

流砂と河床変動に関する  
基礎的研究

昭和47年10月

道上正規

# 流砂と河床変動に関する 基礎的研究

昭和47年10月

道上正規

# 目 次

緒 論 .....	1
第 I 編 掃流砂に関する基礎的研究 .....	5
第 1 章 緒 言 .....	5
第 2 章 掃流砂礫の流送特性 .....	9
第 1 節 概 説 .....	9
第 2 節 砂礫の流送過程に関する確率モデル .....	9
第 3 節 拡散方程式に基づく着色砂礫の分散過程 .....	12
(1) 瞬間線源の場合 .....	12
(2) 有限の注入幅を有する場合 .....	13
第 4 節 砂礫の流送に関する実験 .....	15
(1) 実験の概要 .....	15
(2) 一様砂礫に関する実験結果と考察 .....	16
(3) 混合砂礫に関する実験結果と考察 .....	24
第 5 節 結 語 .....	26
第 3 章 掃流砂量と移動床流れの抵抗 .....	29
第 1 節 概 説 .....	29
第 2 節 一様砂礫の掃流砂量 .....	30
(1) 従来の掃流砂量式の検討 .....	30
(2) 移動床流れにおける掃流砂量 .....	31
(3) 固定床滑面流れにおける掃流砂量 .....	37
第 3 節 混合砂礫の掃流砂量 .....	40
(1) 粒径別の限界掃流力に関する実験的考察 .....	40
(2) 掃流砂量 .....	42
第 4 節 移動床流れの抵抗 .....	46
(1) 河床形態と抵抗に関する現象論的考察 .....	46
(2) 流れの抵抗算定法 .....	48
第 5 節 結 語 .....	52
第 II 編 浮遊砂に関する基礎的研究 .....	57
第 1 章 緒 言 .....	57
第 2 章 浮遊砂濃度の計測法 .....	59

第 1 節	概 説	59
(1)	採水による方法	59
(2)	R.I による方法	60
第 2 節	光学的濃度計の試作	61
(1)	計測法の原理	61
(2)	濃度計の概要	64
(3)	濃度計の検定	65
(4)	測定結果	66
第 3 節	濃度計測に関する計測誤差	67
(1)	採水時間	67
(2)	採水速度	69
第 4 節	結 語	70
第 3 章	浮遊砂の濃度分布特性と浮遊砂量	73
第 1 節	概 説	73
第 2 節	濃度分布の基礎方程式	74
第 3 節	濃度分布に関する実験的考察	77
(1)	実験装置と実験方法	77
(2)	粒径別の濃度分布	78
(3)	浮遊砂の粒度分布	81
第 4 節	微細粒子の浮遊砂に及ぼす影響	84
(1)	実験装置と実験方法	84
(2)	微細粒子を含む流体中の砂粒子の沈降速度	85
(3)	微細粒子を含む流体中の浮遊砂の濃度分布特性	86
(4)	微細粒子を含む流れのカルマン定数の変化	90
第 5 節	浮遊砂量	91
(1)	従来の浮遊砂量式の適合性	91
(2)	乱流中の砂粒子の運動特性	95
(3)	河床付近の濃度	99
(4)	浮遊砂量	102
第 6 節	結 語	106
第 II 編	河床変動に関する研究	111
第 1 章	緒 言	111
第 2 章	河床変動に及ぼす混合砂礫の効果と河床変動の解析法	113
第 1 節	概 説	113

第 2 節	河床変動に及ぼす混合砂礫の効果 .....	114
(1)	実験装置と実験方法 .....	114
(2)	Armour Coat の形成過程と河床変動の関連 .....	116
(3)	Armour Coat の伝播 .....	118
(4)	Armour Coat の解析 .....	119
第 3 節	河床変動に関する一次元解析法の基礎方程式 .....	121
第 4 節	河床変動に関する拡散型方程式による解析 .....	123
(1)	種々の初期および境界条件下の河床変動特性 .....	123
(2)	ダム下流域の河床低下の解析 .....	125
第 5 節	結 語 .....	129
第 3 章	断面変化部の混合砂礫床の河床変動 .....	131
第 1 節	概 説 .....	131
第 2 節	断面変化部の平衡河床形状の理論 .....	132
(1)	動的平衡河床 .....	132
(2)	静的平衡河床 .....	134
(3)	縦断河床形状 .....	136
第 3 節	断面変化部の河床変動に関する実験 .....	137
(1)	実験装置および実験方法 .....	137
(2)	実験の概要 .....	137
(3)	実験値と理論の比較 .....	139
第 4 節	結 語 .....	141
結 論	.....	145

# 緒 論

われわれの主要な生活および生産の場は、河川の堆積作用によって形成された沖積平野に位置しているが、このような場は、古来つねに洪水の脅威にさらされてきたので、これを防御しかつ積極的に河川を利用するための人類の英智が、河川工学、水理学および水文学などの学問分野を発展させてきた。このように、われわれに幸福と脅威とをともに与えてきた河川は、一般に水を流すための水路であるとともに、それ自身が土砂の移動の場でもある。したがって、河道内において生起する現象を把握するには、河道内の流水の特性を理解すると同時に、流水に伴って生起する土砂の運動やそれに付随して起こる現象を明らかにしなければならない。このような土砂の挙動を重点的に取扱う土砂水理学が水理学の一分野として発展してきた。

近年、治水および利水を目的とする、いわゆる多目的ダムが多く建設されているが、流出土砂の堆積による貯水池の機能低下は、大きな社会的問題となっており、主要貯水池群 256 個を対象にすると、平均年堆砂率は約 1.9%にも達している<sup>1)</sup>。また、このような大きな構造物によって、河道の流れの状態が変化するために、貯水池の上流部においては、背砂現象が進行し、<sup>2)</sup> 治水に関して重大な影響を与えており、また貯水池下流部においては、上流部からの流出土砂が貯水池内およびその上流部に堆積して、下流に流送されないために、河床低下を引き起こしたり、あるいは海岸侵食の1つの要因にもなっている。このような工学的諸問題は、土砂水理学の範ちゅうに入るものであって、こうした事態の防止軽減にあたっては、流水のみならず土砂の挙動をも考慮した河川計画が、樹立されなければならない。さらに、土砂水理学の範ちゅうに入るものとして、土砂生産、土砂の流送、河床変動、蛇行、水理構造物周辺の局所洗掘、海岸侵食などの工学的諸問題が挙げられよう。

一方、建設材料としての砂利を、河川から積極的に得ようとする試みも、一部では考えられているようであるが、このような構想を実現するにあたっては、山地からの土砂生産量、土砂の輸送量、その質的分布および土砂の制御方式が土砂水理学の成果によって、解明されなければならない。

以上述べたような工学的諸問題を解明するにあたっては、まず第1に土砂水理学の基本とも言える流水による土砂の運動を明らかにする必要がある。これに関する具体的な課題として、砂礫の限界掃流力理論と流砂理論が挙げられるが、前者に関しては、一様砂礫を対象にして単純化されたモデルに基づいて、流体力学に立脚した理論が展開されている<sup>3)</sup>。しかしながら、河川の河床材料は、大小様々の混合砂礫からなっているので、このような理論をそのまま河川に適用すると、かなり誤差が生じる恐れがある。一方、後者に関しては、砂礫の運動は流水と河床面との境界面において、展開されるめまぐるしい現象であると同時に、乱流によって支配される現象でもあるので、その計測が非常に困難でいまだ適確な計測法は確立されていない。したがって、その理論背景は前者の場合よりも、さらに単純化された力学モデルに基づいていると言わざるをえない。また、このような理論からえられた流砂量式は、ほとんどのものが一様砂礫を対象にして導びかれたものであって、混合砂礫床の流砂特性の検討が必要とされている。さらに、移動床上の流れでは、水理条件と河床材料の特性によって、河床粗度が変化し、これが流砂と水理量の間を介在

するが、その河床粗度の推定の困難性と河床粗度の流砂量に及ぼす効果の不明確さが、普遍的な流砂量式の樹立に対して、大きな障害となっている。したがって、本論文においては、統一的な流砂量式を確立することを目的として、移動床流れの系全体を包括的に捉え、流砂現象の定式化を試みようとするものである。

第2の基本課題としては、河床変動論があげられよう。河床変動はその地点の流入砂と流出砂との間の不均衡によって生じる現象であり、原理的には、水流の運動方程式、流砂の連続式および流砂量式を連立させることによって、求められるものであるが、河床変動の規模と形態によってその解析手法は相違する。すなわち、大規模変動の河道縦断の平均的変動には、一次元解析法が適用されるが、中規模および小規模変動に関しては、水流の2次元的あるいは3次元的特性の導入<sup>4)</sup>や、砂粒子と流体との遅れや流砂の非平衡性の現象を流砂量式に導入する必要性があり、まだ一般化された取扱い方は、確立されていないようである。このように、河床変動論も広範多岐にわたるので、対象とする河床変動の規模および形態によって、その取扱いも異なり、これらすべてを統一的に議論するのは、現状において非常に困難と言える。したがって、本論文では河床変動論の中で、もっともその理論が整備されている一次元解析法を取り上げ、各種の境界条件のもとでの大規模河床変動を、一次元解析法の適切な近似化によって解析するとともに、できるだけ河川の様態に解析法を近づけるために、従来ほとんど研究されていなかった混合砂礫からなる河床を対象にして、研究を進めようとするものである。

その他の土砂水理学の研究課題としては、土砂生産に関連した山腹崩壊、土石流、地面侵食の問題があげられる。これらは、土砂水理学、水文学および土質力学の境界領域の学問分野であって、その実態把握の困難性などのために、いまだ一般化された解析法は確立されていないので、これに関する研究も従来の土砂水理学に上記の学問分野の研究成果を盛り込んで、今後大いに進展させなければならない分野であろう。

本研究は、以上述べてきた土砂水理学の分野における第1および第2の課題に関連して、著者が数年来考察してきた研究成果をとりまとめたものであって、以下にその目的と研究概要について述べる。

## 本研究の目的と内容

### 第1編 掃流砂に関する基礎的研究

本編は、掃流砂に関する基礎的研究として、掃流砂の確率論的運動特性、トレーサー法による掃流砂量の計測方法、掃流砂量に及ぼす河床粗度の影響、混合砂礫の掃流砂特性および移動床流れの抵抗特性を明らかにし、掃流砂量の定式化を目的としようとするものであって、次の各章から構成されている。

第2章においては、砂礫の運動が断続的かつ不規則な運動であることに着目し、そこに内在している砂礫の確率論的特性を実験および確率モデルに基づいて、検討しようとするものである。また、このような砂礫の運動特性の理解のもとで、トレーサー法による河川の掃流砂量の計測法を考察するとともに、混合砂礫の運動特性に関しても、同様な手法を適用して、その機構を考察する。

第3章においては、河床粗度が掃流砂現象において重要な役割を演じていることを指摘すると同時に、その影響を掃流砂量に反映させる手法として、従来用いられてきた有効掃流力の概念をさらに発展させ、

これを適用することによって適確な流砂量式の誘導を試みようとするものである。また、このような流砂量式は、一様砂を対象にしたものであるため、混合砂礫の流砂量の実験に基づいて、混合特性を考察し、混合砂礫にも適用できる流砂量式を導かんとするものである。上述したように、河床粗度と流砂の間には、密接な関連が存在しているため、移動床に形成される、河床波に関する現象論的考察に基づいて、移動床流れの抵抗特性を検討する。

## 第Ⅱ編 浮遊砂に関する基礎的研究

本編は、実験水路や河川における浮遊砂の濃度計測法、浮遊砂の濃度分布特性および浮遊砂量の定式化を目的として行なわれた研究であって、次の各章より構成されている。

第2章では、従来より用いられている濃度計測法に関する計測原理とその特性を概観するとともに、各種計測法の適用性の検討がなされている。ついで、河川の浮遊砂濃度計測に関して、最適と考えられる光学的原理に基づいた、光電管式濃度計の試作過程が述べられ、一様砂および粒度分布を有する浮遊砂への適用が、理論的および実験的に検討されている。さらに、浮遊砂濃度の計測時間の問題が、最近の河川乱流の研究成果を用いて検討されるであろう。

第3章では、混合砂からなる浮遊砂の開水路における濃度分布式として、どのような関数形が最適であるかを実験的に検討するとともに、浮遊砂の粒度分布特性に関する検討が加えられる。さらに、河川においては、浮遊砂の中に多量の wash load が含まれているが、これの浮遊砂に及ぼす影響を明らかにするために、微細粒子を含む流れの実験を行なって、微細粒子が流体粘度の変化に大きな役割を演じていることを実証的に言及する。以上の成果と河床付近の濃度に関する実験的および理論的考察に基づいて、河床粗度の影響を考慮した浮遊砂量式が誘導され、従来の実験結果と比較検討される。

## 第Ⅲ編 河床変動に関する研究

本編は、混合砂礫床の河床変動を明らかにするために、砂礫の混合特性に着目して、前編で得られた成果および一次元解析法に基づいて、河床の縦断形状と河床砂の粒度特性に関する考察を試みたものであって、次の各章より構成されている。

第2章においては、砂礫の混合特性が顕著に現われる、ダム下流域のような給砂の存在しない場を取り上げ、そこに形成される armour coat と河床低下の関連を実験的に明らかにして、混合砂礫床の河床変動に関する取扱い方を明示する。ついで、各種の境界条件および初期条件の影響を容易に予測しうる拡散型の河床変動に関する基礎方程式を導びき、この手法をダム下流域の河床低下に適用して、理論と実験の比較検討を行なう。

第3章においては、断面変化部の河床変動特性を取り上げ、これに関して従来より用いられてきた平衡河床の理論を混合砂礫床に適用して、砂礫の混合特性がどのように断面変化部の河床変動に影響を与えるかを理論的に考察する。さらに、詳細な実験を行ない、河床変動量に関する理論の検証と粒度分布の変化特性に関する言及もする。

以上3編の結果を要約して結論とするが、本論文によって、移動床において展開される掃流砂、浮遊砂およびそれらに関連する流れの抵抗特性が明確化されるとともに、これらの基礎的研究に基づいて、混合砂礫床の河床変動機構およびその取扱い方が明示される。

## 参 考 文 献

- 1) 吉良八郎：貯水池の滞砂に関する水理学的研究，香川大学農学部紀要，第12号，昭38.
- 2) 矢野勝正編：水災害の科学，技報堂，昭46，p.529.
- 3) たとえば，石原藤次郎，本間仁編：応用水理学中(1)，丸善，昭33，pp.15－21.
- 4) 石原藤次郎編：水工水理学，丸善，昭47，p.193.

# 第 I 編 掃流砂に関する基礎的研究

## 第 1 章 緒 言

流体による粒子輸送の研究は古くから多くの研究者の興味を引き起こし、多方面からその追求がなされてきた。たとえば、砂漠における空気による砂粒子の輸送、河川における水流による砂礫輸送および管路における流体による粉体輸送などが、いろいろな角度から研究されてきた。しかしながら、多くの研究者たちが、各分野において断片的な研究を行なっているため、それらを統一的に表わす理論はいまだ確立されていない。とくに、河川における流砂現象は飛砂現象に比較して、一般にその測定が困難であることおよび河床波の影響を顕著に受けるために、理論体系が組み立てがたく、流砂現象を表示する方法としては、経験的または次元解析的手法によるものがほとんどである。ところが、一方実際面からは、河道計画や人工構造物による河床変動などの工学的諸問題の解明のために、流砂理論の確立が強く要望されている。

流砂は輸送形式によって、河床面付近に限定された砂粒の運動（滑動、転動および跳躍）形式である掃流砂と、水流の乱れによって河床から水面の間に分布して流送される浮遊砂に分類されるが、本編では前者の流送過程を取扱い、後者に関しては第 II 編で述べる。

従来、DuBoys<sup>1)</sup>によって導入された掃流力の概念を用いた掃流砂量の表示方法や、Gilbert<sup>2)</sup>の掃流砂に関する詳細な実験的研究によって、流砂に関する本格的な研究が開始され、これらはそれ以後の研究の発展に大いに貢献してきたと言えよう。このような研究にひきつづいて、Einstein<sup>3)</sup>は砂粒に働く揚力に注目し、砂粒の運動に確率的な評価を与えることによって、著名な掃流砂関数を提案した。また、わが国においても、Einsteinの考え方と同様な揚力説に基づいて、佐藤・吉川・芦田<sup>4)</sup>式が発表されている。

一方、Kalinske<sup>5)</sup>はEinsteinとは相違した立場から、砂粒に働く抗力に主眼を置いて流砂量式を誘導した。最近では、単一の砂粒の運動が飛砂現象における saltation と類似であるという仮定に基づき、砂粒の跳躍速度、跳躍高さおよび跳躍距離を算出し、これらを実験値と比較検討して流砂量式を誘導したものや、<sup>6,7)</sup>あるいは砂粒の運動は底面付近の水流のエネルギーが砂粒に伝達されるために生じるという仮定に基づき、従来の流砂理論の考え方に立脚して、流砂量式を組み立てたものがある。<sup>8)</sup>

しかしながら、これらの流砂量式を誘導するにあたって、砂粒の運動が河床面付近のめまぐるしい運動であるために、その運動機構が十分解明されていない状態で、流砂量と水理量は関係づけられており、そこには力学的に不十分な点が少なくない。したがって流砂の運動特性を明らかにするような実験はきわめて重要であり、単一粒子の水流中での運動を詳細に測定研究したのものとして土屋らの研究<sup>9)</sup>があげられるとともに、集団としての流砂の運動特性に関する研究も行なわれている。<sup>10)</sup>

一方、移動床流れにおいては、水流と砂礫の特性に応じて種々の河床形態が形成されるが、それぞれの領域ごとに、流れの抵抗特性は顕著に相違し、その差異によって、掃流砂の運動を規定する河床付近の流

速が変化して、流砂量の増減を引き起こす。しかしながら、移動床流れの抵抗は十分に解明されているとは言いがたく、また抵抗と流砂の関係についても明確に把握されていない。したがって、流砂量の算定にあたって、このような河床粗度の不明確さが大きな障害になっており、河床粗度の流砂に及ぼす効果の検討が重要視されている。

さらに、河床材料と言え、混合砂礫であるのが通常であって、一様砂は特異な存在と言えるが、従来の流砂量式はほとんど一様砂に関するものであって、混合砂礫の効果に関しては、Einsteinによる研究以外は見られない。しかし、彼の研究においても、実験的に決定された遮蔽係数に問題点があり、しばしば計算過程において、不合理な点が生じる。このように、われわれの対象を河川に拡張するに際しては、この問題の解明が重要な役割を演ずるものと思われる。

以上述べたように、本編においては、まず第2章において砂礫の流送特性に関する検討を行ない、砂礫の流送過程の実態を明らかにし、その結果に基づいて流砂量をトレーサー法によって測定する方法を考察する。また、トレーサーを用いて、混合砂礫の流送過程を実験的に検討し、混合砂礫の流砂量式に関する基礎とする。ついで、第3章では、従来の流砂量式において、河床粗度の影響がどのように導入されてきたかを検討するとともに、有効掃流力概念を砂礫の移動を考慮して発展させる。この結果を用いて、移動床および固定床の両者に適用できるような流砂量式を誘導し、実験値と比較検討する。さらに、混合砂礫の限界掃流力に関する実験的考察に基づいて、混合砂礫の流砂量式としての拡張をはかり、最後に、河床波に関する現象論的考察に基づいて、移動床流れの抵抗の算定法を検討する。

## 参 考 文 献

- 1) DuBoys, M.P.: Le Rhone et les Rivières à Lit affouillable, Mem. et Doc., Annales des pont et Chaussées, Ser. 5, Vol. 18, 1879.
- 2) Gilbert, G.K.: Transportation of Debris by Running Water, U.S. Geol. Survey, Prof. Paper 86, 1914.
- 3) Einstein, H.A.: The Bed-Load Function for Sediment Transportation in Open Channel Flow. U.S. Dept. of Agric., Soil Conser. Serv., Tech. Bull. No.1026, 1950, pp.1-71.
- 4) 佐藤清一・吉川秀夫・芦田和男:河床砂礫の掃流運搬に関する研究(1), 土木研究所報告, 第98号の2, 昭32, pp.13-30.
- 5) Kalinske, A.A.: Movement of Sediment as Bed Load in Rivers, Trans. A.G.U., Vol.28, No.4, 1947, pp.615-620.
- 6) Yalin, M.S.: An Expressin for Bed Load Transportation, Proc. ASCE, Vol.89, HY3, 1963, pp.221-250.
- 7) 岸 力・福岡捷二:河床粒子の Saltation の機構と流砂量, 土木技術資料, 土木学会北海支部, 第23号, 昭41, pp.113-120.

- 8) Chang, F.M., D.B. Simons and E.V. Richardson : Total Bed - Material Discharge in Alluvial Channels, U.S. Geol. Survey, Water - Supply Div., 1965.
- 9) 土屋義人・青山俊樹：水流による砂れきの Saltation の機構(2) — Successive Saltation の理論について — , 京大防災研究所年報, 第 13 号 B, 昭 45 , pp.199 - 216.
- 10) Yano, K., Y. Tsuchiya and M. Michiue : Tracer Studies on the Movement of Sand and Gravel, 13th Cong. Kyoto, I.A.H.R., Vol.2, 1969, pp.121 - 129.

## 第 2 章 掃流砂礫の流送特性

### 第 1 節 概 説

砂礫の移動状況を詳細に観察すると、掃流力が限界掃流力を越える付近から河床砂礫は散発的に移動を開始し、掃流力の増加に伴って次第に活発な運動を呈する。いま、1個の砂礫に注目すると、休止している期間では、砂礫は微小な振動をしているが、流体力や乱れまたは流送されてきた砂礫との衝突によって突然移動を始め、それがあがる距離を移動したあとで休止する。この砂礫の移動状況は、不規則かつ断続的な運動の繰返しであり、1個の砂礫の運動をラグランジエ的な見方で追跡すると、それは決定論的な運動をするのではなく、非決定論的な動き方を示す。このような非決定論的な運動をする砂礫の移動を表示するために、確率的な考え方を導入し、そこに内在する、i) 砂礫の確率的な移動特性および ii) 砂礫移動の分散過程を明らかにすることが重要な課題である。

Einstein<sup>1)</sup> は砂礫の流送過程に内在する確率的特性を検討して、著名な掃流砂関数を提案したのは周知の通りであるが、その後 Crickmore および Lean<sup>2)</sup> や Hubbell および Sayre<sup>3,4)</sup> もトレーサーを用いた流砂量の測定方法を提案しており、その考え方の中に砂礫の移動を確率過程としてとらえた興味深い手法を展開している。また、Yang<sup>5)</sup> や Grigg<sup>6)</sup> は ripple および dune が形成された場の砂礫の移動特性を、ラジオアイソトープを貼付したトレーサーによって実験的に検討し、次の結果を得ている。すなわち、Yang は、河床波が形成された場合には、砂礫の移動が河床砂の粒径特性にほとんど関係なく、河床波の形状に依存することを実証し、一方、Grigg は砂礫移動の 1 step の長さと同河床波の波長との関連を実験的に検討して、両者の間にはかなり強い相関が認められることを指摘している。

本章では、砂礫の流送機構を明らかにするために、河床形態が flat bed の領域において、詳細なトレーサー実験を一様砂および混合砂に対して行ない、<sup>7,8)</sup> 砂礫の流送特性を追求する。またそれらの結果に基づいて、トレーサーを用いた場合の流砂量の算出法などについて考察を加え、流砂量と水理量の関係を樹立するための基礎にしようとするものである。

### 第 2 節 砂礫の流送過程に関する確率モデル

いま、流量および流砂量が一定で、かつ流砂の輸送形式が掃流である場合を考える。河床砂礫と同じ輸送特性をもつ着色砂礫が、時刻  $t=0$  で原点  $x=0$  から移動を開始するとしよう。着色砂礫の移動は、不規則かつ断続的な運動の反復現象であるとみなされるから、Einstein がすでに提案した step の概念を導入することによって、その移動を確率過程で表示することができる。この 1 step は砂礫が休止から移動を開始し、ふたたび休止するまでの過程である。着色砂礫の移動過程に関して、i) 距離に関して一様であること、および ii) 将来の変化は過去の変化と独立であることの 2 つを仮定することにしよう。すなわち、このことは step をとる確率が区間の長さのみに依存し、この区間の位置および系の過去の履歴に独立であるということであって、これから着色砂礫の移動を数学的表現であらわすとつぎのようになる。

1個の着色砂礫がある不規則な長さの増分  $(x, x + \Delta x)$  に存在する間に1回以上のstepをとる確率を  $\lambda_1 \Delta x + o(\Delta x)$  とし、またその間でstepをとらない確率を  $1 - \lambda_1 \Delta x - o(\Delta x)$  とする。ここに、 $\lambda_1$  : すべての着色砂礫に対して一定な単位長さ当りの移動確率を表わす確率定数であり、 $o(\Delta x)$  :  $\Delta x$  よりも小さいオーダーの量を示す。1個の着色砂礫が区間  $(0, x + \Delta x)$  を流下するとき、stepが  $n$  回生起する確率  $p(n; x + \Delta x)$  に関する微分方程式は、つぎのように容易に導かれる<sup>9)</sup>

$$\frac{dp(n; x)}{dx} = -\lambda_1 p(n; x) + \lambda_1 p(n-1; x) \quad \dots\dots\dots (1.2.1)$$

$n=0$  の場合には

$$\frac{dp(0; x)}{dx} = -\lambda_1 p(0; x) \quad \dots\dots\dots (1.2.2)$$

となり、初期条件および境界条件

$$\left. \begin{array}{l} p(0; 0) = 1 \\ p(n; 0) = 0 \end{array} \right\} \quad \dots\dots\dots (1.2.3)$$

を用いると、(1.2.1) および (1.2.2) 式の解は、

$$p(n; x) = e^{-\lambda_1 x} (\lambda_1 x)^n \frac{1}{n!} \quad (n=0, 1, 2, \dots\dots) \quad \dots\dots\dots (1.2.4)$$

なるポアソン分布となる。また、 $n$  stepを終えた着色砂礫が距離  $x$  に存在する確率は  $1 - \sum_{i=0}^{n-1} e^{-\lambda_1 x} (\lambda_1 x)^i / i!$  となり、これは  $n$  回のstepを終了した着色砂礫の位置に対する分布関数を表わすので、これに関する  $x$  の微分は確率密度関数となる<sup>3)</sup>。

$$f(x; n) = \frac{\lambda_1 e^{-\lambda_1 x} (\lambda_1 x)^{n-1}}{\Gamma(n)} \quad \dots\dots\dots (1.2.5)$$

ここに、 $f(x; n)$  : 着色砂礫が  $n$  回 ( $n \geq 1$ ) のstepを終えたときの位置に関する確率密度関数であり、 $\Gamma(n)$  : ガンマ関数を表わし、 $\Gamma(n) = 1/(n-1)!$  である。(1.2.5)式において、 $n=1$  とおけば、着色砂礫が1回のstepで移動する確率密度関数が得られる。すなわち、

$$f(x; 1) = \lambda_1 e^{-\lambda_1 x} \quad \dots\dots\dots (1.2.6)$$

上式から明らかなように、着色砂礫が1stepで移動する距離は指数分布に従う。このことは非常に興味深いことであって、着色砂礫の1stepの移動距離は場の偶然性に支配されるが、数多くの試行を繰返せば、(1.2.6)式に従うことを意味している。着色砂礫が  $n$  stepで流下する平均移動距離は(1.2.5)式を用いると、つぎのように求まる。

$$\int_0^{\infty} x f(x; n) dx = \frac{n}{\lambda_1} \dots\dots\dots (1.2.7)$$

したがって、Einsteinが定義した1 stepの平均移動距離は  $1/\lambda_1$  となる。

つぎに、時間に関する着色砂礫の移動を考えることにする。着色砂礫が休止し始め、それが終了してさらに移動を終えるまでの過程を時間に関する step と定義すれば、距離に関する場合と同様に表わすことができる。1個の着色砂礫が時間  $(0, t)$  において、 $n$  step とする確率は (1.2.4) 式と類似の次式によって表わされる。

$$p(n; t) = e^{-\lambda_2 t} (\lambda_2 t)^n \frac{1}{n!} \dots\dots\dots (1.2.8)$$

ここに、 $\lambda_2$  : 単位時間当りの移動確率で、すべての着色砂礫に対して一定である。さらに (1.2.8) 式において、 $n=0$  とおけば、着色砂礫が原点に残留する確率  $p(0; t)$  としては、次式が得られる。

$$p(0; t) = e^{-\lambda_2 t} \dots\dots\dots (1.2.9)$$

1個の着色砂礫が下流方向に流下する場合の時間とその移動距離の関係を模式的に図示すると図-1.2.1 のようになる。いま、時刻  $t=0$  で時間に関する step を着色砂礫がとりはじめたとしよう。そうすれば、距離に関する step を  $n$  回とった着色砂礫は、時間に関する step を  $n$  回とることになり、時間  $t$  における  $n$  step をとった着色砂礫の位置に関する確率密度関数は、次式のように表わされる。

$$f_t(x; n) = f(x; n) p(n; t) \dots\dots\dots (1.2.10)$$

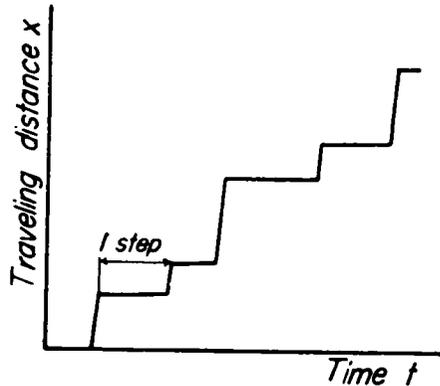


図-1.2.1 砂礫移動の模式図

ここに、 $f_t(x; n)$  : 時刻  $t$  において  $n$  step をとった着色砂礫の確率密度関数を表わす。したがって、すべての step 数の確率密度関数の和を求めれば、着色砂礫の位置に対する確率密度関数が得られる。

$$\begin{aligned} f_t(x) &= \sum_{n=0}^{\infty} f(x; n) p(n; t) \\ &= \lambda_1 e^{-(\lambda_1 x + \lambda_2 t)} \sqrt{\frac{\lambda_2 t}{\lambda_1 x}} I_1(2\sqrt{\lambda_1 x \lambda_2 t}) \dots\dots\dots (1.2.11) \end{aligned}$$

上式において、 $I_1(2\sqrt{\lambda_1 x \lambda_2 t})$  : 第1種の1次の変形ベッセル関数であり、 $I_1(2\sqrt{\lambda_1 x \lambda_2 t}) = \sum_{n=0}^{\infty} (2\sqrt{\lambda_1 x \lambda_2 t}/2)^{1+2n} / n!(n+1)!$  を表わす。(1.2.11) 式から着色砂礫の平均移動距

離  $\bar{x}$  および分散  $\sigma^2$  は、それぞれつぎのように表わされる。

$$\bar{x} = \int_0^{\infty} x f_t(x) dx = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} t \quad \dots\dots\dots (1.2.12)$$

$$\sigma^2 = \int_0^{\infty} (x - \bar{x})^2 f_t(x) dx = 2 \frac{\lambda_2}{\lambda_1^2} t - (\lambda_2 t)^2 \frac{e^{-\lambda_2 t}}{\lambda_1^2} \doteq \frac{2 \lambda_2}{\lambda_1^2} t \quad \dots\dots\dots (1.2.13)$$

つぎに、(1.2.11) 式のピーク値を検討するために、 $\partial f_t(x)/\partial x = 0$  の  $x$  の値を求めると、

$$x_p = \frac{\lambda_2 t}{\lambda_1} \left\{ \frac{I_2(2\sqrt{\lambda_1 x_p \lambda_2 t})}{I_1(2\sqrt{\lambda_1 x_p \lambda_2 t})} \right\}^2 \quad \dots\dots\dots (1.2.14)$$

となる。ここに、 $I_2(2\sqrt{\lambda_1 x_p \lambda_2 t})$  : 第1種の2次の変形ベッセル関数であって、 $I_2(2\sqrt{\lambda_1 x_p \lambda_2 t}) = \sum_{n=0}^{\infty} (2\sqrt{\lambda_1 x_p \lambda_2 t}/2)^{2+2n}/n!(n+2)!$  で表わされる。上記の関係は Hubbell と Sayre によってすでに求められ、図-1.2.2 に示すようなピーク値の減衰過程が認められる。

### 第 3 節 拡散方程式に基づく着色砂礫の分散過程

砂礫の移動を確率過程として検討してきたが、これを拡散方程式で表示すると、その見通しが非常によくになるので、本節では拡散方程式と確率モデルとの比較を行なう。

一次元の着色砂礫の移動過程を取扱うことにする。

#### (1) 瞬間線源の場合

粒子個数  $c$  の分布は次式のように表わされ、

$$\frac{\partial c}{\partial t} + U_s \frac{\partial c}{\partial x} = D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} \quad \dots\dots\dots (1.2.15)$$

初期および境界条件は、

$$\left. \begin{aligned} c(x, t) \Big|_{t=0} &= c_0 \delta(x) \\ c(x, t) \Big|_{x \rightarrow \infty} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (1.2.16)$$

のように表わされるものと仮定する。ここに、 $D$  : 砂礫の分散係数、 $U_s$  : 砂礫の平均移動速度、 $c_0$  : 原点での粒子個数、 $\delta(x) : x=0 ; \delta(x) = 1, x \neq 0 ; \delta(x) = 0$  を示すディラックのデルタ関数である。砂礫の分散係数は確率モデルにおける確率定数との間に、(1.2.13) 式を用いると、

$$D = \frac{1}{2} \frac{d\sigma^2}{dt} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1^2} \quad \dots\dots\dots (1.2.17)$$

の関係が成立する。さらに、砂礫の平均移動速度は、(1.2.12) 式から

$$U_s = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \dots\dots\dots (1.2.18)$$

のように書ける。

いま、(1.2.15) 式に  $\xi = x - U_s t$  の変数変換を行なって、(1.2.16) 式の条件のもとにその解を求めると、

$$c(\xi, t) = \frac{c_0}{2\sqrt{\pi D t}} \exp\left(-\frac{\xi^2}{4 D t}\right) \dots\dots\dots (1.2.19)$$

のように表わされる。上式における個数のピーク値は、 $\xi = 0$  のときに生じるので、この関係から、

$$\frac{c_p(t)}{c_0} = \frac{1}{2\sqrt{\pi D t}} \dots\dots\dots (1.2.20)$$

あるいは(1.2.17) 式を用いて

$$\frac{c_p(t)}{c_0 \lambda_1} = \frac{1}{2\sqrt{\pi \lambda_2 t}} \dots\dots\dots (1.2.21)$$

のように表わされる。ここに、 $c_p(t)$  : 粒子個数のピーク値を示す。

(2) 有限の注入幅を有する場合

(1.2.15) 式に  $\xi = x - U_s t$  なる変数変換をほどこして、

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D \frac{\partial^2 c}{\partial \xi^2} \dots\dots\dots (1.2.15)'$$

とし、これを初期および境界条件

$$\left. \begin{array}{l} c(\xi, t) |_{t=0} = c_0 \quad ; \quad -x_0 \leq \xi \leq x_0 \\ c(\xi, t) |_{t=0} = 0 \quad ; \quad x_0 < \xi \\ c(\xi, t) |_{\xi \rightarrow \infty} = 0 \end{array} \right\} \dots\dots\dots (1.2.22)$$

で解くと、

$$c(\xi, t) = c_0 \left[ \operatorname{erf}\left(\frac{\xi + x_0}{\sqrt{2 D t}}\right) + \operatorname{erf}\left(\frac{\xi - x_0}{\sqrt{2 D t}}\right) \right] \dots\dots\dots (1.2.23)$$

ただし、 $\operatorname{erf}(T) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^T \exp(-T^2/2) dT$

のようになる。ここに、 $2x_0$ ：着色砂礫の注入幅である。(1.2.23)式のピーク値もまた、 $\xi=0$ として、求めることができる。

$$\frac{c_p(t)}{2c_0} = \operatorname{erf}\left(\frac{x_0}{\sqrt{2Dt}}\right) \quad \dots\dots\dots (1.2.24)$$

$\operatorname{erf}(T)$  は  $T$  が小さい範囲に対して、

$$\operatorname{erf}(T) = \beta_1 T - \beta_3 T^3 + \beta_5 T^5 - \dots\dots\dots (1.2.25)$$

ここに、

$$\beta_{2n+1} = \frac{1}{n!(2n+1)\sqrt{\pi}(\sqrt{2})^{2n+1}}$$

のように表わされるので、(1.2.24)式において、 $x_0/\sqrt{2Dt}$  が小さい範囲に対して、(1.2.17)および(1.2.25)式を用いて、

$$\frac{c_p(t)}{2c_0\lambda_1x_0} = \frac{1}{2\sqrt{\pi\lambda_2t}} \quad \dots\dots\dots (1.2.26)$$

の関係を得る。この関係は(1.2.21)式と類似な関係にあるので、(1.2.24)式の両辺を $\lambda_1x_0$ で割って比較ができるように次式のように表わすことにする。

$$\frac{c_p(t)}{2c_0\lambda_1x_0} = \frac{1}{\lambda_1x_0} \operatorname{erf}\left(\frac{\lambda_1x_0}{\sqrt{2\lambda_2t}}\right) \quad \dots\dots\dots (1.2.27)$$

図-1.2.2 は確率モデル、瞬間線源および有限幅を有する場合の粒子濃度のピーク値を比較して示したものであるが、確率モデルのピーク値の減衰過程が初期において最も大きく、ついで瞬間線源、有限幅を有するモデルの順になっている。しかし、 $\lambda_2t \geq 5$ の範囲では、確率モデルと瞬間線源モデルはほぼ等しくなり、また、注入幅が $\lambda_1x_0 \leq 1 \sim 2$ の範囲では、 $\lambda_2t \geq 5$ の条件下で瞬間線源モデルと有限幅モデルはほとんど同じような挙動を示す。以上より $\lambda_2t$ を大きくすることが出来るような観測では、確率モデルを拡散モデルで代用することができると考えられ、その取扱いが非常に簡易化される。

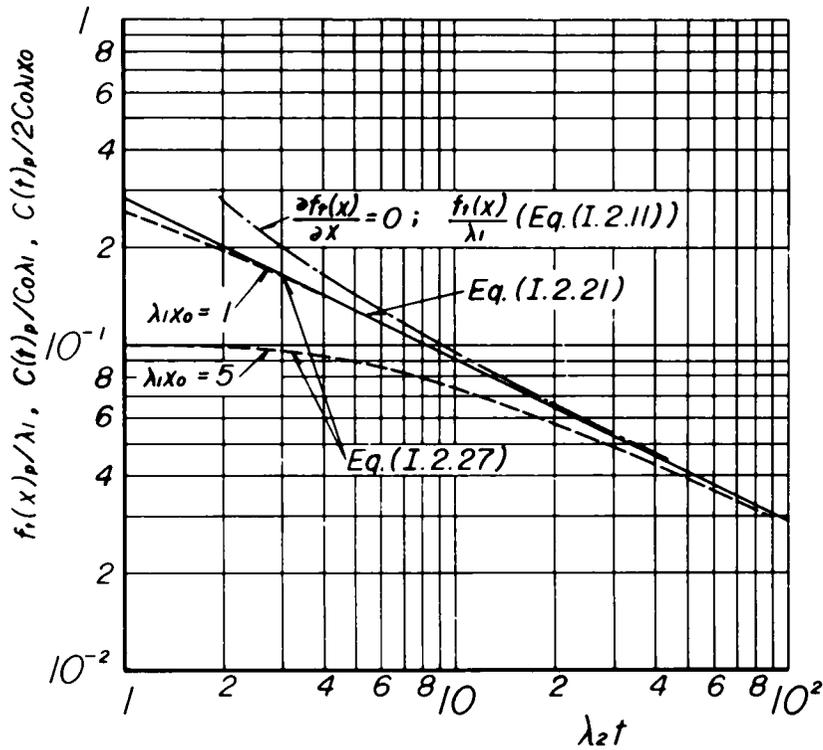


図-1.2.2 確率モデルと拡散モデルにおけるピーク濃度の時間的变化

#### 第 4 節 砂礫の流送に関する実験

##### (1) 実験の概要

###### (a) 一様砂礫

断面が 20 cm × 20 cm、長さが 14 m の鋼製水路で、砂礫を 5 cm の厚さで河床こう配が 0.01 になるように敷き、水路下流端から 8 m の位置を原点とし、そこに河床砂礫と同じ粒径の着色砂礫の流下方向の移動分布および原点に残留している個数を測定した。使用砂礫は粒径範囲が 3 ~ 4 mm で、その平均粒径が 3.5 mm および比重が 2.65 の川砂と、粒径範囲が 6 ~ 7.5 mm でその平均粒径が 6.75 mm および比重が 1.24 の球形状の人工軽量骨材の 2 種類である。

また、トレーサーとして使用した着色砂礫は、ラッカーとシンナーを 1 : 1 の割合で混合して、上記の砂礫に付着させた。原点における着色砂礫の敷き並べ方は、その個数を 100 ~ 200 個、面積を 16 cm × (5 ~ 7) cm とし、かつその厚さが一層で着色砂礫面と河床面とが一致するように配置した。さらに、着色砂礫が不自然な配列にならないように、十分注意深く敷き並べた。

流れの状態が等流になるまでに、着色砂礫が流下しないように金網でおおい、等流状態になってから金網をとり、所定の時間まで着色砂礫を流下させるようにした。こうした実験を繰返すことによって、ある

時刻における着色砂礫の流下方向の移動分布を知ることができる。また、このような実験では、その再現性が問題になると考えられるので、下流端から7 mおよび8 mの地点から着色砂礫をそれぞれ流下させて、この2種類の着色砂礫から求められた単位時間当りの移動確率  $\lambda_2$  と平均移動速度  $\lambda_2/\lambda_1$  に関して比較検討した。また、上記の実験のそれぞれに関して、流速分布および下流端での流砂量を測定した。

### (b) 混合砂礫

混合砂礫に関する実験も一様砂における場合と同様な手法で行なわれたが、河床こう配は0.026になるように調整した。使用した混合砂礫は、中央粒径  $d_{50}$  が3.5 mmになるように、図-1.2.3 に示すA、BおよびCの砂礫を混合した。測定項目は一様砂の場合と同様であるが、この実験においては、各粒径ごと（A、B およびC砂礫）に着色砂礫の色を変えて、それらの移動状況を追跡した。

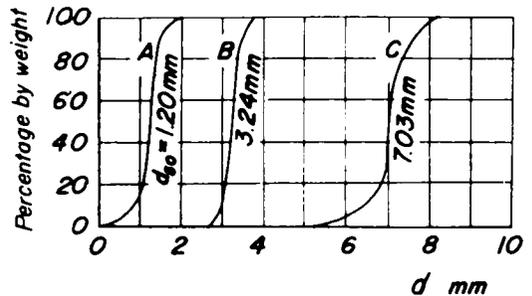


図-1.2.3 使用砂の粒度分布

### (2) 一様砂礫に関する実験結果と考察

流送機構の問題点を明確に把握するために、ここでは主として河床形態が transition または flat bed の領域になるように実験的な考慮を払い、河床形態の影響が流送現象に直接介入しない場合を対象とした。行なわれた実験の条件が表-1.2.1 に示されている。

### (a) 確率モデルの適合性

図-1.2.4 は原点に残留する着色砂礫の残留確率の時間的変化を示したものの一例である。まず、この図には、実験の再現性を確かめるために、水路の2点にそれぞれ着色砂礫を敷いて実施した実験結果が示されているが、これから明らかなように、両者の一致はきわめて良好であって、このほかの実験条件に対してもその再現性が十分であることが確認された。この図から明らかなように、その時間的変化は片対数紙上で直線で示されるので、原点に残留する確率は指数関数で表示され、確率モデルから得られた(1.2.9)式で表わされるものと一致する。ただし、 $t=0$  では、実験値は(1.2.9)式で示すような値1をとらないが、これは着色砂礫の敷き並べ方に原因しているのではないと思われる。したがって、図中の直線のこう配は時間に関して、原点に残留する確率が(1.2.9)式で示されるのと同じように指数的に減少しており、初期条件の影響さえ除去すれば、両者はよく一致するものと考えてよい。

この確率モデルから得られた1 stepを移動するときの距離の分布と実験結果と比較したものが図-1.2.5である。この図において、曲線は(1.2.6)式にヒストグラムの区間長をかけたものであり、ヒストグラムは区間を20 cmごとに区切り、各区間に対応する実験値の個数を試行回数で除して求めた相対度数を表わしたものである。これからわかるように、実験値および理論曲線は指数分布をしており、両者の適合性を有意水準5%として、 $\chi^2$  検定を用いて検討した結果、1 stepの移動距離の分布は(1.2.6)式で示さ

表 - 1.2.1 実験条件

Run No.	Water Depth $h$ (cm)	Slope $I$	Shear Velocity $u_*$ (cm/sec)	Specific Weight	Diameter $d$ (cm)
1a	2.54	$1.00 \times 10^{-2}$	4.99	2.65	0.35
1b	2.54	1.00	4.99	"	"
2a	3.62	1.01	5.98	"	"
2b	3.56	1.01	5.94	"	"
2c	3.51	0.961	5.76	"	"
3a	4.30	1.01	6.45	"	"
3b	4.25	1.03	6.55	"	"
4a	3.37	1.04	5.86	"	"
4b	3.22	1.02	5.67	"	"
4c	3.16	1.00	5.56	"	"
5a	4.00	0.99	6.24	"	"
5b	3.81	1.05	6.27	"	"
6a	2.86	1.00	5.30	"	"
7a	2.70	1.00	5.14	"	"
8a	3.45	1.04	5.93	"	"
8b	3.25	1.02	5.70	"	"
8c	3.10	0.94	5.77	"	"
9a	3.30	0.97	5.60	"	"
9b	3.44	0.98	5.75	"	"
10a	5.45	1.03	7.42	"	"
11a	3.72	1.00	6.03	"	"
12a	4.28	1.04	6.61	"	"
1	3.90	$0.90 \times 10^{-2}$	5.87	1.24	0.675
2	3.30	0.97	5.60	"	"
3	5.00	1.05	7.17	"	"
4	5.37	1.10	7.60	"	"
5	2.87	0.98	5.26	"	"
6	5.87	1.05	7.78	"	"

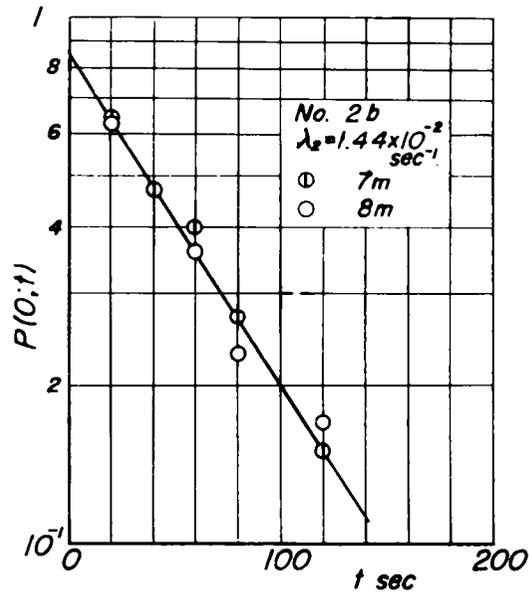


図 - 1.2.4 原点に残留する確率の時間的变化

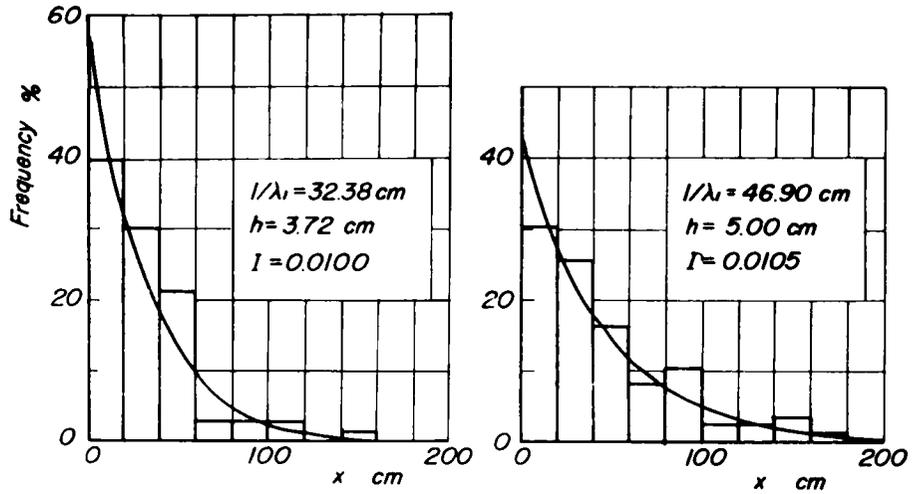


図-1.2.5 砂礫の1 stepの移動距離の分布

れる指数分布に従うということが明らかにされた。

つぎに、着色砂礫の系全体の平均移動距離と時間との関係を図示したものの一例が図-1.2.6 である。

実験値は(1.2.12)式が示すように、両者の直線関係をよく満足している。したがって、この図のこう配から着色砂礫の平均移動速度を決定することができる。図-1.2.7 は着色砂礫の分散値が時間とともにどのように変化するかを示したものである。この図において、プロットされた実験値はほぼ時間とともに直線的に変化しており、(1.2.13)式の関係が成立することを示している。図-1.2.4 および 1.2.6 を用いて、未知数の確率定数  $\lambda_1$  および  $\lambda_2$  を決定することができるが、図-1.2.4 は着色砂礫の敷き並べ方の影響が入る恐れがあるので、こうした初期条件の影響をできるだけ少なくするために、図-1.2.6 および 1.2.7 から確率定数を決定することにした。このようにして実験結果から決定された確率定数  $\lambda_1$  および  $\lambda_2$  を(1.2.11)式に適用して

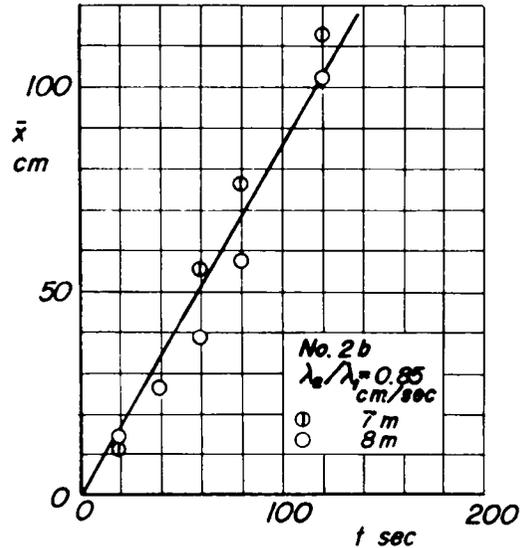


図-1.2.6 着色砂礫の平均移動距離と時間の関係

各時間ごとの着色砂礫の移動分布を示したものが図-1.2.8 であり、図中に図示されている点は実験値を示している。この場合、縦軸は(1.2.11)式を規格化した確率密度関数で表示されている。原点にお

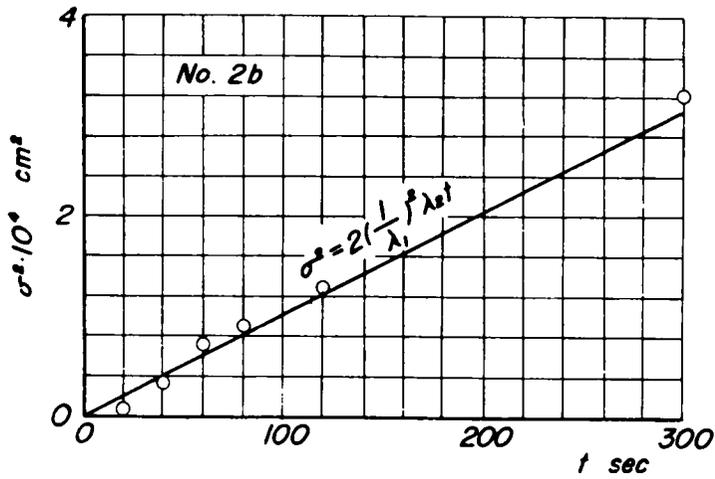


図-1.2.7 着色砂礫の分散と時間の関係

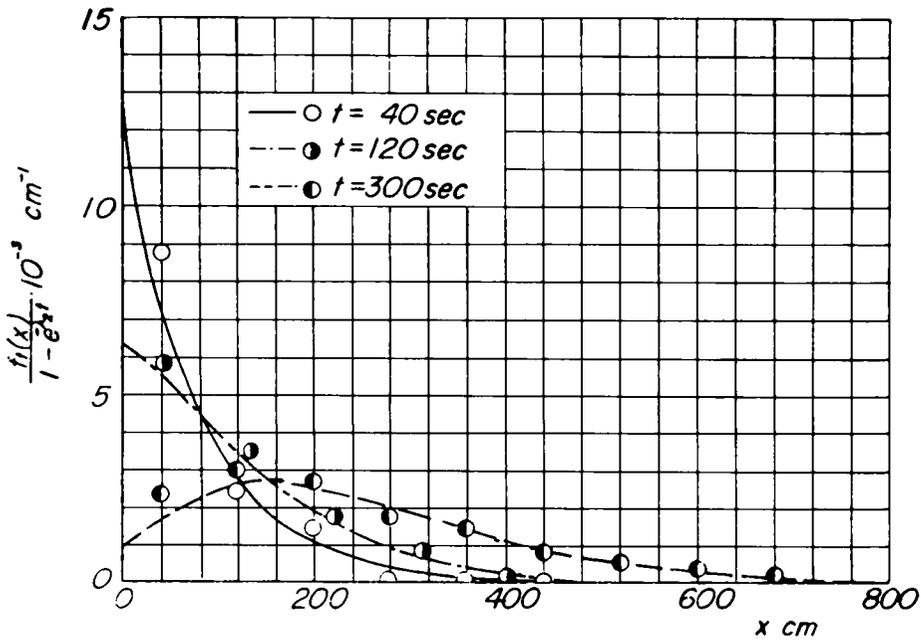


図-1.2.8 着色砂礫の流下方向の分布

かれた着色砂礫が分散していく過程は、初期においては指数分布を示しているが、当然のことながら時間の経過につれてモードをもった分布になり、そのモードが時間とともに減少していくことを示している。第3節で述べたように、時間がかかり経過すると、砂礫の分布は左右対称の正規分布に移行していく。また、理論式(図中の曲線)と実験結果との適合性を  $\chi^2$  検定によって検定した結果、有意水準5%で実験

結果が理論によく適合していることが明らかとなった。

以上の検討から、砂礫の移動を前述した1つの確率過程として表示することが可能であることが結論されよう。さらに、トレーサーの分散過程は正確には確率過程を用いないと記述できないが、時間が十分経過した後では、拡散方程式を用いて近似的に表示でき、平均移動速度および分散係数は確率定数  $\lambda_1$  および  $\lambda_2$  を用いて記述される。

(b) 確率定数の水理特性

つぎに、前述した確率モデルに含まれている確率定数が水理量といかなる関係にあるかを検討することにしよう。表-1.2.2 は表-1.2.1 の水理条件のもとで実験を行なって得られた資料を示したものである。

