

過剰揚水に伴う塩水化問題と地下水保全  
のための地下ダムの有効性の評価  
に関する研究

昭和63年2月

青木一男

過剰揚水に伴う塩水化問題と地下水保全  
のための地下ダムの有効性の評価  
に関する研究

昭和63年2月

青木一男

# 目 次

第1章 結 論 .....	1
第2章 地下水の塩水化問題 .....	5
2.1 概 説 .....	5
2.2 移流分散吸着現象の概要 .....	6
2.2.1 移流分散現象 .....	6
2.2.2 吸着現象 .....	8
2.3 塩水化に伴う吸脱着特性 .....	9
2.3.1 試料および実験方法 .....	9
2.3.2 Naイオン吸着量とその定式化 .....	11
(1) 初期状態の吸着イオン組成 .....	11
(2) Naイオンの吸脱着量 .....	11
(3) Naイオン吸着量の定式化 .....	14
2.3.3 吸脱着反応の時間効果 .....	19
2.3.4 吸脱着過程間の化学ヒステリシス .....	21
(1) イオン交換径路の違いによる吸着状態変化 .....	22
(2) 電解質濃度の違いによる吸着状態変化 .....	24
2.4 塩水化に伴う移流分散吸着特性 .....	27
2.4.1 基礎方程式および解析手法 .....	27
2.4.2 移流分散吸着特性に及ぼす諸因子の影響 .....	29
(1) 分散率の違いによる影響 .....	30
(2) 透水係数の違いによる影響 .....	33
(3) 吸脱着現象による影響 .....	33
2.5 結 語 .....	40
第3章 地下水ハイブリッドモデルの同定 .....	45
3.1 概 説 .....	45
3.2 地下水ハイブリッドモデルの構造 .....	47
3.2.1 流出モデル .....	47
3.2.2 地下水浸透モデル .....	50

3. 2. 3	地下水保水モデル	51
3. 3	流出モデルの同定	51
3. 3. 1	タンクモデル定数同定問題の定式化	51
(1)	Powellの共役方向法	52
(2)	決定変数	53
(3)	制約条件の導入	54
(4)	同定手順	55
3. 3. 2	河川流出量に対する目的関数の評価	55
3. 3. 3	同定結果および考察	60
3. 4	地下水浸透モデルの同定	62
3. 4. 1	帯水層パラメータの空間分布の表現法	62
3. 4. 2	間接法による非定常同定問題の定式化	62
3. 4. 3	感度行列の算定法	65
3. 4. 4	観測値の選択方法	66
(1)	透水量係数、貯留係数に対する選択法	66
(2)	境界流入量に対する選択法	73
3. 4. 5	同定結果および考察	74
(1)	透水量係数、貯留係数の同定	75
(2)	透水量係数、貯留係数、境界流入量の同定	78
3. 5	地下水保水モデルの同定	80
3. 6	結 語	81
第4章	現地計測および地下水ハイブリッドモデルによる地下ダムの有効性の評価	86
4. 1	概 説	86
4. 2	常神地下ダムの概要	87
4. 2. 1	地下ダムの必要性	87
4. 2. 2	地形・地質・水文性状	88
4. 2. 3	地下ダムの施工	89
4. 2. 4	人工かん養の施工	91
4. 3	現地計測に基づく常神地下ダムの有効性の評価	93
4. 3. 1	水量的な面の評価	93
(1)	水収支的考察	93
(2)	地下水位変動特性による考察	94

4. 3. 2	水質的な面からの評価	97
4. 4	地下水ハイブリッドモデルによる常神地下ダムの有効性の評価	98
4. 4. 1	常神地下ダムの地下水ハイブリッドモデルの構築	98
(1)	流出モデルの同定結果と考察	98
(2)	地下水浸透モデルの同定結果と考察	102
(3)	地下水保水モデルの同定結果と考察	105
4. 4. 2	地下水ハイブリッドモデルによる浸透解析	106
(1)	地下ダムの有効性の検討	106
(2)	人工かん養の有効性の検討	108
4. 5	結語	110
第5章	地下水保全を目的とした最適揚水問題	114
5. 1	概説	114
5. 2	最適揚水問題の概念	115
5. 3	多目的計画法による最適揚水問題の定式化と解析手法	118
5. 3. 1	多目的計画法の概要	118
5. 3. 2	目的関数および制約条件の設定法	119
5. 3. 3	解析手法	121
5. 4	最適揚水問題の解析例と考察	123
5. 4. 1	解析モデルによる考察	123
(1)	目的関数に地下水位と揚水量を考える場合の検討	124
(2)	目的関数に地下水位と揚水量と塩分濃度を考える場合の検討	125
5. 4. 2	解析手法の合理性、操作性の検討および最適解の検証	130
(1)	現象合理性、目的合理性および操作性の検討	130
(2)	最適解の検証	131
5. 4. 3	現場モデルへの適用例	132
(1)	地下ダム施工前の最適揚水問題	133
(2)	地下ダム施工後の最適揚水問題	136
5. 5	結語	138
第6章	結論	141
	記号の説明	144

## 第1章 緒 論

地球上には約14億 $\text{km}^3$ の水があるといわれている。そのうち約97%が海水であり、淡水は約3%にすぎない。しかも、この淡水の約70%は南・北極地方の水であり、地下水を含め河川水や湖沼水等われわれの周囲にある淡水は、地球上の水のわずか約0.8%にすぎない。淡水のうち、地下水は一般に良質で水温の変化が少ないこと等から、各種の用途に使用されてきている。特に水温の恒常性により水産養殖用、冷却用、消雪用、園芸用に適している。地下水は個々の使用者が揚水施設を設置して直接取水するため、正確な取水量の把握は困難であるが、全給水量の約1/6、都市用水（生活用水と工業用水の合計）については約1/3を占めると推定され、河川水とともに重要な水源となっている<sup>1)</sup>。

水資源として地下水を開発利用する場合には、地下水のかん養量とバランスが保たれなければならない。地下水は、かん養、流動、流出（揚水を含む）の過程で水文循環をしている。しかし、揚水量がある限界以上になると水文循環のバランスが崩れ、地下水位の低下を招き、井戸の枯渇、地盤沈下、地下水の塩水化等の障害を引き起こすことが多い。地下水の過剰揚水に伴う地盤沈下については、関東平野南部で明治中期より、大阪平野でも昭和初期より認められ、さらに、昭和30年以降は大都市地域から全国各地に拡大した。近年の地盤沈下状況は、地盤沈下防止等対策要領に従い地下水利用から他水源への転換がある程度進み、全国的にはかつてのように激しさはみられないものの、筑後・佐賀平野、関東平野北部等では依然として継続している。また、積雪地域においては、消・融雪用水として地下水の需要が高まり、地盤沈下、地下水の塩水化等の地下水障害を生じている箇所も多い<sup>2), 3)</sup>。

このような背景から、地下水開発を考える場合、図-1.1.1に示すように揚水量の増大に伴う地下水障害およびその対策としての地下水保全の2つの観点が重要になってくる。

そこで、本論文では、地下水障害の中で地下水の塩水化問題に焦点を当て、塩水化に伴う移流分散吸着特性について明らかにする。また、地下水保全として地下ダムおよび人工かん養について、現場計測、数値解析に基づきその効果の評価を行う。ここで、数値解析的に検討する場合、地下水シミュレーションを行うのが通常であるが、シミュレーションに用いるモデルとして、地下水文学的な考慮が可能な新しいモデルを提案する。さらに、地下水開発および地下水保全の2つ立場から最適揚水問題について議論する。以下では、

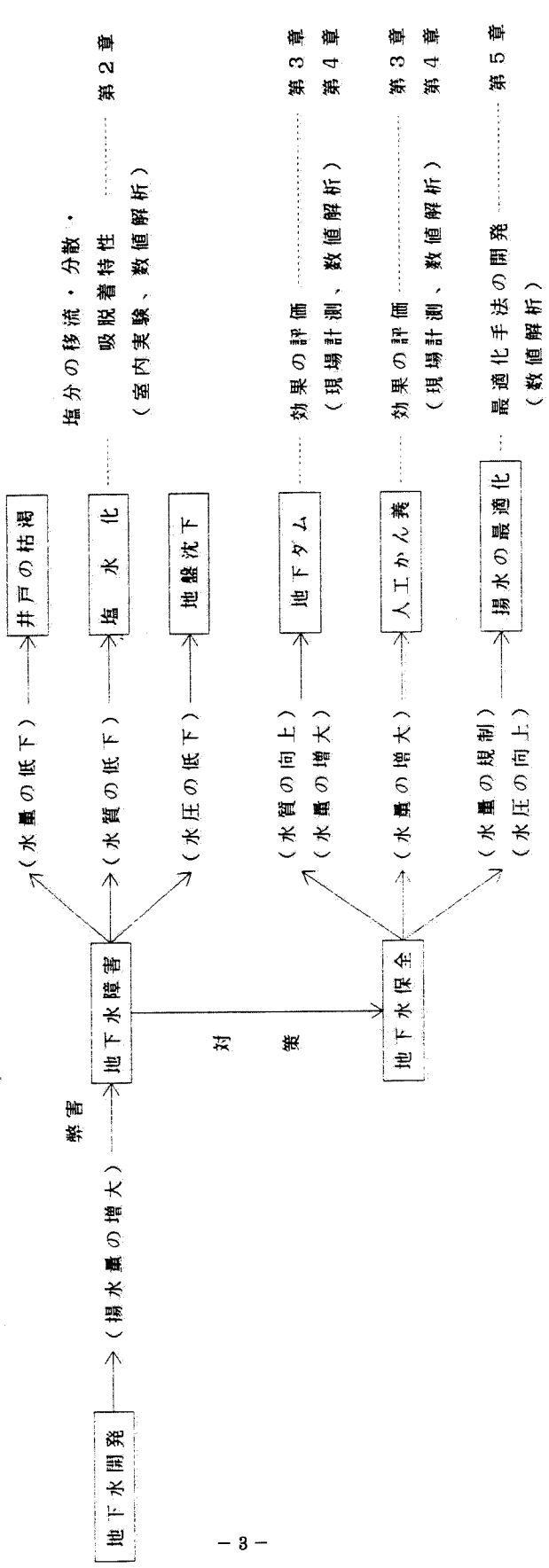
各章における研究の方針を述べ、その内容を略述する。なお、図-1.1.1中には、本論文で取扱う各項目を該当する章との関連で示している。

まず、第2章では、地下水の塩水化に伴う移流分散吸着特性について、室内実験および数値解析により議論する。2.2において移流分散現象および吸着現象の概要として、それぞれの機構ならびに従来の研究の進展状況についてまとめた。2.3では、陽イオンの土粒子に対する吸脱着特性として、種々の試料に対するNaイオン吸着量の定式化、吸脱着反応の時間効果を検討し、吸脱着過程間の化学ヒステリシスの原因究明を行った。2.4では、塩水化現象により発生する移流分散吸着特性を明らかにするため、その解析手法を示し、移流分散吸着特性に与える影響因子として分散率、透水係数の違いによる影響および吸脱着現象の影響について考察を加えた。

