

計画高水流量に関するゲーム論的研究

飯塚敏夫

# 計画高水流量に関するゲーム論的研究

飯塚 敏夫

# 序

わが国の治水計画の中心をなす計画高水流量とその決め方に確率統計論がとりいれられてすでに30有余年になる。その間の水文統計学に関する研究の発展には目ざましいものがあり、実際の治水計画の根底にその概念が含まれるようになったのは河川工学の歴史に一つのエポックを作ったといってもよい。その具体的なあらわれの一つが降雨量あるいは洪水のピーク流量などの水文学の生起確率分布の推定と適用による治水計画の評価・位置づけにある。

しかし、現実はその理論的成果を応用する場合、有限の観測資料しか得られないため、同程度の適合性を有する複数個の分布形が出現するという事態も生ずる。このため、それら分布形群の中から最適なものを選択する作業に少なからず現場技術者の頭を悩ましてきたのも事実である。

一方、ゲームの理論によれば、分布形を一つのものに確定し得ない場合にも、利益を最大にするもしくは損失を最小とする計画規模を決めることが可能である。

本論文はこのような現状にかんがみて、ゲームの理論を応用することにより分布形選択の意志決定に関してより一層の合理性を付与しようとしたものである。

もとより意志決定の問題であるから、完全に普遍的なものとはなり得ないが、ここで用いた最悪の事態を想定するという概念は、治水計画が自然を相手とした防災上の問題である故に説得力をもつ一つの考え方であると思われる。

治水計画の含む内容はここに論ずるものよりもはるかに複雑で多岐にわたっている。その中で本論文が所期の成果を十分達したとは必ずしもいえないかもしれないが、今後治水計画を検討策定していくうえで何らかの益するところがあれば著者のよろこびこれにすぐるものはない。

本論を草するに当たり、京都大学名誉教授 石原藤次郎博士、京都大学教授 石原安雄博士、岩佐義朗博士、高棹琢馬博士、名古屋工業大学助教授 長尾正志博士の御懇篤なご指導を得た。ここに深甚なる謝意を表する次第である。

また、資料の収集整理、諸計算、図表の作成等については、四国地方建設局河川計画課及び徳島工事事務所の諸氏の協力を得た。併わせて感謝の意を表する。

昭和54年 夏

飯塚敏夫

# 目 次

緒 論 .....	1
第1章 治水計画の目標規模	
第1節 概 説 .....	3
第2節 治水計画の変遷 .....	3
2-1 河水統制事業以前の治水計画 .....	3
2-2 河水統制事業の治水計画 .....	5
2-3 第2次大戦後の治水計画 .....	5
第3節 治水計画の目標規模 .....	13
3-1 治水の手段 .....	13
3-2 治水計画の土木工学的目標 .....	15
第4節 治水計画の規模決定基準 .....	17
4-1 治水計画の規模評価 .....	17
4-2 経済評価による治水計画の規模決定基準 .....	18
4-3 本研究の立場 .....	20
第5節 結 論 .....	21
第2章 確率統計論の治水計画における意義	
第1節 概 説 .....	23
第2節 確率統計論の治水計画への適用 .....	23
2-1 確率統計論の治水計画への導入 .....	23
2-2 適用事例 .....	27
第3節 確率統計論の治水計画への適用の意義 .....	29
3-1 適用の一般的な意義 .....	29
3-2 洪水被害額の算定 .....	31
第4節 適用にあたって問題となる事項とその解決の方向 .....	32
4-1 問題となる事項 .....	32

4-2	確率分布形の差異による超過確率の算定例	33
4-3	解決の方向	47
第5節	結 論	48

### 第3章 計画高水流量の決定に関するゲーム論的モデル

第1節	概 説	52
第2節	モデルの定式化の方針	53
第3節	計画高水流量決定モデルの定式化とアルゴリズム	55
3-1	モデルの定式化	55
3-2	アルゴリズム	56
第4節	複数個の基準地点を対象としたときのモデルとアルゴリズム	60
4-1	モデルの定式化	60
4-2	アルゴリズム	64
第5節	洪水調節計画を考慮した場合へのモデルの拡張	67
第6節	結 論	68

### 第4章 吉野川での計画高水流量の検討事例

第1節	概 説	72
第2節	基準地点ごとの最適高水流量の算定	73
2-1	洪水調節を考えない場合の算定結果	77
2-2	換算係数の検討	86
2-3	ダムによる洪水調節を含めた場合の算定結果と考察	87
第3節	水系全体の規模の整合性を考慮した最適高水流量の算定	97
3-1	洪水調節を考えない場合の算定結果	99
3-2	ダムによる洪水調節を含めた場合の算定結果と考察	107
第4節	最適高水流量算定結果の被害額期待値の変動による変化	110
4-1	基準地点ごとの場合	110
4-2	水系全体の場合	111
4-3	実績資料による被害額の平均値の変動	112
第5節	結 論	113

第5章 適用結果の確率統計的考察と計画高水流量の規模決定でのゲーム論的概念

第1節 概説	117
第2節 計画規模の確率分布上での位置付け	118
2-1 確率密度関数の推定	118
2-2 最適高水流量の $Q_p$ -周辺分布上での確率評価	133
2-3 最適高水流量と降雨量に関する考察	136
2-4 従来の方法とゲーム論的方法による計画規模の比較検討	138
第3節 計画高水流量の規模決定でのゲーム論的概念の意義	140
3-1 ゲーム論的モデルの治水計画上の意義	140
3-2 ゲーム論的モデルの適用上の問題点と今後の課題	142
第4節 結論	144
結論	147

# 緒 論

適切な治水対策を実施するためには、土地利用、資産といった流域の姿の現状を正しく把握するとともにその将来の見通しをふまえつつ、自然条件とも調和のとれた治水計画の規模と内容を検討する必要がある。

治水計画の規模を検討するうえで、洪水の外力としての水文現象を適確に把握し、災害形態とそれとの関係を明確にすることが重要であることは申すまでもない。しかしながら、水文現象を決定論的な立場でとらえることは、その現象すなわち、降雨現象あるいは流出現象等の生起に関する不確実性のために、現在のところ非常に困難なものであるといわざるを得ない。このような現実に対して、水文現象を確率統計的にとらえて治水計画にとり入れることが一般的になっている。洪水の規模を、そのピーク流量の超過確率あるいは降雨量の超過確率値で表現し、治水計画規模の指標としていることはその好例であろう。また、洪水による被害額の期待値等についても確率統計論の応用によって、より合理的に計算されている。このように、確率統計論の導入は治水計画により一層の客観性・合理性をもたらしたと評価できよう。

ところで、確率統計論を具体的に治水計画の検討に利用するうえで、降雨量等の水文量の生起確率分布をどのような分布形にあてはめればよいかに注意を払う必要がある。分布形の差異によって、得られる結果が著しく異なることも生ずるからである。従来、たとえば降雨量の極値分布にしても、数多くの分布形に対するあてはめの研究が行われ多大の成果を収めてきた。しかし、いずれの分布形にあてはめるにしても、本来無限の資料を対象にしてはじめて一意にあてはめるのであり、限られた期間の資料から分布形のあてはめを行う場合には、その精度の吟味が必要となる。とくに、治水計画のように生起頻度の非常に小さい部分の論議が必要な場合はなおさらであろう。

したがって、たかだか数10年といった限られた期間の資料しか得られない現状では、あえて、一つの分布形にあてはめてしまうことが得られる結論に著しい危険をもたらす場合の生ずることがある。そのため、確率統計論による計算結果を実際の治水計画に適用する場合には、その信頼度について十分検討しておくことが望ましいということである。

本研究はこのような確率の信頼度を考慮した場合の、治水計画の規模決定についてのひとつの新しい考え方を提案するとともに、その実際河川への適用例を論じようとするものである。

まず、第1章では、治水計画の歴史をその目標の変遷を中心にたどりながら、治水計画の日

標と手段が計画の構成の中でいかなる位置を占めるかについて概述し、このような目標と手段には多種多様なものが存在することを示す。本研究では、これらの多目標のなかで経済的妥当規模の達成においたものとして論じていくことを明らかにし、その場合の治水計画の規模決定基準の特質について概述し、第2章以下の考察の基礎とする。

第2章では、確率統計論の治水計画への導入過程を要約したうえで、このような確率統計論の治水計画上の意義について、具体的適用例とあわせて述べる。実際に適用する場合の問題点を指摘したうえで、特に統計資料の分布形へのあてはめの精度にかかわる問題についての解決法の方向付けを行う。

第3章では、確率の信頼度を考慮した治水計画の規模決定のひとつの新しい考え方を提案する。すなわち、不完全な情報のもとで、ゲーム論的アプローチを用い、経済的評価による計画規模決定モデルの定式化を行う。この定式化はまず単一基準地点を対象に行い、続いて、同一水系内に複数個の基準地点が設定されている場合の基準地点間の規模の整合性をも考慮した場合について定式化を行い、さらにこれらのモデルを洪水調節計画を考慮した場合へと拡張していく。

第4章では、第3章で提示した治水計画の規模決定モデルを吉野川流域に適用し、基準地点における最適高水流量を算定するとともに、その結果について検討・考察を加え、このモデルの有効性を明らかにする。

第5章では、第4章で得られたゲーム論的モデルの吉野川への適用結果を確率的に考察し、本モデルの有効性をさらに明らかにするとともに、得られた結果を水文統計的に吟味する。ついで、ゲーム論的概念の治水計画における意義を総括的に論じたうえ残された課題について言及しておく。

最後に、以上の結果をとりまとめて、本研究の結論とする。



# 第1章 治水計画の目標規模

## 第1節 概 説

治水計画の究極の目的は、他の公共計画と同様に、人間の生活を維持向上させることにある。とくに、治水計画の役割は洪水による災害を防止または軽減することによって、人間の生命あるいは生活生産基盤を守ることにある。治水計画は人間のそのような願望と、それを達成するための具体的目標及び手段から構成される。

このような治水計画の目的達成の手段には、いろいろなものが考えられようし、それに伴って、具体的目標もまたいろいろな種類のものがある。これらのうち、手段は、人間の洪水被害あるいはそれに対処した経験の蓄積、及び科学・技術の発達によって、逐次その質的向上と領域の拡大が計られてきた。また、目標も人間のもつ価値観の変遷・拡大に伴って、一般に多様化・多様化の傾向が著しい。

本研究はその中で、土木施設の建設・配置・操作などによって洪水の防御・軽減に充てるといふ土木工学的手段を用い、その施設の規模を経済的妥当性から検討し、経済的最適規模を目標とした場合の規模決定方法を論じたものである。議論の展開に先立って、まず、治水計画の歴史を、その目標の変遷を中心に概述し、治水計画における経済的妥当規模という目標の今日的意義を明らかにしておきたい。

以下、第2節では、わが国の明治以後の治水計画の手段と目標が、土木技術の進歩と社会環境の変化に密接に関連しながら推移してきた状況を明らかにする。次に第3節では、治水計画の基本的構成について概述したうえ、その構成要素である手段と目標について、それぞれどのような特徴があるかについて、具体例をあげて整理、統合してみる。その上で、第4節において、治水計画の規模決定基準として経済的評価基準に依った場合の特質について概述し、以後の考察・解析の基礎とする。

## 第2節 治水計画の変遷<sup>1,2)</sup>

### 2-1 河水統制事業以前の治水計画

明治新政府の時代になって、河川事業の分野においても、西欧技術の導入が積極的にはから

れ、ファン・ドールン、デ・レーケ等の外人技術者が招へいされた。初期の時代の河川事業は、舟運の便等をはかるための低水路掘削、流末の浚渫等の低水工事並びに河道維持のための上流砂防工事に限られており、高水工事はもっぱら府県に委ねられていた。国による、このような低水工事は修築工事と呼ばれ、1875年の淀川に始まって、利根川、吉野川等14河川について順次着手されたのである。

このように、洪水による氾濫防御を目的とする高水工事が、国の直轄でなく府県に委ねられていた（河川によってはさらに、地元市町村に委ねられていた）のは、当時の富国強兵策のために舟運を維持発展させねばならなかったことと、洪水防御については、国レベルの問題ではなく、それぞれの地方で処すべきものと考えられていたこと等によるものようである。

しかしながら、わが国の洪水をめぐる自然条件の厳しさからみて、到底府県単独で処理しきれぬものではなく、さらに、明治18年～25年頃にかけて、全国にあいついでそれまでの既往最大と目される大洪水が発生したこともあって、地元からの治水事業の直轄施行に対する要望が高まってきた。このような状況が、やがて、河川法の制定並びに治水事業の直轄施行の気運を育てることとなった。

1896年に河川法が制定されると、ただちに淀川、筑後川で改修工事が開始され、順次他の河川に及んでいった。

その当時の治水計画の規模決定の表面的な理念は、洪水を完全防御し、もって、民生の安定と経済発展をうながすものであった。そのための具体的基準として、既往最大洪水流量が採用されるということが多かった。たとえば、1929年内務省土木局長から出された渡川改修計画説明書<sup>3)</sup>には、その改修の効果として「本改修工事竣工ノ暁ニハ従来ノ惨害絶無トナリ、毎年災害復旧費及耕地其他ノ諸損耗ニ基ク水害損失ヲ免ルル利益莫大ナルベシ、……………斯クノ如ク従来ノ水害損失ヲ免レ一面農作物ノ著シキ増収ヲ見遂ニハ土地価格ノ昂騰ヲ来シ……………」とある。（傍点は著者による）

このように、当時の治水の理念は、従来の災害の再来が完全に防げれば、それでよしとしたものであって、それ以上の規模の洪水が発生したときには、いかに対処すべきかについては何も触れていなかったようである。

また、治水方式としては、築堤による氾濫域の防御、河床掘削による洪水の疎通能力の増大放水路開削による洪水の回避等、できるだけすみやかに洪水を溢水させることなく河口へ流下させることに意を用いていた。

## 2-2 河水統制事業の治水計画

富国強兵策のもとでのわが国の産業界は日露戦争以降ますます発展したことから、電力需要並びに産業用水の需要が増大し、急峻な地形と豊富な水量とを活用する水力発電が急速な発展をとげることになる。さらに、土地利用もますます高度化し、洪水防御の重要性も高くなる一方であったのに対して、河道改修による洪水処理にも限界があるため、上流における洪水貯留方式をも考慮した水系一貫的な治水方式を考える必要が生じてきた。このような治水・利水両面に対応する洪水処理計画として、洪水を計画的に調節し、貯留水を活用し、もって水利用の高度化をはかるといふ、いわゆる河水統制の理念が大正末期の技術者たちの間に芽ばえてきた。これは治水の手段として洪水を完全に海へ流下させる河道改修のみに依存するのではなく、洪水を一時貯留して、河道の負担流量を軽減しようとするもので、このような手段の有効性を立証しようとするために、河道改修と、河水統制との経済比較の考えを示唆していることが注目される。

このような気運が結実して、実際に、河水統制に関する調査が内務省によって、全国主要河川にわたって始められたのは1937年になってからであり、直轄河川改修の一環として、洪水調節を含めた多目的ダムが最初に猪名川（虫生ダム）に着手されたのは1941年になってからであった。また物部長穂氏に代表されるこれら河水統制の理念の、本格的な河川計画への適用は、むしろ第2次大戦後の多目的ダムの建設などでみることができる。

## 2-3 第2次大戦後の治水計画

### (1) 確率統計論の導入

戦後、国土の荒廃したなかで、わが国は1945年の枕崎台風、阿久根台風、1947年のカスリン台風、1948年のアイオン台風と、あいついで大型台風におそわれ、大水害が全国で多発した。これらの台風による降雨量並びに洪水流量が必ずしもそれぞれの河川で既往最大を上回るものではなかったにもかかわらず、被害がかなり甚大であったことの理由として次のようなものが挙げられている<sup>4)</sup>

- 1) 改修関係工事費と災害関係工事費のバランスが破れたこと。
- 2) 国民所得の伸び等による流域資産の増加の割には河川改修費が伸びなかったこと。
- 3) 戦中・戦後における河川流域における森林伐採の影響。
- 4) 河川維持工事の不徹底。

このような状況に対処するべく、1947年には、治水調査会が内務省に設置され、全国の大

河川についてその既定計画の再検討がなされるようになった。また1948年に策定された治水5ヶ年計画で、初歩的ながら、治水計画において経済効果に関する具体的検討を行っていることは注目されよう<sup>5)</sup>。すなわち治水事業を遂行して浸水可能面積を減少させることによる年平均の米穀類減産防止額を算定して事業費と比較したうえ、その国家的投資としての有利性を主張したのである。

一方、治水計画規模の決定基準として、従来の既往最大洪水流量にかわる、当時としてはかなり進歩的な考え方が安芸により提唱せられた<sup>6)</sup>。すなわち“計画高水流量は、河川改修計画をたてるときに、その対象とする高水流量を指すから、計画高水流量をもとにして、起りうべき流量を算定し河川の重要性、氾濫地域の性質、耕地の広狭、種別などによって決定せらるべきものである。したがって、計画高水流量はかつて起った最大流量という理ではなく、また起りうべき最大流量というのでもなくて、これは、その河川の改修工事を実施する場合の社会的環境あるいは経済的の条件によって、十分に実行しうる工事を対象として考えられる流量をいうのである。”

このような考え方が出された背景には、それまでの治水計画の目標が、「洪水を繰り返さないことにより民生の安定を計る」という、極めて、抽象的な表現であったこと、さらには、その具体的基準として、既往最大洪水流量を採用することが多かったが、それらが、たび重なる洪水によりつぎつぎと更新され、したがって、治水計画の基準としては安定性を欠いたものであったことが指摘されるであろう。

このように、従来、治水計画の目標とされてきた、既往最大洪水が、決して可能最大洪水ではなく、想定される一連の洪水群の中の一つにすぎないことから何らかの評価・位置づけをする必要があった。ところが当時社会環境あるいは経済条件を考慮して、治水計画目標を位置づけることの重要性に対する理解はあっても、具体的手法に欠けていたのが実情で、いきおい、治水計画の目標も抽象的とならざるを得なかったのであろう。

そのような中であって、発生する洪水規模を確率概念で表現しようとする試みが水文統計論として始まり、治水計画に導入せられるようになってようやく、治水計画の目標の位置づけが以前よりはるかに合理的に評価できるようになったのである。すなわち、その発想は、洪水ピーク流量を治水計画の基本量とし、その年超過確率で評価しようとするものである。また洪水ピーク流量の生起確率を想定氾濫被害額と組み合わせると、洪水被害の期待値が算出できるから事業費と対比することにより、治水計画の経済的側面からの評価が可能となったのである。

一方、あいつぐ洪水による各河川の流量増高と流域の開発は、河積の増大による流下能力の向上といった河道改修方式の行き詰りを招き、これが誘因となってダムによる洪水調節が基本計画の中に積極的に導入せらるることになった。1951年には、河水統制の名称も河川総合開発と変わり、治水・利水を総合した河川計画の重要性が強調されるに至った。

## (2) 治水計画の経済評価

1953年は、水災害の年であった。6月の梅雨前線は西日本をおそい筑後川をはじめとする北九州に大被害をおこし、7月の南近畿における集中豪雨は、和歌山県の有田川等を大氾濫におとし入れ、さらに、9月に来襲した13号台風は、淀川、揖斐川等に計画高水流量を上回る洪水をもたらして、大きな被害を与えた。

このような状況の中で、治水計画規模をいかに評価決定するかについて模索が続けられた。たとえば、中安<sup>7)</sup>は前述の水文統計学と洪水被害額との組み合わせで河川改修計画の経済的効果を論じている。すなわち、水位 $h_1$ より $h_2$ まで堤防を高めることによって得られる防災量が、

$$E = - \int_{w_1}^{w_2} P dw \quad (P; \text{災害量}, w_1, w_2; \text{水位 } h_1, h_2 \text{ の超過確率})$$

で表わせることを示した。この防災量と、それに要する工費との比を防災利益率と名付け、計画高水流量はこの防災利益率を最大ならしめるように選択されるべきことを提案している。

一方、1957年政府が発表した「新長期経済計画」<sup>8)</sup>によると「治山治水事業および海岸保全事業等の国土保全事業は、国土を災害から防ぎ、経済活動を保持し、ひいては民生の安定にも資するものであるから、経済の発展に対応してその規模の拡大をはかることが必要である」と、かなり抽象的で、具体性に乏しい表現ではあるが、治水計画規模についての経済的側面からの一つの見方を述べている。これに対して建設省が1958年にまとめた「新治水事業緊急5カ年計画」は次のように主張している。「戦前の比較的災害の多かった昭和9年から16年に至る8年間の直接被害額は、年平均約780億円で、この被害額は、国民1人当たり約1,100円(31年物価水準)となり、また当時の国民所得1人当たり70,000円の約1.6%となっている。

しかるに、戦後における水害は著しく増加し、前述のように昭和21年から30年までの10カ年の直接被害額は年平均2,400億円に達している。これを昭和31年の国民1人についてみると、約2,700円(1人当たり国民所得84,870円の約3.1%)となっており、前記昭和9年から16年までの1人当たり国民所得に対する損失率1.6%に比較すると、約1.9倍に達している。したがって、このような被害の速やかな軽減を図ることは国民経済の見地からもきわめ

て重要なことであり、年平均2,400億円の被害額のうち約1,100億円程度を軽減し、少なくとも国民所得に対する水害の損失率を、戦前程度までに引き下げることはきわめて緊要なことである。」

この考えを発展させたものとして後に望月<sup>9)</sup>は、次式で表現される被災額の期待値をダメージポテンシャルと名付け、このダメージポテンシャルを少なくとも一定に保つべく治水計画の規模を定めることを提案している。

$$D_0 = \int_{Q_0}^{\infty} f_1(Q) \cdot f_2(Q) \cdot dQ$$

$D_0$  : ダメージポテンシャル,  $f_1(Q)$  : 被災額の流量  $Q$  に関する関数

$f_2(Q)$  : 流量  $Q$  の生起確率

$Q_0$  : 計画高水流量

### (3) 建設省河川砂防技術基準

治水計画の目標の決定手法について、今まで述べたように、水文統計論を応用して、経済的側面から評価する手法を中心に、検討がなされてきたわけであるが、建設省はそれまでに積みあげられてきた技術的成果をとりまとめて、基準書とした「建設省河川砂防技術基準」<sup>10)</sup>を1958年に策定した。

この中で、計画策定の基本方針として次のように述べている。

- 1) 水系を一貫した計画とする。
- 2) 治水と利水との総合的な計画とする。
- 3) 沿岸土地の開発を考慮する。
- 4) 河道内の土砂、砂利の有効な利用を計る。
- 5) 治水計画の規模は、全国的な視野に立ったその河川の重要度に応じて安全度において全国的にバランスがとれ、かつ経済的なものとする。

また、新しく「基本高水」という概念が従来の計画高水流量に代って登場した。これは、洪水調節ダムを含んだ治水計画では、ピーク流量のほかに洪水の総流出量、継続時間、本支川の最大流量の時差など数多くの関連要素を勘案しなければならないこと、換言すれば、洪水のハイドログラフそのものが必要となってきたことを示唆している。

さらに、この基準では、「洪水処理計画の策定にあたっては、妥当な規模の高水を決定し、これを合理的に河道及び洪水調節ダムに配分し、各地点の計画高水流量を定めるものとする」としており、妥当な規模の高水の決定にあたっては、次の3点を総合的に考慮するものとしている。

- 1) 基本高水の決定にあたっては、最大の既往洪水を重視するものとする。
- 2) 治水事業の経済効果は主として同地域内の洪水被害軽減額とし、その基本高水のピーク流量の決定にあたっては、これに対応する事業の経済効果が事業費に対してできるだけ大きくなるよう考慮する。
- 3) 基本高水のピーク流量の決定にあたっては、計画対象地域の重要度に応じて年超過確率を考慮するものとする。そのおおよその基準として、A級 1/80~1/100, B級 1/50~1/80, C級 1/10~1/50 とする。

このように、治水計画の規模決定にあたっては、経済効果の側面からの評価、流域の重要度からみた年超過確率の評価等種々の評価手法による結果を総合的に検討して定めるべきことが強調されたわけであるが、既往の資料の存在状況等を考慮して、既往最大洪水についても総合検討の対象とすることが述べられている。

実際には、経済効果については、資産の損失のみを対象としてもなお過剰な妥当性を有するものが多く、結局、流域の重要度に応じた年超過確率を採用することにより全国的なバランスを計りながらも既往最大洪水と大差ない結果となる場合が多かった。

#### (4) 治水事業に関する法的整備

その後1958年の狩野川台風、1959年の伊勢湾台風と相ついで既往最大をはかるかに越す災害を生じたために、治水事業の重要性、緊急性が再認識され、新たに、治水事業10カ年計画を策定することとなった。また、この計画を法律に裏付けられたものとするために、1960年治山治水緊急措置法、並びに治水特別会計法が制定された。

さらに、1965年には、河川管理の充実と体制の明確化を図って新河川法が施行されることとなった。新河川法では、その目的の条項で「この法律は河川について洪水・高潮等による災害の発生が防止され、河川が適正に利用され、及び流水の正常な機能が維持されるようにこれを総合的に管理することにより、国土の保全と開発に寄与し、もって公共の安全を保持し、かつ、公共の福祉を増進することを目的とする。」と述べている。

このように、旧法から新法に移行した河川法の中で一貫して意図された基本理念は、やはり、治水目的と利水目的を重点としたものであった。しかしそれだけでなく、さきの目的条項のなかで「河川が適正に利用され、及び流水の正常な機能が維持されるようにこれを総合的に管理することにより……かつ、公共の福祉を増進することを目的とする。」とあるのは、明らかに、河川計画の策定に際して、その環境機能についても十分注意を払うべきことを示

峻しているものといえよう。

具体的には、河川の第三の機能としての自然機能を回復すべく水質の改善による河川の浄化、河川敷の緑地の整備、良好な空間の確保等を進めるべきであるということである。そして、さらに重要なことは、これら河川の治水、利水及び自然環境の三機能は独立して別々に考えるべきものではなく互いに調和する必要があるということである<sup>11)</sup>。実際には、このような問題に対しては、人の情緒、精神活動等に関わるため、それ自体客観的な評価が困難である。まして、河川のもつ治水、利水及び環境機能を同じ基準で総括的に評価することは現在のところなし難い。なお、川崎<sup>12)</sup>は経済的評価や、技術的可能性で評価し得ない人間の精神に関わる問題について数量化理論による評価を試みている。

#### (5) 超過洪水対策

自然現象である降雨、あるいはその流域からの流出結果である洪水は、その発生規模が不確定であって、その上限である可能最大降雨量という概念も言葉では表現できても実態はきわめて不明確である。したがって、先述したように必然的に、計画高水流量は一連の洪水群の中の1つをとらざるを得ず、それを超過する洪水の生起する可能性は必ず残されているといえる。このような超過洪水にいかに対処するかについて、木村<sup>13)</sup>は、人命は100%防護すべきであるとして、そのために

- i) 洪水が予想される場合にはあらかじめ退避させる。
- ii) 洪水予報を強化する。
- iii) 非常に危険な地区には居住を禁止する。
- iv) 施設については、超過を予想した工法による経済的規模の改修工事を実施する。

と主張している。これらの重要性は今後も益々増大するものといえよう。

#### (6) 検討対象外力の推移と河川砂防技術基準の改訂

洪水処理計画を策定するとき、目標とする規模を目的関数でいかに表現し、さらにこれをいかにして最適化するかが重要な計画過程であることはこれまでたびたび強調してきたがその時もっとも大きな比重を占めるのが災害の原因となる洪水の外力である。この外力の生起特性を知ることが、計画規模検討の第一歩であるといえよう。ついで、洪水処理計画を外力の生起特性と関係づける場合、どのような質<sup>\*</sup>の外力を採択し、その中でいかなる属性<sup>\*\*</sup>を対象と規定するかについては、採択した外力の質の取扱いの容易さ、あるいは流域の変遷に伴う



影響を受けにくい性質（安定性）等を考慮するとともに、計画手段となる洪水処理施設・方式等からみた対象属性の検討が重要となろう。

このような観点からみると、たとえば、外力の質については、物理的プロセスとして、次のような段階が考えられよう。すなわち、まず降雨という一次的外力、それが流域という変換系を通して形成される洪水流出量という二次的外力、さらに河道という変換系によって生じる水位、流速などのような三次的外力というように種々の段階の外力が考えられる。

また、属性については、降雨における総降雨量、ピーク強度及びその時間的・場所的分布、流出量における総流出量、ピーク流量及び波形等が考えられよう。

築堤、河道掘削のみを洪水処理計画の手段とするときには、堤防前面のピーク水位のみを考えればほぼ用は足りよう。すなわち、質の面からは三次的外力であり、その中のピーク水位という属性に着目すればよい。ただ、ピーク水位は、河道特性の局所的様態に影響されやすく、かつ、下流河道では流量と水位との対応が可能であることにより、実際には二次的外力であるピーク流量が洪水処理計画の基本量として用いられることが多い。

しかし、前述のように、洪水処理方法に洪水調節ダム等による洪水調節が加わり、基本高水という概念が必要となる場合には、ピーク流量のみの取扱いだけでは対処できず、総流出量あるいはハイドログラフそのものを扱わねばならないわけである。

一方、洪水処理の計画規模は、洪水のピーク流量の年超過確率で表示することが建設省の慣用的手法とされてきたが、洪水処理計画の検討に際して、外力として上述のように、総流量あるいはハイドログラフまでをも考慮せねばならない場合には不合理な面が出てくる。また、確率的な統計計算にはデータ数の少ない洪水流量を対象とするよりも、明治末年以来の記録の集計を誇る日雨量のデータを用いる方が量的、精度的に有効であること、及び、著しい流出計算法の発達に伴って、時間雨量の記録から洪水ハイドログラフへの変換が容易になったこと等をも考慮して、雨量という一次外力を検討対象外力に採ることによる上述の難点の解決手法が提案されるようになった。しかし、その確率統計的取扱いが従来の一変数確率統計論ではやはり困難であったという難点はそのままだに残されていた。

なお、対象外力として雨量が登場してくる背景には、流域の開発等による人為的影響をなるべく受けたくない自然現象の方が確率計算上のランダム事象として好ましいという事情も考慮されているものと考えられる。

---

\* 外力の質：降雨，流量，水位

\*\* 外力の属性：ピーク流量，ハイドログラフ流速，この定義は、矢野勝正編：水災害の科学P 145～147：技報堂，1971による。

一方、1958年の建設省河川砂防技術基準の策定以来、社会の発展は著しく、河川工学における技術的進歩は目覚ましく、この技術の進歩を集大成した新しい基準書の制定が要求された。そこで建設省河川砂防技術基準の改訂が試みられ、1976年に案として公表される運びとなった<sup>14)</sup>。その中で「洪水防御計画の策定に当たっては、河川の持つ治水、利水、環境等の諸機能を総合的に検討するとともに、この計画がその河川に起こりうる最大洪水を目標に定めるものではないことに留意し、計画の規模を超える洪水（以下、超過洪水という）の生起についても配慮しなければならない」と述べているとともに、計画の規模の評価については、「計画の規模は一般には計画降雨の降雨量の年超過確率で評価するものとし、その決定に当たっては、河川の重要度を重視するとともに、既往洪水による被害の実態、経済効果等を総合的に考慮して定めるものとする。」としており、そのおおよその基準もA級1/200以上、B級1/100～1/200、C級1/50～1/100、D級1/10～1/50、E級1/10以下と旧基準から引き上げられている。

このように1958年に制定された旧河川砂防技術基準と比べて、計画の基本量が洪水ピーク流量から、降雨量に変わったが、計画規模の評価指標については、流域の重要度に応じた年超過確率で表現することには変わりがないといえよう。しかしながら洪水処理計画で重要な意味を持つ基本高水のピーク流量の年超過確率と、計画降雨量のそれとが必ずしも1対1の対応をしない。したがって、そのような場合には、これらの関係を明確にし、他の手法によって計画の規模を検討することが必要であり、今後詳細に研究すべき問題点である。

## (7) 総合的な治水対策

治水計画を検討する際、当該計画の実施によって生ずる効用を施設の運用期間全体にわたって把握する必要のあることはいうまでもない。そのためには、将来、氾濫域の土地利用、資産状況あるいは水源域の土地利用・植生等がいかに変化するか適格な推定が必要となる。従来、この変化がさほど大きくなかったという意味もあって、治水計画の検討に上述のような時間の要素がとりいれられることは少なかった。

ところが、近年、河川周辺の土地利用が急速に変化し、たとえば、農地の宅地化等が進行したため、従来、遊水機能を果していた地域がその機能をそう失し、ために下流河道の洪水量が増加したり、流域開発により、山地からの流出量が増大するあるいは氾濫域の被害ポテンシャルの増大する等の現象がみられるようになっている。

このような状況から、治水対策を単に、河道改修あるいは洪水調節ダムの設置といった土

木施設のみに依存するのではなく、土地利用の規制、家屋構造の改善といった、種々の手段を総合的に組み合わせ、総合的な治水対策の必要性が提議され、その評価手法に関する研究がなされつつある。

行政的には昭和51年10月に「総合的な治水対策の推進方策はいかにあるべきか」についてが河川審議会に対して諮問され、昭和52年6月中間答申が出されている。それによると、治水施設の整備を促進するとともに、流域開発による洪水流出量及び土砂流出量を極力抑制し、河川流域の持つべき保水・遊水機能の維持に努めるべきであるとし、洪水氾濫のおそれのある区域及び土石流危険区域においては、治水施設の施設の整備状況に対応して水害に安全な土地利用方式等を設定するとともに、洪水時における警戒避難体制等の拡充を図るほか、被害者救済制度を確立するなど総合的な治水対策を実施し、水害による被害を最小限にとどめるべきであるとしている。

### 第3節 治水計画の目標規模

#### 3-1 治水の手段

治水の手段、すなわち、洪水災害の防衛・軽減の手段には実に多様なものがある。それは、人間の洪水による被災の経験に根ざして、それぞれの時代に応じて案出されてきたものであり、その時々技術あるいは知識の発展によって用い得る手段の種類は増えてきている。将来さらに多彩な手段が考えうるようになるであろうが、現在のところ考えられているものについては、以下のような分類が可能である<sup>15)</sup>。

- |           |                |
|-----------|----------------|
| ① お手あげ状態  | ⑤ 水防活動         |
| ② 救援活動    | ⑥ 土地利用の規制      |
| ③ 緊急避難    | ⑦ 洪水保険         |
| ④ 家屋構造の規制 | ⑧ 技術的手段による洪水調節 |

これらの内容を簡単に説明しよう。

- ① お手あげ状態とは、具体的な洪水対策も樹てられないような開発途上国等でみられる状態であり、洪水・氾濫に対して何らの対抗手段も見い出しえない悲観的状态を意味している。
- ② 救援活動とは、洪水・氾濫による被害を、ボランティア活動、赤十字あるいは国家によって償うもので、対応はスピーディではあるが、権利的活動とみなされる面もある。

- ③ 緊急避難は、洪水・氾濫から、人身・財産を安全な場所へ避難させるもので、メコン、インダス、ミシシッピ河等で計画的に実施されている。この活動が有効なためには洪水の伝達時間が長く、しかも洪水時間が短いというような流域条件と、洪水予警報システムの充実が前提条件である。
- ④ 家屋構造の規制は浸水地域における洪水・氾濫被害を防ぐために家屋構造に制度的規制を加えることであり、たとえば、防水性の外壁、ピロティ方式、盛土方式等がある。この方法は、洪水流速が遅く、浸水深が一定限度以下の場合有効であるが、家屋新築に際して、規制を実施するという場合でないと実現はむずかしい。
- ⑤ 水防活動は、本質的には③、④の組み合わせである。したがって、この場合も洪水予警報システムの確立が不可欠である。
- ⑥ 土地利用の規制は、洪水・氾濫地域内の土地利用形態を被災との関連において規制し、できるだけ被害を少なくしようとするものである。しかし、わが国では土地政策との関連もあって実現には種々の困難が伴う。
- ⑦ 洪水保険は、洪水・氾濫による被害を保険制度によって補償しようとするもので、正確にいうと、水災害を防ぐのではなく、損失を分散させ致命的にならないように保障することである。しかしながら、洪水に対する定常的な危険度という保険の前提からはかなり違っており、適正保険料の決定がむずかしい。また、保険料を払いきれぬ者のみが氾濫原を利用できるという不平等も生じうる。さらに、水害はかなり広範囲に、しかも同時に起ることが多く、私企業では実施しにくいため政府の助成が必要である。
- ⑧ 技術的手段による洪水調節は、河道における洪水防御と、流域よりの流出抑制に分けられる。このうち、河道における洪水防御が、一般にいわれるところの狭義の治水であり、築堤、貯水池・遊水池の建設、放水路の建設などの土木事業によるものを意味している。このような多くの治水手段のうちどれを採用するかは種々の考え方があろうが、要するに選択された手段が、どれほど当初の願望を満足しうるか、またその手段が実現可能かどうかによって依存するものであろう。これらの背景には水文・地形・地質などの流域の自然条件、社会・経済的状况あるいは住民の意識、欲求、さらに広義には、それぞれの時代に人間の知り得た知識・経験の質・量等があって、普遍的なものが存在するとは考え難い。

しかしながら、手段の選択にはできるだけ多種多様なものから検討を始め、総合的に評価しながら、選択の枠を絞っていくことが望ましいと考えられる。この点については、今後の重要な課題ではあるが、本研究の目的ではないのでここではこれ以上触れない。本研究で対象とす

る手段は、第4節で述べるように、⑧の技術的手段による洪水調節のうち、土木施設による河道における洪水防御、すなわち、河道の洪水流下能力の向上に限ることとする。

### 3-2 治水計画の土木工学的目標<sup>16)</sup>

洪水による災害は、人間が生活・生産を営む場に急激かつ大量の流水が浸入あるいは、湛水することにより、その生活・生産に支障をきたす場合にはじめて発生する。人間はこれに対してあらゆる手段を講じてそのような災害から身を守ろうとする。すなわち、何らかの方法で、流水の浸入・湛水を防止・軽減し、たとえ浸入・湛水があっても生活・生産に支障のないものにしようとする。そこに治水に対する個人的な願望が生じ、その願望を満たす総合的な方策が考えられ、それらが有機的に結合されて集団となった結果が治水計画という形態を採るわけである。

しかしながら、このような自然発生的な願望の単発だけがただちに実行可能な治水計画に直結するものではない。実用性の高い治水計画が作成されるには的確な目標と、それを達成しうる技術的手段が不可欠である。すなわち、目標とは具体的にいえば、“既往最大の洪水による災害を二度と受けないようにする”とか“ある一定規模までの洪水による災害を防御する”といったある種の価値感に基づいた計画規模の目標である。すなわち、洪水による被害を受けた

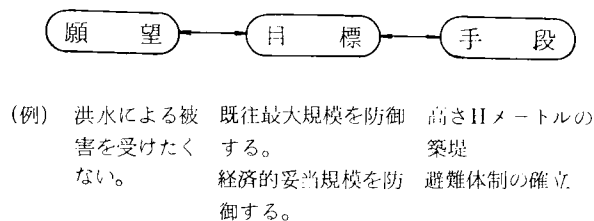


図1-1 治水計画における願望、目標、手段の関係

くないという願望に対して、それを具体的に説明したものが目標であるといえよう。また技術的手段とは防災規模を達成しうる具体的な“高さHメートルの築堤”とか“洪水時の避難体制”とかいったものである。これら願望、目標及び手段の関係の具体例を図示すれば図1-1のようである。

3-1で、本研究で対象とする手段は、土木施設による河道における洪水防御に限ることとした。したがって、ここで論じる目標もまた、このような土木施設により制御しうる規模、たとえば、河道の洪水流下能力である。すなわち、3-1で述べた治水計画の手段のうち、①～

⑦は具体的な建設事業を伴わない習慣，制度，財政的な方法であるのに対して⑧は，土木施設による河道での洪水防御であった。それに対して，本研究では，この⑧にかかげた土木施設による河道主体の洪水防御に限って論ずることとしているわけである。そのことを強調する意味から，このような手段による目標を土木工学的目標と総称することとする。

一方，前述したように，治水計画の目標は人間のもつ価値観あるいは幸福観に根ざすもので，これらが多様であるがゆえに，目標もまた多種多様なものがあるわけである。しかしながら，基本的にはまず次の２種類に大別されよう。

- ① どのような規模の洪水に対しても災害を完全に防御する。
- ② 一定規模以下の洪水災害を防御し，それ以上はできるだけ軽減する。

上述のように，従来治水計画の策定に際し，洪水災害に対して“完全防御”と，経済的規模で代表されるような“一定規模以下の防御”という２通りの考え方があったようである。

前者は，人命，財産に関する安全度に関するものであるから災害は絶対許されるべきではないという姿勢であり，それに対して後者は，治水計画規模は経済的，社会的に実現可能な限界があるはずだとする考え方である。

これらは，さらに具体的な目標に分けられる。すなわち①については

- (イ) 最大可能規模
  - (ロ) 既往最大規模
- ②については
- (イ) 経済的妥当規模
  - (ロ) シビルミニマムの規模
  - (ハ) 社会的妥当規模

等である。

(イ)の最大可能規模は，将来にわたって起り得る最大規模の洪水を完全に防御するという目標であるが，現在のところそのような規模を技術的に予測することは不可能であろう。したがって，実際にはこのような目標は現実の計画目標とはなり得ないといえよう。

また，仮に，将来発生する洪水の最大規模が予測できるとしても，すべての洪水を防御するほど国力の伴っていない現状からみて，現実の計画として成立し得ないともいえよう。

(ロ)の既往最大規模は，形式的には(イ)に近い考え方である。すなわち，既往最大規模を目標としておけば，災害に対してほとんど安全であろうという期待がこめられていると思われる。しかし，現実には，これを越える規模の洪水はいくらでも発生するわけであるから目標としては

客観性に乏しく、しかも期待と現実が一致しない欠陥がある。

イ)の経済的妥当規模は、治水事業の有効性を、国民経済的な立場から明確にしてその妥当な規模を目標としようとするもので、その具体的モデルについては種々のものがある。モデルの考え方の概要は第3章で述べる。

ロ)のシビルミニマムの規模は、当該流域の資産・人口等の多少にかかわらず最低限防御すべきとする洪水規模である。具体的にその最低水準を定めることに困難さがあるが、たとえば流域の重要度にあつた洪水の生起確率規模で全国的なバランスをはかる方法が常用されているようである。

ハ)の社会的妥当規模は、洪水、災害に対する防御の達成度合、有効さを、貨幣価値以外の定量的基準によって評価するものである。そのために貨幣価値で表わしきれない重要事項、たとえば人間の情緒、満足度といったようなものをどのように評価モデルに組み込むかが問題となる。

このように、治水計画の目標には、人間の価値感の多様さに起因して種々のものが考えられる。しかしながら、できうれば、それら価値観のすべてを同列に議論しうる普遍的な価値基準にもとづく唯一の目標があつて、その目標に到達する手順のすべてが確立していれば好都合である。しかし、現在の科学・技術のレベルは到底そこまで達しうる状態ではない。したがって、計画を決定する立場にあるものは、その時点での科学・技術レベルから得られる分析結果を集積して、それらをもとにした総合化の段階である程度の主観的、定性的判断を加えたうえで、意志決定せざるを得ないのが現状であろう。

したがって、可能な限り、われわれの願望に即した、しかも客観性の高い治水計画の策定を期待するには、できる限り多くの側面からみた価値基準に基づく目標を設定して、その定量的評価を行っておく必要がある。

## 第4節 治水計画の規模決定基準

### 4-1 治水計画の規模評価

3-1では、治水計画には、種々の手段があるが、そのどれを採択するかはその時の技術水準、流域の社会条件、一国の経済環境等を勘案して定めるべきであることを述べた。また、本研究では、土木施設による治水手段を採用した場合の計画規模の決定法について考察していくという以後の立場を明らかにした。さて、元来治水事業の効果には、保全効果と開発効果があ

るとされている。まず保全効果としては

- (1) 人命損傷，人心不安，社会的不安の解消・軽減
- (2) 各種資産の被災の防止・軽減
- (3) 各種生産活動の停止・縮小の防止・軽減
- (4) 復旧関連費用など（衛生費，連絡費，水防活動費など）の支出軽減など

また開発効果としては

- (1) 土地生産性の向上（土地利用の高度化の促進，地域開発の促進）
- (2) 水資源開発の促進
- (3) 経済の安定，文化高揚，精神安定，衛生環境改善，雇用量増大

などが挙げられている<sup>17)</sup>。

一方，治水事業を行った結果，当初期待していた効用以外に，周辺環境に種々の変化をもたらすことが予想される。それらは，流域に対して，効用として働く場合もあれば，逆の作用として働く場合もあろう。事業実施による，生物環境あるいは景観の変化等がその例としてあげられる。

本来，治水計画の検討にあたっては，それら効用あるいは不利益の有無・程度を十分勘案したうえで，妥当な計画案の決定がなされねばならないことはいうまでもない，しかし，前述のようにその厳密な実施は現段階では不可能といえる。その一つの理由として，それら種々の効用，不利益が一つの尺度で評価し得ないことがあげられる。たとえば，各種資産の被害の防止・軽減，各種生産活動の停止・縮小の防止・軽減，復旧関連費用の支出軽減，土地生産性の向上等は，経済的評価になじむものと考えられるのに対して，人命損傷・人心不安の解消・軽減，文化高揚，生物環境の変化等には，また異なった評価尺度が存在するはずである。現状では，これら相異なる評価尺度をもつ要因については，共通の評価尺度を有する要因のグループ毎に計画検討を行い，最後にそれらを重ねあわせて最終的な選択をするほかないと思われる。

そのような意味で，経済的評価による治水施設の妥当な規模の検討は，治水計画の中で重要な側面の一つであるといえよう。

#### 4-2 経済評価による治水計画の規模決定基準

通貨を測度として治水計画の効果の評価を行うことは，使い方さえ誤まらなければ現在のところ非常に有用なものである。すなわち，この方法には，計画決定に際して，できるだけ問題を定量化し曖昧な主観による判断の余地を可能な限り少なくするという利点が認められるか



らである。

このような貨幣測度により定量化された計画案を評価決定する基準には次のようなものが考えられている<sup>18)</sup>。

① 費用・便益（効果）の限界を定める基準

費用・便益（効果）評価基準に基づいて評価された計画のうちあらかじめ設けた水準に達したものを容認するもので、いくつかの計画等の優劣の順位も求められる。たとえば、便益が費用を上回るものを容認する等である。

② 費用・便益（効果）の極値に着目した基準

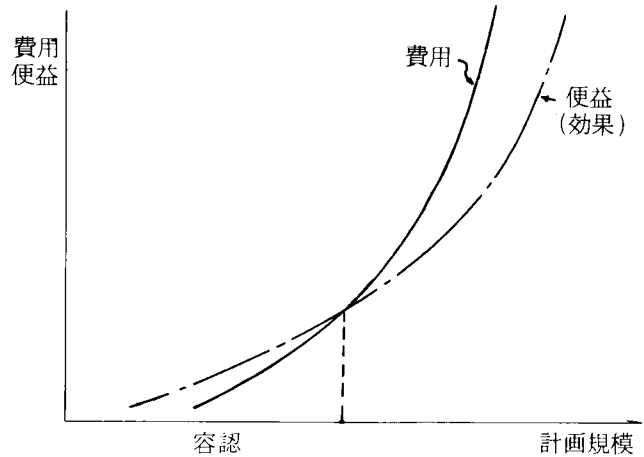
いくつかの計画案のうち、費用の最小のもの、もしくは便益（効果）あるいは純便益の最大のものを選択しようとするもので、モデルが記号モデルで表示される時は、微係数をゼロとおく方法がよく用いられる。

③ 効率の極値に着目した基準

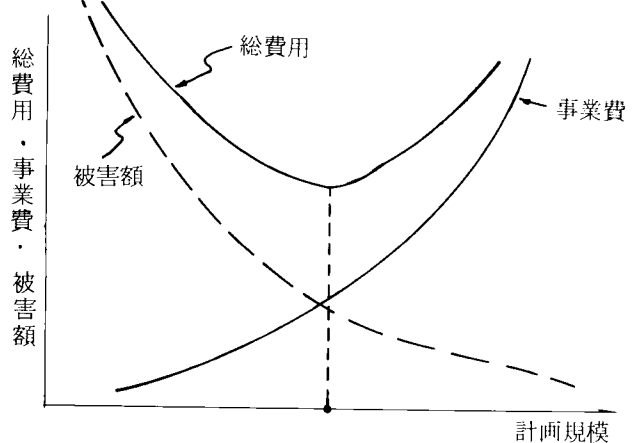
費用・便益比あるいは費用純便益比の最大の計画案を選択する場合がこの例である。

これらの決定基準のうち、いずれを用いれば良いかは定かではないが、

(1) 費用・便益（効果）の限界を定める基準



(2) 費用・便益（効果）の極値に着目した基準



(3) 効率の極値に着目した基準

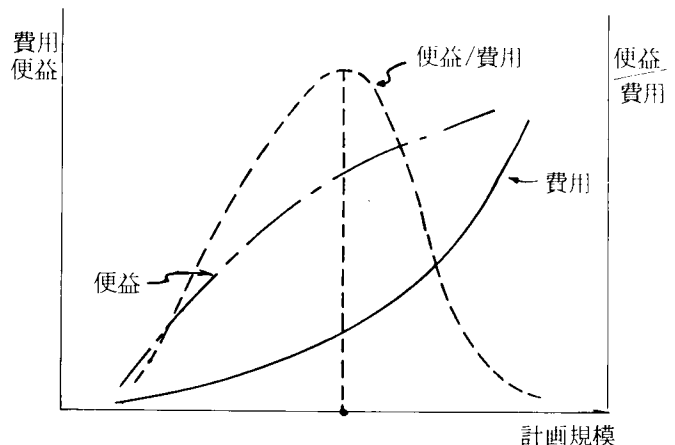


図 1 - 2 経済効果による計画規模決定基準

従来の治水計画では、投資費用に対して便益の方がはるかに大きくなる場合がほとんどであり、しかも、財政的限界による投資可能額の制約によって、事実上①あるいは②の基準によって、なかでも①の基準による投資規模が一般的に②のそれより大きくなり、これが関連企業の利潤の源泉となるという考えから①の方がよく採用されていたようである。したがって、経済的な効果の詳細な吟味が直接治水計画の規模決定に関与することは比較的少なかったように考えられる。

しかし、必ずしも①だけを考えるのではなく、費用・便益比率という効率の形で、その効果を検証しておくことが一般に行われているようである。

また、①あるいは③の評価基準のように、費用と便益を比較する必要のある場合、事業の実施による負の効果をマイナスの便益とみるか、費用とみるかによって、結果に差異の生じることがある。それに対して、②の評価基準のように、費用もしくは便益のどちらか一方だけを取り扱えばよい場合は、そのような障害は生じない。

### 4-3 本研究の立場

第2節では、明治以後の治水計画の変遷について、その規模の評価の理念と手法に重点をおいて述べてきた。要するに、治水計画規模の評価の理念は、既往最大洪水を基準とした絶対安全主義的なものから、社会的、経済的な妥当規模へと変化してきたといえよう。そして確率統計論の導入は経済評価に合理性を与える役割を果たしたわけである。もちろん、既往最大洪水がまったく考慮されないわけではなく、やはり考慮対象として極めて重要であることには変わりはない。また計画規模を超える洪水の生起する可能性は当然予想されるのであるから、たとえば、3-1で述べた、避難、水防、家屋構造、土地利用の規制、洪水保険等の対策を十分考慮しておく必要のあることはいうまでもない。

河川砂防技術基準（案）にもあるように、治水計画規模はできるだけ数多くの側面からみた評価基準で評価しておく必要がある。すなわち、既往最大規模という基準、経済的妥当性という基準、流域の重要度を考慮して全国的なバランスをはかるという基準等である。そして、なお重要なことは、それぞれの側面からみた基準はできるだけ主観のはいる余地が少なく、あるいは定量的に表現されていることであり、それによって、治水計画の科学的・合理的な策定が可能となろう。

治水事業が公共土木事業の一貫として行われている以上、その事業の経済的妥当性を軽視するわけにはいかない。むしろ、経済効果に関する検討が治水計画の規模決定に十分寄与する必

要があるものと考えられる。しかしながら、従来、経済効果の検討が治水計画の規模決定に、一種の裏付けとしかなり得なかったのは次の理由によるものと思われる。

(1) 人命の損傷、安心感等、貨幣価値で評価し得ない要素が多分にある。

(2) 人命尊重の立場から過度の経済性追求が倫理感に反するとみられる。

そこで、本論文では、人命の保護と経済評価の対象となりうる施設・物件の保護とは分離して取り扱い、施設・物件に対しては治水事業を経済活動の一要素としてとらえ、経済的妥当規模を治水計画の目標とする立場に立って、以下の論議を進める。もちろん、このようにして決定された計画規模を超える洪水が発生した場合には、水防、避難等の間接防御方法により、人命に対する完全防御、無被害を目指さねばならないことはいうまでもない。

すなわち、治水計画の手段としては、土木施設による洪水防御を、評価基準としては経済的妥当規模の概念に立脚して、第3章でその新たな評価モデルを提案する。

## 第5節 結 論

治水計画規模の評価を行おうとする場合、何らかの評価基準が必要である。その場合、どのような基準がよいのかは用いる治水手段に大きく依存するものと考えられる。本来、治水対策のためには単一の手段を考えていけばよいというわけではない。いくつかの手段を組み合わせで総合的にその適否を評価する必要があるが、現状では非常な困難を伴うものといえよう。そのため本研究では、治水の手段として土木施設による洪水調節、なかでも河道改修による流下能力の向上をとりあげ、その効果を貨幣尺度で評価することとした。

まず第2節では、明治以降の治水計画の変遷を概観することにより、その手段と目標の推移を明らかにした。すなわち、当初は河道改修が中心であったが、ダムによる洪水調節がとりいれられ、さらに、近年流域の開発による洪水流出量の抑制あるいは、安全な土地利用方式等の設定を盛りこんだ流域総合治水対策の実施がはかられつつあるわけである。

第3節では、手段と目標が治水計画の構成の中でどのように位置付けされるかを整理統合して明らかにした。

さらに第4節で、治水対策の効用について広く概述し、貨幣尺度による治水施設の妥当な規模の検討が治水計画の中で重要な一側面を占めることを述べたうえ、その場合の規模決定基準を列挙し、その特質について概述した。

こうして、本章では第3章以下でのモデルの定式化の前提となる著者の立場を明らかにした。

## 参 考 文 献

- 1) 西川 喬；治水長期計画の歴史，水利科学研究所，1969.
- 2) 土木学会編；土木工学ハンドブック下巻，技報堂，1974.
- 3) 四国地方建設局中村工事事務所；渡川改修四十年史，P 74, 1970.
- 4) 前出 1)
- 5) 建設省河川局；治水 5 ケ年計画，1948.
- 6) 安芸皎一；計画高水流量に就ての 2.3 の問題，土木研究第 1 集，鹿鳴出版社，1948.
- 7) 中安米蔵；治水計画における洪水量について，建設省鳥取工事事務所，1972.
- 8) 前出 1) P 331.
- 9) 望月邦夫；淀川の治水計画とそのシステム工学的研究，京都大学博士論文，1970.
- 10) 建設省河川局編纂；建設省河川砂防技術基準，日本河川協会，1958.
- 11) 飯塚敏夫；河川レビュー - Vol. 7, No. 25, 新公論社，1978, pp 36~38.
- 12) 川崎精一；都市化流域における河川システムに関する研究，京都大学博士論文，1974.
- 13) 木村俊晃；狩野川洪水の検討 - 異常洪水に如何に対処するか -，建設省土木研究所報告 106 号，1959.
- 14) 建設省河川局監修；建設省河川砂防技術基準（案）計画編，山海堂，1976.
- 15) 米谷栄二編；土木計画便覧，P 299. 丸善，1976.
- 16) 土木学会編；土木計画学の領域と構成，技報堂，1976.
- 17) 前出 9)
- 18) 長尾義三；土木計画序論 - 公共土木計画論 -，共立出版，1972.