図-1.2.9 は1 stepの平均移動距離を粒径で除した無次元化したものを縦軸にとり、横軸に掃流力の

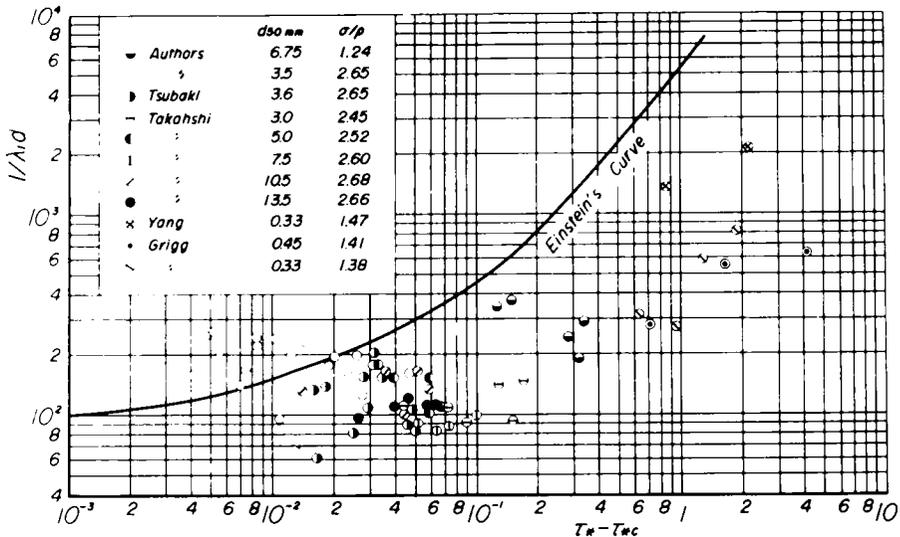


図-1.2.9 砂礫の1 stepの平均移動距離と無次元掃流力の関係

無次元量、 $\tau_* - \tau_{*c} = (u_*^2 - u_{*c}^2) / \{ (\sigma/\rho) - 1 \} gd$  をとって表示したものである。なお、図中には  $\tau_{*c}$  の値を 0.05 と仮定して計算された Einstein の提案による流砂量の増加に伴う平均移動距離の増大を示す関係と、椿ら<sup>10)</sup> および高橋<sup>11)</sup> の実験資料をも再整理して図示されている。以上の資料は河床形態が flat bed の場合のものであるが、Yang および Grigg の河床波が形成された場合のものもこの図に示されている。1 step の平均移動距離は、河床波が形成されない場合は、約 (80 ~ 300)  $d$  の範囲であり、 $(\tau_* - \tau_{*c})$  の値が 0.07 の付近で最小値をとっているようである。掃流力が 0.07 よりも小さいところでは、掃流力の減少とともに 1 step の平均移動距離は増大の傾向にあり、それよりも大きいところでは、掃流力の増加とともに 1 step の平均移動距離も若干増大している。flat bed の場合は図-1.2.10(a) に示すように、単位時間当りの移動確率は掃流力の増加にもなって、きわめて敏感に増加しているが、1 step

表-1.2.2 確率定数と水理特性

Run No.	$1/\lambda_1 d$	$\lambda_2/\lambda_1 \text{cm/sec}$	$\lambda_2 \{d/(\sigma/\rho-1)g\}^{1/2}$	$q_B \text{cm}^2/\text{sec}$	$\tau_*$
1a	$1.94 \times 10^2$	$1.33 \times 10^{-2}$	$2.88 \times 10^{-6}$	$3 \times 10^{-4}$	$4.40 \times 10^{-2}$
1b	0.98	5.67	24.3	5	4.40
2a	1.18	64.1	230	280	6.33
2b	1.40	49.2	147	180	6.23
2c	2.42	53.2	92.4	380	5.84
3a	1.53	128	352	—	7.35
3b	1.95	76	163	—	7.58
4a	0.95	42.6	188	—	6.07
4b	1.37	32	98.4	—	5.69
4c	2.47	31.2	53.1	230	5.47
5a	1.76	61	146	660	6.88
5b	1.94	35.5	76.9	710	6.93
6a	4.34	12.5	12.1	10	4.95
7a	1.56	3.67	9.9	12	4.68
8a	1.98	52	110	350	6.21
8b	1.64	58	149	270	5.74
8c	0.76	71.9	397	150	5.05
9a	2.04	84	174	380	5.54
9b	2.14	60	118	390	5.84
10a	1.63	322	831	3510	9.72
11a	2.26	144	268	660	6.44
12a	1.25	256	859	890	7.71
1	$1.47 \times 10^2$	8.54	$46 \times 10^{-4}$	0.54	$2.17 \times 10^{-1}$
2	3.67	4.20	9.1	0.94	1.97
3	2.41	6.13	20.1	1.96	3.24
4	1.93	7.30	30.1	2.65	3.65
5	3.41	4.90	11.4	0.37	1.74
6	2.92	7.33	19.9	2.61	3.80

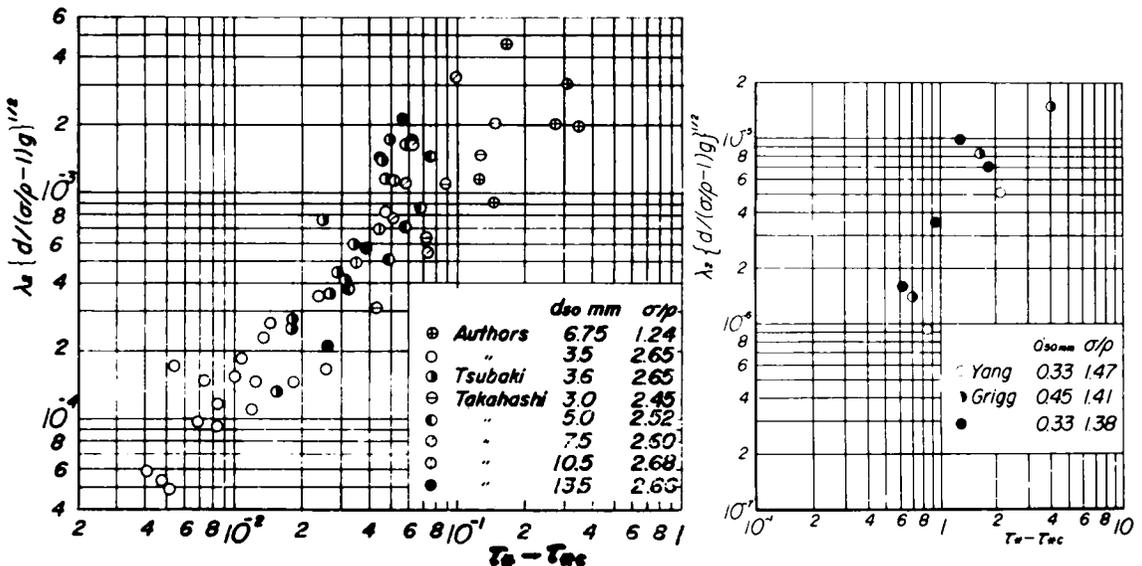


図-1.2.10 砂礫の単位時間当りの移動確率の無次元量と無次元掃流力の関係

の平均移動距離にはそうした傾向は見られない。これらのことから砂礫が1 stepを移動して停止する機構は、掃流力に支配されているというよりは、むしろ河床を構成している砂礫によって決定される、強さおよび大きさをもった乱れと砂礫の配列状態に依存しているように思われる。またすでに、椿らが指摘しているように、掃流力の増加にともなって流砂量が増加するには、1 stepの平均移動距離が増大するのではなく、主としてその単位時間当りの移動確率の増加に起因していると考えられる。したがって、図-1.2.1に示した砂礫移動の模式図によれば、掃流力の増加に伴って、砂礫の休止時間は減少すると考えられ、さらに掃流力が増加すると最終的には浮遊に移行するものと考えられる。

図-1.2.11は砂礫の平均移動速度を沈降速度の次元で除して無次元化したものを縦軸にとり、それと掃流力の関係を示したものである。実験値のばらつきはかなり大きいけれども、全体的には図中に示した実験式が成立すると考えられる。すなわち、

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1 \{ (\sigma/\rho - 1)gd \}^{1/2}} = 4.5 (\tau_* - \tau_{*c})^{1.23} \quad \dots\dots\dots (1.2.28)$$

ここに、 $\sigma/\rho$ ：砂礫の比重、 $g$ ：重力加速度、 $d$ ：砂礫の直径、 $\tau_*$ ： $u_*^2 / \{ (\sigma/\rho - 1)gd \}$  および  $\tau_{*c}$ ： $u_{*c}^2 / \{ (\sigma/\rho - 1)gd \}$ 、 $\lambda_2/\lambda_1$ ：砂礫の平均移動速度である。砂礫をラグランジェ的に追跡した場合の移動速度は、掃流力から限界掃流力の値を引いたものにほぼ比例することが実験結果から明らかにされる。

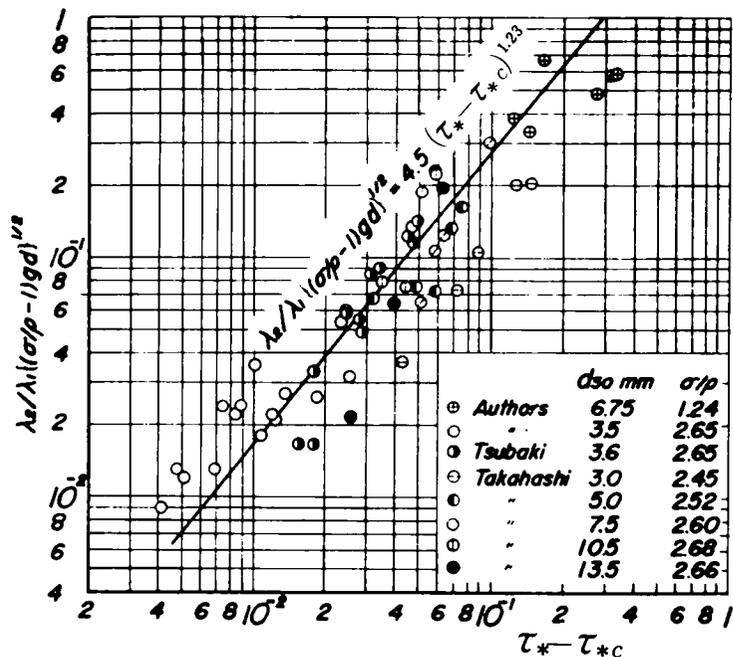


図-1.2.11 平均移動速度の無次元量と無次元掃流力の関係

一方、河床波が形成された場合の移動特性は、図-1.2.9 および 1.2.10(b) に示されているように、その 1 step の平均移動距離は flat bed の場合より若干大きくなっており、また単位時間当りの移動確率は flat bed のそれよりも非常に小さくなっていることが理解されよう。このような条件下では、移動層厚が河床波の波高と密接な関連があるとともに、1 step の平均移動距離もまた河床波の波長に支配されると考えられるので、河床形状との関連のもとにトレーサーの挙動を検討しなければならない。

(c) トレーサー法による流砂量の推定

着色砂礫をトレーサーとして用いた場合の流砂量の推定法について考察することにしよう。着色砂礫の平均移動速度は(1.2.12)式からわかるように  $\lambda_2/\lambda_1$  となり、これは河床砂礫の平均移動速度を表わしているので、流砂量は河床砂礫の移動層内の砂礫の個数にその平均移動速度  $\lambda_2/\lambda_1$  と砂礫の体積を乗じることによって求められる。ここで、問題になるのは、砂礫の移動層厚であるが、これをいま形式的に移動層厚の無次元量  $\Delta$  とすれば、流砂量は

$$q_B = \Delta \cdot \frac{1}{K_1 d^2} \cdot K_2 d^3 \cdot \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \quad \dots\dots\dots (1.2.29)$$

のように書ける。ここに、 $q_B$  : 単位時間単位幅当りの流砂量、 $\Delta$  : 移動層厚を  $H$  とすれば、 $\Delta = H/d$ 、 $K_1, K_2$  : 砂礫の形状によって決定される定数である。河床波が形成された場合の移動層厚は河床波の波高程度であるとされているが、本実験のような flat bed の場合には、着色砂礫の移動層は粒径程度であると確認されたので、河床砂礫の移動層の無次元量  $\Delta$  を 1 と仮定して、(1.2.29) 式を書き変えると、

$$q_B = \frac{1}{K_1 d^2} \cdot K_2 d^3 \cdot \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \quad \dots\dots\dots (1.2.30)$$

のように表わされる。(1.2.30) 式で表わされる流砂量式を  $u_* d$  で除して無次元化し、著者が用いた実験砂礫に対する  $K_2/K_1$  の測定値 0.4 を用いることにすれば、流砂量は次式で示される。

$$q_{B*} \equiv \frac{q_B}{u_* d} = 0.4 \frac{\lambda_2}{\lambda_1 u_*} \quad \dots\dots\dots (1.2.31)$$

図-1.2.12 は着色砂礫の移動速度と下流端で測定した流砂量との関係を示したものであり、また図中の直線は(1.2.31)式の関係を与えたものである。 $\lambda_2/\lambda_1 u_*$  の小さいところでは、実験値は(1.2.31)式で求められる流砂量よりも若干小さくなっているが、全体的な傾向は(1.2.31)式で推定される流砂量と実測の流砂量とはかなりよく一致している。さらに、河床形態が flat bed で、しかも移動層厚が粒径程度の場合には、 $\lambda_1/\lambda_2$  に関する実験式の(1.2.28)式を(1.2.31)式に代入することによって、 $\lambda_1/\lambda_2$  を測定することなしに流砂量を算定できる。

以上述べたように、トレーサー実験から決定された諸量を用いて流砂量を算出するための(1.2.29)式は、移動層厚が粒径程度の場合には、測定された流砂量とがかなりよく一致することが明らかにされた

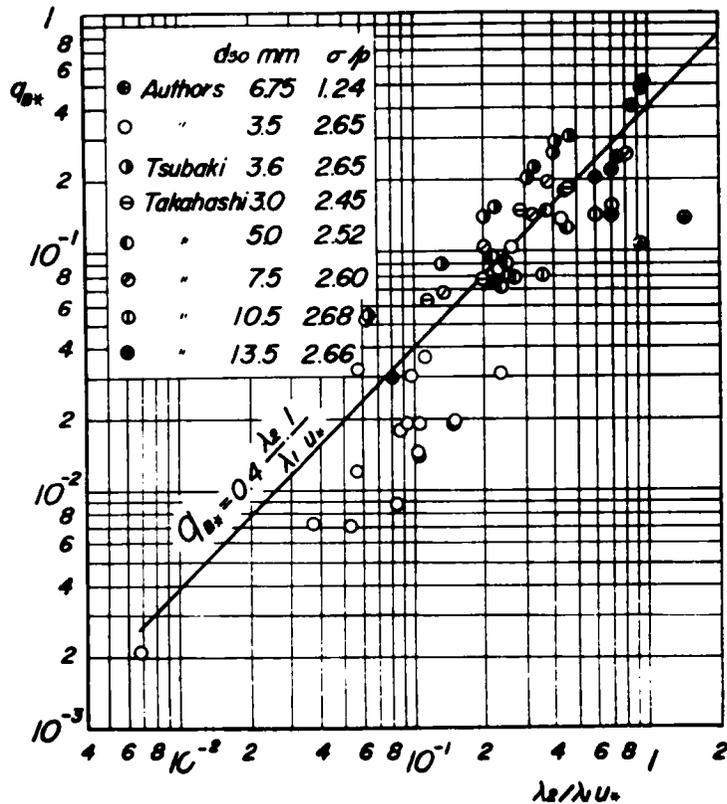


図-1.2.12  $q_{B*}$  と  $\lambda_2/\lambda_1 u_*$  の関係

ので、こうしたトレーサー法による流砂量の推定法は、流砂観測に有効な手段になりうるものと信ずる。実河川にこの手法を適用する場合には、移動層厚をコア・サンプリングで推定するかあるいは河床波の波高を測定することによって、ここで行なったと同様な方法によって流砂量を推定できるものと考えている。

### (3) 混合砂礫に関する実験結果と考察

#### (a) 混合砂礫の確率定数の水理特性

混合砂礫の移動特性については、ほとんど明らかにされておらず、ただ一様砂の流砂量式の修正にとどまっているが、ここでは、粒径ごとに砂礫を追跡してその実態を把握することに努める。

図-1.2.13は混合砂礫の各粒径ごとの同時刻における流下方向の分布に関する実験値と、(1.2.11)式を規格化した理論式(曲線)を比較したものである。実験値は河床材料の分離のため若干ばらついているが、ほぼ前述した確率過程でその流下方向の分散過程を示すことができると言えよう。この図から明らかかなように、混合砂礫がすべて移動の状態に置かれているときには、混合砂礫中の大きな礫の平均移動速度は小さな径のそれよりも大きくなっていることがわかる。いま、この関係を検討するために、各実験に関して移動速度と掃流力の関係を図-1.2.14のように示してある。図中の直線は、一様砂礫の移動速度

に関する実験式であるが、各粒径ごとの平均移動速度は、一様砂礫のそれとは非常に異なり、掃流力にはほとんど無関係に変化しているようである。一様砂礫の移動速度を主体に考えると、同一の無次元掃流力に対して、混合砂礫中の小さい砂礫の平均移動速度は一様砂のそれよりも小さく、混合砂礫中の大きい砂礫ではその逆の現象が生じている。このような現象は、混合砂礫床面では、混合砂礫の代表粒径（平均粒径あるいは中央粒径）に相当する一様粒径の河床面よりもより凹凸が大きく、かつ各粒径ごとの砂礫に作用する流体が一様粒径の場合と相違しているために生じているものと考えられる。このことから、河床面の不規則性が砂礫の移動に大きく影響を及ぼしていると推論されよう。

一方、確率定数  $\lambda_1$  および  $\lambda_2$  について検討した結果、つぎのことが定性的に明らかにされた。実験値は一様砂礫のようには系統的な整理ができなかったが、各粒径ごとの 1 step の平均移動距離の無次元量  $1/\lambda_1 d$  は、一様砂礫のそれよりも小さくなる傾向を示した。また、単位時間当りの移動確率の無次元量  $\lambda_2 \{d/(\sigma/\rho - 1)g\}^{1/2}$  は、混合砂礫中の大きな礫の方が小さな礫よりも掃流力に無関係に大きくなっており、一様砂礫の傾向とは非常に相違している。

以上、混合砂礫の移動に関して定性的な特性を述べたが、これらを要約するとつぎのようである。混合砂礫がすべて移動の状態に置かれている場合には、混合砂礫中の小さな砂礫は遮蔽効果を受け、一様砂礫の移動速度よりも小さくなる。一方、大きな砂礫では河床面からより露出しているため、流体力を一様砂礫床面からなっている場合に比較して大きく受けること、および河床面との動摩擦係数を減少させることな

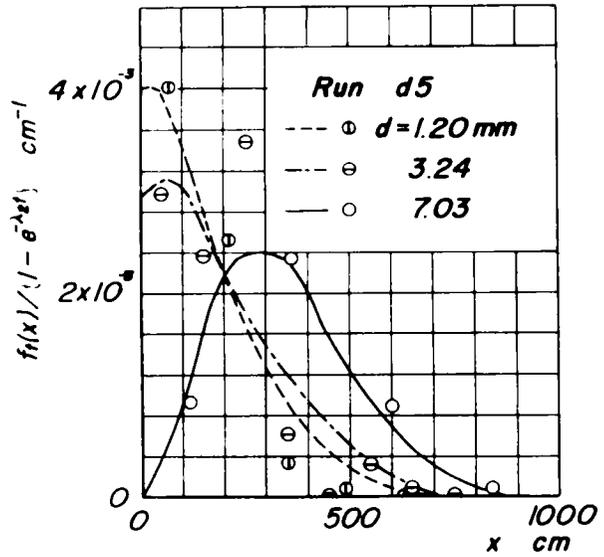


図-1.2.13 各粒径ごとの 10 秒後における流下方向の分布

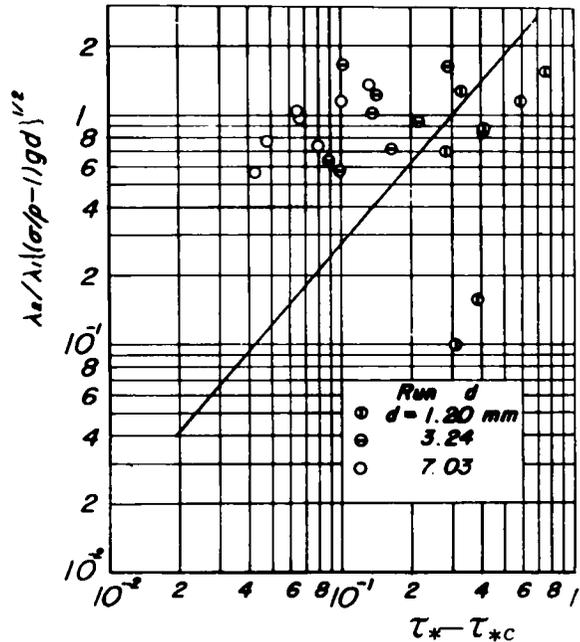


図-1.2.14 各粒径ごとの移動速度と掃流力の関係

のため、加速効果が現われる。これらの定量的な評価に関しては、将来の課題として研究されなければならない。

(b) 混合砂礫の流砂量特性

各粒径ごとの流砂量が図-1.2.15に示されており、図中の曲線は Einstein の一様砂に関する掃流砂関数である。実験値は混合砂礫中の大きな砂礫の流砂量に関して、加速効果のために一様砂のそれに比較して大きくなり、小さな砂礫のそれは一様砂に比較して遮蔽効果のため小さくなることを示している。また、中央粒径にほぼ等しい 3.24 mm の砂礫に対しては、一様砂と同じ傾向を示していると言えよう。これらの事実はトレーサーを用いて検討した平均移動速度に関する現象とまったく同じ傾向にあることを示している。このような特性は、すでに Einstein によって提案されたような遮蔽係数の概念で説明されえないことを示しているが、第3章でこの混合効果の定量的な取扱いを行なう。

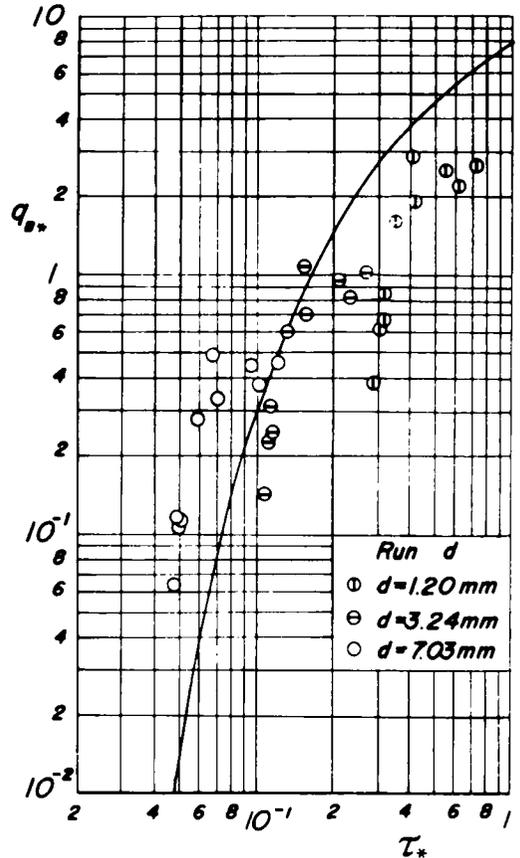


図-1.2.15 混合砂礫の流砂量と Einstein の掃流砂関数との比較

第 5 節 結 語

以上、本章においては、砂礫の流送機構および分散過程を明らかにすることを目的として、着色砂礫をトレーサーとして用いた場合の2、3の考察を試みてきたが、得られた主要な結果をとりまとめて結語とする。

- 1) 砂礫の流砂現象を1つの確率過程で表示することの可能性について、詳細なトレーサー実験を行なうことによって確認した。
- 2) 確率過程と拡散方程式に基づく砂礫の分散過程とを比較検討し、拡散方程式に基づく分散過程は瞬間線源の場合には、 $\lambda_2 t \geq 5$  の範囲に対して、ここで示した確率過程による確率密度関数とほぼ等しく

なり、またトレーサーの注入幅が  $\lambda_1 x_0 \leq 1 \sim 2$  であれば、上記の瞬間線源と同じ取扱いができることを示した。

- 3) 確率モデルから得られた結果として、砂礫の1 stepの移動距離の分布は、一般に指数分布で表わされ、それは実験値とよく一致する。
- 4) flat bedの場合、1 stepの平均移動距離は約  $(80 \sim 300)d$  であり、掃流力の増大に伴って顕著な変化は認められない。これに反して、単位時間当りの移動確率は、掃流力の増加に伴って、敏感に増加することが明らかにされた。したがって、流砂現象において流砂量に大きく影響する因子は、単位時間当りの移動確率である。
- 5) トレーサー実験から得られた砂礫の平均移動速度と水理量との関係を示す実験式を次元解析的手法によって求めた。
- 6) トレーサー法による流砂量の推定に関する式を誘導し、本実験の範囲では、砂礫の移動層が粒径の大きさ程度であると仮定して、流砂量を計算した値と実測値を比較した結果、両者はよく一致した。このことから、トレーサー法を流砂観測に適用できうことを見出した。
- 7) 混合砂礫中における大きな礫の平均移動速度は、加速効果を受けて、一様砂礫のそれよりも大きくなり、一方小さな砂礫の平均移動速度は遮蔽効果のため、一様砂礫のそれよりも小さくなる。このような現象は、混合砂礫の各粒径ごとの流砂量の測定結果にも現われることが、Einsteinの一様砂に関する流砂量式の比較から明らかにされた。

以上、河床波が形成されない場の河床砂礫の流送過程を主体に述べてきたが、トレーサー法によって実河川の流砂量を推定するには、河床形状の特性と移動層厚さの関係を把握しなければならず、こうした方向の研究が今後さらに必要とされる。

#### 参 考 文 献

- 1) Einstein, H.A. : The Bed-Load Function for Sediment Transportation in Open Channel Flow, U.S. Dept. of Agric., Soil Conserv. Serv., Tech. Bull. No.1026, 1950, pp.1-71.
- 2) Crickmore, M.J. and G.H. Lean : The Measurement of Sand Transport by Means of Radioactive Tracers, Proc. Royal Soci. of London, Ser. A, Vol.266, 1962, pp.402-421.
- 3) Sayre, W.W. and D.W. Hubbell : Transport and Dispersion of Labeled Bed Material, North Loup River, Nebraska, U.S. Geol. Survey, Water Resources Div., 1963.
- 4) Hubbell, D.W. and W.W. Sayre : Sand Transport Studies with Radioactive Tracers, Proc. ASCE, Vol.90, HY 3, 1964, pp.39-68.
- 5) Yang, T. : Sand Dispersion in Laboratory Flume, Thesis of Ph. D., Colorado State Univ., 1968.

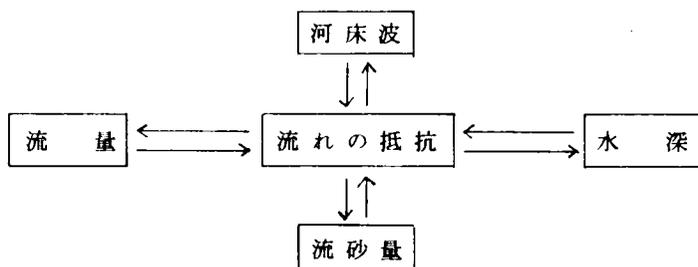
- 6) Grigg, N.S. : Motion of Single Particles in Sand Channels, Open-File Report, U.S. Geol. Survey, Water Resources Div., 1969.
- 7) 矢野勝正・土屋義人・道上正規：砂れきの流送機構の確率過程としての特性について，京大防災研究所年報，第 11 号B，昭 43，pp.61-73.
- 8) Yano, K., Y. Tsuchiya and M. Michiue : Studies on the Sand Transport in Streams with Tracers, Bull. Disas. Prev. Res. Inst. Kyoto Univ., Vol.18, Part 3, No.141, 1969, pp.1-16.
- 9) Feller, W. : An Introduction to Probability Theory and its Applications, Modern Asia Edition, Vol.1, 1960, pp.400-402.
- 10) 篠原謹爾・椿東一郎：河床砂礫の移動機構に関する一考察，九州大学応用力学研究所所報，第 10 号，昭 32，pp.85-94.
- 11) 高橋正佑：河床砂礫の流送に関する実験的研究（第 1 報），新砂防，Vol.18, No.4，昭 41，pp.5-14.

### 第 3 章 掃流砂量と移動床流れの抵抗

#### 第 1 節 概 説

従来、掃流砂に関する研究は、きわめて数多く実験的および半理論的に行なわれてきており、その結果幾多の流砂量式が提案されている。これらの研究成果に基づけば、流砂量を記述するパラメーターは、ほぼ明らかにされているが、流砂量を適確に算定しうる流砂量式は、いまだ求められているとは言いがたい。

このように、流砂現象を複雑にしている第1の要因として、流れのstageによって河床粗度が変化し、この変化が流砂に重大な影響を及ぼしていることが指摘されよう。しかしながら、移動床流れの抵抗は十分に解明されているとは言いがたく、また抵抗と流砂の関係についても明確に把握されていないことが、流砂量の算定にとって大きな障害となっている。いま、移動床流れの系を模式的に表示すると、



のように書くことができ、これらの間には強い相互作用が働き、閉じた系を形成していると考えられる。したがって、流砂現象を理解するには、第2章で述べた砂粒の確率的運動特性や砂粒レベルの粒子の運動機構を把握するとともに、移動床流れの系全体を包括的に捉えた研究が必要になってくると言えよう。

しかし、従来の流砂に関する研究は、以上述べたような観点から考察を進めるに必要な基礎資料が不十分であって、普遍的な流砂理論をうるに至っていない。

第2の理由として、河川の河床材料がすべて混合砂礫からなっているにもかかわらず、これに関する実験の困難性のために、砂礫の混合特性に関するわれわれの知見が乏しいことがあげられよう。この問題は、河川の流砂量を算定する場合、あるいは armouring 現象を伴う河床変動を取扱う場合、換言すれば流砂理論を河川に適用するに際して、とくに重要な役割を演ずる。

以上の観点に立脚して、この章においては、移動床流れの系全体から流砂現象を見つめ、とくに流砂量に及ぼす河床粗度の効果を検討して、一様砂礫に関する新しい流砂量式を誘導し、実験結果と理論の比較検討を行なう。つぎに、砂礫の混合特性に関する実験に基づき、この特性について定量的な検討を加え、混合砂礫の流砂量式について言及する。最後に、流砂量に重要な役割を演ずる河床粗度の算定法を提案する。<sup>1)</sup>

## 第 2 節 一様砂礫の掃流砂量

流砂現象を単純化して取扱うために、まず一様砂礫の掃流砂量について以下のような考察を進めよう。

### (1) 従来の掃流砂量式の検討

掃流現象は水流と河床面との境界面における多数の砂粒の運動からなる巨視的物理系であって、これを記述するために、主として次のような流砂モデルが提案されている。

- i) 砂粒の運動はそれに働く揚力に起因する。
- ii) 砂粒に作用する流体力は抗力が主体である。
- iii) 掃流運動をエネルギー的に扱う。
- iv) 次元解析的手法に基づいた扱い。

以上のモデルの中で、どれがもっとも優れているかを判定するのは、現状では困難であるが、実験資料から河床粗度の変化に伴って流砂量が大きく変化することが明らかにされているので、河床粗度の影響が流砂量にいかに関与しているかを、従来の流砂量式で検討することにしよう。

Einstein<sup>2)</sup> は早くから流砂に及ぼす河床粗度の影響に注目して、河床波が形成されたときの全剪断応力は、砂粒面に働く剪断応力と河床波によって生じる剪断応力の2つに分割できると考え、前者を有効掃流力として、それを次式で示した。

$$\frac{U}{u_{*e}} = 5.75 \log_{10} \left( \frac{12.27 x R'}{d_{65}} \right) \dots\dots\dots (1.3.1)$$

ここに、 $U$ ：断面平均流速、 $u_{*e}$ ：有効摩擦速度 ( $= \sqrt{gR'I}$ )、 $x$ ：砂粒レイノルズ数  $u_{*e} d_{65} / \nu$  の関数、 $R'$ ：流砂に有効に作用する径深、 $d_{65}$ ：砂礫の粒度加積曲線における65%粒径である。(1.3.1)式で与えられる有効摩擦速度を用いて、流砂量式が記述されているが、彼は流れの抵抗の線型性を主張して、全抵抗を表面抵抗と形状抵抗の和で算定する方法を提案しているために、これに基づいて計算される(1.3.1)式では、しばしば実状にそぐわない点が生じる。しかしながら、河床波の影響を考慮して流砂現象を取扱った点は、われわれに多くの示唆を与えたと言える。

Meyer-Peter・Müller<sup>3)</sup> も多くの実験結果から、流砂量を統一的に表示するには、流砂に有効に作用する摩擦速度を使用すべきであるとして、 $u_{*e} = (n_b/n)^{3/4} u_*$  を用いた流砂量式、

$$\Phi = 8(\tau_{*e} - 0.047)^{3/2} \dots\dots\dots (1.3.2)$$

を提案した。ここに、 $\Phi = q_B / \sqrt{(\sigma/\rho - 1)gd^3}$ 、 $\tau_{*e} = u_{*e}^2 / (\sigma/\rho - 1)gd$ 、 $n_b$ ：砂粒抵抗を表わすStickler型の粗度係数、 $n$ ：流れ全体の粗度係数、 $q_B$ ：単位幅当りの掃流砂量、 $\sigma$ ：砂の密度、 $\rho$ ：水の密度、 $g$ ：重力加速度、 $d$ ：砂の粒径、 $u_*$ ：摩擦速度である。この方法で流砂量を求めるには、通常未知数と考えられている粗度係数を何らかの形で推定する必要があるが、これに関する考察は別途しなければならないとしているにとどまっている。

その他に、よく使用されている流砂量式として、次元解析的手法によって誘導した篠原・椿の式<sup>4)</sup>がある。

$$\Phi = 25 \tau_{*e}^{1.3} (\tau_{*e} - 0.8 \tau_{*c}), \quad u_{*e} = u_* \sqrt{\varphi' / \varphi_0} \quad \dots\dots\dots (1.3.3)$$

ここに、 $\varphi' = U/u_*$ 、 $\varphi_0 = 6.0 + 5.75 \log_{10} (R/d_{65})$ 、 $\tau_{*c} = u_{*c}^2 / (\sigma/\rho - 1)gd$ 、 $u_{*c}$ ：砂礫の移動限界摩擦速度、 $R$ ：径深である。上式では、有効掃流力として、ここに示すような砂粒抵抗では過小な値を取り過ぎると考え、 $u_{*e}$ を全抵抗と砂粒抵抗の幾何平均で与えることを提案して、流砂量式を導びいている点の特徴となっている。

さらに、佐藤・吉川・芦田<sup>5)</sup>によって提案された次式も、有効掃流力の概念は入っていないが、河床粗度の変化によって、流砂量が大きく変化することを示している。

$$\Phi = \varphi F(\tau_0/\tau_c) \tau_*^{3/2} \quad \dots\dots\dots (1.3.4)$$

ここに、 $F(\tau_0/\tau_c)$ ： $\tau_0/\tau_c$ の関数、 $\tau_0 = \rho u_*^2$ 、 $\tau_c = \rho u_{*c}^2$ 、 $\tau_* = u_*^2 / (\sigma/\rho - 1)gd$ 、 $\varphi$ ： $n \geq 0.025$ ； $\varphi = 0.62$ 、 $n \leq 0.025$ ； $\varphi = 0.62(40n)^{-3.5}$ の値が実験値から求められている。

以上の流砂量式は、何らかの形でその式中に河床粗度に対する考慮が払われており、とくに有効掃流力という概念は、河床波が形成されたときの流砂量に関して、物理的解釈を与えるために重要であることが理解されよう。また、有効掃流力を適確に算定するには、移動床流れの抵抗則の精度向上が必要不可欠であると言えよう。

## (2) 移動床流れにおける掃流砂量

### (a) 有効掃流力

河床波が形成された場の流れの全抵抗は、河床面の砂粒による表面抵抗と河床波による形状抵抗の2成分に分離して取扱うことができると仮定すれば、

$$\tau_0 = \tau'_0 + \tau''_0 \quad \dots\dots\dots (1.3.5)$$

の関係が成立する。ここに、 $\tau_0$ ：全剪断応力、 $\tau'_0$ ：砂粒面で生じる剪断応力、 $\tau''_0$ ：河床形状によって生じる剪断応力である。(1.3.5)式において、Einsteinは径深分割法を主張したが、一方Yalin<sup>6)</sup>はそれぞれの抵抗によって生じるエネルギー損失に注目して、こう配分割法を提案した。後者の方が抵抗分割に関する物理的解釈を与えやすいので、ここではYalinの方法に従って、(1.3.5)式を書き変えると、

$$\rho g R I = \rho g R (I' + I'') \quad \dots\dots\dots (1.3.6)$$

のように表わされる。ここに、 $I$ ：流れ全体のエネルギーこう配， $I'$ ：砂粒表面によるエネルギーこう配， $I''$ ：河床形状によるエネルギーこう配である。

$\tau'_0$  は河床波のクレスト下流部の後流によって形成され、この領域においては、掃流される砂礫は非常に少ない。したがって、流砂量を算定するにあたっては、砂粒の表面抵抗を表わす  $\tau'_0$  を用いなければならない。さらに、砂澱上の流速分布の測定結果<sup>7,8)</sup>によれば、re-attachment point からクレストまでの水流の流速分布は、ほぼ対数則で表示されることが見出されているので、この関係を表面抵抗の算定に用いることにすれば、

$$\frac{U}{u'_*} = 6.0 + 5.75 \log_{10} \frac{R}{k_s} \quad \dots\dots\dots (1.3.7)$$

のように表示できる。ここに、 $u'_* = \sqrt{gRI'}$ ， $k_s$ ：相当粗度である。Nikuradse の実験が示すように、固定床砂粒粗面では  $k_s = d$  が成立するが、移動床の平坦河床では、砂粒の移動を考慮する必要があると考えられる。いま、移動している砂粒の粒子速度を  $v_s$  とすれば、その飛行高さは、

$$H_s \propto \frac{v_s^2}{(\sigma/\rho - 1)g} \quad \dots\dots\dots (1.3.8)$$

のように表わされるものと仮定し、かつ  $v_s \propto u_*$  として、平坦河床の場合の  $k_s$  を求めると、次式のようなになる。

$$k_s = d + \alpha' H_s = d (1 + \alpha \tau'_*) \quad \dots\dots\dots (1.3.9)$$

ここに、 $\alpha'$ ， $\alpha$ ：比例定数である。一方、芦田<sup>9)</sup> は平坦河床に関する従来の実験資料を整理して、

$$k_s = (0.5 \sim 4.0) d_m \quad \dots\dots\dots (1.3.10)$$

の関係をj得ている。ここに、 $d_m$ ：平均粒径である。(1.3.10)式を考慮し、(1.3.9)式における  $\alpha$  の値を2と仮定すれば、(1.3.7)および(1.3.9)式から、砂礫の移動に有効に作用する摩擦速度として、次式が得られる。

$$\frac{U}{u_{*e}} = 6.0 + 5.75 \log_{10} \frac{R}{d(1 + 2\tau'_*)} \quad \dots\dots\dots (1.3.11)$$

ここに、 $u_{*e}$ ：有効摩擦速度(=  $u'_*$ )である。(1.3.11)式から明らかなように、 $u_{*e}$ を算定するには平均流速  $U$ を知る必要があるが、これに関する算定法は第4節において詳述する。

(b) 掃流砂量

Bagnold<sup>10)</sup>は粒子を含む流れの研究から、次の仮説が成立することを実験的に検証した。

i) 全剪断応力は、

$$\tau_0 = \tau_G + \tau_F \quad \dots\dots\dots (1.3.12)$$

で表わされる。ここに、 $\tau_0$ ：全剪断応力、 $\tau_G$ ：粒子の衝突によって生じる剪断応力、 $\tau_F$ ：流体自身の剪断応力である。

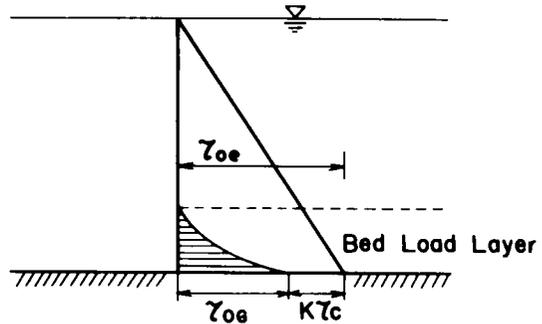
ii) 流体中の粒子の衝突によって、鉛直応力  $\sigma_G$  が生じ、 $\tau_G$  と  $\sigma_G$  の間には、

$$\tau_G = \sigma_G \mu_f \quad \dots\dots\dots (1.3.13)$$

が成立する。ここに、 $\mu_f$ ：粒子の動摩擦係数である。

以上の考え方を掃流砂濃度の算定に用いることにしよう。図-1.3.1 に示すように、有効剪断応力が

流砂と流体にそれぞれ伝達され、かつ流砂濃度が平衡している状態では、河床面から新たに砂粒は補給されないで、流体に伝達される河床面での剪断応力は、砂粒の限界掃流力にほぼ近い値に保持されていると考えられる。このような現象は、流砂と類似な飛砂現象において認められている事実である。<sup>11)</sup>したがって、河床面における有効剪断応力は、



$$\tau_{0e} = \tau_{0G} + K\tau_c \quad \dots\dots\dots (1.3.14)$$

図-1.3.1 剪断応力の説明図

のように表示できるものとしよう。ここに、 $\tau_{0e}$ ：有効剪断応力、 $\tau_{0G}$ ：流砂自身の衝突や流砂と河床面との衝突によって生じる河床面での剪断応力、 $K$ ：1に近い比例定数である。(1.3.13)式からの類推により、 $\tau_{0G}$ は流砂重量の鉛直成分と  $\mu_f$  との関係で次式のように書くことができる。

$$\tau_{0G} = N (\sigma - \rho) g \cos \theta \mu_f \quad \dots\dots\dots (1.3.15)$$

ここに、 $N$ ：単位面積当りの流砂の体積、 $\theta$ ：河床の水平面からの傾きである。また、流砂量は流砂濃度と砂粒の移動速度の積の積分で表わされるので、

$$q_B = \int_0^{H'_s} c v_s dz \doteq N \bar{v}_s \quad \dots\dots\dots (1.3.16)$$

と書ける。ここに、 $H'_s$ ：流砂の存在する高さ、 $c$ ：河床から  $z$  の高さの流砂濃度、 $\bar{v}_s$ ：運動している砂粒の平均移動速度である。(1.3.16)式から明らかなように、正確に流砂量を表示するには、鉛直方向の流砂濃度と砂粒の移動速度の分布を求めなければならないが、現状ではこの算定が困難であり、また掃流砂は河床から粒径オーダーの薄い層における運動であることを考慮して、 $q_B \doteq N \bar{v}_s$  の関係を用いることにする。いま、対象としている流れが緩こう配流れであるので、 $\cos \theta = 1$  として、(1.3.14)およ

び (1.3.15)式を (1.3.16)式に代入して、

$$q_B = \frac{\tau_{0e} - K\tau_c}{(\sigma - \rho)g\mu_f} \bar{v}_s \quad \dots\dots\dots (1.3.17)$$

の關係を得る。

つぎに、移動している砂粒の平均移動速度は、砂粒に働く抗力と摩擦抵抗の釣合条件から、

$$\frac{1}{2} \rho c_D (u_b - \bar{v}_s)^2 \frac{\pi}{4} d^2 - (\sigma - \rho) g \mu_f \frac{\pi}{6} d^3 = 0 \quad \dots\dots\dots (1.3.18)$$

のように簡単に表わされるものと仮定して、これより、

$$u_b - \bar{v}_s = \sqrt{\frac{4}{3c_D} \{(\sigma/\rho) - 1\} g d \mu_f} \quad \dots\dots\dots (1.3.19)$$

と与えられる。ここに、 $c_D$ ：抗力係数、 $u_b$ ：河床面から粒径オーダーの高さの流速である。(1.3.19)式において、 $\bar{v}_s = 0$  のとき、 $u_b$  の値を砂粒の移動限界流速  $u_c$  とすると、(1.3.19)式は次式のように変形される。

$$\frac{\bar{v}_s}{u_b} = 1 - \frac{u_c}{u_b} \doteq 1 - \frac{u_{*c}}{u_{*e}} \quad \dots\dots\dots (1.3.20)$$

(1.3.20)式は Kalinske<sup>12)</sup> の流砂モデルにおける砂粒の移動速度と類似している。 $u_b = \beta u_{*e}$  として、(1.3.20)式を (1.3.17)式に代入すると、流砂量は次式のように表わされる。

$$q_B = \frac{\tau_{0e} - K\tau_c}{(\sigma - \rho)g\mu_f} \beta u_{*e} \left( 1 - \frac{u_{*c}}{u_{*e}} \right) \quad \dots\dots\dots (1.3.21)$$

いま、 $K=1$ として、(1.3.21)式を無次元量で表示すると、

$$\Phi = \frac{\beta}{\mu_f} \tau_{*e}^{3/2} \left( 1 - \frac{\tau_{*c}}{\tau_{*e}} \right) \left( 1 - \frac{u_{*c}}{u_{*e}} \right) \quad \dots\dots\dots (1.3.22)$$

のようになるが、実験資料を整理検討した結果、図-1.3.2 に示すように、(1.3.22)式は次式のように修正した方がよりよく実験値と一致することが明らかにされた。

$$\Phi = 17 \tau_{*e}^{3/2} \left( 1 - \frac{\tau_{*c}}{\tau_*} \right) \left( 1 - \frac{u_{*c}}{u_*} \right) \quad \dots\dots\dots (1.3.23)$$

(1.3.23)式で与えられる定数について若干検討することにしよう。平坦河床の流速分布に対数則を適用して、相当粗度の高さにおける流速を  $u_b$  とすれば、 $\beta$ の値は 8.5 となり、また Bagnold<sup>10)</sup>によって測

定された  $\mu_f$  の値が 0.4 ~ 0.5 であることを考慮すれば、図-1.3.2 から得られた  $\beta/\mu_f = 17$  の値はほぼ妥当なものであると言えよう。さらに、重要なことは、この定数が広い範囲の資料に対して、一定に保持されており、水理量に無関係に決定されることを示している。

一方、理論的に導びいた (1.3.22) 式を (1.3.23) 式のように修正しなければならない理由として、河床波が形成され、場の乱れ強度が、水流の剝離による渦のために、平坦河床のそれよりも大きくなり、平坦河床の場合に比較して砂が移動しやすくなっていると考えられるにもかかわらず、簡単に  $K=1$  において、両者の乱流場が変化しないとしたことがあげられよう。この点に関しては、河床波上の乱流特性に関する測定の進展と相まって、今後の検討が必要である。

図-1.3.3 は従来の流砂量式と (1.3.23) 式とを比較した結果を示したものである。 $u_* = u_{*c}$  の場合には、これらの式はほとんど同じ性状を示すが、 $u_* > u_{*c}$  が相違する場合には、これらの式はそれぞれ

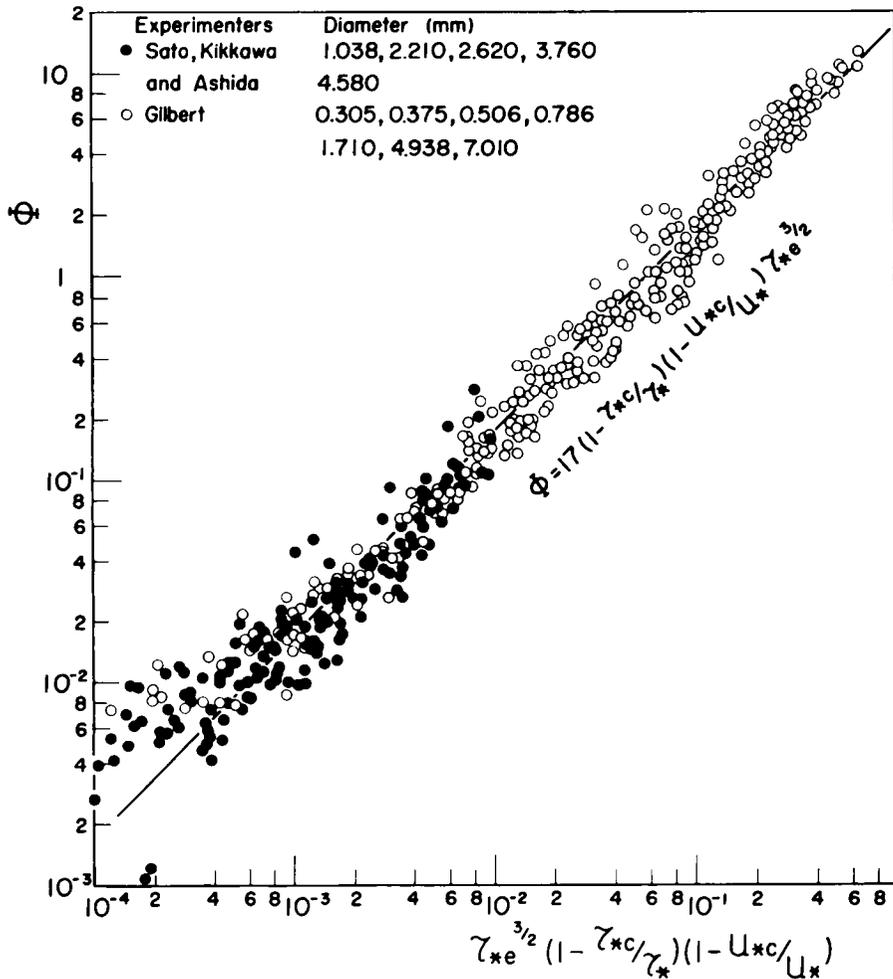


図-1.3.2 流砂量式と実験値の比較

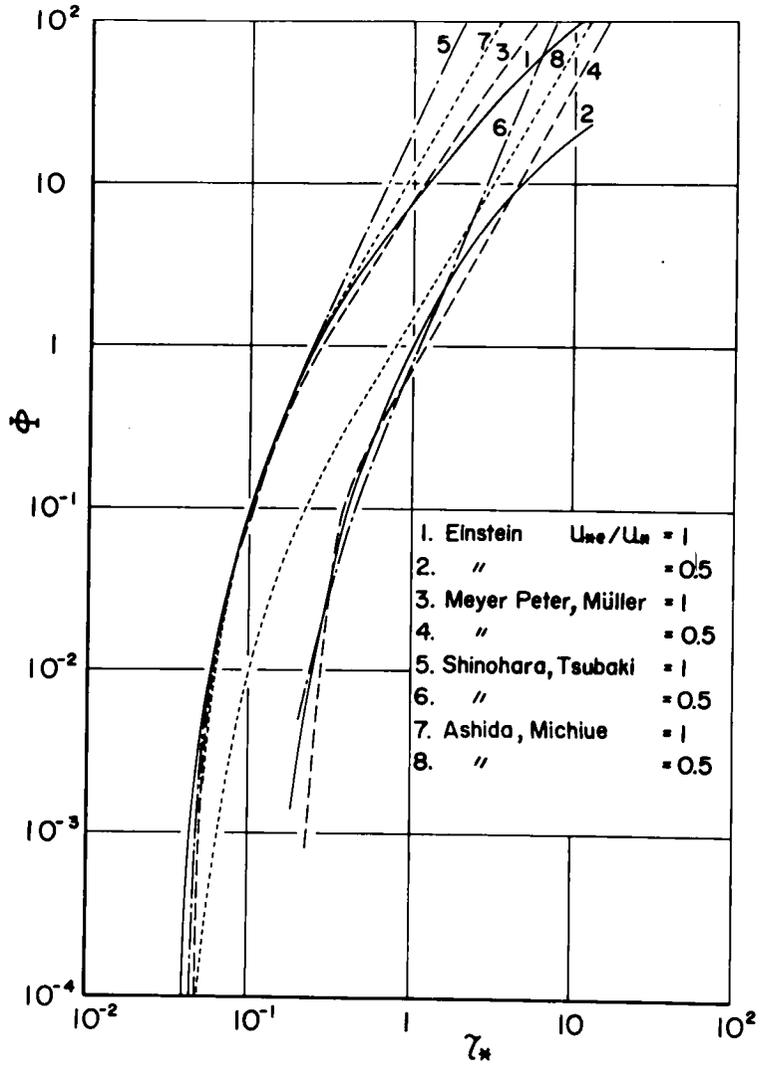


図-1.3.3 流砂量式の比較

れ相違した結果を与え、各流砂量式の特徴が現われる。この原因は、流砂量式に導入されている抵抗の影響の評価方法の相違によるものであるが、この点に関しては、本論文の方法が最も妥当性を有しているものと信ずる。

一方、(1.3.23)式を Manning の粗度係数を用いて変形すると、

$$\phi = 17 \left[ \frac{R^{1/6} g^{-1/2}}{6.0 + 5.75 \log_{10} \{R/d(1+2\tau_*)\}} \right]^3 n^{-3} \tau_*^{3/2} \left(1 - \frac{\tau_{*c}}{\tau_*}\right) \left(1 - \frac{u_{*c}}{u_*}\right) \dots\dots\dots (1.3.24)$$

のように書け、 $\left[ \right]$ の値がほぼ一定値で、かつ $\tau_* \gg \tau_{*c}$ のとき、 $\phi \propto n^{-3} \tau_*^{3/2}$ の関係にあることが理解されよう。この関係は、佐藤・吉川・芦田によって提案された(1.3.4)式で示されるものとほとんど同じであるが、(1.3.23)式の方が物理的により明確に流砂量に及ぼす抵抗の影響を示している。

(3) 固定床滑面流れにおける掃流砂量

固定床滑面水路において、砂礫が水路床に堆積しない限界状態まで給砂量を増加させた場合の掃流砂に關しても、移動床の場合と同様な取扱いによって、その流砂量式を考察することにしよう。

図-1.3.4 は石原・岩垣・未石<sup>13)</sup>およびPedrolli<sup>14)</sup>による掃流砂の実験資料をプロットしたものであるが、これから掃流力の大きい領域では、 $q_{B*} \propto \tau_*$ の関係がみられ、かつ粒径ごとに限界掃流力の値が相違していることがうかがわれる。ここに、 $q_{B*} = q_B / u_* d$ である。

固定床滑面上の水流の流速分布は次式のように書ける。<sup>15)</sup>

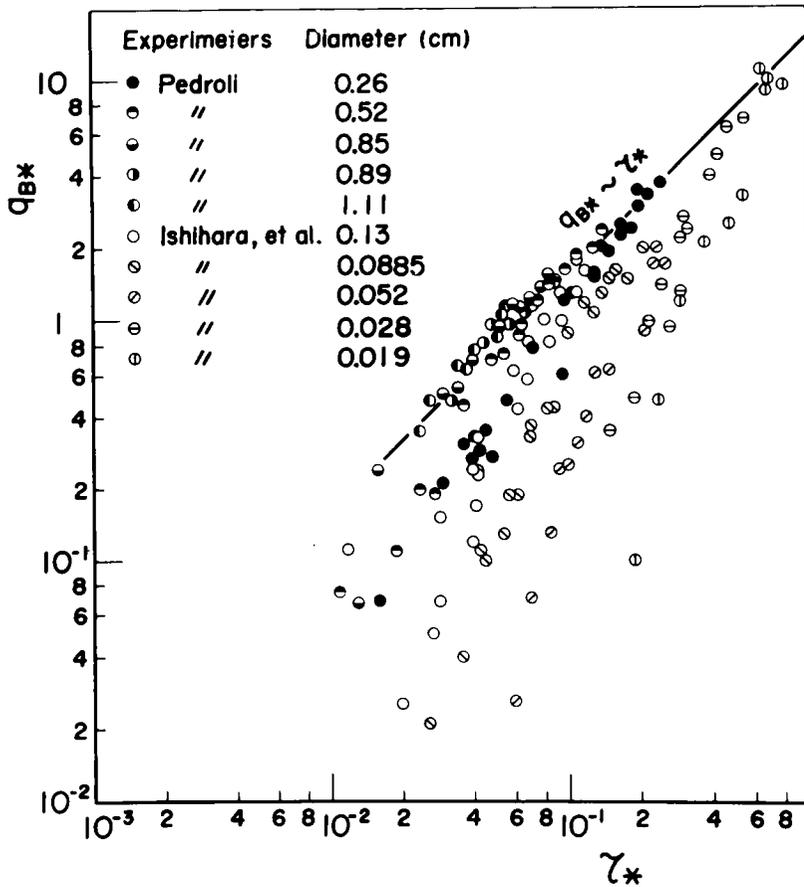


図-1.3.4 滑面水路床における流砂量

$$\left. \begin{aligned}
 u_* d/\nu &\leq 6.83 ; u/u_* = u_* z/\nu \\
 u_* d/\nu &\geq 6.83 ; u/u_* = 1/0.4 \xi \cdot \left( \frac{1}{2} - \sqrt{\xi^2 + \frac{1}{4}} \right) \\
 &\quad + 2.5 \ln \left( 2\xi + \sqrt{4\xi^2 + 1} \right) + 6.83
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1.3.25)$$

