

土の変形・強度特性と地盤の  
変形解析への適用に関する研究

1980年10月

中 井 照 夫

# 土の変形・強度特性と地盤の 変形解析への適用に関する研究

1980年10月

中 井 照 夫

## まえがき

Terzaghi(1883-1963)は、有効応力に基づいて土の力学挙動を考えれば、その変形・強度特性を理論的に取り扱えることを教えてくれた。しかし有効応力で土の挙動を考えても、土自身が持っている物性の複雑さのため、現在その変形・強度特性を統一的に規定するところまでは至っていない。したがって実際の地盤や土構造物の設計の多くは、その安定性を論じるときは土を剛塑性体と仮定し、圧密による沈下や地盤内応力を論じるときは土を弾性体と仮定し、地中の透水性を論じるときは土を空孔をもった剛体と仮定しているように、同一の土であっても場合に応じて異なる材料のように考えているのが現状である。ところが、近年有限要素法に代表される境界値問題の数値解析法の発達によって、土要素としての材料特性がわかれば、土質工学上の諸問題は境界値問題として同様の手法で解けるようになってきた。その結果、土の複雑な変形・強度特性を統一的に説明できる力学モデル(構成式)を作ることが土質力学の研究者に課せられた最重要課題となっている。

本論文の目的は、このような現在の土質力学の位置付けに基づいて、種々の応力条件下の土の応力・ひずみ関係を定量的に規定し、それを実際の地盤や土構造物の応力・変形解析に適用することにある。第Ⅰ編では、土は本質的には摩擦則に従う粒状性材料であるという立場から土の力学挙動について考察し、3主応力下の土の応力・ひずみ関係式や破壊規準を提案している。そしてこれらの妥当性を種々の応力経路下の土の要素試験によって検証している。第Ⅱ編では、第Ⅰ編で提案されている応力・ひずみ関係式や破壊規準を用いて支持力問題、土圧問題、盛土基礎地盤の変形問題の応力・変形解析を行ない、その解析結果を従来の安定解析法による結果や現場実測値と比較・検討している。

# 目 次

## 第I編 土の応力・ひずみ関係

第1章 序 論 .....	1
1-1 概 論 .....	1
1-2 既往の研究 .....	2
第2章 せん断時の土の応力・ひずみ関係 .....	9
2-1 概 説 .....	9
2-2 空間滑動面 (SMP) .....	10
2-3 空間滑動面に基づいた従来の応力・ひずみ関係式 .....	11
2-4 2次元粒状体モデルによる従来の応力・ひずみ関係式の 考察と新たに導入するひずみ増分量の定義 .....	13
2-5 空間滑動面に基づいた新たな応力・ひずみ関係式 .....	16
2-6 砂の実験装置および実験方法 .....	19
2-6-1 砂 試 料 .....	19
2-6-2 実験装置および実験方法 .....	20
2-7 砂の実験データによる検証 .....	23
2-7-1 実験の応力径路 .....	23
2-7-2 空間滑動面上の応力・ひずみ関係の検証 .....	24
2-7-3 主応力・主ひずみ関係の検証 .....	32
2-8 粘土の実験装置および実験方法 .....	37
2-8-1 粘土試料 .....	37
2-8-2 実験装置および実験方法 .....	38
2-9 粘土の実験データによる検証 .....	40
2-9-1 実験の応力径路 .....	40
2-9-2 空間滑動面上の応力・ひずみ関係の検証 .....	40
2-9-3 主応力・主ひずみ関係の検証 .....	42
2-10 空間滑動面に基づいた土の破壊規準 .....	44
2-11 異方性土の強度特性に関する考察 .....	48
2-12 ま と め .....	50

第3章 圧密時および任意応力径路下の土の応力・ひずみ関係 .....	52
3-1 概 説 .....	52
3-2 せん断時と異方圧密時の土のダイレイタンスー特性 .....	52
3-3 圧密時の土の応力・ひずみ関係式 .....	55
3-4 任意応力径路下の土の応力・ひずみ関係式 .....	58
3-5 実験の応力径路と土質パラメータの決定 .....	59
3-6 圧密時の応力・ひずみ関係式の検証 .....	61
3-7 任意応力径路下の応力・ひずみ関係式の検証 .....	64
3-7-1 砂の実験データによる検証 .....	64
3-7-2 粘土の実験データによる検証 .....	70
3-8 ま と め .....	72
第4章 結 論 .....	74
参 考 文 献 .....	77
<b>第Ⅱ編 土の応力・ひずみ関係に基づいた地盤の応力・変形解析</b>	
第5章 序 論 .....	81
第6章 土の応力・ひずみ関係の一般表示と支持力問題の有限要素解析 .....	83
6-1 概 説 .....	83
6-2 土の応力・ひずみ関係の一般表示 .....	83
6-3 有限要素法による解析の方針 .....	93
6-3-1 解析の方針 .....	93
6-3-2 要素試験の解析による解の検討 .....	95
6-4 モデル地盤による支持力問題の解析 .....	102
6-5 ま と め .....	109
付 録 .....	111
第7章 壁面摩擦および壁体の変形様式を考慮した 土圧問題の有限要素解析 .....	113
7-1 概 説 .....	113
7-2 不連続面の有限要素解析 .....	113
7-2-1 ジョイント要素による境界面の解析法 .....	113

7-2-2	境界面の摩擦特性を考慮したジョイント要素	116
7-3	壁面摩擦および壁体の変形様式を考慮した土圧問題の解析	119
7-3-1	土圧問題の解析の方針	119
7-3-2	主働土圧問題の解析	120
7-3-3	受働土圧問題の解析	131
7-4	ま と め	140
第8章	間隙水圧の消散を考慮した盛土基礎地盤の有限要素解析	142
8-1	概 説	142
8-2	非排水時および間隙水圧の消散過程の解析法	142
8-3	盛土荷重を受けた2層地盤の応力・変形解析	146
8-3-1	解析対象地盤と解析の方針	146
8-3-2	土質パラメータの決定と排水時および 非排水時における応力・ひずみ関係式の検討	148
8-3-3	盛土基礎地盤の解析結果と現場実測値の比較	155
8-4	ま と め	160
第9章	結 論	162
	参 考 文 献	165
	謝 辞	168

## 第 II 編

土の応力・ひずみ関係に基づいた  
地盤の応力・変形解析

# 第 1 章 序 論

## 1-1 概 論

近年、有限要素法等の解析法の発達と電子計算機の普及により、複雑な境界条件下の地盤や土構造物の応力・変形解析が可能となってきた。応力・変形解析を行なうにあたり、最も重要な課題は上の挙動を統一的に説明できる一般的な土の応力・ひずみ関係式を規定することと考えられる。そして、Roscoe 以後土の一般的な応力・ひずみ関係式を求めるべく多くの研究が活発になされてきている。ここで一般的な応力条件というのは、本来上要素に任意の 3 次元応力が作用することを意味するが、そのような条件下の土の応力・ひずみ関係を初めから一般性を持たせて考えることは非常な困難が伴う。したがって、多くの研究は応力条件をある程度限定することによって、応力・ひずみ関係式の式示を試みているようである。

図 1-1 は 3 次元主応力空間内の 2 つの平面を示したものである。ここに、面  $\alpha$  は静水圧軸 (space diagonal) を含むある平面 (例えば Rendulic 面) を、面  $\beta$  は静水圧軸に垂直な平面 ( $\pi$  面) を表わしている。さて、従来からの任意応力径路下の土の応力・ひずみ関係に関する研究

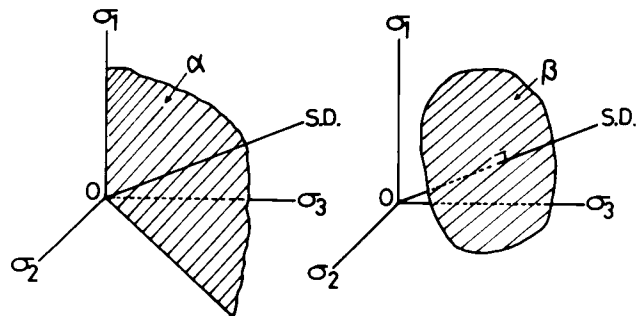


図 1-1 3 次元主応力空間内の面  $\alpha$  と面  $\beta$

(例えば Roscoe らの Cambridge 学派の研究など) は面  $\alpha$  上での種々の応力径路下 (多くのものは三軸圧縮条件下) の土の挙動について議論をしている。一方、3 主応力を独立に制御できる試験機の開発とともに面  $\alpha$  以外の応力径路下の土の挙動についての研究も活発に行なわれるようになってきたが、ここで対象としているのは 3 主応力下の土のせん断特性であり、主に面  $\beta$  上の議論ということになる。しかし実際の地盤においては、地盤中の土要素の応力径路が面  $\alpha$  や面  $\beta$  に限られることなく、主応力空間内の任意の径路となる。ゆえに、土の応力・ひずみ関係に関する研究は、主応力空間内での任意の応力径路下の土の挙動が説明可能になった時、その工学的意義が大きくなるといえよう。

さて、土質力学の分野では一般に平均主応力一定のもとで応力比が変化する場合の土の挙動をせん断現象と呼び、応力比一定のもとで平均主応力が変化する場合の土の挙動を圧



密現象と呼んでいる。第 I 編の本論は 2 つの章（第 2 章，第 3 章）より成り立っているが，第 2 章においては 3 主応力下の土のせん断挙動を統一的に説明することを試み，第 3 章においては 3 主応力下の土の圧密挙動およびせん断・圧密両現象を含む任意応力径路下の土の変形挙動を統一的に説明することを試みる。第 I 編（第 2 章，第 3 章）の構成を述べると以下の様になる。

第 2 章では，土は本質的には摩擦側に従う粒状性材料であるという考えより，3 次元空間内に空間滑動面（Spatial Mobilized Plane, 略称 SMP）なる面を提案し，この面上のせん断・垂直応力比と SMP に基づいたひずみ増分量の間に応力条件にかかわらないユニークな関係が存在するを見出し，せん断時の応力・ひずみ関係式を規定する。そして，この応力・ひずみ関係式が 3 主応力下の土のせん断変形挙動を妥当に説明できることを，砂や粘土を試料とした三軸圧縮，三軸伸張，多軸試験（3 主応力制御試験）結果によって検証する。さらに，空間滑動面（SMP）上のせん断・垂直応力比が一定値になると土は破壊するとして，3 次元応力下の破壊規準を提案し，この規準の妥当性についても実験データにより検証する。

第 3 章では，まずせん断時と異方圧密時の土のダイレイタンスー特性が類似していることに着目し，3 主応力下の圧密時の応力・ひずみ関係式を規定する。次に，任意応力径路下のひずみ増分は第 2 章のせん断によるひずみ増分とこの圧密によるひずみ増分の重ね合わせで表現できるとして，3 主応力下の一般的な応力・ひずみ関係式を規定する。そして，これらの圧密時や任意応力径路下の応力・ひずみ関係式の妥当性も三軸圧縮，三軸伸張，多軸試験結果により検証する。さらに，非排水時の土の変形・強度特性にも検討を加える。

以上述べてきたように，第 I 編ではまず，図 1-1 の面  $\beta$  上の応力径路下の土の変形・強度特性を定量的に規定し（第 2 章），次にそれを面  $\beta$  以外の種々の応力径路下へと拡張している（第 3 章）が，これらの考え方の基本となっているのは，空間滑動面（SMP）に基づく概念である。

また本論文第 II 編では，第 I 編の成果に基づいて実際の地盤の応力・変形解析を行なう。

## 1-2 既往の研究

土の応力・ひずみ関係を定量的に規定しようとする研究は，その方法論によって 2 つに大別されることが多い。1 つは Roscoe らの Cambridge 学派に代表される土を連続体として扱う方法（連続体理論）であり，もう 1 つは Rowe に代表される土を粒子の集合体として見る方法（粒状体理論）である。ここでは，本論文中でその内容について触れている研究や参考に行っている研究を中心に，既往の研究をこの分類に従って述べる。

## (1) 連続体理論

土がフックの弾性体理論で説明できないことは、土特有のダイレイタンスー特性などを見れば明らかである。したがって、連続体理論に基づく多くの研究は、弾塑性論に基づいている。さて、一般に弾塑性論では全ひずみ増分は弾性ひずみ増分と塑性ひずみ増分の和として表わされる。そして、塑性ひずみ増分は降伏条件、塑性ポテンシャル、ひずみ硬化関数を規定することにより求められる。

Roscoe<sup>1),2)</sup>らのCambridge学派はDruker・Prager<sup>3)</sup>の研究を引き継ぎ、Henkel<sup>4)</sup>らの行なった系統的な粘土の三軸試験結果を参考にして、土のせん断・圧密挙動を統一的に説明できる力学モデルを作った。彼らのモデルの特徴を述べると、

- 1) 降伏関数は space diagonal に関して軸対称の形をしている等方ひずみ硬化モデルである。また降伏関数と塑性ポテンシャルが一致する associated flow rule が成り立つ。
- 2) 塑性ひずみが生じる時には  $(q, p, e)$  間に一義的な関係が成立する。(ここに、 $e$  は間隙比であり、 $q, p$  は三軸圧縮状態では軸圧  $\sigma_a$ 、側圧  $\sigma_r$  を用いて  $q = \sigma_a - \sigma_r$ 、 $p = (\sigma_a + 2\sigma_r)/3$  で表わされる。) これは塑性体積ひずみ  $\epsilon_v^p$  が応力径路に依存しない状態量となることを意味する。また、彼らのモデルでは応力比  $q/p$  が変化しない異方圧密時は、等方圧密時と同じ勾配  $C_c$  (圧縮指数) なる  $e \sim \log_{10} p$  関係を満足する。
- 3) 塑性ひずみ増分の方向については、エネルギー消散式から次式で示される応力比  $\sim$  ひずみ増分比関係式が成立する。

$$\frac{q}{p} = M - \frac{d\epsilon_v^p}{d\gamma^p} \dots\dots\dots (1-1)$$

ここに、 $d\gamma^p = \frac{2}{3}(d\epsilon_a^p - d\epsilon_r^p)$  (三軸圧縮状態) である。そして、せん断の最終状態では  $d\epsilon_v^p/d\gamma^p = 0$ 、 $q/p = M$  なる限界状態 (critical state) になる。また、正八面体面 (oct 面) 上での塑性ひずみ増分  $d\gamma_{oct}^p$  の方向は、せん断応力  $\tau_{oct}$  の方向に一致する (塑性ポテンシャルも space diagonal に関して軸対称である)。

次に、Roscoe 以後の連続体理論に基づく研究についてそのアウトラインを述べる。太田<sup>5)</sup>は柴田<sup>6),7)</sup>らが見出したダイレイタンスー係数に着目して、最終的にはこの Roscoe らのモデルと同じ形式の弾塑性モデルを提案している。さらに太田<sup>5),8)</sup>らはこのモデルを異方性(応力履歴による異方性)を有する土にも適用できるように拡張している。

さて、Roscoe らのモデルでは応力径路に依存しない状態量として、塑性体積ひずみ  $\epsilon_v^p$

を考えているが、龍岡<sup>9)</sup>は種々の応力径路下の砂の三軸試験を行ない、せん断ひずみ  $\gamma = \epsilon_a - \epsilon_r$  が応力径路に依存しない事を示している。また、Poorooshasb<sup>10)</sup>他や龍岡<sup>9)</sup>は砂の場合 Roscoe らの降伏関数と塑性ポテンシャルが一致するという仮定は成立しない事を明らかにしている。

Pender<sup>11)</sup>は複数の降伏条件や、塑性ポテンシャルを考慮することにより、正規圧密粘土および過圧密粘土を含めた統一的な応力・ひずみモデルを提案している。Prévost<sup>12)</sup>は等方ひずみ硬化則と移動ひずみ硬化則を組み合わせることにより、非排水条件下でくり返し応力を受ける土の応力・ひずみモデルを提案している。さらに、時間効果を取り込んだ弾粘塑性モデルが足立・岡野<sup>13)</sup>、関口<sup>14)</sup>によって提案されている。ところで、これらのモデルは主に三軸試験を中心に組み立てられてきたため、中間主応力等の影響を直接には考慮していない。Lade・Duncan<sup>15)</sup>は、砂を試料とした種々の多軸試験（3主応力制御試験）を行なうことにより、中間主応力を考慮した弾塑性モデルを提案している。

以上述べてきたように、連続体理論に基づく研究の多くは、土のせん断および圧密挙動を統一的に説明できる応力・ひずみモデルを定式化することを目的としているといえよう。

## (2) 粒状体理論

Rowe<sup>16),17)</sup>は等大径からなる規則配列の2次元粒状体について、力のつり合い条件と変位の適合条件から応力比と接点角とひずみ増分比間の関係式を誘導し、エネルギー比最小原理を仮定することにより、次式で示されるストレス・ダイレイタンス式を誘導した。

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_3} = \left(1 - \frac{d\epsilon_v}{d\epsilon_1}\right) \cdot \tan^2\left(45^\circ + \frac{1}{2}\phi_\mu\right) \quad \dots\dots\dots (1-2)$$

( $\phi_\mu$ : 粒子間摩擦角)

さらに、式(1-2)の関係が砂のような不規則配列の場合にも適用できるとして、次式で与えられる主応力比  $\sigma_1/\sigma_3 \sim$  主ひずみ増分比  $d\epsilon_3/d\epsilon_1$  関係式を得ている。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\sigma_1}{\sigma_3} &= -2 \cdot \frac{d\epsilon_3}{d\epsilon_1} \cdot K && \text{(三軸圧縮条件)} \\ \frac{\sigma_1}{\sigma_3} &= -\frac{1}{2} \cdot \frac{d\epsilon_3}{d\epsilon_1} \cdot K && \text{(三軸伸張条件)} \\ \frac{\sigma_1}{\sigma_3} &= -\frac{d\epsilon_3}{d\epsilon_1} \cdot K && \text{(平面ひずみ条件)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1-3)$$

ここに,

$$K = \tan^2 \left( 45^\circ + \frac{1}{2} \phi_f \right)$$

$\phi_f$  は応力状態などにより,  $\phi_\mu \leq \phi_f \leq \phi_{cv}$  ( $\phi_{cv}$ : 限界間隙比状態における  $\phi$ ) の間の値をとる。また, Horne<sup>18)</sup>はこの Rowe のストレス・ダイレイタンシー式が妥当であることを理論的に明らかにし, 粒状体のひずみを厳密な形で式示した。

小田<sup>19)~22)</sup>は, 三軸圧縮条件下の砂の粒子構造の変化を, 供試体の薄片を顕微鏡で観察することにより調べた。そして, 初期構造の異方性が砂の変形・強度特性におよぼす影響や, 変形に伴う構造の変化を定量的に述べている。また Rowe のストレス・ダイレイタンシー式と類似の応力比~ひずみ増分比関係式を提案し, この関係式が初期構造の異方性の影響を受けないことを示している。

最上<sup>23)</sup>は, 粒状体の状態がその間隙比の平均値と偏差によって支配されるという考えをもとに統計論的に考察し, 粒状体の間隙比と内部摩擦角の関係などを得ている。

村山<sup>24)~26)</sup>は, 偏差応力を受けた弾性状態および塑性状態における砂の応力・ひずみ関係式を, 粒子の滑動に対する統計力学的な考察から誘導している。

次に, 本研究でもその基本式を用いて, 概念を参考している松岡<sup>27)~30)</sup>の研究について少し具体的に述べる。

松岡は, アルミ棒あるいは光弾性材料の棒の積層体を用いて, 一面せん断および単純せん断試験を行ない, 粒子間力, 粒子間摩擦, 粒子接点角などを潜在すべり面上のせん断抵抗を支配する微視的要因として考察した。そして, せん断によって変化する潜在すべり面上の粒子接点角の変化を, その度数分布形の変化として表現し, 粒子接点角の平均値  $\bar{\theta}$  によって, せん断による粒子構造の変化を評価した。さらに, このような観点から以下に述べる 2次元粒状体の潜在すべり面上のせん断時の応力・ひずみ関係式を誘導している。

まず, 潜在すべり面上のせん断・垂直応力比  $\tau/\sigma_N$  を, 潜在すべり面上の粒子接点でのつり合いを統計的に処理することによって, 次式のように粒子接点角の平均値  $\bar{\theta}$  と関係づけている。

$$\frac{\tau}{\sigma_N} = \lambda \cdot \bar{\theta} + \mu \quad \dots\dots\dots (1-4)$$

ここに,  $\mu$  は潜在すべり面上で実際に発揮されている粒子間摩擦係数の平均値に相当し,  $\lambda$  は  $\mu$  の値によって決まる 1.0~1.5 の係数である。一方, 潜在すべり面上のひずみ増分

については、潜在すべり面上の土粒子の滑動方向が、潜在すべり面上のひずみ増分方向に一致するとして、次の関係式を導びいている。

$$\frac{d\varepsilon_N}{d\gamma} = -\tan\bar{\theta} \quad \dots\dots\dots (1-5)$$

そして、式(1-4)、(1-5)より次式で示される応力比  $\tau/\sigma_N \sim$  ひずみ増分比  $d\varepsilon_N/d\gamma$  関係式を得ている。

$$\begin{aligned} \frac{\tau}{\sigma_N} &= \lambda \cdot \bar{\theta} + \mu \\ &= \lambda \cdot \arctan\left(-\frac{d\varepsilon_N}{d\gamma}\right) + \mu \\ &\simeq \lambda \cdot \left(-\frac{d\varepsilon_N}{d\gamma}\right) + \mu \quad \dots\dots\dots (1-6) \end{aligned}$$

また、潜在すべり面上の応力比  $\tau/\sigma_N$  とひずみ比  $\varepsilon_N/\gamma$  の間に次の関係式が成立するとしている。

$$\frac{\tau}{\sigma_N} = \lambda \cdot \left(-\frac{\varepsilon_N}{\gamma}\right) + \mu' \quad \dots\dots\dots (1-7)$$

ここに、 $\mu'$ も通常の粒子構造のもとでは、試料が決まればほぼ一定となる係数である。ここで、式(1-6)、(1-7)を合わせて微分方程式を解けば、潜在すべり面上のせん断ひずみ増分  $d\gamma$  および垂直ひずみ増分  $d\varepsilon_N$  は次式で与えられる。

$$d\gamma = \frac{\gamma_0}{\mu' - \mu} \cdot \exp\left(\frac{\tau/\sigma_N - \mu}{\mu' - \mu}\right) \cdot d(\tau/\sigma_N) \quad \dots\dots\dots (1-8)$$

$$d\varepsilon_N = \frac{\mu - \tau/\sigma_N}{\lambda} \cdot d\gamma \quad \dots\dots\dots (1-9)$$

以上は2次元粒状体の一面せん断試験や単純せん断試験のように、あらかじめせん断面(潜在すべり面)が決められている時の応力・ひずみ関係式である。次に、2次元粒状体に最大主応力  $\sigma_1$ 、最小主応力  $\sigma_3$  が作用した時、平均的に粒子が最も滑動しやすい面は、図1-2に示される  $(\tau/\sigma_N)_{max}$  面になると考えられている。この  $(\tau/\sigma_N)_{max}$  面は<sup>24)</sup> 村山、<sup>28)</sup> 松岡によって、最大稼働面あるいは滑動面(Mobilized Plane)と呼ばれるものである。そして、上

述の潜在すべり面上の応力・ひずみ関係式 (式 (1-6)~(1-9)) が、この図 1-2 の滑動面上でも成立すると考え、2次元粒状体に2主応力  $\sigma_1$ ,  $\sigma_3$  が作用する時の主応力・主ひずみ関係式を導びいている。

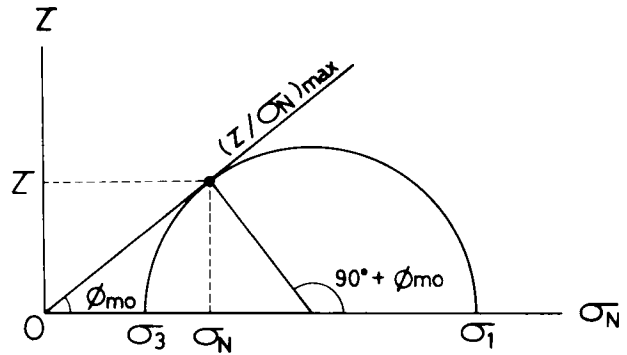


図 1-2 Mohr の応力円で表わした  $(\tau/\sigma_N)_{max}$  面 (滑動面) (村山<sup>24)</sup> による)

$$\left. \begin{aligned}
 \epsilon_1 &= \frac{r_0 \cdot \exp\left(-\frac{\mu}{\mu' - \mu}\right)}{2} \cdot \exp\left\{\frac{X'}{2(\mu' - \mu)}\right\} \cdot \left\{\frac{X'^2}{8} + \right. \\
 &\quad \left. \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{\lambda} - \frac{\mu' - \mu}{2}\right) \cdot X' + (\mu' - \mu)^2 - (\mu' - \mu) + \frac{2\mu'}{\lambda} + 1\right\} \\
 &= f(\sigma_1/\sigma_3) \\
 \epsilon_3 &= \frac{r_0 \cdot \exp\left(-\frac{\mu}{\mu' - \mu}\right)}{2} \cdot \exp\left\{\frac{X'}{2(\mu' - \mu)}\right\} \cdot \left\{-\frac{X'^2}{8} + \right. \\
 &\quad \left. \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{\lambda} + \frac{\mu' - \mu}{2}\right) \cdot X' - (\mu' - \mu)^2 - (\mu' - \mu) + \frac{2\mu'}{\lambda} - 1\right\} \\
 &= g(\sigma_1/\sigma_3)
 \end{aligned} \right\} \dots (1-10)$$

(ここに,  $X' = \sqrt{\sigma_1/\sigma_3} - \sqrt{\sigma_3/\sigma_1}$ )

さらに、実際の土のように  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$  なる3次元応力状態では、図 1-3 に示すような3つの滑動面を考えた。この3つの滑動面はそれぞれ各2主応力間 ( $\sigma_1$  と  $\sigma_2$ ,  $\sigma_2$  と  $\sigma_3$ ,  $\sigma_1$  と  $\sigma_3$ ) でせん断・垂直応力比が最大となる面であり、第3の主応力軸に対しては平行な面となっている。そして、3主応力 ( $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ ) の各主応力比  $\sigma_1/\sigma_3$ ,  $\sigma_2/\sigma_3$ ,  $\sigma_1/\sigma_2$  に対して、それぞれ式 (1-10) が成立し、かつひずみの線形の重ね合わせが成り立つものとして、3主応力下の土の主応力比・主ひずみ関係式を与えた。

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_1 &= f(\sigma_1/\sigma_3) + f(\sigma_1/\sigma_2) \\ \varepsilon_2 &= f(\sigma_2/\sigma_3) + g(\sigma_1/\sigma_2) \\ \varepsilon_3 &= g(\sigma_1/\sigma_3) + g(\sigma_2/\sigma_3) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1-11)$$

そして、このように各2主応力軸間で形成される3つの滑動面に着目して、3主応力下の土の応力・ひずみ関係式を規定する概念を複合滑動面 (Compounded Mobilized Plane, 略称CMP) の概念と名付けている。

以上述べたように、粒状体理論に基づく研究の多くは、土のせん断挙動に限られている場合が多く、統一的な応力・ひずみ関係式の式示というよりは、そのメカニズムの求明の方に重点を置いているといえよう。

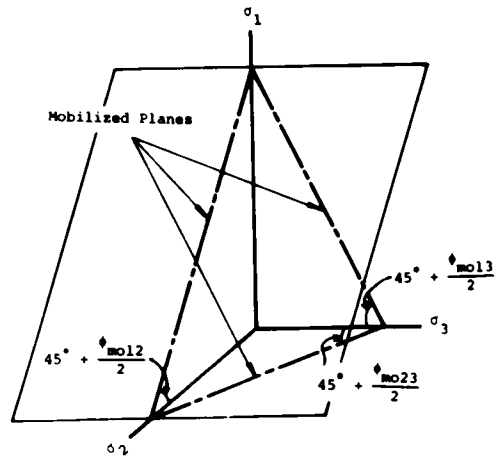


図1-3 3次元空間における3つの滑動面 (松岡<sup>28)</sup>より引用)

## 第2章 せん断時の土の応力・ひずみの関係<sup>31)~33)</sup>

### 2-1 概 説

本章では、既往の研究で述べた松岡の研究をさらに発展させることにより、3主応力下の土のせん断挙動について、その変形・強度特性を統一的に説明することを目的とする。本章の概要を節に従って以下に述べる。

まず、松岡による複合滑動面(CMP)の概念を発展させ、新たに3次元空間内に空間滑動面(SMP)なる面を提案する(2-2節)。そして、このSMP上で松岡による滑動面上の応力・ひずみ関係式が成立すると考え、3主応力下の土の応力・ひずみ関係式を提案する(2-3節)。この応力・ひずみ関係式によれば、平均主応力一定条件下の種々のせん断変形挙動をかなり説明することができるが、厳密に検討すれば、理論値と実測値の間には傾向をもった差異がみられ、まだ3主応力下の土のせん断特性を十分統一的に説明できているといえない。したがって、2-4節では、2次元粒状体について滑動面上の応力・ひずみ関係式の誘導過程に立ち戻って考察し、新たなひずみ増量分を導入することにより、新たに応力・ひずみ関係式を提案する。そして、実際の土のように3主応力が作用する場合には、この新たな関係式が空間滑動面(SMP)上で成立すると考え、3主応力下の新たな応力・ひずみ関係式を提案する(2-5節)。(なお、2-3節の応力・ひずみ関係式を本論文では、SMPに基づく従来の応力・ひずみ関係式と名付ける。)

次に、2-5節で提案した応力・ひずみ関係式が、3主応力下のせん断時の変形特性を統一的に説明できることを、砂や粘土を試料とする三軸圧縮、三軸伸張、多軸試験結果によって検証するとともに、既往の理論やSMPに基づく従来の関係式との比較を行なう(2-7節、2-9節)。また、2-6節、2-8節では、砂や粘土の三軸試験や多軸試験の実験方法について述べる。

2-10節では、空間滑動面上のせん断・垂直応力比がある一定値になると土が破壊するものとして、3主応力下の新たな破壊規準を提案する。そして、この規準の妥当性を実験データにより検証する。

2-10節までは、初期構造の異方性がない場合について論を進めているが、2-11節では、初期構造の異方性がある土のダイレイタンシー特性や強度特性について考察を行なう。

なお、本章において応力はすべて有効応力を意味するものとする。



36)~38)  
**2-2 空間滑動面 (SMP)**

いま相異なる3主応力 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  ( $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ ) が作用する場合, Mohrの応力円は図2-1のように3個描ける。この図において, 3個の応力円に原点から直線が接する点に着目すると, これら3点は各2主応力間においてせん断・垂直応力比が最大の面に対応する。これら3つの面を3次元空間に表示すると図2-2のAC, AB, BCとなる。ここに, I, II, III軸は各々 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ の作用する方向を表わす。これら3つの面はそれぞれ各2主応力間で平均的に土粒子が最も滑動しやすい面(滑動面)を表わしており, 松岡による複合滑動面(Compounded Mobilized Plane)の概念とはこれら3つの滑動面に着目して3主応力下の土の挙動を説明しようとするものである。ここでは, さらにこれら3個の滑動面の合成面である面ABCに着目し, これを空間滑動面(Spatial Mobilized Plane, 略称SMP)と定義する。ここで, 空間滑動面(SMP)は, 主応力の作用方向を3軸とした3次元空間において平均的に土粒子が最も滑動しやすい面と考えられる。なおSMPが3軸を切る点は,

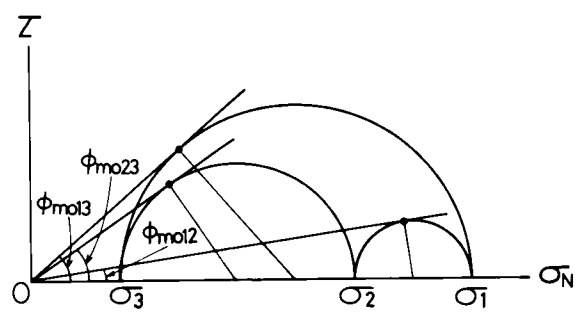


図2-1 Mohrの応力円で表わした3つの滑動面 (松岡<sup>28)</sup>による)

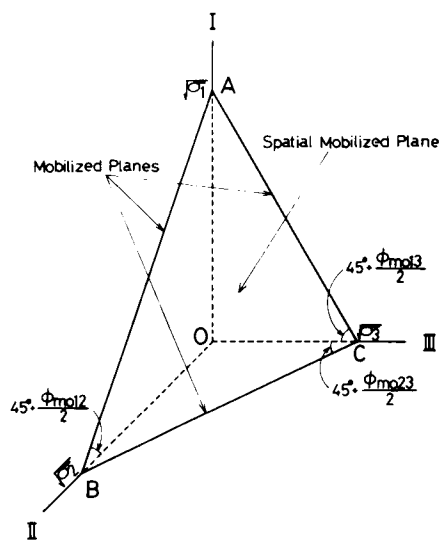


図2-2 3次元空間内の3つの滑動面と空間滑動面 (SMP)

$$\begin{aligned} \tan \left( 45^\circ + \frac{\phi_{moi j}}{2} \right) &= \sqrt{\frac{1 + \sin \phi_{moi j}}{1 - \sin \phi_{moi j}}} \\ &= \sqrt{\frac{\sigma_i}{\sigma_j}} \quad (i, j = 1, 2, 3, i < j) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (2-1)$$

より、図2-2に示すように各主応力値のルートの割合になる。したがって、SMPは等方応力状態では正八面体面(oct面)に一致し、応力の変化とともに動く性質を持っている。また、SMPの法線の方向余弦( $a_1, a_2, a_3$ )は次式で表わされる。

$$a_i = \sqrt{\frac{J_3}{\sigma_i \cdot J_2}} \quad (i = 1, 2, 3) \quad \dots\dots\dots (2-2)$$

ここに、 $J_1, J_2, J_3$ は応力の1次、2次、3次の不変量であって、3主応力 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ を用いて次式のように表わされる。

$$\left. \begin{aligned} J_1 &= \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 \\ J_2 &= \sigma_1 \cdot \sigma_2 + \sigma_2 \cdot \sigma_3 + \sigma_3 \cdot \sigma_1 \\ J_3 &= \sigma_1 \cdot \sigma_2 \cdot \sigma_3 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (2-3)$$

### 2-3 空間滑動面に基づいた従来の応力・ひずみ関係式<sup>36)~38)</sup>

空間滑動面(SMP)の法線の方向余弦 $a_i (i = 1, 2, 3)$ が式(2-2)で与えられることを考慮すれば、SMP上の垂直応力 $\sigma_{SMP}$ およびせん断応力 $\tau_{SMP}$ は次式のように表わされる。

$$\begin{aligned} \sigma_{SMP} &= \sigma_1 \cdot a_1^2 + \sigma_2 \cdot a_2^2 + \sigma_3 \cdot a_3^2 \\ &= 3 \cdot \frac{J_3}{J_2} \quad \dots\dots\dots (2-4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tau_{SMP} &= \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 \cdot a_1^2 \cdot a_2^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 \cdot a_2^2 \cdot a_3^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \cdot a_3^2 \cdot a_1^2} \\ &= \frac{\sqrt{J_1 \cdot J_2 \cdot J_3 - 9J_3^2}}{J_2} \quad \dots\dots\dots (2-5) \end{aligned}$$

したがって、SMP上のせん断・垂直応力比 $\tau_{SMP}/\sigma_{SMP}$ は次式で与えられる。

$$\frac{\tau_{SMP}}{\sigma_{SMP}} = \sqrt{\frac{J_1 \cdot J_2 - 9J_3}{9J_3}} \quad \dots\dots\dots (2-6)$$

一方、主応力と主ひずみ増分の方向が一致すると仮定すれば、SMP上の垂直ひずみ増分 $d\varepsilon_{SMP}$ およびせん断ひずみ増分 $d\gamma_{SMP}$ は3主ひずみ増分 $d\varepsilon_1, d\varepsilon_2, d\varepsilon_3$ を用いて次式で与えられる。

$$\begin{aligned} d\varepsilon_{SMP} &= d\varepsilon_1 \cdot a_1^2 + d\varepsilon_2 \cdot a_2^2 + d\varepsilon_3 \cdot a_3^2 \\ &= \frac{J_3}{J_2} \cdot \left( \frac{d\varepsilon_1}{\sigma_1} + \frac{d\varepsilon_2}{\sigma_2} + \frac{d\varepsilon_3}{\sigma_3} \right) \quad \dots\dots\dots (2-7) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{d\gamma_{SMP}}{2} &= \sqrt{(d\varepsilon_1 - d\varepsilon_2)^2 \cdot a_1^2 \cdot a_2^2 + (d\varepsilon_2 - d\varepsilon_3)^2 \cdot a_2^2 \cdot a_3^2 + (d\varepsilon_3 - d\varepsilon_1)^2 \cdot a_3^2 \cdot a_1^2} \\ &= \frac{J_3}{J_2} \cdot \sqrt{\frac{(d\varepsilon_1 - d\varepsilon_2)^2}{\sigma_1 \sigma_2} + \frac{(d\varepsilon_2 - d\varepsilon_3)^2}{\sigma_2 \sigma_3} + \frac{(d\varepsilon_3 - d\varepsilon_1)^2}{\sigma_3 \sigma_1}} \quad \dots\dots\dots (2-8) \end{aligned}$$

特別な場合として、三軸圧縮および三軸伸張条件では、 $\tau_{\text{SMP}}/\sigma_{\text{SMP}}$ 、 $d\varepsilon_{\text{SMP}}$ 、 $d\gamma_{\text{SMP}}$ および $d\varepsilon_{\text{SMP}}/d\gamma_{\text{SMP}}$ はそれぞれ次式で与えられる。

三軸圧縮条件 ( $\sigma_2 = \sigma_3$ ,  $d\varepsilon_2 = d\varepsilon_3$ ):

$$\frac{\tau_{\text{SMP}}}{\sigma_{\text{SMP}}} = \frac{\sqrt{2}}{3} (\sqrt{\sigma_1/\sigma_3} - \sqrt{\sigma_3/\sigma_1}) \quad \dots\dots\dots (2-9)$$

$$d\varepsilon_{\text{SMP}} = \frac{\sigma_3 \cdot d\varepsilon_1 + 2\sigma_1 \cdot d\varepsilon_3}{2\sigma_1 + \sigma_3} \quad \dots\dots\dots (2-10)$$

$$d\gamma_{\text{SMP}} = \frac{2\sqrt{2}\sqrt{\sigma_1\sigma_3}(d\varepsilon_1 - d\varepsilon_3)}{2\sigma_1 + \sigma_3} \quad \dots\dots\dots (2-11)$$

$$\frac{d\varepsilon_{\text{SMP}}}{d\gamma_{\text{SMP}}} = \frac{\sqrt{\sigma_3/\sigma_1} + 2\sqrt{\sigma_1/\sigma_3} \cdot (d\varepsilon_3/d\varepsilon_1)}{2\sqrt{2}\{1 - (d\varepsilon_3/d\varepsilon_1)\}} \quad \dots\dots\dots (2-12)$$

三軸伸張条件 ( $\sigma_1 = \sigma_2$ ,  $d\varepsilon_1 = d\varepsilon_2$ ):

$$\frac{\tau_{\text{SMP}}}{\sigma_{\text{SMP}}} = \frac{\sqrt{2}}{3} (\sqrt{\sigma_1/\sigma_3} - \sqrt{\sigma_3/\sigma_1}) \quad \dots\dots\dots (2-13)$$

$$d\varepsilon_{\text{SMP}} = \frac{2\sigma_3 \cdot d\varepsilon_1 + \sigma_1 \cdot d\varepsilon_3}{\sigma_1 + 2\sigma_3} \quad \dots\dots\dots (2-14)$$

$$d\gamma_{\text{SMP}} = \frac{2\sqrt{2}\sqrt{\sigma_1\sigma_3}(d\varepsilon_1 - d\varepsilon_3)}{\sigma_1 + 2\sigma_3} \quad \dots\dots\dots (2-15)$$

$$\frac{d\varepsilon_{\text{SMP}}}{d\gamma_{\text{SMP}}} = \frac{2\sqrt{\sigma_3/\sigma_1} + \sqrt{\sigma_1/\sigma_3} \cdot (d\varepsilon_3/d\varepsilon_1)}{2\sqrt{2}\{1 - (d\varepsilon_3/d\varepsilon_1)\}} \quad \dots\dots\dots (2-16)$$

ここで、第1章の松岡による滑動面上で成立する基本関係式(式(1-6), (1-7))が、3主応力下ではこの空間滑動面(SMP)上で満足されるとすれば次の関係式を得る。

$$\frac{\tau_{\text{SMP}}}{\sigma_{\text{SMP}}} = \lambda \cdot \left( -\frac{d\varepsilon_{\text{SMP}}}{d\gamma_{\text{SMP}}} \right) + \mu \quad \dots\dots\dots (2-17)$$

$$\frac{\tau_{\text{SMP}}}{\sigma_{\text{SMP}}} = \lambda \cdot \left( -\frac{\varepsilon_{\text{SMP}}}{\gamma_{\text{SMP}}} \right) + \mu' \quad \dots\dots\dots (2-18)$$

式(2-17), (2-18)を合わせて解けば、SMP上のせん断ひずみ増分 $d\gamma_{\text{SMP}}$ 、垂直ひずみ増分 $d\varepsilon_{\text{SMP}}$ は式(1-8), (1-9)同様次式で与えられる。

$$d\gamma_{\text{SMP}} = \frac{\gamma_0}{\mu' - \mu} \cdot \exp\left(\frac{X - \mu}{\mu' - \mu}\right) \cdot dX \quad \dots\dots\dots (2-19)$$

$$d\varepsilon_{\text{SMP}} = \frac{\mu - X}{\lambda} \cdot d\gamma_{\text{SMP}} \quad \dots\dots\dots (2-20)$$

$$(X \equiv \tau_{\text{SMP}}/\sigma_{\text{SMP}})$$

ここに、 $\lambda$ ,  $\mu$ ,  $\mu'$ ,  $\gamma_0$ は土質パラメータであるが、 $(\lambda, \mu, \mu')$ は試料が決まればほぼ一定となるパラメータであり、 $\gamma_0$ は初期の粒子構造や拘束応力 $\sigma_m$ の影響を受けるパラメータである。

ところで、主応力と主ひずみ増分の方向が一致すると仮定すれば、 $d\varepsilon_{SMP}$  の方向余弦は式(2-2)の  $a_i$  ( $i=1, 2, 3$ ) で与えられる。また  $d\gamma_{SMP}$  の方向余弦は、 $d\gamma_{SMP}$  と  $\tau_{SMP}$  の方向が一致すると考えれば、次式で示す  $\tau_{SMP}$  の方向余弦  $b_i$  ( $i=1, 2, 3$ ) で与えられる。

$$b_i = \frac{\sigma_i - \sigma_{SMP}}{\tau_{SMP}} \cdot a_i$$

$$= \frac{\sigma_i J_2 - 3 J_3}{\sqrt{\sigma_i J_2 (J_1 J_2 - 9 J_3)}} \quad (i=1, 2, 3) \quad \dots\dots\dots (2-21)$$

したがって、SMP上のひずみ増分 ( $d\varepsilon_{SMP}$ ,  $d\gamma_{SMP}$ ) の主ひずみ増分 ( $d\varepsilon_1$ ,  $d\varepsilon_2$ ,  $d\varepsilon_3$ ) への変換式は次式で与えられる。

$$d\varepsilon_i = d\varepsilon_{SMP} + \frac{b_i}{a_i} \cdot \frac{d\gamma_{SMP}}{2}$$

$$= d\varepsilon_{SMP} + \frac{\sigma_i - \sigma_{SMP}}{\tau_{SMP}} \cdot \frac{d\gamma_{SMP}}{2} \quad (i=1, 2, 3) \quad \dots\dots\dots (2-22)$$

さて、この応力・ひずみ関係式によれば、平均主応力一定条件の土のせん断挙動をかなり説明することができるが、厳密に検討すれば理論値と実測値との間には傾向をもった差異が見られ、まだ3主応力下の土のせん断特性を十分統一的に説明できていない。(この応力・ひずみ関係式による計算値と実測値の比較は2-7節で行なう。) したがって、次節では滑動面に基づいた応力・ひずみ関係式(第1章)の誘導過程に立ち戻って考察を行なう。

#### 2-4 2次元粒状体モデルによる従来の応力・ひずみ関係式の考察と新たに導入するひずみ増分量の定義

ここでは、2次元粒状体に最大主応力  $\sigma_1$ 、最小主応力  $\sigma_3$  が作用した場合について滑動面上の応力・ひずみ関係式<sup>34),35)</sup>(第1章)の考察を行なう。

滑動面(Mobilized Plane)とは前出の図1-2よりわかるように刻々の応力の値に応じて変化する面であって、最小主応力方向と  $(45^\circ + \phi_{mo}/2)$  をなす面となる。ここに、 $\phi_{mo}$  は応力の関数として次式で与えられる。

$$\tan \phi_{mo} = \frac{\tau}{\sigma_N} = \frac{1}{2} (\sqrt{\sigma_1/\sigma_3} - \sqrt{\sigma_3/\sigma_1}) \quad \dots\dots\dots (2-23)$$

この滑動面を I、III軸をそれぞれ最大主応力  $\sigma_1$  および最小主応力  $\sigma_3$  の作用方向とする2次元空間で表わせれば、図2-3のようになる。従来の関係式(式(1-5))は、この2次元空間内の粒子の平均的な滑動方向が滑動面上のひずみ増分の合ベクトル方向に一致すること

とを意味している。しかし2次元空間における粒子の滑動を、滑動面という1つの面上のひずみ増分 ( $d\epsilon_N, d\gamma$ ) だけで表わすのは一般性に欠けると考えられるので、2次元空間内にある粒子の滑動成分について検討を加える。

いま、図2-3に示す2次元空間において、最大主応力方向 (I 軸) から見た滑動粒子接点角の平均値  $\bar{\beta}$  を、滑動面から見た粒子接点角の平均値  $\bar{\theta}$  で表わすと次式のようになる。

$$\bar{\beta} = 45^\circ + \frac{\phi_{mo}}{2} - \bar{\theta} \quad \dots\dots\dots (2-24)$$

したがって、2次元空間内の粒子の平均的な滑動方向は、次式で表わされる滑動粒子接点の接線方向の方向余弦  $\bar{s}$  で与えられる。

$$\bar{s} = (\bar{s}_1, \bar{s}_3) = \{-\sin(45^\circ + \frac{\phi_{mo}}{2} - \bar{\theta}), \cos(45^\circ + \frac{\phi_{mo}}{2} - \bar{\theta})\} \quad \dots\dots\dots (2-25)$$

次に、この粒子の平均的な滑動成分がどのようなひずみ成分によって表わせるかということ、図2-4に示す高さ  $L_1$ 、幅  $L_3$  の2次元粒状体に最大および最小主応力  $\sigma_1, \sigma_3$  が作用している場合について考えてみよう。いま、この2次元粒状体において、 $\sigma_1$  方向および  $\sigma_3$  方向の滑動接点数を  $n_1, n_3$  とすれば粒子の滑動によって生じる  $\sigma_1$  方向および  $\sigma_3$  方向の微小変位増分  $dL_1, dL_3$  は、各々の粒子接点での滑動成分の和として次式のように表わされる。

$$\left. \begin{aligned} dL_1 &= \sum_{i=1}^{n_1} (s_{i1} \cdot \Delta l_i) \approx n_1 \cdot \bar{s}_1 \cdot \bar{\Delta l} \\ dL_3 &= \sum_{i=1}^{n_3} (s_{i3} \cdot \Delta l_i) \approx n_3 \cdot \bar{s}_3 \cdot \bar{\Delta l} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (2-26)$$

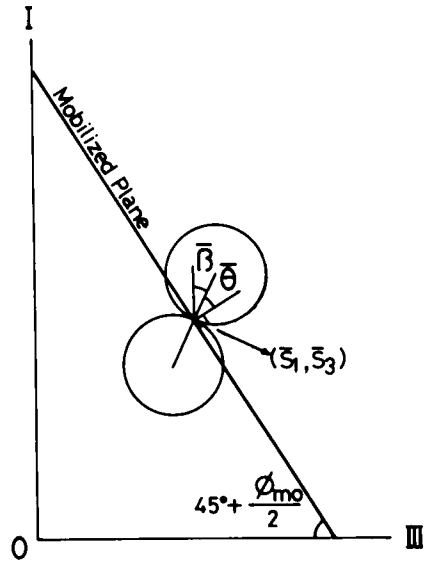


図2-3 2次元空間内の滑動面と粒子の滑動方向

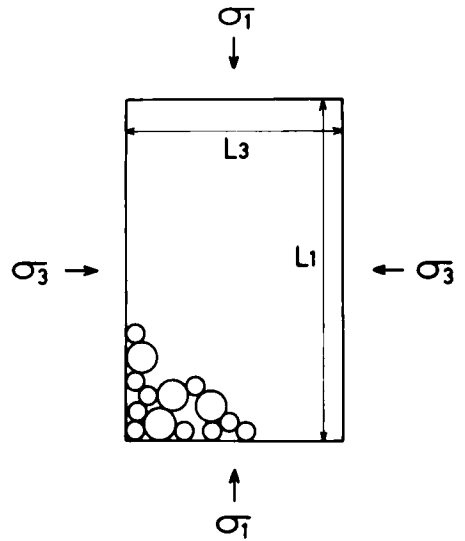


図2-4 2次元粒状体モデル

ここに,  $(s_{i1}, s_{i3})$ : 滑動接点  $i$  で接する粒子の滑動方向の方向余弦

$\Delta l_i$ : 滑動接点  $i$  で接する粒子の滑動量

$(\bar{s}_1, \bar{s}_3)$ : 式(2-25)で与えられる粒子の平均的な滑動方向の方向余弦

$\bar{\Delta l}$ : 粒子の平均的な滑動量

したがって, 2次元粒状体の主ひずみ増分  $d\varepsilon_1, d\varepsilon_3$  は圧縮ひずみを正で表わすことにすれば, 次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} d\varepsilon_1 &= \frac{-dL_1}{L_1} = -(n_1/L_1) \cdot \bar{s}_1 \cdot \bar{\Delta l} \\ d\varepsilon_3 &= \frac{-dL_3}{L_3} = -(n_3/L_3) \cdot \bar{s}_3 \cdot \bar{\Delta l} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2-27)$$

さて, いまこの粒状体の初期構造の異方性がないものとすれば, 2次元粒状体内における滑動接点の場所的な分布は一樣であるとみなせるだろう。このような場合には, 単位長さ当りの滑動接点数は等しいので, 次式が成り立つ。

$$\frac{n_1}{L_1} = \frac{n_3}{L_3} \dots\dots\dots (2-28)$$

ゆえに, 式(2-27), (2-28)より主ひずみ増分比  $d\varepsilon_1/d\varepsilon_3$  は次式で与えられることになる。

$$\frac{d\varepsilon_1}{d\varepsilon_3} = \frac{\bar{s}_1}{\bar{s}_3} \dots\dots\dots (2-29)$$

式(2-29)は2次元粒状体において, 粒子の平均的な滑動方向が主ひずみ増分ベクトルの方向に一致することを示している。したがって, 主ひずみ増分ベクトル  $\vec{d\varepsilon}_i = (d\varepsilon_1, d\varepsilon_3)$  の滑動面に垂直な成分を  $d\varepsilon_N^*$ , 平行な成分を  $d\gamma^*$  とすれば, 式(1-5)  $(d\varepsilon_N/d\gamma = -\tan \bar{\theta})$  の代りに滑動面上の粒子接点角の平均値  $\bar{\theta}$  との間に次の関係式が成立する。

$$\frac{d\varepsilon_N^*}{d\gamma^*} = -\tan \bar{\theta} \dots\dots\dots (2-30)$$

なお,  $d\varepsilon_N^*, d\gamma^*$  は主ひずみ増分ベクトルの成分をとることにより, 次式で与えられる。

$$d\varepsilon_N^* = d\varepsilon_1 \cdot \cos(45^\circ + \frac{\phi_{mo}}{2}) + d\varepsilon_3 \cdot \sin(45^\circ + \frac{\phi_{mo}}{2}) \dots\dots\dots (2-31)$$

$$d\gamma^* = d\varepsilon_1 \cdot \sin(45^\circ + \frac{\phi_{mo}}{2}) - d\varepsilon_3 \cdot \cos(45^\circ + \frac{\phi_{mo}}{2}) \dots\dots\dots (2-32)$$

ここで, 式(1-4)で示される潜在すべり面上のつり合い式が滑動面上でも成立するとすれば, 新たなひずみ増量分  $(d\varepsilon_N^*, d\gamma^*)$  を導入することにより, 式(1-6)~(1-9)同様以下の関係式が与えられる。

$$\frac{\tau}{\sigma_N} = \lambda^* \cdot \left(-\frac{d\varepsilon_N^*}{d\gamma^*}\right) + \mu^* \quad \dots\dots\dots (2-33)$$

$$\frac{\tau}{\sigma_N} = \lambda^* \cdot \left(-\frac{\varepsilon_N^*}{\gamma^*}\right) + \mu'^* \quad \dots\dots\dots (2-34)$$

$$d\gamma^* = \frac{\gamma_0^*}{\mu'^* - \mu^*} \cdot \exp\left(\frac{\tau/\sigma_N - \mu^*}{\mu'^* - \mu^*}\right) \cdot d(\tau/\sigma_N) \quad \dots\dots\dots (2-35)$$

$$d\varepsilon_N^* = \frac{\mu^* - \tau/\sigma_N}{\lambda^*} \cdot d\gamma^* \quad \dots\dots\dots (2-36)$$

## 2-5 空間滑動面に基づいた新たな応力・ひずみ関係式

実際の土のように3主応力が作用している場合、前節の新たなひずみ増分量に基づく滑動面上の応力・ひずみ関係式が空間滑動面（SMP）上で成立すると考え、3主応力下の土の応力・ひずみ関係式を誘導する。

空間滑動面（SMP）上の垂直応力  $\sigma_{SMP}$ 、せん断応力  $\tau_{SMP}$ 、およびせん断・垂直応力比  $\tau_{SMP}/\sigma_{SMP}$  は式（2-4）、（2-5）、（2-6）で与えられる。一方、主応力と主ひずみ増分の方向が一致するという仮定に立てば、3次元空間における平均的な土粒子の滑動方向は、前節で述べたように主ひずみ増分ベクトル  $\vec{d\varepsilon}_i$  の方向に一致することになる。

$$\vec{d\varepsilon}_i = (d\varepsilon_1, d\varepsilon_2, d\varepsilon_3) \quad \dots\dots\dots (2-37)$$

したがって、SMPに基づく新たなひずみ増分量 ( $d\varepsilon_{SMP}^*$ ,  $d\gamma_{SMP}^*$ ) は、2次元の場合と同様主ひずみ増分ベクトルのSMPに垂直な成分および平行な成分になると考えられる。つまり、図2-5に示す主ひずみ増分空間において主ひずみ増分ベクトル  $\vec{d\varepsilon}_i = (d\varepsilon_1, d\varepsilon_2, d\varepsilon_3)$  がベクトル  $\vec{OP}$  で示される時、 $d\varepsilon_{SMP}^*$  および  $d\gamma_{SMP}^*$  は、それぞれベクトル  $\vec{OP}$  のSMPに垂直な成分  $\vec{ON}$  および平行な成分  $\vec{NP}$  として、次式で与えられる。

$$d\varepsilon_{SMP}^* = d\varepsilon_1 \cdot a_1 + d\varepsilon_2 \cdot a_2 + d\varepsilon_3 \cdot a_3 \quad \dots\dots\dots (2-38)$$

$$d\gamma_{SMP}^* = \sqrt{(d\varepsilon_1 \cdot a_2 - d\varepsilon_2 \cdot a_1)^2 + (d\varepsilon_2 \cdot a_3 - d\varepsilon_3 \cdot a_2)^2 + (d\varepsilon_3 \cdot a_1 - d\varepsilon_1 \cdot a_3)^2} \quad \dots\dots\dots (2-39)$$

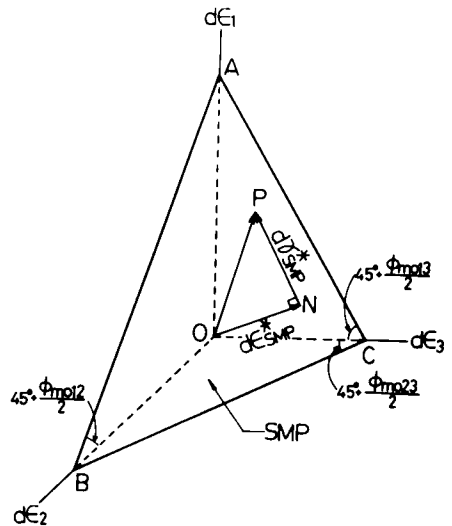


図2-5 主ひずみ増分空間で表わしたひずみ増分量 ( $d\varepsilon_{SMP}^*$ ,  $d\gamma_{SMP}^*$ )

ここに、 $a_i$  ( $i=1, 2, 3$ ) は式 (2-2) で与えられる SMP の法線方向の方向余弦を表わす。特別な場合として三軸圧縮および三軸伸張条件下では、 $\tau_{\text{SMP}}/\sigma_{\text{SMP}}$ 、 $d\epsilon_{\text{SMP}}^*$ 、 $d\gamma_{\text{SMP}}^*$  および  $d\epsilon_{\text{SMP}}^*/d\gamma_{\text{SMP}}^*$  は主応力および主ひずみ増分を用いて次式で与えられる。

三軸圧縮条件 ( $\sigma_2 = \sigma_3$ ,  $d\epsilon_2 = d\epsilon_3$ ):

$$\frac{\tau_{\text{SMP}}}{\sigma_{\text{SMP}}} = \frac{\sqrt{2}}{3} (\sqrt{\sigma_1/\sigma_3} - \sqrt{\sigma_3/\sigma_1}) \quad \dots\dots\dots (2-40)$$

$$d\epsilon_{\text{SMP}}^* = \frac{\sqrt{\sigma_3} \cdot d\epsilon_1 + 2\sqrt{\sigma_1} \cdot d\epsilon_3}{\sqrt{2\sigma_1 + \sigma_3}} \quad \dots\dots\dots (2-41)$$

$$d\gamma_{\text{SMP}}^* = \frac{\sqrt{2} (\sqrt{\sigma_1} \cdot d\epsilon_1 - \sqrt{\sigma_3} \cdot d\epsilon_3)}{\sqrt{2\sigma_1 + \sigma_3}} \quad \dots\dots\dots (2-42)$$

$$\frac{d\epsilon_{\text{SMP}}^*}{d\gamma_{\text{SMP}}^*} = \frac{1 + 2\sqrt{\sigma_1/\sigma_3} \cdot (d\epsilon_3/d\epsilon_1)}{\sqrt{2} \{ \sqrt{\sigma_1/\sigma_3} - (d\epsilon_3/d\epsilon_1) \}} \quad \dots\dots\dots (2-43)$$

三軸伸張条件 ( $\sigma_1 = \sigma_2$ ,  $d\epsilon_1 = d\epsilon_2$ ):

$$\frac{\tau_{\text{SMP}}}{\sigma_{\text{SMP}}} = \frac{\sqrt{2}}{3} (\sqrt{\sigma_1/\sigma_3} - \sqrt{\sigma_3/\sigma_1}) \quad \dots\dots\dots (2-44)$$

$$d\epsilon_{\text{SMP}}^* = \frac{2\sqrt{\sigma_3} \cdot d\epsilon_1 + \sqrt{\sigma_1} \cdot d\epsilon_3}{\sqrt{\sigma_1 + 2\sigma_3}} \quad \dots\dots\dots (2-45)$$

$$d\gamma_{\text{SMP}}^* = \frac{\sqrt{2} (\sqrt{\sigma_1} \cdot d\epsilon_1 - \sqrt{\sigma_3} \cdot d\epsilon_3)}{\sqrt{\sigma_1 + 2\sigma_3}} \quad \dots\dots\dots (2-46)$$

$$\frac{d\epsilon_{\text{SMP}}^*}{d\gamma_{\text{SMP}}^*} = \frac{2 + \sqrt{\sigma_1/\sigma_3} \cdot (d\epsilon_3/d\epsilon_1)}{\sqrt{2} \{ \sqrt{\sigma_1/\sigma_3} - (d\epsilon_3/d\epsilon_1) \}} \quad \dots\dots\dots (2-47)$$

さて、この新たなひずみ増分量 ( $d\epsilon_{\text{SMP}}^*$ ,  $d\gamma_{\text{SMP}}^*$ ) と SMP 上のせん断・垂直応力比  $\tau_{\text{SMP}}/\sigma_{\text{SMP}}$  の間に前述の式 (2-33), (2-34) と同様ユニークな関係式が成り立つとすれば次式を得る。

$$\frac{\tau_{\text{SMP}}}{\sigma_{\text{SMP}}} = \lambda^* \cdot \left( -\frac{d\epsilon_{\text{SMP}}^*}{d\gamma_{\text{SMP}}^*} \right) + \mu^* \quad \dots\dots\dots (2-48)$$

$$\frac{\tau_{\text{SMP}}}{\sigma_{\text{SMP}}} = \lambda'^* \cdot \left( -\frac{\epsilon_{\text{SMP}}^*}{\gamma_{\text{SMP}}^*} \right) + \mu'^* \quad \dots\dots\dots (2-49)$$

式 (2-48), (2-49) を合わせて解くと次式が得られる。

$$\gamma_{\text{SMP}}^* = r_0^* \cdot \exp \left( \frac{X - \mu^*}{\mu'^* - \mu^*} \right) \quad (X \equiv \tau_{\text{SMP}}/\sigma_{\text{SMP}}) \quad \dots\dots\dots (2-50)$$

したがって、 $d\gamma_{\text{SMP}}^*$ 、 $d\epsilon_{\text{SMP}}^*$  は式 (2-48), (2-50) より、応力の関数として次式で与えられる。

$$d\gamma_{\text{SMP}}^* = \frac{r_0^*}{\mu'^* - \mu^*} \cdot \exp \left( \frac{X - \mu^*}{\mu'^* - \mu^*} \right) \cdot dX \quad \dots\dots\dots (2-51)$$



$$d\epsilon_{SMP}^* = \frac{\mu^* - X}{\lambda^*} \cdot d\gamma_{SMP}^* \quad \dots\dots\dots (2-52)$$

ここに、新たなパラメータ ( $\lambda^*$ ,  $\mu^*$ ,  $\mu'^*$ ,  $\gamma_0^*$ ) は従来のパラメータ ( $\lambda$ ,  $\mu$ ,  $\mu'$ ,  $\gamma_0$ ) と同様の性質を持つものである。つまり、 $\lambda^*$ ,  $\mu^*$ ,  $\mu'^*$  は試料が決まればほぼ一定となるパラメータであり、また  $\gamma_0^*$  は初期の粒子構造や拘束応力  $\sigma_m$  の影響を受けるパラメータであって、初期の粒子構造が同じ場合は平均主応力  $\sigma_m$  の関数として次式で与えられる。

$$\gamma_0^* = \gamma_{0i}^* + C_d^* \cdot \log_{10} \frac{\sigma_m}{\sigma_{mi}} \quad \dots\dots\dots (2-53)$$

上式の  $\sigma_{mi}$ ,  $\gamma_{0i}^*$  は基準とした平均主応力およびその時の  $\gamma_0^*$  を表わしている。また、 $C_d^*$  は試料およびその初期の粒子構造によって決まる係数と考えられる。

ところで、主応力と主ひずみ増分の方向が一致すると仮定すれば、SMP に基づくひずみ増分量  $d\epsilon_{SMP}^*$  の方向余弦は式 (2-2) の  $a_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) で与えられる。また  $d\gamma_{SMP}^*$  の方向余弦は、土粒子の平均的な滑動方向の SMP に平行な成分が  $\tau_{SMP}$  の方向に一致すると考えれば、式 (2-21) に示されている  $\tau_{SMP}$  の方向余弦  $b_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) で与えられる。したがって、ひずみ増分量 ( $d\epsilon_{SMP}^*$ ,  $d\gamma_{SMP}^*$ ) の 3 主ひずみ増分への変換式は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} d\epsilon_i &= a_i \cdot d\epsilon_{SMP}^* + b_i \cdot d\gamma_{SMP}^* \\ &= a_i \cdot d\epsilon_{SMP}^* + \frac{\sigma_i - \sigma_{SMP}}{\tau_{SMP}} \cdot a_i \cdot d\gamma_{SMP}^* \\ &= \sqrt{\frac{J_3}{\sigma_i J_2}} \cdot d\epsilon_{SMP}^* + \frac{\sigma_i J_2 - 3 J_3}{\sqrt{\sigma_i J_2 (J_1 J_2 - 9 J_3)}} \cdot d\gamma_{SMP}^* \quad (i = 1, 2, 3) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (2-54)$$

式 (2-54) に式 (2-51), (2-52) を代入すれば、せん断時の主ひずみ増分は土質パラメータと応力の関数として与えることができる。

ここで、空間滑動面 (SMP) に基づいた新たなひずみ増分量を導入した意義について述べる。本来、上のようにそのせん断機構が各々の粒子間のすべりという分散系の運動に支配される材料では、粒子の平均的な滑動というものを介して応力とひずみの関係を結びつける必要がある。図 2-6 は I, II, III 軸をそれぞれ主応力  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ ,  $\sigma_3$  の作用方向とする 3 次元空間に、1 つの要素と空間滑動面を示したもので

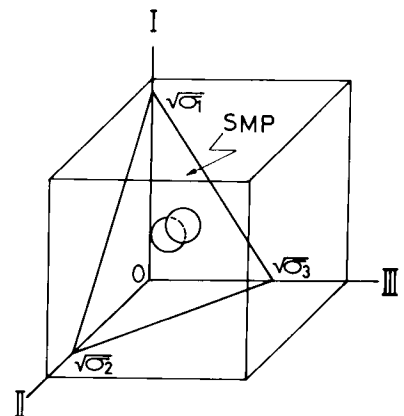


図 2-6 3次元空間内の土要素と空間滑動面 (SMP)

ある。前述したように、この3次元空間にある要素の土粒子の滑動は、空間滑動面(SMP)上のせん断・垂直応力比 $\tau_{SMP}/\sigma_{SMP}$ に支配され、その刻々の平均的な滑動方向は主ひずみ増分ベクトルの方向に一致する。したがって、土の応力・ひずみ関係式を規定する上で、主ひずみ増分ベクトルのSMPに垂直な成分および平行な成分( $d\epsilon_{SMP}^*$ ,  $dr_{SMP}^*$ )とSMP上のせん断・垂直応力比( $\tau_{SMP}/\sigma_{SMP}$ )との間でユニークな関係式を規定しようとすることは意味のあることと思われる。また、連続体でない土のような粒状体の応力・ひずみ関係式が、式(2-48)~(2-52)で示されるように、階数の異なるテンソル成分、つまり2階のテンソル成分で与えられるSMP上の応力と1階のテンソル(ベクトル)成分で与えられるひずみ増分(主ひずみ増分ベクトル)の間で、ユニークに決められるのも興味深い。

## 2-6 砂の実験装置および実験方法

### 2-6-1 砂 試 料

砂の実験の試料としては豊浦標準砂を用いている。豊浦標準砂の物理的性質は平均粒径 $D_{50}=0.2\text{mm}$ 、均等係数 $U_c=1.3$ 、比重 $G_s=2.65$ 、最大間隙比 $e_{max}=0.95$ 、最小間隙比 $e_{min}=0.58$ であり、その粒径加積曲線を図2-7に示す。

次に供試体の作成方法について述べる。供試体は脱気水で飽和した豊浦標準砂をゴム膜(厚さ0.2mm)を密着させたモールド内で締め固めることにより作成している。なお供試体の作成にあたっては、試料を5層につめ、各層ごとに径6mmの棒で突き固める(plunging)ことにより構造を乱し、出来るだけ初期構造の異方性が入らないようにした。図2-8はこの方法により作成した供試体の等方圧密試験結果を体積ひずみ $\epsilon_v$ ~

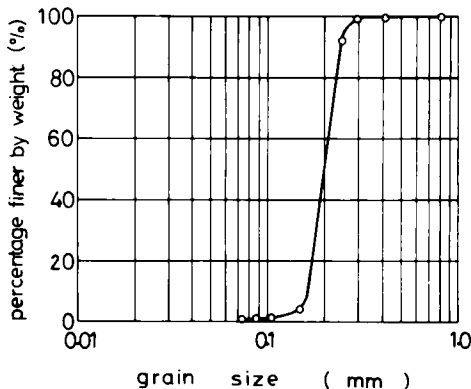


図2-7 豊浦標準砂の粒径加積曲線

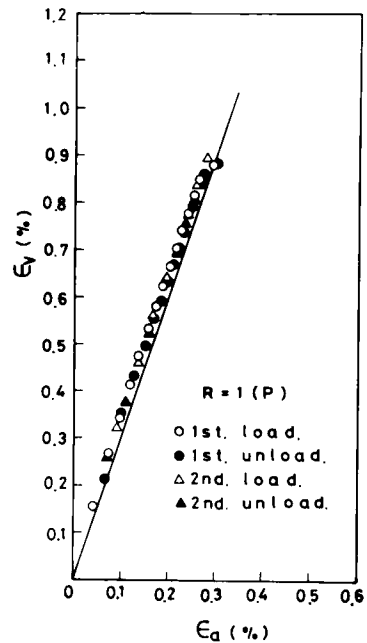


図2-8 豊浦標準砂(P試料)の等方圧密試験結果(体積ひずみ $\epsilon_v$ ~軸ひずみ $\epsilon_a$ 関係)

軸ひずみ  $\epsilon_a$  関係で整理したものである。同図より、载荷、除荷を問わず実験結果が勾配 3 の直線上に乗っているため、この供試体の初期構造の異方性はないものと考えられる。またすべての供試体の初期間隙比は  $e_0 = 0.68$  であり、やや密な状態である。このようにして作成した等方性試料を P 試料と名付けておくと、本論文では種々の応力径路下の砂の応力・ひずみ特性を比較するため実験の大部分はこの P 試料に統一しており、文中で特に断わらない限りこの試料を用いているものとする。

なお、砂の応力・ひずみ特性におよぼす間隙比の影響や初期構造の異方性の影響についての考察をするため、一部で豊浦標準砂のゆる詰め試料 (L 試料) や異方性試料 (T 試料) の実験結果も示している。これらの試料の概要は文中のそれぞれの箇所で述べる。

## 2-6-2 実験装置および実験方法

砂の実験としては、通常の円筒供試体による三軸圧縮および三軸伸張試験と、直方体供試体による多軸試験 (3 主応力制御試験) を行なっている。また実験は特に断わらない限りすべて排水条件下で行なっている。

### (1) 三軸圧縮試験および三軸伸張試験

三軸圧縮 ( $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$ ) および三軸伸張 ( $\sigma_1 = \sigma_2 > \sigma_3$ ) 試験は直径 5 cm、高さ 12 cm の円筒供試体を用い、軸圧  $\sigma_a$  および側圧  $\sigma_r$  が独立に加えられる応力制御型の三軸試験機 (写真 2-1 参照) で行なっている。なお、供試体とペダスタル、供試体とキャップの間の摩擦はシリコングリースをつけたゴム膜で除去に努めている。また、試験機の制御は高精度レギュレーターによる空気圧制御で行なっている。つまり側圧は空気圧を水圧に置換することにより载荷し、軸圧は空気圧用のペロフラムシリンダーを用いてピストンで载荷している。次に応力およびひずみの測定について述べる。側圧は精密ブルドン型圧力計 (0.15 級、フルスケール  $980 \text{ kN/m}^2$  ( $10 \text{ kgf/cm}^2$ )) で測定し、軸荷

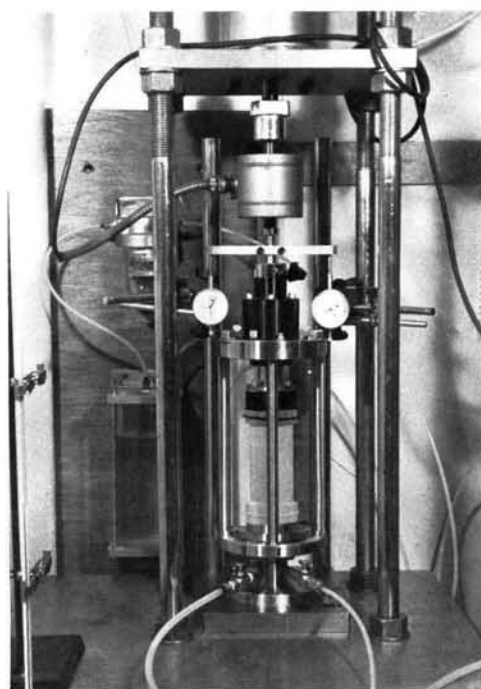


写真 2-1 砂の三軸試験機のセル部分

重はロードセルにより測定している。また軸ひずみは最小目盛 1/100mm のダイヤルゲージにより、体積ひずみは最小目盛 1/20cc のビューレットにより測定している。なお体積ひずみの測定ではメンブレンの貫入による排水量の補正を行なっている。応力制御の方法は、応力を段階応力で与え、ある応力状態での軸ひずみ速度が  $1.0 \times 10^{-5}/\text{min}$  以下になった後に、次の段階応力を加えている。

## (2) 多軸試験

現在までに開発されてきた多軸試験機(3主応力制御試験)は、中空円筒供試体を用いる<sup>39),40)</sup>試験機と立方体あるいは直方体供試体を用いる試験機がある。そして本論文で採用している立方体あるいは直方体供試体による多軸試験機を大別すれば、a) 3主応力とも剛板で<sup>41)</sup> 42)~44) 45)~47) 載荷する剛板載荷方式、b) 3主応力を柔らかいプレッシャーバックで載荷する方式、c) 通常の三軸セル内に1対の載荷機構を設置し、相異なる3主応力を載荷する方式の3通りとなる。しかし、各々のタイプの試験機はそれぞれ次に述べるような長所・短所を持っており、決定的な試験機は現在のところまだないようである。

a) のタイプの試験機は3方向の測定精度が同じでまた一様なひずみを与えることができるが、載荷板と試料間の摩擦のため応力分布の非一様性や試料隅角部のアーチングの影響が問題となる。b) のタイプの試験機は3方向とも一様な応力を与えることができるが、ひずみ分布の非一様性や試料隅角部におけるゴムバックのはらみ出しによる影響等の問題がある。c) のタイプの試験機は3方向の載荷方法やひずみの測定方法が異なるので精度をいかに保つかが問題となる。またセルの液圧以外で載荷する2主応力の載荷面の摩擦等の影響を小さくする必要がある。

さて、本論文では c) のタイプの試験機を用いて実験を行なっているが、以下に述べる実験方法の改良により、多軸試験機の精度をかなり向上させることができた。<sup>33)</sup>

本論文で用いている多軸試験機のセル部分の写真を写真 2-2 (a)、(b) に示す。またセル部分の概要図を図 2-9 に示している。なお、写真 2-2 (a) はセル内に試料(巾5cm×奥行き5cm×高さ10cm) および載荷装置を