第3章では、従来の浸透解析手法に地下水文学的な概念を容易に考慮できる地下水ハイブリッドモデルを提案し、そのモデルの同定手法を示し、さらに、簡単な解析モデルを用い同定手法の妥当性を検討する。まず3.2において、提案した地下水ハイブリッドモデルの構成要素である流出モデル、地下水浸透モデル、地下水保水モデルの構造を示した。3.3では、地下水ハイブリッドモデルの1要素である流出モデル、すなわちタンクモデルの同定手法として、河川流出量の高水部から低水部まで評価できるように、多目的計画的な発想から新たな目的関数を提案し、その有用性を比較検討した。3.4では、地下水ハイブリッドモデルの1要素である地下水浸透モデルを構築する上で必要となるパラメータとして、帯水層定数（透水量係数、貯留係数）、それらの空間分布、境界流入量を考え、これらのパラメータを間接法逆問題として同時に同定する手法を示した。また、同定に用いる観測値としてどのデータを用いても良いわけではなく、その選択によっては、不適切問題となる場合も存在しうることを示し、精度良い同定が可能となる観測値の選択方法についても考察を加えた。3.5では地下水ハイブリッドモデルの1要素である地下水保水モデルの同定手法を示し、簡単な解析モデルにより同定手法の妥当性を検討した。さらに、地下水保水モデルの物理的意味について考察を加えた。

第4章では、地下ダムおよびその補助手段である人工かん養に関し、昭和58年に福井県三方町常神地区に建設された地下ダムを対象に、地下水の量的な面および水質的な面からその有効性について評価する。まず4.2において、常神地下ダムの概要として、常神地区における地下ダムの必要性および地形・地質・水文性状を明らかにし、地下ダムおよび人工かん養の施工について述べた。4.3では、現地計測結果に基づく地下ダムの有効性の評価を行った。地下ダム建設後および人工かん養施工後の揚水量、地下水位変動特性、水質分析結果等について議論した。4.4では、常神地下ダム地下水ハイブリッドモデル

本論文で説明する点  
 本論文での  
 該当章



図一1.1.1.1 地下水障害と地下水保全



を用いて地下ダムの有効性の評価を行った。4. 3において現地計測に基づいて考察したが、その地下水位変動特性には地下水文学的な考慮がされていないため、その評価は不十分である。そこで、4. 4において降水の鉛直かん養、地下水流入量の季節的変化等の地下水文学的な考慮が可能となる地下水ハイブリッドモデルを常神地下ダムに適用した結果を示し、これを用いて地下水位変動特性を明らかにし、地下ダムおよび人工かん養の有効性の評価を行った。

第5章では、地下水開発と保全の両面を考慮する最適揚水問題として、多目的計画法と有限要素法を組み合わせた手法を用いて検討する。まず、5. 2では最適揚水問題の概念を明らかにした。5. 3では、多目的計画法による最適揚水問題の解析手法を述べた。すなわち、多目的計画法を最適揚水問題に適用するにあたり、目的関数および制約条件の導入法を示し、多目的計画法と有限要素法を組み合わせるための定式化を行った。5. 4では最適揚水問題への適用例について議論した。多目的計画法と有限要素法を組み合わせた解析手法の最適揚水問題への適用性を検討する目的から、簡単な解析モデルを用いて、種々の目的関数を設定し、それらの相互関係を考察した。次に、現場への適用例として常神地下ダムを対象に、地下ダム施工前と施工後の最適揚水問題を検討した。

最後に第6章では、本研究で得られた主要な研究成果を要約した。

## 参 考 文 献

- 1) 国土庁長官官房水資源部編：日本の水資源（水資源白書），大蔵省印刷局，p.95，1987.
- 2) 水収支研究グループ編：地下水資源学，共立出版，pp.37-57，1973.
- 3) 西牧均，滝口志郎，河村志朗：地下水保全のための方策の検討，第3回水資源に関するシンポジウム前刷集，pp.445-450，1987

## 第2章 地下水の塩水化問題

### 2.1 概説

地下水の塩水化は、揚水量の増大などによる内陸部での地下水位の低下が原因となって、帯水層中へ塩水が侵入する塩水くさび現象として発生する。このような地下水汚染問題を考える上で、重要となる要素は、①移流現象、②分散現象、③吸脱着現象であり、これらの要素が複雑に入り組んで汚染が進行していく。

地下水の塩水化問題に関する研究は、塩水と淡水が非混合な流体であると仮定して境界面を有する2相流体の浸透を取り扱った研究と、塩水と淡水が混合流体であるとして、2つの流体が移流分散を伴いながら遷移領域をもって浸透すると考えた研究に大きく分けられる。

前者の塩水-淡水の境界面問題の研究としてはGhybenやHerzbergらによって今世紀初頭より先駆的研究が行われたが、さらに、Nomitsuらによって解析的な手法による研究が行われ、その定常流としての特性が初めて明らかにされた<sup>1)</sup>。その後、Hele-Shawモデルによる実験的研究<sup>2), 3)</sup>や複素関数変換などによる解析的研究<sup>4), 5)</sup>が蓄積され、さらに、差分法や有限要素法による数値解析手法の研究へと発展して、定常問題<sup>6), 7)</sup>から非定常問題<sup>8), 9)</sup>へと拡張されている。またLiuら<sup>10)</sup>は、淡水-塩水の境界面問題を移動境界面問題として取扱いが容易な境界要素法を用いて検討している。これらの手法はBear<sup>11)</sup>が指摘しているように、遷移領域が帯水層の厚さに比較して薄い場合には十分に用いられる方法であると考えられる。

しかしながら、厳密には塩水と淡水は混合流体であり、地下水を飲料水や農業用水に利用する場合には、水質が議論のおもな対象となり、さらに吸着現象を考慮するためには後者の混合流体として取り扱う必要がある。この種の塩水と淡水が混合流体であるとして取り扱った研究は、近年主流となっており、Pinderら<sup>12)</sup>、Leeら<sup>13)</sup>、Segolら<sup>14)</sup>等によって行われている。

このようないずれの研究も地下水のみを対象とした汚染物質の移流分散現象に対する問題としてとらえられてきた。しかし、塩水くさびが進行する過程では、Naイオンが土粒子に吸着し塩水くさびの進行が遅れる。また塩水くさびが後退する過程では、Naイオンの脱

着現象により塩水くさびの後退が遅れるといった、吸脱着現象が生じ、移流分散現象だけでは解析上不十分であると言わざるをえない。一方、吸脱着現象により、地下水の汚染と同時に我々の生活基盤である土粒子そのものに対する汚染も進行している。すなわち、負に帯電している固相である土粒子と汚染物質(陽イオン)との化学的反応による汚染物質の蓄積が重要な問題となる。このような観点から地下水の塩水化を考えると、移流分散現象の他に、吸脱着現象に対する認識が重要な課題となってくる。

そこで、本章では地下水の塩水化問題に対して吸脱着現象を考慮した移流分散解析を可能にするため、Naイオンの土粒子に対する吸脱着特性を明らかにし、移流分散現象に及ぼす吸脱着現象の影響について検討する。

まず2.2において移流分散現象および吸着現象の概要としてそれぞれの機構ならびに従来の研究について述べた。

2.3では、地下水の塩水化に伴うNaイオンの吸脱着特性を実験的に明らかにする。吸脱着特性について、Hornsbyら<sup>15)</sup>、Koskinenら<sup>16)</sup>は殺虫剤と土粒子間に化学ヒステリシスが存在することを指摘しているが、その原因についてはいまだ明らかにされていない。そこで、本節では種々の試料を用いてNaイオンと土粒子の吸脱着現象に化学ヒステリシスが存在することを確認し、その原因として、イオン交換径路の違いによる吸着状態変化と電解質濃度の違いによる吸着状態変化について議論した。また、吸脱着反応の時間効果について考察を加え、さらに本実験から得られた吸脱着現象を移流分散解析に持ち込むため、Naイオン吸着量の定式化を行った。

次に、2.4では塩水化現象により発生する移流分散吸着特性を明らかにするため、その解析手法を示し、移流分散吸着特性に与える影響因子について考察を加えた。特に、2.3で得られた実験結果に従い、吸脱着現象の影響について検討した。

## 2.2 移流分散吸着現象の概要

### 2.2.1 移流分散現象

ある溶質が地下水流の存在する飽和帯水層中に、井戸を通じて点注入された場合を考える。この時、溶質は模式的に図-2.2.1に示すように縦方向と横方向に対して時間とともに楕円状に広がる、これが移流分散現象である。この移流分散現象は分散と分子拡散に分けられ、地下水流のダルシー則では説明することができず、ミクロ的な間隙中の挙動としてとらえなければならない。すなわち、間隙中の流速は図-2.2.2(a)に示すように間隙中

中央で最大となるが、図-2.2.2(b)のように相互連結した間隙の形や空間分布が不規則であるため、流線や流速が複雑に変化する。このミクロ的な流速の変化によって生じる現象が分散である。また、分子拡散は溶質の濃度の高い方から低い方へと移動する現象である。図-2.2.2(c)に示すように分散によって生じた流管に沿った濃度勾配、あるいは近接した流管間の濃度勾配によって分子拡散が発生する。

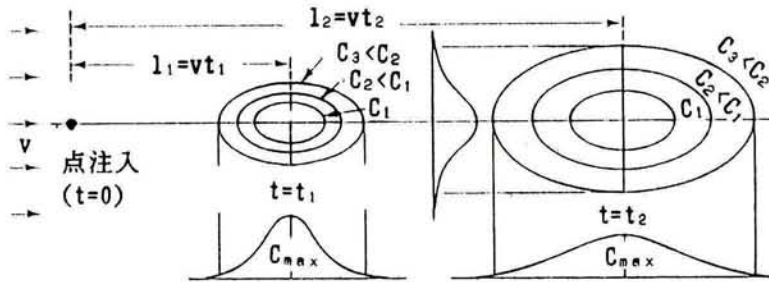


図-2.2.1 移流分散現象

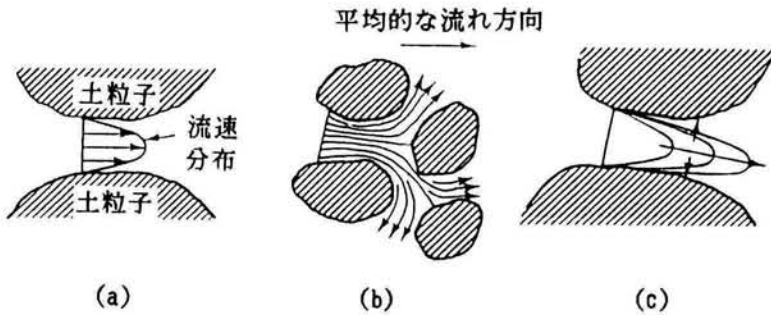


図-2.2.2 分散と分子拡散

このような移流分散現象は、古くから観察され確認されているが、それを理論的に取り扱おうとする動きは、1950年代に活発になってきた。多くの研究者により、移流分散現象を説明する基礎方程式が示され、それに用いられる係数の性質が解明されている。まず、Scheidegger<sup>17)</sup>は分散係数を推定するのに確率統計的手法を初めて適用した。彼のモデル