## 第2章 確率統計論の治水計画における意義

### 第1節 概説

治水計画の基本的な外力は自然現象としての豪雨に起因する洪水である。この洪水現象は、ピーク流量、継続時間等種々の形態特性をもち、それぞれが被災内容と関連する。しかしながら、技術的検討には当然それらの諸特性を全て勘案することは不可能で、少数のものに限定せざるを得ない。したがって、これらの形態特性のうち単数または複数の特性のどれを計画策定のための基本量として採択するかはきわめて重要な問題である。一方、洪水現象は複雑な水文現象であり、その特徴として不確実性が重要な比重を占め、洪水の種々の形態特性のうち、どれを計画の基本量として採択するにしても、その不確実性をどのように計画に組み入れるかが問題となる。この勘案には、確率統計的取り扱い、すなわち、基本量のある確率特性をもった確率変数として取り扱うのが有効であると考えられる。

そこで本章では、治水計画における確率統計論の意義、方法および限界について考察を加えることにする。

そのため、まず第2節において、確率統計論がどのような過程で治水計画に導入され、広く適用されるに至ったかについて概説する。そして、第3節において、治水計画における確率論の意義を一般的に考察し、とくに、洪水被害期待額の算定に果たす役割を明らかにする。さらに第4節では、実際に適用する場合の問題点を指摘し、その具体例を紹介するとともに、解決の方向を示唆する。

### 第2節 確率統計論の治水計画への適用

#### 2-1 確率統計論の治水計画への導入

第二次世界大戦直後は、さきにも述べたように、相ついで大型台風におそわれ、わが国の各河川流域は大きな災害にみまわれた。これは、戦争期間中の治水対策の遅れもしくは欠除のみならず、当該洪水が各河川で既往最大流量もしくはそれに近い流量をもたらしたことにもよるものと考えられる。その後も昭和20年代には、破堤に至るような大きな水災害が各地で発生している。まさに、その10年間は、治水面からは受難の10年であったようであるが、このような

背景のもとで、洪水現象の解明や、洪水予報のための水文資料の集積・整備、洪水流出モデルに関する解析手法等の研究が熱心に続けられ、その結果従来のように、既往最大洪水流量を重視して、治水計画規模の検討を行うことの不合理さが指摘されるようになった。たとえば、以下の諸点である<sup>1,2,3)</sup>。

- 1) 既往最大洪水流量というのは、過去の記録の年数に関係のない唯1回の偶発的な流量であること。
- 2) 各河川における水文観測資料の記録年数が不揃いのため、計画洪水規模に普遍性がなく、不公平であること。
- 3) 既往最大洪水が可能最大洪水でないことは明らかであるから、絶対的な安全確保という理念のもとでの計画基準としては矛盾のあること。
- 4) 河川改修後は、洪水流量が改修前と大きく異ってくる場合のあること。
- 5) 流域の開発等によって、流域からの流出流量に経年的な変化の生じること。
- 6) 計画目標規模に対する経済効果に関する検討の不足していること。

これらの論議は、大まかに、

- ① 既往洪水の位置付けと全国的均衡に関する論議
- ② 流域ならびに河道の変貌による流出量の変化に関する論議
- ③ 経済効果に関する論議

の3点に集約されよう。

これらの問題点を生ぜしめている共通の原因は、将来生起する洪水の大きさを確定的に予測し得ないことにあると考えられる。一方、個々の洪水の大きさとその生起時期との関連は不明であっても洪水群として把握すれば、その変動が何らかの確率法則に近似的に従うことがしられるようになった。そして、洪水の規模の発生頻度がこのように何らかの分布に従うものと仮定すれば、超過確率あるいは非超過確率といった指標で既往洪水の位置づけが過去の記録年数に関わりなく行えるとともに、河川の改修規模についても全国的均衡のよりどころとなる。また、このような確率統計論の応用によって、洪水による損失期待額を算出することができ、治水事業の経済効果に関する論議も可能となるわけである。

洪水の大きさといった水文量に確率統計的概念が導入されるようになったのは、歴史的にみれば1880～1890年のHerschel, Freeman, さらに1914年のFullerの研究から始まるといわれている<sup>4)</sup>。1930年頃から主に対数正規分布を中心とした研究が活発となり、わが国においても、石原藤次郎らにより、対数正規分布のあてはめに関する“岩井法”<sup>5,6,7)</sup>ならびに“積率法”<sup>8)</sup>

が開発され実用に供されるようになったのが代表的な例であろう。その後極値分布についても、Gumbel 法あるいは対数極値分布 A 型、B 型<sup>9)</sup>等の理論的展開が進み、その実用性が示されてきている。

こうして、確率統計論を利用して治水計画の目標規模を合理的に評価しようとする試みが数多くなされるようになったわけである。すなわち、確率統計的概念を用いれば、上記①で要約したような従来の既往最大洪水を重視した考え方に随判する治水計画規模の各河川間の不均衡を避けることができる。また、想定氾濫被害額と組み合わせることによって、洪水による被害の期待額を求めることができ、したがって上記③で述べたような、経済効果に関する合理的な検討が可能となったわけである。

そのような情勢のなかにあつて著者も、より一層の合理性を有する治水計画の樹立を目指して確率統計論の導入を試みている<sup>10)</sup>。すなわち、岩井の誘導した下式による確率降雨曲線を適用して観測資料から任意の降雨継続時間毎の確率降雨曲線を求め下水道の排水計画流量の検討を行っている。

$$i = K_1 \cdot t^{-K_2} + K_3 \cdot t^{-K_4}$$

ここに、 $i$  = 降雨強度

$t$  = 降雨継続時間

$K_1, K_2, K_3, K_4$  : 定数

具体的には合理式中の降雨強度に上式を適用して計算し、従来用いられていた降雨強度式による結果と対比し、ピーク流量の計算結果が若干異なること、および上式を用いれば任意の超過確率の降雨強度曲線が正しく推定しうる利点のあることを示している。

また、治水計画における計画高水流量曲線の作成の際に必要なとする確率日雨量の算定についても、観測資料の乏しい流域で、あるいは資料のそろっていない流域であっても、概略的な数値を簡便に求める計算図を全国平均について作成している(図 2-1)。

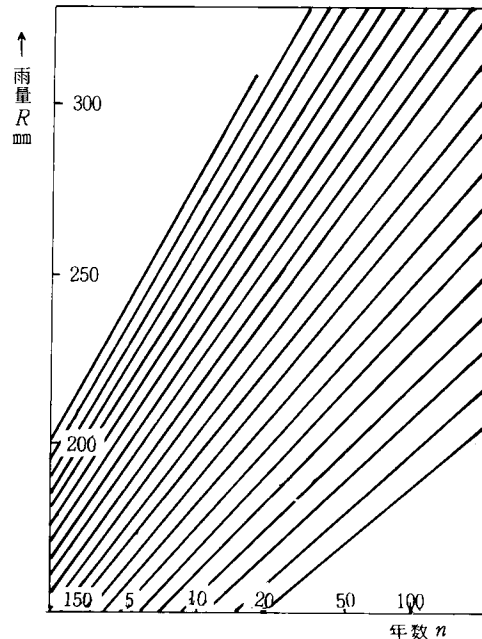


図 2-1 確率日雨量推定曲線<sup>11)</sup>

さらに、洪水による被害額の確率的平均(期待値)の算定についても図2-2に示すような斜線を施している微小部分について、頻度を示す $V$ と災害額を示す $D$ の積の総和を求めればよいという立場で、岩井法による $Q-V$ 曲線の推定を行ったうえ、利根川水系に適用している。その結果、従来用いられていた算術平均による被害額よりも小さくなると指摘している。

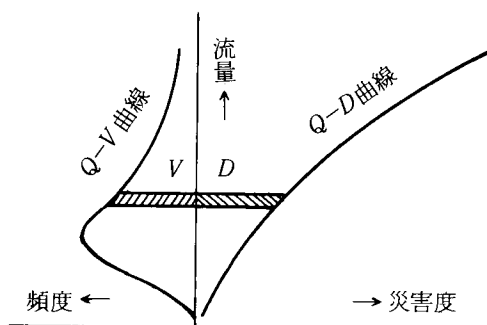


図2-2 災害の頻度分布曲線と流量災害曲線

ところで、第1章でも述べたように、治水計画の検討に際しては一般に勘案す

べき要因の多いのがその特徴である。また、それら要因には不確実な性格が強く、かつ、要因相互間の依存関係を的確に評価する必要がある。すなわち、治水の手段が堤防のみの場合にはピーク水位もしくはピーク流量だけを対象に解析すればよかったわけであるが、ダムによる洪水調節を含む場合には、洪水調節機能は、貯水池の調節容量と洪水現象との相対的關係、すなわち、洪水の総流出量の何割を貯水池で貯留できるか、またその貯留によって洪水のピーク流量の何割を減少させることができるかにより決定されることになる。したがって、貯水池による洪水調節計画においては、洪水の形態特性として、ハイドログラフそのものが計画作成に必要となってくる。このようにして、ハイドログラフそのものの生起確率を考える必要があるが、ハイドログラフの形態を表わすには多くの要素が必要となる、といった事例である。

このような問題に対する基本的な解決策は、数多くの水流量を同時に勘案した多変数統計的な解析であるということができる<sup>12)</sup>。もちろんこのことは治水計画に限らず水工計画全般に言えることである。しかしながら現実の解析では、従来の計画降雨量や、計画流量の算定で代表されるように、単変数統計としての解析が大部分であった。また、たとえ多変数統計手法が適用されたとしても変量間の相関を無視した独立事象と仮定して、いわば単変数手法の組み合わせとしての適用に過ぎなかったようである。その主な理由として、正規分布を除いては、一般的な多変数統計理論の展開がほとんど未解明であったことがあげられよう。しかしながら、正規分布以外にも解明の進展しつつあるものもある<sup>11)</sup>。

水工計画における多変数統計の応用を大きく類別すると、



- ① 多変量からなる結合生起確率の評価
- ② 指定変量による条件付変量の推定
- ③ 多変量群から性格の共通した数群への判別

の三つに分けられる<sup>13)</sup>。

すなわち、①では、計画基本量としての水水量が複数個存在し、これらが計画に対して好都合や不都合な状態に判別できる場合、各状態に対する諸量の結合生起の可能性を評価するような事例である。たとえば、堤防による治水計画では、河道を流下する洪水のピーク時の水位、流量、流速などが破堤・溢水に関係し、これら諸量の結合確率が問題とされる。

つぎに②では、1個ないし複数個の変量が指定された場合に、問題とされる1個ないし複数個の変量の大きさやその出現の可能性を推定する事例である。正規分布の場合の回帰直線の利用などがその好例であり、水文資料の模擬発生はこの問題の応用面に関連する。

さらに③では、多数の観測値群を比較的性格の共通した小数の群に分類するといった事例でたとえば観測された降雨をいくつかの降雨群に分類するといった場合である。

## 2-2 適用事例

### (1) 単変数の場合

治水計画に確率統計的概念が導入されて以来、主として水水量の生起特性に対して確率統計的な取り扱いがなされてきた。たとえば、米田<sup>14)</sup>は淀川水系の治水計画を論ずるにあたって、1956年の計画高水論で、次のように述べている。すなわち“従来、河川改修計画は、計画高水流量のみを基本としたが、これのみにては十分でなく、その洪水の継続時間、その洪水の形状が重要な要素であるので本論においては、これらの要素を含めて計画高水と名付け、この計画高水を究明することにした。”そして、“既往最大流量を計画高水流量にとることは過去に実際に起った高水流量決定の主要素とはなるが、これを唯一の計画上の基本とすることは必ずしも適当な方法とは言い難い。即ち、各河川間に軽重の差を生ずるのみならず、当該河川に於てもいかなる安全度のものであるかを知ることができないからである。確率論的に適当なる確率年数を定めて計画高水流量を決定する方法は、その計画がどの程度の安全性をもつかを知り、他の河川との軽重の比較ができる。”と主張した。具体的には木津川、桂川の計画高水の最大流量決定に当たって、過去の洪水の水位及び流量、特に既往最大流量、及び確率洪水流量を究明し、さらにUnit graphにより、降雨と流出の関係を明らかにし、降雨記録より確率降雨を求め、それに対応する流量を求めた。ついでこれらの条件より判断し、

既往最大流量を基本として計画高水の最大流量を決定した。

その概要は、たとえば、木津川の加茂地点においては、既往最大流量は  $5,565 \text{ m}^3/\text{s}$  であり、これを洪水統計よりの確率流量及び、80年確率日雨量をもとに流出計算して求めた流量とより検討した結果、確率80年洪水流量  $5,600 \text{ m}^3/\text{s}$  をもって、計画高水の最大流量とする。といった具合である。このときには、水流量を対数正規確率紙にプロットしている。

その後も各河川での治水計画の検討に際して、降雨規模あるいは流量規模を、その生起確率で評価することが行われてきたが、そのときあてはめる分布形の違いによる確率流量等の値が異ってくるのが数多く報告されている<sup>15, 16)</sup>。

最後に経済効果の検討については、3-1に述べたように確率統計論の導入によって、洪水による被害額期待値の算定が合理的に行えるようになった。とくに、経済効果の評価については、想定年平均被害軽減期待額と流量規模別想定治水事業費を算出し、流量規模別の年費用・年便益比率を算定し、その比率から経済効果の妥当性を評価するという手順が慣用化されつつある。これらの算定結果では、被害額の算定にあたって、評価可能な、資産の損失のみを対象にしても、なお、かなりの経済性を有することが種々の調査で報告されている<sup>17)</sup>。

## (2) 多変数の場合

前述のように、多変数統計理論については未だ未解明の部分が多く、現在のところ実用に供し得るのは二変数統計理論のみであるといえよう。そこで、以下では2-1で整理した応用類別に従って、治水計画への具体的な適用事例を示す。

### ① 二変量からなる結合生起確率の評価

洪水のピーク流量と洪水の総流出量の同時生起確率を求めようとする場合、たとえば、「利根川上流域における流出確率の検討」<sup>18)</sup>では、流域に洪水調節施設が存在しない状態を想定した際の八斗島地点での洪水のピーク流量と総流出量との同時生起確率を、既往降雨の生起確率から推算しようとしたものである。すなわち、降雨は全流域の平均総雨量、降雨の地域的分布率、時間分布指数の3特性の組み合わせで、一方、流出洪水は、八斗島地点におけるピーク流量 $Q_p$ 、総流出量 $V$ の組み合わせでそれぞれ表示できるものとしたうえで、降雨の生起確率を流出計算を仲介にして流出洪水の確率に変換している。

ただ、この解析では降雨量、地域分布及び時間分布の間の独立性を資料の吟味を経たうえで仮定している。このことは、実用的には大きな問題を生ずる恐れは少ないかもしれないにしても、手法的にみれば、あくまで単変数的な取扱いの組み合わせにすぎないといえ

るが、総合的な手法として注目すべきものといえよう。

その他、2支川の合流問題<sup>19)</sup>、洪水調節池の調節効果の確率評価の問題<sup>16)</sup>、さらに、河口潮位と洪水流量の同時生起確率を考慮した下流部河道の安全性の問題<sup>20)</sup>等数多くの検討が行われている。

## ② 指定変量による条件付変量の推定

これは主に、水文資料の存在個数の不足を補うために大量に水文資料を作成したいという要求から研究されてきたもので、たとえば、日降水量を指数分布、降水間隔をポアソン分布に近い経験分布として両者の関係を独立とした日降水量系列の発生を試みた研究<sup>21)</sup>、あるいは、2つの雨量観測所間の降雨の相関関係を考慮したうえ、二変数指数分布による短時間降雨の模擬発生を行った研究<sup>22)</sup>等がある。

## ③ 多変量群から性格の共通した数群への判別

多数の特性値をもつ多くの標本をいくつかの群に分類する方法で、数量化理論、主成分分析法等が用いられる。本研究においても、第5章で主成分分析法による降雨群の時間分布特性及び地域分布特性に着目した分類を行っている。また、主成分分析による多地点降水量時系列の模擬発生に関する研究も行われている<sup>23)</sup>。

# 第3節 確率統計論の治水計画への適用の意義

## 3-1 適用の一般的な意義

治水計画の目標規模を検討するに際しては、自然現象である外力に限ってみても、ピーク流量、総流出量、洪水継続時間等の勘案すべき要因が数多くあることはこれまでたびたび強調してきた。そして、これらのうちの単数または複数の要因のどれを計画策定のための基本量とすべきかは極めて重要な問題である。さらに、これらの要因の中からどれを勘案すべき要因として採用したとしても、その発生に関する不確実性を考慮せざるを得ない。この洪水の発生に関する不確実性をどのように評価するかによって検討策定された計画の信頼度が左右されるものと思われる。それに対しては、確率統計的取扱いすなわち、基本量のある確率特性をもった確率変数として取扱うのが有効であることもまた、これまで繰り返し述べてきたところである。

そのため、ここでは、広く治水計画への確率統計の適用の意義について述べ、治水計画における安全性評価には洪水などの水文現象の不確実性の評価が必要で、それには確率統計的取扱いが有効であることが明らかにする。

洪水現象およびその根源である豪雨現象は、きわめて複雑な自然現象であり、その特徴のひとつに不確実性があげられることは、これまで幾度も強調してきたところである。

すなわち、一般的な降雨現象の構成要因としては、たとえば、降雨量およびその時間分布、地域分布の3要因をあげることができるが、それらの要因のどれをとっても不確実な性状が強く、決定論的な取扱いのみではその性状を把握することは困難で、現状では確率統計的取扱い以上に合理的な処理法を見出すことは難しい。

また、降雨現象は流域という変換系を経て洪水流出現象へと変換される。この変換過程の物理的モデルとして、単位図法、貯留関数法、特性曲線法等種々の洪水流出モデルが開発されている。しかし、流域での降雨から洪水流出への変換も、流域内部の物理的なパラメータを完全に把握することはまず不可能に近いから、この意味で不確実性を考えないわけにはいかない。流域の条件を同じにしても、たとえば土壌の含水率、植生の状態のように、十分解明し得ない流域特性もあり、降雨現象と洪水流出現象との関係も確率統計的考察がかなりの比重を占めざるを得ない。このような観点から、降雨現象と洪水流出現象との関係をみると、ピーク流量等の洪水形態特性は、確率変数と認識され、上述の流出解析モデルは、ある降雨形態のもとでのピーク流量等の確率変数の期待値を推定したものと理解することもできよう。

このような問題に対処するために2-1で述べたように、確率統計論が治水計画にも導入され、水文統計学として発展してきたわけであり、2-2で紹介したように、幾多の成果を収めてきている。これらの成果によって確率統計論の治水計画に果たす意義は明らかとなるが、その主要な点は2-1でも述べたように、洪水氾らんによる想定被害額の期待値を求めうること、および各河川の治水計画の目標規模について、その全国的な均衡のはかれること等であって、これら諸点は、公共事業としての治水事業を評価するうえで極めて重要な役割を果たしているものと考えられる。

公共事業は社会に有用なことが必要であり、なおかつ、公平であることが必要である。さらに、実施すべき公共事業にはさまざまな種類のものがあるわけで、それらが財政力の限界等から互いに競合関係にあるともいえるわけである。

このような事情から、公共事業の一環としての治水事業を計画し実施する際には、その有効性を実証し、全国的な均衡をはかる必要があったわけで、そのための評価手法として、確率統計的概念が重要な役割を果たすことになるわけである。

### 3-2 洪水被害額の算定

いずれの決定基準を用いるにしても、治水計画を経済的に評価しようとするれば、まず、被害額あるいは、治水費用等の諸量を算出する作業が前提となるが、その場合の問題点として、長尾<sup>24)</sup>によると、

- (1) まず、一般に勘案すべき要因の数が極めて多い。これには洪水や豪雨に関する各種水文量、地形・地質などの自然的要因の他に、人口・投資額などの経済・社会的要因までの多種多様なものが含まれる。
- (2) つぎに、それら諸要因には不確定な性格が強い。とくに計画対象となる豪雨などの水文事象は極めて偶発性の強い異常現象である。したがって、将来における洪水の最大流量などを決定論的に推定することは極めて困難で、現在のところ既往の観測資料に基づいた統計的な推定による以上に有効な方法があるとは考えられない。とくに、その統計的推定には、平均値から極端に離れた極値に対する推定が重要である。
- (3) さらに、要因相互間の依存関係を的確に評価して計画に導入する必要がある。たとえば、各要因を確率変数とみなすならば、変量相互間の依存の程度は一般に相関係数によって表現できるから、その定量化と評価が問題になる。

などがある。

このように、治水計画の諸要因には不確実性という特徴があるわけで、これらの不確実性をどのように処理していけば良いかが重要となってくる。とくに自然現象である洪水の発生規模については、計画の規模決定と直接関わってくるためとくに従来から主要な研究対象であったと言えよう。確率統計的な方法がその場合の有力な処理方法であるといえる。すなわち、統計的な期待値としての洪水被害額の算定についてその定式化を考えていく必要がある。

いま、治水機能に関係する高水要因を  $x, y, \dots$  とすると、洪水被害額の期待値は次式で表わすことができる。

$$E(D) = \int \int_{C_d}^{\infty} \dots \int D(x, y, \dots) f(x, y, \dots) dx dy \dots \quad (2-1)$$

ここに、 $E(D)$ : 洪水被害額の期待値、 $D(x, y, \dots)$ :  $x, y, \dots$  が同時に生じた場合の被害額、 $f(x, y, \dots)$ :  $x, y, \dots$  の確率密度関数、 $C_d$ : 被害の発生する  $x, y, \dots$  の下限である。

したがって、上式の内容によって、洪水被害額の算定に際して何が重要となるかは明らかであろう。すなわち高水要因の確率密度関数の推定、並びに洪水被害額と高水要因との関係さらに洪水被害の発生限界の明確化が必要欠くべからざるものであるといえる。したがって、統計

資料の不足による確率密度関数の誤差の処理や、洪水被害額算定の際に、二次的被害額をどのように見積るか等については、十分考察しておく必要がある。

## 第4節 適用にあたって問題となる事項とその解決の方向

### 4-1 問題となる事項

前述のように、水文統計論の進展とあいまって、実際の治水計画への適用の手法に関する開発・改良がはかられてきた。なかでも、主として、治水計画の目標規模の検討への適用が盛んに行われるようになったわけであるが、同時に、その際に生ずる問題点が少なからず提起されるようになってきていた、それらを要約すればつぎの諸点となろう<sup>25, 26)</sup>。

- 1) 確率分布形の選択に関する問題<sup>27)</sup>
- 2) 確率密度関数の母数の推定に関する問題
- 3) 年最大値のみを検討対象とすることの問題
- 4) 水文量の経年変化、周期変動に関する問題

これらのうち、年最大値のみを対象とすることについては、たとえば1/100といった生起頻度の小さい部分を対象とする場合にはさほど問題はないと考えられる。すなわち、毎年最大値の資料から得られる再現期間 $T_M$ と、非毎年年数最大値の資料から得られる再現期間 $T_E$ を対比すると表2-1<sup>28)</sup>のようで、その差は1%以下であることがわかる。

また、経年変化および周期変動により生ずる問題であるが、これは、流域の土地利用の変化あるいは河川改修等のような人為的要因によって水文量が経年的影響を受けたり、気象要因の周期性の存在等による問題であるが、これについては、種々の検定を行って、水文量に経年変化や周期変動が認められればこれを取り除いて、純偶発的な事象に対する標本に変換したうえで計算を行えばよい。もちろん、観測された水文資料から確率密度関数を推定する場合

表2-1  $T_E$  と  $T_M$  の関係

$T_E$ (年)	$T_M$ (年)
0.5	1.16
1.0	1.58
1.45	2.00
2.0	2.54
5.0	5.52
10.0	10.50
20.0	20.50
50.0	50.50
100.0	100.50

は、得られている標本が純偶発的な事象によるものかどうかの吟味が必要である。

一方、確率分布形の選択及び、選択された確率密度関数の母数の推定の問題については、いずれの分布形をあてはめればよいのか、また本来無限に近いような多数の資料があってはじめて

て、その母数を有意に定めうるはずであるのに対して、実際には資料個数が少なすぎるのではないかという疑問が生ずる。この点について、以下、吉野川流域の水文資料によって分析することとする。

#### 4-2 確率分布形の差異による超過確率の算定例

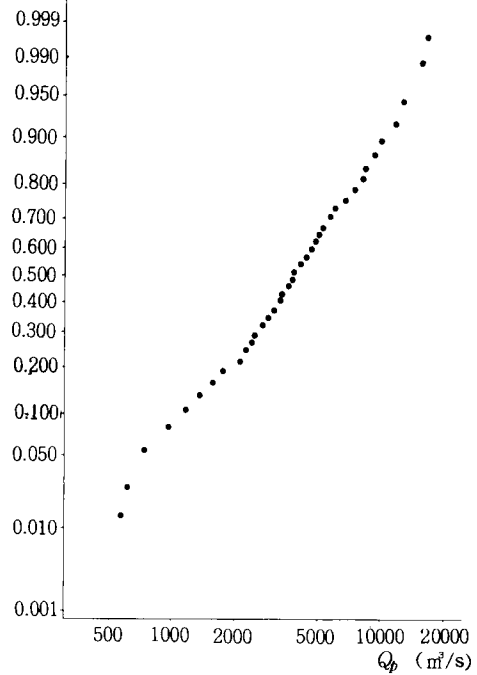
確率分布形の差異によって超過確率値等の算定結果がどのように違ってくるかを分析するため、ここでは吉野川流域で得られている降雨及び流量資料を用いて検討を進めることとする。吉野川流域では昭和29年以降降雨量資料等が豊富に蓄積されているため、その後昭和51年までに発生した岩津基準点（流域面積 2,750 km<sup>2</sup>）上流域平均 2 日雨量がおおよそ 100 mm 以上である 73 洪水を対象に降雨量と岩津基準点の洪水のピーク流量 ( $Q_p$ ) の同時生起確率分布のあてはめとあてはめ結果の適合性の検証を行う。

まず、これら実績の  $Q_p$  の値を対数正規確率紙及び指数確率紙にトーマスプロットした結果を図 2-3 (1), (2) に示す。図よりこれら  $Q_p$  群は対数正規分布及び指数分布の双方におおむね適合しているようにみえるため、以下では、この 2 種の分布形を対象に議論を進めることとする。

##### 1) 母数の推定法

通常、母数の推定

(1) 対数正規分布



(2) 指数分布

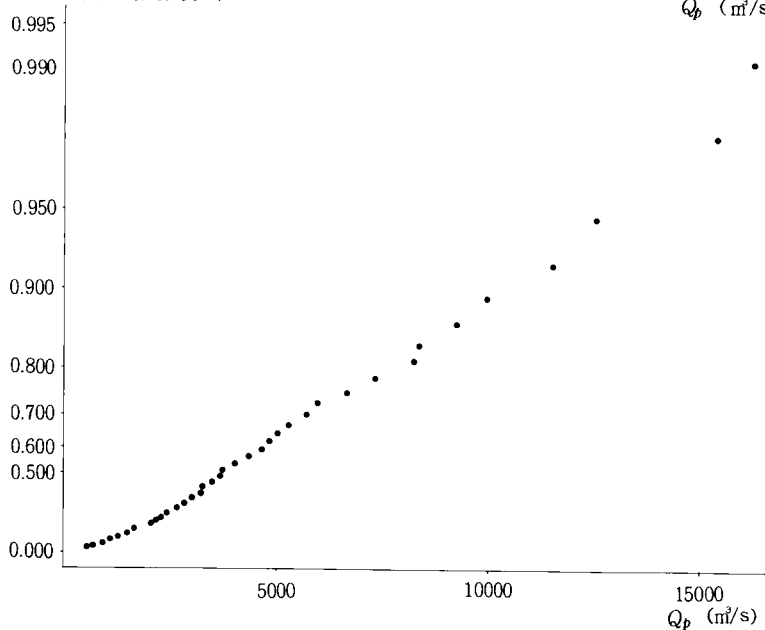


図 2-3 ピーク流量のプロット位置

には積率解や最尤解が用いられるが、この場合標本が何の規制もなく抽出された全標本であるか（以後これを無作為標本とよぶ）、変数  $x$ （または  $y$ ）に関してある限界値  $x_c$ （または  $y_c$ ）以上の標本という場合のような部分標本であるかによって推定法が異なる。また部分標本についてはその取り扱い方によってさらに2種の方法がある。すなわち、何の規制もなく得られた全標本数  $N$  個のうち上位（あるいは下位） $n$  個しか入手できない場合（以後これを個数打ち標本とよぶ）および、ある値以下の標本があらかじめ取り除かれている場合（以後これを下側の切れた標本とよぶ）の2つが考えられる。

そこで、以下では、次の3つの場合について母数の推定方法の概略を述べる。

#### D) 無作為標本による場合

##### a) 二変数正規分布

この場合、推定すべき母数は  $x$ 、 $y$  の平均値  $m_x$ 、 $m_y$  と分散  $\sigma_x^2$ 、 $\sigma_y^2$  および相関係数  $\rho$  である。これらは  $(x, y)$  の同時標本を用いて以下のように推定できる。なお、 $n$  は標本数を表わす。

$$\text{平均値} \begin{cases} \hat{m}_x = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \bar{x} \\ \hat{m}_y = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i = \bar{y} \end{cases} \quad (2-2)$$

$$\text{分散} \begin{cases} \hat{\sigma}_x^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \\ \hat{\sigma}_y^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 \end{cases} \quad (2-3)$$

$$\text{相関係数} \quad \hat{\rho} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{n \cdot \sigma_x \cdot \sigma_y} \quad (2-4)$$

##### b) 二変数指数分布

この場合の推定すべき母数は、 $x$ 、 $y$  の尺度母数  $\sigma_x$ 、 $\sigma_y$  と相関母数  $\rho$  である。これらは積率解により次のように推定できる。

$$\text{尺度母数} \begin{cases} \hat{\sigma}_x = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \bar{x} \\ \hat{\sigma}_y = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i = \bar{y} \end{cases} \quad (2-5)$$

$$\text{相関母数} \quad \hat{\rho} = \frac{\bar{x}\bar{y}}{\bar{x}\bar{y}} - 1 \quad (2-6)$$



$$\text{ここに } \bar{xy} = \sum_{i=1}^n x_i y_i / n$$

また、 $x, y$  の原点母数は 0 と仮定しておく。

## II) 個数打ち切り標本による場合<sup>29)</sup>

一般に、打ち切り標本とは次のように定義されるものである<sup>30)</sup>。すなわち、もとの分布  $f(x)$  は完全であるが、それから無作為に取出した標本において、

①  $x < x_0$  (または  $x > x_0$ ) の個体は測定されていない (または測定できない) とき  
下 (左) 側 (または上 (右) 側) 打ち切り標本という。また  $x_0$  をその打ち切り点とよぶ。  
この上側打ち切り標本は寿命分布のときによく生ずるので時間打ち切り標本 (type I Censored Sample) ともいう。

② 大きさ  $N$  の標本について、その値の小さい方 (または大きい方の  $(N - n)$  個が測定されていないとき、個数打ち切り標本 (type II Censored Sample) という。

このように打ち切り標本には 2 種類あるが、これら両者の母数推定法は本質的に同じである。すなわち、時間打ち切り標本では  $x_0$  を打ち切りの値として、それまでに  $N$  個のうち上位  $n$  個が測定されたとする。そして、その測定値を  $x_0 \leq x_{N-n+1} \leq \dots \leq x_N$  とならべて順序統計量として考え、 $x_0$  を  $x_{N-n+1}$  におきかえれば個数打ち切り標本とまったく同様に母数推定が行える。

### a) 二変数正規分布

同時標本がすべて既知の場合は次のように推定できる。

$$\text{平均値} \begin{cases} \hat{m}_x = \frac{x_c}{\hat{t} + \hat{v}} \\ \hat{m}_y = \frac{\bar{\xi}^2 y - \bar{\xi} \bar{\xi} y}{\bar{\xi}^2 - (\bar{\xi})^2} \end{cases} \quad (2-7)$$

ただし、 $x_c = x_{N-n+1}$

$$\hat{t}, \hat{v} \text{ は } \alpha = \frac{1}{n \bar{x}_c} \sum_{j=N-n+1}^N x_j, \beta = \frac{1}{n \bar{x}_c^2} \sum_{j=N-n+1}^N \bar{x}_j^2$$

から推定できるパラメータである。

$$\xi = (x - m_x) / \sigma_x$$

$$\text{分散} \begin{cases} \hat{\sigma}_x = \frac{x_c}{\hat{t} + \hat{v}} \\ \hat{\sigma}_y = \left[ \bar{y}^2 - (\bar{y})^2 \frac{(\bar{\xi} y - \bar{\xi} \bar{y}) \{ \bar{\xi}^2 - (\bar{\xi})^2 - 1 \}}{\{ \bar{\xi}^2 - (\bar{\xi})^2 \}^2} \right]^{\frac{1}{2}} \end{cases} \quad (2-8)$$

$$\text{相関係数 } \hat{\sigma} = \frac{1}{\sigma_y} \cdot \frac{\bar{\xi y} - \bar{\xi} \bar{y}}{\bar{\xi}^2 - (\bar{\xi})^2} \quad (2-9)$$

b) 二変数指数分布

同時標本がすべて既知で、かつ原点母数が0のとき次のようにして推定できる。

$$\text{尺度母数 } \begin{cases} \hat{\sigma}_x = \frac{\frac{1}{n} \sum_{j=N-n+1}^N x_j}{1 + \log \frac{N}{n}} \\ \hat{\sigma}_y = \frac{\bar{\xi}^2 \bar{y} - \bar{\xi} \bar{\xi y} + \bar{\xi y} - \bar{\xi} \bar{y}}{\bar{\xi}^2 - (\bar{\xi})^2} \end{cases} \quad (2-10)$$

$$\text{相関母数 } \hat{\rho} = \frac{\bar{\xi y} - \bar{\xi} \bar{y}}{\bar{\xi}^2 \bar{y} - \bar{\xi} \bar{\xi y} + \bar{\xi y} - \bar{\xi} \bar{y}} \quad (2-11)$$

ただし、上式において  $\xi = x/\sigma_x$  であり、また、たとえば  $\bar{\xi}$  は  $n$  個の  $\xi_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) の平均値を意味している。

III 下側が切れた標本による場合

下側が切れた分布は一般的に次のように定義される<sup>31)</sup>。すなわち、密度関数  $f(x)$  をもつ分布において、 $x < x_0$  なる値をもつ個体があらかじめ取り除かれているとき、この分布  $f_{x_0}(x)$  は下側が切れた分布といい、 $x_0$  をその切断点とよぶ。下側が切れた分布  $f_{x_0}(x)$  は  $x < x_0$  でつねに  $f_{x_0}(x) = 0$  である (図2-4)。

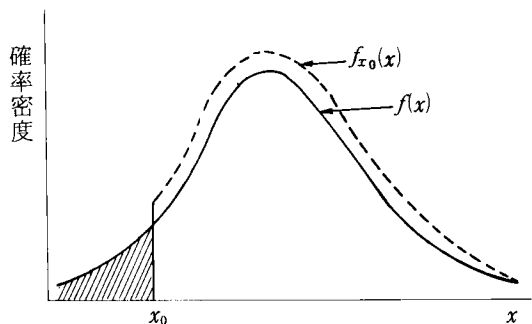


図2-4 下側が切れた分布

a) 二変数正規分布

一変数正規分布の場合については、切れた分布としての母数推定が行えるが、二変数  $x, y$  とともに下側の切れた二変数正規分布に関しては現在のところ母数推定の理論はない。

b) 二変数指数分布

母数推定は、まず  $x$  の周辺分布に関する母数推定を行い、その後  $y$  についての周辺分布に関する母数および相関母数の推定を行えばよい。

①  $x$  の周辺分布に関する母数推定

$x$  の密度関数  $f_{x_0}(x)$  は

$$f_{x_0}(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sigma_x} \exp\{-(x-x_0)/\sigma_x\} & (x \geq x_0) \\ 0 & (x < x_0) \end{cases} \quad (2-12)$$

となるから原点を  $x_0$  だけ移せば完全分布と同様に扱える。

$$\text{すなわち, } x_i = x_i - x_0, \quad x_i \geq 0 \quad (2-13)$$

と変換すれば  $\sigma_x$  は,

$$\sigma_x = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^N (x_i - x_0) = \frac{1}{n} \sum_i x_i \quad (2-14)$$

と推定できる。次に残された母数  $\sigma_y$ ,  $\rho$  を推定する。

②  $y$  の周辺分布に関する母数および相関母数の推定

ここで  $y$  については  $y_0$  以下で下側の切れた分布として扱うものとする。このとき密度関数  $f_{y_0}(y)$  は (2-12) 式と同様に

$$f_{y_0}(y) = \begin{cases} \frac{1}{\sigma_y} \exp\{-(y-y_0)/\sigma_y\} & (y \geq y_0) \\ 0 & (y < y_0) \end{cases} \quad (2-15)$$

で表わされる。したがって、 $x$  と同様に原点を  $y_0$  だけ移せば完全分布と同様に扱うことができる。

$$\text{すなわち, } Y_i = y_i - y_0, \quad Y_i \geq 0 \quad (2-16)$$

と変換すれば  $Y$  の分布は完全分布となる。そこで以下では変量  $x$ ,  $y$  を (2-13)

(2-16)式で変換し、これを  $X$ ,  $Y$  と表わすものとする。

さて、 $X (\geq 0)$  に対応する  $Y (\geq 0)$  の同時標本  $(X, Y)$  はすべて既知であり、 $X$  を与えた場合の  $Y$  の条件付平均値は、

$$E(Y|X) = \sigma_y + \rho \frac{\sigma_y}{\sigma_x} (X - \sigma_x) \quad (2-17)$$

で与えられる。これは回帰直線であって、いま簡単のため (2-17) 式を次式のように表わす。

$$Y = au + b \quad (2-18)$$

これが回帰直線であることより、定数  $a$ ,  $b$  は最小二乗的推定により求めることができ、結局  $\sigma_y$ ,  $\rho$  の推定値は

$$\left. \begin{aligned} \sigma_y &= \frac{\bar{\xi}^2 \bar{y} - \bar{\xi} \bar{\xi} \bar{y} + \bar{\xi} \bar{y} - \bar{\xi} \bar{y}}{\bar{\xi}^2 - (\bar{\xi})^2} \\ \rho &= \frac{\bar{\xi} \bar{y} - \bar{\xi} \bar{y}}{\bar{\xi}^2 \bar{y} - \bar{\xi} \bar{\xi} \bar{y} + \bar{\xi} \bar{y} - \bar{\xi} \bar{y}} \end{aligned} \right\} \quad (2-19)$$

となる。ここに  $\bar{x} = X/\sigma_x$  であり、たとえば  $\bar{x}$  は  $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i/\sigma_x$  である。

ii) 理論分布の適合性の検定方法

ここでは i) で推定された経験分布が観察分布に適合するかどうかの検定方法について述べる。そして、この検定に合格したものの中から、第5章で使われる二変数同時生起確率の理論分布が選定できることとなる。なお、経験分布の理論分布に対する適合性の検定は、一変数の場合には一般に  $\chi^2$  分布検定法が用いられるが、二変数あるいは多変数の場合の一般的な検定理論については現在のところ定説はないようである。そこで、ここでは一変数の場合の  $\chi^2$  分布検定法と同様な方針で検定を行うものとする。

a) 二変数正規分布の適合性の検討方法

一般に、二変数  $x, y$  の密度分布  $f(x, y)$  が既知の場合、領域  $D$  の内部に標本  $(x, y)$  が含まれる確率  $P(D)$  は

$$P(D) = \iint_D f(x, y) dx dy$$

で表わされ、これを求めるためには通常、数値積分を必要とする。この場合、領域  $D$  として等確率密度線による分割を利用するのが便利である<sup>32)</sup>。等確率密度線は

$$\left(\frac{x-m_x}{\sigma_x}\right)^2 - 2\rho\left(\frac{x-m_x}{\sigma_x}\right)\left(\frac{y-m_y}{\sigma_y}\right) + \left(\frac{y-m_y}{\sigma_y}\right)^2 = \text{const} \quad (2-20)$$

で表わされる。ここに、 $m_x, m_y; \sigma_x^2, \sigma_y^2; \rho$  はそれぞれ  $x, y$  の平均値、分散及び相関係数である。いま、

$$X = \sqrt{\frac{1-\rho}{2}} (\xi + \eta), \quad Y = -\sqrt{\frac{1+\rho}{2}} (\xi - \eta)$$

なる座標変換を行い、かつ定数項を  $(1-\rho^2)C^2$  とおけば (2-20) 式は次式の円となる。

$$X^2 + Y^2 = (1-\rho^2)C^2 \quad (2-21)$$

ここに、 $\xi, \eta$  は次式で表わされる規準化変量である、

$$\xi = \frac{x-m_x}{\sigma_x}, \quad \eta = \frac{y-m_y}{\sigma_y}$$

(2-21)式で表わされる円の面積は、 $A = \pi (1-\rho^2)C^2$  である。したがって標本点  $(X, Y)$  がこの円内に含まれる確率  $P(C)$  は

$$P(C) = \int_A f\{X(\xi, \eta), Y(\xi, \eta)\} \left| \frac{\partial(\xi, \eta)}{\partial(X, Y)} \right| dA = 1 - \exp\left(-\frac{C^2}{2}\right) \quad (2-22)$$

で与えられ、したがって図2-5に示すようにX-Y平面を半径 $C_1, C_2, \dots, C_m$ の $m$ 個の同心円で分割したとき、半径 $C_{i-1}, C_i$ の同心円にはさまれた領域 $D_i$ に含まれる標本点 $(X, Y)$ の含まれる確率 $P(D_i)$ は

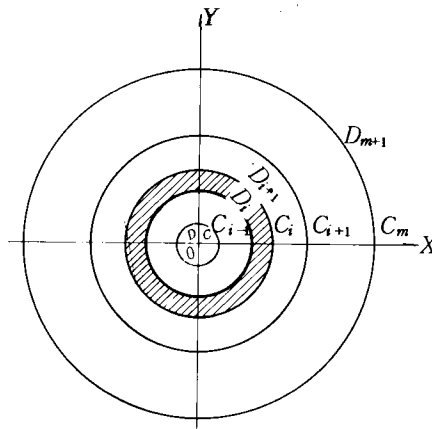


図 2 - 5 確率積分

$$P(D_i) = P(C_i) - P(C_{i-1}) \quad (2-23)$$

となる。

さて、 $N$ 個の任意標本が各領域に含まれる度数（経験度数）を $f_1, f_2, \dots, f_i, \dots, f_{m+1}$ と表わす。

一方、領域 $D_i$ における理論度数 $F_i$ は $F_i = N \cdot P(D_i)$ となる。この $F_i$ を確率変数 $f_i$ の期待値とすれば、 $f_i$ は $F_i$ のまわりに分布し、その差を正規分布とみなせば、 $\chi^2$ -分布検定が行える。すなわち、

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{m+1} (f_i - F_i)^2 / F_i$$

は、自由度 $n = (m + 1) - d$ の $\chi^2$ -分布をする。ここに $d$ は $F_i$ を計算するのに用いた統計量の数である。よって、 $\chi^2$ -分布を利用して経験分布の理論分布への適合性に関する検定が行える。

#### b) 二変数指数分布の適合性の検討方法

いま、図2-6(1)のように $x-y$ 平面（あるいは $\xi-\eta$ 平面、ただし $\xi = x/\sigma_x, \eta = y/\sigma_y$ ）を $(h \cdot k + 1)$ 分割する。ここで領域 $D_{ij}$ を規準化座標 $(\xi, \eta)$ で表わすと点 $(\xi, \eta)$ が領域 $D_{ij}$ に含まれる確率 $P(D_{ij})$ は

$$P(D_{ij}) = \iint_{D_{ij}} f(\xi, \eta) d\xi d\eta \quad (2-24)$$

と表わされ、これを変形すれば、

$$\begin{aligned}
 P(D_{ij}) &= \int_{\eta_{il}}^{\eta_{iu}} f(\eta) \left\{ \int_{\xi_{jl}}^{\xi_{ju}} f(\xi|\eta) d\xi \right\} d\eta \\
 &= \int_{\eta_{il}}^{\eta_{iu}} f(\eta) \left\{ \int_0^{\xi_{ju}} f(\xi|\eta) d\xi - \int_0^{\xi_{jl}} f(\xi|\eta) d\xi \right\} d\eta \quad (2-25)
 \end{aligned}$$

となる。また領域  $D_{ij}$  を図 2-6(2) のように  $\xi$  軸に平行に  $m$  分割して  $P(D_{ij})$  を差分表示すれば、

$$P(D_{ij}) = \sum_{n=0}^m \exp(-\eta_n) \{ F(\xi_{ju}|\eta_n) - F(\xi_{jl}|\eta_n) \} \Delta\eta_n \quad (2-26)$$

と表わされる。ここに、 $\eta_{iu}$ 、 $\eta_{il}$  および  $\xi_{ju}$ 、 $\xi_{jl}$  は領域  $D_{ij}$  における  $\eta$  および  $\xi$  に関するそれぞれ上、下限を意味し、 $\Delta\eta_n$  は  $\eta$  に関する分割領域の間隔で、 $m$  はその分割数である。なお、 $F(\xi|\eta)$  の値は数表<sup>33)</sup>より得られる。

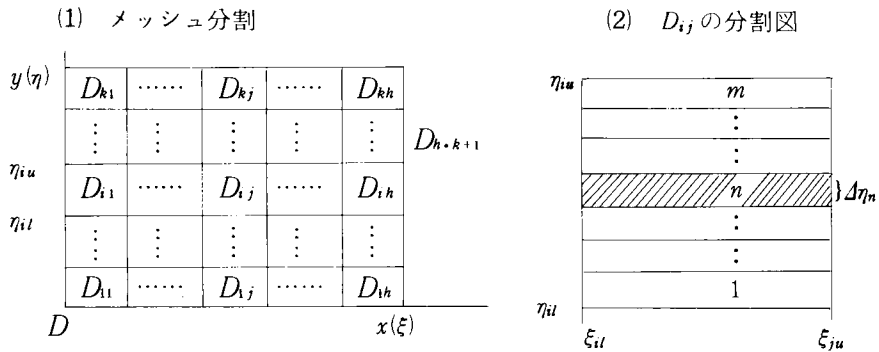


図 2-6 座標の分割

さて、 $N$ 個の任意標本が各領域に含まれる度数（経験度数）を  $f_{i1}$ ,  $f_{i2}$ , ...,  $f_{ij}$ , ...,  $f_{i, k+1}$  と表わす。一方、 $D_{ij}$  領域に含まれる理論的期待度数  $F_{ij}$  は  $F_{ij} = N \cdot P(D_{ij})$  となる。この  $F_{ij}$  を確率変数  $f_{ij}$  の期待値とすれば、 $f_{ij}$  は  $F_{ij}$  のまわりに分布し、その差を正規分布とみなせば  $\chi^2$ -分布検定により適合性の検定が行える。すなわち、

$$\chi_0^2 = \sum_{i=1}^h \sum_{j=1}^k (f_{ij} - F_{ij})^2 / F_{ij} + (f_{h, k+1} - F_{h, k+1})^2 / F_{h, k+1}$$

は、自由度  $n = h \cdot k + 1 - d$  の  $\chi^2$ -分布をする。ここに、 $d$  は  $F_{ij}$  を計算するのに用いた統計数の数である。よって  $\chi^2$ -分布を利用して経験分布の理論分布への適合性に関する検定が行える。

### iii) 母数の推定

#### (1) 標本の扱い方と用いる分布形

降雨量とピーク流量を変数とする二変数分布の母数の推定を行う。i) で述べたように母

数推定に用いる資料が全標本から無作為に抽出されたものとみなせるのか、あるいは部分標本によるものかによって推定方法が異なる。さらに、部分標本によるものについてはその取扱い方によって打切り標本と下側の切れた標本とにわけられる。