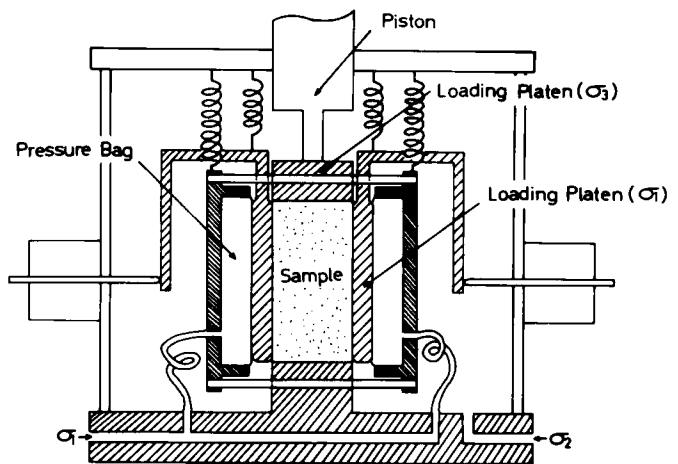
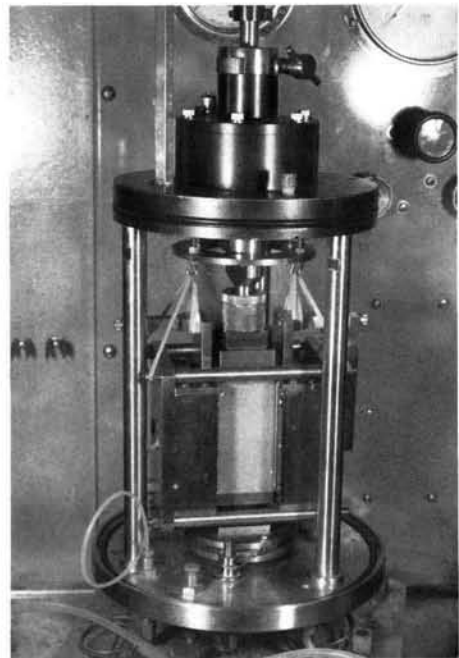


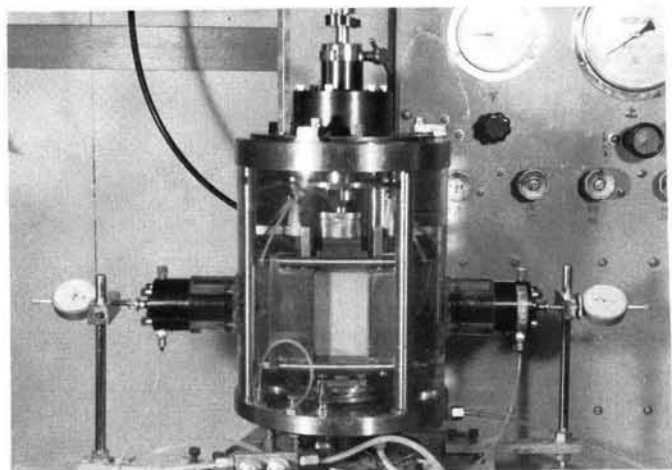
図 2-9 多軸試験機セル部分の概要図

セットした状態を示しており、写真2-2 (b)は試験開始直前のセル状態を示している。写真および概要図からわかるように本装置は2方向剛板载荷、1方向液圧载荷のタイプである。つまり鉛直方向は剛板を介してピストンで载荷し、水平方向は1方向がセル内の液圧で、残りの1方向がセル内に懸架された剛板を介してプレッシャーバックで载荷している。さて、通常このタイプの試験機では最大主応力 $\sigma_1$ は鉛直方向のピストンで、中間主応力 $\sigma_2$ は水平方向の载荷装置で、最小主応力 $\sigma_3$ は液圧で载荷される。しかしこのような組み合わせで試験を行えば、 $\sigma_1$ 方向と $\sigma_2$ 方向（共に剛板で载荷する方向）の変位が共に圧縮側となるような場合、両方向間の試料隅角部でアーチングの影響をかなり受けることになる。

したがって、ここでは载荷方法を工夫することによりこのような問題点の解消に努めている。まず载荷方法については、最大主応力 $\sigma_1$ は側方の剛板を介してプレッシャーバックで、中間主応力 $\sigma_2$ はセルの液圧で、最小主応力 $\sigma_3$ は剛板を介して鉛直方向のピストンで载荷している。このようにすれば、 $\sigma_1$ 方向の剛板は試料に押込まれ、 $\sigma_3$ 方向の剛板は引き出されることになるので、上述のこのタイプの試験機の欠点の1つである試料隅角部のアーチングの影響をかなり小さくすることができる。また側方の剛板および载荷装置は、試料への摩擦の影響を軽減させるため、ゴムでつり下げ浮動式としている。次にひずみの測定については、最大主ひずみ $\varepsilon_1$ および最小主ひずみ $\varepsilon_3$ は剛板の変位をダイヤルゲージで測定するこ



(a) セルに試料および载荷装置をセットした状態



(b) 試験開始直前のセルの状態

写真2-2 砂の多軸試験機のセル部分

とにより求め、中間主ひずみ $\epsilon_2$ はビューレットにより測定した供試体の体積変化量と $\epsilon_1$ 、 $\epsilon_3$ より算定している。また供試体と剛板との間の摩擦はシリコングリースをつけたゴム膜やテフロンシート等によって除去している。なお、試験機の制御方法やその他の実験方法は円筒供試体による三軸圧縮・伸張試験と同じである。

## 2-7 砂の実験データによる検証

### 2-7-1 実験の応力径路

土質力学の分野では通常平均主応力一定 ( $\sigma_m = \text{const.}$ ) 条件下で応力比が変化する場合の変形をせん断による変形と考えているので、実験はすべて平均主応力一定条件下で行なっている。また、試料は特に断わらない限り前節で述べたやや密詰め ( $e_0 = 0.68$ ) の豊浦標準砂の等方性試料 (P 試料) を用いている。

まず、三軸圧縮・伸張試験は4種の平均主応力 ( $\sigma_m = 196 \text{ kN/m}^2$  (2.0 kgf/cm<sup>2</sup>),  $392 \text{ kN/m}^2$  (4.0 kgf/cm<sup>2</sup>),  $588 \text{ kN/m}^2$  (6.0 kgf/cm<sup>2</sup>),  $784 \text{ kN/m}^2$  (8.0 kgf/cm<sup>2</sup>)) のもとで行なっている。Rendulic面内に示した三軸圧縮・伸張試験の応力径路を図2-10に示す。

次に、多軸試験は平均主応力一定 ( $\sigma_m = 196 \text{ kN/m}^2$  (2.0 kgf/cm<sup>2</sup>)) のもとで、図2-11に示す応力径路下で実験を行なっている。図2-11は主応力空間を $\pi$ 面 (平均主応力 $\sigma_m = 196 \text{ kN/m}^2$ ) で切った断面を示したものである。多軸試験の $\theta$ 一定径路は、同図に示すように $\pi$ 面上で $\theta = 0^\circ$  (三軸圧縮条件),  $\theta = 15^\circ$ ,  $\theta = 30^\circ$ ,  $\theta = 45^\circ$ ,  $\theta = 60^\circ$  (三軸伸張条件) の

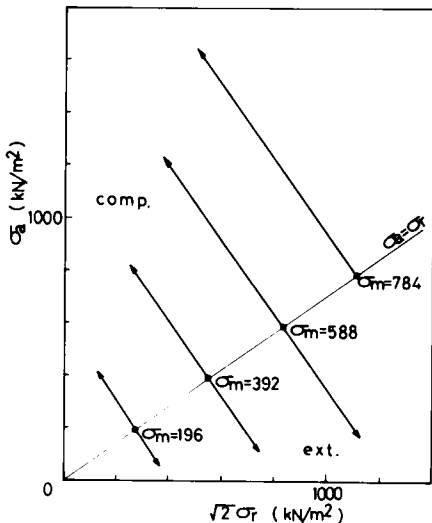


図2-10 平均主応力一定条件下の砂の三軸圧縮・伸張試験の応力径路 (Rendulic 面内で表わしている)

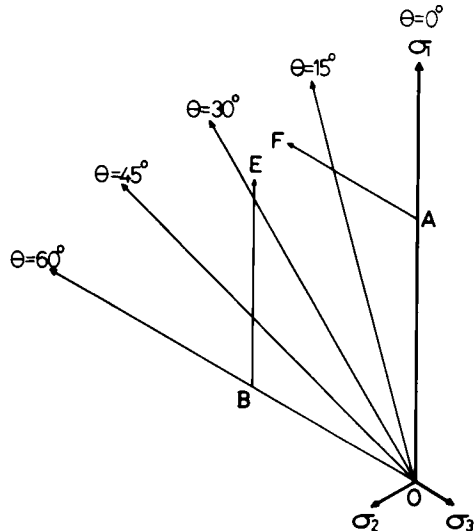


図2-11 平均主応力一定条件下の砂の多軸試験の応力径路 ( $\pi$ 面上で表わしている)

直線となる5種の応力径路を意味している。なおこれらの応力径路において、 $\theta$  と各主応力<sup>注2-1)</sup>の間に次式で示す関係がある。

$$\tan \theta = \sqrt{3} \frac{(\sigma_2 - \sigma_3)}{(\sigma_1 - \sigma_2) + (\sigma_1 - \sigma_3)} \dots\dots\dots (2-55)$$

中間主応力 $\sigma_2$ の相対的な大きさを表わすパラメータ  $b = (\sigma_2 - \sigma_3) / (\sigma_1 - \sigma_3)$  との間には次の関係式が成立する。

$$b = \frac{2 \tan \theta}{\sqrt{3} + \tan \theta} \dots\dots\dots (2-56)$$

また、径路OAFは図2-11に示すように $\sigma_1/\sigma_3 = 3$ まで $\theta = 0^\circ$ でせん断した後せん断方向を $60^\circ$ 回転させる応力径路を、径路OBEは $\sigma_1/\sigma_3 = 3$ まで $\theta = 60^\circ$ でせん断した後せん断方向を $-60^\circ$ 回転させる応力径路を意味している。

### 2-7-2 空間滑動面上の応力・ひずみ関係の検証

以下、本節では、前述の応力径路下の砂の実測値に基づいて、新たに提案した空間滑動面(SMP)に基づいた応力・ひずみ関係式(2-5節)の検証を行なうが、従来の提案式(2-3節)や他の理論式との比較も合わせて行なう。

まずSMP上の $\tau_{SMP}/\sigma_{SMP} \sim d\epsilon_{SMP}^*/d\tau_{SMP}^*$ 関係(式(2-48))の検証を行なう。図2-12は通常の円筒供試体による三軸圧縮試験(○印： $\sigma_m = 196 \text{ kN/m}^2 (2.0 \text{ kgf/cm}^2)$ ，□印： $\sigma_m = 392 \text{ kN/m}^2 (4.0 \text{ kgf/cm}^2)$ )および三軸伸張試験(●印： $\sigma_m = 196 \text{ kN/m}^2$ ，■印： $\sigma_m = 392 \text{ kN/m}^2$ )の結果を $\tau_{SMP}/\sigma_{SMP} \sim d\epsilon_{SMP}^*/d\tau_{SMP}^*$ 関係で整理したものである。また図2-13は平均主応力一定( $\sigma_m = 588 \text{ kN/m}^2 (6.0 \text{ kgf/cm}^2)$ )条件下の三軸圧縮試験結果(△印)および三軸伸張試験結果(▲印)を、図2-14は平均主応力一定( $\sigma_m = 784 \text{ kN/m}^2 (8.0 \text{ kgf/cm}^2)$ )条件下の三軸圧縮試験結果(▽印)について同様の整理を行なったものである。これ

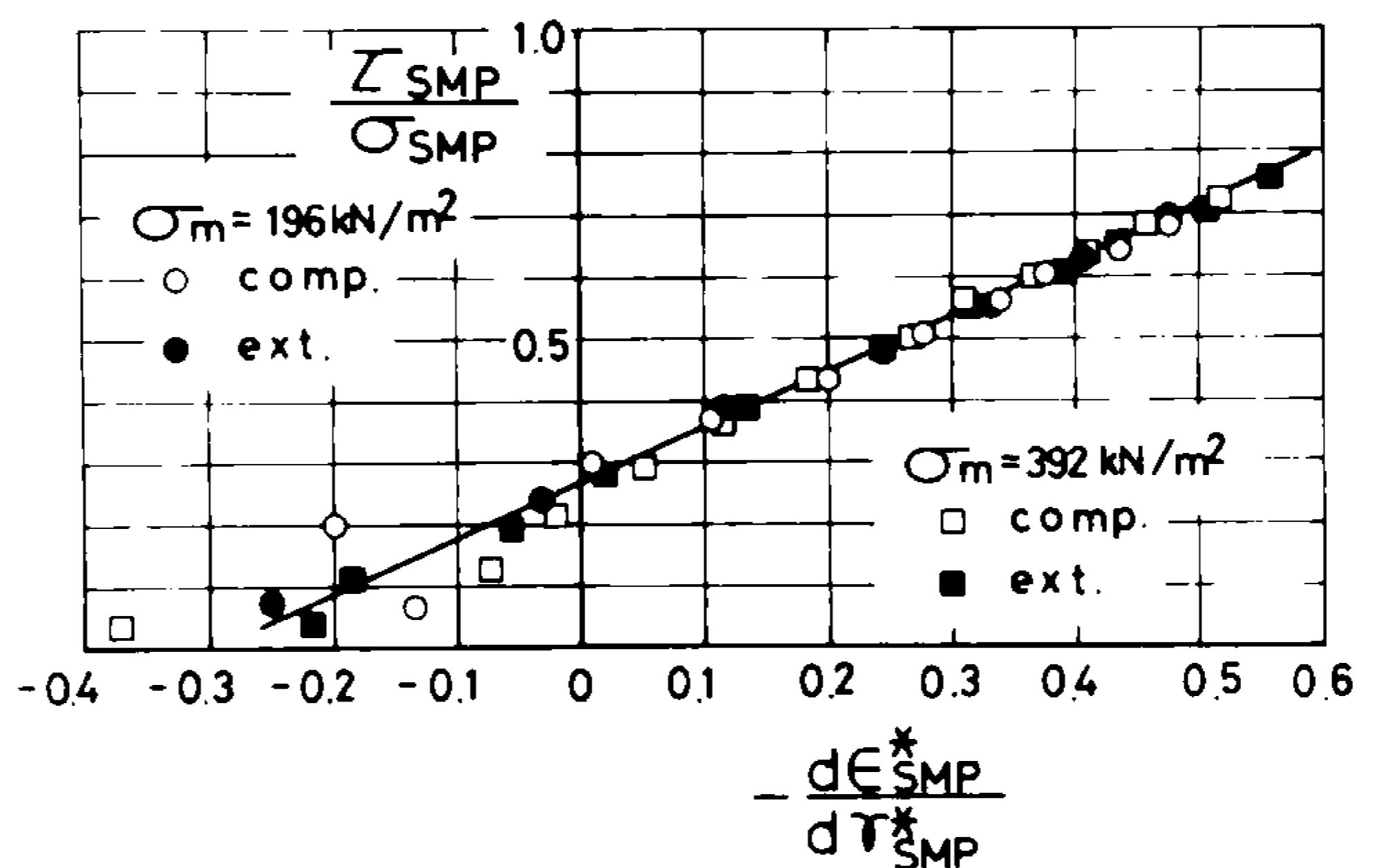


図2-12 三軸圧縮・伸張試験の $\tau_{SMP}/\sigma_{SMP} \sim d\epsilon_{SMP}^*/d\tau_{SMP}^*$ 関係

注2-1) 以後、本論文第I編では $\theta$ は図2-11に示すように正八面体面上の応力径路を表わしており、1-2節、2-4節の $\bar{\theta}$ (滑動面上の粒子接点角の平均値)とは意味が異なる。

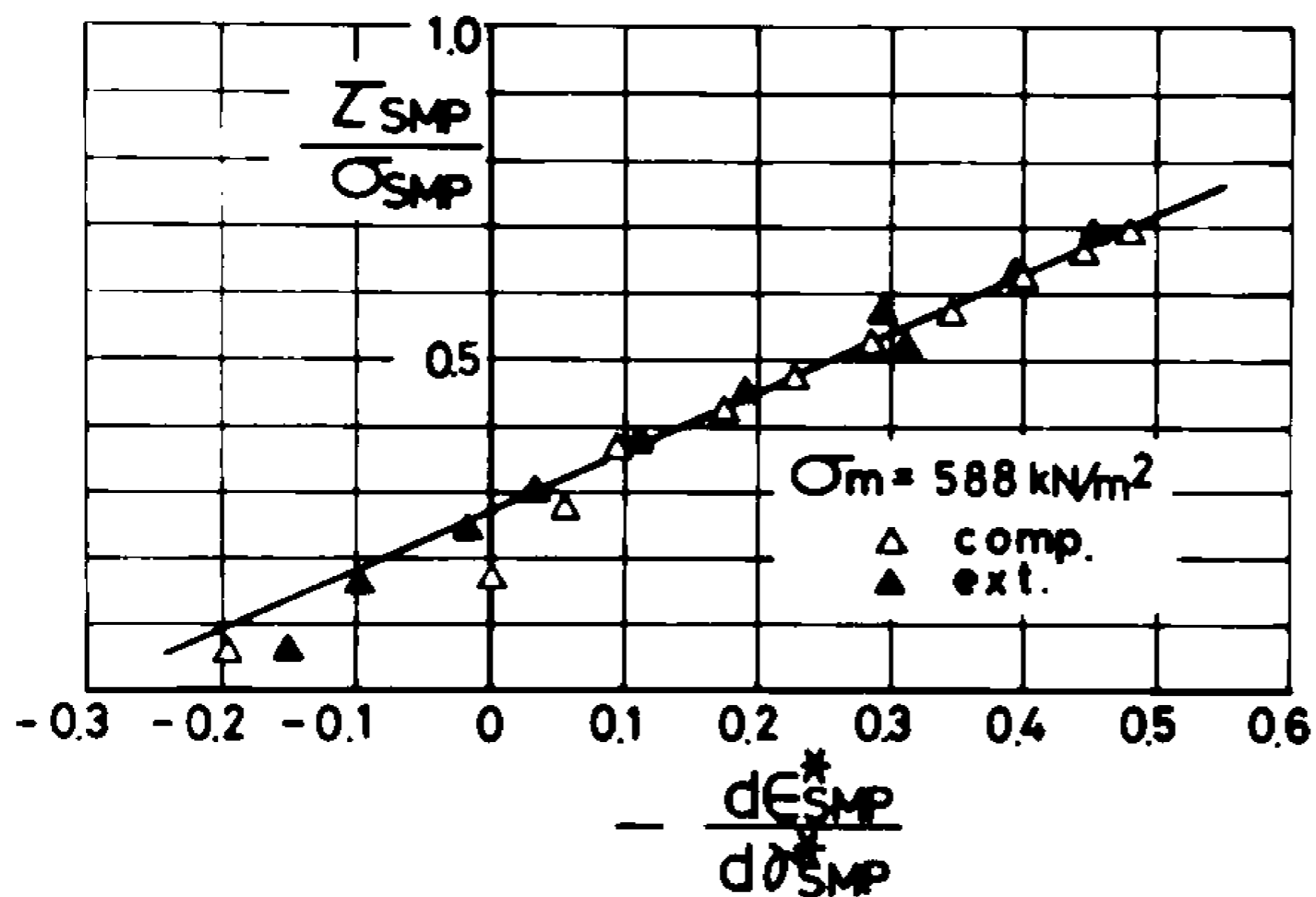


図 2-13 三軸圧縮・伸張試験の  $\tau_{SMP}/\sigma_{SMP}$   $\sim d\epsilon_{SMP}^*/d\gamma_{SMP}^*$  関係

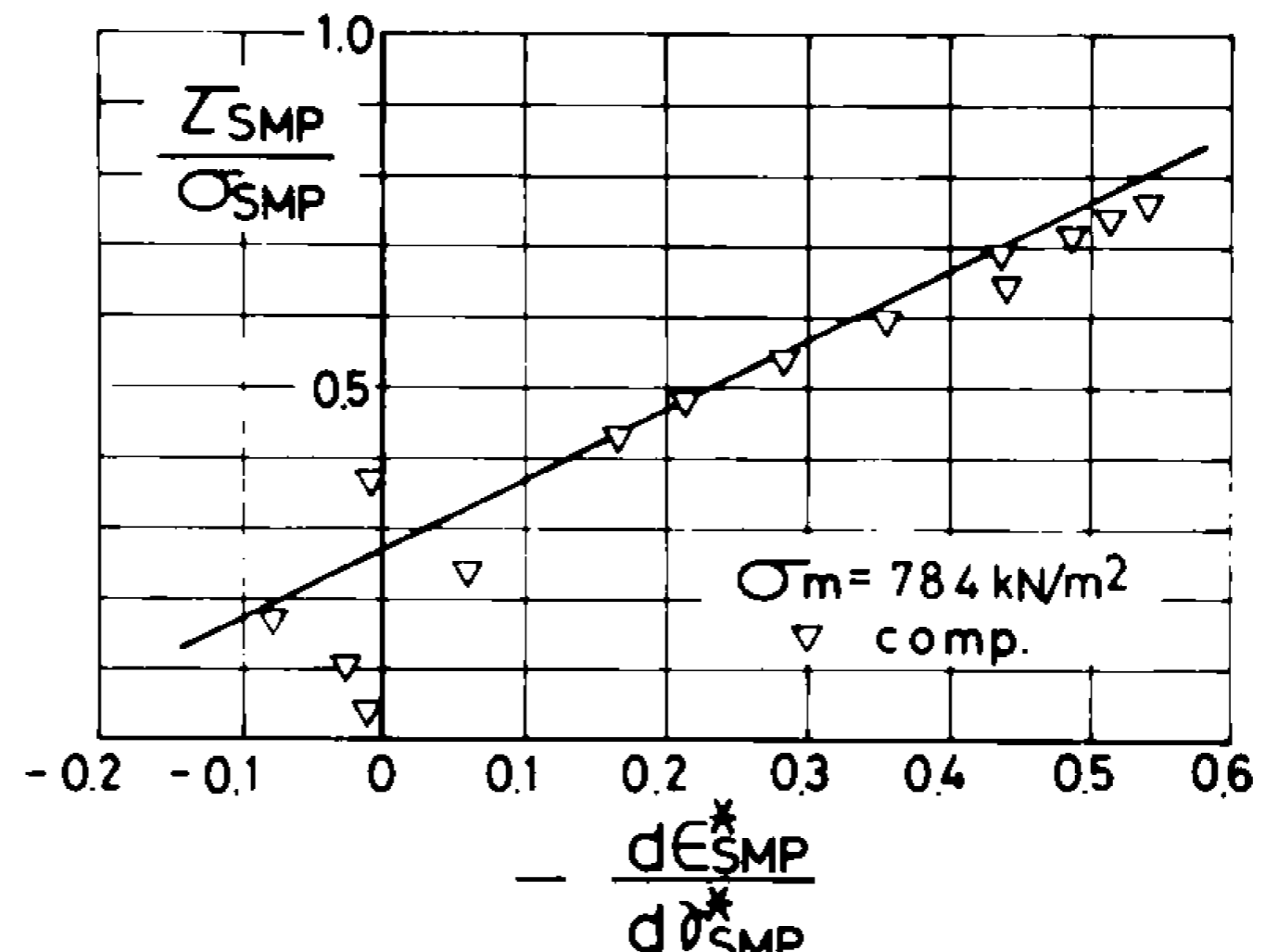


図 2-14 三軸圧縮試験の  $\tau_{SMP}/\sigma_{SMP} \sim d\epsilon_{SMP}^*/d\gamma_{SMP}^*$  関係

らの図より、平均主応力  $\sigma_m$  や三軸圧縮・伸張条件にかかわらず同一直線上に実測値が整理されるのがわかる。図 2-15 は図 2-11 に示す  $\theta$  一定径路の多軸試験結果 ( $\sigma_m = 196 \text{ kN/m}^2 (2.0 \text{ kgf/cm}^2)$ :  $\theta = 0^\circ$  (○印),  $15^\circ$  (△印),  $30^\circ$  (◐印),  $45^\circ$  (▲印),  $60^\circ$  (●印)) を、図 2-16 は図 2-11 の径路 OAF (○印) および径路 OBE (●印) の多軸試験結果を同じ整理で示したものである。図 2-12 ~ 2-16 より、式 (2-48) で与えられる応力比・ひずみ増分比関係式が応力径路やせん断途中の応力径路の変化にかかわらずユニークに成立することがわかる。また図 2-17 は豊浦標準砂のゆる詰め試料 ( $L$  試料と名付ける、初期間隙比  $e_0 = 0.80$ ) の三軸圧縮および三軸伸張試験結果を同様の整理で示したものであるが、やや密詰め試料 ( $e_0 = 0.68$ ) とゆる詰め試料

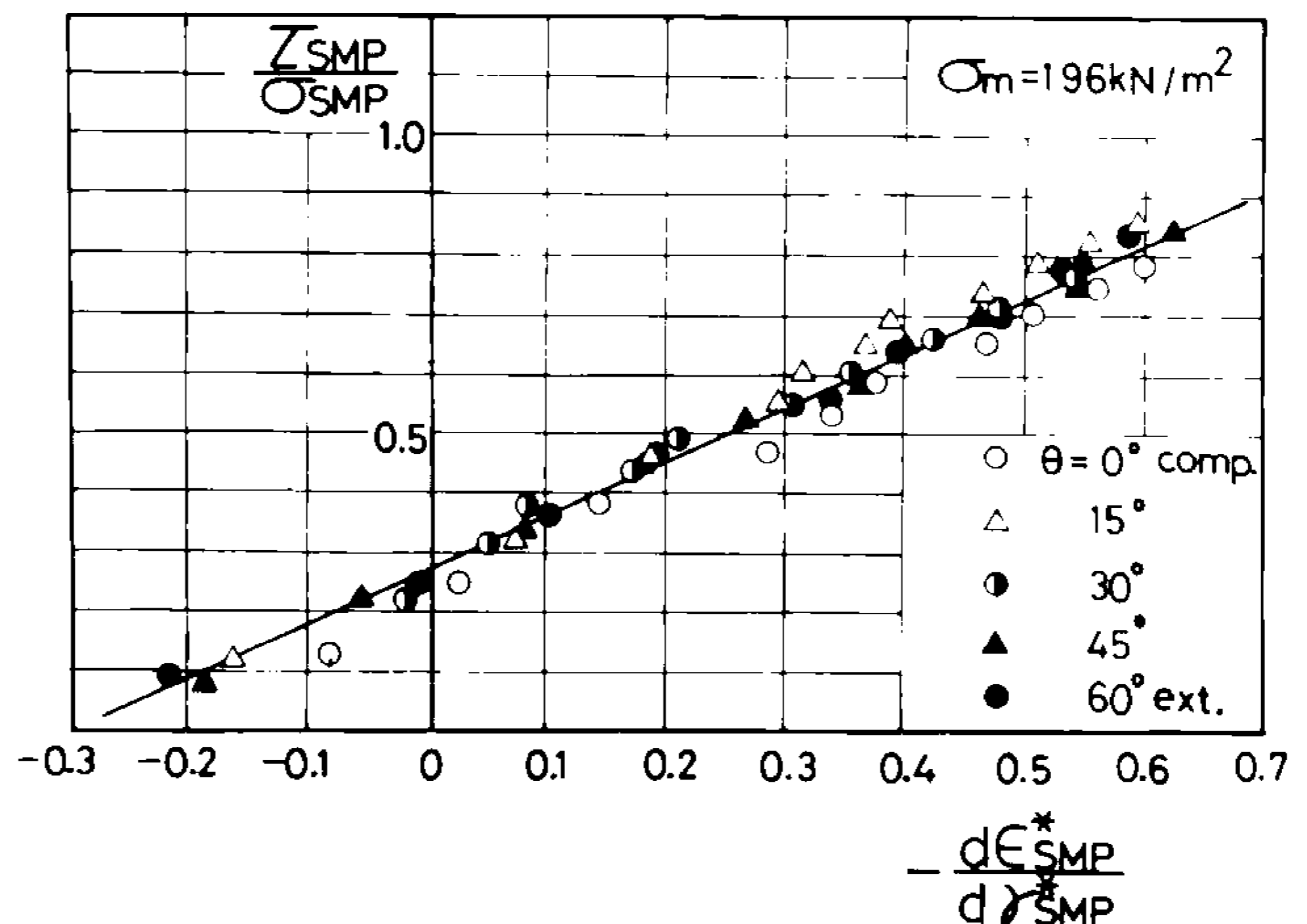


図 2-15 多軸試験 ( $\theta$  一定径路) の  $\tau_{SMP}/\sigma_{SMP} \sim d\epsilon_{SMP}^*/d\gamma_{SMP}^*$  関係

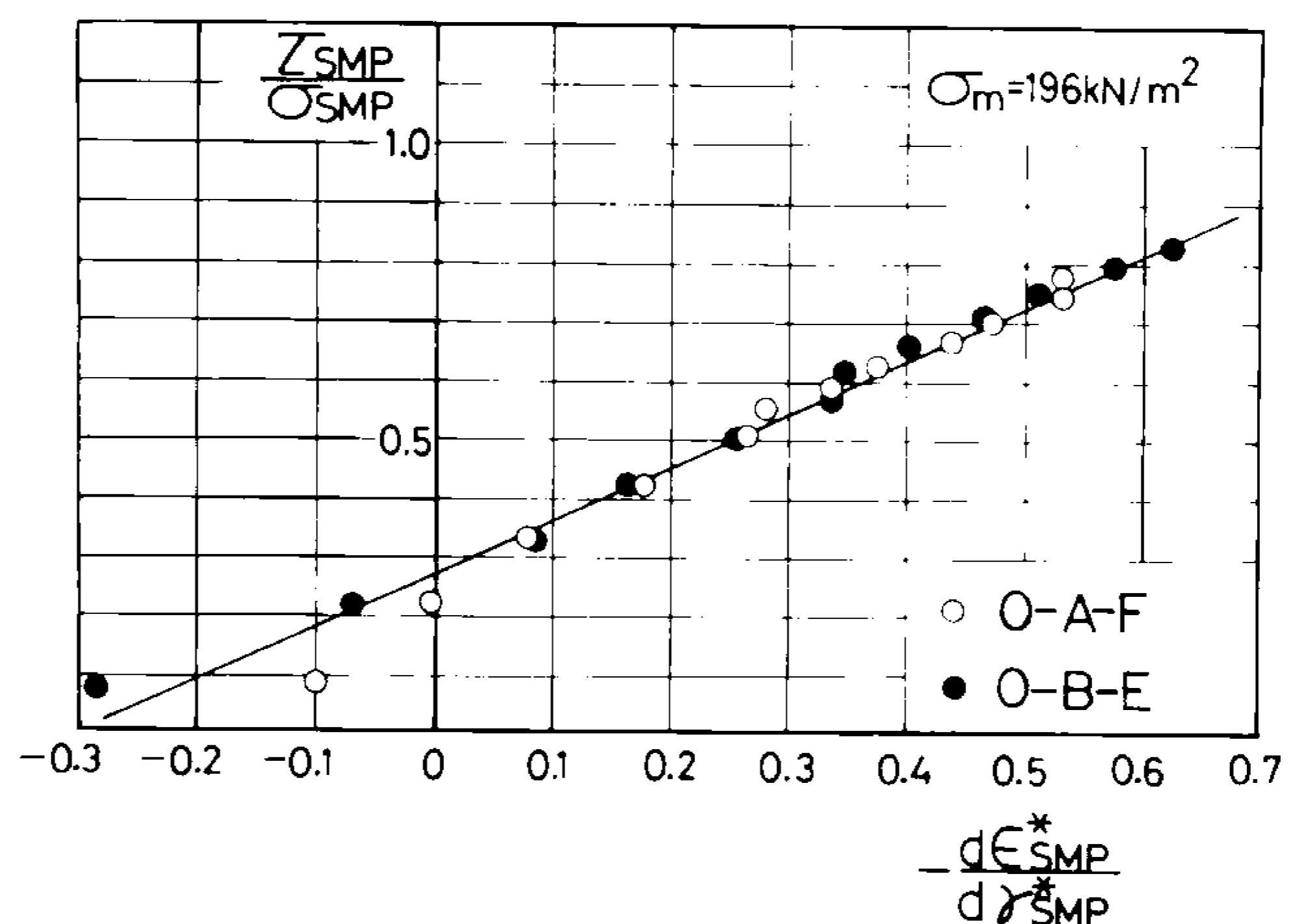


図 2-16 多軸試験 (径路 OAF, OBE) の  $\tau_{SMP}/\sigma_{SMP} \sim d\epsilon_{SMP}^*/d\gamma_{SMP}^*$  関係



が間隙比にかかわらず同一直線上に整理される。以上の図より、豊浦標準砂の土質パラメータ  $\lambda^* = 0.9$ ,  $\mu^* = 0.27$  と決定することができる。

図 2-18 は図 2-12 と同じ試験結果を SMP に基づく従来の整理 (2-3 節) で示したものである。同図においても三軸圧縮・伸張にかかわらずほぼ同一直線上にプロットされるが、詳細に比較すれば、三軸伸張試験結果が三軸圧縮試験結果よりも勾配が大きく切片が小さい傾向が平均主応力  $\sigma_m$  の大きさにかかわらずみられる。

Roscoe らの Cambridge 学派はせん断によるエネルギー消散を考えて、次式で示される一般応力状態の応力比  $q/p \sim$  ひずみ増分比  $d\varepsilon_v/d\varepsilon_d$  関係を導びいている。

$$\frac{q}{p} = M - \frac{d\varepsilon_v}{d\varepsilon_d} \dots \dots \dots (2-57)$$

ここに、 $p = (1/3) \cdot (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)$ ,  
 $q = (1/\sqrt{2}) \cdot \{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2\}^{1/2}$ ,  $d\varepsilon_v = d\varepsilon_1 + d\varepsilon_2 + d\varepsilon_3$ ,  
 $d\varepsilon_d = (\sqrt{2}/3) \cdot \{(d\varepsilon_1 - d\varepsilon_2)^2 + (d\varepsilon_2 - d\varepsilon_3)^2 + (d\varepsilon_3 - d\varepsilon_1)^2\}^{1/2}$  である。式 (2-57) は正八面体面 (oct 面) 上のせん断・垂直応力比  $\tau_{oct}/\sigma_{oct}$  および垂直・せん断ひずみ増分比  $d\varepsilon_{oct}/d\gamma_{oct}$  を用いて次式のように書き換えられる。

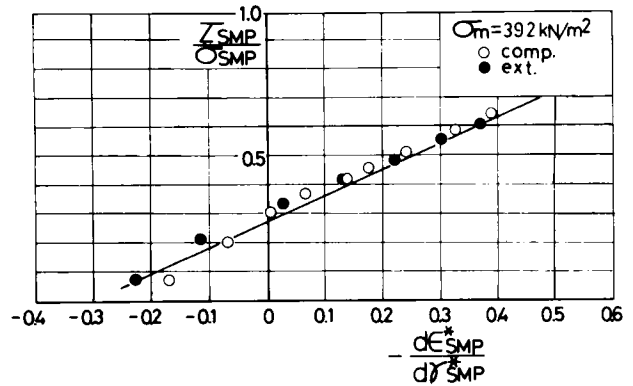


図 2-17 ゆる詰め試料の三軸圧縮・伸張試験の  $\tau_{SMP}/\sigma_{SMP} \sim d\varepsilon_{SMP}^*/d\gamma_{SMP}^*$  関係

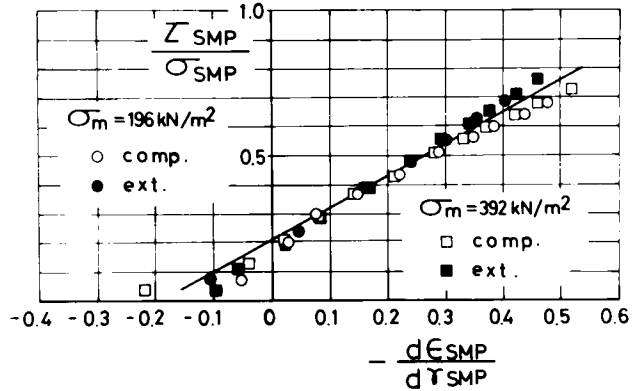


図 2-18 三軸圧縮・伸張試験 (図 2-12 と同じ試験データ) の  $\tau_{SMP}/\sigma_{SMP} \sim d\varepsilon_{SMP}/d\gamma_{SMP}$  関係

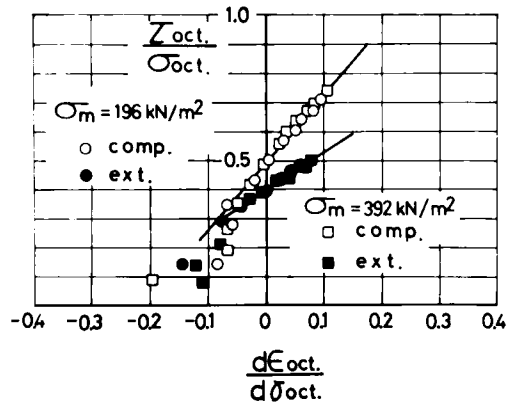


図 2-19 三軸圧縮・伸張試験 (図 2-12 と同じ試験データ) の  $\tau_{oct}/\sigma_{oct} \sim d\varepsilon_{oct}/d\gamma_{oct}$  関係

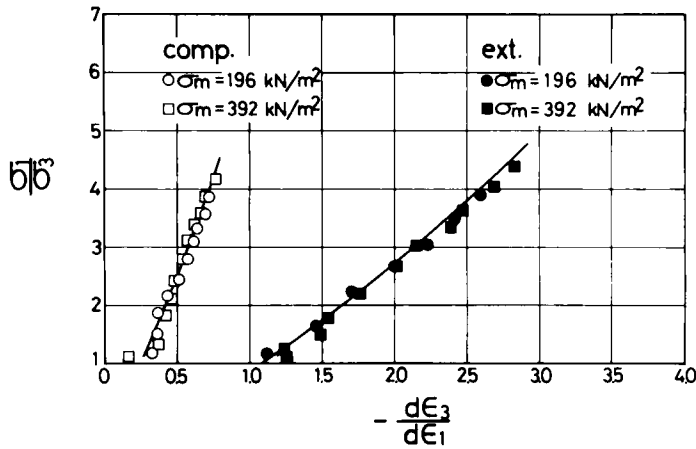


図 2-20 三軸圧縮・伸張試験 (図 2-12 と同じ試験データ) の  $\sigma_1/\sigma_3 \sim d\epsilon_3/d\epsilon_1$  関係

$$\frac{\tau_{\text{oct}}}{\sigma_{\text{oct}}} = \frac{\sqrt{2}}{3} M - 2 \frac{d\epsilon_{\text{oct}}}{dr_{\text{oct}}} \dots\dots (5-58)$$

図 2-19 は図 2-12 と同じ試験結果を  $\tau_{\text{oct}}/\sigma_{\text{oct}} \sim d\epsilon_{\text{oct}}/dr_{\text{oct}}$  関係で整理したものである。同図より、oct 面上の整理では応力条件によって勾配、縦軸切片が大きく異なり、ユニークに整理できないようである。

図 2-20 は図 2-12 に示された三軸圧縮および三軸伸張試験の実測値と式 (2-48) に基づく計算値を、主応力比  $\sigma_1/\sigma_3 \sim$  主ひずみ増分比  $d\epsilon_3/d\epsilon_1$  関係に変換したものである (プロットが実測値を表わし、実線が計算値を表わす)。ここに、三軸圧縮および三軸伸張条件下の  $\tau_{\text{SMP}}/\sigma_{\text{SMP}}$ 、 $d\epsilon_{\text{SMP}}^*/d\tau_{\text{SMP}}^*$  と  $\sigma_1/\sigma_3$ 、 $d\epsilon_3/d\epsilon_1$  間の関係式は式 (2-40) ~ (2-47) で与えられている。ところで、Rowe<sup>49)</sup>ら

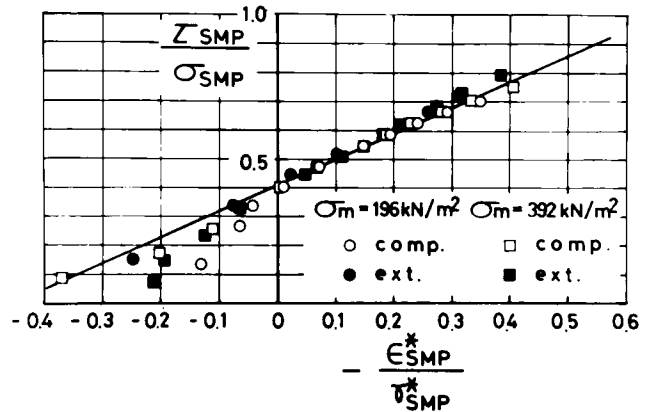


図 2-21 三軸圧縮・伸張試験の  $\tau_{\text{SMP}}/\sigma_{\text{SMP}} \sim \frac{\epsilon_{\text{SMP}}^*}{\tau_{\text{SMP}}^*}$  関係

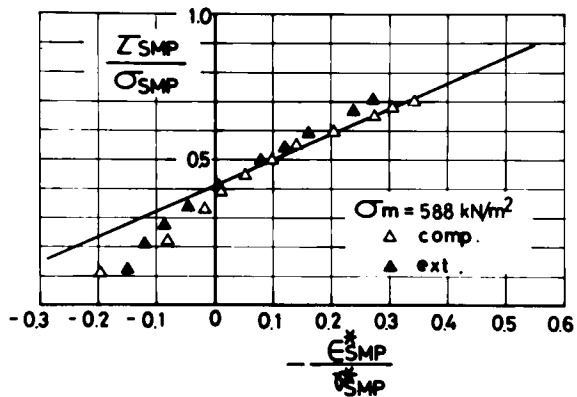


図 2-22 三軸圧縮・伸張試験の  $\tau_{\text{SMP}}/\sigma_{\text{SMP}} \sim \frac{\epsilon_{\text{SMP}}^*}{\tau_{\text{SMP}}^*}$  関係

の stress-dilatancy 式 (主応力・主ひずみ増分比関係式) は式 (1-2), (1-3) で与えられているが, 第 1 章でも述べたように Rowe らの関係式では限られた応力経路下 (例えば三軸圧縮条件や三軸伸張条件に限る) では実測値を説明できるが, 巾広い応力条件下の応力比・ひずみ増分比関係を同一のパラメータを用いて統一的に規定することはできない。

次に, SMP 上の  $\tau_{SMP}/\sigma_{SMP} \sim \epsilon_{SMP}^*/\gamma_{SMP}^*$  関係

(式 (2-49)) の検証を行なう。図 2-21~2-23 は前述の三軸圧縮および三軸伸張試験結果を  $\tau_{SMP}/\sigma_{SMP} \sim \epsilon_{SMP}^*/\gamma_{SMP}^*$  関係で整理したものである。ここでも三軸圧縮・伸張条件にかかわらず, ほぼ一本の直線上にプロットされ, 式 (2-49) が成立するのがみられる。図 2-24 は  $\theta$  一定径路の多軸試験結果について同様の整理を行なったものである。図中の直線は図 2-21~2-23 に示す通常の三軸試験より得られる関係を表わしているが, 多軸試験においても式 (2-49) が応力経路にかかわらず成立するようである。また, 図 2-25 はゆる詰め試料 (L 試料,  $e_0 = 0.80$ ) の三軸圧縮・伸張試験結果を同様の整理で示したものであるが, 式 (2-49) が式 (2-48) 同様間隙比の影響を受けないのがわかる。これらの図より, 豊浦標準砂の土質パラメータ  $\mu^* =$

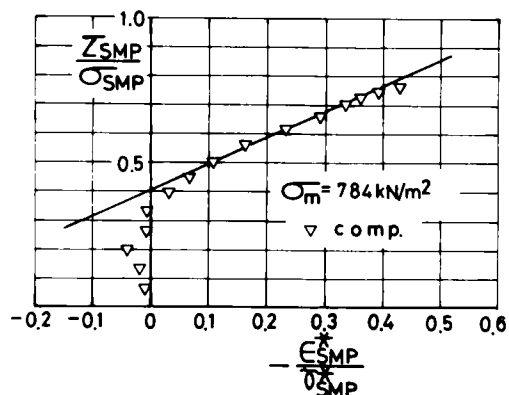


図 2-23 三軸圧縮試験の  $\tau_{SMP}/\sigma_{SMP} \sim \epsilon_{SMP}^*/\gamma_{SMP}^*$  関係

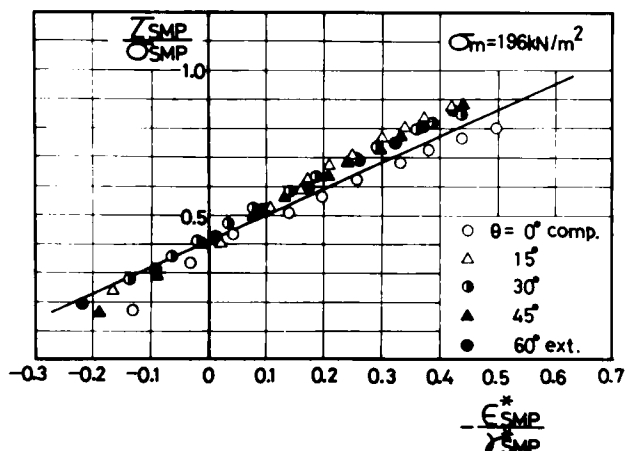


図 2-24 多軸試験 ( $\theta$  一定径路) の  $\tau_{SMP}/\sigma_{SMP} \sim \epsilon_{SMP}^*/\gamma_{SMP}^*$  関係

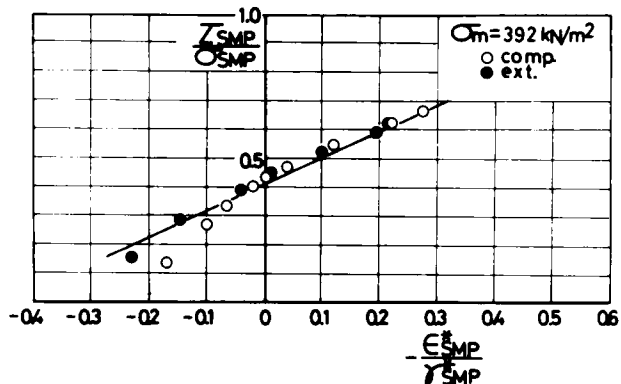


図 2-25 ゆる詰め試料の三軸圧縮・伸張試験の  $\tau_{SMP}/\sigma_{SMP} \sim \epsilon_{SMP}^*/\gamma_{SMP}^*$  関係

0.41と決定した。

次に、SMP上の $\tau_{SMP}/\sigma_{SMP} \sim \gamma_{SMP}^*$ 、 $\gamma_{SMP}^* \sim \epsilon_{SMP}^*$ 関係の検証を行なう。図2-26～2-29は三軸圧縮および三軸伸張試験結果の実測値の整理(プロット)と式(2-51)、(2-52)による計算曲線(実線)を示している、なお、計算曲線のパラメータ( $\lambda^*$ ,  $\mu^*$ ,  $\mu'^*$ )は前述したように通常の三軸試験の整理(例えば図2-12, 図2-21)より決定することが出来、 $\gamma_0^*$ に関するパラメータ $\gamma_{0r}^*$ ,  $C_d^*$ (式(2-53)参照)は平均主応力の異なる2種以上の三軸試験結果より決定することが出来る。図2-30に上述の三軸圧縮および伸張試験の $\gamma_0^* \sim \sigma_m$ 関係を示す。ここで、実験に用いたやや密な豊浦標準砂(初期間隙比 $e_0 \sim 0.68$ )の土質パラメータを表2-1にまとめる。図2-31は $\theta$ 一定径路の多軸試験結果を図2-26～2-29と同じ整理で示したものである。同図には上述の三軸試験より得られたパラメータを用いて計算された計算曲線を示しているが、実測値は応力径路にかかわらずほぼ同一の曲線上にプロットされるのがみられる。

さて、図2-32, 2-33は2-3節で述べた従来の関係式に基づく実測値(図2-26, 2-27と同じ試験

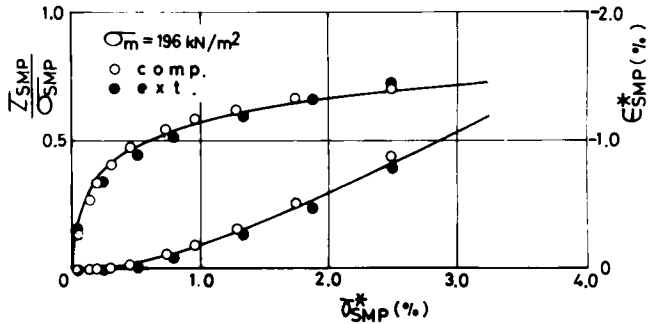


図2-26 三軸圧縮・伸張試験の $\tau_{SMP}/\sigma_{SMP} \sim \gamma_{SMP}^*$ 、 $\gamma_{SMP}^* \sim \epsilon_{SMP}^*$ 関係

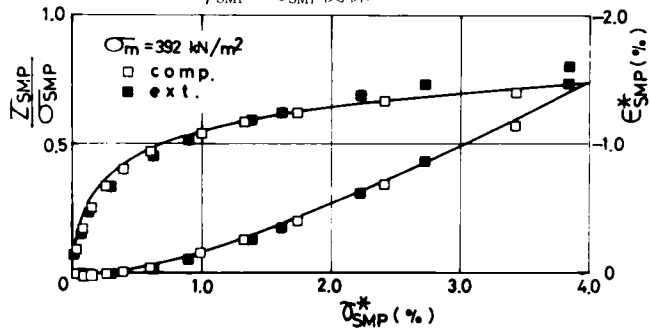


図2-27 三軸圧縮・伸張試験の $\tau_{SMP}/\sigma_{SMP} \sim \gamma_{SMP}^*$ 、 $\gamma_{SMP}^* \sim \epsilon_{SMP}^*$ 関係

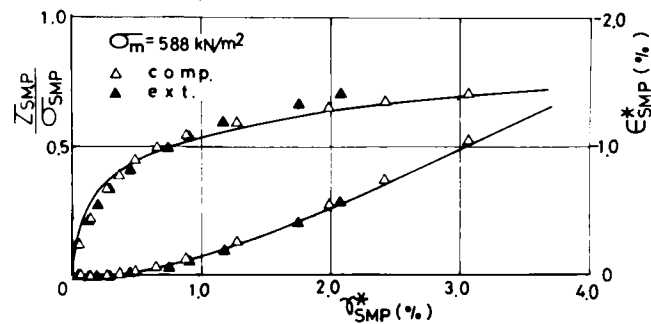


図2-28 三軸圧縮・伸張試験の $\tau_{SMP}/\sigma_{SMP} \sim \gamma_{SMP}^*$ 、 $\gamma_{SMP}^* \sim \epsilon_{SMP}^*$ 関係

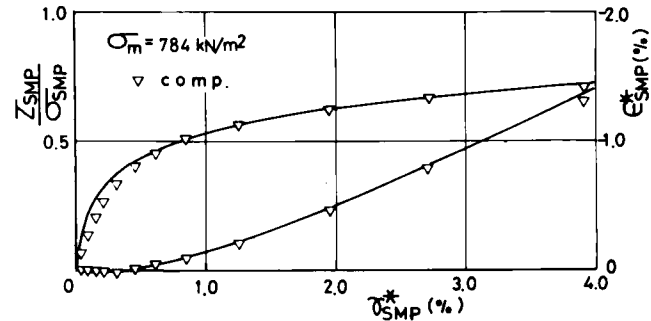


図2-29 三軸圧縮試験の $\tau_{SMP}/\sigma_{SMP} \sim \gamma_{SMP}^*$ 、 $\gamma_{SMP}^* \sim \epsilon_{SMP}^*$ 関係

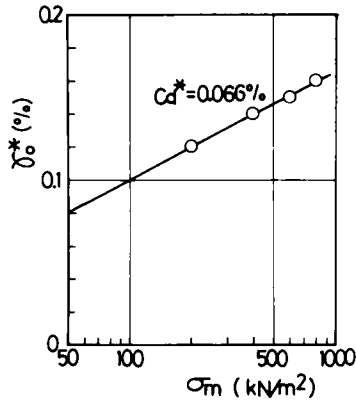


図 2-30 土質パラメータ  $\gamma_0^*$  と平均主応力  $\sigma_m$  の関係

表 2-1 豊浦標準砂の土質パラメータ

$\lambda^*$	0.9	
$\mu^*$	0.27	
$\mu'^*$	0.41	
$\gamma_0^*$	$\gamma_{0i}^*$	0.10 %
	$C_d^*$	0.066 %
	$\sigma_{mi}$	98 kN/m <sup>2</sup> (1.0 kgf/cm <sup>2</sup> )

結果) の整理と従来の関係式による計算曲線を示している。図 2-32, 2-33 を図 2-26, 2-27 と比べてみると、従来の整理では三軸伸張条件下のひずみの実測値が大きくなり圧縮と伸張試験の間に差異がみられるようである。なお、従来の関係式の土質パラメータは  $\lambda = 1.1$ ,  $\mu = 0.21$ ,  $\mu' = 0.38$ ,  $\gamma_0 = 0.10\%$  ( $\sigma_m = 196 \text{ kN/m}^2$ ),  $0.13\%$  ( $\sigma_m = 392 \text{ kN/m}^2$ ) である。

また、図 2-34 は比較のため図 2-27 と同じ試験データ ( $\sigma_m =$

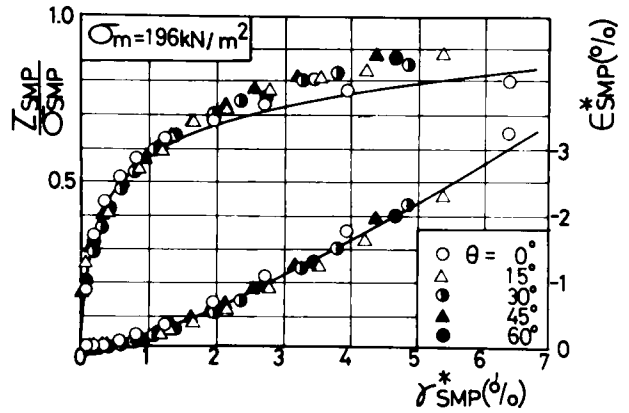


図 2-31 多軸試験 ( $\theta$ 一定径路) の  $\tau_{SMP}/\sigma_{SMP} \sim \gamma_{SMP}^*$ ,  $\gamma_{SMP}^* \sim \epsilon_{SMP}^*$  関係

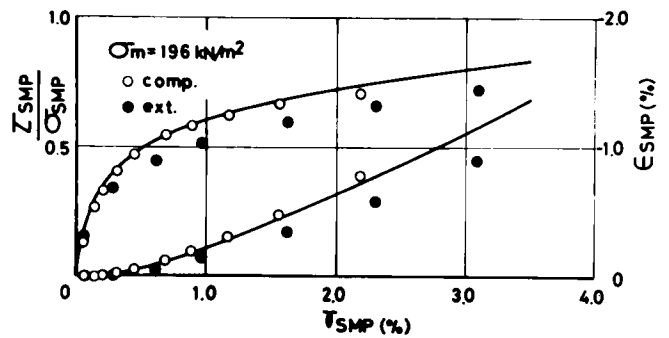


図 2-32 三軸圧縮・伸張試験 (図 2-26 と同じ試験データ) の  $\tau_{SMP}/\sigma_{SMP} \sim \gamma_{SMP}$ ,  $\gamma_{SMP} \sim \epsilon_{SMP}$  関係

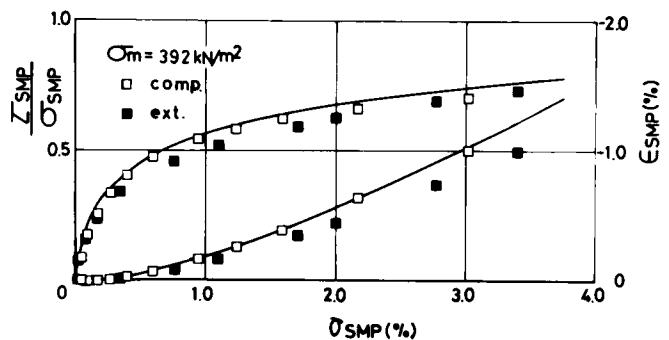


図 2-33 三軸圧縮・伸張試験 (図 2-27 と同じ試験データ) の  $\tau_{SMP}/\sigma_{SMP} \sim \gamma_{SMP}$ ,  $\gamma_{SMP} \sim \epsilon_{SMP}$  関係

392 kN/m<sup>2</sup>を正八面体面（oct面）上の応力比  $\tau_{oct}/\sigma_{oct}$  ～せん断ひずみ  $\gamma_{oct}$ ,  $\gamma_{oct}$  ～垂直ひずみ  $\epsilon_{oct}$  関係で整理した結果を示している。図2-27のSMPに基づく整理では三軸圧縮、三軸伸張条件下の両実測値がユニークに整理されているが、図2-34のoct面上の整理では図2-19の場合同様三軸圧縮・伸張の両試験結果の間に大きな差異がみられる。

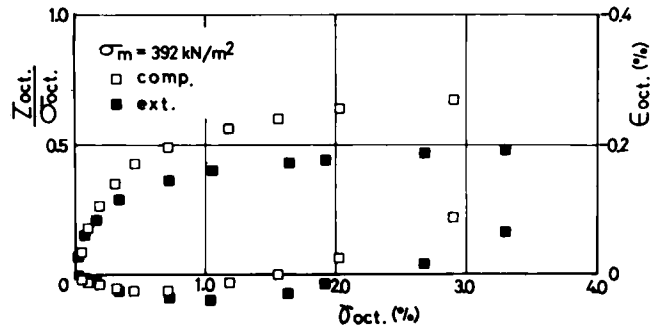


図2-34 三軸圧縮・伸張試験(図2-27と同じ試験データ)の  $\tau_{oct}/\sigma_{oct}$  ～  $\gamma_{oct}$ ,  $\gamma_{oct}$  ～  $\epsilon_{oct}$  関係

ところで、図2-35はゆる詰め試料(L試料,  $e_0 \approx 0.80$ )の三軸圧縮・伸張試験結果 ( $\sigma_m = 392 \text{ kN/m}^2$ )を  $\tau_{SMP}/\sigma_{SMP} \sim \gamma_{SMP}^*$ ,  $\gamma_{SMP}^* \sim \epsilon_{SMP}^*$  関係で整理した結果(プロット)と、提案式による計算曲線 ( $\lambda^* = 0.9$ ,  $\mu^* = 0.27$ ,  $\mu'^* = 0.41$ ,  $\gamma_0^* = 0.42\%$  ( $\sigma_m = 392 \text{ kN/m}^2$ ))を示している。やや密詰め試料(P試料)とゆる詰め試料(L試料)を比較した場合、

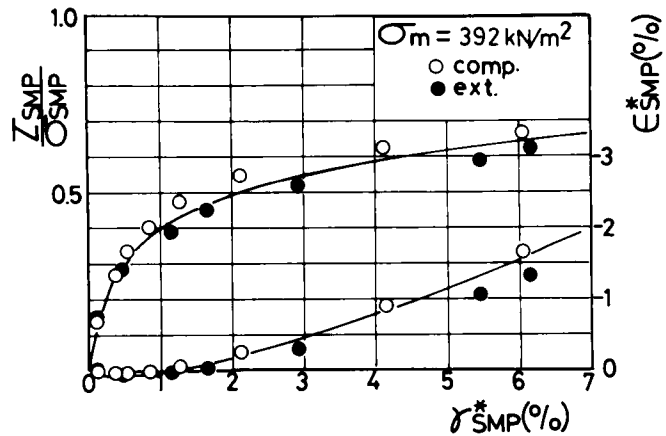


図2-35 ゆる詰め試料の三軸圧縮・伸張試験の  $\tau_{SMP}/\sigma_{SMP} \sim \gamma_{SMP}^*$ ,  $\gamma_{SMP}^* \sim \epsilon_{SMP}^*$  関係

土質パラメータ  $\lambda^*$ ,  $\mu^*$ ,  $\mu'^*$ は試料が決まれば間隙比にかかわらず一定になるが、パラメータ  $\gamma_0^*$ は粒子構造(間隙比等)の影響を受けて変化する( $\sigma_m = 392 \text{ kN/m}^2$ の場合、P試料： $\gamma_0^* = 0.14\%$ 、L試料： $\gamma_0^* = 0.42\%$ )。したがって実際の地盤の土質パラメータを推定する場合、 $\gamma_0^*$ に関する係数 ( $\gamma_{oi}^*$ ,  $C_d^*$ )は地盤の粒子構造(間隙比等)を考慮して決定する必要がある。

以上、本小節では三軸圧縮条件、三軸伸張条件および相異なる3主応力下の土のせん断試験結果が、空間滑動面(SMP)上の関係式式(2-48)～(2-53)によって、統一的に説明できることを示した。また土質パラメータの決定方法についても述べた。次の小節(2-7-3)では、以上の試験の主応力・主ひずみ関係の検証を行なう。

### 2-7-3 主応力・主ひずみ関係の検証

まず、通常の間筒供試体による三軸圧縮および三軸伸張試験結果について検証を行なう。図2-36～2-39は、平均主応力一定条件下 ( $\sigma_m = 196, 392, 588, 784 \text{ kN/m}^2$ ) の三軸圧縮および三軸伸張試験のデータを主応力比  $\sigma_1/\sigma_3 \sim$  主ひずみ ( $\epsilon_1, \epsilon_3$ ) 関係で整理した結果 (プロット) と、式(2-51), (2-52), (2-54) による計算曲線 (三軸圧縮: 実線, 三軸伸張: 一点鎖線) を示したものである。(ただし、実測値, 計算値ともに主応力比  $\sigma_1/\sigma_3 \approx 4$  までであり、破壊時までは示していない。) なお、本小節においても、やや密詰め ( $e_0 = 0.68$ ) の豊浦標準砂の計算曲線は、すべて前述の表2-1に示す土質パラメータを用いて計算している。

図2-40, 2-41は図2-36と同じデータを体積ひずみ  $\epsilon_v \sim$  主ひずみ差 ( $\epsilon_1 - \epsilon_3$ ) 関係で整理したものであり、図2-42, 2-43は図2-37のデータを同様に整理したものである。図中プロットは実測値を示し、実線は式(2-51), (2-52), (2-54) による計算曲線を示し、破線はSMPに基づく従来の提案式(2-3節)による計算曲線を示している。なお、実測値および計算

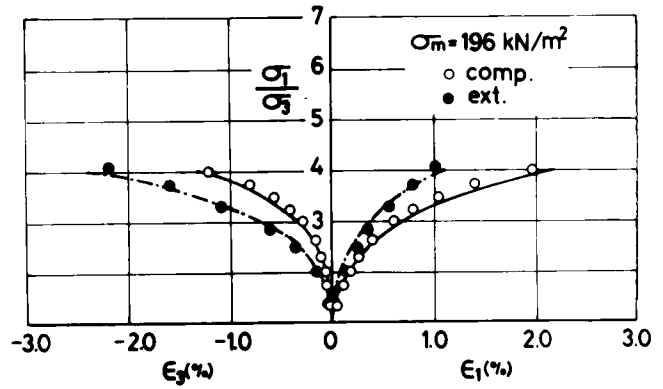


図2-36 三軸圧縮・伸張試験の主応力比～主ひずみ関係

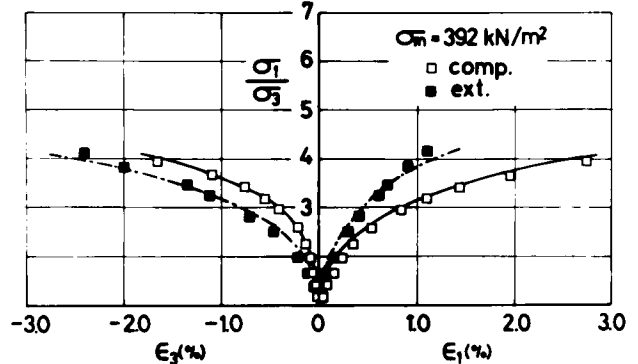


図2-37 三軸圧縮・伸張試験の主応力比～主ひずみ関係

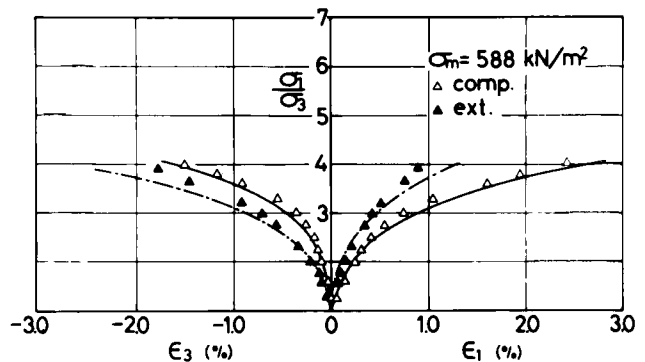


図2-38 三軸圧縮・伸張試験の主応力比～主ひずみ関係

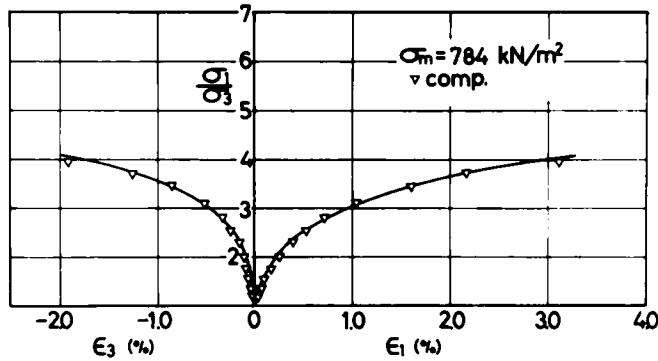


図 2-39 三軸圧縮試験の主応力比～主ひずみ関係

曲線の終了点はすべて  $\sigma_1/\sigma_3 = 4$  の応力状態に対応している。これらの図からも、新たな応力・ひずみ関係式は、従来の応力・ひずみ関係式よりもよく実測値を説明しているといえるであろう。

図2-44, 2-45は平均主応力一定条件下 ( $\sigma_m = 196 \text{ kN/m}^2, 392 \text{ kN/m}^2$ ) の三軸圧縮および三軸伸張試験結果を体積ひずみ  $\varepsilon_v$  ～主応力比  $\sigma_1/\sigma_3$  関係で整理したものである。図中の実線は三軸圧縮試験の計算曲線を、一点鎖線は三軸伸張試験の計算曲線を示している。ところで、従来の提案式 (2-3 節) によれば、SMP 上のひずみ増分の主ひずみ増分  $d\varepsilon_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) への変換式は、式 (2-22) で与えられている。よって、体積ひずみ増分  $d\varepsilon_v$  は次式で与えられることになる。

$$\begin{aligned}
 d\varepsilon_v &= d\varepsilon_1 + d\varepsilon_2 + d\varepsilon_3 \\
 &= 3 d\varepsilon_{\text{SMP}} + \frac{J_1 - 3\sigma_{\text{SMP}}}{2 \cdot \tau_{\text{SMP}}} \cdot d\tau_{\text{SMP}} \\
 &= 3 d\varepsilon_{\text{SMP}} + \frac{3X}{2} \cdot d\tau_{\text{SMP}} \quad (X = \tau_{\text{SMP}}/\sigma_{\text{SMP}}) \\
 &\dots\dots\dots (2-59)
 \end{aligned}$$

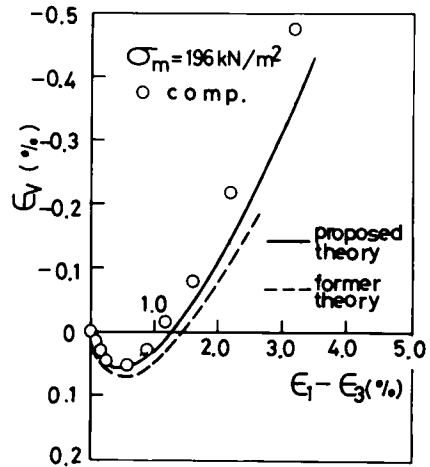


図 2-40 三軸圧縮試験の  $\varepsilon_v$  ～ ( $\varepsilon_1 - \varepsilon_3$ ) 関係

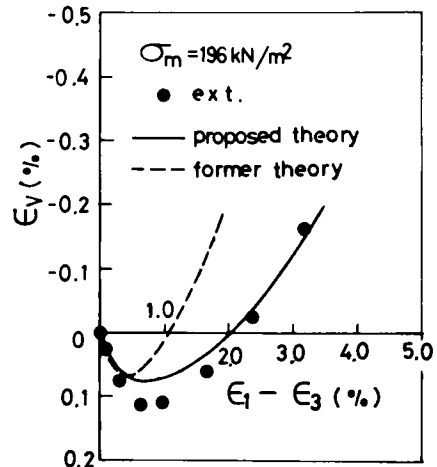


図 2-41 三軸伸張試験の  $\varepsilon_v$  ～ ( $\varepsilon_1 - \varepsilon_3$ ) 関係



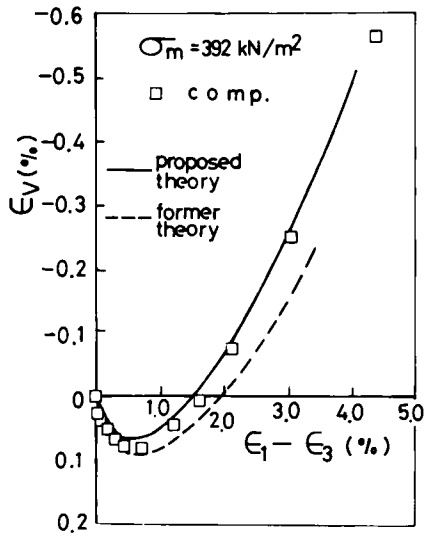


図 2-42 三軸圧縮試験の  $\epsilon_v \sim (\epsilon_1 - \epsilon_3)$  関係

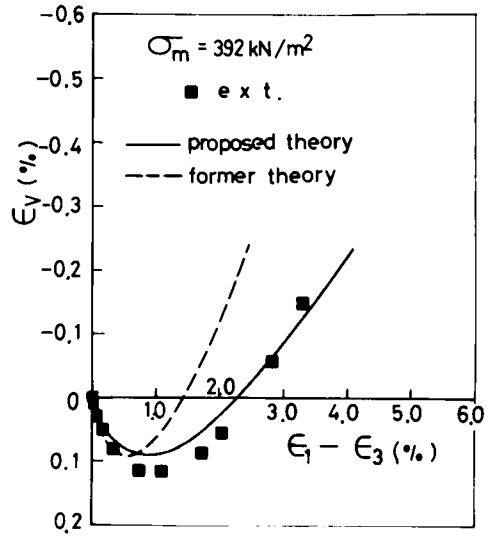


図 2-43 三軸伸張試験の  $\epsilon_v \sim (\epsilon_1 - \epsilon_3)$  関係

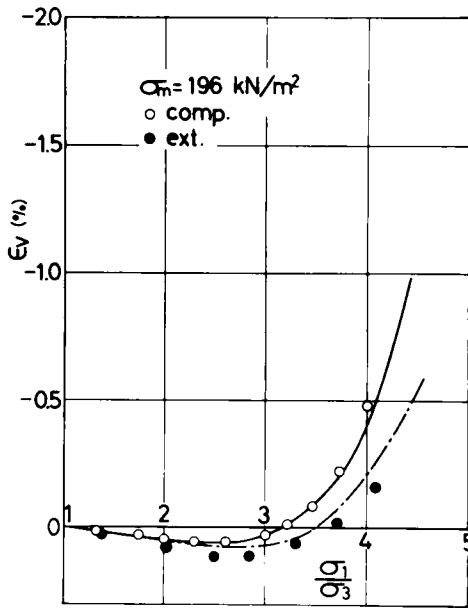


図 2-44 三軸圧縮・伸張試験の  $\epsilon_v \sim \sigma_1/\sigma_3$  関係

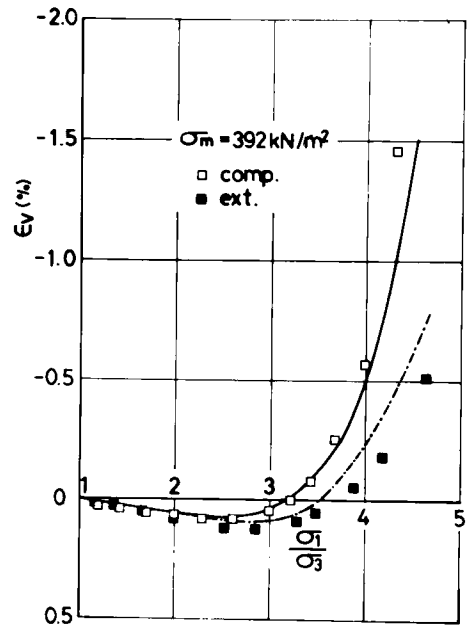


図 2-45 三軸圧縮・伸張試験の  $\epsilon_v \sim \sigma_1/\sigma_3$  関係

また式 (2-9), (2-13) に示すように, 三軸圧縮条件下と三軸伸張条件下では SMP 上のせん断・垂直応力比  $\tau_{SMP}/\sigma_{SMP}$  は同じとなる。

$$\frac{\tau_{SMP}}{\sigma_{SMP}} = X = \frac{\sqrt{2}}{3} (\sqrt{\sigma_1/\sigma_3} - \sqrt{\sigma_3/\sigma_1}) \quad \dots\dots\dots (2-60)$$

(三軸圧縮および三軸伸張条件下)

式(2-60)より、同じ主応力比 $\sigma_1/\sigma_3$ では三軸圧縮条件下と三軸伸張条件下の $\tau_{SMP}/\sigma_{SMP}$ は同じとなり、同じ $\tau_{SMP}/\sigma_{SMP}$ に対する $d\epsilon_{SMP}$ 、 $d\gamma_{SMP}$ は等しいので、式(2-59)より体積ひずみ $\epsilon_v$ も同一の値となる。したがって、従来の関係式によればこのような三軸圧縮試験と三軸伸張試験の実測値の差異は説明できないことになる。

次に多軸試験結果について検証を行なう。図2-46(a)~(e)は、 $\theta$ 一定径路の多軸試験( $\theta = 0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ )の主応力比 $\sigma_1/\sigma_3 \sim$ 主ひずみ( $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$ )関係の実測値(プロット)と、表2-1に示した土質パラメータを用いて式(2-51)、(2-52)、(2-54)より計算される計算曲線を示している。特に $\theta = 15^\circ$ で中間主ひずみ $\epsilon_2$ は膨張側となり、 $\theta = 30^\circ$ では圧縮側となる実測値の傾向を、計算曲線はよく表現している。したがって、上述の結果より、平面ひずみ状態の応力径路は $\theta = 15^\circ \sim 30^\circ$ に位置することになるが、これは今までによく報告されている結果(例えば、Lade・Duncan, Green・Reades<sup>47)</sup><sup>50)</sup>)と一致している。なお、通常の間筒供試体についての三軸試験から得られる土質パラメータ(表2-1)を用いて、多軸応力下の土の応力・ひずみ関係をこのように予測できることは意味深いことと思われる。

図2-47は、 $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ なる条件下の $\theta$ 一定径路の多軸試験( $\theta = 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ$ )のひずみ増分方向の実測値を正八面体面(oct面)に投影し、ベクトルで示したものである。ここに、oct面上でのひずみ増分ベクトルと $\sigma_1$ 方向( $d\epsilon_1$ 方向)のなす角 $\zeta$ は次式で与えられる。

$$\tan \zeta = \sqrt{3} \cdot \frac{(d\epsilon_2 - d\epsilon_3)}{(d\epsilon_1 - d\epsilon_2) + (d\epsilon_1 - d\epsilon_3)} \quad \dots\dots\dots (2-61)$$

なお、ベクトルの大きさはoct面上のせん断ひずみ増分 $d\gamma_{oct}$ とoct面上のせん断・垂直応力比増分 $d(\tau_{oct}/\sigma_{oct})$ との比で表わしている。同図より、 $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ なる多軸応力状態では応力比の増加に伴い、oct面上のひずみ増分の方向が応力径路の方向から一方向にずれる傾向がみられる。このような実験事実は、砂についてはLade・Duncan<sup>47)</sup><sup>43)</sup>によって、粘土についてはYong・Mckey<sup>51)</sup>によっても指摘されている。図2-48は式(2-51)、(2-52)、(2-54)、(2-61)より算定されるoct面上のひずみ増分方向の計算値を示したものであるが、図2-47にみられる実測値の傾向をよく説明している。また、図2-47、図2-48には参考にまで $\tau_{SMP}/\sigma_{SMP} = \text{const.}$ なる条件を細い実線で示したが、ひずみ増分ベクトルの方向は実測値も計算値もこの条件に垂直にならない。したがって、後の節(2-10節)で述べる $\tau_{SMP}/\sigma_{SMP} = \text{const.}$ という条件は塑性ポテンシャルとしてはふさわしくないようである。このように塑性ポテンシャルを決めることなく、ひずみ増分方向が説明できるのは興味深い。ところで、SMPに基づく従来の提案式では、主ひずみ増分 $d\epsilon_i$ ( $i = 1, 2, 3$ )が式(2-22)で表わされることにより、

