = kh = \frac{2h}{5.4}(1 - F_m^2) = 0.543\,cm$$

となる。したがって実測値と計算値の比は，

$$\Delta_m/\Delta_c = 0.995 \qquad \lambda_m/\lambda_c = 1.65 \qquad U_m/U_c = 1.02$$

となり，精度は良好である。

例題4．反砂堆の場合

例として実験4−21の場合について計算してみることにすると基礎資料は次のようである。

表 5・4・7　反砂堆の場合の資料

h m (cm)	B (cm)	I	d m (cm)	U (cm/s)	F	Δ (cm)	λ (cm)
8.07	50	0.028	0.092	173.5	1.953	7.97	161.2

① $U_* = \sqrt{980 \times 0.028 \times 8.07} = 4.7\ cm/s$

② $U_{*c}^2 = 55 d m = 5.06\ cm^2/s^2$

③ $\tau_* = u_*^2/(\sigma/\rho - 1) g d_m = 1.49$

④ $R_* = u_* d_m/\nu = 43.2$

⑤ $\tau_c/\tau_m = 5.06/4.7^2 = 0.239$

⑥ 反砂堆で剝離域はないため，$1/\varphi_\ell^2$ は省略する。

⑦ $\lambda = 2.3\pi F^{3/2} h_m = 58.3\ F^{3/2}$

⑧ τ_*の値から図5・3・1を読み取ることにより，$k_f = 13.7\ d_m = 1.26$ cm

⑨ $R/k_f = 4.85$

⑩ 例題3と同様にしてq_{B*}/wを知ることにより，

$$S = \frac{1.65 \times 75.6 \times 25 \times 0.092}{4.7 \times 8.07} \cdot \frac{1}{F_m^2} = 7.55/F_m^2$$

⑪ 例題3と同様にしてF_mを仮定して計算を進めると次表のようになる。

表 5・4・8　F_m の決定のための計算

F_m	S	κ	$1/\varphi_f^2$	F
1.3	4.47	0.075	0.00333	2.9
1.6	2.93	0.1003	0.0046	2.46
1.9	2.09	0.1043	0.0060	2.16
2.0	1.89	0.109	0.0074	1.94
1.95	1.98	0.107	0.0071	1.98

以上により Fm = 1.96と決定する。したがって，

$\lambda = 58.3 F^{3/2} = 181$ cm　$U = F\sqrt{gh} = 174$ cm/s

となる。$9/k^2 << 1$ として省略すると，

$$\Delta = Kh = \frac{2\,(1-0.239)}{5.4-0.239}\,|1-1.96^2| \times 8.07 = 6.75\ cm$$

となる。したがって実測値と計算値の比は，

$$\Delta_m/\Delta_c = 1.18 \qquad \lambda_m/\lambda_c = 0.89 \qquad U_m/U_c = 0.998$$

となり計算の精度は極めて良好である。

以上各領域について一例づつであったが，その結果算定の精度は極めて良好であった。

移動床水路における抵抗の問題は概説でも述べたように，i）経験法則としての方法，ii）抵抗を例えば相当粗度 k_s のような量に集約し，この k_s と他の水理量との関連を次元解析的な方法などによって追求する方法および iii）抵抗分離法の三つの方法によって従来は取り扱われてきた。

i）による方法はインドにおける Regime 理論[13]が代表的なもので，我が国でも杉尾の研究[14]などがある。これは多くの実測資料に基づいて，経験法則としての指数式表示の確立を目指すもので，その式形の簡明さもあって実用性は高いが，有次元の物理的に不明確な係数を含むことが問題で，その必然性には多くの疑問が残る。

ii）については，次元解析的な考察により，例えば k_s と他の水理量との関係を実測資料により定めようとするもので，いづれも実験式として非常にばらついた点の平均線として定められるものが多いため，その信頼性および適用性には疑問点が多い。

iii）の方法では最近，分離した形状抵抗は相似仮説により無次元掃流力によって決るとした Engelund の研究[15]，および F と R/d_m とで表示しょうとした Alam と Kennedy の研究[16]などが報告され，それぞれ興味あるものであるが，形状抵抗としても河床波の形状そのものを組み込んだものでなく，その物理的意味に今一つ不明確な点もあって，実験式の域を出ていない。