一方、本節で二変数分布の母数推定に利用する資料は、吉野川流域における昭和29年から昭和51年までに発生した73洪水の岩津地点ピーク流量 $Q_p$ と同地点上流域平均2日雨量 $R_{2日}$ の同時標本であるが、それらは図2-7に示すような分布をしている。ここに得られ

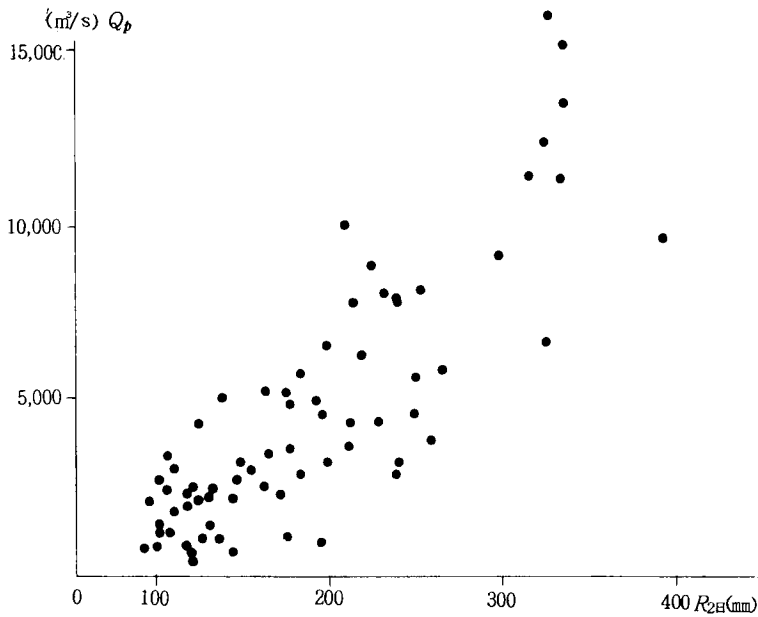


図2-7 二変数分布の母数推定に用いる資料の分布状況

ている標本は $Q_p$ と $R_{2日}$ が同時に観測された洪水に限られているため、図に示されているように $R_{2日}$ がおおむね100mm以上となっている。そこでこのような標本の性格と、 $x < 0$ 、 $y < 0$ の領域で確率密度が0となるような変数変換をも考慮して、以下では無作為標本による二変数対数正規分布および下側の切れた二変数指数分布を用いてそれらの母数の推定を行うことにする。なお、 $x$ 、 $y$ はそれぞれ $R_{2日}$ 、 $Q_p$ に対応するものとする。

ところで下側の切れた二変数指数分布を適用する際の切断点については図2-7から $x_0$ については $x_0 = 100$ mmとするが、 $Q_p$ に対する切断点 $y_0$ は未知である。そこで以下のような a 周辺分布の適合性の検定、b 回帰直線の信頼区間による検討、c 合理式による検討の3つの方法の結果を総合的に勘案して $y_0$ を推定する。

#### a 周辺分布の適合性の検定

周辺分布の適合性の検定には、表2-2に示す3ケースの変数変換法を用い、 $Q_p$ の下

側切断点 $Q_b$ をパラメトリックに動かして $Y (= y - y_0)$ の周辺分布が指数分布に適合するように $y_0$ を定めるものとする。 $y_0$ の値としては、 $y_0 = 0, 100, 200, 300, 400, 500, 550, 575$  m/sの8ケースを考える。なお、ここで575 m/sは、71個の $Q_b$ 値の中の最小値である。以上の $y_0$ の設定値の8ケースと変数変換の3ケースのすべての組み合わせ、すなわち24ケースについて周辺分布の適合性の検討および母数推定を行う。なお、母数推定法については1)で述べた下側で切れた分布をあてはめる場合の推定法を用いる。また周辺分布の適合性の検定には $\chi^2$ -分布検定を用いる。この検定結果は、表2-2のようである。すなわち変数変換法については、3ケースのうち平方根変換および対数変換は $\chi^2$ -分布検定の結果、有意水準5%で指数分布に適合しないと判定された。したがって、

表2-2 周辺分布の適合性の検定結果

ケース	変数変換	打ち切り点	$\chi^2$ -値	有意水準5%の $\chi^2$ -値(注2) $\chi^2_{0.05}$	判定 (注1)
$x$ の周辺分布	(a) なし	100.0	6,254	11,070	○
	(b) $\sqrt{\quad}$	100.0	41,465	11,070	×
	(c) log	100.0	117,761	5,991	×
$y$ の周辺分布	(a)	0	8,484	11,070	○
	(b)				×
	(c)				×
	(a)	100.0	9,070	12,592	○
	(b)				×
	(c)				×
	(a)	200.0	7,308	12,592	○
	(b)				×
	(c)				×
	(a)	300.0	7,592	12,592	○
	(b)				×
	(c)				×
	(a)	400.0	4,986	11,070	○
	(b)				×
	(c)				×
	(a)	500.0	3,155	12,592	○
	(b)				×
	(c)				×
(a)	550.0	3,155	12,592	○	
(b)				×	
(c)				×	
(a)	575(注3)	3,155	12,592	○	
(b)				×	
(c)				×	

注1. 有意水準5%で指数分布に適合するといえるものは○印、そうでないものは×印である。

注2. 有意水準5%の $\chi^2$ -値( $\chi^2_{0.05}$ )が、ケースによって異なるものがあるのは、自由度の違いによるものである。

注3.  $Q_b = 575$  m/sは、 $Q_b$ の最小値



下側で切れた分布としての2変数指数分布のあてはめでは変数変換を必ずしも考慮する必要はないことになる。また、表2-2における $y$ の周辺分布に関する適合性の検定結果をみると $y_0 = 300$ から $y_0 = 400$ の間で $\chi^2$ -値が大きく変化していることが認められる。これは $y_0$ が $400 \text{ m}^3/\text{s}$ 付近以上で $y$ の周辺分布の適合性が高くなってくると考えられる。このことより $y_0 = 400 \text{ m}^3/\text{s}$ を $Q_b$ の下側切断点とすることが妥当であろう。

#### b 回帰直線の信頼区間による検討

前述のように、 $y$ に関する周辺分布の適合性に関する検定結果では、 $y_0 = 400 \text{ m}^3/\text{s}$ を下側切断点とすべきことが導かれたが、ここでは別の観点として $R_{2日}$ の $Q_b$ に対する回帰曲線の信頼区間を用いて、 $Q_b$ の下側切断点 $y_0$ を推定しよう。

信頼区間	下限値 ( $y_0$ )
95 %	685 $\text{m}^3/\text{s}$
98 %	530 $\text{m}^3/\text{s}$
99 %	421 $\text{m}^3/\text{s}$

すなわち、これは $R_{2日}$ の $Q_b$ に対する回帰直線を求め、 $R_{2日} = 100 \text{ mm}$ に対応する信頼区間の下側線を $y_0$ として採用しようという方法である。検討に用いた回帰直線は、

$$Q_b = 35.68 \times (R_{2日}) - 2109.21$$

(単位、 $Q_b : \text{m}^3/\text{s}$ ,  $R_{2日} : \text{mm}$ )

である。なお $R_{2日}$ が $100 \text{ mm}$ 以上である標本は71個でこのうち $R_{2日}$ の最小値は $100.37 \text{ mm}$ である。そこで $R_{2日} = 100.37 \text{ mm}$ における信頼区間の下側値を求めれば表2-3のようである。ところで71個の標本において $Q_b$ の最小流量は $575 \text{ m}^3/\text{s}$ でありこれは $R_{2日}$ が $119.58 \text{ mm}$ のときの値である。したがって、 $y_0$ の値として $575 \text{ m}^3/\text{s}$ 以下のに対応する98%、99%のいずれかの信頼区間の下限値を $y_0$ として採用することが妥当であろう。

#### c 合理式による検討

次に合理式により推定する方法と結果について述べる。すなわち、合理式によるピーク流量とは、具体的にいえば、流域平均2日雨量を48時間総雨量とみなすと、これが流域のどの地点にも一様にかつ48時間にわたって時間的に一様に降ったとしたときの最小のピーク流量に対応するものと考えられる。

そこで次式の合理式

$$Q_b = \frac{1}{36} f \cdot r \cdot A \quad (2-23)$$

ここで、 $Q_b$  ( $\text{m}^3/\text{s}$ )

$f$  : 流出係数  
 $r$  : 平均降雨強度  
 ( $R_{2日}/48$ )(mm/hr)  
 $A$  : 流域面積 (km<sup>2</sup>)

表 2-4 流出係数  $f$  - 値

No.	$Q_p$	$R_{2日}$	$f$	No.	$Q_p$	$R_{2日}$	$f$
1	575	120.58	0.301	6	1143	124.09	0.581
2	611	143.13	0.269	7	1173	107.03	0.692
3	633	118.16	0.338	8	1350	100.58	0.847
4	858	196.90	0.275	9	1372	103.03	0.840
5	974	135.20	0.455	10	1461	121.53	0.959

を用いて  $y_0$  を推定する。なお  $f$  については既往の小洪水について (2-23) 式をもとに逆算し、 $R_{2日} = 100$  mmに対応する  $Q_p$  の下限値  $y_0$  について検討する。なお、流域面積  $A$  (km<sup>2</sup>) は 2,750 km<sup>2</sup> である。

さて、合理式の適用には、流出係数  $f$  の推定が重要である。そこで既往の小規模な  $Q_p$  をもたらした10洪水における  $f$  の値を次式

$$f = 3.6 \cdot Q_p / (R_{2日}/48) \cdot A$$

から逆算し、 $R_{2日} = 100$  mmにおける  $Q_p$  の下限値  $y_0$  の推定にあてる。既往の小規模な洪水に対する  $f$  の値は表 2-4 のようで、その最小の  $f$  値は  $f = 0.278$  である。 $R_{2日} = 100$  mmなる降雨のあったとき  $f$  値が  $f = 0.278$  あれば (2-23) 式より  $Q_p = 426$  m<sup>3</sup>/s となる。したがって、 $R_{2日} = 100$  mmに対応する  $Q_p$  の下限値を、 $Q_p = 426$  m<sup>3</sup>/s と定めることができよう。

さて、以上下限値  $y_0$  の値について検討してきたが、その結果  $y_0$  の値としては 412 m<sup>3</sup>/s ないし 477 m<sup>3</sup>/s、あるいは 426 m<sup>3</sup>/s であった。そこでここでは  $y_0$  の値として 400 m<sup>3</sup>/s を  $Q_p$  の下側切断点として定めても差しつかえないと考え、以下この値を流用することにする。

## (2) 母数の推定結果

降雨類型別の無作為標本による二変数対数正規分布および下側の切れた二変数指数分布の母数を i) で述べた方法により推定した結果を表 2-5、表 2-6 に示す。ここに相関係数  $\rho$  の推定値は  $x$ 、 $y$  がそれぞれ  $\sigma_x$ 、 $\sigma_y$  の尺度母数に従う場合の積率解によっている。ところで母数推定法には以上の積率解による方法と  $x$  を与えた場合の  $y$  の条件付平均値を利用する方法がある。これらの方法による母数推定の結果は、尺度母数  $\sigma_x$ 、 $\sigma_y$  については

表 2-5 無作為標本による対数正規分布の母数推定値

標本数	平均 $m_x$	平均 $m_y$	$\sigma_x$	$\sigma_y$	$\rho$
73	2.26 (180)	3.56 (3640)	0.17 (1.5)	0.35 (2.2)	0.78

- 註1. 表中の( )内の数値は、表中の母数を逆 log 変換したものである。  
 2.  $m_x, m_y$  は  $x, y$  の対数変換後の平均値； $\sigma_x, \sigma_y$  は  $x, y$  の対数変換後の標準偏差、 $\rho$ ；相関係数 ( $x$ ：流域平均2日雨量  $R_{2日}$ 、 $y$ ：ピーク流量)

表 2-6 下側の切れた指数分布の母数推定値

標本数	$\sigma_x$	$\sigma_y$	$\rho$
71	97.6 (197.6)	4559 (4959)	0.77

- 註1.  $\sigma_x, \sigma_y, \rho$  は  $x, y$  の尺度母数および相関母数  
 2. 降雨類型3の標本数が、表2-4と異なるのは、 $R_{2日}$ が100mm以下のサンプル2個を取り除いたためである。  
 3. ( )内の数値は、 $x=100, y=400$ を加えた値である。

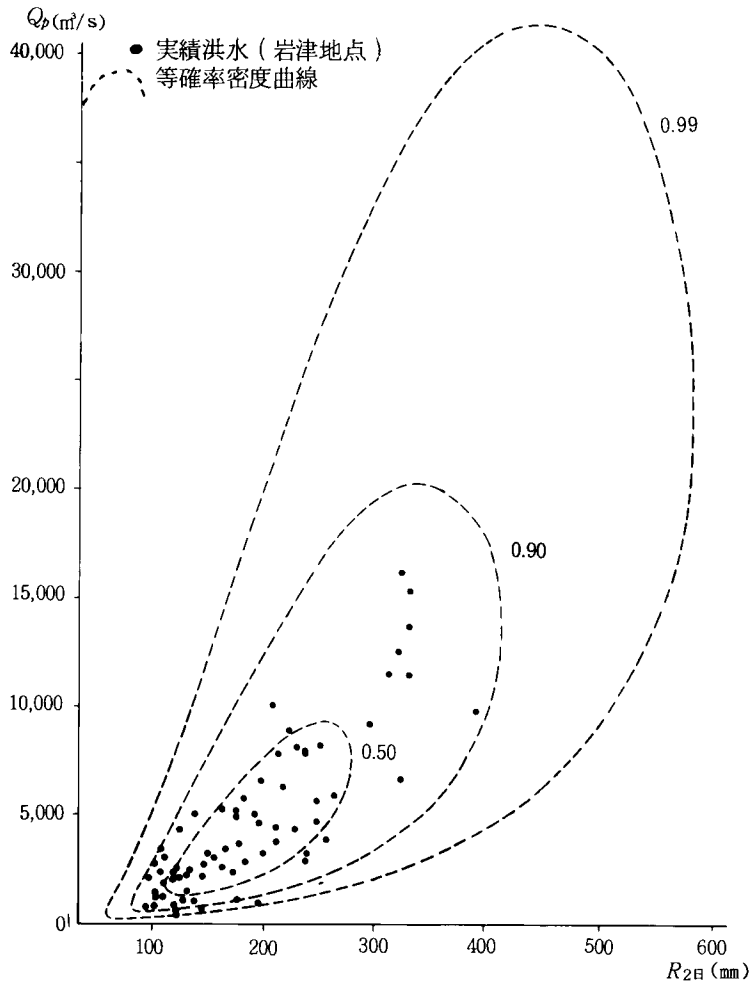


図 2-8 母数の推定結果による確率密度曲線  
 (無作為標本による二変数対数正規分布)

同じ推定値を得るが相関係数  $\rho$  の値は異なる。しかし、 $x, y$  が二変数指数分布に完全に従っておれば  $\rho$  の値はいずれの推定方法によっても一致するはずである。いまの場合  $x$  (または  $y$ ) を与えた場合の  $y$  (または  $x$ ) の条件付平均値を利用する方法を用いた場合の推定結果で  $\rho$  の値が 1.0 をこすものがあったため、この方法を用いることはできない。したがって、ここでは積率解による  $\rho$  の値のみを用いたわけである。

図 2-8 に推定された母数による確率密度曲線を例示しておく。

#### iv) 理論分布の適合性の検証

ここではiii)で推定した母数によりあてはめられた理論分布が経験分布に適合するか否かを検証する。検証の方法はii)で述べたように二変数対数正規分布の場合は等確率密度線による分割を行い、また二変数指数分布の場合はメッシュ分割を用い、分割された領域に含まれる標本数(経験度数)と理論度数との差を $\chi^2$ -分布検定にかけけるものとした。その結果は表 2-7, 表 2-8 のとおりである。

具体的に説明すれば、つぎのとおりである。

二変数対数正規分布の場合、まず仮説「危険率 5% で経験分布による標本は無作為標本による二変数対数正規分布に適合する」をたて、 $\chi^2$ -値を計算すれば  $\chi^2_0 = 7.412$  となった。一方、領域は 10 分割しており、期待度数  $F_i$  を求めるのに総標本数、 $Q_b$ 、 $R_{2目}$  のそれぞれの平均値、分散および相関係数の 6 個の総計量を用いているため自由度は 6 だけ減少して 4 となる。

そこで、危険率 5%、自由度 ( $n$ ) 4 での  $\chi^2$ -値を数表から求めると  $\chi^2_{0.05}(4) = 9.488$  であるから  $\chi^2_{0.05}(4) > \chi^2_0$  となり、仮説は採択される。すなわち、危険率 5% でこの標本は無作為標本による二変数対数正規分布に適合しないとはいえないという結果が導かれた。

二変数指数分布の場合も同様にして適合性の検定が行えるが、この場合、メッシュ分割は  $h = k = 4$ 、すなわち 17 分割のものを用いた。自由度 ( $n$ ) は、期待度数  $F_{ij}$  を求めるために、総標本数、 $Q_b$ 、 $R_{2目}$  それぞれの平均値および相関係数を用いていることから 4 だけ減少し、 $n = 13$  となる。

以上の検定結果から、各降雨類型別標本および全標本は、危険率 5% で無作為標本による二変数対数正規分布ならびに下側の切れた二変数指数分布の双方に適合することがわかった。

表 2-7 二変数対数正規分布の適合性の検定

標本数	自由度( $n$ )	$\chi^2_0$ 値	$\chi^2_{0.05}$ 値	判定
73	4	7.412	9.488	採 択

表 2-8 二変数指数分布の適合性の検定

標本数	領域の 分割個数	自由度( $n$ )	$\chi^2_0$ 値	$\chi^2_{0.05}$ 値	判定
71	17	13	18.230	22.362	採 択

なお、 $\chi^2$ -検定法においては、分割された領域に含まれる標本数が5以上でなければ、その検定結果は信頼性に乏しいものになるといわれている<sup>34)</sup>。しかしながら、ここではすべての分割領域に含まれた標本数を5以上とすることは標本数の関係で不可能であるため検定結果に一部信頼性の乏しい部分もあることはやむを得ないであろう。

#### v) 超過確率の算定

iv)で母数の推定された対数正規分布および指数分布をもとに具体的に超過確率値を算定し、比較することとする。なお、簡単のため、 $R_{2日}$ と $Q_p$ の二変数確率分布の $Q_p$ 周辺分布上での超過確率の算定を行う。

表2-9に算定結果を示す。この表より対数正規分布と指数分布とでは、同じ流量でもその超過確率値にかなりの差異のみられることがわかる。つまり、一つの水文資料から、複数の分布形が推定でき、しかもそれら分布形へのあてはめの精度に顕著な差異がないにもかかわらず超過確率値にばらつきをもたらす場合のあることを示している。

表2-9 洪水流量の $Q_p$ -周辺分布上での超過確率

(1) 対数正規分布		(2) 指数分布	
洪水流量 ( $m^3/s$ )	超過確率	洪水流量 ( $m^3/s$ )	超過確率
18,000	0.0082	18,000	0.0044

以上から、現状での水文資料の集積度合からみて、その生起確率密度を一つの分布形にあてはめてしまうことが危険となる場合のあることがわかる。

### 4-3 解決の方向

このように、必ずしも十分でない資料から一つの分布形をあてはめてしまうことが危険となる場合の生じることが理解される。とはいえ、実用上十分な精度で分布形を推定しうるので多くの資料は必ずしも蓄積されていないし、また、それらが蓄積されるのを待って治水施設計画を検討するというわけにはいかない。であるとすれば、このように、われわれに十分な情報が与えられていないような場合、どのような分布形を選択すればよいのであろうか。

ひとつの解決策は、最悪の場合を想定しておく、すなわち、われわれにとって最も不都合な分布を想定して計算しておくということが考えられる。この考え方は一般にゲーム論的な考え方といわれるもののひとつである。第3章においては、この考え方の立場にたった計画規模決定モデルの定式化を行い、そのアルゴリズムを示すこととする。

なお、4-2での論議は個別の河川を対象に確率密度関数の推定を行う場合の問題であり、多数の河川を総括して、その改修規模のバランスをはかるといふ観点からは、つぎのような考え方となることを付記しておく。すなわち、総括して論ずる河川の規模に大きな隔差がなく、しかもたとえば、気候区分が違うといったように、これらの河川の洪水が互いに独立に生起するという仮定のもとでは、前述のような確率流量の平均値を論じていて十分意味があることとなる。つまり、ある河川において真の確率流量より多少小さく算定し、他の河川において多少大きく算定することがあっても全国の河川全体を考えると、平均的な結果が得られるはずであるからである。このことは、治水事業を国民経済的な立場から論ずる場合にはとくに有効な議論となるものと考えられる。

この観点からは、従来の確率統計的方法は、治水計画の目標規模の検討に際して十分意義をもつものといえる。

## 第5節 結 論

洪水現象は複雑な水文・水理現象であり、その特徴として不確実性が重要な比重を占めている。治水計画を論ずるにあたっては、この不確実性をどのようにとりいれていくかが問題となる。その場合、現象を確率統計的にとらえていくのが有効であろう。そのため第2節においては、確率統計論の治水計画への導入過程について概述した。すなわち、従来の計画規模の位置付けを合理的かつ各河川間で統一的に行う必要性が痛感されたこと及び治水事業によりもたらされる効果を適格に表わす必要のあること等の要請から、当初は単変数さらに多変数確率統計論の導入に至ったわけである。

第3節においては確率統計論の治水計画への適用の意義を述べ、特に洪水による被害額を算定する場合、高水要因の確率密度関数の推定、洪水被害額と高水要因との関係、さらに洪水被害の発生限界の明確化が必要となることを明らかにした。

さらに第4節において、実際問題に適用するにあたって種々の問題点が指摘されているが、特に確率密度関数の推定に際して資料個数の十分に存在しない場合に、その精度に問題の残ることを指摘した。その具体例として、吉野川の水文資料を用いて、ピーク流量と流域平均2日雨量の二変数対数正規分布及び二変数指数分布へのあてはめ結果を示したうえで、それらが同程度の適合性を有しているにもかかわらず、分布形の違いによって得られる結果の著しく異なっていることを示した。そして、そのような問題の解決の方向として、治水計画の検討を行う場

合、水文量の生起確率分布については、最も不都合なものを想定しておくという考え方のあることを示した。次章で展開するモデルの定式化はそのような立場にたつものである。

## 参 考 文 献

- 1) 中安米蔵；治水計画における洪水流量について，1950.
- 2) 木村俊晃；河川の洪水流量計画法に関する最近の問題点とその解決策について
- 3) 石原藤次郎・上山惟康；忠別川の計画洪水流量について，全国災害復旧促進連盟，1953.
- 4) W.E.Fuller；Flood Flows, Trans, ASCE, Vol. 77, 1914.
- 5) 岩井重久；確率洪水推定法とその本邦河川への適用，統計数理研究2～3，1949.
- 6) 石原藤次郎，岩井重久，川本正身；流況曲線の統計的推定法，土木研究1，1948.
- 7) 岩井重久，川本正身；流況よりみた本邦河川の特性について1，2，建設工学 Vol. 2, 3, 1949.
- 8) 石原藤次郎，高瀬信忠；対数正規分布とその積率による解法，土木学会論文集47号，1957.
- 9) 角屋 睦；水文統計論，水工学シリーズ64-02，土木学会水理委員会，1964.
- 10) 飯塚敏夫；確率計算法とその応用(1)～(7)，土木工学第2巻，第4～10号，1953.
- 11) 飯塚敏夫；確率計算法とその応用(4)，土木工学第2巻，第7号，1953
- 12) 長尾正志；水工計画における二変数統計的手法に関する研究，京都大学博士論文，1971.
- 13) 長尾正志；水文統計における多変数統計理論—二変数統計を中心として—水工学シリーズ75-A-4，土木学会水理委員会，1975.
- 14) 米田正文；計画高水論，1956.
- 15) 建設省千曲川工事事務所；千曲川流量改訂報告書，1962.
- 16) 中国地方建設局；江の川基本洪水流量の検討，1967.
- 17) 渡辺降二，長茂昭；治水，その事業の経済的分析，土木学会誌，Vol. 53. No. 5, 1968.
- 18) 松原峯生；利根川上流における流出確率の検討，建設省直轄工事第22回技術研究報告1969.
- 19) 石原安雄，長尾正志；計画洪水流量の二変数確率論的研究，京都大学防災研究所年報第6号，1963.
- 20) 藤原軍治・苗村滋克；下流部河道の安全に関する研究，建設省直轄工事第19回技術研究報告，1965.
- 21) 石原藤次郎・池淵周一；日降水量系列のシミュレーションに関する研究，土木学会第5回年次学術講演概要，1970.
- 22) 前出 12)
- 23) Fiering, M.B.；Multivariate Technique for Synthetic Hydrology, Proc. of ASCE, HY5, 1964.
- 24) 前出 12)
- 25) 高橋 裕；国土の変貌と水害，岩波新書，岩波書店，1971.
- 26) 西原 巧；河川計画における基本量をめぐって，土木学会誌 Vol. 59. No.12, 1974.
- 27) Water Resources Council；A. Uniform Technique for Determining Flood Flow



- Frequencies, Bull. 15, Hydrol. Comm., Water Resources Council, 1967.
- 28) 岩井重久, 石黒政儀; 応用水文統計学, 森北出版, 1970.
  - 29) 前出 12)
  - 30) 日本規格協会; 数値統計表, H切れた分布と打切り標本, JIS-1972, 1972.
  - 31) 前出 12)
  - 32) たとえば石原藤次郎編; 水工水理学, 丸善, 1972.
  - 33) 長尾正志・角屋 睦; 二変数ガンマ分布とその適用に関する研究(1) 二変数指数分布の基礎理論 - 京都大学防災研究所年報第13号B, 1970.
  - 34) ホーエル・ポール・ストーン; 統計論入門, 東京図書, 1973.

# 第3章 計画高水流量の決定に関する ゲーム論的モデル

## 第1節 概説

洪水災害は、その形態及び規模のいかんを問わず、人間が個人生活や社会活動を営む領域に流水が侵入し、あるいは湛水することによって生ずるものである<sup>1)</sup>。治水計画の最終目的は、これら河川の洪水災害を防止または軽減することにあることは自明であろう。

このような洪水災害の防止軽減策としての手段及びその達成目標については第1章で述べたように種々の観点からのものがあるが、本章では、土木施設による治水計画について経済的妥当性という観点からの規模決定モデルを提案する。この場合、とくに重要となるのは被害額の算定にあたって洪水現象の不確実性をどのように考慮するかであるが、第2章に述べたように確率統計的手法がその有力な一方法であろう。しかしながら、第3章でも述べたように、統計資料の不足から、洪水ピーク流量の生起確率密度関数をひとつの理論分布にあてはめて論ずることによって生ずる危険も一方に存在する。このため、本章で提案するモデルについては、洪水ピーク流量の分布形に関する情報が十分でないとした場合、すなわち、不完全情報下における意志決定問題として取扱うこととする。具体的には、ゲーム論的アプローチにより、経済評価による治水計画規模決定モデルを定式化する。定式化にさきだって、まず第2節でゲーム論的概念を導入する理由及び、ゲームの理論の基本概念について解説を加えておく。

つぎに第3節では、単一基準地点における計画規模決定モデルの定式化を行い、そのアルゴリズムを述べる。また、治水計画策定にあたっては、同一水系内に複数個の基準地点のある場合、その規模が整合性のとれている必要がある。このため第4節では、第3節で定式化した単一基準地点でのモデルを拡張して複数個の基準地点を同時に対象としたモデルを定式化し、そのアルゴリズムを述べる。一方、治水計画は河道改修計画と洪水調節計画により構成されることも多い。したがって、第3節、第4節で定式化したモデルは洪水調節計画を十分明らかにしていないので、第5節において、第3節、第4節で定式化したモデルを洪水調節計画をも考慮した場合さらに拡張した形で記述する。

なお、ここでいう不完全情報とは、基準地点におけるピーク流量の平均値及び標準偏差は既知であるが、その分布形が未知の場合のように、ある確率変数の分布形（確率密度関数）を決定するための情報が十分でない場合、とくに平均値と偏差しか既知でなく、その分布形を完全

に決定することのできない場合を指す。

## 第2節 モデルの定式化の方針

第1章第4節で述べたように、経済評価による規模の検討の考え方にもいくつかのものが考えられるが、ここでは、費用の極値に着目した基準を用いることとする。そうすることによって、負の効果を費用とみるか便益とみるかという問題にわずらわされなくてすむからである。

そのためには、評価の対象となる事項をすべて費用という形で表現する必要が生ずる。

いま、治水機能に関する高水要因を  $x, y, \dots$  とすると、洪水被害額の期待値は次式で表わすことができる。

$$E(D) = \iint_{C_0}^{\infty} \dots \int D(x, y, \dots) f(x, y, \dots) dx dy \dots \quad (3-1)$$

ここに、 $E(D)$ ；洪水被害の期待額

$D(x, y, \dots)$ ； $x, y, \dots$  が同時に発生した場合の被害額

$f(x, y, \dots)$ ； $x, y, \dots$  の確率密度関数

$C_0$ ；被害の発生する  $x, y, \dots$  の下限（治水事業を行わない場合）

$x, y, \dots$ ；治水機能に関する高水要因

この  $E(D)$  は、治水対策を行わない場合の被害期待額である。換言すれば、流域の住民すなわち国民がやむを得ず負担しなければならない費用とも考えることができる。一方、 $C_0$  を  $C_d$  にまで引きあげるにはなんらかの治水事業を行う必要があり、その費用を  $G(C_d)$  とすると、 $G(C_d)$  もまた治水事業が公共事業である限りにおいては国民が負担するべき費用となる。結局、国民が支払わなければならない費用の総額は次式で表わされることになる。

$$E\{C(C_d)\} = G(C_d) + \iint_{C_d}^{\infty} \dots \int D(x, y, \dots) f(x, y, \dots) dx dy \dots \quad (3-2)$$

ここに、 $E\{C(C_d)\}$ ；被害発生の下限が  $C_d$  のときの総費用期待値

$G(C_d)$ ；被害発生の下限を  $C_d$  に引き上げるために要する費用

このように、治水計画の検討対象となる施設の規模を評価するに際して勘案すべき事項を事業費及び被害額とすれば、それらがすべて費用として表現できたことになる。したがって、以下の論議では (3-2) 式を評価式とし、総費用期待値  $E\{C(C_d)\}$  を最小とする  $C_d$  を求めればよいことになる。

そのためには (3-2) 式の高水要因の確率密度関数  $f(x, y, \dots)$  および被害関数  $D(x,$

$y, \dots$ ) の関数形を精度よく推定する必要がある。従来、高水要因の確率密度関数の推定については、第2章で詳述したように既往資料から得られた経験的分布を数学的に取扱いやすい対数正規分布あるいは指数分布等にあてはめたり、あるいは種々の仮定のもとではあるが理論的に分布形を誘導したり（極値分布）して、その分布形をもって当該高水要因の確率密度関数であるとしたうえで治水計画の検討に資してきたのである。しかしながら、前章での検討にもみられるように、既往の水文資料の集積度合ではいずれの分布形にあてはめてもその適合度に顕著な差異はみられない。しかも、それらの分布形から得られる結果には互いに少なからず差異が生じていることがわかる。このようにあてはめるべき分布形が多数あって、しかも得られた結果が異なってくるのであるから、既往の資料からただちに一つの分布形にあてはめてしまうことが危険となる場合も生じてこよう。このような場合、われわれはどのような分布形を選択すれば良いのであろうかという問題に当面する。その一つの解決策は、最悪の場合を想定する。すなわち、最も不都合な分布形を想定して計算するということである。このような考え方は、ゲームの理論といわれるものの一つである。

ゲームの理論は<sup>3,4,5)</sup> 競争相手がいるときに、互にけん制しながら自己の利得を多くする、もしくは自己の損失を少なくするように行動するための意志決定の問題を論じたものである。それによれば、まず、自己の利得をできるだけ多くしようとする場合について考えてみると、自分がある行動( $i$ )を選択したとき、相手がどのような行動( $j$ )を選択しようとも自分が最低限得られる利得を次のように表わす。

$$\min_j A$$

そうすれば、自己の選択できる行動の数だけの  $\min A$  が存在することになる。そこで、それらの中の最大となるものを選択すればよいのであるから、その時の利得は次のように表わされる。

$$\max_i \cdot \min_j A$$

逆に、自己の損失を少なくしようという立場にたてば、自己がある行動( $i$ )を選択したとき、相手がどのような行動( $j$ )を選択しようとも自己の損失がそれ以上大きくならないという損失を

$$\max_j B$$

と表わせば、その中の最小の損失をもたらす行動を選択すればよい。その時の損失は次のように表わされる。

$$\min_i \cdot \max_j B$$

ここに  $A$ ,  $B$  はそれぞれ利得および損失を表わす。

いま、治水計画の目標規模の検討にこのゲーム論的考え方をあてはめてみると、上述の“自己”というのが計画主体であり、“相手”というのが自然現象としての洪水であるといえる。

なお、このモデルの場合は、“相手”である洪水は自然現象であるから、行動の選択に意志が混入することはない。このような場合を一般に自然を相手とするゲームとよんでいる。

### 第3節 計画高水流量決定モデルの定式化とアルゴリズム

#### 3-1 モデルの定式化

いま、洪水による被害額が、洪水のピーク流量のみの関数として一義的に定まるとすれば、計画高水流量  $q$  を越える洪水による年平均被害額の期待値は、

$$E\{D(q)\} = r \cdot \int_q^{\infty} D(y) \cdot f(y) dy \quad (3-3)$$

で表わされる。この被害額期待値は、この計画の結果として、国民がやむを得ず支払わねばならない費用とも考えることができる。一方、この計画を達成するための事業費が  $q$  の関数  $G(q)$  で表わされれば、これら両者の和が、この流量規模  $q$  の計画の結果、国民の支払う総費用期待値ということができる。すなわち、

$$\begin{aligned} E\{C(q)\} &= G(q) + K \cdot E\{D(q)\} \\ &= G(q) + K \cdot r \cdot \int_q^{\infty} D(y) f(y) dy \end{aligned} \quad (3-4)$$

ここに、 $E\{C(q)\}$ ：流量規模  $q$  の計画の年平均総費用期待値

$G(q)$ ：流量規模  $q$  の計画の年平均事業費

$D(y)$ ：高水流量が  $y$  の場合の（想定）被害額

$f(y)$ ：高水量  $y$  の生起確率密度関数

$E\{D(q)\} = \int_q^{\infty} D(y) f(y) dy$ ：高水流量が計画流量規模  $q$  を越える場合の（想定）年平均被害額

$K$ ：換算係数

$r$ ：年平均洪水生起回数

である。（3-3）式で表わされる  $E\{D(q)\}$  は、直接被害  $D(q)$  のみを対象としたものであり間接被害額は含まれていない。そこで、このような間接被害を総費用期待値の算定において勘案

するために導入したのが換算係数 $K (\geq 1)$ であり、この $K$ は間接被害をも含めた被害額が直接被害額の何倍であるかを示している。

ここで、上述のようにピーク流量が $q$ の場合の被害額 $D(q)$ は、 $q$ の関数として定まるとすると、各洪水のピーク流量 $q_j$ （この高水流量 $q_j$ は、後述するようにピーク流量の実測値、洪水調節後のピーク流量の計算値などを用いる）に対応して、その洪水による（想定）被害額 $D_j$ が一義的に定まり、その被害額の分布形および期待値、偏差を $h(D)$ 、 $m_D$ 、 $\sigma_D$ で表わすこととする。

第1節で述べたように、被害額の期待値 $m_D$ と偏差 $\sigma_D$ が既知で、その分布形 $h(D)$ が未知の場合、ゲーム論的アプローチによる最適高水流量規模 $q$ を求める。具体的な思考方法は次のようである。

- ① 上述の被害額の期待値 $m_D$ 、偏差 $\sigma_D$ を与える被害額の分布形は無数にあるが、その分布形群のうち（3-4）式で与えられる総費用期待値 $E\{C(q)\}$ を最大とする、換言すれば計画主体にとって、最も不都合な分布形を考える。すなわち、

$$\max_h E\{C(q)\} \quad (3-5)$$

を与える分布形 $h$ を考えることになる。

- ② ①のような計画主体にとって最も不都合な分布形が出現したという状況のもとで、総費用期待値 $E\{C(q)\}$ を最小とするような高水流量 $q$ の値を求める。すなわち、

$$\min_q \max_h E\{C(q)\} \quad (3-6)$$

を与える $q$ を求め $q^*$ とし、この $q^*$ を最適高水流量とよぶこととする。

### 3-2 アルゴリズム <sup>2,5,6,7,8)</sup>

3-1で述べたように、洪水による（想定）被害額の期待値 $m_D$ および偏差 $\sigma_D$ が既知とすれば、（その算定については第4章で述べる）期待値 $m_D$ より大きい被害額 $D$ は、

$$D = m_D + k \cdot \sigma_D, \quad k > 0 \quad (3-7)$$

と表わせ、この被害額 $D$ を発生させる高水のピーク流量 $q$ は、別にも与えられる流量～被害額曲線<sup>注1</sup> $D(q)$ より求まり、これを

$$q = Q(m_D + k \cdot \sigma_D) \quad (3-8)$$

注1. 3-1のモデルの定式化で $D(q)$ は、高水流量が $q$ の場合の被害額とよんだが、これは高水流量 $q$ の関数として表わされるから、ここでは流量～被害額曲線とよぶ。

と表わす。(3-8)式は、 $m_D, \sigma_D$ が既知であるから、 $q$ が $k$ の関数として表わされることを示している。(3-8)式を用いて、(3-4)式を書き直すと、

$$E\{C(q)\} = G(Q(m_D + k\sigma_D)) + K \cdot r \int_{Q(m_D + k\sigma_D)}^{\infty} D(y) f(y) dy \quad (3-9)$$

となる。ここで、(3-7)、(3-8)式より $q = Q(D)$ であるから、高水流量 $q$ の生起確率密度関数 $f(q)$ に対応して、(想定)被害額 $D$ の確率密度関数 $h(D)$ は、

$$h(D) = f(Q(D)) \cdot Q'(D) = f(q) \cdot Q'(D) \quad (3-10)$$

と表わせる(図3-1)。ここに $Q'(D)$ は $Q(D)$ の $D$ に関する微分を意味する。

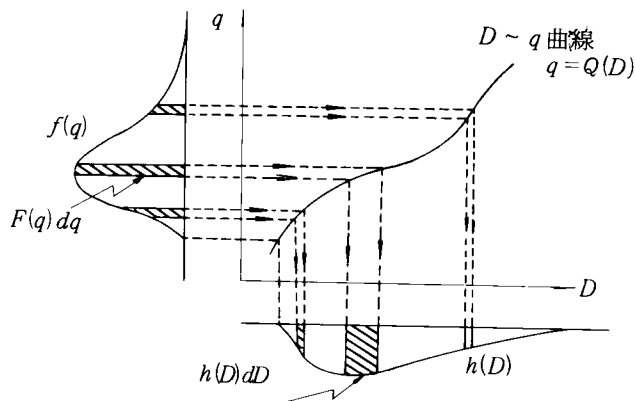


図3-1  $f(q)$ から $h(D)$ への変換

(3-9)式の右辺第2項の積分は、(3-10)式を用いると

$$\begin{aligned} I &= \int_{Q(m_D + k\sigma_D)}^{\infty} D(y) \cdot f(y) dy \\ &= \int_{m_D + k\sigma_D}^{\infty} D \cdot h(D) dD \end{aligned} \quad (3-11)$$

となり、さらに

$$\begin{aligned} I &= \int_{m_D + k\sigma_D}^{\infty} D \cdot h(D) dD \\ &= \int_{m_D + k\sigma_D}^{m_D + (k+1)\sigma_D} D \cdot h(D) dD + \int_{m_D + (k+1)\sigma_D}^{m_D + (k+2)\sigma_D} D \cdot h(D) dD \\ &\quad + \int_{m_D + (k+2)\sigma_D}^{m_D + (k+3)\sigma_D} D \cdot h(D) dD + \dots \\ &= \sum_{i=0}^{\infty} \left\{ \int_{m_D + (k+i)\sigma_D}^{m_D + (k+i+1)\sigma_D} D \cdot h(D) dD \right\} \end{aligned} \quad (3-12)$$

と変形される。  $m_D + (k+i)\sigma_D < m_D + (k+i+1)\sigma_D$  であり、この間の積分に対し、  $m_D + (k+i)\sigma_D \leq D \leq m_D + (k+i+1)\sigma_D$  であるから、

$$\int_{m_D + (k+i)\sigma_D}^{m_D + (k+i+1)\sigma_D} D \cdot h(D) dD \leq \{m_D + (k+i+1)\sigma_D\} \int_{m_D + (k+i)\sigma_D}^{m_D + (k+i+1)\sigma_D} h(D) dD \quad (3-13)$$

が成立する。したがって、

$$I \leq \sum_{i=0}^{\infty} \{m_D + (k+i+1)\sigma_D\} \int_{m_D + (k+i)\sigma_D}^{m_D + (k+i+1)\sigma_D} h(D) dD \quad (3-14)$$

となり、各積分を差の形に変形して整理すると

$$\begin{aligned} I &\leq \sum_{i=0}^{\infty} (m_D + k\sigma_D) \left\{ \int_{m_D + (k+i)\sigma_D}^{\infty} h(D) dD - \int_{m_D + (k+i+1)\sigma_D}^{\infty} h(D) dD \right\} \\ &\quad + \sum_{i=0}^{\infty} (i+1)\sigma_D \left\{ \int_{m_D + (k+i)\sigma_D}^{\infty} h(D) dD - \int_{m_D + (k+i+1)\sigma_D}^{\infty} h(D) dD \right\} \\ &= (m_D + k\sigma_D) \sum_{i=0}^{\infty} \left\{ \int_{m_D + (k+i)\sigma_D}^{\infty} h(D) dD - \int_{m_D + (k+i+1)\sigma_D}^{\infty} h(D) dD \right\} \\ &\quad + \sigma_D \sum_{i=0}^{\infty} (i+1) \left\{ \int_{m_D + (k+i)\sigma_D}^{\infty} h(D) dD - \int_{m_D + (k+i+1)\sigma_D}^{\infty} h(D) dD \right\} \end{aligned} \quad (3-15)$$

となり、結局次式をうる。

$$I \leq (m_D + k\sigma_D) \int_{m_D + k\sigma_D}^{\infty} h(D) dD + \sigma_D \sum_{i=0}^{\infty} \int_{m_D + (k+i)\sigma_D}^{\infty} h(D) dD \quad (3-16)$$

ところで、

$$\int_{m_D + (k+i)\sigma_D}^{\infty} h(D) dD = P\{D \geq m_D + (k+i)\sigma_D\} \quad (3-17)$$

であり、(3-17) 式の右辺の確率に対してチェビシエフの不等式を使うと

$$\begin{aligned} P\{D \geq m_D + (k+i)\sigma_D\} &= P\{D - m_D \geq (k+i)\sigma_D\} \leq P\{|D - m_D| \geq (k+i)\sigma_D\} \\ &\leq \frac{1}{(k+i)^2} \end{aligned} \quad (3-18)$$

となるから (3-18) 式を (3-16) 式に代入すれば、

$$I \leq (m_D + k\sigma_D) \cdot \frac{1}{k^2} + \sigma_D \sum_{i=0}^{\infty} \frac{1}{(k+i)^2} \quad (3-19)$$

となる。



(3-9) 式の右辺第2項の積分が(3-19)式で与えられるから、総費用期待値を表わす(3-9)式は、次式のようになる。

$$E\{C(q)\} \leq G(Q(m_D + k\sigma_D)) + K \cdot r \cdot \left\{ (m_D + k\sigma_D) \cdot \frac{1}{k^2} + \sigma_D \sum_{i=0}^{\infty} \frac{1}{(k+i)^2} \right\} \quad (3-20)$$

本モデルでは、 $h(D)$ の分布形が未知であると考えている。そこで3-1でも述べたように、 $h(D)$ の分布形として、総費用期待値 $E\{C(q)\}$ を最大にする。すなわち、計画主体にとって最も不都合な分布形をとった場合の総費用期待値は、(3-20)式より、

$$\max E\{C(q)\} = G(Q(m_D + k\sigma_D)) + K \cdot r \cdot \left\{ (m_D + k\sigma_D) \cdot \frac{1}{k^2} + \sigma_D \sum_{i=0}^{\infty} \frac{1}{(k+i)^2} \right\} \quad (3-21)$$

となる。

(3-21)式の右辺第1項の事業費 $G(Q(m_D + k\sigma_D))$ は $k$ の関数である。また、 $k$ の増加に従って、被害額 $D = m_D + k\sigma_D$ は単調に増加し、流量-被害額曲線 $D(q)$ が $q$ に関して単調増加関数であることより、 $q = Q(m_D + k\sigma_D)$ は $k$ に関して単調増加となる。一方、事業費 $G(q)$ は、 $q$ に関して単調増加なので、結局事業費 $G(Q(m_D + k\sigma_D))$ は $k$ に関して単調増加関数となる。

(3-21)式において、右辺第1項が上述のように $k$ に関して単調増加であり、右辺第2項は明らかに $k$ に関して単調減少であるから(3-21)式で表わされる $\max E\{C(q)\}$ は、 $k$ に関して下に凸となる。

こうして、 $\min_q \max_k E\{C(q)\}$ を与える $q$ は、以下のようにして求められる。

まず、(3-21)式を $k$ で微分して0とおき、これを満たす $k$ を求め、この $k$ を $k^*$ とする。(このような $k$ が複数個ある場合は、 $k > 0$ のものをそれぞれ(3-21)式に代入し、 $\max_k E\{C(q)\}$ の値を求め、それらの値のうち最小となる値を与える $k$ を $k^*$ とする。) つぎに、 $m_D + k\sigma_D$ に対応する高水流量 $q$ を(3-8)式より求めれば、この $q$ が最適高水流量 $q^*$ となる。

なお、(3-21)式の右辺の級数をそのまま微分することは不可能であるから、以下に述べるような近似計算を行う必要がある。

$1/(k+i)^2$ は、 $k > 0$ 、 $i > 0$ であるから、和の条項は単調減少の数列をつくる。この性質を利用して、 $i$ の小さい部分の数項で和を近似することもできる。たとえば、第3項までとると、

$$\sum_{i=0}^{\infty} \frac{1}{(k+i)^2} \doteq \frac{1}{k^2} + \frac{1}{(k+1)^2} + \frac{1}{(k+2)^2}$$

と近似表示できる。

さらに近似度を高めるには、次に示すオイラー・マクローリン公式の適用が考えられる。

$$\begin{aligned} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{1}{(k+i)^2} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=0}^n \frac{1}{(k+i)^2} = \int_k^{\infty} \frac{1}{x^2} dx + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{k^2} + \frac{\hat{B}_1}{2} \cdot \frac{2}{k^3} + \dots \\ &= \frac{1}{k} + \frac{1}{2k^2} + \frac{1}{6k^3} \dots \end{aligned}$$

すなわち (3-21) 式に、上式の右辺第3項までの近似化を採用すれば

$$\begin{aligned} \max E\{C(q)\} &\div G(Q(m_D + k\sigma_D)) \\ &+ K \cdot r \cdot \left\{ (m_D + k\sigma_D) \frac{1}{k^2} + \sigma_D \left( \frac{1}{k} + \frac{1}{2k^2} + \frac{1}{6k^3} \right) \right\} \\ &= G(Q(m_D + k\sigma_D)) \\ &+ K \cdot r \cdot \left\{ m_D \frac{1}{k^2} + \sigma_D \left( \frac{2}{k} + \frac{1}{2k^2} + \frac{1}{6k^3} \right) \right\} \end{aligned} \quad (3-22)$$

となる。

以上の結果を要約すると、 $\min_q \max_k E\{C(q)\}$  を与える最適高水流量  $q$  は (3-22) 式を  $k$  で微分して0とおき、これを満たす  $k$  を  $k^*$  とし、 $m_D + k^* \cdot \sigma_D$  に対応する高水流量  $q^*$  を (3-8) 式より求めればよいことになる。

## 第4節 複数個の基準地点を対象としたときのモデルとアルゴリズム

### 4-1 モデルの定式化

ここにおけるモデルの基本的な考え方は、前節で述べた単一基準地点での計画規模決定モデルと同様である。ただし、基準地点間の整合性の考慮を各基準地点の高水流量間の制約条件として導入したため、本モデルは、いわゆる条件付非線型計画モデルとして表現されることになる。

いま、対象河川の本川に、 $n$  個の基準地点があるとし、上流より  $1, 2, \dots, n$  と番号がつけられているとする。また、各基準地点での計画流量規模がそれぞれ  $q^1, q^2, \dots, q^n$  であるとする。

ここで、各基準地点での高水流量がそれぞれ  $q^1, q^2, \dots, q^n$  である確率、すなわち、 $q^1, q^2, \dots, q^n$  の同時生起の確率密度関数を  $f(q^1, q^2, \dots, q^n)$  とし、各基準地点で高水流量が  $q^1, q^2, \dots, q^n$  となった場合の(想定)被害額が  $q^1, q^2, \dots, q^n$  の関数として  $D(q^1, q^2, \dots, q^n)$  で与えられるとする。このとき、各基準地点での流量が計画流量規模 ( $q^1, q^2,$

……,  $q^n$ ) を越えた場合の水系全体での (想定) 年平均被害額  $E\{D(q^1, q^2, \dots, q^n)\}$  は, (4-1) 式を多変数の場合に拡張して,

$$E\{D(q^1, q^2, \dots, q^n)\} = r \int_{q^1}^{\infty} \int_{q^2}^{\infty} \dots \int_{q^n}^{\infty} D(y^1, y^2, \dots, y^n) f(y^1, y^2, \dots, y^n) dy^1 dy^2 \dots dy^n \quad (3-23)$$

と表わされる, ここに  $r$  は洪水の年平均生起度数である.

一方, 各基準地点での計画流量規模がそれぞれ  $q^1, q^2, \dots, q^n$  である計画の年事業費を  $G(q^1, q^2, \dots, q^n)$  と記すと, この計画の年平均総費用期待値は, 第2節で述べた単一基準地点でのモデルと同様の考えのもとに, 次式のようになる.

$$\begin{aligned} E\{C(q^1, q^2, \dots, q^n)\} &= G(q^1, q^2, \dots, q^n) + K \cdot E\{D(q^1, q^2, \dots, q^n)\} \\ &= G(q^1, q^2, \dots, q^n) + K \cdot r \int_{q^1}^{\infty} \int_{q^2}^{\infty} \dots \int_{q^n}^{\infty} D(y^1, y^2, \dots, y^n) f(y^1, y^2, \dots, y^n) dy^1 dy^2 \dots dy^n \end{aligned} \quad (3-24)$$

ここに,  $E\{C(q^1, q^2, \dots, q^n)\}$  : 各基準地点での計画流量規模が  $q^1, q^2, \dots, q^n$  である計画の年平均総費用期待値

$G(q^1, q^2, \dots, q^n)$  : 各基準地点での計画流量規模が  $q^1, q^2, \dots, q^n$  である計画の年事業費

$D(y^1, y^2, \dots, y^n)$  : 各基準地点での高水流量が  $y^1, y^2, \dots, y^n$  である場合の (想定) 被害額

$f(y^1, y^2, \dots, y^n)$  : 各基準地点での高水流量が  $y^1, y^2, \dots, y^n$  となる同時生起確率密度関数

$E\{D(q^1, q^2, \dots, q^n)\}$  : 各基準地点での高水流量規模 ( $q^1, q^2, \dots, q^n$ ) を越えた場合の水系全体での年平均 (想定) 被害額の期待値

であり,  $K$  は 3-1 で述べたように, 間接被害までも含めた被害額が直接被害額の何倍かを示す 1 より大なる換算係数である.

つぎに, 水系全体における計画規模の整合性の問題について考察する. この整合性を各基準地点間での計画流量規模の整合性で代表させ, 各基準地点間の高水流量間の制約条件を以下のように定式化する. この制約条件を充たしながら各基準地点の計画流量規模を決定すれば, 結局, 整合性のある最適高水流量が求められたことになる.