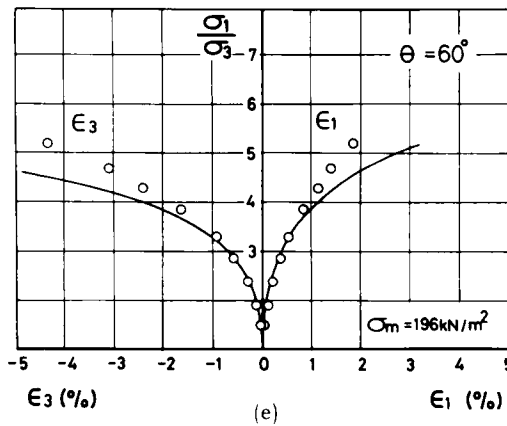
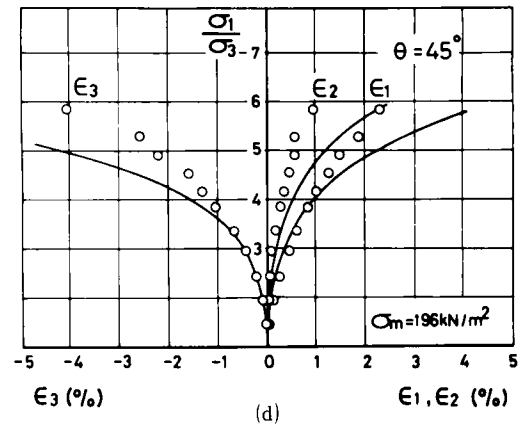
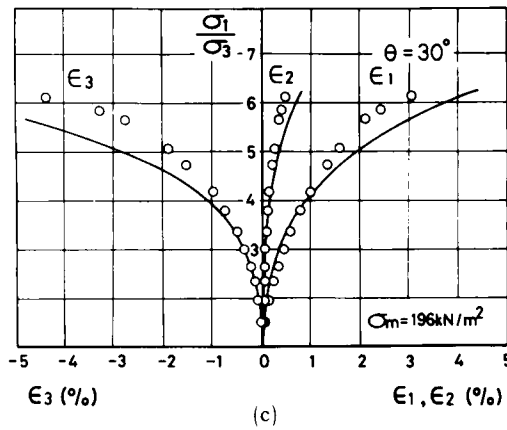
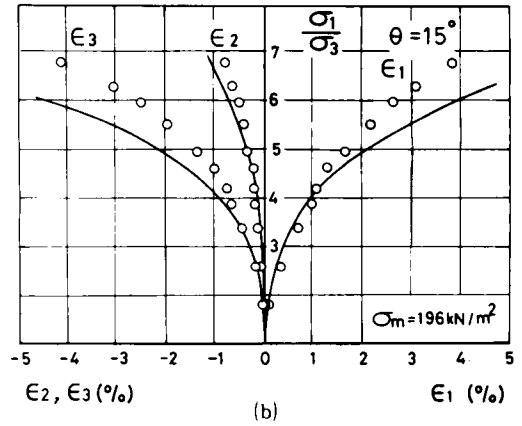
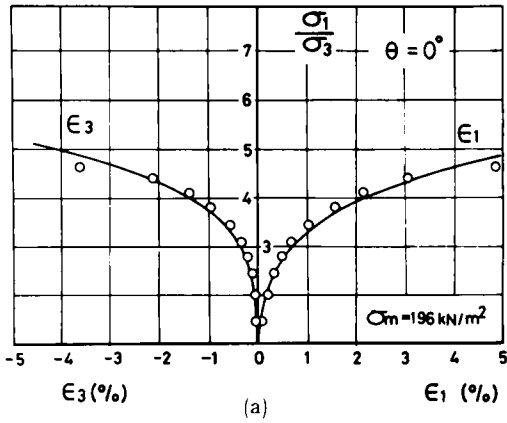


図 2-46 多軸試験 ( $\theta$ 一定径路) の主応力比～主ひずみ関係

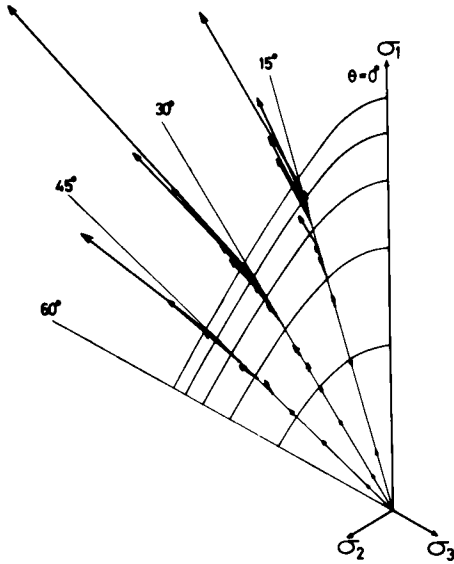


図 2-47 多軸試験 ( $\theta = 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ$ ) の正八面体面上のひずみ増分方向の実測値

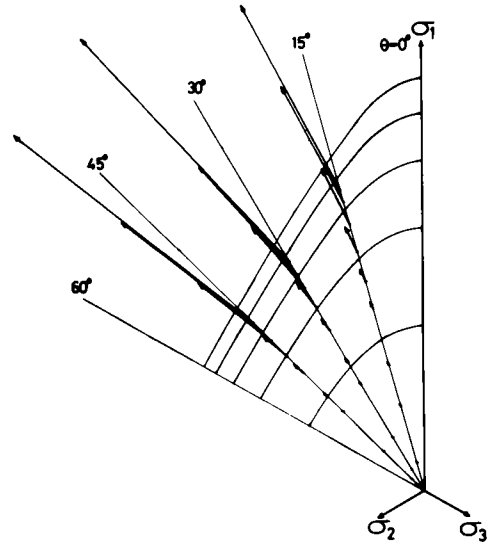


図 2-48 多軸試験 ( $\theta = 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ$ ) の正八面体面上のひずみ増分方向の計算値

$$\begin{aligned} \tan \zeta &= \sqrt{3} \cdot \frac{(d\varepsilon_2 - d\varepsilon_3)}{(d\varepsilon_1 - d\varepsilon_2) + (d\varepsilon_1 - d\varepsilon_3)} \\ &= \sqrt{3} \cdot \frac{\frac{\sigma_2 - \sigma_3}{\tau_{SMP}} \cdot \frac{dr_{SMP}}{2}}{\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\tau_{SMP}} \cdot \frac{dr_{SMP}}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\tau_{SMP}} \cdot \frac{dr_{SMP}}{2}} \\ &= \sqrt{3} \cdot \frac{(\sigma_2 - \sigma_3)}{(\sigma_1 - \sigma_2) + (\sigma_1 - \sigma_3)} \\ &= \tan \theta \quad (\text{式 (2-55) 参照}) \quad \dots\dots\dots (2-62) \end{aligned}$$

となり、oct 面上のひずみ増分方向と応力の方向が一致することになるので、このような実測値の傾向を説明できない。

以上、SMPに基づく新たなひずみ増分量 ( $d\varepsilon_{SMP}^*$ ,  $dr_{SMP}^*$ ) を導入した応力・ひずみ関係式に基づけば、3 主応力下の砂の種々のせん断試験結果を統一的に説明できることを示した。

## 2-8 粘土の実験装置および実験方法

### 2-8-1 粘土試料

実験に用いた粘土試料は次のようにして作成した。420  $\mu\text{m}$  のふるいを通した通称藤の森粘土と呼ばれる市販の粉末状の粘土に水を加え、液性限界以上の含水比 (約 80%) で十分 (通算 24 時間以上) 練り返した。それを大型圧密容器 (直径 25 cm) 内で  $K_0$  圧密すること

により試料を作成している。試料作成の圧密方法は、 $49 \text{ kN/m}^2$  ( $0.5 \text{ kgf/cm}^2$ ) 鉛直応力まで4段階の圧力に分け、それぞれの段階で48時間圧密し、さらに $49 \text{ kN/m}^2$ で約2週間放置した。その後、逆の過程で除荷し無荷重で約1週間放置している。このようにして作成した試料の含水比は約40%であり、その間隙比は1.06前後である。藤の森粘土の物理特性を表2-2に示す。また、その粒径加積曲線を図2-49に示すが、同図よりこの藤の森粘土の分類はシルト質粘土になる。

表2-2 藤の森粘土の物理的性質

LL	PL	PI	$G_s$
44.7%	24.7%	20.0%	2.65

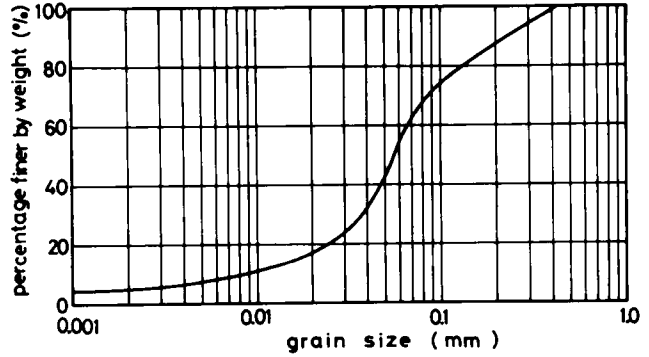


図2-49 藤の森粘土の粒径加積曲線

図2-50は大型圧密容器から垂直方向に取り出した試料(V-sample)と水平方向に取り出した試料(H-sample)を $\sigma_1 = \sigma_3 = 196 \text{ kN/m}^2$ のもとで等方圧縮した後、側圧一定( $\sigma_3 = 196 \text{ kN/m}^2$ )のもとで三軸圧縮試験した結果を主応力比 $\sigma_1/\sigma_3 \sim$ 主ひずみ $\epsilon_1$ 、 $\epsilon_1 \sim$ 体積ひずみ $\epsilon_v$ 関係で示したものである。同図より、V-sampleとH-sampleとの間には大きな

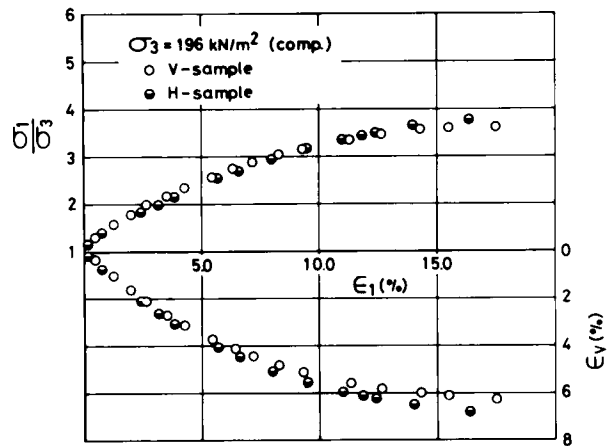


図2-50 V試料とH試料による三軸圧縮試験結果の比較

差異は見られないので、少なくとも $\sigma_m = 196 \text{ kN/m}^2$ 以上の応力状態では、初期構造の異方性がない等方性試料と見なせるようである。なお、実際の実験ではV-sampleを用いている。

### 2-8-2 実験装置および実験方法

粘土の実験はすべてひずみ制御型三軸試験機を用いて、三軸圧縮条件および三軸伸張条件下で行なっている。供試体は前述の粘土試料を直径3.5 cm、高さ8 cmの円筒形に成形することにより作成している。

通常、粘土の圧密排水試験(CD試験)や圧密非排水試験(CU試験)では、側方に排水

用ろ紙を巻き側方排水で実験を行なうことが多い。しかし、後述するように三軸伸張試験では側方排水用ろ紙の張力の影響が無視できないので、ここでは写真2-3に示すように側方にろ紙を巻かずに、試料の上下端面からのみ排水を許した。<sup>52)</sup> 図2-51, 2-52は、それぞれ平均主応力一定 ( $\sigma_m = 196 \text{ kN/m}^2$ ) 条件下の三軸圧縮および三軸伸張試験結果を、主応力比  $\sigma_1/\sigma_3 \sim$  主ひずみ  $\epsilon_1, \epsilon_3$  関係で示したものである。両図において、○印および●印は側方にろ紙を巻かない試験結果であり、□印および■印は通常の側方に排水用ろ紙を巻いた試験結果（三軸伸張試験ではろ紙の張力を軽減させるためらせん状にろ紙を巻いている）である。これらの図より、三軸圧縮試験では両者の差異がほとんどないのに対し、三軸伸張試験



写真2-3 粘土の三軸試験機のセル部分

ではろ紙を巻いた試験結果（■印）がろ紙の張力の影響を受けているのが理解されよう。なお、三軸圧縮条件ではろ紙の影響がほとんど見られないことより、後の章の検証で用いる三軸圧縮条件下の試験結果の一部には側方排水による試験結果も含まれている。

さらに、スリーブは厚さ 0.03 mm のゴム膜を用いゴム膜の張力も極力小さくしている。また実験はすべてひずみ制御法で排水条件下で行なっている。軸ひずみ速度  $\dot{\epsilon}_a$  は、間隙水圧の発生および試料の時間効果の影響をなくすため、 $\dot{\epsilon}_a = 5.5 \times 10^{-4} \%/\text{min}$ （変位速度 0.63 mm/day）とし、体積ひずみの測定では、ビューレット内の水の蒸発量をダミービューレットにより補正している。そして、一連の試験はすべて恒温室（ $20.0^\circ \pm 0.5^\circ \text{C}$ ）で行なっている。

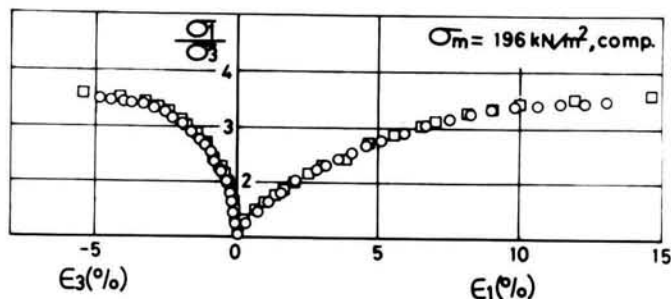


図2-51 側方排水用ろ紙がある場合（□印）とない場合（○印）の三軸圧縮試験結果

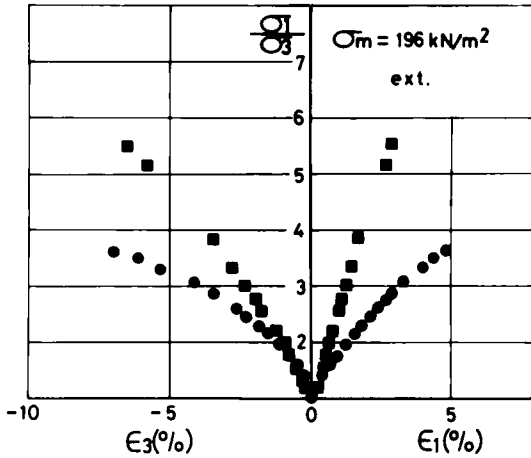


図 2-52 側方排水用紙がある場合(■印)とない場合(●印)の三軸伸張試験結果

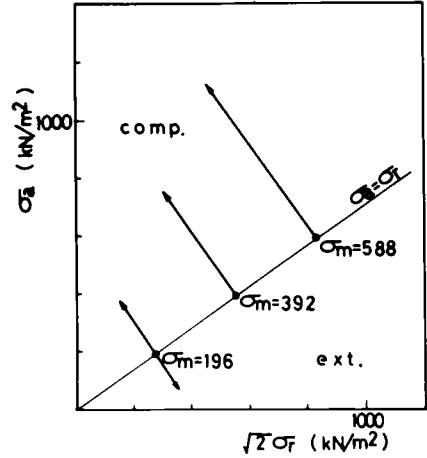


図 2-53 平均主応力一定条件下の粘土の三軸圧縮・伸張試験の応力径路(Rundulic面内で示している)

## 2-9 粘土の実験データによる検証

### 2-9-1 実験の応力径路

粘土の場合も砂と同様実験はすべて平均主応力一定 ( $\sigma_m = \text{const.}$ ) 条件下で行なっている。また実験はすべて三軸圧縮および三軸伸張条件下で行なわれている。図 2-53 は Rendulic 面内で三軸圧縮および三軸伸張試験の応力径路を示したものである。

### 2-9-2 空間滑動面上の応力・ひずみ関係の検証

現在まで、砂のせん断挙動と粘土(特に正規圧密粘土)のせん断挙動の類似性に着目して、両者をほぼ同一の応力・ひずみ関係式で規定することが多い(例えば、Schofield・Wroth<sup>48)</sup>、松岡<sup>53)</sup>)。本節では、前節で砂について検証した空間滑動面(SMP)に基づいた応力・ひずみ関係式の正規圧密粘土への適用性について検討する。

図 2-54 は平均主応力一定 ( $\sigma_m = 196 \text{ kN/m}^2 (2.0 \text{ kgf/cm}^2)$ ) 条件下の三軸圧縮および三軸伸張試験結果を  $\tau_{\text{SMP}}/\sigma_{\text{SMP}} \sim d\epsilon_{\text{SMP}}^*/dr_{\text{SMP}}^*$  関係式(2-48)) で整理したものである。また、図 2-55 は平均主応力一定

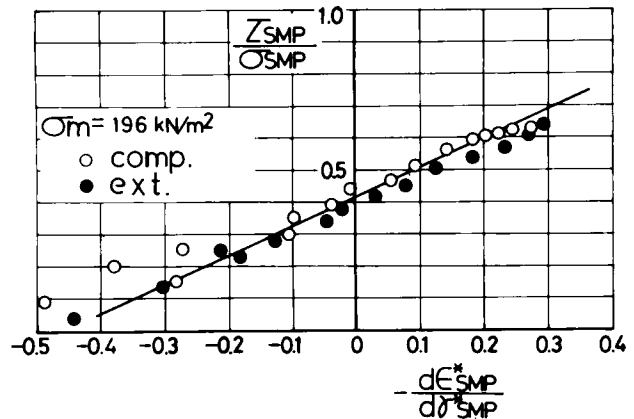


図 2-54 三軸圧縮・伸張試験の  $\tau_{\text{SMP}}/\sigma_{\text{SMP}} \sim d\epsilon_{\text{SMP}}^*/dr_{\text{SMP}}^*$  関係

( $\sigma_m = 392 \text{ kN/m}^2 (4.0 \text{ kgf/cm}^2)$ ,  $\sigma_m = 588 \text{ kN/m}^2 (6.0 \text{ kgf/cm}^2)$ ) 条件下の三軸圧縮試験結果を同様に整理したものである。これら2つの図より、粘土の場合も砂の場合と同様、平均主応力  $\sigma_m$  や三軸圧縮・伸張条件にかかわらず同一直線上に整理されることがわかる。以上の図より、藤の森粘土の土質パラメータ  $\lambda^* = 0.9$ ,  $\mu^* = 0.42$  と決定される。

図2-56は平均主応力 ( $\sigma_m = 196 \text{ kN/m}^2$ ) 一定条件下の三軸圧縮および三軸伸張試験結果を  $\tau_{SMP}/\sigma_{SMP} \sim \epsilon_{SMP}^*/\gamma_{SMP}^*$  関係で整理したものであるが、同図より粘土の場合にも式(2-49)が成立し、土質パラメータ  $\mu^* = 0.60$  と決定される。

図2-57~2-59は、上述の一連の三軸圧縮および三軸伸張試験の実測値を  $\tau_{SMP}/\sigma_{SMP} \sim \gamma_{SMP}^*$ ,  $\gamma_{SMP}^* \sim \epsilon_{SMP}^*$  関係で整理した結果(プロット)と、式(2-51), (2-52)による計算曲線(実線)を示している。さて、砂の場合、図2-26~2-29にみられるように土質パラメータ  $\gamma_0^*$  はたとえ初期の粒子構造が同じでも平均主応力  $\sigma_m$  の影響を受け式(2-53)のように表わされる。しかし粘土(正規圧密粘土)の場合、図2-57~2-59に見られるように、せん断時の応力・ひずみ関係(応力比・ひずみ関係)は平均主応力

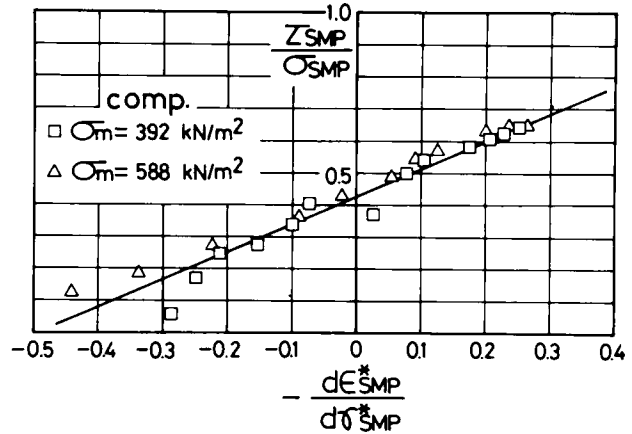


図2-55 三軸圧縮試験の  $\tau_{SMP}/\sigma_{SMP} \sim d\epsilon_{SMP}^*/d\gamma_{SMP}^*$  関係

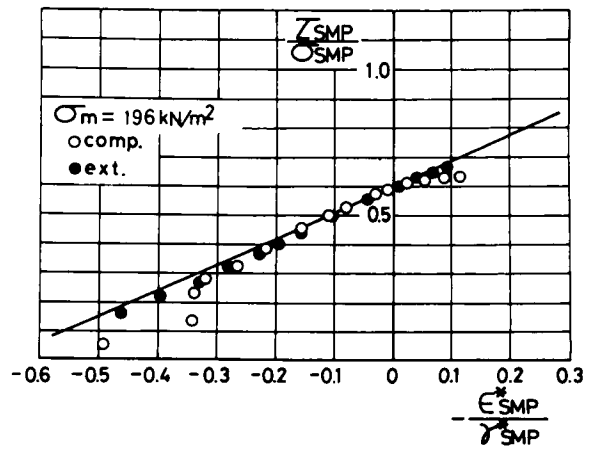


図2-56 三軸圧縮・伸張条件下の  $\tau_{SMP}/\sigma_{SMP} \sim \epsilon_{SMP}^*/\gamma_{SMP}^*$  関係

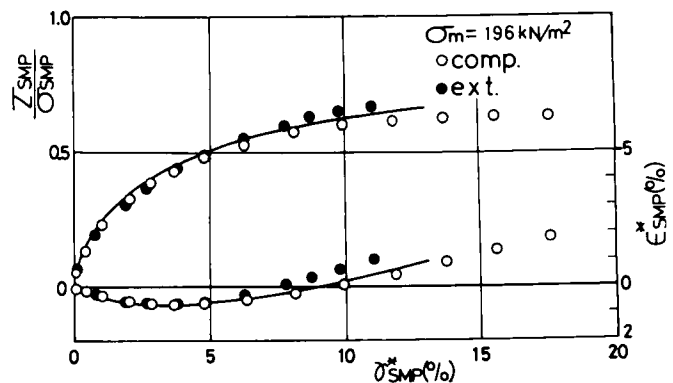


図2-57 三軸圧縮・伸張試験の  $\tau_{SMP}/\sigma_{SMP} \sim \gamma_{SMP}^*$ ,  $\gamma_{SMP}^* \sim \epsilon_{SMP}^*$  関係



$\sigma_m$ の影響をあまり受けないようである。これは正規圧密粘土の変形に関する他の多くの実験<sup>54),55)</sup>でも検証されており、また正規圧密粘土の変形に関する他の多くの<sup>48),56),57)</sup>理論もこの実験事実に基づいている。したがって、藤の森粘土(正規圧密状態)の土質パラメータ $r_0^*$ は平均主応力 $\sigma_m$ の影響を受けないと考えられ、図2-57~2-59より、 $r_0^*=3.3\%$ ( $r_{0i}^*=3.3\%$ ,  $C_d^*=0.0\%$ )と決定される。表2-3に藤の森粘土の土質パラメータをまとめる。

以上、本小節では平均主応力一定条件下の正規圧密粘土の変形挙動も、空間滑動面上の応力・ひずみ関係式(2-5節)によって三軸圧縮・伸張条件にかかわらず統一的に説明できることを示した。次の小節(2-9-3)では、以上の試験の主応力・主ひずみ関係の検証を行なう。

表2-3 藤の森粘土の土質パラメータ

$\lambda^*$	0.9	
$\mu^*$	0.42	
$\mu'^*$	0.60	
$r_0^*$	$r_{0i}^*$	3.3 %
	$C_d^*$	0.0 %
	$\sigma_{mi}$	

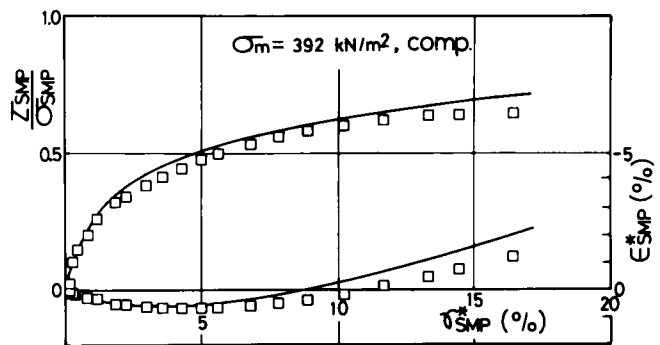


図2-58 三軸圧縮試験の $\tau_{SMP}/\sigma_{SMP} \sim \gamma_{SMP}^*$ ,  $\gamma_{SMP}^* \sim \epsilon_{SMP}^*$ 関係

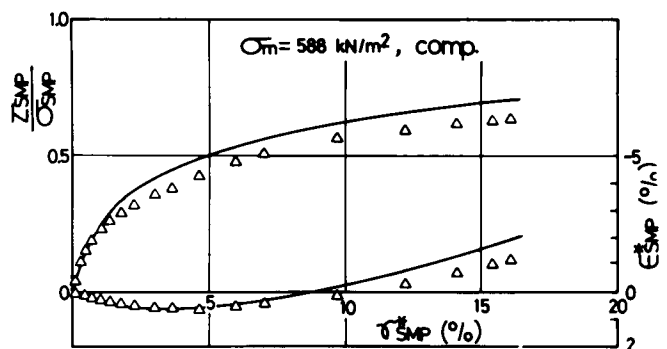


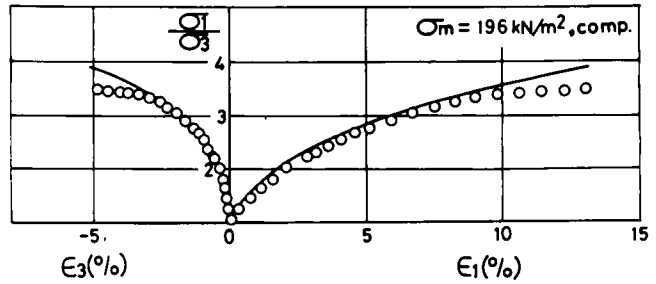
図2-59 三軸圧縮試験の $\tau_{SMP}/\sigma_{SMP} \sim \gamma_{SMP}^*$ ,  $\gamma_{SMP}^* \sim \epsilon_{SMP}^*$ 関係

### 2-9-3 主応力・主ひずみ関係の検証

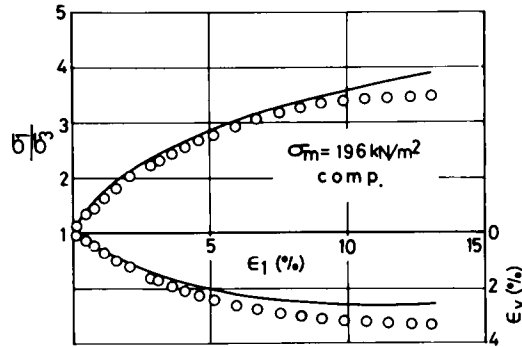
図2-60, 2-61は平均主応力一定( $\sigma_m = 196 \text{ kN/m}^2$ )条件下の三軸圧縮および三軸伸張試験結果を主応力比 $\sigma_1/\sigma_3 \sim$ 主ひずみ( $\epsilon_1, \epsilon_3$ )関係および $\sigma_1/\sigma_3 \sim \epsilon_1, \epsilon_1 \sim$ 体積ひずみ $\epsilon_v$ 関係で整理したものである。プロットが実測値を表わし、実線は式(2-51), (2-52), (2-54)による計算曲線を表わしている。なお、計算曲線は前述の表2-3に示す藤の森粘土の土質パラメータを用いて計算している。また、図2-62, 2-63はそれぞれ $\sigma_m = 392 \text{ kN/m}^2, 588 \text{ kN/m}^2$ の三軸圧縮試験結果(プロット)と計算曲線を $\sigma_1/\sigma_3 \sim \epsilon_1, \epsilon_1 \sim \epsilon_v$ 関係で示したもので

ある。粘土の場合、 $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ なる多軸応力下の平均主応力一定試験は行なっていないが、三軸圧縮および三軸伸張試験が、砂の場合同様、同一の土質パラメータで説明できることを考えれば、SMPに基づく提案式(2-5節)は多軸応力下の粘土の変形挙動も統一的に説明できそうである。

ところで、図2-60、2-61より、正規圧密粘土の場合圧縮強度と伸張強度が共に主応力比で約3.5であり、強度差はほとんどない。なお、この試料は前節(2-8節)で示したようにほぼ等方的な試料と考えられる。したがって、通常正規圧密粘土の伸張強度が圧縮強度に比べて大きい(破壊時の主応力比もしくは内部摩擦角について)と言われるのは、2-8節で述べたように、側方に排水用紙を巻く三軸伸張試験では、側方の排水用紙の張力の影響が除去できないという試験方法等に問題があるためとも考えられる。<sup>52)</sup>

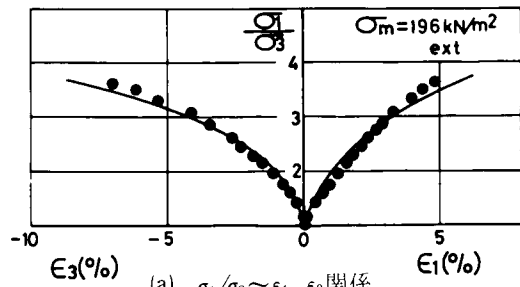


(a)  $\sigma_1/\sigma_3 \sim \epsilon_1, \epsilon_3$  関係

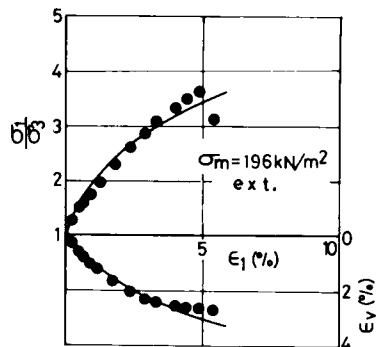


(b)  $\sigma_1/\sigma_3 \sim \epsilon_1, \epsilon_1 \sim \epsilon_v$  関係

図2-60 三軸圧縮試験の主応力・主ひずみ関係



(a)  $\sigma_1/\sigma_3 \sim \epsilon_1, \epsilon_3$  関係



(b)  $\sigma_1/\sigma_3 \sim \epsilon_1, \epsilon_1 \sim \epsilon_v$  関係

図2-61 三軸伸張試験の主応力・主ひずみ関係

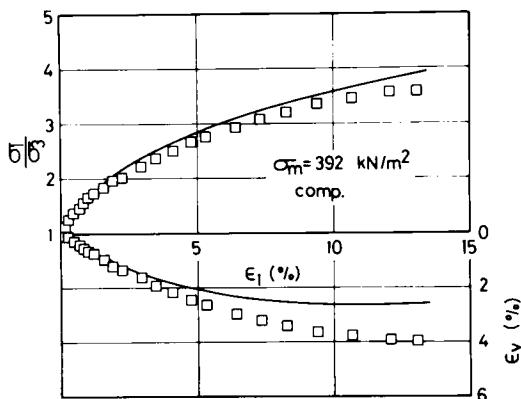


図 2-62 三軸圧縮試験の  $\sigma_1/\sigma_3 \sim \epsilon_1$ ,  $\epsilon_1 \sim \epsilon_v$  関係

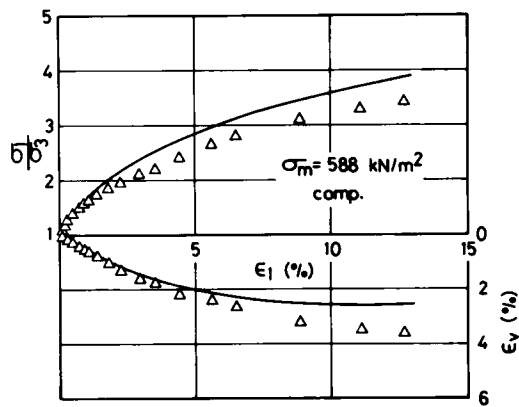


図 2-63 三軸圧縮試験の  $\sigma_1/\sigma_3 \sim \epsilon_1$ ,  $\epsilon_1 \sim \epsilon_v$  関係

## 2-10 空間滑動面に基づいた土の破壊規準<sup>36)~38)</sup>

まず、3主応力下の土の破壊規準として、古典的に有名なもの、および最近提案されている理論的なもの（実験定数を多く含むものは除く）を列挙する。以下において  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$  という条件は満足されているものとする。また、 $J_1, J_2, J_3$  は式(2-3)で与えられている応力の1次、2次、3次の不変量である。

### 1) Mohr-Coulombの規準

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 + \sigma_3} = \sin \phi = \text{const.} \quad \dots\dots\dots (2-63)$$

### 2) 拡張された Trescaの規準

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{p} = \text{const.} \quad \left( p = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} = \frac{J_1}{3} \right) \quad \dots\dots\dots (2-64)$$

### 3) 拡張された Misesの規準

$$\frac{J_2}{p} = \text{const.} \quad \dots\dots\dots (2-65)$$

### 4) 佐武の規準<sup>58)</sup>

$$\left( \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\sigma_1 + \sigma_2} \right)^2 + \left( \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{\sigma_2 + \sigma_3} \right)^2 + \left( \frac{\sigma_3 - \sigma_1}{\sigma_3 + \sigma_1} \right)^2 = \sin^2 \phi_{12} + \sin^2 \phi_{23} + \sin^2 \phi_{31} = \text{const.} \quad \dots\dots\dots (2-66)$$

### 5) Lade・Duncanの規準<sup>59)</sup>

$$\frac{J_1^3}{J_3} = \text{const.} \quad \dots\dots\dots (2-67)$$

この他にも、Bishop<sup>60)</sup>、Lomize・Kryzhanovsky<sup>61)</sup>、Goldscheider・Gudehus<sup>62)</sup>、小川・三井・竹牟礼等<sup>63)</sup>により提案されている規準があるが、詳細は文献にゆずる。

さて、空間滑動面（SMP）上のせん断・垂直応力比  $\tau_{\text{SMP}}/\sigma_{\text{SMP}}$  は式（2-6）より次式のように変形できる。

$$\begin{aligned} \frac{\tau_{\text{SMP}}}{\sigma_{\text{SMP}}} &= \sqrt{\frac{J_1 \cdot J_2 - 9J_3}{9J_3}} \\ &= \frac{2}{3} \sqrt{\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2}{4\sigma_1\sigma_2} + \frac{(\sigma_2 - \sigma_3)^2}{4\sigma_2\sigma_3} + \frac{(\sigma_3 - \sigma_1)^2}{4\sigma_3\sigma_1}} \\ &= \frac{2}{3} \sqrt{\tan^2 \phi_{12} + \tan^2 \phi_{23} + \tan^2 \phi_{31}} \quad \dots\dots\dots (2-68) \end{aligned}$$

このSMP上の  $\tau_{\text{SMP}}/\sigma_{\text{SMP}}$  が一定の値に達した時土は破壊するものとする、次式で示される3主応力下の土の破壊規準が得られる。

$$\frac{\tau_{\text{SMP}}}{\sigma_{\text{SMP}}} = \sqrt{\frac{J_1 \cdot J_2 - 9J_3}{9J_3}} = K = \text{const.} \quad \dots\dots\dots (2-69)$$

あるいは

$$\tan^2 \phi_{12} + \tan^2 \phi_{23} + \tan^2 \phi_{31} = \left(\frac{3}{2} K\right)^2 = \text{const.} \quad \dots\dots\dots (2-70)$$

あるいは

$$\frac{J_1 \cdot J_2}{J_3} = 9(K^2 + 1) = \text{const.} \quad \dots\dots\dots (2-71)$$

図2-64は、内部摩擦角  $\phi = \phi_{13} = \sin^{-1}\{(\sigma_1 - \sigma_3)/(\sigma_1 + \sigma_3)\}$  と中間主応力  $\sigma_2$  の相対的な大きさを表わすパラメータ  $b = (\sigma_2 - \sigma_3)/(\sigma_1 - \sigma_3)$  の関係で、SMPに基づく破壊基準を示したものである。同図より、 $\phi$  は  $b=0$ （三軸圧縮条件）と  $b=1$ （三軸伸張条件）において等しく、 $b=0.5$  に対して非対称となるのがみられる。なお図中のプロットはSutherland・Mesdaryによる砂の実験結果を示している。また図2-65はRamamurthy・Rawatが行なった砂の実験結果を引用したものであるが、ここでの提案式と極めてよく類似しているのがみられる。図2-66は佐武の規準（式（2-66））を引用したものであるが、式（2-66）と式（2-70）を比較すればわかるように、 $\sin \phi$  と  $\tan \phi$  が入れ替っているだけで非常に似た形をしている。したがって、このような場合どちらが本質的な破壊規準であるかはその規準の誘導課程の論理の一貫性より決められるであろう。

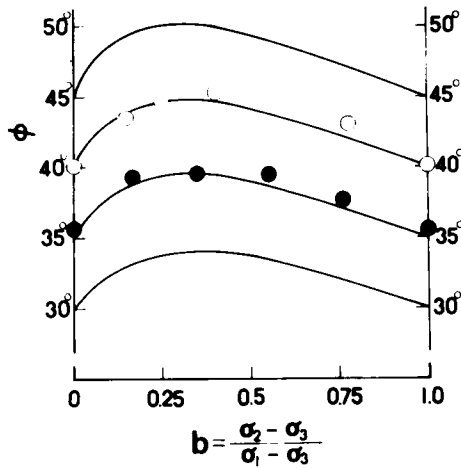


図 2-64  $\phi = \sin^{-1}\{(\sigma_1 - \sigma_3) / (\sigma_1 + \sigma_3)\} \sim b = (\sigma_2 - \sigma_3) / (\sigma_1 - \sigma_3)$  関係で表わした SMP に基づく破壊規準と Sutherland 他<sup>64)</sup>による実測値

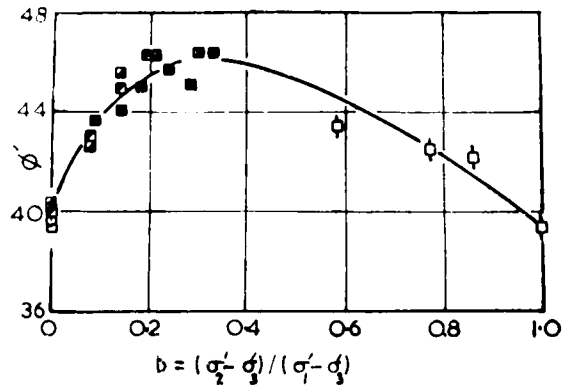


図 2-65  $\phi \sim b$  関係で表わした砂の多軸試験の破壊応力状態の実測値 (Ramamurthy・Rawat<sup>65)</sup>より引用)

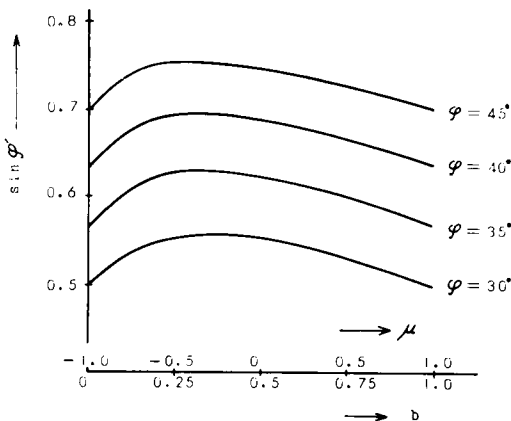


図 2-66 佐武の提案による破壊規準 (佐武<sup>58)</sup>より引用)

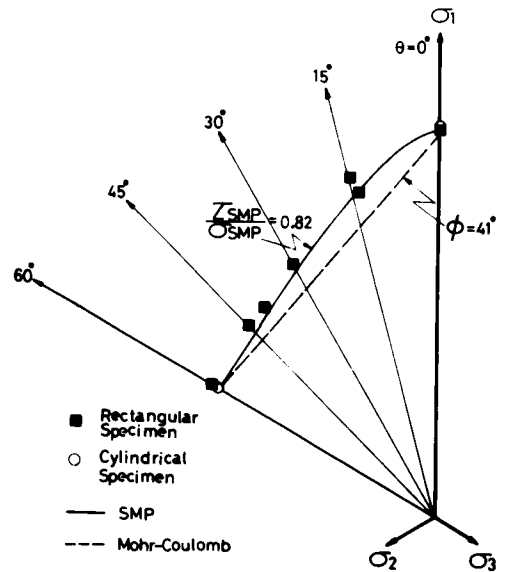


図 2-67 正八面体面上で表わした SMP に基づく破壊規準, Mohr-Coulomb の規準および豊浦標準砂の三軸試験, 多軸試験の破壊応力状態

次に、この SMP に基づく破壊規準を正八面体面 (oct 面) 上に表示すれば、図 2-67 に示されるように、破線で示された Mohr-Coulomb の規準 (式 (2-63)) に外接する曲線 (実線)

となる。また同図には、2-7 節で述べたやや密詰め ( $e_0 \approx 0.68$ ) の豊浦標準砂の多軸試験機および通常の三軸試験機による破壊時の応力状態の実測値もプロットしている。ここに、■印は多軸試験機による結果を、○印は通常の円筒供試体による三軸試験結果を表わして

いる。なお、図中の $\theta$ はoct面上の応力状態を表わしており、3主応力間に式(2-55)の関係がある( $\theta = 0^\circ : \sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$  (三軸圧縮条件),  $\theta = 60^\circ : \sigma_1 = \sigma_2 > \sigma_3$  (三軸伸張条件),  $0^\circ < \theta < 60^\circ : \sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ )。実測値(プロット)は図2-64, 2-65同様、三軸圧縮および三軸伸張条件下でMohr-Coulombの規準(破線)で一致し、相異なる3主応力下ではMohr-Coulombの規準より強度が大きくなっている。SMPに基づく破壊規準(実線)はこのような実測値の傾向をよく説明しており、3主応力下の土の強度特性を統一的に規定しているといえよう。また、図2-68は柴田・軽部により行なわれた正規圧密粘土の多軸試験の破壊応力状態を引用したものであるが、粘土の場合もその破壊面はMohr-Coulombの規準に外接する曲面となるようである。

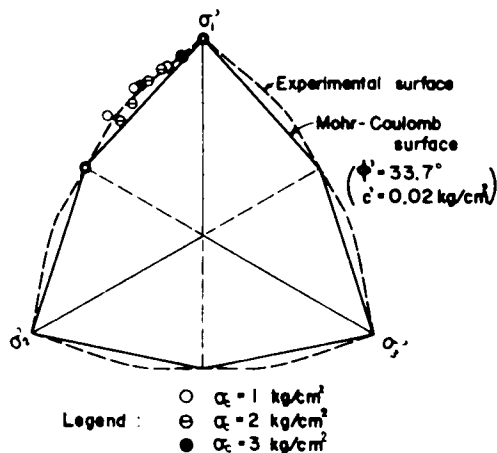


図2-68 正八面体面上で表わした正規圧密粘土の破壊応力状態(柴田・軽部<sup>45)</sup>より引用)

参考までに、このSMPに基づく規準(実線)、Lade・Duncanの規準(破線)、Mohr-Coulombの規準(一点鎖線)、Misesの規準(二点鎖線)をoct面上で表示すれば図2-69のようになる。なお、4つの規準は三軸圧縮状態( $\theta = 0^\circ, \sigma_1/\sigma_3 = 4$ )では一致するように書いている。さて、最近よく行なわれている多軸試験の実測値の傾向を見れば、このSMPの規準に合致するものと、Lade・Duncanの規準に合致するものに大別されるであろう。ここで両者の大きな差をいえば、図2-69に見られるように、三軸圧縮状態と三軸伸張状態でMohr-Coulombの規準に一致しているかないかにあると思われる。つまり3主応力下の土の強度特性については、

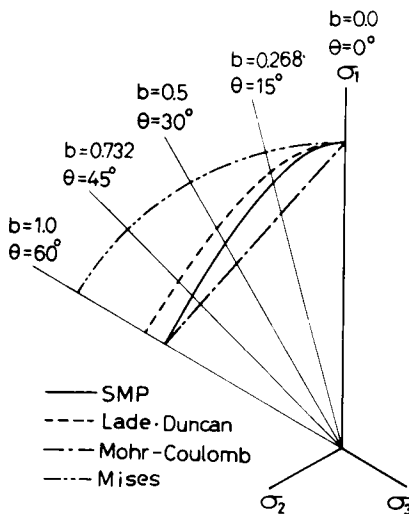


図2-69 正八面体面上で表わした4つの破壊規準

三軸伸張時の内部摩擦角 $\phi_{(ext.)}$ が三軸圧縮時の内部摩擦角 $\phi_{(comp.)}$ に等しいという報告と、それより大きいという報告である。<sup>46), 47), 66)</sup>各々の報告の実験精度がわからないので断言は出来ないが、 $\phi_{(ext.)} > \phi_{(comp.)}$ となるのは多軸試験の実験方法(2-6節)のところでも述べたように、三軸伸張条件に近い応力状態(2つの主ひずみが圧縮側となる場合)では、実験方法によっては試料隅角部のアーチングによる影響が大きく効いてくるためではないかと想像される。

## 2-11 異方性土の強度特性に関する考察<sup>52)</sup>

前節（2-10節）までは初期構造の異方性のない等方性試料を考えているが、本節では豊浦標準砂の異方性試料を作り、そのせん断挙動を等方性試料の場合と比較することにより、初期構造の異方性が土の強度特性におよぼす影響について若干の考察を行なう。

まず、試料の作成方法であるが、異方性試料は飽和した豊浦標準砂をモールドの側壁を連打（Tapping）しながら締め固め作成している。このようにして作成した試料は土粒子の長軸方向が水平方向に配向した異方性試料（T試料と名付ける）となる。なお、初期間隙比 $e_0$ は等方性試料（P試料）同様 $e_0 = 0.68$ としている。図2-70はこの異方性試料（T試料）の等方圧密試験結果を、体積ひずみ $\epsilon_v$ ～軸ひずみ $\epsilon_a$ 関係で示したものである。最初の載荷のプロット（○印）の勾配が傾き3より大きくなっており、この試料が軸方向に圧縮しにくい異方性試料であることがわかる。

さて、図2-71は、平均主応力一定（ $\sigma_m = 392 \text{ kN/m}^2$ ）条件下の等方性試料（P試料）および異方性試料（T試料）の三軸圧縮および三軸伸張試験結果を、空間滑動面上の $\tau_{\text{SMP}}/\sigma_{\text{SMP}} \sim d\epsilon_{\text{SMP}}^*/d\gamma_{\text{SMP}}^*$  関係（式（2-48））<sup>67)</sup>で整理したものである。小田は堆積面と主応力面の角度を種々に変化させた場合の三軸圧縮試験を行ない、その応力比 $\sigma_1/\sigma_3 \sim$  主ひずみ増分比 $d\epsilon_3/d\epsilon_1$  関係が初期構造に関係なく決まることを示しているが、式（2-48）で示されるSMPに基づく応力比～ひずみ増分比関係では初期構造や応力条件に一切関係なくユニークに規定されるようである。

図2-72は等方性試料（P試料）および異方性試料（T試料）の三軸圧縮・伸張試験の破壊強度を主応力比（ $\sigma_1/\sigma_3$ ）～ $b (= (\sigma_2 - \sigma_3) / (\sigma_1 - \sigma_3))$  関係で示したものである。ここに、 $b = 0$ は三軸圧縮条件を、 $b = 1$ は三軸伸張条件を表わす。等方性試料では前節で述べたように三軸圧縮・伸張にかかわらずその破壊時の主応力比は約4.7（ $\phi = 40^\circ \sim 41^\circ$ ）であるが、水平方向に配向した異方性試料では初期間隙比がほぼ同じであるにもかかわらず、圧縮強度が伸張強度に比べかなり大きくなる。なお

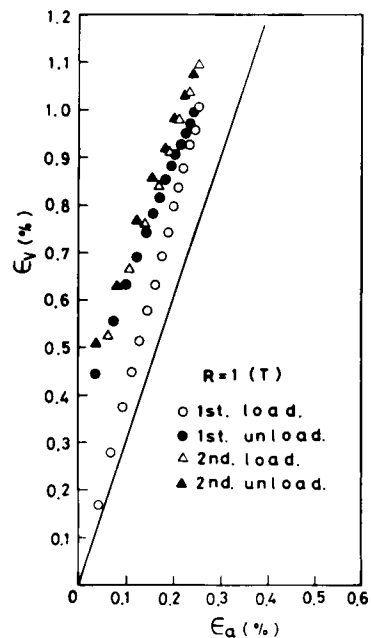


図2-70 豊浦標準砂の異方性試料（T試料）の等方圧密試験結果（体積ひずみ $\epsilon_v$ ～軸ひずみ $\epsilon_a$ 関係）

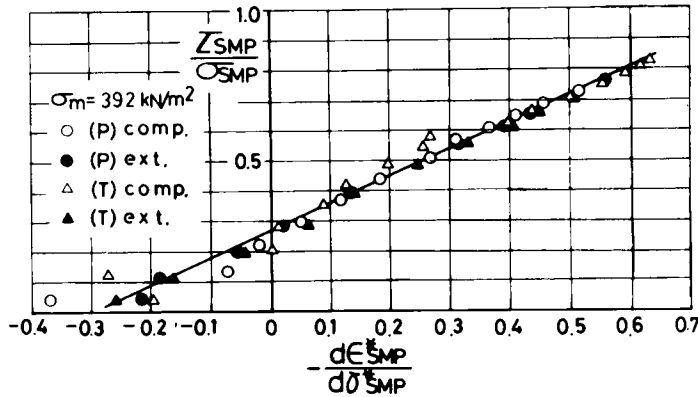


図2-71 等方性試料（P試料）および異方性試料（T試料）による三軸圧縮・伸張試験の  $\tau_{SMP}/\sigma_{SMP} \sim d\epsilon_{SMP}^*/d\sigma_{SMP}^*$  関係

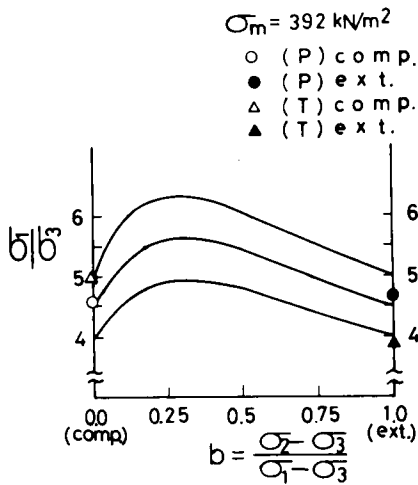


図2-72 等方性試料（P試料）および異方性試料（T試料）の破壊強度

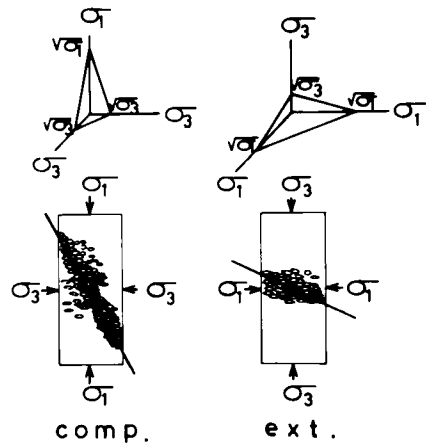


図2-73 異方性試料の三軸圧縮・伸張試験時の空間滑動面と土粒子の配向

図中の実線はSMPに基づいた等方性試料の破壊規準（式（2-69））を表わしている。

図2-73は異方性試料の三軸圧縮・伸張試験時の空間滑動面（SMP）と土粒子の配向性を模式的に示したものである。図にみられるように、3次元空間内で平均的な土粒子の滑動面と考えられるSMPと堆積面のなす角が、三軸圧縮条件では三軸伸張条件に比べ大きくなるため土粒子間のかみ合いが大きくなり強度が増加するといえよう。そして松岡・石崎らは図2-73の考察に基づいて、ここでの応力・ひずみ関係式が異方性土にも適用できる様<sup>68)</sup>にその拡張を試みている。



## 2-12 ま と め

本章は3主応力下の土のせん断時の変形・強度特性を統一的に説明することを目的として行なったものである。本章の研究成果をまとめると以下の通りである。

- (1) まず松岡によりすでに提案されている複合滑動面の概念を発展させ、新たに3次元空間内に空間滑動面(SMP)なる面を提案した。そしてこの面上で松岡による滑動面上の応力・ひずみ関係式が成り立つと考え、3主応力下の土の応力・ひずみ関係式を提案した。
- (2) この応力・ひずみ関係式によれば平均主応力一定条件下の土のせん断挙動をかなり説明することができるが、厳密に検討すればまだ実測値と理論値の間には傾向をもった差異が見られる。そこで、2次元粒状体について、従来の滑動面上の応力・ひずみ関係式の誘導過程に立ち戻って考察した結果、粒状体の平均的な滑動方向は主ひずみ増分ベクトルの方向と一致することを明らかにし、主ひずみ増分ベクトルの滑動面の垂直な成分および平行な成分を新たなひずみ増分量( $d\epsilon_N^*$ ,  $d\gamma^*$ )と定義した。そして、これらのひずみ増分量と滑動面上のせん断・垂直応力比( $\tau/\sigma_N$ )との間に、従来の関係式同様ユニークな関係式が成立することを示した。
- (3) 一般の土のように3主応力が作用する場合には、上述のひずみ増分量を導入した滑動面上の応力・ひずみ関係式が3次元空間内の土粒子の平均的な滑動面と考えられる空間(SMP)上で成立すると考え、3主応力下の新たな土の応力・ひずみ関係式を提案した。
- (4) 次に、この新たな応力・ひずみ関係式が3主応力下の土のせん断挙動を統一的に説明できることを、豊浦標準砂を試料とした平均主応力一定条件下の三軸圧縮・伸張試験および多軸試験結果によって検証した。特に、この提案式が、SMPに基づく従来の提案式やよく用いられている正八面体面に基づく理論では説明できなかった種々のせん断挙動も統一的に説明可能なことを示した。また正規圧密粘土を試料とした平均主応力一定条件下の三軸圧縮・伸張試験も行ない、ここでの提案式が正規圧密粘土にも適用可能なことを示した。
- (5) 空間滑動面(SMP)上のせん断・垂直応力比 $\tau_{SMP}/\sigma_{SMP}$ がある一定値に達した時土が破壊するものとして、新たな土の破壊規準を提案した。そして、この破壊規準の妥当性を実験データにより検証した。
- (6) 砂や粘土の三軸試験や多軸試験の実験方法の改善についても述べた。特に砂の多軸試験では、3主応力を2つの剛板と1つの液圧で載荷するタイプの試験機を用いて行なったが、一方の剛板が押込まれる時、他方の剛板が引き出されるよう載荷方法を工夫することによって、試料隅角部のアーチングの影響を極力除去し、試験精度の向上をはかった。

た。また粘土の三軸伸張試験では、供試体の側方の排水用ろ紙を巻かずに実験することによりろ紙の張力の影響をなくし試験精度を向上させた。

- (7) これからの課題として、初期構造の異方性を有する土の変形・強度特性があるが、異方性土のせん断試験を行ないその強度特性について若干の定性的な考察を加えた。

以上、本章で提案した空間滑動面に基づいた新たな応力・ひずみ関係式は3主応力下の種々のせん断挙動を統一的に規定できることを示した。また、その土質パラメータがすべて通常の円筒供試体による三軸圧縮試験（もしくは三軸伸張試験）より決定することが出来るのは、意義深いことと思われる。

## 第3章 圧密時および任意応力径路下の土の 応力・ひずみ関係<sup>69), 70)</sup>

### 3-1 概 説

前章では、3次元空間内の空間滑動面(SMP)に基づいた新たなひずみ増分量と空間滑動面上のせん断・垂直応力比の間にユニークな関係が存在することを見出し、3主応力下のせん断時の応力・ひずみ関係式を規定している。本章では、応力比一定のもとで平均主応力が変化する圧密時や、応力比と平均主応力が共に変化する任意応力径路下の土の変形特性を統一的に説明することを目的とする。本章の概要を節に従って以下に述べる。

まず、砂の異方圧密試験結果をせん断試験結果と比較することにより、両者のダイレイタンスー特性が類似していることを示す(3-2節)。この考察に基づいて、異方圧密時の土のひずみ増分が等方圧密による成分と、せん断同様粒子の滑動によるダイレイタンスー成分の和で表わされると考えて、圧密時の応力・ひずみ関係式を誘導する(3-3節)。そして、任意応力径路下の土のひずみ増分は、前章のせん断によるひずみ増分とこの圧密によるひずみ増分の重ね合わせで表現できるとして、3主応力下の一般的な応力・ひずみ関係式を規定する(3-4節)。

次に、ここで提案した異方圧密時の応力・ひずみ関係式が3主応力下の土の圧密特性を妥当に説明できることを、三軸圧縮条件下、三軸伸張条件下および相異なる3主応力下の異方圧密試験結果により検証する(3-6節)。また、せん断と圧密の重ね合わせで表わした応力・ひずみ関係式が種々の応力径路下の土の変形特性を説明できることを、三軸圧縮および伸張条件下の最小主応力一定試験、最大主応力一定試験、非排水試験により検証する(3-7節)。なお、3-5節ではこれらの実験の応力径路や提案式の土質パラメータの決定方法について述べている。

本章においても特に断わらない限り、応力はすべて有効応力を意味するものとする。

### 3-2 せん断時と異方圧密時の土のダイレイタンスー特性

従来より圧密によるひずみとは、主応力比一定条件のもとで平均主応力が変化する場合に生じるひずみを呼んでいる。そして3主応力が等しい、すなわち主応力比が1の状態では平均主応力が増加する場合を等方圧密、主応力比が1より大きい一定値で平均主応力が増加する場合を異方圧密と名付けている。等方圧密による体積ひずみ $\epsilon_v^e$ は、よく知られている $e \sim \log_{10} \sigma_m$ の直線関係( $e$ :間隙比、 $\sigma_m = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) / 3$ :平均主応力)より、次式

で表わされる。

$$\epsilon_v^c = \frac{C_c}{1 + e_0} \cdot \log_{10} \frac{\sigma_m}{\sigma_{m0}} \quad \dots\dots\dots (3-1)$$

ここに、 $C_c$ ：圧縮指数、 $e_0$ ：初期間隙比、 $\sigma_{m0}$ ：初期平均主応力である。また上付きの  $c$  は圧密によるひずみを意味している。そして現在までの多くの研究では、式(3-1)の関係が等方圧密時のみならず異方圧密時にも成立することを前提として、応力・ひずみ関係式を誘導している。<sup>71)~73)</sup>

図3-1は、三軸圧縮および三軸伸張条件下のやや密詰め(初期間隙比  $e_0 \approx 0.68$ ) の豊浦

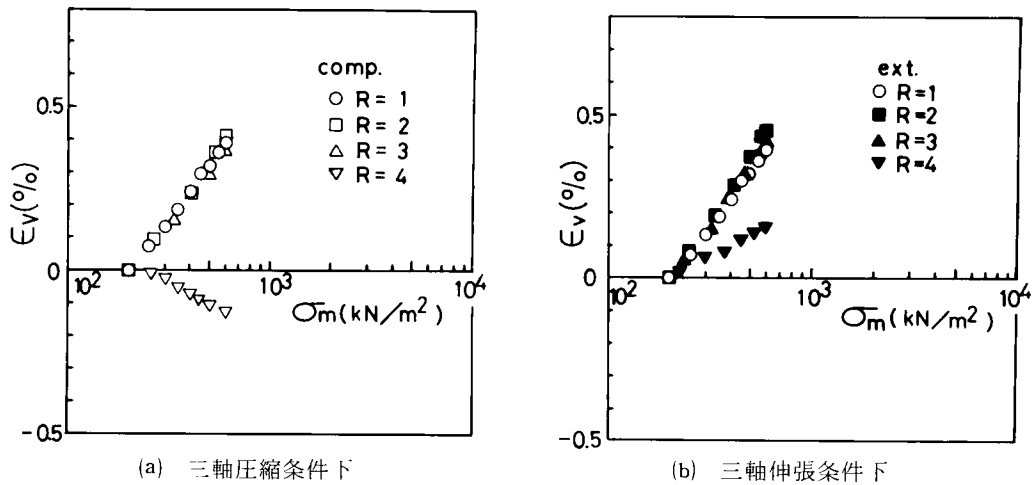


図3-1 三軸圧縮・伸張条件下の等方圧密および異方圧密試験結果 ( $\epsilon_v \sim \log_{10} \sigma_m$  関係)

標準砂の等方および異方圧密試験の実測値を、体積ひずみ  $\epsilon_v \sim$  平均主応力  $\sigma_m$  関係で整理したものである。ここに、 $R$  は最大・最小主応力比  $\sigma_1/\sigma_3$  を表わしている。同図より、近似的にも式(3-1)が成立するのは等方圧密および主応力比が小さい範囲での異方圧密に限られており、主応力比が大きい異方圧密では平均主応力の増加に対し逆に体積膨張の傾向を示すようである。図3-2はE1-Sohby<sup>74)</sup>がある砂について行った三軸

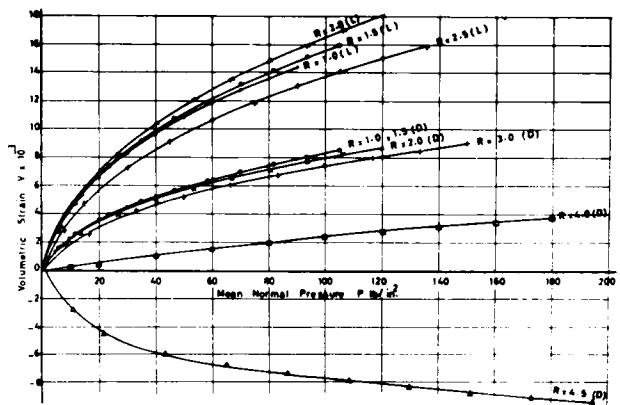


図3-2 三軸圧縮条件下の砂の等方および異方圧密試験結果 (体積ひずみ  $v \sim$  平均主応力  $p$  関係)  
D: dense sample (E1-Sohby<sup>74)</sup>より引用)  
L: loose sample

圧縮条件下の等方および異方圧密試験結果（体積ひずみ  $v \sim$  平均主応力  $p$  関係）を示したものであるが、ここでも上述の異方圧密時の体積ひずみ特性と同様の傾向を示している。

一方、図3-3は、図3-1と同じ試料について行なった三軸圧縮および伸張条件下の平均主応力一定試験（せん断試験）結果を体積ひずみ  $\epsilon_v \sim$  主応力比  $\sigma_1/\sigma_3$  関係で整理した結果（プロット）と、せん断時の応力・ひずみ関係式による計算曲線（実線：三軸圧縮条件，一点鎖線：三軸伸張条件）を表わしている（本論文第2章）。ここで、図3-1の異方圧密試験結果（ $R = 2, 3, 4$ ）と等方圧密試験結果（ $R = 1$ ）の差が異方圧密中のダイレイタンシー特性に起因しているという立場から考察を行なう。4種の主応力比の異方圧密試験の中で  $R = 2$  がわずかながら

も圧縮側に寄っており負のダイレイタンシーが生じていると考えられる。また、(a), (b)の両図とも  $R = 4$  の実測値は  $R = 1$  の実測値に比べ膨張側にあり正のダイレイタンシーが生じていることになるが、三軸圧縮条件下での正のダイレイタンシーは三軸伸張条件下のそれよりも大きいという傾向も示している<sup>注3-1)</sup>。このような異方圧密中の体積ひずみの傾向を図3-

3に示す平均主応力一定条件下のせん断試験の体積ひずみの傾向と比較してみると、両者のダイレイタンシー特性がきわめて類似しているのが推測されよう。つまり、図3-1の異

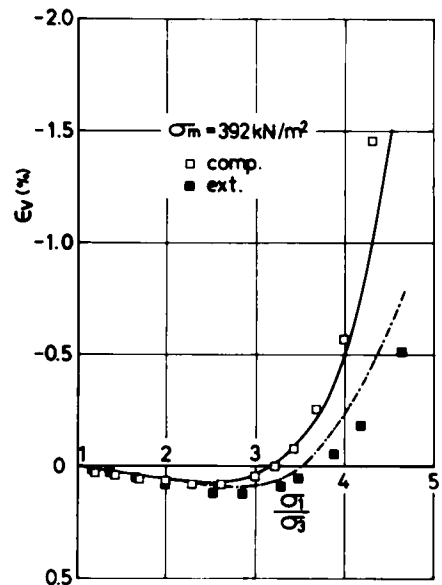


図3-3 平均主応力一定試験の体積ひずみ  $\epsilon_v \sim$  主応力比  $\sigma_1/\sigma_3$  関係

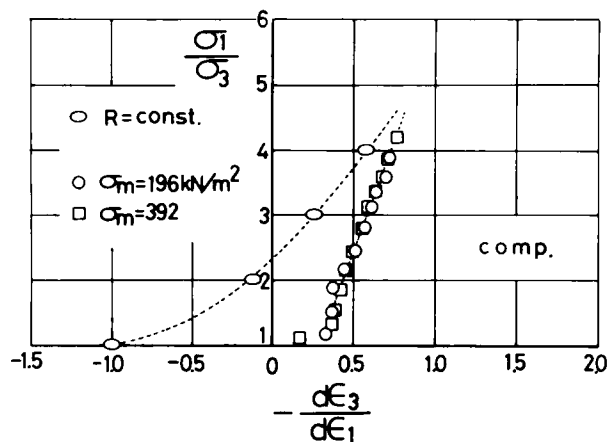


図3-4 等方および異方圧密試験と平均主応力一定試験の主応力比  $\sigma_1/\sigma_3 \sim$  主ひずみ増分比  $d\epsilon_3/d\epsilon_1$  関係

注3-1) 正のダイレイタンシーとは体積膨張(体積ひずみ増分  $d\epsilon_v < 0$ )を意味し、負のダイレイタンシーとは体積圧縮 ( $d\epsilon_v > 0$ ) を意味する。

方圧密試験と図3-3のせん断試験の主応力比と体積ひずみの関係が同じ傾向を示している。また、図3-4は三軸圧縮条件下のせん断試験および異方圧密試験結果を主応力比 $\sigma_1/\sigma_3$ ～主ひずみ増分比 $d\varepsilon_3/d\varepsilon_1$ 関係で示したものであるが、異方圧密中のひずみ増分比は主応力比が大きくなるに従いせん断時のひずみ増分比に漸近しており、破壊時の応力比では両者はほぼ一致するようである。龍岡も図3-5に示すように、ある三軸圧縮条件下の砂の異方圧密試験および平均

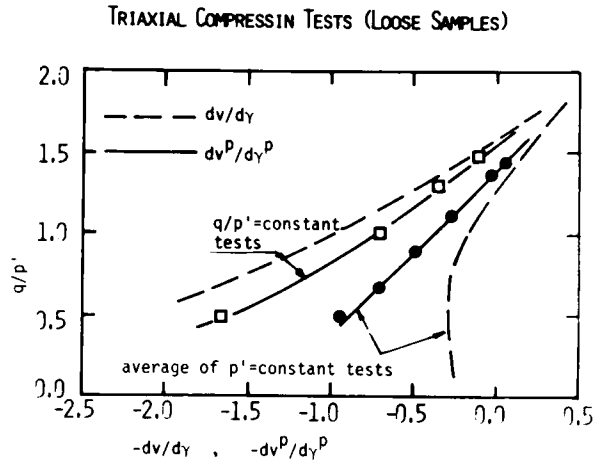


図3-5 富士川砂の異方圧密試験と平均主応力一定試験の応力比  $q/p$ ～ひずみ増分比  $dv/d\gamma$  関係 (龍岡<sup>76)</sup>より引用)

主応力一定試験結果を応力比  $q/p$ ～ひずみ増分比  $dv/d\gamma$  関係 (ここに、 $q = \sigma_1 - \sigma_3$ 、 $p = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/3$ 、 $dv = d\varepsilon_1 + d\varepsilon_2 + d\varepsilon_3$ 、 $d\gamma = d\varepsilon_1 - d\varepsilon_3$ ) で整理を行ない、同様の指適を行なっている。よって、図3-4、3-5は、異方圧密中のダイレイタンスー特性は応力比が大きくなるに従い顕著となり、破壊近くの応力比では異方圧密時とせん断時の土の変形特性がほぼ同一のメカニズムで説明できることを示唆している。

以上の結果をふまえて、異方圧密時の土のひずみを、式(3-1)を満足する等方圧密成分とせん断と同様のメカニズムによるダイレイタンスー成分の和で表わせると考え、圧密時の応力・ひずみ関係式の式示を試みる。

### 3-3 圧密時の土の応力・ひずみ関係式

ここでは前節で述べたように、異方圧密時の土のダイレイタンスー特性がせん断時のそれと類似しているということに着目して、圧密時の応力・ひずみ関係式を誘導する。まず、圧密時の主ひずみ増分  $d\varepsilon_i^c$  が次式で示されるように、等方圧密による成分  $d\varepsilon_i^{c(iso)}$  と異方圧密時に生じるダイレイタンスーによる成分  $d\varepsilon_i^{c(dil)}$  の和で表わされると考える。

$$d\varepsilon_i^c = d\varepsilon_i^{c(iso)} + d\varepsilon_i^{c(dil)} \quad (i = 1, 2, 3) \quad \dots\dots\dots (3-2)$$

ここに、上添字  $c$  は圧密による成分を表わしており、下添字 (iso) は等方圧密 (isotropic consolidation) による成分、(dil) はダイレイタンスー (dilatancy) による成分を意味している。

さてここで、式(3-2)の右辺第1項つまり等方圧密による成分について考える。等方圧密

時の体積ひずみ増分  $d\varepsilon_{v(iiso)}^c$  は前述の式 (3-1) の微分をとることにより次式で与えられる。

$$d\varepsilon_{v(iiso)}^c = 0.434 \cdot \frac{C_c}{1+e_0} \cdot \frac{d\sigma_m}{\sigma_m} \quad \dots\dots\dots (3-3)$$

よって、主ひずみ増分  $d\varepsilon_{i(iiso)}^c$  は次式で表わされる。

$$d\varepsilon_{i(iiso)}^c = \frac{0.434}{3} \cdot \frac{C_c}{1+e_0} \cdot \frac{d\sigma_m}{\sigma_m} \quad (i = 1, 2, 3) \quad \dots\dots\dots (3-4)$$

なお、 $d\sigma_m < 0$  の場合は  $C_c$  の代わりに  $C_s$  (膨張指数) を用いるものとする。

次に、式 (3-2) の右辺第 2 項、つまり異方圧密時に生じるダイレイタンスーによる成分について考える。異方圧密時のダイレイタンスー成分は、せん断時と異方圧密時のダイレイタンスー特性が類似していることより、第 2 章のせん断時の場合同様、空間滑動面 (SMP) に基づくひずみ増分量 ( $d\varepsilon_{SMP}^*$ ,  $d\gamma_{SMP}^*$ ) によってユニークに規定できると考え式示を行なう。まず、等方応力状態ではせん断ひずみが生じないことを考慮して、せん断時の式 (2-50) を等方応力状態 ( $X \equiv \tau_{SMP} / \sigma_{SMP} = 0$ ) で  $\gamma_{SMP}^*$  が 0 となるように修正する。

$$\gamma_{SMP}^* = \gamma_0^* \cdot \left\{ \exp\left(\frac{X - \mu^*}{\mu'^* - \mu^*}\right) - \exp\left(\frac{-\mu^*}{\mu'^* - \mu^*}\right) \right\} \quad (X \equiv \tau_{SMP} / \sigma_{SMP}) \quad \dots\dots\dots (3-5)$$

( $\mu^*$ ,  $\mu'^*$ ,  $\gamma_0^*$ : 土質パラメータ (第 2 章 2-5 節参照))

ここで、土質パラメータ  $\gamma_0^*$  が平均主応力  $\sigma_m$  の関数として、

$$\gamma_0^* = \gamma_{0i}^* + C_d^* \cdot \log_{10} \frac{\sigma_m}{\sigma_{mi}} \quad \dots\dots\dots (2-53 \text{ bis})$$

で与えられることを考慮して、式 (3-5) の全微分をとれば次式を得る。

$$\begin{aligned} d\gamma_{SMP}^* &= \frac{\gamma_0^*}{\mu'^* - \mu^*} \cdot \exp\left(\frac{X - \mu^*}{\mu'^* - \mu^*}\right) \cdot dX \\ &+ 0.434 \cdot C_d^* \cdot \left\{ \exp\left(\frac{X - \mu^*}{\mu'^* - \mu^*}\right) - \exp\left(\frac{-\mu^*}{\mu'^* - \mu^*}\right) \right\} \cdot \frac{d\sigma_m}{\sigma_m} \quad \dots\dots\dots (3-6) \end{aligned}$$

式 (3-6) において右辺第 1 項は第 2 章の式 (2-51) で与えられるせん断時のひずみ増分量  $d\gamma_{SMP}^*$  を表わしている<sup>注 3-2)</sup>ので、右辺第 2 項を圧密によるひずみ増分量  $d\gamma_{SMP}^{*c}$  とみることもできる。(以下本章では上添字  $s$  はせん断成分を、 $c$  は圧密成分を意味している。) しか

注 3-2) よって、式 (2-50) を式 (3-5) のように修正しても、式 (2-51) で与えられるせん断時の  $d\gamma_{SMP}^*$  は影響を受けない。

し、式(3-6)は $d\gamma_{SMP}^*$ が $X$ ,  $\sigma_m$ に関して完全微分形であることを表わしているのに、この式をそのまま採用すれば $\gamma_{SMP}^*$ は応力径路に依存しないことになる。後述するように実験結果(3-7節)によれば、 $\gamma_{SMP}^*$ は応力径路に依存するようなので、ここでは1つの方法として式(3-6)の右辺第2項の $C_d^*$ を別の係数 $K_c$ に置きかえ、次式で圧密時のひずみ増分量 $d\gamma_{SMP}^{*c}$ を与えるものとする。

$$d\gamma_{SMP}^{*c} = 0.434 \cdot K_c \cdot \left\{ \exp\left(\frac{X - \mu^*}{\mu'^* - \mu^*}\right) - \exp\left(\frac{-\mu^*}{\mu'^* - \mu^*}\right) \right\} \cdot \frac{d\sigma_m}{\sigma_m} \dots\dots\dots (3-7)$$

式(3-7)で $d\gamma_{SMP}^{*c}$ を与えれば、 $d\gamma_{SMP}^*$ ( $= d\gamma_{SMP}^{*s} + d\gamma_{SMP}^{*c}$ )は完全微分形でなくなるので、 $\gamma_{SMP}^*$ の応力径路依存性を表わすことができる。なお、係数 $K_c$ の決定法については後述する。次にひずみ増分量 $d\varepsilon_{SMP}^{*c}$ については、異方圧密時のダイレイタンシー成分はせん断時同様、式(2-48)で与えられる応力比・ひずみ増分比関係を満足すると考えられるので、次式で与えられる。

$$d\varepsilon_{SMP}^{*c} = \frac{\mu^* - X}{\lambda^*} \cdot d\gamma_{SMP}^{*c} \dots\dots\dots (3-8)$$

