水域の境界面における水質指標物質の移動に関する基礎的研究

昭和55年2月

細　井　由　彦

水域の境界面における水質指標物質の移動に関する基礎的研究

細　井　由　彦

水域の境界面における水質指標物質の移動に関する基礎的研究

目　　次

1　緒　　論 ……………………………………………………………………………… 1

1.1　概　説 ……………………………………………………………………………… 1

1.2　本研究の目的 ………………………………………………………………………… 5

2　境界面における水質指標物質の移動に関する文献的考察 ……………………………… 7

2.1　気液境界面における水質指標物質の移動に関する従来の研究 ……………………… 7

2.1.1　気液境界面における乱流渦 …………………………………………………… 7

2.1.2　表面更新モデル ………………………………………………………………… 8

2.1.3　再ばっ気に関するその他の研究 ………………………………………………… 11

2.1.4　従来のモデルの検討 ……………………………………………………………… 12

2.2　密度差のある液体間の境界面における物質移動について ……………………………… 15

2.2.1　境界面の安定性について ………………………………………………………… 15

2.2.2　境界面における水質混合に関する従来の研究に関する検討 …………………… 16

2.3　固液境界面における物質の移動について ………………………………………… 20

2.3.1　底泥物質の性質について ………………………………………………………… 20

2.3.2　粘性土の浸食に関する従来の研究 ……………………………………………… 21

3　境界面における水質指標物質の移動に関する理論的考察 ……………………………… 28

3.1　水質汚濁解析上対象とする境界面について ……………………………………… 28

3.2　境界面により流体運動が強い束縛を受ける場合の水質指標物質の移動 ………… 29

3.2.1　viscous sublayer における物質移動 ………………………………………… 29

3.2.2　物質移動の立場から見た viscous sublayer モデルに対する改良 …………… 31

(1)　Einstein, Li の viscous sublayer モデル ……………………………………… 31

(2)　表面更新モデル ……………………………………………………………………… 32

(3)　水質指標物質の移動を考えるためのより現実的なモデルの検討 ……………… 33

3.3　密度境界面における水質指標物質の移動モデルについて ………………………… 37

3.4　境界面の運動特性から見た物質移動に関する理論的考察 ………………………… 38

3.4.1　本節の基本的立場 ………………………………………………………………… 38

3.4.2　内部波運動から見た塩分移動について …… 38
3.4.3　液々境界面の場合 ── 淡塩水二層境界面における塩分移動 …… 43
3.4.4　気液境界面の場合 ── 波動水面からの酸素移動 …… 44
(1)　一様な規則波の場合 …… 44
(2)　一般的な波の場合 …… 45
(3)　砕波のともなう場合 …… 45
(4)　C_A に対する影響 …… 46
3.4.5　固液境界面の場合 ── 底泥のまきあげ …… 46
3.4.6　ま　と　め …… 47
3.5　二層間の力のバランスから見た物質移動に関する理論的考察 …… 48
3.5.1　本節の基本的立場 …… 48
3.5.2　気液境界面の場合 …… 49
3.5.3　液々境界面の場合 …… 49
3.5.4　固液境界面の場合 …… 50
3.5.5　ま　と　め …… 50
3.6　理論的考察のまとめ …… 51

4　境界面における水質指標物質の移動に関する実験的考察 …… 54

4.1　淡塩水二層境界面における塩分移動に関する実験的考察 …… 54
4.1.1　淡塩水二層流の実験 …… 54
(1)　実験概要 …… 54
(2)　混入速度の計算方法 …… 55
4.1.2　混入速度について …… 55
4.1.3　境界面の運動について …… 57
4.1.4　境界面の変動特性と混入速度 …… 63
4.1.5　ま　と　め …… 65
4.2　波動水面からの酸素移動に関する実験的考察 …… 65
4.2.1　表面波による酸素移動に関する実験 …… 65
(1)　実験概要 …… 65
(2)　酸素移動係数の決定 …… 66
4.2.2　規則的な正弦波による酸素移動について …… 66
4.2.3　一般的な水面変動による酸素移動について …… 69

4.2.4　砕波をともなう場合の酸素移動について …… 74
4.2.5　風波による酸素移動について …… 78
4.2.6　ま　と　め …… 81
4.3　底泥のまきあげに関する実験的考察 …… 81
4.3.1　波運動による底泥のまきあげに関する実験 …… 81
(1)　実　験　概　要 …… 82
(2)　まきあげ量の評価法について …… 82
(3)　理論式の適用について …… 82
(4)　実験結果及び考察 …… 84
(5)　ま　と　め …… 87
4.3.2　円型水槽による底泥のまきあげに関する実験 …… 87
(1)　実　験　概　要 …… 87
(2)　実験結果及び考察 …… 89
(3)　ま　と　め …… 92
4.3.3　底泥の限界掃流力に関する実験 …… 92
(1)　実　験　概　要 …… 92
(2)　底泥の限界掃流力に関する考察 …… 93
(3)　堆積時間の及ぼす影響について …… 97
(4)　開水路場での適用について …… 101
(5)　ま　と　め …… 102
4.4　実験的考察のまとめ …… 102
5　結　　論 …… 105
5.1　本研究の総括 …… 105
5.2　謝　　辞 …… 108

記　　号　　表

A：流路断面積

a：波の振幅

A_0：静水時の境界面面積

A_S：境界面面積

b：水路幅

c：波速

C：濃度

C_A：A_SとA_0を関係づける係数

C_S：飽和濃度

d：粒径

d_S：平均粒径

D_E：渦拡散係数

D_L：移流拡散係数

D_M：分子拡散係数

D_r：分散比

D_W：波による拡散係数

E：エネルギー逸散率

F：まきあげ限界パラメータ

f：周波数

f_P：高周波成分と低周波成分の境界を示す周波数

F_{ri}：内部フルード数

G：生体濃縮率

g：重力加速度

H：波高

h：水深

I：エネルギー勾配

j：物質移動フラックス

K：連行係数

k：波数

K_L：物質移動係数

K_L'：みかけの物質移動係数

L：波長

ℓ：混合に関する長さのスケール

m：生物学的酸化分解速度定数

N：Brunt-Väisälä 振動数

n：個数

p：光合成による寄与率

PI：塑性指数

Q：流量

q_e：平均まきあげ速度

q_i：瞬間まきあげ速度

Re：レイノルズ数

R_i：リチャードソン数

R_{io}：オーバーオールリチャードソン数

$S_{(f)}$：境界面変動スペクトル

s：表面更新率

S_C：シュミット数

S_V：ベーンせん断強さ

T：波の周期

t：時間

T_d：泥の堆積時間

T_e：濃度が平衡に達するまでの時間

T_s：混合の周期

t_v：viscous sublayer における時間スケール

U：平均流速

u：水平方向（x方向）の流速

u'：水平方向の流速乱れ

u_*：摩擦速度

V：体積

v：鉛直方向（y方向）の流速

v'：鉛直方向の流速乱れ

V_e：物質移動速度

v_e：淡塩水二層流における混入速度

v_s：沈降速度

v_o：v'の代表値

δ：境界面混合層厚さ

δ^*：排除厚さ

δ_0：viscous sublayer の厚さ

δ_1：diffusion sublayer の厚さ

ε：相対密度

η：境界面の位置

θ：水温

κ：カルマン定数

Λ：渦径

λ：界面近傍の長さスケール

μ：粘性係数

ν：動粘性係数

ν_E：渦動粘性係数

ρ：水の密度

σ：表面張力

τ_C：浸食限界せん断力

τ_S：表面せん断力

τ_0：底面せん断力

$\phi_{(t)}$：年令分布関数

1 緒　　論

1.1 概　　説

人間の生産活動の活発化に伴う水系水質の汚染が問題となってから久しい。その間河川水質改善に関しては下水道整備，汚泥浚渫，排水規制などの努力が払われてきて，図 1.1 に示されるように全国的な平均を見れば，長期的には徐々に改善の傾向が見られる[1]。一方，個別的なデータとして表 1.1 には全国の 1 級河川の主要地点における昭和 50年と 51年のBOD年平均値と最大値が示されている。さらに 1 級河川の本川及び主要支川を対象としたＢＯＤ年平均値のワースト 5 は表 1.2 のようになっている。表 1.2 に示される 5 河川はいずれも首都圏，近畿圏を流れる都市河川である。したがって，これらの図表より，全般的には河川水質は改善されつつあるとは言っても，都市河川においてはいまだ高い汚濁レベルにあるところが多いことがわかる。とくに市街地を流れる都市河川はそれに関わる人口が多いため問題が発生した場合の影響も大きくなる。したがってその水量だけでなく，水質の管理に関しても今後ともより一層の関心を払っていくことが必要である。

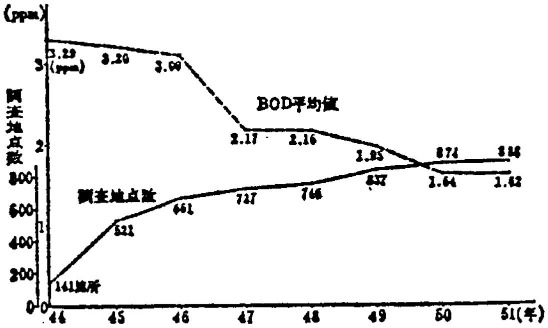


図 1.1　ＢＯＤ平均値経年変化

表 1.2　一般水系の汚濁河川ワースト 5

年次	順位	河川名	調査個所 地点数	調査個所 都道府県名	BOD 平均値	BOD 平均値の範囲
					(ppm)	(ppm)
51年	1	綾瀬川	2	埼　玉	15.9	12.4, 19.3
	2	大和川	8	大阪, 奈良	13.5	10.0~20.5
	3	鶴見川	4	神奈川	10.9	6.0~13.0
	4	猪名川	4	大阪, 兵庫	7.5	2.6~19.9
	5	揖保川	6	兵　庫	5.9	1.0~19.6
50年	1	綾瀬川	2	埼　玉	20.2	12.2, 28.3
	2	大和川	8	大阪, 奈良	15.6	8.2~20.5
	3	猪名川	4	大阪, 兵庫	12.0	3.0~28.9
	4	鶴見川	4	神奈川	10.4	6.3~13.3
	5	揖保川	6	兵　庫	6.5	1.1~20.9

水域に流入した汚濁物質はその組成，量及び水域の環境条件に応じて種々の作用を受ける。その支配要素を示すと図 1.2 のようになる[2]。水域内に放出された汚濁物質は図 1.2 に列挙されるような条件下で遷移していき，水域の水質特性，底質特性を形成する。ところでこの水域内部における遷移とは具体的には表 1.3 にまとめられるような作用によるものと言えよう[3]。

したがって，水系の汚濁解析を行なう場合には，表 1.3 に挙げられた因子による汚濁物質量の変化を数式で表示し，水域内での物質収支式を組みたてることになる。その際高い定量精度を得ることも一つの目的ではあるが，工学的には取り扱い易さも重要な要素である。

表 1.3 の各因子に注目して物質保存式としては現在，つぎのような式が一般的である。

表 1.1 一級河川の主要地点水質状況

河川名	主要調査地点名	BOD値 (ppm) 年平均値 50年	51年	最大値 50年	51年	備考
天塩川	美深橋	1.4	1.2	3.2	2.0	
留萌川	大和田	2.2	3.2	3.6	7.6	
石狩川	石狩大橋	1.4	1.3	2.7	4.7	
尻別川	名駒	0.9	0.6	2.8	1.0	
後志利別川	今金	0.6	0.5	1.3	0.8	
鵡川	鵡川橋	0.7	1.1	1.0	3.3	
沙流川	平取	0.7	0.9	1.0	2.8	
十勝川	茂岩	2.5	2.4	5.2	7.7	
釧路川	開運橋	2.0	1.6	4.7	4.4	
網走川	本郷	3.6	2.2	9.1	4.5	
常呂川	上川沿	2.2	2.8	6.7	7.8	
湧別川	中湧別	1.7	1.8	4.7	5.9	
諸滑川	ウッツ橋	1.5	1.2	2.7	1.8	
岩木川	五所川原	3.1	2.7	7.6	7.0	
米代川	二ツ井	1.8	2.1	3.9	4.9	
雄物川	椿川	1.5	1.9	5.0	5.5	
子吉川	二十六木橋	1.1	1.4	2.4	4.5	
最上川	砂越	1.3	1.2	3.3	2.6	
赤川	浜中	1.6	1.4	3.2	2.3	
馬渕川	大橋	1.6	2.0	2.2	4.1	
北上川	紫波橋	1.5	2.1	2.9	4.1	
鳴瀬川	三本木	1.5	0.9	6.6	1.9	
名取川	三ツ橋	2.5	2.4	5.3	8.3	
阿武隈川	岩沼	2.0	1.8	5.4	4.0	
高瀬川	甲地橋	0.8	1.3	1.9	2.3	
久慈川	榊橋	1.6	1.3	3.8	2.9	
那珂川	下国井	1.0	1.0	1.8	1.9	
利根川	栗橋	1.5	1.7	3.0	4.7	
江戸川	浦安	2.8	2.5	5.7	3.8	
中川	飯塚橋	4.4	4.0	8.5	7.2	
渡良瀬川	新開橋	3.6	4.6	9.1	14.1	
綾瀬川	手代橋	28.3	19.3	81.7	54.8	
霞ヶ浦	湖心	7.2	6.2	12.0	8.4	(COD値)
荒川	新荒川大橋	7.0	6.3	16.1	11.8	
多摩川	田園調布	7.1	7.1	16.9	14.9	
鶴見川	末吉橋	13.3	12.3	38.4	29.2	
相模川	馬入橋	2.5	2.2	6.1	5.3	
富士川	富士橋	2.3	2.0	3.6	3.3	
荒川	荒川橋	1.2	1.0	2.6	1.7	
阿賀野川	横雲橋	1.1	1.2	2.7	4.9	
信濃川	帝石橋	1.8	1.4	3.5	2.5	
関川	春日山橋	2.3	2.4	3.4	3.6	
姫川	山本	0.9	1.1	2.5	2.5	
黒部川	愛本橋	0.8	0.3	1.5	0.6	
常願寺川	常願寺大橋	0.7	0.6	1.3	2.4	
神通川	神通大橋	1.4	0.7	6.8	1.6	
庄川	大門大橋	0.6	0.7	0.9	2.6	
小矢部川	城光寺橋	2.1	2.1	2.9	3.4	
手取川	白山合口堰	0.5	0.5	0.7	0.9	
梯川	鶴ケ島橋	1.4	1.4	2.7	3.8	
狩野川	黒瀬	2.1	2.7	3.7	4.3	
安倍川	安倍川橋	1.1	3.6	2.9	17.7	
大井川	神座	1.1	0.9	2.5	1.6	
天竜川	宮ケ瀬	1.8	2.0	4.5	3.3	
菊川	加茂	1.5	3.1	2.7	8.0	
藍川	当古	0.9	0.8	2.4	1.7	
矢作川	米津	1.1	0.8	4.2	2.8	
庄内川	枇杷島	4.3	3.3	42.1	11.6	
木曽川	起	0.7	0.8	1.4	1.4	
長良川	照川橋	0.8	0.6	1.4	1.1	
揖斐川	岡島	0.5	0.5	0.8	0.8	
鈴鹿川	高岡	1.3	1.4	5.0	4.0	
雲出川	雲出橋	1.2	0.7	5.8	1.8	
櫛田川	櫛田橋	0.6	0.6	1.6	2.0	
宮川	岩出	0.6	0.3	0.9	0.7	
新宮川	熊野大橋	0.7	0.7	1.3	1.0	
紀の川	船戸	1.8	1.4	2.8	2.4	
大和川	浅香	20.4	19.4	34.8	45.1	
淀川	枚方大橋	3.2	3.4	5.7	8.6	
桂川	宮前橋	8.4	9.0	19.1	24.2	
宇治川	御幸橋	2.4	2.3	3.6	4.1	
〃	宇治橋	1.7	1.8	4.0	3.5	
猪名川	軍行橋	12.6	3.4	95.0	6.9	
加吉川	国包橋	2.0	2.3	5.2	4.2	
揖保川	竜野	1.6	1.5	2.6	3.4	
九頭竜川	中角	0.9	1.1	1.4	3.4	
由良川	筈巻橋	1.3	1.2	3.0	2.0	
北川	高塚	0.7	0.6	1.1	1.2	
円山川	立野	1.8	1.2	5.1	2.9	
高梁川	霞橋	1.5	1.6	3.8	3.1	
旭川	桜橋	1.5	1.3	4.3	3.9	
吉井川	永安橋	1.7	1.9	6.4	13.2	
芦田川	山手橋	3.6	2.8	8.6	6.7	
太田川	攻村	1.0	0.8	2.2	2.6	
小瀬川	大和橋	1.2	1.7	3.2	3.1	
佐波川	新橋	1.1	0.9	2.7	2.6	
高津川	高角	1.1	1.0	2.8	2.3	
江の川	尾関山	0.8	0.9	2.8	2.6	
斐伊川	大津	1.2	1.6	4.5	4.3	
日野川	車尾	1.4	1.3	3.7	9.1	
天神川	小田	2.4	2.0	6.2	6.5	
千代川	行徳	1.2	1.3	3.8	4.5	
重信川	出合	2.0	1.7	5.5	3.1	
肱川	大洲	0.8	0.8	1.9	1.3	
渡川	具同	1.2	1.5	3.2	7.1	
仁淀川	八田	0.8	1.7	3.6	5.4	
物部川	深渕	1.7	1.1	4.5	3.1	
那賀川	古庄	0.5	0.6	1.1	1.5	
吉野川	高瀬橋	0.5	0.8	1.2	3.0	
土器川	常包橋	0.8	1.1	1.6	4.1	
遠賀川	日の出橋	2.4	2.6	6.2	10.6	
山国川	下宮永	2.7	2.8	5.7	3.6	
大分川	明磧橋	1.4	1.4	4.5	7.4	
大野川	白滝橋	1.5	1.2	11.1	4.6	
番匠川	水路橋	1.4	1.0	2.8	2.1	
五ケ瀬川	五ケ瀬橋	1.2	1.2	3.2	3.0	
小丸川	高城橋	1.5	1.0	3.7	2.3	
大淀川	相生橋	1.6	1.4	3.3	6.3	
肝属川	俣瀬	3.9	3.6	8.8	9.0	
川内川	斧渕	1.0	1.1	1.6	1.8	
球磨川	横石	1.3	1.3	3.4	3.7	
白川	十禅寺	1.5	1.5	5.4	6.5	
緑川	城南	1.4	1.0	4.1	2.3	
菊池川	山鹿	1.1	1.2	4.5	5.5	
矢部川	瀬高	2.0	2.1	6.2	4.9	
筑後川	瀬の下	2.3	2.5	8.0	5.1	
嘉瀬川	徳万堰	1.1	0.8	3.2	1.7	
六角川	住ノ江橋	5.3	3.6	34.7	13.7	
本明川	旭町	5.2	5.1	9.8	16.8	
松浦川	久里橋	1.3	1.4	4.2	6.2	

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \mathbb{v}\cdot\nabla C = \nabla(\mathbb{D}_M\cdot\nabla C) \pm \frac{\partial}{\partial y}(v_S C) - mC + P - G(C) \qquad (1.1.1)$$

ここで，C：対象としている物質濃度，$\mathbb{v}$：移流速度ベクトル，$\mathbb{D}_M$：分子拡散係数ベクトル，v_S：沈降（浮上）速度，m：生物学的酸化分解速度定数，G(C)：生体濃縮率，P：光合成による寄与率座標軸は水平方向にx，z軸，鉛直方向にy軸をとっている。

対象とする水質指標物質が保存性物質の場合には，上式の右辺第三項，第四項は省略されることになる。

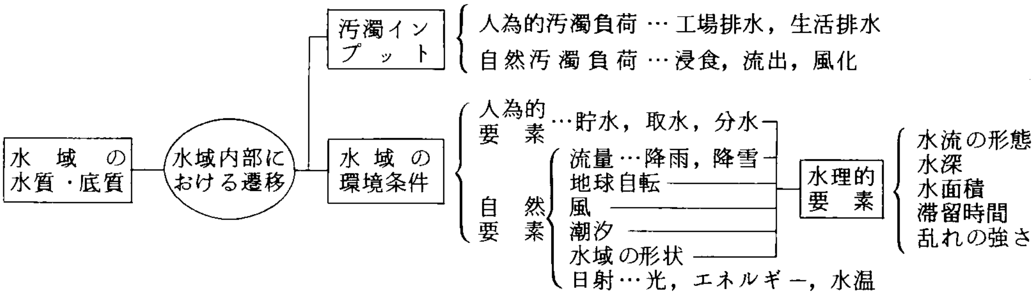


図 1.2　水域の水質・底質を支配する諸要素[2]

一般の河川においては，式（1.1.1）を断面内で積分し，流れ方向のみ考える一次元解析が中心である。式（1.1.1）を書き改め文献 4, 5 を参考にして図 1.3 に示すようなコントロールボリュームについて積分を行なう。まず各変量を時間平均値（バーをつけて表わす）と偏差（プライムをつけて表わす）に分けて表示し，さらに時間平均操作を行なえば次式を得る。ただし，分子拡散効果は他の項に比べて小さいとして省略してある。

表 1.3　水域内部における汚濁物質の収支を支配する因子[3]

	保存性物質	非保存性物質
物理的因子	移流，拡散，沈殿，浮上	
化学的・生物学的因子	生体濃縮	
		生物学的酸化分解 化学酸化，凝結，吸着 光合成

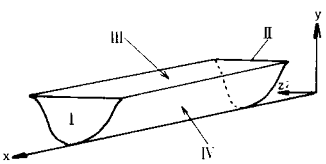


図 1.3　積分体積と境界面

$$\frac{\partial \overline{C}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\overline{u}\,\overline{C}) + \frac{\partial}{\partial y}(\overline{v}\,\overline{C}) + \frac{\partial}{\partial z}(\overline{w}\,\overline{C}) + \frac{\partial}{\partial x}\overline{u'C'} + \frac{\partial}{\partial y}\overline{v'C'} + \frac{\partial}{\partial z}\overline{w'C'} = \pm\frac{\partial}{\partial y}(v_S\overline{C}) - m\overline{C} + P - G(\overline{C}) \qquad (1.1.2)$$

式（1.1.2）を積分する。

$$\int\frac{\partial \overline{C}}{\partial t}dV + \int\left[\frac{\partial}{\partial x}(\overline{u}\,\overline{C}) + \frac{\partial}{\partial y}(\overline{v}\,\overline{C}) + \frac{\partial}{\partial z}(\overline{w}\,\overline{C})\right]dV + \int\left[\frac{\partial}{\partial x}\overline{u'C'} + \frac{\partial}{\partial y}\overline{v'C'} + \frac{\partial}{\partial z}\overline{w'C'}\right]dV = \pm\int\frac{\partial}{\partial y}(v_S\overline{C})dV - \int m\overline{C}\,dV + \int P\,dV - \int G(\overline{C})\,dV \qquad (1.1.3)$$

Green－Gaussの公式を用いて変形整理すると次式を得る。

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_A \overline{C}\,dA+\frac{\partial}{\partial x}\int_A \overline{u}\,\overline{C}\,dA=-\frac{\partial}{\partial x}\int_A \overline{u'C'}dA-\int_{\mathrm{III}}\left\{\overline{u'C'}\cos(x,n)+\overline{v'C'}\cos(y,n)+\overline{w'C'}\cos(z,n)\right\}dS_{\mathrm{III}}-\int_{\mathrm{IV}}\left\{\overline{u'C'}\cos(x,n)+\overline{v'C'}\cos(y,n)+\overline{w'C'}\cos(z,n)\right\}dS_{\mathrm{IV}}\pm\left\{[v_S\overline{C}b_{\mathrm{III}}]_{\mathrm{III}}-[v_S\overline{C}b_{\mathrm{IV}}]_{\mathrm{IV}}\right\}-mA\overline{C}+AP-AG(\overline{C}) \quad (1.1.4)$$

ただし添字Ⅲ，Ⅳは図 1.3 に示す面を表わし，Aは流下方向に直角な断面を示す。bは水路幅である。式（1.1.4）の各項を順に見ていくと左辺第一項は平均水質の時間的変化を，第二項は移流による効果を表わしている。右辺第一項はReynolds fluxによる流出入を表わし，第二項は面Ⅲにおける境界条件，すなわち具体的には水面における物質の流出入を表わしている。右辺の第三番目の積分は潤辺における境界条件を表わしているが，実際問題としては底面との物質交換と考えてよい。右辺第四項の｛ ｝内は第一項が水面からの沈降性物質の流入（降下ばいじん等），第二項は底への沈殿を表わしている。

従来から水理学の分野で行なわれてきた研究は右辺第二項以下を省略した次式が中心である。

$$\frac{\partial(\widetilde{C}A)}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}\int_A \overline{u}\,\overline{C}\,dA=\frac{\partial}{\partial x}\left\{D_E A\frac{\partial\widetilde{C}}{\partial x}\right\} \quad (1.1.5)$$

ただし$\widetilde{C}$は$\overline{C}$の断面平均で$\widetilde{C}=\frac{1}{A}\int_A\overline{C}\,dA$である。また右辺第一項では，よく行なわれるようなBoussinesq形の表現$-\int\overline{u'C'}dA=D_E A\frac{\partial\widetilde{C}}{\partial x}$を用いている。したがってこの場合の$D_E$は断面で平均された渦拡散係数と考えることができる。$\overline{u}$, $\overline{C}$をそれぞれその断面平均U，$\widetilde{C}$と偏差$\widehat{u}$，$\widehat{C}$で表わすと式（1.1.5）の右辺第二項はつぎのようになる。

$$\frac{\partial}{\partial x}\int_A\overline{u}\,\overline{C}\,dA=\frac{\partial}{\partial x}\int(U\widetilde{C}+\widehat{u}\widehat{C})dA \quad (1.1.6)$$

ここで移流拡散係数D_Lをつぎのように定義する。

$$\int\widehat{u}\widehat{C}\,dA=-D_L\frac{\partial\widetilde{C}}{\partial x}A \quad (1.1.7)$$

したがって式（1.1.5）は次式となる。

$$\frac{\partial\widetilde{C}}{\partial t}+\frac{\partial(U\widetilde{C})}{\partial x}=\frac{\partial}{\partial x}\left\{(D_L+D_E)\frac{\partial\widetilde{C}}{\partial x}\right\} \quad (1.1.8)$$

移流拡散係数の定量化についてはTaylor，Elder，Fisherなどによって研究されている。[6,7,8]これらの研究はいずれもすぐれたものであるが，式（1.1.4）の右辺第二項以下を省略しているために，現実の水質汚濁解析の立場から見れば満足のいくものとは言えない。

水質汚濁解析を行なう場合には，ほとんどの場合式（1.1.4）の右辺第二項以下全てを省略することはできない。その場合数学的には大変複雑な形となり，解析的な扱いが困難になることが多い。しかし工学的立場から見れば，精度が若干低下しても取り扱い易さを求める場合も少なくない。そのような立場から水系の汚濁解析を考えると，現象を厳密に表示するよりも，仮定には若干問題があっても結果的にいかに平均的な水質の動向をうまく，かつ単純な形で表現できるかが重要になってくる。言い換えれば水理学的な厳密さには少々目をつむっても，水質に関して取り扱い易く，かつその場に適切

な精度が得られるような，水質移動の定量化法を工夫することが重要である。このような点が従来の水理学とは違った水質水理学の一つの目的であると言えよう。

たとえば合田[9]は式(1.1.6)を補正係数αを用いて$(1+\alpha)U\frac{\partial\widetilde{C}}{\partial x}$と表現している。このように表わすことにより移流拡散項，すなわち二階微分項が消え，数学的な扱いも簡単になる。また，式(1.1.4)を流下方向にも平均化することにより，つぎのような完全混合型のモデルで表示する方法もある。

$$V\frac{d\widetilde{C}}{dt}=Q(\widetilde{C}_i-\widetilde{C}_0)-\beta\cdot V \tag{1.1.9}$$

Vは対象とする体積，Qは流量，$\widetilde{C}_i$，$\widetilde{C}_0$はそれぞれVの流入・流出点での濃度である。上式中のβには式(1.1.4)の右辺第二項以下の積分が全て含まれている。このような取り扱いは現象の詳細な表示を目的とするのではなく，繁雑な部分はα，βなどの係数中に入れてしまい，取り扱い易い形にした上で，水質の平均的な変化がうまく表わせるように係数を決めようとする立場の一例と考えることができる。このような姿勢は厳密性には若干欠けるところもあるが，現実的な解析を目的とする場合には不可欠なものであり，水質水理の一つの側面と言うことができる。

1.2　本研究の目的

すでに述べたように水系の汚濁を扱う場合には移流項や拡散項もさることながら，式(1.1.4)の右辺第二項以下，すなわち境界面における流出入及び系の内部における化学的・生物学的変化(非保存性物質の場合)をいかにうまく表示するかが重要となってくる。

本研究はこのような水域の境界面における物質の移動を扱っている。従来からも，境界面における物質移動に関する研究は，気液境界面，液々境界面，固液境界面等において種々行なわれてきた。これらのアプローチは，いずれも主流の運動を表わすパラメータと関連させて，境界面の物質移動を表示しようとするものである。すなわち，気液境界面では境界面近傍の流体の速度乱れによりモデル化を行ない，平均流速，水面勾配などの平均的なパラメータに結びつける研究が中心である。同様に液々境界面においても流速や密度勾配をパラメータにとっており，固液界面では摩擦速度が主に対象とされる。境界面における物質移動をこのように境界面付近の水の運動で考え，表現しようとするのは妥当な方法と考えられる。ところで境界面付近の水の運動(平均流速や乱れ速度など)に対する検討が境界面における物質移動を扱う唯一の方法だろうか。境界面を通しての物質移動がおこっているのならば，境界面の運動自身が当然これに関与しているはずである。あるいは水質混合の本質と考えられる水流の乱れは，境界面付近においては境界面の運動と密接に関係していると言うこともできる。本研究では境界面の運動特性こそが，そこにおける物質移動を説明しうる，より直接的な因子であると考えた。また境界面の運動特性により物質移動を扱おうとする立場に立てば，従来別々に扱われてきた気液，液々，固液の各境界面における物質移動をその運動特性から，ある程度統一的に考察できるのではないかと考えた。

本研究は以上のような観点から，種々の境界面における物質移動を可能な限り統一的に論じること

を念頭において，境界面の運動特性によって物質移動を定量化することを試みたものである。さらに境界面における上層と下層の力のバランスの面からも，若干の検討を行なった。

第二章では気液，液々，固液の各境界面における物質移動に関する従来の研究を述べ検討を行なう。

第三章では境界面における物質移動に関する理論的考察を行なう。まず式（1.1.4）に関して，水質汚濁上対象とする境界面と水質指標物質について明らかにする。つぎに安定な境界面における物質移動モデルについて従来のモデルをとりあげ，基本的な式を明らかにするとともに，基本式が気液，液液，固液の各境界面に対して応用される場合の変形過程を検討する。続いて，境界面の運動特性が物質移動にどのように関わるかを検討し，境界面の運動特性により物質移動の定量化を行なう。さらに，上層が下層に及ぼす力と，下層の抵抗力とのバランスにより物質移動が支配される，という立場からの考察を行なう。

第四章では境界面における物質移動に関する実験について述べる。そして実験結果を用いて第三章で行なった理論的考察の妥当性を検討する。すなわち4.1においては液々境界面として淡塩水二層流の混合に関して実験，検討を行なう。4.2では波動運動をする水面からの酸素吸収に関する実験を行ない，気液境界面の場合についての考察を行なう。そして4.3では底泥のまきあげについて実験し，固液境界面における物質移動を考えてみる。

第五章では得られた成果をまとめて結論とする。

参　考　文　献

1　荒井　治：河川水質の現況と今日の話題，建設月報No.345，pp.36～41.

2　土木学会編：土木工学ハンドブック，pp.2484.

3　合田　健：水質工学（基礎編），丸善，pp.199.

4　岩佐義朗：水理学，朝倉書店，pp.121～122，1967.

5　岩佐義朗：開水路流れの基礎理論，水工学シリーズ64−01，土木学会水理委員会，1964.

6　Taylor, G.I.: The dispersion of matter in turbulent flow through a pipe, Proc.Roy.Soc., A.223, pp.446～468, 1954.

7　Elder, J.W.: The dispersion of marked fluid in turbulent shear flow, Jour. of Fluid Mech., Vol.5, pp.544～560, 1959.

8　Fisher, H.B.: The Mechanics of dispersion in natural streams, Proc. ASCE, HY6, pp.187～216, 1967.

9　合田　健：水質の変化とその予報に関する研究(2)，土木学会第六回衛生工学研究討論会論文集，pp.140～150，1970.

10　住友　恒：水質水理の基礎，水工学シリーズ78−A−1，土木学会水理委員会，1978.

2　境界面における水質指標物質の移動に関する文献的考察

2.1　気液境界面における水質指標物質の移動に関する従来の研究

2.1.1　気液境界面における乱流渦

Levich[1] は気液境界面についてつぎのような考察を行なっている。

乱流渦は気液界面（水面）において一般に強い拘束を受ける。主流から運ばれて来た乱れが水面を通過して気中に入るということはないから，鉛直方向（y方向）の乱れは水面の存在による影響を受ける。一方，水面において気体によるせん断力は無視できるほど小さいため，水面に非常に近い領域では流れ方向（x方向）の流速の鉛直分布は一様と考えられる。したがって連続の式より，鉛直方向の乱れ v' は，水面からの距離 y に比例すると考えられる。

$$v' \propto y \qquad (2.1.1)$$

水面付近の x 方向流速の変化がなく，したがって v' が式（2.1.1）にしたがうような層の厚さを λ とすると，式（2.1.1）は次式のように表わせる。

$$v' = v_0 \frac{y}{\lambda} \qquad (2.1.2)$$

ただし v_0 は $y=\lambda$ における鉛直方向の乱れ速度

同様に渦スケールも y に比例すると考えられて，渦動粘性係数 ν_E は次式で表わされる。

$$\nu_E \propto v'y \propto v_0 \frac{y^2}{\lambda} \qquad (2.1.3)$$

乱れを減衰させる原因は表面張力 σ であると考えられる。よって，λ は σ と v_0 の関係よりつぎのようになる。

$$\lambda \propto \frac{\sigma}{\rho v_0^2} \qquad (2.1.4)$$

したがって，

$$v' \propto \frac{\rho v_0^3}{\sigma} y \qquad (2.1.5)$$

$$\nu_E \propto \frac{\rho v_0^3 y^2}{\sigma} \qquad (2.1.6)$$

式（2.1.6）より渦動粘性は水面に近づくにつれ減少することがわかるが，水面からある距離においては動粘性係数 ν と等しくなり，やがて ν が卓越するようになる。このような層を viscous sublayer とよびその厚さ δ_0 はつぎのようになる。

$$\nu \propto \frac{\rho v_0^3 \delta_0^2}{\sigma} \text{ より} \qquad \delta_0 \propto \left(\frac{\nu\sigma}{\rho v_0^3}\right)^{1/2} \qquad (2.1.7)$$

また viscous sublayer における時間スケール t_V は次式となる。

$$t_V \propto \frac{\delta_0}{v'(\delta_0)} \propto \frac{\delta_0}{v_0 \delta_0 / \lambda} \propto \lambda / v_0 \qquad (2.1.8)$$

いま viscous sublayer 内での物質移動を考えると，渦拡散係数 D_E は次式となる。

$$D_E \propto v'^2 t_V \propto v_0 \cdot \frac{y^2}{\lambda} \qquad (2.1.9)$$

上式より，D_Eは表面に近づくにつれて小さくなることがわかるが，ある距離δ_1以下になると分子拡散が卓越しはじめることになる。

$$D_M \propto v_0 \cdot \frac{\delta_1^2}{\lambda} \text{ より} \qquad \delta_1 \propto \left(\frac{\lambda D_M}{v_0}\right)^{1/2} \propto \left(\frac{D_M \sigma}{\rho v_0^3}\right)^{1/2} \qquad (2.1.10)$$

このような厚さδ_1の層をdiffusion sublayerとよび，おもに分子拡散によって物質が移動する。diffusion sublayerでのmass fluxは $j = \frac{D_M \Delta C}{\delta_1}$ となり，したがって物質移動係数K_Lはつぎのようになる。

$$K_L = \frac{D_M}{\delta_1} \propto D_M^{1/2} v_0^{3/2} \rho^{1/2} \sigma^{-1/2} \qquad (2.1.11)$$

このようなLevichによる検討はLewisとWhitman[2]が提唱した境膜モデルと同様，表面の分子拡散の卓越する領域においては定常的な濃度分布が形成されると考えているが，Whitmanの研究に比べて境膜の厚さに理論的な検討が加えられている。

しかし実際の場においては，液体が気相に接した瞬間に一定の濃度分布ができるはずはなく，ある程度時間を要するはずである。さらに乱れは気液境界面まできて，表面エレメントを更新すると考える方が実際的と考えられる。そこでつぎに示す浸透モデルや表面更新モデルをくみ合せて使う方が現実をよく表わしていると言えるだろう。

2.1.2 表面更新モデル

実際の場においては，乱れによって表面のエレメントは次々に更新されて，ガス吸収がおこっていると考えられる。このようなモデルはHigbie[3]に始まり，Danckwerts[4]によって改良された後も検討が加えられ広く使用されている。

Higbie[3]は，更新された表面エレメントではつぎに示すような分子拡散によって吸収がおこるとする浸透モデルを考えた。

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D_M \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \qquad (2.1.12)$$

yは水表面を原点に，鉛直方向下向きを正とする。境界条件は次式である。

$$\begin{aligned} C &= C_L : \quad t = 0,\ y > 0 \\ C &= C_L : \quad t > 0,\ y \to \infty \\ C &= C_S : \quad t > 0 \quad y = 0 \end{aligned} \qquad (2.1.13)$$

ここでC_Lは主流の濃度である。式 (2.1.12) を (2.1.13) の条件で解けば次式となる。

$$C = C_L + (C_S - C_L)\,\mathrm{erfc}\left(\frac{y}{2\sqrt{t D_M}}\right) \qquad (2.1.14)$$

ここでHigbieは，各表面エレメントは時間t_eの間，表面に滞在すると考えた。すなわち，表面のエレメントの年令分布関数$\phi(t)$をつぎのように仮定したことになる。

$$\phi(t)=\begin{cases}\dfrac{1}{t_e} & 0\leqq t\leqq t_e\\ 0 & t>t_e\end{cases} \tag{2.1.15}$$

式 (2.1.14), (2.1.15) を用いて，平均のフラックス $\bar{j}$ および物質移動係数 K_L はつぎのようになる。

$$\bar{j}=\frac{1}{t_e}\int_0^{t_e}\left[-D_M\frac{\partial C}{\partial y}\right]_{y=0}dt = 2\,(C_S-C_L)\sqrt{\frac{D_M}{\pi t_e}} \tag{2.1.16}$$

$$K_L=\frac{\bar{j}}{C_S-C_L}=2\sqrt{\frac{D_M}{\pi t_e}} \tag{2.1.17}$$

Danckwerts[4]は，表面はランダムに更新されると考え，表面更新率 s を用いて $\phi(t)$ をつぎのように表わした。

$$\phi(t)=s\,e^{-st} \tag{2.1.18}$$

式 (2.1.14) と (2.1.18) を用いれば $\bar{j}$, K_L については次式を得る。

$$\bar{j}=(C_S-C_L)\sqrt{D_M s} \tag{2.1.19}$$

$$K_L=\sqrt{D_M s} \tag{2.1.20}$$

Higbieのモデルは全てのeddyが同じ滞在時間をもつと考えており，いわば押し出し流れに相当するのに対し，Danckwertsのモデルは完全混合槽の排出頻度特性に類似している。これらの年令分布関数についてはその後も種々の検討，改良が加えられており，たとえばPerlmutter[5]は，実際の現象はHigbieモデルとDanckwertsモデルの中間であると考えて，n個の完全混合槽として表わし，$n\to\infty$ でHigbieモデルに $n=1$ でDanckwertsモデルになるような分布関数を考えた。さらに彼は，更新されたエレメントは全て一定時間表面に滞在した後にランダムな更新を受けると考えて，dead time model を考案した。只木と前田[6]は,濡壁塔などの一般の物質移動装置では年令が無限大であるような表面エレメントの存在は考えられず，最大年令は接触時間であると考えて，Danckwertsのモデルを過渡状態に拡張した。さらにKoppel ら[7]は滞在時間分布にガンマ関数形を用いたガンマモデルを提唱して，モデルの一般的な表現を行なっている。Chungら[8]は只木らと同様に，装置内における物質移動を考え，接触開始から，定常な年令分布になるまでの遷移状態の分布関数を求めている。実河川における再曝気を扱う場合は，上述のような物質移動装置内におけるような時間制限因子はなく，またランダムな乱れが存在する。したがって，表面エレメントが表面滞在時間の長さには無関係にランダムに更新すると考えているDanckwertsの分布関数を用いるのが，式形も簡単であり適当であると考えられる。

以上に考察したように，年令分布関数としては式 (2.1.18) を用いることとして，残された問題は，更新されたエレメントへのガス吸収モデルと，表面更新率 s を実際の場において，どのような水理パラメータで表現するかということである。

O'Connor と Dobbins[9]は分子拡散による吸収が行なわれる厚さは Y_L までであるとして式(2.1.12)を式 (2.1.21) のような境界条件のもとで解き，年令分布関数式 (2.1.18) を適用して式 (2.1.22)のよ

うな結果を得た。

$$
\begin{aligned}
&C = C_L : t = 0 &&0 < y \leqq Y_L \\
&C = C_S : t \geqq 0 &&y = 0 \\
&C = C_L : t \geqq 0 &&y = Y_L
\end{aligned}
\qquad (2.1.21)
$$

$$K_L = \sqrt{D_M s} \quad \coth \left(\frac{s Y_L^2}{D_M}\right)^{1/2} \qquad (2.1.22)$$

式(2.1.22)はsが小さくなるとD_M/Y_Lに近づきsが大きくなると$\sqrt{D_M s}$に近づく。Toorら[10]も同様の境界条件を用いており，これらを境膜浸透モデルと呼んでいる。さらにMarchelloとToor[11]は水面付近の低レベルの乱れは，更新よりも混合をおこすと考えて境膜浸透モデルに改良を加えている。式(2.1.22)中の表面更新率sについてO'ConnorとDobbins[9]は，鉛直方向の乱れ強さと，混合距離の比であると考えて，乱れが非等方性，等方性の場合にそれぞれつぎのように表わした。

非等方性の場合 $$s = \frac{\sqrt{ghI}}{\kappa h} \qquad (2.1.23)$$

$$k_L = 480 \frac{D_M^{1/2} I^{1/4}}{h^{1/4}} \qquad (2.1.24)$$

等方性の場合 $$s = \frac{0.1U}{0.1h} = \frac{U}{h} \qquad (2.1.25)$$

$$k_L = 127\sqrt{\frac{D_M U}{h}} \qquad (2.1.26)$$

ただしここでIは水路勾配，k_Lは常用対数による物質移動係数($=K_L/2.31$)で単位はフィート/日，hは水深で，単位はフィート，Uは平均流速(フィート/秒)である。しかし，式(2.1.23)については，流速の対数分布則を水面にまで適用することの疑問(村上[12])や，鉛直方向の変動速度を混合距離でわったものが表面更新率になる理論的根拠や実証がされていないこと(Krenkel[13])，また式(2.1.25)については，Kalinskeのミシシッピ川での実測をそのまま適用することの疑問(村上，Krenkel)などがあげられている。しかし彼らの実測結果を見れば，式(2.1.23)はマクロなパラメータを用いているにもかかわらずよく実測値に一致しており，実用的で妥当な表現であると考えられる。Dobbins[14]は表面の更新は乱れのエネルギーが表面張力に打ち勝っておこると考え，液膜厚さとしてはKolmogoroffの逸散スケールに比例するものと考え次式を求めた。

$$s = C_{2127} \frac{\rho \nu^{3/4} E^{3/4}}{\sigma} \qquad (2.1.27)$$

上式の係数C_{2127}については水理パラメータにより与えられている。Eは流れ全体における単位質量あたりの逸散エネルギーである。King[16]は表面付近においても分子拡散だけではなく，拡散係数ay^nをもつ渦による拡散も存在すると考えて，境界条件(2.1.13)のもとで次式が成立しているとした。

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial y}\left\{(D_M + ay^n)\frac{\partial C}{\partial y}\right\} \qquad (2.1.28)$$

上式は特殊な場合を除いて解析的に解を得ることはできないが，彼は実験，実測結果を検討して，河川に対しては次式を与えた。

$$s = \frac{\rho}{\mu}\left(\frac{Eh}{\rho}\right)^{2/3} \qquad (2.1.29)$$

村上[12]は式(2.1.27)で表わされるDobbinsの理論では液膜の厚さに関与するものとして表面張力を考えていない点を指摘し，表面付近の運動は表面張力の影響を受けると考えて，次式を求めた。

$$s = C_{2130}\,\rho\,(\nu E)^{3/4}/\sigma \qquad (2.1.30)$$

上式において C_{2130} はDobbinsの式と異なり定数である。

村上が考えた表面張力の働く層は2.1.1で示したLevichのviscous sublayerに等しく，Levichの求めた式(2.1.11)において v_0 をKolmogoroffの逸散スケールに相当する量と考えると，式(2.1.30)に一致する。Dobbinsのモデル(式2.1.27)，村上のモデル(式2.1.30)などを見ると，表面更新率の理論的研究は，表面更新のために消費されるエネルギーの面からのアプローチが中心となっている。