このような移動床の抵抗に関する従来の諸研究の中にあって，本研究によって示された方法は，まだ多くの問題を含んでいるが，その物理的意味もかなり明瞭であり，実用的見地からその定量的精度はほぼ満足すべきものであった。とくに水深，こう配，粒径の三つの基本量以外の何ものをも媒介とすることなく流速を予測できることが大きな特色で，従来の研究に比してかなりの進歩を示したものと云えよう。

また必要のある場合は，前述のようにして決定された F または $\varphi = F/\sqrt{I}$ を用いて，Manning の粗度係数 n，Chezy 係数 C，Darcy－weisbach の係数 f および相当粗度 k_s などはそれぞれ次の諸式から求めればよい。

$$n = \frac{R^{1/6}}{\sqrt{g}} \cdot \frac{1}{\varphi} \tag{5・3・14}$$

$$C = \varphi \cdot \sqrt{g} \tag{5・3・15}$$

$$f = \frac{8}{\varphi^2} \tag{5・3・16}$$

$$\varphi = 8.5 - \frac{1}{\kappa} + \frac{1}{\kappa}\ln\frac{R}{k_s} \qquad (5\cdot 3\cdot 17)$$

しかし実際河川での抵抗は以上考えてきたような河床波による形状抵抗と砂粒の摩擦抵抗の外に流路の湾曲，断面形の不整および側岸近傍での植生の影響などが加味されるため，これらの問題に対する考察を更に付け加えなければならない。また洪水期間中の抵抗値の変化は図5・3・4に示すような複雑な挙動を示し，水位一流量曲線が洪水中にループを描くこともよく知られた事実である[17]。このような非定常での状態での移動床の抵抗の問題に関しては，未だ十分な説明を行なうことができない。これはこれまでの著者の取り扱いは，ある水理条件に対する平衡な状態の存在を考察の出発点としており，現象の時間的変化に対する考慮を全く欠いていることに起因している。このような非定常な場合は水理条件の時間的変化と河床のそれとの間のタイムラグによる影響が大きいものと著者は推察しているが，これらの問題は今後に残された大きな課題である。

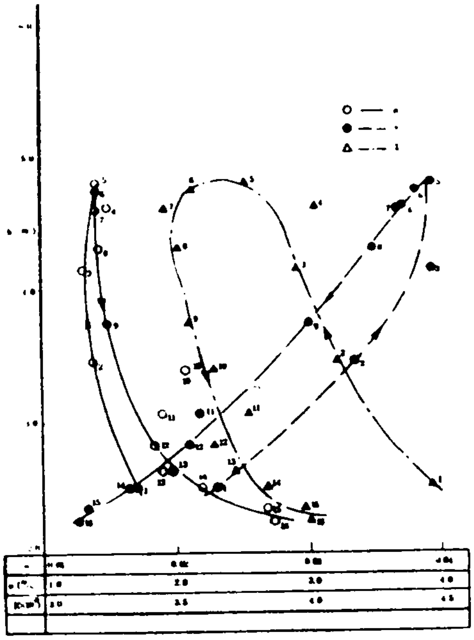


図 5・3・4　洪水時の n, u, I の変化の実測例

（土屋による）

第 5 節　結　　語

以上本章においては，前章での考察の結果に基づいて，河床形態によって流れの状態を3種に区分し，それぞれのモデルによって抵抗算定法について理論的考察を加え，抵抗の算定式を誘導した。その結果を従来から蓄積されている多くの実験資料により，その精度および問題点について検討を行なった。さらに具体例によって抵抗算定の手順および算定法の簡略化について考察するとともに残された問題点について検討を行なった。