は溶質の間隙内の滞流時間が平均流速と無関係となり、等方的な分散しか与えないといった問題点を含んでいる。Josselin<sup>18)</sup>、Saffman<sup>19)</sup>、武内<sup>20)</sup>はこの手法をさらに発展させ、移流分散機構のモデル化を行った。また、Rumer<sup>21)</sup>は物質保存則に基づく確定論的手法を用いて研究を行った。これらの結果は実験的に検証されて基本的な水理特性はほぼ解明されている<sup>22)</sup>。特に、分散係数が浸透流速と多孔体固有の分散率との積で表示できるという有用な知見を得ている<sup>23)</sup>。

さて地下水の塩水化問題を移流分散現象の観点から理論的な解析手法により検討することは、その基礎方程式が非線形で複雑であるため困難とされていた。そこでPinderら<sup>12)</sup>はこの難点を対処する目的から差分法と特性曲線法による数値解析手法を導入した。この解析手法は複雑な境界条件を簡単に考慮することが可能であるため、その後、地盤の不均質性や異方性の取扱いがきわめて簡単な有限要素法による定常問題の解法がLeeら<sup>13)</sup>によって報告された。しかし、Leeらの手法では、解析値と実測値とは必ずしも一致しなかった。Segolら<sup>14)</sup>はこの原因が流れの場の不連続性にあり、これを解決する方法として流れの基礎方程式であるダルシー則と質量保存則を同時に解けばよいことを見いだした。そして、この方法による解析値と実測値と一致することを示した<sup>24)</sup>。この時点で、移流分散現象を有限要素法による解析的に検討する手法は完成されたと言える。

## 2. 2. 2 吸着現象

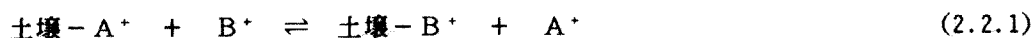
吸着とは、「2物質の一方が固相、他方が気相、または液相であって両者が接触した結果、気相または液相の成分濃度が接触面付近と相内部とでは異なった状態で平衡しているとき、その状態を吸着と言う」<sup>25)</sup>と定義される。

土壌の固相表面は、同型置換と破壊原子価により負に帯電している。固相表面のごく近傍には、陽イオンが陰イオンより過剰に存在し、これによって表面負電荷が中和され、全体的な電気的中性が保たれている。この現象が、土粒子に対する陽イオンの吸着現象である。従って、過剰の陽イオンのみを固相から分離して、系外に取り出すことは不可能である。ただ、この陽イオンを他種陽イオンと交換することはできる。この場合、系の電気的中性は交換した他種陽イオンによって保たれる<sup>26)</sup>。

一方、土壌の液相を通してイオン交換系に持ち込まれた陽イオン（たとえば海水からのNaイオン、廃水中の重金属イオンなど）は、陽イオン交換によって、土壌に保持される。この場合、当初固相に保持されていた陽イオンは、新しく入ってきた陽イオンと交換し、土壌溶液中に放出される。また、土粒子は有害な陽イオンを吸着するので、地下水の汚染

を防ぐが、有害陽イオンが過剰に吸着されると、土壤生態系が攪乱されることになる。たとえば、Naイオンが土壤に多量に存在した場合、土壤の性質がしばしば悪化することがある。

土壤の陽イオン交換反応を模式的に示すと、次のように表される。



吸着陽イオンは拡散二重層中に存在するので、化学で一般に使われている意味での反応とイオン交換過程を同一視することはできない。交換反応は、電気的中性条件を満足させるため2個の1価陽イオンが1個の2価陽イオンと置換するという具合に、当量関係で進行する。

さて、このような陽イオンの吸着現象は、Tompson and Wayが19世紀半ばに発見したものであり、硫酸アンモニウム溶液をある種の土層に浸透させた場合、浸出液中にはNH<sub>4</sub>イオンが検出されず、そのかわりにCaイオンが検出されることを見出した。その後、各種の陽イオンと土粒子間の吸着反応が確認され、それらのイオン交換の割合を表す交換平衡係数を求める研究<sup>27)・28)・29)</sup>が盛んに行われた。また、吸着量を定式化するための吸着等温式に関する研究<sup>30)・31)</sup>も進められた。さらに、近年これらの吸着現象を移流分散解析の中に持ち込むための吸着係数に関する研究<sup>32)・33)</sup>が行われ始めている。

## 2.3 塩水化に伴う吸脱着特性

### 2.3.1 試料および実験方法

実験試料は、吸着材として豊浦砂、琴引砂、三方砂、琵琶湖粘土(LL=122%、PL=46%、PI=76)であり、吸着質としてNaCl水溶液、あるいはCaCl<sub>2</sub>水溶液を用いた。吸着材の諸性質を表-2.3.1に示す。また、琵琶湖粘土の鉱物組成をX線回折で求めた結果モンモリロナイト22%、イライト24%、カオリナイト54%であった。

実験方法の基本的な流れを以下に示す。まず、実質質量10g相当試料を取り蒸留水を添加し初期状態を作る。この初期状態は吸着・脱着実験の出発点となるもので、実験の統一化を図る目的で設定した。

次に種々の吸着材に対し、吸着質の吸着・脱着反応を発生させる方法について述べる。地下水の塩水化は、一般に間隙水と土粒子とが比較的ゆっくりと接触する静的な反応であるため、浸透層内を流れる状態で吸脱着実験を行うのが望ましい。しかし、化学ヒステ

リシスの原因究明のためには、吸脱着反応が平衡状態で進行しなければ正確な評価ができない。従って、ここでは吸着質と吸着材が十分に接触できる極限状態にあると考えられる振とう実験法を用いる。すなわち、振とう実験法は各溶液濃度の吸着質を添加し、自動振とう装置を用いて24時間振とうさせ、強制的に反応を起こさせるものである。

上記の吸脱着反応後に土粒子表面に吸着している陽イオン量の測定法には、種々の方法が提案されている。吸着量を精度良く測定しようとするれば、添加した溶液濃度と吸着後の溶液濃度の差から吸着量を決定する方法が良いと考えられる。しかし、本章の吸脱着実験では、添加する水溶液の低濃度域から高濃度域に対して実験を行っているため、特に高濃度域において、そのような実験法を用いると、吸脱着量を精度良く測定することが、かえって不可能になってしまう。従って、本章では添加する水溶液の低濃度域から高濃度域にわたる吸脱着実験に対して測定方法の統一を図るため、アルコール洗浄法を採用している。すなわち、アルコール洗浄により間げき中の余剰イオンを十分除去し、10%CH<sub>3</sub>COONH<sub>4</sub>水溶液を添加して、吸着イオンをNH<sub>4</sub>イオンとイオン交換し、このろ液中の吸着イオン(Na<sup>+</sup>, Ca<sup>2+</sup>, K<sup>+</sup>, Mg<sup>2+</sup>)を原子吸光分析で測定した。この4種類の吸着イオンは、一般的な土に対する代表的吸着イオンであり、その他のイオンが吸着していたとしても、その量は極めて微量なためである。

表-2.3.1 試料の諸性質

試料	粘土	シルト分	砂分	比重	CEC
豊浦砂	0 %	0 %	100 %	2.65	0.982
琴引砂	0 %	0 %	100 %	2.64	1.121
三方砂	0 %	0 %	100 %	2.71	3.212
琵琶湖粘土	68 %	32 %	0 %	2.70	20.89

CEC(meq/100g)はNaCl水溶液濃度3.5%でのNa, Ca, K, Mg吸着量の和と仮定した

## 2.3.2 Naイオン吸着量とその定式化

### (1) 初期状態の吸着イオン組成

初期状態において土粒子に吸着している各種陽イオン量を測定した結果、表-2.3.2のようになった。豊浦砂、琴引砂、琵琶湖粘土では、吸着イオン中にCaイオンの占める割合が70~75%と非常に多く、Ca系土壌であることが分かる。三方砂は前者の2種類の砂とは異なり、4種類の吸着イオンがほぼ均等に含まれている。

表-2.3.2 初期状態の吸着イオン組成

試料	Naイオン	Caイオン	Kイオン	Mgイオン
豊浦砂	11%	76%	5%	8%
琴引砂	18%	74%	2%	6%
三方砂	18%	24%	24%	34%
琵琶湖粘土	3%	70%	7%	20%

### (2) Naイオンの吸脱着量

Naイオンの吸脱着実験について、得られた吸着等温線としてNa<sup>+</sup>吸着量とNaCl水溶液濃度の関係を図-2.3.1~2.3.4に示す。これによると、琵琶湖粘土が吸着容量が最も大きく、三方砂、琴引砂、豊浦砂の順に吸着容量が小さくなっている。吸着過程では、すべての試料で、溶液濃度0.25%において溶液濃度3.5%に対するNa<sup>+</sup>吸着量の約40~60%がすでに吸着しており、低濃度域での吸着量の増大が著しい。脱着過程では、溶液濃度0.1%において約30~40%しか脱着していない。また、吸着過程と脱着過程とは明らかに異なる曲線となり、化学ヒステリシスが存在することが確認された<sup>(34)・(35)</sup>。一方、図-2.3.1には脱着過程後さらに再吸着実験を行った結果を示しているが、これによると再吸着過程と脱着過程とがほぼ一致し、化学ヒステリシスが存在しないことが明らかになった。



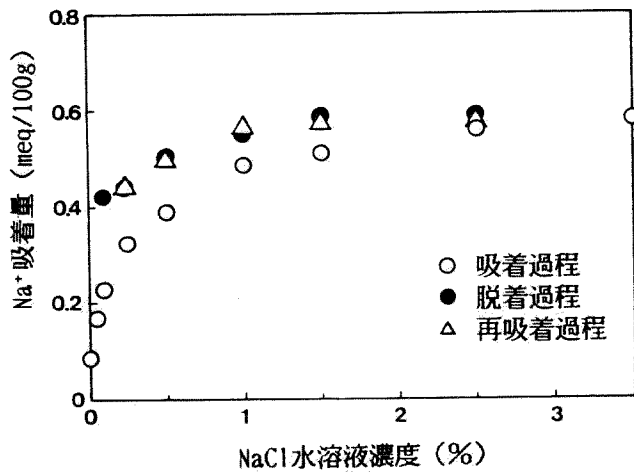


図-2.3.1 NaCl水溶液濃度とNa<sup>+</sup>吸着量の関係 (豊浦砂)