もちろん, 各基準地点の高水流量は独立ではあり得ない. たとえば, ある基準地点の高水流量は, 上流の基準地点の高水流量および洪水ハイドログラフの波形, 河道での洪水伝播特性, 残流域からの洪水の流入量, 本・支川の洪水ピーク時差および合流特性等により決定される.

しかし、これらの特性をすべて含んだ洪水演算モデルを作成することは、現在のところ不可能に近い。そこで、ここでは、ある基準地点での高水流量を、最近接上流の基準地点での高水流量で表わすことにし、それを用いて各基準地点の高水流量間の制約条件とする。

すなわち、各基準地点の高水流量間の制約条件を

$$\alpha_{i-1}^1 \cdot q^{i-1} + \beta_{i-1}^1 \leq q^i \leq \alpha_{i-1}^2 \cdot q^{i-1} + \beta_{i-1}^2 \quad (i = 2, 3, \dots, n) \quad (3-25)$$

あるいは、

$$q^i = \alpha_{i-1} \cdot q^{i-1} + \beta_{i-1} \quad (3-25)$$

と表わすこととする。ここに、 $\alpha_i$ は洪水伝播によりピーク流量が基準地点  $i \sim (i+1)$  間で増減する割合を、 $\alpha_i^1, \alpha_i^2$ はその下限、上限を、 $\beta_i$ は地点  $i \sim (i+1)$  間の降雨または支川の流入量のうち基準地点  $(i+1)$  のピーク流量  $q^{i+1}$  に寄与する量を、 $\beta_i^1, \beta_i^2$ はその下限、上限を表わす。 $\alpha_i$ には、河道での洪水の伝播特性、波形特性等が集約されており、 $\beta_i$ には地点間の降雨量、支川の流入量、本・支川の合流特性等が集約されている。なお、この $\alpha_i, \beta_i$ （あるいは $\alpha_i^1, \alpha_i^2, \beta_i^1, \beta_i^2$ ）は、洪水追跡計算あるいは実測データの統計処理などより求めることができる。

ところで、いま超過洪水による年平均（想定）被害額は、基準地点ごとに独立に計量化されているとする。すなわち、ある基準地点から溢流した氾濫流は、一つ下流の基準地点より下流の氾濫域にまで流下浸入することはない。換言すれば基準地点ごとに（想定）氾濫域が存在し各域が洪水氾濫現象に関して独立（重複しない）と仮定し、各基準地点ごとの（想定）被害額が、その基準地点の高水流量  $q^i$  のみによる関数であるとする、(3-23)式で表わされる超過洪水による年平均（想定）被害額の期待値は、次式のように書き直すことができる。

$$E\{D(q^1, q^2, \dots, q^n)\} = \sum_{i=1}^n r \cdot \int_{q^i}^{\infty} D^i(y) f^i(y) dy \quad (3-26)$$

ここに、 $D^i(y)$ : 基準地点  $i$  での高水流量が  $y$  である場合の（想定）被害額

$f^i(y)$ : 基準地点  $i$  での高水流量が  $y$  となる生起確率密度関数

である。

また、水系全体での年事業費  $G(q^1, q^2, \dots, q^n)$  が、各基準地点間の年事業費の総和で表わされ、基準地点  $i \sim (i+1)$  区間の事業費  $G^i$  が基準地点  $i$  の計画流量規模  $q^i$  のみの関数であるとする、水系全体での年事業費  $G(q^1, q^2, \dots, q^n)$  は、

$$G(q^1, q^2, \dots, q^n) = \sum_{i=1}^n G^i(q^i) \quad (3-27)$$

となる。ここに、 $G^i(q^i)$ は基準地点  $i$  での計画流量規模を  $q^i$ としたときの地点  $i \sim (i+1)$  区間の年事業費である。この仮定は、洪水処理計画が河道改修のみによる場合には、ほぼ満足されよう。(3-26), (3-27)式を用いて(3-24)式を書き改めると、年平均総費用期待値  $E\{C(q^1, q^2, \dots, q^n)\}$ は、

$$E\{C(q^1, q^2, \dots, q^n)\} = \sum_{i=1}^n G^i(q^i) + r \sum_{i=1}^n K^i \int_{q^i}^{\infty} D^i(y) \cdot f^i(y) dy \quad (3-28)$$

となる。なお、換算係数  $K$ を  $K^i$ と基準地点ごとの係数としたのは、各基準地点(氾濫域)において、間接被害と直接被害との比率が、その流域の社会・経済状態等により異なると考えたためである。

前述したように、ある基準地点  $i$  において、洪水のピーク流量が  $q^i$ である場合の(想定)被害額  $D^i(q^i)$ は  $q^i$ のみの関数であるとしたから、各洪水の基準地点  $i$  でのピーク流量  $q^i$ に対応して、その洪水による基準地点に対応する氾濫区域における被害額  $D^i$ は一義的に定まり、その分布形および平均値、偏差を  $h^i(D^i)$ ,  $m_b^i$ ,  $\sigma_b^i$  ( $i=1, 2, \dots, n$ )で表わすこととする。なお、高水流量  $q^i$ としては、第4章で述べるように、ピーク流量の実測値、洪水調節のピーク流量の計算値などを用いる。

第3節同様に、(3-28)式を評価式として、被害額の平均値  $m_b^i$ と偏差  $\sigma_b^i$ は既知であるが、その分布形  $h^i(D^i)$ が未知であるような不完全情報下における最適高水流量の組み合わせ  $(q^1, q^2, \dots, q^n)$ をゲーム論的に求める具体的な思考方法は次のようである。

- ① 各基準地点における(想定)被害額の平均値、偏差がそれぞれ  $(m_b^i, \sigma_b^i)$ ,  $(m_b^2, \sigma_b^2), \dots, (m_b^n, \sigma_b^n)$ である被害額の組み合わせ  $\{h^1, h^2, \dots, h^n\}$ のうち(3-28)式で与えられる水系全体での総費用期待値  $E\{C(q^1, q^2, \dots, q^n)\}$ を最大とする、換言すれば、計画主体にとって最も不都合な分布形の組み合わせを考える。すなわち、

$$\max_{\{h^1, h^2, \dots, h^n\}} E\{C(q^1, q^2, \dots, q^n)\} \quad (3-29)$$

を与える分布形の組み合わせ  $\{h^1, h^2, \dots, h^n\}$ を考えることになる。本来、各基準地点における被害額の分布形  $h^1, h^2, \dots, h^n$ は、その分布形を決定する基になる各基準地点におけるピーク流量の確率密度関数  $f^1(q^1), f^2(q^2), \dots, f^n(q^n)$ が互に独立ではないから、独立ではないと考えられる。しかし、ここでは計画主体にとって最も不都合な分布(の組み合わせ)を想定するわけであるから、 $h^1, h^2, \dots, h^n$ は独立として扱うこととする。これは、各基準地点において最も不都合な分布が生起すれば、この重ね合わせがと

りもなおさず水系全体にとって最も不都合な状態であると考えられるためである。

- ② ①のような計画主体にとって最も不都合な分布形の組み合わせが出現したという状況のもとで、総費用期待値  $E\{C(q^1, q^2, \dots, q^n)\}$  を最小にする各基準地点における高水流量の組み合わせを求める。このとき、(3-25)式または(3-25')式で表わされる各基準地点の高水流量間の制約を考慮して、この制約をみたす各基準地点の高水流量の変動領域  $A_q$  の内で総費用期待値  $E\{C(q^1, q^2, \dots, q^n)\}$  を最小にする高水流量の組み合わせ  $\{q^1, q^2, \dots, q^n\}$  を求める。この結果として、水系全体の整合性、すなわち、各基準地点間での整合性を考慮した計画流量規模を求めたことになる。

すなわち、

$$\min_{\{q^1, q^2, \dots, q^n\} \in A_q} \max_{\{h^1, h^2, \dots, h^n\}} E\{C(q^1, q^2, \dots, q^n)\} \quad (3-30)$$

を与える各基準地点の高水流量の組み合わせ  $\{q^{1*}, q^{2*}, \dots, q^{n*}\}$  を求める。なお、この  $\{q^{1*}, q^{2*}, \dots, q^{n*}\}$  を各基準地点における最適高水流量とよぶ。

#### 4-2 アルゴリズム<sup>2)</sup>

ここでは、4-1で定式化した複数個の基準地点を対象としたときの計画規模決定モデルのアルゴリズムを述べる。このアルゴリズムの基本的な考え方は、3-2で述べた単一基準地点における計画規模決定モデルのアルゴリズムと全く同じである。

4-1のモデルの定式化で述べたように、基準地点  $i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) における(想定)被害額の平均値  $m_b^i$  および偏差  $\sigma_b^i$  は既知であり、これらにより、各地点において平均値  $m_b^i$  より大きい被害額  $D^i$  は、

$$D^i = m_b^i + k^i \sigma_b^i, \quad k^i > 0 \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (3-31)$$

と表わせる。そして、各基準地点においてこのような被害額  $D^i$  を発生させるような洪水のピーク流量  $q^i$  は流量-被害額曲線より求まり、この  $q^i$  を、

$$q^i = Q^i(m_b^i + k^i \sigma_b^i), \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (3-32)$$

と表わす。この(3-32)式より、 $m_b^i$ 、 $\sigma_b^i$  が既知であるから各  $q^i$  はそれぞれ  $k^i$  の関数となっていることがわかる。

(3-32)式を用いて、(3-28)式を書き直すと、

$$E\{C(q^1, q^2, \dots, q^n)\} = \sum_{i=1}^n G^i(Q^i(m_b^i + k^i \sigma_b^i)) + r \cdot \sum_{i=1}^n K^i$$

$$\int_{Q^i(m_b^i + k^i \sigma_b^i)}^{\infty} D^i(y) \cdot f^i(y) dy \quad (3-33)$$

となる。ここで、(3-31)、(3-32)式より  $q^i = Q^i(D^i)$ 、( $i = 1, 2, \dots, n$ )であるから、基準地点  $i$  におけるピーク流量  $q^i$  の生起確率密度関数  $f^i(q^i)$  に対応して、基準地点  $i$  での(想定)被害額  $D^i$  の生起確率密度関数  $h^i(D^i)$  は、

$$h^i(D^i) = f^i(Q^i(D^i)) \frac{dQ^i(D^i)}{dD^i}, \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (3-34)$$

と表わされる。(第3節, 図3-1参照)

(3-34)式を用いると、(3-33)式の右辺第2項の総和内の各積分は、

$$I^i = \int_{Q^i(m_b^i + k^i \sigma_b^i)}^{\infty} D^i(y) \cdot f^i(y) dy = \int_{m_b^i + k^i \sigma_b^i}^{\infty} D^i \cdot h^i(D^i) dD^i \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (3-35)$$

となり、この(3-35)式に3-2で述べたような変形を施すと、

$$I^i \leq (m_b^i + k^i \sigma_b^i) \cdot \int_{m_b^i + k^i \sigma_b^i}^{\infty} h^i(D^i) dD^i + \sigma_b^i \sum_{j=0}^{\infty} \int_{m_b^i + (k^i + j) \sigma_b^i}^{\infty} h^i(D^i) dD^i \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (3-36)$$

となる。(3-36)式の右辺の積分に対してチェビシエフの不等式を適用すると〔(3-17)、(3-18)式参照〕

$$\int_{m_b^i + (k^i + j) \sigma_b^i}^{\infty} h^i(D^i) dD^i \leq \frac{1}{(k^i + j)^2}, \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (3-37)$$

と表わされ、(3-37)式を(3-36)式に代入することにより、

$$I^i \leq (m_b^i + k^i \sigma_b^i) \frac{1}{(k^i)^2} + \sigma_b^i \sum_{j=0}^{\infty} \frac{1}{(k^i + j)^2}, \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (3-38)$$

をうる。

(3-33)式の右辺の各積分が(3-38)式で与えられたことにより、水系全体での年平均総費用期待値を表わす(3-35)式は、次式のようになる。

$$E\{C(q^1, q^2, \dots, q^n)\} \leq \sum_{i=1}^n G^i(Q^i(m_b^i + k^i \sigma_b^i)) + r \cdot \sum_{i=1}^n K^i$$

$$\left\{ \frac{m_b^i + k^i \sigma_b^i}{(k^i)^2} + \sigma_b^i \sum_{j=0}^{\infty} \frac{1}{(k^i + j)^2} \right\} \quad (3-39)$$

ここで、4-1に述べたように、計画主体にとって最も不都合な分布形の組み合わせをとった場合の総費用期待値を示せば、(3-39)式より、

$$\begin{aligned} \max_{\{h^1, h^2, \dots, h^n\}} E\{C(q^1, q^2, \dots, q^n)\} &= \sum_{i=1}^n G^i(Q^i(m_b^i + k \sigma_b^i)) \\ &+ r \cdot \sum_{i=1}^n K^i \left\{ \frac{m_b^i + k^i \sigma_b^i}{(k^i)^2} + \sigma_b^i \sum_{j=0}^{\infty} \frac{1}{(k^i + j)^2} \right\} \end{aligned} \quad (3-40)$$

となり、 $\max_{\{h^1, h^2, \dots, h^n\}} E\{C(q^1, q^2, \dots, q^n)\}$ は $k^1, k^2, \dots, k^n$ の関数として表わされる。こうして、 $\min_{\{q^1, q^2, \dots, q^n\} \in A_q \{h^1, h^2, \dots, h^n\}} E\{C(q^1, q^2, \dots, q^n)\}$ を与える各基準地点の最適高水流量の組み合わせ $\{q^{1*}, q^{2*}, \dots, q^{n*}\}$ は、以下のようにして求められる。

(3-25)式(または(3-25')式)で表わされる各基準地点のピーク流量間の制約を満たす、各基準地点のピーク流量の変動領域 $A_q$ に対応する、 $k^i$ ( $i=1, 2, \dots, n$ )の変動領域 $A_k$ の中で、(3-40)式に最小値を与える $\{k^1, k^2, \dots, k^n\}$ を求める。これを $\{k^{1*}, k^{2*}, \dots, k^{n*}\}$ と表わすことにし、各基準地点において $m_b^i + k^{i*} \cdot \sigma_b^i$ に対応するピーク流量 $q^{i*}$ を(3-32)式より求めれば、この $q^{i*}$ の組み合わせ $\{q^{1*}, q^{2*}, \dots, q^{n*}\}$ が水系全体での整合性を考えた最適高水流量の組み合わせとなる。なお、(3-40)式の右辺の級数は簡単に求められないので、3-2で述べたような近似計算を行う必要がある。

ここで、各基準地点のピーク流量の間に、(3-25)式で表わされる制約がある場合の $k^i$ ( $i=1, 2, \dots, n$ )の変動領域 $A_k$ の求め方について以下に述べる。なお(3-25')式のような制約条件が付加される場合は、本質的には一変数的取扱いとなるので、ここでは考慮しないこととする。

基準地点 $i$ における流量-被害額曲線 $D^i(q^i)$ が単調増加関数であるから、(3-25)式は、

$$D^i(\alpha_{i-1}^1 \cdot q^{i-1} + \beta_{i-1}^1) \leq D^i(q^i) \leq D^i(\alpha_{i-1}^2 \cdot q^{i-1} + \beta_{i-1}^2) \quad (i=2, 3, \dots, n) \quad (3-41)$$

と変形される。ここで、

$$\left. \begin{aligned} D^i(\alpha_{i-1}^1 \cdot q^{i-1} + \beta_{i-1}^1) &= D_{low}^i \\ D^i(\alpha_{i-1}^2 \cdot q^{i-1} + \beta_{i-1}^2) &= D_{up}^i \end{aligned} \right\} \quad (i=2, 3, \dots, n) \quad (3-42)$$

と表わすと、 $\alpha_{i-1}^1, \alpha_{i-1}^2, \beta_{i-1}^1, \beta_{i-1}^2$ は定数であることより $D_{low}^i, D_{up}^i$ は $q^{i-1}$ の関数であり、また(3-32)式、すなわち $q^{i-1} = Q^{i-1}(m_b^{i-1} + k^{i-1} \sigma_b^{i-1})$ から $q^{i-1}$ は $k^{i-1}$ の関数として表わせる。以上



の諸関係より、結局、 $D_{low}^i, D_{up}^i$  は  $k^i$  の関数として表わすことができる。つぎに、(3-31)式および(3-42)式を用いて(3-41)式を書き直すと

$$D_{low}^i \leq m_b^i + k^i \sigma_b^i \leq D_{up}^i \quad (i = 2, 3, \dots, n) \quad (3-43)$$

となり、これを变形して、

$$\frac{D_{low}^i - m_b^i}{\sigma_b^i} \leq k^i \leq \frac{D_{up}^i - m_b^i}{\sigma_b^i} \quad (i = 2, 3, \dots, n) \quad (3-44)$$

をうる。 $D_{low}^i, D_{up}^i$  は前述のように  $k^i$  の関数であり、 $k^i$  の変動範囲が定めれば、(3-44)式により、 $k^i$  の変動範囲が順次定まり、 $(k^1, k^2, \dots, k^n)$  の変動領域  $A_k$  を求めることができる。

## 第5節 洪水調節計画を考慮した場合へのモデルの拡張<sup>8)</sup>

洪水処理の方法には、河道改修による方法、貯水池による洪水調節による方法等があり大河川においては、通常両者の併用により計画がたてられている。第3節、第4節で述べた最適高水流量の決定モデルは、河道改修による洪水処理を対象とし、不完全情報下におけるゲーム論的アプローチにより単一あるいは複数個の基準地点において、河道改修に必要な事業費と計画超過洪水による被害額の期待値とのバランスで最適高水流量を決定するモデルであった。

そこで、本節では第3節、第4節で述べたモデルを、貯水池による洪水調節計画を考慮した場合へ拡張する。

ある洪水調節計画を考えると、その洪水調節効果により、各洪水の洪水波形（ハイドログラフ）が变形され、その結果、基準地点における各洪水のピーク流量も変化することが想定される。ある基準地点において、洪水調節を考えない場合のピーク流量の実現値を  $q_j$  ( $j$ : 洪水番号) とする。洪水調節を考えた計画では洪水調節効果により  $q_j$  は  $q_j'$  ( $q_j \neq q_j'$ ) に変化する。なお、 $q_j$  から  $q_j'$  への変化量は、具体的には洪水調節の度合、対象降雨の規模、地域分布、時間分布等による調節池への洪水の流入波形（総流入量、ピーク流量、ピークの時刻等）、洪水調節施設での操作方法等により決定されよう。

ここで、基準地点における流量-被害額曲線  $D(q)$  の変更はないとしても、各洪水のピーク流量が洪水調節効果により  $q_j$  から  $q_j'$  に変化するから、その洪水による（想定）被害額も  $D_j$  から  $D_j'$  に変化する。その結果、洪水調節を考えた場合、被害額の分布形は  $h(D)$  から  $h'(D)$  に、平均値は  $m_b$  から  $m_b'$  に、偏差は  $\sigma_b$  から  $\sigma_b'$  にそれぞれ変化する。

そこで、洪水調節を考えた場合の各基準地点における最適高水流量は、前述の被害額の平均値及び偏差 $m'_0$ ,  $\sigma'_0$ を用いて3-1のモデルの定式化で述べた手順に従って決定することができる。(この $m'_0$ ,  $\sigma'_0$ の算定については第4章で述べる。)すなわち、洪水調節後の基準地点における高水流量規模 $q$ の計画の年平均総費用期待値は(3-4)式の $f(y)$ を $f'(y)$ に変えることにより、

$$E\{C(q)\} = G(q) + K \cdot r \cdot \int_q^{\infty} D(y) f'(y) dy \quad (3-45)$$

と表わされる。ここに、 $f'(y)$ は洪水調節後の高水流量 $y$ の生起確率密度関数であり、年事業費 $G(q)$ は、

$$G(q) = G_1(q) + G_2 \quad (3-46)$$

ここに、 $G_1(q)$ : 流量規模 $q$ の河道改修に要する年事業費

$G_2$  : 洪水調節計画に要する年事業費

と表わされる。なお、 $G_2$ は基準地点の流量規模 $q$ には係わらず、定数となるが、洪水調節計画ごとには変化することは自明であろう。ここで、第3節と同様の考えのもとで、

$$\min_q \max_{h'} E\{C(q)\} \quad (3-47)$$

$h'$ : 洪水調節後の被害の分布形

を与える $q$ が、その基準地点における最適高水流量 $q$ となる。また、このアルゴリズムは、3-2のアルゴリズムにおいて、 $m_0$ を $m'_0$ に、 $\sigma_0$ を $\sigma'_0$ に代えることにより全く同様なアルゴリズムで表わされる。

以上によって、第3節の単一基準地点における計画規模決定モデルは洪水調節計画を考慮した場合に拡張できたが、第4節の複数個の基準地点を対象としたモデルも、単一基準地点における場合と同様の考え方により、洪水調節計画を考慮した場合にまで拡張できる。

## 第6節 結 論

これまでに述べたように、治水計画の検討に際してはさまざまな不確実性を適確に処理していく必要がある。そのなかで、将来発生するであろう洪水の規模については、既往の洪水の生起特性からみて、たとえば対数正規分布というような確率分布に近似的にあてはめうるものが過去の研究により明らかにされている。したがって、既往洪水等の特定の洪水の規模を超過確

率という指標で客観的に位置づけることができるようになる。さらに、たとえば洪水による被災額と組み合わせることにより、損失期待額の算出が行われ、治水事業の経済効果に関する合理的な評価も可能となるわけである。

このように、確率統計論の治水計画に果す役割は極めて大きいといえることができる。しかし、具体的に統計論を適用するにあたっては、現状での水文資料の集積度合からみて、危険となる場合もあることについては第2章でも詳述したところである。このような問題に、より科学的に対処するためには、ゲーム論的な考え方を導入することが有効であると考えられる。そのため本章では、まず、第2節で、モデルの定式化の方針を示した。すなわち、治水事業費と洪水被害額の和としての総費用期待値を(3-2)式で表わし、この総費用期待値を最小とするような高水要因の規模に対応する治水施設の規模を計画規模として求める方針でのぞむこととした。

$$E\{C(C_d)\} = G(C_d) + \iint_{C_d}^{\infty} \dots \int D(x, y, \dots) f(x, y, \dots) dx dy \dots \quad (3-2)$$

- ここに、 $E\{C(C_d)\}$ ：被害発生の下限が $C_d$ のときの総費用期待値  
 $G(C_d)$ ：被害発生の下限を $C_d$ に引き上げるために要する費用  
 $D(x, y, \dots)$ ： $x, y, \dots$ が同時に発生した場合の被害額  
 $f(x, y, \dots)$ ： $x, y, \dots$ の生起確率密度関数  
 $C_d$ ：被害の発生する $x, y, \dots$ の下限  
 $x, y, \dots$ ：治水機能に関する高水要因

一方、高水要因の確率密度関数の推定については既往資料の存在状況によっては一つの分布形にあてはめてしまうことが危険となる場合も生ずる。このような場合の分布形選択の問題を、不完全情報下における意志決定問題として捉え、ゲームの理論を適用して、与えられた情報から得られる分布形のうち最も不都合なものを想定することにより問題解決をはかることとした。

第3節では、第2節での方針を受けて、具体的な計画規模決定モデルの定式化を行い、そのアルゴリズムを示した。すなわち、洪水による被害額が洪水のピーク流量のみの関数として一義的に定まるとの仮定のもとで、総費用期待値を(3-4)式で表わしたうえ、(3-6)式に示すようなゲームの理論の適用を行い、最適高水流量 $q^*$ を求めることとした。

$$E\{C(q)\} = G(q) + K \cdot r \cdot \int_q^{\infty} D(y) f(y) dy \quad (3-4)$$

- ここに、 $E\{C(q)\}$ ：流量規模 $q$ の計画の年平均総費用期待値  
 $G(q)$ ：流量規模 $q$ の計画の年平均事業費  
 $D(y)$ ：高水流量が $y$ の場合の(想定)被害額  
 $f(y)$ ：高水流量 $y$ の生起確率密度関数

$K$  : 換算係数  
 $r$  : 年平均洪水生起回数

$$\min_q \max_h E\{C(q)\} \quad (3-6)$$

さらに、(3-4)式は水系内に1個の基準地点を想定した場合のモデルであるが、水系内に2個以上の基準地点を想定し基準地点間の水理的整合性を考慮した場合及び上流に洪水調節ダム群を想定した場合についても、それぞれ(3-28)式及び(3-45)式のようにモデルを拡張することができた。

$$E\{C(q^1, q^2, \dots, q^n)\} = \sum_{i=1}^n G^i(q^i) + r \cdot \sum_{i=1}^n K^i \int_{q^i}^{\infty} D^i(y) f^i(y) dy \quad (3-28)$$

ここに、 $E\{C(q^1, q^2, \dots, q^n)\}$ : 各基準地点での計画流量規模が $q^1, q^2, \dots, q^n$ である計画の年平均総費用期待値

$\sum_{i=1}^n G^i(q^i)$  : 年事業費が各基準地点間の年事業費の総和で表わされ、基準地点 $i \sim (i+1)$ 区間の事業費 $G^i$ が基準地点 $i$ の流量規模 $q^i$ のみの関数であるとした場合の水系全体の年事業費

$D^i(y)$ : 基準地点 $i$ での高水流量が $y$ である場合の(想定)被害額

$f^i(y)$ : 基準地点 $i$ での高水流量が $y$ となる生起確率密度関数

$K^i$  : 基準地点 $i$ での換算係数

$$E\{C(q)\} = G(q) + K \cdot r \cdot \int_q^{\infty} D(y) f(y) dy \quad (3-45)$$

ここに、 $f(y)$ : 洪水調節後の高水流量 $y$ の生起確率密度関数

## 参 考 文 献

- 1) 永井靖郎；遊水調節池計画に関する研究，京都大学博士論文，1968.
- 2) 飯塚敏夫，梅本良平；ゲーム論による計画流量規模決定法，土木技術資料，Vol. 21, No. 2, 1979.
- 3) J. von Neumann and O. Morgenstern；Theory of Games and Economic Behavior, Princeton Univ. Press, 1947.
- 4) 鈴木光男；ゲームの理論，甄草書房，1959.
- 5) 松田正一他；ORのための基礎数学 5, 丸善，1964.
- 6) 萩原良己；水環境計画に関するシステム論的研究，京都大学博士論文，1976.
- 7) Starr, M.K. and Miller, D.W.；Inventory Control, Theory and Practice, Prentice-Hall, 1962.
- 8) 中川芳一，飯塚敏夫，梅本良平；治水計画規模の決定に関するゲーム論的研究，第23回水理講演会論文集，1979.

# 第4章 吉野川での計画高水流量の検討事例

## 第1節 概 説

治水計画の規模を検討する場合、洪水の発生規模に関わる不確実性については、確率統計的に処理するのが有力かつ、現状では唯一とも思える方法であることは第2章でも述べた。しかしながら、治水計画で検討の対象となるのは、計画基本量について生起確率のきわめて小さな領域であり、したがって、水文資料の多寡が結果の精度を大きく左右することとなる。吉野川流域においてもその水文資料の集積度合は、このような小さな確率の領域を議論するには必ずしも十分とはいいがたいところがある。

すなわち、第2章での吉野川流域における高水要因の生起確率密度関数の算定例にみられるように、複数の分布形が推定され、しかもそれらを用いた結果である計画規模にかなりの差異をもたらす事態が生じている。そして現実には、これら複数の結論、換言すれば、その結論を導き出した複数の分布形のうちどれか一つを選択する必要にせまられる。そのような場合の意志決定の一手段として、第3章で詳説したゲーム論的な考え方の導入が意義をもつものと考えられる。そこで本章では、吉野川流域を対象として、第3章で提示した計画高水流量の規模決定モデルを用いて、計画規模の検討を試みることにする。すなわち、既往の洪水で観測されたピーク流量群をもとに、その平均値、標準偏差のみを用いた不完全情報下におけるゲーム論的アプローチによる検討を行う。

このため、まず第2節において、基準地点、岩津および池田に対して、第3章第3節で述べた単一基準地点での計画規模決定モデルを適用して最適高水流量をそれぞれ独立に算定する。また、ダムによる洪水調節を考えた場合の最適高水流量の算定も行い、洪水調節を考慮しない場合との比較検討を行う。一方、治水計画の策定にあたっては、単独の基準地点のみでなく、同一水系内での計画規模の複数地点間の整合性を計ることも要求される。このため第3節では、第3章第4節で述べた複数個の基準地点を対象とした計画規模決定モデルを適用して、岩津、池田両基準地点の最適高水流量を同時に算定する。さらに、第4節においては、想定被害額の平均値の変動による最適高水流量の変化の分析を行っている。最後に第5節において、第2節での基準地点ごとの結果と第3節での水系全体での結果との比較・検討を行い、総合的な評価を実施する。

## 第2節 基準地点ごとの最適高水流量の算定

ここでは、まず第3章第3節で提示した、単一基準地点での計画規模決定モデルを適用して、岩津地点および池田地点での洪水処理計画の規模を表わす最適高水流量の算定を、ダムによる洪水調節計画を考えない場合について行い、ついで、第3章第5節で述べたモデルにより、ダムによる洪水調節を考えた場合の最適高水流量の算定を行ったうえ、洪水調節を考えない場合との比較検討を実施する。

基準地点ごとの最適高水流量の計算の流れ図を図4-1に示す。

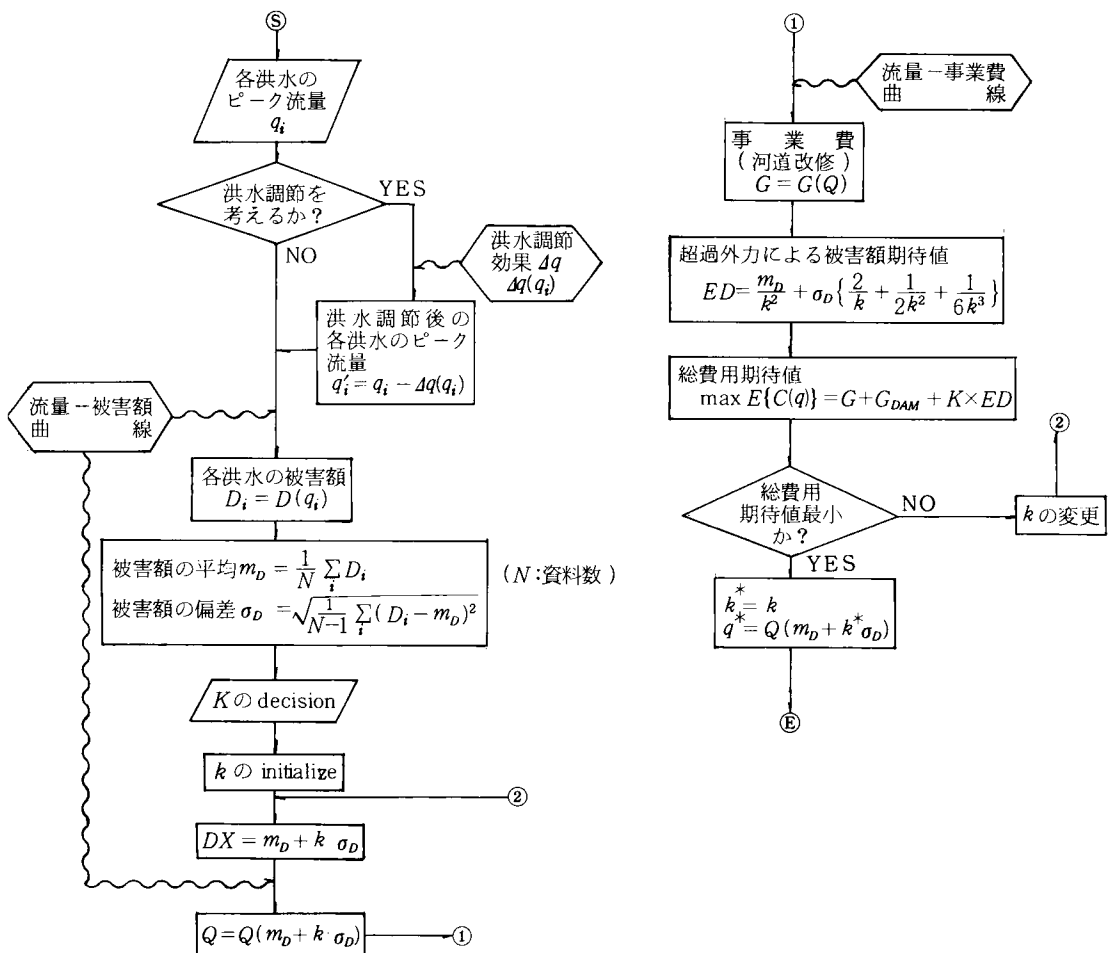


図4-1 単一基準地点における最適高水流量計算の流れ図

まず、実績洪水のピーク流量（ダム群による洪水調節を考えるとときは洪水調節後のピーク流量）を流量～被害額曲線により洪水被害額に変換し、その被害額の平均値  $m_D$  及び標準偏差  $\sigma_D$

(以下、単に偏差と記す)を求める。ついで、この被害額の平均値 $m_0$ と偏差 $\sigma$ をもとに第3章第3節に示したアルゴリズムに従って、超過外力による被害額期待値を求めるとともに、流量～事業費曲線により変換された事業費とあわせて総費用期待値を求める。そして、総費用期待値の最小となる流量を求め、それをもって最適高水流量とする、という手順である。なお、次節で述べる複数個の基準地点を対象とした場合の計算手順は、それぞれの変数に、基準地点の番号を示す添書1, 2を付し、適当な総和をとることにより、図4-1と同様な手順となる。

つぎに、最適高水流量計算に必要な入力資料を以下に整理する。

#### D) 流量～被害額曲線(D～Q曲線)

洪水による被害としては、貨幣単位で計測可能なものしか考慮されえないが、具体的には次のようなものがある<sup>3)</sup>。

- 1) 一般資産
- 2) 営業停止
- 3) 農作物
- 4) 公共土木施設
- 5) 農地
- 6) 応急対策費
- 7) 融資に対する支払利子
- 8) 交通、通信、電力、ガス、水道等の停止
- 9) 以上の波及被害

これらのうち、ここでは1)～5)を直接被害、6)～9)を間接被害とよぶことにする。

いま、本章で対象とする吉野川流域では、1)～5)の直接被害について、想定氾濫規模毎の氾濫シミュレーション計算結果による想定湛水深と氾濫域内の資産調査結果とを組み合わせ、流量～被害額曲線を以下のように作成している<sup>4)</sup>。

##### 《氾濫シミュレーション》

池田～岩津間については、不等流計算により洪水規模ごとの氾濫水理量を求めた。

岩津～河口間については、氾濫域が貯留型である地域では当該氾濫域を死水域とみなして不等流計算により、氾濫流が流下する地域では貯留関数モデルにより、それぞれ洪水規模ごとの氾濫水理量を求めた。

##### 《資産調査》

氾濫域を南北約925 m、東西約1,150 mの標準メッシュに分割し、各メッシュごとに家屋(棟数、世帯数、床面積)、事業所資産、農漁家資産及び農地面積について調査集計するとともに各メッシュの平均地盤高の算定を行った。

##### 《直接被害額の算定》

以上の氾濫シミュレーション及び資産調査の結果より、治水経済調査要綱による被害率を用いて洪水規模ごとの直接被害額の算定を行い、池田～岩津間及び岩津～河口間について、



それぞれ流量～被害額曲線を図4-2のように作成した。

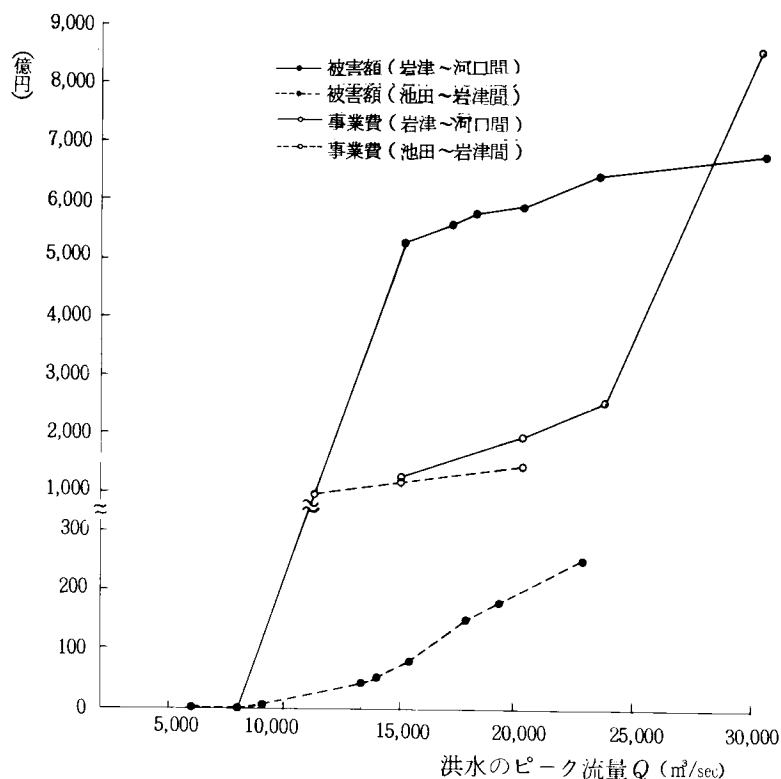


図4-2 流量～被害額曲線及び流量～事業費曲線(河道改修)

### II) 流量～事業費曲線 (G～Q曲線)

1. 無堤：現在までに完成している治水施設を前提としない場合。
2. 現況：現在までに完成している治水施設を前提とする場合。

の2つのケースが考えられるが、吉野川の場合、計算の結果両者による最適高水流量算定結果はほとんど変わらないため、以下では無堤の場合のみの算定結果を用いて論ずる。

### III) ピーク流量実測値 (標本洪水)

各基準地点における昭和29年～51年の年最大ピーク流量(23個)を用いる。なお、適用資料を昭和29年以降に限定したのは、図4-3に示すように岩津、池田の年最大ピーク流量累加値のダブルマスカープにおいて昭和29年頃を境にその傾きが変化していることから、この時点を境に流域の流出条件になんらかの変化があったものと想定されるからである。

図4-4には吉野川の流域図を示す。2-1以下で、洪水調節を考えない場合および考えた場合の各基準地点(岩津、池田)における最適高水流量算定結果を示し、その考察を行う。

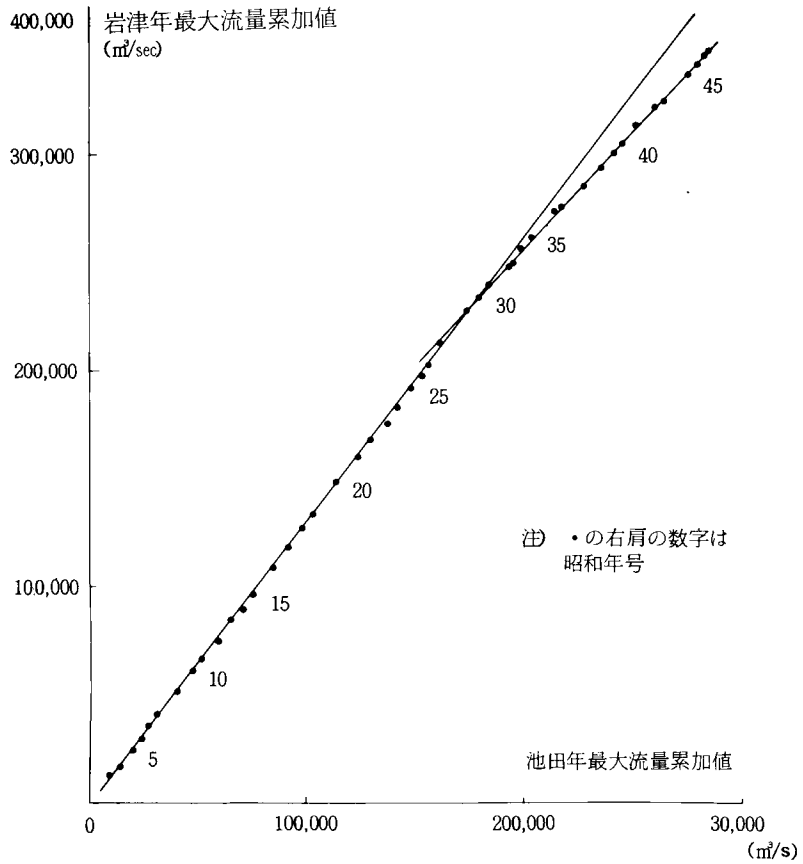


図 4-3 岩津、池田年最大流量累加値 (ダブル・マス・カーブ)

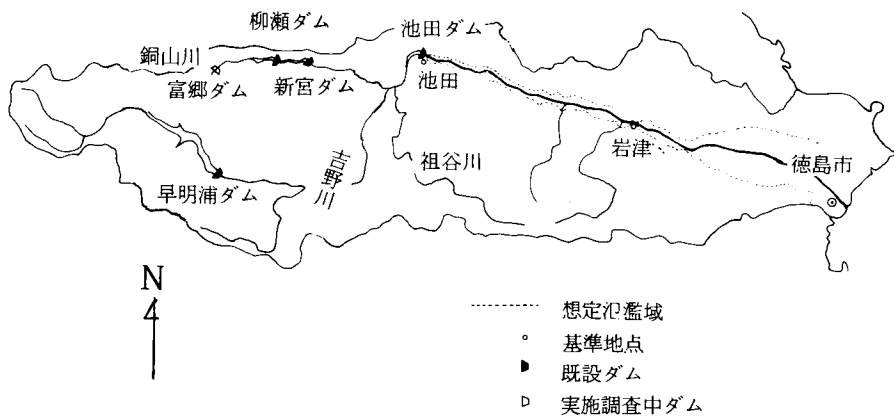


図 4-4 吉野川流域図

## 2-1 洪水調節を考えない場合の算定結果

図4-1の流れ図に従い、最適高水流量計算を行った結果を表4-1(1)、(2)に示す。

表4-1(1)、(2)には、換算係数 $K$ （第3章第3節参照）を1.0から3.0まで変動させ、各 $K$ の値に対する総費用期待値 $E\{C(q)\}$ を最小とする $k$ の値 $k^*$ 、最適高水流量 $q^*$ およびそのときの（河道改修）事業費 $G$ 、超過外力による被害額期待値 $E\{D\}$ 、総費用期待値 $\min_q \max_k E\{C(q)\}$ が示してある。換算係数 $K=1.0$ の場合、最適高水流量は、岩津で約23,000 $m^3/s$ 、池田で約14,500 $m^3/s$ であり、（河道改修）事業費は、岩津で147億円/年、池田で65億円/年、超過外力における被害額期待値は、岩津で1,638億円/年、池田で7億円/年である。

表4-1 最適高水流量計算結果（洪水調節を考えない場合）

(1) 基準地点：岩津（被害額の平均： $m_D=1169$ 億円，被害額の偏差； $\sigma_D=1877$ 億円）

$K$	$k^*$	$D=m_D+k^*\sigma_D$ (億円)	最適高水流量 $q^* \times 10^2 m^3/sec$	事業費 $G$ (億円/年)	超過外力による 被害額期待値 $E\{D\}$ (億円/年)	総費用期待値 $E\{C(q)\}$ (億円/年)
1.0	2.78	6,387	231	147	1,638	1,784
1.2	2.78	6,387	231	147	1,638	2,112
1.4	2.78	6,387	231	147	1,638	2,439
1.6	2.78	6,387	231	147	1,638	2,767
1.8	2.78	6,387	231	147	1,638	3,094
2.0	2.78	6,387	231	147	1,638	3,422
2.2	2.89	6,594	263	301	1,564	3,742
2.4	3.00	6,800	295	455	1,497	4,048
2.6	3.11	7,006	327	609	1,435	4,341
2.8	3.21	7,194	356	749	1,383	4,622
3.0	3.31	7,381	385	889	1,335	4,894

(2) 基準地点：池田（被害額の平均 $m_D=9$ 億円，被害額の偏差 $\sigma_D=13$ 億円）

$K$	$k^*$	$D=m_D+k^*\sigma_D$ (億円)	最適高水流量 $q^* \times 10^2 m^3/sec$	事業費 $G$ (億円/年)	超過外力による 被害額期待値 $E\{D\}$ (億円/年)	総費用期待値 $E\{C(q)\}$ (億円/年)
1.0	4.30	64	146	65	7	72
1.2	4.66	70	149	66	6	73
1.4	4.85	72	150	66	6	75
1.6	6.39	92	158	69	4	76
1.8	6.74	97	160	69	4	77
2.0	7.08	101	161	69	4	77
2.2	7.41	105	163	70	4	78
2.4	7.72	110	164	70	4	79
2.6	8.01	113	165	71	4	80
2.8	8.30	117	167	71	3	80
3.0	8.56	121	168	71	3	81

このように、岩津の総費用期待値が池田のそれに比べて大きいのは、図4-2の流量～被害額曲線、流量～事業費曲線に示されるように、同一流量に対する事業費には大差がないが岩津の被害額が池田のそれに比べてはるかに大きいためである。また、そのために超過外力による被害額期待値も岩津での値は池田での値の200倍以上の大きな値となる。さらに、同じ理由で

岩津における超過外力による被害額期待値が事業費の10倍にも及ぶのに対して、池田における前者は、後者の1/10となるものと考えられる。以上の結果を集約して、総費用期待値  $\min \max E\{C(q)\}$  は、岩津で1,784億円/年、池田で72億円/年と、岩津が池田の約25倍となる。

なお、 $k$ による総費用期待値  $\max E\{C(q)\}$ 、事業費  $G$ 、超過外力による被害額期待値  $E\{D\}$  の例として岩津の  $K = 1.0$  の場合 (図4-5(1))、池田の  $K = 1.0$  の場合 (図4-5(2)) について示す。超過外力による被害額期待値  $E\{D\}$  は、第3章第3節で誘導したように、

$$E\{D\} = r \left\{ m_D \cdot \frac{1}{k^2} + \sigma_D \left( \frac{2}{k} + \frac{1}{2k^2} + \frac{1}{6k^3} \right) \right\}$$

と表わされるから、 $k$ の増加について単調に減少している。一方、流量-事業費曲線が単調増加曲線であるから、事業費  $G$  は、 $k$ の増大につれて単調に増加している。しかし岩津においては、事業費  $G$  は  $k = 2.8$  前後で、 $k$ に対するその増加の割合が急増している。これは、岩津の流量-事業費曲線が23,000m<sup>3</sup>/s前後で急変していること(図4-2)に対応している。

以上の  $k$  に対する超過外力による被害額の期待値  $E\{D\}$ 、事業費  $G$  の変動の結果、

$$\max E\{C(q)\} = G + K \cdot E\{D\}$$

で表わされる総費用期待値は下に凸な曲線を示し、図4-5(1)では  $k = 2.78$  付近で、図4-5(2)では  $k = 4.30$  付近でそれぞれ最小値を示している。

つぎに、換算係数  $K$  の変化による最適高水流量の計算結果の変化を検討する。

まず、 $K$  の変化に伴う  $k^*$  ( $\max E\{C(q)\}$  に最小値を与える  $k$  の値) の変化を図4-6(1)、(2)に示す。図4-6(1)より、岩津においては  $k^*$  の値は  $K = 1.0 \sim 2.0$  では変化がなく、 $K = 2.0$  以上ではほぼ線形的に増加している。一方、図4-6(2)より、池田においては、 $K = 1.4 \sim 1.6$  の間で  $k^*$  の値に、跳躍がみられる。このように、 $k^* \sim K$  曲線に屈折、あるいは跳躍の生じる原因について検討すれば以下のようなようである。

図4-7(1)、(2)に  $K$  による総費用期待値曲線の変化を示す。図4-7(1)より、岩津では  $k^*$  の値すなわち総費用期待値が最小となる  $k$  の値は、 $K = 2.0$  以上では  $K$  の減少に従ってほぼ線形的に減少しているが  $K = 2.0$  以下では  $K$  の値にかかわらず  $k^* = 2.78$  となっている。このように  $k$  の値が2.78より減少しないのは事業費曲線が  $k \div 2.78$  付近で勾配が急変している、つまり、 $k \div 2.78$  以下では  $k$  の減少に対する  $G(q)$  の減少の割合が小さくなっているのに対して、被害額期待値は  $k$  の減少に伴って加速度的に増加しているためであるからであって、このため、事業費と被害額期待値の和である総費用期待値が  $k < 2.78$  の領域では  $k$  の減少に従って増大するも

のと考えられる。

一方、池田では図4-7(2)より、総費用期待値曲線が $k \doteq 3.4$ および $k \doteq 5.5$ 付近で上に凸となっていることがわかる。一方、事業費曲線は $k$ の増加に従ってほぼ線型的に増加しているがその勾配がやはり $k \doteq 3.4$ および $k \doteq 5.5$ 付近で変化している。したがって、総費用期待値曲線が上に凸となる点をもつことと、事業費曲線の勾配が変化することとの間に何らかの関係があると考えられよう。また、このような上に凸となる点の複数個の存在によって総費用期待値曲線に極小値が複数個存在することになり、このことから $k^* \sim K$ 曲線に跳躍の生じる場合のあることが予想できる。

ここで、 $k^* \sim K$ 曲線に不連続点の生じる原因についてさらに詳細に検討してみる。すなわち、基礎式にもどって定性的に考察してみれば、つぎのとおりである。

第3章で誘導したように、計画主体にとって最も不都合な被害額の分布形が生起した場合の総費用期待値は、オイラー・マクローリンの近似式を用いて次式で表わされた。

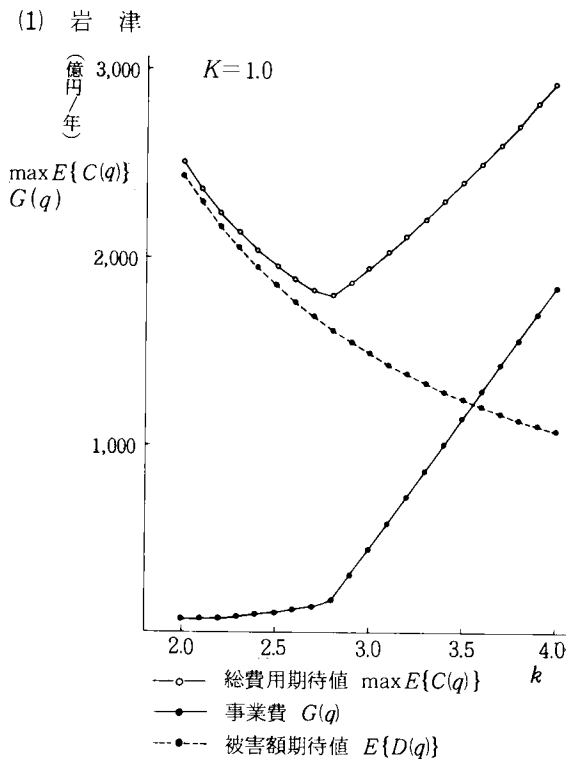
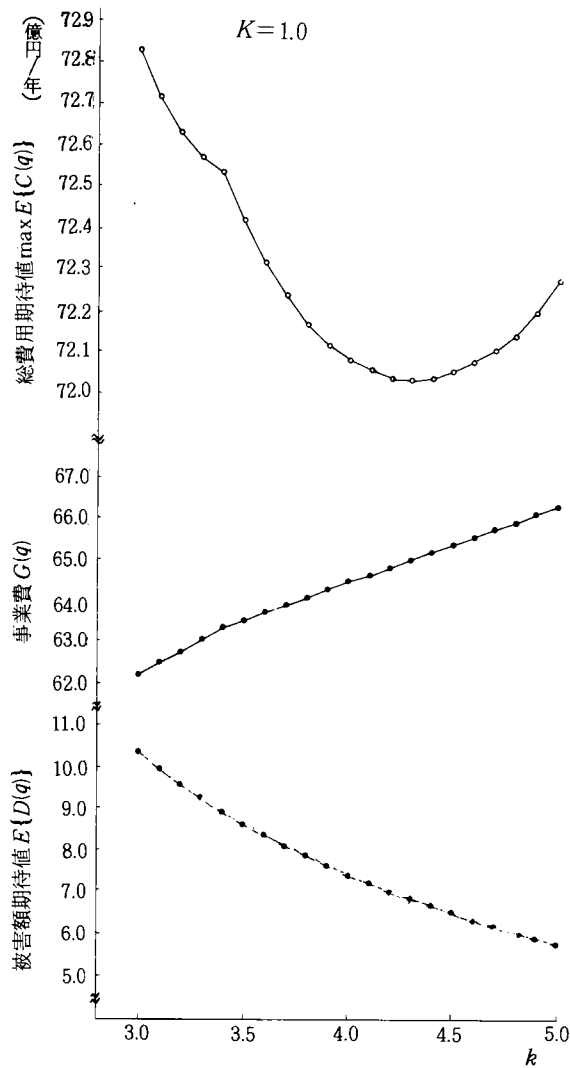