ここに、  $\xi = 0.4 ( u_* z/\nu - 6.83 )$ ,

ln : 自然対数,  $u$  : 河床面から  $z$  の高さの流速,  $\nu$  : 動粘性係数である。移動砂礫の平均移動速度は、移動床の場合と同様にして計算されるが、固定床滑面水路流れでは、河床付近の流速  $u_b$  は  $u_* d/\nu$  によって変化するので、 $z=d$  の高さにおける流速の  $\beta'$  倍が  $u_b$  であるとして、砂礫の平均移動速度を表示すると、

$$\frac{\bar{v}_s}{u_*} = \beta' f \left( \frac{u_* d}{\nu} \right) \left( 1 - \frac{u_{*c}}{u_*} \right) \dots\dots\dots (1.3.26)$$

のように書ける。ここに、 $\beta'$  : 比例定数,  $f(u_* d/\nu)$  :  $z=d$  の高さにおける (1.3.25) 式の  $u/u_*$  の値である (図-1.3.5 参照)。なお、このような流れでは、河床波が形成されないので、 $u_{*c} = u_*$  であるとして解析を進めた。

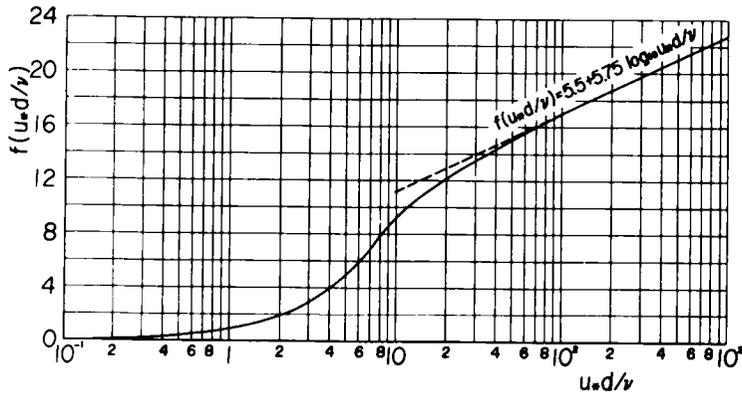


図-1.3.5  $f(u_* d/\nu)$  と  $u_* d/\nu$  の関係

また、流砂量と剪断応力の関係についても、(1.3.17)式から流砂量は、

$$q_{B*} = \frac{\beta'}{\mu'_f} f \left( \frac{u_* d}{\nu} \right) \tau_* \left( 1 - \frac{\tau_{*c}}{\tau_*} \right) \left( 1 - \frac{u_{*c}}{u_*} \right) \dots\dots\dots (1.3.27)$$

のように表わされる。ここに、 $q_{B*} = q_B/u_* d$ ,  $\mu'_f$  : 固定床滑面水路での砂粒の動摩擦係数である。

(1.3.27)式を計算するにあたっては、滑面水路における限界掃流力の値を必要とするが、これに関しては、土屋<sup>15)</sup>の滑面水路床下流端の限界掃流力に関する研究成果に、椿ら<sup>16)</sup>の実験結果を参考にして、 $\mu'_f = 0.4$  を用いて表わしたものが次式である。

$$\left. \begin{aligned}
 0.1063 \leq d \leq 8.26 \text{ cm} & ; \quad u_{*c}^2 = 8.89 d^{2/3} \\
 0.0100 \leq d \leq 0.1063 & ; \quad = 4.17 d^{1/3} \\
 d \leq 0.0100 & ; \quad = 90 d
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1.3.28)$$

なお、(1.3.28)式における  $u_{*c}^2$  と  $d$  の単位はそれぞれ  $(\text{cm/s})^2$  および  $\text{cm}$  である。

(1.3.28)式を(1.3.27)式に適用して、実験資料と理論式とを比較した結果が図-1.3.6 に示されている。この結果から  $\beta'/u'_j = 1$  となり、 $\beta'/u'_j$  を比例定数として取扱うことができ、流砂量を

$$q_{B*} = f\left(\frac{u_* d}{\nu}\right) \tau_* \left(1 - \frac{\tau_{*c}}{\tau_*}\right) \left(1 - \frac{u_{*c}}{u_*}\right) \dots\dots\dots (1.3.29)$$

のように表示することができる。ここに、 $f(u_* d/\nu)$  : 図-1.3.5 から求められる。

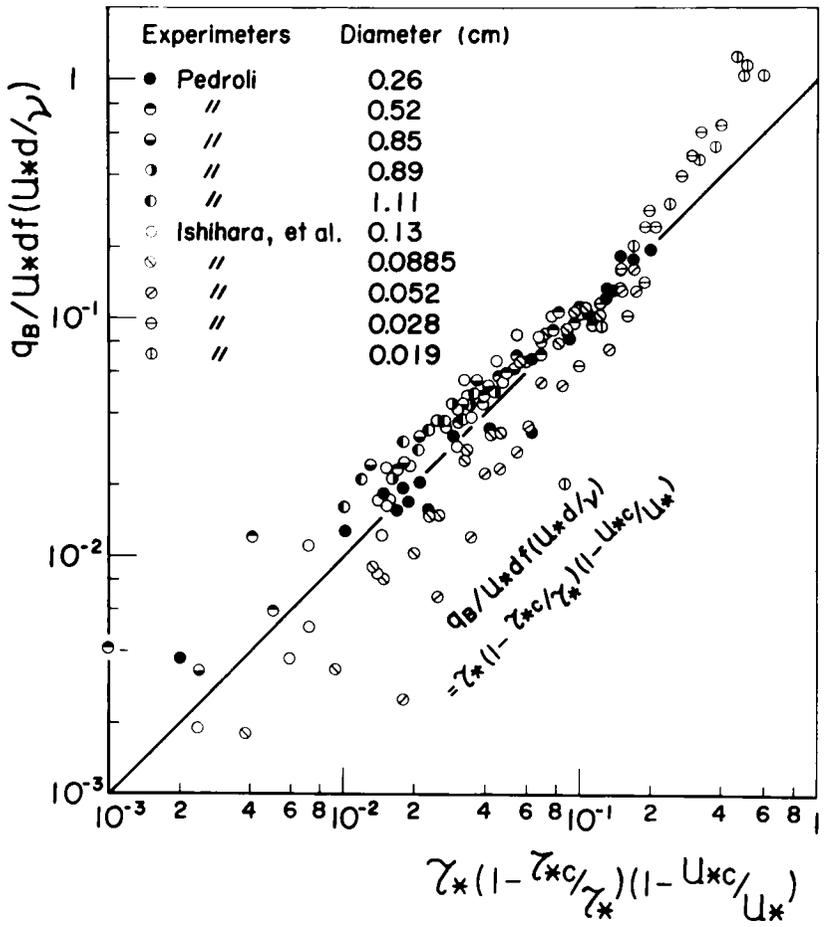


図-1.3.6 流砂量式と実験値の比較

以上のように、移動床および固定床滑面上の流砂に対して、まったく同様な解析法によって流砂量を算定しうることは、本論で提案した流砂量の算定法がかなりの普遍性を有することを示している。また、飛砂現象においても、飛砂量が摩擦速度の3乗に比例する関係が見出されているが、<sup>17)</sup>これは本論における流砂量式と同様な関係であって興味深い。このように、流体による粒子輸送量は、粒子が活発に移動する状況下では、流体力の増加に伴ってほぼ  $u_*$  の3乗あるいは流速の3乗に比例して増加すると言えよう。

### 第 3 節 混合砂礫の掃流砂量

概説においても述べたように、河川の河床材料はすべて混合砂礫から構成されているにもかかわらず、混合砂礫の流砂量に関する研究は一様砂のそれに比較して少ない。しかしながら、armouringを伴うダム下流部のような河床変動<sup>18,19)</sup>を考えるにあたっては、この問題の解明なしには議論できないことが判明し、次第にこれに関する研究が行なわれるようになってきた。本節では、混合砂礫の流砂量を考察するにあたっては、粒径別の限界掃流力を明らかにする必要があると考えて、これに関する実験的検討を加えたのち、混合砂礫の流砂量の算定法について以下に考察する。

#### (1) 粒径別の限界掃流力に関する実験的考察

##### (a) 実験装置および方法

実験は、幅20cm、長さ20mの水路の中央部6mの区間にわたって、平均粒径、2.47mmおよび標準偏差  $\sqrt{d_{84}/d_{16}}$ 、3.73の混合砂礫をニス付けして、固定床の混合砂礫床を作製した上に、ラッカーで着色した粒径17.5、8.125、2.87および0.359mmの4種類の砂礫をトレーサーに用いて行なわれた。着色砂礫の敷き並べ方は、混合砂礫床の部分に16×5cm程度の面積になるように無作為に設置した。また、使用した着色砂礫の個数は50～100個であった。

流れの状態が等流になるまでに、着色砂礫が流下しないように金網でおおい、等流状態になってから金網をとり、着色砂礫の設置点から流下する個数を時間的に測定した。このような実験が水理量を変化させながら、繰返し行なわれた。

##### (b) 実験的考察

着色砂礫が静止の状態から移動を終えて、つぎの静止の過程に至るまでの時間を時間に関する確率過程で表示できるものと考え、この移動過程が時間に関して一様で、将来の変化が過去の変化に独立であると仮定することによって、原点(着色砂礫の設置点)に残留する確率は次式のように表わされることが、第2章の第2節で明らかにされている。

$$p(0; t) = \frac{N(t)}{N(0)} = e^{-\lambda t} \quad \dots\dots\dots (1.3.30)$$

ここに、 $p(0; t)$  : 原点に残留する確率、 $N(t)$ 、 $N(0)$  : それぞれ時刻  $t$  および  $0$  における原点の着色砂礫個数、 $\lambda$  : 単位時間当りの砂礫の移動確率である。

一様砂礫の移動床においては、(1.3.30)式が成立することはすでに示したように実験的に確認されているが、本実験では時間がかかなり経過した状態での残留した砂礫は、動きにくい状態のままに放置される傾向にあるので、全測定時間にわたって、(1.3.30)式を適用することができなかった。しかし、時間の初期においては、(1.3.30)式が成立していることを確認したので、図-1.3.7 に示すように、評価時間を30秒と60秒とって、移動確率と摩擦速度の関係を検討した。これらの評価時間においては、移動確率に大差がみられないので、ここでは60秒の評価時間で移動確率を求め、土屋<sup>20)</sup>によって提案された移動確率 0.5%/s を移動限界状態の確率として、 $u_{*c}$  を図-1.3.7 から求めた。

Egiazaroff<sup>21)</sup> は簡単な考察から、混合砂礫の粒径別の限界掃流力を完全乱流状態に対して、次式のように与えている。

$$\frac{u_{*ci}^2}{(\sigma/\rho-1)gd_i} = \frac{0.1}{\{\log_{10}(19 d_i/d_m)\}^2}$$

..... (1.3.31)

ここに、 $d_i, d_m$  : それぞれ河床の各砂礫径および平均粒径、 $u_{*ci}$  : 粒径  $d_i$  の砂礫の移動限界摩擦速度である。(1.3.31)式を変形して、 $\tau_{ci}/\tau_{cm}$  と  $d_i/d_m$  の関係で図示したものが図-1.3.8 の実線である。この図から明らかなように、 $d_i/d_m < 0.4$  の範囲において、 $\tau_{ci}/\tau_{cm}$  は  $d_i/d_m$  の減少とともに

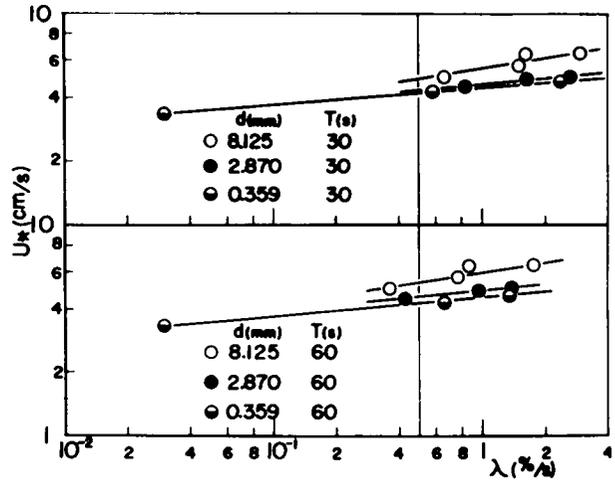


図-1.3.7  $u_*$  と  $\lambda$  の関係

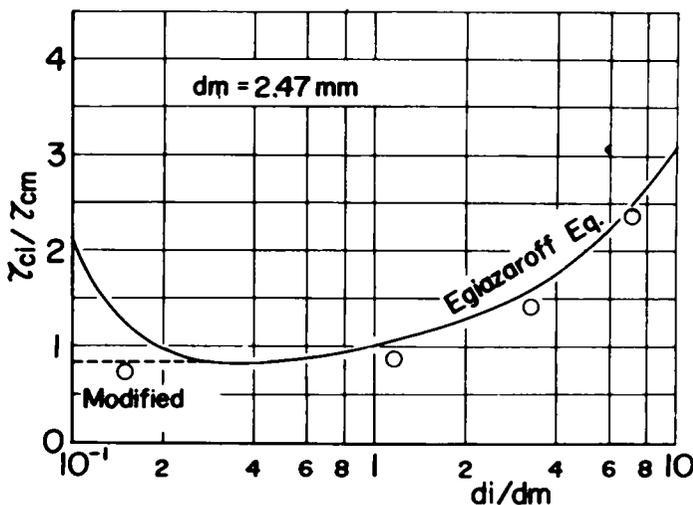


図-1.3.8 粒径別の限界掃流力の実験値と理論式の比較

に増大する。しかし砂礫の移動限界状態を観察してもこのような現象は見られないようであり、(1.3.31)式は  $d_i/d_m < 0.4$  の範囲では、実際の限界掃流力より大きな値を与えるように思われる。また、(1.3.31)式の実験による検証は、 $d_i/d_m = 0.4 \sim 1.0$  の範囲でなされたものであり、この領域では理論曲線と実験値はよく一致するようである。

つぎに、著者の実験値を図-1.3.8 にプロットしているが、この結果と上述の観察結果を参考にして、 $d_i/d_m < 0.4$  では、 $\tau_{ci}/\tau_{cm}$  が一定値をとるように修正したものが図-1.3.8 の点線である。すなわち、この結果は、Egiazaroff の式を次式のように修正したことに相当する。

$$\left. \begin{aligned} \frac{d_i}{d_m} \geq 0.4 & ; \quad \frac{\tau_{ci}}{\tau_{cm}} = \left\{ \frac{\log_{10} 19}{\log_{10} (19 d_i/d_m)} \right\}^2 \frac{d_i}{d_m} \\ \frac{d_i}{d_m} < 0.4 & \quad \quad \quad = 0.85 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1.3.32)$$

ただし、 $\tau_{cm}/(\sigma-\rho)gd_m \doteq 0.05$

ここに、 $\tau_{ci} = \rho u_{*ci}^2$ 、 $\tau_{cm} = \rho u_{*cm}^2$  である。

以上混合砂礫床の限界掃流力に関して若干の実験を行ない、従来提案されている Egiazaroff の式を一部修正したが、これに関する詳細な考察は、混合砂礫床の河床近傍の流れ特性の解明に待たなければならないと考えている。

## (2) 掃流砂量

Einstein は混合砂礫の流砂量と一様砂のそれとは相違することを早くから指摘し、混合砂礫の流砂量を表わすために、実験的に遮蔽係数を導入した。その後、遮蔽係数に関する実験的な検討が加えられ、細砂に対して過大評価することが指摘されている。こうした混合砂礫の流砂量について測定された浅田・石川<sup>22)</sup>の実験資料を示したものが図-1.3.9 である。この図において、実線は Einstein の一様砂に関する掃流砂関数であり、点線は浅田らの粒径別の流砂量を表わしたものである。これからも明らかなように、混合砂礫の流砂関数は一様砂のそれとは相違するが、Einstein が導入したような遮蔽係数という概念、すなわち、水理量に無関係に粒径のみに依存した係数で流砂量を表示するには不適合なことが知られる。この結果は、図-1.2.15 で示した混合砂礫の流砂量の特性和も一致しているので、この混合効果に関してさらに検討することにしよう。

著者らの粒径別の流砂量の実験値と平野<sup>23)</sup>の実験結果をプロットしたものが図-1.3.10 であるが、図-1.3.9 と同様に流砂量は、粒径ごとに相違した傾向を示すことが理解されよう。図-1.3.9 および 1.3.10 から明らかなように、混合砂礫の流砂量は、粒径別の限界掃流力の相違を反映していると考えられるので、(1.3.32)式で与えられる限界掃流力を一様砂の流砂量の(1.3.23)式に適用すると、各粒径ごとの流砂量は次式のように表わされる。

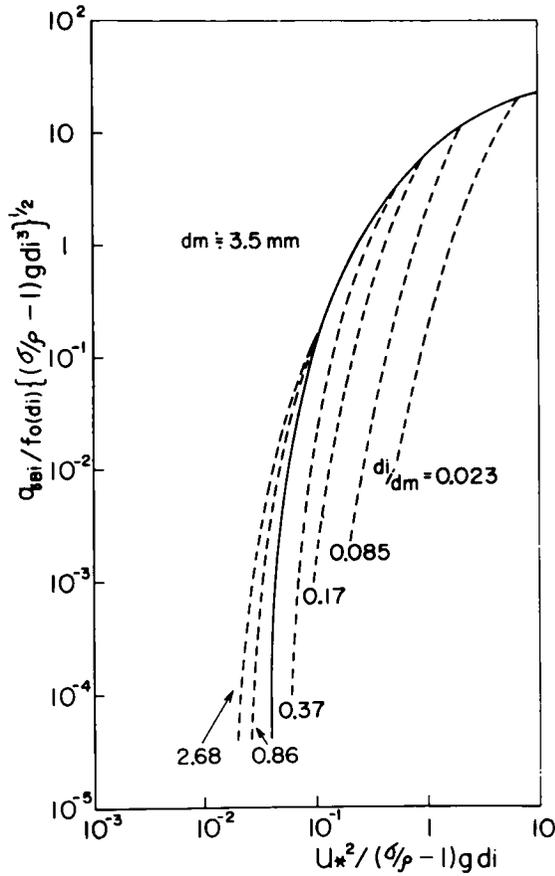


図-1.3.9 混合砂礫の流砂量と一様砂のそれとの比較

$$\frac{q_{Bi}}{f_0(d_i)u_{*e}d_i} = 17 \tau_{*ei} \left( 1 - \frac{\tau_{*ci}}{\tau_{*i}} \right) \left( 1 - \frac{u_{*ci}}{u_*} \right) \quad \dots\dots\dots (1.3.33)$$

ここに、 $q_{Bi}$ : 粒径  $d_i$  の砂礫の流砂量、 $f_0(d_i)$ : 粒径  $d_i$  の砂礫が河床において占める割合、 $\tau_{*ei} = u_{*e}^2 / (\sigma/\rho - 1)gd_i$ 、 $\tau_{*i} = u_*^2 / (\sigma/\rho - 1)gd_i$ 、 $\tau_{*ci} = u_{*ci}^2 / (\sigma/\rho - 1)gd_i$  である。

本実験および平野の実験結果は、第4節で後述する河床形態の領域区分図から、upper regimeの領域にあることを見出した。したがってこの領域では、有効摩擦速度と摩擦速度が等しくなるので、(1.3.33)式で  $u_{*e} = u_*$  として計算した結果が図-1.3.10に実線で示されている。この図では、 $d_i/d_m$  をパラメータにして粒径別の流砂量が図示されているが、 $d_i/d_m = 1$  の場合が一様砂の流砂量式に相当している。これからも明らかなように、混合砂礫の流砂量は  $d_i/d_m$  をパラメータとして導入する必要が理解されよう。また、(1.3.33)式は  $d_i/d_m$  が1以下では実験値とよく一致する。一方、 $d_i/d_m$  が1以上では、実験値と若干相違しているが、その傾向はよく類似していると言える。

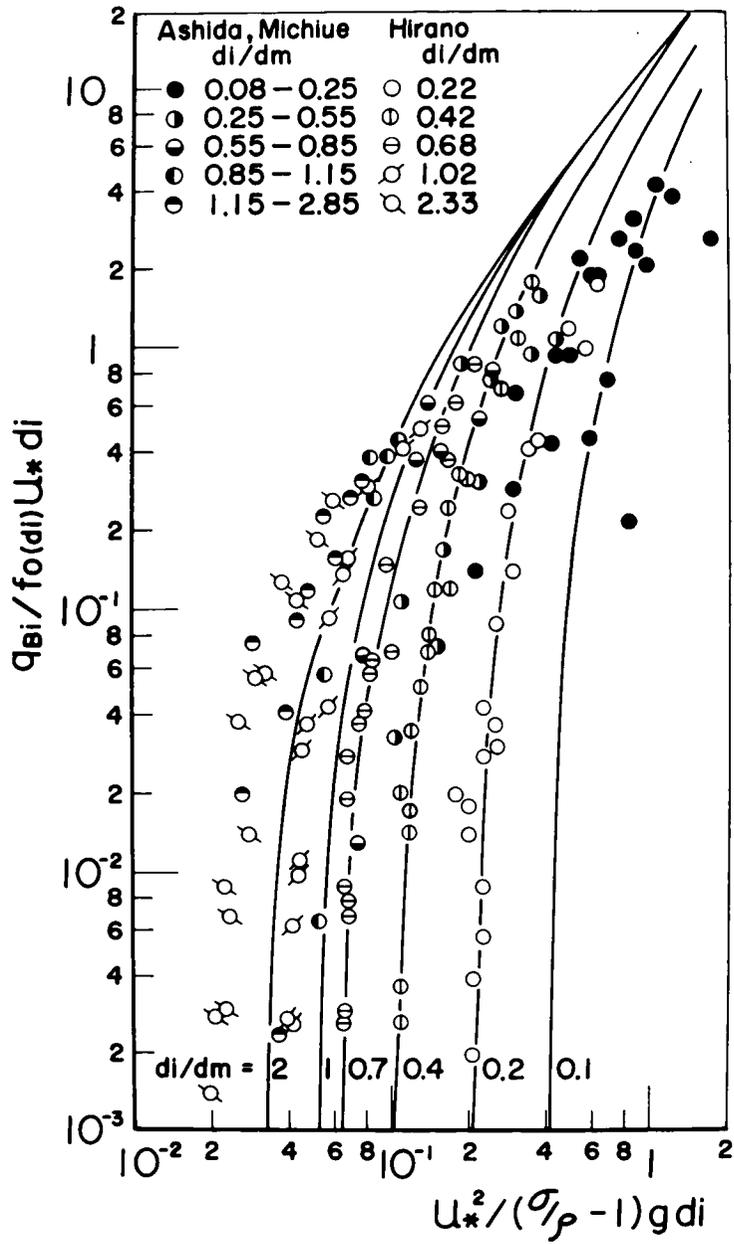


図-1.3.10 混合砂礫の流砂量式(1.3.33式)と実験値の比較

一様砂の流砂量式のところで述べたように、(1.3.23)式と佐藤・吉川・芦田によって提案された(1.3.4)式とはほぼ同じような特性を示すので、いま(1.3.4)式の限界掃流力の項に(1.3.32)式を適用して、混合砂礫の流砂量を表示すると、次式のように書ける。

$$\frac{q_{Bi}}{\int_0(d_i) u_* d_i} = \varphi F(\tau_0/\tau_{ci}) \tau_{*i} \dots\dots\dots (1.3.34)$$

本実験<sup>18)</sup>では、Manningの粗度係数が0.02であるにもかかわらず、平野の実験結果の $n=0.015$ の場合と同様な性状を示したので、 $\varphi$ の値としては、平野の実験結果と同様に $n=0.015$ を用いて計算した。このことに関しては、一様砂の流砂量においても若干の誤差を現状では認めざるを得ない状態なのでやむを得ないものと思われる。(1.3.34)式と実験結果の比較が図-1.3.11に示されているが、図中の直線

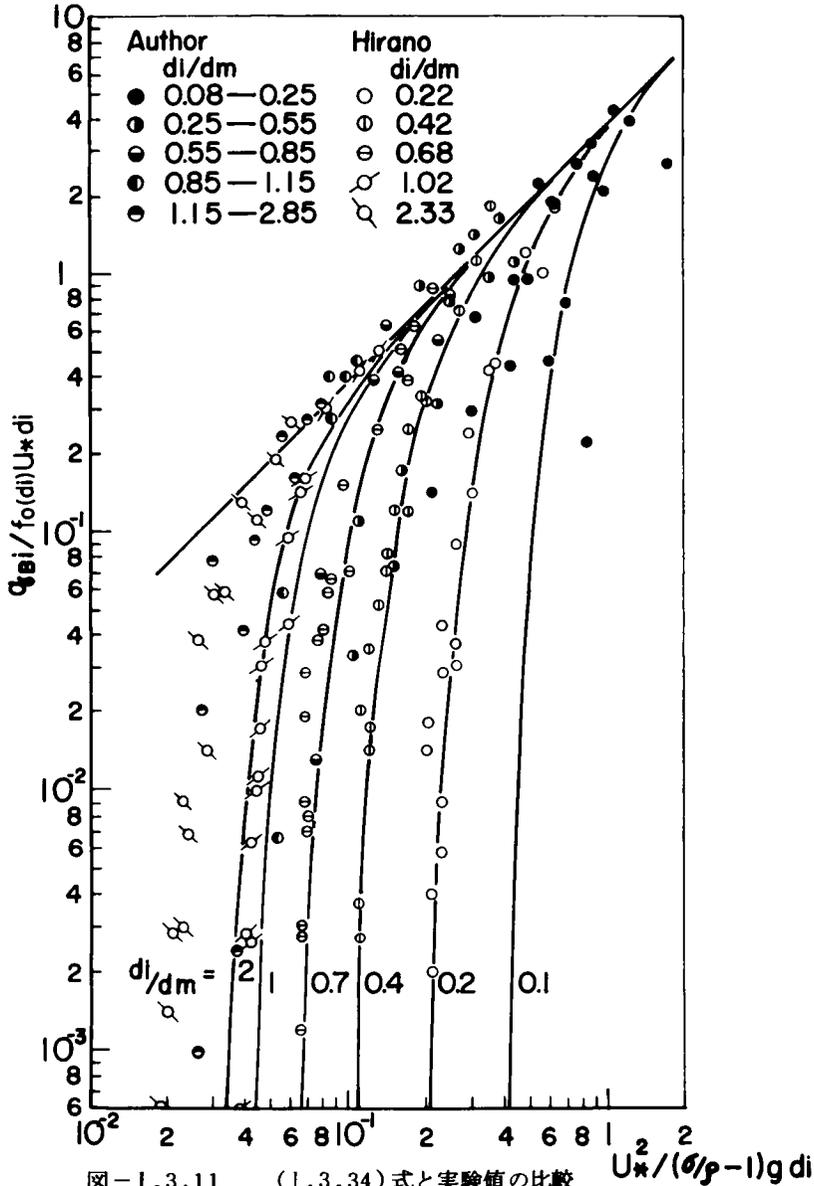


図-1.3.11 (1.3.34)式と実験値の比較

は (1.3.34)式において、 $F(\tau_0/\tau_{ci}) = 1$ の状態の流砂量を示したものであり、この場合は流砂量が粒径の大きさに依存しないことを示している。これらの実験範囲では、(1.3.33)式と(1.3.34)式の優劣はつけがたい状況であるが、これらの式に(1.3.32)式を適用することによって、混合砂礫の流砂量を表示することができる。

以上の考察から、つぎのことが結論されよう。(1.3.33)式あるいは(1.3.34)式に粒径別の限界掃流力を表わす(1.3.32)式を適用すれば、混合砂礫に関する流砂量の混合効果の物理性がよく理解される。遮蔽係数という概念はもともと物理的根拠の乏しいものであったが、流砂現象にそくして考えれば、このような係数は適当なものではなく、混合効果は粒径別の限界掃流力が一様砂のそれと相違することによって生じるものである。したがって、限界掃流力の流砂量に及ぼす影響の小さい範囲、 $\tau_0/\tau_{ci} > 3$ では、混合砂礫の全流砂量は混合砂礫の代表粒径を用いて、一様砂の流砂量式で近似的な計算が可能である。とくに、(1.3.34)式では、 $\tau_0/\tau_{ci}$ の増大によって $F(\tau_0/\tau_{ci})$ が急速に1に近づくので、この近似度は高くなる。一方、 $\tau_0/\tau_{ci}$ が1近傍では、限界掃流力が流砂量に大きな影響を与えるので、この範囲に関しては、粒径ごとに流砂量を計算し、それを加え合せることによって全流砂量が求められなければならない。

#### 第 4 節 移動床流れの抵抗

移動床流れにおいては、水流と砂礫の特性に応じて種々の河床形態が形成されるが、それぞれの領域ごとに抵抗の特性が顕著に相違する。しかしながら、従来の流れの抵抗に関する研究では、次元解析的手法によって抵抗の算定を試みたものは数多くみられるが、<sup>24,25,26)</sup>河床形態との有機的な関連において抵抗を議論したものはみられない。

したがって、本節においては、河床形態と抵抗とは密接な関連にあると考えて、まず各領域の河床形態に関して現象論的考察を行ない、抵抗算定のための河床形態の分類を行なう。ついで、それぞれの領域の抵抗則を次元解析的に検討して、抵抗算定のための図表を提案する。

##### (1) 河床形態と抵抗に関する現象論的考察

移動床における断面平均流速 $U$ は次式で示すような物理量で記述されるものと仮定しよう。

$$U = F_1(\mu, g, d, R, I, \sigma, \rho) \quad \dots\dots\dots (1.3.35)$$

ここに、 $\mu$ ：粘性係数、 $g$ ：重力加速度、 $d$ ：粒径、 $R$ ：径深、 $I$ ：エネルギーこう配、 $\sigma, \rho$ ：それぞれ砂および水の密度である。いま、(1.3.35)式を従来よく使用されている水理量で書くために、エネルギーこう配 $I$ のかわりに、 $u_* = \sqrt{gRI}$ を用い、また重力加速度 $g$ のかわりに砂礫の水中重量 $(\sigma - \rho)g$ を用いることにする。つぎに、次元解析を行なうための基本量として、 $\mu, u_*$  および  $d$  を選んで次元解析を進めると、(1.3.35)式は次式のように書ける。

$$\frac{U}{u_*} = F_2\left(\frac{u_* d}{\nu}, \frac{u_*^2}{(\sigma/\rho - 1)gd}, \frac{R}{d}, \frac{\sigma}{\rho}\right) \quad \dots\dots\dots (1.3.36)$$

砂礫が移動していない状態では、(1.3.36)式で示す  $R/d$  が粗度要素の尺度として用いられることは、固定床砂粒粗面の流れの実験から明らかな事実であるが、砂礫が移動して河床波が形成されると、もはやこの尺度は粗度要素を表わすものとはなりえない。したがって、河床波が形成された流れにおいては、河床波の形状を粗度要素の尺度として導入する必要があるが、河床波が流れの状態によって変化することを考慮して、この尺度を(1.3.36)式に導入するかわりに、河床形態の領域区分図を併用して、流れの抵抗を考察することにした。

水流の流速分布に対数則が適用できるとすれば、流れの抵抗は次のように表わされる。

$$\frac{U}{u_*} = A_r - \frac{1}{K} + \frac{2.30}{K} \log_{10} \frac{R}{k_s} \quad \dots\dots\dots (1.3.37)$$

ここに、 $A_r$ ：実験定数で  $A_r \doteq 8.5$ ， $K$ ：カルマン定数である。(1.3.37)式において、浮遊砂を含む流れでは、カルマン定数は濃度によって変化するが、ここでは、浮遊砂濃度の影響は考慮せず、カルマン定数は一定であるとして解析を進める。

流れの抵抗が河床形態によって、どのような性状を示すかを現象論的に考察すると、つぎのようである。

i) Ripple Bed：十分に発達した ripple のスケールは砂粒の粒径にほぼ比例することが実験資料の検討<sup>27,28)</sup> から明らかにされているので、相当粗度は ripple のスケールに比例するとして、

$$k_s \propto d \quad \dots\dots\dots (1.3.39)$$

のように表わされる。また、そのスケールの発達程度は掃流力によっても当然規定されるので、(1.3.36)と(1.3.37)式から、 $U/u_*$  は  $\tau_*$  と  $R/d$  の関数で表示されることが期待されよう。

ii) Dune Bed：dune のスケールは、それが十分発達した状態では水深あるいは径深にほぼ比例するので、この領域における  $k_s$  は、

$$k_s \propto R \quad \dots\dots\dots (1.3.40)$$

の関係で表わされる。(1.3.40)式を(1.3.37)式に代入すると、

$$U/u_* = \text{一定} \quad \dots\dots\dots (1.3.41)$$

の関係が得られるが、そのスケールの発達は掃流力によって変化するとともに、とくに砂礫の移動限界付近においては、固定床砂粒粗面とほぼ同じような性状を示すので、 $U/u_*$  は  $\tau_*$  と  $R/d$  の関数で表示されよう。ただし、この河床形態では、ripple の場合と相違して、 $R/d$  が  $U/u_*$  に寄与する範囲は、砂礫の移動限界付近に限られると考えられる。

iii) Flat & Antidune Bed：これらの河床形態では、フルード数も大きく、流れが河床から剝離しないために、流れの抵抗は小さくなる。したがって、この領域では流砂の影響を考慮した表面抵抗、すなわち(1.3.11)式において、 $u_{*e} = u_*$  として、流れの全抵抗が表示できるものと考えられる。

$$\frac{U}{u_*} = 6.0 + 5.75 \log_{10} \frac{R}{d(1 + 2\tau_*)} \quad \dots\dots\dots (1.3.42)$$

以上河床形態の相違によって、流れの抵抗特性がいかに変化するかを示してきたが、これらの特性を考慮して、つぎに実験資料から抵抗算定法を検討しよう。

(2) 流れの抵抗算定法

河床波の発生機構に関しては、安定理論に基づく数学的解析が従来なされており、<sup>29,30)</sup> これによると河床波の安定にとっては、フルード数が重要な水理量であることが判明している。したがって、ここでは安定理論に基づいて得られた結果を参考にして、 $F_r = 0.8$  を境界に河床形態が相違するものと考え、実験資料を(1.3.36)式のパラメーターで整理した結果、図-1.3.12の領域区分図を得た。ここで、(1.3.36)

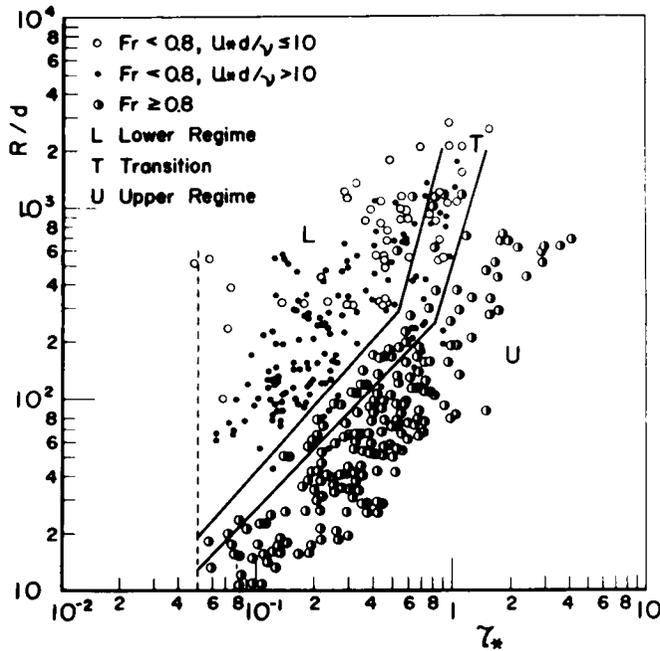


図-1.3.12 河床形態の領域区分図

式のパラメーター  $\sigma/\rho$  を用いていないのは、対象としている現象において、 $\sigma/\rho$  が一定であると考えていることによる。なお、ここで用いた資料は土木学会水理委員会移動床流れの粗度と河床形状研究小委員会<sup>28)</sup>で収集されたものおよび Gilbert<sup>31)</sup>の実験資料であり、これらの諸元は表-1.3.1 に示されている。

図-1.3.12は従来の領域区分図と相違して、各研究者の観察結果に基づいて定義された河床形状で、河床形態を区分したものではなく、上記のフルード数によって領域区分図を  $\tau_*$  と  $R/d$  の平面上に作成したものである。この図において、lower regimeには ripple と dune が共存するが、両者を区分する水理量と

表-1.3.1 使用した資料の実験条件 (\*単位幅)

Experimenters	Bed Slope	Depth (cm)	Discharge (l/s), (l/s·cm)	Diameter $d_{50}$ (cm)
Pub. Works Res. Inst.	0.01267 ~ 0.0092	51.2 ~ 2.42	1632~2.77	1.0 ~ 0.03
Tanaka	0.028 ~ 0.00125	13.89 ~ 3.06	70~10	0.073~0.016
Vanoni · Hwang	0.028 ~ 0.00029	37.06 ~ 7.04	185.48 ~ 3.34	0.023~0.014
Kennedy	0.005 ~ 0.001	33.22 ~ 6.40	580.27 ~ 4.18	0.093~0.019
Simons · Richardson	0.0101 ~ 0.00016	30.50 ~ 5.79	2.51~0.23*	0.045
Shirasuna	0.00667 ~ 0.00202	26.30 ~ 17.90	50	0.08
Tsubaki	0.0113 ~ 0.00085	103.3 ~ 1.89	9.26~0.03*	0.146~0.022
Straub	0.0143 ~ 0.00496	5.12 ~ 2.77	0.26~0.18*	0.069
Acker	0.00155 ~ 0.00041	21.02 ~ 8.87	0.64~0.18*	0.016
Sato · Kikkawa · Ashida	0.01585 ~ 0.00022	51.84 ~ 11.36	503~28	0.458~0.1038

して、Yalinの提案した  $u_*d/\nu$  が適用できる。ここでは、i)  $u_*d/\nu \leq 10$  のときの河床波を ripple とし、ii)  $u_*d/\nu > 10$  のとき dune と定めた。したがって、流れの河床形態を予測するには、図-1.3.12を用いて、対象としている河床形態が lower か upper regime のどちらに属しているかを判定し、それが lower regime の場合は ripple と dune の区分を  $u_*d/\nu$  によって簡単にすることができる。また、図-1.3.13に示すように、本論における領域区分図は Garde, Ranga Raju<sup>32)</sup>によって提案された区分図と類似しているが、誘導過程においてはかなり相違している。しかし、本論でのパラメーターあるいは Garde, Ranga Raju によるパラメーターは流速に直接関与するパラメーター（たとえばフルード数など）が陽に入っていないので、流れの抵抗を算定するための領域区分図としては、非常に有用なものである。

つぎに、河床形態の領域区分図が作成されたので、それぞれの河床形態に対応した流れの抵抗の関数形を決定しよう。

図-1.3.14は ripple bed 上の流れの抵抗を示したものであって、資料にかなりの散点がみられるが、図中の実線はその資料の平均的な値である。これから掃流力の増加に伴って、 $R/d$  をパラメーターにして河床波が発達し崩壊する過程が推察される。また、 $U/u_*$  と  $\tau_*$  の関係は、 $R/d$  によって相違した関数形を示す状況がこの図から理解され、河床波の現象論的考察で述べたように、ripple ではそのスケールが粒径に依存していることを示していると言えよう。ここで使用した資料は実験室規模のスケールに関するものであるので、 $R/d$  の値が非常に大きなもの ( $R/d > 5.000$ ) はみられない。しかしスケールの大きい実河川の資料にこの図を適用する場合には、 $R/d$  によって  $U/u_*$  と  $\tau_*$  の関係が変化することに注

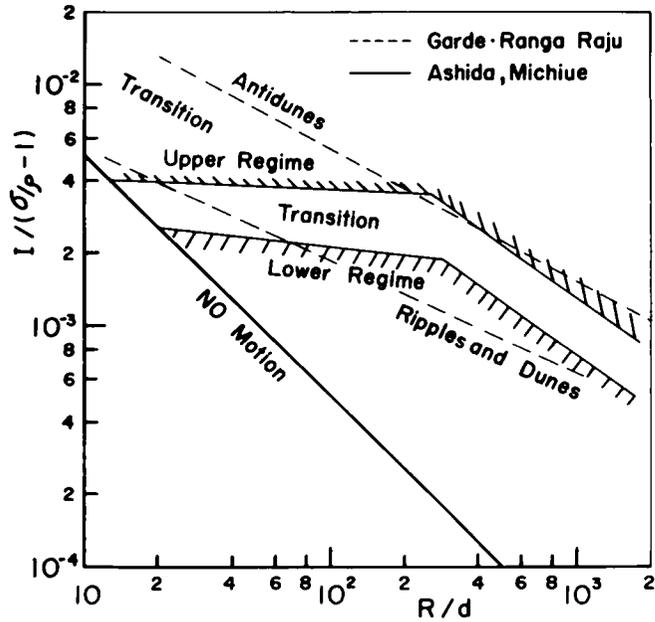


図-1.3.13 本論の領域区分図と Garde-Ranga Raju のそれとの比較

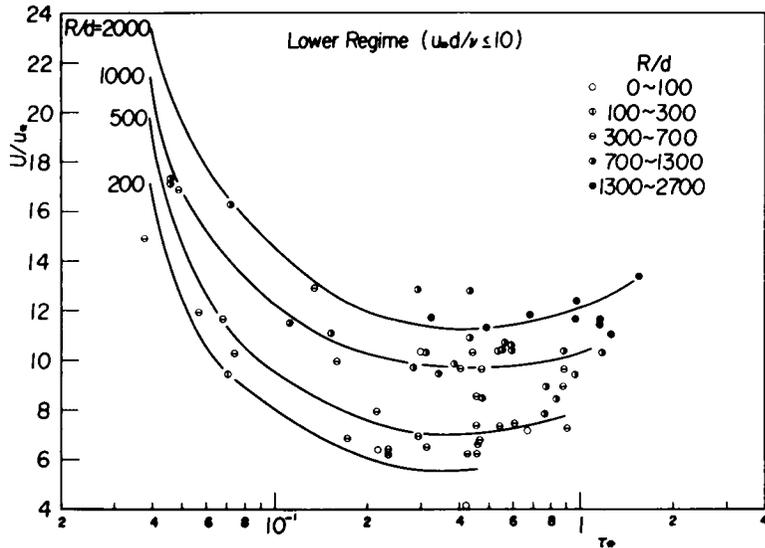


図-1.3.14 Ripple Bed の  $U/u_*$  と  $\tau_*$  の関係

意しなければならない。なお、砂の移動限界のところでは、(1.3.37)式において  $k_s = 2d$  として  $U/u_*$  の値を算定してある。

図-1.3.15は dune bed の場合の流れの抵抗を表示したもので、ここでも河床波の発達・崩壊過程が

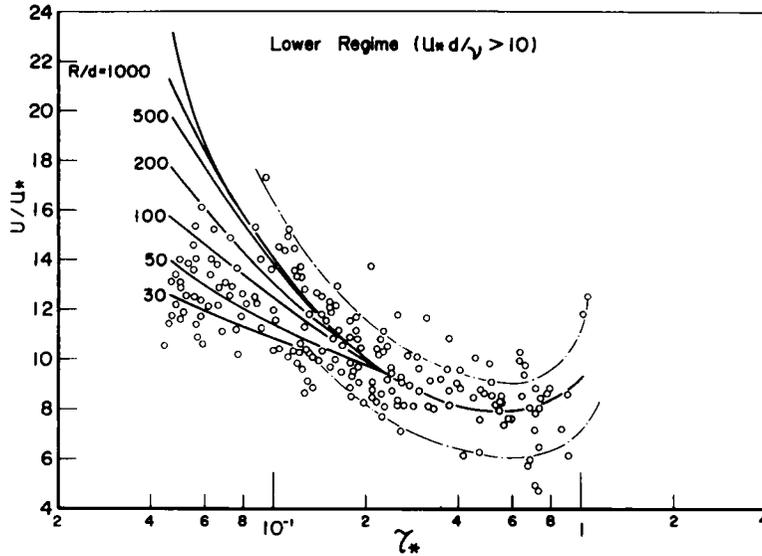


図-1.3.15 Dune Bedの  $U/u_*$  と  $\tau_*$  の関係

掃流力の増加にともなって現われていることがうかがわれるとともに、 $\tau_*$  の値が 0.4 ~ 0.6 付近で抵抗が最も大きくなることを示している。この領域においては、図中の  $U/u_*$  の関数形は砂礫の移動限界付近を除いて、 $R/d$  に独立に決定されることが、現象論的考察において述べたことから理解されよう。したがって、ここで示した関数形は移動限界付近を除いてスケールに独立に成立し、相似則を満足すると考えられる。砂礫の移動限界付近の  $U/u_*$  と  $\tau_*$  の関係は、ripple bed の場合と同様に、砂礫の移動限界において、 $U/u_*$  の値を求め、ついでその影響が消失するところまでを内押しして求めたものである。

以上の資料は一様砂を対象にしたものであるが、河床材料が混合砂礫からなる場合には、最大粒径の移動限界が河床波の発達に重要な役割を演ずると思われるので、この点に関しては、今後実河川の資料に基づいた検討が進められなければならない。

図-1.3.16 は upper regime の流れの抵抗を示したものであって、この領域では (1.3.42) 式で計算された図中の曲線と実験値がほぼ一致していることから、抵抗の算定には (1.3.42) 式が適用できるものと考えられる。

一方、transition の領域においては、lower と upper regime の中間的な抵抗特性を示す場合や河床の境界条件によって両者のどちらかの特性を示す場合などが想定される。

以上、本節では流れの抵抗の算定法について全抵抗を算定する立場から議論を展開し、これを通常既知量と考えられる物理量で記述してあるので、本論の算定方法は容易に他に適用することができるものとする。

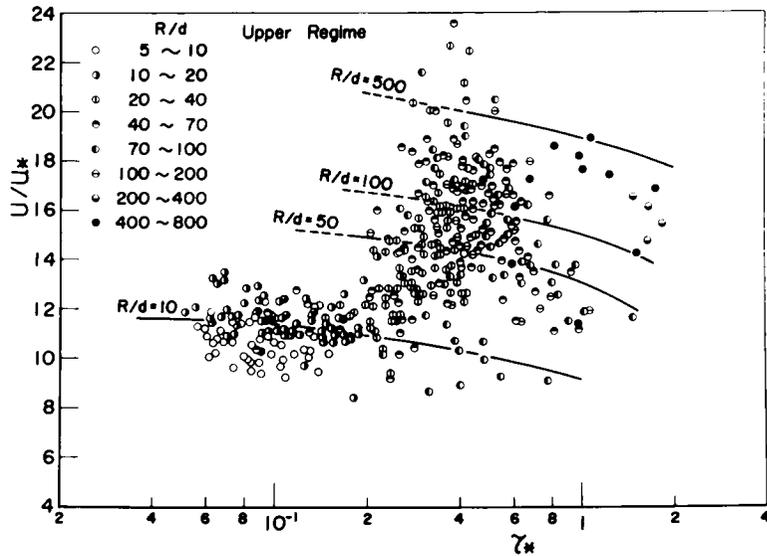


図-1.3.16 Upper Regimeにおける流れの抵抗の理論式と実験値の比較

## 第 5 節 結 語

移動床において展開される、掃流砂量と河床粗度の関連、混合砂礫床の限界掃流力と掃流砂量、さらに流れの抵抗算定法について広く考察を加えてきたが、これらの事項に関して、明らかにされたことを要約して結語とする。

第2節においては、一様砂礫の掃流砂量を取り上げ、まず従来の流砂量式がどのように河床粗度の効果を流砂量式に取り入れたかを明らかにし、本論文においても粗度の影響を流砂量に反映させるために、Einsteinによって提案された有効掃流力の概念を、砂礫の移動を考慮することによってさらに発展させた。このような有効掃流力を用いて、移動床における一様砂の掃流砂量を表わす関数形を導びき、広い範囲の実験資料を用いて、この式の適合性を検討した結果、誘導された流砂量式が実験値とよく一致することが明らかにされた。また、この流砂量式は、 $u_* \gg u_{*c}$ のとき、流砂量が有効摩擦速度の3乗に比例することを示しているが、この関係は佐藤・吉川・芦田式と類似な関係である。さらに、滑面水路流れにおける掃流砂量に対しても、移動床の場合とまったく同様な手法で流砂量式を導びいたが、この結果は従来の実験値とよく一致しており、本論文で導いた流砂量式はかなりの普遍性を有しているものと考えられる。

第3節においては、混合砂礫に関する実験的考察から、混合砂礫の粒径別の限界掃流力は、 $d_i/d_m \geq 0.4$ の範囲ではEgiazaroffによって提案された式で表示されることが見出されたが、一方、 $d_i/d_m < 0.4$ に対しては、 $\tau_{ci}/\tau_{cm} = 0.85$ とすべきであると、実験的考察から一部修正を行なった。ついで、混合砂礫の流砂量において生じる混合効果は、粒径別の限界掃流力と一様砂のそれとの相違によって生じる現象であることを明らかにし、Einsteinの式における遮蔽係数は、こうした現象から判断して、不適当なこと

を指摘した。したがって、このような観点に立って、一様砂を対象にして導びいた本論文における流砂量式あるいは佐藤・吉川・芦田式に、上述の粒径別の限界掃流力を適用することによって、混合砂礫の流砂量が表示できることを見出した。この結果は、河川の流砂量を対象にして考察する場合、有用な手法になりうるものと思われる。

第4節においては、流砂量に河床粗度が重要な役割を演じているため、その河床粗度の問題を取り上げて、次のような事項を明らかにした。移動床における河床形態の領域区分図は、河床波の安定理論からすでに得られている結果と次元解析的考察から、 $\tau_*$ と $R/d$ 平面にえがかれ、従来の実験値を lower と upper flow regimeに明確に区分することができることを見出した。さらに、lower regime に対しては、 $u_*d/\nu$  のパラメーターを用いて、 $u_*d/\nu \leq 10$  : ripple,  $u_*d/\nu > 10$  : dune, に区分し、各領域の境界を明確化した。以上のような各河床形態に関して、河床波に関するスケールの概念を導入した現象論的考察に基づいて、それぞれの河床形態での流速係数  $U/u_*$  を、 $\tau_*$ と $R/d$ で算定するための図表および式を提案した。この方法によると、従来の実験資料はかなり統一的に整理されるとともに、本論文における抵抗の算定方法は、水深、河床こう配、および河床の粒度特性の既知量のみによるパラメーターの関数で表示されているので、その取扱いが非常に簡便である。

以上、掃流砂量と移動床流れの抵抗について明らかにされた主な事項を述べてきたが、移動床において生起する種々の現象は、閉じた系の中で展開されており、これに関与する水理量は強い相互干渉の結果、ある種の平衡状態を形成していると考えられるので、今後このような観点に立って、移動床の問題を検討していかなければならない。また、ここでは河川の資料をほとんど取扱っていないが、実験室とスケールの相違する現象に対しても、将来は目を向けなければならないと考えている。

## 参 考 文 献

- 1) 芦田和男・道上正規：移動床流れの抵抗と掃流砂量に関する基礎的研究，土木学会論文報告集，第206号，昭47，pp.59-69.
- 2) Einstein, H.A. : The Bed-Load Function for Sediment Transportation in Open Channel Flow, U.S. Dept. of Agric., Soil Conserv. Serv., Tech. Bull. No.1026, 1950, pp.1-71.
- 3) Meyer-Peter, E. and R. Müller : Formulas for Bed-Load Transport, Proc. of the 2nd Cong. of the I.A.H.R., Stockholm, 1948.
- 4) Shinohara, K. and T. Tsubaki : On the Characteristics of Sand Waves formed upon the Beds of the Open Channels and Rivers, Reports of Res. Inst. App. Mech., Kyushu Univ., Vol. VII, No.25, 1959, pp.15-45.
- 5) 佐藤清一・吉川秀夫・芦田和男：河床砂礫の掃流運搬に関する研究(1)，建設省土木研究所報告，第98号，昭32，pp.13-30.
- 6) Yalin, M.S. : On the Average Velocity of Flow over a Movable Bed, La Houille Blanche, N°1, 1964, pp.45-51.

- 7) Raudkivi, A.J. : Study of Sediment Ripple Formation, Proc. ASCE, Vol.89, HY 6, 1963, pp.15-33.
- 8) 芦田和男・田中裕一郎：移動床開水路の抵抗則に関する研究(1), 京大防災研究所年報, 第14号B, 昭46, pp.299-310.
- 9) 芦田和男：河道の設計法(4) —河川の粗度について—, 土木技術資料, 1-7, 昭34, pp.8-11.
- 10) Bagnold, R.A. : The Flow of Cohesionless Grains in Fluids, Philosophical Trans., Royal Soci. of London, Vol. 249, 1957.
- 11) Bagnold, R.A. (金崎肇訳) : 飛砂と砂丘の理論, 創造社, 昭38, pp.66-68.
- 12) Kalinske, A.A. : Movement of Sediment as Bed Load in Rivers, Trans. AGU, Vol.28, No. 4, 1947, pp.615-620.
- 13) Ishihara, T., Y. Iwagaki and T. Sueishi : On the Effect of Bed-Load Movement in Thin Sheet Flow, Proc. 3rd Japan National Cong. App. Mech. 1953, 1954, pp.265-269.
- 14) Maione, U. : Transport di Materiale Solido in Canali a Fondo Fisso e Liscio, L Energia Elettrica, No.11, 1964, pp.787-796.
- 15) 土屋義人：滑面水路床の下流端における洗掘限界, 土木学会論文集, 第80号, 昭37, pp.18-27.
- 16) 椿東一郎・平野宗夫・渡辺訓甫：滑面水路における掃流機構について, 九大工学集報, 第42巻, 第3号, 昭44, pp.344-352.
- 17) 河村竜馬：飛砂の理論と実測, 防災林に関する調査報告, 治山事業参考資料第Ⅱ輯, 林野庁, 1950.
- 18) 芦田和男・道上正規：混合砂礫の流砂量と河床変動に関する研究, 京大防災研究所年報, 第14号B, 昭46, pp.259-273.
- 19) 平野宗夫：Armoring をともなう河床低下について, 土木学会論文報告集, 第195号, 1971, pp.55-65.
- 20) 土屋義人：限界掃流力とその水工学上への適用に関する研究, 京都大学学位論文, 昭38.
- 21) Egiazaroff, I.V. : Calculation of Nonuniform Sediment Concentration, Proc. ASCE, HY 4, 1965, pp.225-246.
- 22) 浅田 宏・石川晴雄：混合砂礫の掃流限界と掃流砂量式, 電力中央研究技術報告, No.68045, 昭43.
- 23) 平野宗夫：貯水池下流の河床低下と Armoring 現象について, 第14回水理講演会講演集, 昭45, pp.77-82.
- 24) 椿東一郎・古屋朝治：流砂ある河川の流速法則について, 九大流体工学研究所報告, 第7巻, 第4号, 昭27, pp.8-24.
- 25) 芦田和男：前出の9)の文献

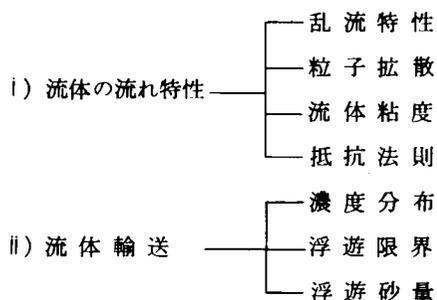
- 26) Kikkawa, H. and S. Fukuoka : Characteristics of Open-Channel Flow with Sediment, Dept. of Civil Eng., Tokyo Inst. Technology, Tech. Rept. No.10, 1971, pp.99-174.
- 27) Yalin, M.S. : Geometrical Properties of Sand Waves, Proc. ASCE, HY 5, 1964, pp.105-118.
- 28) 水理委員会 \* 移動床流れの粗度と河床形状研究小委員会 \* : 移動床流れの河床形状, 第 16 回水理講演会講演集, 昭 47, pp.133-139.
- 29) 椿東一郎・斉藤 隆 : 流れによる Sand Waves の発生限界, 九大工学集報, 第 40 巻, 第 5 号, 1967, pp.741-748.
- 30) 林 泰造 : 河川蛇行の成因についての研究, 土木学会論文報告集, 第 180 号, 1970, pp.61-70.
- 31) Gilbert, G.K. : The Transportation of Debris by Running Water, U.S. Geol. Survey, Prof. Paper 86, 1914.
- 32) Garde, R.J. and G. Ranga Raju : Regime Criteria for Alluvial Streams, Proc. ASCE, Vol.89, HY 6, 1963, pp.153-164.