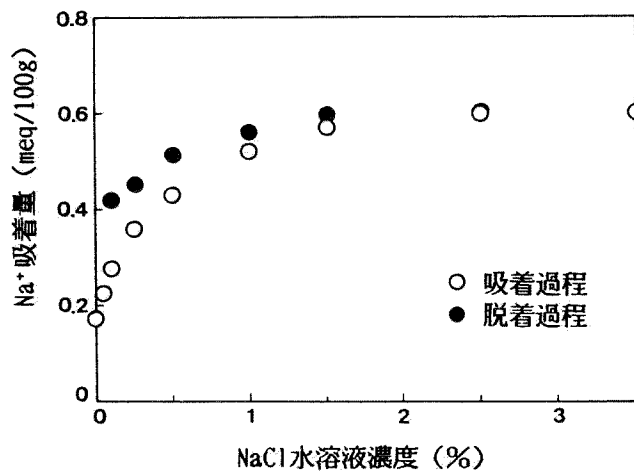


図-2.3.2 NaCl水溶液濃度とNa<sup>+</sup>吸着量の関係 (琴引砂)

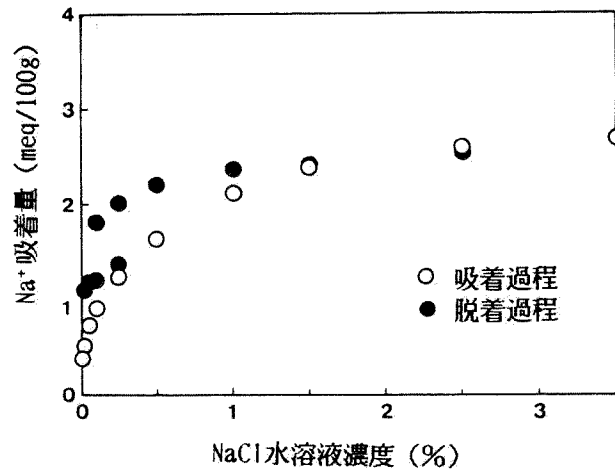


図-2.3.3 NaCl水溶液濃度とNa<sup>+</sup>吸着量の関係 (三方砂)

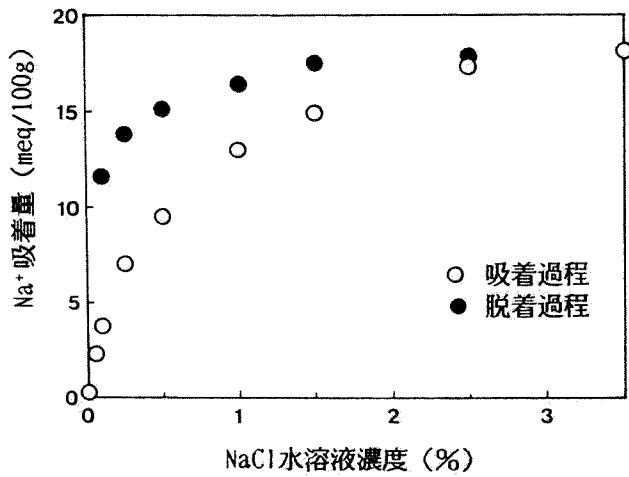


図-2.3.4 NaCl水溶液濃度とNa<sup>+</sup>吸着量の関係 (琵琶湖粘土)

### (3) Naイオン吸着量の定式化

吸着量と溶液濃度の関係を定量的に表現する方法として、一般に吸着等温式がよく用いられる。吸着等温式は古くから研究がなされ、代表的なものとしてHenry, Freundlich、Langmuirなどの吸着等温式がある。しかし、Henry式は溶液濃度と吸着量との線形関係を表し、本実験結果で得られた土粒子表面への陽イオンの吸着等温線とはその形状が明らかに異なるので、ここでは、Freundlich式とLangmuir式について検討する<sup>35)</sup>。

まずFreundlich<sup>36)</sup>により提案された式は、式(2.3.1)で表現される。この式は経験式であり、両辺の対数を取ることににより式(2.3.2)のような $\log q$ と $\log C$ の線形関係に変形できる。

$$q = fC^r \quad (2.3.1)$$

$$\log q = \log f + r \log C \quad (2.3.2)$$

ここに、 $q$ : 吸着量、 $C$ : 溶液濃度、 $f$ ,  $r$ : Freundlich定数である。

そこで、本研究により得られた実験値に対し、式(2.3.2)を適用した結果を図-2.3.5~2.3.8、および表-2.3.3、表-2.3.4に示す。ここで三方砂(1),(2)は、溶液濃度3.5%からと、溶液濃度0.5%からの脱着過程を示している。全試料ともよい相関を示し、吸着・脱着現象を的確に表現しているものと考えられる。次に、Freundlich定数について考察してみよう。 $f$ 値は、試料の吸着容量の大きさを示すもので、4種類の試料では琵琶湖粘土が最も大きく、三方砂、琴引砂、豊浦砂の順で小さくなった。また $r$ 値は、溶液濃度変化に対する吸着量の増大量の大小を示すもので、吸着過程において琵琶湖粘土、三方砂、豊浦砂、琴引砂の順で小さくなっている。しかし、脱着過程では化学ヒステリシスの影響で吸着過程より小さな値となっている。ここで、吸着過程の $r$ 値と脱着過程の $r$ 値との比を考えると豊浦砂で2.77、琴引砂で2.18、三方砂で3.13、琵琶湖粘土で3.87となる。この $r$ 値の比は、Swanson and Dutt<sup>37)</sup>によるアトラジンを吸着質とした実験によると平均的に2.3になると言われている。しかし、本研究における実験では豊浦砂、琴引砂が、彼らの実験値と近い値を示しているが、三方砂、琵琶湖粘土はそれより大きな値が得られた。この結果から吸着容量の大きな試料ほど $r$ 値の比が大きくなるものと言える。また図-2.3.7、表-2.3.4では三方砂の異なる溶液濃度からの脱着実験結果(三方砂(1),(2))を示しているが、これによると $r$ 値は、脱着を開始する溶液濃度にそれほど影響されずほぼ同じ値を取るものと考えられる。

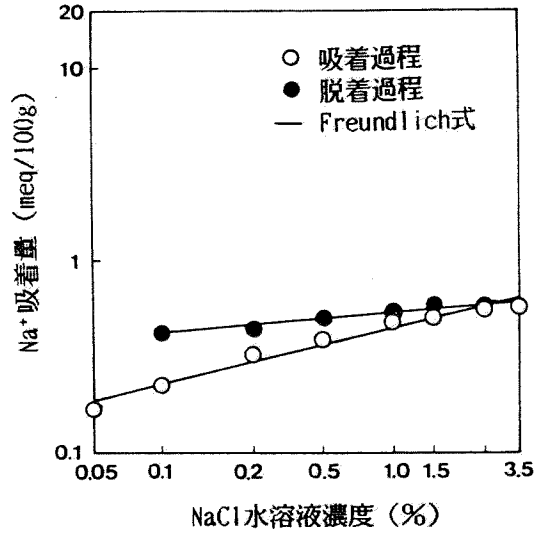


図-2.3.5 Freundlich吸着等温線 (豊浦砂)

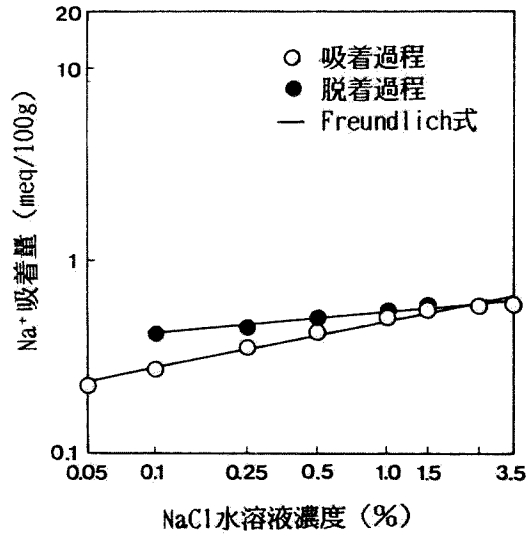


図-2.3.6 Freundlich吸着等温線 (琴引砂)

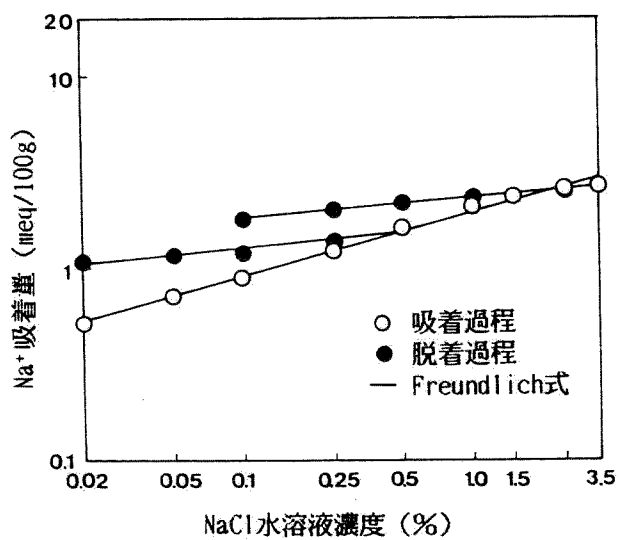


圖-2.3.7 Freundlich吸着等温線 (三方砂)

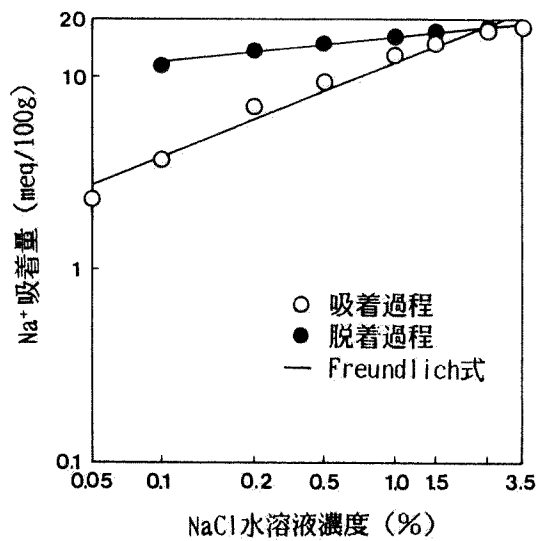


圖-2.3.8 Freundlich吸着等温線 (琵琶湖粘土)

表-2.3.3 吸着過程の各吸着等温式定数と相関係数

試料	Freundlich式			Langmuir式		
	f 値	r 値	相関係数	L <sub>1</sub> 値	L <sub>2</sub> 値	相関係数
豊浦砂	0.45	0.29	0.99	4.68	0.61	0.99
琴引砂	0.49	0.24	0.99	6.17	0.63	0.99
三方砂	1.96	0.33	0.99	4.16	2.83	0.99
琵琶湖粘土	11.7	0.49	0.99	2.01	20.5	0.99