図4-5  $k$ による総費用期待値 $\max E\{C(q)\}$ 、事業費 $G$ 、被害額期待値 $E\{D\}$ の変化

(2) 池田



$$\begin{aligned} \max E\{C(q)\} &= G(Q(m_D + k \sigma_D)) \\ &+ K \cdot r \cdot \left\{ m_D \frac{1}{k^2} + \sigma_D \left( \frac{2}{k} + \frac{1}{2k^2} + \frac{1}{6k^3} \right) \right\} \end{aligned} \quad (4-1)$$

ここで、流量～被害額曲線，流量～事業費曲線を，

$$D = a_1 \cdot q + b_1 \quad (4-2)$$

$$G = a_2 \cdot q + b_2 \quad (4-3)$$

と表わす。なお、 $a_1$ 、 $b_1$ 、 $a_2$ 、 $b_2$ は $q$ の区間ごとに定まる係数である。一方、被害額 $D$ はその平均値 $m_D$ 、分散 $\sigma_D$ により次式で表わすことができた。

$$D = m_D + k \cdot \sigma_D \quad (4-4)$$

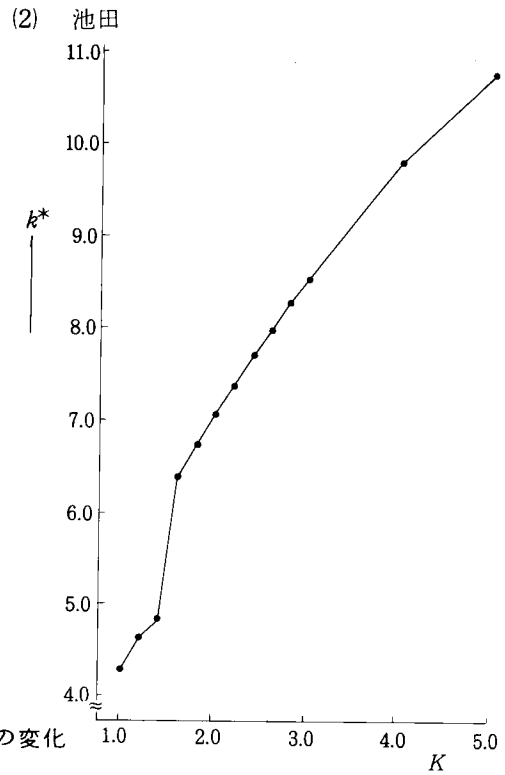
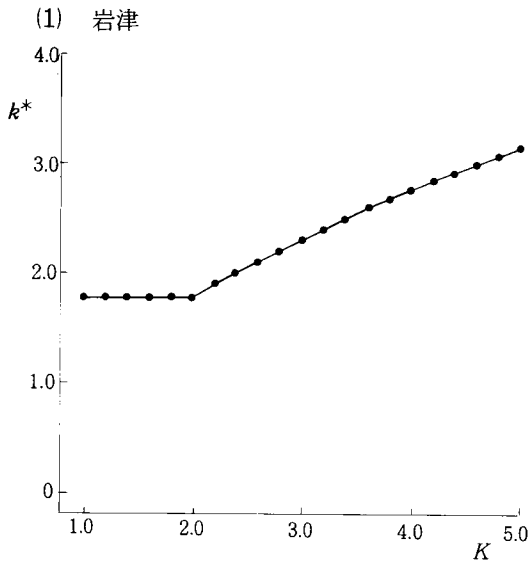


図 4-6 Kによる $k^*$ の変化

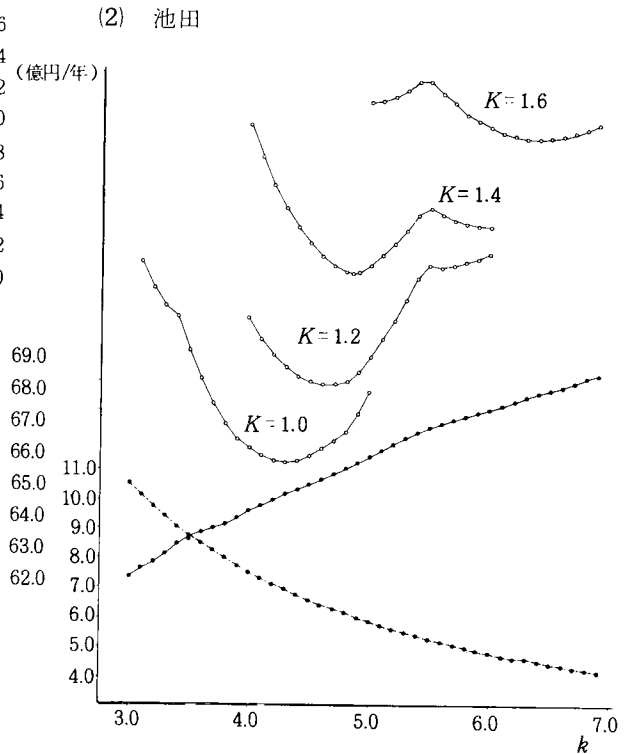
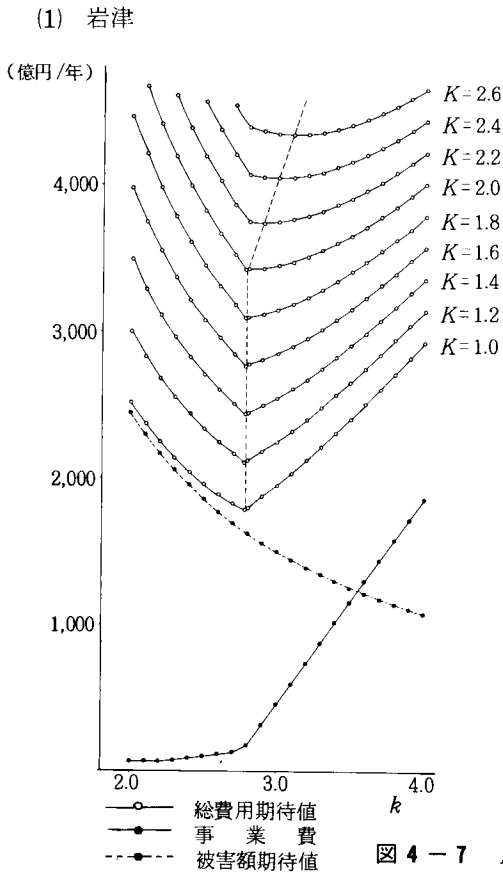


図 4-7 Kによる総費用期待値線の変化

(4-2)式と(4-4)式より被害額 $D$ を発生させるような洪水のピーク流量 $q$ は $k$ の関数として、

$$q = \frac{m_D + k\sigma_D - b_1}{a_1} \quad (4-5)$$

と表わせ、(4-3)式によりピーク流量 $q$ に対応する事業費 $G$ は、 $k$ の関数として、

$$G = \frac{a_2}{a_1} \cdot \sigma_D \cdot k + \frac{a_2}{a_1} (m_D - b_1) + b_2 \quad (4-6)$$

と表わされる。

(4-6)式を(4-1)式に代入することにより、 $\max E\{C(q)\}$ は、

$$\begin{aligned} \max E\{C(q)\} = & \left\{ \frac{a_2}{a_1} \cdot \sigma_D \cdot k + \frac{a_2}{a_1} (m_D - b_1) + b_2 \right\} \\ & + K \cdot r \cdot \left\{ m_D \frac{1}{k^2} + \sigma_D \left( \frac{2}{k} + \frac{1}{2k^2} + \frac{1}{6k^3} \right) \right\} \end{aligned} \quad (4-7)$$

と、 $k$ の関数として表わされる。こうして $\min \max E\{C(q)\}$ を与える $k$ の値 $k^*$ は(4-7)式を $k$ で微分して0とおき、これを満たす正の実数根を求めればよい。(4-7)式を $k$ で微分すると、

$$\frac{d}{dk} [\max E\{C(q)\}] = \frac{a_2}{a_1} \sigma_D - K \cdot r \cdot \left\{ \frac{2m_D}{k^3} + \frac{2\sigma_D}{k^2} + \frac{\sigma_D}{k^3} + \frac{\sigma_D}{2k^4} \right\} = 0 \quad (4-8)$$

となり、これは変形すれば、

$$\frac{a_2}{a_1} \cdot k^4 - 2 \cdot r \cdot K \cdot k^2 - K \cdot r \cdot \left( 1 + \frac{2m_D}{\sigma_D} \right) k - \frac{K \cdot r}{2} = 0 \quad (4-9)$$

となり、 $\min \max E\{C(q)\}$ を与える $k$ は、4次方程式の根で与えられることになる。ところで4次方程式、

$$X^4 + aX^2 + bX + c = 0 \quad (4-10)$$

の4根は、Ferrariの解法<sup>5)</sup>によると、

$$\left. \begin{aligned} X = & \frac{1}{2} \left\{ \sqrt{\alpha - a} \pm \sqrt{(\alpha - a) - 4 \left( \frac{\alpha}{2} + \frac{b}{2\sqrt{\alpha - a}} \right)} \right\} \\ X = & \frac{1}{2} \left\{ -\sqrt{\alpha - a} \pm \sqrt{(\alpha - a) - 4 \left( \frac{\alpha}{2} - \frac{b}{2\sqrt{\alpha - a}} \right)} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (4-11)$$



である。ここに  $\alpha = u + v$

$$\left. \begin{aligned} u &= \sqrt[3]{\beta_1 + \sqrt{\beta_2}} & v &= \sqrt[3]{\beta_1 - \sqrt{\beta_2}} \\ \beta_1 &= -\frac{1}{2} \left\{ -\frac{2a^3}{27} - \frac{4ac}{3} (4ac - b^2) \right\} \\ \beta_2 &= \frac{1}{4} \left\{ -\frac{2a^3}{27} - \frac{4ac}{3} + (4ac - b^2) \right\}^2 - \frac{1}{27} \left( 4c + \frac{a^2}{3} \right)^3 \end{aligned} \right\} \quad (4-12)$$

である。<sup>注1</sup>

ここで、(4-9)式と(4-10)式を対応させると(4-10)式の  $a$ 、 $b$ 、 $c$  は、

$$\left. \begin{aligned} a &= -\frac{2r}{a_2/a_1} \cdot K \\ b &= -\frac{r(1+2m_0/\sigma_0)}{a_2/a_1} \cdot K \\ c &= -\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{a_2/a_1} \cdot K \end{aligned} \right\} \quad (4-13)$$

のように  $K$  の1次式で表わされる。いま、関心の対象は  $K$  による  $k^*$  の変化であるから、(4-11)式、(4-12)式で、 $a$ 、 $b$ 、 $c$  の最大次数のものだけに着目してみる。このとき、(4-12)式の  $u$ 、 $v$  および  $\alpha$  は、

$$u \doteq \frac{a}{3}, \quad v \doteq \frac{a}{3}, \quad \alpha \doteq \frac{2}{3} a$$

となり、4次方程式(4-10)式の4根は近似的に、

$$\left. \begin{aligned} X &\doteq \frac{1}{2} \sqrt{-\frac{1}{3} a} \left\{ 1 \pm \sqrt{5 - \frac{2b}{(\sqrt{-\frac{1}{3} a})^3}} \right\} \\ X &\doteq \frac{1}{2} \sqrt{-\frac{1}{3} a} \left\{ -1 \pm \sqrt{5 - \frac{2b}{(\sqrt{-\frac{1}{3} a})^3}} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (4-14)$$

となる。この式に(4-13)式を代入すれば(4-9)式の4根は、

$$k \doteq \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2}{3} \cdot \frac{r}{a_2} \cdot K} \left\{ 1 \pm \sqrt{5 + \frac{2}{\left(\sqrt{\frac{2}{3} \cdot \frac{r}{a_2} \cdot K}\right)^3} \cdot \frac{r(1+\frac{2m_0}{\sigma_0})}{a_2/a_1} \cdot K} \right\}$$

---

注1  $\alpha$  は  $y^3 - (4c + \frac{a^2}{3})y + \{-\frac{2a^3}{27} - \frac{4ac}{3} + (4ac - b^2)\} = 0$  の根である。

$$k \doteq \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2}{3} \cdot \frac{r}{a_2} \cdot K} \{-1 \pm \sqrt{5 + \frac{2}{(\sqrt{\frac{2}{3} \cdot \frac{r}{a_2} \cdot K)^3} \cdot \frac{r(1 + \frac{2m_D}{\sigma_D})}{\frac{a_2}{a_1}} \cdot K}}\} \quad (4-15)$$

となる。ここで、問題になるのは  $k > 0$  の根である。ここで、まず

$$k_1 \doteq A \sqrt{K} \{1 + \sqrt{5 + \frac{B}{\sqrt{K}}}\}$$

ついで、 $K$ ,  $r$ ,  $\frac{a_2}{a_1}$ ,  $\frac{m_D}{\sigma_D}$  の値によっては

$$k_2 \doteq A \sqrt{K} \{-1 + \sqrt{5 + \frac{B}{\sqrt{K}}}\}$$

さらに、以上の計算が  $K$  の最大次数のみに着目した、近似計算であるから、最後に、

$$k_3 \doteq A \sqrt{K} \{1 - \sqrt{5 + \frac{B}{\sqrt{K}}}\}$$

の3根  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_3$  が  $k > 0$  なる (4-10) 式の根となり得る。このうち、 $k_1$  により与えられる  $E\{C(q)\}$  が極小であることは (4-10) 式より明らかである。

一方、 $k_2$ ,  $k_3$  は、 $r$ ,  $\frac{a_2}{a_1}$ ,  $m_D$ ,  $\sigma_D$  および  $K$  の値より、一方が極大に他方が極小になる。また  $k_1$  は必ず正であるが、 $k_2$ ,  $k_3$  は負となることもありうる。

すなわち、 $\max E\{C(q)\}$  に極小値を与えるのは、 $k_1$  および  $k_2$  (または  $k_3$ ) であり、 $\max E\{C(q)\}$  に最小値を与える  $k$  の値  $k^*$  はある  $K$  を境界として  $k_2$  (または  $k_3$ ) より  $k_1$  へと不連続的に移行することになる (図 4-8 参照)。

なお、このような不連続点は、 $r$ ,  $\frac{a_2}{a_1}$ ,  $m_D$ ,  $\sigma_D$  の値によって異なるし、他方  $r$ ,  $\frac{a_2}{a_1}$ ,  $m_D$ ,  $\sigma_D$  の値によっては  $k_2$ ,  $k_3$  が負となり、このような不連続点が現われない場合もある。

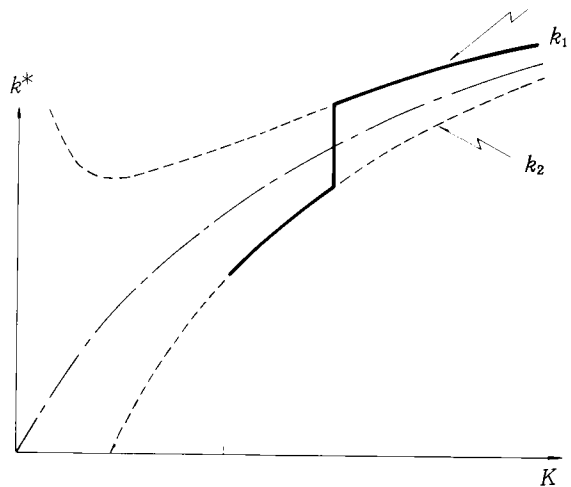


図 4-8  $K$  による  $k^*$  の変化の概念図

つぎに、 $K$  による最適高水流量  $q^*$  の変化とその最適高水流量に対応する総費用期待値  $\min$

$\max E\{C(q)\}$  , 超過外力による被害額期待値  $E\{D(q^*)\}$  , 事業費  $G(q^*)$  の変化を図 4-9(1), (2) に示す。

(1) 岩 津

(2) 池 田

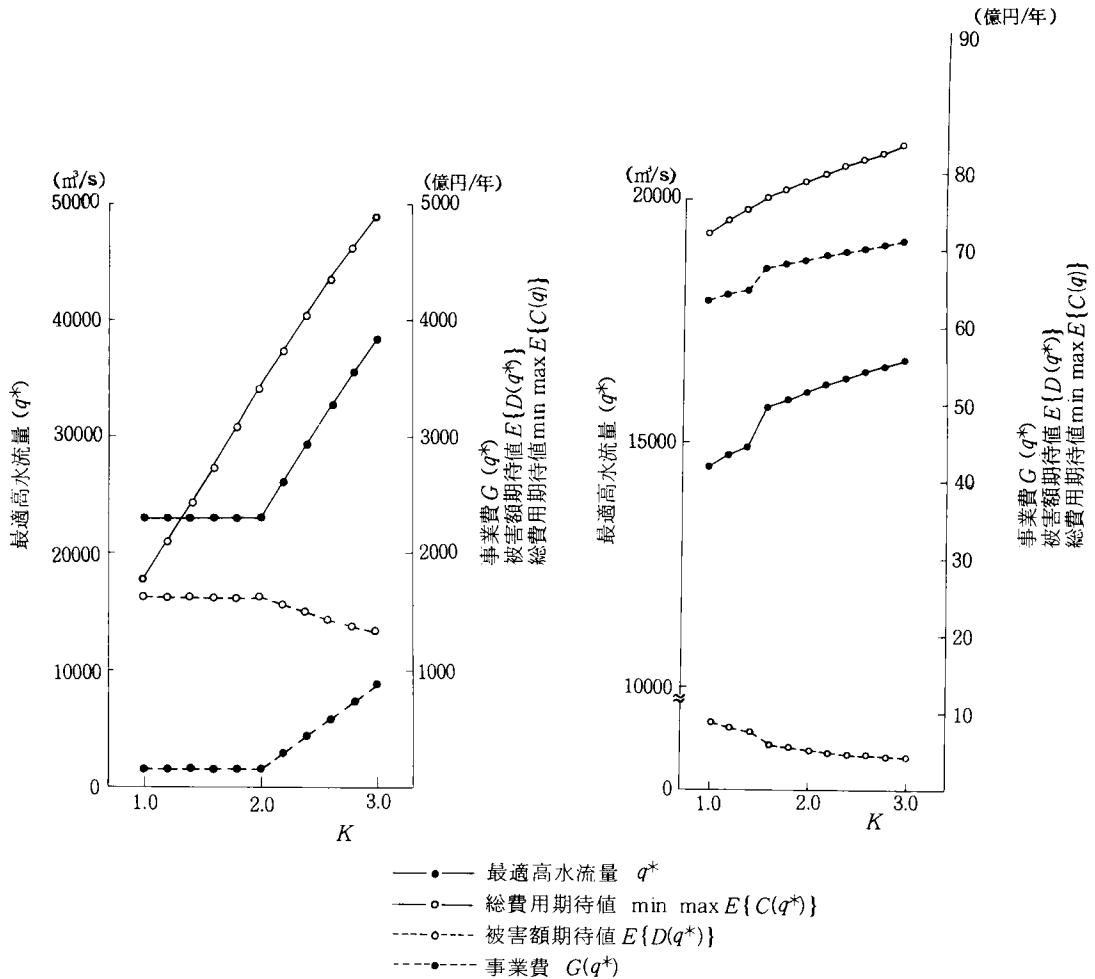


図 4-9  $K$  による最適高水流量  $q^*$  , 総費用期待値  $\min \max E\{C(q)\}$  , 事業費  $G(q^*)$  , 被害額期待値  $E\{D(q^*)\}$  の変化

これらの図より、岩津における最適高水流量  $q^*$  は  $K=1.0 \sim 2.0$  で約 23,000  $\text{m}^3/\text{s}$  と変化がなく、 $K=2.0$  以上ではほぼ線形的ないしそれより若干鈍い増加傾向を示すことがわかる。

また、池田における最適高水流量  $q^*$  は  $K=1.0$  で約 14,000  $\text{m}^3/\text{s}$  であり、 $K=1.4$  で約 15,000  $\text{m}^3/\text{s}$  と  $K=1.0 \sim 1.4$  間の増加は小さいが、 $K=1.6$  では約 16,000  $\text{m}^3/\text{s}$  と  $K=1.4 \sim 1.6$  間で急増し、その後は、ほぼ線形的ないしそれより若干鈍い増加傾向を示すことがわかる。

以上を総合すると、岩津においては、換算係数  $K$  を約 2.0 まで増大させても、すなわち、間接被害を直接被害と同程度まで勘案しても、最適高水流量  $q^*$  は変化しないこと、さらに、池田

においては換算係数が1.4を越すと、すなわち間接被害を直接被害の4割程度以上にみこむと、最適高水流量が急激に増加することがわかる。

## 2-2 換算係数の検討

以上の計算および考察の結果から、流量～事業費曲線および流量～被害額曲線の有する特徴に従って、換算係数 $K$ の値の変化による最適高水流量の動きが規制されることがわかる。とくに吉野川流域においては流量～事業費曲線の特性の影響の著しいことが理解されよう。したがって、間接被害額が具体的に算定されていないために、本モデルで導入したような換算係数を用いて、その影響を分析しようとする場合には、とくに流量～事業費曲線の推定には慎重であらねばならないと考えられる。本来、事業費を推定するにあたっては、将来の技術革新によって、現時点で考え得るよりもさらに有利な治水方式、工法等が出現するかもしれないという不確実性を考慮しておく必要があるものと思われる。しかしながら、実際には、そのような不確実性をなんらかの方法で定量的に予知し、流量～事業費曲線に組み入れることは現在のところなし難い。そこで、本章で用いている流量～事業費曲線は、あくまで現時点で一応合理的と考えられる治水対策を実施するために要する事業費をもとにして作成されたものであることをこたわっておかねばならない。

一方、想定被害額の推定についても、具体的に算定するに際して解決すべき諸問題が生じてこよう。

第1章に述べたように、洪水による被害は、人命損傷、人心不安、各種資産の損傷、各種生産活動の停止縮小、復旧関連費用等から成っている。これらは、人命損傷、人心不安等のように被害額として貨幣単位で計測できないものおよび、各種資産の損傷、各種生産活動の停止縮小等のように貨幣単位で計測可能なものと大きく分けられる。治水計画を検討するに際しては、人命損傷等を度外視することは許されないであろう。しかしながら、治水事業が公共事業の一貫として行われる以上その経済的評価を無視するわけにはいかず、また、人命等については避難、水防、土地利用等の別の対策を考慮しておくことも可能であることから、治水計画の基本的施設（河道、ダム等）の規模については、想定被害額との関連でその経済的妥当規模を論ずることは可能であると考えられるわけであって、第1章でも述べたように本論文ではその立場に立って考察を進めている。

そこで、次に各種資産の損傷、各種生産活動の停止縮小および復旧関連費用等を推定することが必要となるが、吉野川流域に限らずその他の河川流域でも、そのすべてを算定することは、

はなはだ困難であり、算定例もほとんどないようである。吉野川流域を含めて多くの河川流域では、一般資産、営業停止、農作物、公共土木施設および農地におけるそれぞれの被害額については算定されており、それらを総称して直接被害とよんだわけである。本章での検討においてもこの直接被害をもとに作成された流量～被害額曲線を用いており、この直接被害に算入できなかった間接被害を含めた場合については直接被害の何倍となるかを表わす換算係数 $K$ を導入し、 $K$ の値を種々動かして $K$ の変化による最適高水流量の変動を分析したわけである。

一方、間接被害についての算定例も皆無ではなく、2、3の河川流域でその算定が試みられている。それらの事例を吉野川流域にも援用して、換算係数のおおよその値を推測し、その値で最適高水流量を考察してもあながち不合理ではあるまい。そこで、以下では間接被害の算定例を概説する。

従来、間接被害については天塩川、鶴川、矢部川等で算定事例がある<sup>6,7,8)</sup>。

天塩川および鶴川においては間接被害として、交通、通信、電気の停止によるものおよび波及的被害について算定している。また

矢部川では、交通の停止によるもの、応急対策費および波及効果等について算定している。これらの結果を無堤の場合についてまとめると表4-2のようである。表4-2によれば、間接被害に対する割合は、流量規模によってあまり変化はなく、河川によってかなり異なっていることがわかる。これらの事例からただちに吉野川における換算係数を推定することはできないかもしれないが、大きめに見積ればおおよそ $K=1.4$ となろう。そこで以下では換算係数の値 $K=1.4$ の場合を例示的にとりあげることによって考察を進めることとする。

表4-2 間接被害算定例

単位：百万円

流量規模 m <sup>3</sup> /s	超過確率	直接被害 ①	間接被害 ②	② / ①
天塩川				
2,400	1/10	6,845	2,572	0.376
3,000	1/50	10,267	3,813	0.371
3,800	1/100	14,197	5,057	0.356
5,200	1/150	32,259	12,158	0.377
6,000	1/200	37,104	13,368	0.360
6,800	1/250	46,710	17,383	0.372
鶴川				
2,000	1/13	1,277	659	0.516
3,600	1/67	4,878	947	0.194
4,000	1/100	9,005	1,372	0.152
5,200	1/263	20,744	2,371	0.114
矢部川				
2,100	1/10	139,078	11,793	0.085
2,900	1/30	160,685	12,758	0.079
3,300	1/50	180,498	13,523	0.075
4,000	1/100	190,933	14,000	0.073
4,500	1/200	201,168	14,627	0.073

## 2-3 ダムによる洪水調節を含めた場合の算定結果と考察

### D) 計算ケースおよびダム事業費

ダムによる洪水調節を含めた場合の各基準地点での最適高水流量を計算するにあたって、

ダムによる洪水調節の組み合わせ案として表4-3に示す6ケースを考える。表4-3に示すダムのうち、早明浦ダム、池田ダム、及び銅山川3ダムは既設もしくは実施計画調査中である。そこで、ここではA、B、C3ダムの追加設置が本モデルによってどのように評価されるかの議論を中心に考察しよう。

なお、各ケースに含まれるダムの建設費（治水負担分）、事業費および治水容量を表4-4、表4-5に、ダム配置の模型図を図4-10に示す。

表4-3 ダムによる洪水調節の組み合わせ案

ケース名	ダム名
ケース1	早明浦ダム、池田ダム
ケース2	早明浦ダム、池田ダム、銅山川3ダム
ケース3	早明浦ダム、池田ダム、銅山川3ダム、Aダム
ケース4	早明浦ダム、池田ダム、銅山川3ダム、Bダム
ケース5	早明浦ダム、池田ダム、銅山川3ダム、Aダム、Bダム
ケース6	早明浦ダム、池田ダム、銅山川3ダム、Aダム、Bダム、Cダム

表4-4 各洪水調節ケースのダム建設費、ダム事業費

ケース名	ダム建設費 (治水負担分)	ダム事業費 (年平均)
ケース1	180 億円	9 億円/年
ケース2	430	22
ケース3	715	37
ケース4	865	44
ケース5	1,150	59
ケース6	1,490	76

表4-5 各ダムの治水容量

ダム名	治水容量 ( $\times 10^9 \text{ m}^3$ )	調節必要容量 ( $\times 10^9 \text{ m}^3$ )
早明浦ダム	90,000	75,000
池田ダム	4,400	3,600
富郷ダム	12,500	10,400
柳瀬ダム	7,600	6,300
新宮ダム	5,000	4,100
Aダム	32,000	26,700
Bダム	56,400	48,000
Cダム	34,800	29,000
合計	242,700	203,100

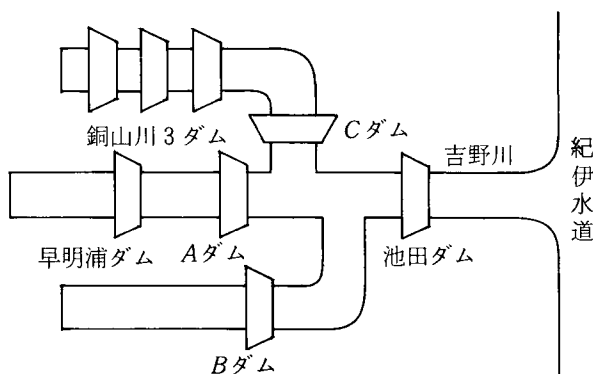


図4-10 ダム配置図

## II) 洪水調節効果の表わし方

さて、一般にダムによる洪水調節方式には、

- ① 自然調節方式
- ② 全量調節方式
- ③ 一定量放流方式
- ④ 一定率調節方式
- ⑤ 不定率調節方式

等が考えられている。これらは本来、種々の形態の洪水に対して、ピーク流量の低減もしくは被害の軽減という意味でのダム群の最適な洪水調節方式として採択されるべきものであり、最近ではダム群の最適洪水調節についてダイナミック・プログラミングの手法を適用した研究例もみられる<sup>9)</sup>。しかし、上述のように洪水のすべての形態に対して最適な洪水調節が行われた場

表 4-6 洪水調節効果 ( $q \sim \Delta q$ )

基準地点	ケース	洪水調節効果 ( $q \sim \Delta q$ )	$\Delta q$
岩津	1	原点および(23,000, 3,000)を通る一次式	$\frac{30}{230} q$
	2	原点および(23,000, 3,500)を通る一次式	$\frac{35}{230} q$
	3	原点および(23,000, 4,500)を通る一次式	$\frac{45}{230} q$
	4	原点および(23,000, 5,000)を通る一次式	$\frac{50}{230} q$
	5	原点および(23,000, 6,000)を通る一次式	$\frac{60}{230} q$
	6	原点および(23,000, 6,500)を通る一次式	$\frac{65}{230} q$
池田	1	原点および(17,700, 2,300)を通る一次式	$\frac{23}{177} q$
	2	原点および(17,700, 2,600)を通る一次式	$\frac{26}{177} q$
	3	原点および(17,700, 3,400)を通る一次式	$\frac{34}{177} q$
	4	原点および(17,700, 3,800)を通る一次式	$\frac{38}{177} q$
	5	原点および(17,700, 4,500)を通る一次式	$\frac{45}{177} q$
	6	原点および(17,700, 4,900)を通る一次式	$\frac{49}{177} q$

合の洪水調節効果を正確に算定することは非常に複雑かつ難解な問題であり、その解明自体は本研究の意図ではない。ここでは、ダム群による具体的な洪水調節方式には触れずもう少しマクロ的な立場から、基準地点における洪水調節効果をピーク流量の低減量 $\Delta q$ として、洪水調節を考えない場合の自然ピーク流量の関数と考え、表 4-6 に示すように、 $\Delta q$ を $q$ の一次式で近似して表わすことから考察を始めよう。

## III) 計算結果及び考察

表 4-3 に示した各ケースに対して、図 4-1 の流れ図に従い、最適高水流量計算を行った結果を表 4-7(1)~(12)に示す。表 4-7 には換算係数 $K$ を 1.0 から 2.0 まで変動させた場合の各 $K$ に対する総費用期待値 $E\{C(q)\}$ を最小とする $k$ の値 $k^*$ 、最適高水流量 $q^*$ 、そのとき

ケース	最適高水流量		総費用期待値	
	岩津 m <sup>3</sup> /s	池田 m <sup>3</sup> /s	岩津 億円/年	池田 億円/年
0	23,100	15,000	2,439	75
1	23,000	11,800	1,295	74
2	23,000	11,500	1,138	85
3	22,900	10,700	867	97
4	23,000	10,300	754	103
5	18,000	9,600	567	114
6	18,000	9,400	497	131

の事業費 $G$ （河道改修とダム事業費の和）、超過外力による被害額期待値 $E\{D\}$ 、総費用期待値 $\min_q \max_k E\{C(q)\}$ が示されている。また図4-11には、 $K=1.4$ の場合の各ケースにおける最適高水流量 $q^*$ 、総費用期待値 $\min_q \max_k E\{C(q)\}$ およびダム建設費（治水負担分）が示されている。なお、図中ケース0とあるのは、洪水調節を考えない場合である。

$K=1.4$ の場合の各ケースでの最適高水流量および総費用期待値を整理すると以下のようになる。

岩津においては、総費用期待値 $\min_q \max_k E\{C(q)\}$ はケース0、ケース1、ケース2、ケース3、ケース4、ケース5、ケース6の順に小さくなっており、総費用期待値が最小という評価のもとでは、洪水調節を考えた方が良く、その中でも、洪水調節効果の大きいケース6の組み合わせ案が、ここで考えた全組み合わせの中では最良といえる。そのときの総費用期待値は、ケース0の約1/4の値となる。また、最適高水流量 $q^*$ はケース0、ケース1、ケース2、ケース3、ケース4では約23,000m<sup>3</sup>/sとほとんど変化なく、ケース5で約18,000m<sup>3</sup>/sに減少し、ケース6でも18,000m<sup>3</sup>/sとケース5と同じとなっている。

このように、ケース0からケース4に進むに従ってダムによる洪水調節効果が大きくなるにもかかわらず河道における計画流量規模を表わす最適高水流量がほぼ23,000m<sup>3</sup>/sのままで減少しないことについてはつぎの理由によるものと考えられる。図4-12に各ケースごとの $k$ と総費用期待値、被害額期待値および事業費との関係を示す。この図から、事業費曲線は各ケースとも $k$ のある値でその勾配が急変している。これは図4-2で流量～事業費曲線が流量の23,000m<sup>3</sup>/s付近で勾配の急変していることに対応しているものであり、図4-12の勾配急変点はいずれも岩津流量23,000m<sup>3</sup>/sに対応している。また被害額期待値は $k$ の減少に従って増加しているが、ケース1～4については、その増加の程度は、事業費の減少の程度に



表 4-7 最適高水流量算定結果 (洪水調節を考えた場合)

(1) 基準地点; 岩津, ケース 1 (被害額の平均;  $m_D = 775$ , 被害額の偏差;  $\sigma_D = 1419$ )

$K$	$k^*$	$D = m_D + k^* \sigma_D$ (億円)	最適高水 流 量 $q^*(10^2 \text{ m}^3/\text{sec})$	事業費 $G$ (億円/年)	超過外力による 被害額期待値 $E\{D\}$ (億円/年)	総費用期待値 $E\{C(q)\}$ (億円/年)
1.0	3.95	6,380	230	151	817	968
1.2	3.95	6,380	230	151	817	1,132
1.4	3.95	6,380	230	151	817	1,295
1.6	3.95	6,380	230	151	817	1,456
1.8	3.95	6,380	230	151	817	1,622
2.0	3.95	6,380	230	151	817	1,786

(2) 基準地点; 岩津, ケース 2 (被害額の平均;  $m_D = 710$ , 被害額の偏差;  $\sigma_D = 1324$ )

$K$	$k^*$	$D = m_D + k^* \sigma_D$ (億円)	最適高水 流 量 $q^*(10^2 \text{ m}^3/\text{sec})$	事業費 $G$ (億円/年)	超過外力による 被害額期待値 $E\{D\}$ (億円/年)	総費用期待値 $E\{C(q)\}$ (億円/年)
1.0	4.28	6,378	230	163	697	860
1.2	4.28	6,378	230	163	697	999
1.4	4.28	6,378	230	163	697	1,138
1.6	4.28	6,378	230	163	697	1,278
1.8	4.28	6,378	230	163	697	1,417
2.0	4.28	6,378	230	163	697	1,556

(3) 基準地点; 岩津, ケース 3 (被害額の平均;  $m_D = 582$ , 被害額の偏差;  $\sigma_D = 1137$ )

$K$	$k^*$	$D = m_D + k^* \sigma_D$ (億円)	最適高水 流 量 $q^*(10^2 \text{ m}^3/\text{sec})$	事業費 $G$ (億円/年)	超過外力による 被害額期待値 $E\{D\}$ (億円/年)	総費用期待値 $E\{C(q)\}$ (億円/年)
1.0	5.09	6,371	229	177	493	670
1.2	5.09	6,371	229	177	493	769
1.4	5.09	6,371	229	177	493	867
1.6	5.09	6,371	229	177	493	966
1.8	5.09	6,371	229	177	493	1,064
2.0	5.09	6,371	229	177	493	1,163

(4) 基準地点; 岩津, ケース 4 (被害額の平均;  $m_D = 523$ , 被害額の偏差;  $\sigma_D = 1043$ )

$K$	$k^*$	$D = m_D + k^* \sigma_D$ (億円)	最適高水 流 量 $q^*(10^2 \text{ m}^3/\text{sec})$	事業費 $G$ (億円/年)	超過外力による 被害額期待値 $E\{D\}$ (億円/年)	総費用期待値 $E\{C(q)\}$ (億円/年)
1.0	5.61	6,374	230	185	406	591
1.2	5.61	6,374	230	185	406	673
1.4	5.61	6,374	230	185	406	754
1.6	5.61	6,374	230	185	406	835
1.8	5.61	6,374	230	185	406	916
2.0	5.61	6,374	230	185	406	997

(5) 基準地点；岩津，ケース5（被害額の平均； $m_D = 407$ ，被害額の偏差； $\sigma_D = 858$ ）

K	$k^*$	$D = m_D + k^* \sigma_D$ (億円)	最適高水 流 量 $q^*(10^2 \text{ m}^3/\text{sec})$	事業費 G (億円/年)	超過外力による 被害額期待値 $E\{D\}$ (億円/年)	総費用期待値 $E\{C(q)\}$ (億円/年)
1.0	6.27	5,789	180	153	296	449
1.2	6.28	5,789	180	154	295	508
1.4	6.28	5,798	180	154	295	567
1.6	6.95	6,373	230	200	265	624
1.8	6.95	6,373	230	200	265	677
2.0	6.95	6,373	230	200	265	729

(6) 基準地点；岩津，ケース6（被害額の平均； $m_D = 349$ ，被害額の偏差； $\sigma_D = 770$ ）

K	$k^*$	$D = m_D + k^* \sigma_D$ (億円)	最適高水 流 量 $q^*(10^2 \text{ m}^3/\text{sec})$	事業費 G (億円/年)	超過外力による 被害額期待値 $E\{D\}$ (億円/年)	総費用期待値 $E\{C(q)\}$ (億円/年)
1.0	7.07	5,790	180	171	233	404
1.2	7.07	5,790	180	171	233	450
1.4	7.08	5,797	180	171	232	497
1.6	7.08	5,797	180	171	232	543
1.8	7.08	5,797	180	171	232	590
2.0	7.83	6,375	230	218	209	635

(7) 基準地点；池田，ケース1（被害額の平均； $m_D = 4.47$ ，被害額の偏差； $\sigma_D = 7.40$ ）

K	$k^*$	$D = m_D + k^* \sigma_D$ (億円)	最適高水 流 量 $q^*(10^2 \text{ m}^3/\text{sec})$	事業費 G (億円/年)	超過外力による 被害額期待値 $E\{D\}$ (億円/年)	総費用期待値 $E\{C(q)\}$ (億円/年)
1.0	3.19	28	114	67	5	72
1.2	3.47	30	116	67	5	73
1.4	3.70	32	118	68	5	74
1.6	3.93	34	120	68	4	75
1.8	4.15	35	122	69	4	76
2.0	4.34	37	123	69	4	77

(8) 基準地点；池田，ケース2（被害額の平均； $m_D = 4.01$ ，被害額の偏差； $\sigma_D = 6.70$ ）

K	$k^*$	$D = m_D + k^* \sigma_D$ (億円)	最適高水 流 量 $q^*(10^2 \text{ m}^3/\text{sec})$	事業費 G (億円/年)	超過外力による 被害額期待値 $E\{D\}$ (億円/年)	総費用期待値 $E\{C(q)\}$ (億円/年)
1.0	3.19	25	111	79	5	84
1.2	3.46	27	113	79	5	85
1.4	3.71	29	115	80	4	85
1.6	3.93	30	117	80	4	86
1.8	4.15	32	118	80	4	87
2.0	4.35	33	120	81	3	88

(9) 基準地点；池田，ケース3（被害額の平均； $m_D = 2.97$ ，被害額の偏差； $\sigma_D = 4.97$ ）

K	$k^*$	$D = m_D + k^* \sigma_D$ (億円)	最適高水 流 量 $q^*(10^2 \text{ m}^3/\text{sec})$	事業費 G (億円/年)	超過外力による 被害額期待値 $E\{D\}$ (億円/年)	総費用期待値 $E\{C(q)\}$ (億円/年)
1.0	3.19	19	104	92	4	95
1.2	3.46	20	105	92	3	96
1.4	3.70	21	107	92	3	97
1.6	3.93	23	108	93	3	97
1.8	4.15	24	109	93	3	98
2.0	4.35	25	110	93	3	98

(10) 基準地点；池田，ケース4（被害額の平均； $m_D = 2.50$ ，被害額の偏差； $\sigma_D = 4.15$ ）

K	$k^*$	$D = m_D + k^* \sigma_D$ (億円)	最適高水 流 量 $q^*(10^2 \text{ m}^3/\text{sec})$	事業費 G (億円/年)	超過外力による 被害額期待値 $E\{D\}$ (億円/年)	総費用期待値 $E\{C(q)\}$ (億円/年)
1.0	3.20	16	101	98	3	101
1.2	3.46	17	102	99	3	102
1.4	3.70	18	103	99	3	103
1.6	3.93	19	104	99	2	103
1.8	4.14	20	105	99	2	104
2.0	4.34	21	106	100	2	104

(11) 基準地点；池田，ケース5（被害額の平均； $m_D = 1.70$ ，被害額の偏差； $\sigma_D = 2.76$ ）

K	$k^*$	$D = m_D + k^* \sigma_D$ (億円)	最適高水 流 量 $q^*(10^2 \text{ m}^3/\text{sec})$	事業費 G (億円/年)	超過外力による 被害額期待値 $E\{D\}$ (億円/年)	総費用期待値 $E\{C(q)\}$ (億円/年)
1.0	3.20	11	95	112	2	114
1.2	3.47	11	96	112	2	115
1.4	3.71	12	96	112	2	114
1.6	3.94	13	97	112	2	115
1.8	4.14	13	98	112	2	115
2.0	4.35	14	98	113	1	115

(12) 基準地点；池田，ケース6（被害額の平均； $m_D = 1.37$ ，被害額の偏差； $\sigma_D = 2.23$ ）

K	$k^*$	$D = m_D + k^* \sigma_D$ (億円)	最適高水 流 量 $q^*(10^2 \text{ m}^3/\text{sec})$	事業費 G (億円/年)	超過外力による 被害額期待値 $E\{D\}$ (億円/年)	総費用期待値 $E\{C(q)\}$ (億円/年)
1.0	3.20	9	93	129	2	130
1.2	3.47	9	93	129	2	131
1.4	3.71	10	94	129	1	131
1.6	3.94	10	95	129	1	131
1.8	4.15	11	95	129	1	131
2.0	4.36	11	96	129	1	132

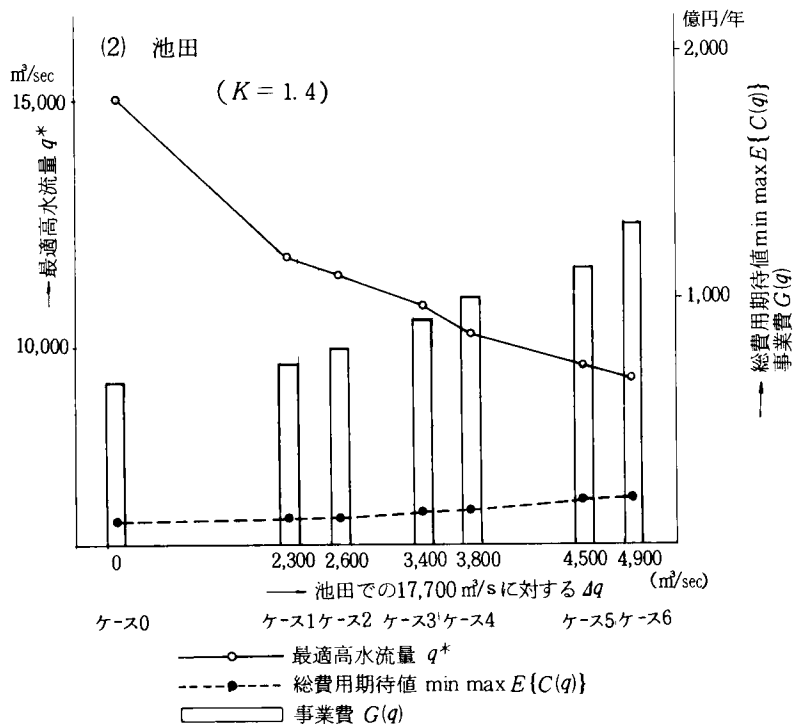
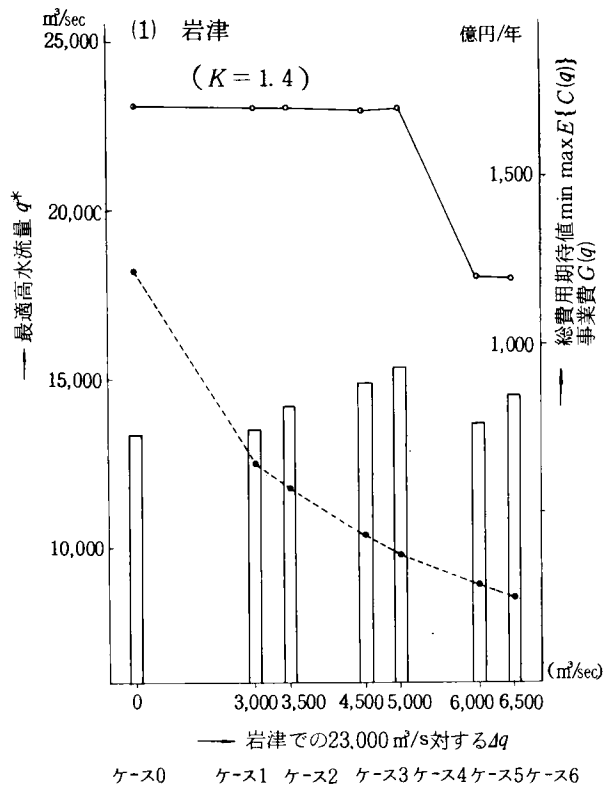


図4-11 各洪水調節ケースでの最適高水流量 $q^*$ 、総費用期待値 $\min \max E\{C(q)\}$ および事業費 $G(q)$

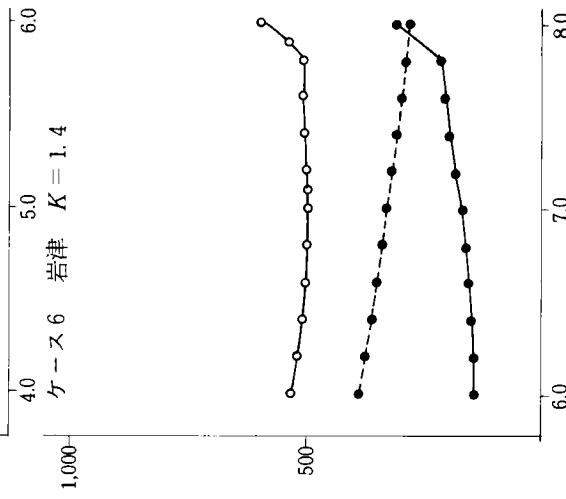
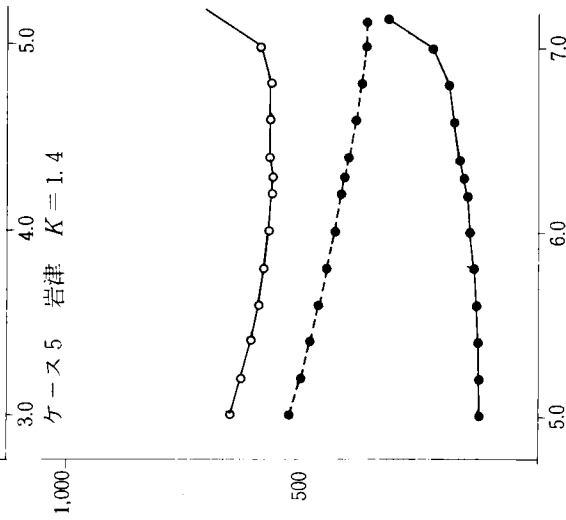
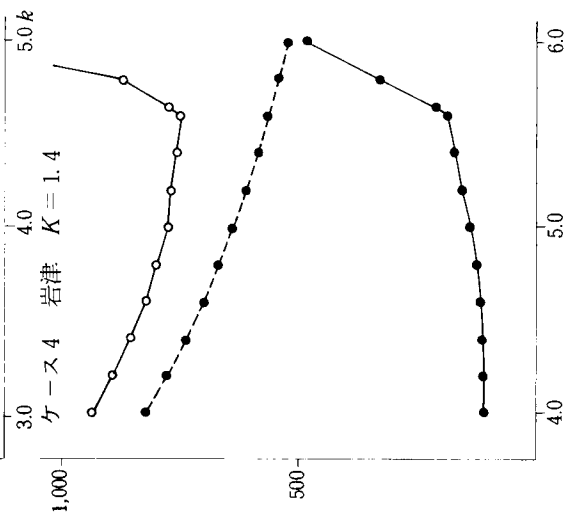
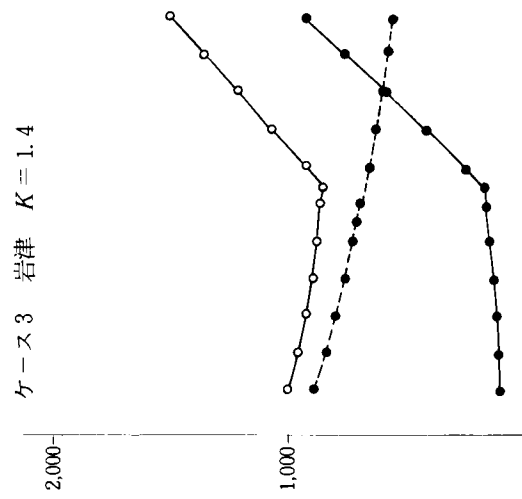
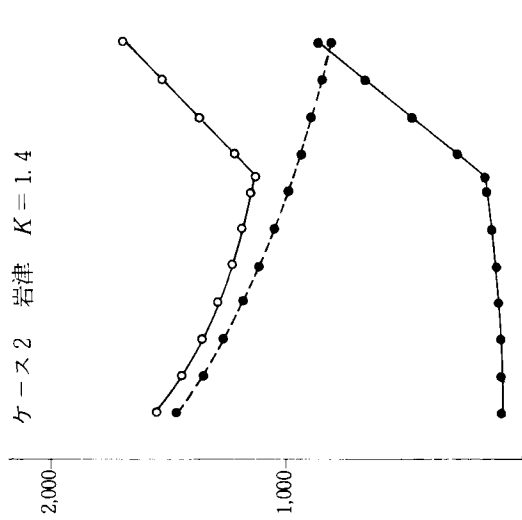
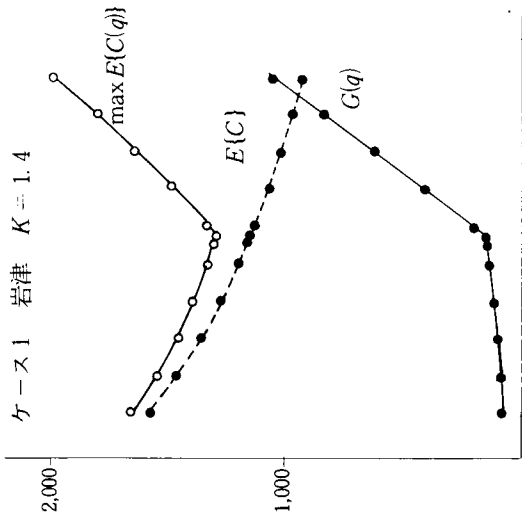