## 第Ⅱ編 浮遊砂に関する基礎的研究

### 第 1 章 緒 言

乱流においては、流体塊が不規則に混合しあっているため、流体中あるいは河床に存在する細砂は、その混合過程において、濃度の高い方から低い方に輸送される。このような形式で輸送される土砂が、浮遊砂と呼ばれるものであって、乱流拡散現象における質量輸送の一つの形態とされており、水工学上における固液混相流の代表的なものである。

浮遊砂を含む流れの基礎的な問題に関して、従来より行なわれてきた研究は、次のように分類される。



i) の課題に関する取扱い方には、a) 混相流における流体性質の変化に着目し、単一流体のように取扱う方法と b) 流体と固体とをそれぞれ分離して運動方程式をたて、両者の相互作用を力学的に取扱う方法、の二つの方法が用いられている。<sup>1)~3)</sup> このような研究は、浮遊砂を含む流れを取扱う場合の基礎になるとともに、固液混相流の一般的な諸問題にも適用されうるものである。

一方、ii) の課題は、河川の流送土砂や河床変動を予測する場合の基本となるものであって、i) の研究成果に立脚して、与えられた水理条件と河床材料のもとで、どの程度浮遊形式で土砂が輸送されるかという命題を取扱ったものである。

このように、浮遊砂を含む流れの諸問題は、非常に広範多岐にわたるとともに、これらはすべて乱流理論に立脚した理論の展開が必要であって、すべてを議論することは非常に困難である。したがって、ここでは主に、ii) に関連した問題を取り上げ、河川の浮遊砂量の定式化を目的とするが、ときには i) の課題にたちもどった議論がなされる。

河川の浮遊砂量は、流量のほぼ 2 乗に比例して増加することが、多くの河川の観測に基づいて知られている。<sup>4)</sup> しかしながら、このような浮遊砂の観測は、通常採水器を用いて行なわれているが、この観測結果では、資料の散点が多く鉛直方向の濃度分布や拡散係数を議論するまでに至っていない。その原因は、

洪水時の観測の困難性にもあるがまず第1には、浮遊砂の適確な計測法が確立されていないことに起因していると考えられる。したがって、浮遊砂の適確な計測法の樹立は急務と言えるとともに、浮遊現象には変動現象が含まれているため、できるだけ連続測定装置の開発が必要とされよう。

浮遊砂量の算定方法として、わが国で広く用いられているものに、Lane・Kalinske<sup>5)</sup>や Einstein<sup>6)</sup>の流砂量式があり、これらの理論構成には、示唆に富む手法が用いられているが、限られた資料でしか流砂量式の適合性が検討されていないので、わが国の河川へのこれらの式の適用には若干の問題が含まれている。浮遊砂量式の精度向上には、混合砂の濃度分布、拡散係数、浮遊限界および河床付近の濃度に関する推定精度の向上が必要であり、とくに河床付近の濃度の決定法は、この値が濃度分布式の境界条件の値を与えるので、もっとも重要視されなければならない。しかしながら、移動床流れにおける河床付近の流れ特性に関するわれわれの知見は、きわめて乏しいために、このような場において展開される浮遊砂濃度と水理量の関係を見出すことは、非常に単純化されたモデルにおいてのみ可能である。したがって、現象に対する研究者の重点の置き方の差異によって、モデルは相違するが、第1編においても述べたように、われわれの対象としている流れの系は、移動床流れであることに留意して、議論を展開しなければならない。

以上の観点に立って、本編においては、まず浮遊砂濃度の計測の原理と特性について述べ、適確な濃度の連続測定装置の開発に関する検討を行なう。ついで、浮遊砂の運動特性の検討に基づいて、河床付近の濃度に関する考察を行ない、移動床の特性を考慮した浮遊砂量式を誘導し、従来の多くの実験値と比較検討する。

## 参 考 文 献

- 1) 日野幹雄：最近における乱流理論の工学への応用，日本機械学会誌，第66巻，第539号，1963，pp. 1627-1635
- 2) Vasiliev, O. F. : Problems of Two-Phase Flow Theory, Proc., 13th Cong. Kyoto I. A. H. R., Vol. 5-3, Sept., 1969, pp. 39-84
- 3) 吉川秀夫：固液混相流の力学と流体輸送，日本学術会議流体輸送に関するシンポジウム，昭46，pp. 1-15.
- 4) 河川部会：河床変動に関する研究，第20回建設省技術研究会報告，1967，pp.633-653.
- 5) Lane, E. W. and A. A. Kalinske : Engineering Calculations of Sediment, Trans. A. G. U., Vol. 22, 1941, pp. 603-607.
- 6) Einstein, H. A. : The Bed-load Function for Sediment Transportation in Open Channel Flows, U. S. Dept. of Agric., Soil Conserv. Service, Tech. Bull. No. 1025, 1950, pp. 1-71.

## 第2章 浮遊砂濃度の計測法

### 第1節 概 説

流砂量と水理量の関係を見出すためには、まず正確な流砂量の計測が重要であるので、種々の計測法が考察されてきた。流砂は通常掃流砂と浮遊砂に分類され、両者はそれぞれ運動形態を異にするので、全流砂量の計測は一般に、それらを別々に計測して、加え合せる方法がとられている。掃流砂の運動は河床付近のごく限られた薄い層の現象であって、また河床波が形成されると河床面が時間的に変化するので、掃流砂量の計測には非常な困難を伴い、とくに河川における計測法として、十分信頼に耐えうるものは存在しないと云っても過言ではない。<sup>1)</sup>したがって、ここでは浮遊砂量の計測法について検討を進めよう。

浮遊砂量  $q_s$  は、浮遊砂が水流の流速で運動しているとすれば、流速と浮遊砂濃度の積の鉛直方向の積分値で表わされる。

$$q_s = \int_a^h uCdz \dots\dots\dots (\text{II. 2. 1})$$

ここに、 $h$  : 水深、 $a$  : 浮遊砂と掃流砂を区分する河床からの高さ、 $u$  : 水流の流速、 $C$  : 浮遊砂濃度である。したがって、浮遊砂量を求めるには、浮遊砂濃度と流速を計測しなければならない。浮遊砂濃度の計測法としては、つぎの方法が用いられている。

- Ⅰ) 採水による方法
- Ⅱ) RIによる方法
- Ⅲ) 光学的な方法
- Ⅳ) 超音波による方法

以上の方法が濃度計測の方法として用いられたり、開発研究されているが、Ⅳ)はまだ実用化の段階に達していないので、ここではⅠ)とⅡ)の方法についてその概略を以下に述べ、Ⅲ)に関しては次節以下で詳述するとともに、濃度計測に伴う誤差に関しても若干検討することにしよう。

#### (1) 採水による方法

この方法は浮遊砂濃度を直接測定でき、かつ操作が比較的簡便であるので広く用いられている。また、この方法は採水器の操作方法によって、

- Ⅰ) Depth Integrating Sampling
- Ⅱ) Point Sampling

に分類される。

#### Ⅰ) Depth Integrating Sampling

これは、各点における流速と採水速度が等しくなるように設計された採水器を、鉛直方向に一定速度  $v_0 = dz/dt$  で移動させて採水する方法で、この方法によって計測される濃度は次のように与えられる。<sup>2)</sup>

$$C_* = \frac{\int u C dt}{\int u dt} = \frac{\int u C dz}{\int u dz} \dots\dots\dots (II.2.2)$$

したがって、これから  $q_s$  は

$$q_s = C_* q \dots\dots\dots (II.2.3)$$

のように求めることができる。ここに、 $q$  : 単位幅の流量である。

一方、採水器の採水速度が流速に無関係に一定の場合は、計測される濃度は、

$$\bar{C} = \frac{\int v_1 C dt}{\int v_1 dt} = \frac{\int_a^h C dz}{h} \quad (a \ll h) \dots\dots\dots (II.2.4)$$

となり、鉛直方向の平均濃度を与える。ここに、 $v_1$  : 採水速度 (一定値) である。したがって、浮遊砂量は、

$$q_s = \bar{C} q \dots\dots\dots (II.2.5)$$

と近似的に求めることができるが、濃度こう配が大きいときには誤差を伴い、原理的には (II.2.3) 式の方が (II.2.5) 式よりも正確な浮遊砂量を与える。

## II) Point Sampling

これは鉛直方向の各点の濃度をそれぞれ採水器で計測して、濃度の鉛直分布を求める方法で、これから浮遊砂量を算定するには、同時に水流の流速分布を計測して、これらを (II.2.1) 式に代入して求めなければならない。

濃度分布形を重要視する実験では、この方式による計測が行なわれ、採水口がスリット型のサイフォン式採水器が広く用いられている。

以上の方法で河川の時間的に平均化された濃度を計測する場合、採水時間が限られ、濃度変動による誤差を伴いやすいので、これを防ぐためにポンプで連続的に採水する方法がとられる場合もある。

## (2) RI による方法

$\gamma$  線が物質を透過する際にそのエネルギーの一部を失うので、この現象を利用することによって浮遊砂濃度を間接的に計測することができる。<sup>3), 4)</sup> しかもこのような計測器を用いると濃度を連続的に計測することができる。 $\gamma$  線がコリメーターによって、スリットの線束で照射される場合、線源と受感部の距離を  $L$ 、空気中での受感部における計測数を  $N_1$  とすれば、水中における計測数  $N_w$  は、

$$N_w = N_1 \exp(-\alpha_w \rho L) \dots\dots\dots (II.2.6)$$

となる。ここに、 $\alpha_w$  : 水の質量吸収係数、 $\rho$  : 水の密度である。一方、浮遊砂を含む流体における受感部における計測数  $N_m$  は、

$$N_m = N_1 \exp [ - \{ (1-C) \alpha_w + C \alpha_s \} \rho_m L ] \dots\dots\dots ( \text{II} . 2 . 7 )$$

となる。ここに、 $C$ ：浮遊砂の体積濃度、 $\alpha_s$ ：砂の質量吸収係数、 $\rho_m$ ：浮遊砂を含む流体の密度である。また、浮遊砂を含む流体の密度は、

$$\rho_m = (1-C) \rho + \sigma C \dots\dots\dots ( \text{II} . 2 . 8 )$$

のように表わされる。ここに、 $\sigma$ ：砂の密度である。(II.2.8)式を(II.2.7)式に代入して、それと(II.2.6)式の比をとれば次のようになる。

$$\frac{N_m}{N_w} = \exp [ - C \{ (\alpha_s - \alpha_w) (\sigma / \rho - 1) C + \alpha_w (\sigma / \rho - 1) + (\alpha_s - \alpha_w) \} \rho L ] \dots\dots ( \text{II} . 2 . 9 )$$

いま、 $C \ll 1$ とすれば、(II.2.9)式は、

$$\frac{N_m}{N_w} = \exp (-CS) \dots\dots\dots ( \text{II} . 2 . 10 )$$

ここに、 $S = \{ \alpha_w (\sigma / \rho - 1) + \alpha_s - \alpha_w \} \rho L$ である。したがって、 $S$ は定数であるから、 $N_m/N_w$ を測定すれば、浮遊砂濃度が計測される。また、濃度の高い場合には、(II.2.9)式からも明らかのように、(II.2.10)式よりも複雑になるが、検定曲線を作成することによって濃度が計測できる。しかしながら、その装置の製作に多額の費用を要すること、および取扱いが規制されることがこの方法の欠点といえよう。

## 第 2 節 光学的濃度計の試作

光を利用した濃度計の研究は本間・堀川・間淵<sup>5)</sup>や Bhattachaya・Glover・Kennedy<sup>6)</sup>によって行なわれており、濃度の連続測定も次第に可能になりつつある。しかしながら、これらの研究は主として一様砂の濃度を対象にして進められているので、河川の浮遊砂のように粒度分布に広がりのある場合の濃度計測について検討しなければならない。以上の観点に立って、光学的原理に基づく一様砂および混合砂の濃度計測法を検討し、こうした原理に基づいて濃度計を試作した結果<sup>7)</sup>について述べる。

### (1) 計測法の原理

光の波長が粒子径に比較して十分小さい場合には、浮遊砂中の光量の減少は砂粒の断面積による遮蔽効果が支配的であることが知られている。光源は単色光に近い平行光線とし、かつ砂粒子の形状は完全な球とすれば、図-II.2.1を参考にして遮蔽による光量の減少は次式のように表わされる。<sup>5)</sup>

$$\frac{I}{I_0} = \exp \left( - \frac{\pi}{4} L K \sum n_i d_i^2 \right) \dots\dots\dots ( \text{II} . 2 . 11 )$$

ここに、 $I_0$ 、 $I$ ：入射光および透過光の強度、 $L$ ：光源と受光面の距離、 $n_i$ ：単位体積当りに含まれる

粒径  $d_i$  の粒子数,  $K$ : 遮蔽係数 (吸光係数) である。  
 体積濃度  $C$ , 平均体積径  $D$  および平均面積径  $\Delta$  はつぎ  
 のように表わされる。

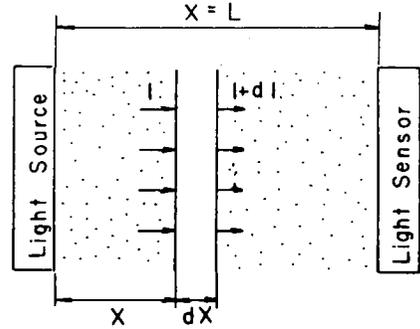
$$C = \frac{\pi}{6} \sum n_i d_i^3, \quad D^3 = \frac{\sum n_i d_i^3}{\sum n_i}$$

$$\Delta^2 = \frac{\sum n_i d_i^2}{\sum n_i} \dots\dots\dots (\text{II.2.12})$$

(II.2.12) 式を (II.2.11) 式に代入して整理すれば

$$\frac{I}{I_0} = \exp \left\{ -\frac{3}{2} LK \left( \frac{\Delta}{D} \right)^2 \frac{C}{D} \right\}$$

\dots\dots\dots (II.2.13)



図—II.2.1 浮遊砂による光量の減少説明図

の関係をうる。これらの式はすべて個数百分率の粒度分布に基づいて得られたものである。通常用いられる重量百分率の粒度分布と個数百分率のそれとの関係を明らかにしておく必要がある。いま、個数百分率の粒度分布を  $g(d_i)$ , 重量百分率のそれを  $f(d_i)$  とし、これらの関数が連続であるとすれば、両者の関係は、

$$f(d_i) = \frac{N \frac{\pi}{6} d^3 \tau g(d_i)}{\int_a^b N \frac{\pi}{6} d^3 \tau g(d_i) dd_i}$$

で表わされるので、 $g(d_i)$  は簡単につきのように表示できる。

$$g(d_i) = \frac{A f(d_i)}{d_i^3} \dots\dots\dots (\text{II.2.14})$$

ここに、 $A$ : 規格化条件の定数,  $N$ : 単位体積当りの全粒子数,  $\tau$ : 単位体積当りの砂の重量,  $a, b$ : 砂粒の最小および最大径である。(II.2.14) 式を (II.2.12) 式に代入して  $D$  および  $\Delta$  を積分記号で表わすと、次式のように書ける。

$$D^3 = \frac{\int_a^b d_i^3 g(d_i) dd_i}{\int_a^b g(d_i) dd_i} = \frac{\int_a^b f(d_i) dd_i}{\int_a^b \{f(d_i)/d_i^3\} dd_i} \dots\dots\dots (\text{II.2.15})$$

$$\Delta^2 = \frac{\int_a^b d_i^2 g(d_i) dd_i}{\int_a^b g(d_i) dd_i} = \frac{\int_a^b \{f(d_i)/d_i\} dd_i}{\int_a^b \{f(d_i)/d_i^3\} dd_i}$$

いま、 $f(d_i)$  が対数正規分布に従うものとし、 $\xi = \ln d_i$  とおけば、 $f(\xi)$  はつぎのように表示される。

$$f(\xi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left\{-\frac{(\xi-m)^2}{2\sigma^2}\right\} \dots\dots\dots (\text{II.2.16})$$

ここに、 $m$ ： $\xi$ の平均値、 $\sigma$ ：標準偏差で  $\ln \sqrt{d_{84}/d_{16}}$  である。(II.2.16)式に代入して、規格化の条件を考慮すると、 $g(\xi)$ は次式のようになる。

$$g(\xi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{\{\xi-(m-3\sigma^2)\}^2}{2\sigma^2}\right] \dots\dots\dots (\text{II.2.17})$$

重量百分率が対数正規分布に従うときは、個数百分率もまた対数正規分布に従い、平均値のみが  $(m-3\sigma^2)$ に変化することを(II.2.17)式は示している。(II.2.17)式を(II.2.15)式に代入して、 $D$ と $d$ を $m$ と $\sigma$ で表示すると次式のようになる。

$$\begin{aligned} D &= \exp(m-5\sigma^2/6) \dots\dots\dots (\text{II.2.18}) \\ d &= \exp(m-\sigma^2) \end{aligned}$$

平均値は  $m = \ln \sqrt{d_{84} \cdot d_{16}}$  で表わされるものとし、これと(II.2.18)式を(II.2.13)式に代入して整理すれば、光量の減衰と濃度の関係は次式のように表わされる。

$$\frac{I}{I_0} = \exp\left(-\frac{3}{2} LK e^{\sigma^2/2} \frac{C}{d_m}\right) \dots\dots\dots (\text{II.2.19})$$

ここに、 $d_m = \sqrt{d_{84} \cdot d_{16}}$  である。上式から明らかなように、一様砂では

$$\frac{I}{I_0} = \exp\left(-\frac{3}{2} LK \frac{C}{d_m}\right) \dots\dots\dots (\text{II.2.20})$$

のようになり、光量の減少は $L$ および $K$ が一定であれば、 $C/d_m$ のみの関数となることがわかる。一方、混合砂では一様砂の場合に比較して、 $e^{\sigma^2/2}$ が付加されており、濃度および平均粒径が一定であるときには、混合砂の光量の減少の方が一様砂のそれよりも大きくなる。 $e^{\sigma^2/2}$ と $\sqrt{d_{84}/d_{16}}$ の関係を図示すると、図-II.2.2のようになり、混合砂ではこのような補正を加えなければならない。

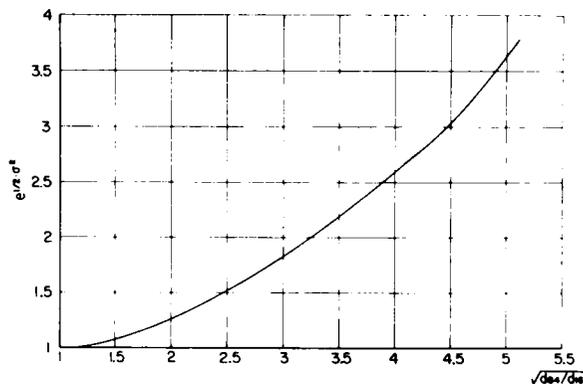


図-II.2.2  $e^{\sigma^2/2} \sim \sqrt{d_{84}/d_{16}}$  の関係

さて、(II.2.19)式をテイラー展開して1次の項までとることにすれば、

$$\frac{I_0 - I}{I_0} \equiv \frac{\Delta I}{I_0} = \frac{3}{2} L K e^{-\sigma^2/2} \frac{C}{d_m} \dots \dots \dots (\text{II.2.21})$$

のように書ける。近似的に粒度分布として対数正規分布が適用でき、かつ濃度の小さい範囲では上式が成立するものと考えられる。また、(II.2.21)式における遮蔽係数は Rose<sup>8)</sup>によれば、30 $\mu$ 以上の砂粒径では  $K=1$  となるようであり、粒径に無関係に表わされる。

(2) 濃度計の概要

(II.2.19)および(II.2.21)式から明らかなように、濃度の増加による光量の減少と浮遊砂の粒度分布を測定すれば、濃度の絶対値の測定が可能である。いま、簡単のために、(II.2.20)式で示されるような一様砂の場合の光量の減少と  $L$  および  $C/d_m$  の関係を検討してみることにしよう。これらの関係は図- II.2.3 に示されているが、光源と受光面の距離  $L$  が大きくなると、 $C/d_m$  の小さい範囲の計測に適しており、一方  $L$  が小さいときは、 $C/d_m$  の大きい計測に適している。ここではこうした点を考慮して実験室用として、 $L=3\text{mm}$  になるように設計した。濃度計の受感部の諸元および概要は図- II.2.4 および写真- II.1 に示されている。

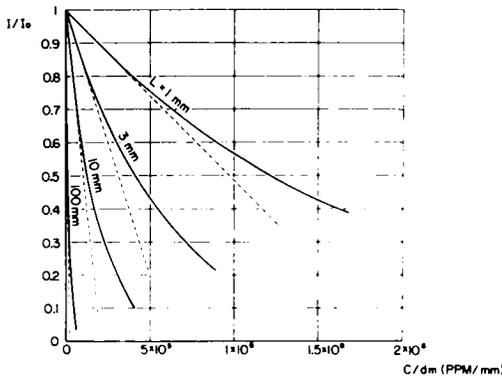


図- II.2.3  $I/I_0 \sim C/d_m$  の関係



写真- II.1 濃度計の全容 (実験室用)

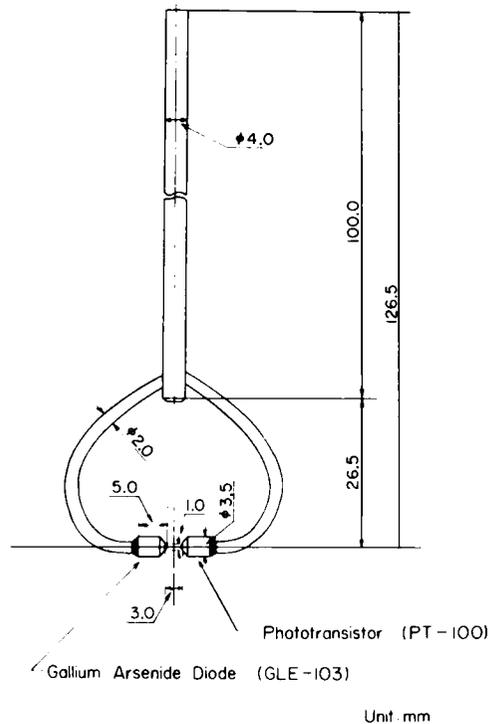


図- II.2.4 受感部の諸元

光源としては、安定でかつ波長  $0.94\mu$  (近赤外) の非常にシャープなスペクトル特性を有し、かつその大きさが小さいことを特徴としているガリウム砒素発光ダイオード (早川電気工業 K. K.) を使用した。また、受光器としてはこの発光ダイオードからの光量を受けるのに適したシャープシリコンホトトランジスタ PT-100 を使用し、受光面における光量の増減を電圧変換し、濃度を計測することにした。光源には定電圧をかけて、光量が一定に保たれるようにするとともに、受光器が飽和しないような光量を与えて、光量と受光器の出力が一对一の対応を保つように注意を払った。出力は直流増幅器を通して、計測に便利なように増幅して記録計に接続した。浮遊砂濃度の測定結果の 1 例を図-Ⅱ.2.5 に示しているが、実験室内ではほぼ初期の目的が達成された。

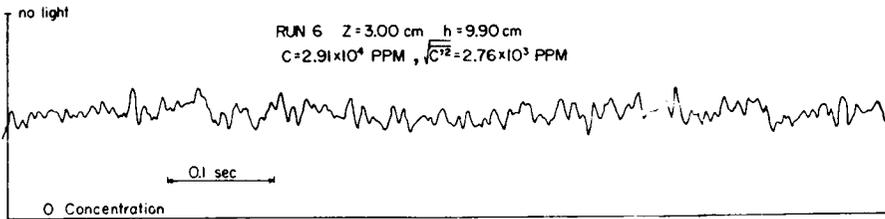


図-Ⅱ.2.5 濃度計で計測した濃度の記録例

### (3) 濃度計の検定

#### (a) 一様砂による検定

濃度計の検定を行なうために、実験水路で濃度計とサイフォン式採水器を近接させ、かつ河床からの高さを同一にして、濃度計測を行なった。使用砂は  $d_m = \sqrt{d_{84} \cdot d_{16}} : 0.097 \text{ mm}$  (A砂) および  $0.034 \text{ mm}$  (B砂),  $\sqrt{d_{84} / d_{16}} : A$  および B 砂とも 1.15 である。これらの砂は  $\sqrt{d_{84} / d_{16}}$  が 1 に近いことから、図-Ⅱ.2.2 を参考にすれば一様とみなせるので、 $C$  を ppm 単位の重量濃度で表わし、 $L = 3 \text{ mm}$ ,  $K = 1$  とすれば、(Ⅱ.2.21) 式は次式のように書ける。

$$\frac{\Delta I}{I_0} = \frac{\Delta V}{V_0} = 1.7 \times 10^{-6} \frac{C}{d_m} \dots\dots\dots (Ⅱ.2.22)$$

ここに、 $\Delta V, V_0 : \Delta I$  および  $I_0$  に対応した出力電圧、 $C/d_m : \text{ppm/mm}$  単位である。

図-Ⅱ.2.6 は採水器で計測した濃度と濃度計によって実測した出力との関係を○印で示すとともに、(Ⅱ.2.22) 式の関係を直線で示したものである。この図から、一様砂では十分な精度で、この濃度計を使用しうることが理解されよう。また、心配されたレンズ面のよごれなども流れの中に挿入しているために生じず、理論式で予測したとおりの結果が得られたことは注目すべきことと言えよう。さらに室内であれば、光源と受光器の距離が小さかつ光量の強度が大きいため、自然光の影響はほとんど問題にならないようである。

(b) 混合砂による検定

混合砂では粒度分布に広がりがあるので、その粒度分布が対数正規分布するとして、(Ⅱ.2.21)式の定数を決定すると次式ようになる。

$$\frac{\Delta V}{V_0} = 1.7 \times 10^{-6} e^{\sigma^2/2} \frac{C}{d_m} \dots\dots\dots (Ⅱ.2.23)$$

実験においては、混合砂をつくるために、A砂とB砂を適当に混ぜて $\sqrt{d_{84}/d_{16}}$ を1.72~3.12まで変化させた。一樣砂の場合と同様に、混合砂における濃度計による実測結果と(Ⅱ.2.23)式の関係と比較したものが図-Ⅱ.2.7である。なお、浮遊砂の粒度分布はV-A-Tube法によって沈降速度を求め、これにStokesおよびAllenの式を適用して計算したものである。これから明らかなように、理論式と実測値とはかなり粒度分布に広がりのある浮遊砂に対しても比較的良好な一致を示すが、一樣砂の場合ほど理論式と実測値との相関はよくない。このことは粒度分布を対数正規分布で近似したことなどが原因と考えられる。

以上述べたように、混合砂に対しても $e^{\sigma^2/2}$ の補正係数を用いれば、一樣砂と同様に濃度の絶対値を測定することができるので、採水器と濃度計と併用すれば精度の高い浮遊砂濃度の観測ができるものと考えられるとともに、このような方法は実河川の浮遊砂濃度計測の自動化に対しても、大いに貢献するものと思われる。(写真-Ⅱ.2参照)

(4) 測定結果

水路幅20cmの循環式水路において、使用砂としてA砂を用い、濃度および流速変動を測定した1例が図-Ⅱ.2.8に自己相関係数として、また図-Ⅱ.2.9に1次元スペクトルとして図示されている。なお、これらの図における流速変動

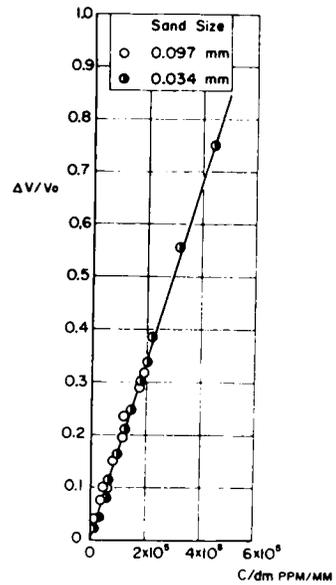


図-Ⅱ.2.6 一樣砂の検定曲線

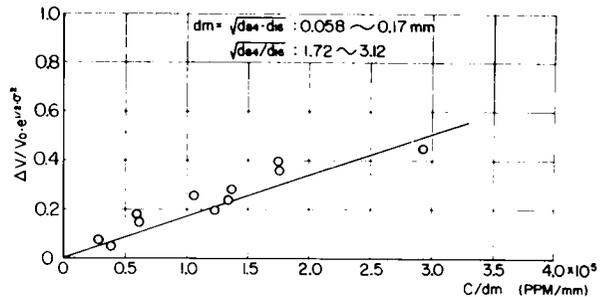


図-Ⅱ.2.7 混合砂の検定曲線

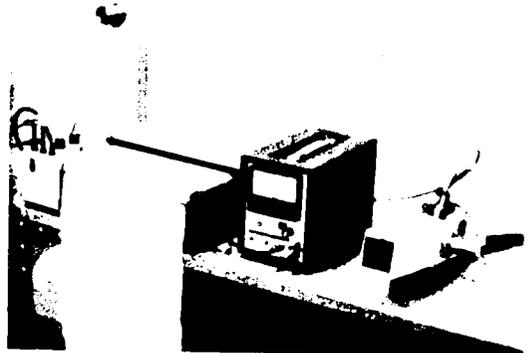


写真-Ⅱ.2 河川用の濃度計

は翼の回転直径2 cmの回転式流速計によって計測した結果である。また、濃度変動は、読み取り時間間隔：0.01秒，データ数：1500個，および流速変動では読み取り間隔：0.05秒，データ数：300個である。

これらの図から明らかなように、濃度変動は流速変動と比較すると、濃度変動の平均スケールは流速変動のそれに比してかなり小さく、またそのスペクトルのこう配もKolmogoroffによって提案された慣性領域における $-\frac{5}{3}$ 乗則よりもゆるくなっておりホワイトノイズ的である。これは使用砂の粒径が非常に小さく、そのため濃度こう配がほとんど形成されていないので、浮遊砂は一様分布していて、あたかも“水によく混合した染料”のような挙動をすることによるものと思われる。したがって、このような場合における採水時間は通常実験室でとられている程度の時間(10秒~20秒)で十分であろう。しかし、河床波が形成されるようなときには、濃度変動はかなり大きくなることも予想されるが、こうした場合の実態も本装置を用いて検討することにより、明らかにされるものと考えられる。

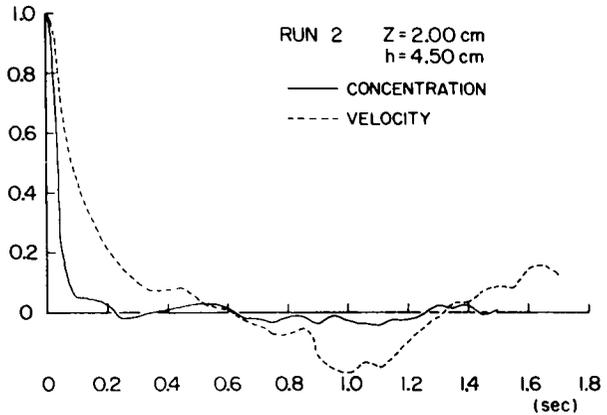


図-Ⅱ.2.8 自己相関係数

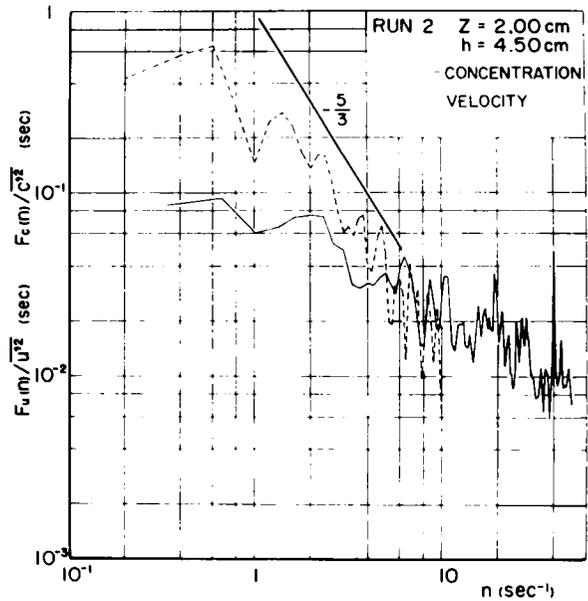


図-Ⅱ.2.9 一次元パワースペクトル

### 第3節 濃度計測に関する計測誤差

#### (1) 採水時間

浮遊砂は乱流によって支配される現象であるので、その濃度は乱流における流速変動と同様に濃度の変動成分を伴っている。浮遊砂の計測において、通常われわれが対象としているのは時間的に平均化された濃度であるので、このような平均濃度を許容しうる誤差の範囲で計測する場合の採水時間、あるいは評価時間について検討することにしよう。

いま、時間的に変動している現象  $f(t)$  の真の平均値  $\bar{f}(t)$  と、 $T_*$  時間の計測からえられる平均値との間には次の関係が成立する。<sup>9)</sup>

$$\sigma^2(T_*) = \left[ \frac{1}{T_*} \int_0^{T_*} f(t+t') dt - \bar{f}(t) \right]^2 = \frac{2\bar{f}'^2}{T_*} \int_0^{T_*} \left(1 - \frac{t}{T_*}\right) R(t) dt \quad \dots \quad (\text{II.2.24})$$

ここに、 $\bar{f}'^2$  :  $\bar{f}(t)$ からの $f(t)$ の分散、 $R(t)$  :  $f(t)$ の自己相関係数である。(II.2.24)式において、 $R(t)$ が0に収束する時間より $T_*$ が大きければ、

$$\sigma^2(T_*) \approx \frac{2\bar{f}'^2}{T_*} T \quad \dots \dots \dots \quad (\text{II.2.25})$$

ここに、 $T = \int_0^\infty R(t) dt$

となる。平均濃度を相対誤差  $\epsilon$  でうるための採水時間は、(II.2.25)式から、

$$T_* \approx 2 \frac{\bar{c}'^2}{c^2} T \frac{1}{\epsilon^2} \quad \dots \dots \dots \quad (\text{II.2.26})$$

となる。ここに、 $\epsilon = \sigma(T_*)/\bar{c}$ である。(II.2.26)式から採水時間を求めるには、 $\bar{c}'^2/c^2$ および濃度の integral time scale が明らかにされていなければならない。しかし、濃度に関するこれらの特性量はほとんど明らかにされていないので、つぎのように考えてその目安を考えることにしよう。いま、濃度が平衡状態にあるとすれば、次式が成立する。

$$-\overline{w'c'} + w_0 \bar{c} = 0 \quad \dots \dots \dots \quad (\text{II.2.27})$$

ここに、 $w_0$  : 粒子の沈降速度である。また、 $\overline{w'c'}$ は

$$\beta_1 = \frac{-\overline{c'w'}}{\sqrt{\overline{c'^2}} \sqrt{\overline{w'^2}}} \quad \dots \dots \dots \quad (\text{II.2.28})$$

のように書けるので、(II.2.27)と(II.2.28)式から、 $\sqrt{\overline{w'^2}} \approx u_*$ として、

$$\frac{\sqrt{\overline{c'^2}}}{\bar{c}} = \frac{w_0}{u_*} \frac{1}{\beta_1} \quad \dots \dots \dots \quad (\text{II.2.29})$$

となる。余越<sup>10)</sup>の河川におけるレイノルズ応力の測定結果では、

$$\beta_2 = \frac{-\overline{u'w'}}{\sqrt{\overline{u'^2}} \sqrt{\overline{w'^2}}} \approx 0.5 \sim 0.6 \quad \dots \dots \dots \quad (\text{II.2.30})$$

の値をとっているのので、レイノルズ相似から $\beta_1 = \beta_2 \approx 0.5 \sim 0.6$ が成立すると仮定して、これと(II.2.29)および(II.2.26)式から、

$$T_* \approx 7 \left( \frac{w_0}{u_*} \right)^2 \frac{T}{\epsilon^2} \dots\dots\dots (11.2.31)$$

となる。さらに、濃度に関する integral time scale が流れの integral time scale  $T_E$  に等しいと仮定すれば、乱れの相似則を用いて次のように表わされる。<sup>11)</sup>

$$\frac{T_E u}{h(u/u_*)} = \frac{T u}{h(u/u_*)} \approx 0.15 \dots\dots\dots (11.2.32)$$

ここに、 $u$  : 局所的平均流速である。(11.2.31)式に(11.2.32)式を適用すれば、

$$T_* \approx 1.05 \left( \frac{w_0}{u_*} \right)^2 \frac{h}{u} \left( \frac{u}{u_*} \right) \frac{1}{\epsilon^2} \dots\dots\dots (11.2.33)$$

となる。したがって、 $w_0/u_*$  が小さい場合には(濃度分布のこう配があまりない場合)、それが大きい場合に比較して短い採水時間で濃度を計測することができる。いま、 $u/u_* = 10$ ,  $w_0/u_* = 0.1$ ,  $h = 2m$ ,  $u = 1m/s$ ,  $\epsilon = 5\%$  とすれば、そのときの採水時間  $T_*$  は、

$$T_* = 1.05 \times (0.1)^2 \times \frac{2}{1} \times 10 \times \frac{1}{(0.05)^2} = 84 \text{ SEC}$$

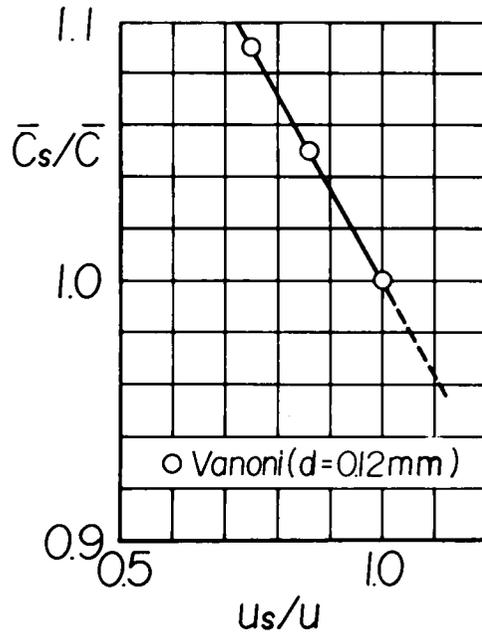
となる。

以上の考察から、wash load のように濃度が一様分布している場合には、採水時間はあまり長くする必要がなく市販されている採水器(採水時間が約10秒程度)で平均濃度が測定できると考えられるが、しかし  $w_0/u_*$  の大きい濃度こう配のある浮遊砂では、市販の採水器では採水時間が短く、濃度のばらつきが大きくなるものと想定される。なお、このような採水時間の問題に関しては鉛直最大乱子の観測時間による変化を検討した余越<sup>10)</sup>の研究がある。

## (2) 採水速度

採水器による濃度測定においては、流速と採水速度の相違によって誤差が生じることがある。図-11.2.10は流速と採水速度  $u_s$  の相違による濃度の変化を示したもので、 $u_s/u = 0.75$  で9%の濃度誤差が生じている。Vanoni<sup>12)</sup>がすでに指摘したように、採水速度が流速よりもおそければ、水流の一部は採水口のまわりを流れるが、砂は慣性が水よりも大きいために、採水口のまわりに進路を変えることが困難となり、真の濃度より大きめの濃度を与えることになる。採水速度が流水よりも早い場合には逆の現象が生じる。このような関係は粒径に強く依存するので、大きい粒子の採水にはとくに注意を必要とする。

また、河床付近では、採水速度が流速よりも大きい場合には、河床砂を吸込むためにとくに注意を必要とし、多少採水速度を流速よりもおそくする方が誤差が生じにくい。



図—II.2.10 採水速度の相違による採水濃度の変化 ( $u_s/u$  : 採水速度と局所的流速の比,  $\bar{c}_s/\bar{c}$  :  $u_s$  に対応した濃度と  $u_s = u$  で採水した濃度の比)

#### 第 4 節 結 語

従来使用されている濃度計測装置の概要を述べ、ついで浮遊砂濃度を光学的に計測する方法およびその原理に基づいて試作された濃度計ならびに採水器による濃度計測の誤差に関して検討してきたが、これらの主要な結果をとりまとめて結語とする。

1) 浮遊砂濃度を連続的に計測する方法として、砂粒子の遮蔽による光量の減少に注目し、一様砂および混合砂の光学的な濃度計測法に関する理論的検討を加えた。その結果、一様砂の浮遊砂では光出力が  $C/d$  のみの関数で表わされるが、混合砂におけるそれは  $c/d_m$  と  $\sqrt{d_{84}/d_{16}}$  の関数となることを明らかにした。

2) こうした原理に基づいて、試作した濃度計によって浮遊砂濃度を計測した結果、一様砂および混合砂に対して誘導された上記のパラメーターを用いれば、本装置により浮遊砂濃度の絶対値が測定されうることを実証的に示した。

3) 浮遊砂濃度を採水法で計測する場合の採水時間に関して若干の検討を加え、濃度こう配がほとんどない場合 (たとえば wash load のような場合)、市販の採水器で採水できるような採水時間をとれば、ほぼ平均濃度を計測しようと考えられるが、一方濃度こう配が大きい場合 ( $w_0/u_* = O(10^{-1})$ ) には、市販の採水器で採水される時間ではあまりに短く、計測濃度のばらつきが顕著に現われるものと想定され

る。このような採水時間に関する一応の目安を与える式を提案した。

以上濃度計測に関して明らかにされたことを列挙してきたが、ここで試作した濃度計を河川に適用する場合の問題点および改良点はつぎのようである。

1) 濃度計測が広範囲の濃度にわたって精度よく行なわれるためには、光源と受光器の距離が可変になるように設計する必要がある。

2) 河川では自然光の影響は無視できないので、自然光を遮断するためのシャッターを取付けなければならない。

3) 濃度の絶対値を計測するには、浮遊砂の粒度分布を知らなければならないので、濃度計と採水器を併用しなければならない。

これらの点を考慮に入れて、本装置を改良すれば、河川の浮遊砂濃度の計測精度を高めるのに十分役立つものと信ずる。

### 参 考 文 献

- 1) 流砂量計開発研究グループ：掃流流砂量測定計器の開発に関する研究，京大防災研究所年報，第14号B，昭46，pp.239-249.
- 2) 京都大学土木会編：土木計測便覧，丸善，昭45，pp.309-310.
- 3) Murphree, C. E., G. C. Bolten, J. R. Mc Henry and D. A. Parsons : Field Test of an X-Ray Sediment Concentration Gauge, Annual ASCE Meeting Madison, Wisconsin, 1966.
- 4) Papadopoulos, S. J. and C. A. Ziegler : Radioisotope Gauge for Monitoring Suspended Sediment Concentration in Rivers and Streams, Div. of Isotopes Development, U. S. Atomic Energy Commission, 1966.
- 5) 本間 仁・堀川清司・間淵昭次：浮遊砂濃度の測定法について，土木学会第18回年次講演会講演概要，第2部，昭38，pp.151-154.
- 6) Bhattacharaya, P. K., J. R. Glover and J. F. Kennedy : An Electro-Optical Probe for Measurement of Suspended Sediment Concentration, Proc. 13th Cong. IAHR, Kyoto, Vol. 2, 1969, pp.241-250.
- 7) 道上正規・白川 清：浮遊砂に関する研究(2) — 濃度の光学的測定法 — ，京大防災研究所年報，第14号B，昭46，pp.251-258.
- 8) 久保輝一郎ら編：粉体 — 理論と応用 — ，丸善，昭37，p.182.
- 9) Lumley, J. L. and H. A. Panofsky : The Structure of Atmospheric Turbulence, John Wiley & Sons, 1964, pp.36-37.
- 10) 余越正一郎：河川乱流に関する基礎的研究，京都大学学位論文，昭45.
- 11) 今本博健：開水路流れにおける乱れの相似性について(第3報)，土木学会第26回年次講演会講演概要，第2部，昭46，pp.223-226.
- 12) Vanoni, V. A. : Transportation of Suspended Sediment by Water, Trans., ASCE, Vol. 111, 1946, pp. 67-133.

### 第3章 浮遊砂の濃度分布特性と浮遊砂量

#### 第1節 概 説

浮遊砂量と水理量の関係を明らかにするには、まずその基礎として、浮遊砂を含む流れの諸特性、たとえば流速分布や乱流構造の濃度による変化を知らなければならない。これらに関する研究で、乱流構造に立入るまでの詳細な実験的裏付けはまだ行なわれていないが、流速分布におけるカルマン定数の濃度による変化特性は、多くの実験的および理論的研究<sup>1)~4)</sup>によって、比較的明らかにされているので、ここではこれらの研究成果を用いて、主として浮遊砂の濃度分布、微細粒子の浮遊砂に及ぼす影響および河床付近の濃度について考察を加え、工学的に強く要望されている浮遊砂量の推定方法の樹立を目的として議論を展開していく。

従来、浮遊砂の濃度分布の基礎方程式は多くの研究者によって取扱われているが、第2節において、固体粒子が流体中に占める空間を考慮した一般的な浮遊砂の濃度に関する拡散方程式を誘導する。つぎに、平衡状態の浮遊砂量を検討するために、濃度分布式において鉛直方向のみを取扱い、これに重要な役割を演ずる鉛直方向の土砂拡散係数に関して、従来の研究を再整理し、それらの間の関係を述べる。

第3節では、平衡状態における鉛直方向の濃度分布に関する実験的な考察を試み、混合砂の濃度分布式としてどのような関数形がもっとも適しているかを実証的に追求する。さらに、このような浮遊砂の粒度分布と河床材料との関係および河床付近からどのように上層に粒度の分散が生じるかを検討し、混合砂の浮遊砂の挙動を明らかにする。

実河川における浮遊砂を測定してみると、河床材料では見られないような微細な粒子が含まれており、この微細粒子の浮遊砂量はその地点の水理量によって規定されるというよりは、流域特性に強く依存していると言われている。したがって、実河川の浮遊形式の流砂は、

- i) 浮遊砂 (Suspended bed-material load)
- ii) Wash load (通常微細粒子)

の2種類に分類され、この wash load の量は通常推定が困難とされている。しかしながら、このような wash load は、いままでは浮遊砂に何ら影響を与えないものとされていたが、わが国の河川における濃度の測定結果から、浮遊形式の流砂のうちで wash load の占める割合が非常に大きいことが判明したので、これが浮遊砂の濃度分布あるいは流速分布にどのような影響を与えるかを、詳細な実験によって第4節で検討する。

第5節では、従来提案されている Lane・Kalinske<sup>5)</sup> および Einstein<sup>6)</sup> の浮遊砂量式の適合性を実験的に検討し、これらの式の難点を指摘すると同時に、浮遊砂量の定式化の基礎とする。ついで、Tchen<sup>7)</sup> によって提案された流体中の粒子の運動方程式を砂粒に適用し、砂粒と水流の乱れに関する追従性を検討するとともに、この成果に基づいて河床付近の濃度に関する考察を試みる。これらの成果および前節で得られた結果を用いて、移動床における浮遊砂量の推定方法の樹立を目的として考察を進めていく。

## 第 2 節 濃度分布の基礎方程式

従来の浮遊砂の濃度分布に関する基礎方程式の誘導方法は次の2つに大別される。

1) 通常用いられている流体の質量保存則と、流体と浮遊粒子の相対速度のみを考慮した浮遊砂の質量保存則とを連立する方法。<sup>8)</sup>

2) 固体粒子が流体中に占める空間を考慮して、流体成分と浮遊砂成分のそれぞれについて質量保存則を立て、これらを連立する方法。<sup>9)~11)</sup>

通常われわれが浮遊砂の濃度分布(たとえば貯水池中の濃度分布あるいは非平衡状態の濃度分布)を取扱う場合は、前者の方法によって誘導された基礎式で十分であるが、浮遊砂濃度の高い場合においては、後者の方法がより合理的であると考えられるので、ここでは後者の方法に従って検討を進めよう。

流体成分および浮遊砂成分に質量保存則を適用すれば、

$$\frac{\partial(1-c)\rho}{\partial t} + \frac{\partial(1-c)\rho u_f}{\partial x} + \frac{\partial(1-c)\rho v_f}{\partial y} + \frac{\partial(1-c)\rho w_f}{\partial z} = 0 \quad \dots\dots\dots (\text{II.3.1})$$

$$\frac{\partial c\sigma}{\partial t} + \frac{\partial c\sigma u_p}{\partial x} + \frac{\partial c\sigma v_p}{\partial y} + \frac{\partial c\sigma w_p}{\partial z} = 0 \quad \dots\dots\dots (\text{II.3.2})$$

と書くことができる。ここに、 $t$ :時間,  $x, y, z$ :流れ方向, 横方向および鉛直方向の座標軸,  $u, v, w$ :各座標軸方向の速度成分,  $c$ :浮遊砂の体積濃度,  $\rho, \sigma$ :流体および砂の密度, 添字  $f, p$ :それぞれ流体および浮遊砂成分に対するものを表わしている。

乱流状態における流体の拡散方程式は、(II.3.1)式において、時間平均値と変動値とにわけて時間平均操作をすれば得られる。すなわち、

$$c = \bar{c} + c', \quad u_f = \bar{u}_f + u'_f, \quad v_f = \bar{v}_f + v'_f, \quad w = \bar{w}_f + w'_f$$

とにおいて、これを(II.3.1)式に代入して時間平均操作をすれば、

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{c}}{\partial t} + \bar{u}_f \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} + \bar{v}_f \frac{\partial \bar{c}}{\partial y} + \bar{w}_f \frac{\partial \bar{c}}{\partial z} &= (1-\bar{c}) \left\{ \frac{\partial \bar{u}_f}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}_f}{\partial y} + \frac{\partial \bar{w}_f}{\partial z} \right\} \\ &- \left\{ \frac{\partial \bar{c}'u'_f}{\partial x} + \frac{\partial \bar{c}'v'_f}{\partial y} + \frac{\partial \bar{c}'w'_f}{\partial z} \right\} \quad \dots\dots\dots (\text{II.3.3}) \end{aligned}$$

のように表わされる。また、これと同様に浮遊砂成分に関しても、次式のように書ける。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{c}}{\partial t} + \bar{u}_p \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} + \bar{v}_p \frac{\partial \bar{c}}{\partial y} + \bar{w}_p \frac{\partial \bar{c}}{\partial z} &= -\bar{c} \left\{ \frac{\partial \bar{u}_p}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}_p}{\partial y} + \frac{\partial \bar{w}_p}{\partial z} \right\} \\ &- \left\{ \frac{\partial \bar{c}'u'_p}{\partial x} + \frac{\partial \bar{c}'v'_p}{\partial y} + \frac{\partial \bar{c}'w'_p}{\partial z} \right\} \quad \dots\dots\dots (\text{II.3.4}) \end{aligned}$$

(Ⅱ.3.3)と(Ⅱ.3.4)式において、まず問題としなければならないものとして、流体と浮遊砂の速度成分の関係である。乱流状態に置かれた粒子の速度は、流体と粒子の相互干渉の結果として表わされなければならないが、粒子径が小さい場合は Stokes の抵抗則が適用できるので、粒子の平均速度は次のように表わされるものと考えことにしよう。

$$\bar{u}_p = \bar{u}_f - u_0, \quad \bar{v}_p = \bar{v}_f - v_0, \quad \bar{w}_p = \bar{w}_f - w_0 \quad \dots\dots\dots (Ⅱ.3.5)$$

ここに、 $u_0, v_0, w_0$ : 浮遊砂の各座標成分の沈降速度である。ただし、(Ⅱ.3.5)式の沈降速度は、浮遊砂が存在する場の沈降速度を表わしており、これに関しては後節で詳述するが、濃度が低い場合はこれらの値は静水中の沈降速度と同等であると考えられる。次に濃度変動と流体および浮遊砂の変動速度との間の相関は Prandtl の混合長理論を適用すれば、

$$\begin{aligned} -\overline{c'u'_f} &= \epsilon_{wx} \frac{\partial \bar{c}}{\partial x}, & -\overline{c'v'_f} &= \epsilon_{wy} \frac{\partial \bar{c}}{\partial y}, & -\overline{c'w'_f} &= \epsilon_{wz} \frac{\partial \bar{c}}{\partial z} \\ -\overline{c'u'_p} &= \epsilon_{sx} \frac{\partial \bar{c}}{\partial x}, & -\overline{c'v'_p} &= \epsilon_{sy} \frac{\partial \bar{c}}{\partial y}, & -\overline{c'w'_p} &= \epsilon_{sz} \frac{\partial \bar{c}}{\partial z} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (Ⅱ.3.6)$$

のように書くことができる。(Ⅱ.3.5)および(Ⅱ.3.6)式を(Ⅱ.3.3)と(Ⅱ.3.4)式に代入して、両式から、

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{u}_f}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}_f}{\partial y} + \frac{\partial \bar{w}_f}{\partial z} &= u_0 \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} + v_0 \frac{\partial \bar{c}}{\partial y} + w_0 \frac{\partial \bar{c}}{\partial z} \\ + \frac{\partial}{\partial x} \{ (\epsilon_{sx} - \epsilon_{wx}) \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} \} &+ \frac{\partial}{\partial y} \{ (\epsilon_{sy} - \epsilon_{wy}) \frac{\partial \bar{c}}{\partial y} \} + \frac{\partial}{\partial z} \{ (\epsilon_{sz} - \epsilon_{wz}) \frac{\partial \bar{c}}{\partial z} \} \end{aligned} \quad (Ⅱ.3.7)$$

の関係をうる。この関係は、清水の連続式とは粒子の影響を考慮しているために相違している。さらに、(Ⅱ.3.7)式を(Ⅱ.3.3)式に適用して次の関係をうる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{c}}{\partial t} + \bar{u}_f \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} + \bar{v}_f \frac{\partial \bar{c}}{\partial y} + \bar{w}_f \frac{\partial \bar{c}}{\partial z} &= (1-\bar{c}) \left\{ u_0 \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} + v_0 \frac{\partial \bar{c}}{\partial y} + w_0 \frac{\partial \bar{c}}{\partial z} \right\} \\ + (1-\bar{c}) \left\{ \frac{\partial}{\partial x} (\epsilon_{sx} \frac{\partial \bar{c}}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (\epsilon_{sy} \frac{\partial \bar{c}}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z} (\epsilon_{sz} \frac{\partial \bar{c}}{\partial z}) \right\} \\ + \bar{c} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} (\epsilon_{wx} \frac{\partial \bar{c}}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (\epsilon_{wy} \frac{\partial \bar{c}}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z} (\epsilon_{wz} \frac{\partial \bar{c}}{\partial z}) \right\} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (Ⅱ.3.8)$$

いま、われわれが対象としている濃度は通常  $\bar{c} \ll 1$  の条件を満足しており、かつ  $\epsilon_s \approx \epsilon_w$  であるとすれば、(Ⅱ.3.8)式は1)の取扱いとまったく同じようになり、

$$\frac{\partial \bar{c}}{\partial t} + \bar{u}_f \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} + \bar{v}_f \frac{\partial \bar{c}}{\partial y} + \bar{w}_f \frac{\partial \bar{c}}{\partial z} = u_0 \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} + v_0 \frac{\partial \bar{c}}{\partial y} + w_0 \frac{\partial \bar{c}}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} (\epsilon_{s,x} \frac{\partial \bar{c}}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (\epsilon_{s,y} \frac{\partial \bar{c}}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z} (\epsilon_{s,z} \frac{\partial \bar{c}}{\partial z}) \quad \text{..... (II.3.9)}$$

のように書ける。

さらに、ここでは平衡状態の濃度分布を取扱うことにすれば、 $\partial/\partial t$ ,  $\partial/\partial x$ ,  $\partial/\partial y$ の項が0でかつ $\bar{w}_f \Rightarrow 0$ と仮定して、周知の濃度分布に関する鉛直成分のみの基礎方程式が次のように得られる。

$$\epsilon_s \frac{dC}{dz} + w_0 C = 0 \quad \text{..... (II.3.10)}$$

ただし、記号を簡略化するために、 $\bar{c} = C$ ,  $\epsilon_{s,z} = \epsilon_s$ と書かれている。

平衡状態のz方向の濃度分布は、土砂拡散係数が与えられると、ただちに(II.3.10)式より求められるが、これを力学的に決定するためには、濃度変動と速度変動の相関を測定しなければならない。しかし、一般には $\epsilon_s$ が Reynolds 相似により渦動粘性係数に比例するとして、

$$\epsilon_s = \beta \epsilon \quad \text{..... (II.3.11)}$$

のように表わされるものとする。ここに、 $\beta$ : 比例定数である。 $\epsilon$ は渦動粘性係数で流速分布形に対応した数だけ関数形が存在し、したがって $\epsilon_s$ も多種多様のものが考えられるが、主な $\epsilon_s$ に対する濃度分布形が表-II.3.1に示されている。

表-II.3.1 濃度分布を表わす主な式形

No	Investigators	Diffusion Coefficient	Concentration Distribution
1	Rouse (1937) <sup>12)</sup>	$\frac{\epsilon_s}{\beta \kappa u_* h} = \left(\frac{z}{h}\right) \left(1 - \frac{z}{h}\right)$	$\frac{C}{C_a} = \left(\frac{h-z}{z} \frac{a}{h-a}\right)^Z$
2	Lane-Kalinske <sup>13)</sup> (1941)	$\frac{\epsilon_s}{\beta \kappa u_* h} = \frac{1}{6}$	$\frac{C}{C_a} = \exp \left\{-6Z \frac{(z-a)}{h}\right\}$
3	Zagustin (1968) <sup>14)</sup>	$\frac{\epsilon_s}{\beta \kappa u_* h} = \frac{1}{3} \left(1 - \frac{z}{h}\right) \left\{1 - \left(1 - \frac{z}{h}\right)^3\right\}$	$\frac{C}{C_a} = \exp \left\{-Z (\psi - \psi_a)\right\}$

$$Z = \frac{w_0}{\beta \kappa u_*}$$

$$\psi = \frac{1}{2} \ln \frac{\left[\left(1 - z/h\right)^{3/2} + 1\right] \left[\left(1 - z/h\right)^{1/2} - 1\right]^3}{\left[\left(1 - z/h\right)^{3/2} - 1\right] \left[\left(1 - z/h\right)^{1/2} + 1\right]^3} - \sqrt{3} \arctan \left[3 \left(1 - z/h\right)\right]^{1/2} / (z/h)$$

$\psi_a$ : The value of  $z = a$  in  $\psi$ .