また、式(3-7), (3-8)で与えられるひずみ増分量( $d\varepsilon_{SMP}^{*c}$ ,  $d\gamma_{SMP}^{*c}$ )の主ひずみ増分 $d\varepsilon_i^c$ (dil)への変換式は、せん断時の式(2-54)同様次式で与えられる。

$$d\varepsilon_i^c(\text{dil}) = a_i \cdot d\varepsilon_{SMP}^{*c} + b_i \cdot d\gamma_{SMP}^{*c} \\ = a_i \cdot d\varepsilon_{SMP}^{*c} + \frac{\sigma_i - \sigma_{SMP}}{\tau_{SMP}} \cdot a_i \cdot d\gamma_{SMP}^{*c} \quad (i = 1, 2, 3) \dots\dots\dots (3-9)$$

ここに、 $a_i$ ,  $b_i$ ( $i = 1, 2, 3$ )は式(2-2), (2-21)で与えられる $\sigma_{SMP}$ ,  $\tau_{SMP}$ の方向余弦である。

$$a_i = \sqrt{\frac{J_3}{\sigma_i \cdot J_2}} \quad (i = 1, 2, 3) \dots\dots\dots (2-2 \text{ bis})$$

( $J_1, J_2, J_3$ : 応力の1次, 2次, 3次の不変量)

$$b_i = \frac{\sigma_i - \sigma_{SMP}}{\tau_{SMP}} \cdot a_i \quad (i = 1, 2, 3) \dots\dots\dots (2-21 \text{ bis})$$

以上より、圧密時の主ひずみ増分 $d\varepsilon_i^c$ は式(3-4)と式(3-9)の和として次式で表わされる。

$$d\varepsilon_i^c = d\varepsilon_i^c(\text{iso}) + d\varepsilon_i^c(\text{dil}) \\ = \frac{0.434}{3} \cdot \frac{C_c}{1 + e_0} \cdot \frac{d\sigma_m}{\sigma_m} + a_i \cdot d\varepsilon_{SMP}^{*c} + b_i \cdot d\gamma_{SMP}^{*c} \quad (i = 1, 2, 3) \dots\dots\dots (3-10)$$



さて、係数  $K_c$  については式 (3-10) が  $K_0$  圧密条件を満足するということにより、 $K_0$  値を用いて次のように決定できる。 $K_0$  圧密状態 ( $\sigma_1/\sigma_3 = 1/K_0$ ,  $\sigma_2 = \sigma_3$ ) では式 (3-10) の  $d\varepsilon_3^e (= d\varepsilon_2^e)$  が 0 となるので次式が成立する。

$$d\varepsilon_3^e (X=X_0) = \frac{0.434}{3} \cdot \frac{C_c}{1+e_0} \cdot \frac{d\sigma_m}{\sigma_m} + a_{3.0} \cdot d\varepsilon_{SMP}^{*c} (X=X_0) + b_{3.0} \cdot d\gamma_{SMP}^{*c} (X=X_0) = 0 \quad \dots\dots\dots (3-11)$$

ここに、 $X_0$  は  $K_0$  圧密時の SMP 上のせん断・垂直応力比  $\tau_{SMP}/\sigma_{SMP}$  (式 (2-6)) を表わしており、 $\sigma_1/\sigma_3 = 1/K_0$ ,  $\sigma_2 = \sigma_3$  を考慮して式 (2-6) を整理すれば  $K_0$  値の関数として次式で与えられる。

$$X_0 = \frac{\sqrt{2}}{3} (\sqrt{\sigma_1/\sigma_3} - \sqrt{\sigma_3/\sigma_1}) = \frac{\sqrt{2}}{3} (\sqrt{1/K_0} - \sqrt{K_0}) \quad \dots\dots\dots (3-12)$$

また  $a_{3.0}$ ,  $b_{3.0}$  は  $K_0$  圧密時の  $\sigma_{SMP}$ ,  $\tau_{SMP}$  の方向余弦の成分  $a_3$ ,  $b_3$  を表わしており、式 (2-2), (2-21) より次式で与えられる。

$$a_{3.0} = \sqrt{\frac{J_3}{\sigma_3 \cdot J_2}} = \sqrt{\frac{1}{2+K_0}} \quad \dots\dots\dots (3-13)$$

$$b_{3.0} = \frac{\sigma_3 - \sigma_{SMP}}{\tau_{SMP}} \cdot a_{3.0} = -\sqrt{\frac{K_0}{2(2+K_0)}} \quad \dots\dots\dots (3-14)$$

式 (3-11) に式 (3-7), (3-8) を代入して整理すれば、 $K_c$  は次式で表わされる。

$$K_c = \frac{-\frac{C_c}{3(1+e_0)}}{\left\{ \exp\left(\frac{X_0 - \mu^*}{\mu'^* - \mu^*}\right) - \exp\left(\frac{-\mu^*}{\mu'^* - \mu^*}\right) \right\} \cdot \left(\frac{\mu^* - X_0}{\lambda^*} \cdot a_{3.0} + b_{3.0}\right)} \quad \dots\dots\dots (3-15)$$

したがって、係数  $K_c$  は上式によって  $K_0$  値と土質パラメータの関数として決定することができる。なお、 $K_0$  圧密試験を行わない時は、次式で示す Jaky の式を用いて  $K_0$  値を推定することも可能である。

$$K_0 = 1 - \sin \phi \quad (\phi : \text{内部摩擦角}) \quad \dots\dots\dots (3-16)$$

### 3-4 任意応力径路下の土の応力・ひずみ関係式

もし任意応力径路下の土の主ひずみ増分が第2章の2-5節で述べたせん断時の主ひずみ

増分と前節（3-3節）の圧密による主ひずみ増分の和で表わせるとするならば、全主ひずみ増分は次式で与えられる。

$$\begin{aligned}
 d\varepsilon_i &= d\varepsilon_i^s + d\varepsilon_i^c \\
 &= \left( a_i \cdot d\varepsilon_{SMP}^{*s} + b_i \cdot d\gamma_{SMP}^{*s} \right) \\
 &\quad + \left( \frac{0.434}{3} \cdot \frac{C_c}{1+e_0} \cdot \frac{d\sigma_m}{\sigma_m} + a_i \cdot d\varepsilon_{SMP}^{*c} + b_i \cdot d\gamma_{SMP}^{*c} \right) \quad (i = 1, 2, 3) \\
 &\quad \dots\dots\dots (3-17)
 \end{aligned}$$

ここに、 $a_i$ 、 $b_i$ は式（2-2）、（2-21）で与えられている。また、せん断によるひずみ増分量（ $d\gamma_{SMP}^{*s}$ 、 $d\varepsilon_{SMP}^{*s}$ ）および圧密によるひずみ増分量（ $d\gamma_{SMP}^{*c}$ 、 $d\varepsilon_{SMP}^{*c}$ ）を以下に再録しておく。

$$d\gamma_{SMP}^{*s} = \frac{\tau_0^*}{\mu'^* - \mu^*} \cdot \exp\left(\frac{X - \mu^*}{\mu'^* - \mu^*}\right) \cdot dX \quad (X = \tau_{SMP} / \sigma_{SMP}) \quad \dots\dots (2-51 \text{ bis})$$

$$d\varepsilon_{SMP}^{*s} = \frac{\mu^* - X}{\lambda^*} \cdot d\gamma_{SMP}^{*s} \quad \dots\dots\dots (2-52 \text{ bis})$$

$$d\gamma_{SMP}^{*c} = 0.434 \cdot K_c \cdot \left\{ \exp\left(\frac{X - \mu^*}{\mu'^* - \mu^*}\right) - \exp\left(\frac{-\mu^*}{\mu'^* - \mu^*}\right) \right\} \cdot \frac{d\sigma_m}{\sigma_m} \quad \dots\dots\dots (3-7 \text{ bis})$$

$$d\varepsilon_{SMP}^{*c} = \frac{\mu^* - X}{\lambda^*} \cdot d\gamma_{SMP}^{*c} \quad \dots\dots\dots (3-8 \text{ bis})$$

なお、前述したように式（3-17）において平均主応力 $\sigma_m$ が減る場合（ $d\sigma_m < 0$ ）には $C_c$ の代わりに $C_s$ をとるものとする。

### 3-5 実験の応力径路と土質パラメータの決定

土質力学の分野では通常応力比一定条件下で平均主応力 $\sigma_m$ が変化する場合のひずみを圧密によるひずみと呼んでいる。したがって本章の圧密時の応力・ひずみ関係式の検証（3-6節）においても、実験はすべて応力比一定条件下で行なっている。また圧密時の応力・ひずみ関係式の検証は、第2章（2-6節）で述べたやや密詰め（初期間隙比 $e_0 = 0.68$ ）の豊浦標準砂（P試料）を試料として、三軸圧縮条件下、三軸伸張条件および相異なる3主応力下で行なっている。なお、応力制御法による粘土の異方圧密試験（ $\sigma_1/\sigma_3 = R > 1$ ）は、粘性土の場合間隙水圧の消散が遅く主応力比（有効主応力比）一定条件を維持することが難しいため行なっていない。

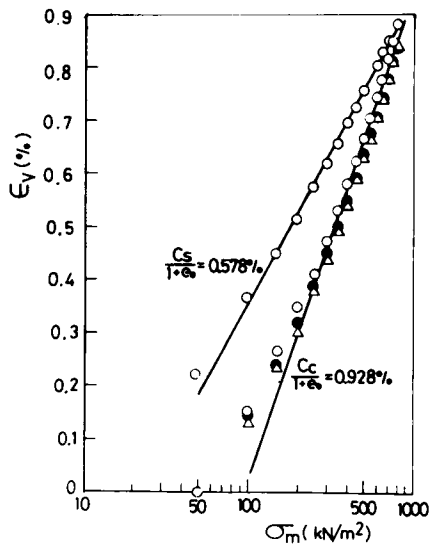


図3-6 豊浦標準砂の等方圧密試験結果 ( $\varepsilon_v \sim \log_{10} \sigma_m$  関係)

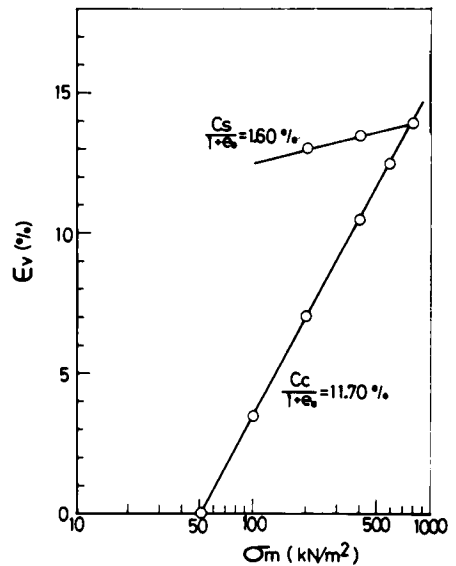


図3-7 藤の森粘土の等方圧密試験結果 ( $\varepsilon_v \sim \log_{10} \sigma_m$  関係)

次に、任意応力比径路下の応力・ひずみ関係式の検証（3-7節）は三軸圧縮・伸張条件下の最小主応力一定試験，最大主応力一定試験および非排水試験で行なっている。試料としては第2章で述べたやや密詰め（ $e_0 \approx 0.68$ ）の豊浦標準砂（P試料）と藤の森粘土を用いている。また豊浦標準砂を試料として、せん断と圧密を組み合わせた種々の応力径路下の実験も行ない、ひずみの応力径路依存性についても検討している。各々の応力径路の詳細は3-6節，3-7節の検証のところで述べる。

次に、土質パラメータの決定法について述べる。せん断時の土質パラメータ（ $\lambda^*$ ， $\mu^*$ ，

表3-1 豊浦標準砂の土質パラメータ

$\lambda^*$	0.9	
$\mu^*$	0.27	
$\mu'^*$	0.41	
$r_0^*$	$r_{0i}^*$	0.10 %
	$C_d^*$	0.066 %
	$\sigma_{mi}$	98 kN/m <sup>2</sup> (1.0kgf/cm <sup>2</sup> )
$C_c / (1+e_0)$	0.928 %	
$C_s / (1+e_0)$	0.578 %	
$\phi_{(comp.)}$	40°	

表3-2 藤の森粘土の土質パラメータ

$\lambda^*$	0.9	
$\mu^*$	0.42	
$\mu'^*$	0.60	
$r_0^*$	$r_{0i}^*$	3.3 %
	$C_d^*$	0.0 %
	$\sigma_{mi}$	
$C_c / (1+e_0)$	11.70 %	
$C_s / (1+e_0)$	1.60 %	
$\phi_{(comp.)}$	34°	

$\mu^*$ ,  $\gamma_0^*$ )は、第2章の2-7節で述べたように、2種類の平均主応力一定条件下の三軸圧縮試験（もしくは三軸伸張試験）より決定している。一方、圧密時の土質パラメータ ( $C_c/1 + e_0$ ,  $C_s/1 + e_0$ )は図3-6, 3-7に示す等方圧密試験結果(図3-6: やや密詰め ( $e_0 = 0.68$ ) の豊浦標準砂, 図3-7: 藤の森粘土)より決定しており、 $K_0$  値は式(3-16)で与えられる Jaky の式を用いて、せん断試験結果より推定している。したがって、本章の応力・ひずみ関係式の土質パラメータは2つのせん断試験と1つの等方圧密試験より決定することが出来る。表3-1に実験に用いた豊浦標準砂 ( $e_0 = 0.68$ ) の土質パラメータを、表3-2に藤の森粘土 (正規圧密状態) の土質パラメータをまとめる。

### 3-6 圧密時の応力・ひずみ関係式の検証

ここでは、3-3節で提案した圧密時の応力・ひずみ関係式が3主応力下の土の異方圧密特性を妥当に説明できることを、豊浦標準砂の実験データにより検証する。図3-8, 3-9は三軸圧縮条件下の異方圧密試験 ( $\sigma_1/\sigma_3 = R = 1, 2, 3, 4$ ) 結果を、体積ひずみ  $\epsilon_v \sim$  平均主応力  $\sigma_m$  関係および体積ひずみ  $\epsilon_v \sim$  最大主ひずみ  $\epsilon_1$  関係で示したものである。また図3-10, 3-11は三軸伸張条件下の異方圧密試験について同様の整理を行なったものである。以上の図において、プロットは実測値を表わし、実線は提案式による計算曲線を表わしている。なお、異方圧密試験の平均主応力はすべて  $\sigma_m = 196 \text{ kN/m}^2$  ( $2.0 \text{ kgf/cm}^2$ ) から  $\sigma_m = 588 \text{ kN/m}^2$  ( $6.0 \text{ kgf/cm}^2$ ) まで変化させている。図3-8, 3-10より、体積ひずみ  $\epsilon_v$  の実測値は  $R = 2$  でわずかながら圧縮側に寄り、 $R$  が大きくなるに従い膨張側に移るのがみられるが、

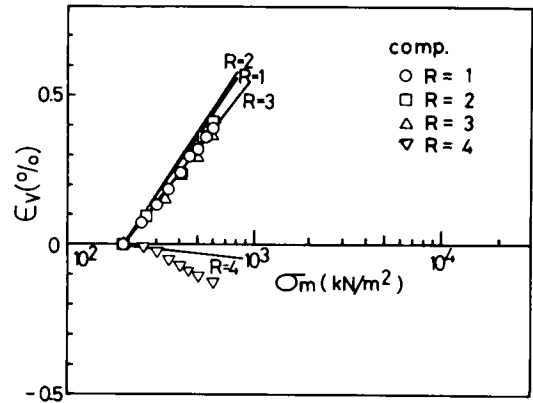


図3-8 等方および異方圧密試験の  $\epsilon_v \sim \log_{10} \sigma_m$  関係 (三軸圧縮条件)

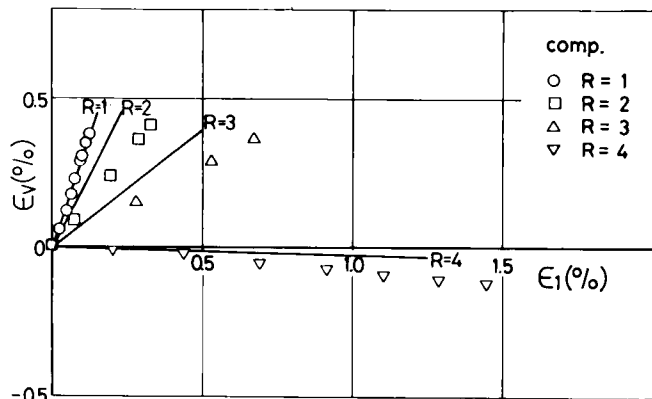


図3-9 等方および異方圧密試験の  $\epsilon_v \sim \epsilon_1$  関係 (三軸圧縮条件)

提案式はこのような実測値の傾向をよく説明している。また  $R = 4$  において、三軸圧縮条件では体積ひずみ  $\epsilon_v$  が膨張側に入っているのに対し、三軸伸張条件ではまだ圧縮側にあるという実測値の傾向も提案式は説明している。したがって、体積ひずみ増分  $d\epsilon_v = 0$  となる異方圧密の主応力比  $R$  は、三軸圧縮条件では 3 と 4 の間、三軸伸張条件では 4 以上ということになる。なお、異方圧密時の従来の提案式<sup>(7)</sup>では三軸圧縮・伸張条件下のこのような体積ひずみ特性の差は説明できなかった。図 3-12、3-13 は多軸応力下の異方圧密試験 ( $\sigma_1/\sigma_3 = R = 4, 5; \theta = 30^\circ$ ) の主ひずみ ( $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$ )、体積ひずみ  $\epsilon_v \sim$  平均主応力  $\sigma_m$  関係を表わしている。ここに、 $\theta = 30^\circ$  とは、第 2 章の多軸応力下のせん断試験の所で述べたように、主応力空間における正八面体面 (oct 面) 上での応力状態が最大主応力方向から  $30^\circ$  の位置にあることを意味しており、この時 3 主応力間には次の関係が成立している。

$$\sigma_2 = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \dots\dots\dots (3-18)$$

また中間主応力の相対的な大きさを表わすパラメータ  $b$  では式 (2-56) より

$$b = \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} = \frac{2 \tan \theta}{\sqrt{3} + \tan \theta} = 0.5 \dots\dots\dots (3-19)$$

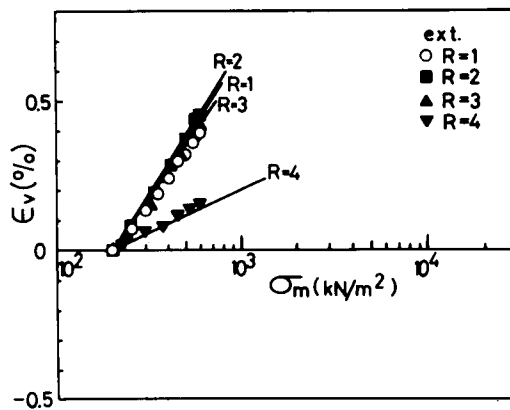


図 3-10 等方および異方圧密試験の  $\epsilon_v \sim \log_{10} \sigma_m$  関係 (三軸伸張条件)

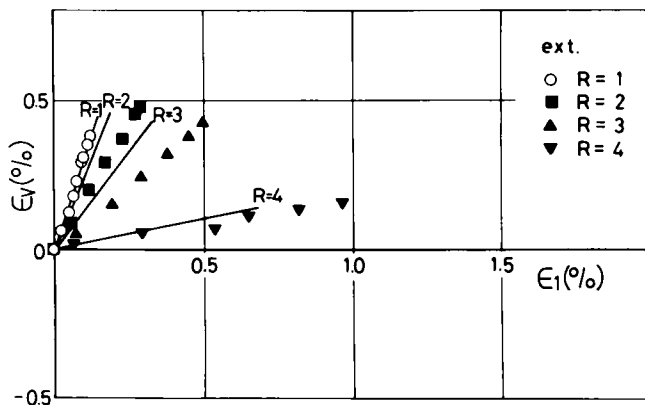


図 3-11 等方および異方圧密試験の  $\epsilon_v \sim \epsilon_1$  関係 (三軸伸張条件)

となる。両図においてもプロットは実測値 (○印：主ひずみ，●印：体積ひずみ) を表わし、直線は提案式による計算値 (実線：主ひずみ，破線：体積ひずみ) を表わしているが、両者はほぼよい対応を示している。

図3-14は上述のすべての異方圧密試験結果を応力比  $\tau_{SMP} / \sigma_{SMP} \sim$  ひずみ増分比  $d\epsilon_{SMP}^* / d\gamma_{SMP}^*$  関係で整理したものである。ここに、 $(d\epsilon_{SMP}^*, d\gamma_{SMP}^*)$  は圧密時の主ひずみ増分ベクトル  $(d\epsilon_1^*, d\epsilon_2^*, d\epsilon_3^*)$  のSMPに垂直な成分および平行な成分を表わしている。図中には、せん断時や異方圧密時のダイレイタンスー成分が満足する関係式(式(2-48)あるいは式(3-8))を破線で示している。異方圧密試験の実測値(プロット)は、応力比が小さい所では等方圧密成分に比べ、ダイレイタンスー成分が小さいため破線から左の方にずれているが、応力比が大きくなるに従いダイレイタンスー成分が大きくなり、破線に近

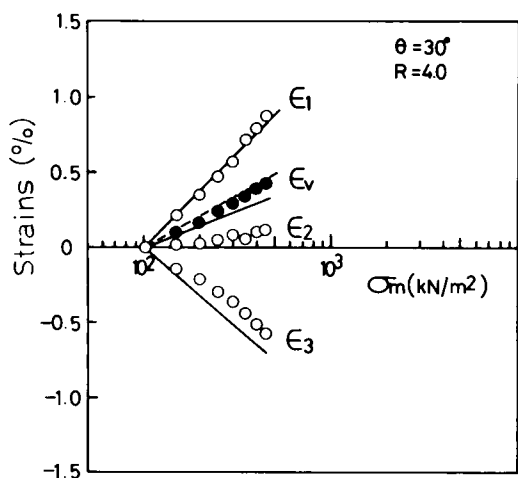


図3-12 多軸応力下の異方圧密試験の  $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3, \epsilon_v \sim \log_{10} \sigma_m$  関係 ( $\theta = 30^\circ, R = \sigma_1/\sigma_3 = 4.0$ )

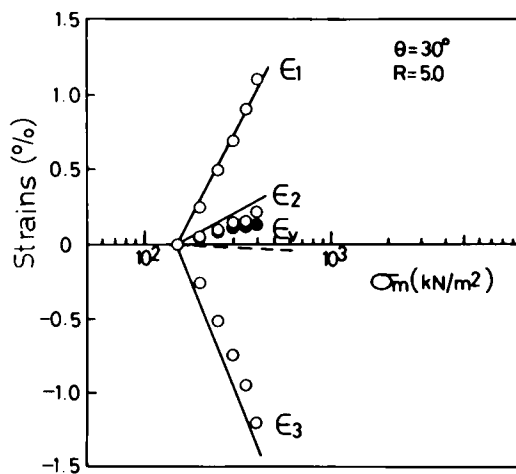


図3-13 多軸応力下の異方圧密試験の  $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3, \epsilon_v \sim \log_{10} \sigma_m$  関係 ( $\theta = 30^\circ, R = \sigma_1/\sigma_3 = 5.0$ )

づいていくようである。このような傾向を計算曲線(実線:三軸圧縮条件, 一点鎖線:三軸伸張条件)はよく表わしている。

以上、3-3節で提案した圧密時の応力・ひずみ関係式は3主応力下の土の圧密時の変形挙動をよく説明するようである。

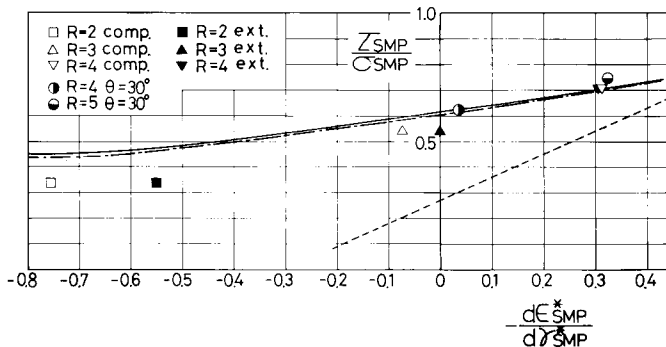


図3-14 異方圧密試験の  $\tau_{SMP} / \sigma_{SMP} \sim d\epsilon_{SMP}^* / d\gamma_{SMP}^*$  関係

### 3-7 任意応力径路下の応力・ひずみ関係式の検証

#### 3-7-1 砂の実験データによる検証

ここでは、せん断・圧密の両現象を含む種々の応力径路下について、豊浦標準砂を試料とした実験データによって、提案式の妥当性を検証する。まず、図3-15に示す三軸圧縮および三軸伸張条件下の平均主応力一定、最小主応力一定、最大主応力一定応力径路下の実験データに基づいて検証を行なう。

図3-16は平均主応力一定条件下 ( $\sigma_m = 196 \text{ kN/m}^2$  ( $2.0 \text{ kgf/cm}^2$ )) の三軸圧縮および三軸伸張試験結果を応力比  $\tau_{\text{SMP}}/\sigma_{\text{SMP}} \sim$  ひずみ増分比  $d\varepsilon_{\text{SMP}}^*/d\gamma_{\text{SMP}}^*$  関係で整理したものである。

平均主応力一定時には式(2-48)の関係が応力状態にかかわらず成立する。図3-17、3-18は三軸圧縮条件下の最小主応力一定試験 ( $\sigma_3 = 196 \text{ kN/m}^2$ ) および最大主応力一定試験 ( $\sigma_1 = 196 \text{ kN/m}^2$ ) を  $\tau_{\text{SMP}}/\sigma_{\text{SMP}} \sim d\varepsilon_{\text{SMP}}^*/d\gamma_{\text{SMP}}^*$  関係で整理したものであり、図3-19、3-20は三軸伸張条件下の試験について同様の整理を行なったものである。ここに、( $d\varepsilon_{\text{SMP}}^*$ ,  $d\gamma_{\text{SMP}}^*$ ) は主ひずみ増分ベクトル ( $d\varepsilon_1$ ,  $d\varepsilon_2$ ,  $d\varepsilon_3$ ) のSMPに垂直な成分および平行な成分を表わしている。これらの図において、プロットは実測値を表わし、

実線は提案式より得られる関係を、破線は式(2-48)の関係を表わしている。図3-16~3-20より、最小主応力一定試験では左側から、最大主応力一定試験では右側から、式(2-48)で示す平均主応力一定の関係(破線)に実測値は漸近しているが、提案式はこのような傾向をよく説明している。また以上の図から、破壊応力比に近い応力状態では

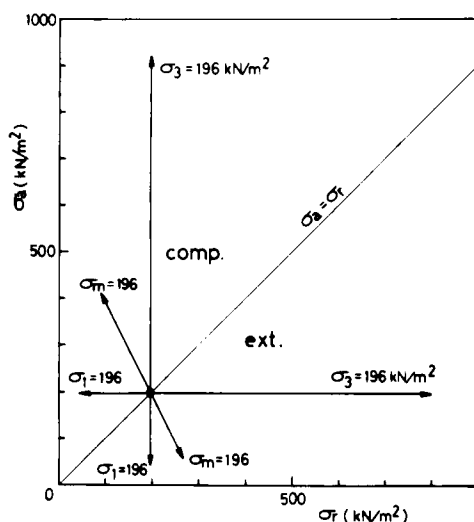


図3-15 砂の実験の応力径路

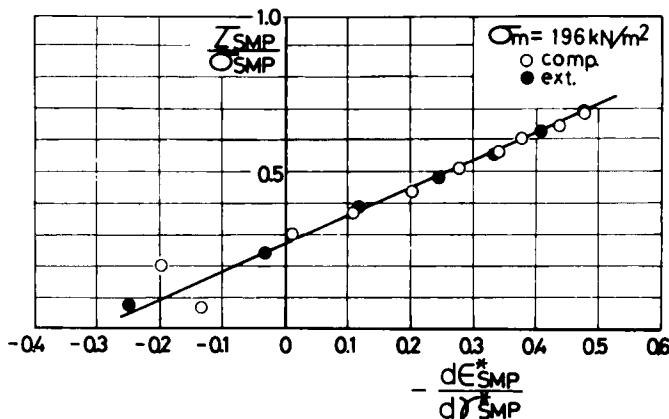


図3-16 平均主応力一定試験の  $\tau_{\text{SMP}}/\sigma_{\text{SMP}} \sim d\varepsilon_{\text{SMP}}^*/d\gamma_{\text{SMP}}^*$  関係 (三軸圧縮・伸張条件)

ひずみ増分比が応力径路に依存せずユニークに決まることうかがわれる。したがって、実際の地盤の破壊予知をする場合に、1つの方法としてひずみ増分比に着目することは意味のあることと思われる。図3-21～3-26は、上述の試験の主応力比 $\sigma_1/\sigma_3$ ～主ひずみ $(\epsilon_1, \epsilon_3)$ 関係を示したものである。プロットは実測値を表し、実線は提案式による計算曲線を表わしている。

次に、図3-27に示す応力径路図のAD間およびAF間に生じるひずみについて、その応力径路依存性を検討する。ここに径路ACDは三軸圧縮条件下で $\sigma_m = 196 \text{ kN/m}^2$  ( $2.0 \text{ kgf/cm}^2$ )一定で $R = \sigma_1/\sigma_3 = 4$ までせん断した後、 $R = 4$ 一定で $\sigma_m = 588 \text{ kN/m}^2$  ( $6.0 \text{ kgf/cm}^2$ )まで異方圧密する径路であり、径路ABDは $\sigma_m = 588 \text{ kN/m}^2$ まで等方圧密した後、三軸圧縮条件下で $\sigma_m = 588 \text{ kN/m}^2$ 一定で $R = 4$ までせん断する径路である。また径路AEFおよび径路ABFは三軸伸張条件下の同様の径路である。図3-28～3-31は上述の応力径路下の実測値(プロット)と提案式による計算曲線(実線)を体積ひずみ $\epsilon_v$ ～主ひずみ差 $(\epsilon_1 - \epsilon_3)$

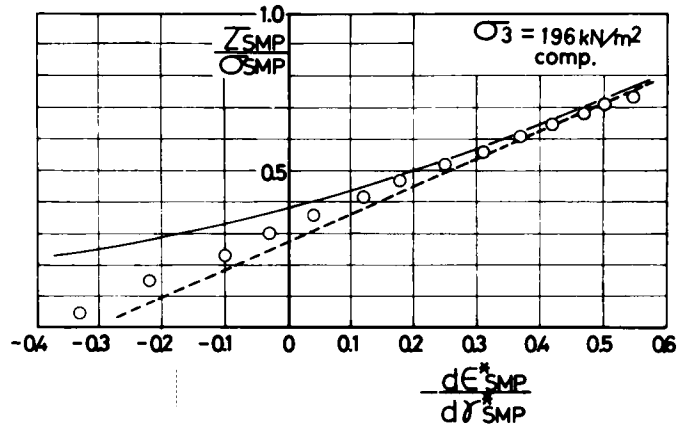


図3-17 最小主応力一定試験の $\tau_{SMP}/\sigma_{SMP} \sim d\epsilon_{SMP}^*/d\gamma_{SMP}^*$ 関係(三軸圧縮条件)

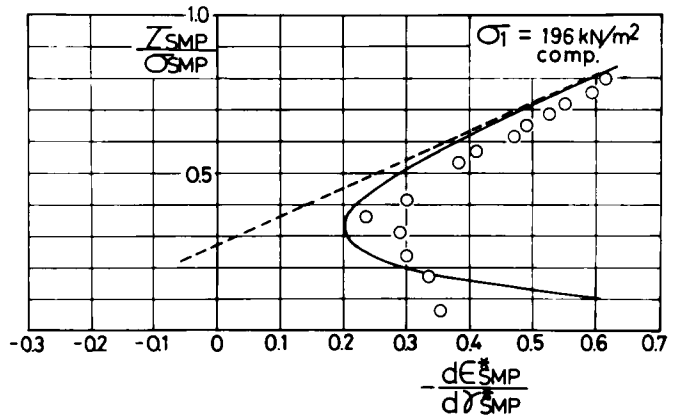


図3-18 最大主応力一定試験の $\tau_{SMP}/\sigma_{SMP} \sim d\epsilon_{SMP}^*/d\gamma_{SMP}^*$ 関係(三軸圧縮条件)

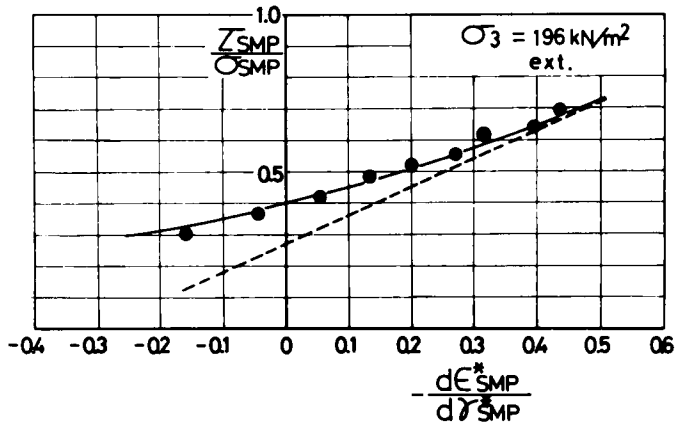


図3-19 最小主応力一定試験の $\tau_{SMP}/\sigma_{SMP} \sim d\epsilon_{SMP}^*/d\gamma_{SMP}^*$ 関係(三軸伸張条件)



関係で示したものである。なお実測値で□印は等方圧密過程を、○●印はせん断過程を、▽▼印はR = 4の異方圧密過程を表わしている。ここで、図3-28と図3-29、図3-30と図3-31の実測値を比較してみると、先にせん断しその後異方圧密する応力経路(ACD, AEF)の方が $(\epsilon_1 - \epsilon_3)$ は大きく $\epsilon_v$ は膨張側になるようである。計算曲線はこのような実測値の応力経路依存性をよく表わしている。したがって、体積ひずみ $\epsilon_v$ も主ひずみ差 $(\epsilon_1 - \epsilon_3)$ も応力経路に依存しない状態量とはなりえないようである。<sup>78)</sup>また、図3-32、3-33は経路ACDおよび経路ABDの実測値と計算曲線を $\epsilon_{SMP}^* \sim \gamma_{SMP}^*$ 関係で整理したものであるが、 $\epsilon_{SMP}^*$ 、 $\gamma_{SMP}^*$ も応力経路に依存するようである。

次に、三軸圧縮および三軸伸張条件下の非排水試験について検証を行なう。非排水試験の概要について述べると、非排水試験は軸ひずみ速度 $\dot{\epsilon}_a = 1.45 \times 10^{-3} / \text{min}$ のひずみ制御法で行ない、バックプレッシャーとしては $490 \text{ kN/m}^2$  ( $5.0 \text{ kgf/cm}^2$ )をかけている。その他の実験方法は2-6節の排水試験の場合

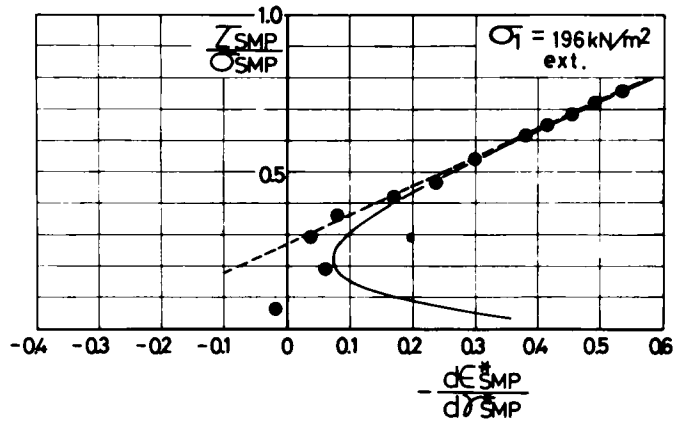


図3-20 最大主応力一定試験の $\tau_{SMP} / \sigma_{SMP} \sim d\epsilon_{SMP}^* / d\gamma_{SMP}^*$ 関係(三軸伸張条件)

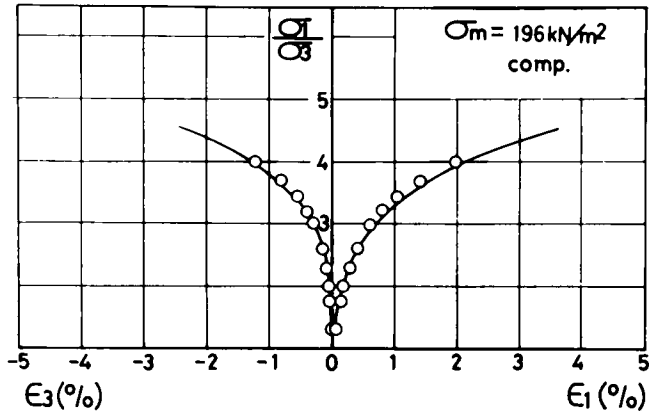


図3-21 平均主応力一定試験の $\sigma_1 / \sigma_3 \sim \epsilon_1, \epsilon_3$ 関係(三軸圧縮条件)

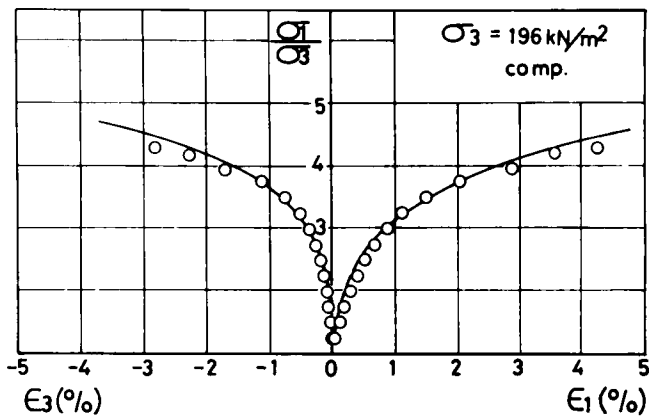


図3-22 最小主応力一定試験の $\sigma_1 / \sigma_3 \sim \epsilon_1, \epsilon_3$ 関係(三軸圧縮条件)

と同様である。なお間隙水圧係数  $B$  をチェックした所  $B = 0.97$  であったので、ほぼ非排水条件（等体積条件）は保たれているものと考えられる。そして、実験は平均主応力  $\sigma_m = 196 \text{ kN/m}^2$  ( $2.0 \text{ kgf/cm}^2$ ) の等方応力状態からせん断している。

図 3-34 は非排水せん断試験の有効応力径路を、図 3-35、3-36 は有効主応力比  $\sigma_1/\sigma_3 \sim$  主ひずみ  $\epsilon_1$  関係の実測値（プロット）と提案式による計算曲線（実線）を示したものである。ここに、計算曲線は式 (3-17) で与えられる任意応力径路下の応力・ひずみ関係式に  $d\epsilon_v = 0$  なる条件を付加することによって求められる。図中には排水試験から得られる破壊強度を一点鎖線で示しているが、非排水せん断試験では、実測値も計算曲線も破壊線に至らず、3-6 節で述べた  $d\epsilon_v = 0$  なる異方圧密径路に近づく応力径路となる。したがって、せん断あるいは異方圧密中に体積膨張する（正のダイレイタンス特性を示す）土では、排水強度  $\phi_d >$  非排水強度  $\phi'$  となり両者は一致しないことになる。このような事実は古田・<sup>79)</sup> 軽部によっても指摘されている。また、

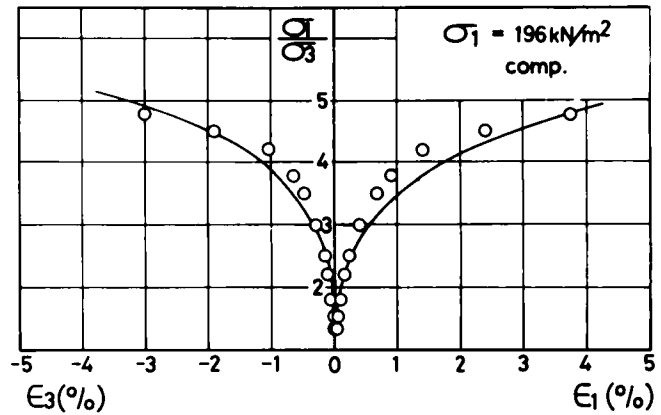


図 3-23 最大主応力一定試験の  $\sigma_1/\sigma_3 \sim \epsilon_1, \epsilon_3$  関係（三軸圧縮条件）

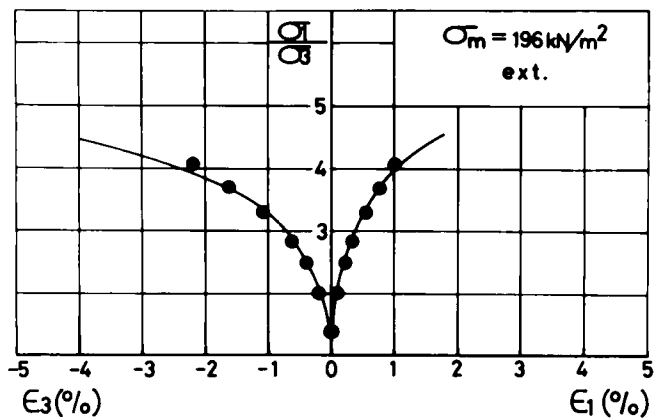


図 3-24 平均主応力一定試験の  $\sigma_1/\sigma_3 \sim \epsilon_1, \epsilon_3$  関係（三軸伸張条件）

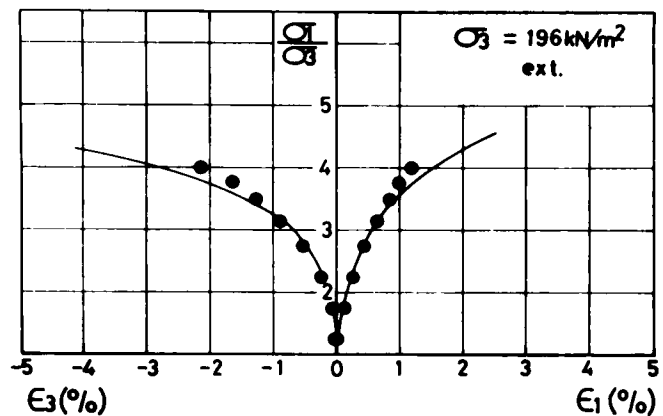


図 3-25 最小主応力一定試験の  $\sigma_1/\sigma_3 \sim \epsilon_1, \epsilon_3$  関係（三軸伸張条件）

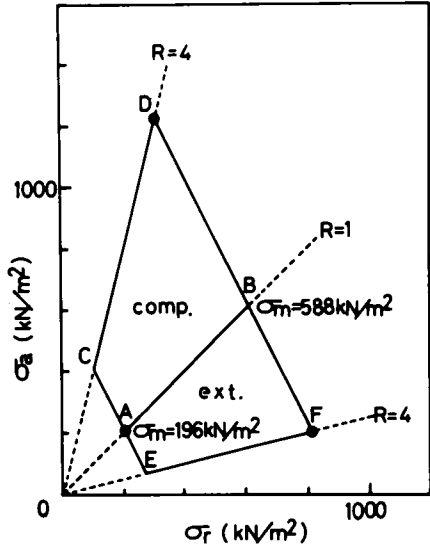


図3-27 ひずみの応力経路依存性を調べるための実験の応力経路

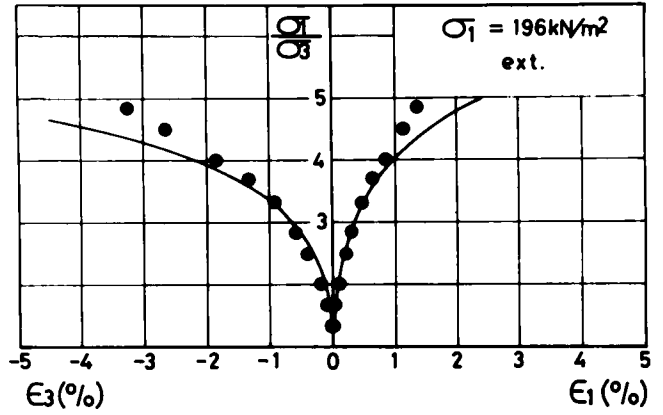


図3-26 最大主応力一定試験の  $\sigma_1/\sigma_3 \sim \epsilon_1, \epsilon_3$  関係 (三軸伸張条件)

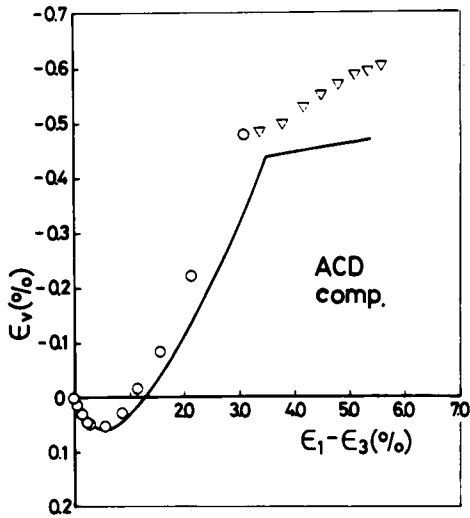


図3-28 経路ACDにおける  $\epsilon_v \sim (\epsilon_1 - \epsilon_3)$  関係

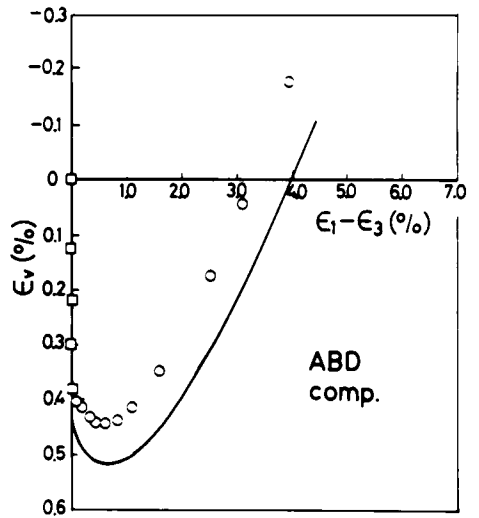


図3-29 経路ABDにおける  $\epsilon_v \sim (\epsilon_1 - \epsilon_3)$  関係

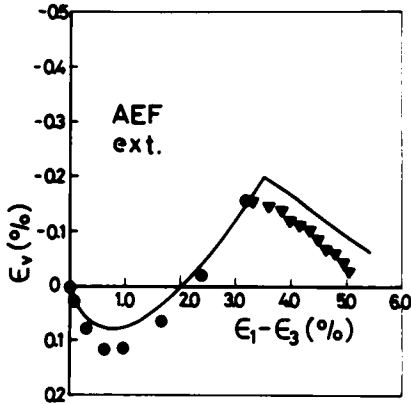


図 3-30 径路 AEF における  $\epsilon_v \sim (\epsilon_1 - \epsilon_3)$  関係

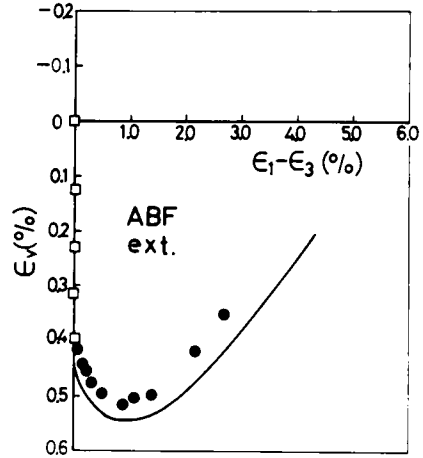


図 3-31 径路 ABF における  $\epsilon_v \sim (\epsilon_1 - \epsilon_3)$  関係

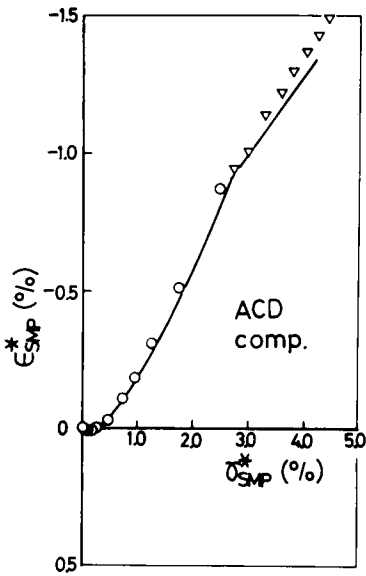


図 3-32 径路 ACD における  $\epsilon_{SMP}^* \sim \gamma_{SMP}^*$  関係

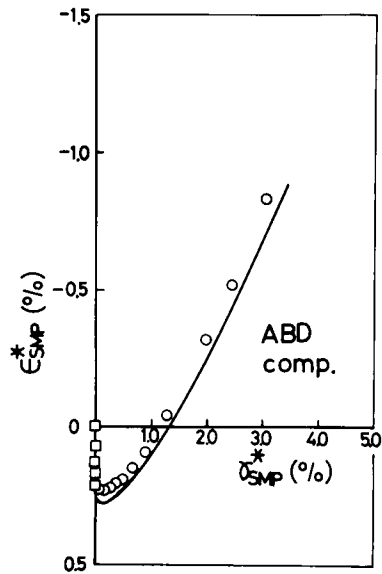


図 3-33 径路 ABD における  $\epsilon_{SMP}^* \sim \gamma_{SMP}^*$  関係

$\phi_d(\text{comp.}) = \phi_d(\text{ext.})$  であっても  $\phi'(\text{comp.}) < \phi'(\text{ext.})$  となる実測値の傾向を提案式はよく説明している。排水試験から決定した土質パラメータを用いて、非排水試験の変形・強度特性がこのように予測できるのは興味深いことと思われる。ところで、これまで多くの研究者によって土の三軸圧縮および三軸伸張強度について調べられているが、これらの事実に基づけば、特に正のダイレイタンスー特性を示す土については、非排水試験結果から圧縮強度  $\phi(\text{comp.})$  と伸張強度  $\phi(\text{ext.})$  の大小を議論することはあまり本質的でないと思われる。

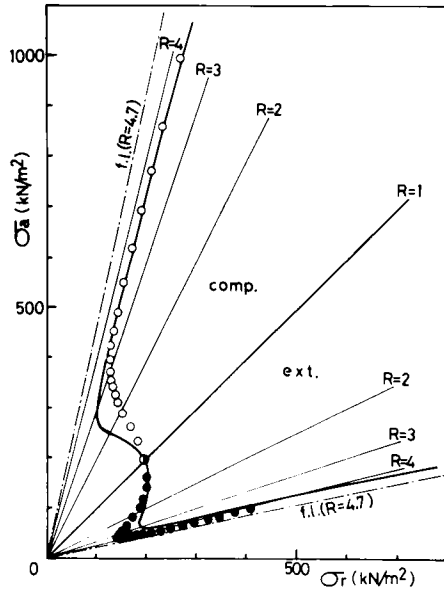


図 3-34 三軸圧縮・伸張条件下の非排水試験の有効応力径路

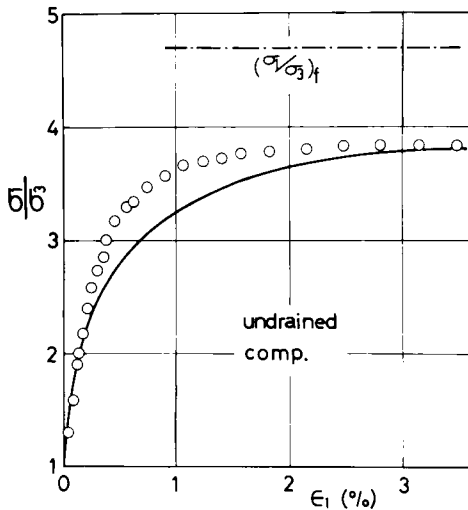


図 3-35 三軸圧縮条件下の非排水試験の  $\sigma_1/\sigma_3 \sim \varepsilon_1$  関係

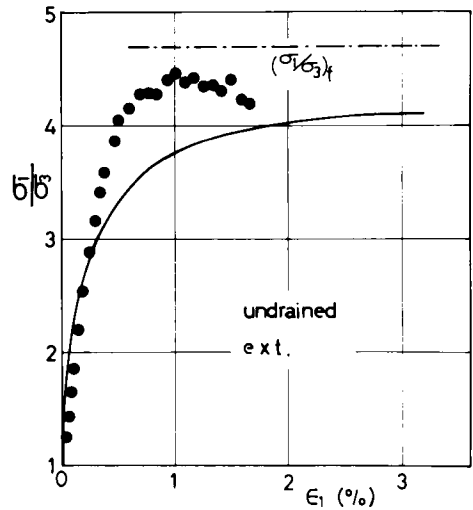


図 3-36 三軸伸張条件下の非排水試験の  $\sigma_1/\sigma_3 \sim \varepsilon_1$  関係

### 3-7-2 粘土の実験データによる検証

平均主応力一定条件下の粘土のせん断挙動についてはすでに第2章(2-9節)で検証を行なっている。ここでは、藤の森粘土を試料とした三軸圧縮および三軸伸張条件下の最小

主応力一定試験 ( $\sigma_3 = 196 \text{ kN/m}^2$  ( $2.0 \text{ kgf/cm}^2$ )) を行ない、本章で提案している任意応力径路下の応力・ひずみ関係式の粘性土（正規圧密粘土）への適用性について検討する。そして比較のため、三軸圧縮・伸張条件下の平均主応力一定試験 ( $\sigma_m = 190 \text{ kN/m}^2$ ) 結果も再録する。なお実験方法等については2-8節ですでに述べた通りである。

図3-37にこれらの試験の応力径路（実線）と破壊時の応力状態（○印）を示す。図3-38は、三軸圧縮条件下の平均主応力一定試験および最小主応力一定試験結果を、主応力比  $\sigma_1/\sigma_3 \sim$  最大主ひずみ  $\varepsilon_1$ 、 $\varepsilon_1 \sim$  体積ひずみ  $\varepsilon_v$  関係で示したものである。また図3-39は三軸伸張条件下の平均主応力一定試験および最小主応力一定試験について同様の整理を行なったものである。図3-38、3-39において、丸印は平均主応力一定試験の実測値を、角印は最小主応力一定試験の実測値を表わし、実線は平均主応力一定試験の計算曲線を、破線は最小主応力一定試験の計算曲線を表わしている。また、これらの計算曲線は3-5節表3-2に示した藤の森粘土（正規圧密状態）の土質パラメータを用いて計算している。以上の図より、3-4節で提案した任意応力径路下の土の応力・ひずみ関係式に基づく計算曲線は正規圧密状態の粘性土の変形特性もほぼ説明できるのがわかる。また2-9節でも述べたように、三軸圧縮および三軸伸張条件下の正規圧密粘土

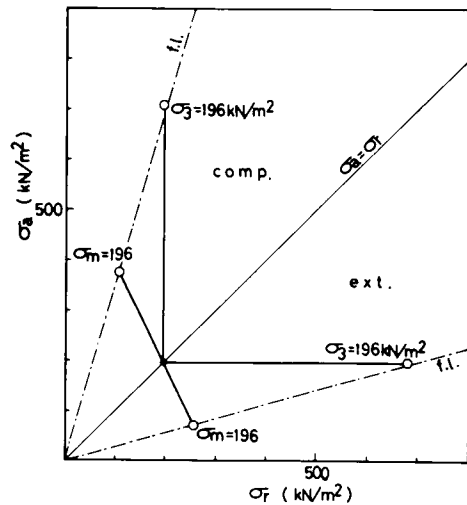


図3-37 粘土の実験の応力径路と破壊応力状態

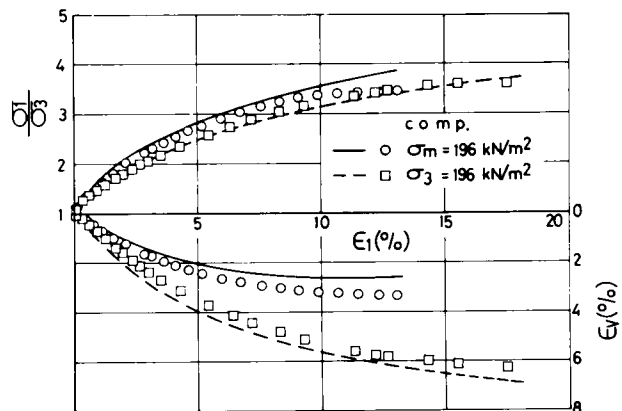


図3-38 平均主応力一定および最小主応力一定条件下の三軸圧縮試験の  $\sigma_1/\sigma_3 \sim \varepsilon_1$ 、 $\varepsilon_1 \sim \varepsilon_v$  関係

の強度（破壊時の主応力比）は応力径路にかかわらずほぼ同じようである。なお、粘性土の場合最大主応力一定条件( $\sigma_1 = \text{const.}$ ) 下ではその粘土試料は、せん断が進むにつれ正規圧密状態ではなく過圧密状態となるため、検証を行っていない。過圧密粘性土のように応力履歴の影響を大きく受ける土の3主応力下の変形・強度特性に関する研究は今後の課題としたい。

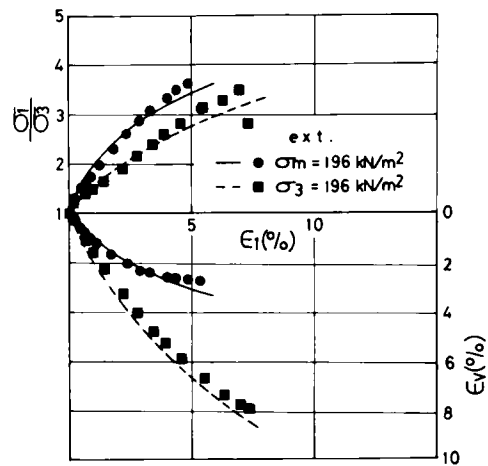


図 3-39 平均主応力一定および最小主応力一定条件下の三軸伸張試験の  $\sigma_1/\sigma_3 \sim \epsilon_1$ ,  $\epsilon_1 \sim \epsilon_3$  関係

### 3-8 ま と め

3主応力下の土のせん断挙動については、第2章で3次元空間内の空間滑動面（SMP）に基づいた新たなひずみ増分量と空間滑動面上のせん断・垂直応力比の間にユニークな関係が成立することを見出し、せん断時の変形・強度特性を統一的に規定している。本章では、3主応力下のせん断挙動のみならず、圧密挙動を含めた任意応力径路下の土の変形・強度特性を統一的に説明しようとしている。本章の研究成果をまとめると以下の通りである。

- (1) 土の等方および異方圧密試験結果を検討した結果、異方圧密時と等方圧密時の変形特性の差は異方圧密中のダイレイタンスー特性によるものであることがわかった。また、そのダイレイタンスー特性はせん断時のそれと類似していることを示した。
- (2) 上述の考察に基づき、異方圧縮時の土のひずみ増分が等方圧密による成分とダイレイタンスーによる成分の和で表わせると考え、圧密時の応力・ひずみ関係式を提案した。ここに、等方圧密成分はよく知られている  $e \sim \log_{10} \sigma_m$  関係（ $e$ ：間隙比， $\sigma_m$ ：平均主応力）の直線関係より決定し、ダイレイタンスー成分はせん断時同様空間滑動面に基づいたひずみ増分量によってユニークに規定されると考え、式示を行なった。
- (3) 提案した圧密時の応力・ひずみ関係式が3主応力下の土の圧密特性をよく説明することを、三軸圧縮条件下、三軸伸張条件下および相異なる3主応力下の豊浦標準砂を試料とした異方圧密試験により検証した。

- (4) 土のひずみ増分がせん断によるひずみ増分と圧密によるひずみ増分の和で表わされると考え、任意応力径路下の応力・ひずみ関係式を規定した。
- (5) この応力・ひずみ関係式が3主応力下の種々の応力径路下の土の変形特性を统一的に説明できることを、豊浦標準砂を試料とした三軸圧縮および三軸伸張条件下の最小主応力一定試験、最大主応力一定試験、非排水試験により検証した。そして土のひずみの応力径路依存性についても検討を加えた。また、この応力・ひずみ関係式の粘性土（正規圧密粘土）への適用性についても、最小主応力一定条件下の粘土の実験データにより検証した。
- (6) 正のダイレイタンスー特性を示す土の非排水試験では、古田・軽部が指摘しているように排水強度 $\phi_d$ と非排水強度 $\phi$ が一致しないことを示し、さらに $\phi_{d(\text{comp.})} = \phi_{d(\text{ext.})}$ であっても $\phi_{(\text{comp.})} < \phi_{(\text{ext.})}$ となることを示した。

以上、本章で提案した土の応力・ひずみ関係式は3次元空間内の種々の応力径路下の土の変形挙動を统一的に説明できることを示した。また、その土質パラメータが通常の三軸圧縮試験機によるせん断試験と等方圧密試験より決定できるのは特徴的なことである。なお、本章では載荷時の土の変形を対象としており、弾性的なひずみは考慮していない。弾性ひずみ増分を考慮すれば、式(3-17)の関係式は $\{d\sigma\} = [D]\{d\epsilon\}$ （ $[D]$ ：応力・ひずみマトリックス）なる一般表示形に変換することが出来るが、詳細は第6章で述べる。



## 第 4 章 結 論

本編は、3 主応力下の土の変形・強度特性を统一的に規定することを目的として行なわれたものである。つまり、本編第 2 章においては、せん断時の土の変形・強度特性について述べ、第 3 章においては、圧密時および任意応力径路下の土の変形特性について述べている。各章末尾の「まとめ」にその章の結論が列挙されているので、ここではこれらの要約と第 I 編の全体を通しての考え方を述べ、本編の結論とする。

### せん断時の土の変形特性：

まず、松岡により提案されている 3 つの滑動面による複合滑動面の概念を発展させることにより、3 次元空間内で平均的に土粒子が最も滑動しやすい面として新たに空間滑動面 (SMP) なる面を提案した。そして、この SMP 上のせん断・垂直応力比  $\tau_{SMP}/\sigma_{SMP}$  と SMP 上の垂直ひずみ増分  $d\epsilon_{SMP}$ 、せん断ひずみ増分  $d\gamma_{SMP}$  の間にユニークな関係が成立するとして、3 主応力下の応力・ひずみ関係式を提案した。この関係式によれば、3 主応力下の土のせん断挙動をある程度説明することができるが、まだ统一的に説明できているとはいえない。そこで、この応力・ひずみ関係式の誘導過程に立ち戻って考察した結果、3 次元空間内の土粒子の滑動は SMP 上のせん断・垂直応力比  $\tau_{SMP}/\sigma_{SMP}$  に支配されるが、その滑動成分は SMP 上のひずみ増分 ( $d\epsilon_{SMP}$ ,  $d\gamma_{SMP}$ ) ではなく、主ひずみ増分ベクトルによって表わされることがわかった。したがって、主ひずみ増分ベクトルの SMP に垂直な成分および平行な成分を新たなひずみ増分量 ( $d\epsilon_{SMP}^*$ ,  $d\gamma_{SMP}^*$ ) と定義し、これらのひずみ増分量と SMP 上のせん断・垂直応力比  $\tau_{SMP}/\sigma_{SMP}$  の間にユニークな関係が成立するとして、SMP に基づく新たな応力・ひずみ関係式を誘導した。

そして、この新たな応力・ひずみ関係式が 3 主応力下の土のせん断変形挙動を统一的に規定できることを、豊浦標準砂を試料とした平均主応力一定条件下の三軸圧縮・伸張試験および多軸試験 (3 主応力制御試験) 結果によって検証した。また、この提案式が先に述べた SMP に基づく従来の理論や、よく用いられる正八面体面 (oct 面) に基づく理論では説明できなかった種々のせん断挙動も説明できることを示した。

例えば、図 2-12~2-17 に示すように、ここで提案している応力比・ひずみ増分比関係式 (式 (2-48)) が応力条件にかかわらずユニークに成立することや、正八面体面上のひずみ増分方向の実測値 (図 2-47) を提案式に基づく計算値 (図 2-48) がよく説明できていることから、この応力・ひずみ関係式が 3 次元空間内のひずみ増分方向を妥当に決定で

きることが理解される。また、図2-26～2-29および図2-31に示したように、SMP上で応力比とひずみ増分量が応力条件にかかわらず整理されることから、この関係式が3主応力下のひずみの大きさも統一的に説明できることがわかる。なお、以上の3主応力下のひずみ増分の方向や大きさを決めるにあたって、この提案式では、塑性ポテンシャルやひずみ硬化関数を仮定することなく、基本的にはSMP上のせん断・垂直応力比 $\tau_{SMP}/\sigma_{SMP}$ とひずみ増分量( $d\epsilon_{SMP}^*$ ,  $d\gamma_{SMP}^*$ )の間で、応力条件に依存しない関係が成立することと、SMP上の土粒子の滑動成分である $d\gamma_{SMP}^*$ の方向は、 $\tau_{SMP}$ の方向に一致するという2つの考え方に基いて解析されている。

また、この提案式の正規圧密粘土への適用性についても、粘土の三軸圧縮および三軸伸張試験結果によって検証した。

#### せん断時の土の強度特性:

空間滑動面(SMP)上のせん断・垂直応力比が一定値になると土が破壊するとして、式(2-69)(あるいは式(2-71))で与えられる3主応力下の土の破壊規準を規定した。この規準は図2-64あるいは図2-67に示すように、三軸圧縮条件下( $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$ )、三軸伸張条件下( $\sigma_1 = \sigma_2 > \sigma_3$ )でMohr-Coulombの規準に一致し、相異なる3主応力下( $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ )ではMohr-Coulombの規準よりも大きくなる。そして、この破壊規準の妥当性についても実験データにより検証した。

また、初期構造の異方性を有する土の強度特性やダイレイタンスー特性について、若干の定性的な議論をした。

#### 圧密時の土の変形特性:

従来より、等方および異方圧密時の圧縮指数 $C_c$ は、応力比や応力条件に関係なく一定であると仮定することが多い。ここではまず、豊浦標準砂の等方および異方圧密試験を行ない、この仮定が成立するのは、応力比が小さい範囲内での等方および異方圧密に限られることを示した。そこで、等方および異方圧密試験結果を検討した結果、両者の変形特性の差は異方圧密中のダイレイタンスー特性によるものであることがわかった。この考察に基づき、異方圧密中の土の主ひずみ増分 $d\epsilon_i^*$ が等方圧密による成分 $d\epsilon_i^*(i_{iso})$ と、ダイレイタンスーによる成分 $d\epsilon_i^*(d_{il})$ の和で表わされると考え、圧密時の応力・ひずみ関係式を提案した。ここに、 $d\epsilon_i^*(i_{iso})$ は $e \sim \log_{10} \sigma_m$ の直線関係より決定し、 $d\epsilon_i^*(d_{il})$ はせん断時同様空間滑動面(SMP)に基づいたひずみ増分量によって規定した。そして、圧密時の応力・ひずみ関係式の妥当性を豊浦標準砂を試料とした三軸圧縮条件下、三軸伸張条件下、および相異なる3主

応力下の異方圧密試験結果により検証した。

#### 任意応力径路下の土の変形特性：

せん断・圧密両現象を含む応力径路下の土の主ひずみ増分は，上述のせん断による主ひずみ増分と圧密による主ひずみ増分の重ね合わせで表わされると考え，任意応力径路下の応力・ひずみ関係式を規定した。そして，この関係式が3主応力下の種々の応力径路下の土の変形挙動を説明できることを，三軸圧縮および三軸伸張条件下の最小主応力一定試験，最大主応力一定試験および非排水試験結果によって検証した。特に，正のダイレイタンスー特性を示す土の非排水試験では，非排水強度 $\phi' < \phi_d$ となり， $\phi_{d(\text{comp.})} = \phi_{d(\text{ext.})}$ であっても， $\phi'_{(\text{comp.})} < \phi'_{(\text{ext.})}$ となることを示した。また，土のひずみの応力径路依存性についても検討を加え，砂のような材料では体積ひずみ $\epsilon_v$ （あるいは間隙比 $e$ ）も，主ひずみ差 $(\epsilon_1 - \epsilon_3)$ （あるいはせん断ひずみ $\gamma_{\text{oct}}$ ）も応力径路に依存しない状態量とはならないことを示した。

以上，第I編において著者は，空間滑動面（SMP）とそれに基づく新たな概念を導入することにより，3主応力下の土の変形・強度特性を一応統一的に説明できたと考えている。しかし，初期構造の異方性を有する土や，過圧密粘土のように応力履歴の影響を強く受けた土の変形・強度特性などについては，ここでは言及できなかった。異方性や応力履歴等も考慮したより一般的な土の構成式の確立を今後の課題としたい。

## 参 考 文 献

- 1) Roscoe, K.H., Schofield, A.N. and Thurairajah, A. : Yielding of Clays in States Wetter than Critical, *Géotechnique*, Vol.13, No.3, pp.211–240, 1963.
- 2) Schofield, A.N. and Wroth, C.P. : *Critical State Soil Mechanics*, McGraw-Hill, London, 1968.
- 3) Drucker, D.C. and Prager, W. : Soil Mechanics and Plastic Analysis on Limit Design, *Quarterly of Applied Mechanics*, Vol.10, No.2, pp.157–165, 1952.
- 4) Henkel, D.J. : The Relationships between the Effective Stresses and Water Content in Saturated Clays, *Géotechnique*, Vol.10, pp.41–54, 1960.
- 5) Ohta, H. : Analysis of Deformation of Soils Based on the Theory of Plasticity and its Application to Settlement of Embankment, 京都大学博士論文, 1971.
- 6) 柴田 徹 : 粘土のダイラタンシーについて, 京都大学防災研究所年報6号, pp.128–134, 1963.
- 7) 軽部大蔵, 粟原則夫 : 練し返し粘土のダイレイタンシーとせん断強度について, 土木学会論文集, 第135号, pp.10–24, 1966.
- 8) Sekiguchi, H. and Ohta, H. : Induced Anisotropy and Time Dependency in Clays, *Proc. Specialty Session 9, 9th ICSMFE*, pp.229–238, 1977.
- 9) 龍岡文夫 : 三軸せん断装置による砂の変形特性に関する基礎的研究, 東京大学博士論文, 1972.
- 10) Poorooshasb, H.B., Holubec, I. and Sherbourne, A.N. : Yielding and Flow of Sand in Triaxial Compression, Part I, II and III, *Canadian Géotechnical Journal*, Vol.3, No.4, pp.179–190, 1966. and Vol.4, No.4, pp.377–398, 1967.
- 11) Pender, M.J. : A Unified Model for Soil Stress-Strain Behavior, *Proc. Specialty Session 9, 9th ICSMFE*, pp.213–222., 1977.
- 12) Prévost, J.H. : Anisotropic Undrained Stress-Strain Behavior of Clays, *Proc. ASCE*, Vol.104, No.GT8, pp.1075–1090, 1978.
- 13) Adachi, T. and Okano, M. : A Constitutive Equation for Normally Consolidated Clay, *Soils and Foundation*, Vol.14, No.1, pp.55–73, 1974.
- 14) Sekiguchi, H. : Rheological Characteristics of Clays, *Proc. 9th ICSMFE*, Vol.1, pp.289–292, 1977.
- 15) Lade, P.V. and Duncan, J.M. : Elastoplastic Stress-Strain Theory for Cohesionless Soil, *Proc. ASCE*, Vol.101, No.GT10, pp.1037–1053, 1975.
- 16) Rowe, P.W. : The Stress-Dilatancy Relation for Static Equilibrium of an Assembly of Particle in Contact, *Proc. Roy. Soc. A*, Vol.269, pp.500–527, 1962.
- 17) Rowe, P.W. : Theoretical Meaning and Observed Values of Deformation Parameters for Soil, *Stress-Strain Behavior of Soils*, *Proc. Roscoe Memorial Symposium*, Cambridge Univ., pp.143–194, 1971.
- 18) Horne, M.R. : The Behavior of an Assembly of Rotund, Rigid, Cohesionless Particles, Part I, II and III, *Proc. Roy. Soc. A*, Vol.286, pp.62–97, 1965. and Vol.310, pp.21–34, 1969.
- 19) Oda, M. : Initial Fabrics and Their Relations to Mechanical Properties of Granular Materi-

- als, Soils and Foundations, Vol.12, No.1, pp.17–36, 1972.
- 20) Oda, M. : The Mechanism of Fabric Changes during Compressional Deformation of Sand, Soils and Foundations, Vol.12, No.2, pp.1–18, 1972.
  - 21) Oda, M. : Deformation Mechanism of Sand in Triaxial Compression Tests, Soils and Foundations, Vol.12, No.4, pp.45–63, 1972.
  - 22) Oda, M. : A Mechanical and Statistical Model of Granular Material, Soils and Foundations, Vol.14, No.1, pp.13–27, 1974.
  - 23) 最上武雄：粒状体の力学，最上武雄編「土質力学」第8章，技報堂， pp.998–1032, 1969.
  - 24) Murayama, S. : A Theoretical Consideration on a Behavior of Sand, Proc. IUTAM Sym. on Rheology and Soil Mechanics, pp.146–159, 1964.
  - 25) 村山朔郎：弾性状態にある砂の構成式，土木学会論文報告集，第236号， pp.125–137, 1975.
  - 26) 村山朔郎：塑性状態にある砂の構成式，土木学会論文報告集，第251号， pp.77–90, 1976.
  - 27) Matsuoka, H. : A Microscopic Study on Shear Mechanism of Granular Materials, Soils and Foundations, Vol.14, No.1, pp.29–43, 1974.
  - 28) Matsuoka, H. : Stress-Strain Relationships of Sands Based on the Mobilized Plane, Soils and Foundations, Vol.14, No.2, pp.47–61, 1974.
  - 29) Matsuoka, H. : Stress-Strain Relationships of Clays Based on the Mobilized Plane, Soils and Foundations, Vol.14, No.2, pp.77–87, 1974.
  - 30) Matsuoka, H. : Dilatancy Characteristics of Soil, Soils and Foundations, Vol.14, No.3, pp.13–24, 1974.
  - 31) 中井照夫・松岡 元：3主応力下の土のせん断挙動に関する統一的理解，土木学会論文報告集，第303号， pp.65–77, 1980.
  - 32) 中井照夫・松岡 元・中島 卓・山内 健：空間滑動面に基づいた砂の応力・ヒズミ関係，第13回土質工学研究発表会講演集， pp.373–376, 1978.
  - 33) 中井照夫・松岡 元・南 良則・横井 智：3主応力下の土のせん断特性の統一的理解，第14回土質工学研究発表会講演集， pp.385–388, 1979.
  - 34) 上掲 (27)
  - 35) 上掲 (28)
  - 36) 中井照夫：相異なる3主応力下の砂の変形・強度特性，京都大学修士論文， 1974.
  - 37) Matsuoka, H. and Nakai, T. : Stress-Deformation and Strength Characteristics of Soil under Three Different Principal Stresses, Proc. JSCE, No.232, pp.59–70, 1974.
  - 38) Matsuoka, H. and Nakai, T. : Stress-Strain Relationship of Soil Based on the 'SMP', Proc. Specialty Session 9, 9th ICSMFE, pp.153–162, 1977.
  - 39) Kirkpatrick, W.M. : The Condition of Failure for Sands, Proc. 4th ICSMFE, Vol.1, pp.172–178, 1957.
  - 40) Wu, T.H., Loh, A.K. and Malvern, L.E. : Study of Failure Envelope of Soils, Proc. ASCE, Vol.89, No.SM1, pp.145–181, 1963.
  - 41) Pearce, J.A. : A New True Triaxial Apparatus, Stress-Strain Behavior of Soils, Proc. Roscoe Memorial Symposium, Cambridge Univ., pp.330–339, 1971.
  - 42) Ko, H.Y. and Scott, R.F. : A New Soil Testing Apparatus, Géotechnique, Vol.17, No.1, pp.40–57, 1967.