図4-12  $k$ による総費用期待値  $\max E\{C(q)\}$ , 被害額期待値  $E\{D\}$ , 事業費  $G(q)$  の変化 (岩津: 洪水調節後)

比べてかなり大きい。したがって2-1で検討したのと同様の理由で最適高水流量が流量～事業費曲線の勾配の変化点すなわち23,000 m<sup>3</sup>/sより差がないものと考えられる。ケース5による洪水調節によってはじめて $k$ の減少に伴う被害額期待値の増加の割合と、事業費の減少の割合とが同程度となるため、最適高水流量が18,000 m<sup>3</sup>/sにさがり得たと解釈できる。

以上のように、各基準地点を対象に第3章第3節のモデルを適用した場合、岩津では、ケース6すなわち、既設および実施計画調査中の5ダムの他にA、B、C3ダムを追加設置して洪水調節を行えば、総費用期待値が他のケースのどれよりも小さくなることがわかる。しかし、ケース5と比較すると、事業費が増加しているにもかかわらず最適高水流量すなわち河道の整備規模は下げ得ないことがわかる。つぎに、池田においては、総費用期待値  $\min \max E\{C(q)\}$  は、ケース0、ケース1、ケース2、ケース3、ケース4、ケース5、ケース6の順に大きくなっており、総費用期待値が最小という評価のもとでは、ここで考えたダム設置の組み合わせ案ならむしろ実施しない方が良いといえる。なお、最適高水流量 $q^*$ は、ケース0、ケース1、ケース2、ケース3、ケース4、ケース5、ケース6の順に順次小さくなっている。

このように、岩津においては洪水調節を考えた方が総費用期待値が小さくなり、池田においては逆に洪水調節を考えない方が総費用期待値が小さくなるという結果がえられたのは、以下の理由によるものと考えられる。

表4-7より、たとえば早明浦ダム及び池田ダムによる洪水調節を考えるケース1と早明浦ダム、池田ダムに加えて銅山川3ダムによる洪水調節を考えるケース2とを比較すると、岩津においては年事業費は12億円しか増加しないのに対して、超過外力による被害期待額が120億円も減少していることがわかる。これと同様のことがダムを順次増加させていくとなりあった各ケースの間で見い出される。このことは岩津においては、投下するダム事業費に比べて超過外力による被害額の期待値の減少量のはるかに大きいことを示していると考えられる。一方、それに対して、池田においてはケース1とケース2とを比較すると、年事業費は岩津におけると同様12億円増加するのに対して超過外力による被害期待額は変化していないことがわかる。同様にダムを順次増加させていくとなりあった各ケースの間でも年事業費の増加に比べて被害期待額の減少がわずかしきみられない。このことは、池田においては投下するダム事業費に比べて超過外力による被害額の期待値の減少の方がはるかに小さいことを示している。

以上から、本節で検討した範囲内では、岩津においてはダムによる洪水調節によって被害

額期待値  $E\{D\}$  を減少させる方が有利であるのに対して、池田においては費用のかかるダムによる洪水調節を考えない方が有利であるという結果が導かれることとなる。

ところで、以上の検討では、上流ダム群による洪水調節効果を池田もしくは岩津のいずれかの基準点のみを対象に論じてきた。しかし、上流ダム群の効果は両方の基準点に共通してあらわれるはずであるから、事業費を含めた経済効果を論ずる際は、水系全体を総合して考察せねばならない。

そこで、次節以下で、水系全体の規模の整合性をも考慮した最適高水流量の算定を試みることにする。

### 第3節 水系全体の規模の整合性を考慮した最適高水流量の算定

ここでは、第3章第4節で提示した複数個の基準地点を対象としたときの計画規模決定モデル、すなわち、各基準地点での最適高水流量を、基準地点間の流量規模の整合性を考慮して同時に決定するモデルを適用して、岩津と池田両地点での最適高水流量の算定を行う。

さて、吉野川流域の全体では、池田付近で氾濫した洪水は狭く部という地形から岩津地点で河道に戻るものと考えてさしつかえない。したがって、岩津、池田の両基準点ごとに想定氾濫区域が存在し、この2つの氾濫区域は重複しないので、第3章第4節で述べた計画超過洪水による年平均被害額が基準地点ごとに独立に計量されるという仮定は許容されたのである。また、水系全体での年事業費  $G(q^1, q^2)$  が、各基準地点の年事業費の総和で表わされ、基準地点  $i \sim (i-1)$  区間、すなわち、岩津～河口および池田～岩津間の河道改修事業費  $G^1, G^2$  がそれぞれ基準地点岩津および池田の計画流量規模  $q^1$  (岩津)、 $q^2$  (池田) のみの関数で表示されるという仮定も満足されたのである。

そこで、本節では (3-28) 式、すなわち、水系全体での総費用期待値 (年平均)  $E\{C(q^1, q^2)\}$  を

$$E\{C(q^1, q^2)\} = G^1(q^1) + G^2(q^2) + r \left\{ K^1 \cdot \int_{q^1}^{\infty} D^1(y) f^1(y) dy + K^2 \int_{q^2}^{\infty} D^2(y) f^2(y) dy \right\} \quad (4-16)$$

$G^1(q^1), G^2(q^2)$ :	それぞれ岩津、池田での年事業費 (河道改修)
$D^1(y^1), D^2(y^2)$ :	” 想定被害額
$f^1(y^1), f^2(y^2)$ :	” 流量 $y^1, y^2$ の生起確率密度関数
$K^1, K^2$ :	” 換算係数

と表わし、これを評価式として第3章第4節で述べたゲーム論的アプローチとそのアルゴリズムにより、基準地点岩津、池田での最適高水流量の組み合わせを求める。なお、最適高水流量の計算は単一基準地点での場合と同様、ダムによる洪水調節を考えない場合（ケース0）と洪水調節を考えた場合（ケース1～6）について行う。

一方、基準地点間の流量規模の整合性に関しては（3-25）式で  $i = 2$  とした制約条件を考える。すなわち、

$$\alpha^1 \cdot q^1 + \beta^1 \leq q^2 \leq \alpha^2 \cdot q^1 + \beta^2 \quad (4-17)$$

とし、係数  $\alpha^1$ 、 $\alpha^2$ 、 $\beta^1$ 、 $\beta^2$  については以下のように定める。

まず、岩津と池田の流量相関より  $q^1$ 、 $q^2$  間の関係式として次式が得られる。

$$q^2 = 0.757q^1 + 311.88 \quad (4-18)$$

これより、図4-13のように、上式で表わされる直線に平行で、実績洪水 ( $q^1$ 、 $q^2$ ) の95%を含む両直線の内部領域をもって  $q^1$ 、 $q^2$  間の制約条件（変動領域）を定めた。その結果  $q^1$ 、 $q^2$  間の制約は、

$$0.757 \cdot q^1 - 2630.0 \leq q^2 \leq 0.757 \cdot q^1 + 2757.0 \quad (4-19)$$

と表わされる。なお、各洪水調節とも、洪水調節後の岩津、池田のピーク流量  $q^1$ 、 $q^2$  の計算結果はすべて（4-19）式で表わされる変動領域に含まれている。

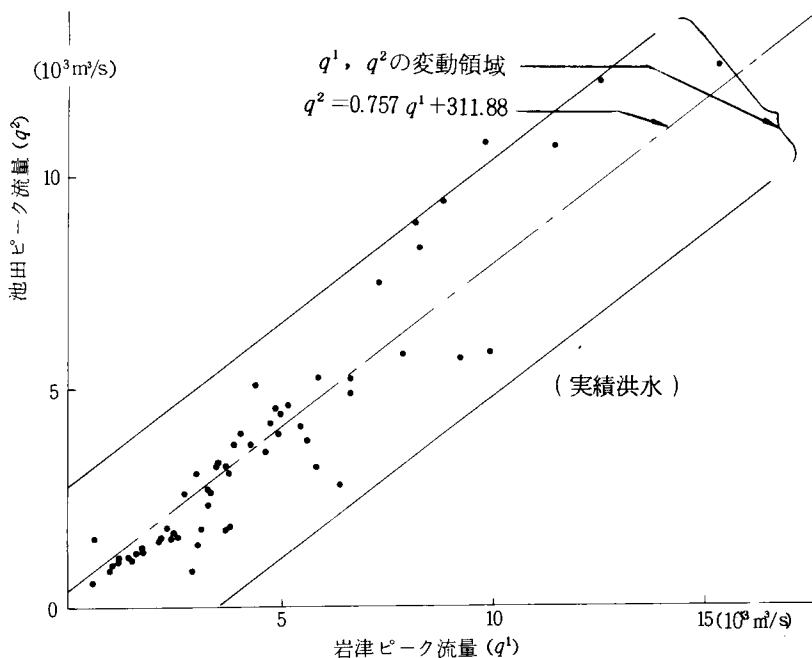


図4-13 岩津ピーク流量  $q^1$ 、池田ピーク流量  $q^2$  の変動領域



以下に、ダムによる洪水調節を含めない場合および含めた場合の水系全体での最適高水流量計算結果ならびにその考察を述べるが、用いた流量～被害額曲線や流量～事業費曲線等のデータ、さらに洪水調節ケース等の計算ケースについては、基準地点ごとの場合とまったく同様である。なお、換算係数については、前節の結果より主に $K^1 = K^2 = 1.4$ の場合について考察をする。

### 3-1 洪水調節を考えない場合の算定結果

まず、表4-8(1)に、換算係数 $K^1, K^2$ を1.0, 1.2, 1.4, 1.6, 1.8, 2.0とした最適高水流量の計算結果について、総費用期待値 $E\{C(q^1, q^2)\}$ を最小とする $k^1, k^2$ の値 $k^{1*}, k^{2*}$ 、最適高水流量 $q^{1*}, q^{2*}$ およびそのときの事業費 $G$ 、超過洪水による被害額期待値 $E\{D\}$ 、総費用期待値 $\min_{q^1, q^2} \max_{k^1, k^2} E\{C(q^1, q^2)\}$ を示す。表より、換算係数 $K^1 = K^2 = 1.4$ の場合、岩津、池田の最適高水流量は、それぞれ23,100 $\text{m}^3/\text{s}$ 、15,000 $\text{m}^3/\text{s}$ であり、そのときの水系全体での事業費は213億円/年、超過洪水による被害額期待値は2,301億円/年、総費用期待値は2,514億円/年となることからわかる。また、岩津、池田での事業費および超過洪水による被害額期待値を比較すると、事業費はそれぞれ147億円/年、66億円/年、被害額期待値は1,638億円/年、6億円/年である。このように、岩津、池田の事業費は約2対1の比率であるのに対して、被害額期待値の比率は約300対1と、岩津での被害額期待値が池田のそれに比べてはるかに大きな値となり、水系全体での被害額期待値の大部分を占めている。これは、図4-2に示した流量～被害額曲線、流量～事業費曲線において、同一流量に対する事業費は岩津がやや大きいあまり大差がないのに対して、被害額は岩津が池田に比べてはるかに大きな値となっているためである。

一方、池田及び岩津地点での洪水のピーク流量相互の関連について水理水文的な立場から吟味してみるとつぎのようである。すなわち、両地点間の自然の流量相関からみれば(4-18)式より池田流量15,000 $\text{m}^3/\text{s}$ のとき岩津流量は19,400 $\text{m}^3/\text{s}$ となり、逆に岩津流量23,000 $\text{m}^3/\text{s}$ のとき池田流量は17,800 $\text{m}^3/\text{s}$ となる。このように、総費用期待値最小という条件での池田流量と岩津流量との差は自然状態でのそれよりも大きくなっている。つまり、総費用期待値といった経済的な観点を取り入れた結果、池田の計画流量は岩津に比べて相対的に低く設定されてしまうわけである。これは、池田での被害額が岩津でのそれよりはるかに小さい故、結果的には計画を上回って氾濫する確率が岩津より池田の方に高く設定されるようになるとも解釈できよう。

表4-9に総費用期待値を最大にする分布形を想定したときの総費用期待値 $\max E\{C(q^1, q^2)\}$ の $k^1, k^2$ (または $q^1, q^2$ )の種々の組み合わせについて示す。表から、岩津の高水流量 $q^1$

が総費用期待値  $\max E\{C(q^1, q^2)\}$  に与える影響は、池田の高水流量  $q^2$  の影響に比べてかなり大きいことがわかる。このことから、上述したように同一流量に対して岩津の被害額が池田のそれよりもはるかに大きく、その結果、超過洪水による被害額期待値  $E\{D\}$  が岩津において、池田の約 500 倍と極端に大きな値となって表われている。

このように  $q^1$  の総費用期待値  $\max E\{C(q^1, q^2)\}$  に与える影響が  $q^2$  のそれに比べてかなり大きいことにより、 $q^{1*}$  は (4-19) 式で表わされる変動領域の上限値、逆に  $q^{2*}$  は下限値となっている。なお、 $q^1, q^2$  間になんらの制約も設けない場合を想定すると表 4-9(2) からわかるように、 $q^{1*}$  の値には変化がないが、 $q^{2*}$  の値は  $14,600 \text{ m}^3/\text{s}$  と制約をいれた場合の値  $14,900 \text{ m}^3/\text{s}$  よりも若干小さな値になる。

また、表 4-8(1) のケース 0 より、換算係数  $(K^1, K^2)$  を  $(1.0, 1.0)$  から  $(2.0, 2.0)$  まで動かした場合の最適高水流量の計算結果をみると、いずれの場合も  $(K^1, K^2) = (1.4, 1.4)$  の場合の結果とほぼ同じである。このことより、間接被害を直接被害と同等とみなしても最適高水流量  $q^1, q^2$  はほとんど変化しないといえる。とくに  $q^{2*}$  はまったく影響を受けないで、一定である。

表 4-8 最適高水流量計算結果 (水系全体)

(1) ケース 0 ; (被害額の平均 ;  $m_D^1 = 1169$  被害額の偏差 ;  $\sigma_D^1 = 1877$ )  
 $m_D^2 = 9$   $\sigma_D^2 = 13$ )

$K^1$	$K^2$	$k^{1*}$	$k^{2*}$	最適高水流量		事業費			被害額期待値		総費用期待値 min max $E\{C(q^1, q^2)\}$ (億円/年)
				$q^{1*}$ ( $10^2 \text{ m}^3/\text{sec}$ )	$q^{2*}$ ( $10^2 \text{ m}^3/\text{sec}$ )	TG (億円/年)	$G^i(q^{i*})$ (億円/年)	$TE\{D\}$ (億円/年)	$E\{D^i(q^*)\}$ (億円/年)		
1.0	1.0	2.78	4.67	231	149	213	$i=1$ 147 $i=2$ 66	1644	$i=1$ 1638 $i=2$ 6	1856	
1.2	1.2	2.78	4.68	231	149	213	$i=1$ 147 $i=2$ 66	1973	$i=1$ 1638 $i=2$ 6	2185	
1.4	1.4	2.78	4.85	231	150	213	$i=1$ 147 $i=2$ 66	2301	$i=1$ 1638 $i=2$ 6	2514	
1.6	1.6	2.78	6.42	231	159	215	$i=1$ 147 $i=2$ 69	2627	$i=1$ 1638 $i=2$ 4	2843	
1.8	1.8	2.78	6.77	231	160	216	$i=1$ 147 $i=2$ 69	2955	$i=1$ 1638 $i=2$ 4	3171	
2.0	2.0	2.78	7.12	231	162	216	$i=1$ 147 $i=2$ 69	3283	$i=1$ 1638 $i=2$ 4	3499	

(2) ケース1 ; (被害額の平均 ;  $m_b^1=775$  被害額の偏差 ;  $\sigma_b^1=1419$ )  
 $m_b^2=4$   $\sigma_b^2=7$ )

$K^1$	$K^2$	$k^{1*}$	$k^{2*}$	最適高水流量		事業費			被害額期待値		総費用期待値 min max $E\{C(q^1, q^2)\}$ (億円/年)
				$q^{1*}$ ( $10^2 \text{ m}^3/\text{sec}$ )	$q^{2*}$ ( $10^2 \text{ m}^3/\text{sec}$ )	TG (億円/年)	$G^i(q^{1*})$ (億円/年)	$TE\{D\}$ (億円/年)	$E\{D^i(q^*)\}$ (億円/年)		
1.0	1.0	3.95	8.60	230	148	216	$i=1$ 141 $i=2$ 66	819	$i=1$ 817 $i=2$ 2	1036	
1.2	1.2	3.95	8.60	230	148	216	$i=1$ 141 $i=2$ 66	983	$i=1$ 817 $i=2$ 2	1200	
1.4	1.4	3.95	8.60	230	148	216	$i=1$ 141 $i=2$ 66	1147	$i=1$ 817 $i=2$ 2	1363	
1.6	1.6	3.95	8.60	230	148	216	$i=1$ 141 $i=2$ 66	1311	$i=1$ 817 $i=2$ 2	1527	
1.8	1.8	3.95	8.60	230	148	216	$i=1$ 141 $i=2$ 66	1475	$i=1$ 817 $i=2$ 2	1691	
2.0	2.0	3.95	8.60	230	148	216	$i=1$ 141 $i=2$ 66	1639	$i=1$ 817 $i=2$ 2	1855	

(3) ケース2 ; (被害額の平均 ;  $m_b^1=710$  被害額の偏差 ;  $\sigma_b^1=1324$ )  
 $m_b^2=4$   $\sigma_b^2=7$ )

$K^1$	$K^2$	$k^{1*}$	$k^{2*}$	最適高水流量		事業費			被害額期待値		総費用期待値 min max $E\{C(q^1, q^2)\}$ (億円/年)
				$q^{1*}$ ( $10^2 \text{ m}^3/\text{sec}$ )	$q^{2*}$ ( $10^2 \text{ m}^3/\text{sec}$ )	TG (億円/年)	$G^i(q^{1*})$ (億円/年)	$TE\{D\}$ (億円/年)	$E\{D^i(q^*)\}$ (億円/年)		
1.0	1.0	4.28	9.52	230	148	229	$i=1$ 141 $i=2$ 66	698	$i=1$ 696 $i=2$ 1	927	
1.2	1.2	4.28	9.52	230	148	229	$i=1$ 141 $i=2$ 66	837	$i=1$ 696 $i=2$ 1	1066	
1.4	1.4	4.28	9.52	230	148	229	$i=1$ 141 $i=2$ 66	977	$i=1$ 696 $i=2$ 1	1206	
1.6	1.6	4.28	9.52	230	148	229	$i=1$ 141 $i=2$ 66	1117	$i=1$ 696 $i=2$ 1	1345	
1.8	1.8	4.28	9.52	230	148	229	$i=1$ 141 $i=2$ 66	1256	$i=1$ 696 $i=2$ 1	1485	
2.0	2.0	4.28	9.52	230	148	229	$i=1$ 141 $i=2$ 66	1396	$i=1$ 696 $i=2$ 1	1625	

(4) ケース3 ; (被害額の平均 ;  $m_b^1=582$  被害額の偏差 ;  $\sigma_b^1=1137$ )  
 $m_b^2=3$   $\sigma_b^2=5$ )

$K^1$	$K^2$	$k^{1*}$	$k^{2*}$	最適高水流量		事業費			被害額期待値		総費用期待値 min max $E\{C(q^1, q^2)\}$ (億円/年)
				$q^{1*}$ ( $10^2 \text{ m}^3/\text{sec}$ )	$q^{2*}$ ( $10^2 \text{ m}^3/\text{sec}$ )	TG (億円/年)	$G^i(q^{1*})$ (億円/年)	$TE\{D\}$ (億円/年)	$E\{D^i(q^*)\}$ (億円/年)		
1.0	1.0	5.09	12.92	229	147	243	$i=1$ 141 $i=2$ 65	498	$i=1$ 493 $i=2$ 1	736	
1.2	1.2	5.09	12.92	229	147	243	$i=1$ 141 $i=2$ 65	592	$i=1$ 493 $i=2$ 1	835	
1.4	1.4	5.09	12.92	229	147	243	$i=1$ 141 $i=2$ 65	691	$i=1$ 493 $i=2$ 1	934	
1.6	1.6	5.10	13.14	230	148	244	$i=1$ 142 $i=2$ 66	788	$i=1$ 492 $i=2$ 1	1032	
1.8	1.8	5.10	13.14	230	148	244	$i=1$ 142 $i=2$ 66	886	$i=1$ 492 $i=2$ 1	1131	
2.0	2.0	5.10	13.14	230	148	244	$i=1$ 142 $i=2$ 66	985	$i=1$ 492 $i=2$ 1	1229	

(5) ケース 4 ; ( 被害額の平均 ;  $m_o^1 = 523$  被害額の偏差 ;  $\sigma_o^1 = 1043$  )  
 $m_o^2 = 3$   $\sigma_o^2 = 4$

K <sup>1</sup>	K <sup>2</sup>	k <sup>1*</sup>	k <sup>2*</sup>	最適高水流量		事業費		被害額期待値		総費用期待値 min max E{C(q <sup>1</sup> , q <sup>2</sup> )} (億円/年)
				q <sup>1*</sup> (10 <sup>2</sup> m <sup>3</sup> /sec)	q <sup>2*</sup> (10 <sup>2</sup> m <sup>3</sup> /sec)	TG (億円/年)	G <sup>i</sup> (q <sup>i*</sup> ) (億円/年)	TE{D} (億円/年)	E{D <sup>i</sup> (q <sup>i*</sup> )} (億円/年)	
1.0	1.0	5.05	5.21	180	110	195	i=1 94 i=2 56	457	i=1 455 i=2 2	652
1.2	1.2	5.61	15.69	230	148	251	i=1 141 i=2 66	488	i=1 406 i=2 1	739
1.4	1.4	5.61	15.69	230	148	251	i=1 141 i=2 66	569	i=1 406 i=2 1	820
1.6	1.6	5.61	15.69	230	148	251	i=1 141 i=2 66	650	i=1 406 i=2 1	901
1.8	1.8	5.61	15.69	230	148	251	i=1 141 i=2 66	732	i=1 406 i=2 1	983
2.0	2.0	5.61	15.69	230	148	251	i=1 141 i=2 66	813	i=1 406 i=2 1	1064

(6) ケース 5 ; ( 被害額の平均 ;  $m_o^1 = 407$  被害額の偏差 ;  $\sigma_o^1 = 858$  )  
 $m_o^2 = 2$   $\sigma_o^2 = 3$

K <sup>1</sup>	K <sup>2</sup>	k <sup>1*</sup>	k <sup>2*</sup>	最適高水流量		事業費		被害額期待値		総費用期待値 min max E{C(q <sup>1</sup> , q <sup>2</sup> )} (億円/年)
				q <sup>1*</sup> (10 <sup>2</sup> m <sup>3</sup> /sec)	q <sup>2*</sup> (10 <sup>2</sup> m <sup>3</sup> /sec)	TG (億円/年)	G <sup>i</sup> (q <sup>i*</sup> ) (億円/年)	TE{D} (億円/年)	E{D <sup>i</sup> (q <sup>i*</sup> )} (億円/年)	
1.0	1.0	6.28	8.19	180	110	210	i=1 94 i=2 56	296	i=1 295 i=2 1	505
1.2	1.2	6.28	8.19	180	110	210	i=1 94 i=2 56	355	i=1 295 i=2 1	565
1.4	1.4	6.28	8.19	180	110	210	i=1 94 i=2 56	414	i=1 295 i=2 1	624
1.6	1.6	6.28	8.19	180	110	210	i=1 94 i=2 56	473	i=1 295 i=2 1	683
1.8	1.8	6.96	24.01	230	148	266	i=1 141 i=2 66	476	i=1 264 i=2 0.2	742
2.0	2.0	6.96	24.01	230	148	266	i=1 141 i=2 66	529	i=1 264 i=2 0.2	795

(7) ケース 6 ; ( 被害額の平均 ;  $m_o^1 = 349$  被害額の偏差 ;  $\sigma_o^1 = 770$  )  
 $m_o^2 = 1$   $\sigma_o^2 = 2$

K <sup>1</sup>	K <sup>2</sup>	k <sup>1*</sup>	k <sup>2*</sup>	最適高水流量		事業費		被害額期待値		総費用期待値 min max E{C(q <sup>1</sup> , q <sup>2</sup> )} (億円/年)
				q <sup>1*</sup> (10 <sup>2</sup> m <sup>3</sup> /sec)	q <sup>2*</sup> (10 <sup>2</sup> m <sup>3</sup> /sec)	TG (億円/年)	G <sup>i</sup> (q <sup>i*</sup> ) (億円/年)	TE{D} (億円/年)	E{D <sup>i</sup> (q <sup>i*</sup> )} (億円/年)	
1.0	1.0	6.64	4.52	162	96	210	i=1 81 i=2 53	250	i=1 249 i=2 1	460
1.2	1.2	7.07	10.24	180	110	227	i=1 94 i=2 56	280	i=1 233 i=2 0.5	507
1.4	1.4	7.07	10.24	180	110	227	i=1 94 i=2 56	327	i=1 233 i=2 0.5	554
1.6	1.6	7.07	10.24	180	110	227	i=1 94 i=2 56	373	i=1 233 i=2 0.5	600
1.8	1.8	7.07	10.24	180	110	227	i=1 94 i=2 56	420	i=1 233 i=2 0.5	647
2.0	2.0	7.07	10.24	180	110	227	i=1 94 i=2 56	467	i=1 233 i=2 0.5	694

注 TG = G<sup>1</sup>(q<sup>1\*</sup>) + G<sup>2</sup>(q<sup>2\*</sup>) + G<sub>DAM</sub>

TE{D} = K<sup>1</sup> · E{D<sup>2i</sup>(q<sup>1\*</sup>)} + K<sup>2</sup> · E{D<sup>2i</sup>(q<sup>2\*</sup>)}

表 4-9 (1) 総費用期待値  $\max E[C(q^1, q^2)]$  の  $(k^1, k^2)$  の変動による変化(1) (ケース 0,  $K^1 = K^2 = 1.0$ )

$q^2$ ( $10^2$ m <sup>3</sup> /s)	$q^1$ ( $10^6$ m <sup>3</sup> /s)	120	125	130	135	140	145	151	174	209	237	295	353	411	459	528
	$k^1$	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0	2.2	2.4	2.6	2.8	3.0	3.2	3.4	3.6	3.8
107	1.0	6324	4926	4027	3406	2954	2611	2343	2141	1992	1897	2051	2222	2408	2605	2813
121	2.0	6301	4903	4004	3383	2931	2588	2321	2119	1969	1875	2028	2199	2385	2583	2790
135	3.0	6297	4900	4001	3380	2928	2585	2317	2115	1966	1871	2025	2196	2382	2579	2787
144	4.0	6297	4899	4000	3379	2927	2584	2317	2115	1965	1871	2024	2195	2381	2579	2786
151	5.0	6297	4899	4001	3379	2927	2584	2317	2115	1965	1871	2024	2195	2381	2579	2786
157	6.0	6297	4900	4001	3380	2928	2585	2317	2115	1965	1871	2025	2196	2382	2579	2787
161	7.0	6298	4900	4002	3381	2928	2585	2318	2116	1966	1872	2025	2196	2382	2580	2787
165	8.0	6299	4901	4002	3381	2929	2586	2318	2116	1967	1872	2026	2197	2383	2581	2788
170	9.0	6299	4902	4003	3382	2929	2586	2319	2117	1967	1873	2027	2198	2384	2581	2789
174	10.0	6300	4903	4004	3383	2930	2587	2320	2118	1968	1874	2027	2199	2385	2582	2790
179	11.0	6301	4904	4005	3384	2931	2588	2321	2119	1969	1875	2028	2200	2386	2583	2791
185	12.0	6303	4905	4007	3385	2933	2590	2323	2121	1971	1877	2030	2201	2387	2585	2792
191	13.0	6304	4907	4008	3387	2935	2592	2324	2122	1973	1878	2032	2203	2389	2586	2794
198	14.0	6306	4909	4010	3389	2936	2593	2326	2124	1974	1880	2033	2205	2391	2588	2796
206	15.0	6308	4911	4012	3391	2938	2595	2328	2126	1976	1882	2035	2207	2393	2590	2798
213	16.0	6310	4913	4014	3393	2940	2597	2330	2128	1978	1884	2037	2209	2395	2592	2800
221	17.0	6312	4915	4016	3395	2942	2599	2332	2130	1980	1886	2040	2211	2397	2594	2802
228	18.0	6314	4917	4018	3397	2945	2602	2334	2132	1983	1888	2042	2213	2399	2596	2804
236	19.0	6316	4919	4020	3399	2947	2604	2336	2134	1985	1890	2044	2215	2401	2598	2806
243	20.0	6319	4921	4022	3401	2949	2606	2338	2136	1987	1892	2046	2217	2403	2600	2808

□ は  $k^1, k^2$  (または  $q^1, q^2$ ) の変動領域

表 4-9 (2) 総費用期待値  $\max E[C(q^1, q^2)]$  の  $(k^1, k^2)$  の変動による変化(2) (ケース 0,  $K^1 = K^2 = 1.0$ )

$q^2$ ( $10^2 m^3/s$ )	$q^1$ ( $10^2 m^3/s$ )		222	223	225	226	227	228	229	231	234	237	240
	$k^2$	$k^1$											
145	4.18	2.71	1892.99	1886.87	1880.81	1874.81	1868.88	1863.00	1857.19	1856.38	1863.43	1870.53	1877.70
145	4.20	2.71	1892.99	1886.87	1880.81	1874.81	1868.88	1863.00	1857.19	1856.38	1863.43	1870.53	1877.70
145	4.22	2.71	1892.99	1886.86	1880.81	1874.81	1868.87	1863.00	1857.19	1856.38	1863.42	1870.53	1877.69
146	4.24	2.71	1892.98	1886.86	1880.80	1874.81	1868.87	1863.00	1857.18	1856.37	1863.42	1870.53	1877.69
146	4.26	2.71	1892.98	1886.86	1880.80	1874.81	1868.87	1863.00	1857.18	1856.37	1863.42	1870.53	1877.69
146	4.28	2.71	1892.98	1886.86	1880.80	1874.81	1868.87	1863.00	1857.18	1856.37	1863.42	1870.53	1877.69
146	4.30	2.71	1892.98	1886.86	1880.80	1874.81	1868.87	1863.00	1857.18	1856.37	1863.42	1870.53	1877.69
146	4.32	2.71	1892.98	1886.86	1880.80	1874.81	1868.87	1863.00	1857.18	1856.37	1863.42	1870.53	1877.69
146	4.34	2.71	1892.98	1886.86	1880.80	1874.81	1868.87	1863.00	1857.18	1856.37	1863.42	1870.53	1877.69
146	4.36	2.71	1892.98	1886.86	1880.80	1874.81	1868.87	1863.00	1857.19	1856.37	1863.42	1870.53	1877.69
147	4.38	2.71	1892.99	1886.86	1880.81	1874.81	1868.87	1863.00	1857.19	1856.38	1863.43	1870.53	1877.69
147	4.40	2.71	1892.99	1886.87	1880.81	1874.81	1868.88	1863.00	1857.19	1856.38	1863.43	1870.53	1877.70
147	4.42	2.71	1892.99	1886.87	1880.81	1874.81	1868.88	1863.00	1857.19	1856.38	1863.43	1870.53	1877.70
147	4.44	2.71	1892.99	1886.87	1880.81	1874.82	1868.88	1863.01	1857.20	1856.38	1863.43	1870.54	1877.70
147	4.46	2.71	1892.99	1886.87	1880.81	1874.82	1868.88	1863.01	1857.20	1856.38	1863.43	1870.54	1877.70
147	4.48	2.71	1893.00	1886.87	1880.82	1874.82	1868.89	1863.01	1857.20	1856.39	1863.44	1870.54	1877.71
147	4.50	2.71	1893.00	1886.88	1880.82	1874.82	1868.89	1863.01	1857.20	1856.39	1863.44	1870.54	1877.71
148	4.52	2.71	1893.00	1886.88	1880.82	1874.83	1868.89	1863.02	1857.20	1856.39	1863.44	1870.55	1877.72
148	4.54	2.71	1893.01	1886.89	1880.83	1874.83	1868.90	1863.02	1857.21	1856.40	1863.45	1870.55	1877.72
148	4.56	2.71	1893.01	1886.89	1880.83	1874.84	1868.90	1863.03	1857.21	1856.40	1863.45	1870.56	1877.72
148	4.58	2.71	1893.02	1886.89	1880.84	1874.84	1868.91	1863.03	1857.21	1856.40	1863.45	1870.56	1877.72
148	4.60	2.71	1893.02	1886.90	1880.84	1874.85	1868.91	1863.04	1857.22	1856.41	1863.46	1870.57	1877.73
148	4.62	2.71	1893.03	1886.91	1880.85	1874.85	1868.92	1863.04	1857.22	1856.41	1863.46	1870.57	1877.73
148	4.64	2.71	1893.03	1886.91	1880.85	1874.86	1868.92	1863.05	1857.23	1856.42	1863.47	1870.58	1877.74
148	4.66	2.71	1893.04	1886.92	1880.86	1874.86	1868.93	1863.05	1857.23	1856.42	1863.47	1870.58	1877.74
149	4.68	2.71	1893.04	1886.92	1880.86	1874.87	1868.93	1863.06	1857.24	1856.43	1863.48	1870.59	1877.75
149	4.70	2.71	1893.05	1886.93	1880.87	1874.87	1868.94	1863.06	1857.25	1856.43	1863.48	1870.59	1877.75
149	4.72	2.71	1893.05	1886.93	1880.87	1874.87	1868.94	1863.06	1857.25	1856.44	1863.49	1870.60	1877.76
149	4.74	2.71	1893.06	1886.94	1880.88	1874.88	1868.95	1863.07	1857.26	1856.45	1863.50	1870.60	1877.77
149	4.76	2.71	1893.06	1886.94	1880.88	1874.89	1868.95	1863.08	1857.26	1856.45	1863.50	1870.61	1877.77
149	4.78	2.71	1893.07	1886.95	1880.89	1874.90	1868.96	1863.09	1857.27	1856.46	1863.51	1870.62	1877.78
149	4.80	2.71	1893.08	1886.96	1880.89	1874.90	1868.96	1863.09	1857.28	1856.47	1863.52	1870.62	1877.79
150	4.82	2.71	1893.09	1886.96	1880.91	1874.91	1868.98	1863.10	1857.29	1856.48	1863.52	1870.63	1877.79
150	4.84	2.71	1893.09	1886.97	1880.91	1874.92	1868.98	1863.11	1857.30	1856.48	1863.53	1870.64	1877.80
150	4.86	2.71	1893.10	1886.98	1880.92	1874.93	1868.99	1863.12	1857.30	1856.49	1863.54	1870.65	1877.81
150	4.88	2.71	1893.11	1886.99	1880.94	1874.94	1869.00	1863.13	1857.32	1856.51	1863.55	1870.66	1877.82
150	4.90	2.71	1893.13	1887.01	1880.95	1874.95	1869.02	1863.14	1857.33	1856.52	1863.57	1870.67	1877.84
150	4.92	2.71	1893.14	1887.02	1880.96	1874.97	1869.03	1863.16	1857.35	1856.53	1863.58	1870.69	1877.85
151	4.94	2.71	1893.16	1887.04	1880.98	1874.98	1869.04	1863.17	1857.36	1856.55	1863.60	1870.70	1877.87
151	4.96	2.71	1893.17	1887.05	1880.99	1875.01	1869.06	1863.19	1857.37	1856.56	1863.61	1870.72	1877.88
151	4.98	2.71	1893.19	1887.07	1881.01	1875.01	1869.08	1863.20	1857.39	1856.58	1863.63	1870.73	1877.90
151	4.98	2.71	1893.20	1887.08	1881.02	1875.03	1869.09	1863.22	1857.41	1856.59	1863.64	1870.75	1877.91

表 4-9(3) 総費用期待値  $\max E[C(q^1, q^2)]$  の  $(k^1, k^2)$  の変動による変化(3) (ケース0,  $K^1 = K^2 = 1.4$ )

$q^2$ ( $10^2$ m <sup>2</sup> /s)	$q^1$ ( $10^2$ m <sup>2</sup> /s)		120	125	130	135	140	145	151	174	209	237	295	353	411	469	528
	$k^2$	$k^1$															
107	1.0	1.0	8811	6852	5593	4722	4087	3605	3229	2940	2718	2564	2667	2795	2943	3108	3286
121	2.0	1.0	8777	6819	5560	4689	4054	3572	3196	2907	2685	2531	2634	2761	2910	3074	3253
135	3.0	1.0	8771	6813	5554	4683	4048	3566	3190	2901	2679	2525	2628	2755	2904	3068	3247
144	4.0	1.0	8769	6811	5552	4681	4046	3564	3188	2899	2677	2523	2626	2754	2902	3066	3245
151	5.0	1.0	8769	6811	5551	4680	4045	3564	3188	2898	2677	2523	2625	2753	2901	3066	3244
157	6.0	1.0	8769	6811	5551	4680	4045	3564	3188	2898	2677	2523	2625	2753	2901	3066	3244
161	7.0	1.0	8769	6811	5552	4680	4045	3564	3188	2898	2677	2523	2625	2753	2902	3066	3245
165	8.0	1.0	8770	6811	5552	4681	4046	3564	3188	2899	2677	2523	2626	2754	2902	3067	3245
170	9.0	1.0	8770	6812	5553	4682	4047	3565	3189	2900	2678	2524	2627	2754	2903	3067	3246
174	10.0	1.0	8771	6813	5553	4682	4047	3566	3190	2900	2679	2525	2627	2755	2903	3068	3247
179	11.0	1.0	8772	6814	5554	4683	4048	3567	3191	2901	2680	2526	2628	2756	2904	3069	3247
185	12.0	1.0	8774	6815	5556	4685	4050	3568	3192	2903	2681	2527	2630	2758	2906	3071	3249
191	13.0	1.0	8775	6817	5557	4686	4051	3570	3194	2904	2683	2529	2631	2759	2907	3072	3250
198	14.0	1.0	8777	6819	5559	4688	4053	3571	3195	2906	2685	2531	2633	2761	2909	3074	3252
206	15.0	1.0	8779	6820	5561	4690	4055	3573	3197	2908	2687	2532	2635	2763	2911	3076	3254
213	16.0	1.0	8781	6822	5563	4692	4057	3575	3199	2910	2688	2534	2637	2765	2913	3078	3256
221	17.0	1.0	8783	6824	5565	4694	4059	3577	3201	2912	2690	2536	2639	2767	2915	3080	3258
228	18.0	1.0	8785	6826	5567	4696	4061	3579	3203	2914	2692	2538	2641	2769	2917	3082	3260
236	19.0	1.0	8787	6828	5569	4698	4063	3581	3205	2916	2694	2540	2643	2771	2919	3084	3262
243	20.0	1.0	8789	6830	5571	4700	4065	3583	3207	2918	2697	2542	2645	2773	2921	3086	3264

□ は  $k^1, k^2$  (または  $q^1, q^2$ ) の変動領域

表 4 - 9(4) 総費用期待値  $\max E[C(q^1, q^2)]$  の ( $k^1, k^2$ ) の変動による変化(4) (ケース0,  $K^1 = K^2 = 1.4$ )

$q^2$ ( $10^2 \text{ m}^3/\text{s}$ )	$q^1$ ( $10^2 \text{ m}^3/\text{s}$ )		222	223	225	226	227	228	229	231	234	237	240
	$k^2$	$k^1$	2.71	2.72	2.73	2.74	2.75	2.76	2.77	2.78	2.79	2.80	2.81
147	4.46		2570.82	2561.75	2552.77	2543.87	2535.07	2526.34	2517.70	2514.09	2518.36	2522.71	2527.14
147	4.48		2570.81	2561.74	2552.76	2543.86	2535.06	2526.33	2517.69	2514.08	2518.35	2522.70	2527.13
147	4.50		2570.80	2561.73	2552.75	2543.85	2535.05	2526.32	2517.68	2514.07	2518.34	2522.69	2527.12
148	4.52		2570.79	2561.72	2552.74	2543.85	2535.04	2526.31	2517.67	2514.06	2518.33	2522.68	2527.11
148	4.54		2570.78	2561.71	2552.73	2543.84	2535.03	2526.30	2517.66	2514.05	2518.32	2522.67	2527.10
148	4.56		2570.77	2561.70	2552.72	2543.83	2535.02	2526.30	2517.66	2514.04	2518.31	2522.66	2527.09
148	4.58		2570.77	2561.70	2552.71	2543.82	2535.01	2526.29	2517.65	2514.03	2518.30	2522.65	2527.08
148	4.60		2570.76	2561.69	2552.71	2543.81	2535.00	2526.28	2517.64	2514.03	2518.30	2522.65	2527.08
148	4.62		2570.75	2561.68	2552.70	2543.81	2535.00	2526.27	2517.63	2514.02	2518.29	2522.64	2527.07
148	4.64		2570.74	2561.67	2552.69	2543.80	2534.99	2526.27	2517.63	2514.01	2518.28	2522.63	2527.06
149	4.66		2570.74	2561.67	2552.69	2543.79	2534.98	2526.26	2517.62	2514.01	2518.27	2522.63	2527.06
149	4.68		2570.73	2561.66	2552.68	2543.79	2534.98	2526.25	2517.61	2514.00	2518.27	2522.62	2527.05
149	4.70		2570.73	2561.66	2552.68	2543.78	2534.97	2526.25	2517.61	2513.99	2518.26	2522.61	2527.04
149	4.72		2570.72	2561.65	2552.67	2543.77	2534.97	2526.24	2517.60	2513.99	2518.26	2522.61	2527.04
149	4.74		2570.72	2561.65	2552.66	2543.77	2534.96	2526.24	2517.60	2513.98	2518.25	2522.60	2527.03
149	4.76		2570.71	2561.64	2552.66	2543.77	2534.96	2526.23	2517.59	2513.98	2518.25	2522.60	2527.03
150	4.78		2570.71	2561.64	2552.66	2543.76	2534.95	2526.23	2517.59	2513.98	2518.24	2522.60	2527.03
150	4.80		2570.70	2561.63	2552.65	2543.76	2534.95	2526.22	2517.59	2513.97	2518.24	2522.59	2527.02
150	4.82		2570.70	2561.63	2552.65	2543.75	2534.95	2526.22	2517.58	2513.97	2518.24	2522.59	2527.02
150	4.84		2570.70	2561.63	2552.65	2543.75	2534.94	2526.22	2517.58	2513.97	2518.23	2522.59	2527.02
150	4.86		2570.70	2561.63	2552.65	2543.75	2534.94	2526.22	2517.58	2513.97	2518.24	2522.59	2527.02
150	4.88		2570.70	2561.63	2552.65	2543.76	2534.95	2526.22	2517.58	2513.97	2518.24	2522.59	2527.02
150	4.90		2570.71	2561.64	2552.66	2543.76	2534.95	2526.23	2517.59	2513.97	2518.24	2522.59	2527.02
151	4.92		2570.71	2561.64	2552.66	2543.76	2534.96	2526.23	2517.59	2513.98	2518.25	2522.60	2527.03
151	4.94		2570.72	2561.65	2552.66	2543.77	2534.96	2526.24	2517.60	2513.98	2518.25	2522.60	2527.03
151	4.96		2570.72	2561.65	2552.67	2543.77	2534.96	2526.24	2517.60	2513.99	2518.26	2522.61	2527.04
151	4.98		2570.72	2561.65	2552.67	2543.78	2534.97	2526.25	2517.61	2513.99	2518.26	2522.61	2527.04



### 3-2 ダムによる洪水調節を含めた場合の算定結果と考察

表4-8(2)~(6)に、換算係数 $K^1, K^2$ を1.0, 1.2, 1.4, 1.6, 1.8, 2.0とした場合の水系全体での総費用期待値 $E\{C(q^1, q^2)\}$ を最小とする $k^1, k^2$ の値 $k^{1*}, k^{2*}$ 、岩津および池田での最適高水流量 $q^{1*}, q^{2*}$ さらにそのときの事業費（河道改修事業費とダム事業費の和）、超過洪水による被害額期待値 $E\{D\}$ 、総費用期待値 $\min_{(q^1, q^2)} \max_{(k^1, k^2)} E\{C(q^1, q^2)\}$ を示す。また、図4-14に、 $K^1=K^2=1.4$ の場合の各組み合わせ案における最適高水流量 $q^{1*}, q^{2*}$ および総費用期待値 $\min \max E\{C(q^1, q^2)\}$ を示す。

各組み合わせ案での $K^1=K^2=1.4$ の場合の最適高水流量と水系全体での総費用期待値を整理すると以下のようなものである。

ケース	最適高水流量		ケース	総費用期待値 ( $\min \max E\{C(q^1, q^2)\}$ )
	岩津( $q^{1*}$ )	池田( $q^{2*}$ )		
	m <sup>3</sup> /s	m <sup>3</sup> /s		
0 (ダムなし)	23,100	15,000	0	2,514
1 (2ダム)	23,000	14,800	1	1,363
2 (5ダム)	23,000	14,800	2	1,206
3 (6ダム)	22,900	14,700	3	934
4 (6ダム)	23,000	14,800	4	820
5 (7ダム)	18,000	11,000	5	624
6 (8ダム)	18,000	11,000	6	554

この結果、総費用期待値は、ダムを考えないケース0からダム調節効果の増大するケース1、ケース2、ケース3、ケース4、ケース5、ケース6の順に小さくなっており、総費用期待値最小という評価のもとではダムによる洪水調節を考えた方が良く、その中でも調節効果が最大であるケース6が、ここで考えた組み合わせ案の中では最良で、そのときの総費用期待値はケース0の約1/4~1/5の値となっている。また、最適高水流量については、ケース5およびケース6は、ケース0に比べて、岩津では約5,000m<sup>3</sup>/s、池田では4,000m<sup>3</sup>/s小さくなっている。

このように、洪水調節を考えた方が総費用期待値が小さくなる理由は、ケース0では超過洪水による被害額期待値 $TE\{D\}$ が約2,300億円/年と、ダム事業費約10~80億円/年に比べてはるかに大きいため、ダムによる洪水調節を採用し超過洪水による被害額期待値を減少させる方が有利であるためである。なお、被害額期待値についてみれば、ケース1はケース0の約1/2、ケース5はケース0の約1/7となっており、事業費（河道改修事業費とダム事業費の和） $TG$ については、全ケースとも約250~210億円/年となっていて、あまり大差がないがケース5

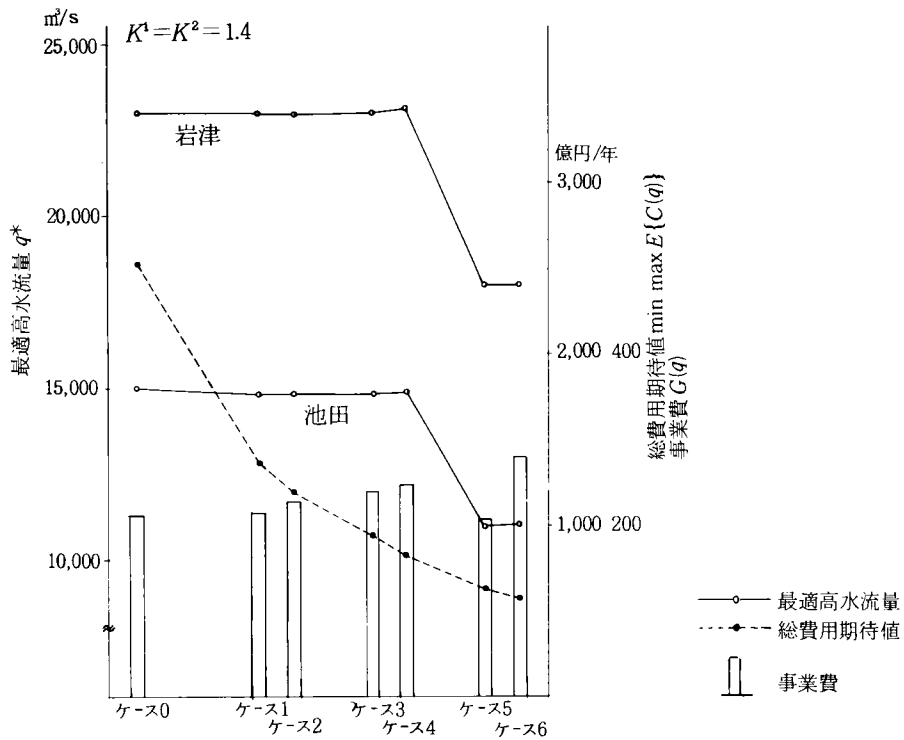


図 4-14 各組合せ案での最適高水流量，  
総費用期待値および事業費

が最も小さくなっている。

以上の結果から、岩津および池田両基準地点間の流量規模の整合性をはかった場合に各ダムケースの優劣を比較すれば、総費用期待値を最小にするのが望ましいという観点からはケース6、すなわち既設および実施計画調査中の5ダムに加えてさらにAダム、BダムおよびCダムを追加設置するのがより望ましいと評価できよう。ただし、ケース5とケース6では総費用期待値の差は顕著ではなく、河道改修規模は両ケースで全く同じとなっている。

以上の結果は、 $K^1=K^2=1.4$  すなわち、間接被害が直接被害のほぼ40%であるときの結論であるが、 $(K^1, K^2)$  のそのほかの組み合わせのときにも表4-8に示されているように同様の結果が導かれる。なお、ケース5について、 $K$ による最適高水流量、総費用期待値、事業費、被害額期待値の変化を図示すれば図4-15のとおりである。図より、岩津においては、総費用期待値はほぼ線型的に増加しており、最適高水流量は $K$ の値によって18,000m³/sないし23,000m³/s位の間で変化していることがわかる。一方、池田においては、最適高水流量は、11,000m³/sないし15,000m³/s位の間で変化していることがわかる。

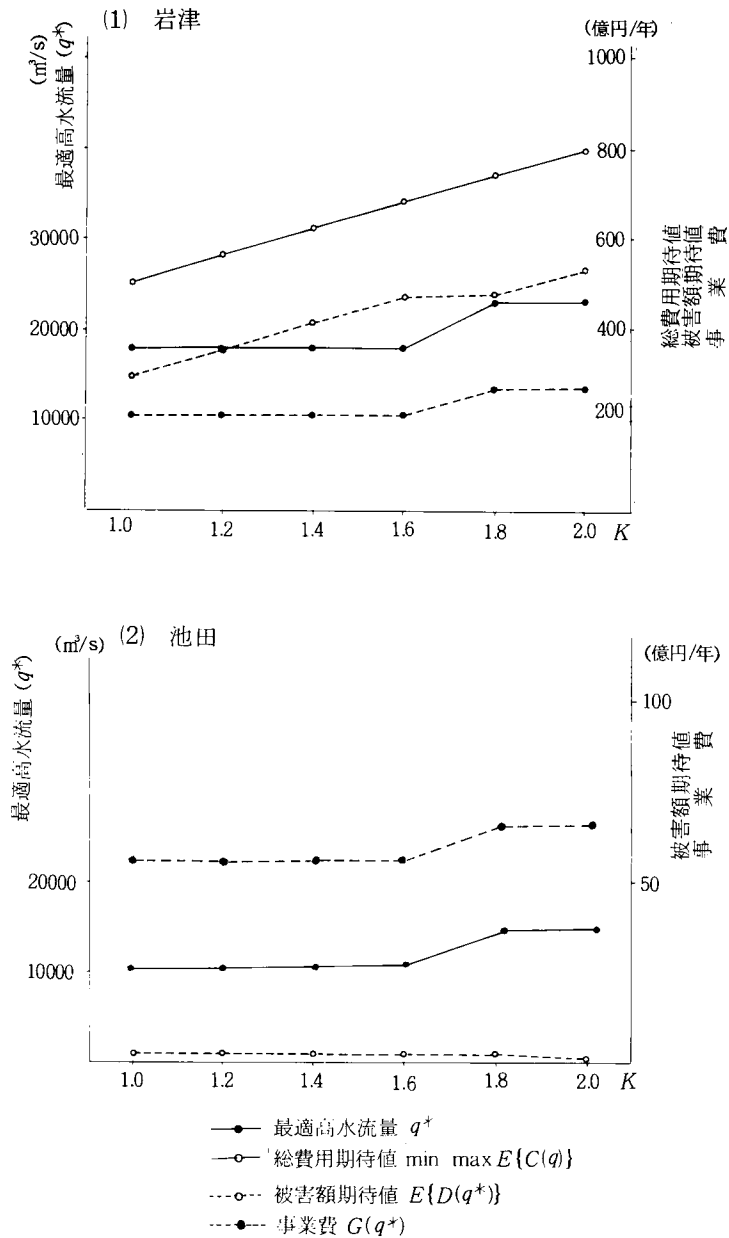


図 4-15 Kによる最適高水流量 $q^*$ , 総費用期待値 $\min \max E\{C(q)\}$ , 事業費 $G(q^*)$ , 被害額期待値 $E\{D(q^*)\}$ の変化(ケース5の場合)