このような濃度分布式に対して、工学的側面から要求される事項としては、まず正確に濃度分布を示し、かつ簡単な式形であることが重役である。図-Ⅱ.3.1に示すように Rouse および Zagustin の濃度分布式は水面近傍を除くと同じような性状を呈しているので、簡単な式形である Rouse の式の方が有用であると言えよう。一方、Rouse あるいは Zagustin の式と Lane・Kalinske の式を比較すると、 $z \leq 0.6h$  の範囲において後者は前者の式からはずれ、 $Z$ の値の増加にともなって、そのずれの度合は大きくなる。この結果から、ただちどの式形が最もすぐれているかは判明しないので、次節で実験的に濃度分布の関数形を決定することにしよう。

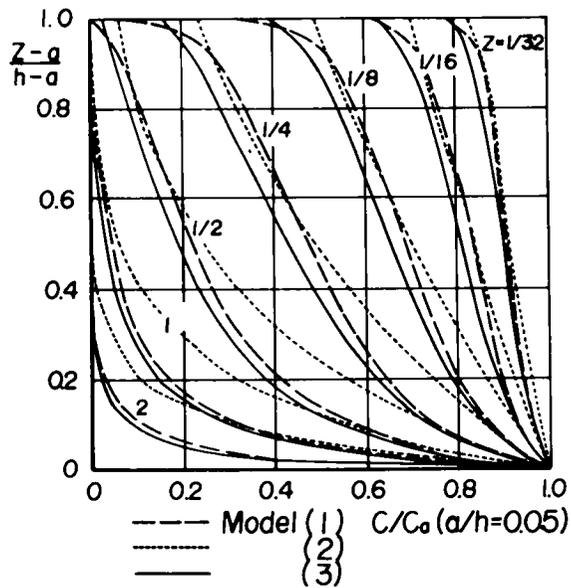


図-Ⅱ.3.1 濃度分布式の比較

### 第 3 節 濃度分布に関する実験的考察<sup>15), 16)</sup>

#### (1) 実験装置と実験方法

##### (a) 実験装置

実験は水路幅 40 cm、長さ 50 m の長方形断面のモルタル仕上げ水路および水路幅 20 cm、長さ 13 m の長方形断面の鋼製水路にて行なわれた。流量は上流部に設置された検定堰の越流水深の計測から求められた。河床は 10 数 cm の厚さに砂を一様に敷きならし、河床砂と同一の砂を上流端のスクリー方式の給砂器によって補給し、実験期間中河床こう配が変化しないように考慮した。実験に使用した砂は、図-Ⅱ.3.2 に示されている。なお、Sand D はこの図に示されていないが、中央粒径が 1.77 mm の粗砂である。

浮遊砂の採水は、2 mm × 30 mm の長方形断面の真ちゅう製のパイプに、内径 8 mm のビニールパイプをつないだサイフォン方式の採水器で行なわれた。この方式による浮遊砂の採水に際して、第 2 章で述べたように、採水位置での流水の速度と採水速度ができるだけ一致するよう注意を払った。ま

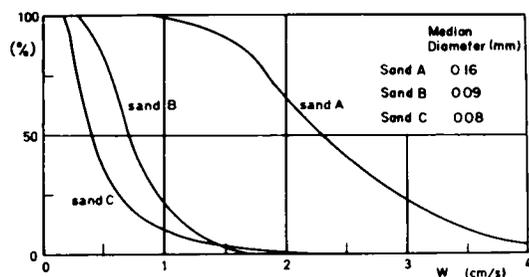


図-Ⅱ.3.2 使用砂の粒度分布

Sand A : 水温 20°C

Sand B : 水温 20°C

Sand C : 水温 8°C

た、浮遊砂のように乱流中での砂の挙動を取扱う場合には、砂の沈降速度が非常に重要な意義を持つと考えられるので、この実験においては、砂の粒度分析は V・A—Tube 法によって沈降分析された。流速の測定は、敏速に行なう必要があったので、最大測定範囲 20 g/cm<sup>2</sup> の差圧計を用いて行なわれた。

(b) 実験方法

実験条件は表一Ⅱ.3.2に要約されている。水位は水路中央部に沿って、Run 1～4では縦断方向に 2 m 間隔、Run 6～12では、0.5 m 間隔にポイントゲージで測定された。河床に関しては、縦断方向には水位と同じ間隔に、横断方向には各実験とも 3 点測定し、それらを平均して平均河床高とすることにした。濃度分布の測定は、通水前にあらかじめ河床に最も接近した所定の位置に、浮遊砂採水器を設置し、通水後水位の変化がなくなってから、この位置から水面に向かって順次採水器を上げて、所定の高さの浮遊砂を採水することによって行なわれた。とくに、河床付近の浮遊砂を採水する場合、河床砂を吸いこまないように注意しながら、河床付近の濃度を測定した。また、このようにして得られた浮遊砂は、乾燥後 0.1 mg まで計測できる天秤で重量が測定されて、濃度が求められるとともに、その沈降速度も V・A—Tube 法によって算出された。

表一Ⅱ.3.2 実験条件

Run No.	Discharge 1/s	Channel Width cm	Supplied Sediment Dis. gr/s	Supplied Material	Bed Material
1	10	40	32.3	Sand A	Sand A
2	18	40	60	Sand A	Sand A
3	10	40	50	Sand B	Sand B
4	10	40	77.5	Sand A 50 % Sand B 50 %	Sand A 50 % Sand B 50 %
6	2	20	10	Sand C	Sand C
7	2	20	4.9	Sand A	Sand A
9	3.5	20	12	Sand A	Sand A
10	2.5	20	4	Sand A	Sand A 45 % Sand D 55 %
11	2.5	20	10.5	Sand A	Sand A 80 % Sand D 20 %
12	2.5	20	6.7	Sand A	Sand A 63 % Sand D 37 %

(2) 粒径別の濃度分布

表一Ⅱ.3.2の条件下で行なった各実験結果の主な水理量は表一Ⅱ.3.3に示されている。Run 1, 2の Manning の粗度係数が非常に小さくなっているのは、河床状態が upper flow regime に属しており、flat bedあるいは standing wave が形成されていたことによる。一方、Run 3～6, 11, 12の  $n$  が大きくなっているのは、河床状態が lower flow regime に属し、duneが発達していたことによる。そ

表-Ⅱ.3.3 実験結果の概要

Run No.	Depth cm	Slope	Shear Velocity cm/s	Mean Velocity cm/s	Manning's Coeff.	Froude No.	Water temp. °C
1	4.20	0.00405	4.08	62.6	0.0114	1.07	20
2	7.05	0.00234	4.02	63.8	0.0106	0.90	20
3	8.11	0.00263	4.58	30.9	0.0249	0.41	16
4	8.21	0.00269	4.66	30.5	0.0255	0.41	18
6	5.28	0.00358	4.30	17.7	0.0377	0.29	8
7	4.71	0.00500	4.80	21.2	0.0335	0.38	5
9	6.50	0.00588	6.12	26.9	0.0305	0.43	5
10	3.77	0.00340	3.55	33.2	0.0177	0.64	7
11	4.00	0.00541	4.60	31.3	0.0221	0.58	7
12	4.00	0.00451	4.20	31.3	0.0205	0.58	7

の dune の高さは 1~2.5 cm, その移動速度は約 1 cm/min. であった。Run10 は河床に移動しない砂が約 50% 割合で敷かれていたの、 dune の発生が見られず、その粗度係数も比較的小さくなっている。

第 2 節で述べたように、Rouse の式と Zagustin の式との間には大きな差異は見られないので、ここでは簡単な式形の Rouse の式と Lane・Kalinske の式とを実験的に比較検討する。2 つのモデルの濃度分布形は、それぞれ次のように書ける。

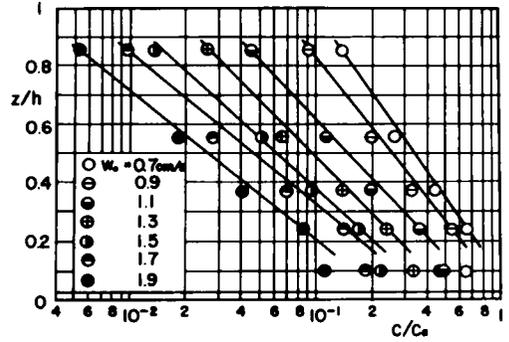
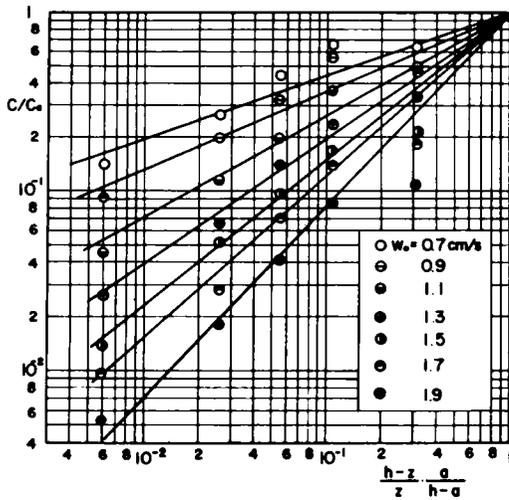
$$\frac{C}{C_a} = \left( \frac{h-z}{z} \frac{a}{h-a} \right)^Z \dots\dots\dots (Ⅱ.3.12)$$

$$\frac{C}{C_a} = \exp \left\{ -6Z \frac{z-a}{h} \right\} \dots\dots\dots (Ⅱ.3.13)$$

ここに、 $Z = w_0 / \beta \kappa u_*$  である。上式は一様砂に対する濃度分布式であるが、これを混合砂に対して適用できるものとしよう。

片対数紙上に  $\ln C$  と  $z$  をとって濃度をプロットして直線が得られるようであれば、濃度分布は(Ⅱ.3.13)式で示されることになり、また両対数紙上で  $C$  と  $z$  の関係が直線性を示せば、濃度分布は(Ⅱ.3.12)式によって表わされることが期待される。これらの関係を検討するために、図-Ⅱ.3.3 および 4 に実験結果の数例を示している。図-Ⅱ.3.3 は河床形状が flat bed の場合であるが、図-Ⅱ.3.4 は河床に dune が発達した場合のものである。なお、図中の沈降速度は浮遊砂の沈降速度分布を 0.2cm/s 間隔に分割し、その両端の沈降速度の平均値で示したものである。その際の浮遊砂の粒度分布は、河床砂を基準にして行なわれた。

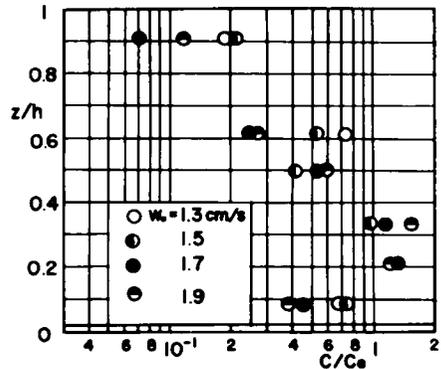
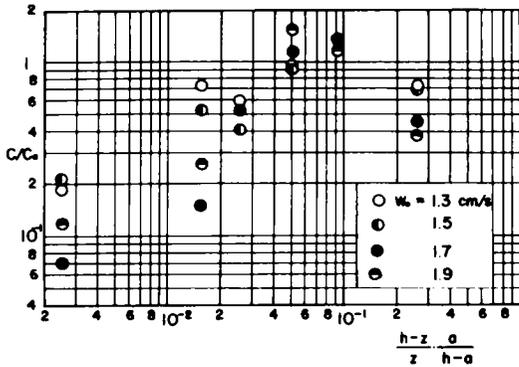
実験値のばらつきは多少みられるが、flat bed の場合には、両対数紙上で整理した実験値の方が、片対数紙上のそれよりも比較的直線性が成立するようである。また、沈降速度ごとの濃度こう配をみると、



(a)

(b)

図-11.3.3 Flat Bed 上の濃度分布 (Run 2)



(a)

(b)

図-11.3.4 Dune Bed 上の濃度分布

両対数紙上におけるプロットの結果の方が、理論式の濃度こう配により近い関係にある。したがって、河床形状が flat bed の場合の濃度分布は、(11.3.12)式の表現の方がより適切である。つぎに、河床に dune が発達し、河床形状の凹凸が顕著な場合には、濃度のばらつきが大きかったり、河床からある高さまでは一定で、その点から鉛直方向に減少しているものなどがあり、濃度分布は一定の傾向を示さない。これは河床の不規則性によって誘起される濃度変動、採砂中に基準とする河床高が変化すること、および土砂拡散係数の場所的变化に起因するものと考えられる。したがって、ここでの濃度分布形に関しては、flat bed の場合に限って述べることにする。図-11.3.5は図-11.3.3(a)の濃度分布形から求めた

こう配  $Z_1$  と沈降速度  $w_0$  の関係を示したものである。この図から明らかなように、実験値から求めた  $Z_1$  と  $w_0$  は直線関係にあり、カルマン定数の変化を志村の式<sup>3)</sup>で計算した値を用いれば、図中に示すように  $\beta \approx 1.2$  となる。この値は椿<sup>17)</sup>によって提案されたものと一致している。志村のカルマン定数の濃度による変化の式を参考のために上げると次のようである。

$$\frac{1}{\kappa} = \frac{1}{\kappa_0} + \frac{4.8C(\sigma - \rho)g w_0(h - \delta)}{\rho u_*^3 (2.3 \log_{10} \frac{h}{\delta} - 1)}$$

…………… (II.3.14)

ここに、 $\kappa_0$  : 清水のカルマン定数、 $\delta$  : 粘性底層の厚さである。

以上本実験のような細砂に対しては、濃度分布形は (II.3.12) 式で表示され、かつ混合砂に対しても粒径ごとに、(II.3.12) 式を適用すれば、濃度分布形が得られることが実験的に検証されるとともに、 $Z = w_0 / \beta \kappa u_*$  の定数  $\beta$  は約 1.2 になることが判明した。この関係は粒径の大きい粗砂に対してまだ明らかにされていないとは言えないので、この点に関しては実河川での測定が必要であると考えられる。

### (3) 浮遊砂の粒度分布

浮遊砂の鉛直方向の粒度分布と河床砂のそれを表わしたものが図-II.3.6である。乱れの強さが同じ程度するとき、河床砂の沈降速度が大きい場合に浮遊砂は河床面からの高さに応じて順次ふるい分けられ、一方沈降速度が小さい場合には、河床面からの高さによる浮遊砂の粒度分布の相違はほとんど見られない。また、 $z/h$  が非常に小さいところでは、浮遊砂の粒度分布は河床砂のそれにほぼ等しくなっている。移動限界流速以上の流れでは、河床から数倍程度の高さの粒度分布は、河床砂のそれとほぼ一致し、掃流砂と河床砂の粒度分布が等しくなることを示唆していると言えよう。

いま、このような粒度分布を濃度分布を

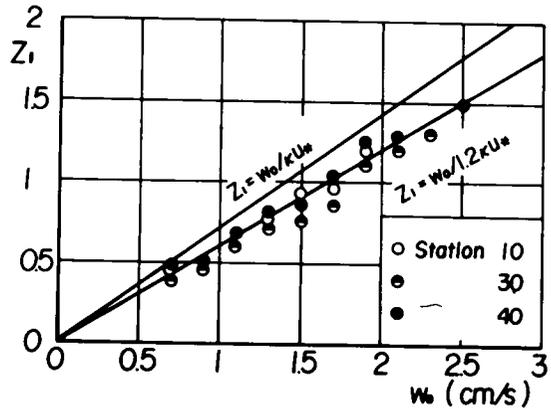
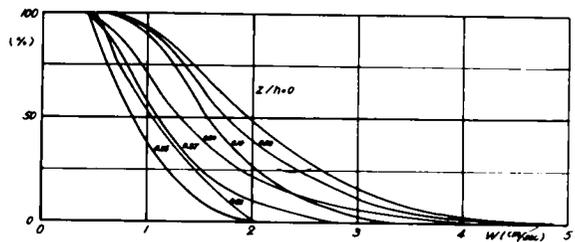
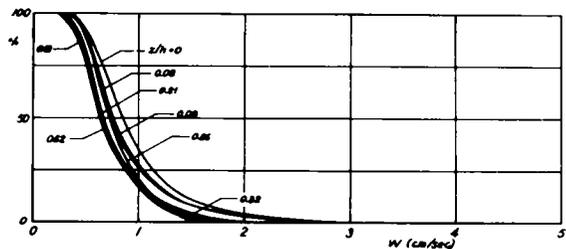


図-II.3.5  $Z_1$  と  $w_0$  の関係



(a)



(b)

図-II.3.6 浮遊砂の粒度分布

表わす(Ⅱ.3.12)式で表示することにしよう。混合砂の各粒径ごとの濃度分布を沈降速度  $w_i$  ごとに表示すれば、

$$\frac{C_i}{C_{ai}} = \left( \frac{h-z}{z} \frac{a}{h-a} \right)^{Z_i} \dots\dots\dots (Ⅱ.3.12)'$$

ただし、 $Z_i = w_i / \beta \kappa u_*$

のようになる。沈降速度  $w_i$  の浮遊砂の粒度分布  $f(w_i)$  は、 $f(w_i) = C_i / \sum C_i$  で表わされるので、(Ⅱ.3.12)'を用いて鉛直方向における浮遊砂の粒度分布を求めると、次式のように書ける。

$$f_z(w_i) = \frac{C_{ai} \left( \frac{h-z}{z} \frac{a}{h-a} \right)^{Z_i}}{\sum_i C_{ai} \left( \frac{h-z}{z} \frac{a}{h-a} \right)^{Z_i}} \dots\dots\dots (Ⅱ.3.15)$$

基準高さ  $a$  における浮遊砂の粒度分布を  $f_a(w_i)$ 、河床砂のそれを  $f_b(w_i)$  で表わすことにしよう。先述したように、河床砂がすべて移動の状態におかれているような場合には、 $f_a(w_i) = f_b(w_i)$  の関係が成立する。この場合、河床付近の高さ  $a$  は  $0.05h \sim 0.1h$  程度で、われわれの測定するもっとも小さな値を対象としている。以上から  $z$  方向の浮遊砂の粒度分布は、つぎのように表わされる。

$$\frac{w_i}{u_*} < \alpha ; \quad f_z(w_i) = \frac{f_b(w_i) \left( \frac{h-z}{z} \frac{a}{h-a} \right)^{Z_i}}{\sum_i f_b(w_i) \left( \frac{h-z}{z} \frac{a}{h-a} \right)^{Z_i}} \dots\dots\dots (Ⅱ.3.16)$$

$$\frac{w_i}{u_*} \geq \alpha ; \quad f_z(w_i) = 0$$

ここに、 $\alpha$  は浮遊限界を表わす重要な値であるが、現状においては、その正確な数値はわかっていない。種々の実験結果から判断すると、 $\alpha = 0.7 \sim 1$  程度であるとみなされる。

図-Ⅱ.3.7は河床のすべての砂粒子に対して、 $w_i / u_* < \alpha$  が満足されるような状態の浮遊砂の粒度分布の実験値と計算値を比較したものである。このような状態では、河床砂と河床付近の浮遊砂との粒度分布はよく一致しており、 $f_a(w_i) = f_b(w_i)$  の仮定が妥当であることを示している。また、計算値と実験値は比較的良好に一致しており、鉛直方向の粒度特性の変化がこの図から理解される。すなわち、河床からの距離の増加に伴って、浮遊砂の粒度はしだいに小さくなり、モードの位置も河床砂のそれとはかなり相違している。さらに、モードの相対的割合は、河床からの距離の増加とともに大きくなり、粒度の均一化が生じている。

一方、すべての河床砂に対して  $w_i / u_* < \alpha$  が成立しないような場合の結果が図-Ⅱ.3.8に示されている。この状態では、明らかに  $f_a(w_i) \neq f_b(w_i)$  となって、実験結果も浮遊砂の粒度分布と河床砂のそれとの相違を示している。ここでは、浮遊限界を表示する  $\alpha$  の値が重要な役割を演じ、これはあたかもフィルターのような働きをする。これを明らかにするには、浮遊限界近傍における実験データの集積とと

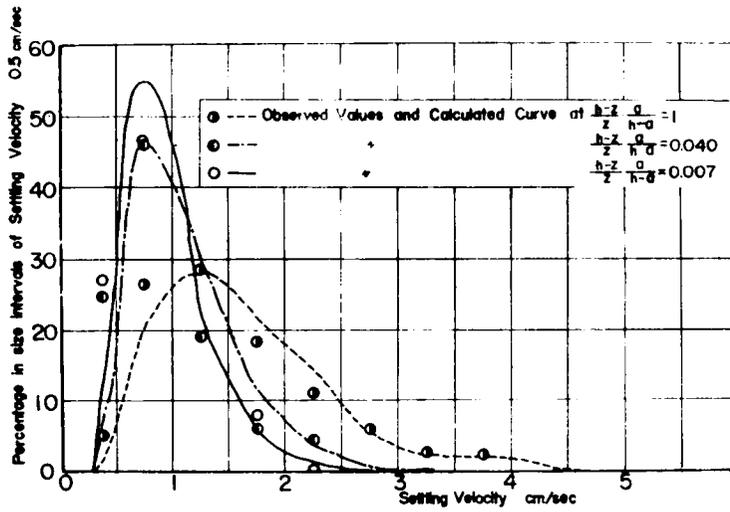


図-Ⅱ.3.7 浮遊砂の粒度分布と計算値の比較  
 ( $w_i/u_* < \alpha$ )

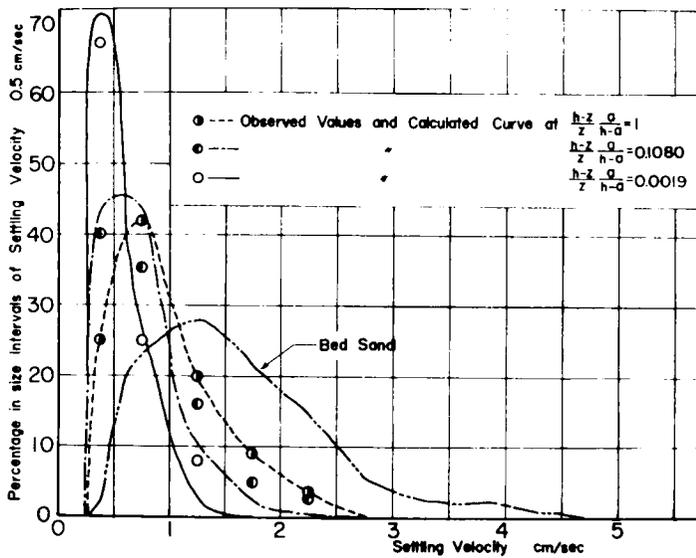


図-Ⅱ.3.8 浮遊砂の粒度分布と計算値の比較  
 (一部  $w_i/u_* \geq \alpha$  の砂を含む)

もに、流れの乱流構造と粒子運動との関連が検討されなければならないであろう。いま、図-Ⅱ.3.8から $\alpha$ の値を求めると0.7程度になるようであるが、現状では $\alpha=0.7\sim 1$ 程度と考える方がよいように思われる。したがって、ここでは河床付近の浮遊砂の粒度分布を与えて、それより上方の粒度分布を(Ⅱ.3.16)式によって計算した結果が図-Ⅱ.3.8に示されている。実験値と計算値は比較的よく一致しており、浮遊砂の粒度分布の鉛直方向の変化は拡散現象によって表わされることが理解されよう。

以上の結果から、すべての河床砂が浮遊しうる状態にあるときには、(Ⅱ.3.12)'式の濃度分布式が成立するものと考えられる。しかしながら、河床砂の中に浮遊限界以下の砂が存在する場合には、混合砂の特性と関連して浮遊限界の明確な把握が必要であり、こうした浮遊限界の値を用いて(Ⅱ.3.12)'式の適用を行えば、この場合においても粒度分布の考察から、(Ⅱ.3.12)'式が濃度分布式として成立することがわかる。

#### 第 4 節 微細粒子の浮遊砂に及ぼす影響<sup>18)</sup>

洪水時における河川の浮遊形式の流砂量を測定したとき、この流砂量の中で wash load の占める割合は、わが国の河川においてはとくに大きくなっている。このような wash load の量は、流域の地質や裸地面積の程度および流出形態によって支配されると考えられるので、これを推定することは、現在非常に困難である。しかし、もしこうした wash load の量が与えられた場合、これが河床材料からなる浮遊砂 (suspended bed-material load) や流れに対して何ら影響を及ぼさないものであろうか。

従来、wash load に関する研究は数少ないが、吉川・福岡<sup>19)</sup>によれば wash load の増加に伴って、流速分布におけるカルマン定数は減少し、浮遊砂量が増加するという実験事実が提示された。これに関する理論的な解釈はまだ十分とは言えないので、著者は河川の wash load になるような粒径(約0.06 mm 以下)の微細粒子を含む流れの特性および浮遊砂の濃度分布特性を測定することによって、wash load の水理学的な役割を明らかにする。

##### (1) 実験装置と実験方法

実験は水路幅20 cm、長さ20 mの循環式水路で行なわれ、種々の測定はすべて水路中央部でなされた。浮遊砂および wash load の濃度計測は第3節で述べた2×30 mmの長方形断面のサイフォン式採水器を

表Ⅱ.3.4 使用砂の特性

	$\sigma$ ( $g/l/cm^3$ )	$d_{50}$ (mm)	$\sqrt{d_{84}/d_{16}}$	$w_0$ ( $cm/s \cdot 8^\circ C$ )
Sand A	2.71	0.24	1.28	2.43
Sand B	2.60	0.15	1.48	1.34
Sand C	2.38	0.036	1.28	0.0687

用いて行なわれ、一方流速分布は外径3mmで内径2mmのピトー管を用い、これを差圧計につないで計測された。使用砂の粒度分布は図-Ⅱ.3.9に示されており、Sand Cが微細粒子となる材料である。また、微細粒子を含む流体の見かけ粘性係数の計測は毛細管粘度計を用いてなされた。

(2) 微細粒子を含む流体中の砂粒子の沈降速度  
 粒子を含む流れにおける見かけ粘性係数の増大に関して、Einsteinは理論を展開し、次式のような単純な関数形を誘導したことは周知のとおりである。

$$\frac{\mu_c}{\mu_0} = 1 + 2.5 C \quad \dots\dots\dots (Ⅱ.3.16)$$

ここに、 $\mu_c$ 、 $\mu_0$ ：それぞれ容積濃度 $C$ の見かけ粘性係数および清水の粘性係数である。その後、これに関する多くの実験が行なわれ、(Ⅱ.3.16)式の濃度に関する高次の項を付加した修正式が種々提案されている。しかしながら、粘土やシルトのような微細な土粒子を含む流体では、粒子間に働く電気化学的な作用によってフロックが形成され、大同<sup>20)</sup>によって指摘されたように、Einsteinの理論あるいはそれを修正した式ではとうてい説明できない程、粘性が増加する。森・乙竹<sup>21)</sup>の考え方を発展させて、大同は粘土やシルトを含む流体の粘性係数を次式のように表わした。

$$\frac{\mu_c}{\mu_0} = 1 + \frac{3}{(1/\beta_s C_w - 1/0.52)} \quad \dots\dots\dots (Ⅱ.3.17)$$

ここに、 $\beta_s$ ：比例定数、 $C_w$ ：微細粒子の容積濃度である。いま、従来の研究を参考にして、 $\beta_s = 2$ と仮定すれば、(Ⅱ.3.17)式から濃度の変化による粘性係数の性状が知れる。図-Ⅱ.3.10は(Ⅱ.3.17)式と2種類の材料に対する比粘度を比較したものである。 $\beta_s = 2$ の値は、Sand Cに対する粘度特性を非常によく表わしているが、大戸川流域(流域の地質は花崗岩の風化土からなる)の山腹から採取した53 $\mu$ 以下のシルトに対しては若干小さすぎるようである。このことは土壤の化学的成分の割合によって $\beta_s$ の値が

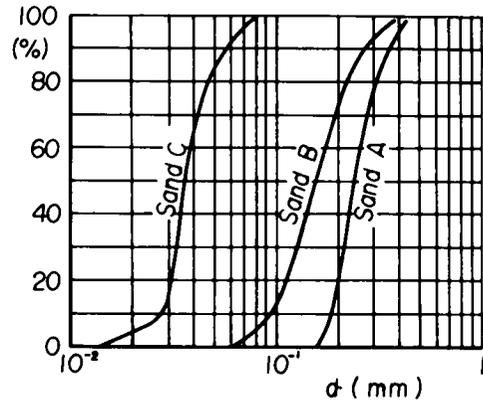


図-Ⅱ.3.9 使用砂の粒度分布

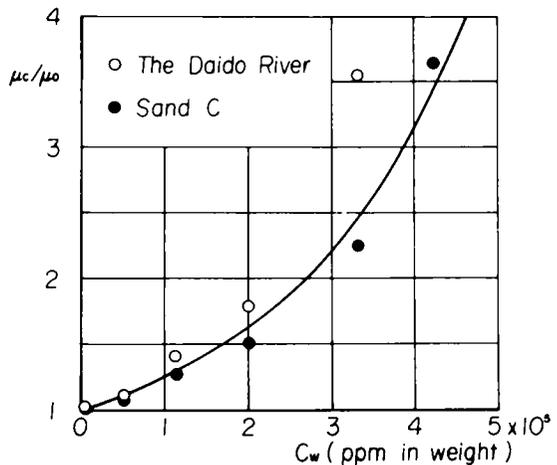


図-Ⅱ.3.10 比粘度と濃度の関係

変化することを示していると言えよう。しかし両者の濃度の増加による比粘度の増加傾向は、ほぼ(Ⅱ.3.17)式で示されるように思われる。ここでは、 $\beta_s = 2$ として(Ⅱ.3.17)式に基づいて、計算された見かけ粘性係数を用いて、各種の沈降速度の計算式で計算した結果と、Sand Cの濃度を变化させて沈降速度を計測した実測値の比較が図-Ⅱ.3.11に示されている。図中のAllenの式とStokesの式の中間の曲線は、実験値のレイノルズ数が両者の式の適用範囲の中間的な場合に相当しているものを表わしている。この図から、明らかなように、粒径が小さくなるにしたがって、微細粒子の濃度の影響のために、比沈降速度は小さくなり、実験値のばらつきを平均化してみると、(Ⅱ.3.17)式による見かけ粘性係数を用いれば、上述の式では補正された沈降速度を求めることができる。

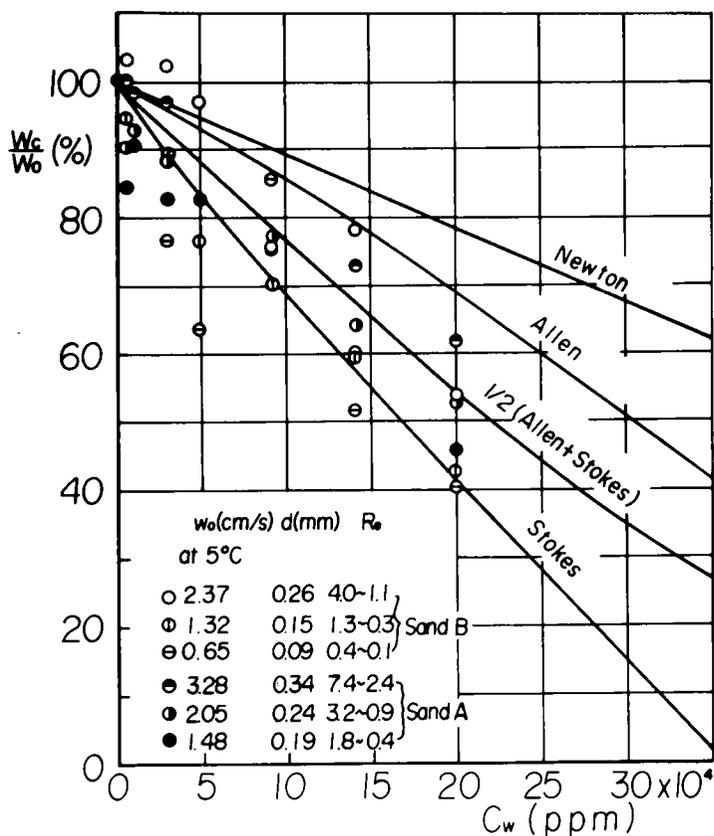


図-Ⅱ.3.11 沈降比と濃度の関係

以上述べたように、微細粒子の濃度の増加は見かけ粘性係数および流体の密度の増大を引き起こし、この影響によって他の粒径の粒子の沈降速度を減少させることが明らかにされた。このような実験事実は Nordin<sup>22)</sup>によっても見出されている。

### (3) 微細粒子を含む流体中の浮遊砂の濃度分布特性

通常の浮遊砂の濃度分布式は先述したように、Rouseの式が適用できる。

$$\frac{C}{C_a} = \left( \frac{h-z}{z} \frac{a}{h-a} \right)^2 \dots\dots\dots (\text{II.3.12})$$

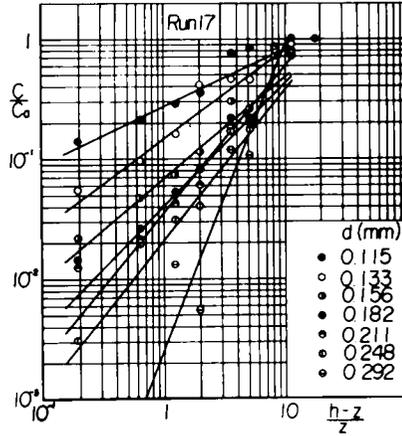
いま、固定床滑面水路で、 $u_*$ をほぼ一定に保って、微細粒子の Sand Cを含む流体を作り、これに Sand Bが河床に堆積しない限界状態まで給砂された状態の濃度分布の測定結果の例が、図-Ⅱ.3.12に示されている。また、このような実験の水理量や Sand Cの濃度については、表-Ⅱ.3.5に要約されている。図-Ⅱ.3.12において、Run 18では Sand Cの濃度は 8,600ppm、Run 21では 200,000ppmであり、Sand Cの増加によって、濃度分布形が大きく変化していることがこの図から理解される。また、微細粒子を含む流体中の粒径別濃度分布も、(Ⅱ.3.12)式の形で表わされることがこの図は示していると言えよう。

表-Ⅱ.3.5 実験条件および結果の要約

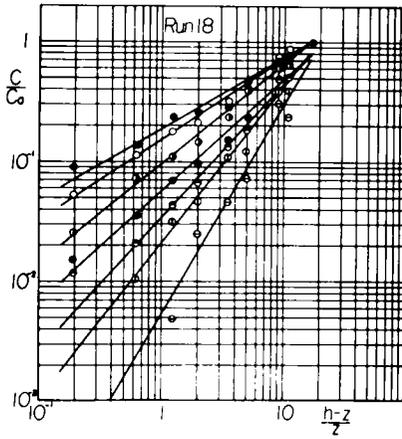
Run No	$l$	$h$ (cm)	$U$ (cm/s)	$C_w^*$ (ppm)	$C_s^{**}$ (ppm)	$\kappa$	$T$ °C	Sand	Bed Form
13	0.00256	6.95	55.0	2,100	9,500	0.33	20.0	B	Flat
14	"	6.88	56.0	7,300	6,100	0.27	18.0	B, C	
15	"	6.75	59.0	13,000	7,100	0.33	23.0	"	
16	"	6.77	63.0	55,000	5,200	0.27	18.0	"	
17	0.00652	3.58	83.7	1,500	22,000	0.28	22.0	B	Smooth
18	"	"	84.4	8,600	20,000	0.28	23.0	B, C	
19	"	"	84.1	17,000		0.24	17.0	" "	Rigid
20	"	"	81.7	56,000	26,000	0.28	19.0	" "	
21	"	"	84.6	200,000	37,000	0.26	19.0	" "	
22	0.00652	3.58	77.7	0	0	0.40			"
23	0.00652	3.58	76.4	11,000	0	0.40	20.5	C	"
24	"	"	77.6	64,000	0	0.38	22.0	"	
25	"	"	84.6	230,000	0	0.37	23.0	"	
26	"	"	84.3	435,000	0	0.38	28.0	"	

\* : Concentration of wash load  
\*\* : Concentration of suspended sediment

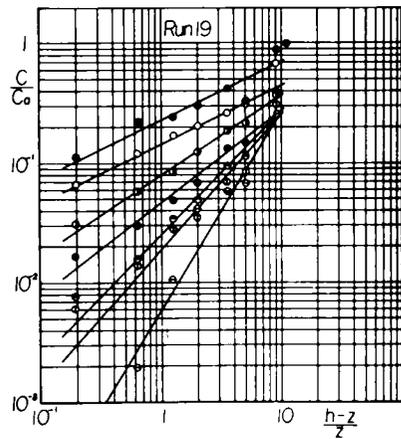
微細粒子を含む流れでは、 $u_*$ を一定にした場合、微細粒子によってカルマン定数が減少し、したがって濃度こう配が大きくなるであろうと予想したが、これに反して図-Ⅱ.3.12の結果は Sand Cの濃度の増加とともに、濃度こう配は減少し、一様分布に近づく傾向にある。一方、河床付近の濃度  $C_a$ は Sand Cの濃度の増加に対してほとんど変化を示さなかったため、断面平均濃度はわずかに増加する傾向が見られた(表-Ⅱ.3.5の  $C_s$ 参照)。ここに示した実験例は固定床水路におけるものであるため、Sand Bを水路床に敷いた移動床流れにおいても、これと同様な実験を行なったが、河床波が発生するので、この影響のために、濃度分布の測定結果に誤差が含まれ、その分布形を詳細に議論することはできなかった。



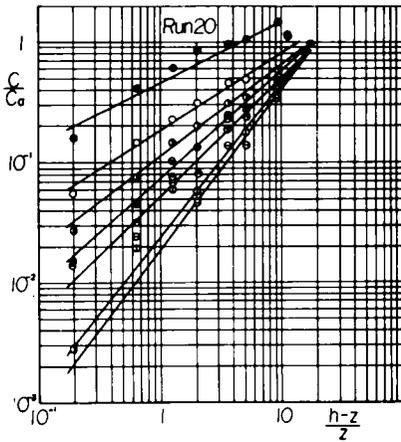
(a)



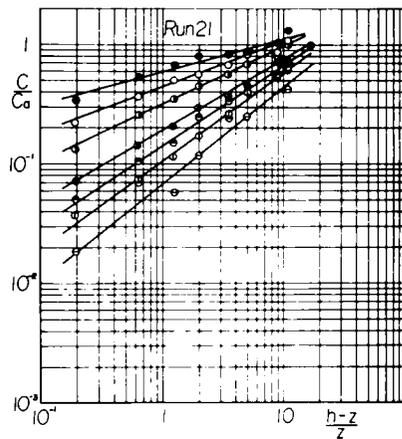
(b)



(c)



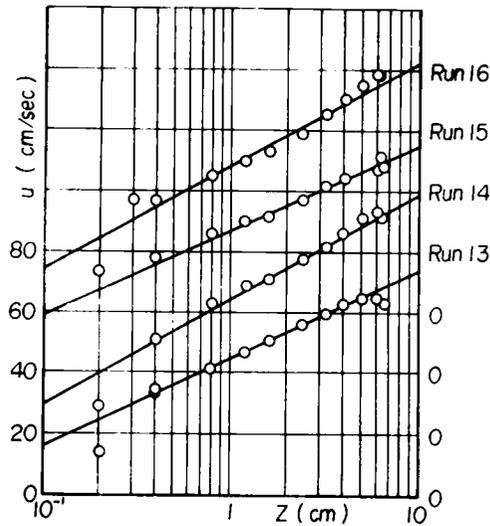
(d)



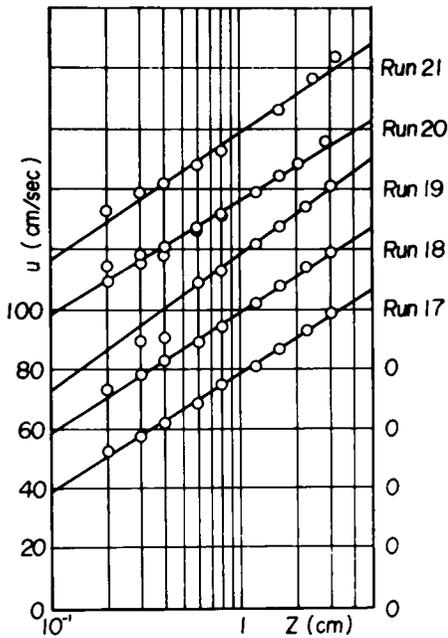
(e)

図-Ⅱ.3.12 微細粒子を含む流体中の浮遊砂の濃度分布

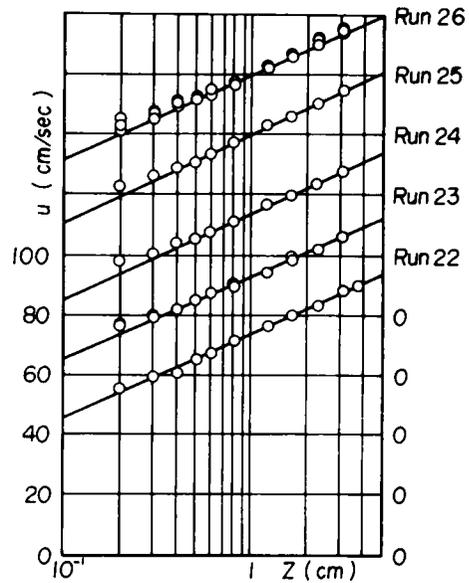
つぎに、図-Ⅱ.3.13は各実験の流速分布形を示したものであるが、流速分布はほぼ対数則で表わされ、とくに微細粒子のみを含む流れの場合には、濃度が非常に高いにもかかわらず、対数則の成立していることがうかがえる。したがって、図-Ⅱ.3.13から求められたカルマン定数を  $\kappa_1$  として、これを用いて計



(a)



(b)



(c)

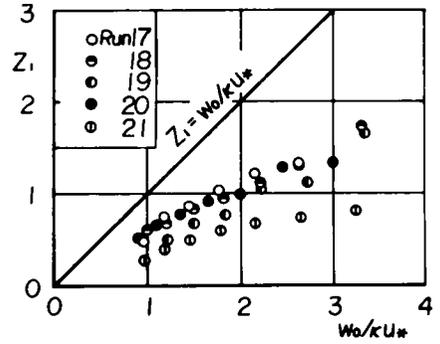
図-Ⅱ.3.13 微細粒子を含む流れの流速分布

された(Ⅱ.3.12)式の指数部の $Z$ の値と、濃度分布から得られた $Z_1$ とを比較したものが、図-Ⅱ.3.14である。この図の(a)は、従来のように清水中の沈降速度を用いて $Z$ を計算したものであり、一方(b)は(Ⅱ.3.17)式に基づいて微細粒子の濃度の増加による見かけ粘性係数の変化を考慮して、補正された沈降速度を用いて $Z$ を計算したものである。これから明らかなように、清水中の沈降速度を用いたのでは、実験値のばらつきは非常に大きいが、微細粒子を含む流体の粘度の変化を考慮に入れた沈降速度を用いれば、

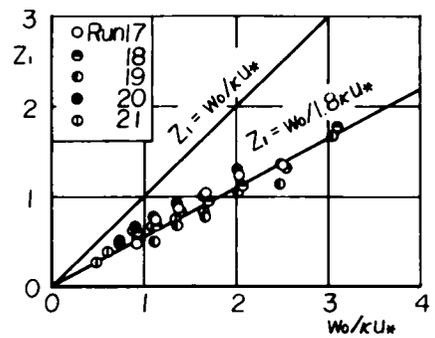
$$Z = 1.8 Z_1 \quad \text{..... (Ⅱ.3.18)}$$

となって、実験値の散点もかなり小さくなることがわかる。したがって、微細粒子によって形成されたフロックは通常の流れの乱れによっては破壊されず、流体の粘性の変化に寄与するものと想定される。

以上の考察から、微細粒子を含む流れにおいては、微細粒子の存在が粘性を変化させ、これが浮遊砂の沈降速度に大きな影響を及ぼすことが明らかにされた。それゆえ、高濃度の wash load を含む流れにおいては、その濃度分布を決定する $Z = w_0 / \beta \kappa u_*$ の沈降速度としては、清水中の沈降速度を用いるのではなく、wash load による粘性の変化を考慮した沈降速度を適用しなければならない。



(a)



(b)

図-Ⅱ.3.14  $Z_1$  と  $Z$  の比較

#### (4) 微細粒子を含む流れのカルマン定数の変化

浮遊砂を含む流れのカルマン定数が、浮遊砂濃度の増加に伴い減少することを最初に見出したのは Vanoni<sup>1)</sup>であった。その後実験的研究とともに、これに関する理論的研究が行なわれ、志村<sup>3)</sup>は浮遊砂を含む流れのカルマン定数と濃度の関係についての理論を展開した。彼は浮遊砂の沈降を考慮した運動方程式と乱れのエネルギー方程式に、濃度こう配によって乱れの強さは第一義的には変化せず、渦のスケールが縮小すると仮定して、濃度の増加によるカルマン定数の減少を(Ⅱ.3.14)式のように導びいた。

いま、図-Ⅱ.3.13に示したように、流速分布は対数則で表わされるので、(Ⅱ.3.14)式と実験値からそれぞれ求めた、 $\kappa$  と  $\kappa_1$  とを比較することができると考えられる。(Ⅱ.3.14)式で $\kappa$ を計算するに際しても、やはり粒子の沈降速度をいかに決定するかが問題となるが、この場合にも粘性の変化を考慮した沈降速度を用いれば、図-Ⅱ.3.15から明らかなように、(Ⅱ.3.14)式でカルマン定数の推定が可能となる。さらに、微細粒子のみを含む流れの流速分布において、微細粒子の濃度の増加によってカルマン定数がほとんど変化しないという事実は、注目すべき現象である。これに反し、Elata・Ippen<sup>23)</sup>の中立粒子

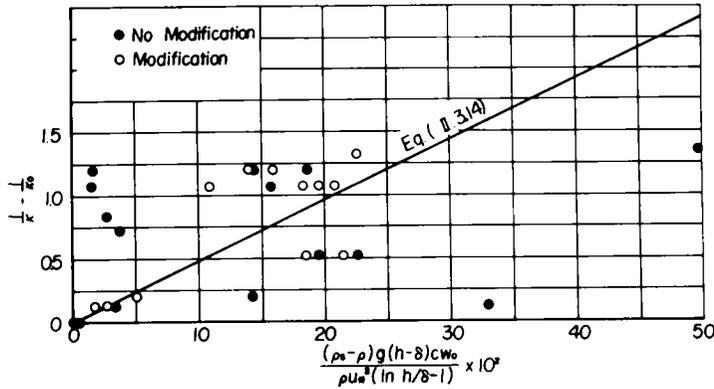


図-11.3.15 微細粒子を含む流れの  $\kappa$  の減少

を用いた高い濃度の実験では、濃度こう配がそれほど顕著ではないにもかかわらず、流速分布は水面付近において濃度の増加によるカルマン定数の減少が生じている。日野<sup>4)</sup>はこの現象をいち早く取上げ、その理論的根拠を発表したが、しかし実測の流速分布は対数則とは相違した関数形を呈しており、全断面にわたって対数則を適用するには若干の問題がある。このように著者の実験のような微細粒子を用いた場合と Elata らの実験における粒径の 0.10~0.155mm の範囲の粒子の場合とでは、これらの粒子濃度が流体に及ぼす影響は相違し、後者のようなあらい粒子では衝突による付加的な応力が生じる可能性があるが、前者のような微細粒子では、粒子のフロック化による流体の粘度の変化に大きく貢献すると考えられ、混相流の流れを考える場合、粒子の大きさを考慮に入れた取扱いが今後必要となろう。

以上述べたように、微細粒子(約粒径が 0.06~0.07 以下の粒子)は流体の粘度を変化させるのに寄与しており、したがって浮遊砂の沈降速度に大きな影響を与えるので、このような補正を行なった沈降速度を(11.3.14)式に用いるならば、浮遊砂を含む流れのカルマン定数を推定することができる。とくに、山地河川のように wash load の量の大きいところでは、このような粘性の補正が重要になってくると推測される。

### 第 5 節 浮遊砂量<sup>15), 16)</sup>

#### (1) 従来の浮遊砂量式の適合性

Lane・Kalinske は、濃度分布式として(11.3.13)式、流速分布として対数則を用いて、次式の浮遊砂量式を導いている。

$$q_s = q C_B P \dots\dots\dots (11.3.19)$$

ここに、 $q_s$ ,  $q$ : それぞれ単位幅、単位時間当りの浮遊砂量および流量

$$C_B = 5.5 \Delta F \left[ \frac{1}{2} \frac{u_*}{w_0} \exp \left( -\frac{w_0}{u_*} \right)^2 \right]^{1.61} \dots\dots\dots (11.3.20)$$

$$P = f_1 \left( \frac{w_0}{u_*}, \frac{n\sqrt{g}}{h^{1/6}} \right) \dots\dots\dots (II.3.21)$$

である。なお、 $\Delta F(w_0)$  : 沈降速度  $w_0$  なる土砂粒子の河床物質中に占める割合 (%単位) を示す。いま、(II.3.19)式を変形すると、

$$\frac{q_s}{q \Delta F(w_0)} = f_2 \left( \frac{w_0}{u_*}, \frac{n\sqrt{g}}{h^{1/6}} \right) \dots\dots\dots (II.3.22)$$

のようになり、この表示を用いて Lane・Kalinske の式と表- II.3.2 および 4 で示した浮遊砂量の実験値とを比較したのが 図- II.3.16 である。浮遊砂量は実験値の方がすべて Lane・Kalinske 式よりもはるかに大きくなっている。(II.3.22)

式は実河川の資料をもとにして作られた半経験公式であり、その資料の水理量も明らかでないため、実験値との相違に関する詳細な議論はなし得ないが、実験結果を通じてこの相違の原因について若干考察することにしてしよう。

このような種類の実験では、測定に誤差を伴いやすく、また現象の再現性も必ずしもよくないので、まず浮遊砂量の実験値がどの程度の精度を持っているかを検討した結果、浮遊砂量は時間的、場所的に変化しており、 $q_s/q \Delta F(w_0)$  の変化は約 2 倍程度であった。しかし、図- II.3.16 に示した実験値と Lane・Kalinske 式との相違は、このような測定上の誤差では説明できない。

Run 1, 2, 10 の浮遊砂量をプロットした点のこの配と、他のケースのそれとは相違してい

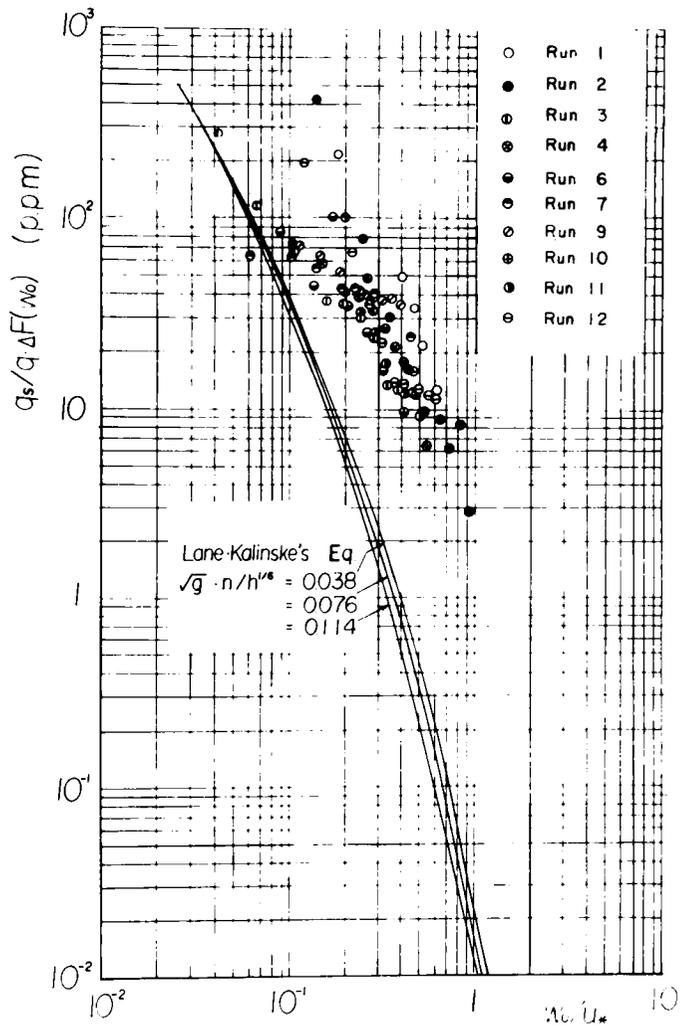


図- II.3.16 Lane・Kalinske 式と実験値の比較

る。すなわち前者は後者よりもこう配が急になっており、かつ浮遊砂量も大きくなっている。この Run 1, 2, 10 の Manning の粗度係数が他のケースのそれに比較して約 0.5 倍になっており、前者の河床形態が flat bed であるのに対し、後者の場合は dune bed に属していたことに起因しているように考えられる。第 I 編において述べたように、浮遊砂量に対しても河床粗度が大きな影響を及ぼすと考えられるが、Lane・Kalinske 式では粗度の効果を表わすパラメーター  $n\sqrt{g}/h^{1/6}$  が入っているにすぎない。このパラメーターは図-Ⅱ.3.16 に示すように、流砂に及ぼす影響は小さく、流砂量を求める際の流速分布形の違いを補正する程度のものである。