表-2.3.4 脱着過程の各吸着等温式定数と相関係数

試料	Freundlich式			Langmuir式		
	f 値	r 値	相関係数	L <sub>1</sub> 値	L <sub>2</sub> 値	相関係数
豊浦砂	0.53	0.10	0.96	15.8	0.59	0.99
琴引砂	0.55	0.11	0.98	13.1	0.62	0.99
三方砂(1)	2.34	0.11	0.99	8.81	2.71	0.99
三方砂(2)	1.68	0.12	0.96	35.6	1.68	0.99
琵琶湖粘土	16.1	0.13	0.98	10.5	18.6	0.99

次にLangmuir式について検討する。本来のLangmuir<sup>33)</sup>により提案された式は、固体表面上のガスの吸着を対象としたものであるが、ガス圧の代わりに溶液濃度を用いることにより式(2.3.3)に示すように土壌化学にも適用することができる。

$$q = L_1 L_2 C / (1 + L_1 C) \quad (2.3.3)$$

ここで、 $L_1$ ：吸着材に対する吸着質の結合強さ（親和力）、 $L_2$ ：飽和吸着量を表す定数である。

式(2.3.3)は、式(2.3.4)のように $C/q$ と $C$ の線形関係に変形でき、その傾きおよび切片から $L_1, L_2$ の定数を求めることができる。

$$C/q = 1/L_1 L_2 + C/L_2 \quad (2.3.4)$$

本研究で得られた4種類の試料の実験値に対し、式(2.3.4)を適用した結果を表-2.3.3、表-2.3.4に、また三方砂の吸着過程を図-2.3.9に示す。

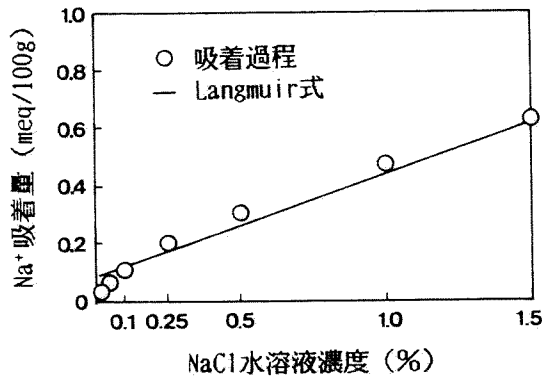


図-2.3.9 Langmuir吸着等温線（三方砂）

全試料ともよい相関を示しているが、図-2.3.9から分かるように、溶液濃度が低い領域においてLangmuir式による線形関係とかなり異なる挙動が現れている。この現象は、次のように説明される。すなわち、本来のLangmuir式はガスの吸着を扱ったものであるため、ガスが固体表面に吸着する時、イオン交換のような反応は生じない。これに対し、土壌化学で発生するイオンの吸着はイオン交換により生じるものであるため、吸着によって生じた脱着イオンが溶液中のイオン組成に変化を与え、吸着現象にも影響を与える。この現象は、溶液濃度が低い領域で顕著に現れる。したがって、地下水の塩水化のように低い塩分

濃度から始まる吸着現象を表現する場合には、Langmuir式よりFreundlich式の方がよりの確に現象を取り扱えることができると考えられる。しかし、飽和吸着量を推定するような高濃度領域を検討する場合には、Langmuir式を適用することが有効である。

### 2. 3. 3 吸脱着反応の時間効果

吸脱着反応の時間効果に関する実験に対し、Kuo and Lotse<sup>39)</sup>によりFreundlich式を修正した式(2.3.5)が提案されている。これは、対数紙上で反応時間と吸着量が線形関係になることを意味している。

$$q = q_v C_0 t^e \quad (2.3.5)$$

ここで、 $q$  : 吸着量、 $q_v$  : 吸着速度係数、 $C_0$  : 初期溶液濃度、 $t$  : 反応時間、 $e$  : 定数である。また式(2.3.5)中の2つのパラメータの中で $q_v$ 値は、溶液濃度に依存する係数であり、 $e$ 値は温度および溶液濃度に依存しない定数である。

本実験結果に式(2.3.5)を適用して各定数を求めると表-2.3.5のような値が得られた。 $q_v$ 値は、吸脱着過程ともに琵琶湖粘土が最も大きく、三方砂、琴引砂、豊浦砂の順に小さくなっている。この $q_v$ 値は、Kuo and Lotse によって吸着速度係数と定義され、(時間)<sup>-1</sup>の単位を持っているが、本質的には反応時間1時間における吸着量および脱着量に相当する。よって、試料の性質により吸着量、脱着量が大きい試料では、 $q_v$ 値が大きくなるのは当然の結果と言え、 $q_v$ 値を反応速度のパラメータとして検討することに問題があると考えられる。

そこで本節においては、任意の反応時間における吸着および脱着量 $q$ の、平衡状態における吸着および脱着量 $q_0$ に対する比 $q/q_0$ を用いて検討した。この関係を片対数紙上で整理すると図-2.3.10、図-2.3.11のようになる。これによると、吸着過程において反応時間10分間で全試料について約80%以上の吸着が終了しており、初期における吸着反応が非常に速く進行するものと考えられる。これに対し脱着過程では、反応時間10分間で約40~50%の脱着しか生じておらず、脱着反応は吸着反応に比べて時間的遅れが存在していることが明らかになった。この原因は、2. 3. 4で後述するように、吸着過程と脱着過程との反応機構の違いから生じているものと考えられる。すなわち、本実験における吸着過程は主にイオン交換により生じる反応であるのに対し、脱着過程はイオン交換が全く関与しない反応であることに起因している。このことから、イオン交換反応は非常に速く進行するものと思われる。



表-2.3.5 反応時間定数と相関係数

試料	吸着過程			脱着過程		
	q <sub>v</sub> 値	e値	相関係数	q <sub>v</sub> 値	e値	相関係数
豊浦砂	0.14	0.02	0.99	0.04	0.20	0.97
琴引砂	0.14	0.03	0.98	0.06	0.15	0.98
三方砂	0.67	0.02	0.98	0.28	0.19	0.94
琵琶湖粘土	3.72	0.04	0.99	2.35	0.14	0.97

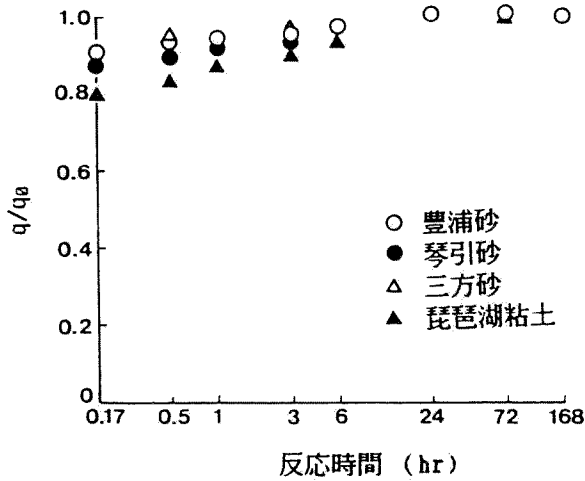


図-2.3.10 吸着過程における反応時間とq/q<sub>0</sub>の関係

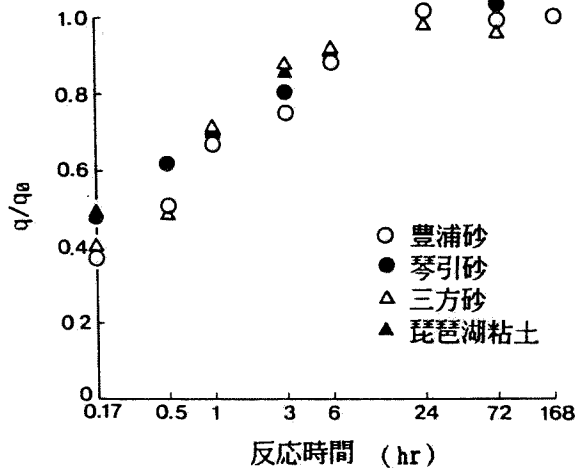


図-2.3.11 脱着過程における反応時間と $q/q_0$ の関係

#### 2. 3. 4 吸脱着過程間の化学ヒステリシス

吸脱着実験により吸着過程と脱着過程の間に化学ヒステリシスが存在することが明らかになった。そこで、化学ヒステリシスが発生する原因を究明する目的から以下に述べるような種々の考察を行った<sup>35)・48)</sup>。

塩分濃度が増加する吸着過程では地下水中のイオン組成および濃度が変化し、図-2.3.12に示すO→Aのようなイオン交換反応が進行し、 $Na^+$ 吸着量の増加が予測される。次に、塩分濃度が減少する脱着過程では、地下水中のイオン組成はそれほど変化せず、塩分濃度のみが減少するのでイオン交換反応は成立しない。従って、 $Na^+$ 吸着量は図-2.3.12のA→Oを戻らずA→Bと変化すると考えられ、ここに一般的に言われる化学ヒステリシスが存在することは明らかである。しかし本研究で得られた実験結果や多くの研究者<sup>15)・16)</sup>により示された吸脱着過程における化学ヒステリシスは図-2.3.12のO→A→Cのような吸着等温線を形成する。これは化学的平衡に達しているイオン交換反応だけでは、とうてい説明ができない現象である。

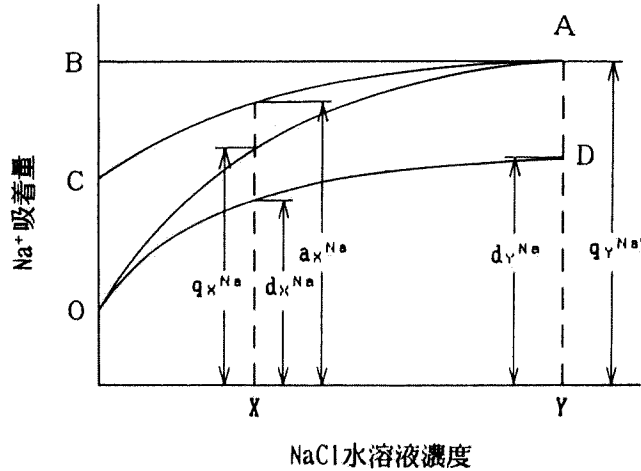


図-2.3.12 吸脱着過程の概念図

そこで、本研究ではこの化学ヒステリシスを説明するため、次に示す2つの仮説を立て実験的に究明する。

- ・仮説1：イオン交換経路の違いにより吸着状態は変化しない。すなわちイオン交換反応により生じる吸着・脱着現象は、これまでに経てきた間げき水中のイオンの種類や濃度の違いによる影響を受けない。
- ・仮説2：吸着過程と脱着過程とは、反応機構が異なる。すなわち吸着過程は、イオン交換反応による吸着と間げき水中の電解質濃度の増加による吸着との両機構により発生する。脱着過程は、電解質濃度の変化のみによる機構で発生する。