2.1.3　再ばっ気に関するその他の研究

FortescueとPearson[17]は，断続的な鉛直方向の流速による表面更新モデルは不自然であると考え，物質輸送は表面下に定常的に存在する規則的に並んだ回転する"ころ"のような渦によっておこると考えた。

$$\begin{aligned} u' &= A\sin(\pi x/\Lambda)\cos(\pi y/\Lambda) \\ v' &= -A\cos(\pi x/\Lambda)\sin(\pi y/\Lambda) \end{aligned} \qquad (2.1.31)$$

$$u'\frac{\partial C}{\partial x} + v'\frac{\partial C}{\partial y} = D_M\left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2}\right) \qquad (2.1.32)$$

$$\begin{aligned} &C = C_S : y = 0 && 0 \leqq x \leqq \Lambda \\ &\frac{\partial C}{\partial x} = 0 : 0 \leqq y \leqq \Lambda && x = n\Lambda \quad (n:整数) \\ &C = C_L : y = \Lambda && 0 \leqq x \leqq \Lambda \end{aligned} \qquad (2.1.33)$$

式(2.1.31)～(2.1.33)を数値的に解いて k_L として次式を求めた。

$$k_L = 1.46\left(D_M\sqrt{u'^2}/\Lambda\right)^{1/2} \qquad (2.1.34)$$

彼らは，渦径 Λ として乱れのマクロスケールをとった。一方LamontとScott[18]は，同じようなモデルであるが，スペクトルの慣性領域に属するような小スケールの渦こそが物質移動に関与すると考えて次式を得た。

$$k_L \propto (\nu/D_M)^{-1/2}(E\nu)^{1/4} \qquad (2.1.35)$$

得られた結果からみればFortescue，Pearsonはマクロスケールの量で表面更新率を表わし，

Lamont, Scott は Kolmogoroff スケールで表面更新率を評価したと考えることもできる。

Krenkel と Orlob[13]は，表面更新率は乱れによる拡散係数をある長さでわったものであると考え，移流拡散係数 D_L こそが，全断面内での乱れによる拡散効果を表わしていると考えて，再ばっ気係数 k_2 を次式のように与えて実験より係数を求めた。

$$k_2 \propto D_L / h^2 \tag{2.1.36}$$

さらに Thackston と Krenkel[19]は，この考えをさらに一般化して再ばっ気係数は，表面更新率あるいは乱れの関数に比例し，水深の関数に反比例すると考えて，データを整理した。

また水面に風や造波器によって波をつくり，再ばっ気を調べる研究も行なわれている。Downing と Truesdale[20], Kanwisher[21]は風速や波高の影響について実験を行ない，定性的に検討を加えている。Muenz と Marchello[22]は進行波をおこしてガスの吸収を調べ，波の存在するときの拡散係数 D_W を波の周波数 f を用いてつぎのように求めた。

$$D_W / D_M = 2.74\,(\nu / D_M)^{-1/6}\,(f h^2 / \nu)^{1/3} \tag{2.1.37}$$

一方，Eloubaidy と Plate[23]や Mattingly[24]は風による再ばっ気係数の増加を研究した。

実河川におけるデータから重回帰分析によって実験式を求める研究も多くなされている。その中でも Churchill, Elmore, Buckingham[25]によるものは有名である。彼らは四つの河川からのデータを用いて，相関のよい多くの回帰式を求めている。その他にも同様の手法による実験式が数多くあり，Kramer[26]はこれらの式による計算結果を比較している。細井，井本[27]は実験水槽におけるデータから，実験的にガス吸収に及ぼす波の影響を検討している。

2.1.4 従来のモデルの検討

河川の再ばっ気に関する従来の研究は 2.1.1，2.1.2 で説明したものや，2.1.3 の式 (2.1.34)，(2.1.35) などのように理論的考察が中心となっているものと，Churchill らをはじめとする，野外実測や水路実験で得られたデータを重回帰分析で整理したもの，さらに両者の中間的なものとして Krenkel らや Muenz らなどに見られるように，次元解析的に実験式を求める立場に大別される。表面更新モデルを中心とする理論的研究においても，実河川への適用にあたっては，水面近傍のごくミクロなところをとり扱った表面更新率を，河川のマクロな水理パラメータで表わすことになるので，実用段階においては，必ずしもミクロに考えた理論的研究がすぐれているとは言えない。

理論的研究の代表的な考え方は，表面更新モデルを認めつつ，その更新率を主流から供給される乱れエネルギーで評価しようとするものである。O'Connor, Dobbins (1956) のモデルでは表面更新率を，乱れ強さを混合距離で割って求めたが，Dobbins (1964) はさらに表面張力も考慮した。この Dobbins (1964) の求めた式は，後に村上 (1970) が発表したものと非常によくにた形になっている。Dobbins と村上の違いは，同一の現象を Dobbins は表面におけるエネルギーのバランスから見て

いるのに対し，村上は，表面張力を考慮しつつも基本的には O′Connor，Dobbins (1956)のモデルのように，渦の traveling を追う立場にたっている。村上の考えた場は Levich の立場とたいへん近く，すでに述べたように，式 (2. 1. 11) で v_0に Kolmogoroff の消散スケールが関与していると考えて $(\nu E)^{1/4}$ を代入すれば一致する。このように，再ばっ気には周波数の大きな Kolmogoroff スケールの渦が支配的であるという考え方は，Lamont らにも見られ，理論的研究の中心を占めている。

さて以上のような理論的研究を実際の場に用いるときは $E = gIU$ (ただし g は重力加速度，I はエネルギー勾配，U は断面内平均流速) とされ，これは Manning 式などを通して，平均流速と水深に変換される。Dobbins の式は，Manning 式を用いれば $k_2 \propto U^{9/8}/h^{3/2}$，Chezy 式を用いれば，$h_2 \propto U^{9/8}/h^{11/8}$ となり Churchill らの回帰式 $k_2 = 5.026\,U^{0.969}h^{-1.673}$ と近いものになる。すなわち重回帰分析による実験研究に一般的に見られる，再ばっ気係数は平均流速と正の相関をもち，水深と負の相関をもつという傾向は，理論的にも矛盾するものではない。

以上の研究成果を表 2. 1 にまとめておく。

表 2. 1　再ばっ気に関する研究成果

発表者（発表年）	物質移動係数・再ばっ気係数・表面更新率	備考
Whitman, Lewis (1924)	$K_L = D_M/\delta_f$	δ_f は境膜厚さ
Higbie (1935)	$K_L = 2\sqrt{D_M/\pi te}$	
Danckwerts (1951)	$K_L = \sqrt{D_M s}$	s：表面更新率
O′Connor, Dobbins (1956)	$K_L = \sqrt{D_M s}\ \mathrm{Coth}\left(\frac{s\delta_f^2}{D_M}\right)^{1/2}$ 非等方性　$k_L = 480 D_M^{1/2} I^{1/4}/h^{1/4}$ 等方性　$k_L = 127(D_M U/h)^{1/2}$	I：河床勾配　h：水深(フィート) k_L：フィート/日　D_M：(フィート)^2/日 U：平均流速(フィート/秒)
Toor, Marchello (1963)	$k_L = \frac{\sqrt{D_M s}}{2}\frac{\left[1+\cosh(s\delta_f^2/D_M)^{1/2}\right]}{\sinh(s\delta_f^2/D_M)^{1/2}}$	
Dobbins (1964)	$s = \frac{C_5}{C_4^3}\ \frac{\rho\nu^{3/4}E^{3/4}}{\sigma}$	C_5：定数 $C_4 = 0.65 + 15{,}000\left[(\nu^3/E)^{1/4}/h\right]^2$ E：エネルギー逸散率
Metzger, Dobbins (1967)	$s = \frac{C_1 C_2^{3/4} C_3^3 \rho\nu^{3/4}E^{3/4}}{M_S}$	
King (1966)	$K_L \propto \left(Eh/\rho\right)^{1/3}\left(\frac{D_M}{\nu}\right)^{1/2}$	
Fortescue, Pearson (1967)	$k_L = 1.46\left(\frac{D_M\sqrt{u'^2}}{\Lambda}\right)^{1/2}$	Λ：積分スケール $\sqrt{\overline{u'^2}}/\Lambda = U/h$ として適用

発 表 者 (発表年)	物質移動係数・再ばっ気係数・表面更新率	備　　考
Lamont, Scott (1970)	$K_L \propto (\nu / D_M)^{-1/2} (E\nu)^{1/4}$	Kolmogoroff スケールの渦を考慮
Krenkel, Orlob (1963)	$K_L \propto e^{-Ea/RT} \cdot D_L / h$	D_L：移流分散係数　R：気体定数 E_a：活性化エネルギー　T：絶対温度
Thackston, Krenkel (1969)	$k_2 \propto u_* / h$	
Muenz, Marchello (1966)	$D_W / D_M = 2.74 (\nu / D_M)^{-1/6} (f h^2 / \nu)^{1/3}$	進行波の存在する場合 f ：波の周波数
Mattingly (1977)	$k_2 / [k_2]_0 - 1 = 0.2588 (U_A - U_W)^{1.618}$	風の存在下での場合 U_A ：水面上 20 cmでの風速 U_W ：平均の水の流速 $[k_2]_0$：風のない場合の再ばっ気係数
Eloubaidy, Plate (1972)	$k_2 \propto \frac{u_{*s} h}{\nu} \cdot \frac{u_{*c}}{h}$	風の存在する場合 u_{*s}：風による表面摩擦速度 u_{*c}：底面摩擦速度
Churchill, Elmore, Buckingham (1962)	$\left.\begin{array}{l} k_2 = 5.026\, U^{0.969}\, h^{-1.673} \\ k_2 = 1.447\, U^{1.049}\, h^{-2.262}\, C_f^{-0.823} \\ k_2 = 0.041\, U^{2.361}\, h^{-2.753}\, I^{-0.669} \\ k_2 = 44.55\, h^{-1.297}\, I^{0.230} \end{array}\right\}$ 水温 20℃の場合	実測データの重回帰分析による。 他にも多数の回帰式を求めているが， いずれも重相関係数は 0.8 以上 C_f：抵抗係数，k_2は 1/日 単位は長さがフィート，時間は秒
Negulescu, Rojanski (1968)	$k_2 = 4.74 (U/h)^{0.85}$ $k_2 = 0.0153 D_L (U/h)^{1.63}$	水路実験の結果を回帰分析 単位はメートル，秒，k_2は 1/日
Owens, Edwards, Gibbs (1964)	$k_2 = 10.90\, U^{0.73} h^{-1.75} (1.0241)^{T-20}$ $k_2 = 9.41\, U^{0.67} h^{-1.85} (1.0241)^{T-20}$	実測データを重回帰分析 k_2は 1/日，Tはセ氏温度 フィート，秒
Langbein, Durum (1967)	$k_2 = 3.3\, U / h^{1.33}$	水温 20℃の場合 k_2は 1/日，フィート，秒
村　上　(1970)	$s \propto \rho (\nu E)^{3/4} / \sigma$ $k_2 \propto \frac{g^{3/8} \rho^{1/2} \nu^{3/8} D_M^{1/2} n^{3/4}}{\sigma} \cdot \frac{U^{9/8}}{h^{3/2}}$	n ：マニングの粗度係数
細井，井本 (1975)	進行波 $k_2 = 0.794 \times 10^{-4} \frac{1}{T} (H/L)^{1.355} (h/L)^{-1.952}$ 重複波 $k_2 = 0.232 \times 10^{-4} \frac{1}{T} (H/L)^{1.532} (h/L)^{-2.196}$	波の存在する場合の水路実験結果を重回帰分析 k_2は 1/日，H：波高 L ：波長，T：周期 センチメートル，秒

2.2　密度差のある液体間の境界面における物質移動について

2.2.1　境界面の安定性について

二成層密度流の最も簡単なモデルは，厚さ，密度がそれぞれh_1，h_2，ρ_1，ρ_2 ($\rho_2 > \rho_1$) の非粘性の流体が一様な流速u_1，u_2で水平方向に平行に流れている場合である。このような流体には速度ポテンシャルが存在し，内部波 $\eta = a \sin m(x-ct)$ が存在する境界面で，鉛直方向の速度と圧力の連続性の条件を用いると，境界面の安定条件として次式を得る。[31,32]

$$|u_2 - u_1| \leqq \sqrt{\frac{\varepsilon g L}{2\pi}\left(\tanh\frac{2\pi h_1}{L} + \tanh\frac{2\pi h_2}{L}\right)} \qquad (2.2.1)$$

ただし，$\varepsilon = \dfrac{\rho_2-\rho_1}{\rho_1}$，Lは波長

上式で，$\varepsilon = 0$の場合はつねに不安定となる。このモデルでは完全流体を考え，境界面において水平方向の流速の不連続を認めている。しかし実際の流れでは，速度不連続面では渦が発生し，拡散するために速度，密度が連続的な分布をもつある厚さをもった混合層ができると考えられる。そこで，水平方向の（x軸方向）の流速，密度が鉛直（y軸）方向に分布をもつ場合を考える。流れは水平方向流速u(y)のみとし，波動による流速，密度，圧力の変化は，波動の存在しないときの量に対して小さいと考えると，Taylor・Goldstein方程式と呼ばれるつぎのような基礎方程式を得る。

$$\frac{d^2\hat{v}}{dy^2} + \left\{\frac{N^2}{(u-C)^2} - \frac{d^2u/dy^2}{u-C} - k^2\right\}\hat{v} = 0 \qquad (2.2.2)$$

ただしk，Cはそれぞれじょう乱の波数と波速，$\hat{v}_{(y)}$は鉛直方向のじょう乱の振幅，$N = \sqrt{-\dfrac{g}{\rho}\dfrac{d\rho}{dy}}$ はBrunt - Väisälä 振動数である。

上式ではその誘導過程において，粘性の効果に対する直接的な考慮は行なっていないが，流速分布$u_{(y)}$に対する影響として間接的には考えられている。

任意の流速や密度の分布について式(2.2.2)を解析的に扱うのは困難であるが，Taylor は図2.1の(a)，(b)に示すような分布について研究し，それぞれ図2.2の(a)，(b)のような結果を得た。[33]ただしここでR_{io}は境界厚さδと流速差，密度差を用いたoverall Richardson数 $g\Delta\rho\,\delta/\rho\,(\Delta u)^2$である。式(2.2.1)とは対照的に図2.1(a)の場合は，ある厚さδが一定のもとでは高波数において安定となり，不安定領域は非常にせまい波数域に限られる。また図2.1(b)の場合は$R_{io} = 1/4$をこえると全ての波数で安定と

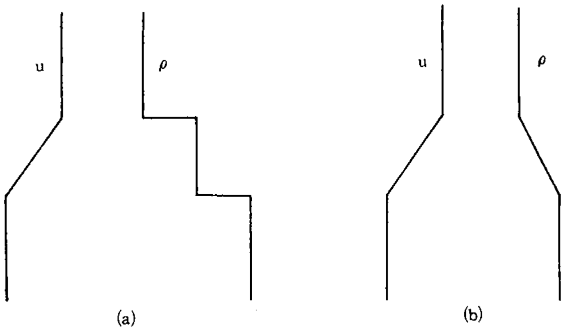
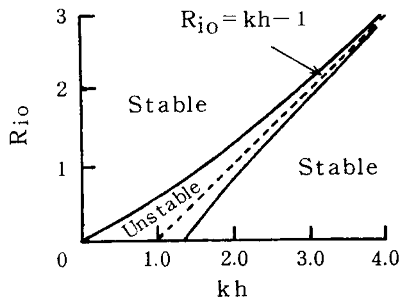


図2.1　安定計算に用いられた速度と密度の分布（Taylorによる）

なることがわかる。すなわち，境界面における速度や密度の不連続を緩和する境界層の存在が安定化に大きく貢献すると考えられる。



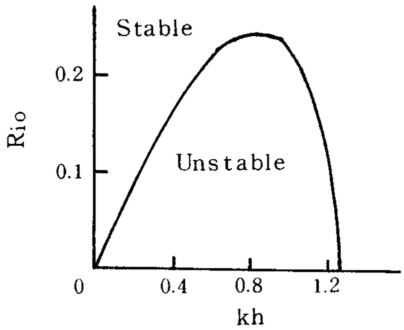


図 2. 2　安定限界における波数とRichardson数の関係

Keulegan[34]は上層の流体が下層の流体にエネルギーを供給して内部波を発生させるが，内部波のエネルギーは下層流体の粘性によって定常的に消費されてしまうと考えて，下層が静止した成層流に対し，粘性効果を考慮した安定条件を理論と実験から求め，安定条件としてつぎのような結果を得た。

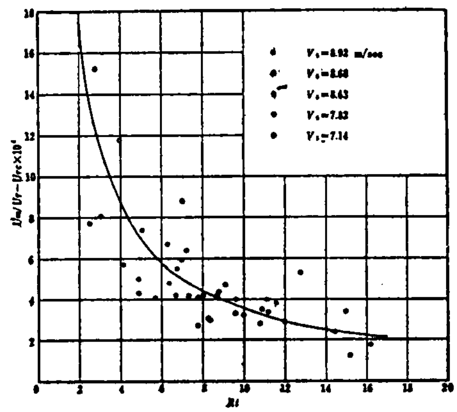
$$\frac{(\varepsilon g \nu_2)^{1/3}}{U_1} \begin{array}{ll} \geqq 0.127 & Re < 450 \\ \geqq 0.178 & Re > 450 \end{array} \qquad (2.2.3)$$

Keuleganのモデルでは上層から下層へのエネルギーの移行に関し，接線応力は重要ではなく垂直応力によって伝わると仮定し，風の水面に及ぼす作用である Jeffreysの理論を適用できると仮定した。彼の得た結果は，内部波の破壊混合に関する実験結果をうまくまとめ得る有力なものであり，広く使用されている。

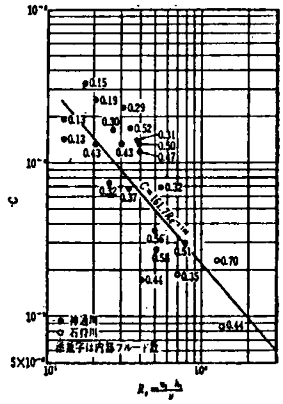
式 (2. 2. 1)，(2. 2. 2)，(2. 2. 3) を比較してみると，式 (2. 2. 1) では，ある与えられた内部波 (波長が与えられる) に対し，その安定性を決定するのは界面における流速差と密度差であり，流速差が 0 のときはつねに安定であり，密度差が 0 のときはつねに不安定となる。したがって界面における velocity slip の存在を仮定することによってはじめてこのモデルは意味をもつことになる。一方，式 (2. 2. 2) に関連する Taylor の結果をみると，波長が与えられた内部波の，安定性を決定するのは，界面境界層厚さとoverall Richardson 数である。これらに対して Keulegan の与えた安定限界は内部波形には直接言及せず，内部波運動を生成，減衰させる量によって評価を下そうとするものであって，現象をおこす原因からアプローチする，ある意味では間接的な立場とも言えるものである。

2. 2. 2　境界面における水質混合に関する従来の研究に関する検討

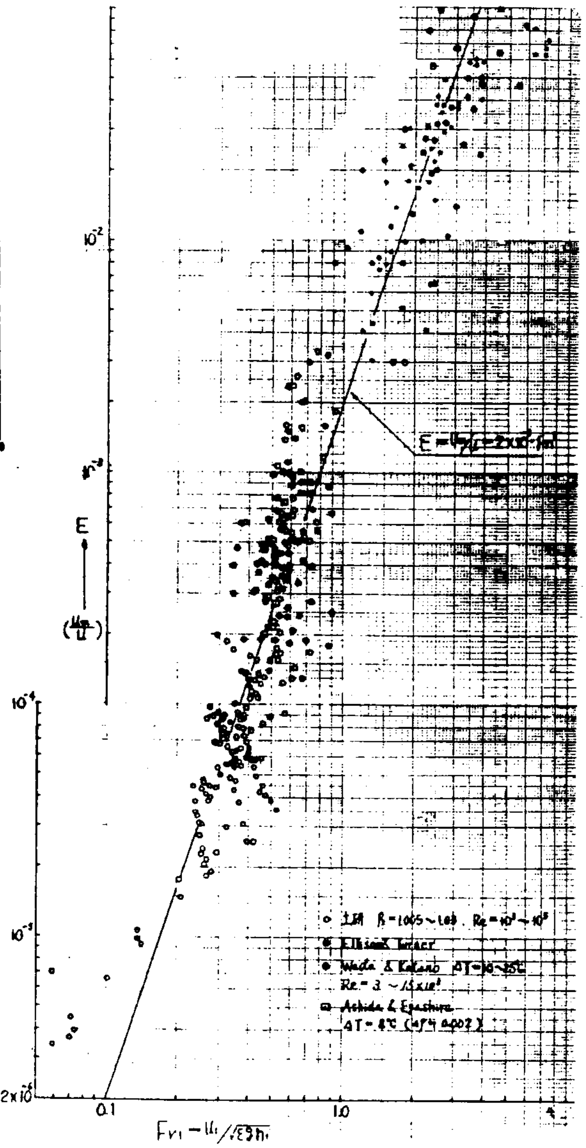
密度境界面における水質物質の混合について従来行なわれてきた方法には，鉛直方向の混入速度を用いる方法と，拡散係数表示を用いる方法がある。前者はどちらかと言えば，式 (2. 2. 4)に示される



混入速度とリチャードソン数の関係
（岸，加藤による[35]）



レイノルズ数と混合量係数との関係
（中村，稲松による[38]）



内部フルード数と混入速度との関係
（須賀，高橋による[37]）

図 2.3　　連行に関する従来の研究

Keuleganの研究を代表とするような，境界における密度分布を不連続なものとみなすのに対し，後者は連続的な密度分布を考えている。

Keuleganは，式(2.2.3)で与えられる限界を越えた成層流は混合を開始し，下層水から上層への鉛直混入速度 v_e は，連行係数Kを用いて，次式で表わされるとした。[34]

$$v_e = K(U_1 - 1.15\,U_{1c}) \qquad (2.2.4)$$

ただし U_{1c} は，式(2.2.3)で与えられる限界流速である。

式(2.2.4)のKや U_{1c} については種々の研究成果がある。岸，加藤[35]は，吹送流における研究でKはRichardson数の逆数に比例することを示した。須賀，高橋[36]は，大型水路中に塩水くさびをつくった実験より，Kは上層の内部Froude数の二乗に比例するとしている。彼らは，その後さらに検討を進め $K = v_e/U_1 = 2\times10^{-3}\cdot F_{ri}^{3}$ (Friは内部Froude数)を得た。[37] 中村，稲松[38]は神通川河口における実測により $K = 161.7\,Re^{-1.145}$ (Reは上層に対するReynolds数)を得た。

また，Ellison and Turner[39]は，上層流の流れを噴流としてとりあつかい，連行係数 $K=(1/u_1)\,d(hu_1)/dx$ をRichardson数の関数として実験的に求めた。

これら一連の研究は，よく似た場を扱っており，どれも混入速度を上層の流速と係数で表わそうとする同様な形をしている。しかし，Keuleganにはじまる一連の研究は，内部波が砕波する前後の現象には適用できるが，その後，上層の流速が増加するにつれ，v_e は急激な増加を示し，モデルの適用は不可能となってくる。一方，Ellison and Turnerの研究の対象領域はKeuleganらの扱った領域から，さらに流速が大きくなった領域であると考えられ，事実，連行係数の値はKeuleganらのものに比べ 10^2 程度大きくなっている。

筆者は混合距離を用いて，式(2.2.4)に関してつぎのような考察を行なってみた。渦動粘性係数 ν_E は混合距離 ℓ を用いて，$\nu_E = \ell^2|du/dy|$ で表わされる。これを界面境界層厚さ δ と二層間の流速差 Δu で表わすと $\nu_E = \ell^2[\Delta u/\delta]$ となり，輸送される運動量はつぎのようになる。

$$-\nu_E\frac{du}{dy} = -\ell^2\frac{\Delta u}{\delta}\,\frac{\Delta u}{\delta} = -\left(\frac{\ell}{\delta}\right)^2(\Delta u)^2 \qquad (2.2.5)$$

ところで，式(2.2.4)を用いると，上層に対しては単位時間に $v_e u_2$ の運動量が流入し $v_e u_1$ が流出する。下層静止の場合を考えると運動量収支 Δm は次式となる。

$$\frac{\Delta m}{\rho} = -K(u_1 - 1.15\,u_{1c})\,u_1 \qquad (2.2.6)$$

いま，$u_1 \gg 1.15\,u_{1c}$ の場合を考えると，$\frac{\Delta m}{\rho} = -ku_1^2$ となり，式(2.2.5)と(2.2.6)は一致し，連行係数Kは次式となる。

$$K = \left(\frac{\ell}{\delta}\right)^2 \qquad (2.2.7)$$

$u_1 \gg 1.15\,u_{1c}$ の条件では，界面はくずれ，乱れへの移行が起こっていると考えられ，上述の検討は乱れへの移行過程を示している。式(2.2.7)は，界面境界層に対して，そこにおける渦スケールの増加

が K を増加させることを示しており，乱れへの遷移に伴う，連行過程から乱流拡散過程への移行過程を表わしているとも考えることができる。

つぎに拡散係数表示について検討を加える。Munk and Anderson[40]は渦動拡散係数 D_E は Richardson 数の関数で表わされ，つぎのような条件にしたがうと考えた。

$$\begin{aligned} &R_i \to 0 \text{ のとき} \quad D_E \to D_{E0} \\ &R_i \to \infty \text{ のとき} \quad D_E \to 0 \end{aligned} \tag{2.2.8}$$

ここで，D_{E0} は均質流体の渦動拡散係数である。

彼らは，この条件より渦動拡散係数を次式で与えた。

$$D_E = D_{E0}(1 + aRi)^{-b} \tag{2.2.9}$$

そして，Jacobsen 及び Taylor の実測値より $a = 3.33$ ，$b = 3/2$ を得た。

南，田中[41]は $b = 3/2$ として，水路実験の結果を整理し，$a = 0.75 \sim 1.542$ と報告している。また，岸，加藤[35]は $a = 0.848$ ，$b = 2$ ，あるいは $a = 1.955$ ，$b = 3/2$ を得た。

Turner[42]は，タンク中に密度の異なる二流体を入れて攪拌することにより，境界面付近の混合の様子を観察し，ある速度で境界面をとび出したエレメントが，分子拡散が大きい場合にはもとに戻るまでに全てがまわりに拡散して行くが，分子拡散が小さい場合には，一部拡散するだけであることを認め，分子拡散の重要性を指摘して次式を考えた。

$$v_e / u_1 = R_i^{-1}(C_{2210} + (Ri \cdot Pe))^{-1/2} \tag{2.2.10}$$

C_{2210} は定数で，u_1 は境界付近の速度スケール，P_e は Peclet 数で，分子拡散係数 D_M，境界での長さスケール ℓ より $P_e = u_1 \ell_1 / D_M$ で表わされる。

D_M が小さいときは，式 (2.2.10) は，つぎのようになる。

$$v_e / u_1 \propto R_i^{-3/2} P_e^{-1/2} \tag{2.2.11}$$

この結果は，分子拡散係数は 1/2 乗で関係することを示しており，気液界面の場合に得た一連のモデル式と同様の傾向を示している。また Richardson 数が大きい極限では，Richardson 数による影響はなくなり，式(2.2.11) は $v_e \propto (u_1 D_M / \ell_1)^{1/2}$ となる。これは Fortescue and Pearson の再ばっ気モデル式 (2.1.34) に他ならない。

以上，密度流界面における水質混合についての検討を加えたが，これらの結果から，一般的に密度勾配が大きく，場が非等方的である場合には混入速度による表現が，一方，場が等方的になるにつれ，乱流拡散の考え方が有効になることを示している。住友[43]は鉛直方向の密度分布がない場合にも，このような考え方を適用し，流速分布の大きい場での水質混合を，混入速度を用いて近似的に表現し，良好な結果を得ている。また，南[44,45]も類似した考え方で，プラスの乱れとマイナスの乱れを区別して考えることにより，二層流やせん断乱流中の混合を扱っている。

2.3　固液境界面における物質の移動について

固液境界面で対象とする物質は，実際の流れの場では底床堆積物である。これらの物質は非溶解性であり，したがってその移動のとり扱いは 2.1，2.2 に比べ，さらに物理的である。 水質汚濁上問題になる底泥は，従来の移動床流れで扱われてきた物質よりもずっと粒径の小さいものであり，砂れきの限界掃流力に関しては Shields，岩垣らにより，図 2.4 に示すように一応のまとまりを見せて[51,52] いるのに対し，いまだ統一的な成果は得られていない。これは底泥が微粒子であるため，砂れきに比べてはるかに複雑な性状を示すためである。すなわち，非粘性土は粒子の重量やサイズが支配パラメータとなるのに対し，微粒子は各粒子間の電気化学的結合により，粘着性を有するが，この結合は各粒子の電荷，存在するイオン，温度，pHなどにより影響を受ける。このような粘性に影響を及ぼす因子に対する検討も重要であるが，本論文の方向とは異なるので，以下ではとりあげていない。

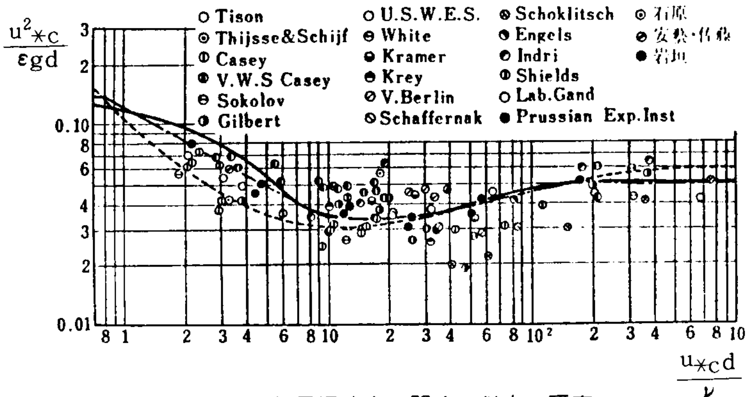


図 2.4　限界掃流力に関する従来の研究

2.3.1　底泥物質の性質について[53]

粘性土を構成する粘土鉱物は，アルミニウム，鉄，マグネシウムなどからなる層構造をしたケイ酸塩類である。それらの基本単位は，ケイ素原子を中心とする正四面体単位と，アルミニウム原子を中心とする正八面体単位である。アルミニウム原子は，鉄，マグネシウムと置換されていることもある。これらが重なりあってカオリナイト，モンモリロナイト，イライトなどと呼ばれる粘土鉱物をつくっている。これらは板状，または針状の結晶で一般には端で正電荷をもち，面部，及び粒子全体としては負に帯電している。したがって水中の粘土粒子の表面には種々の陽イオンや水分子が吸着しており，この吸着水層の性質により土の粘性や塑性は大きな影響を受けることになる。

一方，生物化学的な水質汚濁の要因となるものに，いわゆるヘドロとよばれるものがある。ヘドロに対する明確な定義はおこなわれていないが，一般的に言われているヘドロは，上記の粘土物質の他に有機性の物質を含んでいる。中田[54]はヘドロについて，自然含水比が非常に高いこと，粒度組成はシルト分が 50 ～ 90 %，粘土分が 10 ～ 50 %，砂分が 3 ～ 30 % であること，有機物が含まれていること，などを報告している。

松尾・嘉門[55]は大阪府堺港付近で採取したヘドロについて，その工学的性質を調べた。ヘドロの構成要素は，未分解性有機物を相当量含んでおり，含有鉱物としては，石英，長石のほか，カオリン系を中心とする粘土鉱物であること。有機物の存在は化学的，物理的性質に影響を及ぼしていて，ヘドロの塩基置換容量は有機物の存在により増加することや，また，有機成分の増加によって，塑性限界にはほとんど差が見られないのに，液性限界には大きな増加が見られること。有機物はせん断強度を増加させること，などを報告している。

2.3.2 粘性土の浸食に関する従来の研究

一般に底泥の浸食に対する抵抗や浸食率は，ベーンせん断強さ，コンシステンシー，分散比，などの粘性土の力学的特性と関連づけて研究が行なわれてきた。

Dunn[56]は，ジェットを吹きつける実験により限界せん断力として次式を得た。

$$\tau_c = 0.02 + \frac{S_V \tan\varphi}{1000} + 0.18 \tan\varphi \qquad (2.3.1)$$

ここで Sv はベーンせん断強さで，φ は泥の特性に依存する量である。単位は重さがポンド，長さがフィートである。彼は φ は粒径分布あるいは塑性の関数であると考えて，つぎのように表現した。

$$\varphi^\circ = 0.6\,U_f \qquad (2.3.2a)$$

$$\varphi^\circ = 30 + 1.731\,PI \qquad (2.3.2b)$$

ただし，ここで U_f は粒径が 0.06㎜以下のものの重量パーセント，PI は塑性指数である。

Moore and Masch[57]も同様な方法で実験を行ない，浸食されて行く深さは，時間の対数に比例することを示した。限界せん断力とベーンせん断強さとの間の直線関係は，Rectorik and Smerden[59]によっても求められている。

Smerdon and Beasley[58]は開水路における実験を行ない，塑性指数 PI と分散比Drを使ってつぎのような実験式を求めた。

$$\tau_c = 0.0034\,(PI)^{0.84} \qquad (2.3.3a)$$

$$\tau_c = 0.213\,D_r^{-0.63} \qquad (2.3.3b)$$

$$\tau_c = 0.0022\,(PI)^{0.82} \qquad (2.3.4a)$$

$$\tau_c = 0.110\,D_r^{-0.57} \qquad (2.3.4b)$$

ただし，式 (2.3.3) の τ_c はエネルギー勾配より求めたもので，式 (2.3.4) の τ_c は流速分布より求めたものであり単位はどちらも $\ell bs/ft^2$ である。

Murray[60]は開水路における実験で，サンプル中の細かい物質の占める割合が増加するのに応じて，所定の底泥輸送率を維持するためには，底面せん断力を増加させなければならないという結果を得た。この結果は，式 (2.3.2a) に矛盾するものではないし，さらに塑性指数 PI が土の粘土分占有量（正確には 2μ 以下の粒子含有量）に比例していると言われていることを考え合わせると，式(2.3.2b), （2.3.3 a），（2.3.4 a）などと共通する結論である。すなわち一般的に，土中に粒子の細かい粘土分の割合が増加すると，塑性指数も増加し，浸食に対する抵抗が大きくなると考えられる。

一方，物理化学的な立場から Krone ら[61]は間げき水中の電解質濃度を変化させて実験を行ない，間げき水中の塩化ナトリウム濃度を増加させると，限界せん断力も増加し，同じ規定濃度でも，塩化ナトリウムと塩化カルシウムでは，二価の陽イオンを含む塩化カルシウム溶液の方が，限界せん断力は大きくなるという結果を得た。

以上の結果は，有機物についてはふれていないが，前述した松尾，嘉門の得た土の化学的，物理的，力学的性質に及ぼす有機物の影響を考慮すれば，有機物を含むことにより，土の浸食限界せん断力が増加すると考えられる。

一方，このような土質力学的特性にはあまり重要性をおかない研究も行なわれている。

Partheniades[62,63]は，凝集性の泥を用いて種々の浮上と沈降の研究を行なっている。彼は開水路で行なったまきあげ実験の結果，底泥物質のせん断強さの影響は見い出せなかった。そして彼は底面せん断応力とまきあげ量との関係について以下のような解析を行なった。

せん断応力は，粘性底層の厚さに支配され，その厚さが一定ならせん断応力は時間について独立である。しかし，一定の粘性底層の存在は底の微小粒子物質の乱流域への輸送を説明できない。（溶解性物質の場合は 3.2 参照）これを説明するために Einstein と Huon Li[64]は，周期的な粘性底層の形成，破壊理論を提唱した。彼らは，最初，乱れは底面にまでやってくるが，底面の存在のために運動がおさえられ，粘性底層ができて徐々にその厚さを増して行き，やがて限界 Reynolds 数に到達すると一気に不安定となり乱れ混合をおこすという過程をくり返すと考えた。そして理論的に，粘性底層生成開始を $t=0$ とすると底面せん断応力は次式で表わされることを導いた。

$$\tau_0=\mu\frac{u_0}{\sqrt{\pi\nu t}}\qquad 0\leqq t\leqq T_s \qquad (2.3.5)$$

ここで u_0 は粘性底層付近の乱れ速度で，T_s は粘性底層生成周期，τ_0 の平均は $\overline{\tau}_0=\rho g RI$ である。もし u_0 が一定ならば τ_0 は周期的であるが，u_0 がランダムに変化すると考えられるので，τ_0 もランダムに変化する。そこで τ_0 をつぎのようにおく。

$$\tau_0=\overline{\tau}_0\xi_0\left[\xi^*+\frac{1}{\xi_0}\right] \qquad (2.3.6)$$

ξ^* は，正規分布 $N(0,1)$ にしたがう変数で $\overline{\tau}_0\xi_0$ は τ_0 の標準偏差である。

各粒子間の凝集力 C より τ_0 が大きいときにまきあげがおこると考え，かつ，まきあがるには力 τ_0 が時間 $t^{(\tau_0)}$ の間作用する必要があるとして，単位時間にまきあげられる粒子数は次式で表わされるとした。

$$\frac{dn}{dt}=\frac{1}{A_1 d_s^2 t^{(\tau_0)}}\ Pr \qquad (2.3.7)$$

ここで，A_1 は形状係数 ds は平均粒径

$$P_r = P\left\{\left(\frac{k\tau_o}{C}\right)^2 \geqq 1\right\} = P\left\{\left(\frac{1}{\xi_o} + \xi^*\right)^2 \geqq \frac{C^2}{(k\bar{\tau}_o\xi_o)^2}\right\} \tag{2.3.8}$$

$$P_r = 1 - P\left\{\frac{-C}{\bar{\tau}_o k\xi_o} < \frac{1}{\xi_o} + \xi^* < \frac{C}{\bar{\tau}_o k\xi_o}\right\}$$

$$= 1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\frac{C}{k\bar{\tau}_o\xi_o}-\frac{1}{\xi_o}}^{\frac{C}{k\bar{\tau}_o\xi_o}-\frac{1}{\xi_o}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right)dx \tag{2.3.9}$$

したがってまきあげ速度 q_e は次式となる。

$$q_e = A_2 d_s^3 \rho_s g\frac{dn}{dt} = \frac{A_2 d_s \rho_s g}{A_1 t(\tau_o)}\left\{1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\frac{C}{k\bar{\tau}_o\xi_o}-\frac{1}{\xi_o}}^{\frac{C}{k\bar{\tau}_o\xi_o}-\frac{1}{\xi_o}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right)dx\right\} \tag{2.3.10}$$

ここで ρ_s は粒子の密度

含まれている定数を適当に決めることにより彼は図 2.5 のように実験結果とのよい一致をみた。

他の研究がある程度しめ固められた状態の泥を対象としているのに対し，Partheniades は浮遊状態から堆積して間もない緩い場合も扱っており，興味深いものである。

同様に村岡[65]も堆積後間もない泥のまきあげについて検討している。彼は泥の限界掃流力が堆積時間の増加とともに増加することを示し，限界掃流力として $\tau_c/\rho = 2 \sim 5\ (cm^2/sec^2)$ を得ている。さらに，この値は寝屋川の現地観測によって妥当なことも確かめられた。

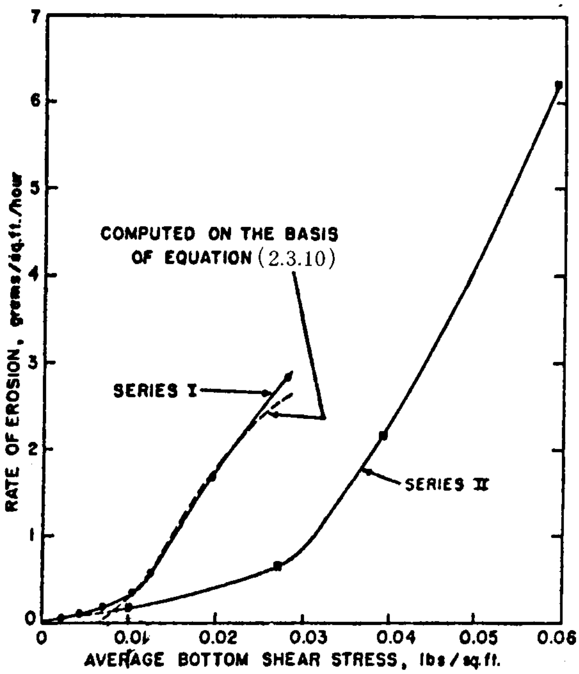


図 2.5　せん断応力とまきあげ量
(Partheniades による[62])

参　考　文　献

1 Levich, V.G. : Physicochemical Hydrodynamics, Prentice−Hall, 1962.

2 Lewis, W.K. and W.G. Whitman : Principles of gas absorption, Ind. and Eng. Chemistry, Vol. 15, No.12, 1964.

3 Higbie, R. : The rate of absorption of a pure gas into a still liquid during short periods of exposure, Trans. of A. I. Ch. E., Vol. 31, 1935.

4 Danckwerts, P.V. : Significance of liquid−film coefficients in gas absorption, Ind. and Eng. Chemistry, Vol. 43, No. 6.

5 Perlmutter, D.D. : Surface−renewal models in mass transfer, Chemical Engineering Science, Vol. 16, pp. 287〜296, 1961.

6 只木槙力・前田四郎：濡壁塔の液膜内物質移動に関する2.3の考察，化学工学，27巻2号，pp. 66〜73，1963.

7 Koppel, L.B., Patel, R.D. and J.T. Holmes : Statistical methods for surface renewal in heat and mass transfer ; Part 1, A. I. Ch. E. Jour., Vol. 12, No. 5, pp. 941〜946, 1966.

8 Chung, B.T.F., Fan, L.T. and C.L. Hwang : Surface renewal and penetration models in the transient state, A. I. Ch. E. Jour. Vol. 17, No. 1, pp. 154〜160, 1971.

9 O'Connor, J.D. and W. E. Dobbins : The mechanics of reaeration in natural streams, Proc. of ASCE, Vol. 82, No. SA. 6, pp. 1115−1〜1115−30, 1956.

10 Toor, H. L. and J.M. Marchello : Film−Penetration models for mass and heat transfer, A. I. Ch. E. Jour., Vol. 4, No. 1, pp. 97〜101, 1958.

11 Marchello, J.M. and H.L. Toor : A mixing models for transfer near a boundary, Ind. and Eng. Chemistry Foundamentals, Vol. 2, No. 1, pp. 8〜12, 1963.

12 村上　健：河川における再ばっ気，土木学会第6回衛生工学研究討論会講演論文集，pp. 45〜52, 1970.

13 Krenkel, P.A. and G.T. Orlob : Turbulent diffusion and the reaeration coefficient, Trans. ASCE, Vol. 128, pp. 293〜323, 1963.

14 Dobbins, W. E. : BOD and Oxygen releationships in streams, Proc. of ASCE, Vol. 90, No. SA. 3, pp. 53〜78, 1964.

15 Metzger, I. and W. E. Dobbins : Role of fluid properties in gas transfer, Environmental Science and Technology, Vol.1, No.1, pp. 57～65, 1967.

16 King, C. J. : Turbulent liquid phase mass transfer at a free gas－liquid interface, Ind. and Eng. Chemistry Foundamentals, Vol.5, No.1, pp. 1～8, 1966.

17 Fortescue, G. E. and J.R.A. Pearson : On gas absorption into a turbulent liquid, Chemical Engineering Science, Vol.22, pp.1163～1176, 1967.

18 Lamont, J. C. and D. S. Scott: An eddy cell models of mass transfer into the surface of a turbulent liquid, A. I. Ch. E. Jour., Vol.16, No.4 pp. 513～519, 1970.

19 Thackston, E. L. and P. A. Krenkel : Reaeration prediction in natural streams, Proc. of ASCE, Vol. 95, No. SA. 1, pp. 65～93, 1969.

20 Downing, A. L. and G. A. Truesdale : Some factors affecting the rate of solution of oxygen in water, Jour. Applied Chemistry, Vol. 5, pp. 570～581, 1955.

21 Kanwisher, J. : Effect of wind on CO_2 exchange across the sea surface, Jour. Geophysical Research, Vol. 68, No. 13, pp. 3921～3927, 1963.

22 Muenz, K. and J. M. Marchello : Surface motion and gas absorption, A. I. Ch. E. Jour., Vol. 12, No. 2, pp. 249～253, 1966.

23 Eloubaidy, A. F. and E. J. Plate : Wind shear－turbulence and reaeration coefficient, Proc. of ASCE, Vol. 98, No. HY. 1, pp. 153～169, 1972.

24 Mattingly, G. E. : Experimental study of wind effects on reaeration, Proc. ASCE, Vol. 103, No. HY.3, pp. 311～323, 1977.

25 Churchill, M. A., Elmore, H. L. and R. A. Buckingham : The prediction of stream reaeration rates, Proc. of ASCE, Vol. 88, No. SA. 4, pp. 1～46, 1962.

26 Kramer, G. R. : Predicting reaeration coefficients for polluted estuary, Proc. ASCE, Vol. 100, No. EE.1, pp. 77～92, 1974.

27 細井正延・井本久仁吉：溶存酸素に及ぼす波浪の影響について(Ⅲ), 土木学会第30回年次講演会, 1975.