つぎに、Lane・Kalinske の式は  $\kappa = 0.4$  として計算されているので、 $\kappa$  の変化が生じる場合、この式がどのように変化するかを調べることにする。流速分布として対数則を変形して、

$$\frac{u}{U} = 1 + \frac{1}{\kappa} \frac{u_*}{U} + \frac{1}{\kappa} \frac{u_*}{U} \ln \frac{z}{h} \quad \dots\dots\dots (\text{Ⅱ.3.23})$$

を用い、Manning 型の抵抗法則

$$\frac{u_*}{U} = \frac{n\sqrt{g}}{h^{1/6}} \quad \dots\dots\dots (\text{Ⅱ.3.24})$$

を用い、さらに濃度分布式として(Ⅱ.3.13)式を用いると浮遊砂量は次式のように表わされる。

$$q_s = C_a q e^{\frac{6aw_0}{\kappa u_* h}} \int_{\frac{a}{h}}^1 \left( 1 + \frac{1}{\kappa} \frac{n\sqrt{g}}{h^{1/6}} + \frac{1}{\kappa} \frac{n\sqrt{g}}{h^{1/6}} \ln \eta \right) e^{-\frac{6w_0}{\kappa u_*} \eta} d\eta \quad \dots\dots\dots (\text{Ⅱ.3.25})$$

いま、 $a \ll h$  とし、(Ⅱ.3.25)式の積分の項を  $P_1$  とすれば、(Ⅱ.3.25)式はつぎのように書ける。

$$q_s = C_a q P_1 \quad \dots\dots\dots (\text{Ⅱ.3.24})$$

(Ⅱ.3.24)式は  $C_a$  として(Ⅱ.3.20)式を用い、かつ  $P_1$  を求める際に  $\kappa = 0.4$  とすれば、Lane・Kalinske の式になる。 $\kappa$  の変化によって、 $P_1$  がどのように変化するかをみるために、 $n\sqrt{g}/h^{1/6}$  をパラメーターにして計算した結果が、図-Ⅱ.3.17 に示されている。この図から  $n\sqrt{g}/h^{1/6}$  が大きくなれば、 $P_1$  の値は  $\kappa$  の減少によって非常に減少することがわかる。したがって、浮遊砂量は  $w_0/u_*$  が一定であれば、 $\kappa$  の減少によって減少し、とくに  $n\sqrt{g}/h^{1/6}$  が大きい場合には、 $\kappa$  のわずかの減少によって、浮遊砂量は非常に減少することがわかる。

以上の考察により、粗度の効果を表わすパラメーターを  $A$  とすれば、Lane・Kalinske の浮遊砂量式は

$$\frac{q_s}{q \Delta F(w_0)} = f_3 \left( \frac{w_0}{u_*}, \frac{n\sqrt{g}}{h^{1/6}}, A, \kappa \right) \quad \dots\dots\dots (\text{Ⅱ.3.25})$$

の形にすべきであると考えられる。

つぎに、広く用いられているもう一方の浮遊砂量式である、Einstein 式による計算値と実験値を比較

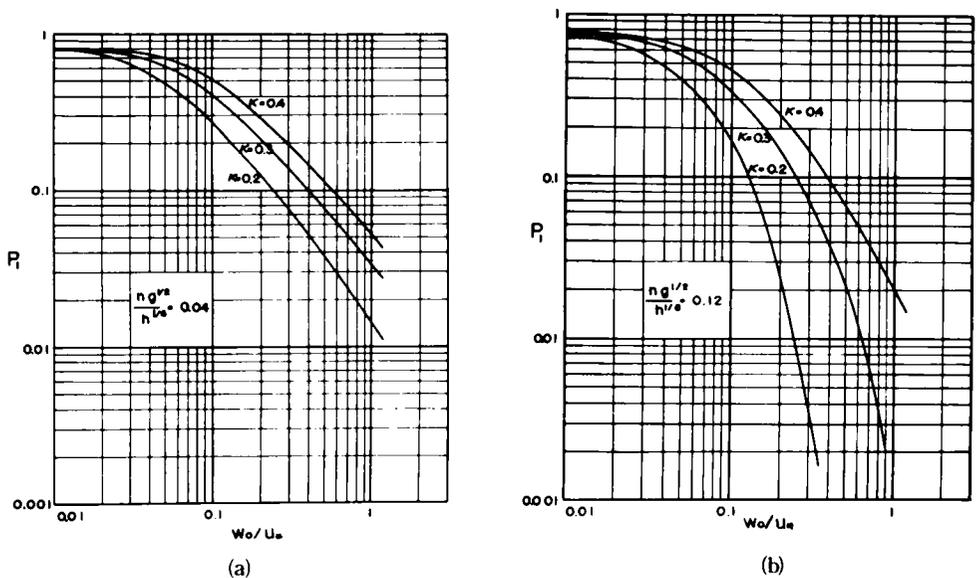


図-11.3.17  $P_1$  の計算値

したものが表-11.3.6である。

計算値と実験値は、とくに沈降速度の小さい砂粒子に対して相違が顕著になる。本実験の範囲のように、粒径が小さい場合には、粒子が粘性底層によって遮蔽される効果、または粗い粒子による細かい粒子が遮蔽される効果を表わす遮蔽係数の値が、粒径の小さい範囲においてとくに大きくなり、掃流砂量の中で細かい砂粒子の占める割合が河床砂のそれに比較して、かなり小さくなることに起因している。ところが、粒度分布の項で述べたように、実験では掃流砂の粒度分布は河床砂のそれとほとんど等しい。このことは Einstein の掃流砂量式で遮蔽効果を表わす遮蔽係数が、すでに指摘したように過大に評価されていることを示している。河床砂の中で移動している砂粒と静止している砂粒が混在する場合には、遮蔽効果は小さい砂粒に対してかなり大きくなると考えられるが、掃流力が粒径別の限界掃流力に比較してかなり大きく、全河床砂が移動している場合には、Einstein の式の遮蔽係数は不合理であり、著者らの提案した混合砂の流砂量式の方がより適切であると考えられる。表-11.3.6に、Run 1, 2 以外の計算値を示していないのは、遮蔽係数が非常に大きくなって式の適用範囲を越えたためである。

以上、河床付近の濃度と乱れとを関係づけて導びかれた Lane・Kalinske の浮遊砂量式、および河床付近の濃度を掃流砂と関連づけて導びかれた Einstein の浮遊砂量式を実験的に検討し、前者においては、とくに河床粗度の効果の導入の必要性を指摘し、後者においては、遮蔽効果の評価方法に難点があることを指摘した。このように、浮遊砂量式を樹立するにあたっては、河床付近の濃度の与え方がまず第一義的に重要であり、ついで  $\kappa$  の濃度による変化が重要なことを指摘したので、これらの結果を参考にして次に浮遊砂量式の誘導を試みる。

表一Ⅱ.3.6 実験値と Einstein の式との比較

Run 1

Range of Grain cm/s	Ratio of Bed Sand %	Suspended Load Discharge gr/cm · s	
		Experimental Values	Calculated Values
$3.2 < w_0$	8.5		
$2.8 < w_0 < 3.2$	9.0		0.032
$2.4 < w_0 < 2.8$	15.5		0.032
$2.0 < w_0 < 2.4$	20.0	0.054	0.029
$1.6 < w_0 < 2.0$	24.0	0.095	0.036
$1.2 < w_0 < 1.6$	16.5	0.128	0.027
$0.8 < w_0 < 1.2$	6.0	0.147	0.014
$0.4 < w_0 < 0.8$	0.5	0.070	

Run 2

Range of Grain cm/s	Ratio of Bed Sand %	Suspended Load Discharge gr/cm · s	
		Experimental Values	Calculated Values
$3.2 < w_0$	4.5	0.015	
$2.8 < w_0 < 3.2$	7.0	0.018	0.018
$2.4 < w_0 < 2.8$	12.0	0.050	0.023
$2.0 < w_0 < 2.4$	20.5	0.090	0.027
$1.6 < w_0 < 2.0$	26.0	0.188	0.033
$1.2 < w_0 < 1.6$	20.5	0.283	0.031
$0.8 < w_0 < 1.2$	8.5	0.295	0.033
$0.4 < w_0 < 0.8$	1.0	0.194	

(2) 乱流中の砂粒子の運動特性

乱流中における粒子運動に関する興味は、広範囲な分野でもたれており、たとえば次のような問題に関して、その研究が広く行なわれている。

- i) 乱流測定用のトレーサーとしての粒子の運動
- ii) 流体中の気泡の運動
- iii) 空気中における水滴の生成および運動
- iv) 流体中の質量輸送や熱拡散

乱流中における微小な粒子の運動方程式は、Tchen<sup>7)</sup>によって展開され、その彼の理論の数学的不完全さを Corrsin・Lumley<sup>24)</sup>によって修正されてきた。また、Friedlander<sup>25)</sup>や Soo<sup>26), 27)</sup>らによっても乱流中の粒子運動の特性が議論されている。とくに、Friedlanderは原点において静止している粒子の初期の分散を論じ、それが流体のそれとかなり相違していることを指摘している。

乱流中における粒子の運動に関する Tchen が用いた主な仮定は、次のようなものである。i) 乱流は一様でかつ定常である。ii) 粒子は球形で非常に小さく、Stokes の抵抗法則が用いられる。iii) 粒子径は乱れの最小の渦径よりも小さい。iv) 粒子の運動期間中は、同じ流体素分が粒子の近傍にある。こうした仮定を用いて、粒子の鉛直方向の運動方程式を記述すると次のように表われる。

$$\frac{\pi}{6} d^3 \sigma \frac{dw_p}{dt} = 3\pi\mu d(w_f - w_p) + \frac{1}{2} \frac{\pi}{6} d^3 \rho \left( \frac{dw_f}{dt} - \frac{dw_p}{dt} \right) + \frac{\pi}{6} d^3 \rho \frac{dw_f}{dt} - \frac{\pi}{6} d^3 (\sigma - \rho) g \dots\dots\dots (\text{II.3.26})$$

ここに、 $w_p, w_f$  : 粒子および流体の速度である。

(II.3.26)式は Tchen によって得られたものであるが、この式の各項の意味はつぎのようである。左辺は粒子を加速するための力であり、右辺の第1項は Stokes の法則による粘性抵抗、第2項は仮想質量を加速するための力、第3項は圧力こう配によって生じる力、第4項は浮力である。さらに、この式には Basset 項が付加されるが、ここでは簡単のためにこの項は省略して考えることにする。

また、(II.3.26)式が成立するには、Corrsin・Lumleyや Hinze<sup>28)</sup>によって指摘されたように、次のような条件が存在しなければならない。

$$\frac{d^2}{\nu} \frac{\partial w_f}{\partial x} \ll 1, \quad \frac{w_p}{\nu} \frac{\partial w_f / \partial x}{\partial^2 w_f / \partial x^2} \gg 1 \dots\dots\dots (\text{II.3.27})$$

(II.3.27)式の条件を検討するために、Kolmogoroff の最小渦径  $\lambda = (\nu^3 / \epsilon)^{1/4}$  および  $\epsilon \sim U_L^3 / L \sim u_*^2 / h$  なる関係を用いることにする。ここに、 $\nu$  : 動粘性係数、 $\epsilon$  : エネルギー逸散率、 $L, U_L$  : 最大の渦径およびその速度である。したがって最小および最大の渦径の間には、

$$\frac{L^2}{\lambda^2} \sim \left( \frac{U_L L}{\nu} \right)^{3/2} = Re_L^{3/2} \dots\dots\dots (\text{II.3.28})$$

の関係が成立する。(II.3.28)式を用いて(II.3.27)式を変形するとつぎのようになる。

$$\frac{d^2}{\nu} \frac{\partial w_f}{\partial x} \sim \frac{d^2}{\nu} \frac{w_{f\ell}}{\ell} < \frac{d^2}{\nu} \frac{\nu}{\lambda^2} \sim \frac{d^2}{\lambda^2} \sim \left( \frac{d}{L} \right)^2 Re_L^{3/2} \sim \left( \frac{d}{h} \right) \left( \frac{hu_*}{\nu} \right)^{3/2} < 1$$

$$\frac{w_p}{\nu} \frac{\partial w_f / \partial x}{\partial^2 w_f / \partial x^2} \sim \frac{w_p}{\nu} \ell \sim \frac{U_L L}{\nu} > \frac{U_L \lambda}{\nu} \sim Re_L^{1/4} \sim \left( \frac{hu_*}{\nu} \right)^{1/4} > 1 \dots\dots (\text{II.3.29})$$

ここに  $w_{f\ell}$  :  $\ell$  の大きさの流体塊の乱れ速度、 $w_p \sim U_L$  である。

したがって、(II.3.26)式のような時間のみに関する式が成立するには、(II.3.29)式の関係、すなわち粒子径が最小渦径より小さいか、または水深に比較して粒子径が十分小さく、かつ十分に乱流が発達していなければならない。われわれが対象としているような砂粒  $d < 0.01 \text{ cm}$ 、水深  $h = 4 \sim 10 \text{ cm}$ 、 $u_*$

= 4 ~ 7 cm/s に対しても、この条件が近似的に成立しているものとみなされるので、砂粒の運動を(Ⅱ. 3.26)式で解析することができる。

さて、(Ⅱ.3.26)式で浮力の項は省略しても、この式が線型であるので、一般性は失なわれないから、以後の取扱いでは、この項を省略して考えることにする。(Ⅱ.3.26)式を整理すると次式のように書ける。

$$\frac{dw_p}{dt} = b \frac{dw_f}{dt} + a(w_f - w_p)$$

ここに、 ..... (Ⅱ.3.30)

$$a = \frac{36\mu}{(2\sigma + \rho)d^2}, \quad b = \frac{3\rho}{2\sigma + \rho}$$

$w_f$  および  $w_p$  をフーリエ積分で表わし、それらを(Ⅱ.3.10)式に代入して求められる流体と粒子のラグランジュ的スペクトルの関係を Hinze<sup>28)</sup> にならって記述すると次のようである。

$$\frac{E_{pL}(n)}{E_{fL}(n)} = \frac{a^2 + b^2(2\pi n)^2}{a^2 + (2\pi n)^2} \quad \text{..... (Ⅱ.3.31)}$$

ここに、 $E_{pL}$ ,  $E_{fL}$ : それぞれ粒子および流体のラグランジュ的スペクトル、 $n$ : 振動数である。いま、流体のラグランジュ的相関係数を  $R_{fL}(t) = \exp(-t/t_*)$  と仮定すると、スペクトル関数および粒子の速度変動の2乗平均は、次のように書ける。

$$E_{fL}(n) = 4\bar{w}_f^2 \int_0^\infty R_{fL}(t) \cos 2\pi n t dt = 4\bar{w}_f^2 t_* / \{1 + (2\pi n)^2 t_*^2\} \quad \text{..... (Ⅱ.3.32)}$$

$$E_{pL}(n) = 4\bar{w}_f^2 \frac{t_* \{a^2 + b^2(2\pi n)^2\}}{\{a^2 + (2\pi n)^2\} \{1 + (2\pi n)^2 t_*^2\}} \quad \text{..... (Ⅱ.3.33)}$$

$$\bar{w}_p^2 = \int_0^\infty E_{pL}(n) dn = \bar{w}_f^2 \frac{a t_* + b^2}{a t_* + 1} \quad \text{..... (Ⅱ.3.34)}$$

ここに、 $t_*$ : ラグランジュ的な積分時間スケールで、 $t_* \sim L/U_L \sim h/u_*$  である。砂粒に対しては、 $b^2 = 0.23$  であるから(Ⅱ.3.24)式から粒子の速度変動の2乗平均は流体のそれよりも小さくなることがわかる。しかしながら、われわれが対象としている砂粒では、 $a = 100 \sim 500$  秒、 $t_* = 1 \sim 10$  秒であるので、

$$\bar{w}_p^2 \approx \bar{w}_f^2 \quad \text{..... (Ⅱ.3.35)}$$

と考えることができる。

さて、濃度があまり高くない場合には、上述したような乱流中を運動する1個の粒子の運動特性が底面付近まで拡張できるものと仮定して、河床付近の砂粒子の運動について考えることにしよう。河床砂は静止の状態から運動を開始すると考えられるので、初期条件として、

$$t = 0 ; \quad w_p = 0$$

を与え、この初期条件を満足する(Ⅱ.3.30)式の解を求めると、次のようになる。

$$w_p(t) = w_{ps}(t) - w_{ps}(0) \exp(-at) \quad \dots\dots\dots (Ⅱ.3.36)$$

ここに、 $w_{ps}$ ：定常状態における砂粒の速度である。各砂粒に関する速度変動の2乗平均をとると、

$$\overline{w_p^2(t)} = \overline{w_{ps}^2} \{ 1 - 2R_{pL}(t) \exp(-at) + \exp(-2at) \} \quad \dots\dots\dots (Ⅱ.3.37)$$

となる。ここに、 $\overline{w_{ps}^2} = \overline{w_p^2(t)} = \overline{w_{ps}^2(0)}$  となっている。 $a \gg 1/t_*$  であるので、 $t$ の十分小さいところでは、 $R_{pL} \approx 1$  と考えると、(Ⅱ.3.37)式はつぎのように変形される。

$$\overline{w_p^2(t)} = \overline{w_{ps}^2} \{ 1 - 2 \exp(-at) + \exp(-2at) \} \quad \dots\dots\dots (Ⅱ.3.38)$$

砂粒が粒径の距離を沈降速度  $w_0$  で落下する時間を粒子の特性的時間として、

$$T_* = \frac{d}{w_0} \quad \dots\dots\dots (Ⅱ.3.39)$$

と表わすことにする。このような時間における砂粒の速度変動の2乗平均と定常状態のそれとの比を(Ⅱ.3.38)式から計算すると、図-Ⅱ.3.18 のようになる。砂粒の沈降速度の増加にともなって、 $T_*$  における砂粒の速度変動は定常状態のものと相違が顕著になっており、両者の相違が認められないのは、砂粒の沈降速度が 0.9 cm/s 以下の砂粒についてである。このような  $T_*$  の物理的意義は、Einstein の流砂量式における exchange time に相当するものと考えられる。本実験砂の平均沈降速度は 1.5 ~ 2 cm/s であるので、(Ⅱ.3.35)式と図-Ⅱ.3.18 から  $T_*$  における粒子の速度変動は

$$\frac{\overline{w_p^2(T_*)}}{\overline{w_{ps}^2}} \approx \frac{\overline{w_p^2(T_*)}}{w_f^2} = \beta_1^2 \approx 0.7$$

程度になるようである。また、沈降速度が 0.9 cm 以下の砂粒は、きわめて水流の乱れによく追随することを図-Ⅱ.3.18 は示している。

以上に述べたように、Stokes の抵抗法則が適用できるような粒径では、定常状態において水流の速度変動の2乗平均値と浮遊粒子のそれとは、ほとんど一致することを示したが、一方河床砂が静止の状態から飛出すような場合には、粒子の特性的時間における速度変動の2乗平均値と定常状態のそれとは、沈降速度の増加によってわずかに相違することが明らかにされた。

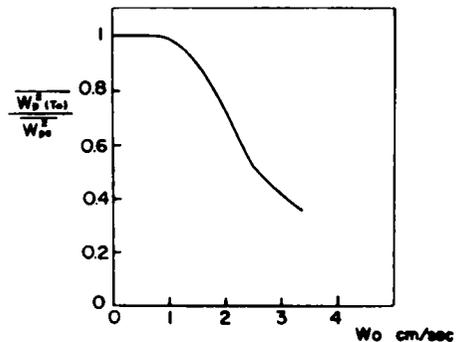


図-Ⅱ.3.18  $w_p(T_*)^2 / w_{ps}^2$  と沈降速度の関係 ( $\mu = 0.01$ )

(3) 河床付近の濃度

河床付近の濃度の決定方法が、浮遊砂量の精度を左右することはすでに述べたが、従来のこの濃度に関するモデルは、次の2つのモデルで表わされている。

i) 鉛直方向の速度変動と河床付近の濃度とを関連づける方法 (Lane・Kalinske のモデル)

ii) 河床付近の濃度を掃流砂濃度に接続させる方法 (Einstein のモデル)

i) の方法は、浮遊砂が乱流によって規定される現象であるので、その概念としては、合理的であると考えられるが、実験定数が含まれることおよび河床波が発生した場合の河床付近の乱れ特性がまだ明確化されていないことなどのために、実用的には改良すべき点が多く残されている。ii) のモデルは、浮遊砂の粒度分布の項で述べたように、現象的には、このようなモデルが適している場合もあるが、0.1mm以下の掃流砂量は、現状においてはあまり測定されておらず、細砂やシルトに対する適確な掃流砂量式が存在するかどうか、まだ今後検討しなければならない点を含んでいる。以上から、どちらのモデルにおいても、かなり問題点を含んでいるが、ここでは i) のモデルに準じて、河床付近の濃度を考察することにする。

河床面に存在する砂粒は、重力によって河床面に接触しているので、乱れの作用力を選択的に感受して、河床面から浮き上がるものと考えられる。河床砂は一様砂で構成されているとして、いま河床面から粒径の高さにおける砂粒の鉛直方向の速度変動の分布が、正規分布であると仮定して、次のように表わされるものとしよう。

$$f(w_p) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_p} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left( \frac{w_p}{\sigma_p} \right)^2 \right\} \dots\dots\dots (II.3.40)$$

ここに、 $\sigma_p^2$  : 砂粒の速度変動の分散である。粒子の運動方程式の (II.3.26) 式は線型であるので、重力の効果を考慮に入れた粒子の速度  $w_{pg}$  は、

$$w_{pg} = w_p - w_0 \dots\dots\dots (II.3.41)$$

で表わされる。したがって、粒径の高さの点から浮き上がる砂粒の平均速度は、(II.3.40) および (II.3.41) 式から次式で表わされる。

$$\overline{w_{pg}} = \frac{\int_{w_0}^{\infty} (w_p - w_0) f(w_p) dw_p}{\int_{w_0}^{\infty} f(w_p) dw_p} \dots\dots\dots (II.3.42)$$

河床面から単位時間、単位面積当り浮き上がる量  $q_{su}$  は、単位面積当りの砂粒の露出個数、1個の砂粒の質量、単位時間当りの浮き上がる個数および河床における浮き上がる砂粒の相対的割合に比例する。すなわち、

$$q_{su} = K_1 N \frac{\pi}{6} d^3 \sigma \frac{\overline{w_{pg}}}{d} \int_{w_0}^{\infty} f(w_p) dw_p \dots\dots\dots (II.3.43)$$

ここに、 $N$  : 単位面積当りの砂粒の露出個数で、 $N = 1 / (\pi d^2 / 4)$ 、 $K_1$  : 比例定数である。(II.3.43)

式を(II.3.40)および(II.3.42)式を用いて、書き変えると次のようになる。

$$q_{su} = \frac{2}{3} K_1 \sigma \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_p} \int_{w_0}^{\infty} (w_p - w_0) \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left( \frac{w_p}{\sigma_p} \right)^2 \right\} dw_p \quad \text{..... (II.3.44)}$$

一方、河床付近から河床に沈降する単位面積当りの砂の量は、河床付近の濃度を  $C_B$  で表わすと、平均的に

$$q_{sd} = C_B w_0 \sigma \quad \text{..... (II.3.45)}$$

で表わされる。平衡状態では、河床面から浮き上る量と沈降する量はつり合わなければならないので、 $q_{su} = q_{sd}$  として  $C_B$  を求めると、次のようになる。

$$C_B = K \frac{1}{w_0} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_p} \int_{w_0}^{\infty} (w_p - w_0) \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left( \frac{w_p}{\sigma_p} \right)^2 \right\} dw_p \quad \text{..... (II.3.46)}$$

ここに、 $K = \frac{2}{3} \cdot K_1$  である。いま、

$$\xi = w_p / \sigma_p, \quad \xi_0 = w_0 / \sigma_p \quad \text{..... (II.3.47)}$$

と置けば、(II.3.46)式はつぎのように表わされる。

$$C_B = K \left[ g(\xi_0) / \xi_0 - G(\xi_0) \right] \quad \text{..... (II.3.48)}$$

ただし、

$$g(\xi_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp \left( -\frac{1}{2} \xi_0^2 \right) \quad \text{..... (II.3.49)}$$

$$G(\xi_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\xi_0}^{\infty} \exp \left( -\frac{1}{2} \xi^2 \right) d\xi$$

(II.3.48)式において重要な役割を果すパラメーター  $\xi_0$  は次のように考えることができる。砂粒の浮き上がる基準面を砂粒の高さの点にとっているので、その点における砂粒の速度変動の標準偏差として、

$$\sigma_p = \sqrt{w_p^2 (T_*)} = \beta_1 \sqrt{w_f^2} \quad \text{..... (II.3.50)}$$

をとることにする。底面近傍における  $\sqrt{w_f^2}$  は Laufer や Klebanov<sup>29)</sup> の平板上での実験値から求めると、 $0.9 u_*$  程度である。それゆえに、(II.3.50)式の標準偏差は  $\sigma_p = 0.9 \beta_1 u_*$  となり、通常の浮遊砂に対して、 $\beta_1 = 0.83$  程度(図-II.3.18 参照)とすれば、

$$\sigma_p = 0.75 u_*$$

になるものと考えられる。さらに、河床波が発生すると、その凹凸によって見かけ上  $u_*$  が増大するが、

有効掃流力の項で述べたように、河床付近の濃度に対しては、 $u_*$ よりも粗度の効果を考慮した、有効摩擦速度を用いなければならない。したがって、 $\sigma_p$ は

$$\sigma_p = 0.75 u_{*e} \dots\dots\dots (\text{II.3.51})$$

と表示できるものとしよう。 $\xi_0 = w_0 / \sigma_p = 0.75 w_0 / u_{*e}$ として、実験資料を図- II.3.19 に示すようにプロットし、これから (II.3.48) 式の比例定数  $K$  を求めたところ  $K = 0.025$  の値を得た。すなわち、河床付近の濃度は、

$$C_B = 0.025 [g(\xi_0) / \xi_0 - G(\xi_0)]$$

ただし、 $\xi_0 = 0.75 w_0 / u_{*e}$

$$= 0.75 w_0 / u_* \cdot (u_* / u_{*e}) \dots\dots\dots (\text{II.3.52})$$

と (II.3.49) 式で表わされる。図- II.3.20 は、 $u_{*e} / u_*$  をパラメーターして、(II.3.52) 式を図示し、Lane・Kalinske の河床付近の濃度の式と比較を行なったものである。この結果から明らかなように、Lane・Kalinske の濃度を与える式は、(II.3.52) 式よりもかなり小さく、流砂量を小さく与えることを示していると言えよう。

一方、混合砂に対しては、Lane・Kalinske の式と同様に、河床付近の濃度は、対象としている粒子の河床に占める割合に比例するとして、

$$C_B = 0.025 \cdot \Delta F(w_0) [g(\xi_0) / \xi_0 - G(\xi_0)] \dots\dots\dots (\text{II.3.53})$$

のように書ける。ここに、 $\Delta F(w_0)$  : 河床において沈降速度  $w_0$  の粒子が占める割合である。

以上述べたように、河床付近の濃度は有効摩擦速度  $u_{*e}$  を用いて記述され、河床粗度の相違によって、濃度が大きく変化することを指摘するとともに、その関数形も浮上する量と沈降する量との関係から見出された。なお、ここにおいて示された河床付近の濃度は、Lane・Kalinske の式で計算されるものより大きく、また、(II.3.53) 式は、 $w_0 / u_{*e} \approx 1$  では  $C_B \propto u_*^{-3}$  であり、 $w_0 / u_{*e} \ll 1$  では  $C_B \propto u_*$  の特性を有している。

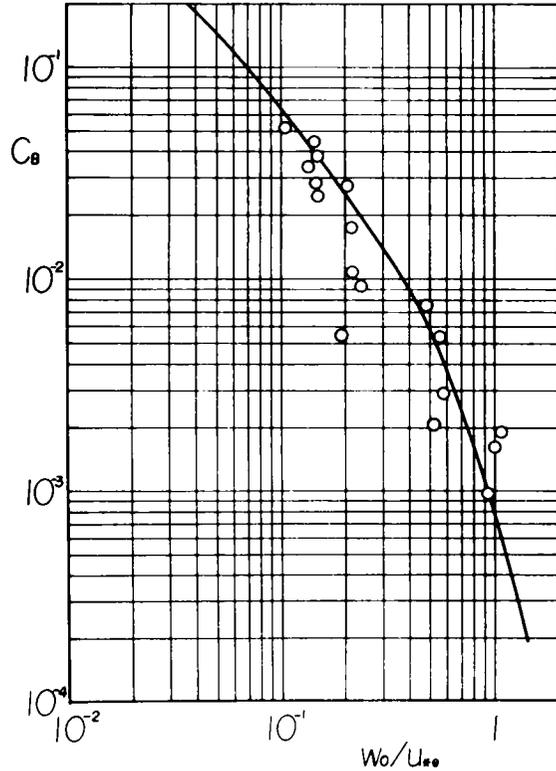


図- II.3.19 河床付近の濃度 (容積濃度)

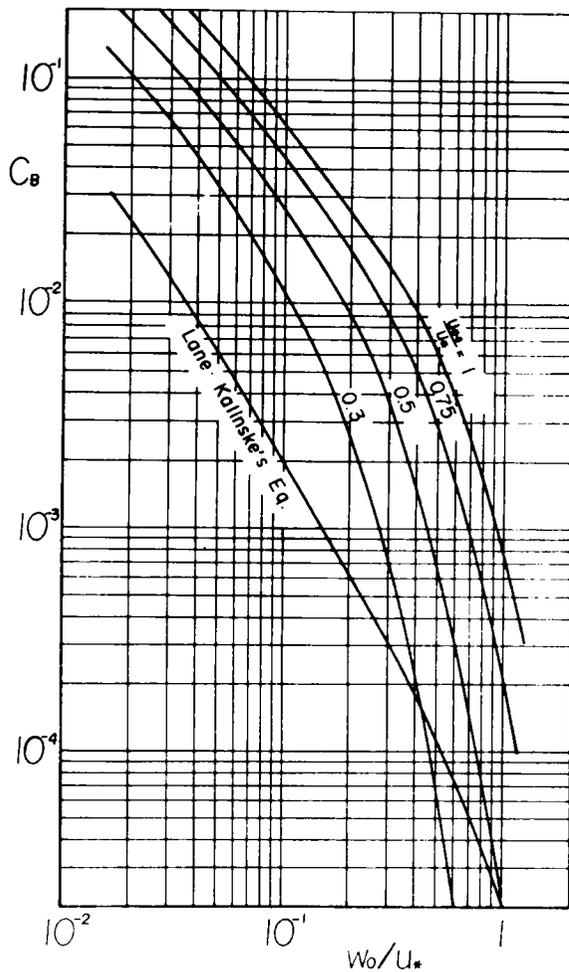


図-11.3.20 (II.3.20)式と(II.3.52)式の比較

(4) 浮遊砂量

浮遊砂量は流速と浮遊砂濃度の積の鉛直方向の積分値で表わされるので、第2章で述べたように、

$$q_s = \int_a^h u C dz \quad \dots\dots\dots (II.2.1)$$

のようになる。いま、流速分布として、(II.3.23)および(II.3.24)式を用いて、

$$\frac{u}{U} = 1 + \frac{1}{\kappa} \frac{n \sqrt{g'}}{h^{1/6}} + \frac{1}{\kappa} \frac{n \sqrt{g'}}{h^{1/6}} \ln \frac{z}{h} \quad \dots\dots\dots (II.3.54)$$

のように書き、濃度分布として(II.3.12)式を用いると、(II.2.1)式は次式のように表わされる。

$$q_s = qC_B \left(\frac{a}{h-a}\right)^Z \left[ \left(1 + \frac{1}{\kappa} \frac{n\sqrt{g}}{h^{1/6}}\right) \int_{a/h}^1 \left(\frac{1}{\eta} - 1\right)^Z d\eta + \frac{1}{\kappa} \frac{n\sqrt{g}}{h^{1/6}} \int_{a/h}^1 \ln \eta \left(\frac{1}{\eta} - 1\right)^Z d\eta \right] \quad (\text{II.3.55})$$

ここに、 $\eta = \frac{z}{h}$ 、 $C_a = C_B$ としているが、一様砂では $C_B$ として(II.3.52)式を用い、混合砂では(II.3.53)式を用いなければならない。

以上から明らかなように、(II.3.55)式の流砂量は

$$\frac{q_s}{q\Delta F(w_0)} = f_4 \left( \frac{w_0}{u_*}, \frac{n\sqrt{g}}{h^{1/6}}, \frac{u_{*e}}{u_*}, \kappa \right) \quad (\text{II.3.56})$$

のようになり、Lane・Kalinskeの式として、(II.3.25)式のように修正しなければならないことを述べたが、その式における $A$ は $A = u_{*e}/u_*$ とならなければならないことが理解される。

さて、(II.3.55)式を計算するために、混合砂の場合を想定して、

$$\frac{q_s}{q\Delta F(w_0)} = 0.025 \left[ g(\xi_0)/\xi_0 - G(\xi_0) \right] \left[ \left(1 + \frac{1}{\kappa} \frac{n\sqrt{g}}{h^{1/6}}\right) A_1 + \frac{1}{\kappa} \frac{n\sqrt{g}}{h^{1/6}} A_2 \right] \quad (\text{II.3.57})$$

$$\text{ただし、} \quad A_1 = \left(\frac{a}{h-a}\right)^Z \int_{a/h}^1 \left(\frac{1}{\eta} - 1\right)^Z d\eta \quad (\text{II.3.58})$$

$$A_2 = \left(\frac{a}{h-a}\right)^Z \int_{a/h}^1 \ln \eta \left(\frac{1}{\eta} - 1\right)^Z d\eta \quad (\text{II.3.59})$$

$$Z = \frac{w_0}{1.2 \kappa u_*} \quad (\text{II.3.60})$$

のように書き、(II.3.58)および(II.3.59)式を数値計算したものが図-II.3.21 および22である。

以上より、浮遊砂量の算定ができるが、その計算手順は、まず粒子の沈降速度を決定し、その河床に占める割合を求める。つぎに、 $u_*$ および $u_{*e}$ を決定するが、平均流速が未知の場合には、第I編における移動床の抵抗法則を用いて $u_{*e}$ を決定しなければならない。これらの水理量が決定されれば、(II.3.52)および(II.3.49)式を用いるかあるいは図-II.3.19を用いて河床面付近の濃度を計算し、さらに、図-II.3.21 および22を用いて浮遊砂量を決定することができる。

ここで、一つ大きな問題として残っているのは、河床付近の濃度を河床からどの程度の高さで与えるかということである。図-II.3.21 および22からも明らかなように、 $a/h$ が小さくなるに従って、 $A_1$ と $|A_2|$ は小さくなり、これが流砂量に及ぼす影響は少なくない。ここでは、河床面付近の濃度を実験値から求める際に、 $a/h = 0.05 \sim 0.1$ の点の濃度を用いたので、 $a/h = 0.05$ として、従来の資料と上述の流砂量式とを比較検討した。その結果が図-II.3.23に示されており、図中の点線は、上方のものが流砂量式の3倍の値であり、一方下方が0.5倍の値を示している。また、実線は流砂量式と実験値が完全に

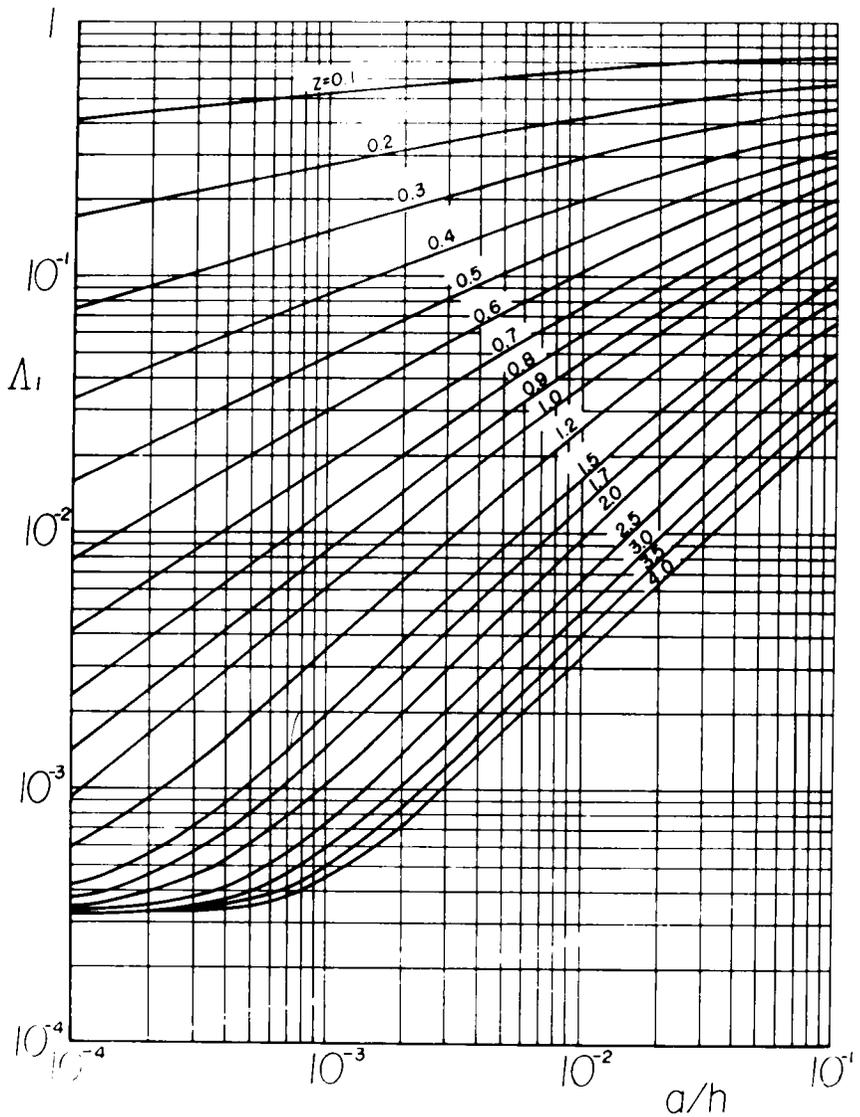


図-1.3.21  $\Delta_1$ の数値計算結果

一致する直線を示したものであって、ここで検討した資料は、流砂量式 0.5～3 倍の範囲内にはほとんど入っているようである。ただし、カルマン定数は 0.4 として計算が行なわれた。

以上、浮遊砂量式の誘導と実験資料の比較検討を行なってきたが、その結果河床付近の高さとして、 $a/h = 0.05$  を仮定することによって、本章で得られた浮遊砂量式で浮遊砂量の算定が 0.5～3 倍程度の範囲で可能であることを示した。しかしながら、河床付近の高さに関しては、流れ特性の検討から、さらに明確な決定方法が今後検討されなければならないであろう。

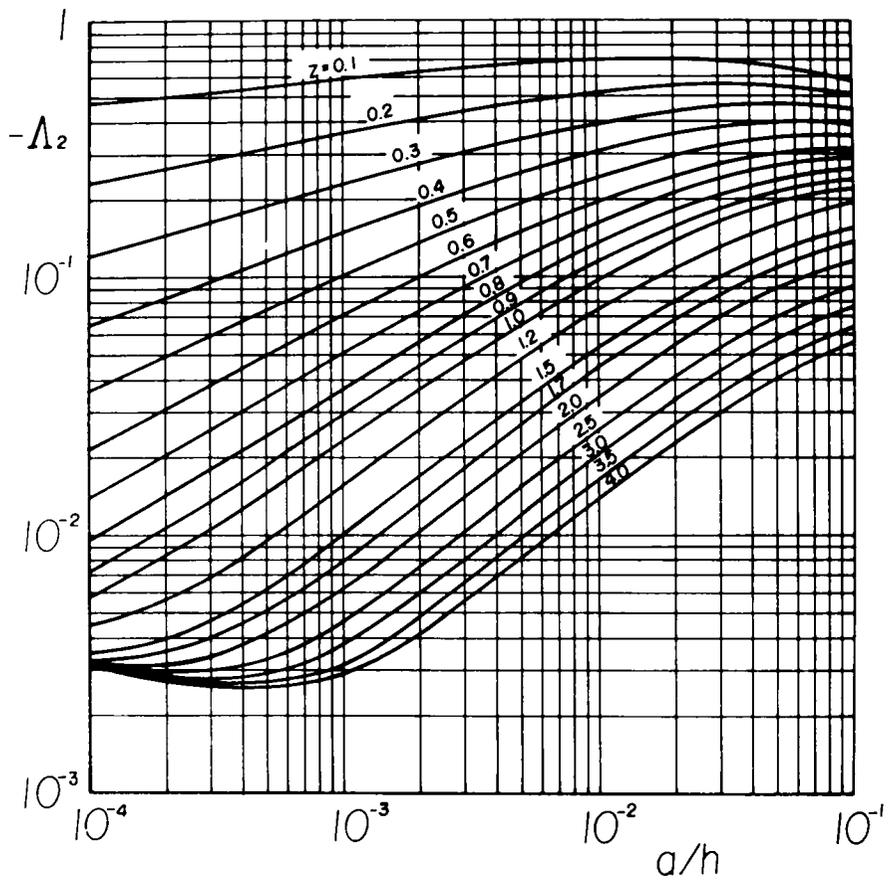


図-1.3.22  $\Lambda_2$  の数値計算結果

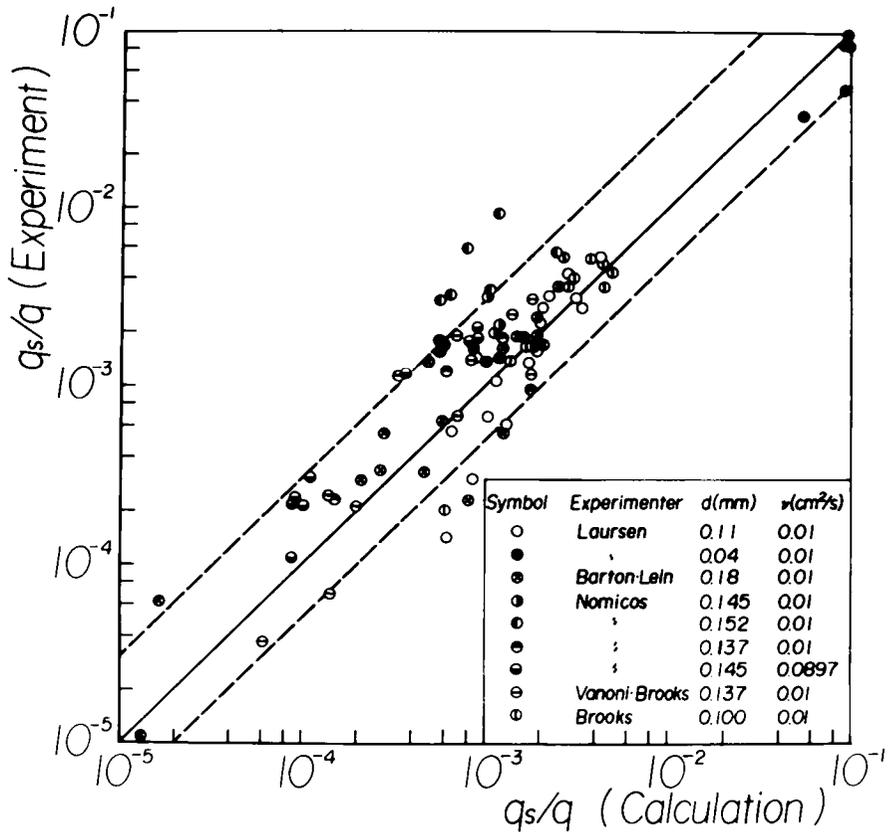


図-Ⅱ.3.23 実験値と(Ⅱ.3.57)式との比較

## 第 6 節 結 語

以上本章においては、浮遊形式の土砂輸送の問題を取り上げて、その定量化を確立するために、濃度分布特性、浮遊砂の粒度特性、微細粒子の流れに及ぼす影響について検討を加えた。つぎに、これらの結果と河床付近の濃度の考察によって、新しい浮遊砂量式を誘導するとともに、この式の適合性について、従来の実験資料に基づいて検討を行ない、広範囲の実験に適合することを見出した。

第2節では、浮遊砂の濃度分布式を誘導する2つの立場を述べ、ここでは流体成分と浮遊砂成分を分離する法に基づいて、濃度分布の基礎方程式を導びいた。平衡状態の濃度分布を対象にして、従来提案されている濃度分布式の比較検討を行ない、Rouse, Lane・Kalinskeの式形がその取扱いにおいて、非常に簡便であることを示した。

第3節では、混合砂の浮遊砂に関する平衡状態の濃度分布式として、上述のどの式形が適しているかを検討した結果、Rouseの式が実験値によく適合することを見出すとともに、粒径ごとに重ね合せができることを、実験的に明らかにした。また、その濃度分布式における指数は、 $Z = w_0 / 1.2 \kappa u_*$ で表わされる

ことを明らかにした。一方、浮遊限界は、 $w_0/u_* = 0.7 \sim 1$  で、砂粒子がすべて浮遊する場合には、その粒度分布は Rouse の濃度分布式を粒径別に成立させること、および河床砂の粒度分布を河床付近の浮遊砂のそれに等しいとすることによって、求めることができ、また、一部浮遊しない河床砂を含む場合には、浮遊限界を考慮することによって、浮遊砂の粒度分布を算定できることを示した。

第4節では、粒径が約0.06mm以下の粒子を微細粒子と名付け、このような砂粒子が流体中に含まれると、流体の見かけ粘度が大きく変化することを実験的に明らかにした。この結果、微細粒子を含む流体における砂粒の沈降速度は、微細粒子の濃度の増加に伴って粘性が増加するため、非常に減少し、その減少割合は砂粒径が小さくなる程大きくなる。以上は、静水中における実験結果であるが、微細粒子を含む流れにおいても、そこに浮遊している砂粒の濃度分布の測定結果から、静水における場合と同様に、微細粒子の濃度の影響のため、浮遊砂の沈降速度は減少することが明らかにされた。したがって、微細粒子による粘性の影響を考慮した沈降速度を与えれば、第3節で述べた濃度分布式が浮遊砂に適用できる。さらに、興味ある事実として、微細粒子のみを含む流れ、あるいは微細粒子と浮遊砂を含む流れにおけるカルマン定数の変化は、微細粒子による粘性の変化を考慮した沈降速度を志村の式に適用することによって算定される。このように、微細粒子と0.06mm以上の浮遊砂では、流体に及ぼす影響が非常に異なり、wash load を多量に含む流れにおいては、流体の粘度の変化を考慮しなければならない。

第5節では、従来浮遊砂量の算定に、広く用いられている Lane・Kalinske および Einstein の式を取り上げ、それらの適合性について検討して、前者では河床粗度の影響が流砂量の算定において入っておらず、実験値との適合はよくないことが明らかにされた。一方、後者においては、大きい粒子あるいは粘性底層による細かい粒子の遮蔽効果が過大評価されており、細かい砂粒に対してその適合性はよくないことが指摘された。したがって、本節においては、河床付近の砂粒子の挙動を Tchen の運動方程式によって検討し、砂粒の乱れ強度と流れのそれとは、ほとんど一致することを確認して、この特性を河床付近の濃度の算定に用いた。すなわち、Lane・Kalinske の河床付近のモデルとほとんど類似な考え方により、砂の浮上する量と沈降する量とが等しいという条件から、河床付近の濃度を決定する関数形を導びいた。この式の特徴は、河床付近の乱れ強さは、 $u_*$  ではなく、 $u_{*e}$  に関連しているとして、河床粗度の影響を河床付近の濃度に反映させたことであり、その結果従来より問題となっていた、浮遊砂量式に対する河床粗度の影響がより明瞭にされたものと思われる。このような河床付近の濃度を用いて、浮遊砂量式を誘導し、従来の実験資料と比較検討した結果、実験値は流砂量式の0.5～3倍の範囲内に入ることが明らかにされた。

## 参 考 参 献

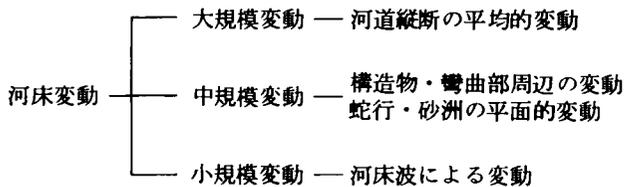
- 1) Vanoni, V. A. : Transportation of Suspended Sediment by Water, Trans, ASCE, Vol 111, 1946, pp. 67-133.
- 2) Einstein, H. A. and N. Chien : Second Approximation of the Suspended Load Theory, Series 47, Issure No.2, Univ. of California, Berkley, 1952.
- 3) 志村博康：浮遊砂を有する水流の諸特性について，土木学会論文集，第46号，昭38，pp. 22-29.
- 4) 日野幹雄：固体粒子を浮遊した流れの乱流構造の変化，土木学会論文集，第29号，昭38，pp. 11-20.
- 5) Lane, E. W. and A. A. Kalinske : Engineering Calculations of Suspended Sediment, Trans. A. G. U., Vol 22, 1941, pp. 603-607.
- 6) Einstein, H. A. : The Bed-load Function for Sediment Transportation in Open Channel Flows. U. S. Dept. of Agric., Soil Conserv. Service, Tech. Bull. No.1025, 1950, pp. 1-71.
- 7) Hinze, J. O. : Turbulence, McGraw-Hill, 1959, pp. 353-354.
- 8) たとえば石原藤次郎・本間 仁編：応用水理学，中I，昭33，p. 22.
- 9) Hunt, J. N. : On the Turbulent Transport of a Heterogeneous Sediment, Quartary Journal, Mechanics and Applied Mathematics, Vol 12, Part 2, 1969, pp. 235-246.
- 10) 矢野勝正・芦田和男・大同淳之・前田武志：浮遊流砂による貯水池の堆砂に関する研究，京大防災研究所年報，第7号，昭39，pp. 348-364.
- 11) 岩佐義朗：固・液混相流の水理学的性質に関する研究，水成地形の変動による河川災害の総合的研究，昭47，pp. 61-66.
- 12) Rouse, H. : Modern Conceptions of the Mechanics of Fluid Turbulence, Trans, ASCE, Vol.102, 1937, pp. 463-543.
- 13) Lane, E. W. and A. A. Kalinske : 前出の論文5)
- 14) Zagustin, K. : Sediment Distribution in Turbulent Flow, Joul. of Hydraulic Research, No.2, 1968, pp. 163-172.
- 15) 芦田和男・道上正規：浮遊砂量に関する実験的研究，京大防災研究所年報，第10号B，昭42，pp. 63-79.
- 16) 芦田和男・道上正規：浮遊砂に関する研究(1)―河床付近の濃度―，京大防災研究所年報，第13号B，昭45，pp. 63-79.
- 17) 椿東一郎：流砂，1966年度水工学に関する夏期研修会講演集，A，1966.
- 18) 道上正規・田中健二：微細粒子が浮遊砂に及ぼす影響について，土木学会第26回年次学術講演会講演集，第2部，昭46，pp. 169-172.
- 19) Kikkawa, H. and S. Fukuoka : Hydraulic Roles of Wash Load, Trans. JSCE, No.155, 1968, pp. 42-51.
- 20) 大同淳之：粘土を多量に含む流体の粘度と降伏値，第15回水理講演会講演集，昭46，pp. 1-6.

- 21) 森 芳郎・乙竹 直：懸濁液の粘度について，化学工学，第20巻，9号，1956.
- 22) Nordin, C. F. : A Preliminary Study of Sediment Transport Parameters, Rio Puerco near Bernad, New Mexico, Prof. Paper 462-C, U. S. Geol. Survey, 1963.
- 23) Elata, C. and A. T. Ippen : The Dynamics of Open Channel Flow with Suspensions of Neutrally Bouyant Particles, Tech. Report No.45, MIT, Hydrodynamics Laboratory, 1961.
- 24) Corsin, S. and J. Lumley : On the Equation of Motion for a Particle in Turbulent Fluid, Appl. Sci. Res. Sec. A, Vol 6, 1956, pp. 114-116.
- 25) Friedlander, S. K. : Behavior of Suspended Particles in a Turbulent Fluid, Joul, A. I. Ch. Eng., Vol 3, No. 3, 1957, pp. 381-385.
- 26) Soo, S. L. : Statistical Properties of Momentum Transfer in Two Phase Flow, Chemical Eng. Sci., Vol 5, No. 2, 1956, pp. 57-66.
- 27) Soo, S. L. : Fluid Dynamics of Multiphase Systems, Blaisdell Publishing Company, 1967, pp. 31-42.
- 28) Hinze, J. O. : Turbulence, McGraw-Hill, 1959, pp. 352-364.
- 29) Monin, A. S. and A. M. Yaglom : Statistical Hydromechanics, 4th Edition, 1968, p. 209.

# 第Ⅲ編 河床変動に関する研究

## 第 1 章 緒 言

河道は自然的条件や人工構造物によって絶えず変化しており、このような変動の予測の理論として、河床変動論が発展してきた。河床変動を規模の大きさによって分類すると次のようになる。<sup>1)</sup>



これらの取扱い方に関しては、すでに緒論においても述べたように、それぞれ異なった手法が用いられているが、ここでは、河床変動に関する一次元解析法の適用が可能な大規模河床変動を取り上げて議論することにしよう。

一次元解析法は、水流の運動方程式、流砂量式および流砂の連続式を連立させることによって得られるが、しかし、水流の運動方程式が非線形であるため、数学的な手法によってその解析解を得ることは非常に困難である。最も厳密な数学的解析法として、岩垣<sup>2)</sup>によって研究された特性曲線法による解析法があり、その後計算機の普及によって、この手法がしばしば用いられてきた。しかしながら、流量や境界条件が絶えず変化している河道に、このような手法を適用して計算するには、非常に多くの労力を要するとともに、計算結果を見なければどのような結果になるかわからないという欠点がある。この手法にはあるように思われる。また、従来は流砂量式として、一様砂のそれを通常用いてきたが、河川の河床材料は混合砂礫から構成されているので、実際河川の状態に近づけるには、当然のことながら、このような砂礫の混合特性を考慮した解析がなされなければならない。

以上の点にかんがみ、河道の境界条件の影響を検討するために、流れの擬似等流の仮定が設定されて、河床変動の基礎方程式の近似化が行なわれ、拡散型の基礎方程式が導びかれてきた。<sup>3~5)</sup> この方程式によれば、容易に境界条件の影響を検討できるとともに、流れの場が適切な近似条件下に置かれた場合には、この解析法は精度の高い河床変動量を与えようと言えよう。したがって、このような基礎方程式で河床変動を議論するには、境界条件の設定方法が最も重要な課題と言える。

一方、河道は河川の営力によって、長年月の経過をへて形成されたものであり、その形状は比較的安定した状態を示しているという考えに基づいて、河川の平衡状態という概念が提案されてきた。周知のように、河床が平衡河床を形成するには、2つの形成過程があり、第1には任意の断面で流砂量が一定という条件のいわゆる動的平衡と、第2には砂礫が全然移動しないという条件の静的平衡がある。これに関する

研究は非常に多くの研究者によって行なわれてきており、<sup>6~8)</sup>とくに河床の縦断形状に関しては、一様砂を対象とする限りほとんど明らかにされてきた。しかしながら、混合砂礫床の問題として、まだ未知な点が残されており、その検討が必要視されている。

以上述べたように、本編においては、混合砂礫床の河床変動を対象に取り上げ、砂礫の混合効果が河床変動にどのような影響を与えるかを実験的考察に基づいて、検討するとともに、上流部からの給砂のない場合の河床変動を主に、<sup>6)</sup>として、その境界条件の設定方法や混合砂礫床の一般的な河床変動の取扱い方を明らかにする。ついで、断面が変化する場合の混合砂礫床の平衡河床形状を取り上げ、それに関する理論を一様砂の場合と比較検討しながら、混合砂の河床変動に関する考察を行なう。

### 参 考 文 献

- 1) 石原藤次郎編：水工水理学，丸善，昭 47，p.193.
- 2) Iwagaki, Y.: On the Analysis of Mechanism of River-bed Variation by Characteristics, *Memories of the Faculty of Eng., Kyoto Univ.*, Vol.18, No.3, 1956, pp.163-171.
- 3) 石崎勝義：河川の堆積機構に関する一考察，第 12 回水理講演会講演集，昭 43，pp.67-72.
- 4) 足立昭平：貯水池の堆砂に関する一考察，第 10 回水理講演会講演集，昭 41，pp.55-58.
- 5) 芦田和男：河床変動に関する研究 — 下流端水位低下による河床変動 —，京大防災研究所年報，第 12 号B，昭 44，pp.437-447.
- 6) 増田重臣・河村三郎：流砂ある河川における平衡勾配について，土木学会論文集，第 70 号，昭 35，pp.8-16.
- 7) 土屋義人：流路の安定縦断形状に関する研究，京大防災研究所年報，第 5 号，昭 37，pp.192-211.
- 8) 芦田和男：断面変化部における河床変動に関する研究(1)，京大防災研究所年報，第 6 号，昭 38，pp.312-327.