- 43) 宮森建樹：多軸応力状態における砂のせん断強さと変形特性，土木学会論文報告集，第255号，pp.81-91，1976.
- 44) Yamada, Y. : Deformation Characteristics of Sand in Three Dimensional Stress State, Proc. U.S.—Japan Seminar on Continuum—Mechanical and Statistical Approaches in the Mechanics of Granular Materials, pp.91-97, 1978.
- 45) Shibata, T. and Karube, D. : Influence of the Variation of the Intermediate Principal Stress on the Mechanical Properties of Normally Consolidated Clay, Proc. 6th ICSMFE, Vol.1, pp.359-363, 1965.
- 46) Green, G.E. : Strength and Deformation of Sand Measured in an Independent Stress Control Cell, Stress-Strain Behaviour of Soils, Proc. Roscoe Memorial Symposium, Cambridge Univ. pp.285-323, 1971.
- 47) Lade, P.V. and Duncan, J.M. : Cubical Triaxial Tests on Cohesionless Soil, Proc. ASCE, Vol.99, No.SM10, pp.793-812, 1973.
- 48) 上掲 2)
- 49) 上掲 17)
- 50) Green, G.E. and Reades, D.W. : Boundary Conditions, Anisotropy and Sample Shape Effects on the Stress-Strain Behaviour of Sand in Triaxial Compression and Plane Strain, Géotechnique, Vol.25, No.2, pp.333-356, 1975.
- 51) Yong, R.N. and Mckeyes, E. : Yield and Failure of Clay under Triaxial Stresses, Proc. ASCE, Vol.97, No.SM1, pp.159-176, 1971.
- 52) 中井照夫・松岡 元・鈴木好実・野村幸宣：三軸圧縮・伸張条件下の砂と粘土の強度について，土木学会中部支部講演概要集，pp.158-159, 1979.
- 53) 上掲 29)
- 54) 上掲 4)
- 55) 上掲 6)
- 56) 上掲 5)
- 57) 軽部大蔵：正規圧密粘土の軸対称圧縮状態における応力-ひずみ式，土木学会論文報告集，第273号，pp.83-98, 1978.
- 58) 佐武正雄：粒状体の降伏条件に関する一提案，第28回土木学会学術講演会概要集，第3部，pp.91-92, 1973.
- 59) 上掲 15)
- 60) Bishop, A.W. : The Strength of Soils as Engineering Materials, Géotechnique, Vol.16, No.2, pp.91-130, 1966.
- 61) Lomize, G.M. and Kryzhanovsky, A.L. : On the Strength of Sand, Géotech. Conf., Oslo, Vol.1, pp.215-219, 1967.
- 62) Goldscheider, M. and Gudehus, G. : Rectilinear Extension of Dry Sand-Testing Apparatus and Experimental Results, Proc. 8th ICSMFE, Vol.1, pp.143-149, 1973.
- 63) 小川正二，三井澄夫，竹牟礼修：砂の力学特性の中間主応力の影響に関する実験的研究，第29回土木学会学術講演会概要集，第3部，pp.49-50, 1974.
- 64) Sutherland, H.B. and Mesdary, M.S. : The Influence of the Intermediate Principal Stress on the Strength of Sand, Proc. 7th ICSMFE, Vol.1, pp.391-399, 1969.

- 65) Ramamurthy, T. and Rawat, P.C. : Shear Strength of Sand under General Stress System, Proc. 8th ICSMFE, Vol.1. 2, pp.339-342, 1973.
- 66) Ko, H.Y. and Scott, R.F. : Deformation of Sand at Failure, Proc. ASCE, Vol.94, No.SM4, pp.883-898, 1968.
- 67) 上掲 2)
- 68) 松岡 元・中井照夫・石崎 仁：異方的な構造をもつ土の応力・ひずみ関係，第14回土質工学研究発表会講演集，pp.381-384, 1979.
- 69) 中井照夫・松岡 元：任意応力径路下の土の変形挙動に関する統一的解釈，土木学会論文報告集，第306号掲載予定，1981.
- 70) 中井照夫・松岡 元：異方圧密時のダイレイタンス特性を考慮した土の応力・ひずみ関係，第34回土木学会年次講演会概要集，第3部，pp.17-18, 1979.
- 71) 上掲 2)
- 72) 上掲 5)
- 73) 上掲 57)
- 74) El-Sohby, M.A. : Deformation of Sands under Constant Stress Ratio, Proc. 7th ICSMFE, Vol.1, pp.111-119, 1969.
- 75) 上掲 9)
- 76) Tatsuoka, F. : Stress-Strain Behavior of an Idealized Granular Material by a Simple Elastoplastic Theory, Proc. U.S.—Japan Seminar on Continuum—Mechanical and Statistical Approach in the Mechanics of Granular Materials, pp.301-320, 1978.
- 77) 上掲 38)
- 78) 香川和夫・中井照夫・鎌田正孝：応力径路変化による砂の変形特性，第11回土質工学研究発表会講演集，pp.211-214, 1976.
- 79) 古田一郎・軽部大蔵：異方圧密中の砂のヒズミについて，第31回土木学会年次講演会概要集，第3部，pp.58-59, 1976.

# 第 I 編

## 土の応力・ひずみ関係



## 第 5 章 序 論

Clough と Woodward<sup>1)</sup> がアースダムの有限要素解析を行なって以来、有限要素法による地盤の応力・変形解析に関する研究が活発になされるようになってきた。しかしながら、実際の土質工学の諸問題の解析に有限要素法を適用するにあたっては、次の 2 点が重要なこととなる。1 つは土の物性を的確に評価した応力・ひずみ関係式を用いて解析することであり、もう 1 つは解析対象の境界条件を忠実に追跡できる解析法を用いることである。さて、土の材料特性として持っている非線形性を考慮する点については、初め Duncan・Chang<sup>2)</sup>、Desai<sup>3)</sup>、Clough・Duncan<sup>4)</sup> などに見られる土の応力・ひずみ関係式を、双曲線関数等で近似する非線形弾性解析が行なわれていた。しかし、この方法では、土の塑性的性質やダイレイタンス特性等の土特有の材料特性を十分表現することは出来ないで、最近では弾塑性構成方程式に基づく解析がよく行なわれるようになってきている。<sup>5)~8)</sup> 一方、解析法については、地盤や岩盤の不連続面の解析法<sup>9)</sup> や、飽和地盤の間隙水圧の消散を考慮した多次元圧密解析法<sup>10)~13)</sup> などが開発されてきている。最近では、この圧密解析法と弾塑性構成方程式<sup>14)</sup> を組合わせた多次元圧密解析も行なわれている。また、土自身の時間効果特性を取り入れた弾・粘塑性構成方程式<sup>15)</sup> に基づく解析もなされている。

本論文第 II 編では、第 I 編で提案した 3 主応力下の土の応力・ひずみ関係式に基づいて、フーチング基礎の支持力問題、擁壁の主働・受働土圧問題、盛土荷重を受ける 2 層地盤の変形問題の有限要素解析を行ない、その解析結果を従来の剛塑性論に基づく安定解析結果や、現場実測データ等と比較・検討することを試みる。第 II 編 (第 6 章, 第 7 章, 第 8 章) の構成を述べると以下の様になる。

第 6 章では、まず第 I 編の空間滑動面に基づいた 3 主応力下の応力・ひずみ関係式に弾性ひずみを考慮することにより、一般座標系での応力・ひずみ関係式を規定する。そして、この応力・ひずみ関係式と空間滑動面に基づいた破壊規準を用いて、種々の要素試験の解析を行ない、この応力・ひずみ関係式や解析精度について検討する。次に、帯状荷重下の地盤の応力・変形解析を行ない、その結果安全率がすべり線と考えられる領域に沿って低下することなどを明らかにして、従来の安定解析法との関連を検討する。

第 7 章では、擁壁の主働土圧および受働土圧問題を取り上げ、第 6 章の応力・ひずみ関係式に基づいてその有限要素解析を行なう。この章ではまず、壁体と裏込め土との間の摩擦を考慮するため、不連続面の力学特性を考えたジョイント要素を導入する。そして、主働状態や受働状態における壁面土圧問題の解析を行ない、壁面摩擦や壁体の変形様式が壁

面上圧におよぼす影響について考察する。また、従来の剛塑性論による解析結果や、経験的にいわれている土圧の傾向等と比較・検討する。

第8章では、台形盛土荷重を受ける実際の2層地盤について、盛土の築堤過程や間隙水圧の消散過程を考慮した解析を行ない、現場実測データと比較・検討する。なお、その解析に当っては、Christianらによる地盤の非排水時や間隙水圧の消散過程の解析法を参考にする。また、非排水時の解析の応用として、種々の試験条件下の飽和粘性土の解析を行ない、その強度増加率  $c_u/p$  についても考察を行なう。

以上述べてきたように、第Ⅱ編では第Ⅰ編で提案している3主応力下の土の応力・ひずみ関係式や破壊規準に基づいて、実際の地盤の応力・変形解析を行なうことにより、これらの関係式や規準を実際の土質工学上の諸問題の解析に適用することを目的とする。

## 第6章 土の応力・ひずみ関係の一般表示と 支持力問題の有限要素解析<sup>16), 17)</sup>\*

### 6-1 概 説

本章では、第I編で提案した空間滑動面に基づく3主応力下の土の応力・ひずみ関係式を一般座標系での応力・ひずみ関係式に変換する。そして、この応力・ひずみ関係式と空間滑動面に基づく破壊規準を用いて、平面ひずみ条件下の支持力問題の有限要素解析を行ない、その解析結果を剛塑性論に基づく安定解析結果等と比較・検討する。本章の概要を節に従って以下に述べる。

6-2節では、土の全ひずみ増分がせん断による塑性ひずみ増分、圧密による塑性ひずみ増分、および弾性ひずみ増分の和で表現されると考え、3主応力下の土の応力・ひずみ関係式を一般表示形で規定する。

6-3節では、この応力・ひずみ関係式に基づいて、三軸圧縮・伸張条件下および多軸応力下（相異なる3主応力下）の砂のせん断試験や異方圧密試験の解析を行ない、この一般表示された応力・ひずみ関係式の妥当性について検討する。さらに、平面ひずみ試験や単純せん断試験の解析も行ない、これらの試験の意味についても考察する。

6-4節では、平面ひずみ条件下のフーチング基礎の支持力問題の解析を行なう。そして、地盤内の安全率分布や地盤の支持力などについて、Terzaghiらの支持力論から得られる結果と比較する。また、地盤の変形・強度特性におよぼす土のダイレイタンス特性や、中間主応力の影響についても、その解析結果に基づいて考察を加える。

本章でも応力はすべて有効応力を意味するものとする。

### 6-2 土の応力・ひずみ関係の一般表示

本論文の第I編（第3章）では、任意応力経路下の土の主ひずみ増分がせん断による主ひずみ増分と圧密による主ひずみ増分の和で表わされると考え、載荷時の主応力・主ひずみ関係式を導びいている。ここでは、弾性ひずみ増分を考慮することにより、載荷・除荷を含む任意応力経路下の土の応力・ひずみ関係式を一般表示形で規定する。

通常、一般応力条件下の土の全ひずみ増分 $\{d\epsilon\}$ は塑性成分 $\{d\epsilon^p\}$ と弾性成分 $\{d\epsilon^e\}$ に

---

\* 中間主応力を考慮しない解析は文献<sup>18), 19)</sup>

分けられるであろう。そして、この塑性成分  $\{d\epsilon^p\}$  がせん断によるひずみ増分  $\{d\epsilon^s\}$  (応力比の変化によって生じるひずみ増分) と圧密によるひずみ増分  $\{d\epsilon^e\}$  (平均主応力の変化によって生じるひずみ増分) の和として表現されると考えると、全ひずみ増分  $\{d\epsilon\}$  は次式で表わされる。

$$\begin{aligned} \{d\epsilon\} &= \{d\epsilon^p\} + \{d\epsilon^e\} \\ &= \{d\epsilon^s\} + \{d\epsilon^c\} + \{d\epsilon^e\} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (6-1)$$

本章では上付きのサフィックス  $p$  は塑性成分、 $e$  は弾性成分、 $s$  はせん断による成分、 $c$  は圧密による成分を表わすものとする。なお、ひずみ増分の方向については、弾塑性論の仮定に基づいて弾性主ひずみ増分の方向は主応力増分の方向に、塑性主ひずみ増分の方向は主応力の方向に一致するものとする。

以下、一般応力条件下のこれらの3つのひずみ増分について述べ、さらに任意応力経路下の土の応力・ひずみ関係の一般表示式を示す。

(1) せん断による塑性ひずみ増分  $\{d\epsilon^s\}$

せん断によるひずみとは、第 I 編で述べたように平均主応力一定条件のもとで応力比が変化する場合に生じるひずみを示している。そしてせん断時の土の変形挙動については、空間滑動面 (SMP) 上のせん断・垂直応力比  $\tau_{SMP}/\sigma_{SMP}$  と SMP に基づいたひずみ増分量 ( $d\epsilon_{SMP}^{*s}$ ,  $d\gamma_{SMP}^{*s}$ ) の間にユニークな関係式が成立することを見出し、せん断時の主応力増分・主ひずみ増分関係式を規定している (第 2 章)。

まず、この応力・ひずみ関係式の概要を示す。せん断時の SMP に基づいたひずみ増分量  $d\epsilon_{SMP}^{*s}$ ,  $d\gamma_{SMP}^{*s}$  は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} d\gamma_{SMP}^{*s} &= \frac{r_0^*}{\mu'^* - \mu^*} \cdot \exp\left(\frac{X - \mu^*}{\mu'^* - \mu^*}\right) \cdot dX \\ &= G_1^* \cdot dX \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (6-2)$$

$$\begin{aligned} d\epsilon_{SMP}^{*s} &= \frac{\mu^* - X}{\lambda^*} \cdot d\gamma_{SMP}^{*s} \\ &= E_1^* \cdot dX \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (6-3)$$

ここに、 $X$  は SMP 上のせん断・垂直応力比  $\tau_{SMP}/\sigma_{SMP}$  を表わしており、次式で与えられている。

$$\begin{aligned}
 X &\equiv \tau_{\text{SMP}}/\sigma_{\text{SMP}} \\
 &= \sqrt{(J_1 \cdot J_2 - 9 J_3)/9 J_3} \quad \dots\dots\dots (6-4)
 \end{aligned}$$

$J_1, J_2, J_3$  は応力の 1 次, 2 次, 3 次の不変量であり, 3 主応力 ( $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ ) もしくは一般応力 ( $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$ ) を用て次式で表わされる。

$$\left. \begin{aligned}
 J_1 &= \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 \\
 &= \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z \\
 J_2 &= \sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2 \sigma_3 + \sigma_3 \sigma_1 \\
 &= \sigma_x \sigma_y + \sigma_y \sigma_z + \sigma_z \sigma_x - \tau_{xy}^2 - \tau_{yz}^2 - \tau_{zx}^2 \\
 J_3 &= \sigma_1 \sigma_2 \sigma_3 \\
 &= \sigma_x \sigma_y \sigma_z + 2 \tau_{xy} \tau_{yz} \tau_{zx} - \sigma_x \tau_{yz}^2 - \sigma_y \tau_{zx}^2 - \sigma_z \tau_{xy}^2
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6-5)$$

また,  $\lambda^*, \mu^*, \nu^*, r_0^*$  は土質パラメータであり,  $r_0^*$  は平均主応力  $\sigma_m$  の関数として次式で与えられている。

$$r_0^* = r_{0i}^* + C_d^* \cdot \log_{10} \frac{\sigma_m}{\sigma_{mi}} \quad \dots\dots\dots (6-6)$$

そして,  $\sigma_{\text{SMP}}, \tau_{\text{SMP}}$  の方向余弦を  $a_i, b_i$  ( $i=1, 2, 3$ ) とした時, 3 主ひずみ増分  $d\varepsilon_i^s$  ( $i=1, 2, 3$ ) は次式で表わされる。

$$\begin{aligned}
 d\varepsilon_i^s &= a_i \cdot d\varepsilon_{\text{SMP}}^* + b_i \cdot d\gamma_{\text{SMP}}^{*s} \\
 &= (a_i \cdot E_1^* + b_i \cdot G_1^*) \cdot dX \\
 &= E_i^s \cdot dX \quad (i=1, 2, 3) \quad \dots\dots\dots (6-7)
 \end{aligned}$$

ここに,  $a_i, b_i$  ( $i=1, 2, 3$ ) は次式で与えられている。

$$a_i = \sqrt{\frac{J_3}{\sigma_i J_2}} \quad (i=1, 2, 3) \quad \dots\dots\dots (6-8)$$

$$b_i = \frac{\sigma_i - \sigma_{\text{SMP}}}{\tau_{\text{SMP}}} \cdot a_i \quad (i=1, 2, 3) \quad \dots\dots\dots (6-9)$$

式 (6-7) をマトリックス表示すれば, 次のようになる。

$$\{d\varepsilon_i^s\} = \{E_i^s\} \cdot dX \quad \dots\dots\dots (6-10)$$

ここに,

$$\{d\epsilon_i^s\} = [d\epsilon_1^s, d\epsilon_2^s, d\epsilon_3^s]^T \quad \dots\dots\dots (6-11)$$

$$\{E_i^s\} = [E_1^s, E_2^s, E_3^s]^T \quad \dots\dots\dots (6-12)$$

( $T$ はマトリックスの転置を意味している)

さて, SMP上のせん断・垂直応力比 $X$ は式(6-4)で与えられ, 応力の不変量 $J_1, J_2, J_3$ が式(6-5)で与えられることより, SMP上のせん断・垂直応力比増分 $dX$ は一般応力増分を用いて次のように表わされる。

$$dX = \left\{ \frac{\partial X}{\partial \sigma} \right\}^T \cdot \{d\sigma\}$$

$$= \frac{1}{18XJ_3^2} \cdot \left\{ \begin{array}{l} J_2 \cdot J_3 + J_1 \cdot J_3 (\sigma_y + \sigma_z) - J_1 \cdot J_2 (\sigma_y \sigma_z - \tau_{yz}^2) \\ J_2 \cdot J_3 + J_1 \cdot J_3 (\sigma_z + \sigma_x) - J_1 \cdot J_2 (\sigma_z \sigma_x - \tau_{zx}^2) \\ J_2 \cdot J_3 + J_1 \cdot J_3 (\sigma_x + \sigma_y) - J_1 \cdot J_2 (\sigma_x \sigma_y - \tau_{xy}^2) \\ -2 J_1 \cdot J_3 \cdot \tau_{xy} - 2 J_1 \cdot J_2 (\tau_{yz} \tau_{zx} - \sigma_z \tau_{xy}) \\ -2 J_1 \cdot J_3 \cdot \tau_{yz} - 2 J_1 \cdot J_2 (\tau_{zx} \tau_{xy} - \sigma_x \tau_{yz}) \\ -2 J_1 \cdot J_3 \cdot \tau_{zx} - 2 J_1 \cdot J_2 (\tau_{xy} \tau_{yz} - \sigma_y \tau_{zx}) \end{array} \right\}^T \cdot \{d\sigma\}$$

$$\equiv \{A\}^T \cdot \{d\sigma\} \quad \dots\dots\dots (6-13)$$

(平面ひずみ条件下の場合について本章末尾の付録(1)に示す)

ここに,

$$\{d\sigma\} = [\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}]^T \quad \dots\dots\dots (6-14)$$

ゆえに主ひずみ増分 $\{d\epsilon_i^s\}$ は, 式(6-10), (6-13)より, 一般応力増分 $\{d\sigma\}$ を用いて次式で表わされる。

$$\{d\epsilon_i^s\} = \{E_i^s\} \cdot \{A\}^T \cdot \{d\sigma\} \quad \dots\dots\dots (6-15)$$

したがって, 主ひずみ増分 $\{d\epsilon_i^s\}$ の一般ひずみ増分 $\{d\epsilon^s\}$ への交換マトリックスを $[T]$ とすれば,  $\{d\epsilon^s\}$ は一般応力増分 $\{d\sigma\}$ を用いて次式のように表わされる。

$$\begin{aligned} \{d\epsilon^s\} &= [T] \cdot \{d\epsilon_i^s\} \\ &= [T] \cdot \{E_i^s\} \cdot dX \\ &= [T] \cdot \{E_i^s\} \cdot \{A\}^T \cdot \{d\sigma\} \quad \dots\dots\dots (6-16) \end{aligned}$$

ここに,

$$\{d\epsilon^s\} = [d\epsilon_x^s, d\epsilon_y^s, d\epsilon_z^s, d\gamma_{xy}^s, d\gamma_{yz}^s, d\gamma_{zx}^s]^T \quad \dots\dots\dots (6-17)$$

なお、ひずみ増分の変換マトリックス  $[T]$  は、塑性主ひずみ増分の方が主応力方向に一致するという仮定より、応力の関数として決定することが出来る。

$$[T] = \begin{bmatrix} l_x^2 & m_x^2 & n_x^2 \\ l_y^2 & m_y^2 & n_y^2 \\ l_z^2 & m_z^2 & n_z^2 \\ 2 l_x l_y & 2 m_x m_y & 2 n_x n_y \\ 2 l_y l_z & 2 m_y m_z & 2 n_y n_z \\ 2 l_z l_x & 2 m_z m_x & 2 n_z n_x \end{bmatrix} \dots\dots\dots (6-18)$$

ここで、 $l_x, l_y, l_z$  は  $\sigma_1$  軸の  $x, y, z$  軸に対する方向余弦を表わしており、主応力と一般応力の関係より次式のようなになる。

$$\left. \begin{aligned} l_x &= \frac{1}{D_1} \{ (\sigma_1 - \sigma_y) \tau_{zx} + \tau_{xy} \tau_{yz} \} \\ l_y &= \frac{1}{D_1} \{ (\sigma_1 - \sigma_x) \tau_{yz} + \tau_{xy} \tau_{zx} \} \\ l_z &= \frac{1}{D_1} \{ (\sigma_1 - \sigma_x) (\sigma_1 - \sigma_y) - \tau_{xy}^2 \} \end{aligned} \right\}$$

$$D_1 = \sqrt{ \{ (\sigma_1 - \sigma_y) \tau_{zx} + \tau_{xy} \tau_{yz} \}^2 + \{ (\sigma_1 - \sigma_x) \tau_{yz} + \tau_{xy} \tau_{zx} \}^2 + \{ (\sigma_1 - \sigma_x) (\sigma_1 - \sigma_y) - \tau_{xy}^2 \}^2 } \dots\dots\dots (6-19)$$

また、 $m_x, m_y, m_z$  は  $\sigma_2$  軸の  $x, y, z$  軸に対する方向余弦を、 $n_x, n_y, n_z$  は  $\sigma_3$  軸の  $x, y, z$  軸に対する方向余弦を表わしており、それぞれ式 (6-19) の  $\sigma_1$  を  $\sigma_2, \sigma_3$  におきかえたものである。なお、平面ひずみ条件下の場合について、変換マトリックス  $[T]$  を本章末尾の付録(2)に示す。

(2) 圧密による塑性ひずみ増分  $\{d\epsilon^e\}$

圧密によるひずみとは、応力比一定条件のもとで平均主応力が変化する場合に生じるひずみを示しており、その時の塑性主ひずみ増分  $d\epsilon_i^e$  は等方圧密時の塑性成分  $d\epsilon_i^e(\text{iso})$  と異方圧密時に生じるダイレイタンスー成分  $d\epsilon_i^e(\text{dil})$  の和として表わされる。ここに、等方圧密成分  $d\epsilon_i^e(\text{iso})$  はよく知られている  $e \sim \log_{10} \sigma_m$  の直線関係 ( $e$ : 間隙比,  $\sigma_m$ : 平均主応

力)より決定され、ダイレイタンス成分  $d\varepsilon_i^c$  (dil) はせん断時同様 SMP に基づくひずみ増分量 ( $d\varepsilon_{SMP}^{*c}$ ,  $d\gamma_{SMP}^{*c}$ ) によってユニークに規定される (第3章)。

等方圧密時の塑性主ひずみ増分  $d\varepsilon_i^c$  (iso) ( $i=1, 2, 3$ ) は次式で与えられる。

$$d\varepsilon_i^c(\text{iso}) = \frac{0.434}{3} \cdot \frac{C_c - C_s}{1 + e_0} \cdot \frac{d\sigma_m}{\sigma_m} \quad (i=1, 2, 3) \quad \dots\dots\dots (6-20)$$

( $C_c$ : 圧縮指数,  $C_s$ : 膨張指数)

第3章の式(3-4)の  $C_c$  の所が式(6-20)では ( $C_c - C_s$ ) となっているのは、ここではひずみの塑性成分だけを取り出していることによる。次に、異方圧密時のダイレイタンス成分  $d\varepsilon_i^c$  (dil) を規定するひずみ増分量  $d\varepsilon_{SMP}^{*c}$ ,  $d\gamma_{SMP}^{*c}$  は次式で与えられている。

$$\begin{aligned} d\gamma_{SMP}^{*c} &= 0.434 \cdot K_c \cdot \left\{ \exp\left(\frac{X - \mu^*}{\mu'^* - \mu^*}\right) - \exp\left(\frac{-\mu^*}{\mu'^* - \mu^*}\right) \right\} \cdot \frac{d\sigma_m}{\sigma_m} \\ &\equiv G_2^* \cdot d\sigma_m \quad \dots\dots\dots (6-21) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d\varepsilon_{SMP}^{*c} &= \frac{\mu^* - X}{\lambda^*} \cdot d\gamma_{SMP}^{*c} \\ &\equiv E_2^* \cdot d\sigma_m \quad \dots\dots\dots (6-22) \end{aligned}$$

係数  $K_c$  の決定法については後述する。そして圧密時の塑性主ひずみ増分  $d\varepsilon_i^c$  ( $i=1, 2, 3$ ) は次式で表わされる。

$$\begin{aligned} d\varepsilon_i^c &= d\varepsilon_i^c(\text{iso}) + d\varepsilon_i^c(\text{dil}) \\ &= \frac{0.434}{3} \cdot \frac{C_c - C_s}{1 + e_0} \cdot \frac{d\sigma_m}{\sigma_m} + a_i \cdot d\varepsilon_{SMP}^{*c} + b_i \cdot d\gamma_{SMP}^{*c} \\ &= \left( \frac{0.434}{3} \cdot \frac{C_c - C_s}{(1 + e_0)\sigma_m} + a_i \cdot E_2^* + b_i \cdot G_2^* \right) \cdot d\sigma_m \\ &= E_i^c \cdot d\sigma_m \quad (i=1, 2, 3) \quad \dots\dots\dots (6-23) \end{aligned}$$

式(6-23)をマトリックス表示すれば、次のようになる。

$$\{d\varepsilon_i^c\} = \{E_i^c\} \cdot d\sigma_m \quad \dots\dots\dots (6-24)$$

ここに、

$$\{d\varepsilon_i^c\} = [d\varepsilon_1^c, d\varepsilon_2^c, d\varepsilon_3^c]^T \quad \dots\dots\dots (6-25)$$

$$\{E_i^c\} = [E_1^c, E_2^c, E_3^c]^T \quad \dots\dots\dots (6-26)$$

ここで平均主応力増分  $d\sigma_m$  は、 $\sigma_m = (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)/3$  より、一般応力増分  $\{d\sigma\}$  を用いて次



式のように表わされる。

$$\begin{aligned}
 d\sigma_m &= \left[ \frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}, 0, 0, 0 \right] \cdot \{d\sigma\} \\
 &= \{B\}^T \cdot \{d\sigma\} \quad \dots\dots\dots (6-27)
 \end{aligned}$$

また、主ひずみ増分  $\{d\varepsilon_i^e\}$  の一般ひずみ増分  $\{d\varepsilon^e\}$  への変換マトリックス  $[T]$  は、せん断の場合同様式 (6-18) で与えられる。したがって式 (6-24), (6-27), (6-18) より、一般ひずみ増分  $\{d\varepsilon^e\}$  は一般応力増分  $\{d\sigma\}$  を用いて次式で与えられる。

$$\begin{aligned}
 \{d\varepsilon^e\} &= [T] \cdot \{d\varepsilon_i^e\} \\
 &= [T] \cdot \{E_i^e\} \cdot d\sigma_m \\
 &= [T] \cdot \{E_i^e\} \cdot \{B\}^T \cdot \{d\sigma\} \quad \dots\dots\dots (6-28)
 \end{aligned}$$

ここに、

$$\{d\varepsilon^e\} = [d\varepsilon_x^e, d\varepsilon_y^e, d\varepsilon_z^e, d\gamma_{xy}^e, d\gamma_{yz}^e, d\gamma_{zx}^e]^T \quad \dots\dots\dots (6-29)$$

### (3) 弾性ひずみ増分 $\{d\varepsilon^e\}$

ここでは弾性時のひずみ増分  $\{d\varepsilon^e\}$  を便宜上、 $e \sim \log_{10} \sigma_m$  関係の膨張指数  $C_s$  と等方弾性式を利用して表現する。すなわち、次式によって弾性ひずみ増分を与える。

$$\begin{aligned}
 \{d\varepsilon^e\} &= \frac{1}{E_e} \begin{bmatrix} 1 & -\nu_e & -\nu_e & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_e & 1 & -\nu_e & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_e & -\nu_e & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu_e) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu_e) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu_e) \end{bmatrix} \cdot \{d\sigma\} \\
 &= [D_e]^{-1} \cdot \{d\sigma\} \quad \dots\dots\dots (6-30)
 \end{aligned}$$

ここに、

$$\{d\varepsilon^e\} = [d\varepsilon_x^e, d\varepsilon_y^e, d\varepsilon_z^e, d\gamma_{xy}^e, d\gamma_{yz}^e, d\gamma_{zx}^e]^T \quad \dots\dots\dots (6-31)$$

式 (6-30) の  $E_e, \nu_e$  は接線弾性係数およびポアソン比である。

ここで、接線体積弾性係数を  $K_e$  とした時、式 (6-30) が勾配  $C_s$  なる  $e \sim \log_{10} \sigma_m$  の直線関係を満足することより、次の関係式が成立する。

$$K_e = \frac{(1+e_0) \cdot \sigma_m}{0.434 \cdot C_s} \quad \dots\dots\dots (6-32)$$

ゆえに、 $E_e$  は次式で与えられる。

$$E_e = 3(1-2\nu_e) \cdot K_e = \frac{3(1-2\nu_e) \cdot (1+e_0) \cdot \sigma_m}{0.434 \cdot C_s} \dots\dots\dots (6-33)$$

なお、ポアソン比  $\nu_e$  はせん断試験の除荷曲線の  $\varepsilon_1 \sim \varepsilon_3$  関係等により決定される。以上、 $E_e, \nu_e$  を決定することにより、弾性ひずみ増分  $\{d\varepsilon^e\}$  は式(6-30)で与えることができる。

さて、前述の式(6-21)の係数  $K_c$  についてであるが、第3章では  $K_0$  圧密時のひずみ増分を塑性成分と弾性成分に区別していないのに対し、本章では両者を区別しているので、係数  $K_c$  も式(3-15)とは異なる。 $K_0$  圧密状態 ( $\sigma_1/\sigma_3 = 1/K_0, \sigma_2 = \sigma_3$ ) では  $d\varepsilon_2 = d\varepsilon_3 = 0$  となるので、次式が成立する。

$$d\varepsilon_{3(X=X_0)} = d\varepsilon_{3(X=X_0)}^c + d\varepsilon_{3(X=X_0)}^e \\ = 0 \dots\dots\dots (6-34)$$

ここに、 $d\varepsilon_{3(X=X_0)}^c, d\varepsilon_{3(X=X_0)}^e$  は式(6-23), (6-30)より

$$d\varepsilon_{3(X=X_0)}^c = \frac{0.434}{3} \cdot \frac{C_c - C_s}{1+e_0} \cdot \frac{d\sigma_m}{\sigma_m} + a_{3.0} \cdot d\varepsilon_{SMP(X=X_0)}^{*c} \\ + b_{3.0} \cdot d\gamma_{SMP(X=X_0)}^{*c} \dots\dots\dots (6-35)$$

$$d\varepsilon_{3(X=X_0)}^e = \frac{1}{E_e} \{d\sigma_3 - \nu_e(d\sigma_1 + d\sigma_3)\} \\ - \frac{1}{E_e} \{K_0 - (1+K_0)\nu_e\} \cdot \frac{3}{1+2K_0} \cdot d\sigma_m \\ - \frac{0.434 \{K_0 - (1+K_0)\nu_e\}}{(1-2\nu_e)(1+2K_0)} \cdot \frac{C_s}{1+e_0} \cdot \frac{d\sigma_m}{\sigma_m} \\ \dots\dots\dots (6-36)$$

と表わせる。ここに、 $X_0$  および  $a_{3.0}, b_{3.0}$  は、それぞれ式(3-12), (3-13), (3-14)で与えられる  $K_0$  圧密時の SMP 上の応力比  $X = \tau_{SMP}/\sigma_{SMP}$  および  $\sigma_{SMP}, \tau_{SMP}$  の方向余弦の成分  $a_3, b_3$  を表わしている。式(6-35)に式(6-21), (6-22)を代入し、式(6-34)を整理すれば、 $K_c$  は次式で表わされる。

$$K_c = \frac{- \left[ \frac{C_c - C_s}{3(1+e_0)} + \frac{\{K_0 - (1+K_0)\nu_e\} C_s}{(1-2\nu_e)(1+2K_0)(1+e_0)} \right]}{\left\{ \exp\left(\frac{X_0 - \mu^*}{\mu^* - \mu^*}\right) - \exp\left(\frac{-\mu^*}{\mu^* - \mu^*}\right) \right\} \cdot \left\{ \frac{\mu^* - X_0}{\lambda} \cdot a_{3.0} + b_{3.0} \right\}} \dots\dots\dots (6-37)$$

(4) 応力・ひずみ関係の一般表示式

本章では、土の全ひずみ増分  $\{d\varepsilon\}$  が式 (6-1) に示したようにせん断による塑性ひずみ増分  $\{d\varepsilon^s\}$ 、圧密による塑性ひずみ増分  $\{d\varepsilon^c\}$ 、弾性ひずみ増分  $\{d\varepsilon^e\}$  の和として表わされると考えている。式 (6-1) を再録すれば次のようになる。

$$\begin{aligned} \{d\varepsilon\} &= \{d\varepsilon^p\} + \{d\varepsilon^e\} \\ &= \{d\varepsilon^s\} + \{d\varepsilon^c\} + \{d\varepsilon^e\} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (6-1 \text{ bis})$$

ここに、 $\{d\varepsilon^s\}$ 、 $\{d\varepsilon^c\}$ 、 $\{d\varepsilon^e\}$  はそれぞれ式 (6-16)、(6-28)、(6-30) で式示されている。なお、応力比  $X$  が減少する過程 ( $dX \leq 0$ ) では  $\{d\varepsilon^s\} = 0$ 、平均<sup>全</sup>応力  $\sigma_m$  が減少する過程 ( $d\sigma_m \leq 0$ ) では  $\{d\varepsilon^c\} = 0$  とする。

さて、山田<sup>20)</sup>らが弾塑性理論において応力・ひずみ関係式を陽に表示した方法を参考にし、土の応力・ひずみ関係式を  $\{d\sigma\} = [D] \cdot \{d\varepsilon\}$  ( $[D]$ : 応力・ひずみマトリックス) なる形で一般表示する。式 (6-1)、(6-16)、(6-28)、(6-30) より次の関係式が成立する。

$$\begin{aligned} \{d\sigma\} &= [D_e] \cdot \{d\varepsilon^e\} \\ &= [D_e] \cdot \{d\varepsilon\} - [D_e] \cdot (\{d\varepsilon^s\} + \{d\varepsilon^c\}) \\ &\quad - [D_e] \cdot \{d\varepsilon\} - [D_e] \cdot [T] \cdot (\{E_i^s\} \cdot dX + \{E_i^c\} \cdot d\sigma_m) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (6-38)$$

ところで、 $dX$ 、 $d\sigma_m$  はそれぞれ式 (6-13)、(6-27) で表わされるから、式 (6-38) をこれらの式に代入することにより次式を得る。

$$\begin{aligned} dX &= \{A\}^T \cdot \{d\sigma\} \\ &= \{A\}^T \cdot [D_e] \cdot \{d\varepsilon\} - \{A\}^T \cdot [D_e] \cdot [T] \cdot (\{E_i^s\} \cdot dX + \{E_i^c\} \cdot d\sigma_m) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (6-39)$$

$$\begin{aligned} d\sigma_m &= \{B\}^T \cdot \{d\sigma\} \\ &= \{B\}^T \cdot [D_e] \cdot \{d\varepsilon\} - \{B\}^T \cdot [D_e] \cdot [T] \cdot (\{E_i^s\} \cdot dX + \{E_i^c\} \cdot d\sigma_m) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (6-40)$$

ここで、式 (6-39)、(6-40) を整理すれば次のように表現できる。

$$P_1 \cdot dX + P_2 \cdot d\sigma_m = \{A\}^T \cdot [D_e] \cdot \{d\varepsilon\} \quad \dots\dots\dots (6-41)$$

$$Q_1 \cdot dX + Q_2 \cdot d\sigma_m = \{B\}^T \cdot [D_e] \cdot \{d\varepsilon\} \quad \dots\dots\dots (6-42)$$

ここに,

$$\left. \begin{aligned} P_1 &= 1 + \{A\}^T \cdot [D_e] \cdot [T] \cdot \{E_i^s\} \\ P_2 &= \{A\}^T \cdot [D_e] \cdot [T] \cdot \{E_i^c\} \\ Q_1 &= \{B\}^T \cdot [D_e] \cdot [T] \cdot \{E_i^s\} \\ Q_2 &= 1 + \{B\}^T \cdot [D_e] \cdot [T] \cdot \{E_i^c\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6-43)$$

a)  $dX > 0$ ,  $d\sigma_m > 0$  の場合

式 (6-41), (6-42) より  $dX$ ,  $d\sigma_m$  は次式で表わされる。

$$dX = \frac{(Q_2 \cdot \{A\}^T - P_2 \cdot \{B\}^T) \cdot [D_e] \cdot \{d\varepsilon\}}{P_1 Q_2 - P_2 Q_1} \dots\dots\dots (6-44)$$

$$d\sigma_m = \frac{(P_1 \cdot \{B\}^T - Q_1 \cdot \{A\}^T) \cdot [D_e] \cdot \{d\varepsilon\}}{P_1 Q_2 - P_2 Q_1} \dots\dots\dots (6-45)$$

式 (6-44), (6-45) を式 (6-38) に代入することにより, 次式のように一般表示される。

$$\begin{aligned} \{d\sigma\} &= \left( [D_e] - [D_e] \cdot [T] \cdot \{E_i^s\} \cdot \frac{Q_2 \cdot \{A\}^T - P_2 \cdot \{B\}^T}{P_1 Q_2 - P_2 Q_1} \cdot [D_e] \right. \\ &\quad \left. - [D_e] \cdot [T] \cdot \{E_i^c\} \cdot \frac{P_1 \cdot \{B\}^T - Q_1 \cdot \{A\}^T}{P_1 Q_2 - P_2 Q_1} \cdot [D_e] \right) \cdot \{d\varepsilon\} \\ &\equiv [D] \cdot \{d\varepsilon\} \dots\dots\dots (6-46) \end{aligned}$$

b)  $dX > 0$ ,  $d\sigma_m \leq 0$  の場合

$d\sigma_m \leq 0$  の時  $\{d\varepsilon^c\} = 0$  となるので, 式 (6-38) および式 (6-41) は次のようになる。

$$\{d\sigma\} = [D_e] \cdot \{d\varepsilon\} - [D_e] \cdot [T] \cdot \{E_i^s\} \cdot dX \dots\dots\dots (6-47)$$

$$P_1 \cdot dX = \{A\}^T \cdot [D_e] \cdot \{d\varepsilon\} \dots\dots\dots (6-48)$$

式 (6-48) を式 (6-47) に代入することにより, 次式のように一般表示される。

$$\begin{aligned} \{d\sigma\} &= \left( [D_e] - [D_e] \cdot [T] \cdot \{E_i^s\} \cdot \frac{\{A\}^T}{P_1} \cdot [D_e] \right) \cdot \{d\varepsilon\} \\ &\equiv [D] \cdot \{d\varepsilon\} \dots\dots\dots (6-49) \end{aligned}$$

c)  $dX \leq 0$ ,  $d\sigma_m > 0$  の場合

$dX \leq 0$  の時  $\{d\epsilon^s\} = 0$  となるので、式 (6-38) および式 (6-42) は次のようになる。

$$\{d\sigma\} = [D_e] \cdot \{d\epsilon\} - [D_e] \cdot [T] \cdot \{E_i^c\} \cdot d\sigma_m \quad \dots\dots\dots (6-50)$$

$$Q_2 \cdot d\sigma_m = \{B\}^T \cdot [D_e] \cdot \{d\epsilon\} \quad \dots\dots\dots (6-51)$$

式 (6-51) を式 (6-50) に代入することにより、次式のように一般表示される。

$$\begin{aligned} \{d\sigma\} &= \left( [D_e] - [D_e] \cdot [T] \cdot \{E_i^c\} \cdot \frac{\{B\}^T}{Q_2} \cdot [D_e] \right) \cdot \{d\epsilon\} \\ &= [D] \cdot \{d\epsilon\} \quad \dots\dots\dots (6-52) \end{aligned}$$

d)  $dX \leq 0$ ,  $d\sigma_m \leq 0$  の場合

この場合  $\{d\epsilon^s\} = 0$ ,  $\{d\epsilon^c\} = 0$  より、次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \{d\sigma\} &= [D_e] \cdot \{d\epsilon\} \\ &= [D] \cdot \{d\epsilon\} \quad \dots\dots\dots (6-53) \end{aligned}$$

以上、式 (6-46), (6-49), (6-52), (6-53) で3次元応力下の上の応力・ひずみ関係の一般表示式が与えられる。なお、 $z$  軸方向のひずみが0となる平面ひずみ条件の下での一般的表示式は、上述の3次元応力下の一般表示式に  $d\epsilon_z = 0$ ,  $d\tau_{yz} = d\tau_{zx} = 0$ ,  $d\tau_{yz} = d\tau_{zx} = 0$  なる条件を加味することにより得られる。

### 6-3 有限要素法による解析の方針

#### 6-3-1 解析の方針

以下の有限要素解析では、すべて前節の一般表示された応力・ひずみマトリックス  $[D]$  を用いて増分法による解析を行なっている。要素は4個の CST (定ひずみ三角形要素) よりなる四辺形要素<sup>21)</sup>を用いている。また、連立1次方程式の解法は Gauss-Jordan のバンド消去法である (なお、ここで用いる  $[D]$  マトリックスは対称マトリックスとならないので剛性マトリックスも非対称である)。

次に、上の破壊規準としては第2章(2-10節)で述べた空間滑動面 (SMP) に基づいた破壊規準を用いている。SMP に基づいた破壊規準は、式 (2-69) に示されているよ

うに、SMP上のせん断、垂直応力比  $\tau_{\text{SMP}}/\sigma_{\text{SMP}}$  が一定値になると土が破壊するとして得られた規準である。

$$\frac{\tau_{\text{SMP}}}{\sigma_{\text{SMP}}} = \sqrt{\frac{J_1 J_2 - 9 J_3}{9 J_3}} = K = \text{const.} \quad \dots\dots\dots (2-69 \text{ bis})$$

図6-1はこのSMPに基づく規準を内部摩擦角  $\phi (= \sin^{-1}\{(\sigma_1 - \sigma_3)/(\sigma_1 + \sigma_3)\}, \sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3)$  と中間主応力  $\sigma_2$  の相対的な大きさを表すパラメータ  $b = (\sigma_2 - \sigma_3)/(\sigma_1 - \sigma_3)$  関係で示したものである。この規準は三軸圧縮条件下 ( $b = 0.0, \sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$ ) と三軸伸張条件下 ( $b = 1.0, \sigma_1 = \sigma_2 > \sigma_3$ ) で  $\phi$  が一致し、相異なる3主応力下 ( $0.0 < b < 1.0, \sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ ) では  $\phi$  は大きくなる。なお、この規準の妥当性は2-10節で検証している。また破壊後の土の変形挙動の取り扱いについては、破壊後式(6-46),(6-49)の  $\{E_i^s\}$  の中の土質パラメータ  $\gamma_0^*$  に大きな係数 ( $10^3$ ) をかけることにより、せん断に対してはほとんど抵抗を示さないが、圧密に対しては抵抗を示す状態を表現している。

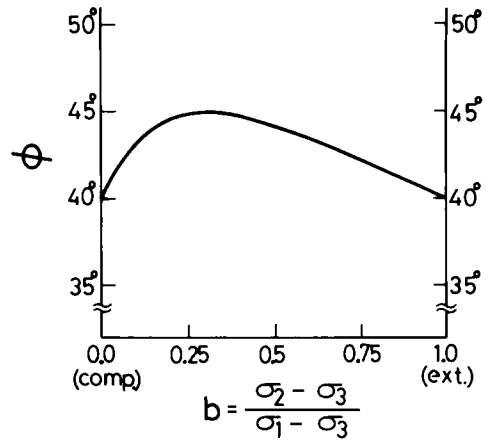


図6-1 空間滑動面(SMP)に基づいた破壊規準

解析対象地盤として想定した地盤の土質材料は、第I編で検証に用いているやや密詰め(初期間隙比  $e_0 = 0.68$ ) の豊浦標準砂であり、その土質パラメータの決定法は第I編で述べた通りである。

表6-1に豊浦標準砂 ( $e_0 = 0.68$ ) の土質パラメータをまとめているが、新たに  $K_0, \nu_e$  が増えているだけで他は表3-1と同じである。なお、 $K_0$  値は異方圧密試験結果より、 $\nu_e$  はせん断試験の除荷曲線より推定している。つまり土質パラメータは、第2章、第3章でも述べたように、すべて通常の三軸圧縮試験機によるせん断試験と圧密試験より決定することができる。また、図6-1に示した破壊規準はこの豊浦標準砂 ( $\phi_{(\text{comp.})} = \phi_{(\text{ext.})} = 40^\circ$ ) を想定して書いたものである。

表6-1 豊浦標準砂の土質パラメータ

$\lambda^*$	0.9	
$\mu^*$	0.27	
$\mu'^*$	0.41	
$\gamma_0^*$	$\gamma_{oi}^*$	0.10 %
	$C_d^*$	0.066 %
	$\sigma_{mi}$	98 kN/m <sup>2</sup> (1.0 kgf/cm <sup>2</sup> )
$C_c / (1 + e_0)$	0.928 %	
$C_s / (1 + e_0)$	0.578 %	
$K_0$	0.45	
$\nu_e$	0.3	
$\phi_{(\text{comp.})}$	40°	

### 6-3-2 要素試験の解析による解の検討

ここでは種々の応力条件下の土要素の解析を行ない、前節で述べた応力・ひずみマトリックス  $[D]$  の妥当性や解析の精度等について検討する。

まず、第 I 編での豊浦標準砂（初期間隙比  $e_0 = 0.68$ ）のせん断試験結果および圧密試験結果を用いて、一般表示された応力・ひずみ関係式の検証を行なう。図 6-2 は三軸圧縮および三軸伸張条件下の平均主応力一定試験（ $\sigma_m = 392 \text{ kN/m}^2$  ( $4.0 \text{ kgf/cm}^2$ )) の実測値（プロット）と解析結果（実線，一点鎖線）を主応力比  $\sigma_1/\sigma_3 \sim$  主ひずみ  $\epsilon_1, \epsilon_3$  関係で示したものである。

解析結果は第 2 章の計算曲線（図 2-37 参照）同様実測値をよく説明している。さて、図 6-3 は三軸圧縮条件下の平均主応力一定試験について、ここでの解析結果（実線）と第 2 章の計算曲線（破線）を主応力比  $\sigma_1/\sigma_3 \sim$  主ひずみ  $\epsilon_1$  関係、主ひずみ  $\epsilon_1 \sim$  体積ひずみ  $\epsilon_v$  関係で比較したものである。両者の考え方のちがいは弾性ひずみを考慮している

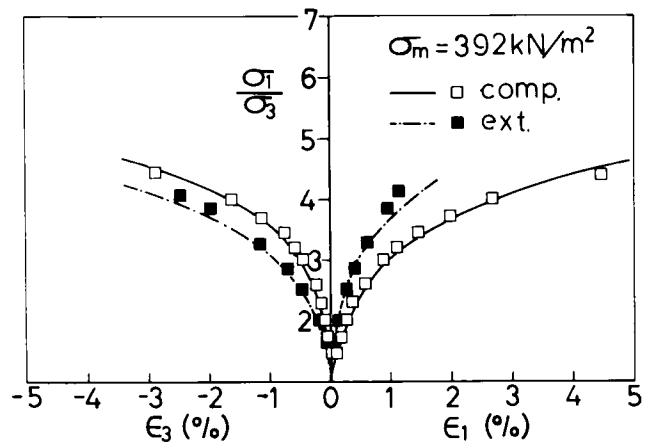


図 6-2 三軸圧縮・伸張条件下の平均主応力一定試験結果と解析結果

かいはなかにあるが、同図に見られるように両者の差異はほとんどなく、ここでの  $[D]$  マトリックスは土のせん断挙動を十分説明できているといえる。また図 6-4(a)~(e) は平均主応力一定 ( $\sigma_m = 196 \text{ kN/m}^2$  ( $2.0 \text{ kgf/cm}^2$ )) 条件下の多軸試験の解析結果を  $\sigma_1/\sigma_3 \sim \epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$  関係で示したものであるが、図 2-46(a)~(e) に示された実測値や計算曲線とよく対応している（図中の応力条件を表わすパラメータ  $\theta, b$  の定義は式 (2-55), (2-56) 参照）。

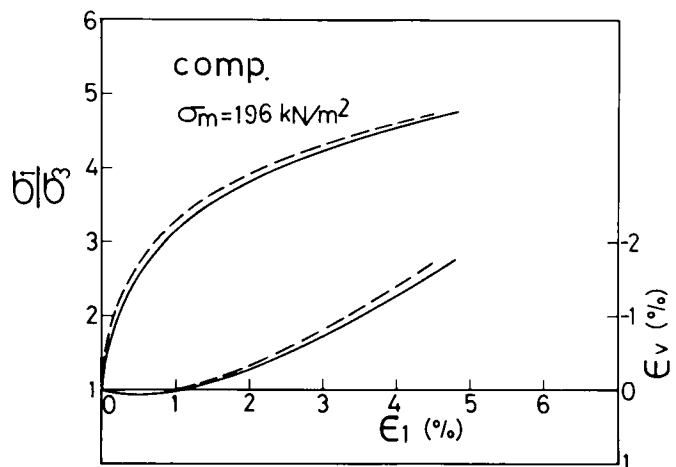


図 6-3 弾性ひずみを考慮した解析結果（実線）と考慮しない解析結果（破線）の比較

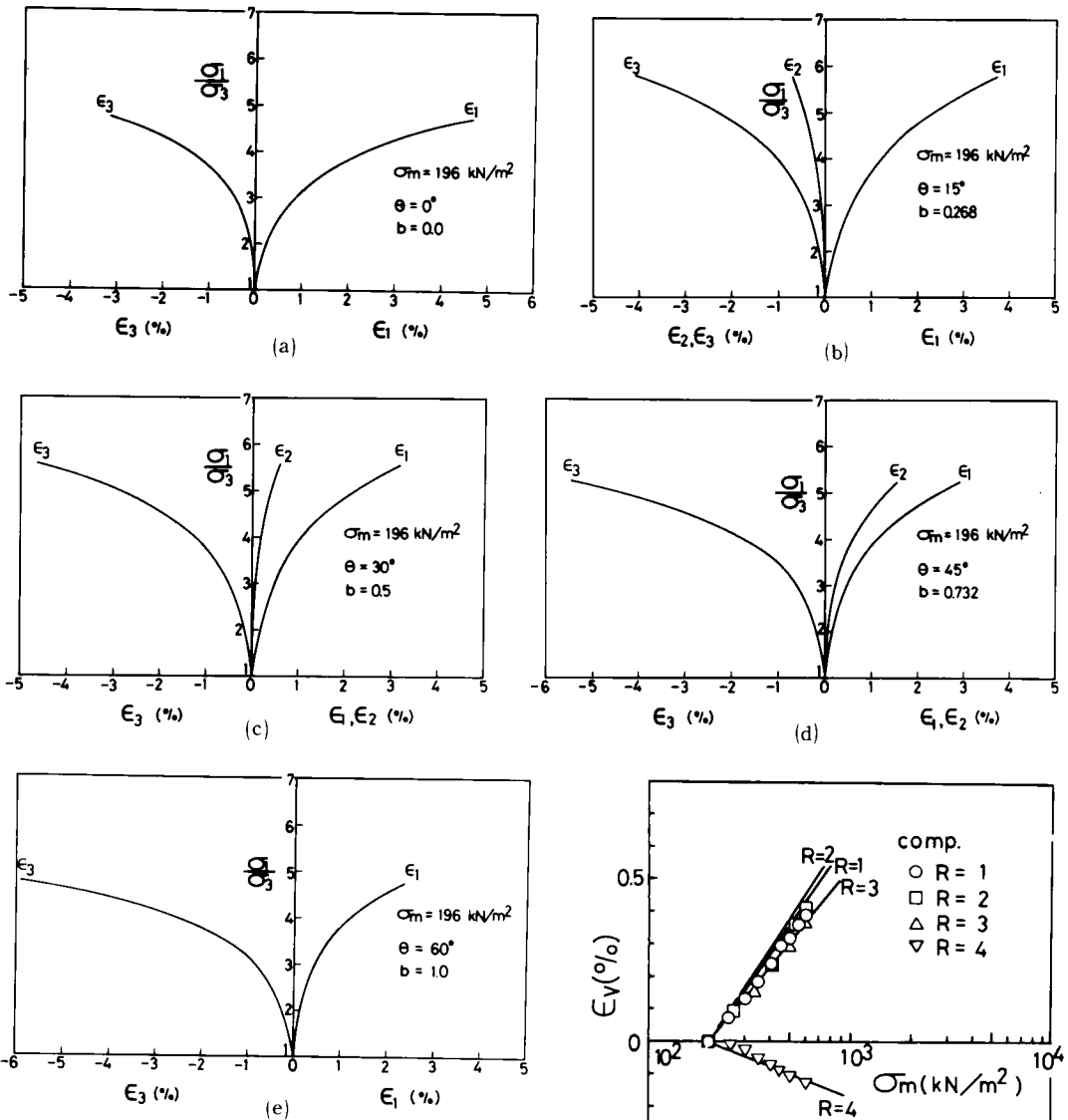


図 6-4 多軸応力下の平均主応力一定試験の解析結果

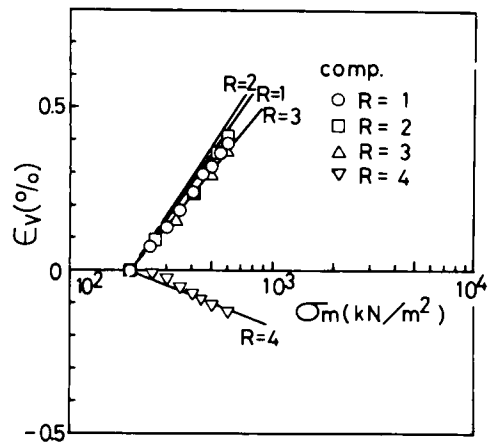


図 6-5 三軸圧縮条件下の異方圧密試験結果と解析結果

図 6-5, 6-6 は、三軸圧縮および三軸伸張条件下の異方圧密試験 ( $R = \sigma_1/\sigma_3 = 1, 2, 3, 4$ ) の実測値 (プロット) と解析結果 (実線) を、体積ひずみ  $\varepsilon_v \sim \log_{10} \sigma_m$  ( $\sigma_m$ : 平均主応力) 関係で示している。主応力比  $R$  が小さい間は体積ひずみ特性はあまり  $R$  の影響を受けないが、 $R$  が大きくなると体積ひずみが膨張側に移るとい実測値のダイレイタンス特性(第



3章)を、解析結果はよく説明している。また図3-8, 3-10に示された計算曲線(弾性成分と塑性成分を区別しない場合)ともよく対応している。以上、6-2節の応力・ひずみマトリックス[D]は、第I編で述べた応力・ひずみ関係式同様、種々の応力条件下の土の変形挙動をよく説明しているといえよう。

次に、平面ひずみ条件下の解析結果について述べる。図6-7は平面ひずみ条件下の最大主応力 $\sigma_1$ 一定( $\sigma_1 = 196 \text{ kN/m}^2$ )、 $(\sigma_1 + \sigma_3)/2$ 一定( $(\sigma_1 + \sigma_3)/2 = 196 \text{ kN/m}^2$ )および最小主応力一定( $\sigma_3 = 196 \text{ kN/m}^2$ )試験の解析値を $\sigma_1/\sigma_3 \sim \epsilon_1, \epsilon_1 \sim \epsilon_v$ 関係で示しているが、応力径路の違いによるダイレイタンスー特性の差異をよく表現している。図6-8は図6-7の結果をSMP上のせん断・垂直応力比 $\tau_{\text{SMP}}/\sigma_{\text{SMP}} \sim$ ひずみ増分比 $d\epsilon_{\text{SMP}}^*/d\gamma_{\text{SMP}}^*$ 関係で整理したものである。図中の点線は式(2-48)で示されている平均主応力一定条件下で成立する関係

$$\frac{\tau_{\text{SMP}}}{\sigma_{\text{SMP}}} = \lambda^* \cdot \left( - \frac{d\epsilon_{\text{SMP}}^*}{d\gamma_{\text{SMP}}^*} \right) + \mu^* \quad \dots\dots\dots (2-48 \text{ bis})$$

を表わしている。第3章の三軸圧縮および三軸伸張条件下の場合同様(図3-16~3-20参照)、平面ひずみ条件下でも、応力比が大きくなるに従い、 $\sigma_3$ 一定条件下では左側から $\sigma_1$ 一定条件下では右側から点線に漸近し、破壊応力比近くでは応力径路にかかわらずひずみ増分比がユニークに決まるのが見られる。また、図6-9はこの

平面ひずみ条件下のせん断試験の解析結果を、中間主応力の大きさを表わすパラメータ $b (= (\sigma_2 - \sigma_3)/(\sigma_1 - \sigma_3))$ と主応力比 $\sigma_1/\sigma_3$ 関係で示している。主応力比の小さい所では応力径路により $b$ 値が異なるが、応力比が大きくなるに従い $b = 0.38 \sim 0.40$ に収束している。これは第2章でも述べたように、今までによく報告さ

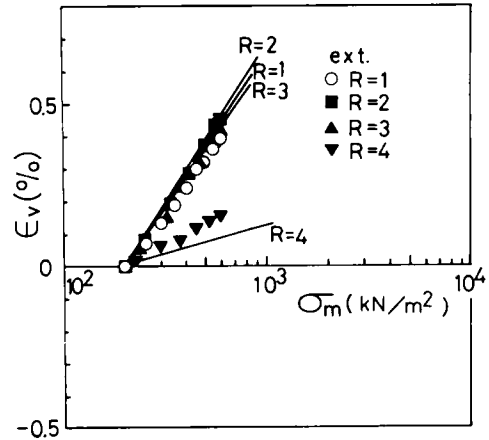


図6-6 三軸伸張条件下の異方圧密試験結果と解析結果

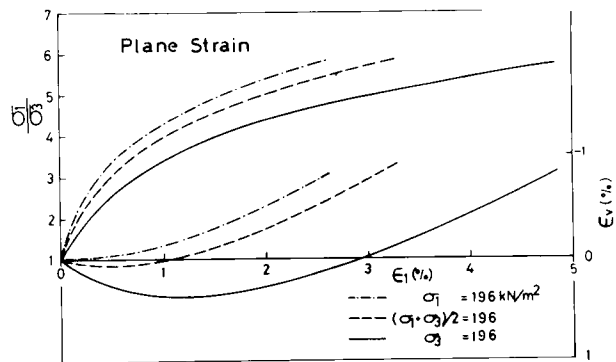


図6-7 平面ひずみ試験の $\sigma_1/\sigma_3 \sim \epsilon_1, \epsilon_1 \sim \epsilon_v$ 関係の解析結果

22), 23) されている結果 ( $b = 0.3 \sim 0.4, 15^\circ < \theta < 30^\circ$ ) とよい対応を示している。

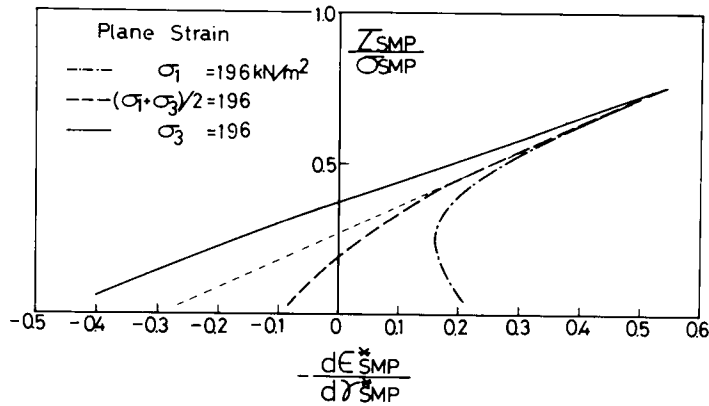


図 6-8 平面ひずみ試験の  $\tau_{SMP}/\sigma_{SMP} \sim d\varepsilon_{SMP}^*/d\gamma_{SMP}^*$  関係の解析結果

図 6-10, 6-11 は, 平面ひずみ条件下, 三軸圧縮条件下, 三軸伸張条件下における最小主応力一定 ( $\sigma_3 = 196 \text{ kN/m}^2$ ) 試験および最大主応力一定 ( $\sigma_1 = 196 \text{ kN/m}^2$ ) 試験の解析結果を, 主応力比  $\sigma_1/\sigma_3 \sim$  主ひずみ  $\varepsilon_1, \varepsilon_3$  関係で示したものである。両図において, それぞれの計算曲線の最終状態は破壊点 (図 6-1 に示された SMP に基づく破壊規準) に至った時の主応力比と主ひずみを表わしている。三軸圧縮および三軸伸張条件下では

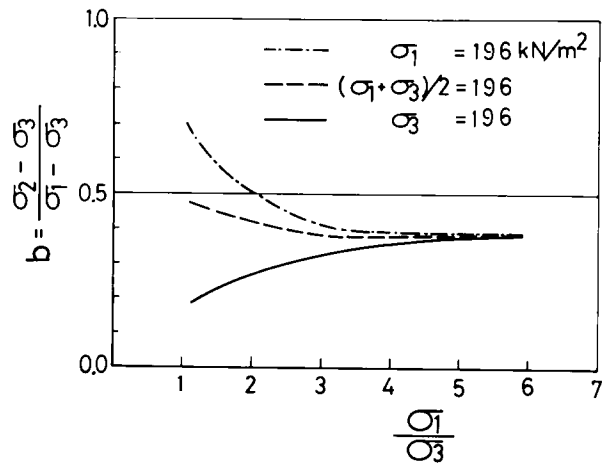


図 6-9 平面ひずみ試験の  $b \sim \sigma_1/\sigma_3$  関係の解析結果

$\phi_{(comp.)} = \phi_{(ext.)} = 40^\circ$  (図 6-1 参照) より破壊時の主応力比  $(\sigma_1/\sigma_3)_f$  は約 4.6 となるが, 平面ひずみ条件下では破壊時の主応力比は  $(\sigma_1/\sigma_3)_f = 5.7$  (内部摩擦角  $\phi$  に換算すると  $\phi_{(plane strain)} = 44^\circ \sim 45^\circ$ ) となる。

両図の解析結果からも, よく言われているように, 平面ひずみ条件下では破壊応力比 (内部摩擦角) が三軸圧縮・伸張条件下のそれよりもかなり大きくなるようである。ところで, 山口・木村・藤井は同じ豊浦標準砂のもう少し密な試料 ( $e_0 = 0.66$ ) を用いて三軸圧縮試験および平面ひずみ試験を行ない,  $\phi_{(comp.)} = 41^\circ$  の時  $\phi_{(plane strain)} = 46^\circ$  となることを報告している。ここでの解析結果 ( $\phi_{(comp.)} = 40^\circ$  の時  $\phi_{(plane strain)} = 44^\circ \sim 45^\circ$ ) はこの実験結果ともよい対応関係を示している。

最後に、単純せん断試験 (simple shear test) の解析を行なう。

単純せん断状態は図 6-12 に示すように要素の上端を  $x$  軸方向に強制変位させることにより生じさせている。なお座標軸に取り方は図中に示す通りであり、 $z$  軸方向は紙面に垂直な方向となり、 $z$  軸方向の変位を拘束する平面ひずみ状態を考えている。初期状態は  $\sigma_y = 196 \text{ kN/m}^2$  ( $2.0 \text{ kgf/cm}^2$ ),  $\sigma_x = \sigma_z = K_0 \cdot \sigma_y = 88.2 \text{ kN/m}^2$  ( $0.9 \text{ kgf/cm}^2$ ) ( $K_0 = 0.45$ ) なる  $K_0$  圧密状態を考えている。図 6-13 は解析結果をせん断・垂直応力比  $\tau_{xy}/\sigma_y \sim$  せん断ひずみ  $r_{xy}, r_{xy} \sim$  垂直ひずみ  $\varepsilon_y$  関係で示したものであるが、よく見られる単純せん断試験の応力・ひずみ曲線となっている。さて、この解析結果から破壊時の応力比は  $(\tau_{xy}/\sigma_y)_f = 0.80$  となる。そして通常よく行なわれる方法でこの応力比から内部摩擦角  $\phi_{(\text{simple shear})} = \tan^{-1}(\tau_{xy}/\sigma_y)_f$  を計算すると、 $\phi_{(\text{simple shear})} = 38.6^\circ$  となる。

ところで、この時最大・最小主応力比は  $(\sigma_1/\sigma_3)_f = 5.74$  になっており、図 6-10, 6-11 に示した平面ひずみ試験の破壊力比と対応する。つまりこの場合  $\phi_{(\text{plane strain})} = 44.7^\circ$  となる。またこの試料の三軸圧縮強度は  $\phi_{(\text{comp.})} = 40^\circ$  である。以上の 3 つの強度 ( $\phi_{(\text{simple shear})}$ ,  $\phi_{(\text{plane strain})}$ ,  $\phi_{(\text{comp.})}$ ) の解析結果に基づけば、単純せん断試験から得られる強度  $\phi_{(\text{simple shear})}$  は、平面ひずみ状態であるにもかかわらず、三軸圧縮強度  $\phi_{(\text{comp.})}$  より少し小さめになるということになる。

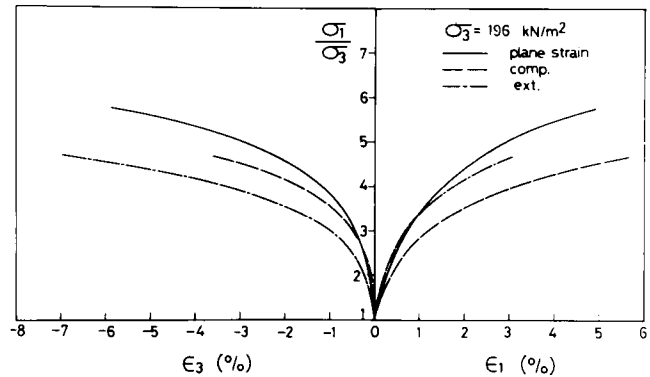


図 6-10 平面ひずみ条件下、三軸圧縮条件下、三軸伸張条件下の最小主応力一定試験の解析結果

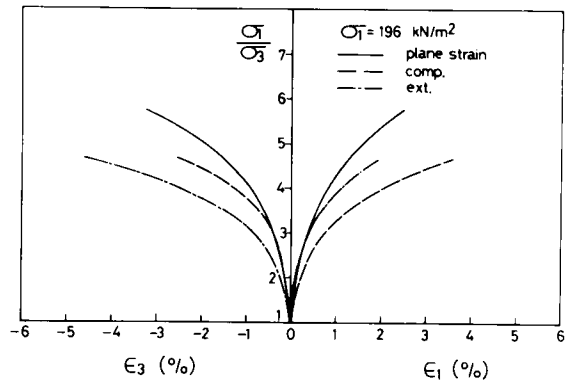


図 6-11 平面ひずみ条件下、三軸圧縮条件下、三軸伸張条件下の最大主応力一定試験の解析結果

図6-14はこの解析結果を $(\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$ ,  $(\sigma_1, \sigma_2 = \sigma_3, \sigma_3) \sim \gamma_{xy}$  関係で示したものであるが、 $\sigma_y$ は一定であってもせん断が進むにつれ $\sigma_x, \sigma_z$ は大きくなっていくようである。したがって単純せん断試験といえども、せん断中に平均主応力 $\sigma_m (= (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)/3)$ はかなり増加することになる。なお、落合は<sup>25)</sup>小田・<sup>26)</sup>小西の提案式

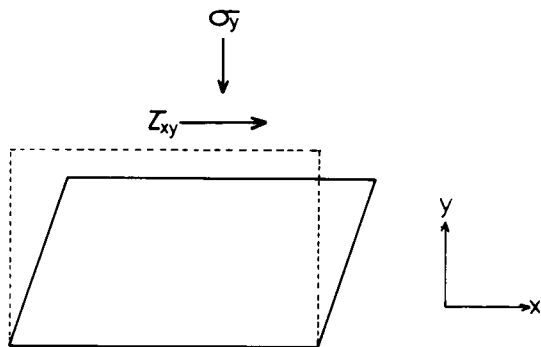


図6-12 単純せん断試験の解析モデル

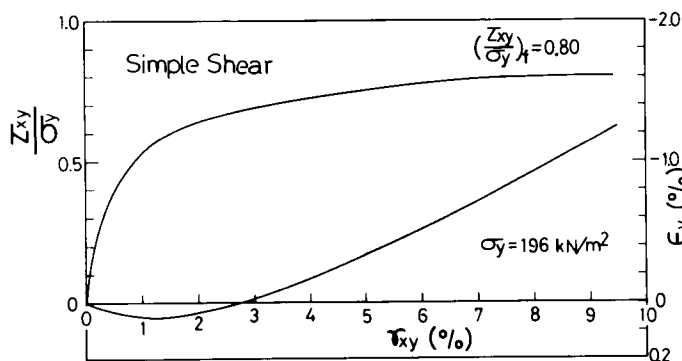


図6-13 単純せん断試験の $\tau_{xy}/\sigma_y \sim \gamma_{xy}$ ,  $\gamma_{xy} \sim \epsilon_y$  関係の解析結果

$$\frac{\tau_{xy}}{\sigma_y} = \kappa \cdot \tan \psi$$

..... (6-54)

( $\psi$ :  $y$  軸と $\sigma_1$ 軸のなす角,  $\kappa$ : 材料定数)

に基づいて、単純せん断試験では最小主応力 $\sigma_3$ が変化しないことを示しているが、図6-14の結果から判断する限り、 $\sigma_3 =$ 一定という仮定はほぼ妥当といえよう。また図6-15には $b \sim \gamma_{xy}$  関係を示しているが、図6-9の主応力軸の方向が変化しない平面ひずみ試験結果同様  $b = 0.38 \sim 0.40$  に収束している。

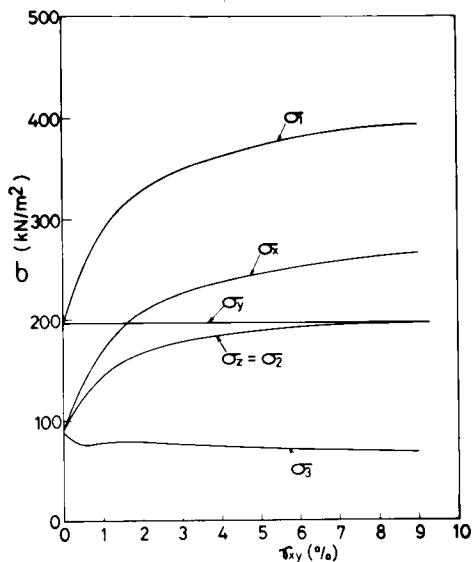


図6-14 単純せん断試験の $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z = \sigma_2, \sigma_1, \sigma_3 \sim \gamma_{xy}$  関係の解析結果

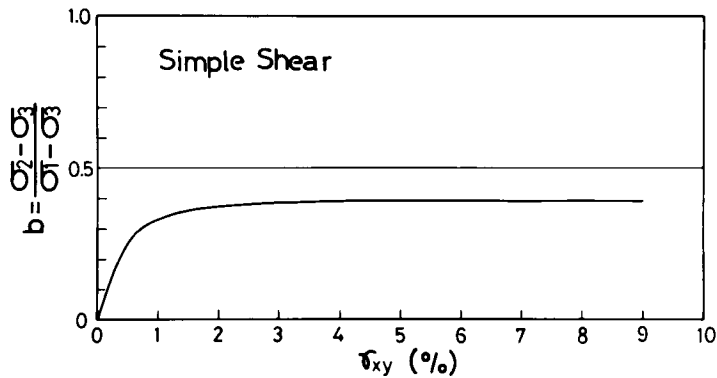


図 6-15 単純せん断試験の  $b \sim r_{xy}$  関係の解析結果

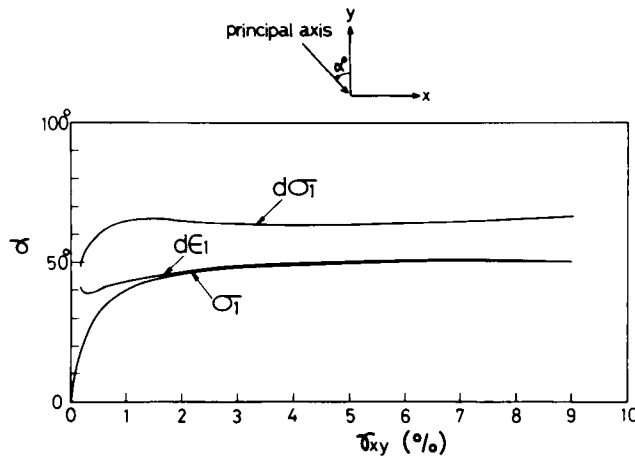


図 6-16 単純せん断試験の  $d\epsilon_1$ ,  $\sigma_1$ ,  $d\sigma_1$  の方向の解析結果

図 6-16 は上述の単純せん断試験の最大主ひずみ増分  $d\epsilon_1$  の方向, 最大主応力  $\sigma_1$  の方向, 最大主応力増分  $d\sigma_1$  の方向とせん断ひずみ  $r_{xy}$  関係の解析結果を示したものである。ここに, 方向角  $\alpha$  の符号は図の上に示すように  $y$  軸から反時計回りを正とする。同図より,  $r_{xy}$  の小さい時 (応力レベルの低い所) では  $d\epsilon_1$  方向は  $\sigma_1$  の方向と  $d\sigma_1$  の方向の間にあるが,  $r_{xy}$  が大きくなるに従い  $\sigma_1$  の方向に漸近していくのがみられる。これは応力レベルが高くなるに従い塑性ひずみが卓越するためであり、本解析で用いた主ひずみ増分方向の仮定 (弾性主ひずみ増分方向は主応力増分方向に一致し, 塑性主ひずみ増分方向は主応力方向に一致する) を解析結果がよく満足していることを示している。また, 図 6-17 は Roscoe<sup>27)</sup> が単純せん断試験機で調べた実験結果を示したものであるが, 図 6-16 の解析結果はこの実験結果とよい対応を示している。

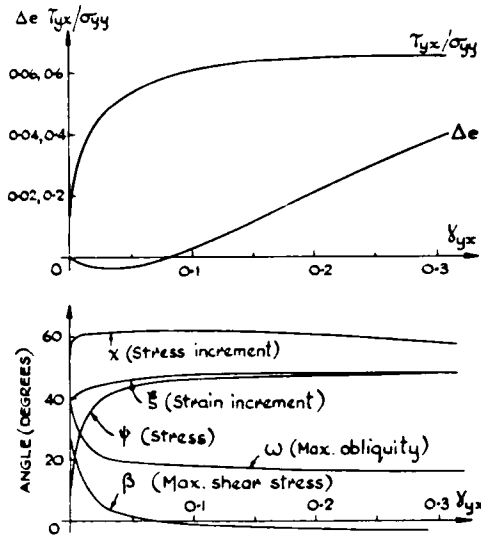


図 6-17 砂の単純せん断試験結果による  $d\epsilon_1, \sigma_1, d\sigma_1$  の方向の実測値 (Roscoe・Bassett・Cole<sup>27)</sup>より引用)