第2節では河床形状が既知の場合の抵抗の算定法について，抵抗の分離法の立場から理論的考察を行なった。すなわち，平滑河床の場合は平板粗面上の流れとして，対数則が成立することを指摘し，この場合の砂粒粗度として石原らによる実験式を採用することにした。つぎに剝離を有する河床波の存在する場合は，段落ち流れのモデルにより，抵抗を河床波の形状抵抗と，

re−attachment point から次のクレストまでの間の砂粒による摩擦抵抗とに分離することにより，全抵抗を算出する理論式を誘導し，次式を得た。

$$\frac{1}{\varphi} = \frac{1}{\varphi_\ell^2} + \frac{1}{\varphi_f^2}$$

$$\frac{1}{\varphi_\ell^2} = \frac{F_m^2}{2}\ \frac{h_m}{\lambda}\ \zeta = \frac{1}{2}\ \frac{h_m}{\lambda}\ \zeta'$$

$$\frac{1}{\varphi_f^2} = \frac{(1-\varepsilon\ \Delta/\lambda)}{\{6.0+5.75\log(R/10d_m\ \tau_*^{0.679})\}^2}$$

さらに反砂堆の場合には．剝離域が存在しないため，平滑河床の場合と同様の式を用い，ただ流砂の増大によるカルマン定数の変化を考慮する必要があるとして，日野の式を用いることにより次式を得た。

$$\varphi = 8.5 - \frac{1}{\kappa} + \frac{2.3}{\kappa}\log(R/10\,d_m\ \tau_*^{0.679})$$

$$\kappa = \frac{2\kappa_0}{1+\sqrt{1+53\kappa_0 S}}$$

$$S = \frac{(\sigma/\rho-1)\ WC}{UI}$$

第3節では，各領域ごとに一題ずつの例題を用いて，第3章での河床形状の予測と，それを用いた本章での抵抗算定法の計算手順とその精度について検討した。計算は図表を用いることによってその簡易化を図ったが，その算定精度は極めて満足すべきものであることが分った。さらに著者の理論を従来の研究と比較して，その長所と今後に残された課題について考察を行なった。

参　考　文　献

1) Einstein. H. A., The bed load function for sediment transportation in open channel flows, U. S. Department

of Agriculture, Technical Bulletin, No. 1026, 1950.
2) Ishihara, T., Iwagaki. Y. and Sueishi. T., On the effect of bed-load movement in thin sheet flow, proc. 3rd Japan National Congress for Applied Mechanics, 1953.
3) Yalin. S., On the average velocity of the flow over a movable bed, La Houille Blanche, N°1, 1964.
4) 芦田和男, 開水路断面変化部の水理に関する研究 (2) — 段落ち部の水理 —, 土木研究所報告, 105号の6, 昭35.
5) 芦田和男, 田中祐一朗, 移動床開水路の抵抗則に関する研究 (1), 京大防災研究所年報, 第14号B, 昭46.
6) たとえば椿東一郎, 流砂, 土木学会水理委員会1966年度水工学に関する夏季研修会講義集, 66-02, 1966.
7) Raudkivi. A. J., Study of sediment ripple formation, Proc. A. S. C. E., Vol 89., HY6, 1963.
8) 古屋善正, 藤田秀臣, 流動抵抗と表面あらさの問題, 日本機械学会誌, 71巻, 588号, 昭43.
9) Vanoni, V. A. and Hwang. L. S., Relation between bed forms and friction in streams, Proc. A. S. C. E., Vol. 93, HY3, 1967.
10) 岸力, 移動床流れの抵抗則, 第26回土木学会年次学術講演会講演集, 昭46.
11) 日野幹雄, 固体粒子を浮流した流れの乱流構造の変化, 土木学会論文集, 92集 1963.
12) 奈良井修二, 河床形態の変動特性に関する研究 (2) — 閉管路移動床の実験から —, 京大防災研究所年報, 第13号B, 昭45.
13) たとえば, Blench. T., Regime theory for self-formed sediment bearing channels. Transactins A. S. C. E., Vol. 117, 1952.
14) 杉尾捨三郎, 河川の平均流速公式と河床面形態との関連について, 土木学会論文報告集, 第171号, 1969.
15) Engelund. F., Hydraulic resistance of alluvial streams, Proc. A. S. C. E. Vol. 92, HY2, 1966.
16) Alam. A. M. Z. and Kennedy. J. F., Friction factors for

flow in sand bed channels. Proc. A. S. C. E., Vol. 95, April, 1969.