28 Bird, R. B., Stewart, W. E. and E. N. Lightfoot : Transport Phenomena, Wiley International Edition, 1960.

29 平岡正勝・田中幹也：移動現象論，朝倉書店，1971.

30 Bennett, J. P. and R. E. Rathbun : Reaeration in open－channel flow, Geological Survey Proffessional Paper 737, 1972.

31 Lamb, S. H. : Hydrodynamics six edition, Cambridge University Press, 1932.

32 嶋 祐之：密度流，水工学シリーズ 65－11，土木学会水理委員会，1965.

33 Turner, J. S. : Buoyancy effects in fluids, Cambridge University Press, 1973.

34 Keulegan, G. H. : Interfacial instability and mixing in stratified flows, Jour. of Res. of the Nat. Bur. of Standards, Vol.43, pp.487～500, 1949.

35 岸 力・加藤正進：二層流の風による混合に関する研究，土木学会第 14 回海岸工学講演会論文集，pp. 240～245，1967.

36 須賀尭三・高橋 晃：塩水くさびに関する大型水路実験による二，三の考察，土木学会第 26回年次講演会，1971.

37 須賀尭三・高橋 晃：淡塩二層流の連行係数，土木学会第 31 回年次講演会，1976.

38 中村 宏・稲松敏夫：神通川河口の塩水くさびについて，土木学会第 13回海岸工学講演会論文集，pp. 295～301，1966.

39 Elison, T. H. and J. S. Turner : Turbulent entrainment in stratified flow, Jour. of Fluid. Mech., Vol.6, pp. 423～448, 1959.

40 Munk, W. H. and E. R. Anderson : Notes on a theory of the thermocline, Jour. of Marine Research, Vol.7, pp. 276～295, 1948.

41 南 勲・田中雅史：定常流における塩分の鉛直分布について，土木学会第 12回海岸工学講演会論文集，pp. 133～136，1965.

42 Turner, J. S. : The influence of molecular diffusivity on turbulent entrainment across a density interface, Jour. of Fluid. Mech., Vol.33 Part 4, pp. 639～656, 1968.

43 住友 恒：鉛直方向の速度勾配の大きい流れにおける水質分散の近似解法，土木学会論文報告集 No. 206，pp. 39～47，1972.

44 Minami, I. : A new idea on the mean vertical mixing velocity through internal boundary in the two layered turbulent flow, Trans. JSIDRE, Vol.60, pp. 24～32, 1975.

45 南 勲：プラス（マイナス）乱流平均混合流速について，土木学会第22回水理講演会論文集，pp. 21～27，1978.

46 椿東一郎：水理学Ⅱ，森北出版，1974.

47 大久保明：海洋乱流・拡散，海洋物理Ⅰ，東海大学出版会，1970.

48 冨永政英：海洋波動，共立出版，1976.

49 土木学会密度流小委員会：成層密度流の界面現象,土木学会論文報告集,Vol.242, pp.73～90, 1975.

50 粟谷陽一：密度流，水工学シリーズ 76−A−4，土木学会水理委員会，1976.

51 岩垣雄一：限界掃流力の流体力学的研究，土木学会論文報告集，Vol.41，1956.

52 Yalin, M. S. : Mechanics of sediment transport, Pergamon Press, 1972.

53 赤井浩一：土質力学，朝倉書店，1966.

54 中田邦夫：ヘドロ，土と基礎，Vol.18，No.9，pp.43～49，1970.

55 松尾新一郎・嘉門雅史：物理化学的見地からのいわゆるヘドロの工学的性質について，土木学会論文報告集，Vol.209，pp.103～113，1973.

56 Dunn, I. S. : Tractive resistance of cohesive channels, Proc. of ASCE, Vol.85, No. SM.3, pp.1～24, 1959.

57 Moore, W. L. and F. D. Mash : Experiments on the score resistance of cohesive sediments, Jour. of Geophysical Research, Vol.67, No.4, pp. 1437～1446, 1962.

58 Smerdon, E. T. and R. P. Beasley : Critical tractive forces in cohesive soils, Agricultural Eng., Vol.42, pp.26～29, 1961.

59 Report of the Task Committee on Erosion of Cohesive Materials Committee on Sedimentation : Erosion of cohesive sediments, Proc. of ASCE, Vol.94, No. HY.4, pp.1017～1049, 1968.

60 Murray, B.W. : Erodibity of coarse sand−clay silt mixtures, Proc. of ASCE, Vol.103, No. HY.10, 1977.

61 Sargunam, A., Riley, P., Arulanandan, K. and B. Krone : Physico-chemical factors in erosion of cohesive soils, Proc. of ASCE, Vol.99, No.HY.3, pp.555～558, 1973.

62 Partheniades, E. : Erosion and deposition of cohesive soil, Proc. of ASCE, Vol.91, No. HY.1, pp.105～137, 1965.

63 Partheniades, E. and R.E. Paaswell : Erodibility of channels with cohesive boundary, Proc. of ASCE, Vol.96, No. HY.3, pp.755～771, 1970.

64 Einstein, H. A. and Huon Li : The viscous sublayer along a smooth boundary, Trans. of ASCE, Vol.123, pp.293～317, 1958.

65 村岡浩爾：流れによる底泥浮上と水質との関連，土木学会第18回水理講演会論文集，pp.181～186，1974.

3　境界面における水質指標物質の移動に関する理論的考察

3.1　水質汚濁解析上対象とする境界面について

水域に放出された有機性物質は微生物の働きによって，生物化学的に酸化，分解されるが，その際に水中の溶存酸素が消費される。もし，この消費量を補うだけの酸素の供給がなければ，溶存酸素は減少を続け，ついには嫌気性状態となって悪臭が発生したり，魚類の生育が不可能になったりする。この溶存酸素の主たる供給源としては，水面からのばっ気と植物による光合成があげられる。一方，河床に堆積した汚泥も流水中の酸素に大きく影響を及ぼすことが知られている。これら河床汚泥は，出水時や感潮域においては再びまきあがり，堆積時以上の酸素消費源となったり，水中の濁度，重金属濃度などを増加させる要因にもなる。また感潮河川においては，これらの他に塩水との水量，水質交換を考慮に入れる必要があり，強混合型の感潮部については，タイダルプリズムによる解析等が行なわれている。しかし緩混合型の河川においては密度流の混合としてのとり扱いが必要となる。このような密度流の混合の問題は，成層化する貯水池の水質問題を扱う上でも重要な課題と考えられる。

以上のような観点から，水質汚濁の面より境界面物質移動を考えるにあたり，ここでは気液界面として自由水面からの酸素吸収の問題，液々界面として淡塩水二層流界面における水質混合現象，そして固液界面として底泥のまきあげをとりあげることにする。それぞれについては二章において従来の研究成果を個々に検討したが，ここでは総括的にとりあげてみる。

対象とする水質指標物質を考えてみると，酸素吸収や淡塩水二層流の混合の場合に対象としているのは溶解性物質であるのに対し，底泥は非溶解性物質である。しかし，底泥のまきあげを泥水密度流として扱うことができる場合には，淡塩水二層流の混合の場合と類似のとり扱いも可能ではないかと考えられる。

つぎに対象とする境界面を物理的にみると，物質移動に直接かかわりのある流体の運動の様子が，境界面の構造に応じて種々異なっている。最も安定な境界面においては，境界面の存在により流体の運動が束縛されるために，境界面付近には viscous　sublayer とよばれる粘性の影響の強い層ができる。このような境界面の一例としては固定壁界面や水面などをあげることができる。もう少し安定度の低い境界面としては密度差の大きい二流体間の境界面が考えられる。二流体の密度差が小さくなるにつれ，境界面の安定度は小さくなり，ついには，流体運動は境界面の存在による何の束縛も受けなくなり，境界面においても運動は乱流となり，物質移動も乱流に支配されることとなる。すなわち，固定壁界面の場合を除いて，一般に境界面の形成は二流体間の密度差によるものであり，その安定度は二流体の運動と密度差に依存することになる。式(2.2.9)で与えた $D_E = D_{EO}(1 + aR_i)^{-b}$ の関係は上述の事をよく表現している。

実際に水質汚濁を扱う場では，上述した種々の境界面が存在し，それに対する様々なモデルが考案

されている。しかし水質混合に直接関与する境界面付近の流体の挙動特性より対象場を整理すれば，気液，液々，固液の境界面における物質移動をある程度統一的に考察することが可能になると考えられる。

このような観点から，本章では気液，液々，固液の各境界面における水質指標物質の移動に関して，各境界面を可能な限り区別せずに統一的に扱う。

3.2 境界面により流体運動が強い束縛を受ける場合の水質指標物質の移動

3.2.1 viscous sublayerにおける物質移動

境界面の存在により流体の運動が束縛される場合，境界面付近では粘性の影響の強い viscous sublayer とよばれる層ができる。この層内では乱流渦は小さくなり，運動量は乱流渦よりも分子粘性により輸送されるようになる。しかし分子拡散係数は動粘性係数に比べてはるかに小さいために，viscous sublayer 内でも物質移動は乱流拡散に支配される。図 3.1 に示すように，さらに境界面に近くなると乱流渦はさらにおさえられ，やがて物質移動に関しても分子拡散が卓越する diffusion sublayer とよばれる層ができる。[1] したがって一定の diffusion sublayer が形成され，定常的な物質移動がおこっているときには，物質移動フラックスは $-D_M\dfrac{\Delta C}{\delta_1}$（$\delta_1$は diffusion sublayer の厚さ）となり，物質移動係数 K_Lは次式で表わされる。

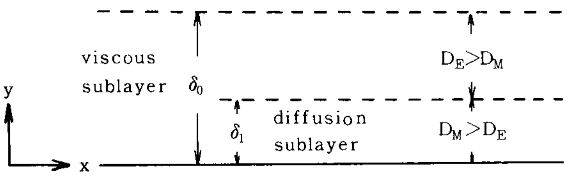


図 3.1 濃度境界層

$$K_L = \frac{D_M}{\delta_1} \tag{3.2.1}$$

式（3.2.1）は安定な境界面の存在のために流体運動が拘束され，diffusion sublayer が形成される場合の物質移動を与えるものであり，気液，液々，固液などの境界面の区別は行なっていない。これを実際の場に適用する場合には，各境界面の特性に応じてδ_1が決定される。

境界面が固定されて動かない場合には，境界面においてはｘ方向（境界面に平行な方向），ｙ方向（境界面に対する法線方向）ともに流速成分は０となる。このような場合の粘性底層内のｘ方向の平均流速 $\bar{u}$ の分布は，ｙについての一次関数となることが知られている。u' も $\bar{u}$ に比例すると考えて，ｙの一次関数で表わされるとすると，v'はｙ^{2}に比例することになる。したがって viscous sublayer の外縁 $y=\delta_0$ で $v'=v_0$ とすると viscous sublayer 内の v' は次式となる。

$$v' = \frac{v_0}{\delta_0^2}y^2 \tag{3.2.2}$$

ただしｘは境界面に平行な方向に，ｙは境界面の法線方向にとり，原点は境界面上にとることとする。

viscous sublayer 内では $D_E = v'l \propto v'y$ だから渦拡散係数は次式で表わされる。

$$D_E \propto \frac{v_0}{\delta_0^2} y^3 \qquad (3.2.3)$$

$D_E = D_M$ より diffusion sublayer の厚さ δ_1 を求めるとつぎのようになる。

$$\delta_1 \propto D_M^{1/3} \delta_0^{2/3} v_0^{-1/3} \qquad (3.2.4)$$

viscous sublayer の厚さ δ_0 は ν と v_0 よりきまる長さ ν / v_0 に比例すると考えると式(3.2.4)より次式を得る。

$$\delta_1 \propto D_M^{1/3} \nu^{2/3} v_0^{-1} \qquad (3.2.5)$$

具体的にはこれは固液境界面における物質移動に対して適用されるものであり，この場合 K_L は式(3.2.1)，(3.2.5)より次式となる。

$$K_L \propto v_0 \left(D_M / \nu \right)^{2/3} \qquad (3.2.6)$$

固液境界面よりも束縛が緩和されたものの例として気液境界面があげられる。この場合液体側の運動は速度の y 方向成分は 0 となるが x 方向成分は存在する。すなわち水面における気体の粘性は無視しうるほど小さく，接線応力は 0 と考えられる。したがって水面付近では $\partial u / \partial y = 0$ と考えられ u は y に依存しない。ゆえに v' は y の一次関数と考えることができる。一方 v' を減衰させる要因は表面張力であるから，表面張力による乱れの減衰が始まる厚さを $y = \lambda$ とし，$y = \lambda$ において $v' = v_0$ とすると，$0 < y < \lambda$ で v' はつぎのようになる。

$$v' = \frac{v_0 y}{\lambda} \qquad (3.2.7)$$

したがって viscous sublayer 内で D_E は次式となる。

$$D_E \propto \frac{v_0}{\lambda} y^2 \qquad (3.2.8)$$

ところで λ は表面張力 σ と乱れ v_0 を用いてつぎのように表わされる。[1]

$$\lambda \propto \frac{\sigma}{\rho v_0^2} \qquad (3.2.9)$$

$D_E = D_M$ より δ_1 を求めると式(3.2.8)，(3.2.9)よりつぎのようになる。

$$\delta_1 \propto \left(\frac{\sigma D_M}{\rho v_0^3} \right)^{1/2} \qquad (3.2.10)$$

したがって気液境界面における K_L としては，式(3.2.1)，(3.2.10)より次式を得る。

$$K_L \propto D_M^{1/2} v_0^{3/2} \rho^{1/2} \sigma^{-1/2} \qquad (3.2.11)$$

安定度の高い液々境界面（水と油の二層流など）の場合にも，気液境界面の場合の議論がなりたつと考えて，diffusion sublayer の厚さ δ_{11}，渦拡散係数 D_{E1}，物質移動係数 K_{L1} についてそれぞれ以下のような関係が導かれている。[2]

$$\delta_{11} \propto D_{M1}^{1/2} \lambda_1^{1/2} (v_{01} + v_{02})^{-1/2} \qquad (3.2.12)$$

$$D_{E1} \propto \frac{y^2}{\lambda_1} \left(v_{01} + v_{02} - \frac{y v_{02}}{\lambda_1} \right) \qquad (3.2.13)$$

$$K_{L1} \propto D_{M1}^{1/2} \rho_1^{1/2} v_0^{3/2} \left(1 + \frac{\rho_2 v_{02}^2}{\rho_1 v_{01}^2} \right)^{1/2} \left(1 + \frac{v_{02}}{v_{01}} \right)^{1/2} \qquad (3.2.14)$$

ただし添字 1.2 はそれぞれ上層，下層の流体のものであることを示す。

ここでとりあげたものは境界面の安定性が非常に高く，境界面の存在により液体の運動が抑制されるような場合における溶解性物質の移動に関するものである。整理すると表 3.1 のようになる。

表 3.1　diffusion sublayer モデルによる物質移動係数

	乱れの x 方向成分	乱れの y 方向成分	diffusion sublayer の厚さ	渦拡散係数	物質移動係数	
気液境界面	一定	$v' \propto y$	$\delta_1 \propto \left(\frac{\sigma D_M}{\rho v_0^3}\right)^{1/2}$	$D_E \propto \frac{v_0 y^2}{\lambda}$	$K_L \propto \frac{D_M}{\delta_1}$	$K_L \propto D_M^{1/2} v_0^{3/2} \rho^{1/2} \sigma^{-1/2}$
液々境界面	一定	$v' \propto y$	$\delta_{11} \propto D_{M1}^{1/2} \lambda_1^{1/2} (v_{01} + v_{02})^{-1/2}$	$D_E \propto \frac{y^2}{\lambda}\left(v_{01} + v_{02} - \frac{y v_{02}}{\lambda}\right)$		$K_{L1} \propto D_{M1}^{1/2} \rho_1^{1/2} v_0^{3/2} \left(1 + \frac{\rho_2 v_{02}^2}{\rho_1 v_{01}^2}\right)^{1/2} \left(1 + \frac{v_{02}}{v_{01}}\right)^{1/2}$
固々境界面	$u' \propto y$	$v' \propto y^2$	$\delta_t \propto D_M^{1/3} v_0^{-1} \nu^{2/3}$	$D_E \propto \frac{v_0}{\delta_0^2} y^3$		$K_L \propto v_0 (D_M/\nu)^{2/3}$

3.2.2　物質移動の立場から見た viscous sublayer モデルに対する改良

viscous sublayer モデルでは，境界面付近では物質は分子拡散で diffusion sublayer 中を輸送され，その後乱れにより主流部と混合されると説明されている。しかし粘性の影響の強い層流部と主流の乱流部がどのように混合されるのかなどについては明確な説明はなされていない。また分子拡散の影響を受けない非溶解性物質などは viscous sublayer 内の流れの流線にそって流れ，永久に主流部へは輸送されないことになり，現実的ではない。このような点から，物質移動をよりうまく説明するために viscous sublayer モデルに対する改良とも言うべきモデルについて考える。

(1)　Einstein と Li の viscous sublayer モデル[3]

Einstein と Li はある瞬間乱れが壁面までやってくるが，壁面の shear により流体は減速され，粘性に支配される viscous sublayer が成長をはじめ，ついには viscous sublayer の Reynolds 数が限界に達するに及んで不安定となり，一瞬のうちに主流の乱流部と混合されるという過程がくり返されると考えた。この壁面に沿った粘性支配層に対して次式を考えている。

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \qquad (3.2.15)$$

t = 0 において乱れが壁面までやってくると考えて，初期条件及び境界条件は以下のように与えられる。

$$t = 0, \quad y \to 0 \; ; \; u = u_0 \tag{3.2.16a}$$

$$t > 0, \quad y = 0 \; ; \; u = 0 \tag{3.2.16b}$$

$$t > 0, \quad y \to \infty \; ; \; u = u_0 \tag{3.2.16c}$$

u_0はviscous sublayer 外縁の乱流部の流速である。

この解は次式で与えられる。

$$u = \frac{2u_0}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\alpha} e^{-\xi^2} d\xi \tag{3.2.17}$$

$$\alpha = \frac{y}{2\sqrt{\nu t}} \tag{3.2.18}$$

したがってせん断応力τ及び底面せん断応力τ_0は次式で示される。

$$\tau = \mu \frac{\partial u}{\partial y} = \mu \frac{u_0}{\sqrt{\pi \nu t}} \, e^{-\frac{y^2}{4\nu t}} \tag{3.2.19}$$

$$\tau_0 = \mu \frac{u_0}{\sqrt{\pi \nu t}} \tag{3.2.20}$$

$t = T_S$で viscous sublayer が破壊，混合に到るとすると，平均底面せん断応力は次式のようになる。

$$\overline{\tau}_0 = \frac{1}{T_S} \int_0^{T_S} \tau_0 \, dt = 2\rho u_0 \sqrt{\frac{\nu}{\pi T_S}} \tag{3.2.21}$$

摩擦速度u_*をつぎのように定義する。

$$u_*^2 = \frac{\overline{\tau}_0}{\rho} = 2u_0 \sqrt{\frac{\nu}{\pi T_S}} \tag{3.2.22}$$

したがって周期T_Sについては次式を得る。

$$T_S = \frac{4u_0^2 \nu}{\pi u_*^4} \tag{3.2.23}$$

一方，層の厚さのスケールをいわゆる排除厚さで示すとつぎのようになる。

$$\delta^* = \int_0^{\infty} \left(1 - \frac{u}{u_0}\right) dy = 2\sqrt{\frac{\nu t}{\pi}} \tag{3.2.24}$$

層の破壊，混合がおこるのはこれらの量より定義されるReynolds数$Re = \delta^* u_0 / \nu$が限界に達したときと考える。このような，乱流の到来 → viscous sublayer の成長→破壊，混合というモデルを考えることによって，sublayer内の流線に沿った流れにおける運動量，染料，sediment，熱などの主流への輸送を説明することが可能になる。

(2) 表面更新モデル

境界面に沿って分子拡散の卓越する層が存在し，物質移動係数が式 (3.2.1) で表わされるというモデルは，化学工学の分野で現われる境膜モデルに一致する。また 3.2.1 であげた viscous sublayer

モデルに対する前述のEinstein，Liのモデルは，ある時刻に乱れが境界面までやって来て境界面に沿った部分と主流が混合すると考えている点で，境膜モデルに対する浸透モデルや表面更新モデルに対応すると考える事ができる。ただEinstein，Liのモデルは運動量の輸送に重点をおいているのに対し，浸透モデル，表面更新モデルは物質輸送に重点をおいていると言える。すでに2.1.2で述べたようにHigbieの浸透モデルは以下のように表わされる。[4]

$$\frac{\partial C}{\partial t}=D_M\frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \qquad (3.2.25)$$

$$t=0,\ y\to 0 \qquad C=C_L \qquad (3.2.26\,a)$$

$$t>0,\ y\to\infty \qquad C=C_L \qquad (3.2.26\,b)$$

$$t>0,\ y=0 \qquad C=C_S \qquad (3.2.26\,c)$$

この解は $$\frac{C-C_L}{C_S-C_L}=1-\mathrm{erf}\left(\frac{y}{2\sqrt{D_M t}}\right) \qquad (3.2.27)$$

これらは$C\to u$，$C_L\to u_0$，$C_S\to 0$，$D_M\to\nu$とおきかえれば式(3.2.15)～(3.2.18)に一致する。Higbieは各表面エレメントは時間t_eの間表面に滞在した後主流部にとり込まれると考えて，平均的な物質移動フラックス$\overline{j}$及び物質移動係数K_Lとしてつぎのような結果を得た。

$$\overline{j}=\frac{1}{t_e}\int_0^{t_e}\left[-D_M\frac{\partial C}{\partial y}\right]_{y=0}dt=2(C_S-C_L)\sqrt{\frac{D_M}{\pi t_e}} \qquad (3.2.28)$$

$$K_L=\frac{\overline{j}}{C_S-C_L}=2\sqrt{\frac{D_M}{\pi t_e}} \qquad (3.2.29)$$

式(3.2.21)，(3.2.28)は運動量と物質の違いはあるが，ともに分子運動の作用により輸送が支配されている層が，一定周期ごとに主流と混合するとして導かれた結果であり，同じ型をしている。

Danckwertsの表面更新モデルは浸透モデルをさらに進めたものであり，表面エレメントの更新が一定の周期t_eでおこるのではなく，ランダムに更新されると考えて，$\overline{j}$，K_Lをつぎのように導いている。[5]

$$\overline{j}=(C_S-C_L)\sqrt{D_M s} \qquad (3.2.30)$$

$$K_L=\sqrt{D_M s} \qquad (3.2.31)$$

Einstein，Liのモデルではviscous sublayer外縁の乱流を代表する流速としてu_0を一定と与えているために，viscous sublayerの成長，破壊の周期も一定と仮定することになりやや不自然である。表面更新モデルではこの点は進んでいると考えられる。しかし一方では，浸透モデルや表面更新モデルでは乱れがやってきて表面エレメントが更新されると仮定しているが，その機構についてはEinstein，Liのモデルのように明確な説明はなされていない。

(3) 水質指標物質の移動を考えるためのより現実的なモデルの検討

式(3.2.16c)において乱れの代表速度u_0を一定と考えるのは不自然である。そこで周期性をもっ

た渦が壁面にやってきた場合について概観するために次式を考えてみる。

$$\frac{\partial u}{\partial t}=\nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (3.2.32)$$

$$y\to\infty\ ;\ u\to 0 \quad (3.2.33\,a)$$

$$y=0\ ;\ u=u_0\cos\omega t \quad (3.2.33\,b)$$

を考えた場合には，流速分布，境界層厚さ，底面せん断応力に関してそれぞれつぎのような結果を得る。

$$u=u_0 e^{-ky}\cos(\omega t-ky) \quad (3.2.34)$$

$$\delta^*=\sqrt{\frac{2\nu}{\omega}} \quad (3.2.35)$$

$$\tau_0=-\rho u_0\sqrt{\omega\nu}\ \cos(\omega t+\pi/4) \quad (3.2.36)$$

これらは無限に広い平板が，板自身に平行な方向に単振動をしたときの振動流境界層に関する解であり，(1)で述べたEinstein，Liのアプローチとはやや性格の異なったものであるが，式(3.2.35)を見れば，振動数が大きいほど境界層が薄くなることがわかり，高周波の乱れの方が境界面付近の物質移動にはより貢献するものと考えられる。これは機構は異なるが表面更新理論において，振動数ωと同じ次元をもつ量である表面更新率sが大きい方が物質移動係数が大きくなることとも矛盾しない結果であり，境界面の物質移動に関する高周波の乱れの重要性が，定性的にうかがわれる。

つぎに$t=0$において$u=u_0$の乱れが壁面までやってきてその後u_0は連続的に変化する場合を考えよう。すなわち式(3.2.15)，(3.2.16)でviscous sublayerの一周期の間でu_0を一定とは見なさないことにする。

この場合も静止水中の平板の運動におきかえてつぎのように考えてみる。

$$\frac{\partial u}{\partial t}=\nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (3.2.37)$$

$$t=0,\ y=0\ ;\ u=0 \quad (3.2.38\,a)$$

$$t>0,\ y=0\ ;\ u=u_0 \quad (3.2.38\,b)$$

$$t>0,\ y\to\infty\ ;\ u=0 \quad (3.2.38\,c)$$

u_0が一定の場合，上式はRayleigh流れとよばれるものを示しており，解はつぎのようになる。

$$u=u_0\,\mathrm{erfc}\left(\frac{y}{2\sqrt{\nu t}}\right) \quad (3.2.39)$$

$$\tau_0=\left[\mu\frac{\partial u}{\partial y}\right]_{y=0}=\frac{\mu u_0}{\sqrt{\pi\nu t}} \quad (3.2.40)$$

$0<t<t_1$の間は一定速度u_0で動き$t=t_1$で急に静止する場合は，$t=t_1$に始まる$-u_0$のRayleigh流れをくみ合わせて次式となる。

$$u=\begin{cases} u_0\,\mathrm{erfc}\left(\dfrac{y}{2\sqrt{\nu t}}\right) & 0<t<t_1 \quad (3.2.41)\\ u_0\left\{\mathrm{erfc}\left(\dfrac{y}{2\sqrt{\nu t}}\right)-\mathrm{erfc}\left(\dfrac{y}{2\sqrt{\nu(t-t_1)}}\right)\right\} & t>t_1 \quad (3.2.42)\end{cases}$$

さらに一般化して時刻 t_1, t_2,…… に速度が急激に u_{01}, u_{02}, …と変化する場合にはつぎのようになる。

$$u(y,t)=\sum_{n=1}(u_{on}-u_{on-1})\,\mathrm{erfc}\left(\frac{y}{2\sqrt{\nu(t-t_n)}}\right)H(t-t_n) \qquad (3.2.43)$$

ただし　$H(t)=\begin{cases}0 & t<0\\ 1 & t>0\end{cases}$

速度 u_0 が連続的に変化する場合には式 (3. 2. 43) で $u_{on}-u_{on-1}\to du_0=u_0'(t)dt$ のような極限をとることにより次式を得る。[6]

$$u(y,t)=\int_0^t \mathrm{erfc}\left(\frac{y}{2\sqrt{\nu(t-\xi)}}\right)u_0'(\xi)d\xi$$

$$=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_{\frac{y}{2\sqrt{\nu t}}}^{\infty}u_0\left(t-\frac{y^2}{4\nu\xi^2}\right)e^{-\xi^2}d\xi \qquad (3.2.45)$$

底面せん断応力は次式となる。

$$\tau_0=\left[\mu\frac{\partial u}{\partial y}\right]_{y=0}=\left[-\frac{\mu y}{\nu\sqrt{\pi}}\int_{\frac{y}{2\sqrt{\nu t}}}^{\infty}u_0'\left(t-\frac{y^2}{4\nu\xi^2}\right)\frac{e^{-\xi^2}}{\xi^2}d\xi\right]_{y=0}-\frac{\mu}{\sqrt{\pi\nu t}}u_{0(0)} \qquad (3.2.46)$$

一例として図 3. 2 (b) のように u_0 が等加速度で増加するときは u, τ_0 は式 (3. 2. 45), (3. 2. 46) より，それぞれつぎのようになる。

$$u_0=\alpha t \qquad (3.2.47)$$

$$u=\alpha t\left\{\left(1+\frac{y^2}{2\nu t}\right)\mathrm{erfc}\left(\frac{y}{2\sqrt{\nu t}}\right)-\frac{y}{\sqrt{\pi\nu t}}e^{-\frac{y^2}{4\nu t}}\right\} \qquad (3.2.48)$$

$$\tau_0=-2\mu\alpha\sqrt{\frac{t}{\pi\nu}}=-\frac{2\mu u_0}{\sqrt{\pi\nu t}} \qquad (3.2.49)$$

このような現象が周期 T_s でくり返すとすれば，式 (3. 2. 21) に対応するものとして，この場合は式(3. 2. 49) より次式となる。

$$\overline{\tau_0}=\frac{1}{T_s}\int_0^{T_s}\tau_0 dt=\frac{4}{3}\rho\alpha\sqrt{\frac{\nu T_s}{\pi}}=\frac{4}{3}\rho u_{omax}\sqrt{\frac{\nu}{\pi T_s}} \qquad (3.2.50)$$

ただし $u_{omax}=\alpha T_s$, $\overline{\tau_0}$ は絶対値で表わす。以下同じ。

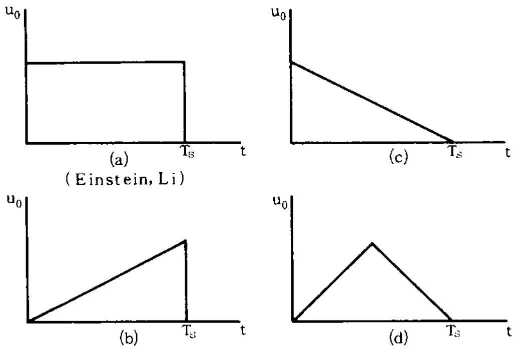


図 3.2　u_0 の時間波形

つぎに図 3.2 の(c)で示されるような u_0 の場合は u，τ_0，$\overline{\tau}_0$ はそれぞれ次式となる。

$$u_0=\alpha(T_S-t) \qquad 0\leqq t<T_S \tag{3.2.51}$$

$$u=\alpha(T_S-t)\,\mathrm{erfc}\left(\frac{y}{2\sqrt{\nu t}}\right)+\alpha y\sqrt{\frac{t}{\pi\nu}}\ \exp\left(-\frac{y^2}{4\nu t}\right)-\frac{\alpha y^2}{2\nu}\,\mathrm{erfc}\left(\frac{y}{2\sqrt{\nu t}}\right) \tag{3.2.52}$$

$$\tau_0=-\frac{\mu\alpha T_S}{\sqrt{\pi\nu t}}+2\mu\alpha\sqrt{\frac{t}{\pi\nu}} \tag{3.2.53}$$

$$\overline{\tau}_0=\frac{2}{3}\rho\alpha\sqrt{\frac{\nu T_S}{\pi}}=\frac{2}{3}\rho u_{omax}\sqrt{\frac{\nu}{\pi T_S}} \tag{3.2.54}$$

さらに u_0 が図 3.2(d)のような場合にはつぎのようになる。

$$u_0=\begin{cases}\alpha t & 0\leqq t<T_S/2\\ \alpha(T_S-t) & T_S/2\leqq t<T_S\end{cases} \tag{3.2.55}$$

$$u=\begin{cases}\alpha t\left\{\left(1+\frac{y^2}{2\nu t}\right)\mathrm{erfc}\left(\frac{y}{2\sqrt{\nu t}}\right)-\frac{y}{\sqrt{\pi\nu t}}\ \exp\left(-\frac{y^2}{4\nu t}\right)\right\} & 0\leqq t<T_S/2\\ \left(-\alpha T_S+2\alpha t+\frac{\alpha y^2}{\nu}\right)\mathrm{erf}\left(\frac{y}{2\sqrt{\nu(t-T_S/2)}}\right)-\left(\alpha t+\frac{\alpha y^2}{2\nu}\right)\mathrm{erf}\left(\frac{y}{2\sqrt{\nu t}}\right) & \\ +2\alpha y\sqrt{\frac{t-T_S/2}{\pi\nu}}\ \exp\left(-\frac{y^2}{4\nu(t-T_S/2)}\right)-\alpha y\sqrt{\frac{t}{\pi\nu}}\ \exp\left(-\frac{y^2}{4\nu t}\right) & \\ -\frac{\alpha y^2}{2\nu}+\alpha(T_S-t) & T_S/2\leqq t<T_S\end{cases} \tag{3.2.56}$$

$$\tau_0=\begin{cases}-2\mu\alpha\sqrt{\frac{t}{\pi\nu}} & 0\leqq t<T_S/2\\ -2\alpha\mu\sqrt{\frac{t}{\pi\nu}}+4\alpha\mu\sqrt{\frac{t-T_S/2}{\pi\nu}} & T_S/2\leqq t<T_S\end{cases} \tag{3.2.57}$$

$$\overline{\tau}_0=\begin{cases}\frac{4}{3}\rho\alpha\sqrt{\frac{\nu T_S}{\pi}}=\frac{4}{3}\rho u_{omax}\sqrt{\frac{\nu}{\pi T_S}} & 0\leqq t<T_S/2\\ \frac{4-2\sqrt{2}}{3}\rho\alpha\sqrt{\frac{\nu T_S}{\pi}}=\frac{4-2\sqrt{2}}{3}\rho u_{omax}\sqrt{\frac{\nu}{\pi T_S}} & T_S/2\leqq t<T_S\end{cases} \tag{3.2.58}$$

式(3.2.50)，(3.2.54)，(3.2.58)を見れば u_0 の与え方にかかわらず $\overline{\tau}_0$ はよく似た形を示している。いずれも，周期が短く，最大値の大きい乱れがやってくるほど $\overline{\tau}_0$ は大きくなる傾向が見られる。これは u_0 を一定と考えた場合の式(3.2.21)と同じ特性である。したがって u_0 を変化させて考えても結果的には大差ないと考えられる。そこで u_0 は平均的な一定値として，viscous sublayer の破壊，混合がランダムにおこると仮定して，式(3.2.20)についてDanckwerts の表面更新理論にならって $\phi=se^{-st}$ という年令分布を仮定すると次式を得る。

$$\overline{\tau}_0=\rho u_0\sqrt{\nu s} \tag{3.2.59}$$

Danckwertsモデルでは表面更新率sは流体エレメントの平均表面滞在時間に等しいから，$s=1/\overline{T}_S$で表わされるものとするとつぎのようになる。

$$\overline{\tau}_0=\rho u_0\sqrt{\nu/\overline{T}_S} \qquad (3.2.60)$$

以上の結果を見ればいずれの場合にも$\overline{\tau}_0$はu_0（あるいはu_{omax}）と$\sqrt{\nu}$に比例し$\sqrt{\overline{T}_S}$に逆比例しており，乱れの代表量としてのu_0を一定と仮定しても問題はないように考えられる。

ここで述べた，乱れが境界面までやってきて境界面に存在した水塊を主流部と混合するというモデルは，viscous sublayerモデルをより実際的にしたものというだけでなく，完全な乱流場にまでは発達しきれない，境界面形成場における物質移動を考えるモデルとして，拡散係数を用いる方法等にかわり有力なものになり得ると考えられる。

3.3　密度境界面における水質指標物質の移動モデルについて

ここで言う密度境界面とは，淡塩水二層流境界面のように密度差の小さなものから，自然沈降して間がない含水率の非常に高い底泥と水との境界面，さらに気液境界面までも含めたものを考える。これらの境界面は固定壁界面とは異なり運動が可能であるが，境界面の運動は密度勾配によって著しく制限される。（表面張力の影響が加わることもある。たとえば気液界面における乱れによる動圧に対する表面張力と重力によるバランスは$\rho v_0^2\propto(1/R)(\sigma+\rho g\ell^2/16)$，R：曲率半径，$\ell$：渦のスケール)[2]

したがって境界面付近の乱れは，水平方向成分に比較して鉛直方向成分がおさえられた，非等方的な乱れであると考えられる。これら乱れが存在するものの，密度差などによりその鉛直成分が抑制されるために，比較的明瞭な境界面を形成しているような場合の物質移動について考えてみる。

従来物質移動に関して最も一般的に行なわれてきた表示法は拡散係数を用いたものである。これは分子拡散のFickの法則に習い，濃度勾配と拡散係数によって物質移動フラックスを表わそうとする方法である。この方法では拡散係数の決定がモデルの精度を左右することになるが，しばしば適切な表示法が見つからない場合の便宜的な表示法として用いられ，あいまいな部分を全て拡散係数の中におし込んでしまおうとする傾向が見られる。したがってむやみに拡散係数表示にたよるのはかえって本質を見失う結果になることも考えられる。非等方的な場における拡散係数表示の試みとして，たとえば既述のMunk，Andersonによる$D_E=D_{EO}(1+aRi)^{-b}$などがあげられるが，局所的に境界面にしぼって物質移動を扱う場合には必ずしも適切な方法であるとは考えられない。とくに境界面においてはその挙動が流体の動き，ひいては物質移動に直接関係しているはずである。したがって境界面が明瞭に形成されており，その運動が観測可能な場合には，境界面の運動により物質移動を表示するのが，最も本質的であると考えられる。このような点から次節では境界面における水質指標物質の移動をその運動特性により表示することを試みる。

3.4 境界面の運動特性から見た物質移動に関する理論的考察

3.4.1 本節の基本的立場

流れの内部及びその境界面における物質移動に関しては，従来より水理学や化学工学の分野において数多くの研究が行なわれてきた。そのうちのいくらかについては第2章において概説したとおりである。これらの研究はおもに乱流の分野で得られてきた流体運動の乱れに関する研究成果を，対象とする境界面に対して適用することにより，物質の挙動を考察しようとするものであると言えよう。これに対して本節ではすでに3.3で述べたように，境界面の挙動こそがそこにおける物質の移動に直接関与していると考えて，境界面の運動特性により気液，液々，固液の各境界面における物質移動を可能な限り統一的に表示することを試みる。

比較的安定度が高く，明瞭な境界面が形成されている場合には，3.2.2で検討した表面更新理論が有効なモデルであると考えられる。そこで境界面の挙動と表面更新率の関係を検討して，境界面運動特性と物質移動の関係を考察する。

境界面の安定性が悪くなるにつれ，局所的な境界面の破壊が起こり始める。このような境界面の局所的破壊が起こると，それに応じて境界面の運動特性には不規則成分が含まれるとともに，物質移動も促進されると考えられる。したがってこの場合にも境界面の運動特性による物質移動の定量化は可能であると考えられる。3.4.2では淡塩水二層流の場合を例にとりあげて，境界面の局所的な破壊がある場合について検討する。

3.4.2 内部波運動から見た塩分移動について

2.2.2で述べたように淡塩水二層流における水質混合は，Keulegan型の混入速度で表示する方法が簡潔で取り扱い易く，広く行なわれている。そして連行係数がRichardson数や内部Froude数，Reynolds数などでそれぞれにまとめられている。この事はこれらの指標がいずれも境界面における水質混合を直接支配する因子ではなく，ある直接因子に何らかの関わりをもつ間接的な因子にすぎないと考えることもできる。ところで淡塩水二層境界面における水質物質の移動，混合が，境界面に発生する内部波特性に大きく影響されるであろうことは，多くの研究者により指摘されてきた。ただKeuleganをはじめとする一連の研究では，物質移動に関する内部波の挙動として砕波のみに注目し，物質移動量の定量化に関連して内部波特性を検討しようとする試みは行なわれてこなかった。内部波運動自身による水質物質の移動に注目した研究は最近になって行なわれている。

室田，平田[7~11]は二層境界面近傍を可視化して，小規模な内部波の砕波が混合現象の主要因であることを明らかにした。彼らは内部波について波速及び波形の異なる二種類の波を見出した。一方は波長2～4cm，周期3～5秒程度の波で internal capillary wave(i.c.波)と名付けた。もう一つはi.c.波に比べてvolume*も小さく周期は1秒程度の波で internal ripple(i.r.波)と名付けら

* 原論文中に出てくる語で波形の大きさを意味すると考えられる。

れた。i.c.波は発達に伴い trough が鋭くなり, trough で砕波する。この波は直接上層への塩水の連行には寄与しないが, 界面下を稀釈することにより間接的に混合を促進させる。i. r.波はcrestで砕けて流下方向にまきこまれて行くものと, i.c.波の存在する界面を内部重力波が通過する際に, i.c.波が変形を受けて発生するものの二種類があり, これらが連行の本質である。そこで彼らはi. r.波の発生頻度を単位時間に通過するi. r.波の個数 n/T_r(T_r 計測時間, n : T_r 時間内に通過するi. r.波の個数)で評価し, 混入速度及び連行係数 $K=v_e/U$ を平均波高 $\overline{H}$ と平均周期 $\overline{T}$ よりそれぞれ次式で表わされるとした。

$$v_e \propto \rho \cdot \overline{H} \cdot \overline{L} \cdot \frac{n}{T_r} \qquad (3.4.1a)$$

$$v_e/U \propto \overline{H} \cdot \overline{T} \cdot \frac{n}{T_r} \qquad (3.4.1b)$$

上式の実測値と計算値の比較は図 3.3 である。

吉田, 段城[12,13]は重力内波の通過後に寿命10数秒程度のサイクロイド波形の界面波が現われ, 重力内波に比べてかなり遅い速さで河口に向かって伝播するのを観測した。重力内波の発生頻度が増加するとサイクロイド波が消滅する以前に次の重力波がやってきて重畳し, 重力内波の激しい上下振動がみられた。サイクロイド波の直下には集中渦が見られた。この渦は周囲の流体をまきこんで成長するが, 密度差に抗して淡水を引き込むほど強くはないものの, ごくうすい混合層を引込む程度の能力は有しており, わずかずつではあるが, 塩水内に淡水を連行すると報告している。

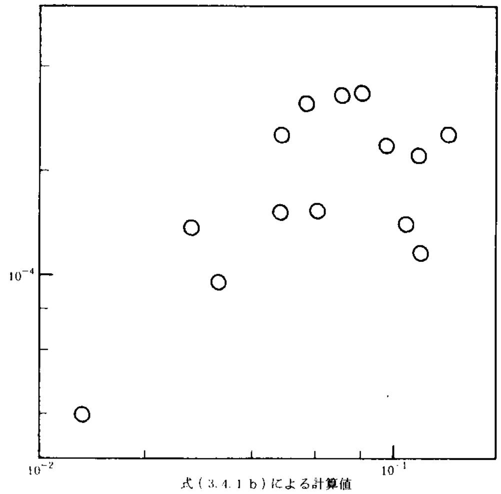


図 3.3 連行係数(室田らによる[7])

日野ら[14]は界面に卓越した二種類の波動を見出し, 波長が短く波速の大きいものを wave I, 波長が長く波速の小さいものを wave II と名付けた。wave I は室田, 平田のi. r.波, 吉田, 段城の重力内波であり wave II は室田, 平田のi.c.波, 吉田, 段城のサイクロイド波であるとした。彼らは界面をはさんだ両側に渦列の存在を見つけ, 下層の渦列は上層の淡水を下層の塩水にひきこみ, 上層の渦列は塩水を淡水中に引き込む作用をし, 連行量はこれらの合計で決まるとした。

また椿, 小松[15,16]は内部波の有義波高と連行係数 v_e/U との間に図 3.4 のような正の相関を見出すとともに, さらに

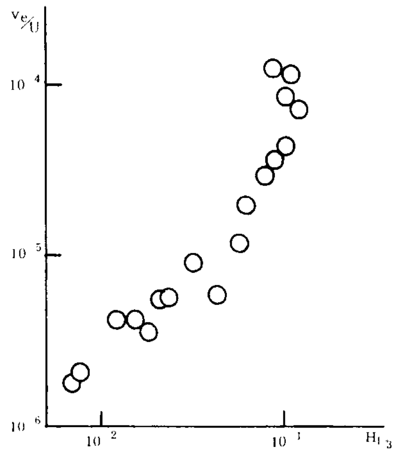


図 3.4 有義波高と連行係数との関係(椿, 小松らによる[16])

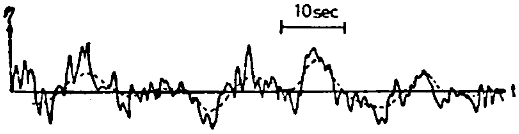


図 3.5 内部波の二重構造
（椿，小松による[16]）

内部波が長周期の波（L.P波）の上に，かなり不規則な短周期の波（S.P波）が重なった二重構造性を示すことを報告している。L.P波の周期が10秒程度，S.P波の周期が1～2秒あるいはそれ以下であり，平均的に両者の周波数間に $f_{PS} \doteqdot 8 f_{PL}$ の関係があった。そして彼らはS.P波は風波に類似な特性をもつ不安定に近い波であると報告している。

これらの研究を考えると，二層境界面における水質混合は，長周期波に重なった周期1秒程度の短周期の波によっておこると考えられる。一般に乱流中における水質混合現象は渦を用いて場をモデル化し，存在する渦の長さスケール，時間スケールなどを評価して渦動拡散係数を決定するという手法が用いられてきている。しかしここで概観した各研究の観測からもわかるように，波動運動をしている境界面が水質混合をつかさどっている渦と密接な関係を持っている。したがって境界面における水質混合を，界面における波動特性から得られる長さや時間のスケールを導入して考察するのが，最も直接的で適切であると考えられる。

さらに淡塩水二層流の場合には，ある所定の濃度で境界面を設定した場合，界面の波動特性は上で述べたように界面における乱れ特性を示すだけではなく，水質混合現象そのものを表現していることになる。このことは以下のようなモデルで考察することができる。[17]