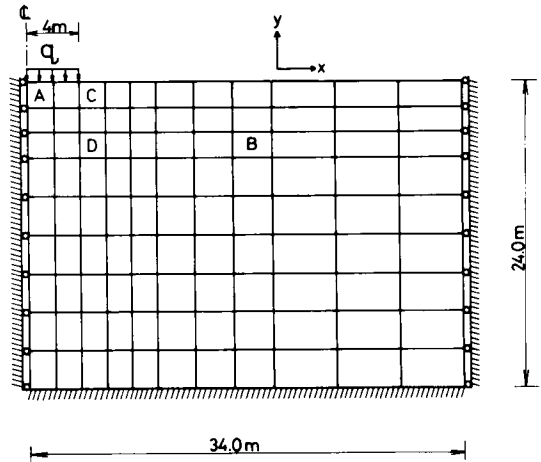


図 6-18 支持力問題の解析に用いるモデル地盤

#### 6-4 モデル地盤による支持力問題の解析

本節では、平面ひずみ条件下のモデル地盤の表面に等分布帯状荷重が載荷された場合の有限要素解析を行なう。解析に用いたモデル地盤は、平面ひずみ条件下の深さ 24 m、荷重中心軸からの距離 34 m の地盤とし、図 6-18 に示すようにこれを 99 個の四辺形要素 (120 節点) に分割した。また、座標軸の取り方は図の上を示す通りであり、 $z$  軸方向の変位を拘束する平面ひずみ状態を考えている。境界条件としては、底面で完全固定、両側面で鉛直方向のみ可動としている。なお、載荷部底面と地表面の間は水平方向の移動も許している。(水平方向の移動を許さない解析も本節の最後で行なっている。) また、載荷重は図に示すように半幅 4 m の等分布荷重とした。地盤材料はやや密詰め (初期間隙比  $e_0 \approx 0.68$ ) の豊浦標準砂であり、その土質パラメータは前述の表 6-1 に示すものである。なお、地盤の初期応力は単位体積重量  $\gamma_t = 15.5 \text{ kN/m}^3$  ( $1.58 \text{ tf/m}^3$ )、静止土圧係数  $K_0 = 0.45$  として算定した。

まず図 6-19 は破壊間近か (等分布上載応力  $q = 13,034 \text{ kN/m}^2$  ( $1330 \text{ tf/m}^2$ )) の地盤の沈下量および水平変位量の解析結果を示したものである。(なお、本章では載荷重を順次増していく方法で解析を行なっているため、明確な破壊荷重は求められない。よって解が発散

する直前の荷重を破壊間近かの荷重としている。)沈下量は地表面および深さ9 mの水平断面について、側方変位量は荷重中心軸より4 m (載荷端), 10 m, 19 mの鉛直断面について示している。また, 図6-20 は  $q = 0 \text{ kN/m}^2$  から  $q = 13,034 \text{ kN/m}^2$  までの地盤中の各点の変位ベクトルを示したものである。これらの図より, 載荷重の増加に伴い側方変位が卓越するのがみられ, 載荷部から少し離れた地表面近くでは, 初め下向きの変位をしていた所でも載荷重が大きくなるに従い上向きの変化が生じるようである。

図6-21(a)~(h)は  $q = 2,058 \text{ kN/m}^2$  (210tf/m<sup>2</sup>),  $3,626 \text{ kN/m}^2$  (370tf/m<sup>2</sup>),  $5,194 \text{ kN/m}^2$  (530tf/m<sup>2</sup>),  $6,762 \text{ kN/m}^2$  (690tf/m<sup>2</sup>),  $8,330 \text{ kN/m}^2$  (850tf/m<sup>2</sup>),  $9,898 \text{ kN/m}^2$  (1,010tf/m<sup>2</sup>),  $11,466 \text{ kN/m}^2$  (1,170tf/m<sup>2</sup>),  $13,034 \text{ kN/m}^2$  (1,330tf/m<sup>2</sup>) の場合の地盤内の安全率分布を示したものである。ここに, 安全率  $F_s$  は SMP に基づく破壊規準に従って,

破壊時の  $(\tau_{\text{SMP}}/\sigma_{\text{SMP}})_f$  を地盤内の各要素の  $\tau_{\text{SMP}}/\sigma_{\text{SMP}}$  で割ったもので定義している。解析結果によれば,  $q = 3,626 \text{ kN/m}^2$  (370tf/m<sup>2</sup>) までは安全率の低い領域は載荷部の下方に広がるが,  $q = 5,194 \text{ kN/m}^2$  (530tf/m<sup>2</sup>) あたりになると載荷部下方ばかりでなく横方向にも広がり始める。そして,  $q = 6,762 \text{ kN/m}^2$  (690tf/m<sup>2</sup>) になると安全率  $F_s \leq 1.1$  の領域が載荷面直下の主働くさびと考えられる部分を囲むように発達する。 $q = 9,898 \text{ kN/m}^2$  (1,010tf/m<sup>2</sup>) では下方より横方向への安全率の低下が急激に進み, また載荷端から破壊域 ( $F_s \leq 1.0$ ) が発達しはじめる。そして  $q = 11,466 \text{ kN/m}^2$  (1,170tf/m<sup>2</sup>) になると横方向に張り出していた安全率の低い領域 ( $F_s \leq 1.3$ ) が地表面に到達する。 $q = 13,034 \text{ kN/m}^2$  (1,330tf/m<sup>2</sup>)

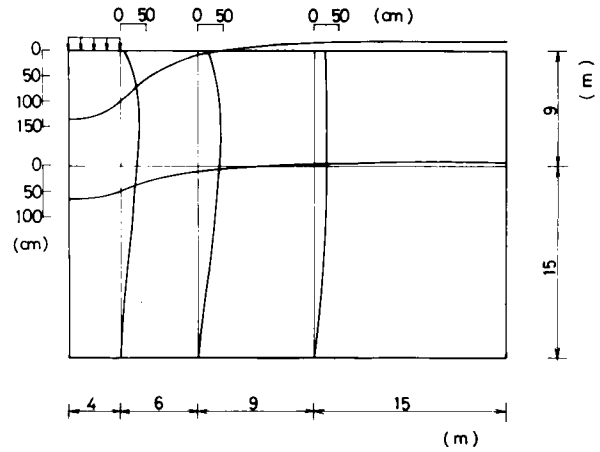


図6-19 沈下量と側方変位量の解析結果

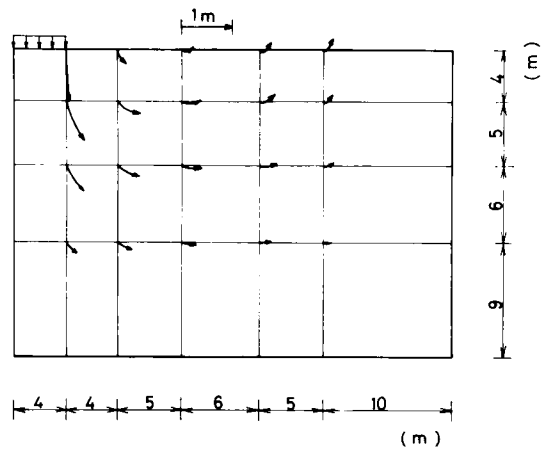
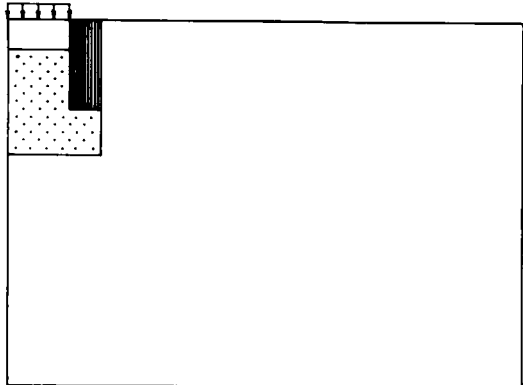


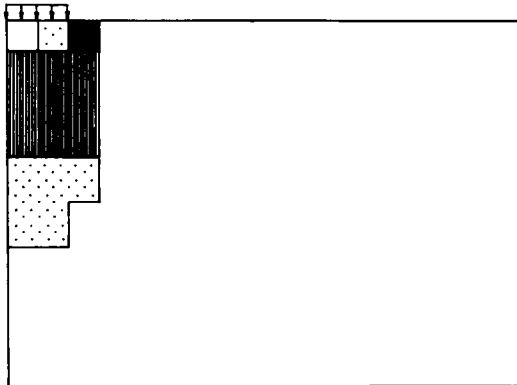
図6-20 地盤の各点の変位ベクトル

$q=2058 \text{ kN/m}^2$



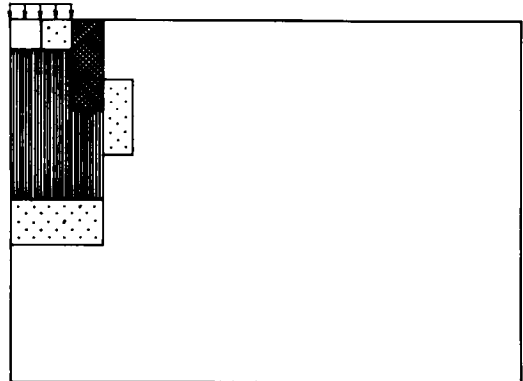
(a)

$q=3626 \text{ kN/m}^2$



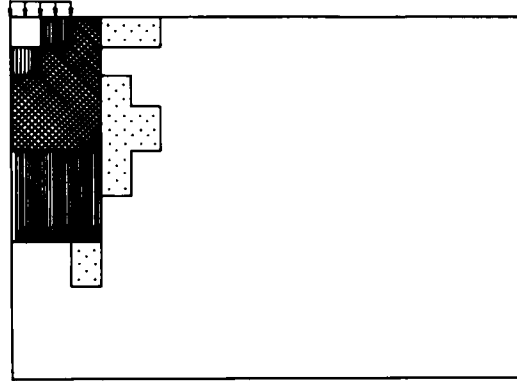
(b)

$q=5194 \text{ kN/m}^2$



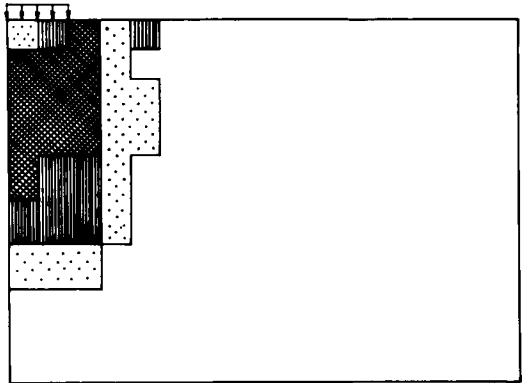
(c)

$q=6762 \text{ kN/m}^2$



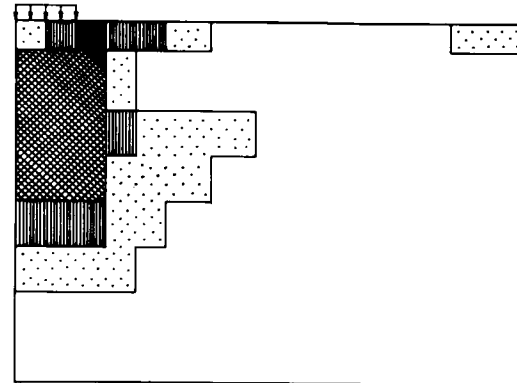
(d)

$q=8330 \text{ kN/m}^2$



(e)

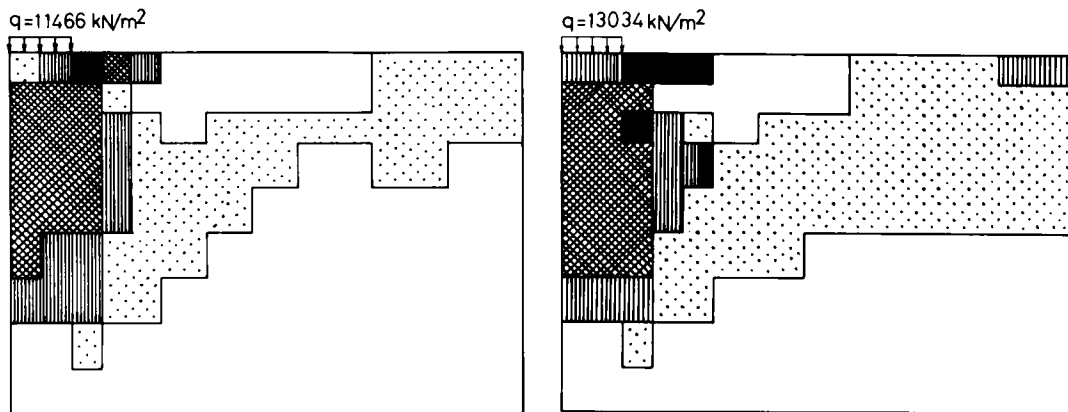
$q=9898 \text{ kN/m}^2$



(f)

図6-21 載荷重  $q$  の増加に伴う地盤内の安全率  $\left( F. S. = \frac{(\tau_{SMP}/\sigma_{SMP})_f}{(\tau_{SMP}/\sigma_{SMP})} \right)$  分布の変化  
 (g), (h)は次頁)





(g)

(h)

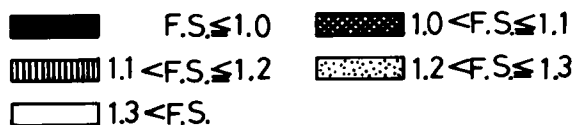


図6-21 載荷重  $q$  の増加に伴う地盤内の安全率  $(F.S. = \frac{(\tau_{SMP}/\sigma_{SMP})_f}{(\tau_{SMP}/\sigma_{SMP})})$  分布の変化

の地盤としての破壊間近かの荷重になると、これらの安全率の低い領域がさらに増え、破壊域 ( $F.S. \leq 1.0$ ) も広がっていく。以上の図6-21(a)~(h)の載荷重の増加に伴う安全率分布の変化は、実際のすべり破壊現象とよく対応しているようである。図6-22は塑性論に基づくすべり線

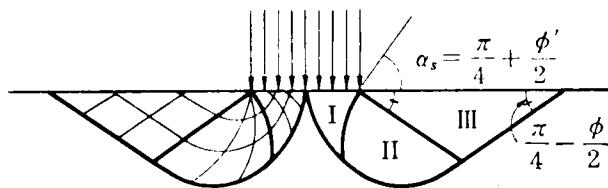


図6-22 載荷面底面が滑らかで土の自重を考慮した時の塑性論に基づくすべり線群と塑性域 (山口<sup>28</sup>)より引用)

(載荷面底面滑らかで土の自重を考慮した場合) を示しているが、図6-21(g), (h)の安全率の低い領域 ( $F.S. \leq 1.3$ ) はこのすべり線と考えられる領域に沿って分布しており興味深い。

図6-23(a)~(d)に図6-18の要素A, B, C, Dの載荷重の増加に伴う応力経路を示す。縦軸および横軸は、 $x-y$ 面内での最大および最小主応力を  $\sigma_1, \sigma_3$  とした時の  $(\sigma_1 - \sigma_3)/2, (\sigma_1 + \sigma_3)/2$  を表わしている。図中の一点鎖線は前節でも述べた平面ひずみ条件下の破壊線 ( $\phi_{(plane\ strain)} \approx 44.5^\circ$ ) を表わしており、点線は参考までに三軸圧縮強度 ( $\phi_{(comp.)} = 40^\circ$ ) を示している。さて、要素Aは主働領域にあると考えられる要素であるが、

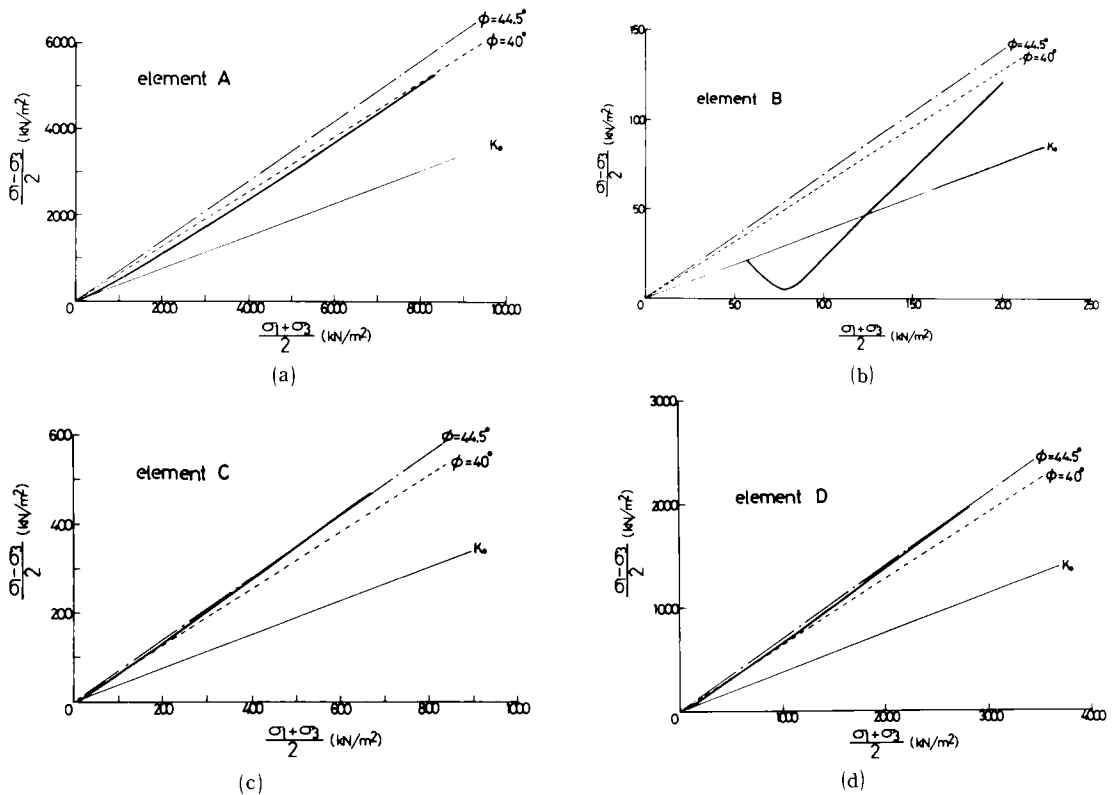


図 6-23 地盤内の要素 A, B, C, D の応力経路

図 6-23 (a)によれば  $(\sigma_1 - \sigma_3)/2$ ,  $(\sigma_1 + \sigma_3)/2$  は共に増加するものの応力比はある値以上には増加せず、応力経路は破壊線（一点鎖線）に到達しない。これは主働くさび自身は破壊しないという実験事実とも矛盾しない。要素 B は受働領域内にあると考えられる要素であるが、図 6-23 (b)によれば  $K_0$  圧密状態から応力比が低下しその後受働状態で再び応力比が増加するのがみられる。そして応力の大きさの絶対値は要素 A の主働状態の場合よりかなり小さくなっている。要素 C および要素 D は荷端およびその下方の過渡領域にあり破壊する要素であるが、図 6-23 (c), (d)に見られるように破壊後も応力経路は破壊線上を動いている。つまり、本解析では破壊後も荷重の増加による応力の再配分がうまく行なわれていることを示している。

図 6-24 は上述の 4 つの要素 (A, B, C, D) の荷重応力  $q$  の増加に伴う中間主応力  $\sigma_2 = \sigma_2$  の相対的な変化を、パラメータ  $b = (\sigma_2 - \sigma_3) / (\sigma_1 - \sigma_3)$  で表わしている。なお、 $q = 3,600 \text{ kN/m}^2$  あたりまで受働領域の要素 B の解析結果がないのは、この荷重応力より小さい所では要素 B の  $\sigma_2$  は中間主応力ではなく最小主応力となっているためである。同図でも前節の平面ひずみ試験の解析の場合同様、荷重応力  $q$  が大きくなり要素の応力状態が破壊

応力比に近づくとつれて  $b = 0.38 \sim 0.40$  に収束していくのが見られる(要素C, D)。

以上述べてきたように、3主応力下の土の変形・強度特性を適切に評価した本解析法は帯状荷重下のモデル地盤の解析でもきわめて現実的な解を与える。

さて、本解析ではせん断時だけでなく異方圧密時の土のダイレイタンスー特性も考慮して解析しているが、現在までの多くの研究では異方圧密時のダイレイタンスー特性をあまり考慮せず解析されることが多い。ここでは参考のため、この異方圧密時のダイレイタンスー特性(図6-5, 6-6参照)を考慮しない場合の解析を行なう(式(6-23)の  $E_2^*, G_2^*$  を0とする)。この場合、図6-5, 6-6とは異なり異方圧密中の体積ひずみ  $\epsilon_v \sim \log_{10} \sigma_m$  ( $\sigma_m$ : 平均主応力) 関係は応力比  $R (= \sigma_1/\sigma_3)$  にかかわらずその勾配は  $C_c/(1+e_0)$  ( $C_c$ : 圧縮指数,  $e_0$ : 初期間隙比) となる。図6-25はこの異方圧密時のダイレイタンスー特性を考慮しない時の安全率分布の解析結果 ( $q = 11,466 \text{ kN/m}^2$  (1,170tf/m<sup>2</sup>): 破壊間近か) を示したものである。

同じ  $q = 11,466 \text{ kN/m}^2$  の場合の図6-21 (g)では安全率 F. S. はすべり線と考えられる領域に沿って低下しているのに対し、この図6-25の場合安全率の低下は下方へ広がりすべり線の形状を示さない。支持力問題のように地盤の各要素の平均主応力が増加する場合の解析では、この異方圧密時のダイレイタンスー特性をどこまで考慮するかによってその解析結果に大きな差がでるようである。

次に、土の破壊規準としてMohr-Coulombの規準を用いた解析を行ない、その解析結果を前述のSMPに基づいた破壊規準を用いた解析結果と比較検討する。図6-26 (a), (b)は応力・ひずみ関係式としては図6-21と同じものを用い、破壊規準だけをMohr-Cou-

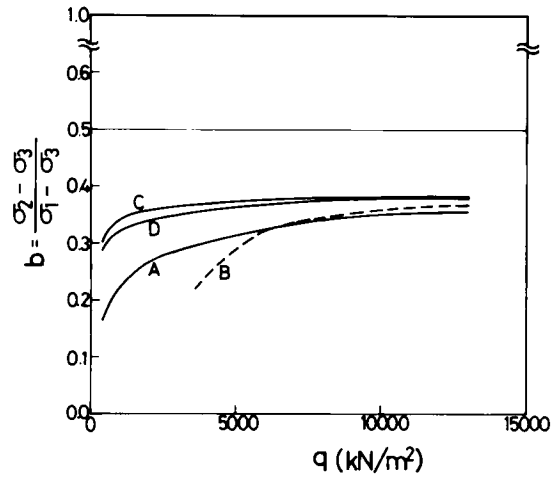


図6-24 載荷重  $q$  の増加に伴う要素 A, B, C, D の  $b = (\sigma_2 - \sigma_3) / (\sigma_1 - \sigma_3)$  の変化

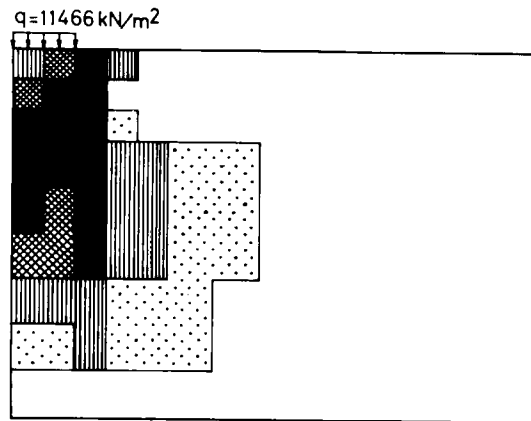
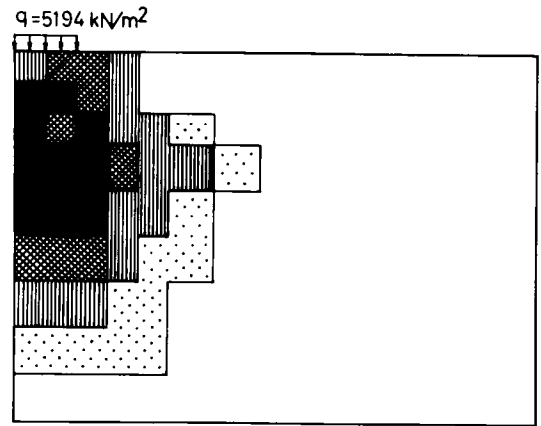


図6-25 異方圧密時のダイレイタンスーを考慮しない時の地盤内の安全率分布

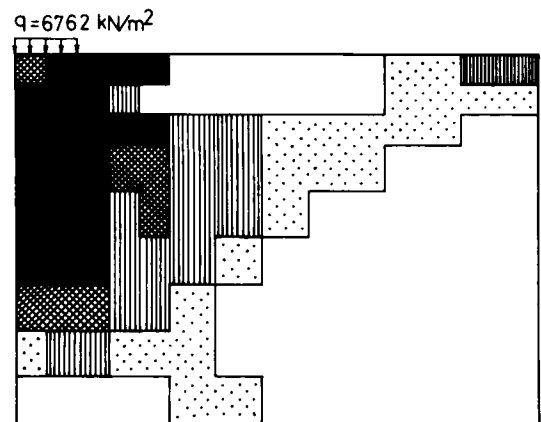
lomb の規準 ( $\phi = 40^\circ$ ) に変えた場合の安全率分布の解析結果を示したものである。図 6-26(a) は  $q = 5,194 \text{ kN/m}^2$  (530 tf/m<sup>2</sup>) の場合で、図 6-26(b) は  $q = 6,762 \text{ kN/m}^2$  (690 tf/m<sup>2</sup>) (破壊間近か) の場合の解析結果である。この場合安全率 F.S. は Mohr-Coulomb の規準に基づいて、破壊時の  $(\tau/\sigma_N)_f = \tan \phi$  を各要素の  $(\tau/\sigma_N) = \tan \phi_{mo13} = \frac{1}{2} (\sqrt{\sigma_1/\sigma_3} - \sqrt{\sigma_3/\sigma_1})$  で割ったもので定義している。空間滑動面 (SMP) に基づいた破壊規準を用いた図 6-21(c), (d) ( $q = 5,194 \text{ kN/m}^2$ ,  $6,762 \text{ kN/m}^2$ ) では、安全率の低い領域はまだ横方向にあまり広がらず、破壊域 (F.S.  $\leq 1.0$ ) も出ていないが、Mohr-Coulomb の規準を用いた図 6-26(a), (b) では、同じ荷重応力であっても破壊域はかなり発達し、横方向への安全率の低下も顕著に見られる。また、これらの図から中間主応力を考慮しない場合 (Mohr-Coulomb の規準を用いた場合) は中間応力を考慮した場合 (SMP に基づく規準を用いた場合) に比べてその支持力はかなり小さくなるのが想像される。以上、破壊規準に中間主応力を考慮する

ことは地盤内の安全率分布や支持力の評価にかなりの影響を与えることが理解されよう。

さて、図 6-27(a), (b) は荷重面底面と地表面の間で水平方向の移動を許さない場合 (荷重面が十分粗い場合) の安全率分布の解析結果を示している。解析上の他の条件は図 6-21 の水平方向の移動を許す場合 (荷重面が滑らかな場合) と同じである。図 6-27(a) が  $q = 13,034 \text{ kN/m}^2$  の場合で、図 6-27(b) が  $q = 16,170 \text{ kN/m}^2$  (1,650 tf/m<sup>2</sup>) (破壊間近か) の場合である。荷重面が滑らかな場合と十分粗い場合 (図 6-21(h) と図 6-27(a)) の安全率分布を比較すると、荷重面が滑らかな方が破壊域 (F.S.  $\leq 1.0$ ) が少し多くなる程度で明確



(a)



(b)

図 6-26 破壊規準として Mohr-Coulomb の規準を用いた時の地盤内の安全率

$$\left( F.S. = \frac{\tan \phi}{\tan \phi_{mo}} \right) \text{ 分布}$$

な差異はないようである。また、破壊間近かと考えられる時の上載応力  $q$  を解析上の支持力  $q_u$  とみなすと、載荷面が滑らかな場合  $q_{u(\text{smooth})} \approx 13,000 \text{ kN/m}^2$ 、載荷面が十分粗い場合  $q_{u(\text{rough})} \approx 16,000 \text{ kN/m}^2$  ということになる。ここで、解析上得られたこれらの支持力を従来の安定解析による支持力 (Terzaghi の支持力論による支持力<sup>29),30</sup>) と比較する。三軸圧縮強度 ( $\phi_{(\text{comp.})} = 40^\circ$ ) を用いて Terzaghi の支持力公式より得られる極限支持力は、載荷面が滑らかな場合  $q_{u(\text{Smooth})} \approx 3,500 \text{ kN/m}^2$ 、載荷面が十分粗い場合  $q_{u(\text{rough})} \approx 7,000 \text{ kN/m}^2$  となり、Terzaghi の支持力解はここでの解析結果よりかなり小さくなる。一方、平面ひずみ強度 ( $\phi_{(\text{plane strain})} = 44.5^\circ$ ) を用いて計算される Terzaghi の極限支持力は載荷面が滑らかな場合  $q_{u(\text{Smooth})} \approx 9,000 \text{ kN/m}^2$ 、載荷面が十分粗い場合  $q_{u(\text{rough})} \approx 18,000 \text{ kN/m}^2$  となる。載荷面が滑らかな場合 Terzaghi の支持力解はここでの解析結果に比べ小さくなっているが、載荷面が十分粗い場合、両者はほぼよい対応関係を示している。

ところで、ここでの解析のように、粘着力が 0 で根入れがない場合、Terzaghi の支持力論によれば載荷面が滑らかな場合の支持力  $q_{u(\text{Smooth})}$  は載荷面が十分粗い場合の支持力  $q_{u(\text{rough})}$  の半分になる ( $q_{u(\text{Smooth})} = \frac{1}{2} \cdot q_{u(\text{rough})}$ )<sup>31</sup>。しかし、Ko・Davidson は支持力に関する実験を行ない、 $q_{u(\text{Smooth})}$  と  $q_{u(\text{rough})}$  の差はあまりなく  $q_{u(\text{Smooth})}$  は  $q_{u(\text{rough})}$  の約 1 割減になることを主張している。ここでの解析結果でも、 $q_{u(\text{Smooth})}$  は  $q_{u(\text{rough})}$  より 2 割程度小さくなるだけで、その差は Terzaghi の支持力論によるものほど大きくならないようである。

## 6-5 まとめ

本章は第 I 編の 3 主応力下の土の応力・ひずみ関係式を一般表示形に変換し、この構成

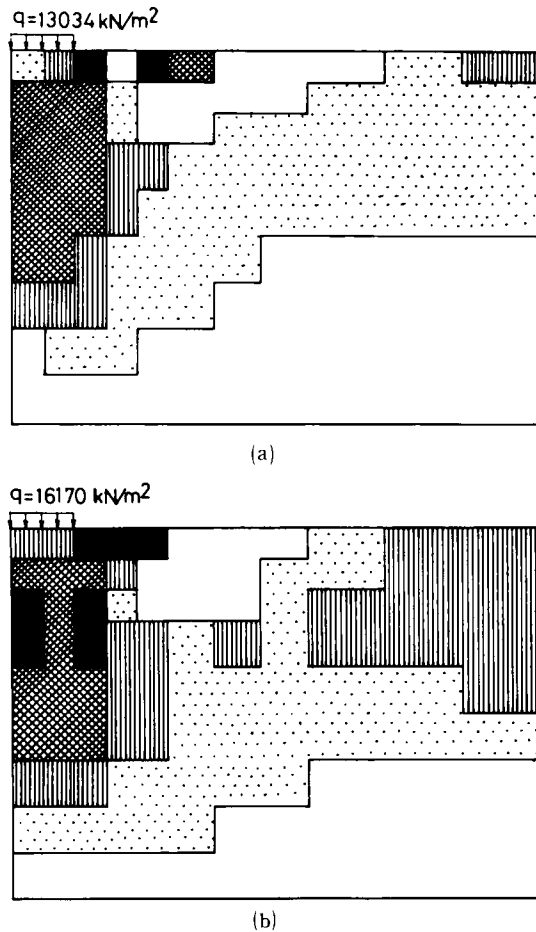


図 6-27 載荷面底面が十分粗い場合の地盤内の安全率分布

関係式に基づいて支持力問題の有限要素解析を行なったものである。本章の成果をまとめると以下の通りである。

- (1) 3主応力下の土の全ひずみ増分  $\{d\epsilon\}$  はせん断による塑性ひずみ増分  $\{d\epsilon^p\}$ 、圧密による塑性ひずみ増分  $\{d\epsilon^c\}$ 、弾性ひずみ増分  $\{d\epsilon^e\}$  の和で表わされると考え、一般応力条件下の土の応力・ひずみ関係式を  $\{d\sigma\} = [D] \cdot \{d\epsilon\}$  なる一般表示形で規定した。ここに、せん断による塑性ひずみ増分  $\{d\epsilon^p\}$  は第2章のせん断時の応力・ひずみ関係式を、圧密による塑性ひずみ増分  $\{d\epsilon^c\}$  は第3章の圧密時の応力・ひずみ関係式を用いて式示し、弾性ひずみ増分  $\{d\epsilon^e\}$  は膨張指数  $C_s$  と弾性式を用いて表わした。なお、この一般表示形の応力・ひずみ関係式を導びくにあたり、塑性ポテンシャルや硬化関数などの弾塑性論の概念は用いていない。
- (2) この一般表示された応力・ひずみ関係式に基づいて、三軸試験機および多軸試験機による豊浦標準砂のせん断および異方圧密試験の解析を行なった。そして、ここで用いた応力・ひずみマトリックス  $[D]$  が種々の応力条件下の変形挙動をよく説明できることを示した。
- (3) 平面ひずみ条件下の要素試験の有限要素解析を行なった所、その解析結果は今までに平面ひずみ試験についてよく報告されている結果とよい対応を示した。また単純せん断試験の解析も行ない、主応力、主応力増分、主ひずみ増分の方向について検討したが、その解析結果は Roscoe らの実験結果などをよく説明するものであった。さらに、三軸圧縮試験機による強度  $\phi_{(comp.)}$ 、平面ひずみ試験機による強度  $\phi_{(plane\ strain)}$ 、単純せん断試験機による強度  $\phi_{(simple\ shear)}$  の相互間の関係についても解析結果に基づいて考察した。
- (4) 帯状荷重を受けるモデル地盤の支持力問題の有限要素解析を行なった。以下に支持力問題の解析で得られた結果を列挙する。
  - i) 地盤中の各点の変位ベクトルに着目すると、載荷重が増加するに従い側方変位が卓越するようになる。
  - ii) 地盤内の各要素の安全率分布の解析結果は、載荷重の増加に伴いすべり線と考えられる領域に沿ってその安全率が低下しており、実際のすべり破壊現象とよく対応するものである。また、このような現実的な安全率分布はせん断時や異方圧密時の土のダイレイタンスー特性を考慮することにより得られるものである。
  - iii) 本解析では中間主応力を考慮した応力・ひずみ関係式や破壊規準を用いているが、たとえば破壊規準に中間主応力を考慮しない場合 (Mohr-Coulomb の破壊規準) には、その支持力の解析値は本解析値に比べかなり小さくなる。
  - iv) ここでの有限要素法による変形解析結果を従来の剛塑性論による安定解析結果

(Terzaghi の支持力解) と比較することにより、従来別々に考えられていた両解析法の関連性について検討した。解析上得られる載荷面が十分粗い場合の支持力は平面ひずみ強度を用いて得られる Terzaghi の極限支持力とほぼ対応する。しかし載荷面が滑らかな場合の支持力は、Terzaghi の支持力論のように載荷面の十分粗い場合の半分とはならず、十分粗い場合の 8 割程度になり Ko の実験結果の方に近くなる。

以上本章では、第 I 編で提案した応力・ひずみ関係式つまり 3 主応力下の土の変形・強度特性を妥当に評価した構成式に基づいて地盤の有限要素解析を行えば、種々の現実的な解が得られることを示した。

## 付 録

### 付 録(1)

いま  $z$  軸方向のひずみを拘束する ( $d\epsilon_z = 0$ ) 平面ひずみ条件を考えると、 $\tau_{yz} = 0$ 、 $\tau_{zx} = 0$  となるので、式 (6-5) で与えられている応力の不変量  $J_1, J_2, J_3$  は次式のようになる。

$$\left. \begin{aligned} J_1 &= \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z \\ J_2 &= \sigma_x \sigma_y + \sigma_y \sigma_z + \sigma_z \sigma_x - \tau_{xy}^2 \\ J_3 &= \sigma_x \sigma_y \sigma_z - \sigma_z \tau_{xy}^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6-A1)$$

したがって式 (6-13) で与えられている SMP 上のせん断・垂直応力比増分  $dX$  は、一般応力増分を用いて次のようになる。

$$\begin{aligned} dX &= \left\{ \frac{\partial X}{\partial \sigma} \right\}^T \cdot \{d\sigma\} \\ &= \frac{1}{18 X J_3^2} \left\{ \begin{array}{l} J_2 \cdot J_3 + J_1 \cdot J_3 (\sigma_y + \sigma_z) - J_1 \cdot J_2 \cdot \sigma_y \sigma_z \\ J_2 \cdot J_3 + J_1 \cdot J_3 (\sigma_z + \sigma_x) - J_1 \cdot J_2 \cdot \sigma_z \sigma_x \\ J_2 \cdot J_3 + J_1 \cdot J_3 (\sigma_x + \sigma_y) - J_1 \cdot J_2 (\sigma_x \sigma_y - \tau_{xy}^2) \\ - 2 J_1 \cdot J_3 \cdot \tau_{xy} + 2 J_1 \cdot J_2 \cdot \sigma_z \cdot \tau_{xy} \\ 0 \\ 0 \end{array} \right\}^T \cdot \{d\sigma\} \\ &= \{A\}^T \cdot \{d\sigma\} \dots\dots\dots (6-A2) \end{aligned}$$

付 録(2)

$z$  軸方向のひずみが 0 となり  $\sigma_3$  軸が  $z$  軸に一致するような平面ひずみ条件を考える。  
この時  $\sigma_1$  軸,  $\sigma_2$  軸は  $x-y$  面内にあるので次の関係が成立する。

$$\left. \begin{array}{l} l_z = m_z = 0 \\ n_z = 1 \\ n_x = n_y = 0 \end{array} \right\} \dots\dots\dots (6-A3)$$

したがって、塑性主ひずみ増分の塑性一般ひずみ増分への変換マトリックス  $[T]$  (式 6-18)) は次のようになる。

$$[T] = \begin{bmatrix} l_x^2 & m_x^2 & 0 \\ l_y^2 & m_y^2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 2l_x l_y & 2m_x m_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (6-A4)$$

また、 $x-y$  面内の最大主応力を  $\sigma_1$ 、最小主応力を  $\sigma_2$  とし、図 6-A1 に示すように  $\sigma_1$  軸と  $x$  軸のなす角を  $\beta$  とすれば、式 (6-A4) は  $\beta$  を用いて、次のように表わされる。

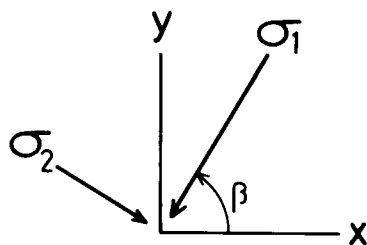


図 6-A1  $\sigma_1$  軸と  $x$  軸のなす角  $\beta$  の定義

$$[T] = \begin{bmatrix} \cos^2 \beta & \sin^2 \beta & 0 \\ \sin^2 \beta & \cos^2 \beta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \sin 2\beta & -\sin 2\beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (6-A5)$$

ここに、 $\beta$  は  $(\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy})$  を用いて次式で与えられる。

$$\beta = \begin{cases} \frac{1}{2} \cdot \tan^{-1} \left( \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \right) & (\sigma_x > \sigma_y) \\ \frac{1}{2} \cdot \tan^{-1} \left( \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \right) + \frac{\pi}{2} & (\sigma_x < \sigma_y) \end{cases} \dots\dots\dots (6-A6)$$



## 第7章 壁面摩擦および壁体の変形様式を考慮した土圧問題の有限要素解析\*

### 7-1 概 説

実際の地盤や土構造物では、不連続な境界面を有する場合が少なくない。本章では、まずこのような不連続面を考慮に入れた有限要素解析を行なうため、不連続面の力学特性を考えたジョイント要素を導入する。次に、壁面と裏込め土との間の摩擦特性を考慮した擁壁の主働・受働土圧問題を取りあげ、前述の土の応力・ひずみ関係式や破壊規準を用いて、その有限要素解析を行なう。そして、その解析結果を従来の剛塑性論に基づく結果や、経験的にいわれている土圧の傾向などと比較・検討する。本章の概要を節に従って以下に述べる。

7-2節では、まずGoodman<sup>33)</sup>らによって提案されているジョイント要素による不連続面の解析法について述べる。次に、このジョイント要素に実際の境界面の力学特性（摩擦特性）を具体的に導入することを試みる。

7-3節では、前章の一般表示された応力・ひずみ関係式や破壊規準に基づいて、壁面土圧問題の有限要素解析を行なう。なお、壁面と裏込め土との間の摩擦を考慮するため、上述の境界面の摩擦特性を考慮したジョイント要素を導入する。そして、主働状態および受働状態の解析結果に基づいて、壁面摩擦や壁体の変形様式が壁面土圧におよぼす影響について考察する。またCoulombやRankineの土圧論から得られる結果や、今までに経験的に知られている事実との対応関係についても検討する。

本章でも応力はすべて有効応力を意味するものとする。

### 7-2 不連続面の有限要素解析

#### 7-2-1 ジョイント要素による境界面の解析法

地盤と構造物（例えば、擁壁、杭、フーチング等）、砂地盤と粘土地盤、岩盤と岩盤などの境界面においては応力の伝達はあるものの変形挙動は不連続となる。Goodman<sup>33)</sup>らは、このような境界面にジョイント要素という仮想的な要素を考へることにより、不連続性を考慮した有限要素解析法を提案している。ここでは彼らのジョイント要素による不連続面の解析法について簡潔に述べておく。

---

\*中間主応力を考慮しない主働土圧問題の解析は文献<sup>32)</sup>

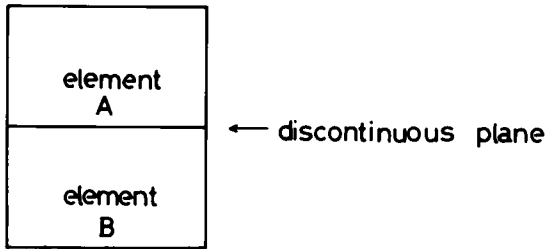


図 7-1 要素Aと要素Bの間の不連続面

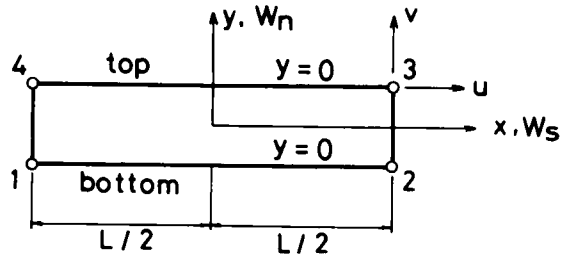


図 7-2 ジョイント要素の説明図

いま、図 7-1 の要素 A と要素 B との境界面が不連続面になる時、図 7-2 に示すようなジョイント要素を導入する。このジョイント要素の初期状態は、節点 1 と 4、2 と 3 の節点座標は等しく、その長さは  $L$ 、幅は 0 である。そして要素の中心に原点をとりジョイントの長さ方向を  $x$  軸、ジョイントの垂直方向を  $y$  軸とする局所座標系を考える。まず、ジョイント要素内部に貯えられるエネルギー  $\Phi$  は、ジョイントの単位長さ当りに作用する力が変形に対してなした仕事量の要素全体にわたる総和に等しいので、次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \Phi &= \frac{1}{2} \int_{-L/2}^{L/2} w_i \cdot p_i dx \\ &= \frac{1}{2} \int_{-L/2}^{L/2} \{w\}^T \{p\} dx \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (7-1)$$

ここに、 $\{w\}$  はジョイント要素の相対変位ベクトルで次式で表わされる。

$$\{w\} = \begin{Bmatrix} w_s \\ w_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} w_s^{top} - w_s^{bottom} \\ w_n^{top} - w_n^{bottom} \end{Bmatrix} \quad \dots\dots\dots (7-2)$$

なお、サフィックス  $s$  はジョイント要素のせん断方向成分を表わし、 $n$  は垂直方向成分を表わしている。また  $\{p\}$  はジョイント要素の作用応力ベクトルである。

$$\{p\} = \begin{Bmatrix} p_s \\ p_n \end{Bmatrix} \quad \dots\dots\dots (7-3)$$

ジョイント要素の構成関係、つまり  $\{p\}$  と  $\{w\}$  の関係を決めるマトリックスを  $[D_j]$  とすれば

$$\{p\} = [D_j] \cdot \{w\} \quad \dots\dots\dots (7-4)$$

より，式(7-1)は次式のように変換できる。

$$\Phi = \frac{1}{2} \int_{-L/2}^{L/2} \{w\}^T [D_J] \{w\} dx \quad \dots\dots\dots (7-5)$$

次に，ジョイント要素内の変位が節点変位の線形内挿関係式で表わせるとすれば，相対変位ベクトル $\{w\}$ は節点変位の関数として次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \{w\} &= \begin{Bmatrix} w_s \\ w_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} w_s^{top} - w_s^{bottom} \\ w_n^{top} - w_n^{bottom} \end{Bmatrix} \\ &= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -A & 0 & -B & 0 & B & 0 & A & 0 \\ 0 & -A & 0 & -B & 0 & B & 0 & A \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ u_3 \\ v_3 \\ u_4 \\ v_4 \end{Bmatrix} \\ &= \frac{1}{2} [N_J] \{u\} \quad \dots\dots\dots (7-6) \end{aligned}$$

ここに， $A = 1 - \frac{2x}{L}$ ， $B = 1 + \frac{2x}{L}$ である。また $\{u\}$ は節点変位ベクトルであり，その成分 $u_i, v_i$ はそれぞれ節点 $i$ の $x$ 方向および $y$ 方向の節点変位を表わしている。式(7-5)に式(7-6)を代入すれば， $\Phi$ は次式で与えられる。

$$\Phi = \frac{1}{2} \int_{-L/2}^{L/2} \frac{1}{4} \{u\}^T [N_J]^T [D_J] [N_J] \{u\} dx \quad \dots\dots\dots (7-7)$$

いま $\{R\}$ を節点力ベクトルとすれば，ジョイント要素のポテンシャルエネルギー $\chi$ は次式で与えられる。

$$\chi = \Phi - \{u\}^T \{R\} \quad \dots\dots\dots (7-8)$$

したがって，ポテンシャルエネルギー最小の原理( $d\chi = \partial\Phi/\partial\{u\} - \{R\} = 0$ )より次の関係式が成立する。

$$\frac{\partial\Phi}{\partial\{u\}} = \int_{-L/2}^{L/2} \frac{1}{4} [N_J]^T [D_J] [N_J] dx \cdot \{u\} = [k_J] \cdot \{u\} = \{R\} \dots\dots\dots (7-9)$$

ここに， $[k_J]$ はジョイント要素の剛性マトリックスを表わしており，整理すれば次式で与えられる。

$$\begin{aligned}
 [k_J] &= \int_{-L/2}^{L/2} \frac{1}{4} [N_J]^T [D_J] [N_J] dx \\
 &= \frac{L}{6} \begin{bmatrix} 2D_J & D_J & -D_J & -2D_J \\ D_J & 2D_J & -2D_J & -D_J \\ -D_J & -2D_J & 2D_J & D_J \\ -2D_J & -D_J & D_J & 2D_J \end{bmatrix} \dots\dots\dots (7-10)
 \end{aligned}$$

また、式(7-10)で表わした局部座標系の剛性マトリックスを全体座標系の剛性マトリックス  $[K_J]$  に変換すれば、次式で表わされる。

$$[K_J] = [T_J]^T [k_J] [T_J] \dots\dots\dots (7-11)$$

ここに、 $\theta$  を局部座標系と全体座標系のなす角とすれば、 $[T_J]$  は次式で与えられる。

$$[T_J] = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos\theta & \sin\theta & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\sin\theta & \cos\theta & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cos\theta & \sin\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\sin\theta & \cos\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cos\theta & \sin\theta \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \dots\dots (7-12)$$

### 7-2-2 境界面の摩擦特性を考慮したジョイント要素

擁壁の壁面と裏込め土の間の変形挙動は、それらの境界面のせん断・垂直応力比  $(p_s/p_n)$  が両者の間の最大摩擦係数  $\tan\delta$  に達するまでは一体として変形するが、 $(p_s/p_n)$  が  $\tan\delta$  に達した後は  $(p_s/p_n) = \tan\delta$  を維持しつつこれらの境界面ではズレが生じると考えられる。ここでは境界面のジョイント要素に、これらの摩擦特性を具体的に導入することを試みる。

前小節(7-2-1)で述べたように、ジョイント要素のせん断応力増分  $dp_s$ 、垂直応力増分  $dp_n$  は相対せん断変位増分  $dw_s$ 、相対垂直変位増分  $dw_n$ 、と次式で関係づけられる。

$$\begin{Bmatrix} dp_s \\ dp_n \end{Bmatrix} = [D_J] \begin{Bmatrix} dw_s \\ dw_n \end{Bmatrix} \quad \dots\dots\dots (7-13)$$

ここに、 $[D_J]$  は一般にいう応力・ひずみマトリックスに対応するものであり、ジョイントの特性を表わす  $2 \times 2$  のマトリックスである。

$$[D_J] = \begin{Bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{Bmatrix} \quad \dots\dots\dots (7-14)$$

図7-3は境界面の代表的な  $p_s \sim p_n$  関係、 $p_s/p_n \sim w_s$  関係を模式的に示したものである。同図からわかるように、ここでは境界面にズレ（塑性せん断変形）が生じない場合（ $p_s/p_n < \tan \delta$ ）とズレが生じる場合（ $p_s/p_n \geq \tan \delta$ ）に分けて  $[D_J]$  の式示を行なう。

(i)  $p_s/p_n < \tan \delta$

この場合境界面ではせん断方向にも垂直方向にも変位はほとんどないと考えられるので、ジョイント要素の変形としては微少な弾性変形だけを考え、次式で  $dw_s, dw_n$  を与える。

$$dw_s = dw_s^e = \frac{1}{k_s} \cdot dp_s \quad \dots\dots\dots (7-15)$$

$$dw_n = dw_n^e = \frac{1}{k_n} \cdot dp_n \quad \dots\dots\dots (7-16)$$

上式をマトリックスで表示すると、次式で  $[D_J]$  は与えられる。

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} dp_s \\ dp_n \end{Bmatrix} &= \begin{Bmatrix} k_s & 0 \\ 0 & k_n \end{Bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} dw_s \\ dw_n \end{Bmatrix} \\ &= [D_J] \cdot \begin{Bmatrix} dw_s \\ dw_n \end{Bmatrix} \quad \dots\dots\dots (7-17) \end{aligned}$$

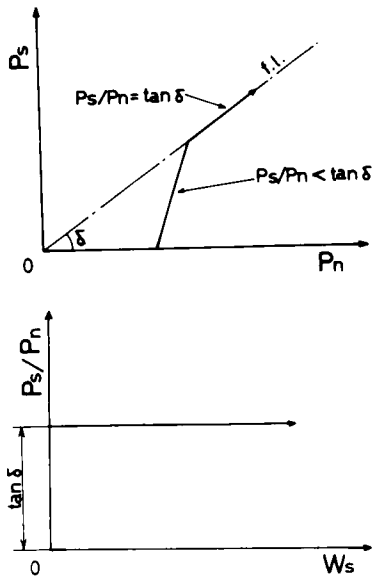


図7-3 不連続面の  $p_s \sim p_n$  関係および  $p_s/p_n \sim w_s$  関係

なお、 $k_s, k_n$  はジョイント要素の大きな剛性を表わすため、大きな正の定数で与える。

(ii)  $p_s/p_n \geq \tan \delta$

この場合、境界面の垂直変位は  $p_s/p_n < \tan \delta$  の場合同様式 (7-16) で与えられるが、せん断変位は図 7-3 に示したように  $p_s/p_n$  が  $\tan \delta$  に達した後は塑性せん断変形  $w_s^p$  が生じると考えられる。いま塑性せん断変位  $w_s^p$  とせん断・垂直応力比  $p_s/p_n$  の関係を次式で与える。

$$p_s/p_n = \xi \cdot w_s^p + \tan \delta \quad \dots\dots\dots (7-18)$$

ここに、 $\xi$  を 0 に近い正の定数とすることにより、図 7-3 に示す  $\tan \delta$  より大きな応力比には抵抗しない完全塑性体を近似的に表現できる。式 (7-18) の微分をとり整理すれば、 $dw_s^p$  は次式で表わされる。

$$dw_s^p = \frac{1}{\xi} \cdot d(p_s/p_n) = \frac{1}{\xi} \left( \frac{1}{p_n} \cdot dp_s - \frac{p_s}{p_n^2} \cdot dp_n \right) \quad \dots\dots\dots (7-19)$$

したがって、全せん断変形は式 (7-15) で与えられる弾性変形成分と式 (7-19) で与えられる塑性変形成分の和で表わせると考えれば、 $dw_s$  は次式で与えられる。

$$dw_s = dw_s^e + dw_s^p = \left( \frac{1}{k_s} + \frac{1}{\xi \cdot p_n} \right) dp_s - \frac{p_s}{\xi \cdot p_n^2} dp_n \quad \dots\dots\dots (7-20)$$

式 (7-16), (7-20) より、ジョイント要素の変位増分～応力増分関係は次式で表わされる。

$$\begin{Bmatrix} dw_s \\ dw_n \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{k_s} + \frac{1}{\xi \cdot p_n} & - \frac{p_s}{\xi \cdot p_n^2} \\ 0 & \frac{1}{k_n} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} dp_s \\ dp_n \end{Bmatrix} \quad \dots\dots\dots (7-21)$$

よって、 $[D_J]$  は次式のように表わされる。

$$\begin{Bmatrix} dp_s \\ dp_n \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\xi \cdot k_s \cdot p_n}{k_s + \xi \cdot p_n} & \frac{k_s \cdot k_n \cdot p_s}{k_s \cdot p_n + \xi \cdot p_n^2} \\ 0 & k_n \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} dw_s \\ dw_n \end{Bmatrix} = [D_J] \cdot \begin{Bmatrix} dw_s \\ dw_n \end{Bmatrix} \quad \dots\dots\dots (7-22)$$

次に、式(7-17)、(7-22)で与えたジョイント要素の応力・変位マトリックス $[D_j]$ の妥当性を図7-4に示すモデルで検証する。図7-4の2つの四辺形要素はともに弾性係数 $E=9.8 \times 10^3 \text{ kN/m}^2$  (1000tf/m<sup>2</sup>)、ポアソン比 $\nu=0$ の弾性体とし、ジョイント要素のパラメータは $k_s=k_n=9.8 \times 10^6 \text{ kN/m}^3$  (10<sup>6</sup>tf/m<sup>3</sup>)、 $\xi=0.01 \text{ m}^{-1}$ 、 $\delta=40^\circ$ としている。また1ステップごとに $Q_1=Q_2=0.49 \text{ kN}$  (0.05 tf)の荷重、 $d_1=d_2=5 \times 10^{-4} \text{ m}$ の強制変位を与える増分法で解析した。図7-5にその解析結果を示しているが、図7-3に示す境界面の特性とよい対応を示しているのがわかる。

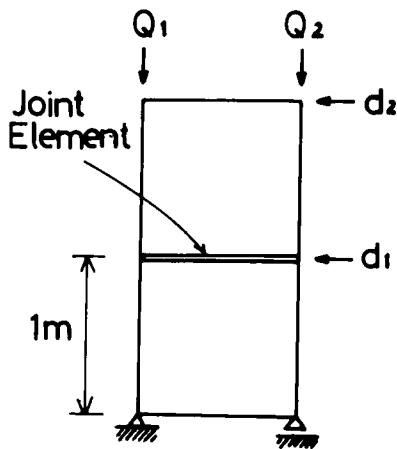


図7-4 不連続面の解析モデル

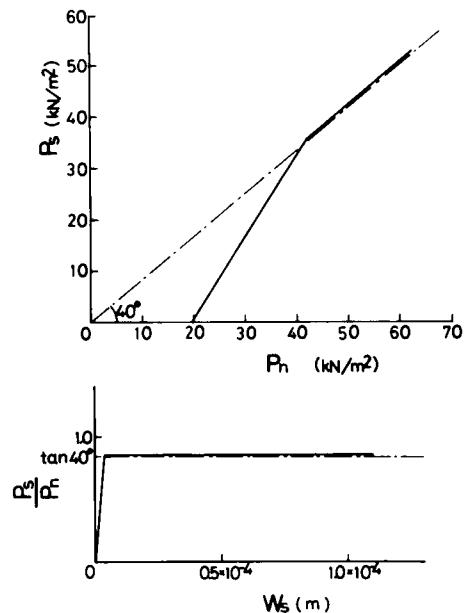


図7-5 不連続面の解析結果 ( $p_s \sim p_n$  関係、 $p_s/p_n \sim w_s$  関係)

### 7-3 壁面摩擦および壁体の変形様式を考慮した土圧問題の解析

#### 7-3-1 土圧問題の解析の方針

前章の一般表示された応力・ひずみ関係式に基づき、壁面土圧問題の有限要素解析を行なう。解析に用いたモデル地盤は平面ひずみ条件下の図7-6に示す地盤で146個の四辺形要素に分割している。また壁体と裏込め土の間の摩擦を考慮するため、 $i$   $j$ 間に5個のジョイント要素を導入している。境界条件としては、底面で完全固定、地盤の両側面で鉛直方向のみ可動とし、壁体を左方向に強制変位させることにより主働状態を、右方向に強

制変位させることにより受働状態を生じさせている。座標軸の取り方は支持力問題の場合同様、右方向に  $x$  軸を、上方向に  $y$  軸をとり、 $z$  軸方向の変位を拘束する平面ひずみ状態を考えている。地盤の土質材料としては前章同様やや密詰め ( $e_0 \approx 0.68$ )

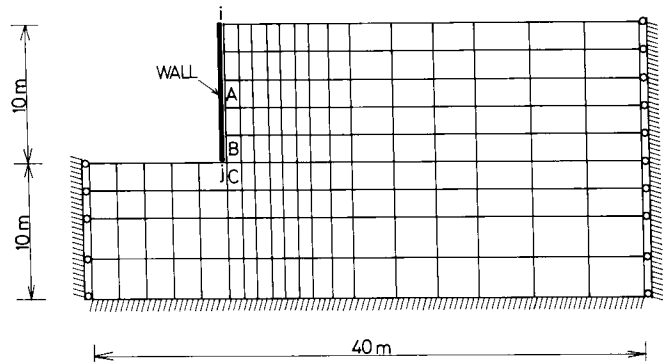


図 7-6 土圧問題の解析に用いるモデル地盤

の豊浦標準砂を想定しており、その土質パラメータは前章の表 6-1 に示すものである。地盤の初期応力状態は単位体積重量  $\gamma_t = 15.5 \text{ kN/m}^3$  ( $1.58 \text{ tf/m}^3$ )、静止土圧係数  $K_0 = 0.45$  として算定した。

そして、壁面摩擦の影響を考慮するため、壁面の摩擦角  $\delta$  として  $\delta = 0^\circ$  (滑らかな壁面)、 $20^\circ$ 、 $40^\circ$  の 3 つの場合について解析を行なっている。さらに壁体と裏込め土がまったく滑らない場合 ( $\delta = 90^\circ$ ) の解析も行なっている。次に壁体の変形様式としては、主働状態では、図 7-7 に示す 4 つの場合を考え、受働状態では図 7-8 に示す 4 つの場合を考えて、壁体の変形様式の影響についても考察する。なお、解析計算の途中で地盤内の要素に引張り領域 (tension) が発生した時にはそれ以後の計算を打切っている。

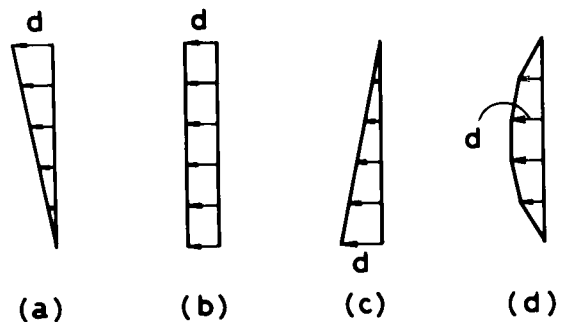


図 7-7 主働土圧状態を生じさせる壁体の変形様式

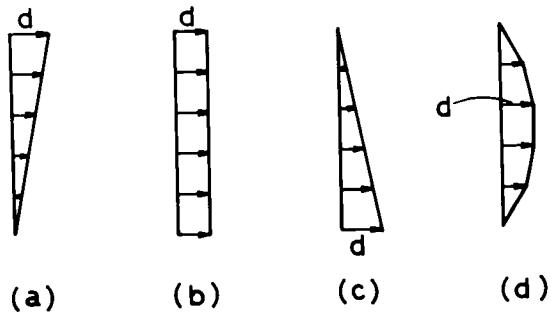


図 7-8 受働土圧状態を生じさせる壁体の変形様式

### 7-3-2 主働土圧問題の解析

#### (1) 壁体の変形様式を考慮した解析

ここでは、壁面の摩擦角  $\delta = 0^\circ$  (滑らかな壁面) の場合で、壁体の変形様式を図 7-7 の (a)~(d) と変化した時の主働土圧問題の解析を行なう。壁体の変形様式を変化させた



時の地盤内の安全率分布の解析結果を図7-9から図7-12に示す。なお、図中のdは壁の変位量を表わしている。また安全率F. S.は、前章の支持力問題の解析同様空間滑動面(SMP)に基づく破壊規準に従って、破壊時の $(\tau_{SMP}/\sigma_{SMP})_f$ を地盤内の各要素の $\tau_{SMP}/\sigma_{SMP}$ で割ったもので定義している。図7-9(a)~(c)は、壁面をその下端を軸として回転させた(図7-7(a)の変形様式)時、壁体の変位の増加に伴う安全率の分布の変化を示したものである(d = 9 cm, 13 cm, 25 cm)。これらの図より、安全率の低い領域(F. S.  $\leq 1.2$ )や破壊領域(F. S.  $\leq 1.0$ )が変位量dの増加に伴ない壁体上部の裏込め土から発達していき、d = 25 cmでは壁面後方の三角形のくさびの部分がかつて破壊領域になることがわかる。また、この領域がよく知られるRankineの塑性領域に対応しているのも興

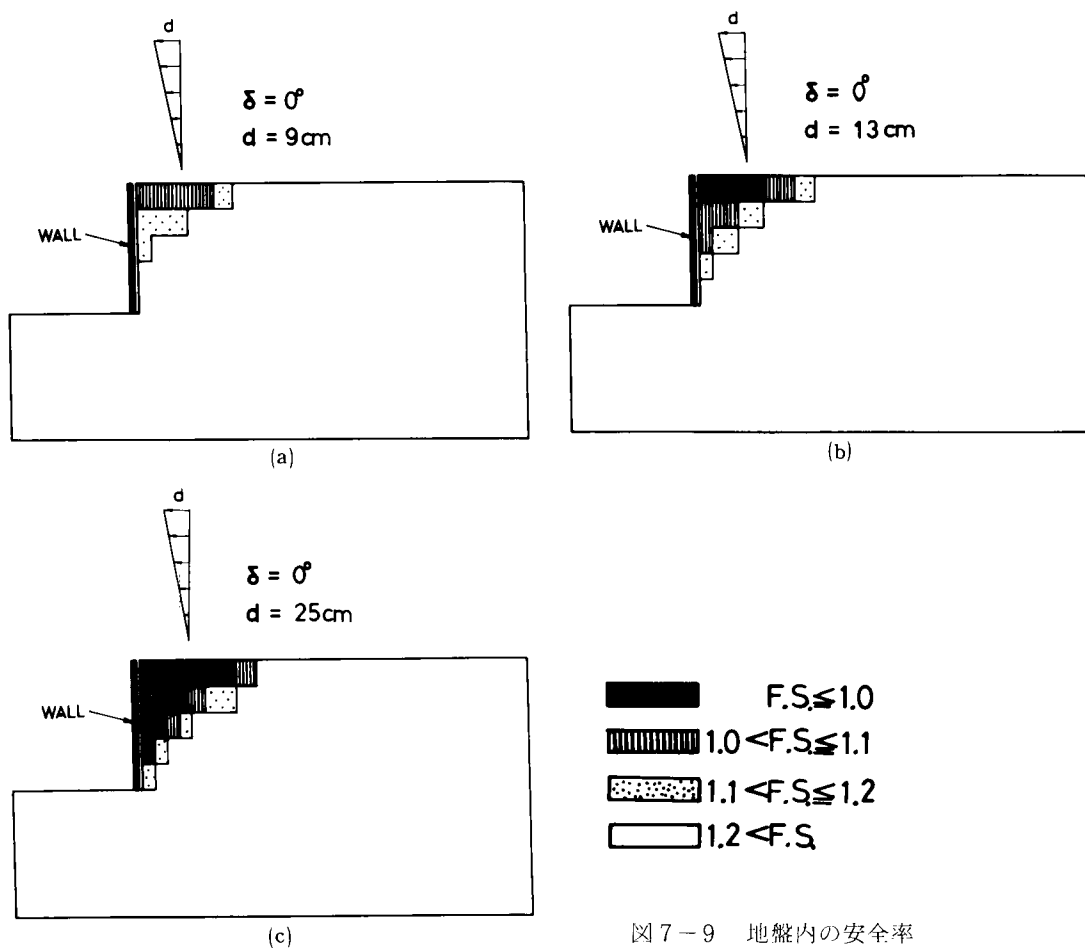


図7-9 地盤内の安全率  

$$\left( F. S. = \frac{(\tau_{SMP}/\sigma_{SMP})_f}{(\tau_{SMP}/\sigma_{SMP})} \right)$$
 分布  
 (図7-7(a)の変形様式)

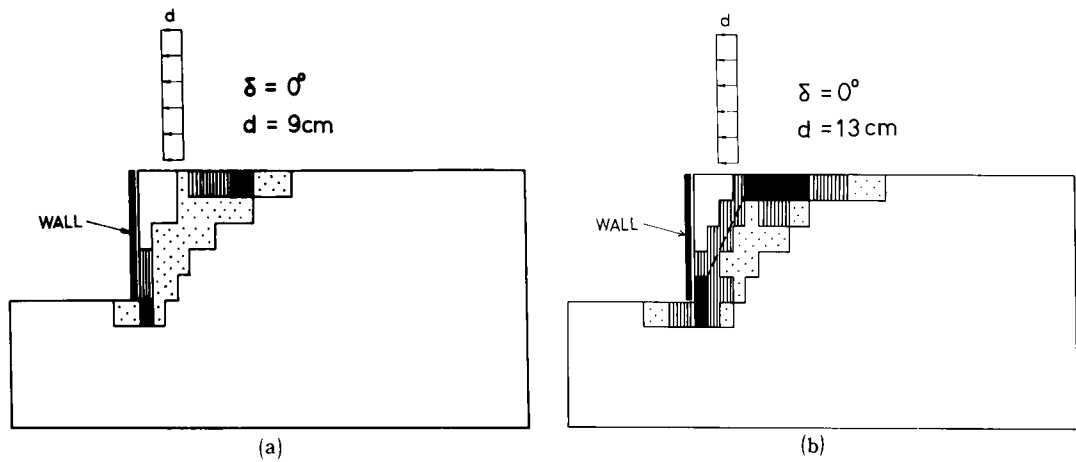


図7-10 地盤内の安全率分布 (図7-7 (b)の変形様式)

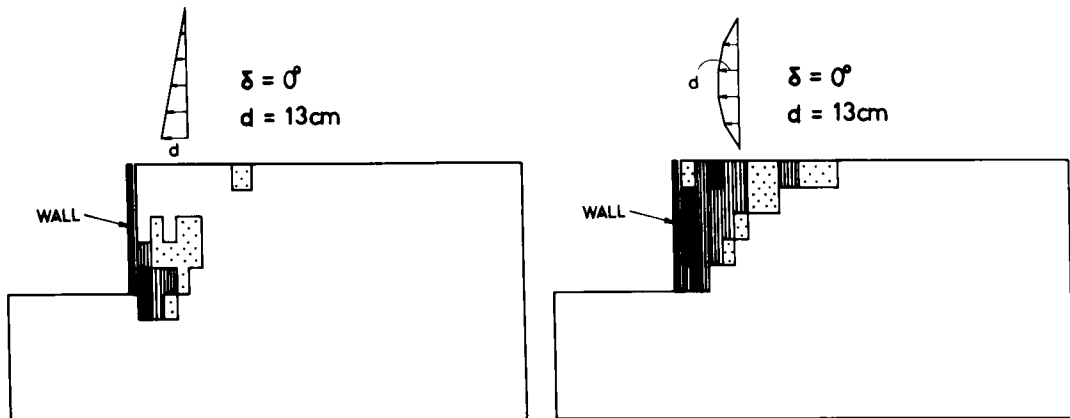
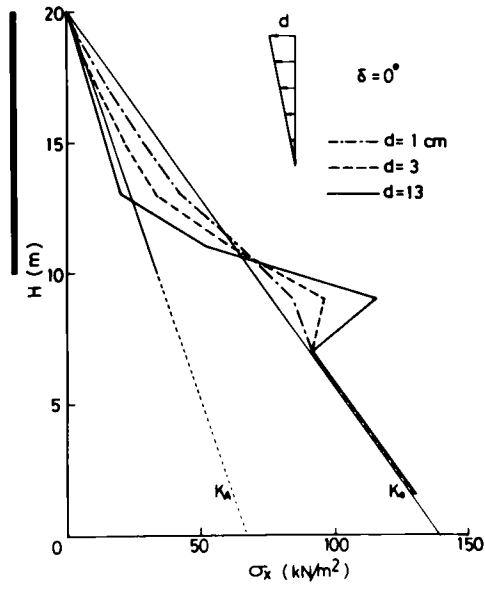


図7-11 地盤内の安全率分布  
(図7-7 (c)の変形様式)

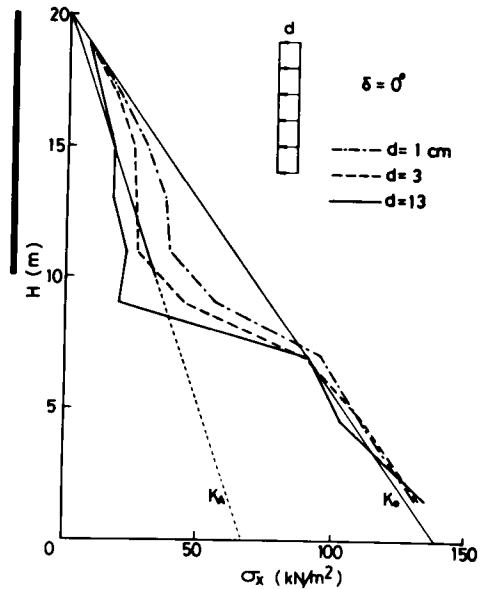
図7-12 地盤内の安全率分布  
(図7-7 (d)の変形様式)

味深い。図7-10(a), (b)は壁体の変形様式として図7-7の(b)を与えた時の解析結果 ( $d = 9\text{ cm}$ ,  $13\text{ cm}$ ) を示しているが、この場合安全率の低い領域や破壊領域が壁体下部から地表面まで斜めに達しているのが見られ、Coulombのすべり線に対応しているようである。図7-10(b)には参考まで内部摩擦角  $\phi = 40^\circ$  として計算されるCoulombのすべり線を破線で示している。また、図7-11および図7-12はそれぞれ壁体の変形様式として図7-7の(c)および(d)を与えた時の解析結果 ( $d = 13\text{ cm}$ ) を示している。以上の図7-9から図7-12の解析結果より、主働状態では壁面の変位を大きく与えた所から裏込め土の破壊が始まることが推察される。

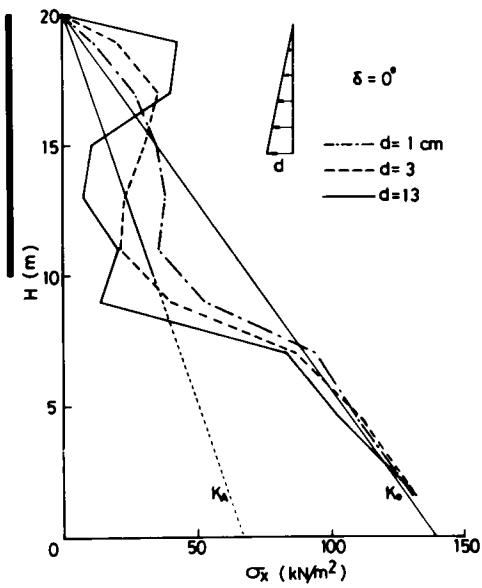
図7-13(a)~(d)は、上述の4つの壁体の変形様式 (図7-7の(a)~(d)) を与えた時の水平土圧分布の解析結果を示したものである。(なお壁体は  $H = 10\text{ m}$  から  $H = 20\text{ m}$  の部分



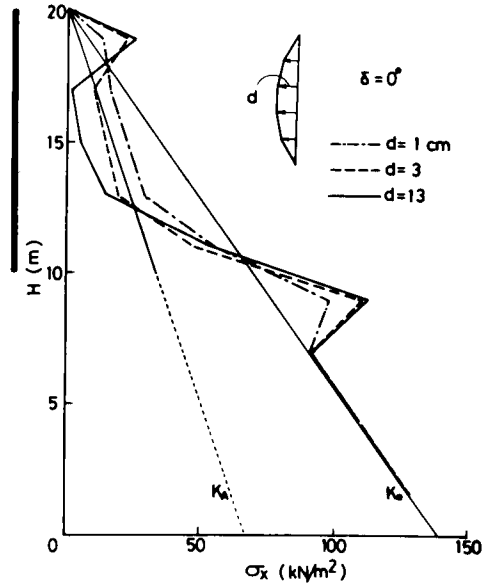
(a)



(b)



(c)



(d)

図 7-13 壁体の変形様式を変えた時の水平土圧分布

である。) 同図において一点鎖線は  $d = 1 \text{ cm}$ , 破線は  $d = 3 \text{ cm}$ , 実線は  $d = 13 \text{ cm}$  の時の土圧分布を表わす。また図中には, 静止土圧分布 (静止土圧係数  $K_0 = 0.45$ ) および内部摩擦角  $\phi = 40^\circ$  として計算される Rankine の主動土圧分布 (主動土圧係数  $K_A = (1 - \sin \phi) / (1 + \sin \phi) = 0.217$ ) も示している。一方, 図 7-14 は一般によくいわれている壁体の変形と壁面土圧分布の傾向を示したものであるが, 図 7-13 の一連の解析結果はこれらの土圧分布の傾向とよく対応しており興味深い。また, 図 7-13(a)~(d) の水平土圧分布の解析結果より, 壁の変位の大きく与えた所の土圧が減少し, その周辺の土圧が増加するというアーチ作用が見られる。特に(d)の変形様式では, 壁体中央部の土圧が Rankine の主動土圧より小さくなるが, 壁体の両端部では主動状態であるにもかかわらず静止土圧よりも大きな水平土圧が作用することになる。

図 7-15 は, 壁体の変形様式を変化させた時の壁面土圧の解析結果を, 水平全土圧  $P_x$  と壁体変位量  $d$  関係で整理したものである。ここに, 縦軸は  $P_x$  を水平静止全土圧  $P_{x0}$  で割ったもので表示している。(この場合  $\delta = 0^\circ$  なので  $P_x/P_{x0} = K/K_0$  となる,  $K$ : 土圧係数)。同図より変形様式の違いにより, 主動土圧状態に至るまでの全土圧の変化の仕方も異なり, また最終的な主動全土圧も異なるようである。ただどのような変形様式であっても, 初めの数 cm の壁変位で静止土圧から主動土圧に近い土圧まで変化するのがみられる。ところで先に示した図 7-9 ~ 7-12 の地盤内の安全率分布の解析結果によれば,  $d = 13 \text{ cm}$  であっても地盤中に破壊領域 ( $F. S. \leq 1.0$ ) は地盤の一部にしか見られない。したがってこれらの解析結果に基づけば, 壁面土圧が主動状態になったと考えられる変位では, 地盤中には破壊領域 (塑性平衡領域) はまだそれほど発達していないようである。