このような仮説を実験的に検討した結果を次に述べる。

#### (1) イオン交換経路の違いによる吸着状態変化

イオン交換経路として図-2.3.13に示すように吸着質の初期状態Oから最終状態Rに至るまでの溶液組成変化経路を3通り考え、それぞれの吸着状態の変化を求める実験を行った。すなわち、O→P→Rと溶液組成が変化する経路をpath-1、O→Q→Rと変化する経路をpath-2、O→Rと変化する経路をpath-3と設定した。実験の結果得られた $\text{Na}^+$ 、 $\text{Ca}^{2+}$ の吸着量の変化を図-2.3.14、図-2.3.15に示す。吸着材が豊浦砂、琵琶湖粘土の場合ともにpath-1～path-3の最終溶液状態Rにおけるそれぞれのイオンの吸着量は完全に一致した。

以上の実験結果によると仮説1で提案したとおりイオン交換経路の違いによる影響はないと考えられる。すなわち、この実験結果は、土壌がどのような溶液組成および溶液濃度

を経てこようとも、土粒子へのイオン吸着量は、現在の溶液状態により一意的に推定できることを示していると見なせる。また仮説1が立証されたことにより、吸脱着ヒステリシスは、イオン交換径路の違いに起因しないことが明らかになった。

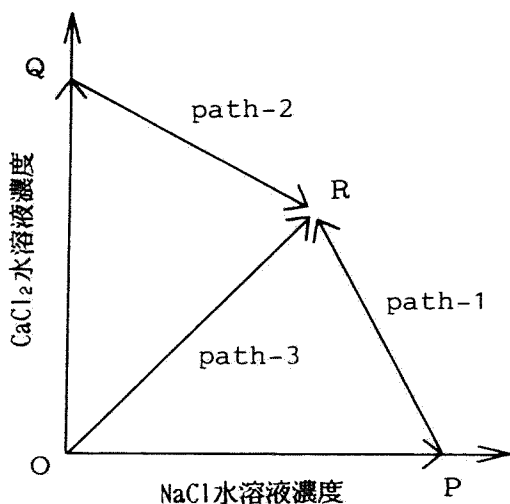


図-2.3.13 イオン交換径路

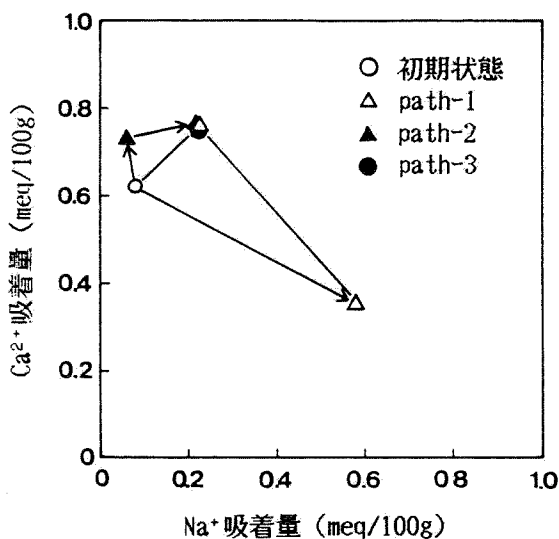


図-2.3.14 イオン交換径路の違いによる吸着量の変化  
(豊浦砂、溶液濃度：2.33%)

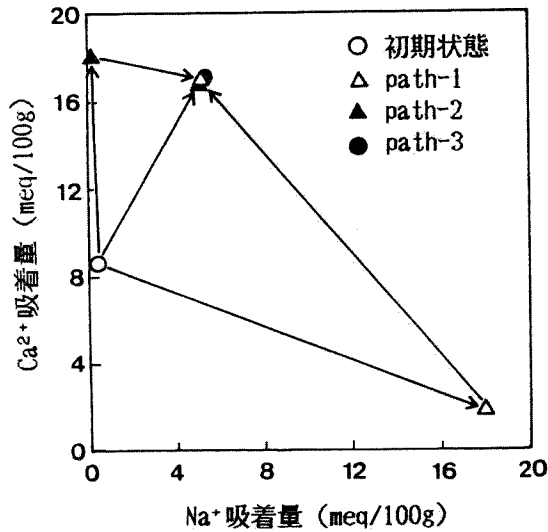


図-2.3.15 イオン交換径路の違いによる吸着量の変化  
(琵琶湖粘土、溶液濃度：2.33%)

## (2) 電解質濃度の違いによる吸着状態変化

次に、仮説2によると吸着現象は、イオン交換反応による吸着と電解質濃度の増加に伴う吸着により生じる。後者による吸着は、間げき水中の電解質濃度が増加することにより、対イオンの拡散性向が抑制され、拡散二重層の厚さが減少し、その結果拡散二重層中の電位が増すことに起因している。さて、このような両機構を分離するために図-2.3.12を考える。曲線OAは吸着実験より得られる吸着量、曲線ODはイオン交換反応により生じる吸着量を示している。曲線OAと曲線ODの差が電解質濃度の増加により生じる吸着量である。曲線ODは、各実験から得られるCa<sup>2+</sup>、K<sup>+</sup>、Mg<sup>2+</sup>の減少量の和として式(2.3.6)より計算される。本研究で得られた実験結果に基づき曲線ODを求めると図-2.3.16~2.3.19のようになる。

$$d_x^{Na} = q_o^{Na} + (q_o^{Ca} - q_x^{Ca}) + (q_o^{K} - q_x^{K}) + (q_o^{Mg} - q_x^{Mg}) \quad (2.3.6)$$

ここで、 $d_x^{Na}$ ：イオン交換反応による吸着量、 $q$ ：吸着実験より得られた各イオン吸着量、下付きサフィックス：溶液濃度、上付きサフィックス：イオンの種類である。

一方、仮説2によると脱着現象は電解質濃度の変化のみにより生じる。図-2.3.12にお

いて曲線 AC は吸着実験値より計算される脱着過程であり、この曲線は電解質濃度の増加に伴う吸着量の増加量の差として式(2.3.7)より求められる。

$$\begin{aligned} a_x^{Na} &= q_Y^{Na} - ((q_Y^{Na} - d_Y^{Na}) - (q_X^{Na} - d_X^{Na})) \\ &= q_X^{Na} + (d_Y^{Na} - d_X^{Na}) \end{aligned} \quad (2.3.7)$$

ここで、 $a_x^{Na}$  : 吸着実験より得られる脱着過程の吸着量、 $Y$  : 脱着を開始する溶液濃度である。

本研究より得られた実験値に基づき、仮説2に従って吸着実験値より計算される脱着過程を求めると図-2.3.16~2.3.19のようになる。全試料について、式(2.3.7)より計算される脱着過程と脱着実験値とが、完全に一致しており仮説2の正当性が立証されるものと考えられる。さらに、再吸着実験結果によると、再吸着過程と脱着過程とがほぼ同じ吸着等温線上に存在し、化学ヒステリシスがまったく得られなかった。この実験結果より、一般に言われる化学ヒステリシスが電解質濃度の変化に伴う吸着量の変化に起因していることが明らかになったと考えられる。

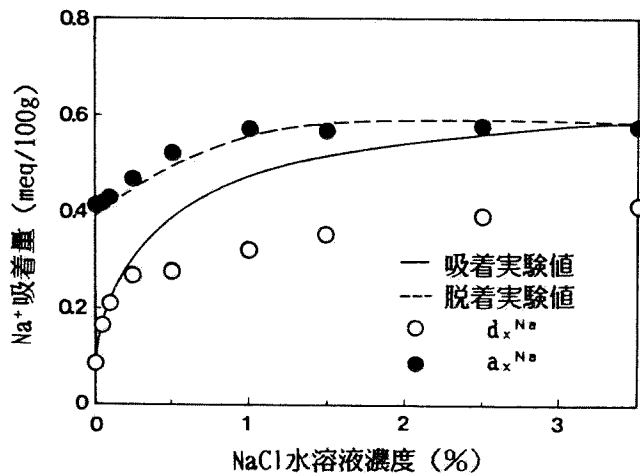


図-2.3.16 電解質濃度の影響を考慮した吸脱着量 (豊浦砂)

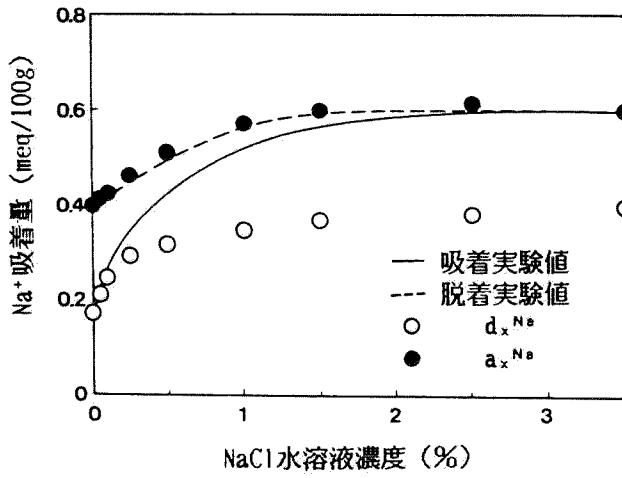


図-2.3.17 電解質濃度の影響を考慮した吸脱着量 (琴引砂)

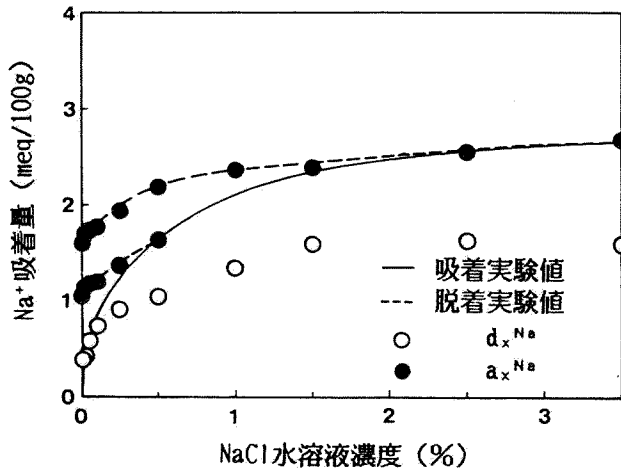


図-2.3.18 電解質濃度の影響を考慮した吸脱着量 (三方砂)