内部波を $y=\eta$ であらわし，ある時刻 $t=0$ で η 面を通って，Mだけの水質物質を含む水塊が上層へとびだしたとする。その後次式にしたがって拡散して行くとする。

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D_E \frac{\partial^2 C}{\partial y^2}$$

$$\text{I.C.} \quad C = M\delta_{(t)} \quad \text{at} \quad t=0$$

$$\text{B.C.} \quad C = \text{finite} \quad \text{at} \quad y=\pm\infty$$

ただしこの場合の $y=0$ は η 上にとっている。

以上を解いて次式を得る。

$$C(y,t) = \frac{M}{2\sqrt{\pi D_E t}} \exp\left\{-\frac{y^2}{4D_E t}\right\} \qquad (3.4.2)$$

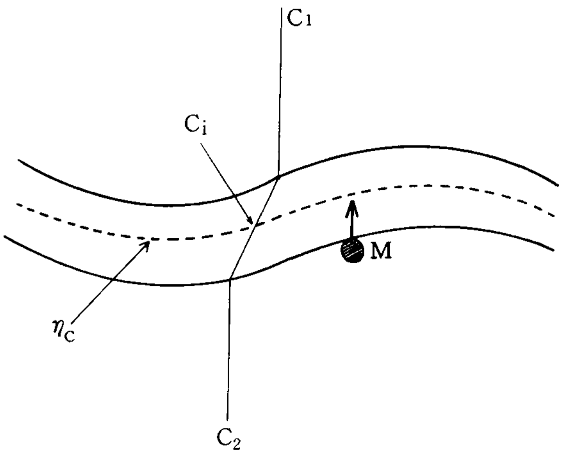
濃度境界面 η_c を $C=C_i$ の濃度で定義している場合はつぎのようになる。

$$C_i = \frac{M}{2\sqrt{\pi D_E t}} \exp\left\{-\frac{(\eta_c-\eta)^2}{4D_E t}\right\} \qquad (3.4.3)$$

$$(\eta_c-\eta)^2 = 4D_E t \ \ln\frac{\alpha}{\sqrt{D_E t}} \qquad (3.4.4)$$

$$\text{ただし} \quad \alpha = \frac{M}{2C_i\sqrt{\pi}} \qquad (3.4.5)$$

η から見た η_c の運動の様子を図3.6に示す。1回のとびだしにより界面 η_c が乱れて再びもとの位置



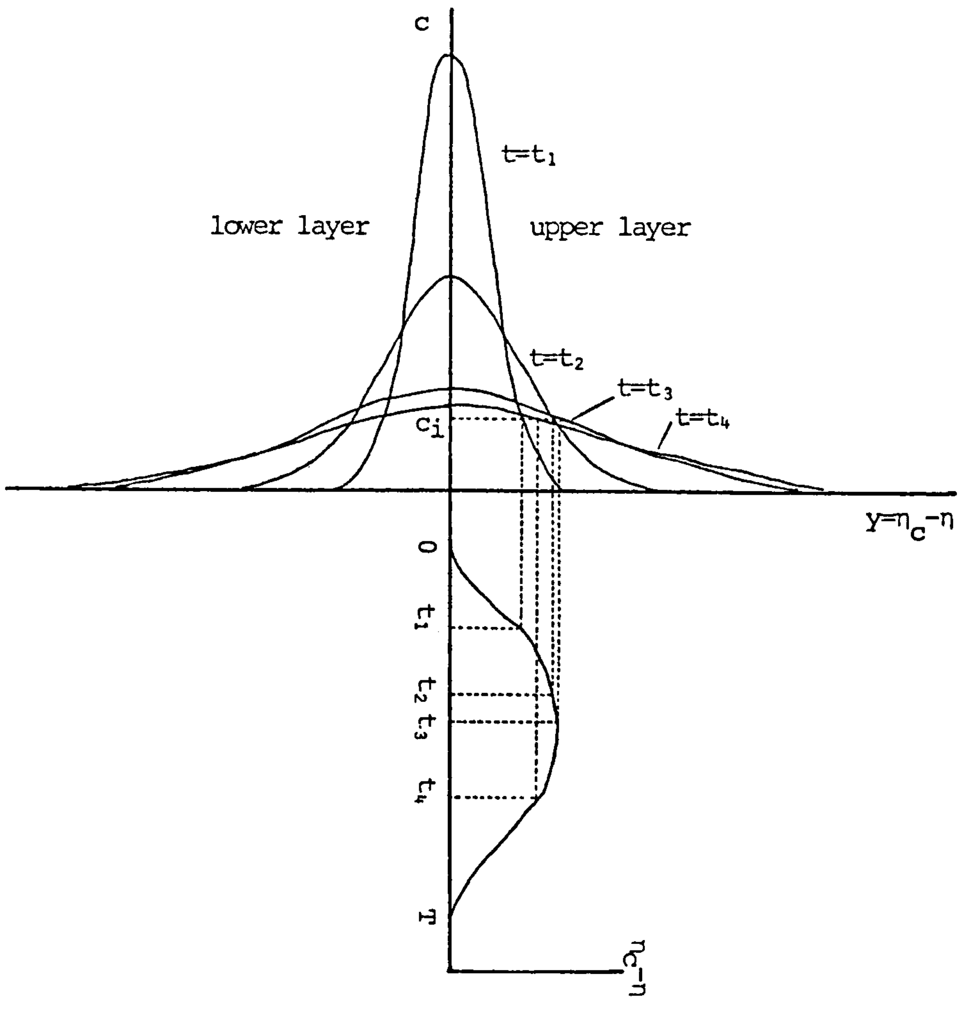


図 3.6　塩水の拡散と濃度境界面の挙動

ηに収束する周期Tは式(3.4.4)の左辺を0として次式となる。

$$T = \frac{\alpha^2}{D_E} \tag{3.4.6}$$

すなわちこの一連の過程で，界面には本来の波動運動に加えて式(3.4.6)で示される周期Tの乱れが重畳されることになる。式(3.4.6)より，界面における拡散能 D_E が大きいほどTは小さくなり，乱れは高周波になることがわかる。室田らが言うようにi.r.波などの短周期卓越波は上層主流に移流された塩水塊であると考えるならば，逆にi.r.波の周波数 $f_{i.r.}$ を用いて，式(3.4.6)より界面水質混合に関する拡散係数はつぎのように考えることができる。

$$D_E \propto f_{i.r.}\,\alpha^2 \tag{3.4.7}$$

また振幅の大きさについて評価してみると式(3.4.4)の両辺をtについて微分して$(\eta_c - \eta)$に最大値を与えるtとして次式を得る。

$$t = \frac{\alpha^2}{e D_E} \quad (\text{e は自然対数の底}) \tag{3.4.8}$$

これを式(3.4.4)に代入して振幅の最大の大きさはつぎのようになる。

$$\left[\sqrt{(\eta_c - \eta)^2}\right]_{max} = \sqrt{\frac{2\alpha^2}{e}} \tag{3.4.9}$$

αに式(3.4.5)を代入するとつぎのようになる。

$$\left[\sqrt{(\eta_c - \eta)^2}\right]_{max} = \frac{M}{C_i\sqrt{2\pi e}} \tag{3.4.10}$$

したがってMだけの物質を含む水塊のとび出しにより周期Tの乱れができることから，単位時間の移動量はM/Tに比例すると仮定する。さらに$\left[\sqrt{(\eta_c - \eta)^2}\right]_{max}$は$\sqrt{\overline{(\eta_c - \eta)^2}}$に比例すると考えて式(3.4.10)より移動速度 V_e は次式で評価できると考えられる。

$$V_e \propto \frac{M}{T} \propto \frac{\sqrt{\overline{(\eta_c - \eta)^2}}}{T} \tag{3.4.11}$$

一方このような過程を，乱流の取り扱いで行なわれるような平均化とレイノルズ応力の導入に類似した手法を用いれば，混入速度と波動特性について以下のような考察も可能であろう。[18]

図3.7に示すように内部波は規則的な形をした長周期成分$\overline{\eta}$と短周期，短波長の変動成分η'よりなるものと考える。内部波の波面では次式の運動学的境界条件式が成立している。

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + u\frac{\partial \eta}{\partial x} = v \quad \text{at } y = \eta \tag{3.4.12}$$

$\overline{\eta}$に応じた流速成分を$\overline{u}$, $\overline{v}$，変動成分をu', v'として上式に代入すると次式となる。

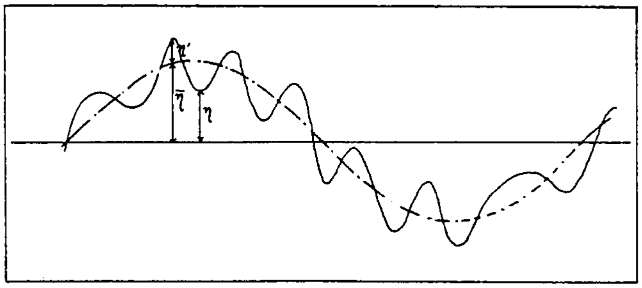


図3.7　内部波のモデル化

$$\frac{\partial \overline{\eta}}{\partial t} + \frac{\partial \eta'}{\partial t} + (\overline{u} + u')\left(\frac{\partial \overline{\eta}}{\partial x} + \frac{\partial \eta'}{\partial x}\right) = \overline{v} + v' \quad at \quad y = \eta \tag{3.4.13}$$

式(3.4.13)を$\overline{\eta}$の一周期間隔に時間平均して次式を得る。

$$\frac{\partial \overline{\eta}}{\partial t} + \overline{u}\frac{\partial \overline{\eta}}{\partial x} + \overline{u'\frac{\partial \eta'}{\partial x}} = \overline{v} \tag{3.4.14}$$

式(3.4.13), (3.4.14)を辺々引いて次式を得る。

$$v' = \frac{\partial \eta'}{\partial t} + u'\frac{\partial \overline{\eta}}{\partial x} + \overline{u}\frac{\partial \eta'}{\partial x} + u'\frac{\partial \eta'}{\partial x} - \overline{u'\frac{\partial \eta'}{\partial x}} \tag{3.4.15}$$

一般に$\frac{\partial \overline{\eta}}{\partial x}$は微小と見なされて式(3.4.14), (3.4.15)は次式となる。

$$\frac{\partial \overline{\eta}}{\partial t} + \overline{u'\frac{\partial \eta'}{\partial x}} = \overline{v} \tag{3.4.16}$$

$$v' = \frac{\partial \eta'}{\partial t} + \overline{u}\frac{\partial \eta'}{\partial x} + u'\frac{\partial \eta'}{\partial x} - \overline{u'\frac{\partial \eta'}{\partial x}} \tag{3.4.17}$$

式(3.4.16)は理想的な界面の運動学的条件$\partial\overline{\eta}/\partial t = \overline{v}$に対して変動成分のために左辺第二項が加わった形になっており，式(3.4.17)は鉛直方向混合成分に，短周期，短波長波の特性が大きく影響を及ぼすことを示している。

以上内部波の形状に関する種々の考察により，境界面の波動運動と物質移動との関係を明らかにしてきた。これらの考察をもとに，以下においては各境界面において波動特性による物質移動の定量化を行なっていく。

3.4.3 波々境界面の場合 —— 淡塩水二層境界面における塩分移動

3.4.2で述べたように，淡塩水二層境界面における内部波を長周期の規則成分$\overline{\eta}$と短周期の変動成分η'との重なりあったものと考える。$\overline{\eta}$波は椿，小松の言うL.P波，η'波はS.P波と考えられる。3.4.2の考察より淡塩水二層流の混合に大きな影響を及ぼすのはη'波であると考えて，η'波の波特性により混入速度を評価する。

η'波の平均周期をT'，変動のr.m.s.を$\sqrt{\overline{\eta'^2}}$とすれば，境界面における局所的な水塊のまきこみ，混合はT'と$\sqrt{\overline{\eta'^2}}$により表わされると考えられる。境界面の乱れが小さいときには分子拡散の影響もあると考えて，T'，$\sqrt{\overline{\eta'^2}}$，$D_M$により混入速度$v_e$を表わすことにすると次元的に次式を得る。

$$v_e \propto \left(\frac{D_M T'}{\overline{\eta'^2}}\right)^x \frac{\sqrt{\overline{\eta'^2}}}{T'} \tag{3.4.18}$$

乱れが強くD_Mの影響が無視できる場合にはつぎのようになる。

$$v_e \propto \frac{\sqrt{\overline{\eta'^2}}}{T'} \tag{3.4.19}$$

上式は室田，平田がi.r.波から求めた式(3.4.1a)や，椿，小松の求めた有義波高との関係(図3.4)などに矛盾するものではない。すなわち図3.6に関する考察において，T'が小さい場合には速やか

な混合を，$\sqrt{\overline{\eta'^2}}$が大きいときには多量の混合がおこっていることを表わしていると考えられる。これはまた式（3.4.11）とも一致する。

一方分子拡散の効果を無視できない場合には，境界面の乱れも少ないと考え，3.4.1で述べたように表面更新モデルで考えられるとすると，式（2.1.20）などからD_Mの指数としては1/2が期待される。そこで式（3.4.18）で$x=1/2$とすると次式を得る。

$$v_e \propto \sqrt{D_M/T'} \qquad (3.4.20)$$

上式は表面更新モデルにおいて更新率sを$1/T'$と考えたことに相当する。これはTurnerの与えた式（2.2.11）でRichardson数が無視できる場合に相当し，彼が与えた時間スケールℓ_1/u_1をここでは境界面の混合に関与する波の特性量で与えたことになる。

3.4.4 気液境界面の場合 ── 波動水面からの酸素移動

(1) 一様な規則波の場合[28]

細井，井本は規則波の存在する場合の再ばっ気係数を波の周期，波高，波長及び水深を用いて実験結果の整理を行なっている。[19] しかしChurchillら[20]の実河川における実測例などを見るまでもなく再ばっ気係数は温度の影響を受けることが指摘されている。これはどのような場においても再ばっ気は分子拡散の影響を受けることを示している。またポテンシャル流れでは理論的には渦度が存在しないことになるが，波動の存在により酸素吸収は急激に増加することを考えれば，波は酸素吸収に密接に関わっていることになる。

溶存酸素濃度Cは物質移動係数K_Lを用いて一般につぎのように表わされる。

$$\frac{dC}{dt} = K_L \cdot \frac{A_S}{V}(C_S - C) \qquad (3.4.21)$$

Vは流体体積，C_Sは飽和溶存酸素濃度，またA_Sは気体との接触表面積で，静水時の表面積A_Oと係数C_Aより次式で表わされる。

$$A_S = C_A \cdot A_O \qquad (3.4.22)$$

式（3.4.21），（3.4.22）より実際に測定されるみかけの移動係数K_L'はつぎのようになる。

$$\frac{dC}{dt} = K_L' \cdot \frac{A_O}{V}(C_S - C) \qquad (3.4.23)$$

$$K_L' = C_A \cdot K_L \qquad (3.4.24)$$

さて2.1.2に示したように表面更新理論の考え方を採用するかぎり物質移動係数K_Lは次式と考えてよい。

$$K_L \propto \sqrt{D_M s} \qquad (3.4.25)$$

すでに述べた考察からここでも表面更新モデルを用いることにして，更新率sに波の特性が直接的に影響を及ぼすと考えて分子拡散係数，波高，波長，周期を用いて次式を得る。

$$K_L \propto \left(\frac{D_M}{T}\right)^{1/2}\left(\frac{H}{L}\right)^x \qquad (3.4.26)$$

ここで T は波の周期，Hは波高，Lは波長である。

H/L の影響が無視できる場合は式 (3.4.26) は式 (3.4.20) に一致する。ただし式 (3.4.20) では時間のスケールとして変動成分に起因するT′であるのに対し，式 (3.4.26) では T を用いている。

(2) 一般的な波の場合[21,22]

ここでは水面の運動が簡単な正弦波では表わされない複雑な挙動を示す場合を考える。上でも述べ，また後で実験からもわかるように，規則成分が酸素吸収に相当な影響をもち，かつ砕波のない場合には波形勾配も限られるので，それほど微小な乱れも存在せず，水質混合に関して淡塩水二層流のように $\overline{\eta}$ と η' に分割して考えることは不合理であると考えられる。そこでこの場合は水面の全変動エネルギーが表面更新率に影響を及ぼすとしてつぎのように考察した。

水面付近に表面張力の影響の強い層を考えると，Dobbins[23]らにより表面更新率 s は次式で得られる。

$$s \propto \frac{\rho(\nu E)^{3/4}}{\sigma} \qquad (3.4.27)$$

E は流れ全体で消費されるエネルギーであるが，いまの場合これは水面の全変動エネルギーに比例すると仮定して次式を得る。

$$E \propto \frac{g\overline{\eta}^2}{hT} \qquad (3.4.28)$$

h は水深，T は平均周期

式 (3.4.28) を式 (3.4.27) に代入すると表面更新率として次式を得る。

$$s \propto \frac{\rho\nu^{3/4}g^{3/4}\overline{\eta}^{2\,3/4}}{\sigma h^{3/4}T^{3/4}} \qquad (3.4.29)$$

さらに式 (3.4.29) を式 (3.4.25) に代入して物質移動係数はつぎのようになる。

$$K_L \propto \left(\frac{\rho D_M \nu^{3/4} g^{3/4}}{\sigma}\right)^{1/2} \frac{\overline{\eta}^{2\,3/8}}{(hT)^{3/8}} \qquad (3.4.30)$$

(3) 砕波のともなう場合

砕波をともなっている場合は水面の激しい乱れと気泡のとりこみなどにより急激な K_L の増加が考えられ，実験によってもその傾向が観測された。したがって砕波による酸素吸収効果は，卓越波よりはるかに大きいと考えられる。この場合には境界面に局所的な破壊がおこっているから，前述の淡塩水二層流の場合と同様に，砕波による乱れ成分による量 $\overline{\eta}'$，T′ を用いて次式で表わされるとする。

$$K_L \propto \frac{\sqrt{\overline{\eta'^2}}}{T'} \qquad (3.4.31)$$

(4)　C_A に対する影響

係数 C_A に関しては一般の開水路流れにおいてはつぎのように表わされている。

$$C_A = 1.0 + 0.3\,F_r^2$$

ただし F_r はFroude数

波の場合は図3.8に示されるように考えて C_A と波高，波長の関係はつぎのように考えられる。

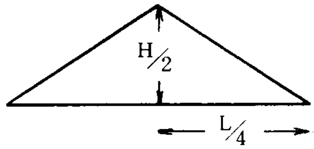


図 3.8　波によるC_Aの増加

$$C_A = \frac{\sqrt{(L/4)^2 + (H/2)^2}}{L/4} = \left(1 + 4\left(\frac{H}{L}\right)^2\right)^{1/2}$$

$1 \gg 4\left(\frac{H}{L}\right)^2$ と考えると次式となる。

$$C_A = 1 + 2\left(\frac{H}{L}\right)^2 \qquad (3.4.32)$$

したがって C_A は波形勾配に依存することになるが，実際は砕波のため大きなH/Lは存在できない。たとえばMichell の与えた砕波限界H/L = 0.142[24]を式(3.4.32)に代入すると C_A= 1.04となり，波の存在による C_A に対する影響は非常に小さいと考えられる。

3.4.5　固液境界面の場合 ── 底泥のまきあげ

底泥のまきあげに関して，すでに述べてきた表面更新モデルのアナロジーから，つぎのように考えてみる。乱れが泥面までやってくると粘性底層を形成し始める。このとき τ_0 に応じて泥が掃流され，層内にたくわえられる。やがて粘性底層の破壊，混合にいたり，泥も主流部へ輸送される。すなわち τ_0 による泥の流動化と，乱れによる混合の二段階により，まきあげがおこると考える。

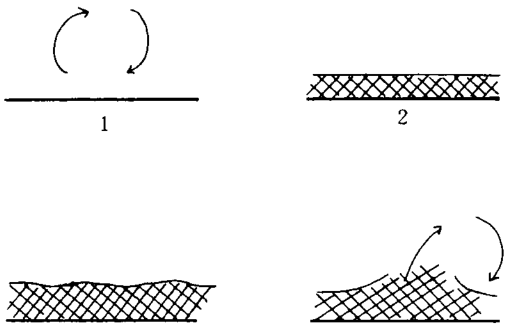


図 3.9　固液境界面の挙動

Einstein，Liの viscous sublayer モデルにおける τ_0 は式(3.2.20)で与えられる。粘性底層内で掃流される単位時間，単位面積あたりの泥量は τ_0 とつぎのような関係にあるものと仮定する。

$$q_i = k_1 \tau_0^{k_2} \qquad (3.4.33)$$

時間 T_S の間粘性底層が成長を続けるとすると，その間に蓄積される量は式(3.2.20)，(3.4.33)よりつぎのようになる。

$$q_i = \int_0^{T_S} k_1 \left(\mu \frac{u_0}{\sqrt{\pi \nu t}}\right)^{k_2} dt = \frac{k_1}{1-k_2/2}\left(\frac{\mu u_0}{\sqrt{\pi\nu}}\right)^{k_2} T_s^{\,1-k_2/2} \qquad (3.4.34)$$

実際上 u_0 は一定値ではなく，粘性底層の持続時間も一定とは考えられない。そこで 3.2.2 の (3)で検討したように，u_0 に対しては一定値として平均値 $\bar{u}_0$ を与えておき，粘性底層の破壊，混合はランダムにおこるものと考えて，Dankwerts の年令分布を仮定する。よって平均まきあげ量は次式となる。

$$q_e = \int_0^{\infty} \frac{1}{T}\left\{\frac{k_1}{1-k_2/2}\left(\frac{\mu \bar{u}_0}{\sqrt{\pi\nu}}\right)^{k_2} T^{1-k_2/2}\right\} s e^{-sT} dT \qquad (3.4.35)$$

上式は $k_2<2$ のときガンマ関数を用いてつぎのように表わされる。

$$q_e = k_3\left(\bar{u}_0 \mu \sqrt{\frac{s}{\pi\nu}}\right)^{k_2} \Gamma(1-k_2/2) \qquad k_2<2,\ k_3 = \frac{k_1}{1-k_2/2} \qquad (3.4.36)$$

$k_2=1$ の場合は気液界面において Dankwerts の与えたものと同形となり，解析的に解けて次式を得る。

$$q_e = k_3 \bar{u}_0 \rho \sqrt{\nu s} \qquad (3.4.37)$$

$\bar{\tau}_0$，u_*^2 はそれぞれ以下のようになる。

$$\bar{\tau}_0 = \int_0^{\infty} \mu \frac{2\bar{u}_0}{\sqrt{\pi\nu T}}\ s e^{-sT} dt = 2\rho \bar{u}_0 \sqrt{\nu s} \qquad (3.4.38)$$

$$u_*^2 = \frac{\bar{\tau}_0}{\rho} = 2\bar{u}_0\sqrt{\nu s} \qquad (3.4.39)$$

上式より s を求めるとつぎのようになる。

$$s = \frac{u_*^4}{4\bar{u}_0^2 \nu} \qquad (3.4.40)$$

これを式 (3.4.36) に代入すると次式を得る。

$$q_e = k_3\left(\frac{\rho u_*^2}{2\sqrt{\pi}}\right)^{k_2} \Gamma(1-k_2/2) \qquad (3.4.41)$$

図 3.9 で説明したような現象がおこっておれば，固液界面においても運動が観測され，本研究で行なってきた一連の方法と同様にその運動特性より s を決定することにより，式 (3.4.36) から q_e を求めることも可能と考えられる。しかし固液界面の運動は観測困難な場合が多いと考えられ，その場合には u_* を用いて式 (3.4.41) から q_e を決定することにする。

3.4.6 まとめ

ここでは水面からの酸素吸収，淡塩水二層境界面における混合，底泥のまきあげをとりあげて，境界面の運動特性による物質移動の定量化を行なった。

安定性を保ちながら運動をしている境界面における物質移動に関しては，表面更新モデルの適用を

念頭におき，表面更新率と境界面の波動特性との関係を中心に検討を加えた。境界面の局所的な破壊がおこっている場合は，とくにそれにともなう乱れ成分が物質移動に大きく関与するとして考察を進めた。得られた結果を表 3. 2 に示す。

表 3. 2　境界面の運動特性から見た物質移動速度の表示

<table>
<tr><td colspan="2"></td><td>気液境界面</td><td>液液境界面</td><td>固液境界面</td></tr>
<tr><td colspan="2" rowspan="2">対象とする水質物質</td><td colspan="2">溶解性</td><td>非溶解性</td></tr>
<tr><td>酸素</td><td>塩分</td><td>泥</td></tr>
<tr><td colspan="2">物質移動表示パラメータ</td><td>物質移動係数
K_L〔cm/sec〕</td><td>混入速度 v_e〔cm/sec〕
連行係数 K</td><td>まきあげ速度
q_e〔mg/cm²・sec〕</td></tr>
<tr><td colspan="2">基本的立場</td><td colspan="3">境界面の変動エネルギーと変動周期が関与する</td></tr>
<tr><td rowspan="2">物質移動速度の表示</td><td>境界面の局所的な破壊がおこらない場合</td><td colspan="2">分子拡散に規定された表面更新モデル
$\sqrt{\frac{D_M}{T}}$
$\frac{\rho D_M \nu^{3/4} g^{3/4}}{\rho}\left(\overline{\eta}^2/hT\right)^{3/8}$</td><td rowspan="2">$k_3\left(\overline{u}_0 \mu \sqrt{\frac{S}{\pi \nu}}\right)^{k_2} \Gamma(1-k_2/2)$
表面更新モデルを適用，境界面の運動の直接観測が不可能なため他の量で表わす
$k_3\left(\frac{\rho u_*^2}{2\sqrt{\pi}}\right)^{k_2} \Gamma(1-k_2/2)$</td></tr>
<tr><td>境界面の局所的破壊がおこる場合</td><td colspan="2">高周波変動成分による表示
$\frac{\sqrt{\overline{\eta'^2}}}{T'}$</td></tr>
</table>

3. 5　二層間の力のバランスから見た物質移動に関する理論的考察

3. 5. 1　本節の基本的立場

従来からの水質混合モデルは，全体的な場の平均量により評価しようとするマクロな立場と，局所的なメカニズムを考えようとするミクロな立場が考えられる。従来のモデルに現われている長さの量を見ても，水深や流路幅を用いているものもあれば，Kolmogoroff スケールのようにミクロなものを考えているものもある。どのようなオーダーでモデル化を考えるかは，とり扱う現象を理論的，あるいは実験的にどこまで詳細に追いきれるかによる。あるいは理論的な考察をミクロな立場で行なっても，実際の場に適用する場合には，計測技術が未開発であったり，たとえ計測可能でも繁雑であったり，他の量の精度とのバランスなどの関係から，積分してマクロな量で表わす場合も多い。

前節においては，境界面の運動特性より物質移動を評価するという，直接的でミクロな立場にたった考察を進めた。本節では，境界面の運動自身を追うのではなく，運動をおこす原因について考え，間接的でかつマクロな立場からの考察を試みる。すなわち前節で境界面の運動がそこにおける物質移動に密接に関連していることを述べたのを受けて，本節ではその運動をおこす原因を考え，物質移動との関係を考察する。

気液，液々，固液などの二層流で上層が流れており，下層が静止しているような場合を考えると，このような場における境界面の挙動は，運動をおこそうとする上層からの力Πと，これに抵抗しようとする下層の力Rのバランスで決まると考えられる。

$$\Psi = \frac{\Pi}{R} \tag{3.5.1}$$

上層の下層に及ぼす力Πとして$u_*^2 = \tau_i / \rho_1$（τ_i：界面剪断力）を考える。一方抵抗力Rに関与すると考えられる量としては，密度差に伴うみかけの重力加速度εg，下層物質の粒径d，粘性ν_2，表面張力σなどがあげられる。これらの諸量は同時に働くものもあれば，相入れないものもある。ひとまずこれらの量をすべて用いて無次元パラメータΨをつくってみると次式のようになる。

$$\Psi = \left(\frac{u_*^2}{\varepsilon g d}\right)^x \left(\frac{\varepsilon g d^2 \rho_2}{\sigma}\right)^y \left(\frac{\nu_2^2}{\varepsilon g d^3}\right)^z \tag{3.5.2}$$

各境界面の特性に応じて，上式を適切に変形したものを用いることにより，境界面における物質移動を論じることができると考えられるが，非常にマクロな立場に立っているので，各場に応じて理論や実験による補足が必要と考えられる。

3.5.2　気液境界面の場合

気液による上層流動，下層静止の二層境界面として具体的に考えられるのは風波の存在する水面があげられる。そこで風波による水面からの酸素吸収を論じるパラメータとしてΨを用いることにする。この場合にはRに関与すると考えられる量の中でdは無関係であるから，式（3.5.2）でdの指数部$-x+2y-3Z$を0とおいて次式を得る。

$$\Psi = \left(\frac{\rho_2 u_*^4}{\varepsilon g \sigma}\right)^x \left(\frac{u_*^3}{\varepsilon g \nu_2}\right)^y \tag{3.5.3}$$

上式で表わされるΨが風波による酸素吸収に何らかの影響を及ぼすと考えられるが，その詳細は実験によらざるを得ない。

3.5.3　液々境界面の場合

弱混合型の河口密度流などがこの場合の例としてあげることができる。表面張力はないと考えられ，また対象とする水質指標物質が塩分のように溶解性のものであると考えるとdも考えなくてよい。したがって式（3.5.2）はつぎのように変形される。

$$\Psi = \frac{u_*^3}{\varepsilon g \nu_2} \tag{3.5.4}$$

u_*と上層の平均流速が一義的に関係すると考えると，上式は式（2.2.3）で示した密度流の混合限界を示すパラメータであるKeulegan数に他ならない。液々境界面をマクロな立場から扱う場合にはKeulegan数が重要なパラメータであることがわかる。本節ではマクロな立場からの検討なので式

(3.5.4)が液々境界面における水質混合に大きく関与することを示唆するだけであるが，Keulegan がさらに実験を行なって検討した結果，式(2.2.3)で示したようにこれは Reynolds 数に依存することがわかっている。

3.5.4 固液境界面の場合[27]

表面張力を消去すると式(3.5.2)より次式を得る。

$$\Psi = \left(\frac{u_*^2}{\varepsilon g d}\right)^x \left(\frac{\nu_2^2}{\varepsilon g d^3}\right)^y \tag{3.5.5}$$

粒径 d が小さくなるにつれ電気化学的作用により粘着性が増加する。すなわち上式において d の影響が小さくなるにつれ ν_2 の重要性が増し，ν_2 が小さくなるにつれ d が重要となる関係にある。

下層物質が砂のように粒径が大きく粘着性をもたないような場合には，式(3.5.5)で ν_2 を消去してつぎのようになる。

$$\Psi = \frac{u_*^2}{\varepsilon g d} \tag{3.5.6}$$

上式は従来から研究されてきた砂の限界掃流力の無次元表示である。この場合には上層の力に対して自重が抵抗力として働いている。Shields は式(3.5.1)の Π につき，理論的にもっと詳しい与え方をして，式(3.5.6)が砂粒 Reynolds 数 $u_* d/\nu$ の関数となることを示している。

粒子が小さくなるにつれ粘着性が増加する傾向にある。そこで上層からの力に対する抵抗力に関与する量として，ν_2 に対して d が無視できるほど小さくなった場合には，式(3.5.5)で d を消去して次式を得る。

$$\Psi = \frac{u_*^3}{\varepsilon g \nu_2} \tag{3.5.7}$$

この式は上層からの働きかけに対する抵抗力として粘着性だけを考慮の対象としており，自重は考えに入れていない。このような考え方は 2.3.2 で述べた従来の研究においても共通したものである。従来の研究は上式の ν_2 について，塑性指数やベーンせん断強さを用いて表わそうとしたものである。底泥の含水率が非常に高い場合については近似的にニュートン流体とみなせるとすると，式(3.5.7)は式(3.5.4)に一致し，密度流として扱えると考えられる。

式(3.5.5)は式(3.5.6)と(3.5.7)の中間的な場合を示している。これらの妥当性は後に述べるが，実験により式(3.5.7)は底泥の凝集性の影響を受けることがわかった。

3.5.5 ま と め

本節では境界面の運動は二層間の力のバランスによると考えて，物質移動に関与するパラメータを検討した。ここで得られたパラメータが境界面における物質の移動に対して，どのような形で関わる

のかという点については実験をまたねばならないが，従来の研究成果や第四章で得た結果などを加えてまとめると表 3. 3 のようになる。

表 3. 3　二層間のバランスから考えた物質移動パラメータ

<table>
<tr><td></td><td>気液界面</td><td>液々界面</td><td colspan="2">固液界面</td></tr>
<tr><td rowspan="3">基礎パラメータ</td><td colspan="4">$\Psi = \left(\frac{u_*^2}{\varepsilon g d}\right)^x \left(\frac{\varepsilon g d^2 \rho_2}{\sigma}\right)^y \left(\frac{\nu_2^2}{\varepsilon g d^3}\right)$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">$\Psi = \left(\frac{\rho_2 u_*^4}{\varepsilon g \sigma}\right)^x \left(\frac{u_*^3}{\varepsilon g \nu_2}\right)^y$</td><td rowspan="2">$\Psi = \frac{u_*^3}{\varepsilon g \nu_2}$</td><td colspan="2">$\Psi = \left(\frac{u_*^2}{\varepsilon g d}\right)^x \left(\frac{\nu_2^2}{\varepsilon g d^3}\right)^y$</td></tr>
<tr><td>$\Psi = \frac{u_*^2}{\varepsilon g d}$</td><td>$\Psi = \frac{u_*^3}{\varepsilon g \nu_2}$</td></tr>
<tr><td>具体的問題</td><td>風波による酸素移動</td><td>密度流界面における混合</td><td>砂の掃流</td><td>粘性土のまきあげ</td></tr>
<tr><td>研究成果</td><td>図 4. 27 参照</td><td>Keulegan：Ψ は Reynolds 数による。式 (2. 2. 3) 参照</td><td>Shields：Ψ は砂粒 Reynolds 数による。図 2. 5 参照</td><td>筆者：Ψ は凝集性に依存。図 4. 46，4. 47，4. 48 参照</td></tr>
</table>

3. 6　理論的考察のまとめ

この章では境界面における物質移動について，気液，液々，固液の各境界面を可能な限り区別せずに扱うことを念頭において検討を進めた。

3. 2 では境界面の存在のために流体運動が強く束縛を受ける場合の物質移動を扱い，各境界面に共通した基礎式として次式をあげるとともに，各場に応じたその変形過程について説明した。

$$K_L = \frac{D_M}{\delta_1}$$

つぎに 3. 4 において境界面の波動運動特性による物質移動の定量化を試みた。明瞭な境界面が形成されている場合には，表面更新モデルの適用を念頭におき，境界面の波動特性と表面更新率の関係を検討した。さらに境界面に局所的な破壊がおこる場合は，これにともなう乱れ成分が物質移動に大きく関与すると考えて検討を進めた。

3. 5 においては境界面の運動は二層間の力のバランスによりきまると考えて，下に示す基礎式により，各境界面における物質移動に関与するパラメータを探った。

$$\Psi = \frac{\Pi}{R}$$

本章で得た結果については次章において実験によりさらに検討を加える。

参　考　文　献

1　Levich, V. G.：Physicochemical hydrodynamics, Prentice-Hall, 1962.

2　Davies, J. T.：Turbulent Phenomena, Academic Press, 1972.

3　Einstein, H. A. and Huon Li：The viscous sublayer along a smooth boundary, Trans. of ASCE, Vol. 123, pp. 293 ～ 317, 1958.

4　Higbie, R.：The rate of absorption of a pure gas into a still liquid during short periods of exposure, Trans. of A. I. Ch. E., Vol. 31, 1935.

5　Danckwerts, P. V.：Significance of liquid-film coefficients in gas absorption, Ind. and Eng. Chemistry, Vol. 43, No. 6.

6　今井　功：流体力学（前編），裳華房，1973.

7　平田健正・室田　明・沢田　隆：成層密度流における界面連行に関する実験的研究（第1報），土木学会第31回年次講演会，1976.

8　平田健正・室田　明・本川　明：成層密度流における界面連行に関する実験的研究（第2報），土木学会第32回年次講演会，1977.

9　室田　明・平田健正：成層密度流における内部波特性と混合機構について，土木学会第22回水理講演会論文集，pp. 107 ～ 112，1978.

10　平田健正・室田　明：成層界面における混合機構について，土木学会第33回年次講演会，1978.

11　道奥康治・室田　明・平田健正：内部波の特性と界面連行機構について，土木学会第32回年次講演会，1977.

12　吉田静男：二層流界面波の実態，土木学会第30回年次講演会，1975.

13　吉田静男・段城邦彦：二層流界面に発達する波動の実態，土木学会第21回水理講演会論文集，pp. 69 ～ 74，1977.

14　灘岡和夫・日野幹雄・萩原　克：塩水楔における塩淡混合に関する実験，土木学会第33回年次講演会，1978.

15　今酒　誠・椿東一郎・小松利光：二層流境界面における内部波特性と連行現象，土木学会第33回年次講演会，1978.

16　椿東一郎・小松利光・今酒　誠：二層境界面における内部波特性，土木学会西部支部研究発表会，1979.

17　栗山由彦：境界面における水質挙動に関する研究，京都大学修士論文，1976.

18 住友 恒・山田豊実・松岡 譲・栗山由彦：淡塩水二層流における水質混合について，土木学会第21回海岸工学講演会論文集，pp. 443 〜 447，1974.

19 細井正延・井本久仁吉：溶存酸素量に及ぼす波浪の影響について，土木学会第28回年次講演会，1973.

20 Churchill，M. A.，Elmore，H. L. and R. A. Buckingham：The prediction of stream reaeration rates，Proc. of ASCE，Vol. 88，No. SA. 4，pp. 1 〜 46，1962.

21 住友 恒・栗山由彦：波動水面からの酸素吸収に関する一考察，土木学会第30回年次講演会，1975.

22 細井由彦・住友 恒・岩井重久：波動水面からの酸素吸収に関する研究，土木学会第13回衛生工学研究討論会論文集，pp. 25 〜 30，1977.

23 Dobbins，W. E.：BOD and Oxygen relationships in streams，Proc. of ASCE，Vol. 90，No. SA. 3，pp. 53 〜 78，1964.

24 椹木 享：砕波特論，水工学シリーズ73－B－2，土木学会水理委員会，1973.

25 Einstein，H. A. and Huon Li：The viscous sublayer along a smooth boundary，Trans. of ASCE，Vol. 123，pp. 293 〜 317，1958.

26 井口正男：漂砂と流砂の水理学，古今書院，1975.

27 細井由彦・住友 恒・岩井重久：底泥のまきあげに関する実験的研究(II)，土木学会第15回衛生工学研究討論会論文集，pp. 28 〜 32，1979.

28 細井由彦：再ばっ気に対する表面波の影響について，土木学会中四国支部年次講演会，1980.