17) 土屋昭彦，河川の実測値からみた粗度係数と河床形状，第 26 回土木学会年次学術講演会講演集，昭46.

結　　論

河川などの移動床開水路において，流水による砂の移動が行なわれるようになると，ほとんど常にその底面に河床波が形成される。この河床波は，水流の条件に応じて種々の形態に変化し，移動床水路での水理現象をより複雑なものとしている。この河床形態は移動床水路での抵抗ときわめて密接な関係があることが知られており，このため河床形態と移動床の抵抗の問題に関連して，従来より多くの研究が積み重ねられてきた。しかしいまだ未解明の問題が多く，とくに河床形状と粗度の予測の問題は，現場技術者にとっても常に直面する困難な問題として，その解明が広く要望されてきた。

最近の流域開発の高度化による洪水ピーク流量の増大と，水需用の増大に対処するため，河川に対して人工が加えられる機会が多くなるにつれて，ダムの堆砂とか河道の掘削など河床変動に対する問題も多く，その将来予測とその計算精度の向上の意味からも，河床形態と移動床の抵抗の問題の解明の重要性とその緊急性とが指摘されている。このため昭和46年度には土木学会水理委員会の中に「移動床の粗度と河床形状に関する研究小委員会」が設置され，著者もそのメンバーの一人として参加し，従来の研究の問題点と今後の研究の促進について種々の論議が交された。

本研究はかゝる情勢において，この種の問題の解明にいくらかでも寄与することを目的として行なわれたものである。しかしこうした河床形態に関する現象は非常に複雑であり，その厳密な理論を展開することは困難であるため，まず実用的見地に立って従来からの多くの実験値をもとに，河床形状と抵抗の算定について二次元的なモデルにより考察を加え，これらの予測法を提案するとともに，その適用性について検討を行なった。以下各章において得られた主な点をとりまとめて結論とする。

緒論においては，河床形態に関連する問題を広く一般的に自然界において見られる同種の現象について考察するとともに，移動床開水路における現象の特殊性について若干の考察を行なった。またこれらの河床形態の区分とその名称および特長について，現象に関与するスケールの概念によって考察を加え，著者の見解を述べた。またこれらの現象を解明するためにその問題を，

(a) 河床波の発生限界と形成機構

(b) 各種の形態の領域区分とそれに関与する水理量との関係

(c) 河床波の形状特性と伝播機構

(d) 抵抗要素としての作用と抵抗則

の四種に分類し，このうち本研究の主目的をとくに (c) と (d) とに絞ることにして，その研究の方

針を明らかにした。

まず第一章においては，河床形態の形状特性とその挙動についての実体を明らかにするための実験的研究を行なうに先立って，河床変化を測定する方法について検討を行なった。すなわち，動的な状態において河床の変化を時間的，空間的に詳細に連続測定を行なって，記録するための計測法としては従来の方法は十分でないことを指摘した。そこでこれらの難点を克服した新しい計測器の一つとして，超音波を利用した計測装置を開発し，試作を行なうとともに，その測定原理と測定精度および製作と使用上の問題点について詳細に検討した。その結果通常の実験においては十分な精度で河床形状を測定し得ることを明らかにした。しかしこの計測器には，河床波が形成されると河床面が水平でなくなるため，反射音波の大部分は受信されない，いわゆる空振りの現象を生ずることと，およびこれを避けるため受信の感度を鋭敏にすると，浮流砂のある場合にはこれを感知して，かえって測定誤差を大きくするなどの問題点があり，この感度の設定のし方が重要であることを明らかにした。