以上の検討結果より,  $K$ の値の選択が行えれば, 洪水規模の生起確率密度関数に関する情報が不十分の場合にも, ゲームの理論を適用することにより, 治水計画規模の決定問題を統計確率的に論じることがわかる。

## 第4節 最適高水流量算定結果の被害額期待値の変動による変化

前節までで行った最適高水流量の具体的算定では、想定被害額の平均値および偏差を既往の実績洪水資料から算定した。ところで、このように実績洪水をもとに算定する場合、資料の存在年数あるいは新しい資料の追加等によって平均値および偏差が、とくに平均値の変動することが考えられる。したがって、このような平均値の変動に伴って最適高水流量の値がどのくらい変化するかをあらかじめ知っておくことが実際上必要であろう。

このため、以下では被害の平均値の変動による最適高水流量の変化について検討する。

### 4-1 基準地点ごとの場合

まず、基準地点ごとの最適高水流量算定結果についての検討を次のようにして行った。すなわち、被害額の平均値 $m_0$ を $\alpha$ 倍して最適高水流量を算定した。 $\alpha$ は0.9から1.2まで0.1きざみとした。(一部のケースでは0.9から2.0までとした)さらに、換算係数 $K$ については $K=1.0$ から2.0まで0.2きざみに変

化させ、洪水調節についてはそれを含めない場合について計算を実施した。以上の結果は表4-10および図4-16に示すとおりである。

表4-10および図4-16によると、岩津では $K=1.0$ の場合、 $\alpha=0.9\sim 1.9$ の範囲で $q^*$ の値が $\alpha=1.0$ のときとほぼ同じとなっているのに対し、 $K=1.2$ から $K=2.0$ へ増加するに従って $q^*$ の値の変化しない $\alpha$ の領域が狭まっております。また、 $K=2.0$ のとき、 $\alpha$ の1.0以上の領域では $q^*$ は $\alpha$ の増加に従って線型に増加していることがわかる。

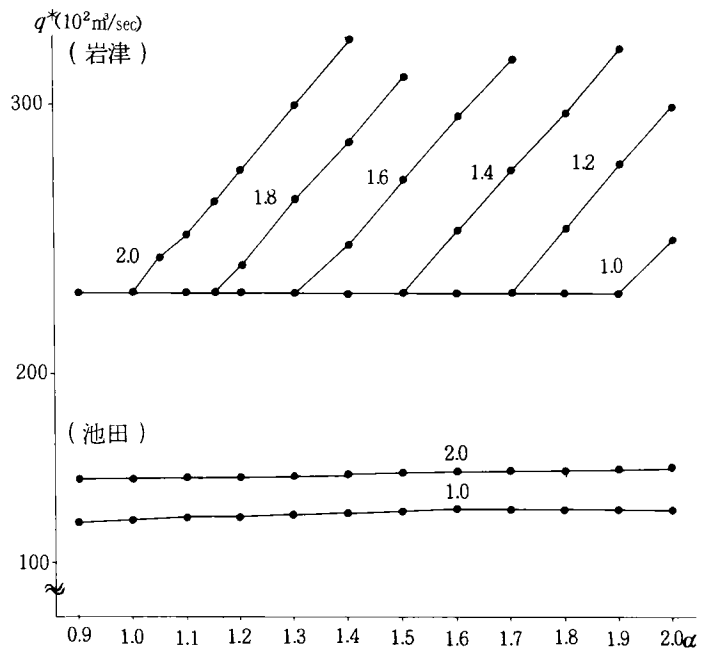


図4-16  $\alpha$ の変化による最適高水流量の変化  
(基準地点ごと)

一方、池田では、 $\alpha=0.9\sim 2.0$ の範囲で、 $\alpha$ の増加に伴って $q^*$ も増加している。しかし、その増加の割合は非常に小さく $\alpha=0.1$ につき $100\text{ m}^3/\text{s}$ 程度以下であり、 $K=1.4$ の場合でも

$\alpha = 1.0$  から  $\alpha = 1.2$  に変化する間に  $q^*$  は  $800 \text{ m}^3/\text{s}$  増加するにすぎない。

表 4-10  $\alpha$  の変化による最適高水流量の変化 (基準地点ごと)

(1) 岩津							(2) 池田						
$\alpha$	$q^*(10^2 \text{ m}^3/\text{sec})$						$\alpha$	$q^*(10^2 \text{ m}^3/\text{sec})$					
	$K=1.0$	$K=1.2$	$K=1.4$	$K=1.6$	$K=1.8$	$K=2.0$		$K=1.0$	$K=1.2$	$K=1.4$	$K=1.6$	$K=1.8$	$K=2.0$
0.9	230	230	230	230	230	230	0.9	145	148	150	158	160	161
1.0	231	231	231	231	231	231	1.0	146	149	150	159	160	161
1.1	230	230	232	232	232	252	1.1	147	149	150	159	160	162
1.2	230	230	230	232	241	276	1.2	147	150	158	159	161	162
1.3	230	230	230	230	265	300	1.3	148					163
1.4	231	231	231	248	286	324	1.4	149					163
1.5	232	232	232	272	310	348	1.5	149					163
1.6	230	232	253	296	334	369	1.6	150					164
1.7	230	233	276	317	355	393	1.7	150					164
1.8	231	254	297	341	379	417	1.8	150					165
1.9	231	278	321	362	404	—	1.9	150					165
2.0	249	299	342	386	424	462	2.0	150					165

#### 4-2 水系全体の場合

前述の分析は、ダムによる洪水調節を考えない場合についての岩津および池田の単独基準地点ごとの計算結果について行ったが、ダムによる洪水調節を含めた場合には水系全体での規模の整合性を考慮したモデルを適用せねばならない。そこで、ここではその例示的検討を行うためダム調節ケースの1つであるケース5について、水系全体の場合の最適高水流量の考察を行った。

表 4-11  $\alpha$  の変化による最適高水流量の変化  
(水系全体)

上段：岩津  
下段：池田

$\alpha$	$q^*(10^2 \text{ m}^3/\text{sec})$					
	$K=1.0$	$K=1.2$	$K=1.4$	$K=1.6$	$K=1.8$	$K=2.0$
0.90	180	180	180	180	180	230
	110	110	110	110	110	147
0.95	180	180	180	180	180	230
	110	110	110	110	110	148
1.00	180	180	180	180	230	230
	110	110	110	110	148	148
1.05	180	180	180	180	230	230
	110	110	110	110	148	148
1.10	180	180	180	180	230	230
	110	110	110	110	148	148
1.15	180	180	180	180	230	230
	110	110	110	110	148	148
1.20	180	180	180	180	230	230
	110	110	110	110	148	148

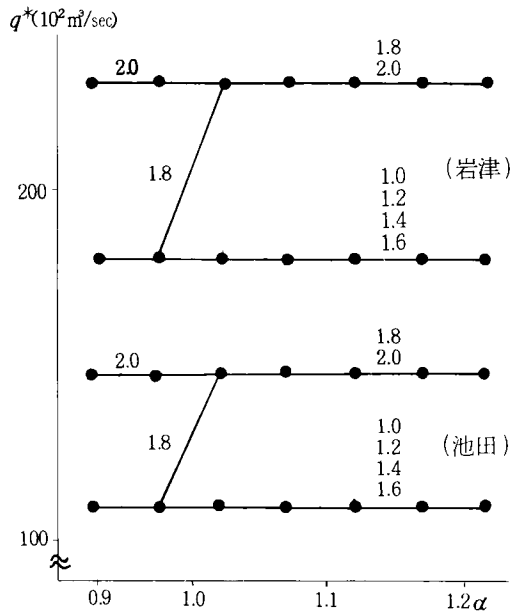


図 4-17  $\alpha$  の変化による最適高水流量の変化  
(水系全体)

表 4-11 および図 4-17 にその結果を示す。表 4-11 および図 4-17 によれば、岩津および池田両地点とも  $\alpha = 0.9 \sim 1.2$  の範囲では  $K = 1.0, 1.2, 1.4, 1.6, 2.0$  の場合については最適高水流量の算定結果に変化がない。 $K = 1.8$  の場についてのみ、 $\alpha = 0.95 \sim 1.0$  の間で変化しているが、 $\alpha > 1.0$  の領域では変化のないことがわかる。

#### 4-3 実績資料による被害額の平均値の変動

まず、新しい水文資料の追加によって想定被害額の平均値がどの程度変化するかについて実績資料をもとに試算してみる。なお試算ケースとしてつぎのケースを考える。

- ① 既往23洪水のうち最大の洪水による資料を追加する。
- ② 本章で算定した最適高水流量 ( $K = 1.4$ )  $23,000 \text{ m}^3/\text{s}$  を追加する。

以上のケースでの想定被害額の期待値とその変化についての計算結果を表 4-12 に示す。この表から、既往最大と同程度もしくはそれ以上の洪水が新たに追加されても想定被害額の平均

表 4-12 資料の追加による想定被害額の平均値の変化

ケース	想定被害額平均値 (億円)		(2)/(1)
	(1)追加前	(2)追加後	
①	1169	1348	1.15
②	1169	1388	1.19

値の増加は20%程度以下にとどまることがわかる。

この結果と、4-1及び4-2での分析結果より、岩津及び池田両地点とも新しい洪水資料の追加による最適高水流量の算定結果への影響はほとんどないといえる。

## 第5節 結 論

本章では第3章で提示した不完全情報下におけるゲーム論的アプローチにより最適高水流量を経済評価により決定するモデルを適用して、吉野川流域における計画高水流量の概括的な検討を行った。

すなわち、第2節においては岩津、池田の両基準地点の最適高水流量を独立に、また第3節においては、岩津、池田両基準地点の最適高水流量を同時に算定した。なお、両方の場合についてダムによる洪水調節を考えない場合と、考えた場合の両ケースの比較検討も同時に行った。さらに第4節では新しい水文資料の追加による被害額の平均値の変動が解に及ぼす影響について検討した。そこで、最後に本節では、基準地点ごとの計算結果と水系全体での計算結果を比較しながら以上の結果をとりまとめたうえ、検討にあたって問題となった諸点について付言して結論とする。

1. まず、最適高水流量の算定結果は換算係数 $K = 1.4$ のとき、

### D) 基準地点ごと

### II) 水系全体

ケース0 ; 岩津	23,100 m <sup>3</sup> /s,	池田	15,000 m <sup>3</sup> /s	ケース0 ; 岩津	23,100 m <sup>3</sup> /s,	池田	15,000 m <sup>3</sup> /s
" 1 ; "	23,000	"	11,800	1 ; "	23,000	"	14,800
" 2 ; "	23,000	"	11,500	2 ; "	23,000	"	14,800
" 3 ; "	22,900	"	10,700	3 ; "	22,900	"	14,700
" 4 ; "	23,000	"	10,300	4 ; "	23,000	"	14,800
" 5 ; "	18,000	"	9,600	5 ; "	18,000	"	11,000
" 6 ; "	18,000	"	9,400	6 ; "	18,000	"	11,000

であり、岩津ではケース0からケース6までD) II)ともほぼ同じ結果であるが、池田ではケース0を除いてD)の方がII)よりも小さな値となっている。この理由を以下で考察してみる。

計画規模として上述の最適高水流量を用いた場合の総費用期待値は、ケース1では、

D) 基準地点ごと ; 岩津 1,295 億円 / 年, 池田 74 億円 / 年

II) 水系全体 ; 岩津 1,363 億円 / 年

であり、超過洪水による被害額期待値は、

D) 基準地点ごと ; 岩津 1,144億円/年, 池田 7億円/年

II) 水系全体 ; 岩津 1,144億円/年, 池田 3億円/年

事業費は,

D) 基準地点ごと ; 岩津 151億円/年, 池田 118億円/年

II) 水系全体 ; 岩津 141億円/年, 池田 66億円/年

である。このように、超過洪水による被害額期待値は、岩津が池田よりもはるかに大きく、また、岩津での超過洪水による被害額は事業費よりもはるかに大きく、総費用期待値の大部分を占める。このような理由から総費用期待値に与える岩津の高水流量 $q^1$ と池田の高水流量 $q^2$ の影響を比較すると、 $q^1$ の影響の方が $q^2$ のそれよりも大きく、したがって $q^1$ の決定が支配的影響を与えるものと考えられる。以上の結果、岩津の最適高水流量は水系全体の場合と、基準地点ごとの場合とではほとんど同じとなり、池田のそれは、水系全体の場合の方が、第3節の(4-18)式の制約によって、基準地点ごとの場合よりも大きな値になったのであろう。以上はケース1での検討であるが、それ以外のケースについても同様のことがいえる。つぎにダムによる洪水調節を考えた各ケースについての総費用期待値は、

D) 基準地点ごと

II) 水系全体

ケース0 ; 岩津	2,439億円/年	池田	75億円/年	ケース0 ; 2,514億円/年
1 ; "	1,295	"	74	1 ; 1,363
2 ; "	1,138	"	85	2 ; 1,206
3 ; "	867	"	97	3 ; 934
4 ; "	754	"	103	4 ; 820
5 ; "	567	"	114	5 ; 624
6 ; "	497	"	131	6 ; 554

である。

基準地点ごとの場合、(総費用期待値で評価した場合)岩津ではダムによる洪水調節を考えた方がよく、その中でもケース6が最良という結果を得たのに対し、池田では洪水調節を考えない方がよいという逆の結果となった。このことは、第2節で述べたように、超過洪水による被害額期待値が岩津ではダム事業費よりもはるかに大きいものに対して、池田ではダム事業費よりも小さいことによる。

しかしながら、ダムによる洪水調節は水系全体に寄与するものであり、ダムによる洪水調節の効果を単独基準地点だけに考慮するのは問題が残る。そこで、水系全体での結果を



みると、上記のように、ダムによる洪水調節を考えた方がよく、その中でもケース6が最良という結果が得られた。すなわち、吉野川水系において、既設および実施計画調査中の5ダムに加えて、A、BおよびCダムを設置することは、このモデルに示される総費用期待値最小という立場からは有効であることが明らかとなった。ただし、ケース6とケース5との比較結果より、両者の総費用期待値の差は僅少であり、しかも河道の整備規模は同じである。

2. つぎに想定被害額の平均値の変動による最適高水流量の変化について検討した。その結果、新しい水文資料の追加されることによって被害額の平均値が増大しても、その増大の程度が実用上の範囲内であれば、最適高水流量の算定結果は安定であることがわかった。ただし岩津単独地点での算定では換算係数が $K = 1.8$ 以上に及ぶ場合には被害額の平均値の1割の増加につき最適高水流量が約 $2,400 \text{ m}^3/\text{s}$ 増加する。

以上、本章での計画高水流量の算定結果の概要を述べたが、本検討にあって問題となる事項を以下に要約しておく。

- 1) まず、第3章で述べたモデルを現実の流域に適用するにあたり、最適高水流量計算結果は、流量～被害額曲線、流量～事業費曲線に大きく影響される。そのため、流量～被害額曲線、流量～事業費曲線の作成にあたっては、慎重な調査・検討が要望されよう。
- 2) 流量～被害額曲線で考慮され得ない間接被害を評価に組み込むための換算係数 $K$ の値として、どのような値をとるのが妥当であるかについては、本章でモデル流域としてとりあげた吉野川流域では推定されていない。そこで他の河川流域での算定例から $K$ を推定して用いた。本章での検討では $K$ をパラメータとして種々の値をとった場合についての試算もあわせて行ったが、その結果、最適高水流量の計算結果に $K$ が大きく影響する場合もあることから、今後、吉野川流域においても、このような $K$ を推定するために、間接被害に関する情報の蓄積が必要であろう。
- 3) ダムによる洪水調節を考えた場合、第3章に述べたモデルを適用して最適高水流量を算定する際にはその調節効果をいかに適確に表現するかについても考慮する必要がある。ここでは、調節効果を2-2で述べたような簡単な直線式で近似したが、この点についても今後検討する余地があろう。以上の吉野川への適用結果より、細部については検討の余地のあるものの、治水事業の計画規模決定の過程で洪水規模の生起確率密度関数に関する情報が不十分とした場合に、ゲームの理論を適用することによって、計画規模決定問題を一つの意志決定問題として解決しうることが明らかとなった。

## 参 考 文 献

- 1) 飯塚敏夫, 梅本良平; ゲーム論による計画流量規模決定法, 土木技術資料, Vol. 21, No. 2, 1979.
- 2) 中川芳一, 飯塚敏夫, 梅本良平; 治水計画規模の決定に関するゲーム論的研究, 第23回水理講演会論文集, 1979.
- 3) 建設省; 建設省河川砂防技術基準(案), 1976.
- 4) 建設省徳島工事事務所; 吉野川治水経済調査業務報告書, 1976.
- 5) 小松勇作編; 数学要項公式集, 広川書店, 1969.
- 6) 北海道開発局; 天塩川治水経済調査報告書, 1971.
- 7) 北海道開発局; 鶴川治水経済調査報告書, 1972.
- 8) 九州地方建設局; 矢部川河川経済調査報告書, 1972.
- 9) 稲田 裕; 貯水池群による淀川水系の最適洪水調節に関する研究, 京都大学博士論文, 1976.

# 第5章 適用結果の確率統計的考察と計画高水流量の規模決定でのゲーム論的概念

## 第1節 概説

第3章、第4章で統計データの集積が不十分なことによって水文量の確率計算結果の精度に不満の生じた場合の対応策として、ゲーム論的概念を導入し、その定式化を行ったうえ、吉野川へ具体的に適用してその有効性を実証した。具体的な吉野川への適用では、洪水処理をすべて河道の改修によって行う場合と、上流にダム群を設置してダム群による洪水調節と河道による防御とを併用する場合の両方について検討した。そこでの検討は水文量（具体的には洪水の基準地点におけるピーク流量）の生起確率分布の推定のさい生ずる不確実性を考慮するため計画主体にとって最も不都合な、すなわち(3-4)式で与えられた総費用期待値を最大とするような分布形を想定したモデルの定式化から始めたわけである。

ところが、このように計画主体にとって最も不都合な分布形というのは具体的に生起確率密度関数として表現しうるわけではない。したがって、このモデルから得られる最適高水流量がその確率母集団の中でどのような位置付けにあるのかを知ることができない。

一方、治水計画規模を検討し決定しようとする場合、一つの観点からのみの評価で決定しようとするのは危険である。第1章でも述べたように、洪水防御を土木施設の設置運営によって行うという場合に限ってもその達成目標には種々の観点からのものがあって、それらを総合的に検討したうえで治水計画規模が決定せられるべきであろう。本論文ではその中で総費用期待値を少なくするという観点からの検討を行ったわけであるが、このようにして得られた結果が他の観点からどのような位置付けにあるのかを確認しておくことによって前述の総合的な検討の一部として資せるものと考えられる。

そこで本章では、第4章で得られたゲーム論的モデルの吉野川への適用結果を、確率母集団の中へ位置付けることを行う。なお、適用する確率母集団の確率密度分布形は、経験分布より推定するものとする。

ついで、治水計画規模を検討・決定する過程にゲーム論的考え方を導入することの意義について統括的に述べ、さらに今後解決すべき問題点を列挙したうえ、治水計画規模の検討手法として、ゲーム論的モデルを適用するにあたっての今後の課題について考察を加える。

## 第2節 計画規模の確率分布上での位置付け

### 2-1 確率密度関数の推定

確率密度関数の推定は昭和29年から昭和51年の間に吉野川流域で得られた水文資料をもとに行うこととするが、流域平均降雨量およびピーク流量に関して詳細に考察するために、ここでは基準地点（岩津）上流域平均2日雨量と同地点ピーク流量の同時観測資料から、種々の降雨類型ごとに二変数確率密度関数を推定することとする。

ここで、降雨量として2日雨量をとりあげたのは次の理由による。図5-1に以下の考察に用いる降雨資料をもとに、総雨量に占める24時間雨量及び2日雨量の割合（パーセント表示）とその度数の関係を表示している。この図から2日雨量であれば総雨量のうち最低でも50%以上の降雨量が、平均的には88.6%の降雨量が当該期間に降っていることがわかる。このような事実並びに3日以上上の降雨量になれば、下流基準地点の洪水ピーク流量との相関が極端に悪くなるという点から2日雨量をとることとした。

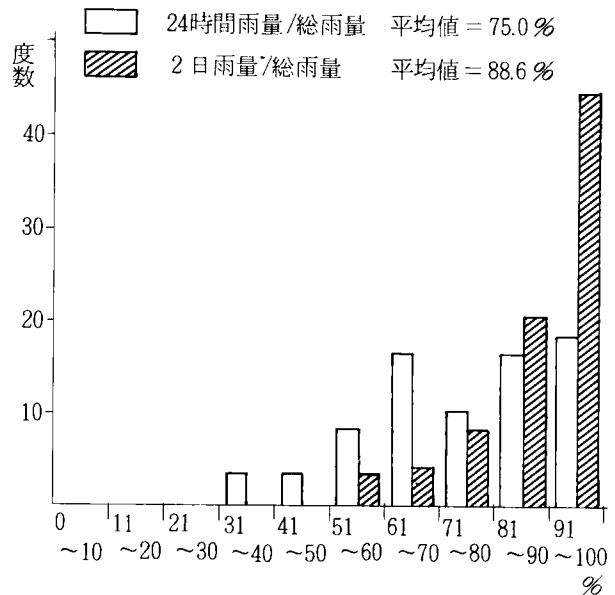


図5-1 総雨量に占める24時間及び2日雨量の割合と度数の関係

なお、ここにいう降雨類型は、降雨量分布の地域的偏たりを表わす地域分布および降雨の時間的集中度を表わす時間分布の双方から分類設定した。具体的には降雨の地域分布と時間分布に着目して主成分分析法により分類することとする<sup>1)</sup>。

#### (1) 降雨の時間分布特性の分析

(注)に示すような規準化した特性値に主成分分析を施した結果、表5-1に示す主成分の固有値、累積寄与率ならびに因子負荷量が得られた。その結果に注目し、各主成分の意味づけを以下のように行う。

第1主成分（Z<sub>1</sub>）；降雨主要部の継続時間を示す要因

$Z_1 > 0$  …降雨継続時間が短い

$Z_2 < 0$  …降雨継続時間が長い。

第2主成分 ( $Z_2$ ) ; 降雨継続時間中のピークの位置を示す要因

$Z_2 > 0$  …降雨継続時間中の前半部か後半部にピークのある特性を示す。

$Z_2 < 0$  …降雨継続時間中の中央部にピークのある特性を示す。

表 5 - 1 主成分分析結果 (時間分布)

		$Z_1$	$Z_2$	$Z_3$	$Z_4$	$Z_5$
固有値 ( $\lambda$ )		7.472	3.334	1.748	1.284	0.807
$\sqrt{\lambda}$		2.733	1.826	1.322	1.133	0.898
累積寄与率		0.47	0.68	0.78	0.86	0.92
特性値	(1) 6時間累加雨量百分率	0.173	0.241	-0.364	-0.705	-0.375
	(2) 12	0.405	0.427	-0.497	-0.448	-0.040
	(3) 18	0.582	0.592	-0.391	-0.051	0.234
	(4) 24	0.588	0.645	-0.243	0.195	0.258
	(5) 30	0.675	0.604	-0.098	0.279	0.134
	(6) 36	0.763	0.488	0.024	0.277	0.071
	(7) 42	0.828	0.279	0.223	0.177	-0.290
	(8) 48	0.855	0.120	0.321	0.097	-0.312
	(9) 54	0.864	-0.025	0.373	-0.079	-0.212
	(10) 60	0.853	-0.163	0.361	-0.178	-0.018
	(11) 66	0.839	-0.323	0.234	-0.224	0.181
	(12) 72	0.784	-0.440	0.106	-0.219	0.304
	(13) 78	0.730	-0.504	-0.004	-0.202	0.307
	(14) 84	0.634	-0.570	-0.338	0.089	0.028
	(15) 90	0.500	-0.617	-0.500	0.269	-0.163
	(16) 96	0.402	-0.594	-0.543	0.309	-0.216

$Z_1$ ,  $Z_2$ に関しては上記の意味づけが可能であった。ついで、抽出した主成分 $Z_1$ ,  $Z_2$ と降雨の実績資料を対応させることにより、主成分の意味づけの妥当性を検証する。

まず、第1主成分( $Z_1$ )と降雨継続時間( $t$ )により降雨サンプル群を平面表示したものを図5-2に示す。この図から $Z_1$ が大きくなるにつれて $t$ が小さくなるという対応がうかがえる。また第1主成分( $Z_1$ )と48時間雨量の累加百分率( $P$ )によりサンプルを平面表示したものを図5-3に示す。この図から $Z_1$ が大きくなるにつれて $P$ が大きくなるという対応がみられた。以上の2点を考慮すれば、 $Z_1$ の大小が降雨継続時間の長短に対応していることが確認でき、この事は $Z_1$ の意味づけの妥当性を示しているといえよう。

つぎに第2主成分( $Z_2$ )と降雨の時間雨量百分率が最大を示す時間( $t'$ )によりサンプルを平面表示したものを図5-4に示す。この図から $Z_2$ が負のサンプルは $t'=48$ 時間付近に分布しており、 $Z_2$ が正のサンプルは48時間を中心に降雨継続時間的前半部および後半部に分布していることがうかがわれる。したがって $Z_2$ は降雨継続時間中のピークの位置が中央付近か、それ以外かに分類する要因だと確認でき、この事は $Z_2$ の意味づけが妥当であることを示している。以上のように $Z_1$ ,  $Z_2$ の意味づけは行えたが第3主成分以下は意味づけが困難であった。しか

しながら $Z_1, Z_2$ で全サンプル情報のうち68%というかなりの部分を説明しえるので、これらを用いて、降雨群のパターン化ならびに分類を行うこととする。

図5-5に $Z_1, Z_2$ の因子得点によるサンプルの散布図を示す。この図をもとにして、以下の手順により降雨群を4つのグループに分類した。

- 1)  $Z_1, Z_2$ の正負によってサンプルを4つのグループに分類する。
- 2) 各グループ別に平均累加雨量百分率曲線を描く。
- 3) 図5-5において境界付近にあるサンプルの累加雨量百分率曲線と各グループの平均累加雨量百分率曲線と対比させ、それ

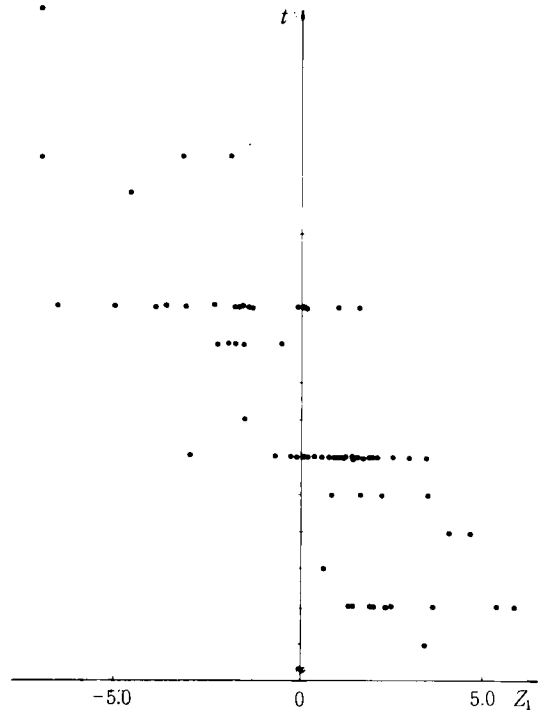


図5-2 第1主成分( $Z_1$ )と降雨継続時間( $t$ )によるサンプルの散布図

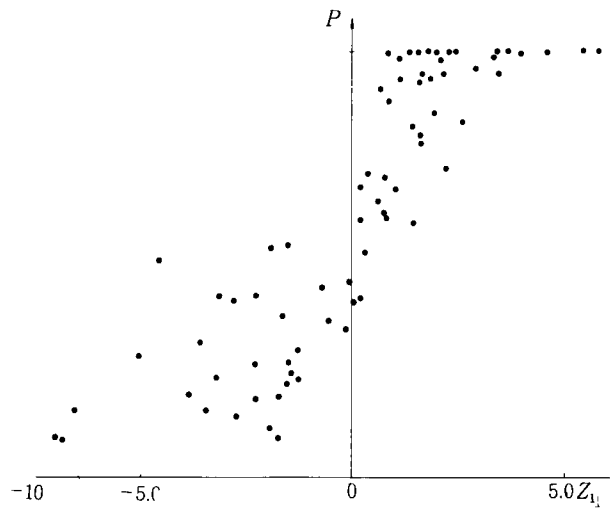


図5-3 主成分( $Z_1$ )と2日雨量の累加百分率( $P$ )によるサンプルの散布図

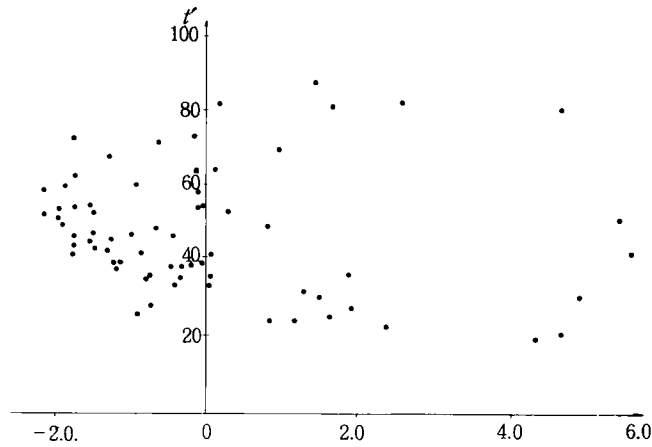


図5-4 第2主成分 ( $Z_2$ ) と時間雨量百分率が最大を示す時間 ( $t$ ) によるサンプルの散布図

それぞれのサンプルの降雨波型がもっとも近い形のグループを判定する。

- ④ ③の結果を考慮して、D) の分類の修正を行う。

以上の結果、分類した時間分布のパターンならびに降雨の分類を表5-2に示す。

なお、分類した各グループの特徴は以下のようなものである。

- 1) 第Aグループ (平均因子得点が  $Z_1 > 0$ ,  $Z_2 > 0$  の降雨群) … 降雨継続時間が短く、継続時間前半部にピークがある。
- 2) 第Bグループ (平均因子得点が  $Z_1 > 0$ ,  $Z_2 < 0$  の降雨群) … 降雨継続時間が短く、継続時間中央にピークがある。

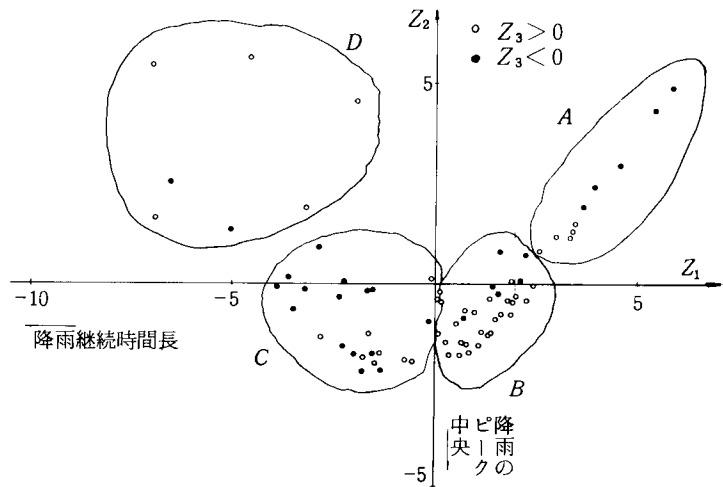


図5-5  $Z_1, Z_2$  によるサンプル (降雨) の因子得点散布図

- ③ 第Cグループ（平均因子得点が $Z_1 < 0$ ,  $Z_2 < 0$ の降雨群）…降雨継続時間が長く、継続時間中央にピークがある。
- ④ 第Dグループ（平均因子得点が $Z_1 < 0$ ,  $Z_2 > 0$ の降雨群）…降雨継続時間が長く、継続時間後半部にピークがある。

表 5 - 2 降雨の時間分布特性による分類

グループ	平均的 因子得点		サ ン プ ル	特 徴
	$Z_1$	$Z_2$		
A	正	正	1, 10, 12, 13, 27, 45, 46, 49, 54, 61	降雨継続時間が短く、継続時間前半部にピークがある
B	正	負	2, 5, 6, 15, 16, 20, 24, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 38, 39, 40, 41, 42, 44, 48, 50, 55, 57, 58, 59, 60, 62, 64, 65	降雨継続時間が短く、継続時間中央にピークがある
C	負	負	3, 4, 7, 8, 9, 11, 14, 17, 18, 19, 21, 22, 26, 28, 37, 51, 52, 53, 56, 63, 67, 70, 71, 72, 73	降雨継続時間が長く、継続時間中央にピークがある
D	負	正	23, 25, 43, 47, 66, 68, 69	降雨継続時間が長く継続時間後半部にピークがある

図 5 - 6 に各グループ別平均累加雨量百分率を、図 5 - 7 に各グループ別平均雨量百分率波形を示す。これらの図には分類した各グループの特徴が明らかに現われている。ただし第Dグループは異質な降雨が混在しているため、図 5 - 7 をみれば明らかのように4つのピークが存在している。

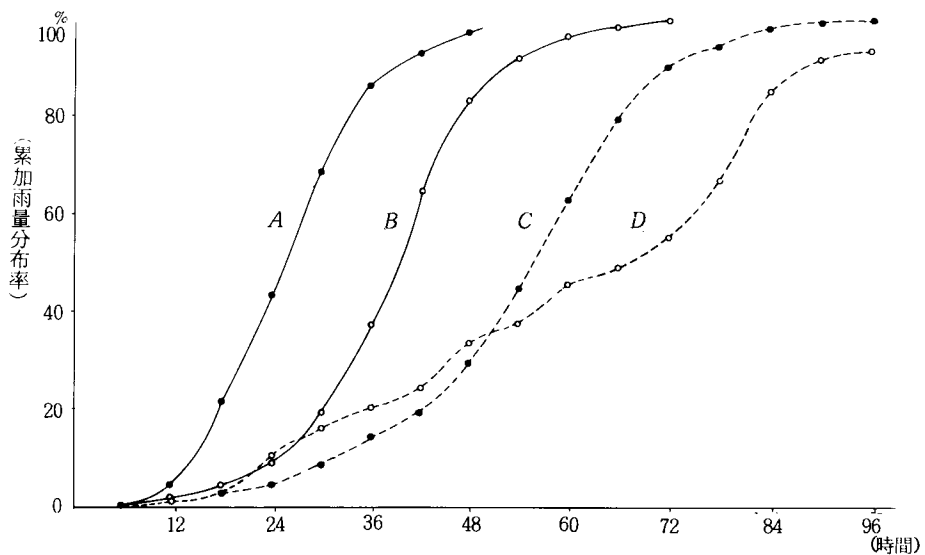


図 5 - 6 各グループ別平均累加雨量百分率曲線



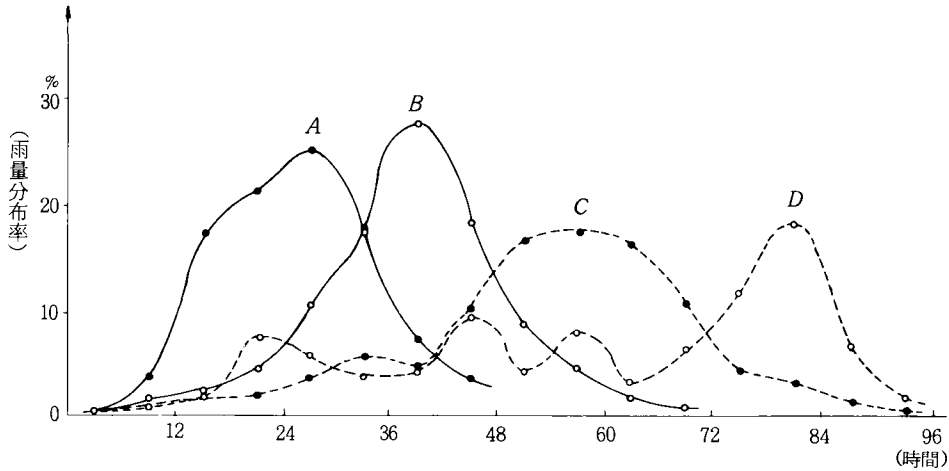


図 5-7 各グループ別平均雨量百分率波形

(注) 特性値 (各時間累加雨量百分率) を  $X_i$  で表わすと以下のものである。

$$X_i = \frac{\sum_{t=0}^{t=i \times 6} r(t)}{\sum_{t=0}^{t=96} r(t)} \quad (i = 1, 2, \dots, 16)$$

ここに,  $\sum_{t=0}^{t=i \times 6} r(t)$ ;  $t = 0$  から  $t = 6 \times i$  時間までの降雨量

$\sum_{t=0}^{t=96} r(t)$ ;  $t = 0$  から  $t = 96$  時間までの降雨量

$r(t)$ ;  $t$  時の雨量

ただし 96 時間をこえて継続する降雨 (サンプル 23, 25, 43, 47, 68) については、継続時間中の全降雨量で除すことにより規準化した。

## (2) 降雨の地域分布特性の分析

ここでは、吉野川の岩津上流域における降雨の地域的な分布特性の把握を行う。そのために流域をいくつかの小流域に分割し、それぞれの小流域平均雨量を相互に対比することにより降雨の地域的な偏倚を分析することとする。具体的には各分割小流域平均雨量の全流域のそれに対する比率を特性値とする主成分分析により抽出される主成分により降雨の地域分布のパターン化並びに降雨群の分類と流域の分類を行う。

このように、吉野川の岩津上流域をいくつかの小流域に分類する必要があるが、ここでは雨量観測所の分布状況並びに分析能率から図 5-8 に示す 22 流域に分割することにした。なお、各小流域の平均面積は約 120 km<sup>2</sup> となっている。

(注)に示すような規準化された特性値に主成分分析を施した結果、表5-3に示す固有値、累積寄与率ならびに因子負荷量をもつ主成分が抽出された。ここで因子負荷量に注目し、各主成分の意味づけを以下のように行った。ただし、以下における流域番号は図5-8に示す流域にそれぞれを対応している。

第1主成分( $Z_1$ )；降雨の地域分布特性を示す要因Ⅰ（上流部に集中する降雨を示す要因）

$Z_1 > 0$ …対象流域の上流部（流域①，②，③，④，⑤，⑥，⑧）に降雨量の多いという特性を示す。

$Z_1 < 0$ …対象流域全体に平均的に降るという特性を示す。

第2主成分( $Z_2$ )；降雨の地域分布特性を示す要因Ⅱ（上流部の分割ならびに下流部に集中する降雨を示す要因）

$Z_2 > 0$ …上流部のうちとくに最上流部（流域①，②，⑧）ならびに下流部（流域②⑩，②②）に降雨量の多いという特性を示す。

$Z_2 < 0$ …上流部のうちとくにその中でも下流部（流域③，④，⑤，⑥）に降雨量の多いという特性を示す。

第3主成分( $Z_3$ )；降雨の地域分布特性を示す要因Ⅲ（降雨の地域分布において穴内川、祖谷川流域と銅山川流域を区別する降雨を示す要因）

$Z_3 > 0$ …穴内川流域（流域⑤，⑥）祖谷川流域（流域⑪，⑫）に降雨量の多い特性を示す。

$Z_3 < 0$ …銅山川流域（流域⑧，⑨），

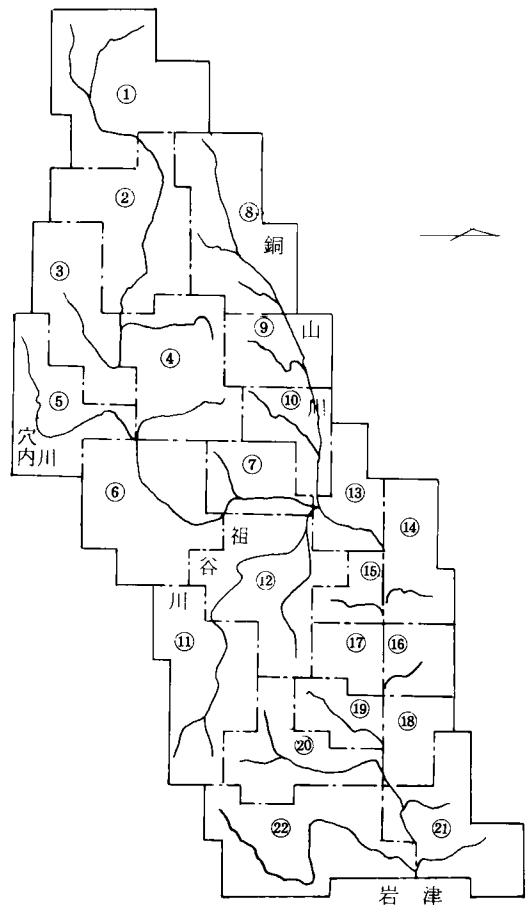


図5-8 吉野川流域分割図

⑩) に降雨量の多い

という特性を示す。

ここで、(1)と同様に $Z_1$ 、 $Z_2$ の意味づけの妥当性の検証を試みる。まず、第1主成分( $Z_1$ )の因子得点を3段階( $Z_1 > 1.5$ 、 $-1.5 \leq Z_1 < 1.5$ 、 $Z_1 < -1.5$ )に分類し、各段階に含まれるサンプル群で降雨の地域分布の平均を求め、グラフ化したものを図5-9に示す。この図から $Z_1$ が大きいグループほど、対象流域の上流部(流域①、②、③、④、⑤、⑥、⑧)に降雨量が多く、上流部以外は逆に $Z_1$ が大きいほど降雨量が小さくなる傾向がうかがえる。また $Z_1$ が負で大きいグループは吉野川流域全体に平均的に降っていることも把握でき、

表5-3 主成分分析結果(地域分布)

主成分	$Z_1$	$Z_2$	$Z_3$	$Z_4$	
固有値( $\lambda$ )	9.483	3.885	2.930	1.243	
$\sqrt{\lambda}$	3.079	1.971	1.712	1.115	
累積寄与率	0.43	0.61	0.74	0.80	
特性値	① 流域	0.786	0.301	-0.164	0.023
	② 流域	0.838	0.222	-0.305	-0.067
	③ 流域	0.678	-0.475	-0.183	0.054
	④ 流域	0.500	-0.666	-0.140	-0.305
	⑤ 流域	0.078	-0.613	0.415	0.266
	⑥ 流域	0.002	-0.705	0.428	-0.260
	⑦ 流域	-0.356	-0.680	-0.185	-0.386
	⑧ 流域	0.309	0.439	-0.703	-0.244
	⑨ 流域	-0.126	-0.121	-0.825	-0.130
	⑩ 流域	-0.251	-0.541	-0.683	-0.042
	⑪ 流域	-0.499	-0.068	0.590	-0.396
	⑫ 流域	-0.640	-0.465	0.111	-0.294
	⑬ 流域	-0.684	-0.479	-0.428	0.088
	⑭ 流域	-0.808	-0.274	-0.301	0.284
	⑮ 流域	-0.865	-0.040	-0.124	0.060
	⑯ 流域	-0.864	-0.128	-0.127	0.336
	⑰ 流域	-0.904	0.099	0.095	0.101
	⑱ 流域	-0.921	0.101	-0.035	0.144
	⑲ 流域	-0.854	0.308	0.047	0.010
	⑳ 流域	-0.701	0.472	0.093	-0.306
	㉑ 流域	-0.820	0.226	-0.197	-0.009
	㉒ 流域	-0.560	0.555	-0.053	-0.445

$Z_1$ は降雨量が上流部に集中するか、流域に平均的に降るかをそれぞれ正負で区別するファクターであることが確認できた。

同様に第2主成分( $Z_2$ )におけるサンプルの因子得点を3段階( $Z_2 > 1.0$ 、 $-1.0 < Z_2 < 1.0$ 、 $Z_2 < -1.0$ )に分類し、各段階ごとのサンプル群で降雨の地域分布の平均を求めグラフ化したものを図5-10に示す。この図から $Z_2$ が正で大きいほど、流域①、②、⑧及び⑳、

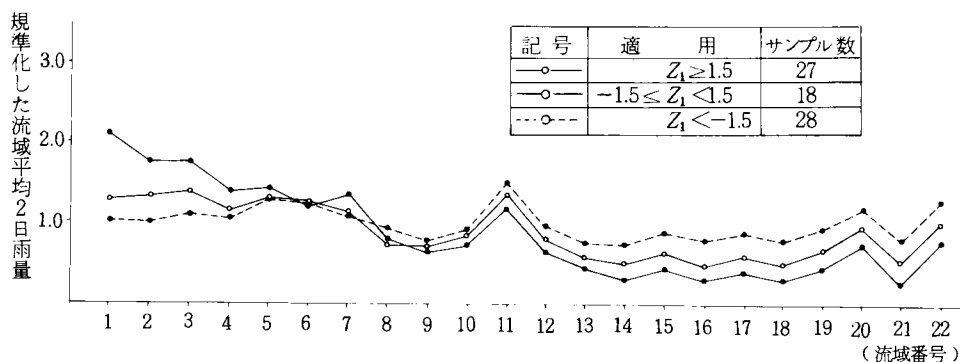


図5-9  $Z_1$ の因子得点で分類した段階別降雨量の平均的地域分布図

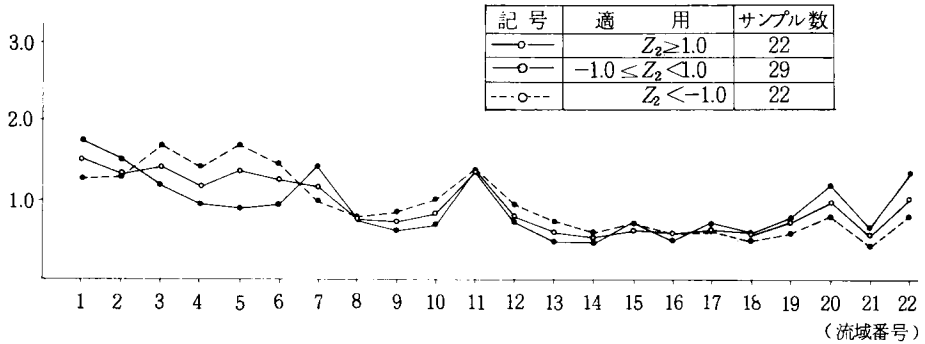


図 5-10  $Z_2$  の因子得点で分類した段階別降雨群の平均的地域分布図

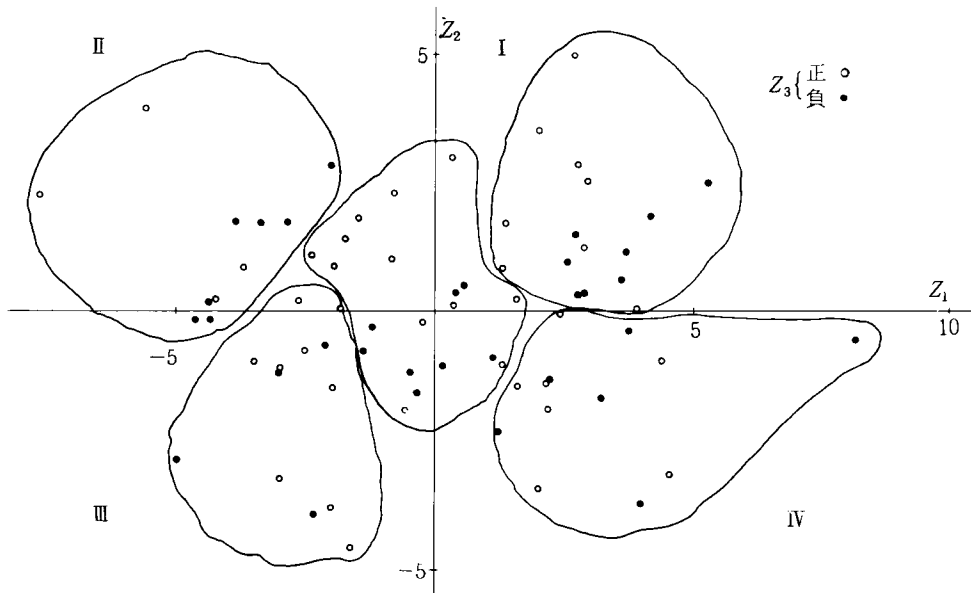


図 5-11  $Z_1, Z_2$  によるサンプル(降雨)の因子得点散布図

②に降雨量が多いことが、また逆に $Z_2$ が負で大きいほど流域③、④、⑤、⑥に降雨量の多いことがうかがえた。以上より $Z_2$ は上流部の分割ならびに下流部に集中する降雨特性を表わすことが確認できた。

このように、 $Z_1, Z_2, Z_3$ に関して意味づけを行ったが、 $Z_1, Z_2$ で全情報の61%というかなりの部分を説明しえるので、地域分布のパターン化ならびに降雨の分類はとりあえず $Z_1, Z_2$ で行うこととする。

図 5-11に $Z_1, Z_2$ によるサンプルの因子得点による散布図を示す。この図をもとにして以下の手順により降雨群を5つのグループに分類した。

1)  $Z_1, Z_2$ の正負及び原点付近であるか否かによってサンプルを5つグループに分類する。<sup>(注)</sup>

2) 1)に設定した境界付近以外のサンプル（すなわち各グループを特徴づけているサンプル）を各グループごとに5～8個とりあげ、各グループの仮の重心を求める。

3) 各グループの重心と各サンプルとの距離を計算する。

4) 3)より一番近い重心のグループへサンプルを配属する。

もちろんこのとき、グループの境界が交錯する場合は、1)で設定した因子得点による境界も考慮して、境界が交錯しないように配慮する。

以上の結果、分類した地域分布のパターンならびに降雨の分類結果を表5-4に示す。なお分類した各グループの特徴は以下のである。

1) 第Iグループ（平均因子得点が $Z_1 > 0, Z_2 > 0$ の降雨群）…対象流域の上流部に降雨が多く、特に最上流部（流域①②③⑧）に多い。

2) 第IIグループ（平均因子得点が $Z_1 < 0, Z_2 > 0$ の降雨群）…降雨量は流域に平均的であるが、やや祖谷川上流及び貞光、穴吹川流域（流域⑪⑳㉒）に多い。

3) 第IIIグループ（平均因子得点が $Z_1 < 0, Z_2 < 0$ の降雨群）…降雨量は流域に平均的であるが、やや穴内川、祖谷川流域（流域⑤⑥⑪）に多い。