4　境界面における水質指標物質の移動に関する実験的考察

4.1　淡塩水二層境界面における塩分移動に関する実験的考察[1,2]

ここでは液々境界面における物質移動の実験的な検討を行なうために，淡塩水二層流をつくり塩分の移動を調べる。とくに内部波の特性と水質混合に重点をおき，三章で行なった考察を実験的に調べる。

4.1.1　淡塩水二層流の実験

(1) 実験概要

実験に用いた水路は全長 7 m，幅 30 cm，深さ 50 cm の鉄板製のもので，片側側面は透明塩化ビニル製になっている。図 4.1 で示されるように，水路の中央部付近を高さ 25 cm の塩化ビニル板でしきった。水路内を淡水で満たした後，しきられた部分には塩水タンクからポンプにより塩水を供給した。塩水の比重はほぼ 1.02 である。また実験中淡塩水境界面の挙動が目視観測できるように，塩水はメチレンブルーを用いて着色されている。水路の上流端から流入した淡水は整流板（図 4.1 中の上流端に破線で示されている。）を通った後，塩水層の上を流れ，下流端に達する。下流端ではサイホンとオーバーフロー管で排水が行なわれる。これらの排水量を調節して水位は一定に保たれた。なお実験中は塩水は淡水に連行され減少するため，二台の定量ポンプにより塩水を補給，調整した。

流速は熱線型微流速計を用いて測定し，データレコーダーに記録した。塩分濃度の測定は白金電極をデータレコーダーに接続して電導度を記録し，別途作成したキャリブレーションカーブから濃度に変換することにより行なった。流速，濃度ともに図 4.1 に示される A，B の 2 断面で鉛直方向 0.5 ～ 2 cm の間隔で測定した。内部波の挙動は透明側面を通してビデオテープレコーダーを用いて撮影した。また，電気抵抗線式の波高計を用いて計測し内部波スペクトルを求めた。

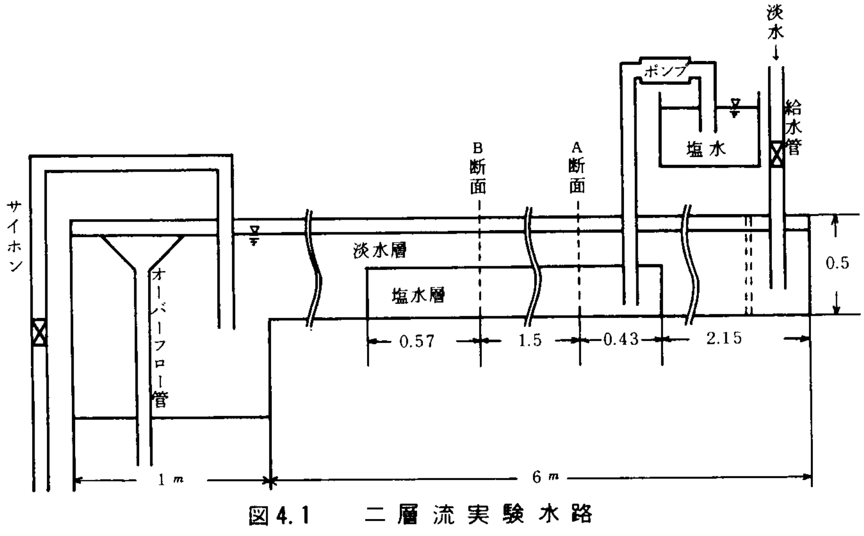


図 4.1　二層流実験水路

(2) 混入速度の計算方法

塩分濃度と流速の分布の一例は図4.2に示すとおりである。この例からもわかるように，現実の淡塩水二層流において，密度が境界面において不連続になることは考えられず，必ず密度勾配のある層が存在する。このような場合の境界面の定義は，上層と下層の平均密度を有する面(岸・加藤[14])，流速分布の変曲点の位置(芦田・江頭[15])，濃度分布の変曲点の位置(須賀・高橋[16])，目視観測などにより定められている。さらに，須賀・高橋[4]によれば，密度差が大きい場合には目視による境界面位置と濃度分布の変曲点の位置がよく一致しており，密度差が小さい場合には，目視によって決定される境界面は，濃度変曲点よりいくぶん上になると報告されている。そして彼らは，混合が進行している場合の境界面としては下層濃度に等しくなる位置を採用するのが取り扱い易いとするとともに，淡水の下層への混入も考慮して，下層濃度の0.9倍の濃度を与える位置を境界面と定義した。

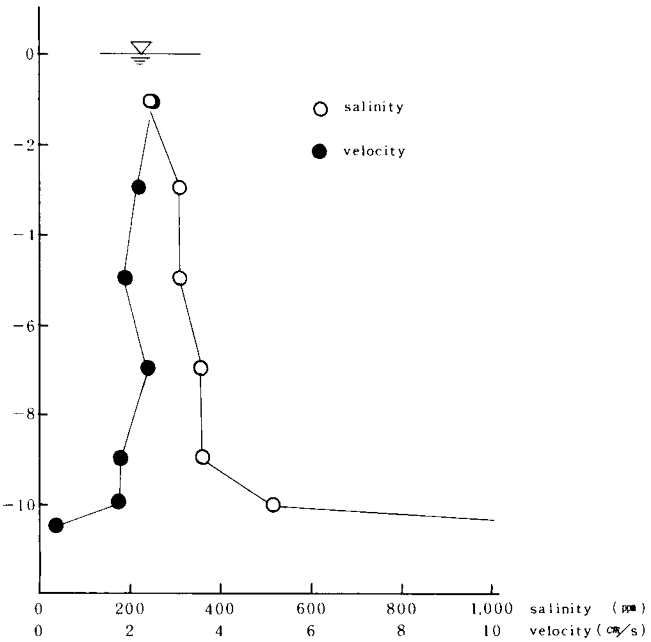


図4.2 塩分・流速分布

図4.2に示されているように，本実験では塩分濃度分布は500ppm程度から急激に10^3～10^4のオーダーに変化している。一方流速分布も塩分濃度が500ppmの位置より上ではほぼ一様でこれより下では急激に減少しており，理想的な二層流モデルに近い傾向を示している。そこで本研究では濃度が500ppmの位置をもって境界面と定めた。

以上の境界面の定義のもとに，二断面A，Bにおける濃度と流速の分布から混入速度v_eを次式で計算した。

$$v_e = \frac{1}{L_{AB}\,C_2}\left(\int_B Cu\,dy - \int_A Cu\,dy\right) \qquad (4.11)$$

ただしL_{AB}は測定断面A，B間の距離，C_2は下層(塩水層)の塩分濃度である。また積分は境界面から水面まで行なうものとする。

4.1.2 混入速度について

淡水層の平均流速と混入速度との関係の実験結果は図4.3に示すとおりである。図ではKeulegan

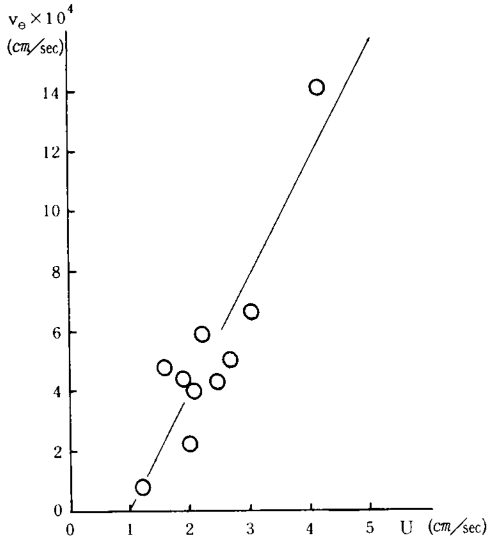


図 4.3　上層平均流速と混入速度との関係

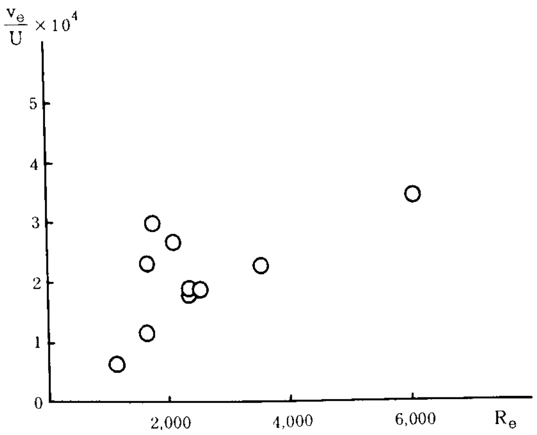


図 4.4　連行係数に対する Reynolds 数の影響

が求めたのと同様に両者の間にほぼ直線の関係がみられる。Keulegan の安定限界条件式 $(\nu_2 \varepsilon g)^{1/3}/U = 0.178$ より限界流速を求めてみると $U_c \fallingdotseq 3.6$ cm/s となり，本実験結果の限界流速はこれに比較して相当小さい。これは実験水路が短いため淡水が十分に整流され得なかったことや，塩水プールが短く，プール上流端の影響が大きく出たのではないかと考えられる。本実験結果から最小自乗法で求めた実験式は次式である。

$$v_e = 3.93 \times 10^{-4} (U - U_c)$$

$$U_c = 1.0 \text{ cm/s}$$

上述のように U_c は Keulegan の理論によるものより相当小さいが，直線の傾きは Keulegan の求めた 3.5×10^{-4} に近い値を示している。以上の結果より $\varepsilon = 0.02$ という密度差の小さい場合（Keulegan の実験は $\varepsilon = 0.08 \sim 0.16$）においても本実験結果は Keulegan 型の表現をよく満たすものである。

v_e/U より連行係数を求め，Reynolds 数 Uh_1/ν_1 で整理したものが図 4.4 である。本図では Reynolds 数の増加にともない連行係数が増加する傾向が認められる。これは中村・稲松[3]が神通川河口の実測から得た結果とは逆の傾向を示している。一方，連行係数と内部 Froude 数との関係は図 4.5 のようになる。Fri の増加にともなって v_e/U の増加する傾向が見られる。これも前述

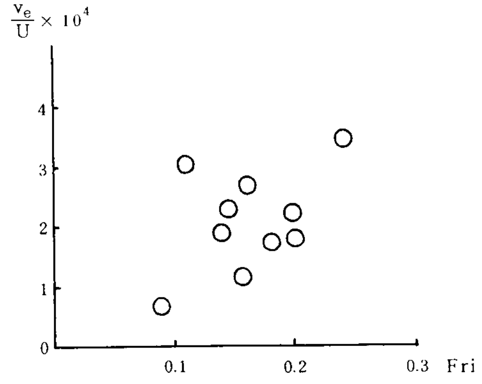


図 4.5　連行係数に対する内部 Froude 数の影響

の中村・稲松の実測結果とは逆の傾向であるが，須賀・高橋[4]が大型水路による実験から得たものとは同一の傾向を示している。連行係数を種々の水理学的無次元数でまとめようとする試みは多く行なわれているが，各研究者や実験，実測条件の違いもあって，いまだ統一された見解はない。しかし，Reynolds数の増加により流れは乱流へ移行すること，内部Froude数の自乗はRichardson数の逆数になることなどを考慮すれば，本実験結果は妥当なものと考えられる。

4. 1. 3　境界面の運動について

得られた内部波の時間波形の一例を図4.6に示す。図4.7には内部波のスペクトル及び境界面の平均位置より0.5 cm下と5.0 cm上における固定点で観測した濃度変動のスペクトルが示されている。内部波のスペクトルは0.1 Hz及び0.8 Hz付近にピークが見られる。これは室田・平田[5]や椿・小松[6]の求めた結果（図4.8）と同様の形をしており，内部波の二重構造性を示すものと言える。

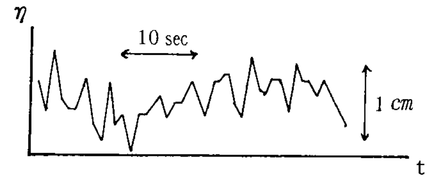
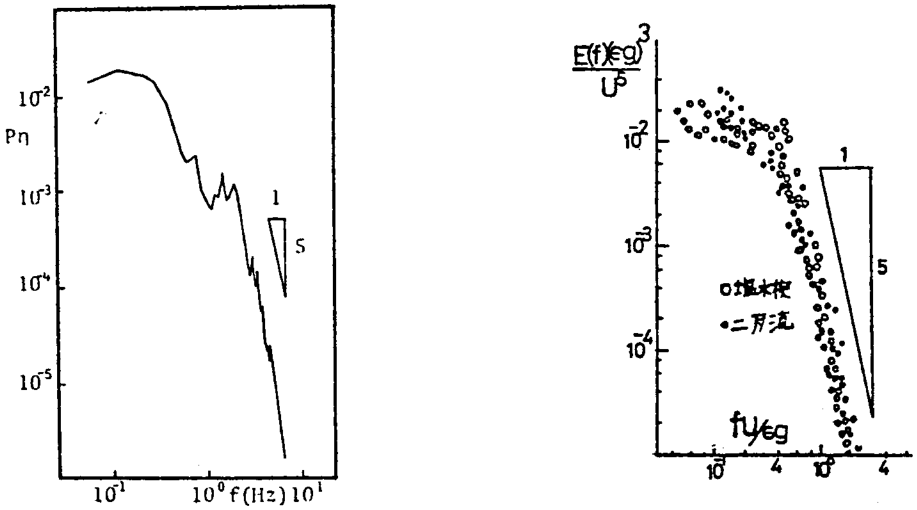


図4.6　内部波の時間波形

椿・小松[6]は卓越周波数より高周波側の平衡領域における内部波スペクトルとして次式を提唱している。

$$P_\eta(f) \propto \left(\frac{\varepsilon g h_1}{U^2}\right)^{-3/2} (\varepsilon g)^2 f^{-5} \qquad (4.1.2)$$

図4.7においても1.0 Hzを越える高周波側ではほぼ−5の傾きを示しており，式（4.1.2）にしたがうものと考えられる。



（室田・平田[5]による）　　　（椿・小松[6]による）

図4.8　内部波スペクトル

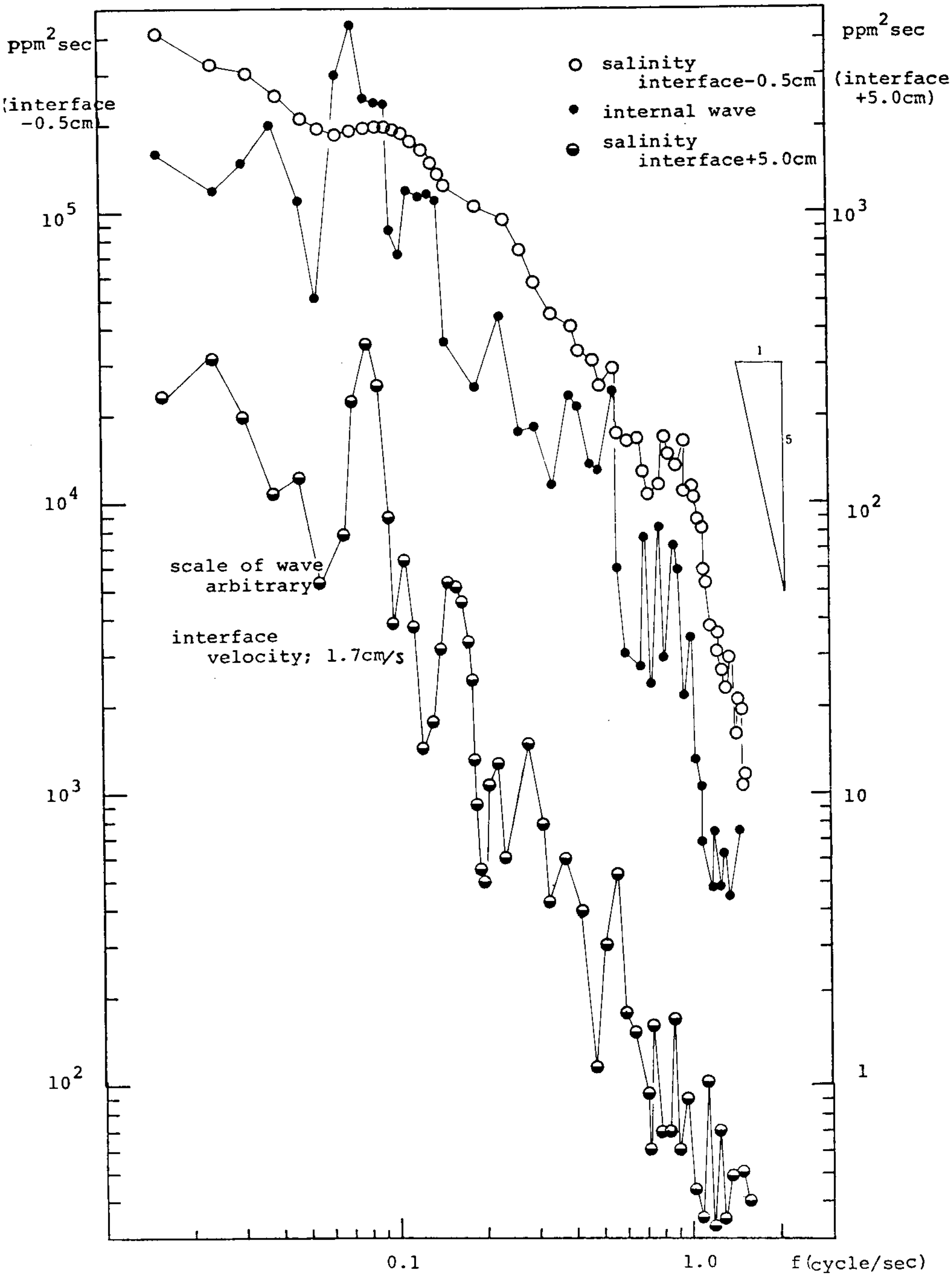


図 4. 7　　内部波スペクトルと濃度スペクトル

境界面付近の固定点で観測した濃度変動は内部波の影響を非常に強く受けると考えられる。図4.7においてもこの傾向が明瞭に見られ，境界面下0.5㎝における濃度のスペクトルは内部波スペクトルと非常によく似た形をしている。

Fofonoff[7]は温度勾配の存在する場での内部波による温度変動は

$$\Delta\theta = -\frac{d\theta}{dy}\eta$$

であることから温度スペクトルP_θは内部波スペクトルP_ηから次式で求まるとした。

$$P_\theta = \left(\frac{d\theta}{dy}\right)^2 P_\eta \qquad (4.1.3)$$

この関係は濃度の場合にも適用可能で次式を得る。

$$P_c = \left(\frac{dC}{dy}\right)^2 P_\eta \qquad (4.1.4)$$

したがって定常な濃度勾配が存在している場合は濃度スペクトルは内部波スペクトルに係数をかけた形となる。図4.7はこの議論をよく説明しうるものであると言える。

境界面下0.5㎝と境界面上5.0㎝のそれぞれの点における濃度スペクトルを比較すると，その値に100倍程度の差があり，境界面から離れるにしたがってスペクトルのパワーは減衰すると考えられる。

図4.9，図4.10はそれぞれ境界面上3.1㎝，3.8㎝の二点における流れ方向の流速乱れのスペクトル及び濃度スペクトルである。Lumleyの求めた浮力の影響を受ける波数域でのスペクトルは次式である。[8]

$$\left.\begin{aligned} P_u(k) &= 1.44\,E^{2/3}\{1+(k/k_b)^{-4/3}\}\,k^{-5/3} \\ k_b &= C_{415}^{3/4}\,N^{3/2}\,E^{-1/2} \end{aligned}\right\} \qquad (4.1.5)$$

ただしEは粘性によるエネルギー逸散率，NはBrunt－Väisälä振動数，C_{415}は定数である。これより$k \gg k_b$である慣性小領域では－5/3乗則が成立し，$k \ll k_b$である浮力小領域では－3乗則が成り立つと考えられる。

過程が統計的に定常であると仮定するとTaylorの凍結パターンの仮説により，波数スペクトルと周波数スペクトルはつぎのように関係づけられる。

$$\left.\begin{aligned} P_u(k) &= \overline{u}\,P_u(f) \\ k &= f\cdot\overline{u} \end{aligned}\right\} \qquad (4.1.6)$$

ここに$\overline{u}$は平均流速である。

したがって周波数スペクトルにおいても慣性小領域における－5/3乗則，浮力小領域で－3乗則が成立すると考えられる。図4.9，4.10はほぼこの傾向にあると言えよう。

速度と濃度変動の同時観測より得られるコ・スペクトルを図4.11に示す。コ・スペクトルは

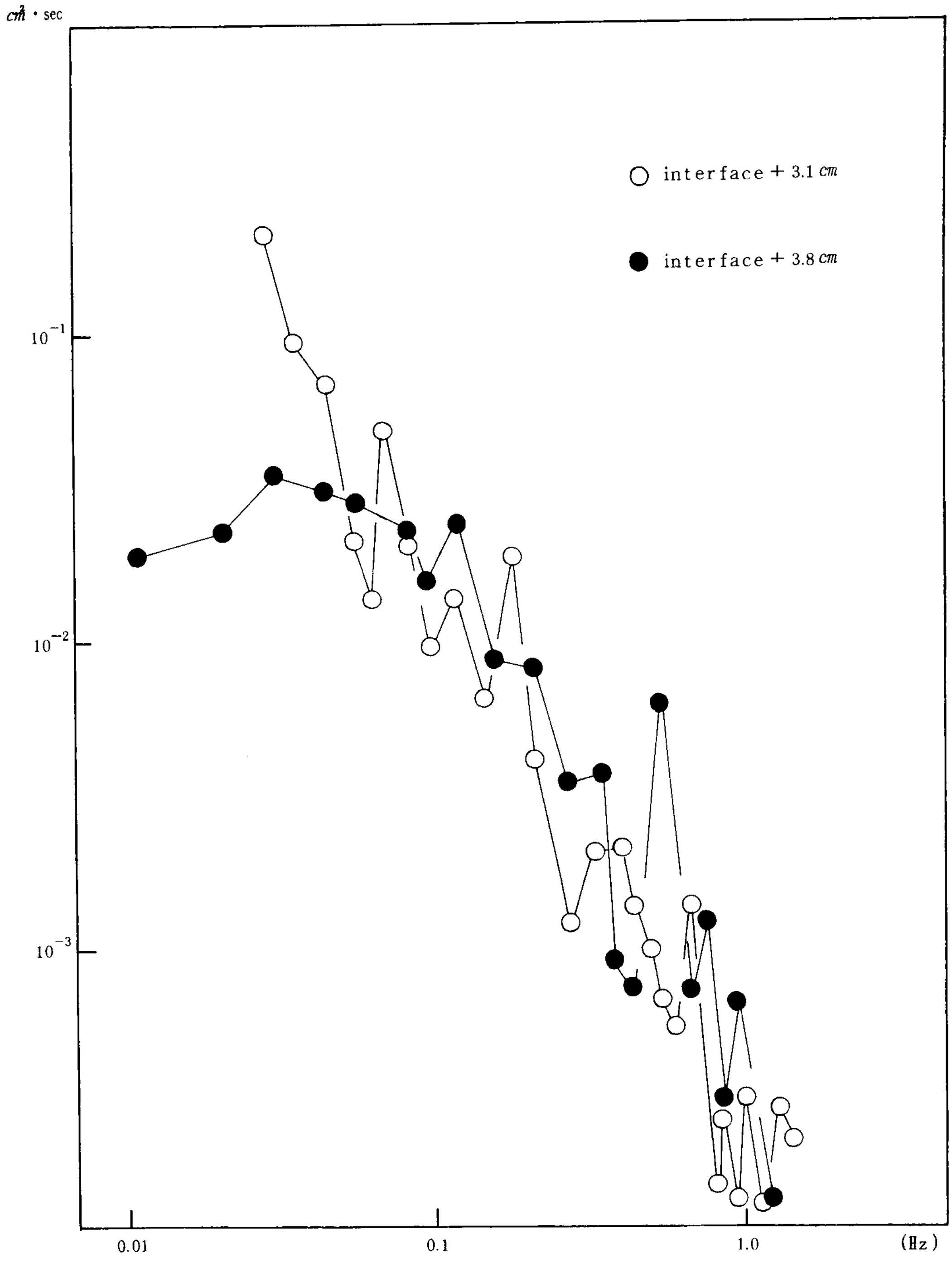


図 4.9　乱れ速度スペクトル

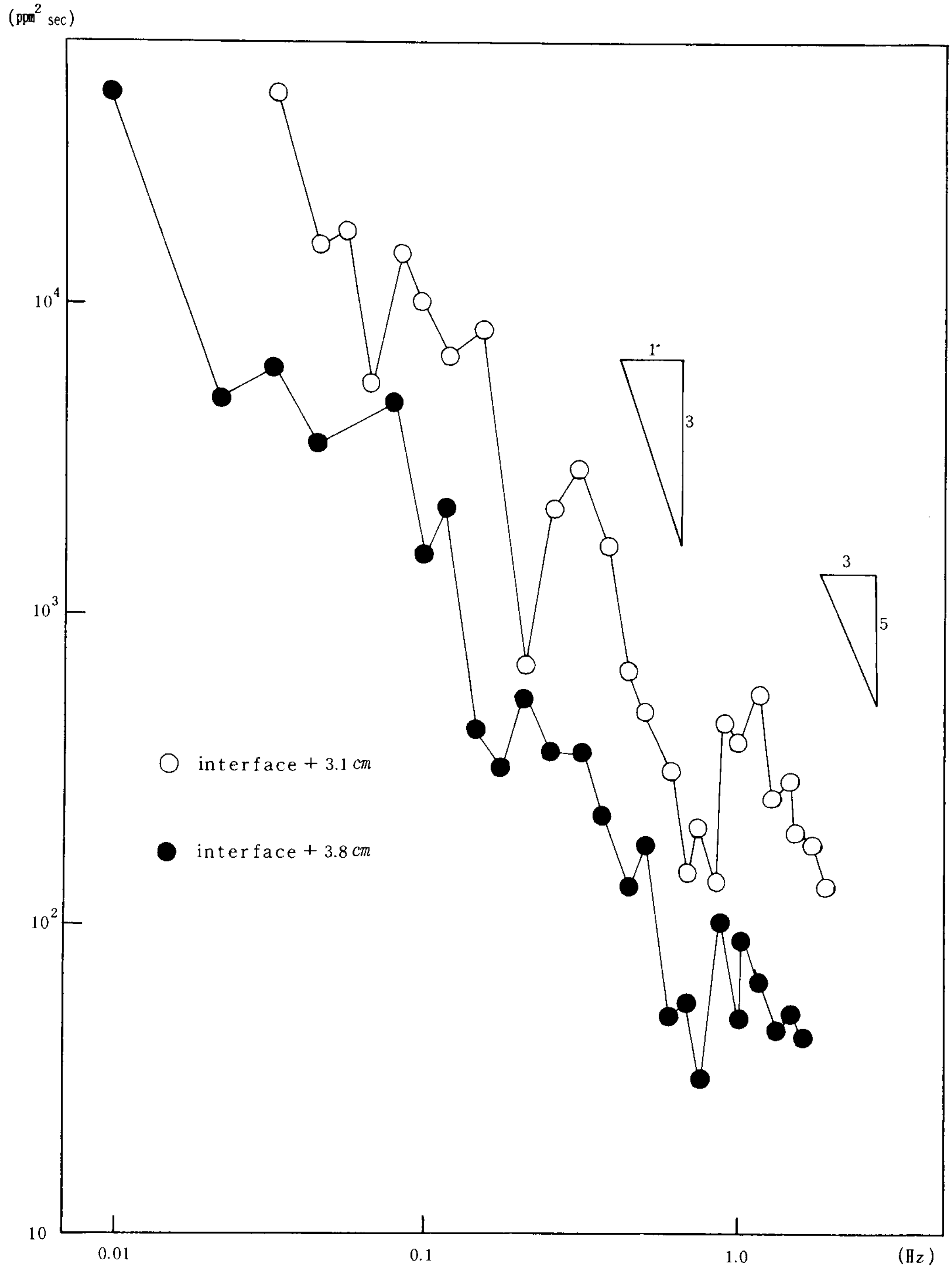


図 4. 10　　濃 度 ス ペ ク ト ル

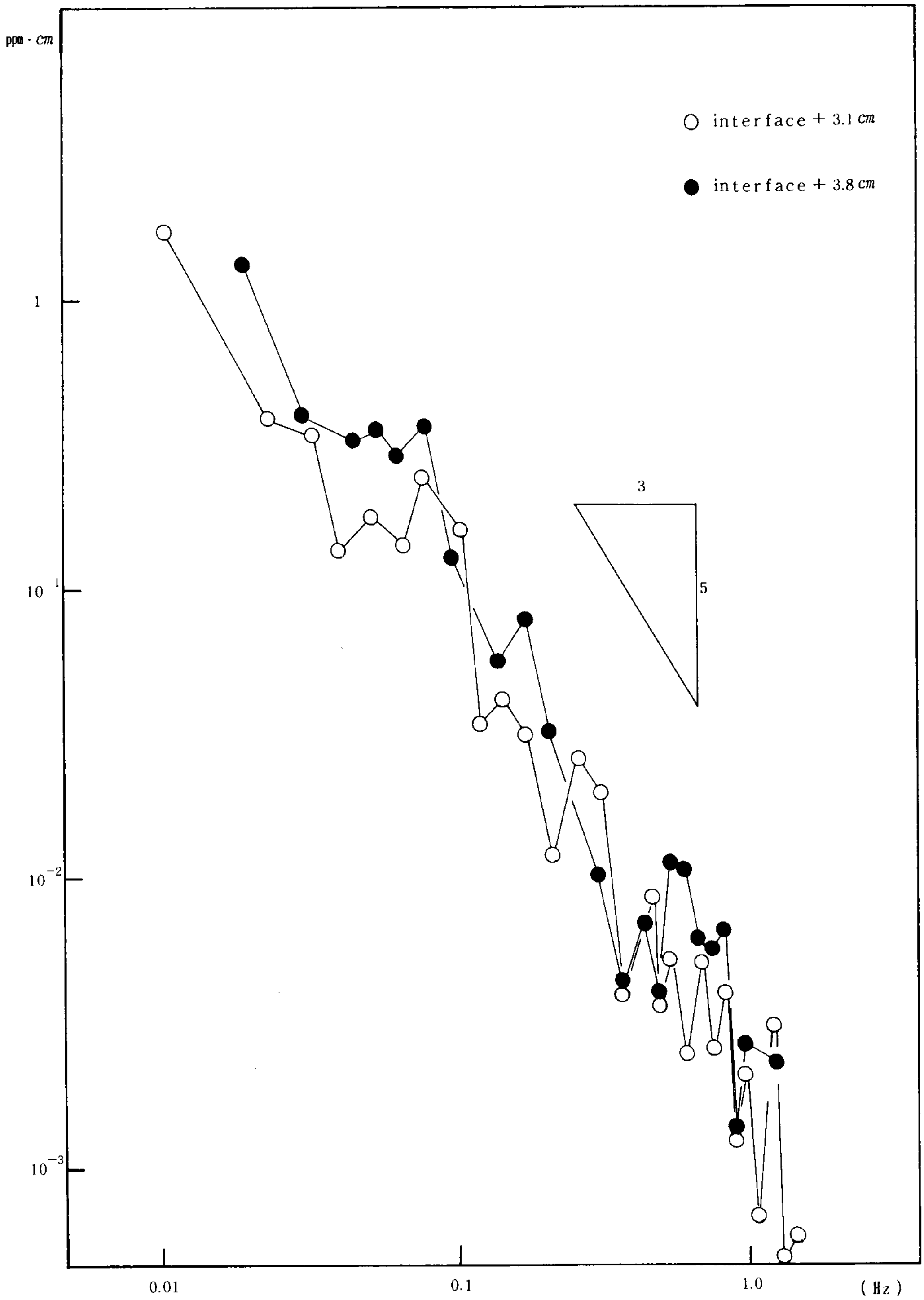


図 4. 11　　速度と濃度のコ・スペクトル

Reynolds flux $\overline{u'c'}$ の周波数分解であり，水質混合のメカニズムを探る場合に重要な因子になると考えられる。本例ではほぼ－5／3乗の傾きを示している。

以上境界面付近における種々のスペクトル形を示したが，これらはいずれも従来の研究成果に矛盾するものではない。さらにこれらは内部波運動の影響を強く受けていることがわかる。

4.1.4 境界面の変動特性と混入速度

3.4.3において淡塩水二層境界面における物質移動には内部波の高周波成分が大きく関与すると考えて次式を導いた。

$$v_e \propto \frac{\sqrt{\overline{\eta'^2}}}{T'} \tag{4.1.7}$$

ここでは上式の妥当性を実験的に検討する。

実験より得られる図4.6のような内部波時間波形データよりcrest－to－crest法により短周期波の波特性量を求めた。このようにして得られた平均周期はそのままで高周波成分の周期を表わしていると考えてT′として採用した。一方$\overline{\eta'^2}$はcrest－to－crest法より得た平均波高$\overline{H_{crest}}$より，次式で計算されるものとした。

$$\sqrt{\overline{\eta'^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{\overline{H_{crest}}}{2}\right) \tag{4.1.8}$$

こうして得られた$\sqrt{\overline{\eta'^2}}/T'$と$v_e$の関係を求めると図4.12のようになる。$\sqrt{\overline{\eta'^2}}/T'$の小さいところでは傾きは急であるが，増加するにしたがってゆるやかになりほぼ1と見なせる。すなわちv_eは式(4.1.7)に示されるように$\sqrt{\overline{\eta'^2}}/T'$に比例すると考えられる。一番小さい点を除いた図中の実線で示される実験式はつぎのとおりである。

$$v_e = \frac{0.01\sqrt{\overline{\eta'^2}}}{T'} \tag{4.1.9}$$

この結果は3.4.2で行なった図3.6や式(3.4.8)以下に関連する考察が正当なものであったことを示すものである。すなわち局所的な境界面の破壊が存在する場での物質移動はそれに関連した境界面変動の高周波成分が大きく影響を及ぼすと考えることができる。

内部境界面の全変動エネルギーと混入速度の関係は図4.13のようになる。一部ばらつきもみられるが全般的には両者の間に一様な関係が見られる。

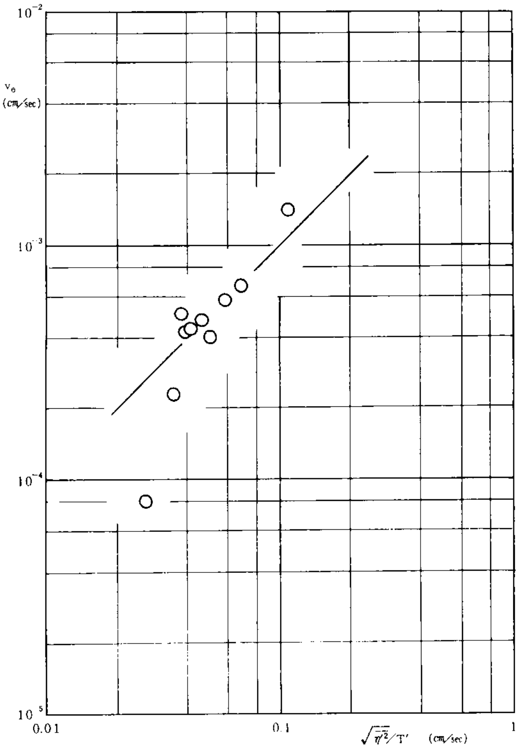


図 4. 12　　$\sqrt{\overline{\eta'^2}}/\mathrm{T}'$ と v_Θ との関係

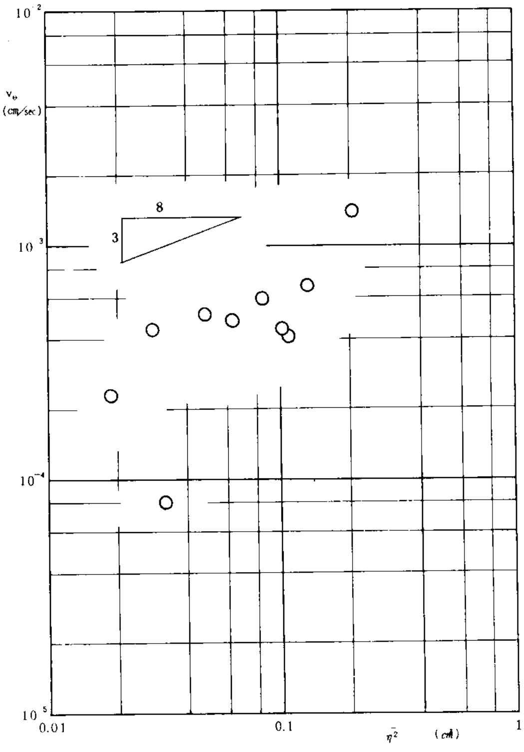


図 4. 13　　全変動と混入速度との関係

4.1.5　ま　と　め

ここでは淡塩水二層流を水路内でつくり，水質混合現象に重点をおいた実験を行なった。その結果をまとめると以下のようになる。

$\varepsilon=0.02$ の場合にも混入速度はKeulegan型の表示でまとめることができた。また連行係数はReynolds数及び内部Froude数のそれぞれと正の相関の傾向をみた。

内部波は長周期の波に短周期の波が重なった二重構造性を示すことが時間波形及びスペクトルより観察された。内部波スペクトルは従来からもよく指摘されてきたように高周波側の平衡領域で－5乗則を示していた。境界面近傍の固定点における濃度のスペクトルは内部波の影響を強く受けることがわかった。また境界面上 3.1 cm，3.8 cm における点での流速乱れ及び濃度乱れのスペクトルは，高周波側にいくにしたがって－5／3乗則から－3乗則を示し，浮力の影響を受けていると言えよう。コ・スペクトルはほぼ－5／3乗の傾きを示していた。

境界面における水質混合には内部波の短周期成分が大きく関与しており，$\sqrt{\overline{\eta'^2}}/T'$ と v_e の一次的な関係が認められた。さらに全変動エネルギー $\overline{\eta^2}$ は v_e との間にも正の相関をみることができた。

本節では境界面の波動特性を中心に物質移動を実験的に考察した。上述の結果より 3.4.3 で得た理論的考察の結果は妥当なものであると考えられる。

4.2　波動水面からの酸素移動に関する実験的考察

この節では気液境界面における物質移動を境界面の運動特性から定量化するために，水面に波動運動をおこして溶存酸素濃度の変化に対する影響を調べた。その結果を用いて三章における考察結果を検討する。

4.2.1　表面波による酸素移動に関する実験

(1) 実 験 概 要

実験は図 4.14 に示すような造波水槽（4.1で用いた水槽に造波器をとりつけたもの）を用いて行なった。あらかじめ別のタンクで亜硫酸ナトリウムを投入することにより，溶存酸素濃度を 1 ～ 2 ppm程度に低下させた水を実験水槽に注水した。造波器作動開始後 30分

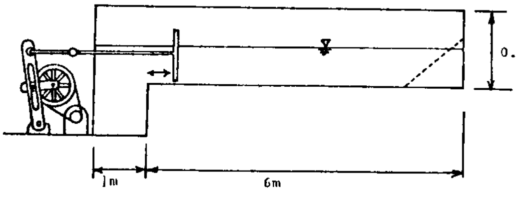


図 4.14　実　験　水　槽

～ 1時間間隔でサイホンにより採水して，ウインクラー法により溶存酸素濃度を測定した。一ケースの実験におけるばっ気時間は 2 ～ 5時間程度であった。ばっ気時間がこのように異なるのは，後に述べるように，酸素移動係数は時間と濃度の関係を片対数紙上でプロットしてその傾きから決定される

ため，明瞭な傾きをもった直線関係を得る必要があったからである。また酸素移動係数は水温の影響を受けるため，採水時には水温も同時に測定した。

水面変動特性の計測には，電気抵抗線式波高計をペン書き記録計及びデータレコーダーに接続したものを用いた。

(2) 酸素移動係数の決定

みかけの酸素移動係数K_L'は次式で定義されている。

$$\frac{dC}{dt} = K_L' \frac{A_0}{V} (C_s - C)$$

実験結果からK_L'を求めるには上式を積分したつぎの式を用いた。

$$K_L' = - \frac{V}{A_0 (t_2 - t_1)} \ln \frac{C_2 - C_s}{C_1 - C_s} \qquad (4.2.1)$$

ただしC_1，C_2はそれぞれ時刻t_1，t_2における溶存酸素濃度でありV/A_0は静水時の水深に相当する。

ところでK_L'は水温により影響を受けるため，次式で20℃における値に補正した。

$$[K_L']_{20℃} = \frac{[K_L']_\theta}{(1.016)^{\theta-20}} \qquad (4.2.2)$$

ただしθは摂氏温度である。

4.2.2 規則的な正弦波による酸素移動について

すでに3.4.4において表面更新率に波の周期が影響を与えると考えて次式を考えた。

$$K_L \propto \left(\frac{D_M}{T}\right)^{1/2} \left(\frac{H}{L}\right)^x \qquad (4.2.3)$$

上式と式(3.4.32)よりK_L'は次式となる。

$$K_L' \propto \left\{ 1 + 2 \left(\frac{H}{L}\right)^2 \right\} \left(\frac{D_M}{T}\right)^{1/2} \left(\frac{H}{L}\right)^x \qquad (4.2.4)$$

現実的には$\left(\frac{H}{L}\right)^2 \ll 1$と考えられるので上式は次のようになる。

$$K_L' \propto \left(\frac{D_M}{T}\right)^{1/2} \left(\frac{H}{L}\right)^x \qquad (4.2.5)$$

H／Lが一定の場合のK_L'のTに対する依存をDowningとTruesdale[12]の結果より求めたものが図4.15である。

この図は式(4.2.5)より与えられる$K_L' \propto T^{-1/2}$の関係をほぼ満たしていると考

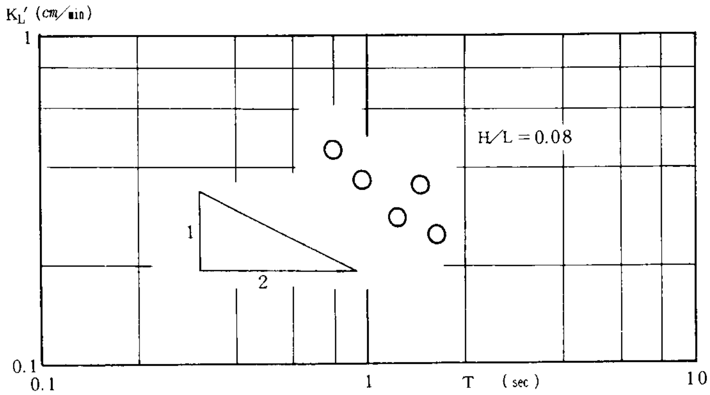


図4.15 TとK_L'の関係(Downing，Truesdale[12]による)

えられる。水深15cm，H/L＝0.01で行なった実験結果を図4.16に示す。図中の直線は−1/2の傾きを示しこれより次式を得る。

$$[K_L']_{20℃} = 0.131\ T^{-1/2} \tag{4.2.6}$$

以上の結果より規則的な正弦波ではその周期が表面更新率に密接に関わっていることがわかる。

H/Lの影響を図4.17に示されるDowningとTruesdaleの結果からみると式(4.2.5)のxは1であると考えられる。そこで水深及び周期一定のもとでの実験結果をH/Lについて示すと図4.18となる。図4.18(a)〜(d)より得られる実験式はそれぞれつぎのようになる。

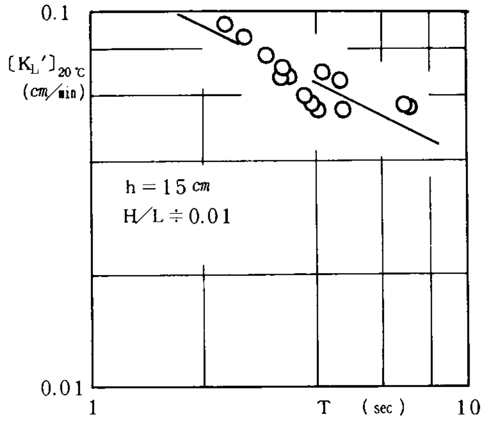


図4.16　TとK$_L$′の関係

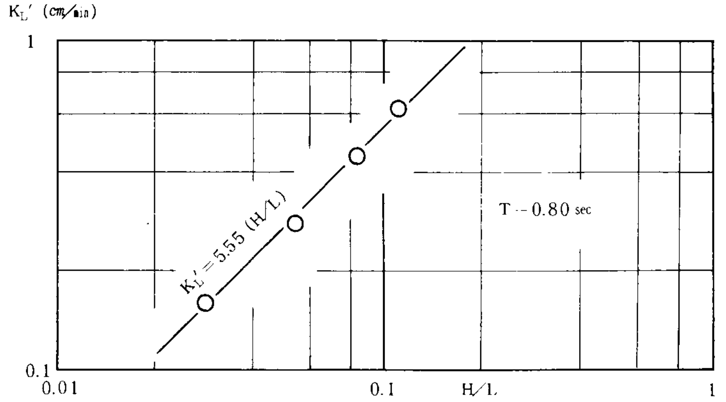


図4.17　H/LとK$_L$′の関係(Downing，Truesdale[12]による)

$$h=10\,cm,\ T=2.3\,sec:\ [K_L']_{20℃} = 11.97\,(H/L)^{1.03} \tag{4.2.6.a}$$

$$h=10\,cm,\ T=2.7\,sec:\ [K_L']_{20℃} = 7.53\,(H/L)^{0.96} \tag{4.2.6.b}$$

$$h=10\,cm,\ T=3.5\,sec:\ [K_L']_{20℃} = 3.63\,(H/L)^{0.85} \tag{4.2.6.c}$$

$$h=20\,cm,\ T=2.3\,sec:\ [K_L']_{20℃} = 4.62\,(H/L)^{0.85} \tag{4.2.6.d}$$

これらの実験式よりH/Lの指数はほぼ1と考えられる。図4.18中に示した傾き1の直線より得られる式はそれぞれつぎのとおりである。

$$h=10\,cm,\ T=2.3\,sec:\ [K_L']_{20℃} = 10.79\,(H/L) \tag{4.2.7.a}$$

$$h=10\,cm,\ T=2.7\,sec:\ [K_L']_{20℃} = 9.25\,(H/L) \tag{4.2.7.b}$$

$$h=10\,cm,\ T=3.5\,sec:\ [K_L']_{20℃} = 8.26\,(H/L) \tag{4.2.7.c}$$

$$h=20\,cm,\ T=2.3\,sec:\ [K_L']_{20℃} = 9.91\,(H/L) \tag{4.2.7.d}$$

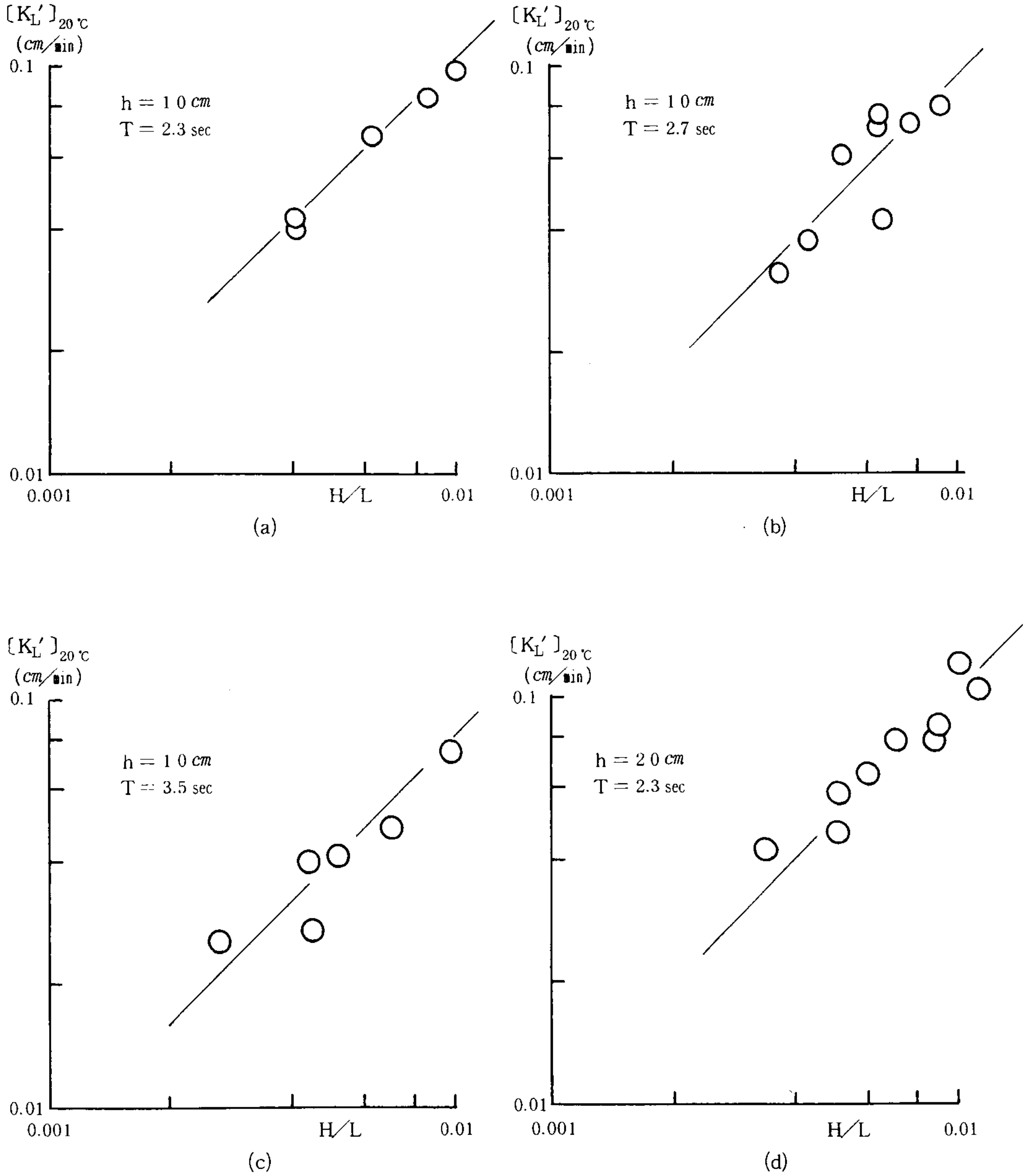


図 4. 18　　H／L と K_L' の関係

これらの結果からは水深の影響については明確な結果は得られなかった。ところで式（4.2.7）の各式中の H／L の係数中にはTの影響が含まれているはずである。そこで各係数の値をTに対してプロットすると図 4.19 のようになる。この図はすでに述べたようにTが−1／2 乗で関与するという結果に一致している。

以上の結果より K_L' として次式を得る。

$$K_L' \propto \left(\frac{D_M}{T}\right)^{1/2}\left(\frac{H}{L}\right) \qquad (4.2.8)$$

得られた全ての実験結果を式（4.2.8）で整理して図 4.20 に示しておく。すでに説明してきたように，規則的な正弦波による酸素移動は式（4.2.8）でよくまとめられている。本図中に実線で示されている実験式は次式である。

$$[K_L']_{20℃} = 3.39 \times 10^3 \left(\frac{D_M}{T}\right)^{1/2}\left(\frac{H}{L}\right) \qquad (4.2.9)$$

ここで $[K_L']_{20℃}$ の単位は cm／min，D_M は cm²／sec，T は sec である。

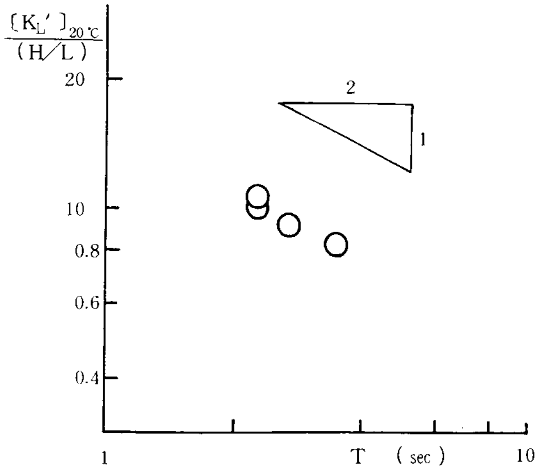


図 4.19　T と K_L'／(H/L) の関係

以上の結果，3.4.4 の(1)で行なった理論的考察は妥当なものであったと考えることができる。すなわち，規則的な正弦波が存在する場合の水面からの酸素移動は，表面更新率が波の周期に支配されると考えた表面更新モデルにより，うまく説明できると考えられる。