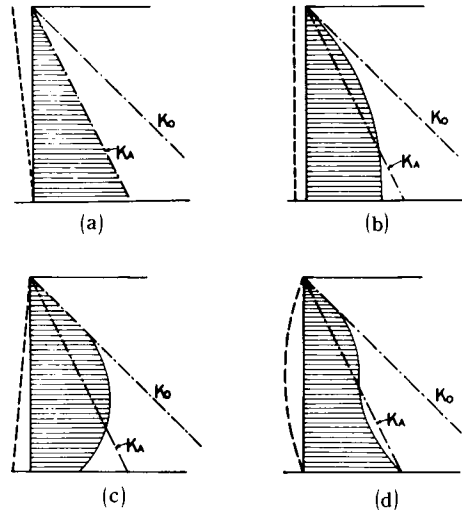


図 7-14 壁体の変形様式を変えた時の壁面土圧分布の傾向 (山口<sup>34)</sup>による)

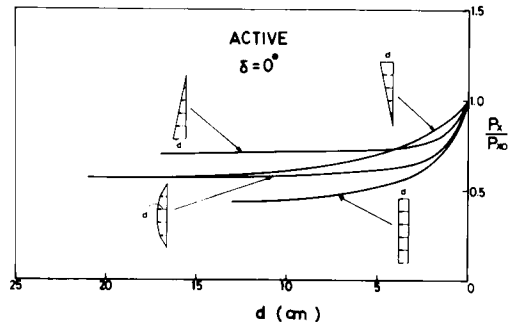


図 7-15 壁体の変形様式を変えた時の水平全土圧と壁の変位量の関係

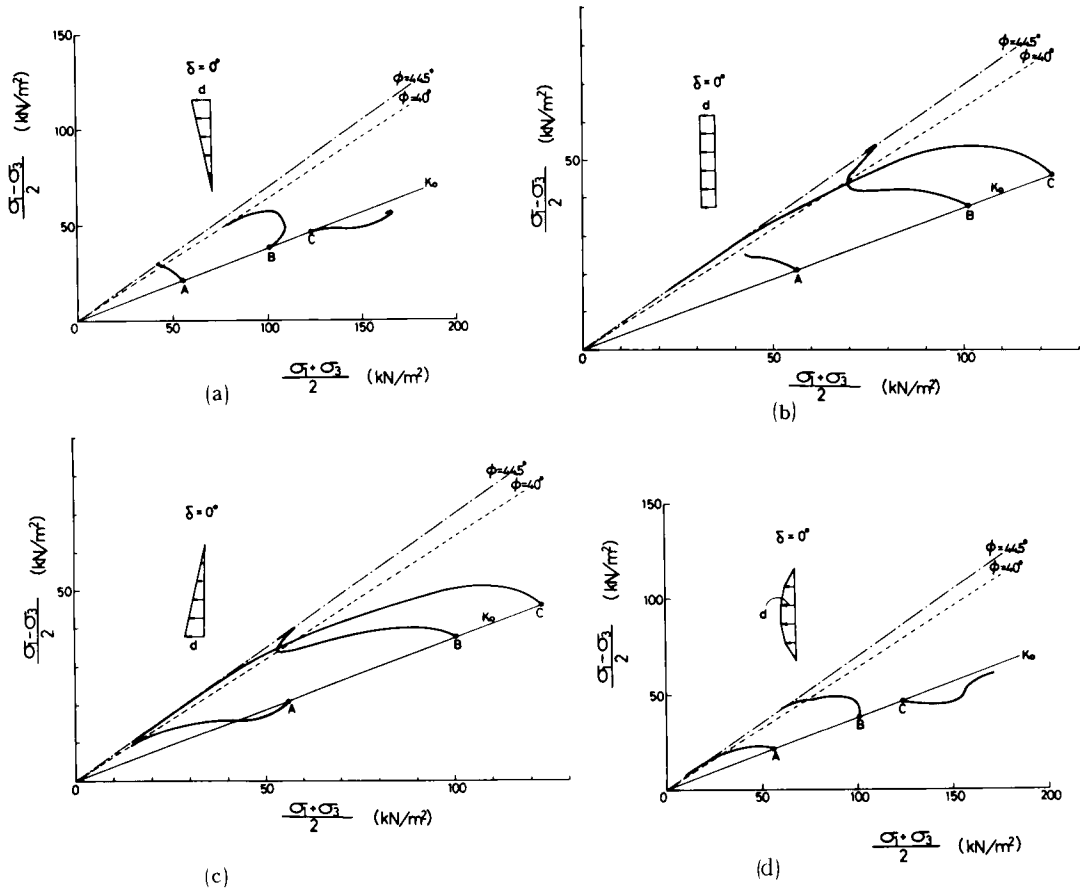


図7-16 壁体の変形様式を変えた時の地盤内の要素の応力径路

次に、図7-6の中に示した要素A、B、Cの応力径路について述べる。図7-16(a)~(d)は前述の4つの壁体の変形様式を与えた時の地盤中の要素の応力径路を  $(\sigma_1 - \sigma_3)/2 \sim (\sigma_1 + \sigma_3)/2$  関係で表わしている。(ここに、 $\sigma_1, \sigma_3$  はそれぞれ  $x - y$  面内の最大および最小主応力を表わしている。) 図中の一点鎖線は前章でも述べた平面ひずみ条件下の破壊線 ( $\phi$  (plane strain)  $\approx 44.5^\circ$ ) を表わしており、点線は三軸圧縮条件下の破壊線

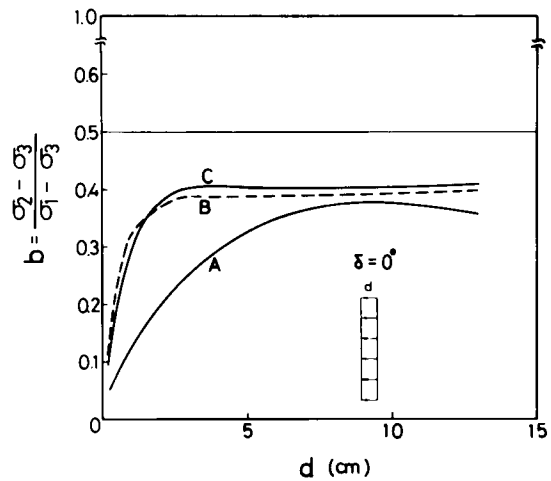


図7-17 地盤内の要素の  $b = (\sigma_2 - \sigma_3)/(\sigma_1 - \sigma_3) \sim$  壁変位  $d$  関係

( $\phi_{(comp.)} = 40^\circ$ )を表わしている。図7-16(a)~(d)より、主働土圧状態といっても壁体の変形様式の違いによって、各要素の応力径路はかなり異なることが理解されよう。また、破壊した要素の応力径路は平面ひずみ条件下の破壊線上を動いており、前章の支持力問題の解析同様、本解析が破壊後の土の挙動をうまく説明できていることを示している。図7-17は、図7-16(b)の要素A, B, Cの $\sigma_z$ の変化を、中間主応力 $\sigma_2 = \sigma_z$ の大きさを表わすパラメータ $b$ ~壁変位 $d$ 関係で表わしている。同図でも破壊する要素(B, C)は支持力問題の解析(図6-24)同様、破壊が近づくにつれ $b = 0.38 \sim 0.40$ に収束していくようである。

## (2) 壁面摩擦を考慮した解析

壁体の変形様式としては、図7-7(b)を考え、壁面と裏込め土との間の摩擦角 $\delta$ を $\delta = 0^\circ$ (滑らかな壁面)、 $20^\circ, 40^\circ, 90^\circ$ (壁面と裏込め土との間にズレがまったく生じない)と変化させた場合の主働土圧問題の解析を行なう。図7-18から図7-20に、 $\delta$ を $20^\circ$ から $90^\circ$ まで変化させた時の地盤内の安全率分布の解析結果( $d = 13\text{cm}, 17\text{cm}$ )を示す。なお、 $\delta = 0^\circ$ (滑らかな壁面)の時の安全率分布は図7-10を参照のこと。図7-10, 7-18, 7-19, 7-20のいずれにおいても、すべり線に対応すると考えられる破壊領域(F. S.  $\leq 1.0$ )や安全率の特に低い領域(F. S.  $\leq 1.1$ )が壁体下部から地表面まで斜めに達しているのが見られる。ここでこれら4つの図を比較すると、摩擦角 $\delta$ が大きくなるに従い、すべり線に対応するこれらの領域が右側(地盤側)に入り込む傾向が見られる。図7-21(a), (b)は壁面が滑らかな場合( $\delta = 0^\circ$ )および壁面が粗い場合( $\delta \neq 0^\circ$ )の塑性論から得られるすべり線群を示したものであるが、上述の解析結果の傾向はこの図7-21のすべり線群の傾向とよく対応しており興味深い。また解析結果によれば、壁面に接した領域は $\delta =$

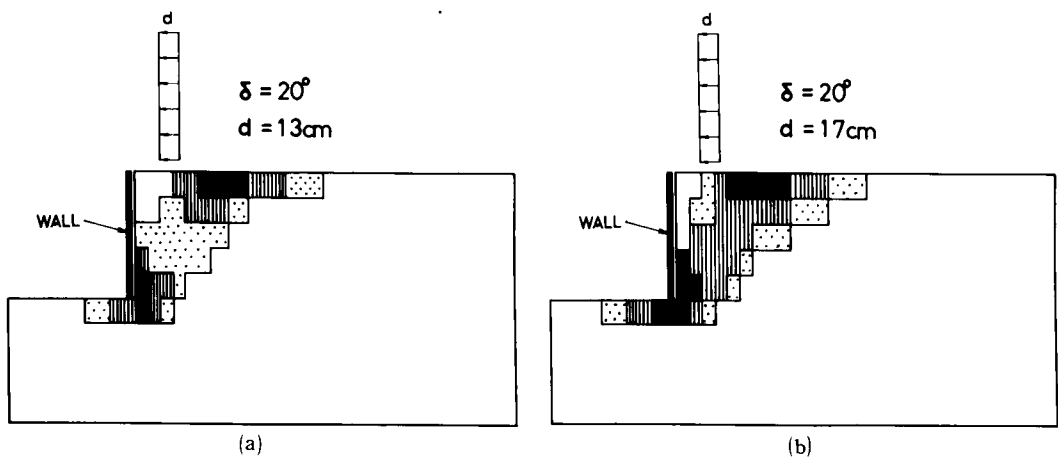


図7-18 地盤内の安全率分布 ( $\delta = 20^\circ$ )

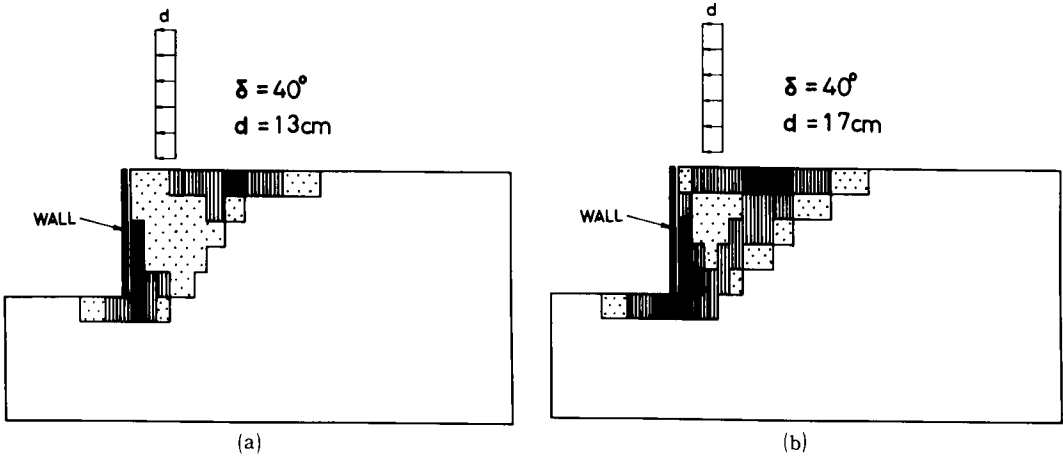


図7-19 地盤内の安全率分布 ( $\delta = 40^\circ$ )

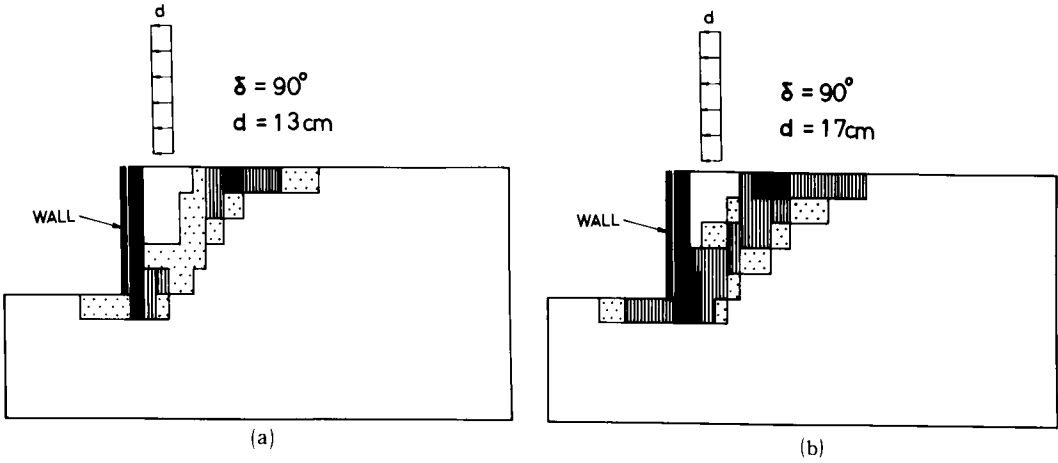


図7-20 地盤内の安全率分布 ( $\delta = 90^\circ$ )

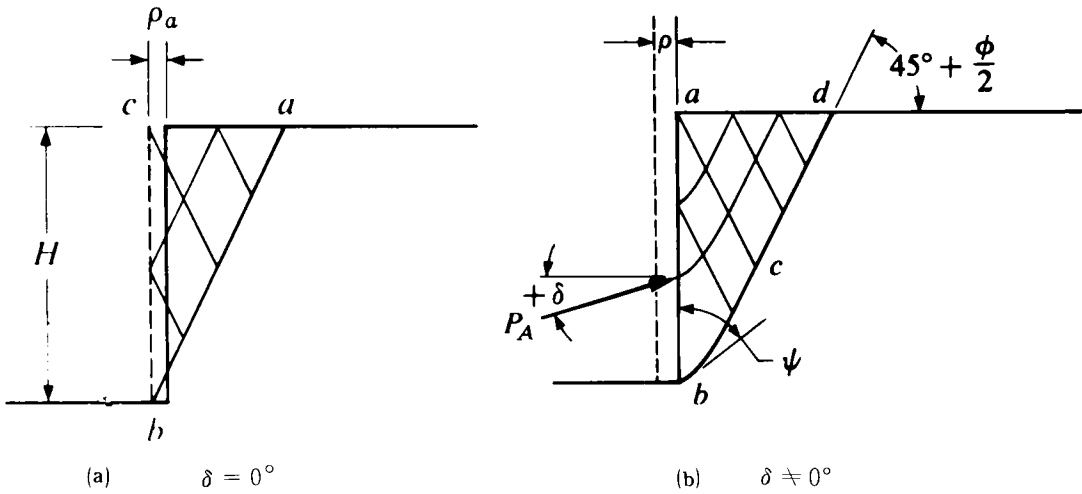


図7-21 塑性論による主動土圧状態のすべり線群 (Wu<sup>35</sup>より引用)

0°ではほとんど破壊しないが、 $\delta$ が大きくなるに従い壁面摩擦  $\delta$  の影響を受けてこれらの領域の安全率が下がり、壁面と裏込め土がまったくズレない場合 ( $\delta = 90^\circ$ ) ではこれらの領域はすべて破壊するようである。

さて、図 7-22(a), (b) は  $\delta = 20^\circ, 40^\circ$  の場合のジョイント要素の応力径路を示したものである。同図より、ジョイント要素のせん断応力  $p_s$  は  $p_s/p_n = \tan \delta$  なる直線（一点鎖線）に達するまでは増加するが、 $p_s/p_n$  が  $\tan \delta$  になった後は  $p_s/p_n = \tan \delta$  なる直線に沿って減少していくことがわかる。これらの結果から、本解析で導入したジョイント要素がほぼ壁面の摩擦特性を説明できているといえよう。

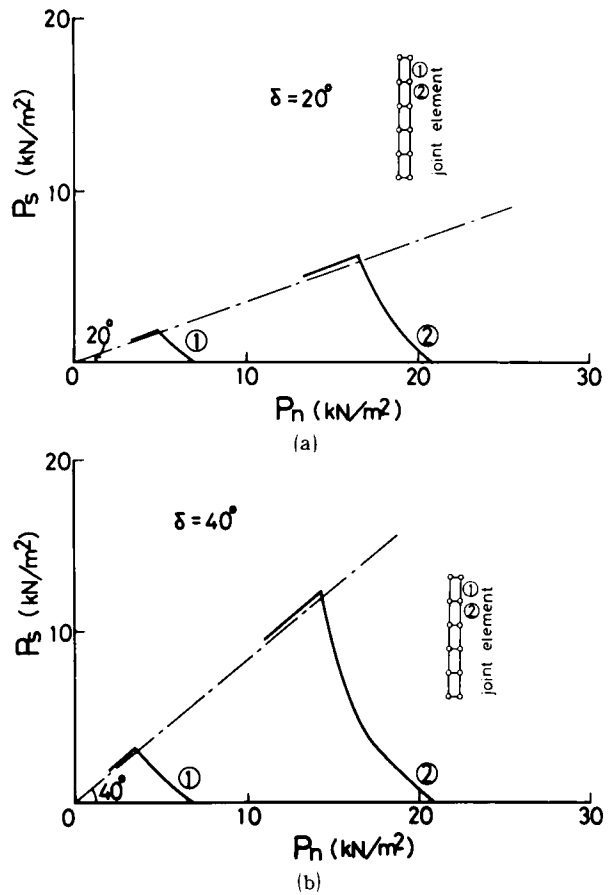


図 7-22 ジョイント要素の応力径路

図 7-23(a), (b) は  $\delta = 20^\circ, 40^\circ$  の時の壁面水平土圧分布の解析結果を示したものである。土圧分布の書き方は前述の図 7-13 の場合と同様である。 $\delta = 0^\circ$  の場合（図 7-13(b) 参照）とこの結果を比べると、 $\delta$  が大きくなるに従い水平土圧の絶対値はやや小さくなる傾向は見られるものの、水平土圧分布の形状そのものはあまり壁面摩擦の影響を受けないといえる。なお、図中の  $K_A$  と書いている直線は壁面摩擦  $\delta = 0^\circ$  の場合の Rankine の水平土圧分布を表わしており図 7-13 の  $K_A$  なる直線と同じものである。

図 7-24 は上述の 3 つの結果 ( $\delta = 0^\circ, 20^\circ, 40^\circ$ ) および壁面と裏込め土の間にズレが生じない場合の結果 ( $\delta = 90^\circ$ ) を水平全土圧  $P_x$  と壁変位  $d$  関係で整理したものである。なお、縦軸は図 7-15 の場合同様  $P_x$  を水平静止全土圧  $P_{x0}$  ( $K_0 = 0.45$ ) で割っている。 $(\delta = 0^\circ$  の場合  $P_x/P_{x0} = \cos \delta \cdot (K/K_0) = K/K_0$  となる)。ところで、壁面摩擦  $\delta$  を考慮した場合剛塑性論 (Coulomb の土圧論) より得られる  $P_x/P_{x0}$  は次式で与えられる。



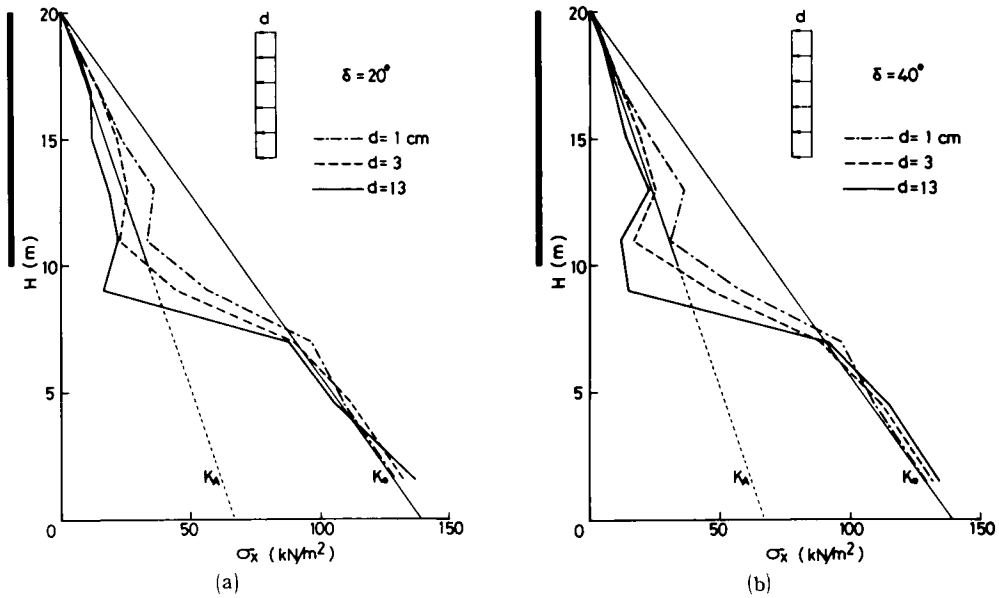


図 7-23 壁面摩擦がある場合 ( $\delta \neq 0^\circ$ ) の水平土圧分布

$$\frac{P_x}{P_{x0}} = \left( \frac{\cos \phi}{\sqrt{\cos \delta} + \sqrt{\sin(\phi + \delta) \cdot \sin \phi}} \right)^2 \cdot \frac{\cos \delta}{K_0} \quad \dots \dots \dots (7-23)$$

(ただし、壁面は垂直で、裏込め土の地表面は水平な場合。) 図中には Coulomb の土圧論より得られる水平全土圧 ( $\phi = 40^\circ, \delta = 0^\circ, 20^\circ, 40^\circ$ ) も一点鎖線で示している。解析結果は変位の大きな所では Coulomb 土圧よりも小さめであるが、壁面の摩擦角  $\delta$  が大きくなるに従い水平全土圧が小さくなる傾向をよく表現している。

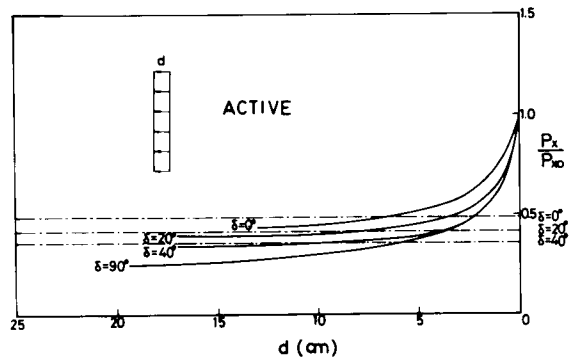


図 7-24 壁面摩擦を変えた時の水平全土圧と壁の変位量の関係

図 7-25 (a), (b), (c) は図 7-16 同様図

7-6 の要素 A, B, C の応力径路を示したものである ( $\delta = 20^\circ, 40^\circ, 90^\circ$ )。なお、 $\delta = 0^\circ$  の場合は図 7-16 (b) を参照のこと。図 7-16 (b) および図 7-25 (a), (b), (c) より、壁面の摩擦角  $\delta$  が大きくなると要素の応力径路にもその影響が出てくることが理解されよう。

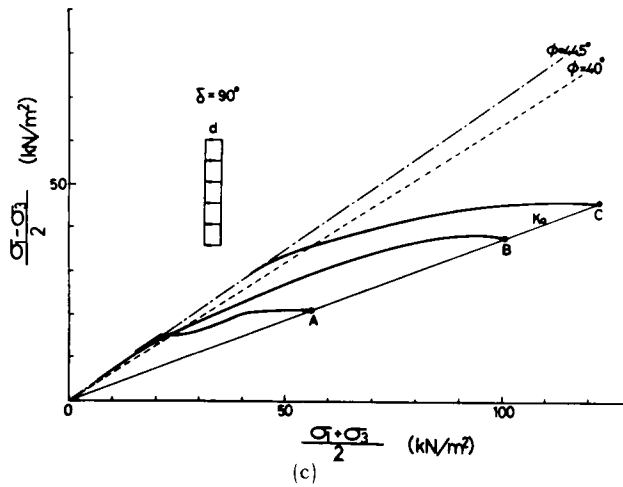
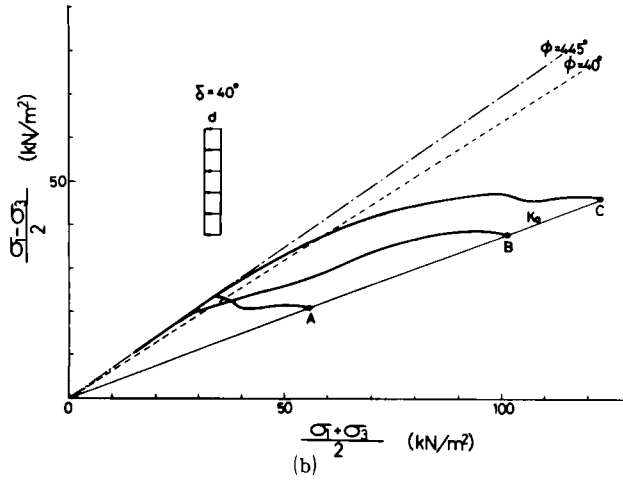
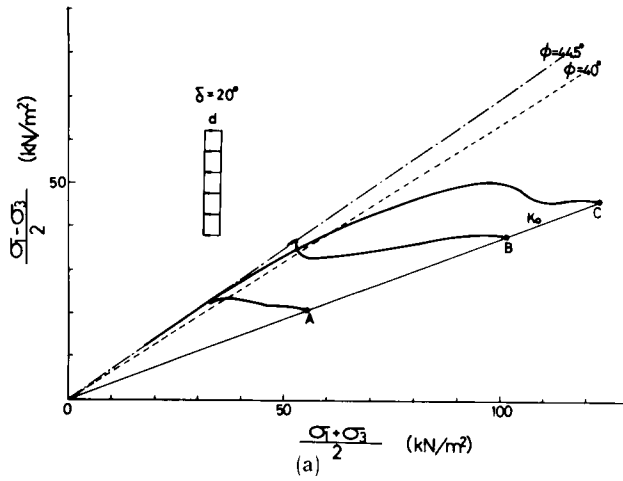


図7-25 壁面摩擦がある場合 ( $\delta \neq 0^\circ$ ) の地盤内の要素の応力経路

### 7-3-3 受働土圧問題の解析

#### (1) 壁体の変形様式を考慮した解析

前小節（7-3-2節）では図7-6の壁体が外側（左側）に変位する主働土圧問題について解析を行なったが、この小節では壁体が内側（右側）に変位する受働土圧問題の解析を行なう。

ここではまず主働土圧問題の場合同様、壁面の摩擦角  $\delta = 0^\circ$ （滑らかな壁面）を考え、壁体の変形様式を図7-8の(a)~(d)と変化させた時の受働土圧問題の解析を行なう。図7-26から図7-29に壁体の変形様式を変化させた時の地盤内の安全率分布の解析結果を示す。図中のdは主働土圧の場合同様壁の変位量を表わし、安全率F.S.の定義も主働土圧の場合と同様である。図7-26(a)~(c)は、壁面をその下端を軸として右側に回転させた

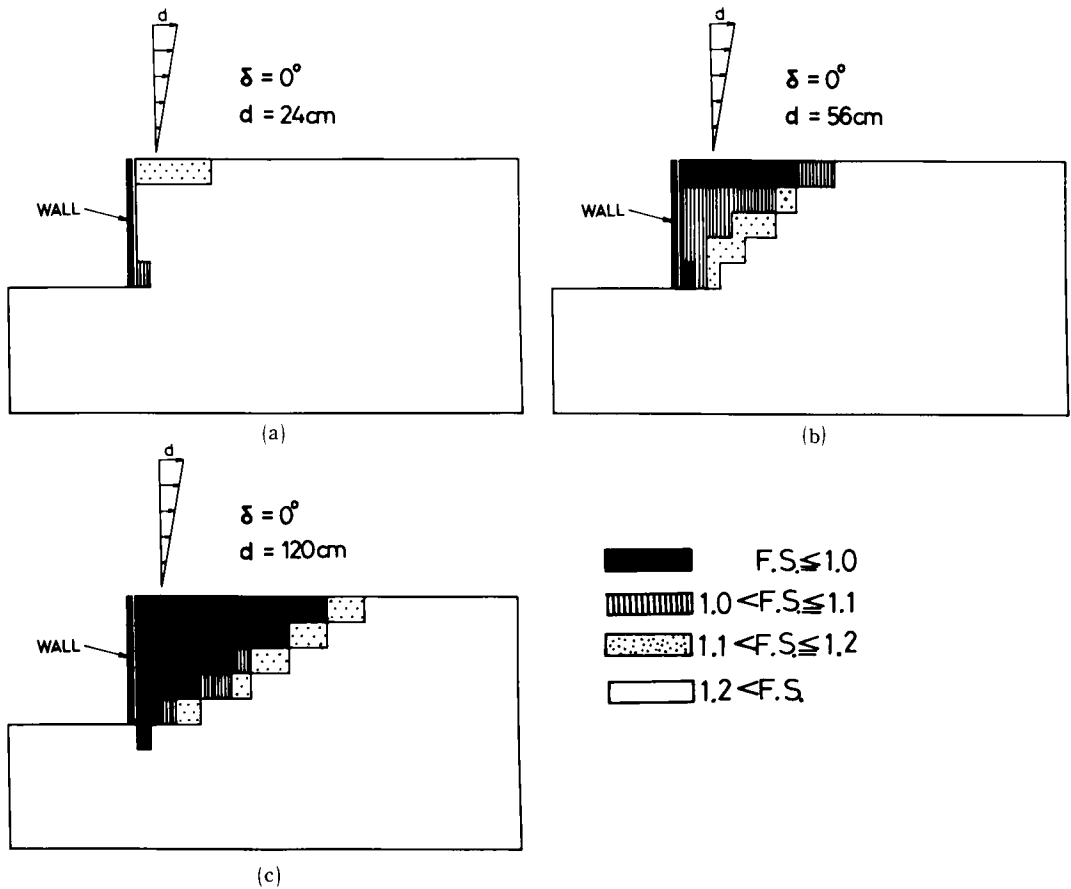


図7-26 地盤内の安全率分布（図7-8(a)の変形様式）

時 (図 7-8 (a)) の, 変位の増加に伴う安全分布の変化を表わしている。主動土圧問題の解析の場合同様 (図 7-9 参照), 壁体をその下端を軸として回転させるような変形様式では安全率の低い領域 (F. S.  $\leq 1.2$ ) や破壊領域 (F. S.  $< 1.0$ ) は壁面後方の三角形のくさびの部分に発達するようである。そして, そのくさびの角度は主動土圧状態に比べ緩くなっており (図 7-9 (c) と図 7-26 (c) を比較), 受働状態における Rankine の塑性領域にほぼ対応するようである。図 7-27 (a), (b) は壁体を地盤に平行に押し込む変形様式 (図 7-8 (b)) を与えた時の解析結果 ( $d = 24\text{ cm}, 56\text{ cm}$ ) を示している。この場合, 主動状態 (図 7-10) ほど顕著でないが, 破線で表わした Coulomb のすべり線 ( $\phi = 40^\circ$  として計算) に沿って安全率の低下が見られる。図 7-28 および図 7-29 は, それぞれ壁体の変形様式として図 7-8 の (c) および (d) を与えた時の解析結果 ( $d = 56\text{ cm}$ ) を示している。

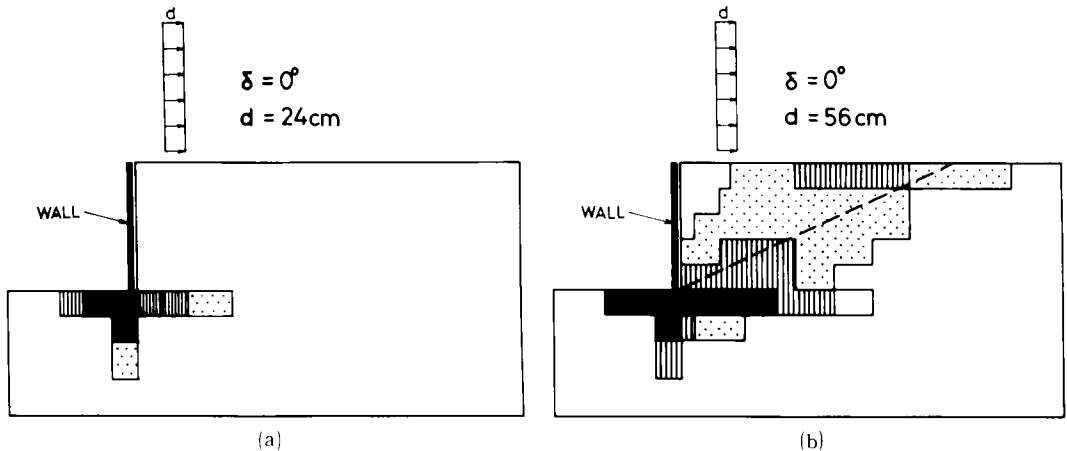


図 7-27 地盤内の安全率分布 (図 7-8 (b) の変形様式)

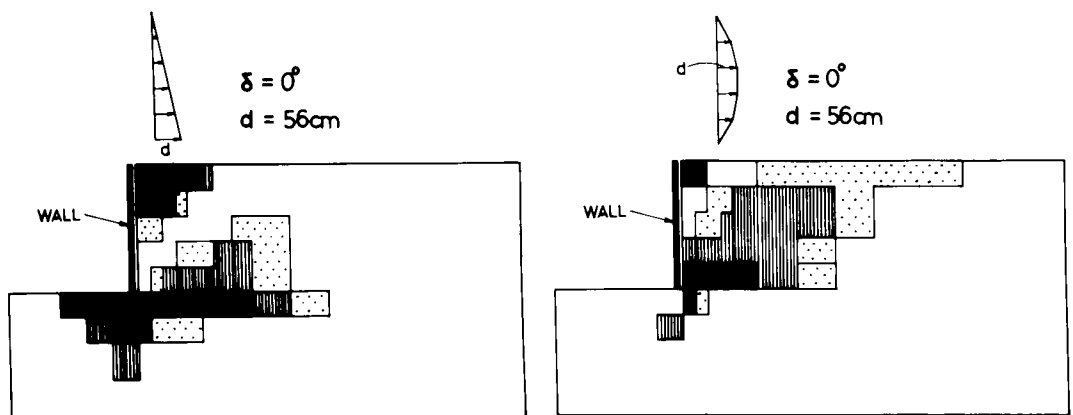
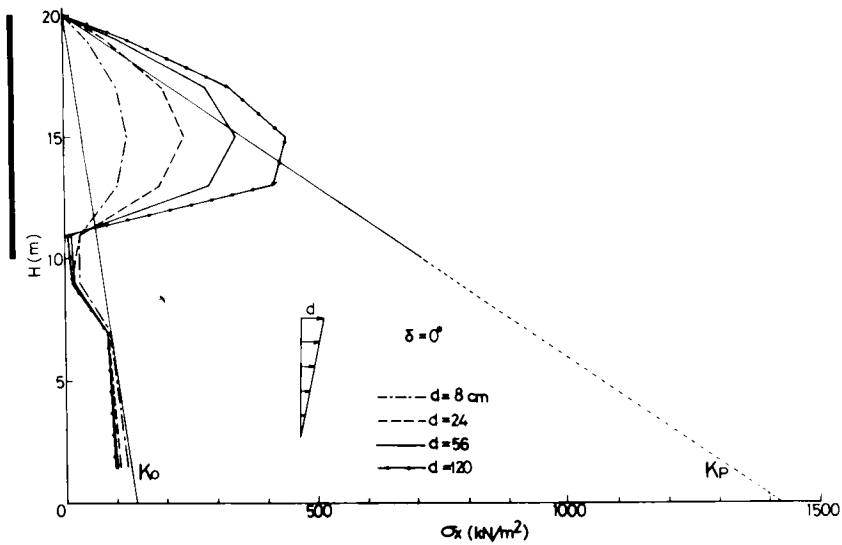


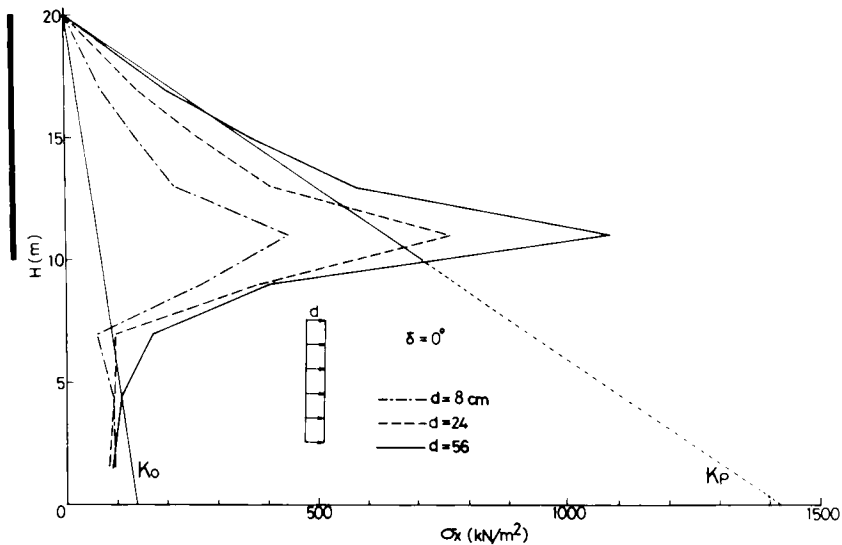
図 7-28 地盤内の安全率分布 (図 7-8 (c) の変形様式)

図 7-29 地盤内の安全率分布 (図 7-8 (d) の変形様式)

図7-30(a)～(d)は壁体の変形様式を変えた時の水平土圧分布の解析結果を示している(壁体はH=10mからH=20mの部分である)。同図において、一点鎖線はd=8cm, 破線はd=24cm, 実線はd=56cmの時の土圧分布を表わす((a)図にはd=120cmの時の土圧分布も→●→印で表わしている)。図中には静止土圧分布( $K_0 = 0.45$ )および内部摩擦角 $\phi = 40^\circ$ として計算されるRankineの受働土圧分布(受働土圧係数 $K_p = (1 + \sin\phi)/(1 - \sin\phi) =$



(a)



(b)

図7-30 壁体の変形様式を変えた時の水平土圧分布

((c), (d)は次頁)

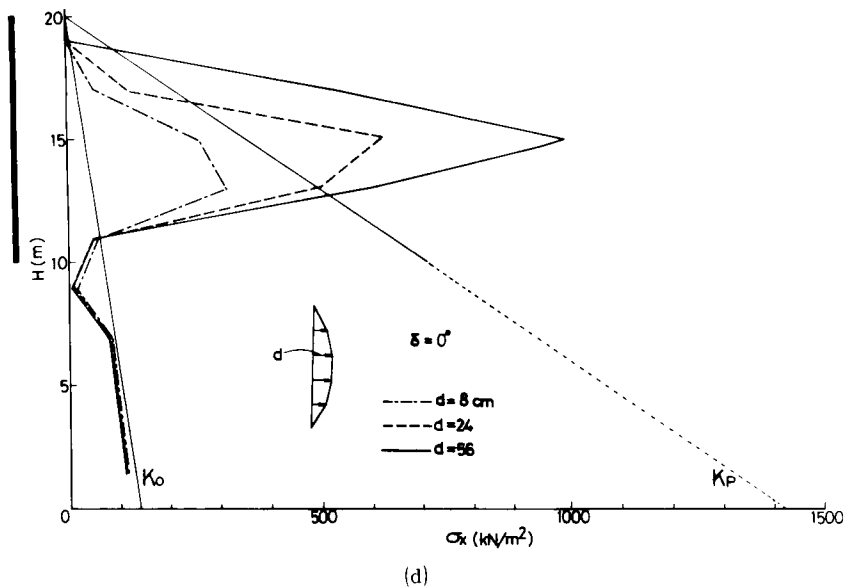
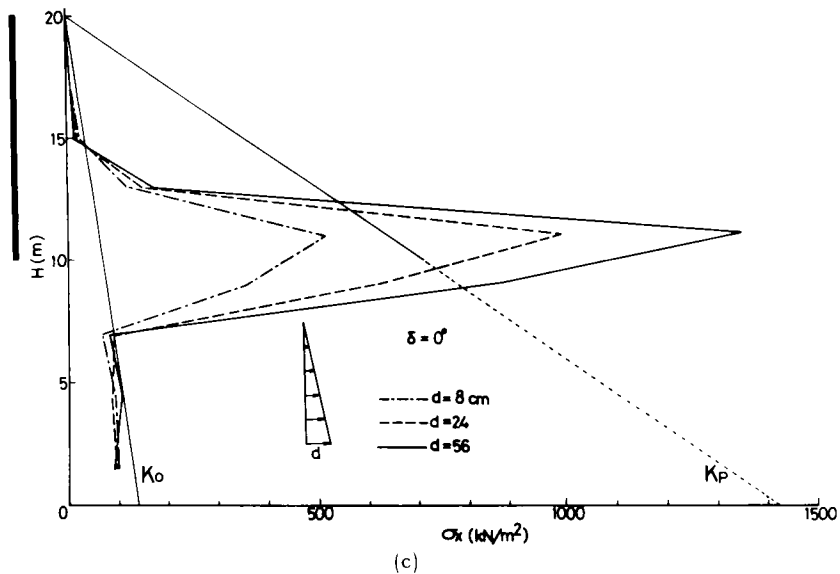


図 7-30 壁体の変形様式を変えた時の水平土圧分布

4.60)も示している。これらの図より、受働土圧状態においても主働土圧の場合(図 7-13(a)～(d))同様、壁面土圧分布は壁体の変形様式の影響を大きく受けることがわかる。さて、主働土圧状態では、壁体の下端を軸として回転させる変形様式(図 7-7(a))の場合、壁面土圧分布がほぼ三角形分布(図 7-14(a)参照)になるといわれており、本解析結果(図 7-13(a))でもそれに近い分布形状を示している。しかし、受働土圧状態では、壁体の下端を

軸として回転させる変形様式（図7-8(a)）の場合、その土圧分布の解析結果は三角形に近い形状とはならず、図7-30(a)に見られるように壁体中央部でふくらむ形状となる。畠・金子<sup>36)</sup>は砂質土の掘削刀前面の土圧分布の測定を行ない、図7-31に示すような下膨れの形状をした土圧分布の実測値を報告している。同様の条件下（壁体を平行に地盤に押し込む図7-8(b)の変形様式）の解析結果と考えられる図7-30(b)の土圧分布の傾向は、この実測値とよい対応を示している。

図7-32は壁体の変形様式を変化させた時の受働土圧問題の解析結果を $P_x/P_{x0}$ ～壁変位 $d$ 関係で整理したものである。ここに、 $P_x$ は水平全土圧を、 $P_{x0}$ は水平静止全土圧を表わしており、 $\delta = 0^\circ$ の時は $P_x/P_{x0} = K/K_0$ （ $K$ :土圧係数、 $K_0$ :静止土圧係数）となる。数値計算上の問題で最終状態まで計算されていないが、受働全土圧も壁体の変形様式の影響をかなり大きく受けることが推察されよう。

ところで、壁体を平行にずらせる変形様式（図7-7(b)、図7-8(b)）を与えた時、主働および受働状態における地盤内の要素の安全率はCoulomb土圧のすべり線に沿って低下することをすでに述べてきた（図7-10、図7-27参照）。図7-33はこのような壁の変形様式を与えた時の、主働および受働状態における全土圧 $P_x$ と壁変位 $d$ の関係を示している。従来よりいわれているように、主働状態ではわずかな変位で主働土圧に達するのに対し、受働土圧に達するにはかなりの変位量が必要ながわかる。図中には $\phi = 40^\circ$ として計算されるCoulombの土圧論による全土圧 $P_x$ を一点鎖線で示すが、受働土圧の解析結果は

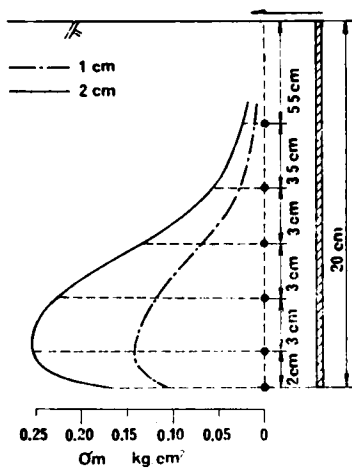


図7-31 掘削刀前面の土圧分布の実測値（畠・金子<sup>36)</sup>より引用）

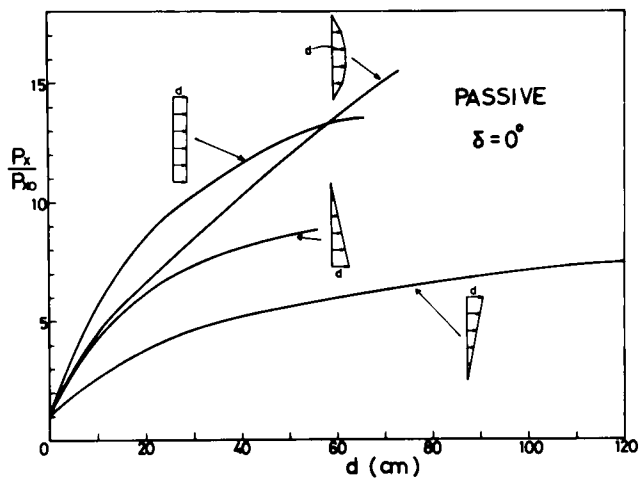


図7-32 壁体の変形様式を変えた時の水平全土圧と壁の変位量の関係

Coulomb 土圧よりかなり大きくなるようである。これは第 7 章の支持力問題の所でも述べたように、本解析では中間主応力を考慮した応力・ひずみ関係式や破壊規準を用いていることによると考えられる。

図 7-34 は、図 7-8 (b) の変形様式を与えた時の地盤内の要素 (図 7-6 A, B, C) の応力径路を、 $(\sigma_1 - \sigma_3)/2 \sim (\sigma_1 + \sigma_3)/2$  関係 (ここに、 $\sigma_1, \sigma_3$  はそれぞれ  $x - y$  面内の最大および最小主応力を表わしている) で表わしている。図中の一点鎖線は平面ひずみ条件下の破壊線 ( $\phi$  (plane strain)  $\approx 44.5^\circ$ ) を、点線は三軸圧縮条件下の破壊線 ( $\phi$  (comp.)  $= 40^\circ$ ) を表わしている。各要素とも  $(\sigma_1 + \sigma_3)/2$  が増加しながら一点鎖線の破壊線に近づいているが、特に要素 A, B は一度応力比が減少した後応力比が大きくなっており、典型的な受働状態の土要素の応力径路を表わしている。また図 7-35 は要素 A, B, C の  $\sigma_z$  の変化を中間応力  $\sigma_2 = \sigma_z$  の大きさを表わすパラメータ  $b \sim$  壁変位  $d$  関係で表わしているが、各要素とも応力比が大きくなり破壊応力比に近づくにつれ、支持力問題や主働土圧問題の解析同様  $b = 0.38 \sim 0.40$  のあたりに近づいていくのがみられる。なお要素 A, B の解析結果が途中から始まっているのは、これより以前では  $\sigma_z$  が中間主応力でなく最小主応力となっているためである。

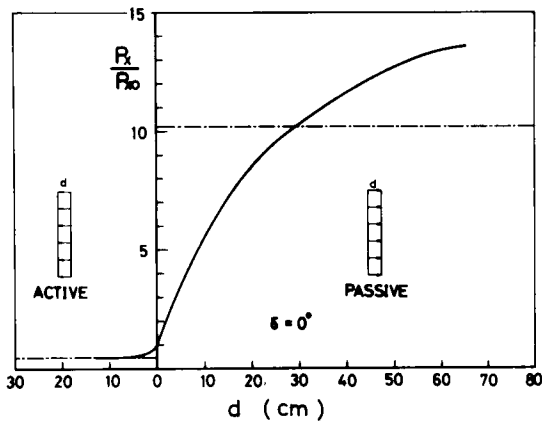


図 7-33 主働および受働土圧状態における水平全土圧と壁の変位量の関係

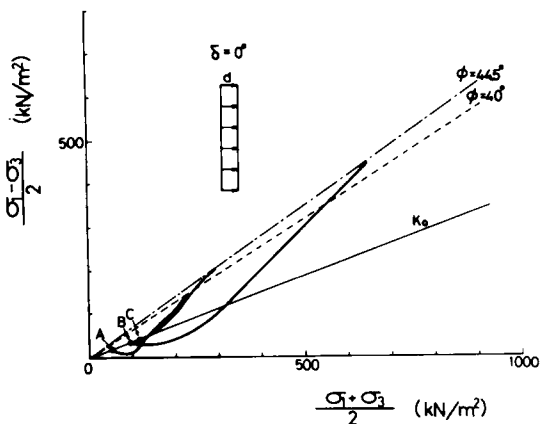


図 7-34 地盤内の要素の応力径路

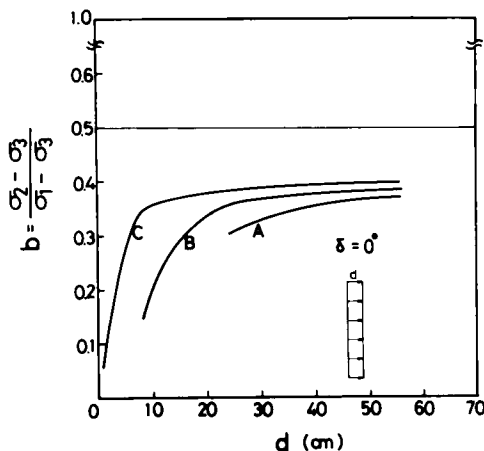


図 7-35 地盤内の要素の  $b = (\sigma_2 - \sigma_3)/(\sigma_1 - \sigma_3) \sim$  壁変位  $d$  関係



## (2) 壁面摩擦を考慮した解析

受働土圧の解析では、壁面と裏込め土との間の摩擦角  $\delta = 20^\circ$  の場合を考え、前述の  $\delta = 0^\circ$  (滑らかな壁面) の場合の解析結果と比較・検討する。なお、壁体の変形様式としては図 7-8 の(a)と(b)を考える。

図 7-36、7-37は上述の2つの変形様式を与え、 $\delta = 20^\circ$  とした時の地盤内の安全率分布の解析結果を示している。 $\delta = 0^\circ$  の時の解析結果はそれぞれ図 7-26、7-27を参照のこと。ここで、図 7-36と図 7-26(c)を比較すると、図 7-36の壁面摩擦がある場合 Rankine の塑性領域に対応すると考えられるくさび状の破壊領域 ( $F \cdot S \leq 1.0$ ) は浅くなり、安全率の低い領域 ( $F \cdot S < 1.2$ ) も右側(地盤側)に広がるようである。また、図 7-37と図 7-27(b)を比較すると、図 7-37の壁面摩擦がある場合、主動土圧の解析同様すべり線に対応すると考えられる破壊領域や安全率の低い領域が右側(地盤側)に入り込む傾向が見られる。一方、図 7-38(a), (b)は壁面が滑らかな場合 ( $\delta = 0^\circ$ ) および壁面が粗い場合 ( $\delta \neq 0^\circ$ ) の塑性論から得られる受働状態のすべり線群を表わしている。上述の安全率分布の解析結果の傾向は、この図 7-38のすべり線の傾向とよい対応を示しているがみられる。

図 7-39は、図 7-37の解析におけるジョイント要素の応力径路を示したものであるが、ジョイント要素の応力径路はせん断・垂直応力比  $p_s/p_n$  が  $\tan \delta$  になった後は  $p_s/p_n = \tan \delta$  なる直線(一点鎖線)に沿って動いている。したがって受働状態においても、本解析で導入したジョイント要素は壁面の摩擦特性をほぼ説明できているといえる。

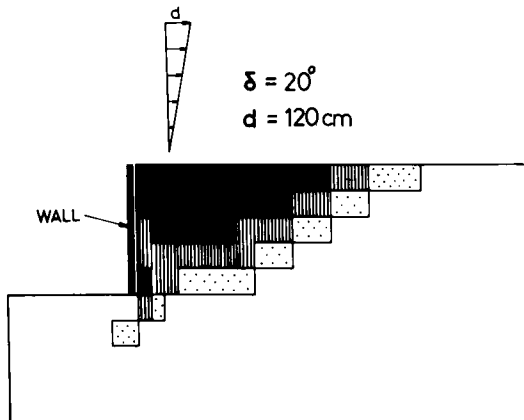


図 7-36 壁面摩擦がある場合の地盤内の安全率分布 (図 7-8 (a)の変形様式)

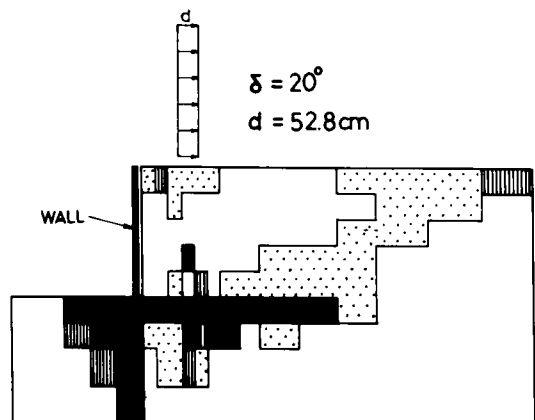
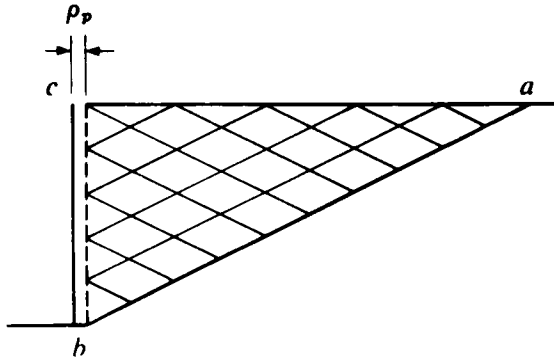
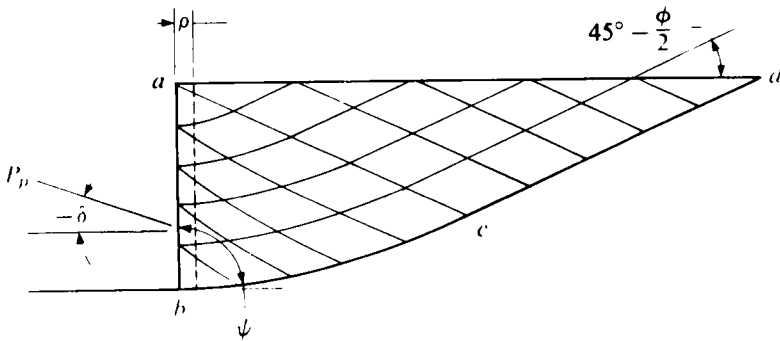


図 7-37 壁面摩擦がある場合の地盤内の安全率分布 (図 7-8 (b)の変形様式)



(a)  $\delta = 0^\circ$



(b)  $\delta \neq 0^\circ$

図7-38 塑性論による受働土圧状態のすべり線群 (Wu<sup>35)</sup>より引用)

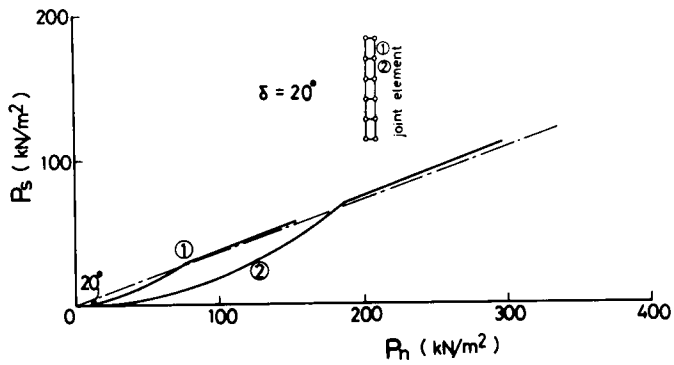
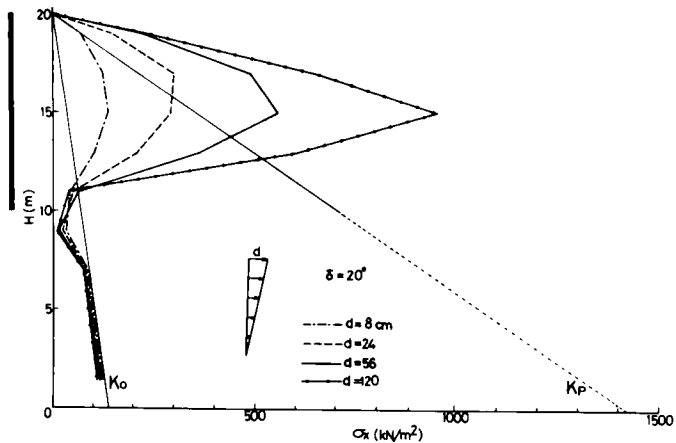


図7-39 ジョイント要素の応力径路

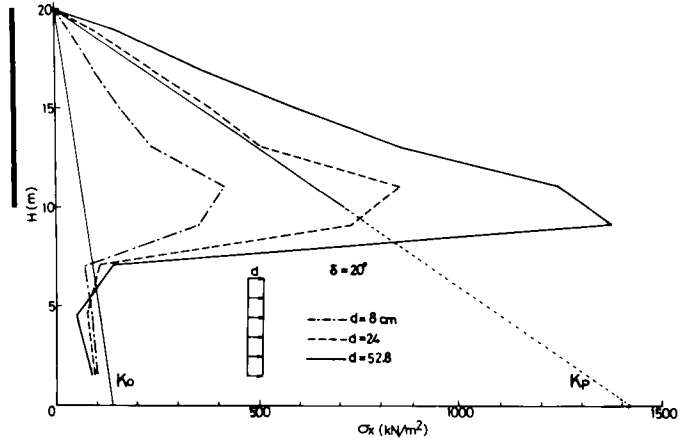
次に、壁面摩擦がある場合の壁面水平土圧分布について述べる。図7-40(a), (b)は上述の2つの変形様式を与えた時の水平土圧分布の解析結果を示している(壁体は $H=10\text{ m}$ から $H=20\text{ m}$ の部分である)。なお $\delta=0^\circ$ の時の解析結果は図7-30(a), (b)を参照のこと。ここで、図7-40(a)と図7-30(a), 図7-40(b)と図7-30(b)を比較すれば、いずれの場合も土圧分布の形状は、主働土圧の場合同様、あまり壁面摩擦の影響を受けないようである。しかし、水平土圧の絶対値そのものは壁面摩擦がある場合かなり大きくなる。なお図中の $K_p$ と書いている直線は $\delta=0^\circ$ の場合のRankine 受働土圧分布であり、図7-30の $K_p$ なる直線と同じものである。

さて、図7-41, 7-42はそれぞれ壁体の変形様式として図7-8

(a),(b)を与え、壁面の摩擦角を $\delta=20^\circ$ とした時の $P_x/P_{x0}$ ( $P_x$ : 水平全土圧,  $P_{x0}$ : 水平静止全土圧) ~ 壁変位  $d$  関係を示している。前述したように $\delta=0^\circ$ の時は $P_x/P_{x0} = \cos \delta \cdot (K/K_0) = K/K_0$ となる。 $\delta=20^\circ$ 場合最終状態まで解析されていないが、同図からも壁面摩擦がある場合( $\delta=20^\circ$ )の全土圧は壁面摩擦がない場合( $\delta=0^\circ$ )のそれよりもかなり大きくなることが推察される。なお参考にまで、図7-42には Coulomb の土圧論から得られる  $P_x/P_{x0}$  ( $\phi=40^\circ, \delta=0^\circ, 20^\circ$ として計算している)を一点鎖線で、Sokolovskyによる曲線すべり面を用いた計算結果( $\phi=40^\circ, \delta=20^\circ$ )を二点鎖線で示している。ここに、Coulombの土圧論より得られる受働状態の $P_x/P_{x0}$ は、主働状態の式(7-23)に対して、次式で与えられる。



(a) 図7-8(a)の変形様式



(b) 図7-8(b)の変形様式

図7-40 壁面摩擦がある場合( $\delta=20^\circ$ )の水平土圧分布

$$\frac{P_x}{P_{x0}} = \left( \frac{\cos \phi}{\sqrt{\cos \delta} - \sqrt{\sin(\phi + \delta) \cdot \sin \phi}} \right)^2 \cdot \frac{\cos \delta}{K_0} \dots\dots\dots (7-24)$$

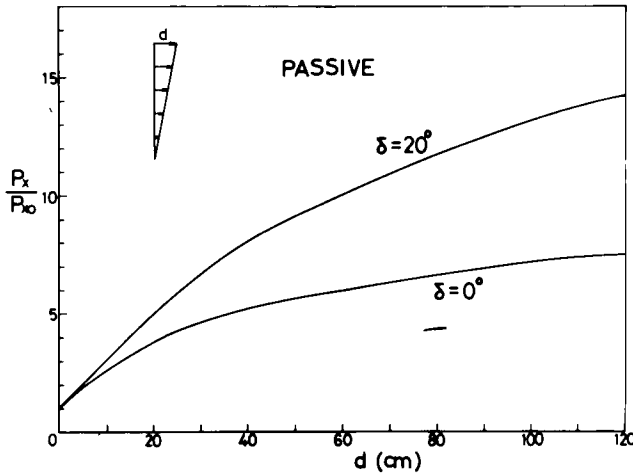


図 7-41 壁面摩擦がない場合とある場合の水平全土圧と壁の変位量の関係 (図 7-8 (a) の変形様式)

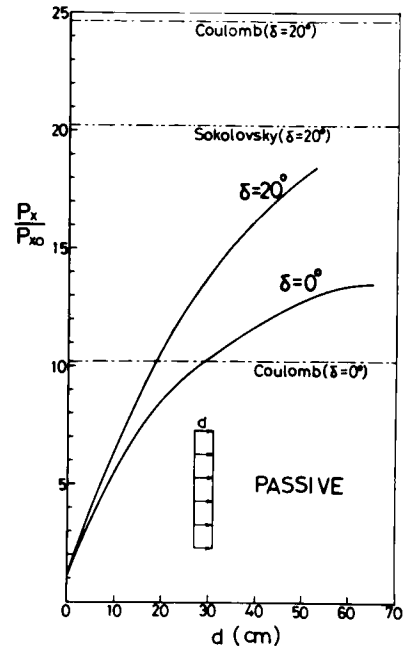


図 7-42 壁面摩擦がない場合とある場合の水平全土圧と壁の変位量の関係 (図 7-8 (b) の変形様式)

#### 7-4. ま と め

本章は壁体の変形様式や壁面摩擦の影響を考慮した主働および受働土圧問題の有限要素解析を行なったものである。解析にあたっては、第 6 章の一般表示された土の応力・ひずみ関係式と破壊規準を用い、さらに壁体と裏込め土の間の摩擦を考慮するため、境界面の力学特性を評価したジョイント要素を導入した。以下に主働および受働土圧問題の解析で得られた成果をまとめる。

主働土圧問題について：

- (1) 地盤内の安全率分布の変化の仕方は壁体の変形様式の影響を受ける。つまり、地盤の破壊領域や安全率の低い領域は壁体の変位を大きく与えた所から発達していく。そして、壁体をその下端を軸として回転させた場合や壁体を平行にずらせた場合には、これらの領域はそれぞれ Rankine の塑性領域や Coulomb のすべり線に対応する領域に沿って広がる。また、壁面摩擦がある場合には、破壊領域や安全率の低い領域は地盤側にふくらみをもつような形で発達していき、壁面に接した地盤の安全率も下がる。

- (2) 壁面と裏込め土との間の不連続性を考慮するため導入したジョイント要素は壁面の摩擦特性をよく説明している。
- (3) 壁体の変形様式を変えた時の壁面土圧分布の解析結果は、一般によくいわれている壁面土圧分布の傾向をよく説明するものである。なお、主動状態においては壁面に垂直な水平土圧分布は壁面摩擦の影響をあまり受けない。
- (4) 壁面に垂直な水平全土圧は、土圧分布同様壁体の変形様式の影響を受ける。ただ、どのような変形様式であっても、主動状態では初めの数cmの壁変位（壁体の高さは10 m）で主動土圧になる。また、壁面に垂直な水平全土圧は、壁面の摩擦角 $\delta$ が大きくなるに従い小さくなり、Coulombの土圧の傾向とよい対応関係を示す。
- (5) 地盤内の要素の応力経路について検討した結果、前章の支持力問題の解析同様、ここでの解析は平面ひずみ条件下の破壊前および破壊後の土の挙動をよく説明するものであった。

受働土圧問題の解析について：

- (1) 受働状態においても主動状態同様、地盤内の安全率分布の変化の仕方は壁体の変形様式の影響を受ける。破壊領域や安全率の低い領域は、壁体を下端を軸として回転させた場合には受働状態のRankineの塑性領域に沿って、壁体を平行に押し込む場合には受働状態のCoulombのすべり線と考えられる領域に沿って発達する。また壁面摩擦がある場合、主動土圧の場合と同様これらの領域は地盤側にふくらみをもつような形で発達する。
- (2) 壁面土圧分布は受働状態においても壁体の変形様式によって異なる。また、壁面に垂直な水平土圧分布の形状は壁面摩擦の影響をあまり受けないが、水平土圧の大きさは壁面摩擦がある場合かなり大きくなる。
- (3) 壁面に垂直な水平全土圧も壁体の変形様式によって大きく異なる。そして、主動状態では水平全土圧はわずかな壁変位（数cm）で主動土圧になるのに対し、受働土圧になるにはかなりの壁変位が必要である。また、受働状態では水平全土圧は壁面摩擦の影響をかなり受けることになる。

以上、本章で得られた土圧問題の有限要素解析結果は、従来の塑性論に基づく安定解析結果とよい対応関係を示し、従来より経験的にいわれている土圧問題の傾向をよく説明するものである。

## 第8章 間隙水圧の消散を考慮した盛土基礎 地盤の有限要素解析\*

### 8-1 概 説

本章では、第6章で述べた応力・ひずみ関係式に基づいて、盛土荷重を受ける2層地盤の有限要素解析を行ない、その解析結果を現場実測値と比較する。なお、解析にあたっては、盛土の築堤過程や間隙水圧の消散による変形の時間的遅れを考慮する。また、この盛土基礎地盤材料を試料とする非排水条件下の種々の要素試験の解析も行ない、飽和土の強度増加率 $c_u/p$ について考察を加える。本章の概要を節に従って以下に述べる。

8-2節では、以下の解析で参考にするChristianらによる平面ひずみ条件下の非排水時、およびその後の間隙水圧の消散過程を考慮した有限要素解析法について述べる。

8-3節では、まず本章で解析を行なう盛土基礎地盤（上部砂層，下部シルト層）の概要と解析の方針について述べる。次に、地盤材料（砂およびシルト）の土質パラメータの決定について述べ、さらにこの土質パラメータを用いて、排水時および非排水時の要素試験の解析を行ない、その妥当性について検討を加える。特に、非排水条件下の三軸圧縮試験、三軸伸張試験、平面ひずみ試験、単純せん断試験の解析で得られる非排水強度を、いままでに報告されている実験結果の傾向と比較することにより、種々の試験条件下の強度増加率 $c_u/p$ について考察する。最後に、台形盛土荷重を受ける実際の盛土基礎地盤の応力・変形解析を行ない、地盤の沈下量や側方変位量等について解析結果と現場実測データの比較を行なう。

なお、本章では $\sigma'$ は有効応力を、 $\sigma$ は全応力を意味するものとする。

### 8-2 非排水時および間隙水圧の消散過程の解析法

現在までに提案されている非排水時や間隙水圧の消散過程を考慮した地盤の有限要素解析法は、Christian・Boehmer<sup>39),40)</sup>、Sandhu・Wilson<sup>41)</sup>、横尾・山肩・長岡<sup>42)</sup>によるものなどがある。ここでは、以下の解析で採用したChristian<sup>39),40)</sup>らによる平面ひずみ条件下の地盤の非排水時、ならびにその後の間隙水圧の消散過程を考慮した応力・変形解析法について簡単に述べる。

---

\* 中間主応力を考慮しない解析の一部は文献<sup>38)</sup>

$z$  軸方向の変位を拘束する平面ひずみ条件下では  $x-y$  面内の全応力増分  $\{d\sigma\}$  は、 $x-y$  面内の有効応力増分  $\{d\sigma'\}$  と間隙水圧増分  $\{du\}$  の和で表わされる。

$$\{d\sigma\} = \{d\sigma'\} + \{du\} \quad \dots\dots\dots (8-1)$$

ここに、

$$\{d\sigma\} = \begin{Bmatrix} d\sigma_x \\ d\sigma_y \\ d\tau_{xy} \end{Bmatrix}, \quad \{d\sigma'\} = \begin{Bmatrix} d\sigma'_x \\ d\sigma'_y \\ d\tau'_{xy} \end{Bmatrix}, \quad \{du\} = \begin{Bmatrix} du \\ du \\ 0 \end{Bmatrix} \quad \dots\dots\dots (8-2)$$

さらに、土のひずみ増分が有効応力増分によって規定されることより次式が成立する。

$$\{d\sigma'\} = [D] \cdot \{d\varepsilon\} \quad \dots\dots\dots (8-3)$$

ここに、 $[D]$  は第 6 章で述べた平面ひずみ条件下の応力・ひずみマトリックスである。いま、要素内のひずみが一定である三角形要素 (CST 要素) について考えてみると、要素内の変位増分  $\{df\}$  は座標値  $(x, y)$  の線形の表示式として表わされ、節点変位増分  $\{d\delta\}$  と次式のように関係づけられる。

$$\{df\} = [M][A] \cdot \{d\delta\} \quad \dots\dots\dots (8-4)$$

ここで、 $[M]$  は変位関数の係数と要素内の変位増分の関係を表わすマトリックスで、座標値  $(x, y)$  で表わされ、 $[A]$  は節点変位増分と変位関数の係数との関係を表わすマトリックスであり、座標値  $(x, y)$  によらない。したがって、要素内のひずみ増分は、式 (8-4) を座標値  $(x, y)$  で偏微分することにより次式で表わされる。

$$\{d\varepsilon\} = [B][A] \cdot \{d\delta\} \quad \dots\dots\dots (8-5)$$

そして、仮想変位法を用いて外部仕事と内部仕事を等値し、さらに式 (8-1)、(8-3)、(8-5) を考慮して整理すると、節点力増分  $\{dF\}$  は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \{dF\} = & \int ([B][A])^T [D][B][A] d(vol) \cdot \{d\delta\} \\ & + \int ([B][A])^T \{du\} d(vol) \quad \dots\dots\dots (8-6) \end{aligned}$$

また、変位関数を座標値  $(x, y)$  の 1 次関数としているので、マトリックス  $[B]$ 、 $[A]$  が要素内の座標値に無関係となり、次式のような簡単な形で節点力増分  $\{dF\}$  が与えられる。

$$\begin{aligned} \{dF\} = & ([B][A])^T [D][B][A] a \cdot \{d\delta\} + ([B][A])^T \{G\} a \cdot du \\ \equiv & [K] \cdot \{d\delta\} + [C] \cdot du \quad \dots\dots\dots (8-7) \end{aligned}$$

ここに、 $\{G\}^T = [1, 1, 0]$ 、 $a$ は要素の面積であり、要素の厚さは平面ひずみ条件を対象としているので、単位長さ1としている。式(8-7)において、 $([B][A])^T[D][B][A]a$ は要素の剛性マトリックスに相当し、本解析では $[D]$ マトリックスとして3主応力下の土のダイレイタンスー特性を考慮した応力・ひずみ関係式(第6章)を用いている。他方、要素の体積ひずみ増分 $d\varepsilon_v$ は次式のように表わされる。

$$d\varepsilon_v = d\varepsilon_x + d\varepsilon_y = \{G\}^T \cdot \{d\varepsilon\} = \{G\}^T [B][A] \cdot \{d\delta\} \quad \dots\dots\dots (8-8)$$

よって要素の体積変化量 $dV$ は次式で与えられる。

$$dV = d\varepsilon_v \cdot a = \{G\}^T [B][A] a \cdot \{d\delta\} \equiv [C]^T \cdot \{d\delta\} \quad \dots\dots\dots (8-9)$$

以上の式(8-7)、(8-9)をまとめてマトリックス表示すれば次式が得られる。

$$\begin{bmatrix} [K] & [C] \\ [C]^T & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} d\delta \\ du \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} dF \\ dV \end{Bmatrix} \quad \dots\dots\dots (8-10)$$

各要素について得られる式(8-10)のマトリックスを重ねあわせ、直接剛性法により解くことにより、節点変位増分 $\{d\delta\}$ および要素の間隙水圧増分 $du$ を算定することができる。なお、本解析では四辺形要素内に内節点(要素の重心)をとり、内節点と各節点を結んでできる4つの三角形要素(CST要素)を組み合わせて要素の剛性マトリックスを求めている。また、四辺形要素内の間隙水圧は一定とし、重心において代表させている。式(8-10)を用いての解析法であるが、非排水時の載荷過程では $dV=0$ になる条件を代入し、微小荷重増分 $\{dF\}$ を与えることにより $\{d\delta\}$ 、 $du$ で算定し、またその後の間隙水圧の消散過程においては、微小時間内の要素から間隙水の流出量を要素の体積変化量 $dV$ として与えることにより、 $\{d\delta\}$ 、 $du$ を計算している。なお、今回の解析では、載荷過程も間隙水圧の消散過程も前進差分による増分法を用いて計算している。

次に、この微小時間内の間隙水圧の変化による体積変化量 $dV$ の算定について説明する。微小時間 $\Delta t$ における要素からの流出量(要素の体積変化量 $dV$ )は、平面ひずみ状態(2次元問題)ではDarcy則と連続の条件より次式で与えられる。

$$dV = -\frac{1}{r_w} \cdot a \cdot \left( k_x \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \cdot \Delta t \quad \dots\dots\dots (8-11)$$

ここに、 $k_x$ :  $x$ 方向の透水係数、 $k_y$ :  $y$ 方向の透水係数、 $r_w$ : 水の単位体積重量、 $a$ : 要素の面積を表わす。なお、式(8-11)は $x, y$ に関する2階の偏微分方程式となっているので、間隙水圧 $u$ の分布を座標値 $(x, y)$ の2次関数として次式のように仮定する。



$$u = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y + \alpha_4 x^2 + \alpha_5 y^2 \quad \dots\dots\dots (8-12)$$

いま、図 8-1 に示すようにある要素を  $i$ 、その周囲の 4 要素を  $j, k, l, m$  とし、各々の要素内の間隙水圧は要素の重心において代表させると考えると、これらの 5 個の要素の間隙水圧は式 (8-12) より次式のように表わせる。