さらに，実河川での測定器としての使用をも考えて，今一つの触針式による測定器の試作も行ない，その測定原理と測定精度およびその製作と使用上の問題点について検討を行なった。その結果この方式による計測器も実用上十分使用し得ることが明らかとなった。しかしこの場合には，流砂の存在によって，河床面の接地圧が著るしく減少するため，これを十分に考慮することが必要であることおよび，とくに現地用測定器の場合には，流体力による振動と，装置自体の固有振動との間の共振の問題について十分な配慮を行なうことの必要性を指摘した。またこれらの河床変化の測定器は，河床波の伝播特性を利用することにより，掃流砂量測定器としても利用することが可能であることを若干の実験を基に確かめた。

第2章においては，河床形態の実体を把握し，以後の解析の基礎資料を得ることを目的として行なった実験結果について述べるとともに，その結果を用いて河床形状の統計的性質について考察を加えた。すなわち，まず，河床形態の発生限界と形成機構および領域区分に関する従来の研究を概観し，これらの解明がいまだ十分でないことの原因の一つは，現象に対する我々の理解，とくにその不規則性と統計的性質についての情報が十分でなかったことを指摘した。そこでこうした情報を得ることを目的として，Lower flow regime と Upper flow regime とに大別して実験を行ない，その実験方法，測定結果および現象の観察結果について，現象論的立場から考察を行なった。さらにLower flow regime の実験結果を用いて，これをスペクトル解析することにより，パワースペクトル図上に各領域の特性が明瞭に現われることから，スペクトルを調べることは現象を理解する上で極めて重要であることを指摘した。またスペクトルの型から現象は周期性と不規則性を兼ね備えたものであり，このパワースペクトルは広く波数の－3乗および周波数の

-2乗という平衡領域を有することを実験的に明らかにするとともに，パワースペクトルの面積は平均河床からの変位の分散の意味をもち，またこのパワーの大きさは現象に関与するスケールおよび抵抗と密接な関係にあることを推察し，平均河床に対する標準偏差 σ_z と相当粗度 k_s との間にはきわめて強い相関のあることを実験的に確かめ，移動床の抵抗を知るためには河床波の形状を知ることが必要不可欠であることを明らかにした。またさらに，河床波の波高および波長は海洋の風波と同様に Rayleigh 分布することを実験的に明らかにし，その結果から平均波高は先の標準偏差 σ_z の1.88倍となることを指摘して，比較的測定のし難い平均波高を河床の詳細な測定を行なうことにより，統計的な意味で十分意義のある平均値を推定し得ることを示した。

第3章では，河床波の平均量としての形状を予測することを目的として考察を展開し，その形状を予測する式を提案した。すなわち，河床波の波高と伝播速度に関して，二次元的な平衡な河床波上の流れを考え，その形状を正弦波で近似することにより，u_* を場所と時間の関数として表示し，さらに流砂量式と流砂の連続式とを用いることにより，伝播速度をフルード数Fと τ_c/τ の関数として求める式を誘導し，これが実測値とかなりよく一致することを確認した。また，以上の諸式の他に谷部での流砂は無いという条件式を用いることにより，波高を平均水理量から予測する式を導き，実験と比較検討してほゞ妥当であることを確かめた。これらの理論結果は定性的にも平滑河床から砂漣，砂堆，遷移河床および反砂堆と河床形態の変化していく様子を定性的にきわめてうまく説明していることを指摘した。

また河床波の波長については，次元解析的な考察から，砂漣，砂堆，反砂堆とそれぞれの領域に区分して，従来の多くの実験値を整理することにより，砂漣の場合は粒径の750倍，砂堆の場合は水深の5倍，反砂堆の場合は水深の $2.3\pi F^{2}$ 倍で示されることを導いた。これはそれぞれの領域において現象に最も強く関与する特長的スケールがそれぞれ異なっていることを意味しており，興味深い結果である。さらに砂州に対しては，横断方向の水面振動を考えることにより，波長を予測する式を導びき，実験値と比較してその妥当性を確認した。この場合は水路巾のスケールが現象に強く影響していることを意味しており，三次元的な考察を必要とし，蛇行流の発生の萌芽として重要であることをものがたっている。