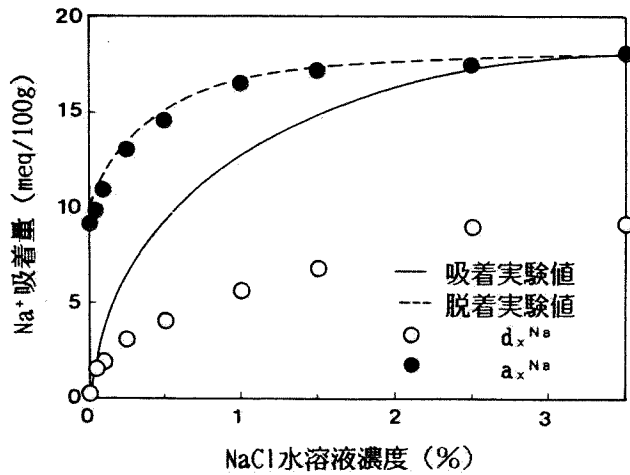


図-2.3.19 電解質濃度の影響を考慮した吸脱着量（琵琶湖粘土）

## 2.4 塩水化に伴う移流分散吸着特性

### 2.4.1 基礎方程式および解析手法

帯水層が飽和状態にある時、鉛直2次元の地下水の運動方程式と連続式は次のように表される。

$$S_s \frac{\partial p}{\partial t} + \Delta \rho v - W = 0 \quad (2.4.1)$$

$$v_x + \frac{K_x}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad (2.4.2)$$

$$v_z + \frac{K_z}{\mu} \left( \frac{\partial p}{\partial z} + \rho g \right) = 0 \quad (2.4.3)$$

ここに、 $S_s$ ：比貯留係数、 $\rho$ ：流体密度、 $p$ ：圧力、 $v$ ：比流量、 $W$ ：揚水量、 $\mu$ ：動粘性係数、 $K$ ：実透水係数、 $g$ ：重力加速度である。ここで実透水係数とは、一般の透水係数



k、流体密度  $\rho$  に依存して、式(2.4.11)で表される。

一方、土粒子への吸着を考慮した移流分散方程式は、次式で与えられる。

$$\frac{\partial(\theta C)}{\partial t} + \text{div}(Cv - D\text{grad}C) - WC + \rho_b \frac{\partial q}{\partial t} = 0 \quad (2.4.4)$$

ここに、 $\theta$  : 間げき率、 $C$  : 溶質物質の濃度、 $q$  : 吸着量、 $\rho_b$  : 湿潤密度、 $D$  : 分散係数である。

以上の式(2.4.1)～(2.4.4)を解くわけであるが、従来の解析手法では、式(2.4.2)、式(2.4.3)を式(2.4.1)に代入した圧力のみ表示による流れに関する基礎方程式を解き、求められた圧力  $p$  を式(2.4.2)、式(2.4.3)に再代入して比流量  $v$  を求めるという手法が多く用いられてきた<sup>41)</sup>。しかしこの手法では、流れの場の連続性が保たれなく、特に式(2.4.4)の移流項が卓越する場合には問題が生じてくる。そこで本節では、流れの問題を厳密に解くため、式(2.4.1)から式(2.4.3)を同時に解くカップリング手法<sup>42)</sup>を用い、流れの連続性を保つ手法を用いた。

式(2.4.1)～(2.4.4)にGalerkin法を適用し定式化を行う<sup>43)</sup>。まず比流量  $v_x$ 、 $v_z$ 、圧力  $p$ 、NaCl濃度  $C$  に対し、次式の試行関数を定める。

$$\begin{aligned} v_x &= \sum_{j=1}^M v_{xj} \phi_j, & v_z &= \sum_{j=1}^M v_{zj} \phi_j \\ p &= \sum_{j=1}^M p_j \phi_j, & C &= \sum_{j=1}^M C_j \phi_j \end{aligned} \quad (2.4.5)$$

これらによって離散化することにより、次のような連立一次方程式を得る。

$$[A_p] \{u\} + [B_p] \left\{ \frac{\partial p}{\partial t} \right\} = \{F_p\} \quad (2.4.6)$$

$$[A_c] \{C\} + [B_c] \left\{ \frac{\partial C}{\partial t} \right\} = \{F_c\} \quad (2.4.7)$$

ここで、 $u$  は  $v_x$ 、 $v_z$ 、 $p$  を示す。

このような有限要素法による定式化によって得られた一連の方程式を初期条件および境界条件のもとで解くことになるが、式(2.4.6)、(2.4.7)は非線形方程式であるため繰り返し計算が必要になってくる。まず、式(2.4.6)を解き  $v_x$ 、 $v_z$ 、 $p$  を求め、 $v_x$ 、 $v_z$  および分散率  $a_L$ 、 $a_T$  を用いて式(2.4.8)より分散係数  $D$  を定義する<sup>44)</sup>。

$$\begin{aligned}
D_{xx} &= a_L v_x^2 / \bar{v} + a_T v_z^2 / \bar{v} \\
D_{zz} &= a_T v_x^2 / \bar{v} + a_L v_z^2 / \bar{v} \\
D_{xz} &= D_{zx} = (a_L - a_T) v_x v_z / \bar{v}
\end{aligned}
\tag{2.4.8}$$

ここに、 $\bar{v}$ ：平均比流量、 $a_L$ ：縦分散率、 $a_T$ ：横分散率である。

次に、 $v_x$ 、 $v_z$ 、 $D$ を用いて式(2.4.7)を解くことにより濃度 $C$ が求められる。また式(2.4.1)～(2.4.3)内の $\rho$ 、 $K/\mu$ は、濃度 $C$ に依存しているので新たに仮定しなければならない。そこで収束を早めるため、新しい濃度 $C^*$ を次式により仮定する<sup>45)</sup>。

$$C^*_n = 0.3 \times C_n + 0.7 \times C^*_{n-1} \tag{2.4.9}$$

また、この $C^*_n$ より $\rho$ 、 $K/\mu$ を次式により仮定する。

$$\rho = 1 + 0.7 \times C^*_n \tag{2.4.10}$$

$$K/\mu = k/\rho g \tag{2.4.11}$$

これらの仮定した $\rho$ 、 $K/\mu$ を用いて再び式(2.4.1)から式(2.4.3)を解くといった一連の反復計算を行い、濃度 $C$ が所定の誤差内になれば、次のタイムステップにすすむ。

さて、式(2.4.4)の右辺最終項で表現される吸脱着項については次のようになる。吸着過程においては、 $\partial q/\partial t > 0$ となり、時間とともに吸着量が増大する。また、脱着過程では $\partial q/\partial t < 0$ となり時間とともに吸着量が減少する。この項は、吸脱着量 $q$ が、溶液濃度 $C$ の関数として与えられるので次式のように変形される<sup>46)</sup>。

$$\rho_b \frac{\partial q}{\partial t} = \rho_b \frac{\partial q}{\partial C} \frac{\partial C}{\partial t} \tag{2.4.12}$$

すなわち、吸脱着量 $q$ と間げき水中の濃度 $C$ の関係を明らかにすることにより、移流分散の数値解析の中に吸脱着を考慮することができる。

## 2.4.2 移流分散吸着特性に及ぼす諸因子の影響

移流分散吸着特性は、その基礎方程式である式(2.4.4)より求めることができる。この移流分散特性に大きく影響を与える因子は、式(2.4.4)中に存在する分散係数、比流量および吸着項である。分散係数は式(2.4.8)に示されるように、分散率と比流量の関数として与えられ、比流量は透水係数に依存している。したがって、分散係数による移流分散特

性に与える影響を議論することは、分散率と透水係数について検討することに帰着する。そこで、ここでは分散率、透水係数および吸着項の違いが、移流分散特性にどの程度影響を与えるかについて、簡単な解析モデルを用いて検討を行った。

ここで用いる解析モデルを図-2.4.1に示す。右端部が海水で、100mの離れた左端部が真水であるような境界条件を与え、真水の密度、塩分濃度は $1\text{t/m}^3$ 、 $0\text{t/m}^3$ 、海水の密度、塩分濃度は $1.0245\text{t/m}^3$ 、 $0.035\text{t/m}^3$ とした。また、帯水層厚さ20mの被圧帯水層を想定し、比貯留係数を $1 \times 10^{-5}\text{m}^{-1}$ と仮定し、節点数117、要素数192の三角形要素に分割した。

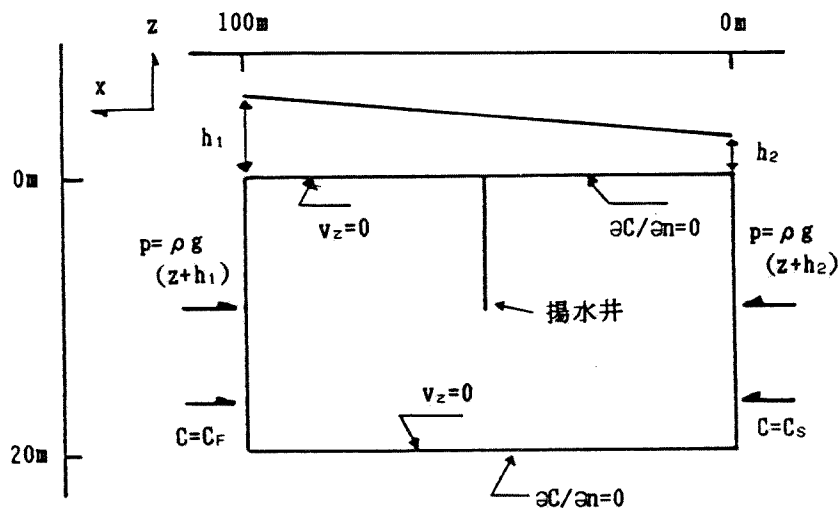


図-2.4.1 地盤モデル

### (1) 分散率の違いによる影響

分散率は前述した式(2.4.8)のように縦分散率 $a_L$ 、横分散率 $a_T$ に分けられ、分散係数を規定する重要な定数である。等方性有孔体を用いた室内実験によると、 $a_L/a_T$ の値は5~20であり、縦分散率は $10^{-2} \sim 1\text{cm}$ の値になると報告されている<sup>47)</sup>。しかし、この値は現実の地盤モデルを仮定し数値解析を行う場合には不相当であることが同時に報告されている。Reddel and Sunada<sup>48)</sup>は、この差異は、室内実験試料が等方等質性であるのに対し、実際の地盤は異方性でしかも不均質であるために生じると述べている。このためPicken and Lennox<sup>49)</sup>は実地盤に適用する分散率として、室内実験で得られた値の $10^3 \sim 10^5$ 倍を用いた方が良いと報告している。

そこで、ここでは分散率の比 $a_L/a_T$ の違いによる塩分濃度分布に与える影響について考察する<sup>42)</sup>。まず、 $a_L=6\text{m}$ と仮定し、 $a_L/a_T=10$ の場合と $a_L/a_T=1$ となる場合について解析した結果をそれぞれ図-2.4.2、2.4.3に示した。これによると $a_L/a_T=10$ の場合は、濃度分布