4.2.3　一般的な水面変動による酸素移動について

水面の変動が 4.2.2 で扱ったような一つの正弦波としては取り扱えない場合について考察する。この場合には 3.4.4 の(2)の考察より次式を得た。

$$K_L \propto \left(\frac{\rho D_M \nu^{3/4} g^{3/4}}{\sigma}\right)^{1/2} \frac{\overline{\eta^2}^{3/8}}{(hT)^{3/8}} \qquad (4.2.10)$$

すでに 3.4.4 で考察したように $C_A \doteqdot 1.0$ とできるとして K_L' は K_L と等しいと考えることができる。

$$K_L' \propto \left(\frac{\rho D_M \nu^{3/4} g^{3/4}}{\sigma}\right)^{1/2} \frac{\overline{\eta^2}^{3/8}}{(hT)^{3/8}} \qquad (4.2.11)$$

水面の変動が複雑な場合，上式中のTは明確に決まるものではない。本研究では水面変動のスペクトルに最大値を与える周期をTとして採用した。

式（4.2.2）により補正した $[K_L]'_{20℃}$ を対象とする場合，式（4.2.11）より $[K_L']_{20℃}$ に影響を及ぼすのは水理学的因子だけであると考えられるので次式を得る。

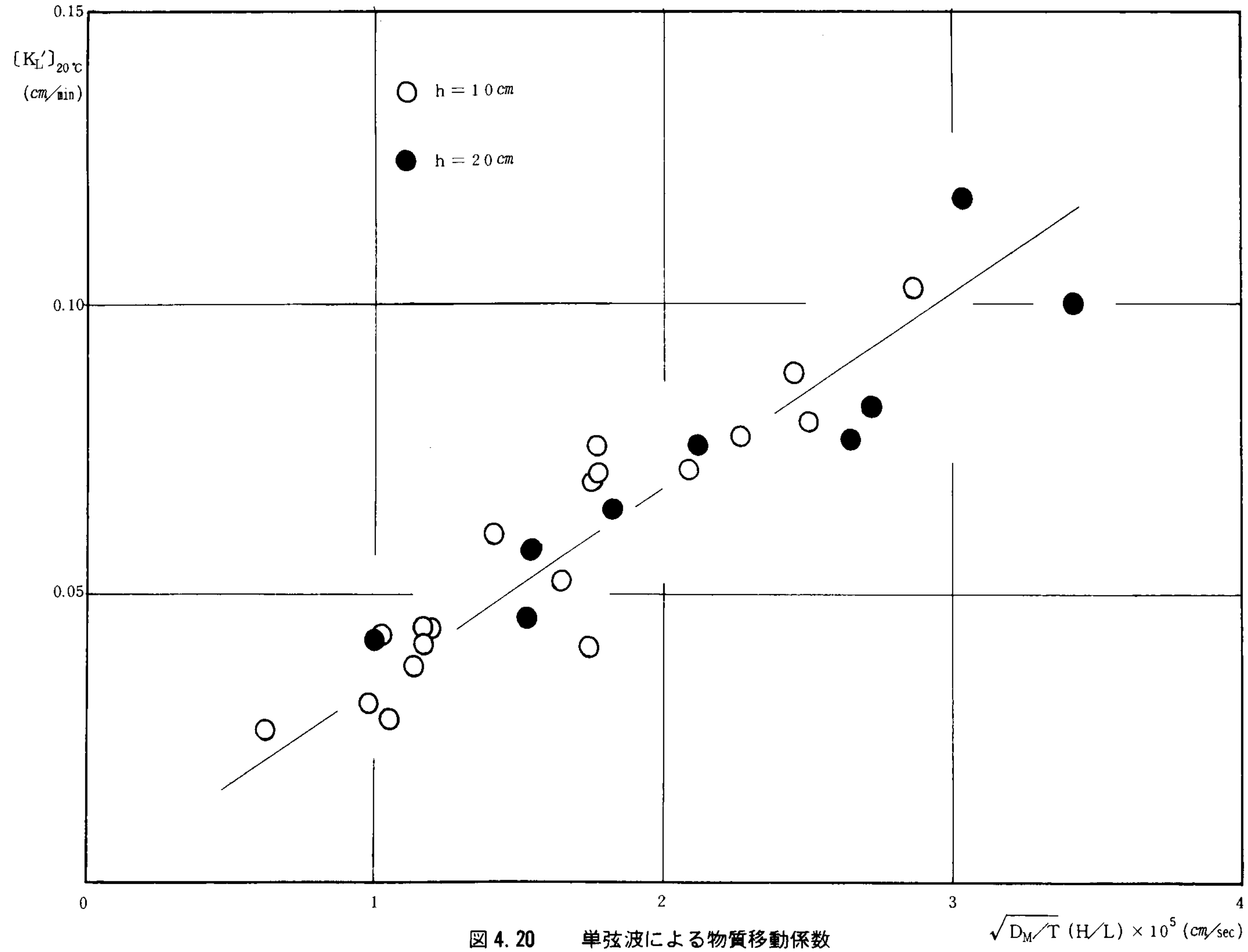


図 4. 20　　単弦波による物質移動係数

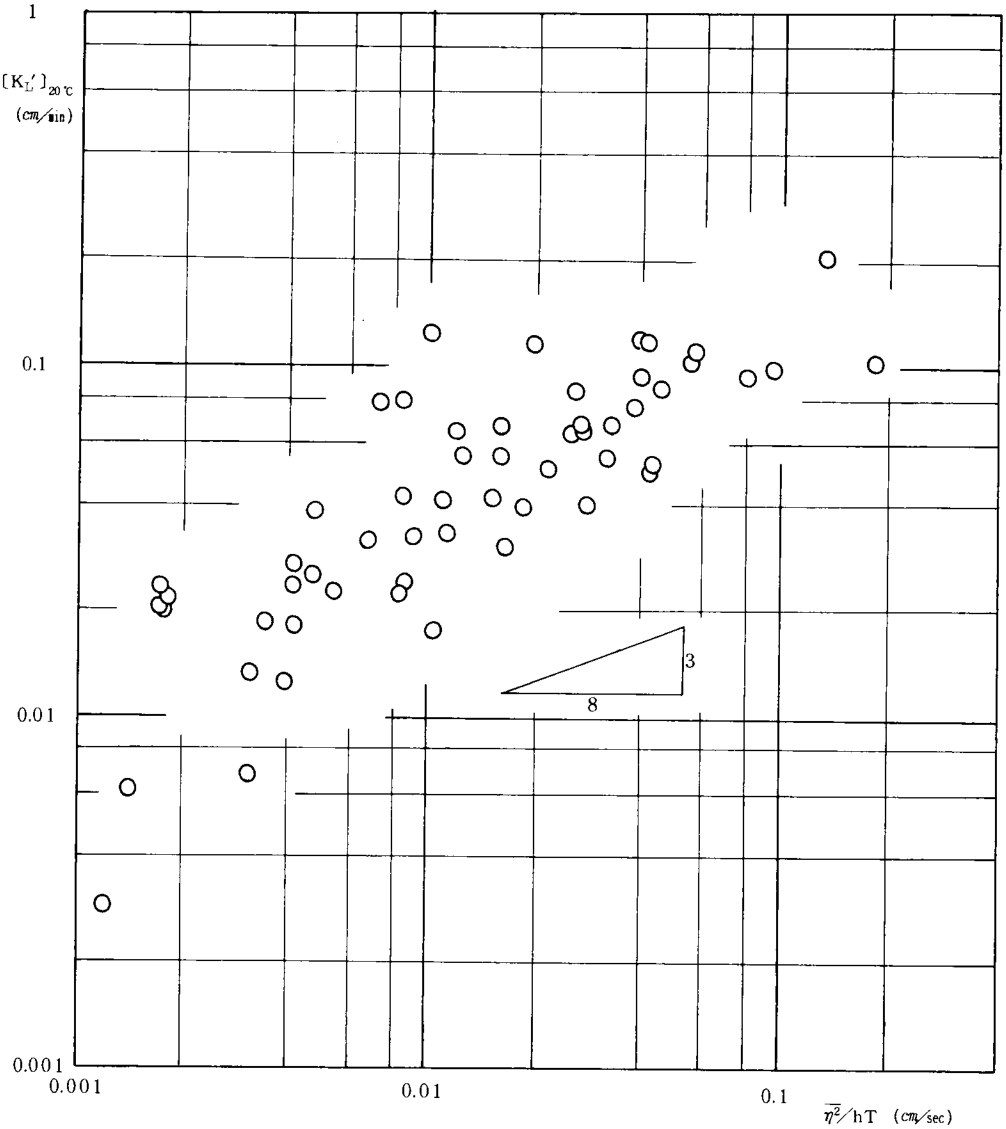


図 4. 21　　$\overline{\eta}^2$/hT と $K_L{}'$ の関係

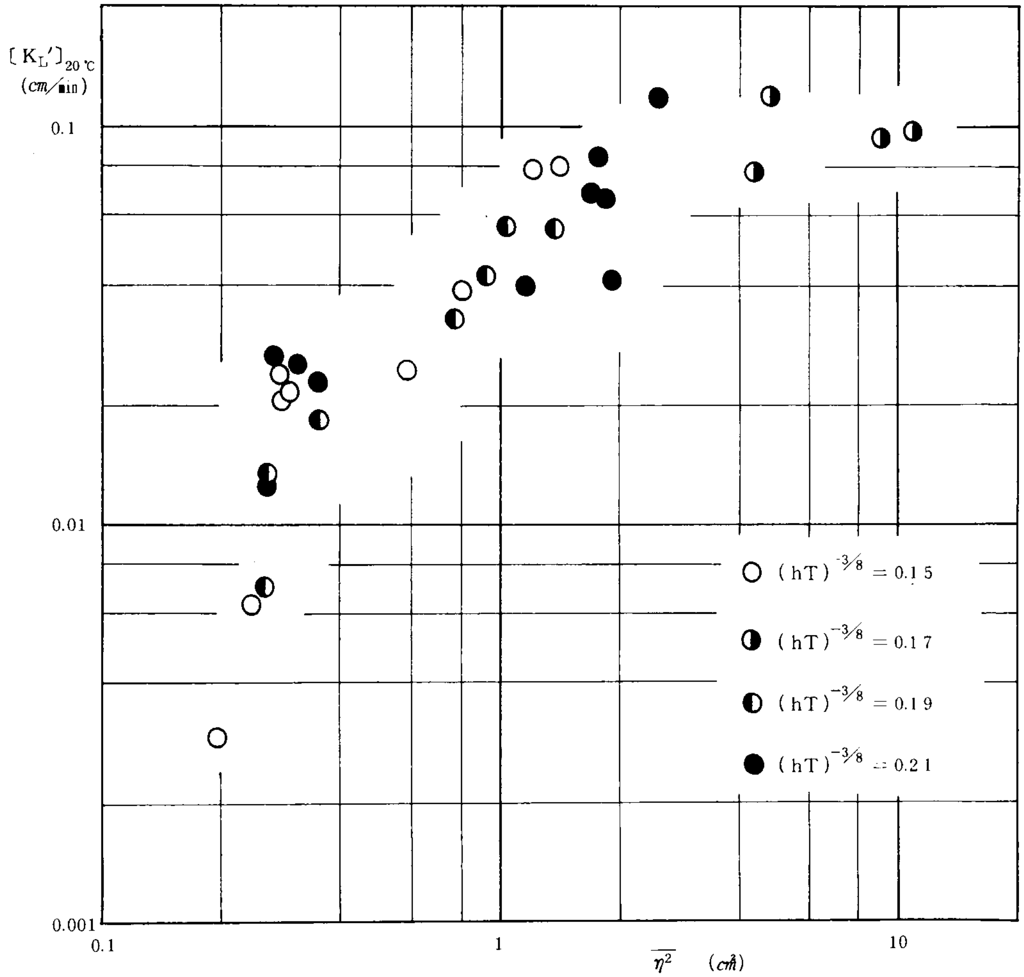


図 4. 22　全変動と物質移動係数

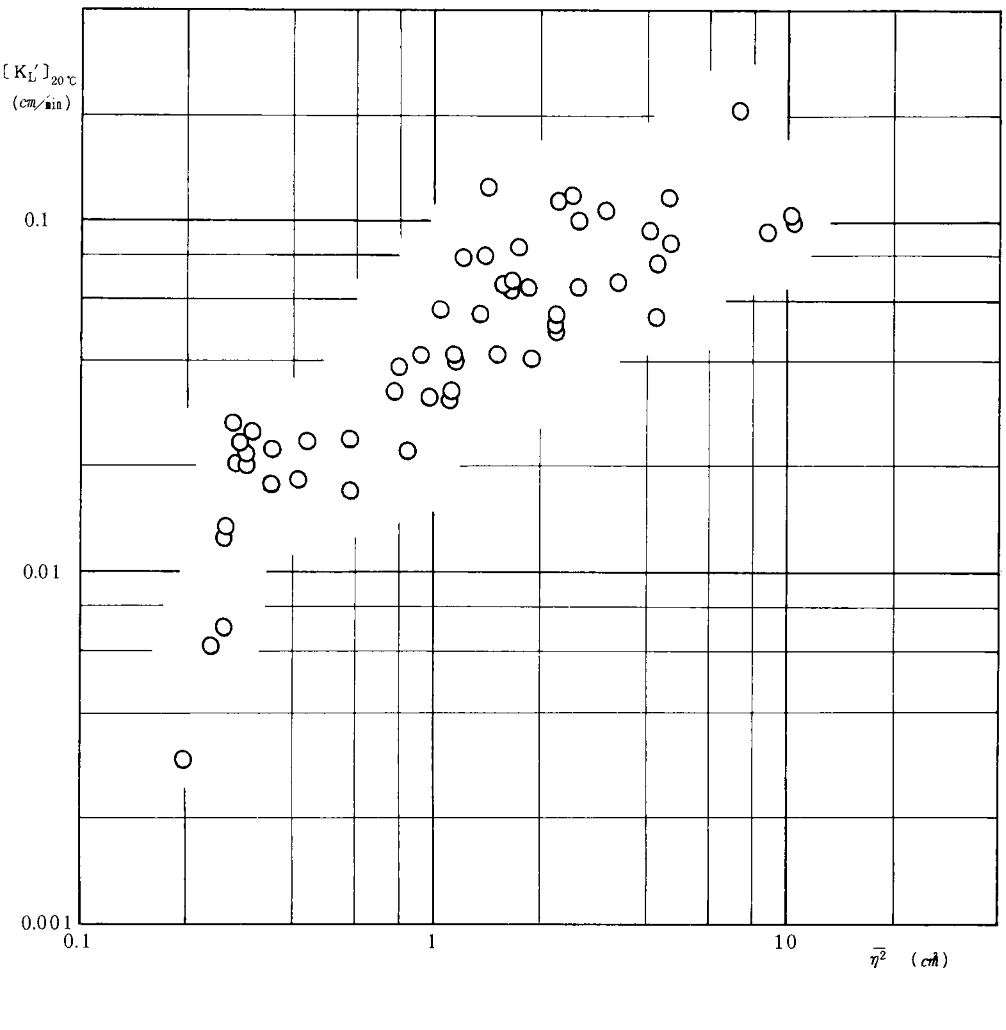


図 4. 23　　全変動と物質移動係数

$$[K_L']_{20℃} \propto \frac{\overline{\eta^2}^{3/8}}{(hT)^{3/8}} \tag{4.2.12}$$

実験より得られた$[K_L']_{20℃}$を$\overline{\eta^2}/hT$で整理したものが図4.21である。この図は$\overline{\eta^2}/hT$の増加にともなう$[K_L']_{20℃}$の増加を示している。とくに$\overline{\eta^2}/hT$が小さい領域(図の左側部分)における傾きは大きく，$\overline{\eta^2}/hT$が大きくなるにしたがって勾配はゆるやかになり，ほぼ3/8の傾きを示すようになると言える。

図4.22にはhTの種々の値に対して$\overline{\eta^2}$と$[K_L']_{20℃}$の関係を示した。$(hT)^{-3/8}$の変化の範囲が0.15～0.21と小さいこともあるが，本図を見る限りhTによる影響ははっきりとは見出せなかった。そこで全データを図4.23で示されるように$\overline{\eta^2}$で整理してみた。図4.23によれば，両対数紙上における$\overline{\eta^2}$と$[K_L']_{20℃}$との間の傾きは式(4.2.12)から推察される3/8よりもやや大きいものの，$\overline{\eta^2}$により$[K_L']_{20℃}$は比較的良好にまとめうることがわかる。

以上の実験結果より3.4.4の(2)で求めた式(4.2.10)は複雑な波形をもった水面変動による酸素吸収をよくまとめうるものと言える。式(4.2.10)は表面更新理論を基礎として導かれたものであった。この事と4.2.2の結果を総合して考えると，境界面の破壊がおこっていないとき，すなわち具体的には水面に砕波が存在しない場合には，酸素移動は波動特性を加味した表面更新モデルにより説明されることが実験的にも検証されたと言える。

4.2.4　砕波をともなう場合の酸素移動について

砕波が生じている場合には，水面の乱れは激しく，また気泡のとりこみなどのために，今までに考察した場合に比べて，水面からの酸素吸収量は増加すると考えられる。すでに3.4.4の(3)において，砕波による酸素吸収効果は低周波の卓越波によるものに比較してはるかに大きいと考えて，高周波成分を用いて次式を導いた。

$$K_L \propto \frac{\sqrt{\overline{\eta'^2}}}{T'} \tag{4.2.13}$$

ここでも$C_A \fallingdotseq 1.0$と考えてK_L'として次式を得る。

$$K_L' \propto \frac{\sqrt{\overline{\eta'^2}}}{T'} \tag{4.2.14}$$

実験より得られた水面変動スペクトルの一例を示すと図4.24のようになる。T'及び$\overline{\eta'^2}$はつぎのようにして求めた。低周波の卓越周波数を越えて最初の$P_\eta(f)$の極小値を与える周波数をf_pとする。f_pは図4.24中にも示されている。f_pを用いて$\overline{\eta'^2}$，T'として次式を考える。

$$\overline{\eta'^2} = 2\int_{f_p}^{\infty} P_\eta(f)\,df \tag{4.2.15}$$

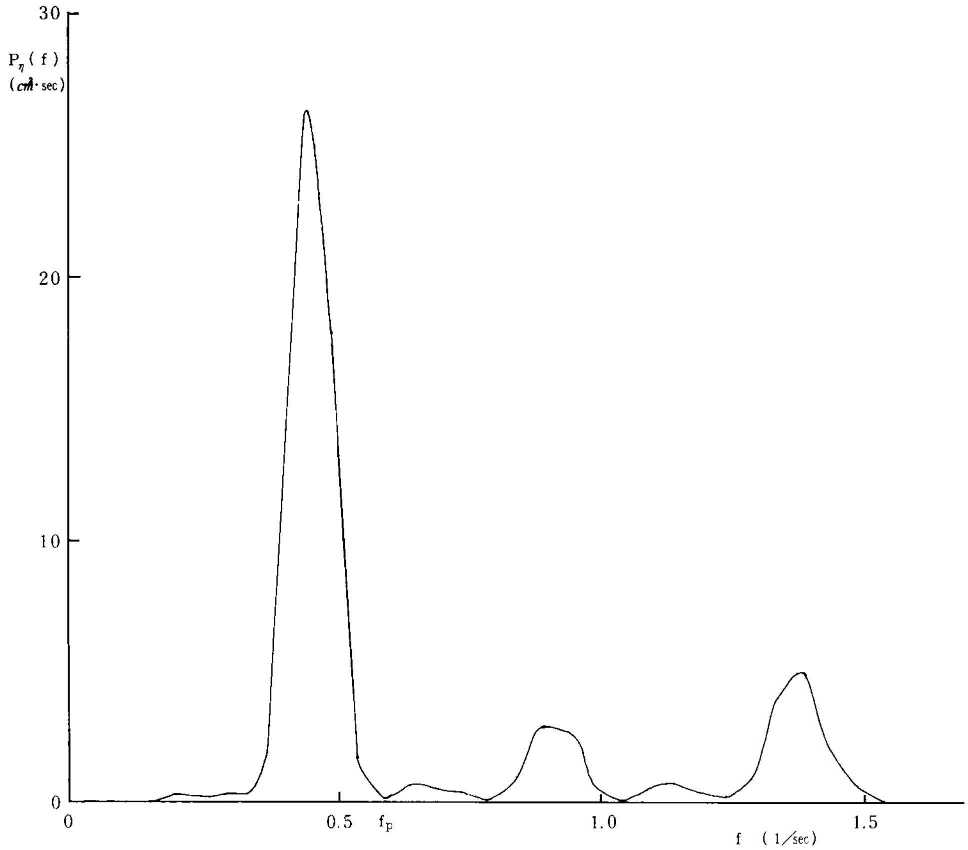


図 4. 24　　水面変動のスペクトル

$$f' = \frac{\int_{f_p}^{\infty} P_\eta(f)\, f\, df}{\int_{f_p}^{\infty} P_\eta(f)\, df} \qquad (4.2.16)$$

$$T' = \frac{1}{f'} \qquad (4.2.17)$$

このようにして求めた $\sqrt{\overline{\eta'^2}}/T'$ と $[K_L']_{20℃}$ との関係を示したのが図 4. 25 である。図より両者の間にほぼ一次の関係を観察することができる。したがって砕波の生じている場合の水面からの酸素吸収を式 (4. 2. 14) はうまく表示しうるものであると考えられる。

つぎに $\overline{\eta'^2}$ と $[K_L']_{20℃}$ との関係を求めてみると図 4. 26 のようになった。$\overline{\eta'^2}$ のみによっても $[K_L']_{20℃}$ をおおむねよくまとめられることが示されている。ただしここで行なった実験における T′の範囲は 0.8 5 ～ 1.5 6 であり，$\overline{\eta'^2}$ の変化の割合に比較して小さいため，必ずしも T′ の影響が小さいとは言えない。

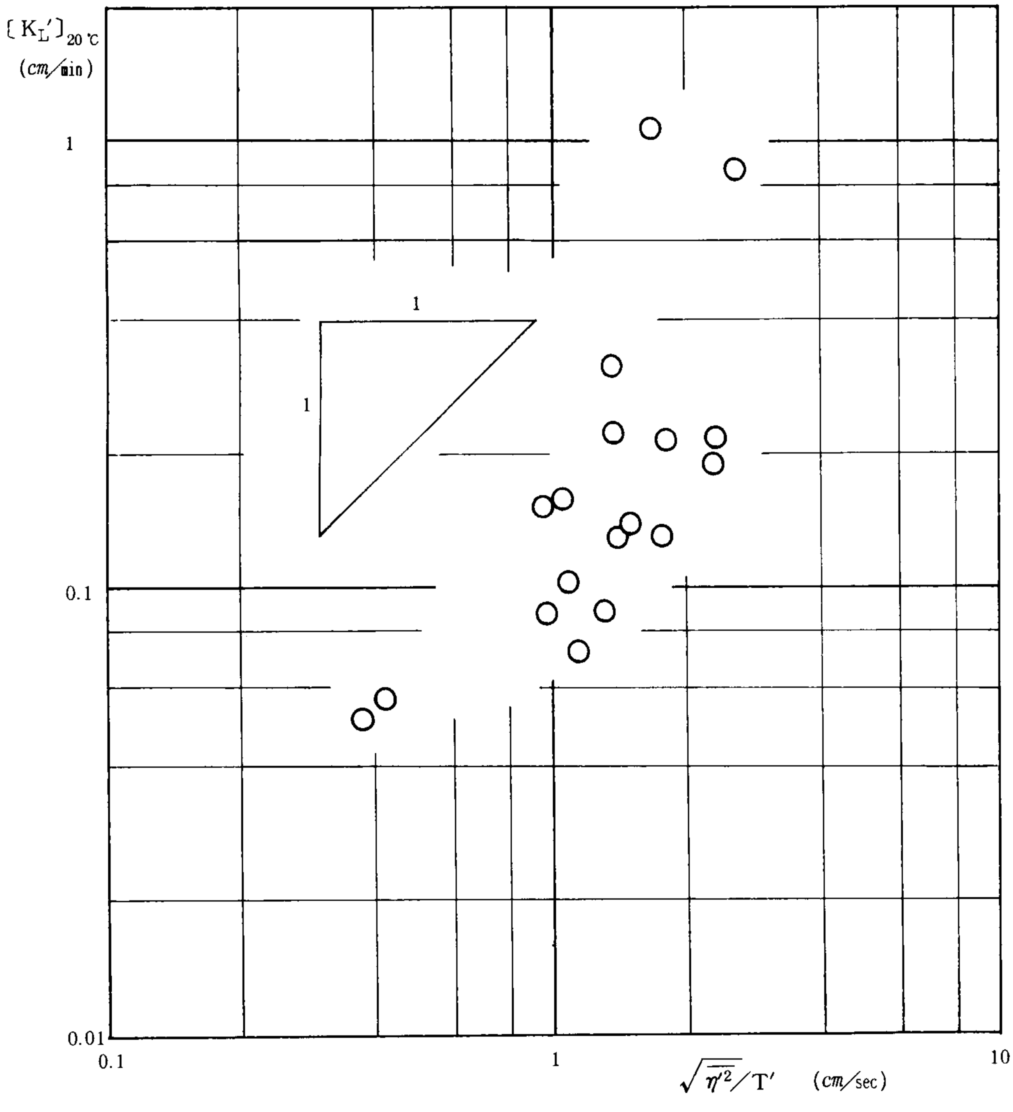


図 4. 25　$\sqrt{\overline{\eta'^2}}/T'$ と K_L の関係

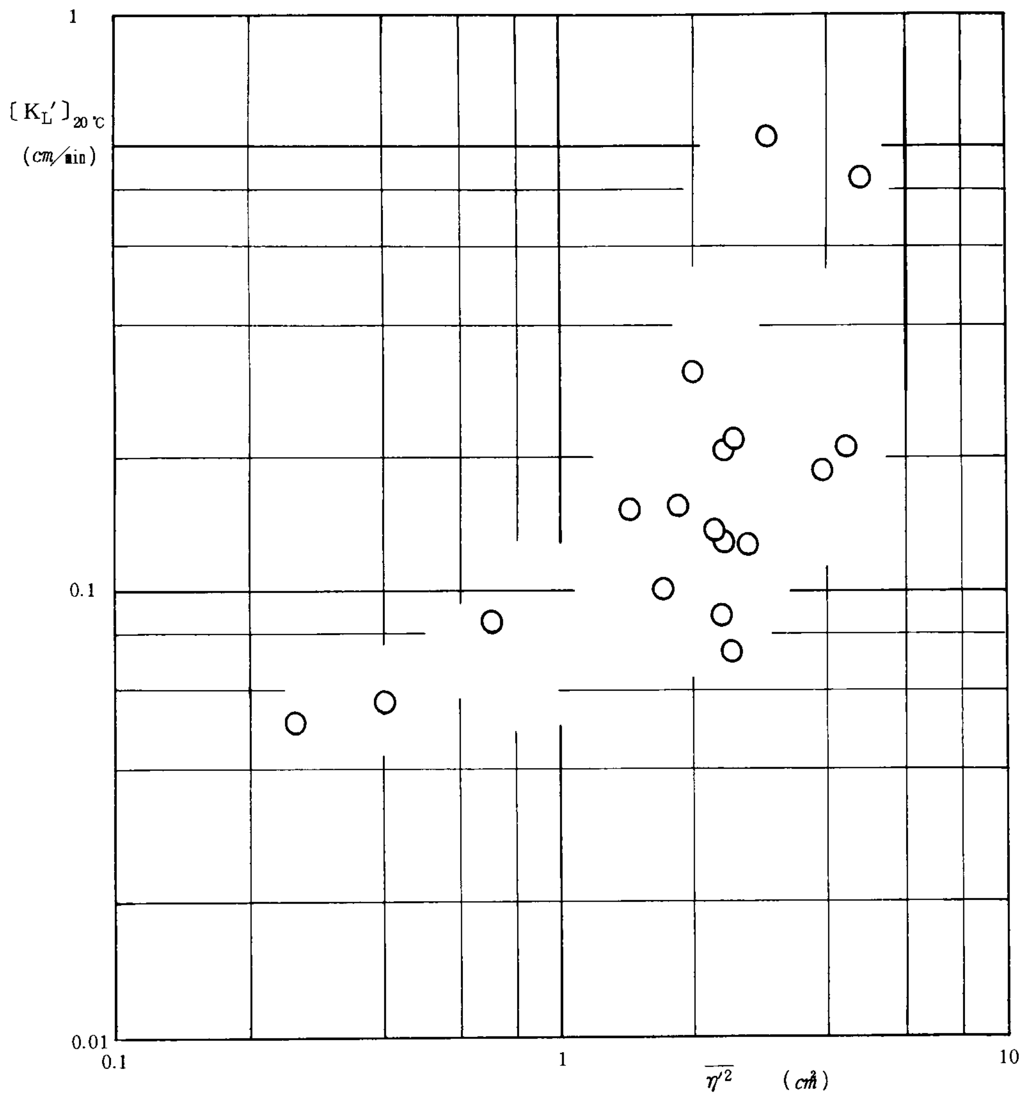


図 4. 26　$\overline{\eta'^2}$ と K_L' の関係

4.2.5　風波による酸素移動について

3.5においては二層間におけるエネルギーの供給，消費という立場にたって境界面における物質移動に関与するパラメータについて考察した。これを気液界面に適用すると，風によるエネルギーが気相側から液相側に供給され，液相側で消費されるという過程にともなう物質移動が考えられる。具体的には風波による酸素移動が挙げられる。

3.5.2で導いた式を再び示せば次式である。

$$\Psi = \left(\frac{\rho_2 u_*^4}{\varepsilon g \sigma}\right)^x \left(\frac{u_*^3}{\varepsilon g \nu_2}\right)^y \qquad (4.2.18)$$

上式は気相からの作用u_*に対して，表面張力と粘性で抵抗することを示している。

さて3.5で導いたΨは上層の作用と下層の抵抗のバランスというマクロな立場からの考察の結果であり，境界面近傍における流体の運動や境界面の挙動に関しては何の考察も加えていない。したがってΨは境界面の挙動や，そこにおける物質移動に大きく関与すると考えられるが，どのような形で関与し，何を与えるパラメータであるのかといった情報は与えられず，実験によらなければならない。幸運にも液々境界面においては従来の研究成果があり，Ψは混合限界のパラメータであるKeulegan数を示すものであった。また粘着性を無視できる固液境界面についても，やはり従来の研究成果が存在し，Ψは限界掃流力を与えた。したがって気液境界面においてもΨは物質移動の限界を与えるか，あるいは移動量を支配するパラメータであるのかは不確定であるが，実験データを何らかの形でΨを用いてまとめうるはずである。

そこでひとまず物質移動係数K_L'がΨと関係すると考えてみる。そうすると，同一条件下で風の条件のみ変化させる場合には，式(4.2.18)でu_*以外は一定となるので次式が考えられる。

$$K_L' = \varphi(u_*) \qquad (4.2.19)$$

φはu_*の関数である。

本研究で用いた水槽では風洞が付いていないため実験が行なえなかった。そこで細井・井本ら[11]の実験結果を計算しなおしてu_*とK_L'の関係を求めてみた。その結果を示すと図4.27のようになる。これによれば

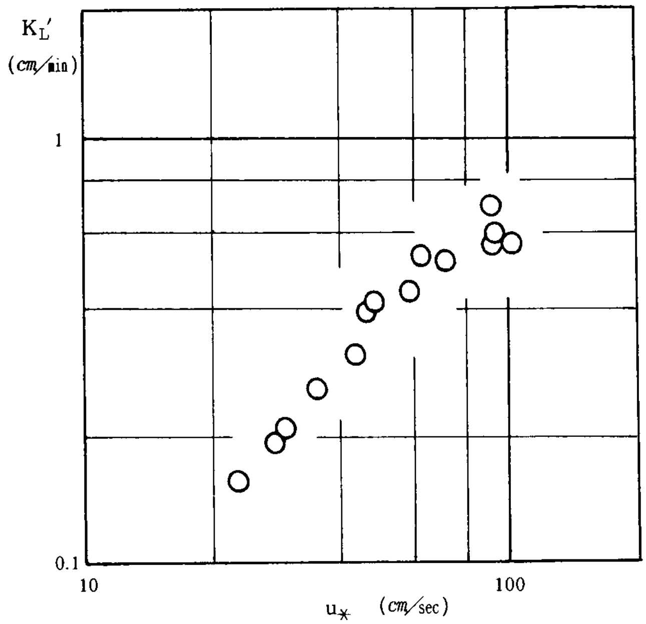


図4.27　u_*とK_L'の関係（細井・井本による[11]）

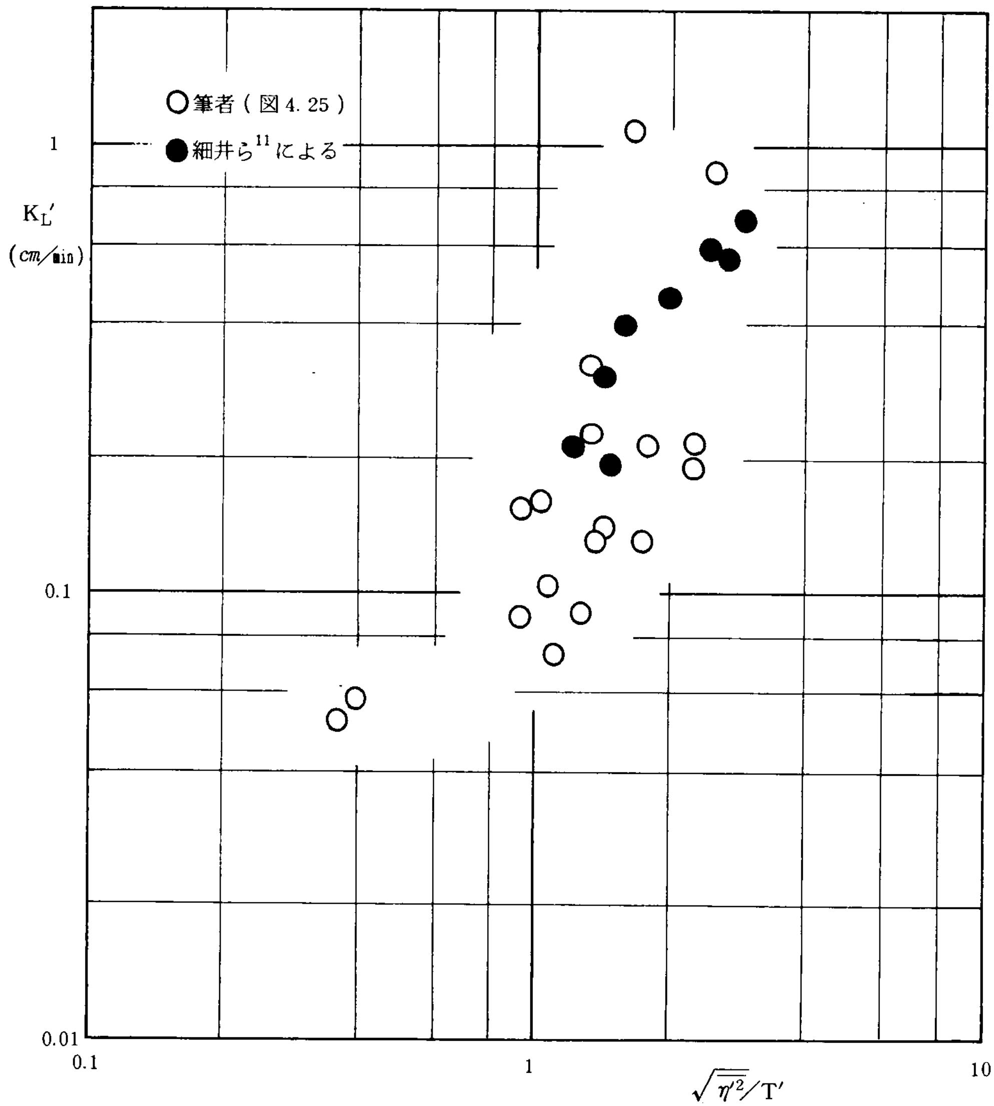


図 4. 28　境界面の変動特性と K_L' の関係

K_L' は u_* により非常によくまとめうることがわかる。したがって Ψ と K_L' は密接な関係があると考えることができる。

ところで前出の論文[11]中で細井らは 8 ケースの実験について平均周期や水面変動の varianceなどを求めている。実験水槽の規模では吹送距離も短いため大きな波は発達せず，水面の変動は乱れ程度のものと考えられる。さらに彼らの求めた平均周期や水面変動の varianceなどの数値をみてもそのことがうかがわれる。したがって彼らの求めた平均周期は式 (4. 2. 14) における T' に相当し，かつ水面変動の variance は $\overline{\eta'^2}$ とみなす事にする。

このように考えて彼らの実験結果をプロットしたものが図 4. 28 である。この結果は筆者が造波水槽で行なった結果と非常によく一致している。この事は境界面の運動の原因が何であれ，境界面の運動特性こそが物質移動を直接説明しうるパラメータであり，境界面の運動特性により種々の場の物質移動を統一的に説明できるという，本研究で一貫してとり続けている立場を支持するものである。

さらにまたこの事は物質移動を扱う立場として，3. 5 における考察のように，物質移動現象をおこす原因からアプローチしようとする，どちらかと言えばマクロな立場と，3. 4 におけるように現象そのものから求めようとするミクロな傾向の立場の二通りがあり，どちらも有力な手段でありうることをも示すものである。すなわち図 4. 28 で用いたパラメータ $\sqrt{\overline{\eta'^2}}/T'$ は現象によるパラメータであり，図 4. 27 で用いた u_* は $\sqrt{\overline{\eta'^2}}/T'$ の原因を示すパラメータである。

一方 Ψ が液々界面などの場合のように物質移動の限界を表わすパラメータとして使えるかどうかは適当な資料がないため明確に述べることはできないが，Downing と Truesdale[12] の結果を図 4. 29 に示す。この図の横軸は水面より 5 cm上での風速を示しているが，同一実験条件下でこれは u_* に一意的に関係していると考えられる。図をみると風速が 3 m程度になると急激に K_L' が増加している。したがって Ψ は気液界面においても物質移動限界を示すパラメータともなり得ると考えられる。

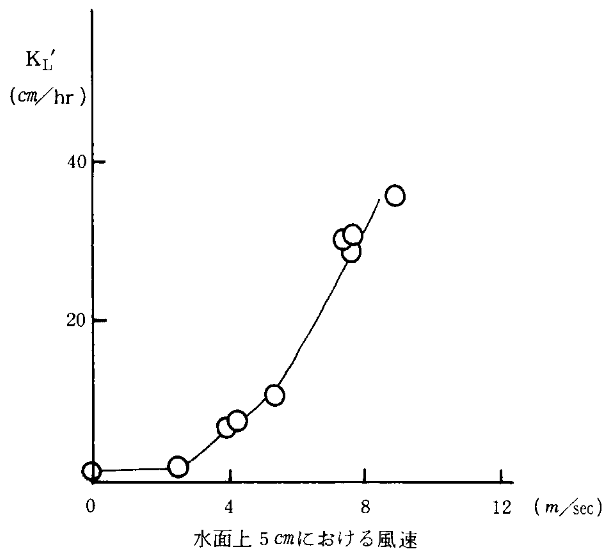


図 4. 29　風による K_L' の変化
(Downing，Truesdale[12]による)

4.2.6 ま と め

本節では造波水槽を用いた実験により 3.4.4 における理論的考察の結果を検討した。さらに従来の研究成果の資料を用いて風波による酸素移動を検討し 3.5.2 で求めた結果についても考察を加えた。

単弦波による酸素吸収には波の周期が表面更新率に密接に関わっていることがわかり，実験式として $[K_L']_{20℃} = 3.39 \times 10^3 (D_M/T)^{1/2} (H/L)$ を得た。

複雑な水面変動では全変動エネルギーと平均周期によってK_L'はよく表わされ，$\overline{\eta^2}/hT$は 3／8 乗で K_L' に関係していることが実験によっても示された。

砕波のおこっている場合には高周波成分による効果が大きく，$\sqrt{\overline{\eta'^2}}/T'$と$K_L'$ の間には一次の関係が認められた。これは淡塩水二層流の場合に得られたのと同様の結果である。

風波による酸素移動は 3.5 での考察結果より u_* によってよくまとめうると推察されたが，細井・井本の実験データよりこの事が確認された。さらに彼らの実験結果は $\sqrt{\overline{\eta'^2}}/T'$ によってもよくまとめられ，筆者が造波水槽より得た結果と良好な一致を見た。この事より，異なった場における物質移動を，境界面の変動特性から統一的に論じようとする，本研究の基本的な立場の正当性が確認できた。

3.5 で考えたパラメータΨは気液境界面においても混合限界を表わすパラメータとなり得る可能性がDowning とTruesdale の実験結果より示された。

本節の結果より気液境界面に対する第三章の考察結果が妥当なものであると言える。

4.3 底泥のまきあげに関する実験的考察

ここでは底泥のまきあげに関する実験を行ない検討を加える。4.3.1，4.3.2 ではそれぞれ波運動場及び円型水槽において実験を行ない，底泥のまきあげ量を中心に考察を行ない，3.4.5 で行なった考察の妥当性を検討する。さらに 4.3.3 では底泥の限界掃流力について 3.5.4 で行なった考察をもとに検討する。

4.3.1 波運動による底泥のまきあげに関する実験[13]

3.4.5 では表面更新モデルのアナロジーにより底泥のまきあげを考えた。すなわち u_0 の速度をもった乱れが泥表面にやってくると，乱れは急激に減衰して粘性底層が発達するが，一方それに応じて泥が粘性底層内にとりこまれて行き，やがて粘性底層が不安定となって主流と混合する，と考えてモデル化を行なった。さらに u_0 は実際場ではランダムであるが，u_0 を平均量 $\overline{u_0}$ で表わすかわりに，粘性底層の破壊混合がランダムにおこると考えて定式化を行なった。ここで扱うような規則的な波運動場では，u_0 は規則的な周期性をもつと考えられる。すなわち u_0 がランダムな乱れ渦からなるのではなく，規則性をもつ場合をモデル化していると考えられる。

(1) 実験概要

実験は 4.2 で用いたものと同じ水槽を使用して行なった。底泥としては下水処理場より採取した処理後の下水汚泥を用いた。底泥物質は水路中で自然沈降させることにより，厚さを約 1 cmに敷きつめた。造波器により波を起こし，底泥のまきあがりによる主流部濃度変化を，静水時の泥面から 2 cm上で連続的に測定した。この濃度測定は測定点における濃度が平衡状態になるまで続けた。濃度の測定は発光ダイオードとフォトトランジスタによる光電管式濃度計[17]を用いて行なった。表面波の波高は電気抵抗線式の波高計を用いて測定した。波速はストップウォッチによって測った。

(2) まきあげ量の評価法について[13]

水平方向に x 軸，鉛直方向上向きに y 軸をとると水質に関して次式を得る。

$$\frac{\partial C}{\partial t}+\frac{\partial (Cu)}{\partial x}+\frac{\partial (Cv)}{\partial y}=v_s\frac{\partial C}{\partial y} \qquad (4.3.1)$$

ただし C は濃度，v_s は沈降速度で下向きを正としている。

泥面上方の点を $y=y_0$ とし泥面を $y=\delta$ として式 (4.3.1) を δ から y_0 まで積分すると次式となる。

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_{\delta}^{y_0}C\,dy+\frac{\partial}{\partial x}\int_{\delta}^{y_0}Cu\,dy=(Cv)\big|_{\delta}-(Cv)\big|_{y_0}+(Cv_s)\big|_{y_0}-(Cv_s)\big|_{\delta} \qquad (4.3.2)$$

上式右辺第一項は $y=\delta$ より流入してくる量であり単位時間，単位面積あたりのまきあげ量 q_e を用いて表わされる。したがって式 (4.3.2) は次式となる。

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_{\delta}^{y_0}C\,dy+\frac{\partial}{\partial x}\int_{\delta}^{y_0}Cu\,dy=\frac{q_e}{\rho}-(Cv)\big|_{y_0}+(Cv_s)\big|_{y_0}-(Cv_s)\big|_{\delta} \qquad (4.3.3)$$

波運動開始直後の濃度のたち上がりの時点では上式の右辺各項を検討すると

$$\frac{q_e}{\rho}\gg(Cv)\big|_{y_0}-(Cv_s)\big|_{y_0}+(Cv_s)\big|_{\delta}$$

と考えられるので次式を得る。

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_{\delta}^{y_0}C\,dy+\frac{\partial}{\partial x}\int_{\delta}^{y_0}Cu\,dy=\frac{q_e}{\rho} \qquad (4.3.4)$$

波運動場では u は周期運動をし，一定の時間スケールで見れば移流による効果は無視できる。

$$\int_{t_1}^{t_2}\frac{\partial}{\partial t}\int_{\delta}^{y_0}C\,dy\,dt=\int_{t_1}^{t_2}\frac{q_e}{\rho}\,dt$$