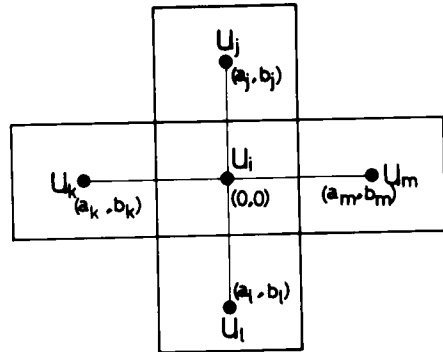


図 8-1 有限要素解析における間隙水圧分布の説明図

$$\begin{Bmatrix} u_i \\ u_j \\ u_k \\ u_l \\ u_m \end{Bmatrix} = [L] \cdot \begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \\ \alpha_5 \end{Bmatrix} = [L] \cdot \{\alpha\}$$

$$\dots\dots\dots (8-13)$$

ここで、要素  $i$  の重心から要素  $j$  の重心への  $x$  方向、および  $y$  方向の距離を  $a_j, b_j$  とし、他の要素についても同様に考えると、 $[L]$  は次式のようなになる。

$$[L] = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & a_j & b_j & a_j^2 & b_j^2 \\ 1 & a_k & b_k & a_k^2 & b_k^2 \\ 1 & a_l & b_l & a_l^2 & b_l^2 \\ 1 & a_m & b_m & a_m^2 & b_m^2 \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots (8-14)$$

したがって、式 (8-12) を偏微分することにより、式 (8-11) のカッコ内の偏導関数は 5 個の要素の間隙水圧の関数として次式のように表わせる。

$$\begin{Bmatrix} k_x \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \\ k_y \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 & 0 & 2k_x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2k_y \end{Bmatrix} \cdot \{\alpha\} \\ = \begin{Bmatrix} 0 & 0 & 0 & 2k_x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2k_y \end{Bmatrix} \cdot [L]^{-1} \cdot \begin{Bmatrix} u_i \\ u_j \\ u_k \\ u_l \\ u_m \end{Bmatrix} \quad \dots\dots\dots (8-15)$$

ゆえに、式 (8-15) を式 (8-11) に代入することにより、微小時間内の要素の体積変化

量  $dV$  を間隙水圧の関数として決定することができる。

次に、境界条件の与え方について説明する。不透水面については、不透水面に対して要素  $i$  と対称な位置に、要素  $i$  の間隙水圧と等しい間隙水圧  $u_i$  を仮定することにより、不透水面を通過する水の流出流入量をゼロとしている。排水面については、排水面に対して対称な位置に  $-u_i$  なる間隙水圧を仮定することにより、排水面上の間隙水圧をゼロとしている。

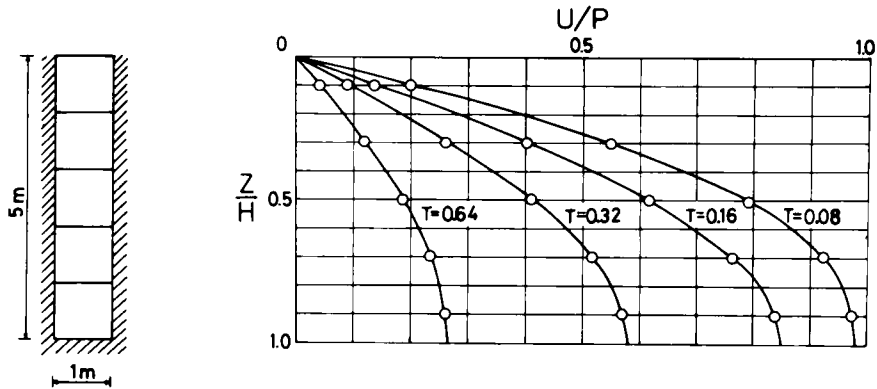


図8-2 弾性体モデルによる等時曲線の解析結果（プロット）と理論曲線（実線）

上述の解析法が妥当に間隙水圧の消散過程を表現しているかを検証するため、Terzaghi の1次元圧密理論の解析を行なう。図8-2は均一な弾性体による1次元圧密解析モデルとその解析結果を示したものである。モデルは弾性係数  $E = 9.8 \times 10^3 \text{ kN/m}^2 (1000 \text{ tf/m}^2)$ 、ポアソン比  $\nu = 0.0$ 、透水係数  $k = 0.001 \text{ m/day}$  とし、排水は上面のみ許し、変位は底面において完全固定、側面においては鉛直方向のみ移動を許した。解析結果は縦軸に深さ  $Z$  を排水長  $H$  で割ったものを取り、横軸に間隙水圧  $U$  を載荷重  $P$  で割ったものを取り、時間係数  $T$  をパラメータにして表示した等時曲線を示している。図中プロットは有限要素解析結果を実線はTerzaghiによる1次元圧密の理論曲線を示しているが、解析結果は十分理論曲線を満足している。

### 8-3 盛土荷重を受けた2層地盤の応力・変形解析

#### 8-3-1 解析対象地盤と解析の方針

ここでは、岡山県水島地区の川崎製鉄埋立造成地で行なわれた長期試験盛土の基礎地盤の応力・変形解析を行ない、その解析結果をすでに報告されている現場実測データと比較検討する。原地盤は上部11mがルーズな砂層、下部9mが軟弱なシルト層からなる2層地盤であり、その下は1mほどの硬質シルト層をかんで砂礫層になっている。そして上部砂

層は盛土に先だちH型鋼を用いて地盤に振動を伝え締め固めている（KF工法）。盛土荷重は高さ7.5 mの台形盛土荷重（132 kN/m<sup>2</sup>（13.5 tf/m<sup>2</sup>））であり、5.0 mと2.5 mの2段に分けて載荷され、盛土開始から完了まで約75日を要している。なお、この試験盛土の詳細や現場実測データの計測方法については、富永他<sup>43),44)</sup>によって報告されている。また、原地盤を排水状態（地盤中の間隙水圧を考慮しない）として解析された有限要素法による非線形弾性解析結果も柴田他<sup>45),46)</sup>によって報告されている。

今回の解析においては、図8-3に示すように盛土中心からの距離が60 mの2層地盤を対象とし、この地盤を50個の四辺形要素（節点数は66個）に分割した。また地盤は盛土が一方方向に相当長い延長をもつものとして、平面ひずみ状態を考えている。変位の境界条件は底面が完全固定、両側面は鉛直方向のみ移動を許した。地盤の初期応力は、地下水面が地表面下1.5 m（GL-1.5 m）であることを考慮して、有効単位体積重量 $\gamma'$ と $K_0$ 値より決定した。また砂層は砂の透水係数が十分大きいので、間隙水圧が直ちに消散する排水状態であるとみなし、シルト層の間隙水圧だけを考慮した。ところで、前述したようにシルト層の下は硬質シルト層をかんで砂礫層になっている。したがって、シルト層の間隙水圧の消散については、

上部砂層との境界面のみで排水を許す解析（上部排水条件）と、シルト層の上部および下部の境界面で排水を許す解析（両面排水条件）の両方を行なっている。なおシルト層の両側面は共に不透水面と考えている。

次に、実際の盛土の工程表は図8-4の実線と与えられているが、解析では盛土の高さを2.5 mずつ3段階に分けて破線のようにシミュレートした。そして盛土完了時には、盛土荷重は図8-3に示すように盛土中心軸より23 mまでは載荷圧  $q = 132$  kN/m<sup>2</sup>（13.5 tf/m<sup>2</sup> = 7.5 m × 1.8 tf/m<sup>2</sup>）の一樣分布、それより10 mの区間では載荷圧  $q = 0$  kN/m<sup>2</sup>まで直線的に

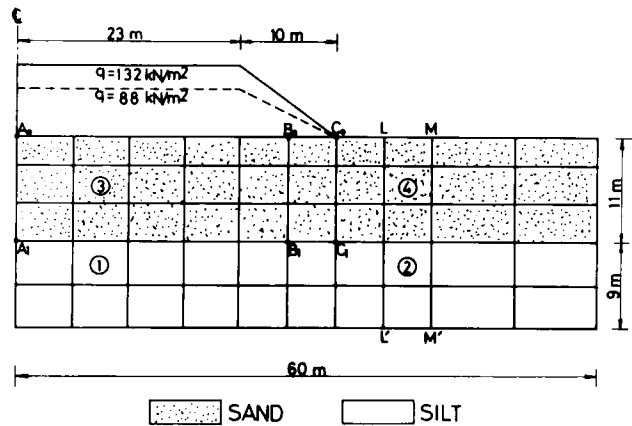


図8-3 解析対象の2層地盤

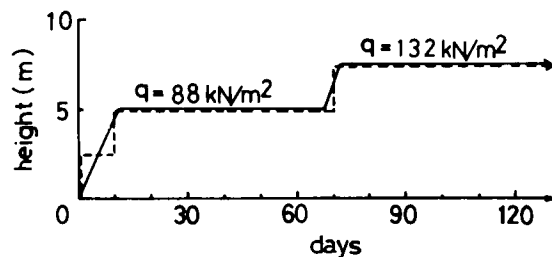


図8-4 盛土の工程図（実線）と解析上のシミュレーション

減少する三角形分布とした。また、盛土と基礎地盤の境界面では水平方向の変位がないものとして解析を行なっている。

### 8-3-2 土質パラメータの決定と排水時および非排水時における 応力・ひずみ関係式の検討

原地盤の砂およびシルトの土質パラメータはすでに報告されている土質試験結果を再整理することにより決定している。また土質パラメータの決定法は本論文の第 I 編(第 2 章, 第 3 章)や第 6 章で述べた通りである。したがって, ここでは砂およびシルトの土質パラメータの概要についてだけ述べる。

#### i) 砂(水島砂)の土質パラメータ

図 8-5 は平均主応力一定条件下 ( $\sigma_m' = 196 \text{ kN/m}^2, 147 \text{ kN/m}^2$ ) の三軸圧縮試験結果を空間滑動面 (SMP) 上の  $\tau_{\text{SMP}}/\sigma_{\text{SMP}}' \sim d\epsilon_{\text{SMP}}^*/d\gamma_{\text{SMP}}^*$  関係 (式 (2-48) 参照) で整理したものである。平均主応力  $\sigma_m'$  が変化してもほぼ同一の直線上にプロットされるのがみ

られ, 同図より土質パラメータ  $\lambda^* =$

0.9,  $\mu^* = 0.28$  と決定した。図 8-6

は同じ試験結果を  $\tau_{\text{SMP}}/\sigma_{\text{SMP}}' \sim$

$\epsilon_{\text{SMP}}^*/\gamma_{\text{SMP}}^*$  関係 (式 (2-49) 参照)

で整理したものである。同図より土質パラメータ  $\mu^* = 0.47$  と決定した。

そして, せん断に関するもう一つの土質パラメータ  $\gamma_0^*(\gamma_{0i}^*, C_d^*)$  (式 (2-53) 参照) は, 平均主応力を変えた試験結果を整理することにより,

$\gamma_{0i}^* = 0.16\%$ ,  $C_d^* = 0.26\%$ ,  $\sigma_{mi} =$

$98 \text{ kN/m}^2$  とした。また, 三軸圧縮条件下の内部摩擦角は  $\phi_{(\text{comp.})} = 40^\circ$

である。

次に, 圧密に関する土質パラメータは, 等方圧密試験結果より  $C_c =$

0.05,  $C_s = 0.015$  であり, 原地盤の砂の間隙比が大略  $e_0 = 0.695$  であることより,  $C_c/(1+e_0) = 2.95\%$ ,

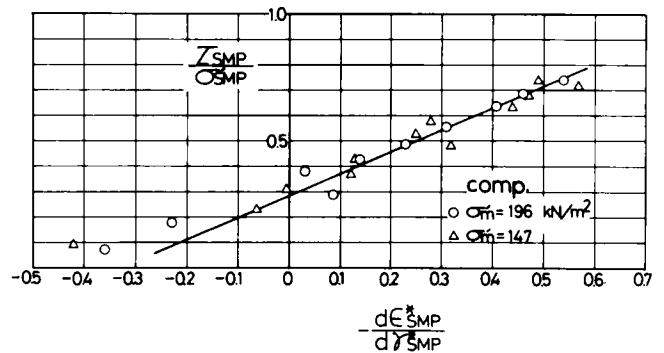


図 8-5 砂の  $\tau_{\text{SMP}}/\sigma_{\text{SMP}}' \sim d\epsilon_{\text{SMP}}^*/d\gamma_{\text{SMP}}^*$  関係

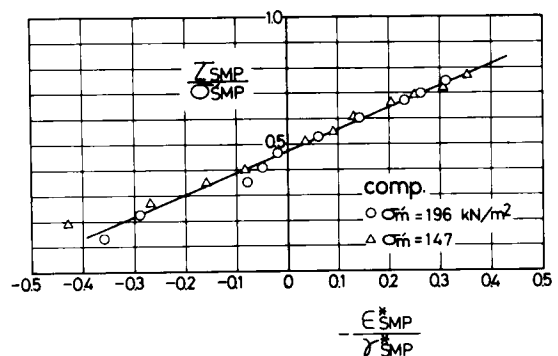


図 8-6 砂の  $\tau_{\text{SMP}}/\sigma_{\text{SMP}}' \sim \epsilon_{\text{SMP}}^*/\gamma_{\text{SMP}}^*$  関係

$C_s/(1+e_0) = 0.89\%$ とした。また、 $K_0$  値および  $\nu_e$  は  $K_0 = 0.45$ ,  $\nu_e = 0.3$ と仮定した。なお飽和した砂の単位体積重量は  $\gamma_{sat} = 19.0 \text{ kN/m}^3$  ( $1.94 \text{ gf/cm}^3$ )である。

ii) シルト（水島粘土）の土質パラメータ

図8-7はシルト層から採取された乱さない試料の応力制御法による排水せん断試験結果 ( $\sigma'_m = 196 \text{ kN/m}^2$ ,  $98 \text{ kN/m}^2$ ) を  $\tau_{SMP}/\sigma'_{SMP} \sim d\epsilon^*_{SMP}/d\gamma^*_{SMP}$  関係で整理したものであり、図8-8は  $\sigma'_m = 196 \text{ kN/m}^2$  の試験結果を  $\tau_{SMP}/\sigma'_{SMP} \sim \epsilon^*_{SMP}/\gamma^*_{SMP}$  関係で整理したものである。これらの図より、せん断時のシルトの土質パラメータを  $\lambda^* = 0.9$ ,  $\mu^* = 0.45$ ,  $\mu'^* = 0.63$ と決定した。また、 $\gamma_0^*$ に関するパラメータ ( $\gamma_{0i}^*$ ,  $C_d^*$ ) は、原地盤のシルト層の有効土かぶり圧が  $100 \sim 200 \text{ kN/m}^2$ であることを考慮して、正規圧密状態の試験と考えられる  $\sigma'_m = 196 \text{ kN/m}^2$ の試験結果より、 $\gamma_{0i}^* = 1.3\%$ ,  $C_d^* = 0.0\%$ と決定した。(2-9節で述べたように通常正規圧密粘土では  $\gamma_0^*$ は平均主応力  $\sigma'_m$ の影響をあまり受けないと考えられ  $\gamma_0^* = \gamma_{0i}^* = \text{const.}$ となる。) また三軸圧縮条件下の内部摩擦角は  $\phi_{(comp.)} = 36^\circ$ とした。

圧密に関する土質パラメータは、標準圧密試験結果より  $C_c \approx 0.25$ ,  $C_s \approx 0.06$ であり、原地盤のシルトの間隙比が  $e_0 \approx 1.1$ であることより、 $C_c/(1+e_0) = 11.90\%$ ,  $C_s/(1+e_0) = 2.86\%$ とした。 $K_0$ 値は  $K_0$ 圧密試験結果より  $K_0 = 0.433$ とした。なお、 $\nu_e$ は  $\nu_e = 0.3$ と仮定した。そしてシルト層の透水係数  $k$ は標準圧密試験結果(原地盤の拘束応力に対応する応力条件下の試験結果)から算定される値の平均値、 $k = 2.0 \times 10^{-7} \text{ cm/sec}$ を用いた。また、原地盤の飽和したシルトの単位体積重量は  $\gamma_{sat} = 16.9 \text{ kN/m}^3$  ( $1.72 \text{ gf/cm}^3$ )である。表8-1に以上の砂およびシルトの土質パラメータをまとめて示す。

次に、上述の土質パラメータを用いて排水状態および非排水状態の要素の解析を行ない、砂およびシルトの応力・ひずみ関係について検討を加える。まず、図8-9、8-10は砂お

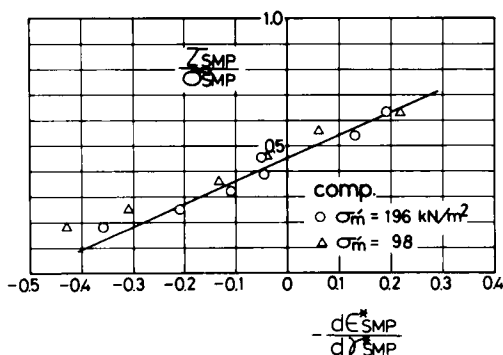


図8-7 シルトの  $\tau_{SMP}/\sigma'_{SMP} \sim d\epsilon^*_{SMP}/d\gamma^*_{SMP}$  関係

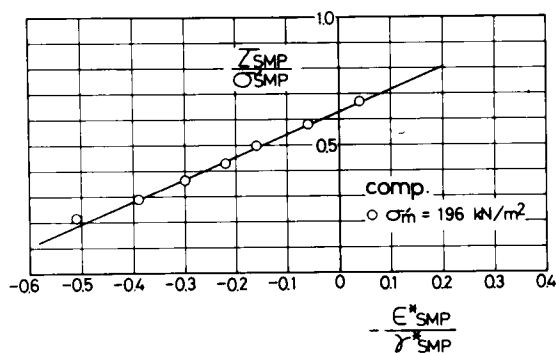


図8-8 シルトの  $\tau_{SMP}/\sigma'_{SMP} \sim \epsilon^*_{SMP}/\gamma^*_{SMP}$  関係

よびシルトの平均主応力一定条件下 ( $\sigma'_m = 196 \text{ kN/m}^2 (2.0 \text{ kgf/cm}^2)$ ) の三軸圧縮試験の実測値 (プロット) と解析結果 (実線) を主応力比  $\sigma'_1/\sigma'_3 \sim$  主ひずみ ( $\epsilon_1, \epsilon_3$ ) 関係で示したものであるが、両者はよい対応を示している。また、図8-11, 8-12はそれぞれ砂およびシルトの平面ひずみ条件下のせん断試験の解析結果を主応力比  $\sigma'_1/\sigma'_3 \sim$  主ひずみ  $\epsilon_1, \epsilon_1 \sim$  体

表8-1 砂およびシルトの土質パラメータ

		砂	シルト
$\lambda^*$		0.9	0.9
$\mu^*$		0.28	0.45
$\mu'^*$		0.47	0.63
$\gamma_0^*$	$\gamma_{0i}^*$	0.16 %	1.3 %
	$C_d^*$	0.26 %	0.0 %
	$\sigma_{mi}$	98 kN/m <sup>2</sup> (1.0 kgf/cm <sup>2</sup> )	
$C_c / (1+e_0)$		2.95 %	11.90 %
$C_s / (1+e_0)$		0.89 %	2.86 %
$K_0$		0.45	0.433
$\nu_e$		0.3	0.3
$\phi_{(comp.)}$		40°	36°
$k$			$2.0 \times 10^{-7} \text{ cm/sec}$
$\gamma_{sat}$		19.0 kN/m <sup>3</sup> (1.94 gf/cm <sup>3</sup> )	16.9 kN/m <sup>3</sup> (1.72 gf/cm <sup>3</sup> )

積ひずみ  $\epsilon_v$  関係で示している(破線:  $(\sigma'_1 + \sigma'_3)/2 = 196 \text{ kN/m}^2$ , 実線:  $\sigma'_3 = 196 \text{ kN/m}^2$ )。両図より、ここで用いた応力・ひずみ関係式が砂および正規圧密粘土のダイレイタンスー特性をよく表現しているのが理解されよう。

次に非排水状態における解析結果について述べる。図8-13(a), (b)は砂の三軸圧縮および三軸伸張条件下

の非排水試験 (初期応力は  $\sigma'_1 = \sigma'_3 = 196 \text{ kN/m}^2$ ) の応力・ひずみ関係および有効応力径路の解析結果を示したものである。図8-14(a), (b)はシルトについての同様の解析結果を示している。また、両図には排水試験から得られる破壊強度を一点鎖線で示している。図8-13(a), (b)より、正のダイレイタンスー特性を示す砂の非排水試験では、3-7節の豊浦標準砂の検証の所でも示したように、非排水強度  $\phi'$  は排水強度  $\phi_d$  よりも小さくなり、非排水時の三軸圧縮強度  $\phi'_{(comp.)}$  は三軸伸張強度  $\phi'_{(ext.)}$  より小さくなる。また(b)図の有効

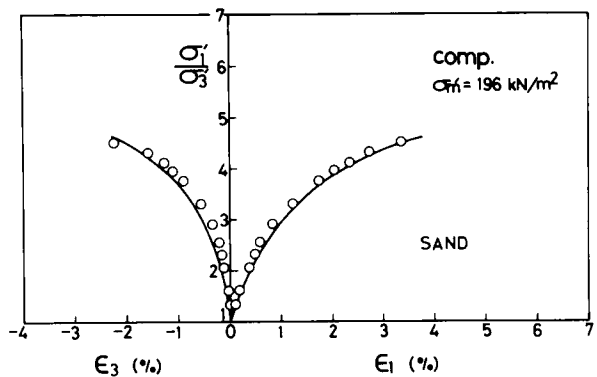


図8-9 砂の三軸圧縮試験の実測値 (プロット) と解析結果 (実線)

応力径路の解析結果は、はじめ平均主応力  $\sigma'_m$  が減少するが、応力比が大きくなるに従い  $\sigma'_m$  が増加する非排水時の砂の応力径路となっている。一方、図8-14(a), (b)のシルトの解析結果では、非排水強度  $\phi'$  と排水強度  $\phi_d$  は一致することになる。そして、有効応力径路の解析結果も応力比が大きくなるに従い、 $\sigma'_m$  が減少する正規圧密粘土の応力径路となっている。

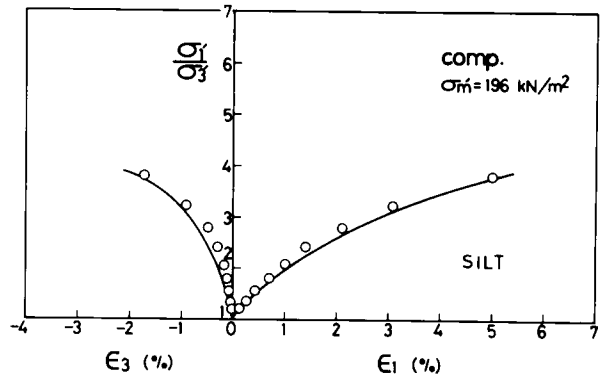


図8-10 シルトの三軸圧縮試験の実測値（プロット）と解析結果（実線）

さてここで、種々の試験条件の非排水試験の解析を行なうことにより、飽和した正規圧密粘土の強度増加率  $c_u/p$  について考察を行なう。試料としては上述のシルト（水島粘土）を想定する。等方圧密 ( $\sigma'_1 = \sigma'_3 = 196 \text{ kN/m}^2$ ) 後の三軸圧縮および三軸伸張試験の解析結果はすでに図8-14(a), (b)に示しているので、以下は  $K_0$  圧密後の三軸圧縮試験および単純せん断試験の解析結果と、等方圧密後の平面ひずみ試験の解析結果について示す。図8-15(a), (b)は  $K_0$  圧密 ( $\sigma'_1 = 196 \text{ kN/m}^2$ ,  $\sigma'_3 = K_0 \cdot \sigma'_1 = 0.433 \times 196 \text{ kN/m}^2 \approx 85 \text{ kN/m}^2$ ) 後の三軸圧縮試験の応力・ひずみ関係および有効応力径路の解析結果を示す。図8-16(a), (b)は  $K_0$  圧密 ( $\sigma'_1 = \sigma'_v = 196 \text{ kN/m}^2$ ,  $\sigma'_3 = \sigma'_h \approx 85 \text{ kN/m}^2$ ) 後の単純せん断試験について、図8-17(a), (b)は等方圧密 ( $\sigma'_1 = \sigma'_3 = 196 \text{ kN/m}^2$ ) 後の平面ひずみ

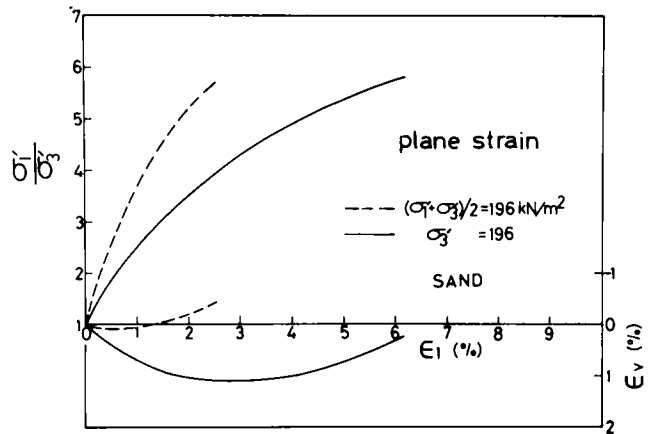


図8-11 砂の平面ひずみ試験の解析結果

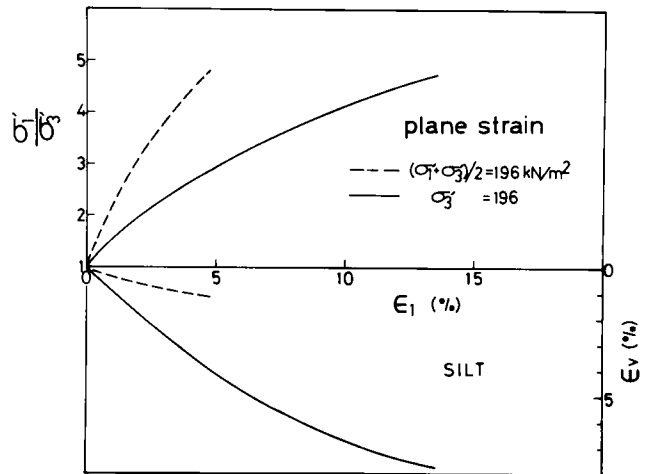
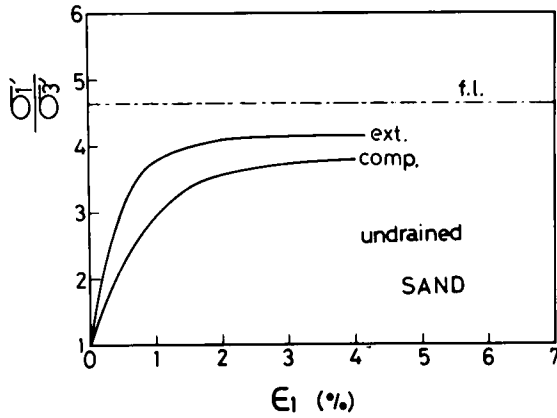
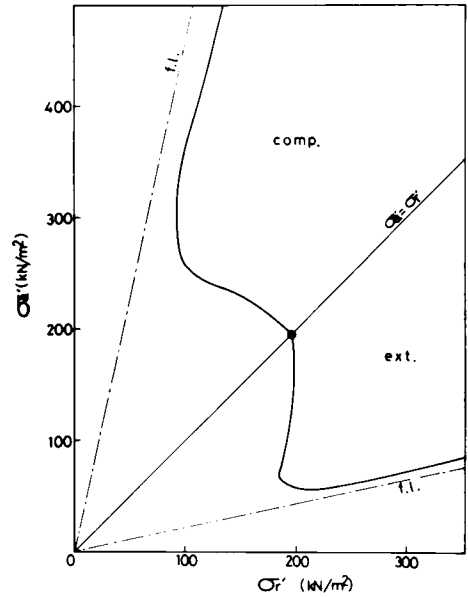


図8-12 シルトの平面ひずみ試験の解析結果

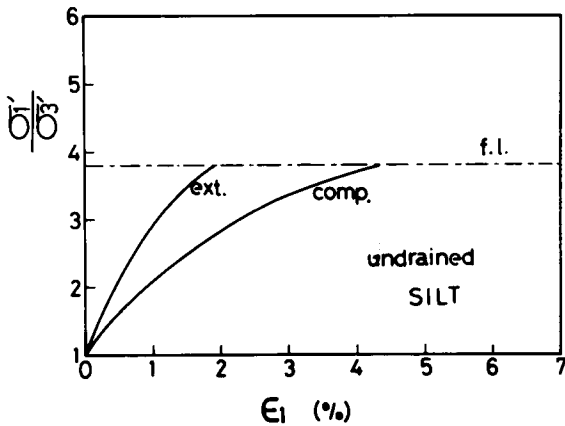


(a) 応力・ひずみ関係

図8-13 非排水条件下の砂の三軸圧縮・伸張試験の解析結果

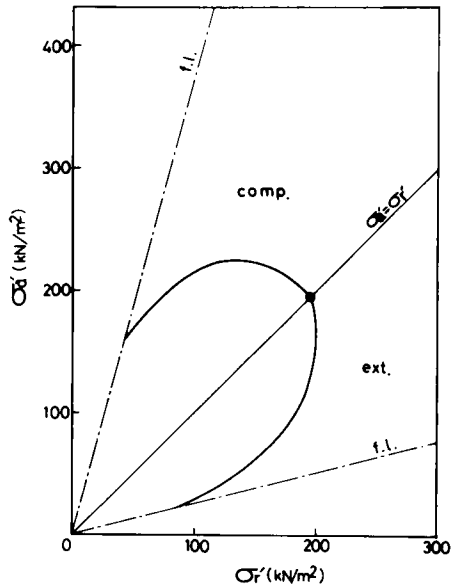


(b) 有効応力径路



(a) 応力・ひずみ関係

図8-14 非排水条件下のシルトの三軸圧縮・伸張試験の解析結果



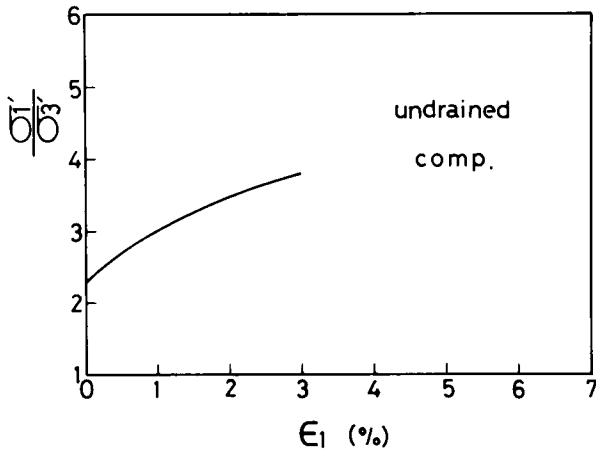
(b) 有効応力径路

試験について同様の解析結果を示している。なお、図8-15～8-17の有効応力径路図には、図8-14同様SMPに基づく破壊規準によって規定される破壊線を一点鎖線で示している。さて、図8-14～8-17の解析結果より、種々の試験条件から得られる $c_u/p$ 値を求めると表8-2のようになる。ここに $c_u$ は通常 $(\sigma_1 - \sigma_3)_{max}$ 時の $c_u = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)$ で定義

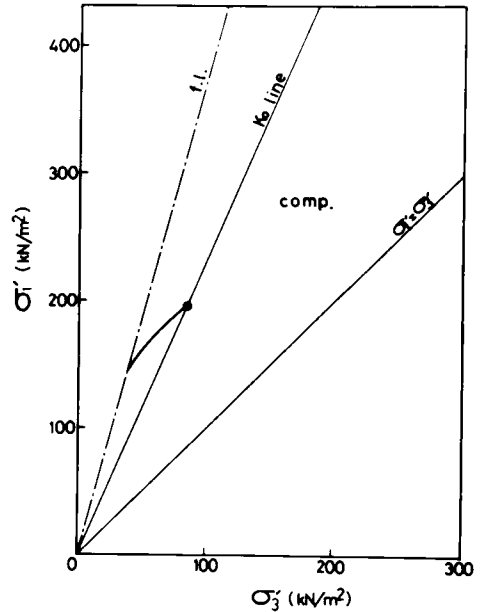


されるが、ここでは  $(\sigma'_1/\sigma'_3)_{max}$  時についても  $c_u = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)$  を計算している。(ただし、単純せん断試験については  $c_u = \tau_{xy}$  と定義している。) また  $p$  はせん断前の有効上載圧力 (ここでは  $p = 196 \text{ kN/m}^2$ ) を表わす。表中のカッコ内に示した値は等方圧密後の三軸圧縮試験から得られる  $c_u/p$  を基準とした時、他の試験で求まる  $c_u/p$  の比率を表わしている。

ところで、柴田<sup>47)</sup>は種々の飽和土について非排水試験から得られた  $c_u/p$  を図8-18 (a)~(c)

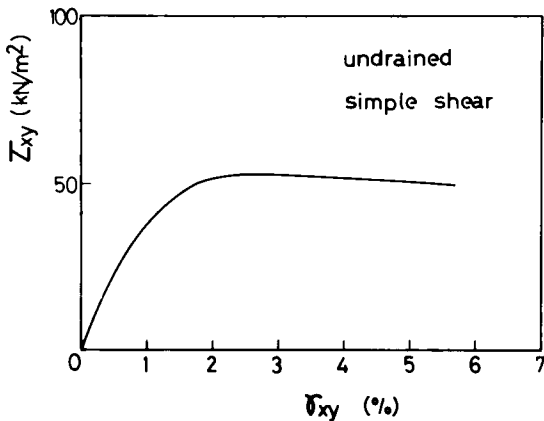


(a) 応力・ひずみの関係

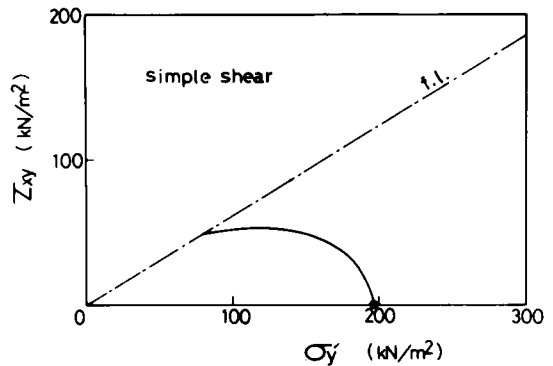


(b) 有効応力径路

図8-15 非排水条件下のシルトの三軸圧縮試験 ( $K_0$ 圧密後) の解析結果

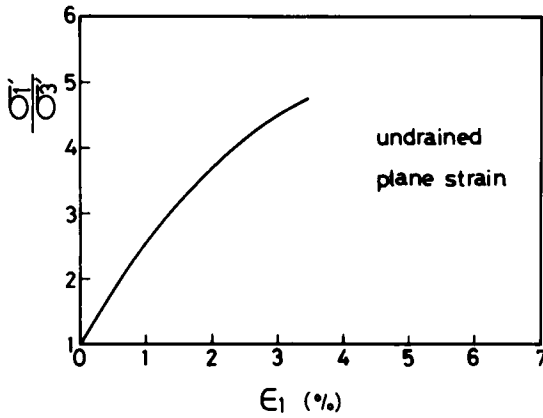


(a) 応力・ひずみ関係



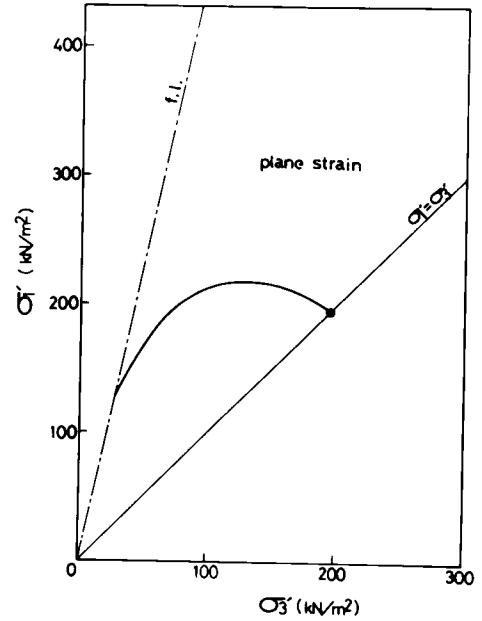
(b) 有効応力径路

図8-16 非排水条件下のシルトの単純せん断試験 ( $K_0$ 圧密後) の解析結果



(a) 応力・ひずみ関係

図8-17 非排水条件下のシルトの平面ひずみ試験の解析結果



(b) 有効応力径路

に示す関係で整理している。図8-18(a)~(c)はそれぞれ(a)等方圧密後の三軸圧縮試験と等方圧密後の三軸伸張試験による  $c_u/p$  の比較、(b)等方圧密後の三軸圧縮試験と  $K_0$  圧密後の三軸圧縮試験による  $c_u/p$  の比較、(c)等方圧密後の三軸圧縮試験と  $K_0$  圧密後の単純せん断試験による  $c_u/p$  の比較を表わしている。そして、これらの実測値の関係より表8-3に示す結果を得ている。表8-3も等方圧密後の三軸圧縮試験を基準

表8-2 各種試験の解析から得られる  $c_u/p$  の比較

試験の種類	$(\sigma_1 - \sigma_3)_{\max}$ 時の $c_u/p$	$(\sigma_1/\sigma_3)_{\max}$ 時の $c_u/p$
① 三軸圧縮 (等方圧密)	0.31 (1.0)	0.29 (1.0)
② 三軸伸張 (等方圧密)	0.23 (0.74)	0.15 (0.52)
③ 三軸圧縮 ( $K_0$ 圧密)	0.29 (0.94)	0.26 (0.90)
④ 単純せん断 ( $K_0$ 圧密)	0.27 (0.87)	0.25 (0.86)
⑤ 平面ひずみ (等方圧密)	0.31 (1.0)	0.26 (0.90)

表8-3 各種試験の実測値から得られた  $c_u/p$  の比較 (柴田<sup>47</sup>より引用)

試験の種類	①を基準とした $c_u/p$ の比
① 三軸圧縮 (等方圧密)	1.0
② 三軸伸張 (等方圧密)	低塑性土 0.2 高塑性土 1.0
③ 三軸圧縮 ( $K_0$ 圧密)	0.8 ~ 1.2
④ 単純せん断 ( $K_0$ 圧密)	0.6 ~ 0.9 (平均 0.8)

として他の試験で求まる  $c_u/p$  の比率を表わしている。

ここで表 8-2 で示した解析結果を図 8-18(a)~(c), あるいは表 8-3 に示す実験結果と比較すると, 両者はよい対応関係を示しているのが理解されよう。したがって, 以上の  $c_u/p$  値の比較からも本論文の応力・ひずみ関係式は種々の応力条件下の非排水時の土の応力・変形挙動を妥当に説明できるといえよう。

### 8-3-3 盛土基礎地盤の解析結果と現場実測値の比較

まず盛土基礎地盤の沈下量(砂層上面, シルト層上面)および側方変位量(法面中央, 法尻, 法尻から 10 m)の解析結果と実測値の比較を行なう。

図 8-19(a), (b) はシルト層下面を不透水面(上部排水条件)と考えた解析結果と実測値を示したものである。ここに, (a)図は盛土完成直後(盛土開始後 75 日)の両者の比較をしたものであり, (b)図は盛土完成後 215 日(盛土開始後 290 日)の両者の比較を示したものである。これらの図より, 砂層上面(基礎地盤の地表面)およびシルト層上面(砂層とシルト層の境界面)の沈下量の解析結果は, 盛土完成直後およびその後 215 日経過後において実測値とほぼよい対応を示しているのがわかる。また, 側方変位量の解析結果は, 法尻から 10 m の地点での変位量が実測値に比べ大きめであるが, これも実測値をほぼ説明しているようである。ところで, 盛土施工中(盛土開始から 75 日間)の盛土中央の砂層上面の沈下量(砂層とシルト層の合沈下量を意味する)の実測値は約 25 cm で, 法面中央の

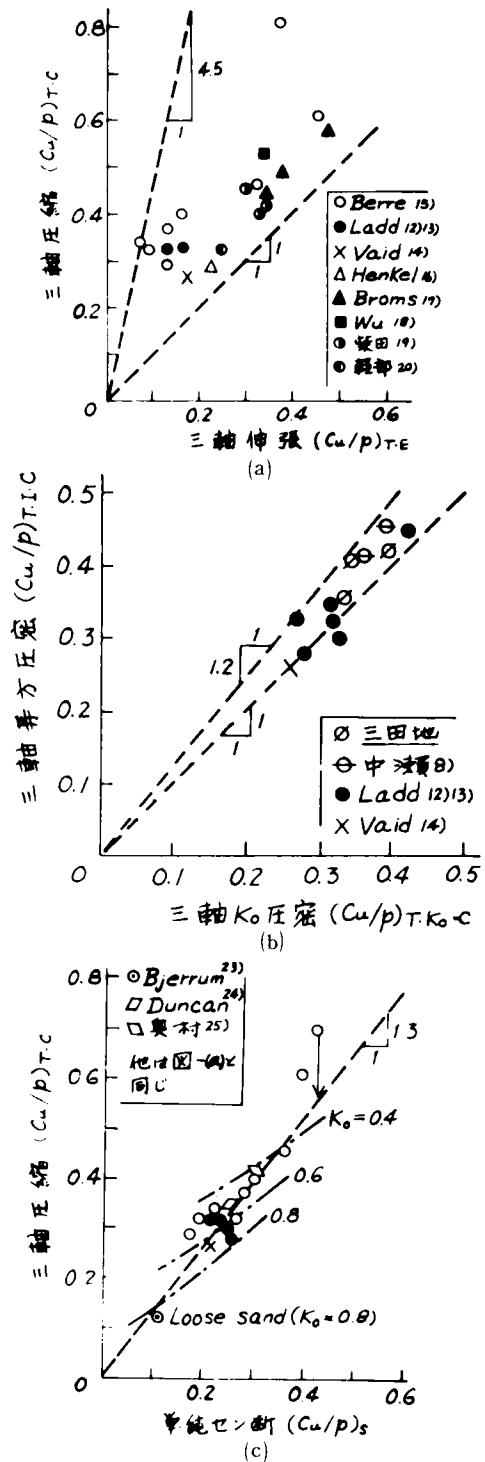
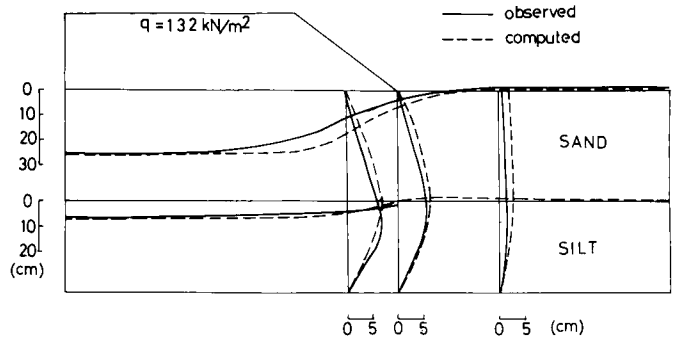
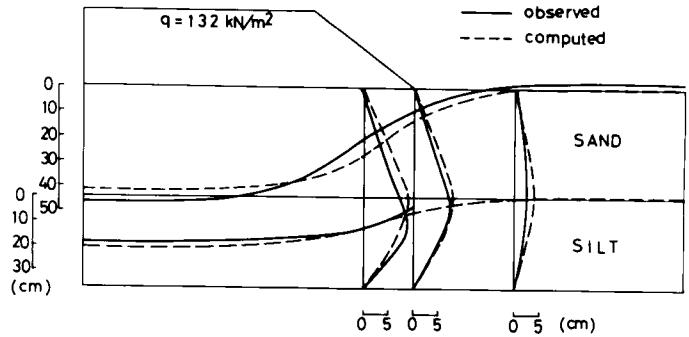


図 8-18 試験条件による  $c_u/p$  値の実測値の比較(柴田<sup>47)</sup>より引用)

側方変位量の最大値の実測値は約 6.8 cm である。また盛土完成後 215 日経過後の沈下量および側方変位量の実測値はそれぞれ 47 cm と 8.8 cm である。したがって、盛土施工後の圧密期間に沈下量は 25 cm から 47 cm まで約 1.9 倍となるのに対し、側方変位量は 6.8 cm から 8.8 cm まで約 1.3 倍となり、圧密期間中の側方変位量の変化の仕方は沈下量のそれに比べて小さくなっている。一方、解析結果によれば、圧密期間中に沈下量は 25.9 cm から 41.8 cm まで 1.61 倍となるのに対し、側方変位量は 6.8 cm から 9.4 cm まで 1.38 倍となり、上述の実測値の傾向と対応しており興味深い。



(a) 盛土完成直後（盛土開始後 75 日）



(b) 盛土完成後 215 日（盛土開始後 290 日）

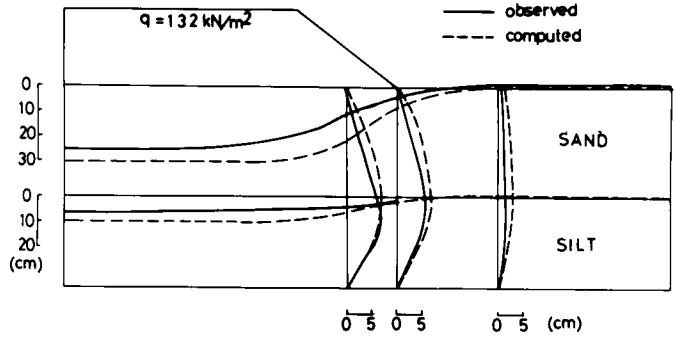
図 8-19 盛土基礎地盤の沈下量と側方変位量の実測値と解析結果の傾向と対応しており興味深い。  
(シルト層下面を不透水面とした場合の解析)

次に、図 8-20 (a), (b) は、シルト層下面を透水面（両面排水条件）と考えた解析結果と実測値の比較を、図 8-19 (a), (b) と同じ整理で示している。この場合、(a) 図、(b) 図とも解析結果は実測値に比べて大きくなるようである（特に (b) 図の盛土完成後 215 日目では両者の差は大きい）。したがって、図 8-19, 8-20 から判断する限り、標準圧密試験から得られる透水係数  $k$  が正しいとするならば、この盛土基礎地盤の解析ではシルト層下面を不透水層と考えて解析する方が妥当なようである。

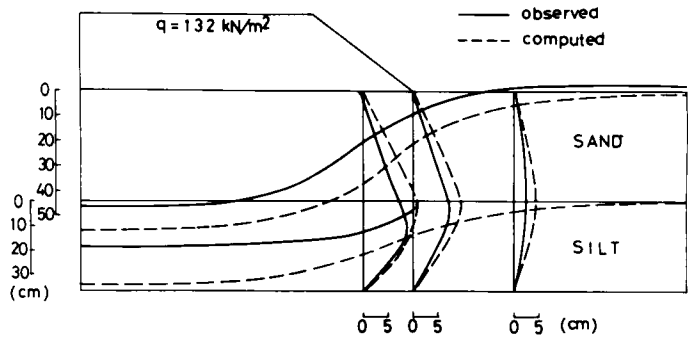
図 8-21 は盛土中央の砂層上面（図 8-3 の点  $A_0$ ）およびシルト層上面（図 8-3 の点  $A_1$ ）、法面中央の砂層上面（点  $B_0$ ）およびシルト層上面（点  $B_1$ ）、法尻の砂層上面（点  $C_0$ ）およびシルト層上面（点  $C_1$ ）における沈下量の経時変化の実測値を示している。また図の上部には盛土高さの変化も書いている。図 8-22 はシルト層下面を不透水面（上面排水条件）と考えた時の解析結果を、図 8-21 の実測値と同じ関係で示している。なお、図 8-22 の解析結果において沈下量が不連続に変化しているのは、同図の上に表示しているように解析上盛土荷重を段階的に与えていることによる。また、図 8-21 の実測値によれば盛土完成後の圧密期間では砂層はあまり沈下していないことになる（砂層の沈下量は砂層上

面の沈下量とシルト層上面の沈下量の差で与えられる)。したがって、シルト層の間隙水圧だけを考慮し、砂層は排水条件と考えている本解析の仮定もほぼ妥当といえよう。図8-23は参考までにシルト層下面を透水面（両面排水条件）と考えた時の解析結果を示しているが、この場合は圧密期間中の沈下量が実測値に比べ、かなり大きくなる。

図8-24は図8-3の断面L-L'（法尻から5m）、M-M'（法尻から10m）における側方変位の解析結果を示したものである（シルト層下面を不透水面（上面排水条件）と考えた時の解析結果）。同図の二点鎖線（- · - ·）は盛土高さが5mになった直後の変位を、一点鎖線（- · -）はその後60日経過後の変位を、破線（- - -）は盛土高さが7.5mになった直後の変位を、実線（——）はその後215日経過後の変位を表わしている。同図より、盛土中には側方変位はすべて外側にふくらみ大きくなるが、その後の圧密期間では地表面近くの地盤に盛土側への側方変位のもどりがみられ興味深い。また、これらの側方変位の解析結果は、報告されている実測値



(a) 盛土完成直後（盛土開始後75日）



(b) 盛土完成直後 215 日（盛土開始後 290 日）

図8-20 盛土基礎地盤の沈下量と側方変位量の実測値と解析結果  
（シルト層下面を透水面とした場合の解析）

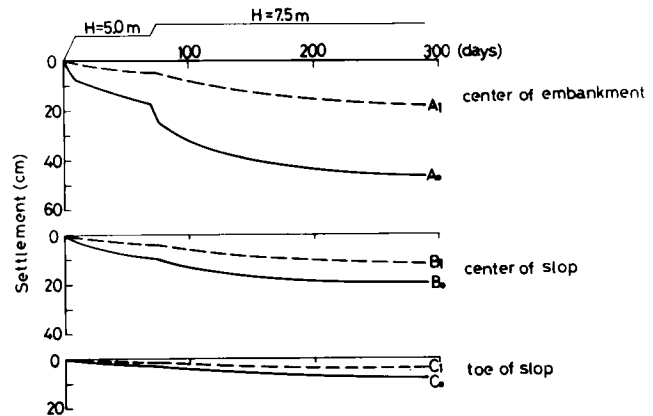


図8-21 沈下量の経時変化の実測値

43), 44) の傾向ともよく対応するものである。

最後に地盤中の土要素の応力径路の解析結果について考察する。図8-25は図8-3に示したシルト層内の要素(①, ②)について, 図8-26は砂層内の要素(③, ④)について, 解析上の有効応力径路を  $(\sigma'_1 - \sigma'_3)/2 \sim (\sigma'_1 + \sigma'_3)/2$  関係で表わしたものである(ここでも解析結果はシルト層下面を不透水面(上面排水条件)と考えた時の結果である)。ここに,  $\sigma'_1$ ,  $\sigma'_3$  はそれぞれ  $x-y$  面内の最大および最小主応力を表わしている。両図において, ○印は盛土開始前, ●印は盛土高さが5mになった直後, □印はその後60日経過後(盛土再開直前) ■印は盛土完成直

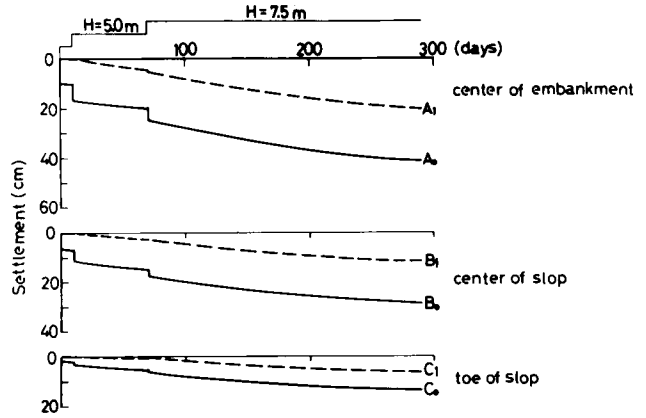
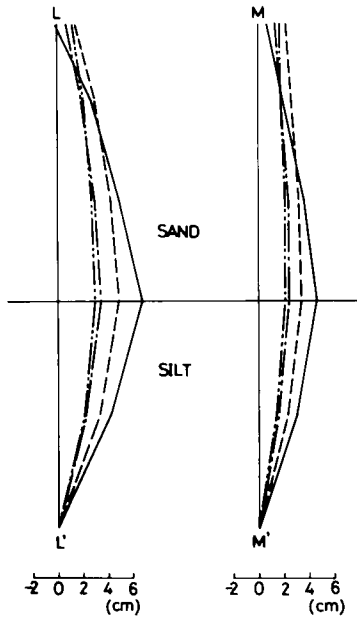


図8-22 沈下量の経時変化の解析結果  
(シルト層下面を不透水面とした場合)

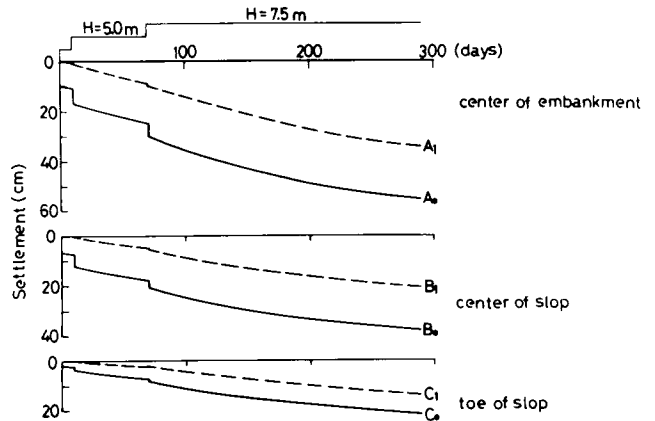


図8-23 沈下量の経時変化の解析結果  
(シルト層下面を透水面とした場合)

図8-24 側方変位量の解析結果

- · · · · · 盛土高さが5mになった直後
- · · · · · その後60日経過後
- · · · · · 盛土高さが7.5mになった直後
- · · · · · その後215日経過後

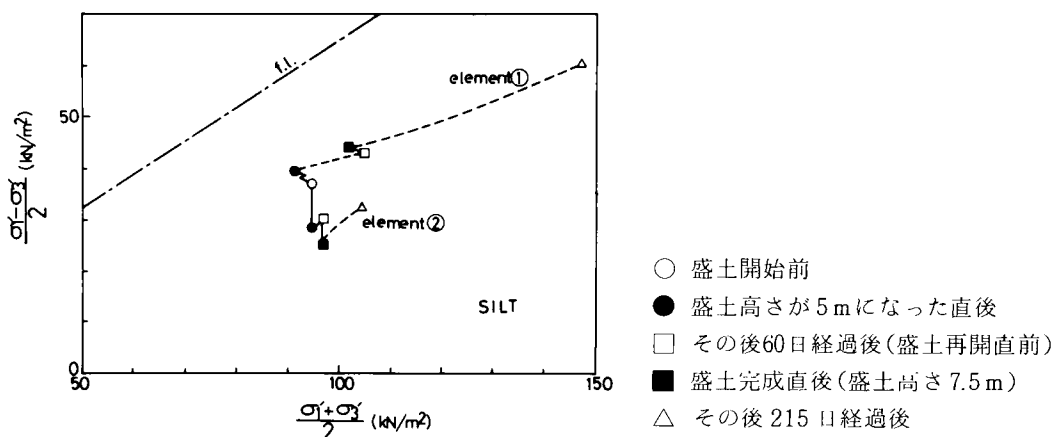


図 8-25 シルト層内の要素①, ②の有効応力径路の解析結果

後（盛土高さ 7.5 m），△印はその後 215 日経過後の応力状態を表わしており，実線は盛土施工中の応力径路を，破線は圧密期間中の応力径路を表わしている（なお，図中で最初の盛土施工中の応力径路が，なめらかに変化していないのは，図 8-4 の盛土の工程表に示したように漸増盛土荷重を階段状の盛土荷重にシミュ

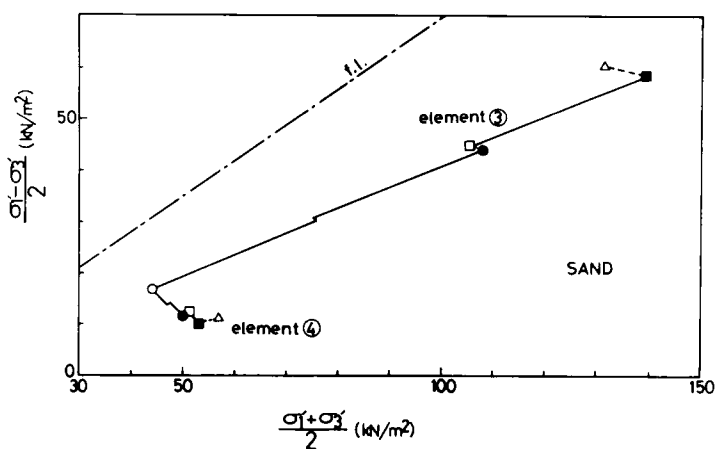


図 8-26 砂層内の要素③, ④の有効応力径路の解析結果

レートしたことによる）。また図中の一点鎖線は S M P に基づく破壊規準を用いて規定される平面ひずみ条件下の破壊線（failure line）を意味している。図 8-25 のシルト層内の要素については，盛土施工中はほぼ非排水径路をたどり，その後の圧密期間（間隙水圧の消散過程）では平均主応力（同図では  $(\sigma'_1 + \sigma'_3)/2$  となっている）の増加がみられ，破壊線から遠ざかるのが理解されよう。ただし，圧密中もせん断応力  $(\sigma'_1 - \sigma'_3)/2$  は一定とはならず大きくなる傾向がある。また，図 8-26 より，砂層内の要素では盛土施工中に大きく応力状態が変化するが，圧密期間中もシルト層内の間隙水圧の消散が排水条件としている砂層の応力径路にまで影響しているのがみられる。

## 8-4 ま と め

本章では、台形盛土荷重を受けた2層地盤（上部砂層，下部シルト層）の応力・変形挙動を，本論文で提案している応力・ひずみ関係式に基づいて解析した。そして，その解析結果を，すでに報告されている現場実測データと比較した。なお，解析にあたっては，Christianらによって提案されている非排水時や間隙水圧の消散過程を考慮した有限要素解析法を参考にした。以下に本章の成果をまとめる。

- (1) 原地盤の砂およびシルトについて行なわれたせん断試験（平均主応力一定試験）および圧密試験結果により，土質パラメータを決定した。そして，この土質パラメータを用いて排水時および非排水時の要素試験の解析を行なった結果，これらの解析結果はよく知られている砂やシルトの排水時や非排水時の変形挙動をよく説明するものであった。
- (2) 非排水時の要素試験の解析の応用として，シルトの土質パラメータを用い種々の試験条件下の非排水試験（等方圧密後の三軸圧縮試験，等方圧密後の三軸伸張試験， $K_0$ 圧密後の三軸圧縮試験， $K_0$ 圧密後の単純せん断試験，等方圧密後の平面ひずみ試験）の解析を行なった。そして，これらの解析結果より得られる強度増加率  $c_u/p$  を今までに報告されている種々の試験条件下の実測値と比較した所，両者はよい対応関係を示した。
- (3) 次に，盛土荷重を受けた2層地盤（上部砂層，下部シルト層）について，地盤の排水条件や盛土の施工過程等を考慮した応力・変形解析を行なった。そして，地表面および地中の沈下量や側方変位量について，解析結果と現場実測値を比較した所，解析結果は原地盤の実測値をよく説明するものであった。また，現場実測値によれば，盛土施工後の圧密期間では盛土施工中に比べ，沈下量に対する側方変位量の割り合いが小さくなるが，解析結果はこのような実測値の傾向もよく説明している。
- (4) 地表面や地盤内の各点の沈下量の経時変化についても，解析結果は現場実測値とよい対応を示している。なお，解析はシルト層下面を不透水面と考える解析と，透水面と考える解析の2種類を行なっているが，不透水面とする解析の方が妥当なようであり，透水面とする解析は圧密中の変形量を大きく見つもりすぎるようである。
- (5) 盛土側方の地盤の側方変位量の解析結果について考察した所，盛土施工中は地盤中の側方変位量はすべて外側にふくらみをもつようになるが，圧密期間中は地表面近くの地盤に盛土側への側方変位のもどりがみられた。これらの解析結果の傾向は側方変位の実測値の傾向ともよく対応するものである。
- (6) 地盤の砂およびシルトの応力径路の解析結果について考察した。シルトの応力径路で



は、盛土施工中はよく知られている正規圧密粘土の非排水径路をたどり、その後の圧密期間では平均主応力が増加し、破壊線から遠ざかる応力径路となる。上部砂層は排水条件として解析しているため盛土施工中に大きく応力径路が変化するが、その後の圧密期間でも下部シルト層の応力径路の変化の影響を多少受ける。

以上ここでは実際の盛土基礎地盤の応力・変形解析を行ない、その解析結果が現場実測値などの傾向をよく説明できることを示した。ところで、本解析では間隙水圧の消散に関する時間的遅れだけを考慮しているが、土の粘性に起因する時間効果も考慮することにより、さらに厳密な解析が可能になると思われる。

## 第9章 結 論

近年まで、透水問題や1次元圧密問題を除く現場問題のほとんどは、剛塑性論に基づく安定解析法によって解析されてきた。しかし、土の構成式に関する研究の発展と解析手法の発達により、有限要素法等による地盤の応力・変形解析が行なわれるようになってきている。本論文の第II編では、第I編で提案した3主応力下の土の応力・ひずみ関係式や、破壊規準に基づいて実際の地盤の応力・変形解析を行ない、その解析結果を従来の安定解析結果や現場実測データ等と比較・検討した。つまり、第6章では、まず第I編で提案している応力・ひずみ関係式を一般表示形に変換し、この関係式に基づいて帯状等分布荷重を受ける支持力問題の解析を行ない、その解析結果をTerzaghiの支持力論による解析結果等と比較した。第7章では、壁面摩擦や壁体の変形様式を考慮した擁壁土圧問題の解析を行ない、その解析結果を剛塑性論に基づく解析結果や従来より経験的に知られている結果と比較した。第8章では、台形盛土荷重を受ける実際の2層地盤の解析を行ない、その解析結果を現場実測値と比較した。また、第II編では砂や粘土の種々の応力条件下の要素試験の解析も行ない、本論文で提案している応力・ひずみ関係式や破壊規準の妥当性についても検討を加えた。各章の結論は各章末尾の「まとめ」に述べられているので、ここでは解析で得られた成果の要約を述べ第II編の結論とする。

### 応力・ひずみ関係の一般表示：

第I編では、土の全ひずみ増分がせん断によるひずみ増分と圧密によるひずみ増分の和で表わされるとして、3主応力下の土の応力・ひずみ関係式を提案した。本編ではさらに弾性ひずみ増分を考慮することにより、<sup>48)</sup> 載荷・除荷を含む一般応力条件下の応力・ひずみ関係式を規定した。そして、山田らが弾塑性論で用いた方法を参考にして、この関係式を $\{d\sigma\}=[D]\cdot\{d\varepsilon\}$  ( $[D]$ : 応力・ひずみマトリックス)なる陽な形の一般表示形に変換した。

### 要素試験の解析：

三軸圧縮・伸張条件下および多軸応力条件下のせん断試験や、異方圧密試験の解析を行ない、ここで用いている応力・ひずみマトリックス $[D]$ が種々の応力条件下の土の変形挙動をよく説明できることを示した。また、平面ひずみ試験や単純せん断試験の解析も行ない、その解析結果を三軸圧縮試験結果と比較することにより、これらの試験の意味につ

いて考えた。(例えば、三軸圧縮強度  $\phi_{(comp)}$ 、平面ひずみ強度  $\phi_{(plane, strain)}$ 、単純せん断強度  $\phi_{(simple shear)}$  の相互間の関係について考察した)。

様々な試験条件下の飽和粘性土の非排水試験の解析を行なった。そして、これらの解析結果から得られる強度増加率  $c_u/p$  を今までに報告されている種々の試験条件下の実測値と比較した所、解析値は実測値の傾向をよく説明するものであった。

### 支持力問題の解析：

帯状等分布荷重を受ける平面ひずみ条件下の地盤の支持力問題の有限要素解析を行なった。その結果、地盤内の安全率分布の解析結果は、すべり線と考えられる領域に沿ってその低下が見られ、実際の支持力問題のすべり破壊現象をよく説明するものであった。また、このような実際のすべり破壊現象を説明できる解は、せん断時および異方圧密時の土のダイレイタンスー特性を評価することによって初めて得られることを示した。ここでの解析では、中間主応力を考慮した応力・ひずみ関係式や破壊規準を用いているため、解析で得られる支持力はMohr-Coulombの規準に基づくTerzaghiの支持力解よりかなり大きくなることが示された。

### 土圧問題の解析：

壁体の変形様式や壁面摩擦の影響を考慮した主動および受働土圧問題の解析を行なった。解析で得られる地盤内の破壊領域や安全率の低い領域は、主動および受働状態におけるRankineの塑性域やCoulombのすべり線とよい対応を示した。また、壁面摩擦がある場合のこれらの領域は、壁面摩擦がない場合に比べ地盤側にふくらむような形で発達し、塑性論による解の傾向と一致した。

壁体の変形様式を変化させた時の壁面土圧分布の解析結果は、経験的にいわれている壁体の変形様式と土圧分布の傾向をよく説明するものであった。

水平全土圧と壁変位の関係の解析結果では、主動土圧にはわずかな壁変位でなるのに対し、受働土圧に達するにはかなりの壁変位量が必要なことが示された。また土圧問題の解析でも中間主応力を考慮しているため、支持力問題の場合同様受働土圧の解析結果はCoulomb土圧より大きくなる。壁面摩擦がある場合の水平全土圧の解析結果は、摩擦角が大きくなるに従い主動状態では小さく、受働状態では大きくなり、剛塑性論に基づく解の傾向をよく説明するものであった。

### 盛土基礎地盤の変形解析：

原位置から採取された試料の室内試験結果に基づいて、台形盛土荷重を受ける2層地盤（上部砂層，下部シルト層）の有限要素解析を行なった。解析にあたっては，盛土の施工過程や地盤内の間隙水圧の消散過程を考慮している。盛土基礎地盤の地表面および地中の沈下量，側方変位量の解析結果は原地盤の実測値をよく説明するものであった。また，沈下量の経時変化の解析結果も現場実測値とよい対応を示した。現場実測値に基づけば，盛土施工後の圧密期間中の側方変位量は，盛土施工中に比べ小さくなり，地表面近くでは盛土側へのもどりが見られるが，ここでの側方変位の解析結果はこのような実測値の傾向とよく対応するものであった。原地盤の砂やシルトの応力経路の解析結果は，盛土施工中や圧密期間中の地盤内の応力状態の変化をよく説明するものであった。

以上，第Ⅱ編の土の応力・ひずみ関係式に基づいた地盤の応力・変形解析法は，従来の安定解析法とよい対応関係を示し，さらに従来の解析法では得られなかった種々の現実的な解を与えることが明らかにされた。また，土の要素試験に基づいて規定された応力・ひずみ関係式や破壊規準（第Ⅰ編）が，このような実際問題の解析に適用できたことは意義深いことと思われる。

## 参 考 文 献

- 1) Clough, R.W. and Woodward, R.J. : Analysis of Embankment Stresses and Deformations, Proc. ASCE, Vol.93, No.SM4, pp.529-549, 1967.
- 2) Duncan, J.M. and Chang, C.Y. : Nonlinear Analysis of Stress and Strain in Soils, Proc. ASCE, Vol.96, No.SM4, pp.1629-1651, 1970.
- 3) Desai, C.S. : Nonlinear Analyses Using spline Functions, Proc. ASCE, Vol.97, No.SM10, pp.1461-1480, 1971.
- 4) Clough, G.W. and Duncan, J.M. : Finite Element Analyses of Retaining Wall Behavior, Proc. ASCE, Vol.97, No.SM12, pp.1657-1673, 1971.
- 5) Smith, I.M. : Plane Plastic Deformation of Soil, Stress-Strain Behaviour of Soils, Proc. Roscoe Memorial Symposium, Cambridge, pp.548-563, 1972.
- 6) Zienkiewicz, O.C. and Naylor, D.J. : The Adaption of Critical State Soil Mechanics Theory for Use in Finite Elements, Stress-Strain Behaviour of Soils, Proc. Roscoe Memorial Symposium, Cambridge, pp.537-547, 1972.
- 7) Zienkiewicz, O.C., Humpheson, C. and Lewis, R.W. : Associated and Non-Associated Visco-Plasticity and Plasticity in Soil Mechanics, Géotechnique, Vol.25, No.4, pp.671-689, 1974.
- 8) Ozawa, Y. and Duncan, J.M. : Elasto-Plastic Finite Element Analyses of Sand Deformations, Proc. 2nd Int. Conf. for Numerical Methods in Geomechanics, Vol.1, pp.243-263, 1976.
- 9) Goodman, R.E., Taylor, R.L. and Brekke, T.L. : A Model for the Mechanics of Jointed Rock, Proc. ASCE, Vol.94, No.SM3, pp.637-659, 1968.
- 10) Christian, J.T. : Undrained Stress Distribution by Numerical Method, Proc. ASCE, Vol.94, No.SM6, pp.1333-1345, 1968.
- 11) Christian, J.T. and Boehmer, J.W. : Plane Strain Consolidation by Finite Elements, Proc. ASCE, Vol.96, No.SM4, pp.1435-1457, 1970.
- 12) Sandhu, R.S. and Wilson, E.L. : Finite-Element Analysis of Seepage in Elastic Media, Proc. ASCE, Vol.95, No.EM3, pp.641-652, 1969.
- 13) Yokoo, Y., Yamagata, K. and Nagaoka, H. : Finite Element Method Applied to Biot's Consolidation Theory, Soils and Foundations, Vol.11, No.1, pp.29-46, 1971.
- 14) 赤井浩一・田村 武 : 弾塑性構成式による多次元圧密の数値解析, 土木学会論文報告集, 第269号, pp.95-104, 1978.
- 15) Sekiguchi, H. and Shibata, T. : Undrained Behaviour of Soft Clay under Embankment Loading, Proc. 3rd Int. Conf. for Numerical Methods in Geomechanics, Vol.2, pp.717-724, 1979.
- 16) 中井照夫 : 3主応力下の土の応力・ひずみ関係の一般表示とFE解析への適用, 第15回土質工学研究発表会講演集, pp.785-788, 1980.
- 17) Nakai, T. : Analyses of Soil-Footing and Soil-Wall Interaction, Proc. 10th ICSMFE, Session 5, 1981 投稿中
- 18) 中井照夫・香川一夫・後藤哲雄 : 土の応力・ひずみ関係に基づいたFEM解析, 第11回土質工学研究発表会講演集, pp.513-516, 1976.

- 19) 松岡 元・香川一夫・中井照夫：土のダイレイタンスを考慮した地盤の有限要素解析，土木学会論文報告集，第266号，pp.95-105，1977.
- 20) Yamada, Y., Yoshimura, N. and Sakurai, T. : Plastic Stress-Strain Matrix and its Application for the Solution of Elastic-Plastic Problems by the Finite Element Method, Int. Journ. Mech. Sci., Vol.10, pp.343-354, 1968.
- 21) Desai, C.S. and Abel, J.F. : マトリックス有限要素法 (山本善之訳)，科学技術出版社，1974.
- 22) Lade, P.V. and Duncan, J.M. : Cubical Triaxial Tests on Cohesionless Soil, Proc. ASCE, Vol.99, No.SM10, pp.793-812, 1973.
- 23) Green, G.E. and Reades, D.W. : Boundary Conditions, Anisotropy and Sample Shape Effects on the Stress-Strain Behaviour of Sand in Triaxial Compression and Plane Strain, Géotechnique, Vol.25, No.2, pp.333-356, 1975.
- 24) Yamaguchi, H., Kimura, T. and Fujii, N. : On the Influence of Progressive Failure on the the Bearing Capacity of Shallow Foundations in Dense Sand, Soils and Foundations, Vol. 16, No.4, pp.11-22, 1976.
- 25) 落合英俊：直接セン断試験における砂の挙動，土質工学会論文報告集，第15巻，第4号，pp.93-100，1975.
- 26) Oda, M. and Konishi, J. : Rotation of Principal Stresses in Granular Material during Simple Shear, Soils and Foundations, Vol.14, No.4, pp.39-53, 1974.
- 27) Roscoe, K.H., Bassett, R.H. and Cole, E.R.L. : Principal Axes Observed during Simple Shear of a Sand, Proc. Geotech. Conf., Oslo, pp.231-237, 1967.
- 28) 山口柏樹：土質力学，技報堂，1969.
- 29) Terzaghi, K. : Theoretical Soil Mechanics, John Wiley and Sons., 1943.
- 30) Terzaghi, K. and Peck, R.B. : Soil Mechanics in Engineering Practice, John Wiley and Sons, 1948.
- 31) Ko, H.Y. and Davidson, L.W. : Bearing Capacity of Footing in Plane Strain, Proc. ASCE, Vol.99, No.SM1, pp.1-23, 1973.
- 32) 中井照夫・松岡 元・木下義久・河合成司：壁面摩擦を考慮した主働土圧問題の有限要素解析，名古屋工業大学学报，第31巻，pp.359-367，1979.
- 33) 上掲 9)
- 34) 上掲 28)
- 35) Wu, T.H. : Soil Mechanics, 2nd Edition, Allyn and Bacon, 1976.
- 36) 畠昭治郎・金子義信：砂質土の掘削抵抗と掘削刃前面の土圧分布について，土木学会論文報告集，第280号，pp.81-85，1978.
- 37) Sokolovsky, V.V. : Statics of Soil Media, Butterworth, 1950.
- 38) 中井照夫・松岡 元・木下義久・増田俊和：土の応力・ヒズミ関係に基づいた地盤の有限要素解析，第13回土質工学研究発表会講演集，pp.709-712，1978.
- 39) 上掲 10)
- 40) 上掲 11)
- 41) 上掲 12)
- 42) 上掲 13)

- 43) 富永真生・越後勇吉・橋本正治：載荷盛土による二層系地盤の側方変位測定について（第2報），第9回土質工学研究発表会講演集，pp.465–468, 1974.
- 44) No.4BF オアーベット地盤改良工事報告書，川崎製鉄株式会社，1974.
- 45) 柴田 徹・富永真生・松岡 元・菅野安男：有限要素法による軟弱地盤の変形解析，土と基礎，Vol.23, No.1 Ser. No.203, pp.27–33, 1975.
- 46) Shibata, T., Tominaga, M. and Matsuoka, H. : FE Analysis of Soil Movements below a Test Embankment, Proc. 2nd. Int. Conf. for Numerial Methods in Geomechanics, Vol.2, pp.599–610, 1976.
- 47) 柴田 徹：飽和土の強度増加率  $c_u/p$  について，第20回土質工学シンポジウム発表論文集，pp.129–137, 1975.
- 48) 上掲 20)

## 謝 辞

本論文は、筆者が京都大学大学院交通土木工学専攻の修士課程在学中、フジタ工業(株)技術研究所在職中および名古屋工業大学土木工学科に助手として在職中の研究成果をまとめたものである。京都大学在学中以来、京都大学名誉教授村山朔郎博士、同教授柴田 徹博士には、土質力学の基礎からはじまってあらゆる面で御教示、御指導を賜わり、そして卒業後も折にふれ暖かく励ましていただいた。また、本論文の出発点となっている空間滑動面の概念は名古屋工業大学助教授(元・京都大学助教授)松岡 元博士の御指導のもとで、修士論文の研究中に見い出されたものである。同助教授にはその後現在に至るまで研究のさまざまな面で熱心な御指導御助言をいただいた。地盤の応力・変形解析はフジタ工業技術研究所時代に始めたものである。同研究所チーフエンジニア後藤哲雄氏、同香川一夫氏には計算機のイロハから教えていただき、また同研究所での研究に多くの御援助をいただいた。本小論をまとめるにあたり、各位に心から感謝の意を表わす次第です。

筆者はまた、名古屋工業大学での研究の機会を与えていただいた同大学山内利彦教授をはじめとする土木工学科の諸先生に感謝致します。本論文の実験や、解析の多くは名古屋工業大学で卒論生とともに行なったものである。本論文の実験、解析等に多大の協力をいただいた元・名古屋工業大学大学院生木下義久、石崎 仁、同学部生熱田幸嗣、渡辺浩平、河原 修、別所三千夫、太田謙治、中島 卓、山内 健、紀本一郎、中内雅三、和田 実、増田俊和、金谷賢生、鈴木 誠、南 良則、横井 智、野村幸宣、河合成司、鈴木好実の諸氏、ならびに凶面のトレースを手伝っていただいた同大学春木隆保技官に感謝の意を表わします。