## 第 2 章 河床変動に及ぼす混合砂礫の効果と河床変動の解析法

### 第 1 節 概 説

沖積河川においては、上流からの土砂の供給量がその地点の水流の土砂輸送能力よりも小さい場合、たとえばダム下流域のようなところでは、河床低下が進行するとともに、その影響は下流に伝播していく。さらに実河川の河道は大小様々の大きさの混合砂礫から構成されているために、河床低下の過程において、細かい土砂が河床からより多く流送され、河床に残る砂礫は次第に粗くなる。このように河床材料が河床低下ともなつて次第に粗粒化し、この粗粒化によって河床低下を抑制する状態をわれわれはarmouring効果あるいはarmouring現象と呼ぶとともに、その河床砂礫層を armour coat と名づけている。こうしたダム下流域の現象を解明することは、種々の目的のために建設された多くのダム下流部の水理構造物や護岸に対する影響を予知することに役立つものと思われる。

諸外国においては、ダム建設と同時に河床変動および河床材料の粒度分布の測定が行なわれ、たとえばコロラド川においては、非常に詳細な観測が約 20 年間にわたつて、Borland・Miller<sup>1)</sup>によって行なわれた結果が報告されている。それによると、河床材料は砂が主体となっているので、土砂流送も活発であり、したがつて数 10 km の区間にわたつて数 m の河床低下が生じているようである。一方、実験的および理論的研究としては、河床低下に関して Tinney<sup>2)</sup>、Aksoy<sup>3)</sup>の研究があるが、これらは河床砂を一様砂とみなして考察されたものであり、実河川のような混合砂礫床に対しては、混合特性をさらに吟味する必要がある。Garde・Hansan<sup>4)</sup>は armour coat の代表粒径を初期の河床材料の標準偏差から推定する方法を実験的に検討して、その砂礫が限界掃流力の状態にあると仮定して、終局的なダム下流部の安定こう配の推定方法を提案している。

わが国においては、河村<sup>5,6)</sup>はダム下流域の河床低下を河床変動の基礎方程式に基づいて考察を加えるとともに、従来提案されている armouring 効果を表わす経験式を用いて、混合砂礫床の河床低下を検討している。しかし、この armouring 効果を表わす式には若干の問題点があり、一般的な使用は困難なように思われる。一方、平野<sup>7)</sup>は Egiazaroff<sup>8)</sup>によって提案された混合砂礫の粒径別の限界掃流力を考慮に入れた流砂量式を適用した河床変動の基礎方程式、ならびに粒度の連続式を用いて、ダム下流域の河床低下および armour coat に関する興味ある研究を進めている。

このような混合砂礫床の河床変動を解析するにあつては、まず第 1 に混合砂礫の流砂現象がいかなるものであるかを認識する必要があるが、これに関しては第 1 編において議論されたのでここでは省略する。つぎに、一様砂および混合砂礫の河床において、外力または境界条件の変化によって生起する河床変動の相違点を考えなければならない。これは前者が河床変動のみで外力などの変化に対応しようとするのに反し、後者では河床変動と河床材料の粒度構成の変化の 2 つの作用で対応していると考えられる。したがつて、河床材料が混合砂礫から構成されている河道の河床変動は、通常一様砂礫のそれよりも小さくなるこ

とが予想される。それ故に、ダム下流域の河床低下量を予測するには、armour coatの特性が明らかにされなければならない。

以上の観点に立って、本章においては、混合砂礫床の河床変動を明らかにするために、砂礫の混合特性に注目して、一次元解析法によって検討する。

すなわち、第2節においては、砂礫の混合効果を明らかにするために、armour coatを実験的に形成して、それと河床変動の関連を検討する。ついで、このarmour coatの伝播および粒度分布の推定法を理論的に導びき、混合砂礫床の河床変動に対する解析への基礎とする。

第3節では、流砂量式、流砂の連続式および水流の運動方程式を連立させて、これらの方程式から境界条件および初期条件の影響を容易に予測しうる拡散型の河床変動の基礎方程式を導びく。

さらに第4節では、armouring現象の考察の結果と上述の拡散型の基礎方程式に基づき、種々の境界条件下の河床変動の特性を検討し、とくにダム下流域の河床変動に関して実験値と解析解を比較検討しながら考察を加える。

## 第 2 節 河床変動に及ぼす混合砂礫の効果<sup>9),10)</sup>

### (1) 実験装置と実験方法

実験水路は幅 0.8 m、長さ 20 m のコンクリート水路で、河床砂として使用した砂礫は、図-1.2.1に示すよう混合砂礫である。下流端には採砂装置を設置し、流出土砂の測定ができるようになっている。河床砂は混合砂礫からなっているので、分離や場所的な河床砂礫の粒度分布の相違がないように、注意深くならして通水を開始するとともに、水路下流端の貯水槽の水位をゲート操作によって、流れが等流になるように調整した。本実験の境界条件はすべての場合、上流端の給砂量を 0 とし、下流端は堰によって河床高を一定に保持した。混合砂礫床の流砂現象を観察するために、初期の水理量は流砂量がほとんどない場合、かなり活発にある場合および非常に多い場合の状態になるように設定して、各状態における河床砂の粒度分布、河床変動、水理量、流出土砂量およびその粒度分布の時間的変化を測定した。実験条件は表-1.2.1に示すとおりであるが、添字 0 のついているものは初期値を表わす。

図-1.2.2は Gessler<sup>11)</sup>によって撮影された armour coat の状況であるが、この写真から明らかなように、armour coat の厚さはごく薄い表層に限られている。したがって、河床砂の採砂方法によって、その粒度が大きく変化する恐れがあるので、各実験を通じて河床面から粒径程度の深さの砂礫を採集するよう十分な注意を払った。

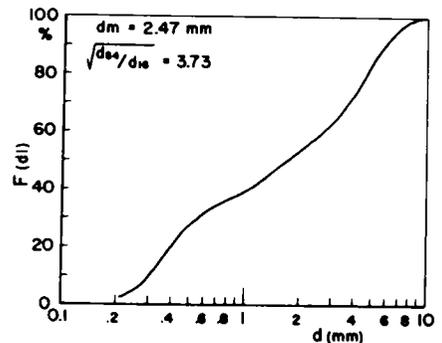
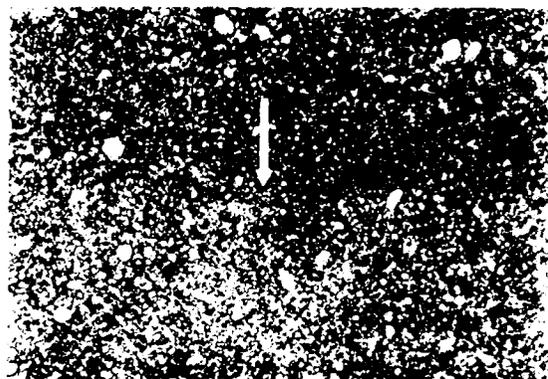


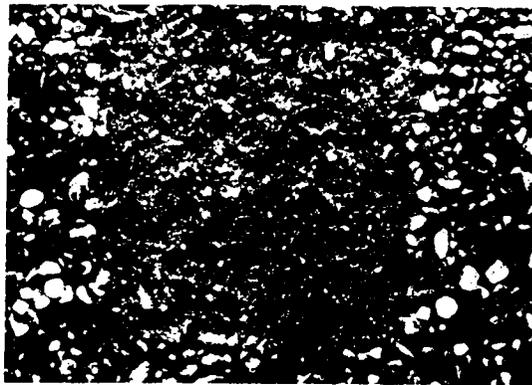
図-1.2.1 使用砂の粒度分布

表-1.2.1 実験条件

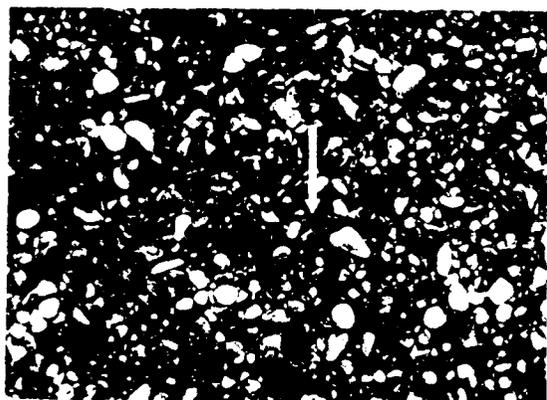
Run of Exp.	$i_0$	$q$ cm <sup>2</sup> /s	$u_{*0}$ m/s	Manning's $n$	$T$ min.
1	0.0040	250.0	4.65	0.022	360
2	0.0044	375.0	5.13	0.019	600
3	0.0048	62.5	3.44	0.024	240
4	0.0049	93.8	3.80	0.023	360
5	0.0047	125.0	3.98	0.018	360
6	0.0100	392.5	7.14	0.020	600
7	0.0200	375.0	7.30	0.022	240



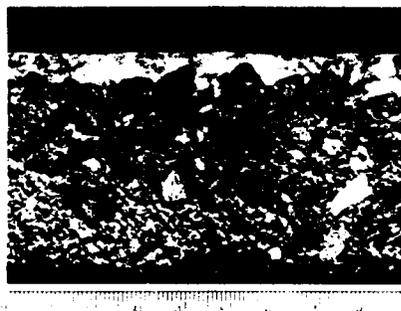
(a)



(c)



(b)



(d)

図-1.2.2 Armour Coatの状況 ( Gessler ).

(a)通水前, (b)十分に発達した armour coat, (c)部分的に armour coat を破壊した状況, (d) armour coat の深さ方向の状況

## (2) Armour Coatの形成過程と河床変動の関連

上流端からの給砂量がない場合、たとえばダム下流域のような場合、河床は与えられた掃流力に対応して安定化の方向に推移する。一様砂礫床では、掃流力に対応した河床変動のみが生じるが、一方混合砂礫床では、さらにそれに1自由度を増加させた形で河床変動が生じる。図-■.2.3に代表的な河床変動および水位変化に関する実験結果を示すとともに、図-■.2.4にこれらの実験における河床砂および流出砂の

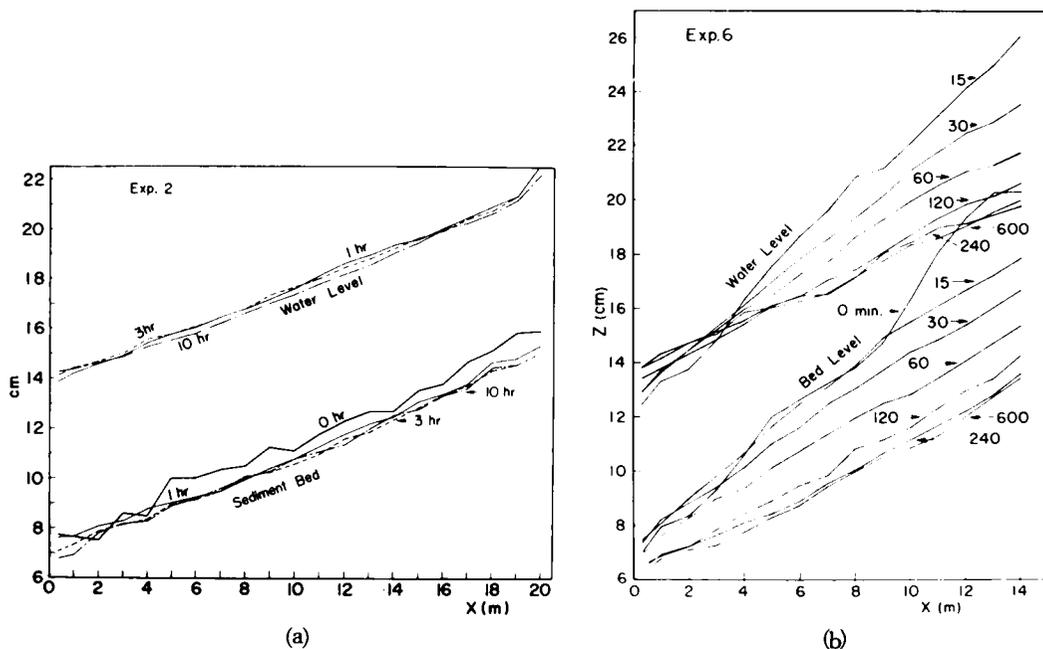
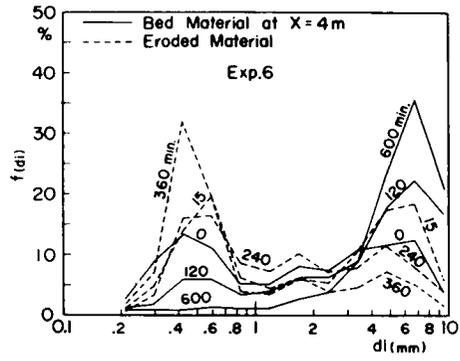
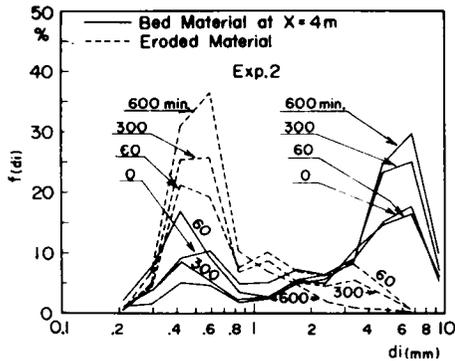


図-■.2.3 水位および河床の時間的变化

粒度分布の時間的变化を示している。図-■.2.3(a)および4(a)から明らかなように、水理量としての摩擦速度はほとんど変化せず、河床は初期河床にほぼ平行に若干低下するとどまるが、河床砂礫の粒度分布は大きく変化する領域が存在する。このような掃流力のもとでは、河床砂礫の一部に移動しないものが含まれるために、河床変動は高々粒径程度に抑制されるものと考えられる。Gessler<sup>12)</sup>の言葉を借りれば、この状態を *parallel degradation* の領域と定義することができよう。

一方、図-■.2.3(b)および4(b)に示したような領域では、顕著な河床変動が生じるとともに、河床砂礫の粒度分布も初期のそれよりも大幅に変化して粗粒化している。このような領域では、河床変動とともに摩擦速度も初期値から大きく変化するので、*parallel degradation* の領域とは性状が相違する。したがって、この領域を *rotational degradation* と呼ぶことにしよう。以上の2ケースの実験において、下流端で採集した流出土砂量を示したものが図-■.2.5である。Exp. 2の場合のように、流砂量の少ないときは、図-■.2.4(a) からわかるように、流出砂の粒径は小さく、一方 Exp. 6のように流砂量の多い場合には、通水初期における流出砂の粒度は河床砂のそれとほぼ類似しており、時間の経過にもなって流砂量が減少していく過程で、その粒度構成も細粒化していく様子がうかがわれる。



(a) (b)  
 図-2.4 河床砂および流出砂の粒度分布

armour coatの粒度分布および河床低下の過程は粒径別の限界掃流流に密接に関連しているので、(1.3.32)式あるいは図-1.3.8を用いて以上の考察を模式化すると図-2.6のようになる。図中の $u_{*c min}$ および $u_{*c max}$ は与えられた粒度分布から図-1.3.8を用いて決定される最小および最大粒径に対応する限界摩擦速度を表わしたものである。すなわち、

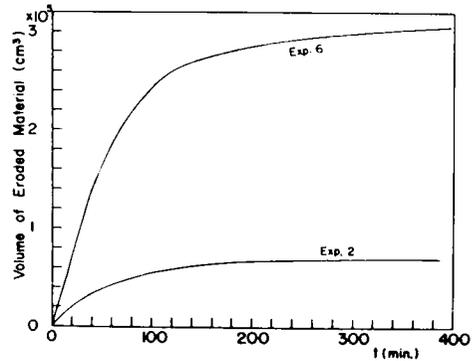


図-2.5 流出砂の時間的变化

- i)  $u_{*c min} \geq u_*$  では、河床砂礫は移動しない。
- ii)  $u_{*c min} < u_* \leq u_{*c max}$  の場合には、 $u_*$  の変化は見られないが、河床には armour coatが形成され、河床低下は初期河床に平行に若干起こる程度である。
- iii)  $u_{*c max} < u_*$  の領域では、全河床砂礫が移動の状態にあり、混合砂礫の流砂量の項で考察したように、混合効果は現われにくく、混合砂礫の代表粒径を用いて一様砂的な取扱いで河床低下を議論することが可能である。この領域では $u_*$ が $u_{*c max}$ になる方向に変化し、armour coatは $u_{*c max}$ によって規定される粒度分布をとるであろう。

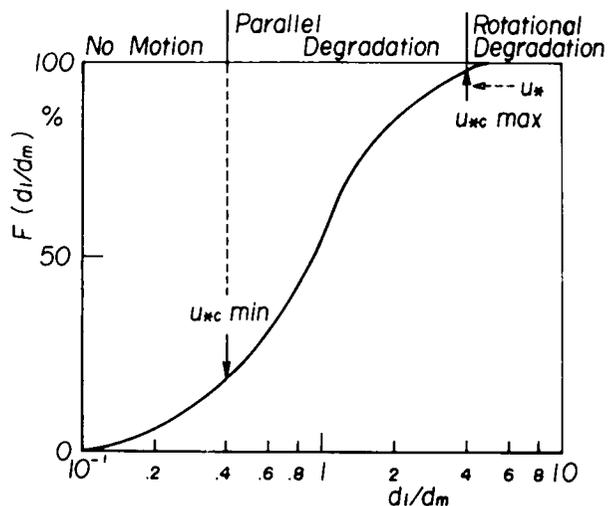


図-2.6 河床低下とArmouring現象との関連に関する模式図

(3) Armour Coatの伝播

parallel および rotational degradation の領域における armour coat の伝播の状況を、それぞれ図-11.2.7 および 8 に示している。これらの図から明らかなように、両者の領域で上流端では通水後、ただちに

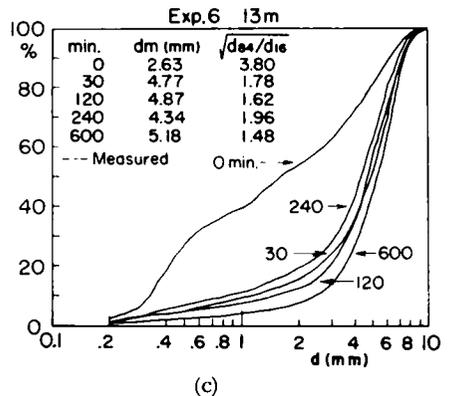
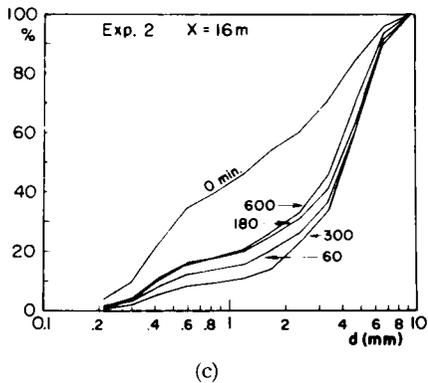
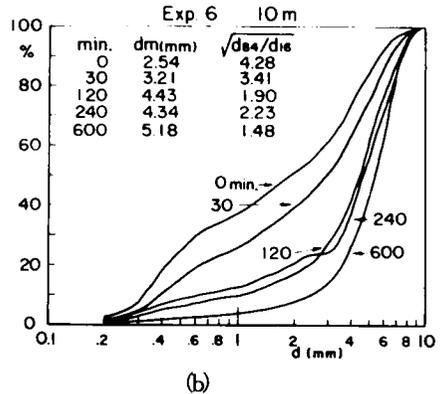
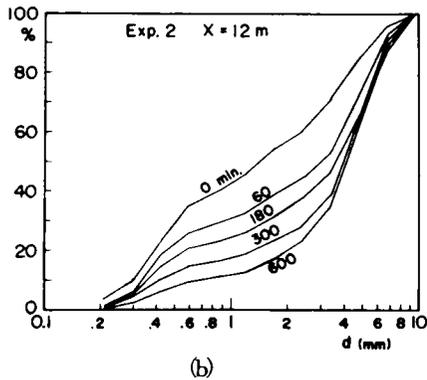
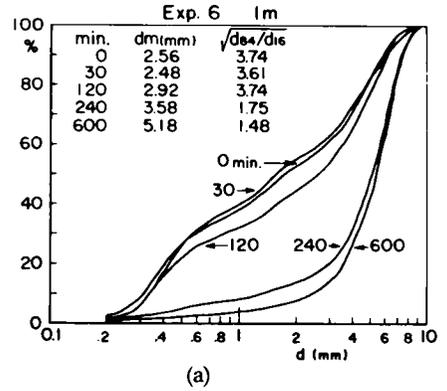
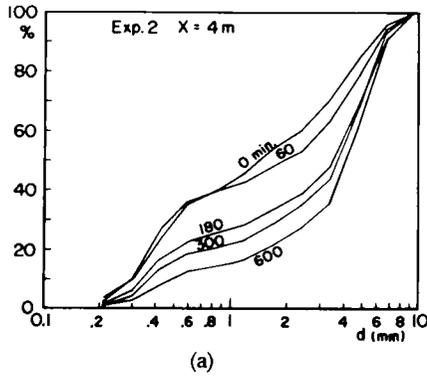


図-11.2.7 Parallel Degradationの領域の Armour Coatの伝播

図-11.2.8 Rotational Degradationの領域の Armour Coatの伝播

armour coat が形成されており、その影響が下流に伝播していくにしたがって、下流側の粒度の変化が生じ、この実験のような有限区間の領域では、5～10 時間程度経過した後で、水路全体が上流端で形成された armour coat によって、おおわれてしまうことが理解される。

一方、河床変動に関しては、rotational degradation の領域における河床低下に関する時間的変化を示した図-1.2.3(b)から、上流端においては、初期に形成された河床こう配を一定に保持しながら、河床が低下していく様子がうかがわれる。armour coat が下流に伝播していくことおよび上流端で形成された河床こう配が、下流に伝播していく様子は非常によく類似しており、両者が密接な関係にあることを示した興味深い実験結果であると考えられる。

以上の現象から、上流端からの給砂がない場合の河床低下は、上流端において armour coat によって決定される境界条件が、下流に伝播していく過程であると考えられる。

#### (4) Armour Coat の解析

armouring 現象は流砂量に混合効果が生じることによって生起する現象であると考えられるので、parallel degradation の領域における armour coat の粒度分布を求めるならば、全領域における終局的な粒度分布を求めることが可能である。いま、混合砂の流砂量式として、(1.3.33)式と(1.3.34)式があるが、ここでは(1.3.34)式を次式のように変形して用いることにしよう。

$$q_{Bi} = \frac{\varphi u_*^3}{(\sigma/\rho - 1)g} p(d_i) \int_{d_{min}}^{d_{max}} f_0(d_i) F(\tau_0/\tau_{ci}) dd_i \quad \dots\dots\dots (1.2.1)$$

$$\text{ここに、} p(d_i) = \frac{f_0(d_i) F(\tau_0/\tau_{ci})}{\int_{d_{min}}^{d_{max}} f_0(d_i) F(\tau_0/\tau_{ci}) dd_i} \quad \dots\dots\dots (1.2.2)$$

であり、 $d_{min}$  および  $d_{max}$  : それぞれ最小および最大粒径を表わす。(1.2.2)式は流砂の粒度分布を表わすので、parallel degradation の領域における河床低下量は、高々粒径の数倍程度のオーダーであるから、この低下量を  $jd$  で表わすと、終局的には  $jd \times$  単位面積の砂礫の量が(1.2.2)式の割合で流送されることになる。河床が一層(一層の厚さは平均粒径程度)低下した場合の粒度分布は、

$$f_1(d_i) = 2f_0(d_i) - p(d_i) \quad \dots\dots\dots (1.2.3)$$

となる。一般に  $j$  層低下した場合の粒度分布は、

$$f_j(d_i) = (j + 1)f_0(d_i) - jp(d_i) \quad \dots\dots\dots (1.2.4)$$

あるいは

$$F_j(d_i) = \int_{d_{min}}^d f_j(d_i) dd_i \quad \dots\dots\dots (1.2.5)$$

となる。ここに、 $f_j(d_i)$  および  $F_j(d_i)$  : 河床低下が  $j$  層生じたときの armour coat の確率密度分布およびその累加曲線、 $j$  : 正の実数である。 $f_j(d_i)$  あるいは  $F_j(d_i)$  の計算の仕方は、河床砂礫の平均粒径が変化した状態では、粒径別の限界掃流力もまた変化するので、一層ごとに分割して計算しなければならない。以上の計算をすべての河床砂礫が移動しない状態になるまで繰返す。

一方、流出砂の粒度分布は、(Ⅱ.2.4) 式を計算する過程から明らかなように、ステップごとに求められる  $p(d_i)$  を加え合せ、その平均をとることによって求められる。すなわち、

$$\bar{p}(d_i) = \frac{1}{j} \{ p_1(d_i) + \dots + (j - [j]) p_j(d_i) \} \quad \dots\dots\dots (\text{Ⅱ.2.6})$$

あるいは、

$$P(d_i) = \int_{d_{min}}^d \bar{p}(d_i) dd_i \quad \dots\dots\dots (\text{Ⅱ.2.7})$$

によって表わされる。ここに、 $\bar{p}(d_i)$  および  $P(d_i)$  : 流出砂礫の平均的な確率密度分布およびその累加曲線、 $[j]$  :  $j$  を越えない最大の整数である。

図-Ⅱ.2.9 は(Ⅱ.2.5) および (Ⅱ.2.7) 式から計算される値と実験値を比較したものである。この

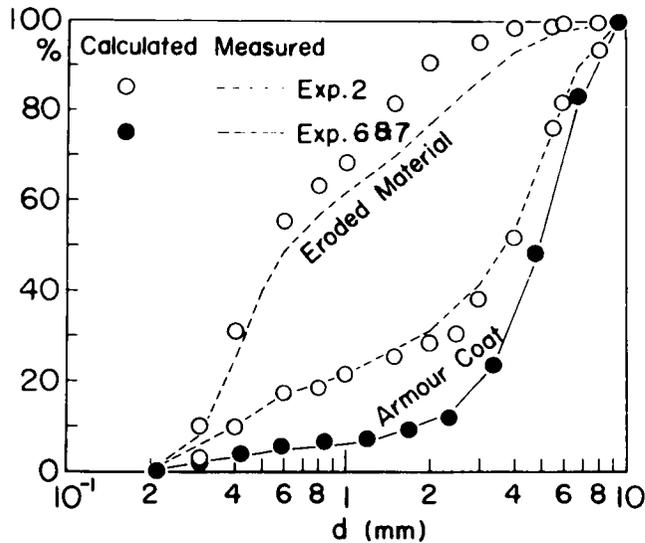


図-Ⅱ.2.9 Armour Coatの粒度分布に関する実測値と理論式の比較

ような簡単なモデルに基づく理論式であるにもかかわらず、理論値と実験値はかなり良好な一致を示しているとともに、rotational degradationの領域の2ケースの実験結果(Exps. 6 および 7)から、この領域においても最大粒径が、限界掃流力の状態になるときの  $u_{*c max}$  を与えられた水理量として、parallel degradationの場合とまったく同様な方法で計算した結果と実験値がよく一致すること、およびその再現性

も良好であることがわかる。ただし、 $d_{max}$ としては、河床の初期の粒度分布の95%粒径  $d_{95}$  を用いて計算している。

### 第 3 節 河床変動に関する一次元解析法の基礎方程式<sup>10)</sup>

緩こう配流れにおける不等流の運動方程式は、図-■.2.10に示すような座標をとるとき次式のように表わされる

$$\frac{u_*^2}{gh} = i - \left\{ \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{U^2}{2g} \right) \right\} \quad \dots\dots\dots (\text{■.2.8})$$

ここに、

$$i = i_0 - \frac{\partial z}{\partial x} \quad \dots\dots\dots (\text{■.2.9})$$

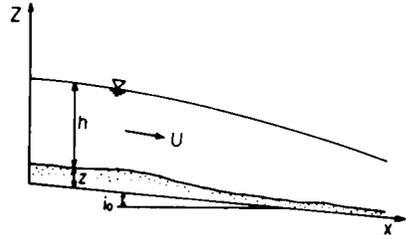


図-■.2.10 記号説明図

$i_0$  : 基準面の河床こう配,  $U$  : 断面平均流速である。いま, 水路幅が一樣であるとして, (■.2.8) 式の右辺の { } の項を  $L(x)$  で表わすとき,

$$L(x) = (1 - F_r^2) \frac{\partial h}{\partial x} \quad \dots\dots\dots (\text{■.2.10})$$

のように書ける。河床変動は、流砂量式から明らかなように、 $u_*$  の  $x$  方向の変化率によって規定されるので、(■.2.8) 式を  $x$  に関して偏微分し、Manning 型の抵抗法則  $u_* = g^{1/2} n g/h^{2/3}$  を用いて整理すると、

$$\frac{\partial i}{\partial x} = -\frac{10}{3} \frac{u_*^2}{gh^2} \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial L(x)}{\partial x} \quad \dots\dots\dots (\text{■.2.11})$$

ここに、

$$\frac{\partial L(x)}{\partial x} = (1 - F_r^2) \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + 3 \frac{A^2 u_*^2}{gh^2} \left( \frac{\partial h}{\partial x} \right)^2 \quad \dots\dots\dots (\text{■.2.12})$$

$A = U/u_*$ ,  $F_r$  : フルード数である。(■.2.11) は芦田<sup>13)</sup>によって検討されているように、 $\partial h/\partial x$  が 1/1000 程度よりも小さく、かつわれわれの対象としている河床変動が大スケールの場合には、(■.2.11) 式の右辺第 2 項は第 1 項に比較して無視しうると考えられる。以上のような仮定、すなわち擬似等流を仮定すれば、水流の運動方程式は

$$\frac{\partial i}{\partial x} = -\frac{10}{3} \frac{u_*^2}{gh^2} \frac{\partial h}{\partial x} \quad \dots\dots\dots (\text{■.2.13})$$

のように表わされる。

一方、水路幅が一様な場合の流砂の連続式は、次式のように表わされる。

$$\frac{\partial z}{\partial t} + \frac{1}{1-\lambda} \frac{\partial q_B}{\partial x} = 0 \quad \dots\dots\dots (2.14)$$

簡単のために、一様砂の流砂量式として、(1.3.4)式(佐藤・吉川・芦田の式)を用い、(2.13)式と(2.14)式から河床高  $z$  に関する方程式を導くと、次式のような拡散型の方程式をうる。

$$\frac{\partial z}{\partial t} = K \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \quad \dots\dots\dots (2.15)$$

ここに、

$$K = \frac{21}{20} \frac{1}{1-\lambda} \varphi F(\tau_0/\tau_c) \frac{q}{(\sigma/\rho-1)A} \quad \dots\dots\dots (2.16)$$

ただし、(2.15)式の誘導において、 $K$ は  $x$  方向に関して一定であるとしている。しかしながら、一般的に  $K$  の値は  $x$  または  $t$  に関して変化するが、顕著な河床変動が生じているときは、 $K$  の変化は緩慢であるので、平均的にみた値によって計算することができると考えられる。さらに、(2.16)式から明らかかなように、 $K$  は流砂量式によって決定される  $\varphi$  の値に依存しているので、この値の精度が  $K$  の精度を決定するといつてよいであろう。

また、(1.3.4)式の代りに、本論文で誘導した流砂量式(1.3.23)式を用いても、(2.15)式と同様な河床変動に関する基礎方程式を得るが、この場合の  $K$  の値は、

$$K = 17.8 \frac{q A_1^3}{(\sigma/\rho-1)A} \left(1 - \frac{\tau_{*c}}{\tau_*}\right) \left(1 - \frac{u_{*c}}{u_*}\right) \quad \dots\dots\dots (2.17)$$

のようになる。ここに、 $A_1 = A / [6.0 + 5.75 \log_{10} \{R/d(1 + 2\tau_*)\}]$  である。

一方、河床変動に関しては、特性曲線法によるより詳細な計算方法なども提案されているが、こうした方法は非常に膨大な計算をしなければならず、流砂量に関するわれわれの知見が乏しい現状においては、かならずしも得策でない場合も生じる。また、河床変動の安定性に関する研究からも、河床の変動は時間とともに減衰し、消滅していく過程であることが明らかにされている<sup>14)</sup>。以上の点を考慮するならば、(2.15)式は大スケールの平均的河床変動を解析していく場合に有効であるとともに、その解は境界条件によって規定される安定状態への移行過程を示すものであるとみなされ、河床変動の特性をよく表わしていると考えられる。

#### 第 4 節 河床変動に関する拡散型方程式による解析

(1) 種々の初期および境界条件下の河床変動特性

(■.2.15)式を次の境界条件および初期条件で解くことにしよう。境界条件として

$$z(x, t) \Big|_{x=0} = \varphi(t) \quad \dots\dots\dots (\text{■.2.18})$$

一方、初期条件としては、次式が成立するものとしよう。

$$z(x, t) \Big|_{t=0} = f(x) \quad \dots\dots\dots (\text{■.2.19})$$

いま、 $z(x, t)$ を

$$z(x, t) = z_1(x, t) + z_2(x, t) \quad \dots\dots\dots (\text{■.2.20})$$

のように分けて取扱い、方程式を

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial z_1}{\partial t} &= K \frac{\partial^2 z_1}{\partial x^2} \\ z_1(x, t) \Big|_{x=0} &= \varphi(t) \\ z_1(x, t) \Big|_{t=0} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (\text{■.2.21})$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial z_2}{\partial t} &= K \frac{\partial^2 z_2}{\partial x^2} \\ z_2(x, t) \Big|_{x=0} &= 0 \\ z_2(x, t) \Big|_{t=0} &= f(x) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (\text{■.2.22})$$

とおくことにしよう。もちろん、 $z = z_1 + z_2$ は(■.2.15),(■.2.18)および(■.2.19)式を満足する。

(■.2.21)式の解は Laplace 変換することによって容易に求まり

$$z_1 = \frac{x}{2\sqrt{\pi K}} \int_0^t \varphi(t-\tau) \frac{1}{\sqrt{\tau^3}} \exp\left(-\frac{x^2}{4K\tau}\right) d\tau \quad \dots\dots\dots (\text{■.2.23})$$

のようになる。

一方、(■.2.22)式の解は、フーリエ積分を用いて解くと、

$$z_2(x, t) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\frac{x}{2\sqrt{Kt}}}^{\infty} f(x + 2\sqrt{Kt}\xi) \exp(-\xi^2) d\xi - \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{\frac{x}{2\sqrt{Kt}}}^{\infty} f(-x + 2\sqrt{Kt}\xi) \exp(-\xi^2) d\xi \quad \dots\dots\dots (\text{II}.2.24)$$

のようになる。ここに、 $\xi$  : 補助変数である。 $z(x, t)$  は (II.2.20) 式を満足するので、

$$z(x, t) = \frac{x}{2\sqrt{\pi K}} \int_0^t \varphi(t-\tau) \frac{1}{\sqrt{\tau^3}} \exp\left(-\frac{x^2}{4K\tau}\right) d\tau + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\frac{x}{2\sqrt{Kt}}}^{\infty} f(x + 2\sqrt{Kt}\xi) \exp(-\xi^2) d\xi - \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{\frac{x}{2\sqrt{Kt}}}^{\infty} f(-x + 2\sqrt{Kt}\xi) \exp(-\xi^2) d\xi \quad \dots\dots\dots (\text{II}.2.25)$$

のように書ける。半無限における  $z(x, t)$  の解が (II.2.25) 式で示されているが、この式の右辺第1項は境界条件の影響を表わし、第2項および3項は初期条件の影響を表わしている。

次に、拡散係数が時間的に変化する場合、たとえば、拡散係数を表わす (II.2.16) または (II.2.17) 式において、 $q$  が時間的に変化するが、 $x$  方向にはほとんど変化しない場合を想定することができる。このような場合に

$$\frac{\partial z}{\partial t} = K_0 K(t) \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \quad \dots\dots\dots (\text{II}.2.26)$$

$$z(x, t) \Big|_{t=0} = f(x)$$

$$z(x, t) \Big|_{x=0} = 0$$

のような条件下においては、解をうることができる。いま、

$$\eta = \int_0^t K(\tau) d\tau$$

とにおいて、(II.2.26) 式の変数変換を行なうと、

$$\frac{\partial z}{\partial \eta} = K_0 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \quad \dots\dots\dots (\text{II}.2.27)$$

$$z(x, \eta) \Big|_{\eta=0} = f(x)$$

$$z(x, \eta) \Big|_{x=0} = 0$$

のようになり、(II.2.22) 式とまったく同様な形になるので、その解は

$$z(x, \eta) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{\frac{-x}{2\sqrt{K_0\eta}}}^{\infty} f(x + 2\sqrt{K_0\eta} \xi) \exp(-\xi^2) d\xi - \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{\frac{x}{2\sqrt{K_0\eta}}}^{\infty} f(-x + 2\sqrt{K_0\eta} \xi) \exp(-\xi^2) d\xi \quad \dots\dots\dots (\text{II}.2.28)$$

のように書ける。ただし、 $K_0$ ：定数値である。また境界条件が $\eta$ で変換できる場合には、(II.2.25)式と類似な解をうることもできる。

これらの式の実験的検証として、下流端水位低下による河床変動の実験が芦田<sup>15)</sup>によって行なわれているが、この河床変動の実験値は(II.2.25)式において、 $f(x) = 0$ 、 $\varphi(t) = \text{const}$ とおくことによって得られる解析解で表示しうることが、明らかにされている。

また、洪水時の河床変動を検討するために、水路の縦断方向に10m、その中央部で河床面から5cmの高さになるように三角形に砂を敷き、この砂の移動を流量が時間的に変化する実験で検討した結果、実験値と(II.2.26)式は比較的よい一致を示すことが明らかにされている。<sup>16)</sup>

以上述べたように、境界および初期条件の影響を検討するにあたっては、この拡散型の方程式は非常に有用であり、その解析解も簡単にうることができる場合もある。

## (2) ダム下流域の河床低下の解析<sup>10)</sup>

ダム下流域の河床低下は、上流端から給砂がないという条件のもとで、(II.2.15)式を解けばその解が求められる。上流端から給砂がない場合には、すでに考察したように、上流端においては与えられた $u_*$ は最大粒径の限界摩擦度 $u_{*c \max}$ になるように、通水の開始と同時に変化するとともに、その状態を一定に保持しながら、それを下流に伝播させていく。また、河床変動を表わす(II.2.15)式は、一様砂礫を想定して誘導されたものであるが、掃流力の大きい状態での混合砂礫の流砂量は、代表粒径を用いた一様砂礫的取扱いが可能であることを指摘してきたので、こうした点を考慮するならば、混合砂礫床の河床変動も(II.2.15)式を用いて解くことができる。

さて、上流端の境界条件は、給砂が存在しないという条件を用いて、次式のように書き表わされる。

$$\left. \frac{\partial z(x, t)}{\partial x} \right|_{x=0} = i_0 - i_c \quad \dots\dots\dots (\text{II}.2.29)$$

ここに、 $i_c$ ：混合砂礫中の最大粒径に対応する限界こう配であるが、これに関しては後述するので、ここでは一応形式的に(II.2.29)式で境界条件が与えられるものとしよう。

一方、初期条件としては

$$z(x, t) \Big|_{t=0} = 0 \quad \dots\dots\dots (\text{II}.2.30)$$

のように表わされるので、(II.2.15)式を(II.2.29)および(II.2.30)式の条件のもとで解いたときの半無限の解は、次式で表わされる。

$$z = -2(i_0 - i_c)\sqrt{Kt} \left\{ \frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp(-T_0^2) - T_0 \operatorname{erfc}(T_0) \right\} \quad \dots\dots\dots (\text{II}.2.31)$$

ここに、 $T_0 = \frac{x}{2\sqrt{Kt}}$ 、 $\operatorname{erfc}(T_0) = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{T_0} \exp(-T^2) dT$

(II.2.31)において、 $x = 0$ を代入すれば、上流端における河床低下量  $\Delta z$  は

$$|z| = \Delta z \propto \sqrt{t} \quad \dots\dots\dots (\text{II}.2.32)$$

の関係にあることが理解されよう。図-II.2.11は上流端における河床低下量の時間的変化を示した平野の実験結果を整理したものであるが、下流端の影響が現われるまでは、上記の関係が満足されており、(II.2.29)式で与えた境界条件が適切であることを示している。つぎに、(II.2.31)式を  $x$  で偏微分すると、次式のようになり、

$$\frac{\partial z / \partial x}{i_0 - i_c} = \operatorname{erfc}(T_0) \quad \dots\dots\dots (\text{II}.2.33)$$

これから上流端の境界条件の距離的あるいは時間的な伝播状況を検討することができる。

以上は半無限における状態を議論したものであるが、実際には床止めやその他河川構造物によって、河床高が一定に保持される場合があるとともに、実験室においては有限区間の河床変動を取扱うことが多い。このような場合には、(II.2.15)式は次式のような境界条件および初期条件で解かれなければならない。

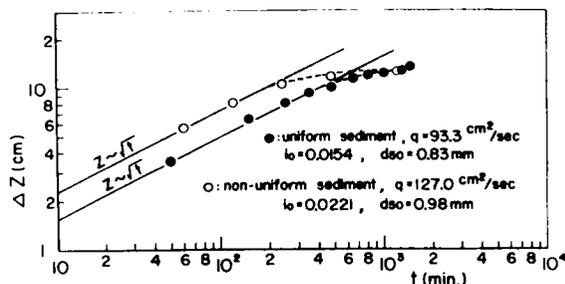


図-II.2.11 上流端における河床低下量の時間的変化(平野の実験より)

$$\left. \frac{\partial z(x, t)}{\partial x} \right|_{x=0} = i_0 - i_c \quad \dots\dots\dots (\text{II}.2.34)$$

$$z(x, t) \Big|_{x=l} = 0 \quad \dots\dots\dots (\text{II}.2.35)$$

$$z(x, t) \Big|_{t=0} = 0 \quad \dots\dots\dots (\text{II}.2.36)$$

この条件下の(II.2.15)式の解は

$$z = -(i_0 - i_c) \left[ (l-x) - \frac{2}{l} \sum_{s=0}^{\infty} e^{-K\{(2s+1)\pi/2l\}^2 t} \left\{ \frac{2l}{(2s+1)\pi} \right\}^2 \cos \frac{(2s+1)\pi x}{2l} \right] \quad \dots\dots\dots (\text{II}.2.37)$$

のようなフーリエ級数で表わされる。ここに、 $l$  : 上流端と下流端との距離である。

上述のように拡散型の基礎方程式を用いて、河床変動を予知することができるが、混合砂礫床において

このような計算を進めるのに、最も重要な役割を演ずるものとして、 $i_c$  の推定があげられる。本論文においては、最大粒径が限界掃流力の状態にあるとして、 $i_c$  を

$$i_c = u_{*c \max}^2 (gh_f)^{-1} \dots\dots\dots (1.2.38)$$

と表わし、一方 Manning 型の抵抗法則

$$i_c = n_f^2 q^2 h_f^{-5/3} \dots\dots\dots (1.2.39)$$

を用いるならば、(1.2.38) および (1.2.39) 式から

$$i_c = \left( \frac{u_{*c \max}^2}{g} \right)^{3/7} (n_f q)^{-6/7} \dots\dots\dots (1.2.40)$$

$$h_f = \left( \frac{g}{u_{*c \max}^2} \right)^{3/7} (n_f q)^{6/7} \dots\dots\dots (1.2.41)$$

の関係が得られる。添字  $f$  は最終的な状態における値を示すものとする。 $u_{*c \max}^2$  としては、初期の粒度分布から図-1.3.8 を用いて決定される値を使用する。また、河床が低下していく過程においては、顕著な砂漣の発生発達が見られないようであるので、ここでは  $n_f$  が砂礫径によって決定されるとして、従来提案されている Strickler 型の関係式を用いる。これは河床が平滑な場合、

$$n = a d^{1/6} \quad (n : \text{m. sec 単位}, \quad d : \text{cm 単位}) \dots\dots\dots (1.2.42)$$

とされているが、各研究者によって、 $a$  と  $d$  に関して、表-1.2.2 のような値が提案されている。<sup>17)</sup>

表-1.2.2  $a$  と  $d$  の関係

Investigators	$d$ (cm)	$a$
Meyer-Peter · Müller	$d_{90}$	0.0192
Irmay	$d_{90}$	0.0116
Strickler	$d_{85}$	0.0199
Keulegan	$d_{50}$	0.0121
Lane · Carson	$d_{75}$	0.0181

Irmay および Keulegan の  $a$  の値は他の研究者のものに比較して小さいようであるが、他のものについてはほとんど同じような  $n$  の値を与えるものと考えられる。一方、本実験においては、河床の初期の粒度分布における  $d_{90} \doteq 0.6 \text{ cm}$  を用いると、 $a = 0.0195 \sim 0.0260$  であり、さらに armour coat の粒度分布から決定される  $d_{90}$  を用いるならば、 $a$  の値としては Meyer-Peter · Müller<sup>18)</sup> の式に近づくものと考えられる。

さて、rotational degradationの領域における河床低下量の計算値と実験値の比較を行なうことにしよう。  
 $d_{max}$ としてはいろいろな値が考えられるが、ここでは $d_{95}$ を用いて計算することにした。計算諸量は

$$\text{Exp. 6} : K = 200 \text{ cm}^2/\text{s}, \quad i_c = 0.005, \quad i_0 = 0.005, \quad A = 9.7$$

$$q = 392.5 \text{ cm}^3/\text{s}, \quad l = 13.0 \text{ m}$$

$$\text{Exp. 7} : K = 200 \text{ cm}^2/\text{s}, \quad i_c = 0.005, \quad i_0 = 0.020, \quad q = 375 \text{ cm}^3/\text{s}, \quad l = 7.0 \text{ m}$$

である。

図-2.12および13は計算値と実験値の比較を示したものであるが、図中の実線および点線はそれ

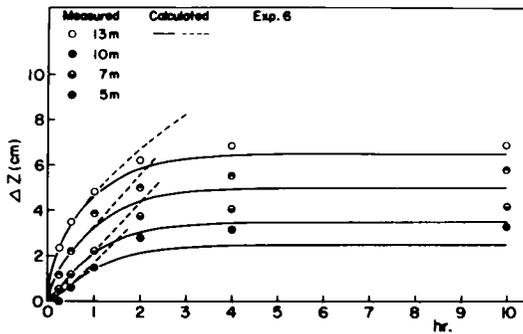


図-2.12 Exp. 6の河床低下量と計算値の比較

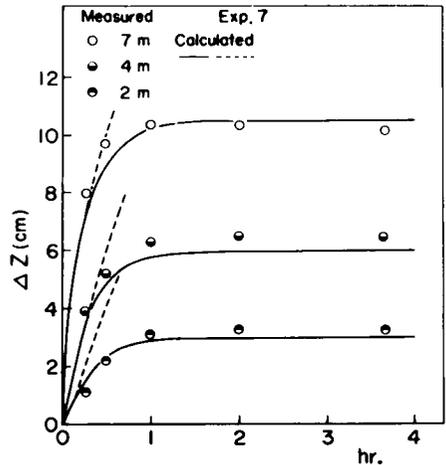


図-2.13 Exp. 7の河床低下量と計算値の比較

ぞれ(2.237)および(2.231)式に基づいて計算された値であり、この中でも実線は実験結果とかなりよく一致している。ただし、最終状態における河床低下量は、計算値よりも若干実験値の方が大きめになっているが、これは上流端における境界条件が最大粒径の移動限界こう配になるとしたことによるもので、parallel degradationの領域に入っても、粒径オーダーの河床低下が生じるという実験事実を考慮に入れば、理解されることであろう。一方、(2.231)式に基づく計算結果では、当然のことながら下流端の境界条件の影響が現われるまでは、実験値とよく一致するので、河床低下の大雑把な見通しを立てる際に、この式は有用になるものと考えられる。

以上の計算にあたっては、拡散係数の与え方が問題になるが、これは流砂量式によってそれぞれ相違する。ここでは、 $K$ の値として、(2.216)式および(2.217)式で計算された結果を比較したが、両者の間にはあまり大きな差異はみられず、これらから決定された拡散係数を用いて、河床変動を解析することができることを明らかにした。

## 第 5 節 結 語

混合砂礫から構成されている河床の変動機構を明らかにするために、ダム下流域のように、混合砂礫の特性が河床変動にもっとも顕著に影響を及ぼす場を選定して、そこに生起するarmouring現象と河床変動に関して、混合砂礫の流砂量式に基づいた考察がなされたが、その結果を要約して結語とする。まず概説においては、実際河川における河床材料が混合砂礫から成っているため、混合砂礫床の河床変動機構を明らかにしなければならないことを指摘するとともに、とくに実際的には、この問題はダム下流域の河床低下に関連していることを述べた。さらに、これに関する従来の研究を概観するとともに、混合砂礫床においては、外力の変化に対して、河床変動と河床材料の粒度構成の変化の2つの作用で対応していることを指摘した。

第2節においては、armouring現象に関する詳細な実験を通じて、上流端から給砂がない場合の河床変動は、次の3つの領域に分類できることを見出した。すなわち、i)  $u_{*c\ min} \geq u_*$  : 河床低下および河床砂の粒度分布の変化は起らない。ii)  $u_{*c\ min} < u_* \leq u_{*c\ max}$  : parallel degradationの領域で、河床は初期河床に平行に高々粒径の数倍程度の低下量であって、 $u_*$ の変化はみられないが、一方河床砂の粒度分布はarmouring現象のため粗粒化する。iii)  $u_{*c\ max} < u_*$  : rotational degradationの領域で、河床は $u_{*c\ max}$ によって規定される河床こう配まで大幅に低下するとともに、河床砂の粒度分布もまた粗くなる。このような分類によって、混合砂礫床の河床変動の取扱いが非常に簡略化される。また、この分類にしたがえば、parallel degradationの領域では、armour coatの粒度分布の下流側への伝播だけが顕著に現われるが、rotational degradationでは、河床低下およびarmour coatの伝播が共に生じ、両者は密接に関連していることを実験的に明らかにした。このように河床変動に重要な役割を演ずるarmour coatの粒度分布が混合砂礫の流砂量式を用いて理論的に誘導され、この式と実験値の比較検討から、両者が非常によく一致することを見出した。以上述べたような事項は、従来ほとんど研究されていない現象であって、本研究によって混合砂礫床の河床変動の解析への基礎が確立されたものと言えよう。

第3節においては、上述のarmouring現象の考察に基づき、rotational degradationの領域の河床変動に関する基礎方程式として、擬似等流を仮定することによって拡散型の方程式を誘導した。この拡散型の方程式における拡散係数は、流砂量式と河床粗度によって決定される。

第4節においては、河床変動に関する拡散型の基礎方程式に一般的な境界条件および初期条件を与えた場合の河床変動特性を解析的に検討し、これらが実際的にどのように適用されるかを例示した。ついで、ダム下流域のrotational degradationの領域における河床変動は、河床変動に関する拡散型の基礎方程式に、上流端の境界条件として、混合砂礫の最大粒径によって規定される移動限界こう配を用いることにより、一様砂礫と同様な取扱いで解析されうることを明らかにした。

以上混合砂礫床において生起する現象について明らかにされた主な事項を述べてきたが、このような方法論はダム下流域の河床変動のみに限らず、山地河川において支流から多量の混合砂礫が供給されて、河床上昇を起こしたような場合の河床変動の予知にも役立つものと思われる。今後の研究の方向としては、われわれが対象としている実河川の粒度の範囲は非常に広いので、このような点に考慮を払って、実験お

よび理論的研究を進めていくとともに、河幅の変化や不定流性を考慮に入れた研究を進めていく必要があるだろう。

## 参 考 文 献

- 1) Borland, W.M. and C.R. Miller : Sediment Problems of the Lower Colorado River, Proc. ASCE, HY4, 1960, pp.61 - 87.
- 2) Tinney, E.R. : The Process of Channel Degradation, Jour. Geophysical Research, Vol.67, No.4, 1962, pp.1475 - 1480.
- 3) Aksoy, S. : An Analytical Study of the River - Bed Degradation downstreams of Large Dams, Proc. 11th Cong. Leningrad, I.A.H.R., Vol.3, 1965.
- 4) Garde, R.J. and S.M. Hansan : An Experimental Investigation of Degradation in Alluvial Channels, Proc., 12th Cong. Colorado, I.A.H.R., Vol.3, 1967, pp.38 - 45.
- 5) 河村三郎：ダム下流域における河床変動の研究，名大学位論文，昭 44.
- 6) 河村三郎：Armor Coatの生成に関する研究，第 15 回水理講演会講演集，昭 46, pp.37 - 42.
- 7) 平野宗夫：貯水池下流の河床低下と Armouring 現象について，第 14 回水理講演会講演集，昭 45, pp.77 - 82.
- 8) Egiazaroff, I.V. : Calculation of Nonuniform Sediment Concentrations, Proc. ASCE. HY4, 1965, pp.225 - 246.
- 9) Ashida, K. and M. Michiue : An Investigation of River Bed Degradation downstream of a Dam, Proc., 14th Cong. Paris I.A.H.R., Vol.3, 1971, pp.247 - 255.
- 10) 芦田和男・道上正規：混合砂礫の流砂量と河床変動に関する研究，京大防災研究所年報，第 14 号 B, 昭 46, pp.259 - 273.
- 11) Graf, W.H. : Hydraulics of Sediment Transport, McGraw-Hill, 1971, pp.102 - 103.
- 12) Gessler, J. : Self-Stabilizing Tendencies of Alluvial Channels, Proc. ASCE, Water Ways and Harbors Div., 1970, pp.235 - 248.
- 13) 芦田和男：河床変動に対する境界条件の影響，土木学会第 25 回年次学術講演会講演集，第 2 部，昭 45, pp.263 - 266.
- 14) 石原藤次郎編：応用水理学中 I，丸善，第 4 版，昭 41, p.61.
- 15) 芦田和男：河床変動に関する研究 — 下流端水位低下による河床変動 — ，京大防災研究所年報，第 12 号 B, 昭 44, pp.437 - 447.
- 16) 松本 喬：土砂流出に伴う河床変動機構に関する研究，京大修士論文，昭 46.
- 17) Raudkivi, R.J. : Loose Boundary Hydraulics, Pergomen Press, 1st Edition, 1967, p.153.
- 18) Meyer-Peter, E. and R. Müller : Formulas for Bed-Load Transport, Proc. 2nd Cong. Stockholm, I.A.H.R., 1948.