第4章においては，河床波上の流れの内部機構について実験的に検討を行なった。すなわち，河床形状により i)河床波の存在しない平坦な河床の場合，ii)クレストにて水流が剝離をするような河床波が存在する場合，および iii)反砂堆のように水流の剝離のない河床波が存在する場合の3種に分類して取り扱う必要のあることを指摘した。 i)の場合は流速分布も対数法則が成立することが知られており，平板粗面上の流れと見なして十分である。ii)の場合は，流速分布の測定結果から，対数分布の線に折曲点が現われ，この折曲点によって流れの内部は，剝離域，剝離の影響の

及ばない領域，剥離域からの渦の拡散領域，およびre-attachment pointから次のクレストまでの境界層の発達域の四つに区分されることを指摘した。この渦の拡散域の拡散角度は段落ち流れ上での乱れ計測の結果からの拡散角とほゞ一致しており，従来のこれらの実験との対比から，こうした河床波上の流れは，段落ち流れのモデルで十分近似し得ることを明らかにした。さらにⅲ)の場合は厳密には水流の曲りによる遠心力の影響をも考慮した曲線流としての取り扱いをなすべきであるが，抵抗の問題に関する限り，対数則を用いることが可能であり，ただ流砂が多くなるため，カルマン定数の減少の効果は考慮する必要のあることを指摘した。

第5章においては，第4章において得られた流れのモデルを用いて，河床波の抵抗要素としての作用について考察を行ない，抵抗の算定法を提案した。すなわち，平滑河床の場合は対数法則を用い，砂粒粗度として石原らの実験式を用いる。砂漣，砂堆などの剝離域を伴なう河床波の存在する場合には，段落ち流れのモデルにより抵抗を河床波による形状抵抗と，摩擦抵抗とに分離することにより，形状抵抗はクレストと，re-attachment pointとの間の運動量の保存則を考えることにより算定され，摩擦抵抗としては先の対数則を用いてこれを算定することにより，その合計として全抵抗を求めうる。また反砂堆の場合には，カルマン定数の変化についての日野の式を用いて対数則により，その抵抗を算定しうる。以上の抵抗算定法と第3章での河床形状の予測法との組み合せにより，水深，こう配，粒径の三つの基本量から流速を予測することが可能となった。この算定法を若干の具体例について計算した結果，その算定精度はほゞ満足すべきものであることが知られた。また計算の過程の一部を計算図表にして簡略化を図った結果，試算による繰り返し計算の手間が省かれ，算定法の実用性を高めることができた。

以上要するに，本研究は移動床開水路の河床形態と抵抗則について検討を行ない，従来明らかでなかった河床形態の統計的な構造について多くの知見を与えるとともに，河床形状の定量的な予測法の理論を提案し，これを用いて実用性の高い抵抗の算定法を確立したものであって，河川水理学の進展に寄与するところが少なくないものと信じる次第である。

もとより，河床形態の発生機構，発達過程，平衡状態における形状特性の予測などの問題は，統一した理論に基づいて解明されることが望ましく，そのためにはさらに厳密な理論的考察を展開することが必要である。また，実際河川の抵抗には，本論文において述べたような河床形態によるものだけでなく，流路の蛇曲，断面の不整，両岸での植生の影響などが総合的に関与しており，さらに洪水時などでは河床形態に及ぼす非定常性の影響などについても考慮する必要があって，今後に残された問題も少なくないが，本研究の成果がこれらの諸問題の解明の一つの段階となることを期待したい。

終りに臨み，本研究を行なうに当り，長い間に亘って終始御指導，御助言を賜わった京都大学防

災研究所芦田和男教授に深く感謝するとともに，暖かい御激励と数々の御配慮を頂いた京都大学矢野勝正名誉教授および京都大学石原藤次郎名誉教授にも謝意を表する次第である。また著者の名古屋市水道局という役所生活から，かかる研究生活への転機に当ってお骨折り頂いた京都大学防災研究所石原安雄教授ならびに岐阜大学増田重臣教授にもお礼を申し上げます。