したがってまきあげ量を濃度のたち上がり期の変化より表わすと次のようになる。

$$q_e=\frac{\rho}{t_2-t_1}\left\{\int_{\delta}^{y_0}C\,dy\Big|_{t_2}-\int_{\delta}^{y_0}C\,dy\Big|_{t_1}\right\} \qquad (4.3.5)$$

ただし t_1，t_2 は時刻。

(3) 理論式の適用について

微小振幅波の理論より底を原点とする u，v は次式のように与えられる。

$$u=\frac{\omega a\cosh ky}{\sinh kh}\sin(kx-\omega t) \qquad (4.3.6)$$

$$v=\frac{\omega a\sinh ky}{\sinh kh}\cos(kx-\omega t) \qquad (4.3.7)$$

ただし a，k，ωはそれぞれ表面波の振幅，波数，角周波数である。

3.4.5で考えたu_0として，式(4.3.6)において$y=0$を代入した次式を用いる。

$$u_0=\frac{\omega a}{\sinh kh}\sin(kx-\omega t) \qquad (4.3.8)$$

u_0は一定ではなく角周波数ωをもって変化することがわかる。そのためにτ_0も変化するが，すでに式(3.4.41)を導く過程で，u_0を平均値$\overline{u_0}$で表わすかわりに表面更新率sを仮定することにした。式(4.3.8)より$\overline{u_0}$としては次式を得る。

$$\overline{u_0}=\frac{\omega}{2\pi}\int_0^{\frac{2\pi}{\omega}}|u_0|\,dt=\frac{2\omega a}{\pi\sinh kh} \qquad (4.3.9)$$

つぎにsについて考える。$\overline{u_0}$，sを直接知ることができなくても式(3.4.41)よりq_eを求めることはできるが，波運動場では$\overline{u_0}$，sともに表面波の運動と密接に関係していると考えられるので，$\overline{u_0}$と同様sも表面波の波特性によって表わすことを試みる。粘性底層の成長→破壊，の周期のおおよその大きさを知るために，式(4.3.9)と限界Reynolds数に関する次式を用いる。

$$R_{ec}=\frac{\sqrt{\pi}}{2}\frac{\delta^* u_0}{\nu}=\frac{u_0\sqrt{\nu T_s}}{\nu}=u_0\sqrt{\frac{T_s}{\nu}} \qquad (4.3.10)$$

ここで実験条件の平均的な値として$k=8\times10^{-3}$(1/cm)，$h=22.5$(cm)，$a=2.5$(cm)，$\omega=1.3$(1/sec)，$\nu=0.01$(cm²/sec)及び$R_{ec}=200^{18}$を代入すると$T_s \doteqdot 3.0$となり$|u_0|$の周期にほぼ匹適する。

一方，式(2.1.18)のような形で年令分布関数が与えられるときはsは更新エレメントの界面滞在時間の平均値の逆数となる。以上のことから，ひとまずsは$|u_0|$の周期T/2と直接関係すると考えて表面波の周期Tを用いてつぎのように仮定した。

$$s=\frac{2}{T} \qquad (4.3.11)$$

このような仮定は，波運動場における時間に関する代表的な量は波の周期であると考えられるので，直感的にもそれほど無理のあるものではないと言えよう。

式(4.3.9)，(4.3.11)を式(3.4.36)に代入してq_eは次式となる。

$$q_e=k_3\left(\frac{2\sqrt{2}\,a\rho\omega\sqrt{\nu}}{\pi\sqrt{\pi}\sinh kh}\,\frac{1}{\sqrt{T}}\right)^{k_2}\Gamma\left(1-\frac{k_2}{2}\right) \qquad (4.3.12)$$

実験条件より$kh \ll 1$であるので$\sinh kh \doteqdot kh$とし，各値を代入してまとめるとつぎのようになる。

$$q_e=k_3\left(0.05\,\frac{aL}{hT^{3/2}}\right)^{k_2}\Gamma\left(1-\frac{k_2}{2}\right) \qquad (4.3.13)$$

ただしLは表面波の波長である。

以下では上式を用いてまきあげ速度に関する実験結果を整理する。

(4) 実験結果及び考察

波運動開始後の，泥面より 2 ㎝上での濃度の時間に対する変化の一例を図4. 30 に示す。(a) は底泥の堆積時間が 2 時間の場合，(b) は半日の場合の例である。堆積時間の長い方が濃度の変化がおこるまでの時間が長くなっているが，まきあげ開始後のまきあげ量には差は見られなかった。図 4. 31 は，同一条件の波について堆積時間を 30分～半日の変化をさせて実験を行ない，堆積時間 T_α と濃度が平衡に達するまでの時間 T_e との関係を示したものである。同図には後に述べる平衡状態到達後の浮遊物の沈降速度も示されている。これより T_α の増加にともない T_e が増加する傾向が認められる。これは図 4. 30 に示したように，まきあげの開始までの時間の影響が大きいと考えられる。なお堆積時間の影響については限界掃流力のところで詳しく考察する。

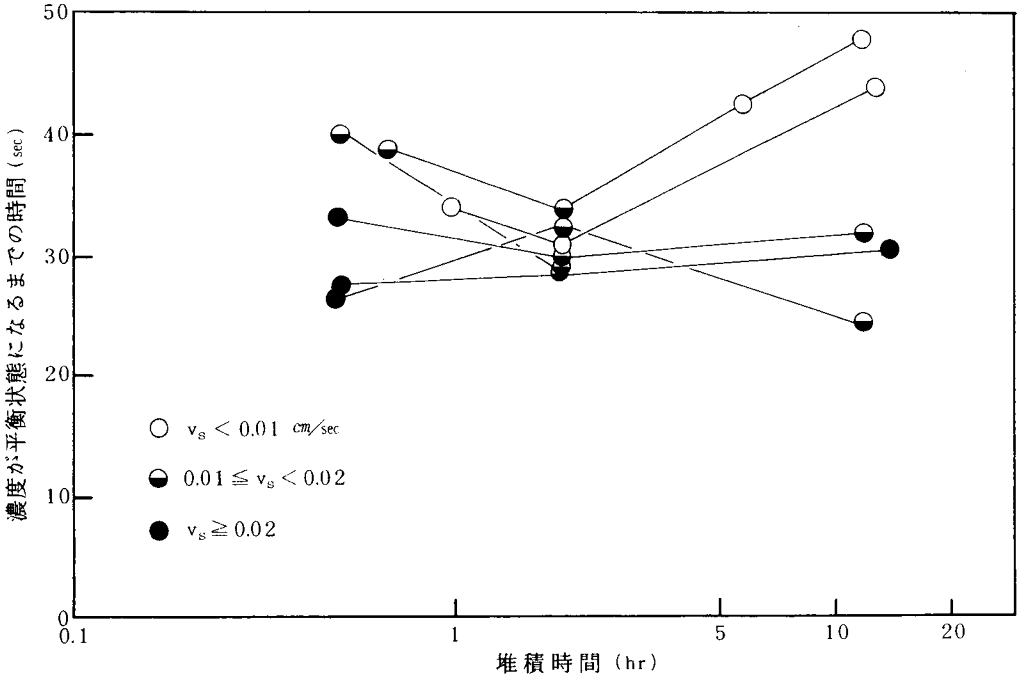
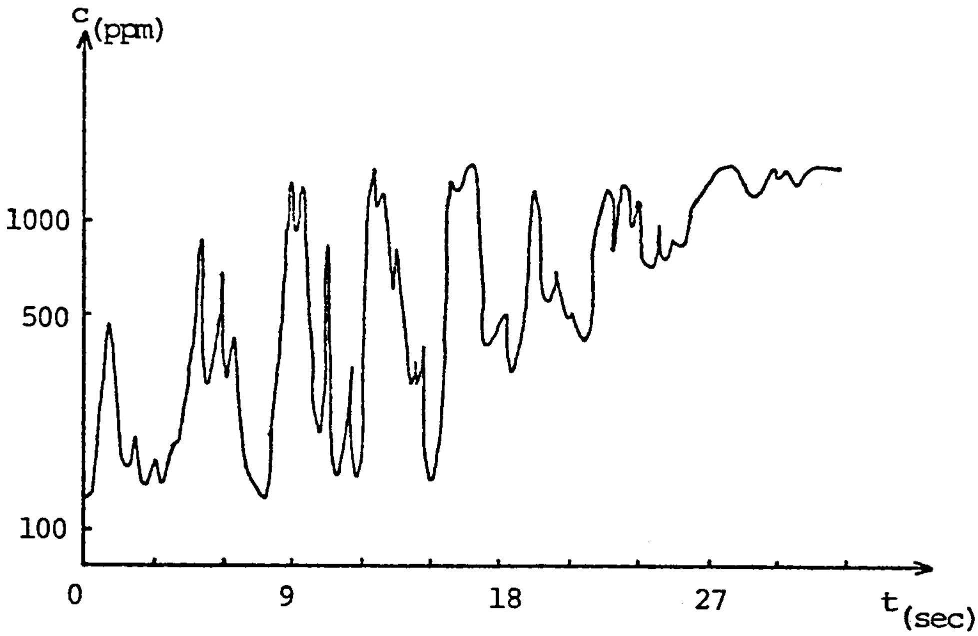
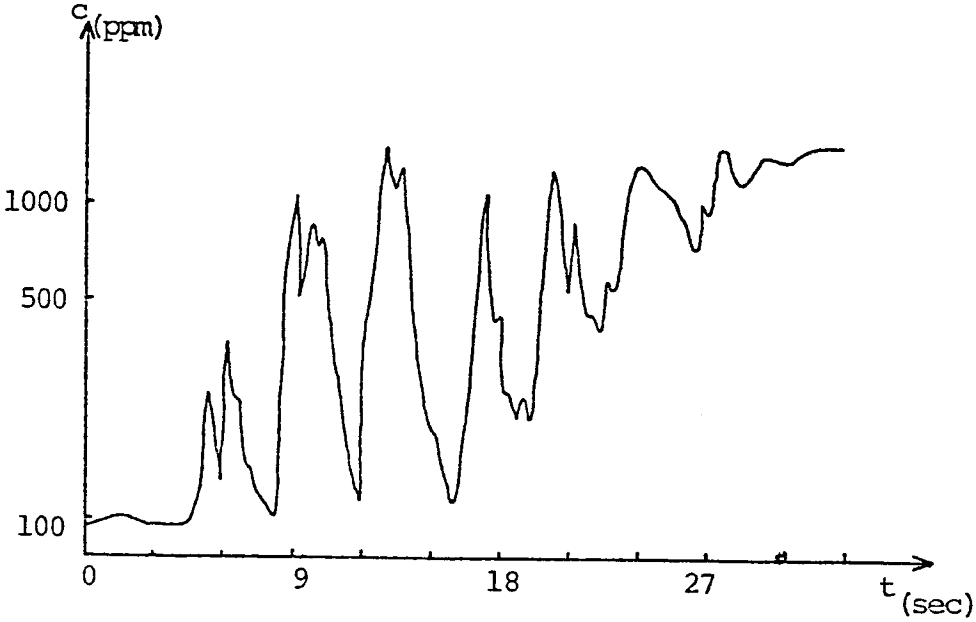


図 4. 31　まきあげに及ぼす堆積時間の影響

さて図 4. 30 に示されたようなデータから式 (4. 3. 5) により q_e を計算するにあたっては，三秒間の平均濃度が 1 0 0 ppm 以上となる点と 8 0 0 ppm 以上となる点を結んで時間に対する濃度勾配を求めた。種々の方法を検討した結果，これが最もよくたち上がり期の平均勾配を表わし得ると考えたからである。なおこの方法では図 4. 30 (b) に見られるような堆積時間の長い場合におけるまきあげ開始の時間遅れは除くことができ，純粋にまきあげ開始後の単位時間あたりのまきあげ量を評価している。式 (4.3.13) の妥当性を検討するために，実験より得られた q_e と $(aL/hT)\sqrt{\nu/T}$ との関係を求めたのが図 4. 32 である。対数紙上でほぼ直線関係が見られるが，まきあげの限界付近では $(aL/hT)\sqrt{\nu/T}$ の減少により急激に q_e の減少がみられ，限界付近の扱いの困難さがうかがわれる。直線的な変化が見



(a)



(b)

図 4. 30　　波によるまきあげの様子

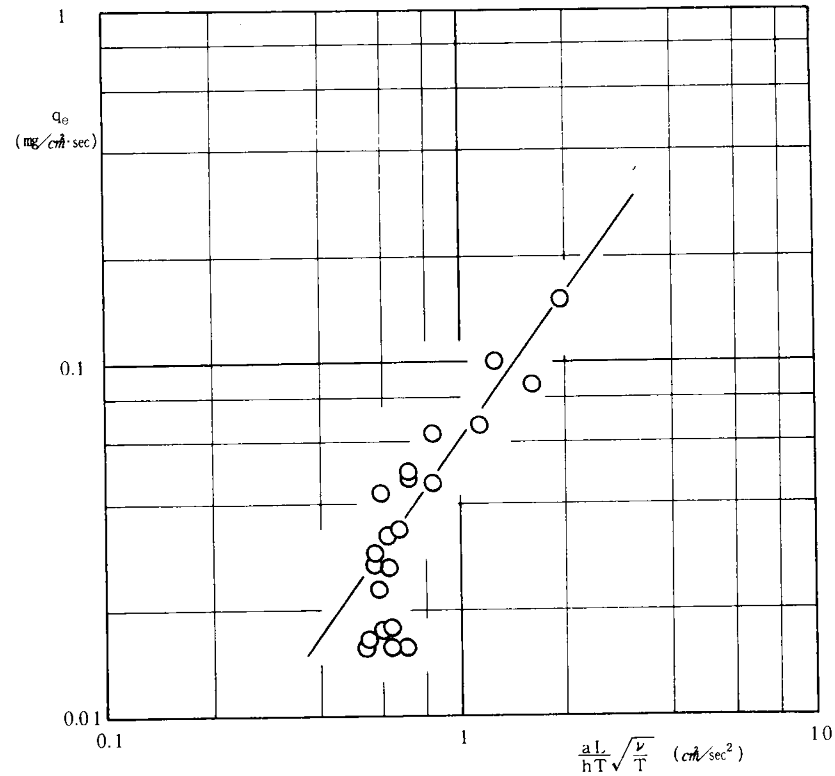


図 4. 32　　$\frac{aL}{hT}\sqrt{\frac{\nu}{T}}$ と q_e との関係

られる領域において式(4.3.13)の k_3，k_2 を求めるとそれぞれつぎのようであった。

$$k_3 = 0.045$$

$$k_2 = 1.40$$

これは u_* について言えば，q_e が u_* の 2.8 乗に比例することになり村岡[19]の求めた 1.2～1.5 乗より大きくなっている。しかし村岡の結果は都市河川における実測より得られたものであり，野外では泥の堆積状態も一様ではなく，構造物周辺の局所洗掘など，種々の要因が作用することが考えられるので，u_* の指数が野外の値が実験

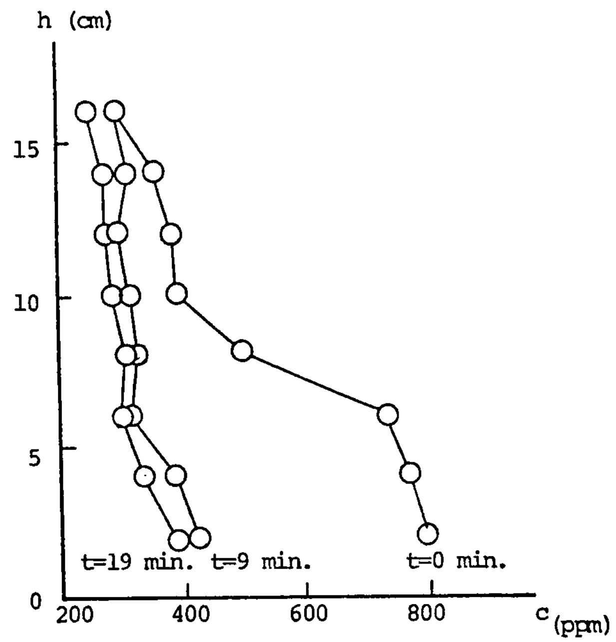


図 4. 33　　波停止後の濃度の変化

室のものと異なる可能性は十分考えられる。

濃度が平衡状態に到達した後，造波器を停止して主流部の鉛直方向濃度分布の時間変化を測定した。その結果の一例は図 4. 33 に示すようなものである。本図より浮遊物の平均的な沈降速度 v_s を求めた。その結果は約 0.0 0 3 ㎝／s ～ 0.0 2 5 ㎝／s と広範囲に分布しており，凝集性汚泥の複雑な性状がうかがわれる。このように沈降速度が分散するのは，まきあがるときにいくらかの粒子の塊としてあがること，浮遊中に凝集・破壊をくり返すことなどによる。図 4. 31 をみれば，堆積時間が長くなるほど浮遊粒子の沈降速度は小さくなる傾向も若干見られるが，明確な関係は見出せなかった。

(5) ま と め

ここでは波運動場における下水汚泥のまきあげについての実験を行なった。

実験開始までの，泥を沈めた状態で放置した時間の長さは，波運動開始後まきあげが始まるまでの時間に影響を及ぼしたが，まきあげ速度に対する影響は見られなかった。

固液境界面の運動を直接観測することは不可能なので， 3. 4. 5 で導いた式（ 3. 4. 36 ）を用いて，s，$\overline{u}_0$ を表面波の諸量によって与え q_e の定量化を試みた。その結果 q_e は式（ 3. 4. 36 ）でよくまとめられ $k_1 = 0.045$， $k_2 = 1.40$ を得た。しかしまきあげ限界付近では式（ 3. 4. 36 ）からはずれる傾向をみた。

同一の汚泥をしきつめて実験を行なったにもかかわらず浮遊している泥の平均沈降速度は 0.0 0 3 ㎝／s ～ 0.0 2 5 ㎝／s と，大きな広がりを見せ凝集性汚泥の複雑さが認められた。

4. 3. 2　円型水槽による底泥のまきあげに関する実験[20, 21]

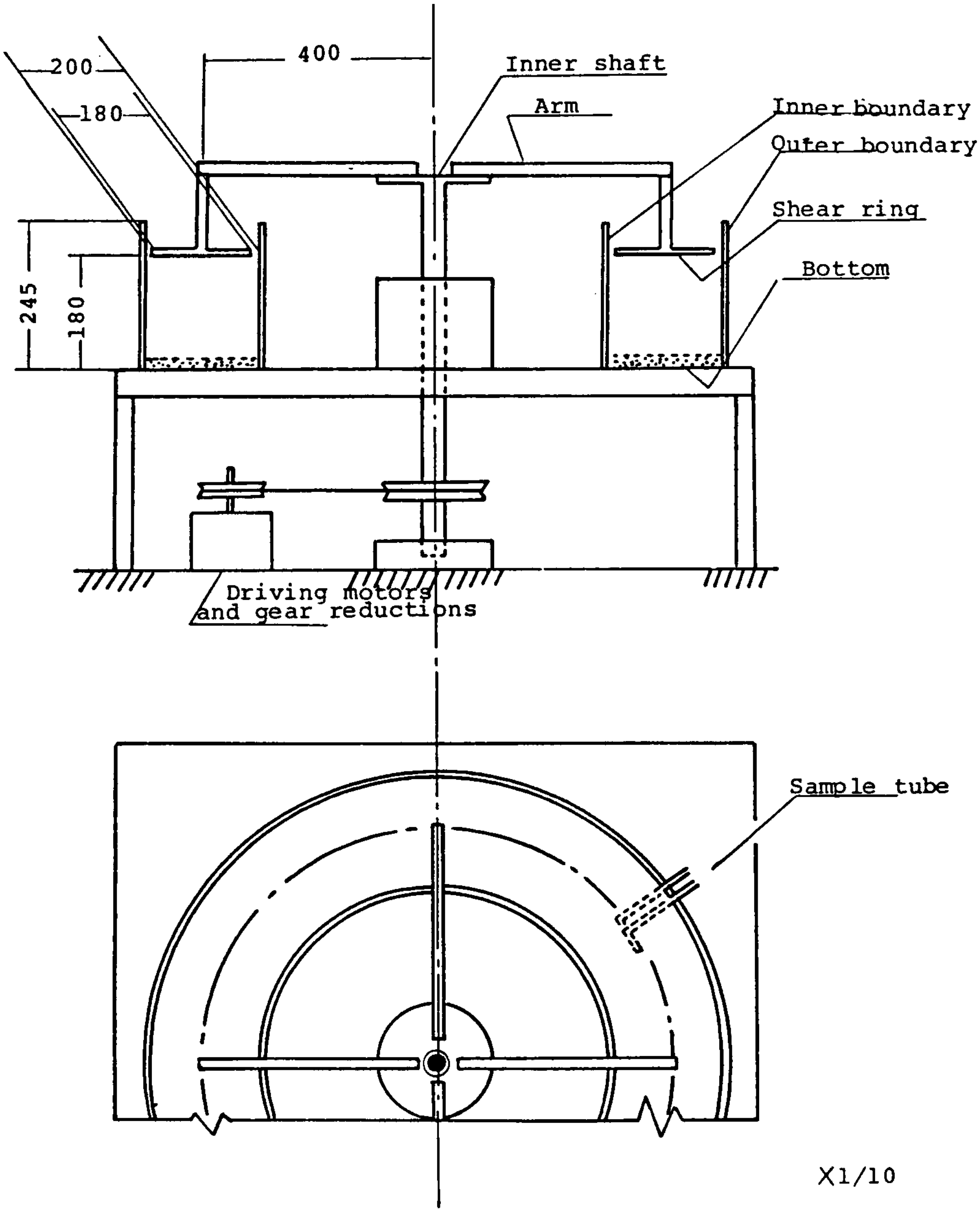
4. 3. 1 では主流の運動が周期的な場合を扱い， s も主流の周期性に依存すると考えて考察を進めた。ここでは主流が一方向に流れている場合について検討する。実験は円型水槽を用いて行なった。

(1) 実 験 概 要

本実験に用いた水路は図 4. 34 に示すような円型水槽である。

円型水槽は半径 3 0 ㎝の内周壁と半径 5 0 ㎝の外周壁及び底面よりなる円形水路と，変速モータにより角速度 0 ～ 2.5 0 rad／secで回転させることのできるアーム支持台及びアームからなる。アームには水面から流速を与えるドーナツ型の駆水板（以下 shear　ring とよぶ）がとりつけてある。水中の泥の濃度は，鉛直方向七点の採水管より採水の後，積分球式濁度計により測定した。一方，流速はトルエンと四塩化炭素及びアルミニウムの粉沫を混合し比重を 1 に調整した浮遊粒子を水中に放出して，写真撮影を行なって求めた。底泥は底に一面に，自然沈降法によってしきつめた。

底泥として使用した資料は，琵琶湖南湖の浜大津沖で採取した有機性汚泥及び沈降性炭酸カルシウムである。これらの物質については光透過式粒度分布測定器により粒径分布を求めた。



200
180
400
Inner shaft
Arm
Inner boundary
Outer boundary
Shear ring
Bottom
245
180
Driving motors
and gear reductions
Sample tube
X1/10

図4.34　円　型　水　槽

(2) 実験結果及び考察

円型水槽の回転方向の流速分布は図 4. 35 に示すように底と shear ring の付近を除いてほぼ一様であり，定常状態におけるその角速度は shear ringの 0.6 倍であった。主流部の流速の発達の様子を図 4. 36 に示す。また回転水槽であるために半径方向の二次流が起こる事が考えられるが，底面の各所に糸の一端を固定して観測した結果では，流向が接線方向に対してなす角度は外壁付近で 20～23°，中央で 12～15° であった。底面せん断応力の決定には，これら二次流の効果はひとまず無視することにした。

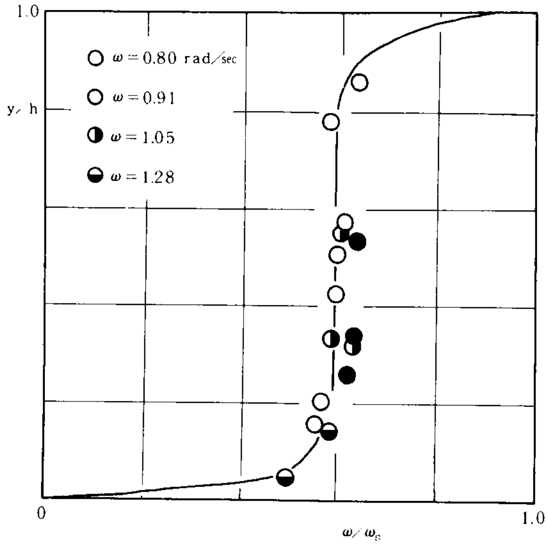


図 4. 35　円型水槽での定常流速分布

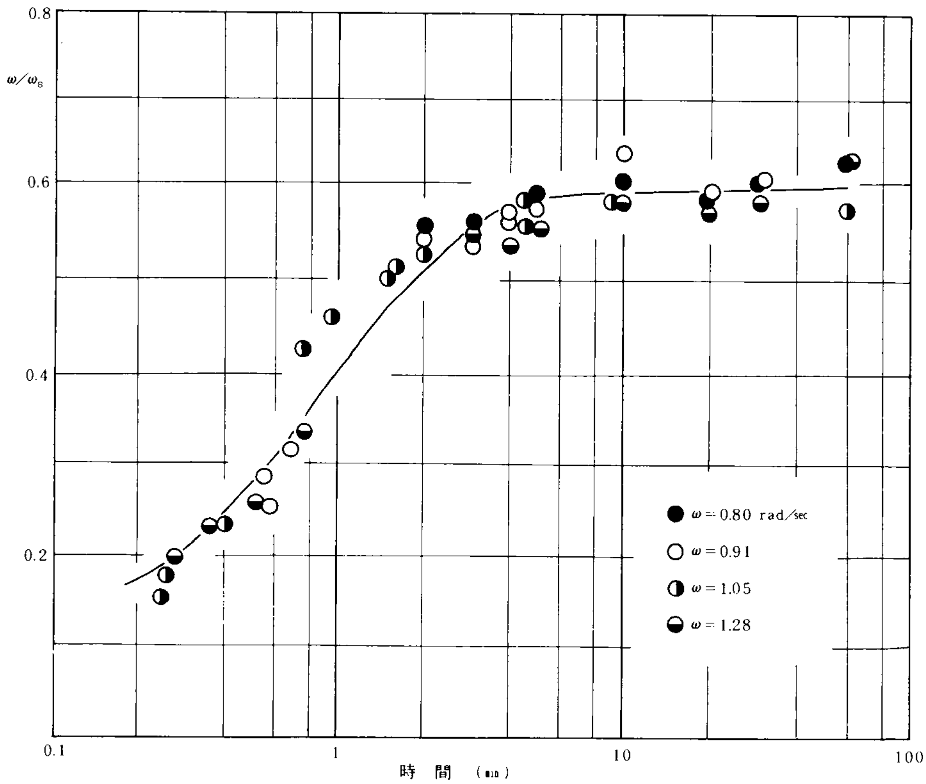


図 4. 36　円型水槽における平均流速の発達の様子

円型水槽の場合，直接的な u_* の決定方法はないのでつぎのように考えて求めた。shear ringの及ぼすせん断力を τ_s，底面せん断力を τ_0，内壁におけるものを τ_1，外壁で τ_2 として，平均流速U

を用いて運動量につき次式を得る。

$$U\{b(\tau_s-\tau_0)-h(\tau_1+\tau_2)\}=\rho bh\frac{dU^2}{dt} \qquad (4.3.14)$$

ただし b は水路幅

壁面におけるせん断力は速度の平方に係数を乗じて表わされると仮定し，Uが図 4.36 中の実線で示すような発達をするように係数を決めると，底面の平均摩擦速度は次式で推算されることになる。

$$u_{*}=0.067\,U \qquad (4.3.15)$$

円型水槽実験開始後の浮遊物濃度変化の一例は図 4.37 のようになる。どの場合にも実験開始後時間の経過にしたがって濃度分布は一様に近づき，3～10分後に最高の濃度を示し，その後は水深方向にほぼ一様なままで低下する傾向が見られる。

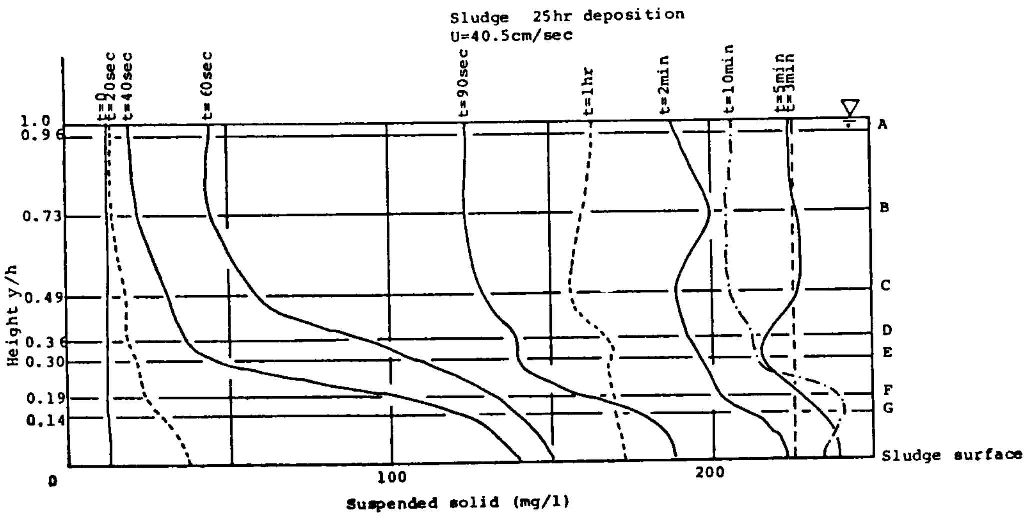


図 4.37　鉛直方向濃度分布の変化

使用した泥の粒径分布と粘度をそれぞれ図 4.38，図 4.39 に示す。また式（4.3.15）で求めた限界掃流摩擦速度を表 4.1 に示す。この結果，堆積時間が限

表 4.1　限界掃流摩擦速度

泥 A　2 ～ 4 時間堆積	$u_{*c}=0.90$ cm/sec
泥 A　18～25時間堆積	$u_{*c}=1.09$
泥 B　2 ～ 3.5 時間堆積	$u_{*c}=1.51$
泥 B　15.5～25時間堆積	$u_{*c}=1.67$
炭酸カルシウム　2時間堆積	$u_{*c}=2.33$

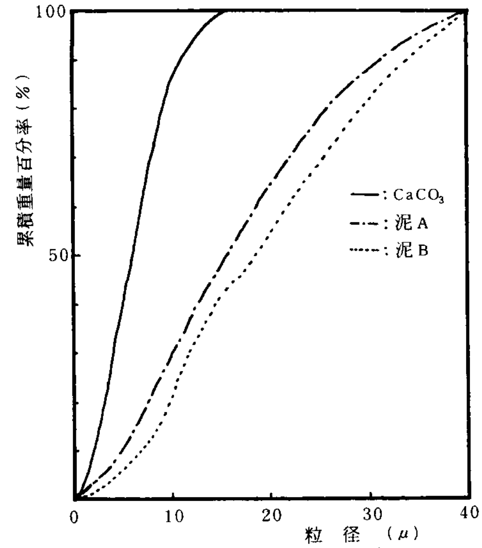


図 4.38　粒 径 分 布

界掃流摩擦速度に大きく影響していることがわかる。また泥A，泥Bを比べると粘度，比重の大きい泥Bの方が u_{*c} は大きくなっており，これらのパラメータが限界掃流力と密接に関連していると考えられる。

u_* と q_e の関係を示したのが図4.40である。本図においてもまきあげ開始後のまきあげ速度と堆積時間との間には明瞭な関係は見出し得ない。u_* の増加にともない q_e も増加する傾向があるが，4.3.1で述べた波運動場における場合と同様にまきあげ限界付近ではデータのちらばりが見られる。これはまきあげ限界のあたりでは，局所的なくぼみ等の影響が大きいためであると考えられる。限界付近のデータを除き $q_e > 0.05$ ㎎/㎠·sec の部分のデータにより式(3.4.41)を検討すると k_3，k_2 はつぎのようになった。

(図中の実線)

$$k_3 = 1.72 \times 10^{-2}$$

$$k_2 = 1.56$$

この値を波運動場における実験結果と比較すると k_3 は4.3.1の結果よりやや小さいが k_2 は近い値を示しており，式(3.4.41)は妥当なものであると考えられる。しかしこの式はその導出過程において，表面更新のアナロジーから，τ_0 が小さくてもまきあげはおこると考えているため，まきあげ限界付近での適用には問題がある。図4.32及び図4.40においても述べたように，まきあげ限界の付近ではデータのちらばりも大きく非常に不安定である。この付近の挙動はわずか

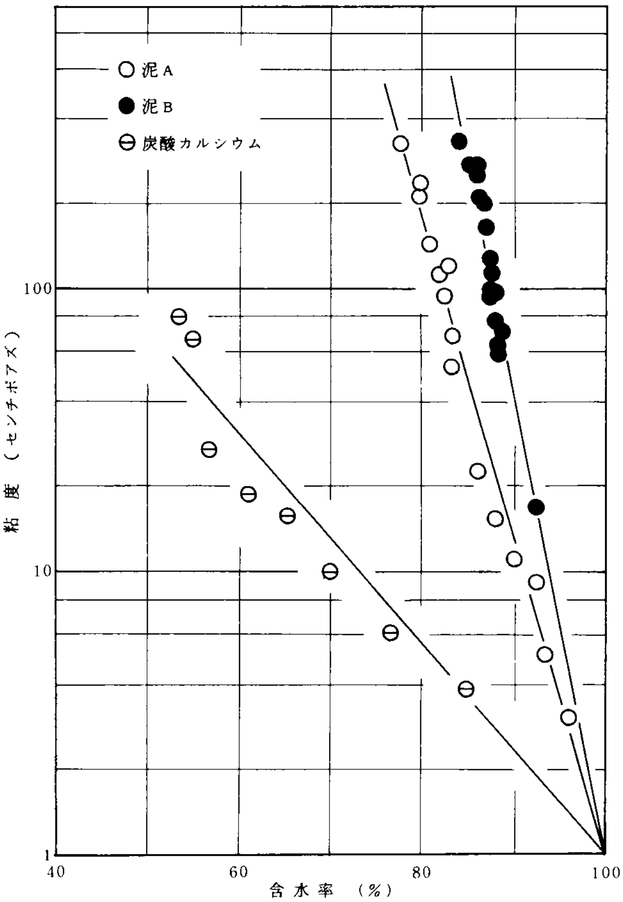


図4.39　含水率と粘度との関係

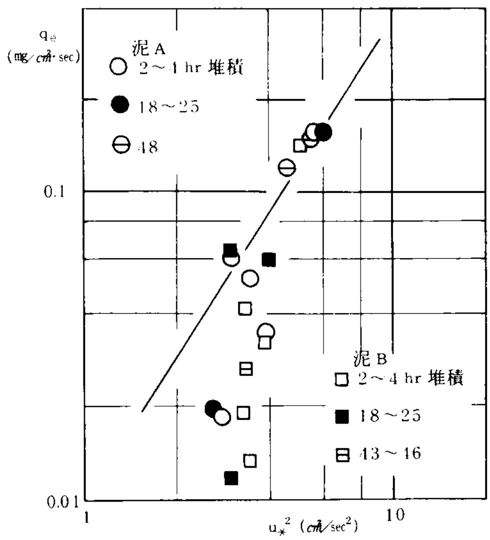


図4.40　u_*^2 と q_e の関係（円型水槽による実験）

な泥面形状の差や流体の乱れが大きく影響を及ぼすと考えられ，定量化精度の向上には局所的な状態までも個々に考慮することが必要となろう。

(3) ま と め

ここでは円型水槽を用いて式(3.4.41)によるまきあげ速度の定量化を実験的に検討した。

定常状態における浮遊物の濃度分布は水深方向にほぼ一様であり，浮遊砂で言われているRouse分布等の分布形は見られなかった。これは底泥のまきあげ限界を与える流速が浮遊限界を与えるものより大きく，したがってまきあげが起こっている場合の主流の運動は，泥粒子の沈降速度よりはるかに大きくなるためであると言えよう。

泥を底面に堆積させてから実験を開始するまでの静置時間は，実験開始後のまきあげ速度に対しては影響を及ぼさない。これは4.3.1で得た結果と同じである。しかしまきあげ限界の摩擦速度は堆積時間の長さに応じて増加する傾向にあった。

式(3.4.41)でまきあげ速度を整理して $k_1 = 5.58 \times 10^{-3}$，$k_2 = 1.56$ を得た。k_1の値は4.3.1の結果と比べ1オーダー小さいが，指数部k_2の値は4.3.1に近いものであった。この結果は，用いた底泥物質や主流部の流体運動が異なっているにもかかわらず，よく一致していると言える。しかし限界付近では4.3.1の場合と同様，理論式から下側にはずれている。これは理論式の導出過程においてはτ_0がいくら小さくてもそれに応じたまきあげが起こると考えているためであると考えられる。

4.3.3 底泥の限界掃流力に関する実験[22]

砂れきの限界掃流力についてはすでに述べたようにShields，岩垣らによって一応まとめられているのに対し，凝集性の泥に関しては物理的，化学的機構がミクロになるため2.3に示したように種々の場における諸説が混在している状況である。ここでは自然沈降により堆積した底泥の限界掃流について検討し，関与するパラメータを探る。

(1) 実 験 概 要

底泥として用いた資料を表4.2に示す。各泥を図4.41に示すようなビーカー中に沈め堆積時間を変化させて実験を行なった。

水深は10.7 cm，泥の厚さは約1cmとし，水面下0.3cmのところに，6cm×1.7cmの羽根をとりつけ，これを回転させることによって流速を与え，目視によって汚泥の浮上限界を求めた。汚泥は回転方向の流れよりも，むしろ中心に向か

表4.2 実験に用いた泥

		平均粒径 (μ)	密 度 (g/cm³)	強熱減量 (%)
泥－C	琵琶湖南湖 浜大津沖にて採取	17.7	2.03	15.3
泥－D	大津市柳ケ崎浄水場 汚泥処理施設にて採取	18.0	1.85	67.5
泥－E	京都市北区原谷の山地より採取	4.3	2.69	8.4
沈降性炭酸カルシウム		9.1	2.70	

う二次流の作用によってまきあがることが観察された。これら二次流の運動までも考慮して理論的に論ずるのは複雑になるので，あらかじめ粒径のわかった砂を底にしきつめ，砂に限界掃流力を与える回転数を求め，岩垣の式[25]を用いて羽根の回転数と底面せん断応力の関係を求めた。

ビーカー内の水の運動は現実の開水路場とは相当異なっていることや，底面せん断力の検定法などに若干問題があるため，このようにして得られた結果の現実への適用はやや疑問であるが，ここでは泥の限界掃流力を支配するパラメータの探索に重点をおいて進め，その値については後に開水路実験で検討することにする。使用した泥については，直径 45 mm，高さ 47 mm の円筒による単一円筒回転式粘度計を用いて種々の含水率に対するみかけの粘度を測定した。その結果は図 4. 42 に示されている。

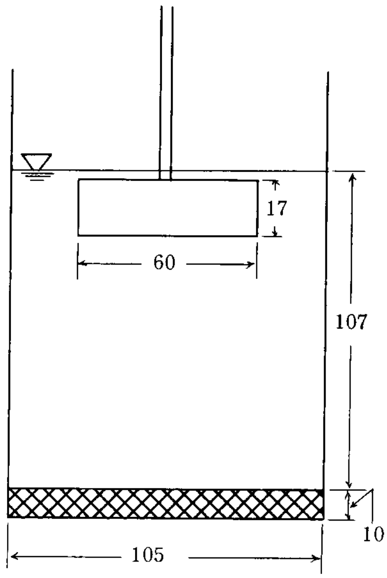


図 4. 41　限界掃流力実験装置

(2)　底泥の限界掃流力に関する考察

凝集の影響などが入らないようにするため，堆積開始後 2 時間以内に実験を行なったデータを用いて検討を行なう。後に図 4. 46 で示されるように，2 時間以内のものは凝集の影響をそれほど受けていないと考えられる。3. 5. 4 では固液境界面の物質移動を扱うパラメータとして次式を得た。

$$\Psi = \left(\frac{u_*^2}{\varepsilon g d}\right)^x \left(\frac{\nu_2^2}{\varepsilon g d^3}\right)^y \qquad (4.3.16)$$

さらに上式の両極限として，砂の限界掃流力と密度流の混合限界式があることを示した。自然沈降によって堆積した汚泥は非常に含水率が高く，近似的にニュートン流体とみなせるとして，上式の ν_2 としては図 4. 42 の値をみかけの密度で除したものを用いることにする。このようにして式(4. 3. 16)の妥当性を検討するために $u_{*c}^2/\varepsilon g d$ と $\varepsilon g d^3/\nu_2^2$ の関係を調べたのが図 4. 43 である。ただし粒径 d としては累積 50％粒径 d_{50} を用いて計算した。図 4. 43 では多少のちらばりは見られるが，泥の種類にかかわらずほぼ一般的に $u_{*c}^2/\varepsilon g d$ の増加に伴い $\varepsilon g d^3/\nu_2^2$ の減少する傾向が観察される。

さらに粒径の影響も無視できるとすると，3. 5. 4 において次式を得た。

$$\Psi = \frac{u_*^3}{\varepsilon g \nu_2} \qquad (4.3.17)$$

すなわち上式はKeulegan数と同形であり，泥のまきあげ限界を密度流的にとり扱おうとするものである。u_{*c}^3 と $\varepsilon g \nu_2$ の関係を求めると図 4. 44 のようになる。各点はほぼ図中に示した傾き 1 の