### 第 3 章 断面変化部の混合砂礫床の河床変動

#### 第 1 節 概 説

流量の変化や自然的条件または人工構造物による河幅の変化は、河床変動を生起させ、河床材料の特性の変化と相まって、その様態を複雑にしている。したがって、このような河床変動を予測するには、まず混合砂床における断面変化に伴う水理特性の基礎的知識を必要とし、従来これに関して平衡河床に関する理論が発展されてきた。

平衡河床とは、流砂の連続式において

$$\frac{\partial z}{\partial t} + \frac{1}{(1-\lambda)B} \frac{\partial \{B(q_B + q_s)\}}{\partial x} = 0 \quad \dots\dots\dots (\text{III.3.1})$$

河床高が時間的に変化しない状態を想定したものであって、(III.1.1)式から

$$B(q_B + q_s) = \text{一定} \quad \dots\dots\dots (\text{III.3.2})$$

の条件が成立する場合を平衡河床と呼んでいる。ここに、 $B$ ：水路幅、 $q_B$ 、 $q_s$ ：それぞれ単位幅当りの掃流砂量および浮遊砂量である。(III.3.2)の一定値が0でない場合が動的平衡河床と呼ばれ、流砂が存在するけれども断面間で流砂量が均衡している状態を指す。一方、一定値が0の場合が静的平衡河床と呼ばれ、流砂の存在しない状態である。

このような平衡河床に関しては、河道計画や砂防ダムの堆砂形状の推定にあたって、種々の角度から検討されてきた。<sup>1~5)</sup>しかしながら、これらの方法論においては、混合砂礫の特性を明確に導入した形で行なわれた研究は見られず、最近平野<sup>6)</sup>によってこの混合効果を考慮した研究が、著者と時を同じくして行なわれているに過ぎない。このことは、従来混合砂礫の限界掃流力や流砂量が明確に把握されていなかったことに起因するものと考えられ、河川の状態にできるだけ近づけるには、混合砂礫の特性を考慮することが非常に重要である。混合砂礫床の河床変動に関しては、第2章でも述べたように、外力の変化に伴って、河床変動と河床材料の変化が生じる点が一様砂の場合と異なる点と言えよう。したがって、このような場の検討を行なう場合、河床材料の変化にとくに注目しなければならない。

以上の観点に立って、本章においては、混合砂礫床における水路幅が変化する場合の河床変動を取り上げて、混合特性の河床変動に及ぼす効果に関する理論的および実験的検討を行なう。

すなわち、第2節においては、動的および静的平衡河床に関する理論をそれぞれ展開し、混合砂礫の平衡状態の水深、エネルギーこう配、摩擦速度に与える効果を検討し、その算定方法を明らかにするとともに、水路幅の変化に伴って、河床材料がどのように変化するかについても検討する。一方、平衡河床の縦断形状に関しては、不等流の運動方程式の積分値に、上記の平衡状態の諸量を適用することによって、そ

の形状の算定方法を明らかにする。

第3節においては、水路幅縮小部を有する実験水路において、混合砂礫を用いた実験を行ない、平衡状態の特性量や河床材料の粒度分布に関して、第2節で得られた理論の検証を行なう。

## 第 2 節 断面変化部の平衡縦断河床形状の理論

混合砂礫河床の平衡状態を取り上げ、水路幅の変化に伴って、平衡等流水深や河床こう配、あるいは河床の粒度構成がどのような特性を示すかを検討する。

### (1) 動的平衡河床

混合砂礫床の動的平衡河床においては、河床高と流砂の粒度構成が変化しないことが条件として考えられるので、掃流砂と浮遊砂の輸送がみられる、長方形断面の水路においては、次式の関係が成立する。

$$\int_{d_{min}}^{d_{max}} f_0(d_i) dd_i = 1 \quad \dots\dots\dots (1.3.3)$$

$$f_T(d_i) Q_T = B f_0(d_i) \varphi(n) \frac{u_{*B}^3}{(\sigma/\rho - 1)g} F(\tau_0/\tau_{ci})(1 + q_{si}/q_{Bi}) \quad \dots\dots\dots (1.3.4)$$

$$Q = \frac{1}{n} (\xi h)^{2/3} i^{1/2} B h \quad \dots\dots\dots (1.3.5)$$

$$u_{*B} = \sqrt{gh\xi i} \quad \dots\dots\dots (1.3.6)$$

ここに、 $f_0(d_i), f_T(d_i)$  : それぞれ粒径  $d_i$  の砂礫の河床および全流砂において占める割合、 $Q, Q_T$  : それぞれ流量および全流砂量、 $q_{Bi}, q_{si}$  : それぞれ粒径  $d_i$  の単位幅当りの掃流砂量および浮遊砂量、 $B$  : 水路幅、 $i$  : 水面こう配であり、さらに  $\xi$  は Einsteinらの剪断応力分割法<sup>7)</sup>による側壁効果除去のための係数で

$$\xi = 1 / \{ 1 + (2h/B)(n_s/n)^{3/2} \} \quad \dots\dots\dots (1.3.7)$$

のように表わされる。ここに、 $n_s, n$  : 側壁および河床の Manning の粗度係数である。また、掃流砂量式としては、(1.3.34)式を用いている。

(1.3.3)～(1.3.6)式を連立に解いて、平衡等流水深、平衡等流こう配および摩擦速度を求めると、次式のように表わされる。

$$h = (Qng^{1/6}/\xi^{1/6})^{6/7} \cdot \left\{ \frac{Q_T(\sigma/\rho - 1)}{\varphi(n)} \int_{d_{min}}^{d_{max}} \frac{f_T(d_i)}{F(\tau_0/\tau_{ci})(1 + q_{si}/q_{Bi})} dd_i \right\}^{-2/7} \cdot B^{-4/7} \quad \dots\dots\dots (1.3.8)$$

$$i = (Qn\xi)^{-\frac{6}{7}} \cdot \left\{ \frac{Q_T(\sigma/\rho-1)}{\sqrt{g}\varphi(n)} \int_{d_{min}}^{d_{max}} \frac{f_T(d_i)}{F(\tau_0/\tau_{ci})(1+q_{si}/q_{Bi})} ddi \right\}^{\frac{20}{21}} \cdot B^{-\frac{3}{2}} \quad \dots\dots\dots (\text{■.3.9})$$

$$u_{*B} = \left\{ \frac{Q_T(\sigma/\rho-1)g}{\varphi(n)} \int_{d_{min}}^{d_{max}} \frac{f_T(d_i)}{F(\tau_0/\tau_{ci})(1+q_{si}/q_{Bi})} ddi \right\}^{\frac{1}{3}} \cdot B^{-\frac{1}{3}} \quad \dots\dots(\text{■.3.10})$$

以上の(■.3.8)～(■.3.10)式によって、水路幅の変化に応じて  $h, i$  および  $u_{*B}$  がどのように変化するかを知ることができる。いま、簡単のために、浮遊砂が存在しないような流れで、かつ  $\xi$  および  $n$  が一定で、 $u_{*B} \gg u_{*ci}$  の条件のもとでは、すでに流砂量の項で述べたように  $F(\tau_0/\tau_{ci}) = 1$  になるので、

$$h \propto B^{-\frac{1}{7}} \quad \dots\dots\dots (\text{■.3.11})$$

$$i \propto B^{-\frac{2}{21}} \quad \dots\dots\dots (\text{■.3.12})$$

$$u_{*B} \propto B^{-\frac{1}{3}} \quad \dots\dots\dots (\text{■.3.13})$$

のようになり、水面こう配の幅による変化はきわめて小さいことがわかり、この結果は一様砂を対象にして、芦田<sup>3)</sup>によって導びかれた結果と一致している。

また、浮遊砂が存在せず、かつ一部移動しない河床砂礫あるいは掃流限界付近の砂礫が存在する場合には、基準とする断面を添字1を付し、他のものを添字2を付けて相対形式で記述すると、次のようになる。

$$\frac{h_1}{h_2} = \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^{\frac{6}{7}} \left(\frac{\xi_1}{\xi_2}\right)^{-\frac{1}{7}} \cdot \left(\frac{B_1}{B_2}\right)^{-\frac{1}{7}} \cdot \left\{ \int_{d_{min}}^{d_{max}} \frac{f_T(d_i)}{F(\tau_{01}/\tau_{ci})} ddi / \int_{d_{min}}^{d_{max}} \frac{f_T(d_i)}{F(\tau_{02}/\tau_{ci})} ddi \right\}^{-\frac{2}{7}} \cdot \left\{ \frac{\varphi(n_1)}{\varphi(n_2)} \right\}^{\frac{2}{7}} \quad \dots\dots\dots (\text{■.3.14})$$

$$\frac{i_1}{i_2} = \left(\frac{n_1\xi_1}{n_2\xi_2}\right)^{-\frac{6}{7}} \cdot \left(\frac{B_1}{B_2}\right)^{-\frac{2}{21}} \cdot \left\{ \int_{d_{min}}^{d_{max}} \frac{f_T(d_i)}{F(\tau_{01}/\tau_{ci})} ddi / \int_{d_{min}}^{d_{max}} \frac{f_T(d_i)}{F(\tau_{02}/\tau_{ci})} ddi \right\}^{\frac{20}{21}} \cdot \left\{ \frac{\varphi(n_1)}{\varphi(n_2)} \right\}^{-\frac{20}{21}} \quad \dots\dots\dots (\text{■.3.15})$$

$$\frac{u_{*B1}}{u_{*B2}} = \left(\frac{B_1}{B_2}\right)^{-\frac{1}{3}} \cdot \left\{ \int_{d_{min}}^{d_{max}} \frac{f_T(d_i)}{F(\tau_{01}/\tau_{ci})} ddi / \int_{d_{min}}^{d_{max}} \frac{f_T(d_i)}{F(\tau_{02}/\tau_{ci})} ddi \right\}^{\frac{1}{3}} \cdot \left\{ \frac{\varphi(n_1)}{\varphi(n_2)} \right\}^{-\frac{1}{3}} \quad \dots\dots\dots (\text{■.3.16})$$

ここで、 $B_1 > B_2$  の場合には、 $\tau_{01} < \tau_{02}$  の条件が成立するので、

$$F(\tau_{01}/\tau_{ci}) \leq F(\tau_{02}/\tau_{ci}) \quad \dots\dots\dots (\text{■.3.17})$$

のようになり、一様砂の場合と水理量の特性が変化してくる。たとえば、 $n$  および  $\xi$  が一定の場合における  $i$  の変化をみると、(■.3.15)式の右辺の積の第3項目が1より小さくなり、その指数は約1であるの

で、河床材料と  $u_{*B}$  の関係によって、一様砂の場合とはかなり性状を異にし、一般に、2の断面の水面こう配は1のそれに比較して大きくなるのが理解されよう。さらに浮遊砂が支配的な場合の検討<sup>8)</sup>も浮遊砂量式を適用することによって可能であるがここでは省略する。

つぎに、水路幅の変化によって、河床砂礫の粒度構成がどのように変化するかを検討するための式として、(■.3.10)式を(■.3.4)式に代入して、次式をうる。

$$f_0(d_i) = \frac{f_T(d_i) / \{ F(\tau_0/\tau_{ci})(1+q_{si}/q_{Bi}) \}}{\int_{d_{min}}^{d_{max}} f_T(d_i) / \{ F(\tau_0/\tau_{ci})(1+q_{si}/q_{Bi}) \} d d_i} \quad \dots\dots\dots (\text{■.3.18})$$

この場合にも、 $q_{si} = 0$ として、その粒度構成を考えると、

- i)  $u_{*B} \gg u_{*ci}$  ;  $F(\tau_0/\tau_{ci}) = 1$  となるので、断面の変化による河床材料の差異は生じない。
- ii)  $u_{*B} \approx u_{*ci}$  (一部移動しないかあるいは移動限界近傍の河床材料が存在する場合) ;  $F(\tau_{01}/\tau_{ci}) < F(\tau_{02}/\tau_{ci})$  になるので、(■.3.18)式を計算すれば容易にわかるように、断面縮小部において河床材料は細くなる。

この結果は、常識的な感覚では若干理解しにくい現象であるが、水路幅の広い領域では、細かい砂礫がより多く移動するため、平衡状態を維持するには、水路縮小部の粒度が細くなって、このような砂礫の移動が多くならなければならないことに依存しており、平野<sup>6)</sup>によってもこれと同様な結論が得られている。

以上述べたように、混合砂礫を対象にする場合は、 $u_{*B} \gg u_{*ci}$  の場合か  $u_{*B} \approx u_{*ci}$  の場合で、平衡河床の特性は非常に異なり、前者の場合にはほとんど代表粒径を用いて一様砂と同じ取扱いができるが、後者においては、混合砂礫の限界掃流力に規制されて一様砂と相違する現象を呈する。

## (2) 静的平衡河床<sup>9)</sup>

混合砂礫床の静的平衡河床では、砂礫が移動しないことが条件となるので、長方形断面の水路におけるその関係を記述すると、次のように書ける。

$$u_{*c}^2 = g \xi h i \quad \dots\dots\dots (\text{■.3.19})$$

$$Q = \frac{1}{n} (\xi h)^{2/3} i^{1/2} B h \quad \dots\dots\dots (\text{■.3.5})$$

(■.3.5)と(■.3.19)式より、水深を消去すると、水面こう配(河床こう配)は、

$$i = (Q n g^{3/5} \xi^{7/6})^{-5/7} \cdot (u_{*c}^2)^{6/7} \cdot B^{5/7} \quad \dots\dots\dots (\text{■.3.20})$$

のように表わされ、一方、 $h$ も同様にして、

$$h = (Qng^{1/2} \xi^{-1/6})^{6/7} \cdot (u_{*c}^2)^{-3/7} \cdot B^{-6/7} \quad \dots\dots\dots (11.3.21)$$

のように表わされる。また、静的平衡河床においては、流砂の移動がなく、河床波による河床粗度の増加を生じないので、前章で示したようなStrickler型の抵抗式を用いることができる。

$$n = a d_{90}^{1/6} \quad \dots\dots\dots (11.3.22)$$

この式を、(11.3.20)および(11.3.21)式に代入して、(1)の項で示したような相対形式で*i*および*h*を書き表わすと、

$$\frac{i_1}{i_2} = \left(\frac{B_1}{B_2}\right)^{6/7} \cdot \left(\frac{d_{90,1}}{d_{90,2}}\right)^{-1/7} \cdot \left(\frac{\xi_1}{\xi_2}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{u_{*c1}^2}{u_{*c2}^2}\right)^{3/7} \quad \dots\dots\dots (11.3.23)$$

$$\frac{h_1}{h_2} = \left(\frac{B_1}{B_2}\right)^{-6/7} \cdot \left(\frac{d_{90,1}}{d_{90,2}}\right)^{1/7} \cdot \left(\frac{\xi_1}{\xi_2}\right)^{-1/7} \cdot \left(\frac{u_{*c1}^2}{u_{*c2}^2}\right)^{-3/7} \quad \dots\dots\dots (11.3.24)$$

のようになる。

一様砂礫の場合は、限界摩擦速度は一義的に決定されるので、 $(u_{*c1}^2/u_{*c2}^2)$ の項は1になり、 $\xi_1/\xi_2 = 1$ と仮定すれば、

$$\frac{i_1}{i_2} = \left(\frac{B_1}{B_2}\right)^{6/7}, \quad \frac{h_1}{h_2} = \left(\frac{B_1}{B_2}\right)^{-6/7} \quad \dots\dots\dots (11.3.25)$$

のようになり、Laursen<sup>10)</sup>の結果と一致する。

一方、混合砂礫を対象にする場合は、限界摩擦速度の値に、最小粒径( $d_i/d_m = 0.4$ )に対応する値から最大粒径に相当する値までの幅があるので、初期の水理条件によって、取りうる限界摩擦速度は断面間で相違する場合も生じ、常に $u_{*c1}^2/u_{*c2}^2 = 1$ になるとは限らない。すなわち、混合砂礫の場合には、初期の掃流力と粒度特性によって、静的平衡状態は異なり、基本的には次の3形式の様態が生起する。(図-11.3.1を参照)

- i) Model 1: 前章において提示したように、この領域はrotational degradationのそれであって、掃流力が最大粒径に対応する限界掃流力になるまで河床変動が生じる。また、この領域では、 $u_{*c1}^2/u_{*c2}^2 = 1$ の状態になり、断面間における粒度分布の差異はほとんど現われず、断面間のこう配および水深の相対値は(11.3.25)式によって決定される。
- ii) Model 2: 断面1ではparallel degradationが生じ、一方断面2ではrotational degradationが生起する。断面1では初期河床に平行に若干河床低下が生じる程度で、初期の掃流力で規定されるarmour coatが形成される。したがって、 $u_{*c1}^2/u_{*c2}^2 = 1$ とはならず、限界摩擦速度の違いによって、*i*および*h*は一様砂の場合とは性状を異にする。

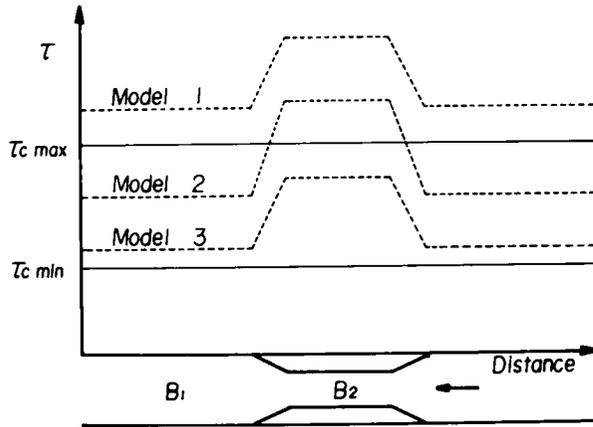


図-1.3.1 掃流力の幅による変化と限界掃流力の関係

iii) Model 3: 両断面とも parallel degradation の領域に属しているので、河床変動はほとんど生じず、限界掃流力は初期の各断面の掃流力に等しくなるので、 $u_{*c1}^2/u_{*c2}^2 = 1$  となりえず、ii) の場合と同様、 $i$  および  $h$  は限界掃流力の差異によって一様砂の場合とは相違する。

以上、混合砂礫床の静的平衡河床について述べたが、もちろん、この場合の河床砂礫の粒度分布は前章で得られた armour coat の解析法によって求められるとともに、混合砂礫の粒径別限界掃流力には、(1.3.32) 式あるいは図-1.3.8 が適用される。

### (3) 縦断河床形状

広幅長方形断面水路における不等流の運動方程式は

$$\frac{dz}{dx} + \frac{dh}{dx} + \frac{d}{dx} \left( \frac{U^2}{2g} \right) + \frac{u_*^2}{gh} = 0 \quad \dots\dots\dots (1.3.26)$$

のように表わされ、Manning の抵抗則を用いると、エネルギーこう配は、

$$i = \frac{u_*^2}{gh} = \frac{n^2 U^2}{h^{4/3}} \quad \dots\dots\dots (1.3.27)$$

で表わされるので、(1.3.24) 式を (1.3.23) 式に代入して積分すれば次式をうる。

$$z + H = H_0 - \int_0^x i dx \quad \dots\dots\dots (1.3.28)$$

ここに、 $z$ :  $x$  の地点における基準面からの河床高、 $H$ : 比エネルギー、 $H_0$ : 境界における基準の河床面からの全エネルギー水頭を表わす。漸変流においては、水深およびエネルギーこう配は、近似的に等流

水深のそれらに等しいと仮定されるので、平衡河床において検討された水深およびエネルギーこう配を (■.3.28)式に適用することによって、巨視的な河床形状をうることができる。また、境界条件を与える地点として、河床が変化しないような地点、たとえば床止め、堰および河口付近の所が考えられる。さらに、このような計算においては、河床粗度の算定が重要になるが、これに関しては第 I 編において得られた成果を用いることができよう。なお、下流から上流へ計算を進めた方が便利な場合には、下流から上流へ向けてとる距離を  $x'$  とし、

$$z + H = H_0 + \int_0^{x'} i dx' \quad \dots\dots\dots (■.3.29)$$

のように表わされ、 $H_0$ としては  $x'=0$  の地点の河床面から測定された全エネルギー水頭を与えればよい。

### 第 3 節 断面変化部の河床変動に関する実験<sup>9)</sup>

#### (1) 実験装置および実験方法

混合砂礫床を対象にして、静的平衡河床における理論の検証を行なうために、次のような実験水路で実験を行なった。図-■.3.2 に示すように、水路幅 1 m、長さ 18 m のコンクリート製水路の中央部に、

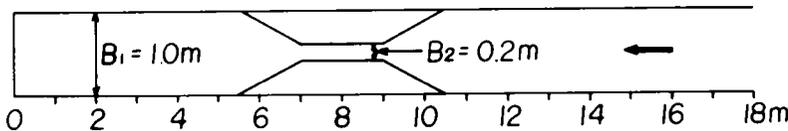


図-■.3.2 実験水路

幅 0.2 m、長さ 2 m の狭窄部をつくり、その上下流部に 1.5 m のアプローチを取り付けた水路を使用した。また、使用砂礫は平均粒径 2.5 mm、 $d_{90} = 6.1$  mm の混合礫であって、その粒度分布は図-■.3.3 に示すとおりである。このような砂礫を河床に敷きならして、上流端からの給砂を行なわない状態で流量を与え、河床砂礫の粒度分布、水位、河床高および下流端の流砂量の測定を行なった。実験の初期における水理条件は表-■.3.1 に示す通りであるが、添字 1 は水路幅が 1 m の部分、2 は水路幅 0.2 m の部分の諸量である。

#### (2) 実験の概要

初期の掃流力の与え方によって、静的平衡河床は相違するので、Exp. 1 では、水路縮小部において、 $u_{*0} > u_{*c max}$  で、水路拡大部で  $u_{*0} < u_{*c min}$  の条件下で実験が行なわれた。また、Exp. 2 は図-■.3.1

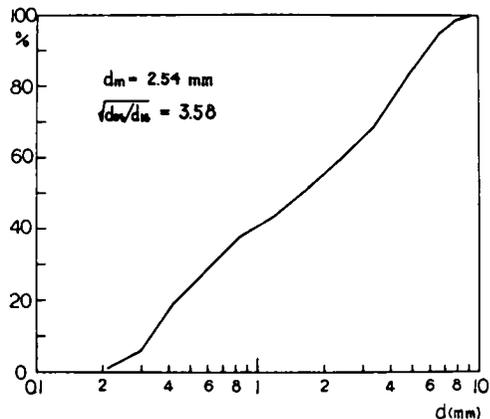


図-■.3.3 使用砂礫の粒度分布

表-1.3.1 実験条件

(添字0は初期値を意味する。)

Exp. No.	$Q$ ( $l/s$ )	$i_0$	$h_{01}$ ( $cm$ )	Manning's $n$	$u_{*01}$ ( $cm/s$ )	$B_1/B_2$	Time ( $min$ )
1	10.0	0.005	2.96	0.0201	3.81	5	300
2	24.0	0.005	5.00	0.0201	4.95	5	360

に示す Model 2 に相当しており、与えられた掃流力は平均粒径の限界掃流力とほぼ等しい状態であった。

図-1.3.4 は河床高および水量の時間的変化を示したものであって、水路縮小部における河床は、初

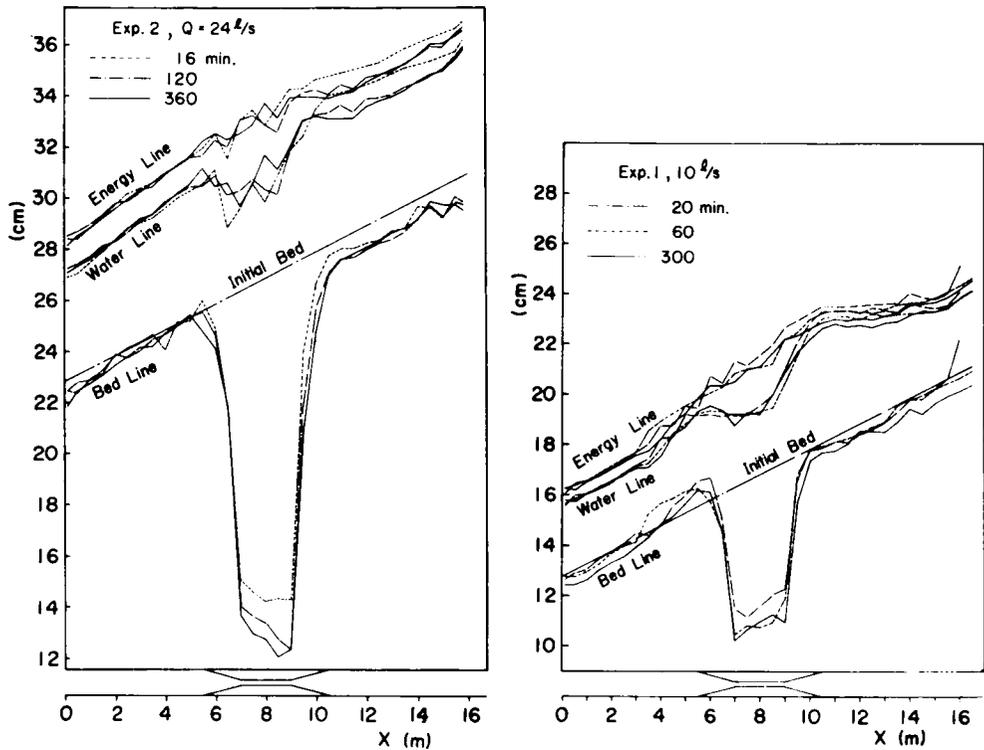


図-1.3.4 比エネルギー、水位、河床高の時間的変化

期の短時間間に大きな変化を示すことがわかる。Exp. 1では、Exp. 2 に比較して水路縮小部の上流部において、顕著なせき上げ効果が現われているが、これは掃流力が小さいために、安定な流路の形成が防げられ、あたかも固定床のような挙動を示したことに起因するものと思われる。また、上流部においては、Exp. 1 および 2 の両方とも顕著な河床変動はなく、初期の河床状態が保たれている。

一方、河床の粒度特性は、水路縮小部において顕著な変化を示しており、Exp. 1 の場合の河床材料の

変化状況を示すと図-3.5 のようになる。図-3.5(b)における○印は armour coat の解析法を適用して、(2.4)式によって計算した値であるが、実験値と計算値はかなりよく一致していると言える。さらに、このような実験においては、河床の横断形状が問題にされなければならないが、ここではそれを無視して、平均河床に関してのみ検討を行なった。

### (3) 実験値と理論式の比較

本実験値および平野<sup>6)</sup>による実験値を用いて、河床形状や水理量の検討を行なう。Exp. 1 および 2 の条件はすでに示したが、平野の実験値は初期の掃流力が最大粒径に対応する限界掃流力よりも十分大きい状態であったので、この実験は図-2.1 における Model 1 に相当するものである。

Exp. 1 に関する計算方法は、水路縮小部における洗掘量が下流部の中央より下流側には影響を与えないものと考えて、

$$i_1 = i_0, u_{*c1}^2 = u_{*c0}^2, u_{*c2}^2 = u_{*max}^2, \\ d_{90,1} = d_{90,2}$$

の条件で(3.20),(3.21)および(3.29)式を用いて計算を行ない、その結果が図-3.6(a)に示されている。この図から明らかなように、水面およびエネルギーこう配は、水路縮小部の上流側のせき上げ効果のため、理論式と実験値はよく一致しているとは言えないが、これは局所的な影響が現われているので、静的平衡状態の式の適用範囲を越えるものと考えられる。しかしながら河床変動および水理量の局所的な部分を除いた所では、実験値と理論はかなり一致していると言えよう。

Exp. 2 においては、水路縮小部における洗掘量の下流部に及ぼす局所的な影響が、下流部

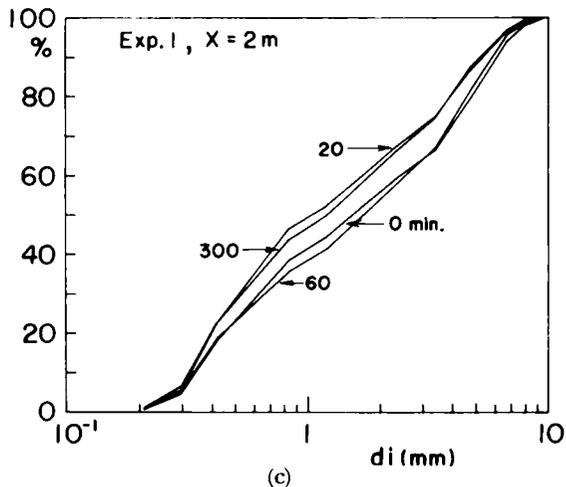
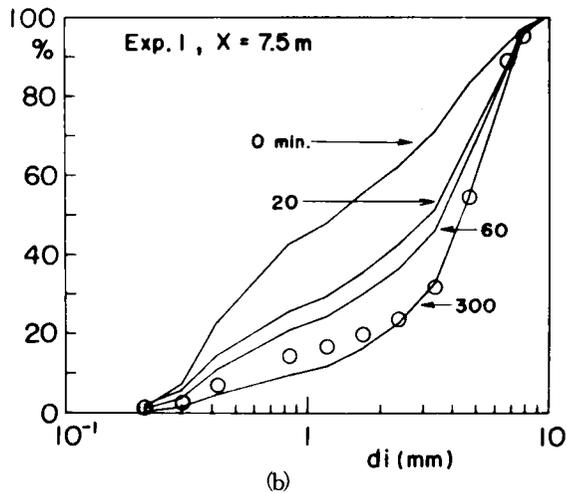
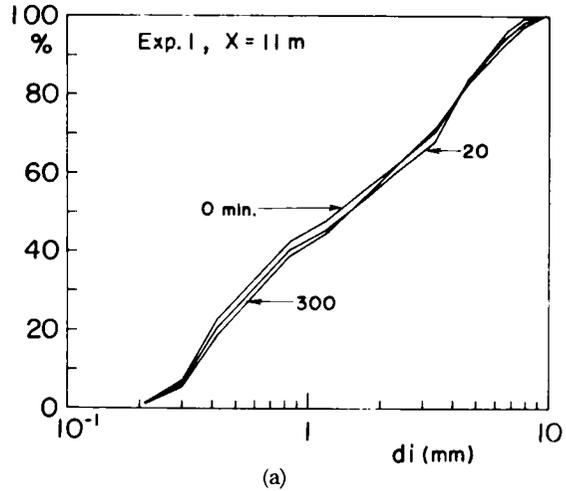
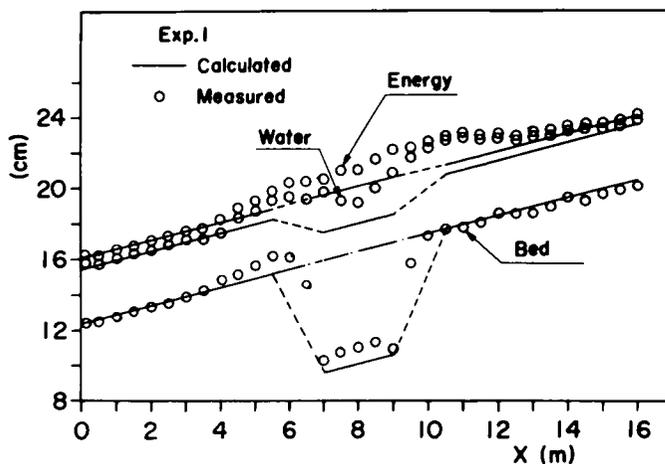
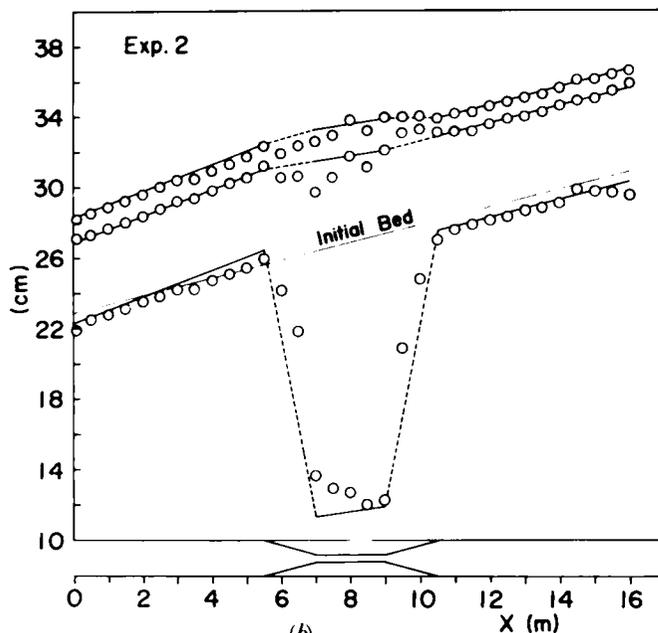


図-3.5 河床砂礫の粒度特性



(a)



(b)

図-1.3.6 静的平衡状態の計算値と実験値の比較

の水路長が短いため無視できず、次のような便法に従って計算条件を与えた。すなわち、まず、与えられた水理条件を考慮して、(1.3.20)式から近似的に水路縮小部の洗掘量を算定し、この量が水路縮小部の下流側に掃流力が小さいために、 $i_{cmax}$  (最大粒径の移動限界こう配) で堆積すると仮定して、その河床形状を求めた。このような方法によって、下流側の局所的な形状のこう配を決定したが、Exp. 2 においては、その影響範囲に下流部区間は入っていた。

したがって、計算条件としては、

$$B_1 = 1 \text{ m} : \text{上流側} \quad i_1 = i_0, \quad u_{*c1}^2 = u_{*0}^2$$

$$\text{下流側} \quad i_1 = i_{cmax}, \quad u_{*c1}^2 = u_{*cmax}^2$$

$$B_2 = 0.2 \text{ m} : \quad i_2 = i_{cmax}, \quad u_{*cmax}^2, \quad d_{90,1} = d_{90,2}$$

を用いた。このような局所的な影響を求めるにあたっては、上述の方法が便利であり、その局所的な影響範囲を近似的に検討することができる。この結果が図-3.6(b) に示されており、また平野の実験資料に関しては、

$$i_1 = i_{cmax}, \quad d_{90,1} = d_{90,2}, \quad u_{*c1}^2 = u_{*c2}^2 = u_{*cmax}^2, \quad \xi_1 = \xi_2$$

の条件で計算が行なわれ、図-3.7 の結果を得ている。

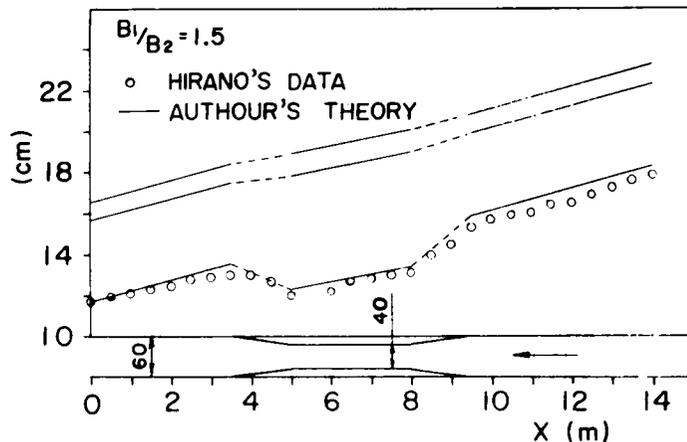


図-3.7 静的平衡状態の計算値と実験値の比較

以上から明らかなように、局所的な影響外においては、このような単純な解析法によって、平衡状態として求めた諸量は実験値と一致していると言えよう。さらに、局所的な影響や河床変動の時間的変化を必要とする場合には、上述の混合特性を考慮して、河床変動の基礎方程式を解かなければならないし、アプローチ部の河床に関しては、二次的な流れ特性をも取入れた解析が必要であろう。また、平衡状態の理論を河川に適用するに際しては、どのような流量を用いるべきであるかという問題が残されており、これに関しては、従来支配流量の思想がしばしば適用されてきたが、流量の確率や河床材料の特性からさらに検討されなければならない。

#### 第 4 節 結 語

以上本章においては、混合砂礫床の平衡縦断河床について、水路幅が変化する場合、平衡状態の特性量が河床材料の混合特性および水路幅の変化によって、どのように変化するかを検討してきたが、明らかにされた事項を要約して結語とする。

第2節においては、平衡河床を動的および静的な平衡状態に分けて、それぞれにおける平衡状態の特性量を明らかにした。すなわち、動的平衡河床では、各粒径ごとの流砂の連続式、水流の連続式および

Manningの抵抗法則を基礎にして、平衡状態の等流水深、エネルギーこう配および摩擦速度を明示したが、 $u_* \gg u_{*ci}$  の場合には、混合砂礫の特性は現われず、一様砂とまったく同様な形式で、平衡状態の諸量が表わされる。一方、 $u_* \approx u_{*ci}$  においては、砂礫の混合効果が顕著に現われ、その特性は与えられた掃流力と河床材料の粒度分布の広がりによって、変化することが明らかにされた。さらに、このような動的平衡河床においては、水路縮小部において、河床材料の粒度構成が細くなることを指摘した。

静的平衡河床においても、砂礫が限界掃流力の状態に置かれているという条件と水流の連続式から、平衡状態の諸量の求め方を明らかにした。その結果、混合砂礫床においては、限界掃流力は  $\tau_{cmin}$  から  $\tau_{cmax}$  までの範囲を有するので、一様砂のようにただ一つその値が存在するのではなく、初期の掃流力によって種々の値を取り、それによって平衡状態の諸量が変化することを明らかにした。さらに、このような平衡状態では、河床材料が粗粒化する現象が見られ、これに関しても第2章の解析方法が適用されることを見出した。

以上の結果を、不等流の運動方程式に関する積分値に適用して、漸変流における巨視的な平衡河床形状の算定方法を明示した。

第3節においては、上記の理論的考察を検証するために、混合砂礫床における静的平衡状態の実験を行った結果、理論式が局所的な現象を除いたところでは、実験値とよく一致することが明らかにされた。また、局所的な影響範囲の算定方法を明示するとともに、水路縮小部における河床材料に関しても、armour coatの解析方法が適用できることを実証した。

以上、断面変化部の混合砂礫床の平衡河床について、混合砂礫の特性を考慮して考察してきたが、これらの結果は狭窄部や河川構造物による河床変動の予測に有用な指針を与えるものと信ずる。さらに、実用的な意義を高めるには、支配流量の決定方法が詳細に検討されなければならない問題として残されている。

## 参 考 文 献

- 1) 増田重臣・河村三郎：流砂ある河川における平衡勾配について，土木学会論文集，第70号，昭35，pp.8-16.
- 2) 土屋義人：流路の安定縦断形状に関する研究，京大防災研究所年報，第5号，昭37，pp.192-211.
- 3) 芦田和男：断面変化部における河床変動に関する研究(1)，京大防災研究所年報，第6号，昭38，pp.312-327.
- 4) 須賀堯三：複断面水路における平衡縦断形状について，第11回水理講演会講演集，昭42，pp.25-30.
- 5) 河村三郎：ダム下流域における河床変動の研究，名大学位論文，昭44.
- 6) 平野宗夫：分級作用を伴う河床変動(第2報)，土木学会第26回年次学術講演会講演集，第2部，昭46，pp.193-196.
- 7) Einstein, H.A. and R.B. Banks : Fluid Resistance of Composite Roughness, Trans. AGU, Vol.31, No.4, 1950, pp.603-610.

- 8) 芦田和男・道上正規：浮遊砂量に関する実験的研究，京大防災研究所年報，第10号B，昭42，pp.63-79.
- 9) 芦田和男・道上正規・江頭進治：狭窄部における河床変動に関する研究，関西支部年次学術講演会講演概要，昭47.
- 10) Laursen, E.M. : An Analysis of Relief Bridge Scour, Proc. ASCE, Vol.89, Hy.3, 1963, pp.93-118.

本研究では、移動床において展開される流砂の運動と、それに付随して生じる河床変動に関して、できるだけ河川の様態に近づけることを目的として、移動床流れの系を包括的に捉える観点から検討が行われてきたが、これまでに得られた成果を要約して結論とする。

緒論では、本論文で対象とする土砂水理学の範ちゆうに入る工学的諸問題を例示し、これを解明するには、土砂水理学の基本とも言える、流水による土砂の運動と、河床変動機構を明らかにすることが重要な課題であることを述べた。ついで、これらの課題に関する従来の研究において、流砂に及ぼす河床粗度の効果および砂礫の混合特性が明確化されていないことを指摘するとともに、このような特性が明らかにできない限り、河川の流砂の挙動を論ずることが困難であると考え、これらの諸特性に関する検討の重要性を示唆した。

さらに、河床変動に関しては、スケール概念を導入し、スケールの相違によってその解析手法が相違することを述べるとともに、本論文では大規模河床変動の河道縦断形状に関して、上述した流砂量を用いた一次元解析法を適用して、できるだけ河川の状態に解析法を近づけるために、従来ほとんど研究されていなかった、混合砂礫床の河床変動機構の研究の必要性を提示した。以上述べたような研究の必要性および指針から、第1編以下の研究が行われた。

第1編は、掃流砂に関する基礎的研究として、掃流砂の確率的運動特性、トレーサー法による掃流砂の計測方法、掃流砂量に及ぼす河床粗度の効果、混合砂礫の掃流砂量および移動床流れの抵抗特性を考察したものである。

第1章においては、流体による粒子輸送に関する研究は、いろいろな分野で行なわれてきたから、いまが統一的な流体輸送理論が完成されておらず、とくに河川の掃流砂に関しては種々の流砂量式が提案されているが、その精度の点に難点があることを指摘した。したがって、流砂量推定の精度向上にあたっては、砂粒の流水中での運動を詳細に測定研究すること、および移動床においては水流と砂礫の特性に応じて種々の河床形態が形成され、流れの抵抗特性が大きく変化して、掃流砂を支配している河床付近の条件をも変えるので、これに関する研究の必要性を述べた。

第2章においては、砂礫の流送機構および分散過程が、確率モデルおよび着色砂礫をトレーサーとして用いた実験的研究に基づいて考察され、次の事項が明らかにされた。すなわち、砂礫の流砂現象を1つの確率過程で表示することができることを詳細なトレーサー実験によって明らかにし、またこの確率モデルから得られた結果として、砂礫の1 step の移動距離の分布が指数分布で表わされ、それは実験的に実証された。さらに、河床が flat bed の場合、1 step の平均移動距離は約  $(80 \sim 300) d$  であり、掃流力の増大に伴って顕著な変化はみられないが、これに反して、単位時間当りの移動確率は、掃流力の増加に伴い、敏感に増加することが明らかにされ、流砂量に大きく影響する因子は単位時間当りの移動確率であることが見出された。

ついで、確率過程と拡散方程式に基づく砂礫の分散過程とを比較検討して、瞬間線源の場合には  $\lambda_2 t \geq$

5の範囲で両者はほぼ同一の結果を与えること、また有限注入幅を有する場合には、その注入幅が1 stepの平均移動距離の4倍以内であれば、上記の瞬間線源の場合と同じ取扱いができることを明らかにした。このような砂礫の分散過程の観測に基づいて、流砂量を推定する方法を明らかにし、砂礫の移動層が粒径の大きさ程度である場合に対しては、その式が適合することを検証した。この結果は、トレーサー法による河川の流砂観測の可能性を示したものであると言えよう。同様なトレーサー実験によって、混合砂礫の流送特性に関して、混合砂礫の中で大きな礫は一樣な場合に比較して移動しやすく、一方小さな砂はその逆の現象が生じることを定性的に明らかにした。

第3章においては、掃流砂量と河床粗度の関連、混合砂礫の限界掃流および流砂量、河床粗度の算定方法に関して、考察を加えてきた。すなわち、まず一樣砂礫の掃流砂量を取り上げ、従来の流砂量式においてどのように河床粗度の効果を取り入れられているかを明らかにし、本論文においても河床粗度の影響を流砂量に反映させるために、有効掃流力の概念を砂礫の移動を考慮することによってさらに発展させた。このような有効掃流力を用いて、移動床における一樣砂の掃流砂量を表わす関数形を導びくとともに、広い範囲の実験資料を用いて、その式の適合性を検証した。この流砂量式の特徴は、 $u_* \gg u_{*c}$ のとき、流砂量が有効摩擦速度の3乗に比例しており、佐藤・吉川・芦田式と類似な関係にある。また、移動床の場合とまったく同様な手法で、滑面水路における流砂量が算定できることを明示し、本論文で導びいた流砂量式は、かなりの普遍性を有していることを明らかにした。

つぎに、混合砂礫に関する実験的考察から、混合砂礫の粒径別の限界掃流力は、 $d_i/d_m \geq 0.4$ の範囲では Egiazaroff によって提案された式で表示でき、一方  $d_i/d_m < 0.4$  に対しては、 $\tau_{ci}/\tau_{cm} = 0.85$  にすべきであるとして、一部彼の式の修正を行なった。また、混合砂礫の流砂量において生じる混合効果は、粒径別の限界掃流力と一樣砂のそれとの相違によって生じる現象であることを明らかにし、従来提案されている Einstein の式における遮蔽係数は、このような現象から判断して、物理的に不明確であることを指摘した。したがって、このような観点に立って、一樣砂を対象にして導びいた本論文における流砂量式あるいは佐藤・吉川・芦田式に、上述の粒径別の限界掃流力を適用することによって、混合砂礫の流砂量が表示できることを見出した。この流砂量式は、河川の流砂量を対象にする場合や *armouring* を伴う河床変動を取扱う場合、有用な手法になりうるものと考えている。

流砂量に河床粗度が重要な役割を演じているため、その河床粗度の問題を取り上げ、次のような事項を明らかにした。すなわち、移動床における河床形態の領域区分図を、河床波の安定理論からすでに得られている結果と次元解析的考察から、 $\tau_*$  と  $R/d$  平面に図示し、従来の実験値が *lower* と *upper flow regime* に明確に区分できることを明らかにした。また *lower flow regime* に対しては、 $u_* d/\nu$  のパラメーターで、*ripple* と *dune* を明確に区分した。以上のように分類された各河床形態に関して、河床波に関するスケールの概念を導入した現象論的考察により、それぞれの河床形態での流速係数  $U/u_*$  を、 $\tau_*$  と  $R/d$  で算定するための図表および式を提示し、この方法によって従来の実験資料が統一的に整理されることを明らかにした。このような本論文における移動床流れの抵抗算定方法は、水深、河床凹凸配および河床の粒度特性から構成される既知量のみパラメーターで表示されているので、その取扱いが非常に簡便であり、また現象に測した考察がなされているため、移動床の相似律の問題や河川の抵抗に関する資料のとりまとめ

に、有用な力を発揮するものと信ずる次第である。

第Ⅱ編は、浮遊砂に関する基礎的研究として、浮遊濃度の計測方法、浮遊砂の濃度分布特性、河床付近の濃度および浮遊砂量に関して考察を行なったものである。

第1章においては、浮遊砂を含む流れの基礎的課題に関する取扱い方の分類を行ない、大別するとⅰ) 流体の流れ特性に重点を置いた取扱い方とⅱ) 流体輸送に関するものに分けられることを示し、本論文で対象にするのは、主にⅱ)の項目に関連して、浮遊砂量の算定方法の定式化を目的とすることを述べた。このことを明らかにするには、まず浮遊砂濃度の計測法が重要であるので、種々の濃度計測法に関する再検討の必要性を指摘した。また、流砂量の推定精度の向上にあたっては、とくに河床付近の濃度が濃度分布式における境界条件の値を与えるので、その決定方法が重要であり、河床粗度を考慮した河床付近の濃度に関する考察の必要性を述べた。

第2章においては、種々の濃度計測法の原理と特性について述べ、ついで浮遊砂濃度を光学的に計測する方法およびその原理に基づいて試作された濃度計に関して考察を加えた。すなわち、浮遊砂濃度を連続的に計測する方法として、砂粒子の遮蔽による光量の減少に注目し、一様砂および混合砂の光学的濃度計測法に関する理論的検討が行なわれた。その結果、一様砂の浮遊砂では光出力が  $C/d$  のみの関数で表わされるが、混合砂のそれは  $C/d_m$  と  $\sqrt{d_{84}/d_{16}}$  の関数になることが明らかにされた。このような原理に基づいて、試作された濃度計で一様砂および混合砂の濃度を測定した結果、上記のパラメーターで浮遊砂濃度の絶対値が測定されうることを実証的に明らかにした。さらに、浮遊砂濃度を採水法で計測する場合の採水時間に関しても若干の検討を行ない、濃度こう配がほとんどない場合には、市販の採水器で採水できるような時間で、ほぼ平均濃度を計測しうると考えられるが、一方濃度こう配が大きい状態 ( $w_0/u_* = o(10^{-1})$ ) では、市販の採水器で採水される時間では、採水時間があまりに短く、計測濃度のばらつきが顕著になることを指摘し、適切な採水時間の目安を与える式を提案した。

第3章においては、浮遊砂の濃度分布特性、粒度分布特性、微細粒子の流れに及ぼす影響について考察を加えるとともに、これらの成果と河床付近の濃度に関する考察に基づいて、浮遊砂量式の誘導とその適合性に関して検討を行なった。すなわち、浮遊砂の濃度分布式の取扱い方に、2つの方法があることを述べ、ここでは流体成分と浮遊砂成分とに分離した方法で、濃度分布の基礎方程式を導びき、濃度が比較的小さい場合に対して、従来提案されている濃度分布式の特性について考察を加えた。ついで、混合砂の浮遊砂に関する平衡状態の濃度分布式として、どのような関数形が最適であるかを検討して、Rouseによって与えられた濃度分布形が実験値によく適合することを実証するとともに、各粒径ごとの重ね合せができることを見出した。また、その濃度分布式における指数は、 $Z = w_0/1.2\kappa u_*$  で表わされることを示した。

ついで、微細粒子が流体中に含まれると、流体の見かけ粘度が大きく変化することを実験的に明らかにするとともに、このような微細粒子を含む流体中の沈降速度は、微細粒子の濃度の増加に伴って粘性が増加するため、非常に減少し、その減少割合は、砂粒径が小さくなるに従って、大きくなることを見出された。一方、微細粒子を含む流れにおいても、そこに浮遊している砂粒の濃度分布の測定結果から、浮遊砂の沈降速度が微細粒子の濃度の増加とともに減少することが間接的に明らかにされ、微細粒子による粘性の変化を考慮した沈降速度を用いれば、Rouseの濃度分布式で微細粒子流の浮遊砂の濃度分布を表示でき

ることを明らかにした。さらに、微細粒子流あるいは微細粒子と浮遊砂を含む流れにおけるカルマン定数の変化は、粘性の変化を考慮した沈降速度を志村の式に適用すれば、算定できることが明らかにされ、このことから粒径が約 0.05mm 以上と以下の粒子では粒子の流体に及ぼす影響が異なり、wash load を多量に含む流れでは流体粘度の変化を考慮しなければならないことが明らかにされた。

従来浮遊砂量の算定に広く用いられている、Lane・Kalinske および Einstein 式に関して、実験的検討を行なって、前者では河床粗度の効果が浮遊砂量に十分反映されておらず、また後者では遮蔽係数に難点があることを明示した。したがって、本論文においては、河床付近の砂粒子の挙動をTchenの運動方程式によって検討し、砂粒の乱れ強度と流れのそれとはほとんど一致することを確認して、この特性を河床付近の濃度算定に適用した。すなわち、砂の浮上する量と沈降する量とが、平衡状態では等しいというLane・Kalinske のモデルを発展させて、河床付近の濃度の関数形を提示した。この式の特徴は、移動床における河床付近の乱れ強さが、摩擦速度よりはむしろ有効摩擦速度に関連していると仮定して、河床付近の濃度に河床粗度を反映させた点であり、この結果を用いた浮遊砂量は、従来の実験資料とかなりよく一致することが明らかにされた。従来、河床付近の濃度に粗度の効果を導入する必要性は指摘されていたが、本研究によってその効果が明確化され、流砂量式の精度がかなり向上したものと考えている。

第Ⅲ編は、混合砂礫床の河床変動を取扱ったもので、砂礫の混合特性に着目して、前編で得られた成果および河床変動の一次元解析法に基づいて、河床変動に及ぼす境界条件の影響と断面変化部の河床縦断形状に関して考察を加えたものである。

第1章においては、河床変動をスケールによって分類し、それぞれの規模によってその取扱い方が相違するので、ここでは大規模変動の河床変動を対象にして、一次元解析法で考察することを述べ、armouring を伴う河床変動を明らかにするには、砂礫の混合特性を考慮した解析法の開発が重要なことを指摘した。

第2章においては、ダム下流域のように、混合砂礫の特性が河床変動にもっとも顕著な影響を及ぼす場を選定して、そこに生起する armouring 現象と河床変動の関係および境界条件の与え方に関して、考察を行なったものである。混合砂礫床においては、外力の変化に対して、河床変動と河床材料の粒度構成の変化の2つの作用で対応し、一様砂礫床の場合に比較して、粒度の変化が付加されるので、取扱い方がそれだけ複雑化する。上流端から給砂がない場合の河床変動は、armouring 現象に関する実験的考察から、次の3つの領域に区分できることを見出した。すなわち、ⅰ)  $u_{*c\ min} \geq u_*$  : 河床低下および河床砂の粒度分布の変化は生じない。ⅱ)  $u_{*c\ min} < u_* \leq u_{*c\ max}$  : parallel degradation の領域で、河床は初期河床に平行に高々平均粒径の数倍程度の低下量であって、 $u_*$  の変化はみられないが、一方河床砂の粒度分布はarmouring 現象のため粗粒化する。ⅲ)  $u_{*c\ max} < u_*$  : rotational degradation の領域で、河床は  $u_{*c\ max}$  によって規定される河床こう配まで大幅に低下するとともに、河床砂の粒度分布もまた粗くなる。さらに、この領域では河床低下および armour coat の伝播が共に生じ、両者は密接に関連していることが明らかにされた。

このように河床変動に重要な役割を演ずる armour coat の粒度分布の解析法が、混合砂礫の流砂量式から理論的に誘導され、その適合性が検証された。このような事項は、従来ほとんど知られていない現象であったが、本研究によって、混合砂礫床の河床変動の解析への基礎が確立されたものと言えよう。

つぎに、河床変動が問題になる rotational degradation の領域の河床変動に関する基礎方程式として、擬似等流の仮定により拡散型の方程式を誘導し、上流端の境界条件として、混合砂礫の最大粒径によって規定される移動限界こう配を用いることにより、一様砂礫と同様な取扱いで解析されうることを明らかにした。以上述べたような混合砂礫床の河床変動解析法に関する方法論は、ダム下流域のみならず、山地河川において支流から多量の混合砂礫の流出によって、河床上昇が生じた場合の河床変動の予知にも役立つものと信ずる。

第3章においては、混合砂礫床の平衡縦断河床について、水路幅が変化する場合、平衡状態の特性量がどのように変化するかを検討したものである。すなわち、動的平衡河床では、各粒径ごとの流砂の連続式、水流の連続式および Manning の抵抗法則を用いて、平衡状態の等流水が、コネルバーこう配および摩擦速度を明示したが、 $u_* \gg u_{*ci}$  の場合には混合砂礫の特性は現れず、一様砂とまったく同様な形式で平衡状態の諸量が表わされる。一方、 $u_* \sim u_{*ci}$  においては、動砂の混合比が顕著に異なり、その特性は与えられた掃流力と河床材料によって変化することが明らかにされた。また、このような動的平衡河床においては、水路縮小部において、河床材料の粒度構成が一般に細くなることを、理論的に明示した。

静的平衡河床においては、砂礫が限界掃流力の状態に置かれているという条件と水流の連続式から、平衡状態の諸量の求め方を明らかにした。その結果、混合砂礫床の限界掃流力には、一様砂と相違して、 $\tau_{cmin}$  から  $\tau_{cmax}$  までの範囲があるので、初期の掃流力と粒度分布特性によって、平衡状態の諸量は変化することを見出した。また、この場合には、河床材料の armouring 現象がみられるが、これに関しても、前述の本論文の解析法が適用されうることを言及した。

以上の特性量を、不等流の運動方程式に関する積分値に適用して、漸変流における巨視的な平衡河床形状の算定方法を明示した。

ついで、上記の平衡河床に関する理論的考察を実証するために、静的平衡河床の実験を行なって、理論式が局所的な現象を除けば、よく実験値と適合することを明らかにした。また、水路縮小部における河床材料に関しても、armour coat の解析法が適用できることを実証した。以上の断面変化部の混合砂礫床の平衡河床について得られた結果は、狭窄部や河川構造物による河床変動の予測に有用な指針を与えるものと信ずる。

以上、本論文は流砂と河床変動に関して考察を行ない、従来明確化されていなかった流砂に及ぼす河床粗度の影響、混合砂の流砂量および混合砂礫床の河床変動に関して、新しい知見を与えるとともに、その定式化を試みたものであって、得られた成果は土砂水理学の進展に寄与するものと信ずる。

最後に、本研究を遂行するにあたり、広い視点から御助言を賜わった京都大学名誉教授矢野勝正先生、研究過程および本論文を作成する過程において、終始御指導いただいた京都大学教授芦田和男先生に深く感謝するとともに、流砂研究グループにおいて適切な御助言をいただいた京都大学教授土屋義人先生、および本論文の作成にあたって御助言をいただいた京都大学教授村本嘉雄先生に謝意を表する次第である。また、実験および資料整理にあたって、御協力いただいた京都大学防災研究所の関係各位に対して感謝の意を表する。