4) 第IVグループ（平均因子得点が $Z_1 > 0, Z_2 < 0$ の降雨群）…対象流域の上流部全体（流域①②③④⑤⑥）に降雨が多い。

表5-4 流域分布特性による降雨の分類

グループ	平均的因子得点		サ ン プ ル	特 長
	$Z_1$	$Z_2$		
I	正	正	3, 9, 10, 11, 14, 15, 22, 39, 44, 48, 49, 51, 57, 59, 65, 72	対象流域の上流部に降雨が多く、特に流域①②③⑧に降雨が多い。
II	負	正	16, 18, 19, 23, 25, 29, 30, 42, 53, 62, 73	降雨量は流域に平均的であるが、やや流域⑪⑳㉒に降雨が多い。
III	負	負	2, 12, 17, 27, 31, 34, 35, 36, 43, 46, 50, 52, 67	降雨量は流域に平均的であるが、やや流域⑤⑥⑪に多い。
IV	正	負	1, 6, 8, 20, 28, 33, 37, 38, 47, 56, 64, 66, 68	対象流域の上流部全体（流域①②③④⑤⑥）に降雨が多い。
V			4, 5, 7, 13, 21, 24, 26, 32, 40, 41, 45, 54, 55, 58, 60, 61, 63, 69, 70, 71	流域⑩に降雨が集中している。

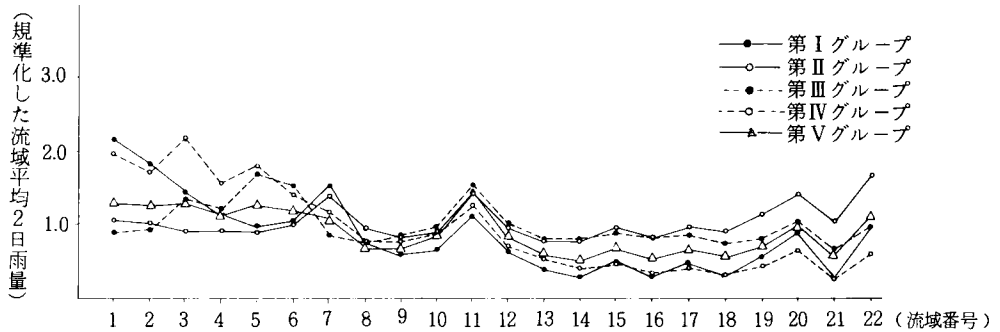


図5-12 グループ別降雨の地域分布特性

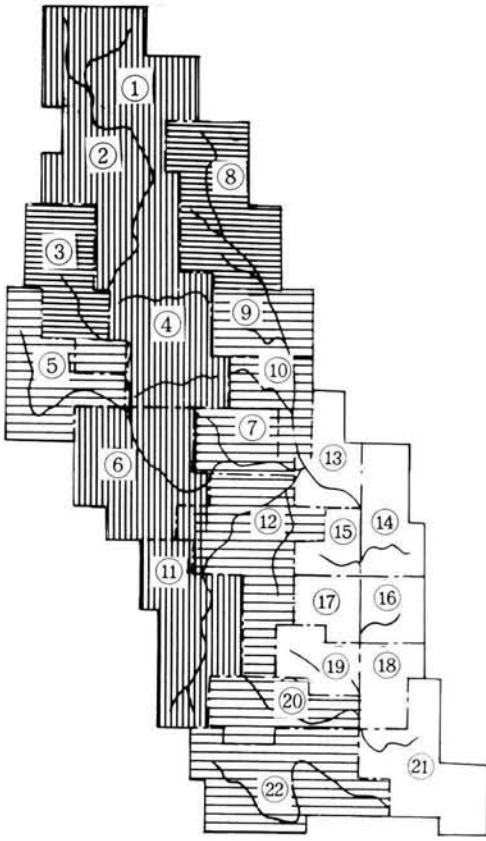
5) 第Vグループ (平均因子得点が  $Z_1 = 0$ ,  $Z_2 = 0$  の降雨群) …祖谷川上流部 (流域⑪) に降雨が集中している。

なお、とくに原点付近のサンプル群をとりあげ第Vグループとしたのは、これらが単に  $Z_1$ ,  $Z_2$  の平均的意味をもつだけでなく、⑪流域にのみ降雨量が多いという特性をもっているからである。

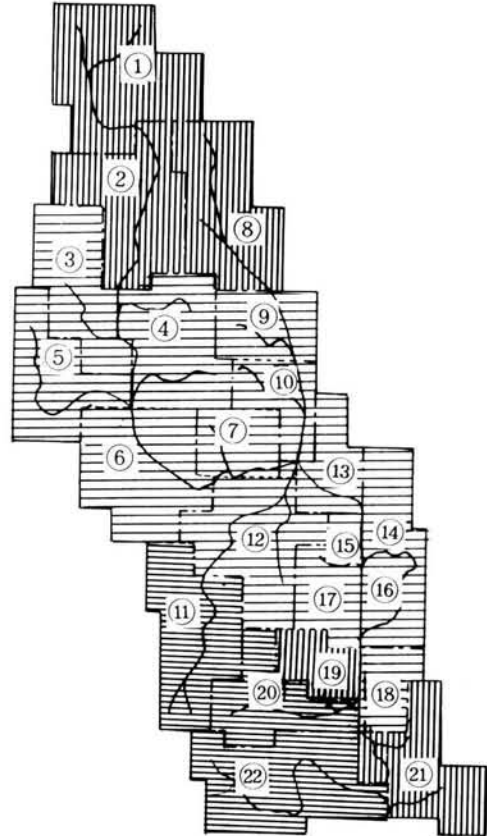
図5-12および図5-13に分類した降雨パターン別に降雨の地域分布の平均的特性を示す。これらの図から各グループの特徴が明らかとなった。

つぎに降雨特性により流域の分類を行う。図5-14に第1, 第2主成分の因子負荷量による  $Z_1$ ,  $Z_2$  に関する特性値 (22流域) の散布図を示す。この図をもとにして流域を降雨特性 ( $Z_1$ ,  $Z_2$ ,  $Z_3$ ) により分類したものを表5-5に示す。

(1) 第Iグループ



(2) 第IIグループ



規準化した流域  
平均2日雨量 ( $R'_{2日}$ )

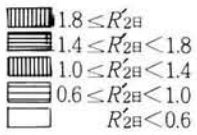
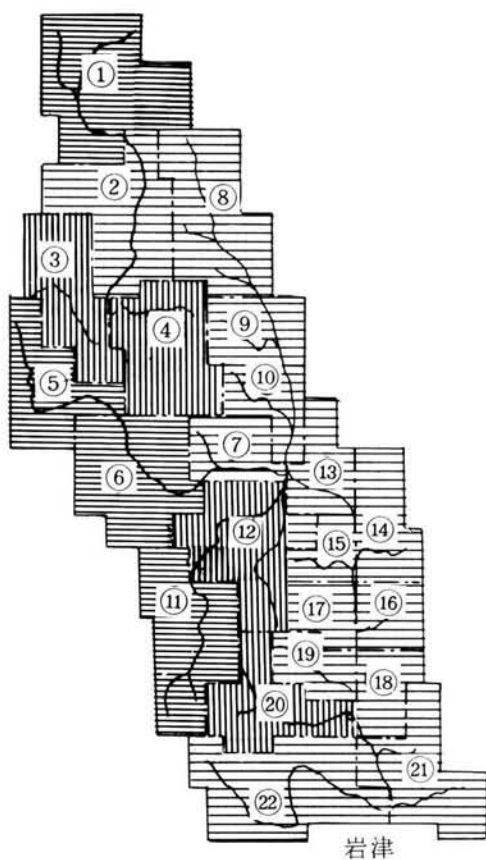
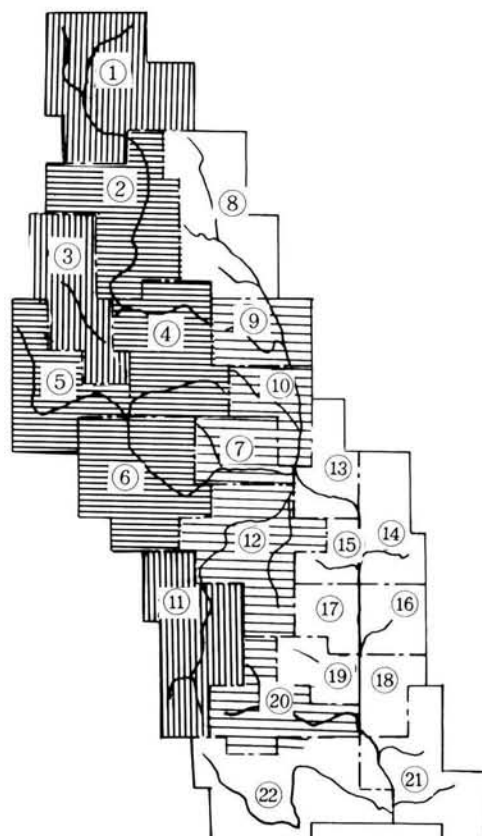


図 5 - 13 降雨量の地域分布特性

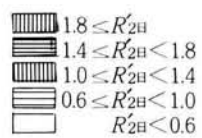
(3) 第Ⅲグループ



(4) 第Ⅳグループ



規準化した流域  
平均2日雨量 ( $R_{2日}^{\prime}$ )





(5) 第Vグループ

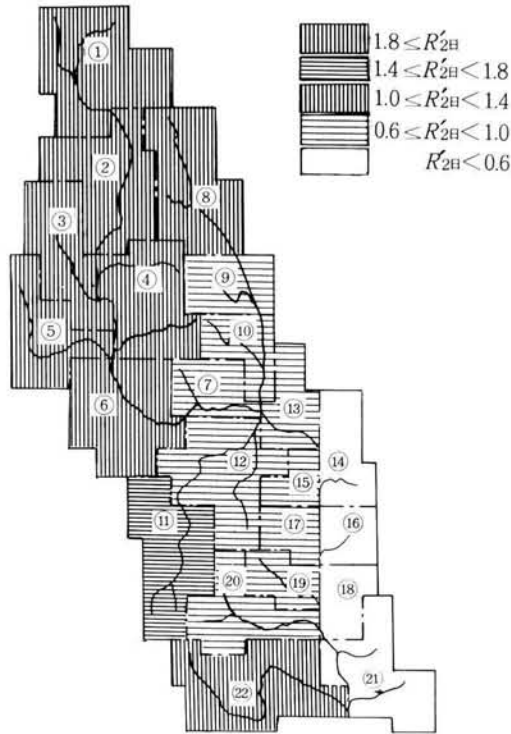


図 5 - 13

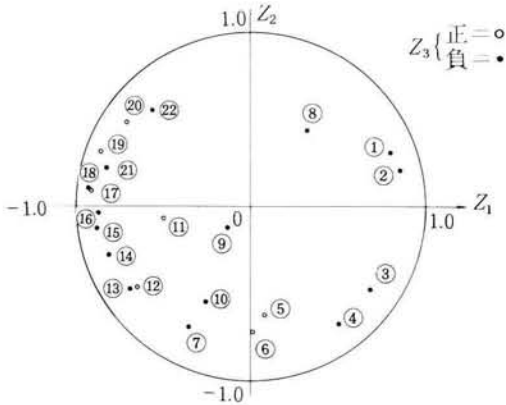


図 5 - 14 因子負荷量による  $Z_1, Z_2$  に関する特性値の散布図

表 5 - 5 降雨特性による流域分割

グループ番号	$Z_1$	$Z_2$	$Z_3$	流域番号
I	正	正	負	①, ②, ⑧
II	a	正	負	③, ④
	b	正	正	⑤, ⑥
III	a	負	負	⑦, ⑨, ⑩
	b	負	正	⑪, ⑫
	c	負	負	⑬, ⑭, ⑮, ⑯
IV	a	負	正	⑰, ⑱, ⑳
	b	負	負	㉑, ㉒, ㉓

(註) 特性値 ( 規準化した各流域平均 2 日雨量 ) を  $X_i$  で表わすと以下のようである.

$$X_i = r_i / r_0 \quad (i = 1, 2, \dots, 22)$$

ここに,  $r_i$  ; 単流域の平均 2 日雨量

$r_0$  ; 全流域の平均 2 日雨量

### (3) 降雨類型の設定

(1),(2)で降雨の時間分布および地域分布特性の分析と、分析結果に相応した降雨分類を行ったが、ここではこの分類結果をもとに、降雨の、時間分布、地域分布の両特性による分類を行う。

すなわち、(1),(2)での降雨の、時間分布および地域分布特性による分類結果は、表5-2、表5-4のようであった。これに基づいて、ここでは分類後の各グループのサンプル数があまり小さくならないように留意しながら、時間分布特性、地域分布特性の分類において、それぞれ説明力が最大であった第1主成分(Z<sub>1</sub>)に注目し、これら両者の第1主成分による分類から降雨類型を設定した。設定した降雨類型は表5-6のとおりである。

表5-6 降雨類型

降雨類型	地域分布	時間分布	資料	資料数
(1)	上流域(①, ②, ③, ④, ⑤, ⑥, ⑨流域)で多雨	継続時間短	1, 6, 10, 15, 20, 33, 38, 39, 44, 48, 49, 57, 59, 64, 65	15
(2)		継続時間長	3, 8, 9, 11, 14, 22, 28, 37, 47, 51, 56, 66, 68, 72	14
(3)	全流域で平均的	継続時間短	2, 12, 27, 29, 30, 31, 34, 35, 36, 42, 46, 50, 62	13
(4)		継続時間長	17, 18, 19, 23, 25, 43, 52, 53, 67, 63	10
(5)	特に⑩流域で多雨	継続時間短	5, 13, 24, 32, 40, 41, 45, 54, 55, 58, 60	11
(6)		継続時間長	4, 7, 21, 26, 61, 63, 69, 70, 71	9

### (4) 確率密度関数の推定

表5-6の降雨類型ごと並びに全標本を対象とした場合の計7個のケースについて確率密度関数の母数の推定を行った。あてはめた分布関数及び母数の推定方法は、第2章4-2に示したものと同一である。すなわち、岩津地点ピーク流量 $Q_p$ と同地点上流域平均2日雨量 $R_{2日}$ を変数とする二変数対数正規分布及び二変指数分布を採用した。これらの母数推定結果を表5-7(1),(2),(3)に示す。

表5-7(1) 二変数対数正規分布の母数推定結果 (全標本を対象)

洪水調節ケース	降雨量 $m_x$	ピーク流量 $m_y$	$\sigma_x$	$\sigma_y$	$\rho$
0	(2.255) 180	(3.561) 3,639	0.169	0.348	0.779
1	(2.255) 180	(3.500) 3,164	0.169	0.348	0.779
2	(2.255) 180	(3.489) 3,085	0.169	0.348	0.779
3	(2.255) 180	(3.466) 2,927	0.169	0.348	0.779
4	(2.255) 180	(3.455) 2,848	0.169	0.348	0.779
5	(2.255) 180	(3.430) 2,692	0.169	0.348	0.779
6	(2.255) 180	(3.417) 2,611	0.169	0.348	0.779

- 註1. 洪水調節ケースで、母数の推定値が異なるのは流量(y)の平均値のみ。  
 2. ( )内の数値は対数変換したもの。  
 3.  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\rho$ は、対数変換後の $x$ ,  $y$ の標準偏差、相関係数。

表 5-7(2) 二変数指数分布の母数推定結果  
(全標本を対象)

洪水調節 ケース	降雨量 $\sigma_x$	ピーク 流量 $\sigma_y$	$y_0$	$\rho$
0	(97.6) 197.6	(4559) 4959	400	0.766
1	(97.6) 197.6	(3964) 4312	348	0.766
2	(97.6) 197.6	(3865) 4204	339	0.766
3	(97.6) 197.6	(3667) 3987	322	0.766
4	(97.6) 197.6	(3568) 3881	313	0.766
5	(97.6) 197.6	(3370) 3666	296	0.766
6	(97.6) 197.6	(3271) 3558	287	0.766

- 註1. ( )内の数値は、 $x_0, y_0$  を減算したものの  
( $x_0 = 100$ )  
2.  $\sigma_x, \sigma_y, \rho$  は  $x, y$  の尺度母数および相関  
母数

表 5-7(3) 二変数対数正規分布の母数推定  
結果(降雨類型別, ケース 0)

降 雨 類 型	降雨量 $m_x$	ピーク 流量 $m_y$	$\sigma_x$	$\sigma_y$	$\rho$
1	(2.213) 163	(3.492) 3,105	0.156	0.334	0.595
2	(2.303) 201	(3.684) 4,831	0.180	0.299	0.752
3	(2.195) 157	(3.388) 2,443	0.167	0.407	0.794
4	(2.268) 183	(3.538) 3,451	0.169	0.351	0.931
5	(2.231) 170	(3.551) 3,556	0.160	0.279	0.834
6	(2.349) 223	(3.762) 5,781	0.114	0.240	0.723
全標本	(2.255) 180	(3.561) 3,639	0.169	0.348	0.779

- 註1. ( )内の数値は対数変換したもの。  
2.  $\sigma_x, \sigma_y, \rho$  は、対数変換後の  $x, y$  の標準偏  
差、相関係数。

## 2-2 最適高水流量の $Q_p$ -周辺分布上での確率評価

第4章で算定した吉野川での最適高水流量 $q^*$ を再掲すれば表5-8のとおりである。なお、ここでは岩津地点における換算係数 $K=1.4$ の場合のみについて検討する。これは、その他の場合についても傾向に差異はないものと考えられるからである。

表5-8に示す各洪水調節ケースでの最適高水流量 $q^*$ についての確率評価を行うために、まず2-1で推定した $R_{2日}$ と $Q_p$ の二変数確率分布の $Q_p$ -周辺分布上での $q^*$ の超過確率の算定を行った。算定結果は表5-9、図5-15のとおりである。

表 5-8 最適高水流量算定結果；岩津 ( $K=1.4$ )

洪水調節 ケース	調節効果 $\Delta q$	最適高水流量 $q^*$	事業費	被害額期待値	総費用期待値
0	$\Delta q = \frac{0}{230} q$	23,100 $m^3/s$	213 億円/年	2301 億円/年	2514 億円/年
1	$\frac{30}{230}$	23,000	216	1147	1363
2	$\frac{35}{230}$	23,000	229	977	1206
3	$\frac{45}{230}$	22,900	243	691	934
4	$\frac{50}{230}$	23,000	251	569	820
5	$\frac{60}{230}$	18,000	210	414	624
6	$\frac{65}{230}$	18,000	227	327	554

表 5 - 9 最適高水流量の $Q_p$ -周辺分布上での超過確率

(1) 対数正規分布			(2) 指数分布		
洪水調節 ケース	最適高水流量 $q^*$	超過確率	洪水調節 ケース	最適高水流量 $q^*$	超過確率
0	23,100 m <sup>3</sup> /s	0.0106	0	23,100 m <sup>3</sup> /s	0.0069
1	23,000	0.0066	1	23,000	0.0033
2	23,000	0.0061	2	23,000	0.0028
3	22,900	0.0051	3	22,900	0.0021
4	23,000	0.0046	4	23,000	0.0017
5	18,000	0.0090	5	18,000	0.0052
6	18,000	0.0082	6	18,000	0.0044

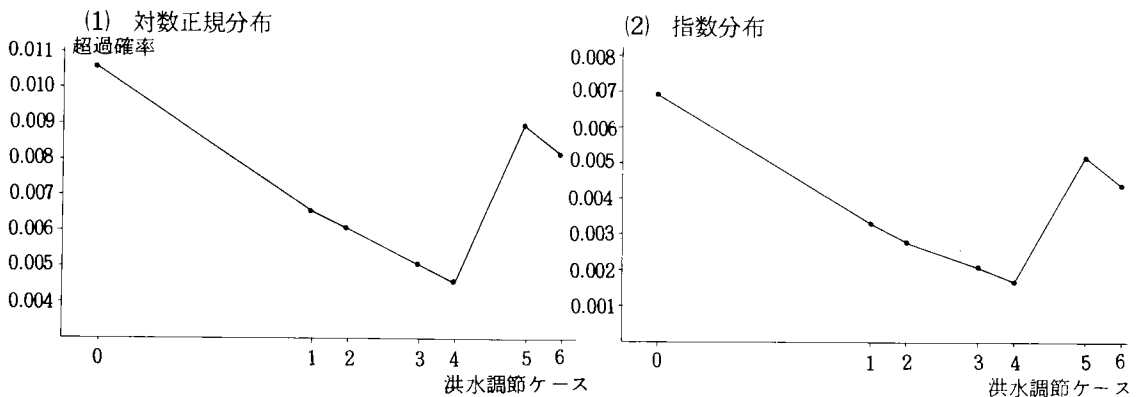


図 5 - 15 最適高水流量の $Q_p$ -周辺分布上での超過確率

表 5 - 9, 図 5 - 15より以下の事項がわかる。一つは、対数正規分布と指数分布とでは同じ最適高水流量について、その超過確率値にかなりの差異のみられることである。つまり、一つの水文資料から複数の分布形が推定でき、しかもそれら分布形へのあてはめの精度に顕著な差異がないにもかかわらず超過確率にばらつきをもたらすということである。このことは、とりもなおさず現状での水文資料の集積度合からみて、その生起確率密度を一つの分布形にあてはめてしまうことが危険であることを示しているものと考えられる。

このような事態に対処するべく本研究で取り入れたのがゲームの理論であり、この考え方の導入によって、治水計画規模の検討に際して生じる水文量の生起確率分布のあてはめに伴う誤差を有効に解消し得るわけである。

次に洪水調節のケースと超過確率の関係をみてみると、洪水調節ケースによって超過確率値の変化していることがわかる。その変化の様子は、洪水調節ケースが0から1, 2, 3, 4と調節量の大きくなるに従って超過確率が減少している。このことは、ケース0からケース4に

移るにつれて洪水調節効果によって各洪水のピーク流量が低減しているにもかかわらず、最適高水流量がケース0から4の間ではほとんど変化していないのであるから当然であろう。しかるに、ケース5では最適高水流量が低下しており、したがって超過確率が增大するためケース0の超過確率値に近い値を示すものと考えられる。

なお、ケース0からケース4までの間で最適高水流量の変化しない理由は第4章2-3で考察した。すなわち、本論文で適用事例としてとりあげた吉野川流域での流量～事業費曲線および流域～被害額曲線の特性からこのような最適高水流量が算定されたものといえる。

さらに、各降雨類型ごとに超過確率値がどのように変化するかをとりまとめたのが表5-10である。表5-10には各降雨類型ごとにダムによる洪水調節を行った場合（ケース0）と、ケース5の洪水調節を行った場合について示されている。なお、用いた確率密度関数は対数正規分布である。この表から以下のことが理解されよう。

まず、各降雨類型ともケース0とケース5との間に超過確率値の差異はほとんどみられない。このことは、図5-15でケース0とケース5の間で超過確率値のほとんど異っていないことに対応している。次に、降雨継続時間の短い類型（1,3,5）は、降雨継続時間の長い類型（2,4,6）よりも超過確率が小さい。このことは、吉野川流域では継続時間の長い降雨の方が短い降雨よりも大きな洪水をもたらしやすいことを意味していると考えられる。

図5-16に降雨継続時間と岩津での洪水ピーク流量との関係を示しているが、図よりやはり、

表5-10 最適高水流量の降雨類型ごとの超過確率

降雨類型	ケース0	ケース5
1	0.004	0.004
2	0.010	0.010
3	0.008	0.007
4	0.009	0.008
5	0.002	0.002
6	0.005	0.005
全降雨	0.010	0.009

継続時間の長い降雨の方が短い降雨より洪水のピーク流量の大きいことがうかがえる。また⑪流域に多雨である類型（5,6）は他の類型（1,2,3,4）よりも超過確率が小さい。このこともまた⑪流域で多雨であるような洪水は大きなピーク流量をもたらすことが少ないことを意味しているものと考え

られるが、実際の洪水でも図5-16からそのことがうかがえる。すなわち、図5-16に示す洪水のうち⑪流域に多雨の洪水は、岩津でのピーク流量の比較的小さいものの方が頻度が大きくなっていることがわかる。

このように既往の水文資料を、統計確率的に整理検討することによって、降雨と洪水の性格をより詳細に明らかにすることができる。このことが、確率統計論の治水計画における意義の一つであるといえよう。ただ、前述のように、既往の水文資料の集積度合からみて、その絶対

値の評価には疑義の残ることが指摘されるわけである。

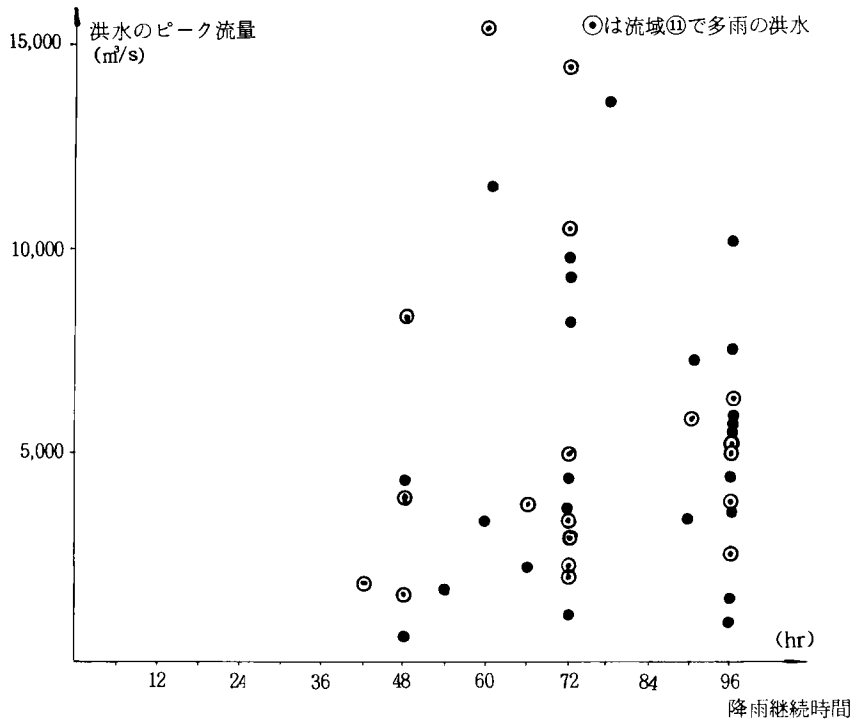


図 5-16 降雨継続時間とピーク流量の関係

### 2-3 最適高水流量と降雨量の関連についての考察

2-2 では、前章で算定された最適高水流量について、既往の吉野川流域での水文資料から導かれた種々の生起確率分布により、確率的評価を行うことによって、最適高水流量の確率的位置付けを行うとともにその限界について考察した。ここではさらに、最適高水流量と降雨量との関連について検討を加えることによって、吉野川流域における洪水の特徴を明らかにすることのできることを示しておく。

表 5-11 に最適高水流量  $Q_p = q^*$  における  $R_{2日}$  の条件付平均値  $\bar{R}_{2日}$ 、変動係数および  $\bar{R}_{2日}$  の  $R_{2日}$  周辺分布上での超過確率を各降雨類型ごとに示す。ここで、 $Q_p = q^*$  における  $R_{2日}$  の条件付平均値  $\bar{R}_{2日}$  は、ピーク流量が  $q^*$  となるような洪水をもたらす降雨量として、各降雨類型ごとに、どれほどの流域平均 2 日雨量のものを想定すればよいかを示すものである (図 5-17 参照)。地域的にも時間的にも降雨の集中している類型 1 では 287 mm と最も小さく、地域的にも時間的にも降雨の分散している類型 4 で 440 mm と最も大きい。このことは、従来の経験的現象ならびに流出解析例による傾向等ともよく合致している。なお、降雨類型を考えない場合には 366 mm となっている。また、この平均値  $\bar{R}_{2日}$  は、すべての降雨類型において、ダムによる洪水調節を考

えないケース0の場合と、ケース5による洪水調節を考えた場合とではほとんど一致している。

表5-11  $q^*$ における $R_{2日}$ の条件付平均値( $\bar{R}_{2日}$ )、変動係数および $R_{2日}$ の $R_{2日}$ 周辺分布上での超過確率

降雨 類型	平均値 ( $\bar{R}_{2日}$ )		変動係数		平均値 $\bar{R}_{2日}$ の 超過確率	
	ケース0	ケース5	ケース0	ケース5	ケース0	ケース5
1	287 <sup>mm</sup>	288 <sup>mm</sup>	5.09 <sup>mm</sup>	5.09 <sup>mm</sup>	0.058	0.057
2	413	414	4.55	4.55	0.041	0.041
3	328	330	4.05	4.05	0.027	0.027
4	440	441	2.35	2.35	0.013	0.013
5	422	423	3.35	3.35	0.007	0.007
6	362	363	3.09	3.09	0.032	0.032
全標本	366	366	4.14	4.14	0.034	0.034

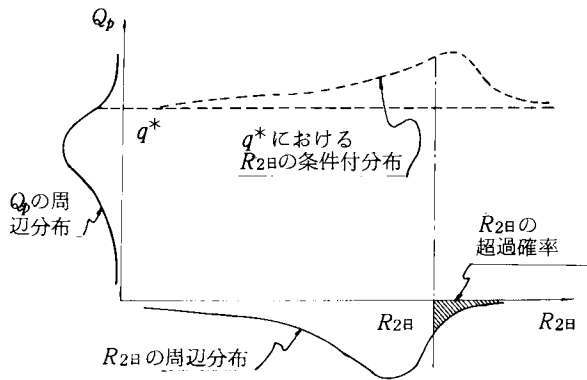
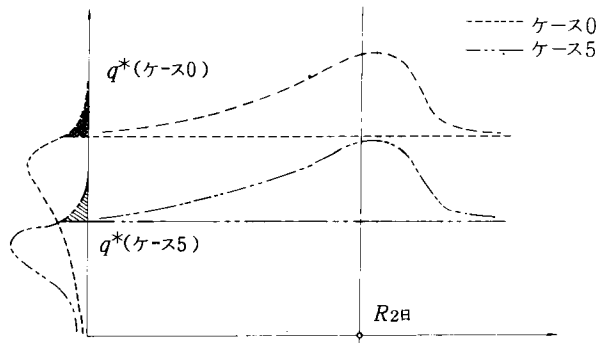


図5-17  $R_{2日}$ の条件付分布と $R_{2日}$



注)  の面積と  の面積とはほぼ同じ

図5-18 洪水調節ケースによる $R_{2日}$ の条件付分布

これは、表5-10に示すように最適高水流量の超過確率が各降雨類型ごとにケース0とケース5との間でほとんど異っていないことに対応している。すなわち、図5-18に示すように $q^*$ の超過確率が同じであるなら、ダムによる洪水調節を行っても、 $R_{2日}$ の条件付分布が変化しない

からである。なお、このことは、第4章2-3で述べたような洪水調節効果を採用することによって洪水調節の前後で洪水群のピーク流量の大きさの順序に変化をもたらさない場合にのみいえることをことわっておく。

さらに、各降雨類型ごとの $Q_p=q^*$ における $R_{2日}$ の変動係数は、降雨類型4で最小であり、降雨類型1で最大となっている。この変動係数は $Q_p=q^*$ に対する $R_{2日}$ のちらばり具合の大きさを示すものであって、同じピーク流量 $q^*$ の洪水をもたらす降雨でも、その降雨量に降雨類型1では大きなちらばりのあるのに対して、降雨類型4ではちらばりの小さいことがわかる。

## 2-4 従来の方法とゲーム論的方法による計画規模の比較検討

2-2で述べたように、一連の水文資料からは、複数の生起確率分布形が推定でき、しかもそれら分布形へのあてはめの精度に顕著な差異が認められないにもかかわらず得られる超過確率値にばらつきをもたらすという事実、すなわち、ある超過確率を設定したときに、分布形によってその超過確率に対応する水文量の値にばらつきをもたらすという事実の存在することがわかる。このことは、とりもなおさず現状での水文資料の集積度合からみて、その生起確率密度を一つの分布形にあてはめてしまうことが危険となる場合もあることを示していると考えられる。

そこで以下では、あてはめるべき分布形が変わることによって実際に治水計画の目標規模がどのくらい変化するかを、従来の確率統計的方法と、本論文で導入したゲーム論的方法との間で比較検討する。なお、具体的には、吉野川流域における昭和51年までの水文資料を対象とし、昭和50年までの資料で推定した分布形と、昭和51年までの資料で推定した分布形とで比較するものとする。また、ここでいう従来の確率統計的方法とはつぎのようなものをさす。すなわち、岩津上流域平均2日雨量の各年最大値について確率処理し、超過確率1/150となる2日雨量を求める。こうして得られた2日雨量を既往の大洪水の降雨の時間分布、地域分布に配分し、適当な流出モデルにより流出計算し、岩津地点でのピーク流量（これを基本高水流量とよぶ<sup>2)</sup>）を求めるわけである。

なお、簡単のために、ここではダムによる洪水調節を行わない場合についてのみ比較検討する。

岩津上流域平均2日雨量の1/150確率値は表5-12のように計算されている。また、この雨を既往の主要洪水の降雨の分布形を用いて流出計算した結果は表5-12のようになっている。この表から明らかなように、昭和51年の資料を一つ追加することによって、2日雨量の1/150



超過確率値が85mm (19%) 増加し、その結果、岩津地点でのピーク流量は3,000 m<sup>3</sup>/s ないし7,000 m<sup>3</sup>/s 増加している。以上が従来の確率統計的方法による基本高水流量の算定例である。

それに対して、ゲーム論的方法によればつぎのようである。被害額期待値は表5-13のように計算される。この表から、昭和51年の資料が一つ追加されることによって被害額期待値は1.088倍に増加したことがわかる。この増加倍率について第4章4-2で行った分析の結果を適用すると、表4-10、図4-16から明らかなように、最適高水流量は、資料の追加のあるなしにかかわらず約23,000m<sup>3</sup>/sのままほとんど変化しないことがわかる。

表5-12 資料個数による計画規模の比較(1)

2日雨量の 1/150 確率値	昭和50年 までの資料	昭和51年 までの資料	差
	440 mm	525 mm	85 mm
洪水 1	19,300 m <sup>3</sup> /s	24,700 m <sup>3</sup> /s	5,400 m <sup>3</sup> /s
流出計算結果 " 2	10,800	13,500	2,700
" 3	15,000	19,000	4,000
" 4	11,400	14,000	2,600
" 5	21,000	28,100	7,100
" 6	24,200	31,100	6,900
" 7	17,800	22,200	4,400

表5-13 資料個数による計画規模の比較(2)

	昭和50年 までの資料	昭和51年 までの資料	差
被害額期待値	1,074 億円	1,169 億円	95 億円
最適高水流量	23,100 m <sup>3</sup> /s	23,200 m <sup>3</sup> /s	100 m <sup>3</sup> /s

(K=1.4の場合)

以上より従来の確率統計的方法で治水計画規模の検討を行おうとする場合、水文資料が新しく追加されることによってその生起確率に関する分布形が変化し、その結果、計画規模決定に資せられるはずの基本高水流量が変化してしまう場合のあることがわかる。こうして、このような不都合を解消するために、ゲーム論的考え方を導入して、分布形を未知とし、そのうえで最適高水流量を求めていくという方法の有効であることが理解されよう。

## 第3節 計画高水流量の規模決定でのゲーム論的概念の意義

### 3-1 ゲーム論的モデルの治水計画上の意義

治水計画は、洪水による被災をまぬがれたいという、もともと個人的な欲求が、同種の経験を有する多数の人々の同様の欲求と有機的に結合されて集団となった結果、検討策定されてきたものである。したがって個人が頭にえがく治水計画は、それぞれ異なっているにもかかわらず、それは、個人の受ける被害の程度ならびにその被害を防止または減少するに要する費用の多少等によっておのずから個人差の生ずるものと考えられよう。

ひとくちに治水計画といっても、それを構成する手段には多種多様なものがある。その中には、まったく個人的に実行しうる手段もあろう。例えば洪水時の緊急避難、家屋構造の改善等は個人でなすことも可能である。しかしながら、これらの手段も集団的に講ずる方がより効果的であろうし、その他の技術的手段による洪水の調節防御、土地利用の規制ならびに洪水保険等はもはや個人の力ではいかんともしがたく、公共事業の一環として行われるゆえんである。

さきにも述べたように、個人の治水に対する欲求は必ずしも同じものではない。したがって、治水計画の具体的達成目標もまた多様とならざるを得ない。その中で、公共事業の一環として治水事業に投資しうる資金にもおのずと限界があるわけであるから、具体的に治水計画の目標規模をどのぐらいにすべきかは十分に検討を加えてしかるべきであろう。もちろん、洪水による被害はこと人命にもかかわるものであるから、完全防御をもってむねとすべしという考え方もあろう。しかし、第1章第4節にも述べたように、人命の保護と経済的評価の対象となりうる施設・物件の保護とを分離して取り扱うこととすれば、施設・物件に対しては治水事業の効果を経済価値で評価することも可能であろうし、治水事業が公共事業の一環として実施される以上、経済効果に関する検討を十分行っておく必要があるわけである。もちろん、このようにして決定される計画規模を超える洪水に対する対策は十分に講じておく必要のあることはいうまでもない。

このように、治水計画の目標規模に対する考え方が集団の間で容易に一致し得ないのは、価値観の多様性もさることながら、洪水現象の生起に関する不確実性によるところも大きい。すなわち、洪水の発生について、その時期、規模を決定論的に予測することは、現在の技術ではなしがたい。そのため、ある治水事業を実施することによって、どのくらいの効果を期待できるのかを客観的に示すことが困難であったものと考えられる。

治水計画を検討するにあたっては、その他にも種々の不確実性に遭遇するが、洪水の規模に

関する不確実性がただちに治水計画の規模に関わってくる故に論議の中心となってきたわけである。そして、確率統計論の導入によって洪水の発生規模に関する不確実性が一応除却でき、洪水による被害の期待額を合理的に算定できるようになった。その結果、治水事業の効果に関する検討を客観的に行えるようになったわけである。

ところで、そのためには、高水要因の確率密度関数を精度よく推定する必要がある。従来、高水要因の確率密度関数の推定については、限られた個数の既往の水文資料をもとに対数正規分布、指数分布あるいは極値分布等へのあてはめを行ってきたわけであるが、第2章での検討にもみられるように、既往の水文資料の集積度合ではいずれの分布形にあてはめてもその適合度に顕著な差異はみられない。しかも、それらの分布形から得られる結果に互いに少なからず差異の生じていることがわかる。このようにあてはめるべき分布形が多数あって、しかも得られる結果が異なってくるのであるから、既往の資料からただちに一つの分布形にあてはめてしまうことが危険となる場合も生じてこよう。そこで、このような危険を解消するために、第3章で提案したようなゲーム論的思考方を導入することが有効となってくるのである。

こうして、第3章で詳論したように、ゲーム論的モデルによって確率の精度を考慮しながら被害額の期待値と事業費との関係を勘案した計画規模を決定しうることが明らかとなったわけである。なお、第3章では、水系内に基準地点を一つだけ考えた場合についてはもちろん、水系内に複数個の基準地点のあるときの基準地点間の規模の整合性を考慮した場合についても最適高水流量を求めうることを示した。また、洪水防御の手段としてダムによる洪水調節を考えた場合についてもモデルを拡張して、ダムを設置することによって最適高水流量がどのように変化するかを検討することができた。さらに第4章では吉野川を具体例として実証的研究を行って本モデルの有効性を明らかにした。

ところで、被害関数 $D(x, y, \dots)$ についても、これを精度よく推定することが最適高水流量を検討するうえで肝要である。しかしながら第1章でも述べたように洪水による被害にはさまざまな種類のものがあって、人命の損傷、精神的不安等のように貨幣価値で評価できないものも多くある。また、本質的には貨幣価値で評価できるものであっても間接被害のようにその実態を容易に把握しきれないものもまた多い。そこで本論文では、人命の保護等と経済的評価の対象となりうる施設・物件の保護等とは分離して取扱うこととし、施設・物件の被害のみを取扱うこととしたわけであるが、間接的被害をどのようにモデルに組み込むかについて議論の余地が残ったわけである。それに対して $K$ なる換算係数（間接被害を含めた被害額全体が直接被害の何倍となるかを表わす係数）を導入し、 $K$ による解の変化の検討を行っている。その

結果、吉野川流域では、 $K$ の2.0程度、すなわち間接被害額を直接被害額と同程度であるとみなした場合にも、得られる結果に大きな差異のみられないことがわかった。ただし、 $K$ が2.0を超えれば $K$ の値によっては最適高水流量の値が大きく変化する場合もある。

以上のように、治水計画の規模の検討に際して、ゲーム論的モデルを導入することにより、洪水の発生規模に関する生起確率密度関数の形が一つのものに決め得ない場合でも、目標規模を検討しうるということが明らかにされた。

### 3-2 ゲーム論的モデルの適用上の問題点と今後の課題

3-1に述べたように、治水計画の規模を検討するための一つの情報である、洪水による想定被害期待額を求めるには、確率統計的方法が有効である。しかしながら既往の資料集積度合ではその確率分布形を精度よく一つのものに推定することは困難である。そこでゲーム論的な考え方を導入して確率の精度を考慮した治水事業の規模決定モデルを提案したわけであるが、本研究で導入したモデルの適用に際しては次のような条件を設定している。

- 1) 治水の手段については、河道改修によるものを基本とし、洪水調節ダムを併用することとした。
- 2) ダムの調節操作の方法は一定とし、洪水規模によって変えることはしなかった。
- 3) 人命損傷のおそれ等については別途、対策を講じておくこととしたが、そのための方法、費用については考慮しなかった。
- 4) 利水計画および環境計画等との関わりについては除外した。
- 5) 間接被害を考慮するために $K$ なる換算係数を導入した。
- 6) 被害額の平均値および偏差については既往の資料から推定した。

まず、治水の手段については、それを土木工学的手段に限って考えても、河道改修およびダムの建設のほかに、遊水調節池あるいは放水路開削、河道拡巾等の手段があるわけで、これらの手段をもとりいれた種々の計画案に対して本モデルを適用していくことも可能である。本論文では、モデルの適用例として、比較的単純な河道改修とダムによる方式としたわけである。

また、家屋の基礎のかさあげ、耐水構造化および土地利用の制限等の超過洪水対策を講ずることによって、当然被害額の期待値も減少するはずである。そこでこのような超過洪水対策をもとりいれた場合の総費用期待値について論ずることによって最適高水流量を検討することも可能である。今後検討すべき課題であろう。

ダムによる洪水調節を考えた場合、本モデルを適用して最適高水流量を算定する際には、そ

の調節効果をいかに適確に表現するかについても考慮する必要がある。ここではダムの調節操作は洪水によらず一定としたが、本来種々の洪水規模に応じて操作方法を考えていく必要があるはずで、その点についても今後の検討課題であろう。

治水事業による、人命の損傷、人心不安および社会的不安の解消・軽減の効果についても論じていく必要があるが、本モデルで採用した経済的評価には到底なじむものではない。これは倫理観、道徳的あるいは心理学の分野にもまたがるものであって、そういった観点から、これまでたびたび述べてきたように別途の対策によるほかないとも考えられる。いずれにしても未解決の問題である。

河川の持っている機能、あるいは持つべき機能は非常に多種多様で、これを統括的に表現することは非常に困難であるが、基本的な機能は、治水機能、利水機能および環境機能の3つの機能である<sup>4)</sup>。本モデルではその中で治水機能に限って論じてきたわけであるが、本来は、それら3つの機能が互いに独立して成立しうるものではなく、相互に影響し、かつ補完しあっているわけである。たとえば、河川総合開発計画にみられるように、治水事業と利水事業が相互に補完しあった計画もすでに数多く検討策定されており、治水計画と環境計画についても、河川敷の公園化等にもみられるように、相互補完のみられつつあるのが現状である。このような観点から、これらをトータルシステムとして、取り扱ったうえでその最適化をはかっていく必要がある。

さらに、第4章では、本モデルの具体的適用を吉野川流域を例として行ったわけであるが、その検討結果および考察からもわかるように、最適高水流量の算定結果は、流量～被害額曲線および流量～事業費曲線に大きく影響される。そのため、流量～被害額曲線および流量～事業費曲線の作成にあたっては慎重な検討が必要である。本モデルの適用にあたって用いた流量～被害額曲線および流量～事業費曲線は、想定される種々の規模の洪水について、仮想的に氾濫させ、想定される氾濫水位によって、あらかじめ決められた被害率に従って、被害額を算定している<sup>5)</sup>。ところで、ここで被害額の算定に用いた資産、農作物等の価格は、いわゆる市場価格であって、この市場価格は、時間、場所、経済市況（需要・供給の関係）の影響をうけて変動する<sup>6)</sup>。ところが、公共事業により生み出される便益は一般に市場性を有しないため、市場価格で表示することには多少の無理があろう。そこで今後は、シャドウ・プライスの概念等を導入していく必要があると考えられる。

また、流量～被害額曲線で考慮されなかった間接被害についても、モデルに組み込むため、 $K$ なる換算係数を導入したが、 $K$ をパラメータとして種々の値をとってみた結果、最適高水流

量の計算結果に $K$ が大きく影響する場合もある。したがって、このような $K$ を推定するための資料の蓄積が今後必要であろう。

最後に被害額の平均値および偏差については、昭和29年から51年までの23年間の洪水ピーク流量の実測資料から推定したわけであるが、このこと自体にも、資料の集積度合いによる不確実性が内在するのではないかという疑問が生ずる。そのため第4章第4節で被害額の平均値の変動に対する最適高水流量の変化について検討した。その結果、吉野川流域では、この程度の資料の集積があれば実用上十分であることがわかった。

以上、治水計画の規模検討にゲーム論的概念を導入し、具体的に実際河川に適用するにあたって付与された種々の条件について列挙・解説し、今後に残された課題について述べた。これらの課題を解決していくことによって、モデルの適用性はさらに広がるものと思われる。

しかしながら、本論文で示したモデルでも十分その目的は達せられよう。すなわち、従来の治水計画規模の検討に際しては、第1章でも述べたように、経済的な価値に関する事項が、計画案をチェックする機能しか果し得ていないことが多かったのに対して、本モデルを適用することによって、十分治水計画の規模決定のための基礎情報となりうるわけである。

## 第4節 結 論

第4章において、水文資料の蓄積が不十分であるとした場合の対応策としての、ゲーム論的概念の導入による河道改修規模の決定モデルについての具体的算定を、吉野川流域を例に行った。そこでは、計画主体にとって最も不都合な分布形というものを導入したわけであるが、この分布形は具体的に確率密度関数として与えられない。そのため、このモデルから得られる最適高水流量が確率母集団の中でどのような位置付けにあるのかを知ることもしかない。

そこで、第2節では水文資料から確率密度関数の推定を行い、その中で最適高水流量の位置付けを行った。なお、降雨形態との関連を詳細に検討するために確率密度関数の推定に先立って主成分分析法により降雨の分類を行った。その結果、吉野川流域では降雨継続時間の長短、降雨の地域分布より6類型に分類することができた。そして降雨類型毎に確率密度関数を推定し、最適高水流量との関係を種々検討するとともに、従来の方法によるものとの比較を行った。すなわち、従来の方法によれば水文資料の一個の追加が結果に著しい差異をもたらす場合があるが、本研究で用いたゲーム論的モデルによれば、その差はわずかであり、ゲーム論的考え方の有効であることを示し得た。

最後に第3節では、計画高水流量規模の検討・決定にゲーム論的考え方を導入することの意義について総括的に述べたうえ、今後の課題として、ダムによる洪水調節効果の適格な把握、本モデルで用いた以外の治水手段の導入、さらに経済的評価になじまない要素の評価手法の開発等の残ることを指摘した。

また、実際に本モデルによる解析を行ううえでは、流量～被害額曲線及び流量～事業費曲線の適格な把握並びに間接被害の把握等が必要であることを付記している。

## 参 考 文 献

- 1) たとえば奥野忠一他；多変量解析法，日科技連，1972.
- 2) 飯塚敏夫，梅本良平；吉野川流域における降雨の分布特性について，土木学会中国四国支部年次学術講演会，1979.
- 3) 建設省；建設省河川砂防技術基準（案），山海堂，1976.
- 4) 川崎精一；都市化流域における河川システムに関する研究，京都大学博士論文，1974.
- 5) 建設省徳島工事事務所；吉野川治水経済調査報告書，1976.
- 6) 長尾義三；土木計画序論 — 公共土木計画論 — ，共立出版，1972.



# 結 論

治水計画の検討・策定にあたっては、その基礎資料となる水理・水文資料をはじめとするさまざまな要素に内在する不確実性をどのように処理するかが重要となるが、確率統計的方法はその場合のひとつの有力な解決策である。このような観点から、本論文では、治水計画の規模決定における水文量の確率統計的取扱いの意義と方法について考察したうえで、確率の信頼度を考慮したゲーム論的アプローチによる計画規模決定のひとつの新しい考え方を提案した。また、それらの治水計画への具体的適用に関する研究もあわせて行って、その有効性を明らかにした。

第1章においては、治水計画の目標および手段の概括的な分類を行い、規模決定の理念および方法の変遷を概観したうえで、本研究での立場を明らかにした。具体的には治水計画の手段として土木施設による洪水調節防御方法を用いた場合、その規模の評価決定の基準には、完全防御規模、経済的妥当規模、シビルミニマムの規模ならびに社会的妥当規模等多くの観点からのものがあって、ここではそれらのうちの一つとして、経済的評価の立場をとることによってこの研究をすすめている。

第2章においては、確率統計論の治水計画への導入過程について概述したうえで、洪水現象の不確実性を論じていくうえでは、確率統計論が大きな意義をもち、かつ現状では唯一の方法ともいえることを示した。さらに、実際に適用する場合の問題点の一つとして、限られた資料からは複数の分布形をあてはめることができ、しかも、そのどれを採用するかによって、得られる結果に大きな差異の生じることもあることを示した。

たとえば、吉野川流域で、ピーク流量と2日雨量の同時生起確率分布を二変数対数正規分布及び二変数指数分布にあてはめた結果によれば、同一のピーク流量に対して、前者の超過確率値が後者の2倍近くに達している。

そこで、このように複数の分布形が推定される場合にとるべき解決策として、最悪の結果をもたらすと予想される分布形を想定して論議を進めていくことを提案した。

第3章においては、計画高水流量の規模決定問題を、洪水のピーク流量の分布形に関する情報が十分でないとした場合のような不完全情報下における意志決定問題として取扱った。具体的にはゲーム論的アプローチにより、経済的評価による計画高水流量の規模決定モデルを定式化し、その解法を明らかにした。なお、このモデルの定式化は、単一基準地点を対象とした場

合および複数個の基準地点を同時に対象とした場合についてそれぞれ行うとともに、これらのモデルを洪水調節計画を考慮した場合へも拡張した。

第4章においては、吉野川流域に第3章で提示した計画高水流量の規模決定モデルを適用して、岩津および池田の両基準地点における最適高水流量を算定した。その結果、このモデルによって、最適高水流量を求めることができ、たとえば直接被害額と間接被害額の和が直接被害額の何倍であるかを示す係数 $K$ を $K = 1.4$ として、水系全体で算定した場合、岩津では23,000  $\text{m}^3/\text{s}$ 、池田では15,000  $\text{m}^3/\text{s}$ となった。

さらに、ダム貯水池による洪水調節を考えた場合にも、このモデルを拡張したモデルで最適高水流量が算定でき、その結果、吉野川流域では、既設ダム等のほかに3つのダムを順次追加していくことの意義が明らかとなった。また、新しい洪水資料の追加等によって想定被害額の平均値が変動しても最適高水流量の算定結果にはあまり影響しないことが明らかとなった。最後に本モデルによって治水計画規模を検討しようとする際に問題となる事項を明らかにした。

第5章においては、第4章で算定された最適高水流量の確率的考察を行い、さらに、治水計画規模の検討・決定過程にゲーム論的考え方を導入することの意義を統括的に述べたうえ、今後に残された課題について考察を加えた。

以上、本研究の内容を要約して結論としたが、ここで一貫して用いた確率統計的方法は、水理・水文現象等の不確実な事象を取り扱わねばならない治水計画の検討に際してのひとつの有力な手段と考えられよう。人間が生活・生産を営む場を洪水の脅威から守る治水事業の計画策定にあたっては、種々の価値観に基づいた多くの評価基準を考慮してあらゆる面からの検討が加えられて然るべきである。本研究で行った経済的評価基準に基づく計画高水流量規模決定における確率の精度を考慮したゲーム論的検討も、合理的な計画策定へのひとつの有力な基礎情報を与えるものと確信する。