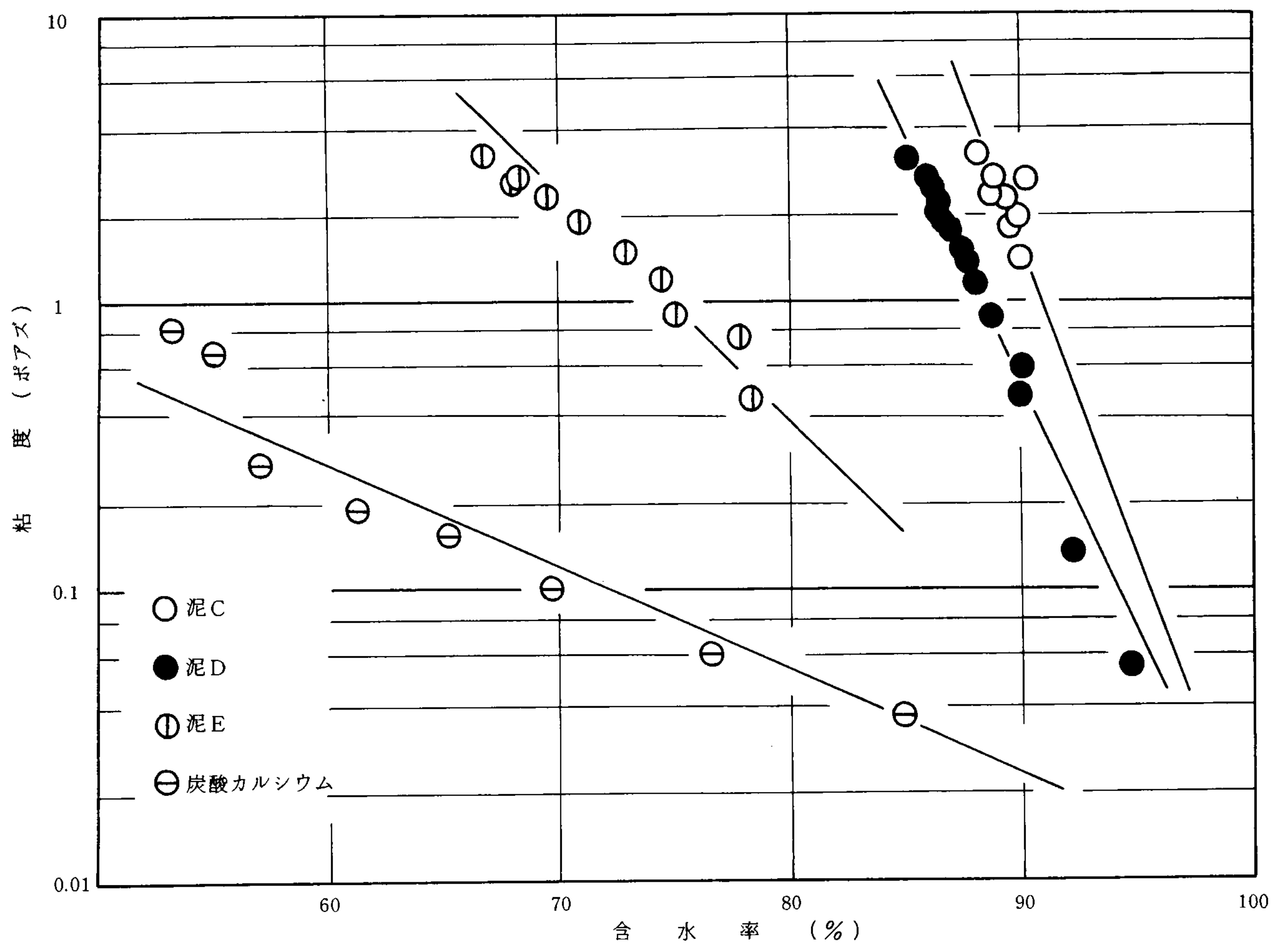


図4.42　泥　の　粘　度

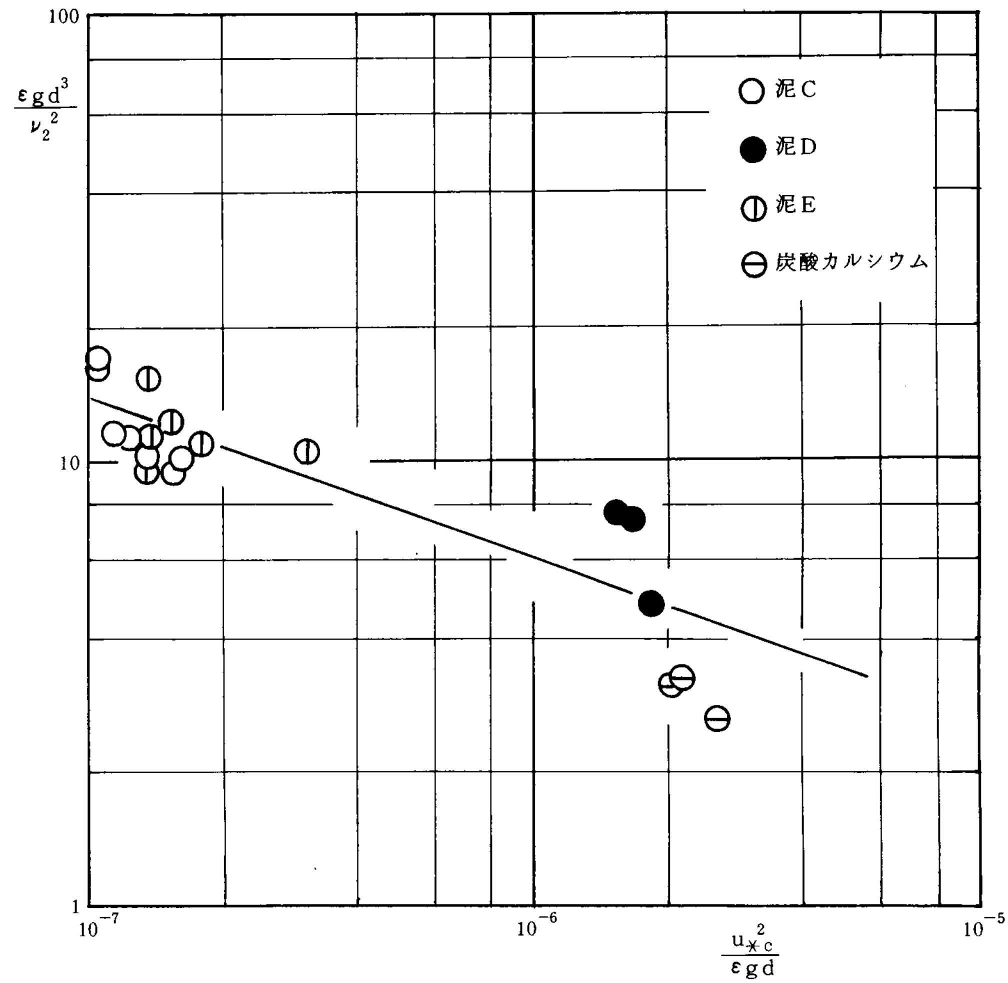


図 **4.43**　まきあげ限界における $u_{*c}^2/\varepsilon gd$ と $\varepsilon gd^3/\nu_2^2$ の関係

直線にしたがって分布しているのがわかる。そこでつぎに示すような，式(4.3.17)より得られるパラメータFで汚泥の限界掃流力を評価できると考えられる。

$$F=\frac{u_{*c}}{(\varepsilon g \nu_2)^{1/3}} \tag{4.3.18}$$

それぞれの泥についてFの平均値を求めると，泥Cでは0.25，泥Dでは0.28，泥Eでは0.25そして沈降性炭酸カルシウムでは0.20であった。図4.44に示される直線より求めたFは0.25であった。よって性質の異なる種々の泥の限界掃流力を次式で一般的に評価できると考えられる。

$$F=\frac{u_{*c}}{(\varepsilon g \nu_2)^{1/3}}=0.25 \tag{4.3.19}$$

このような泥の密度流的なとり扱いが妥当であるかどうかの一つの検討として，泥のかわりに比重1.10の塩水を使って同様の実験を試みた。その結果は図4.44中に示されているとおり，ほぼ泥と同

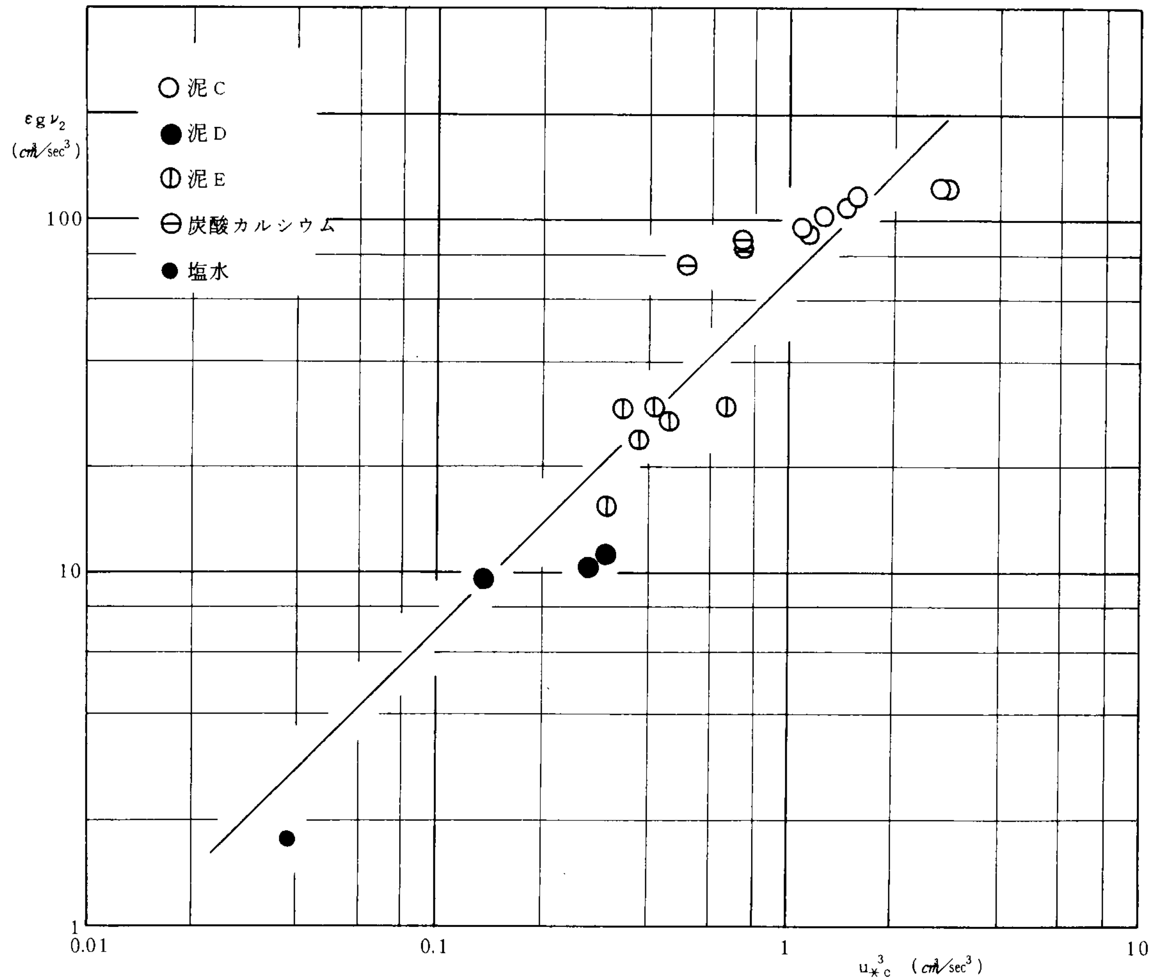


図 4.44　まきあげ限界における u_{*c}^3 と $\varepsilon g \nu_2$ の関係

じ直線上に位置している。このことから，含水率の高い泥の限界掃流力は密度流の混合限界と同様に取り扱うことができると考えられる。

(3) 堆積時間の及ぼす影響について

汚泥の沈降堆積後，実験開始までの時間は限界掃流力に大きく影響することは，すでに 4.3.2 においても示されている。村岡[19]は実河川で一年間定期的に採取した泥によって実験を行ない，堆積時間と限界掃流力の関係を図 4.45 のように報告しており，堆積時間の増加が限界掃流力を増加させていることがわかる。

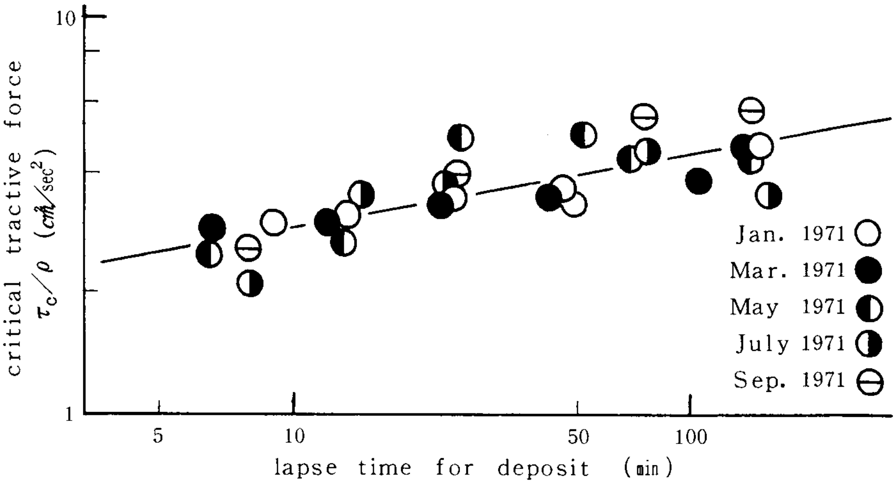


図 4.45　堆積時間と限界掃流力の関係（村岡[19]による）

実験結果を堆積時間で整理すると図 4.46，図 4.47 のようになり，村岡の結果と同様限界掃流力が堆積時間により増加していることがわかる。しかしその傾向は泥の種類によって異なっており，泥Ｃではとくに顕著であり，以下泥Ｄ，泥Ｅとなっており，沈降性炭酸カルシウムでは明瞭な傾向は認められない。堆積時間の増加により限界掃流力が大きくなるのは，静置する間に泥粒子間の結合が強くなるためであると考えられるが，上述のとおりその程度は各泥の特性により異なっている。泥粒子間の結合力は泥の組成や電気化学的な性質などミクロな分野の考察が必要となり，問題が複雑化するうえ，必ずしも実用的であるとは言えない。ここでは間接的ではあるが簡単な方法で堆積時間による凝集の影響と図 4.46，図 4.47 の傾向の関係を調べる。

それぞれの泥について水中で 3 日間， 5 日間， 10 日間， 15 日間静置させた資料を同一の条件で処理（それぞれを 100cc の蒸留水中に投入，同一回転数で 1 分間攪拌）したものについて，粒度分布を測定した。それぞれの粒度分布と，累積 30％粒径， 60％粒径の静置日数による変化を表わしたものが図 4.48 (a)，図 4.48 (b)である。静置日数 0 のものは分散剤（ヘキサメタリン酸ナトリウム 0.1％溶液）中で攪拌した。

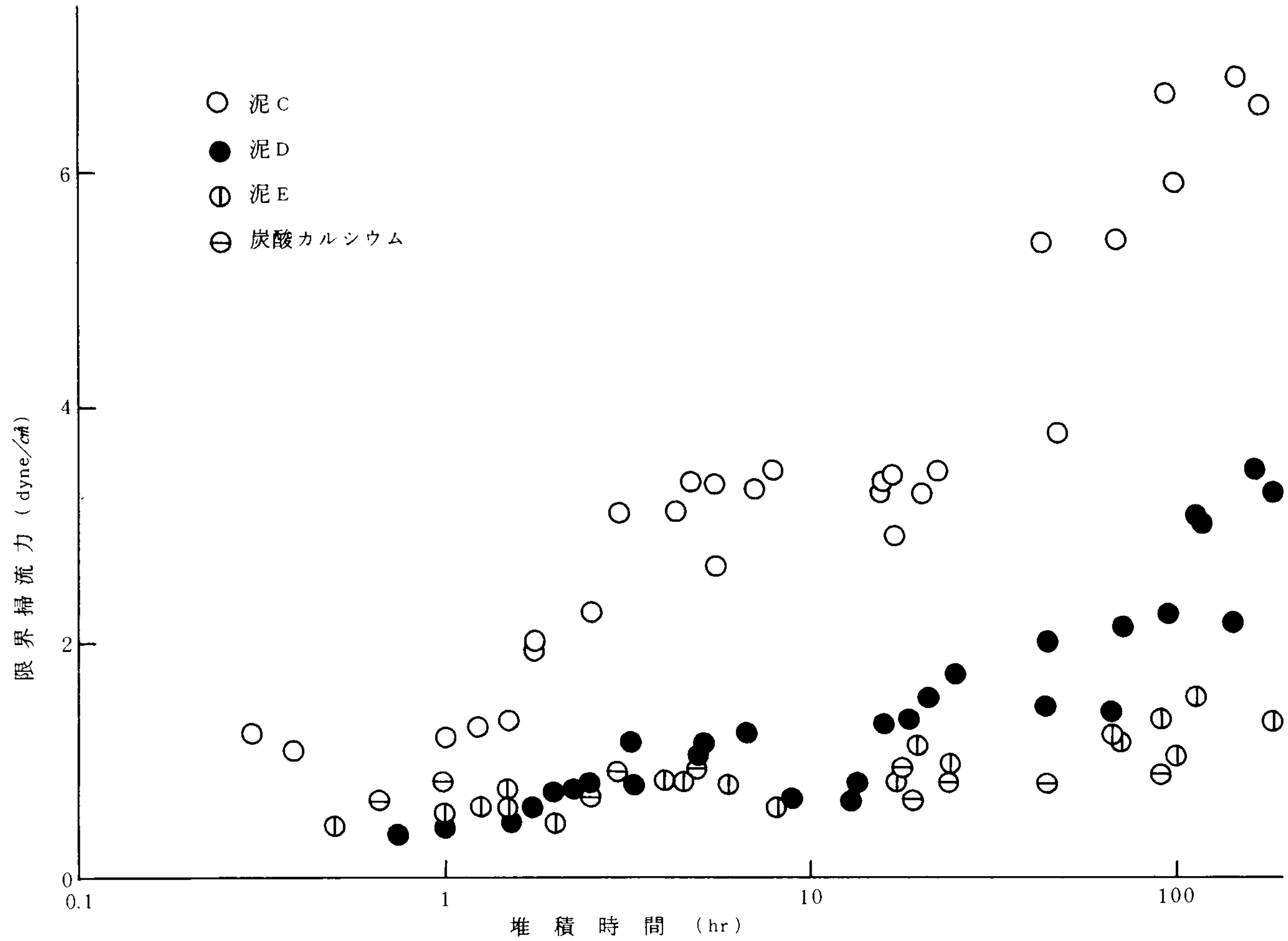


図 4.46　限界掃流力に及ぼす堆積時間の影響

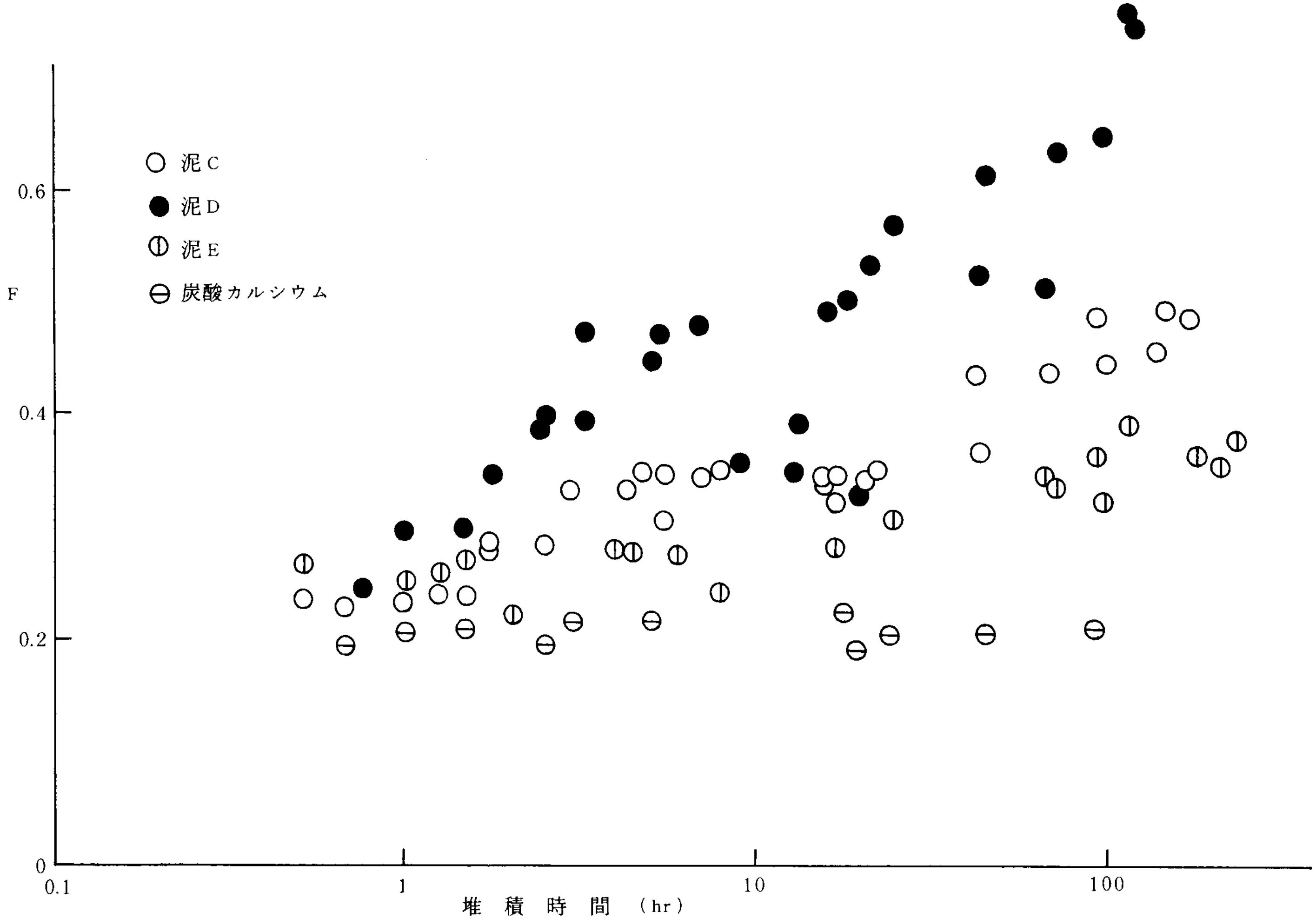


図4.47　堆積時間によるFの変化

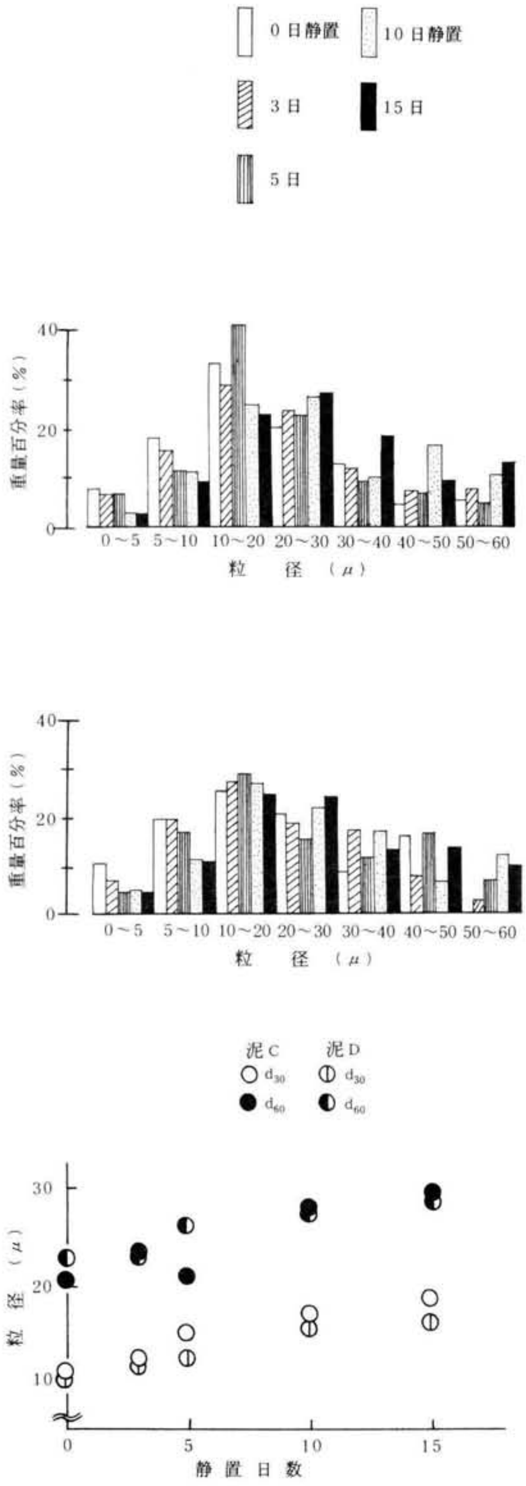


図 4.48(a)　静置による粒径の変化

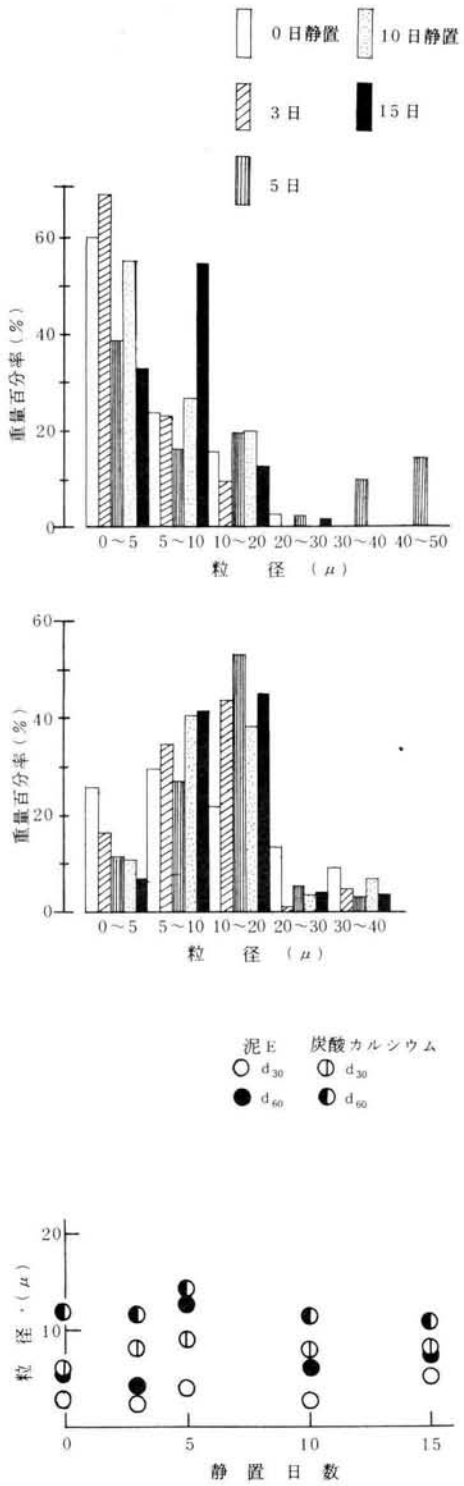


図 4.48(b)　静置による粒径の変化

図 4. 48 によると，泥－C，Dは静置した時間が長くなるにしたがって明らかに大きな粒径のものが増加しており，静置による凝集性が強いことを示している。泥－Eは静置時間の経過により粒径はやや大きくなる傾向を示しているが，沈降性炭酸カルシウムについては粒径の変化はほとんどみられない。したがって泥－C，Dは堆積時間の増加にともない凝集力は大きく増加するが，泥－Eは凝集力の増加は小さく，沈降性炭酸カルシウムにおいては堆積時間による凝集による力の影響は無視できると考えられる。これが図 4. 46，図 4. 47 において，泥－C，Dでは堆積時間にともない τ_{0c} 及びFが大きく増加し，泥－Eでは τ_{0c} 及びFがわずかに増加するのに対し，沈降性炭酸カルシウムにおいては τ_{0c} 及びFの変化がみられない理由であると考えられる。

(4) 開水路場での適用について[23]

以上考察したように，ビーカー中で攪拌という水理学的には特殊な条件下ではあるが，泥の限界掃流力をとり扱うパラメータを得ることができ，さらに堆積時間の影響についても検討を加えることができた。そこで以上の知見をもとに開水路への適用を行なった。

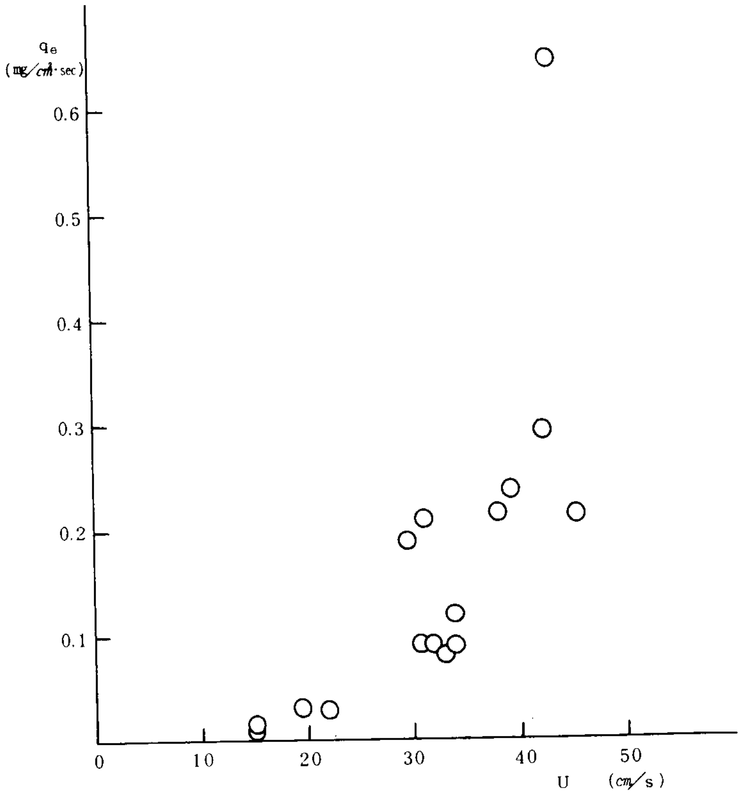


図 4. 49 開水路における平均流速とまきあげ速度との関係

実験は長さ 1 3.5 *m*，幅 1 6 cmの直線水路中間部分に段差を設け，泥を自然沈降によってしきつめて行なった。流速はプロペラ式流速計を用い，濃度は前述と同様の方法で計測した。平均流速とまきあげ速度との関係は図 4. 49 のようになった。開水路実験では底泥敷設区域が広いため，目視によるまきあげ限界の決定はたいへんむずかしくなる。そこでまきあげ量の少ない 4 つの実験の q_e とFを計算し，外そうにより $q_e = 0$ となるFを計算することにする。 その様子は図 4. 50 に示されている。 これより求められたFの値は 0.2 4 であり，ビーカー実験で求めたものとほ

ぼ一致している。少ない実験結果から求めたため断定はできないが，以上のことから式（4.3.19）は開水路においても適用できると考えられる。

(5) まとめ

4.3.1，4.3.2では底泥のまきあげ速度について検討した。その結果まきあげ限界付近では挙動が複雑で理論式との一致は見出せなかった。ここでは底泥の限界掃流力について実験を行ない，3.5での理論的考察の固液境界面への適用可能性を検討した。

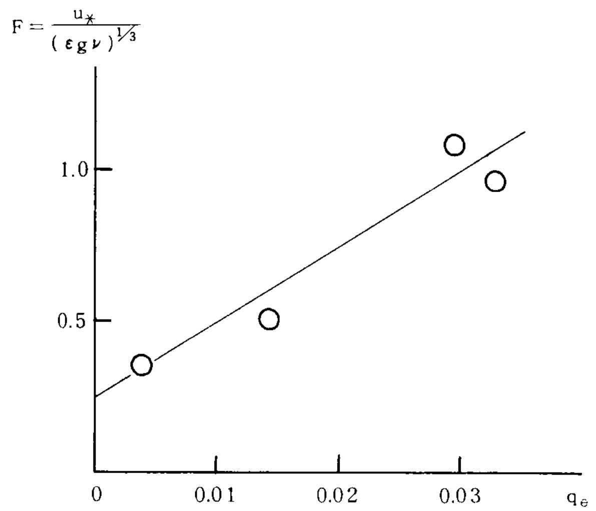


図 4.50　開水路におけるF値

ビーカー実験の結果，泥を密度流的にとり扱って3.5において導いたパラメータ $F=u_*/(\varepsilon g\nu_2)^{1/3}$ により，種々の性質をもつ泥の限界掃流力が統一的に評価できることがわかった。泥の限界掃流力を与えるFの値として0.25を得た。淡塩水の混合においても泥とほぼ同じ値を示した。このことより，含水率の高い底泥のまきあげの，密度流としての取り扱いの有効性が示された。F＝0.25は開水路における実験においても検証された。

堆積時間の限界掃流力に及ぼす影響は泥の凝集性によることが定性的に確かめられた。

4.4　実験的考察のまとめ

この章では，前章において理論的考察より得た結果，すなわち表3.2，表3.3に列挙された事項について実験を行なって考察を加え，従来区別して扱われてきた種々の境界面における水質指標物質の移動に関する統一的なとり扱いの妥当性を検討した。

表3.2は境界面の運動特性こそが物質移動に直接関与する因子であると考えて導いた結果である。境界面の局所的な破壊がおこっていないときには，境界面の運動が表面更新率に密接に関与しており，表面更新モデルによって物質移動が定量化されることが気液境界面の実験結果より示された。さらに砕波がおこっている場合には，水面変動の高周波成分が酸素吸収に関与していることがわかった。

淡塩水二層流の混合については従来のKeuleganによる平均速度と混入速度の関係が認められた。また連行係数は内部Froude数やReynolds数により一応のまとまりを見た。さらに表3.2にしたがって内部波の高周波成分と混入速度との関係を求めたところ，気液境界面の場合に得られた傾向とのよい一致を見た。

底泥のまきあげ速度については，境界面の変動特性を直接計測することは困難であるため，表3.2

中に示された式で整理した。その結果は，まきあげの限界付近ではデータのばらつきが見られるものの，それ以上の領域では波運動による実験においても，円型水槽における実験においても似た傾向が見られ，指数 k_2 についてはほぼ同様の値を得た。また堆積時間は限界掃流力に対して影響を及ぼすものの，まきあげ速度には関係しなかった。

二層間の力のバランスに基づいた表 3.3 に関しては，気液境界面においては Ψ が風波による酸素移動を定量化するパラメータであり，かつ物質移動限界を表示するパラメータとなり得ることを，従来の研究成果を整理しなおして示した。また液々境界面（淡塩水二層流の混合），固液境界面（含水率の高い汚泥のまきあげ）においては，同型の Ψ により物質移動限界が評価できることがわかった。さらに従来より淡塩水二層流の混合では Ψ はReynolds数に依存し，砂の掃流では Ψ は砂粒Reynolds数の関数となることがそれぞれKeulegan，Shieldsにより示されているのに対し，底泥のまきあげについては Ψ は堆積時間にともなう凝集力の影響を受けることを示した。

参　考　文　献

1　住友　恒・山田豊実・松岡　譲・栗山由彦：淡塩水二層流における水質混合について，土木学会第 21 回海岸工学講演会論文集，pp. 443 ～ 447，1974.

2　栗山由彦：境界面における水質混合に関する基礎的研究，京都大学卒業論文，1974.

3　中村　宏・稲松敏夫：神通川河口の塩水くさびについて，土木学会第 13 回海岸工学講演会論文集，pp. 295 ～ 301，1966.

4　須賀尭三・高橋　晃：淡塩二層流の連行係数，土木学会第 31 回年次講演会，1976.

5　室田　明・平田健正：成層密度流における内部波特性と混合機構について，土木学会第 22 回水理講演会論文集，pp. 107 ～ 112，1978.

6　今酒　誠・椿東一郎・小松利光：二層流境界面における内部波特性と連行現象，土木学会第 33 回年次講演会，1978.

7　Fofonoff, N. P.：Spectral characteristics of internal waves in ocean, Deep−Sea Research, Supplement to Vol. 16, pp. 58 ～ 71, 1969.

8　玉井信行・西村　司：成層流境界面における内部波及び混合の特性に関する一考察，土木学会第 17 回水理講演会論文集，pp. 32 ～ 37，1973.

9　住友　恒・栗山由彦：波動水面からの酸素吸収に関する一考察，土木学会第 30 回年次講演会，1975.

10　細井由彦・住友　恒・岩井重久：波動水面からの酸素吸収に関する研究，土木学会第 13 回衛生工学研究討論会論文集，pp. 25 ～ 30，1977.

11　細井正延・石田　昭・井本久仁吉：溶存酸素量に及ぼす波浪の影響について，土木学会第 23 回

海岸工学講演会論文集，pp. 549 ～ 552，1976.

12 Downing, A. L. and G. A. Truesdale：Some factors affecting the rate of solution of oxygen in water, Jour. of Applied Chemistry, Vol. 5, pp. 570 ～ 581，1955.

13 住友　恒・石橋道生・栗山由彦：波運動による底泥物質の掃流現象に関する基礎研究，土木学会第22回海岸工学講演会論文集，pp. 367 ～ 370，1975.

14 岸　力・加藤正進：二層流の風による混合に関する研究，土木学会第14回海岸工学講演会論文集，pp. 240 ～ 245，1967.

15 芦田和男・江頭進治：泥水密度流に関する基礎的研究，土木学会論文報告集第237号，pp. 37 ～ 50，1975.

16 須賀尭三・高橋　晃：塩水くさびに関する大型水路実験による二，三の考察．

17 住友　恒・松岡　譲・寺岡忠嗣：乱流下における水質物質の反応について，土木学会第29回年次講演会，1974.

18 Einstein, H. A. and Huon Li：The viscous sublayer along a smooth boundary, Trans. of ASCE, Vol. 123, pp. 293 ～ 317，1958.

19 村岡浩爾：流れによる底泥浮上と水質との関連，土木学会第18回水理講演会論文集，pp. 181 ～ 186，1974.

20 白谷　章：底泥の掃流現象に関する基礎的研究，京都大学卒業論文，1978.

21 細井由彦・白谷　章・住友　恒：底泥のまきあげに関する実験的研究，土木学会第33回年次講演会，1978.

22 細井由彦・住友　恒・岩井重久：底泥のまきあげに関する実験的研究(Ⅱ)，土木学会第15回衛生工学研究討論会講演集，pp. 28 ～ 32，1978.

23 細井由彦・住友　恒・井上頼輝：含水率の高い汚泥のまきあげについて，土木学会第34回年次講演会，1979.

24 沖野外輝夫：富栄養化調査法，講談社，pp. 46 ～ 54，1976.

25 岩垣雄一：限界掃流力の流体力学的研究，土木学会論文報告集第41号，1956.

5 結　　論

5.1 本研究の総括

本研究は近年話題となっている水質汚濁問題の解決のために必要となる，水域の境界面における物質の移動について検討を加えたものである。とくに水理学的な厳密さよりも水質指標物質の挙動の方に重点をおくとともに，従来個別的に取り扱われてきた気液・液々・固液の各境界面における物質移動を可能な限り統一的に扱うことを目ざし，各境界面における移動モデルの根本的な共通点までさかのぼって考察した。以下に得られた成果をまとめる。

第１章では，水質汚濁解析を行なう場合に注目するべき点について述べると同時に，水系水質の一次元解析法について検討した。その際流水中で水質指標物質が受ける種々の物理的・化学的・生物的作用のために，物質収支式は解析的な取り扱いが困難になることから，水理学的な厳密さにはやや欠けるところがあっても，水質について取り扱い易く，適切な精度が得られるような定量化手法の開発の重要性を指摘した。さらに水域の境界面における物質移動の簡便な表示法が重要であることを述べ，従来この種の研究が気液・液々・固液の各境界面についてどのような立場で考察されてきたかを説明し，これに対して本研究のとる基本的な立場を明らかにした。すなわち本研究では従来の研究とは異なり，境界面の運動特性こそが物質移動に直接関与する因子であると考え，これによって種々の境界面における物質移動を統一的に考察することが１つの目的であることを述べた。さらに統一的考察のもう一つの方法として，二層間の力のバランスからもアプローチすることを述べた。

第２章では，境界面における水質指標物質の移動に関する従来の研究成果について述べた。2.1では気液境界面の問題として，水系の再ばっ気に関する従来の研究を説明した。これらの研究は大きくわけて理論的なもの，次元解析的に実験式を求めるもの，実測結果から回帰式を求めたものに分けられる。理論的なものは，水面付近の乱れが再ばっ気に関与していると考えて，この乱れ特性から再ばっ気を定量化しようとするものである。この種の研究の多くは，再ばっ気に関与する乱れとしてKolmogoroffスケールの大きさの渦をとりあげていることが示された。次元解析的に実験式を求める立場や，実測結果から回帰式を求める立場などの研究では，再ばっ気に関与する因子として拡散係数・動粘性係数・水深・平均流速・摩擦速度・エネルギー勾配などを用いている。そして理論的な研究も実際の場に適用する場合には，これらマクロなパラメータを用いることになり，実験的なものと結果的には大差がないことが示された。

2.2では液々境界面として淡塩水二層流の混合をとりあげて従来の研究成果を検討した。まず粘性の効果を無視した二層流モデルの安定問題を紹介して検討した。つぎに粘性を考慮したKeuleganの研究を紹介するとともに，種々のKeulegan型の混入速度モデルを概観した。そして連行係数について混合距離の概念を用いた若干の考察を試みた。

2.3では固液境界面として凝集性をもった泥のまきあげについて研究成果を説明した。まず,いわゆるヘドロとよばれている粘着性をもった底泥物質の性質について述べた。続いて粘性土の浸食に関する研究を検討した結果,一般に細かい粒径のものの占める割合が増加するにつれて塑性指数が大きくなり，浸食に対する抵抗が大きくなることが明らかになった。これらまきあげの限界に関するものだけではなく，さらにまきあげ速度に関する研究についても説明を加えた。

第3章では，境界面における物質移動に関して理論的に考察を行なった。3.1では本研究で対象とする水質指標物質について，水質汚濁の見地からその意義を説明した。さらに種々の境界面の物理的な特徴を述べた。

3.2では，境界面が流体の運動を強く束縛する場合における物質移動について，従来のモデルを説明し，気液・液々・固液の各境界面に共通したviscous sublayerにおける物質移動表示式を示した後，各境界面の特性に応じた変形過程を述べた。さらに物質移動をよりよく説明するためのviscous sublayerモデルに対する，より実際的な改良モデルを検討した。

3.3では，密度境界面における水質指標物質の移動表示にあたって，境界面の運動特性に注目するのが適切であることを述べた。

3.4では，境界面の運動特性による物質移動の定量化について考察した。まず，淡塩水二層流における内部波特性と水質混合について考察し，水質混合と内部波の運動特性との関係を明らかにした。つぎに各境界面において境界面運動特性による物質移動速度の定量化を行なった。境界面の局所的な破壊が起こっていないときには，水面からの酸素吸収，及び淡塩水二層流の混合について表面更新モデルを基礎とした式を導いた。さらに砕波などの境界面の破壊がおこっている場合は，これに起因する波動運動特性による定量化を行なった。底泥のまきあげについては，表面更新モデルを応用することにしたが，境界面の運動特性の観測が困難なために，計測可能なパラメータを用いて定式化した。

3.5では，上層が運動しており，下層が静止しているような二層間の物質移動は，上層から下層への力と，下層における抵抗力とのバランスに依存すると考えて統一的な考察を行なった。すなわち，上層からの働きかけと下層の抵抗に関与すると考えられる全ての量による無次元パラメータを考えて，これを種々の境界面に応じて変形，適用した。その結果の一部として，従来から求められている淡塩水二層流におけるKeulegan数や，掃流砂における無次元限界掃流力なども導かれた。さらに粒径が小さく，粘着性が卓越する底泥のまきあげは,密度流の混合として取り扱い得る可能性を指摘した。

第4章では，境界面における物質移動に関する実験とその結果について述べた。4.1では，淡塩水二層境界面における塩分移動に関する実験について述べた。混入速度と上層平均流速に関してはKeuleganの結果と同様なまとまりを見るとともに，連行係数と各種パラメータとの間にも従来の研究に矛盾しない結果を得た。境界面付近の流速・濃度変動に関するスペクトル特性も従来の研究成果と同様の傾向であった。さらに内部波運動の高周波成分によって混入速度はよくまとめられ，3.4で求めた式とのよい一致を見た。

4.2では，波動運動をする水面からの酸素吸収に関する実験について述べた。単弦波の場合には波の周期が表面更新率に直接関与していることが示されるとともに，物質移動係数が波形勾配に比例することが明らかにされた。水面変動が複雑な形をしている場合にも，変動エネルギーが表面更新率に関与すると考えて3.4において導いた式が，妥当なものであることが示された。この両者より砕波のおこっていない水面では，水面変動特性が表面更新率に関係することが示された。しかし水深の影響については明確な結果は得られなかった。

砕波のおこっている場合には淡塩水二層流の場合と同様の高周波成分による表示でよくまとめられた。この表示式により造波器によって起こした波だけでなく，風波による酸素移動も同一にまとめられた。このことから境界面の運動特性から物質移動を評価すれば，種々の場における物質移動を統一的に考察できると言えよう。

3.5で導かれた無次元パラメータを風波による酸素移動について適用したところ，このパラメータにより物質移動限界や移動量をまとめうる可能性が示されたが，詳細については今後の課題として残された。

4.3では底泥のまきあげに関する実験について述べた。まず，波運動場及び円型水槽を用いた開水路場におけるまきあげ速度について検討した。底泥を水底に静置した堆積時間はまきあげ速度には影響を及ぼさないが，限界掃流力に影響を及ぼすことが明らかになった。まきあげ速度については3.4で導かれた式でうまくとめられたが，まきあげ限界付近では理論式から離れ，今後の検討課題として残された。

底泥の限界掃流力については3.5で導かれたパラメータにより，種々の性格をもつ底泥の限界掃流力が統一的に評価できることが明らかになった。さらに同じパラメータで密度流の混合限界も扱えることが示され，含水率の高い汚泥のまきあげは近似的に密度流として取り扱えることを指摘した。堆積時間の増加にともなって，まきあげ限界パラメータの値は，種々の泥により異なった特性を示しながら増加して行くが，これはそれぞれの泥の凝集性の違いによるものであることが定性的に明らかにされた。

以上本論文では，水域の境界面における水質指標物質の移動について，従来それぞれの境界面において個別に扱われてきたものを，統一的な立場から考察することを目ざして研究を進めてきた。その目的のために物質移動モデルを扱う場合の根本的な立場への立ち返りを行なうと同時に，水質混合の面に重点をおき，水理学的には若干疑問の残る仮定なども導入した。しかし現実に水質汚濁の問題に対処しようとする場合，それぞれの境界面からの物質の出入りを，バランスのとれた精度で扱いやすい形で表示することも，衛生工学的な立場からは重要であると考えられる。第3章で行なった理論的考察の結果は第4章に示された実験により検証され，本研究の一応の目的は達せられたと考えられる。しかし現実の場へどのように適用するかという点，さらに本研究の立場の妥当性などについては，水質水理学が純粋な水理学から独立してどのような基本姿勢に立って行くべきかの議論とも合せて，今後検討を重ねていくべき問題点として残されている。

5.2 謝　　辞

本論文は著者が京都大学大学院に在学中に行なった研究成果をまとめたものである。本研究の開始にあたっては，京都大学工学部衛生工学科末石冨太郎教授(現大阪大学環境工学科教授)の御指導をいただき，続いて博士課程在学中は，京都大学工学部衛生工学科岩井重久教授(現京都大学名誉教授)の御指導をいただきました。深く感謝いたします。

京都大学工学部衛生工学科井上頼輝教授には，著者が放射線衛生工学講座助手在職中に御指導いただくとともに，論文作成にあたり種々便宜をはかっていただきました。厚く謝意を表します。

著者が京都大学工学部衛生工学科水道工学講座に配属になって以来七年間，同講座の住友恒助教授(現教授)には，研究着手から論文完成まで一貫して御親切な御指導をいただきました。さらに先生には日々の研究に対する姿勢等多くの御教示をいただきました。厚く御礼申し上げます。

京都大学衛生工学科水道工学講座の松本忠生助手・松岡譲助手には研究進行上の種々適切なアドバイスをいただき，ありがとうございました。論文作成中便宜をはかっていただいた同放射線衛生工学講座・森澤真輔助教授・古市徹助手，徳島大学工業短期大学部・村上仁士助教授にもお礼申し上げます。

類似したテーマで研究されていた，同級生寺岡忠嗣君(現労働省)との議論は大変有益なものでした。さらに水道工学講座の皆様には実験にあたり多くの御協力をいただきました。とくに4.2に関しては浜田良和君(現宮崎県)，4.3に関しては大学院生白谷章君から全面的な御協力をいただきました。ここに感謝いたします。