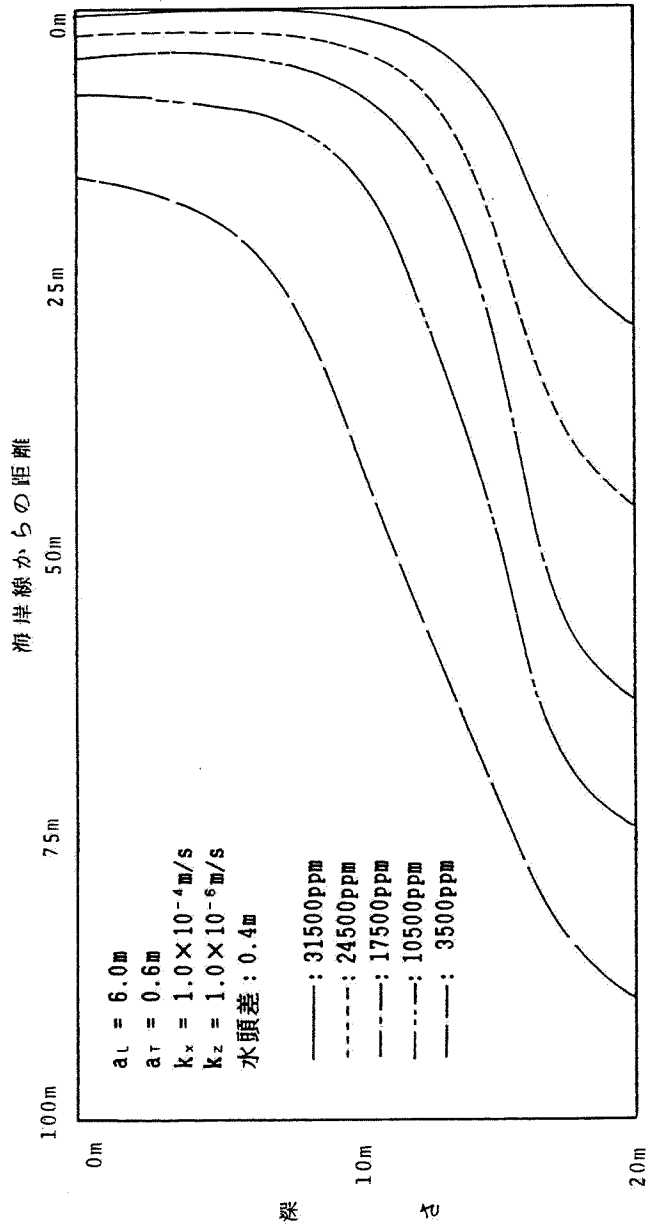


図 - 2.4.2 濃度分布 ( $a_L/a_T=10$ ,  $k_x/k_z=100$ )

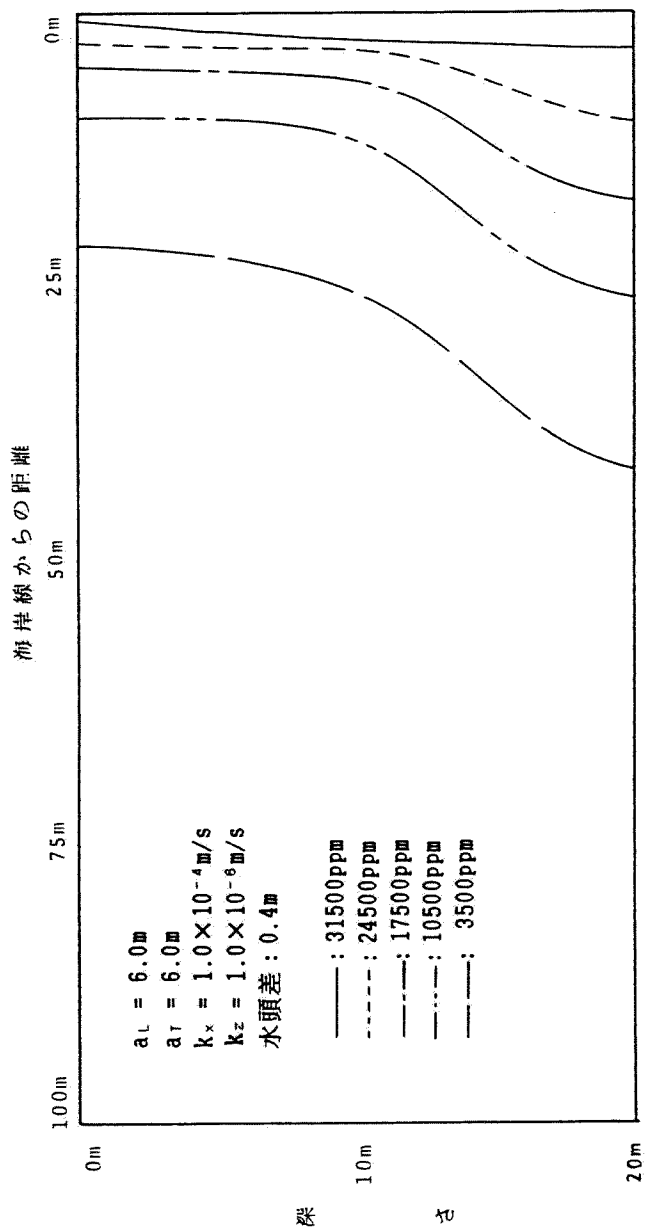


図-2.4.3 濃度分布 ( $a_L/a_T=1, k_x/k_z=100$ )

がx軸方向にくさび状に発達しているのに対し、 $a_L/a_T=1$ の場合は、縦長状になっており、 $a_L/a_T=10$ の場合ほど分散が進行していないことがわかる。これは $a_L/a_T$ の値が小さい場合、すなわち $a_L$ と $a_T$ の値が接近するほど、塩分のx軸方向およびz軸方向への移動が均等化するため、結果的にx軸方向の分散が抑えられるためと考えられる。

### (2) 透水係数の違いによる影響

分散率の大きさがたとえ等しくとも、流れ方向の透水係数 $k_x$ と流れに鉛直方向の透水係数 $k_z$ の比が異なると濃度分布が変化してくる。これを検討するために、透水係数の比のみが異なり他の定数が等しい場合について比較する<sup>42)</sup>。図-2.4.2、2.4.4は流れ方向の透水係数 $k_x=1 \times 10^{-4}$  m/secでそれぞれ $k_x/k_z=100$ 、 $k_x/k_z=1$ の場合の濃度分布を示したものである。これによると $k_x/k_z=100$ の場合は帯水層下層部で濃度が大きく、 $k_x/k_z=1$ の場合は帯水層上層部で濃度が大きくなっている。これは、図-2.4.5、2.4.6に示す比流量分布からわかるように、 $k_x/k_z=1$ の場合は地盤のz軸方向の透水係数が大きいいため地下水の上昇速度が大きく、地下水の密度差による対流が発生しているためと考えられる。

### (3) 吸脱着現象による影響

2.3においてNaイオンと土粒子間の吸脱着現象を定量的に表現する吸着等温式としてFreundlich式が適していることを明らかにした。そこで、吸脱着現象をFreundlich式で表現した場合の移流分散特性に与える影響について議論する。

吸脱着現象を考慮した移流分散基礎方程式(2.4.4)中の吸着項は式(2.4.12)のように変形される。この式よりわかるように吸脱着現象が移流分散特性に与える影響は $\partial q/\partial C$ により大きく支配される。Freundlich式(2.3.1)より $\partial q/\partial C$ を求めると式(2.4.13)のようになる。

$$\partial q/\partial C = frC^{r-1} \quad (2.4.13)$$

これより吸脱着現象が移流分散特性に与える影響因子は、Freundlich式の定数 $r$ 、 $f$ であり、特に $r$ の値により大きく変化するものと考えられる。そこで、 $r$ 値を中心に移流分散特性に与える影響について検討する。

Van Genuchten<sup>50)</sup>は、溶質のパルス的入力を想定し一次元移流分散解析を行い、吸脱着現象が移流分散特性に及ぼす影響について考察している。図-2.4.7はFreundlich式の $f$ の値が0.2と一定値で、 $r$ 値が0.4から1.5で変化させた場合のそれぞれの吸着等温線を示したもので、図-2.4.8は、解析して得られた溶液濃度および吸着量を示したものである。これによると $r=1$ の場合はほとんど対称形であるが、 $r \neq 1$ の時では非対称形となる。また、

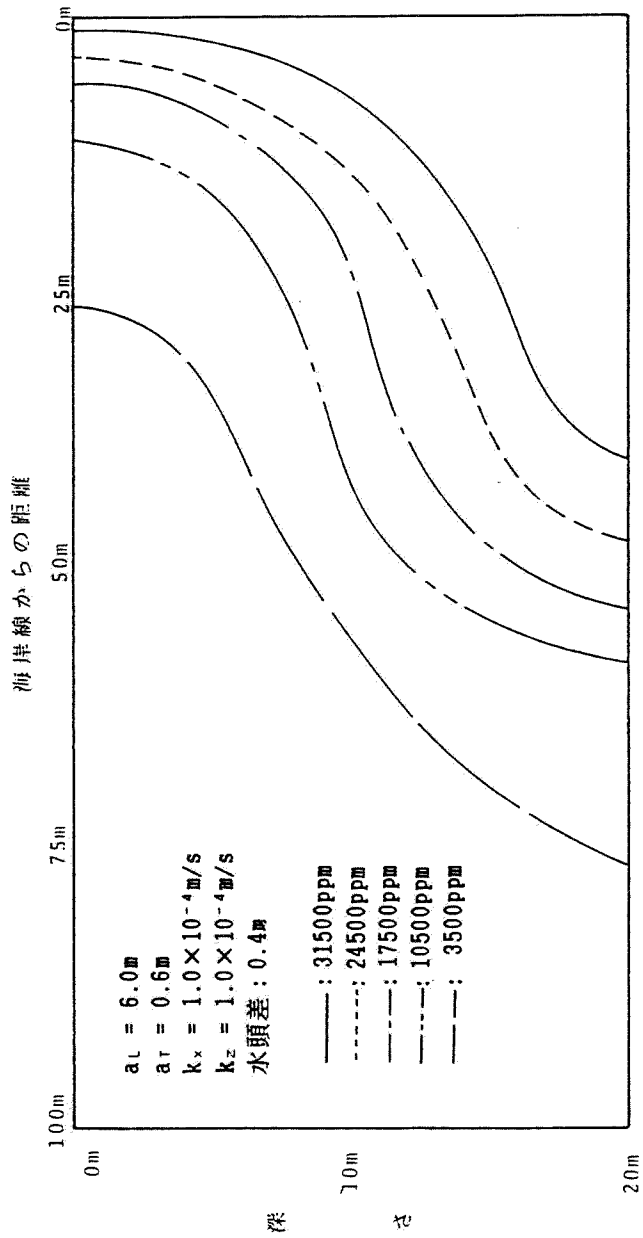


図-2.4.4 濃度分布 ( $a_L/a_T=10$ ,  $k_x/k_z=1$ )

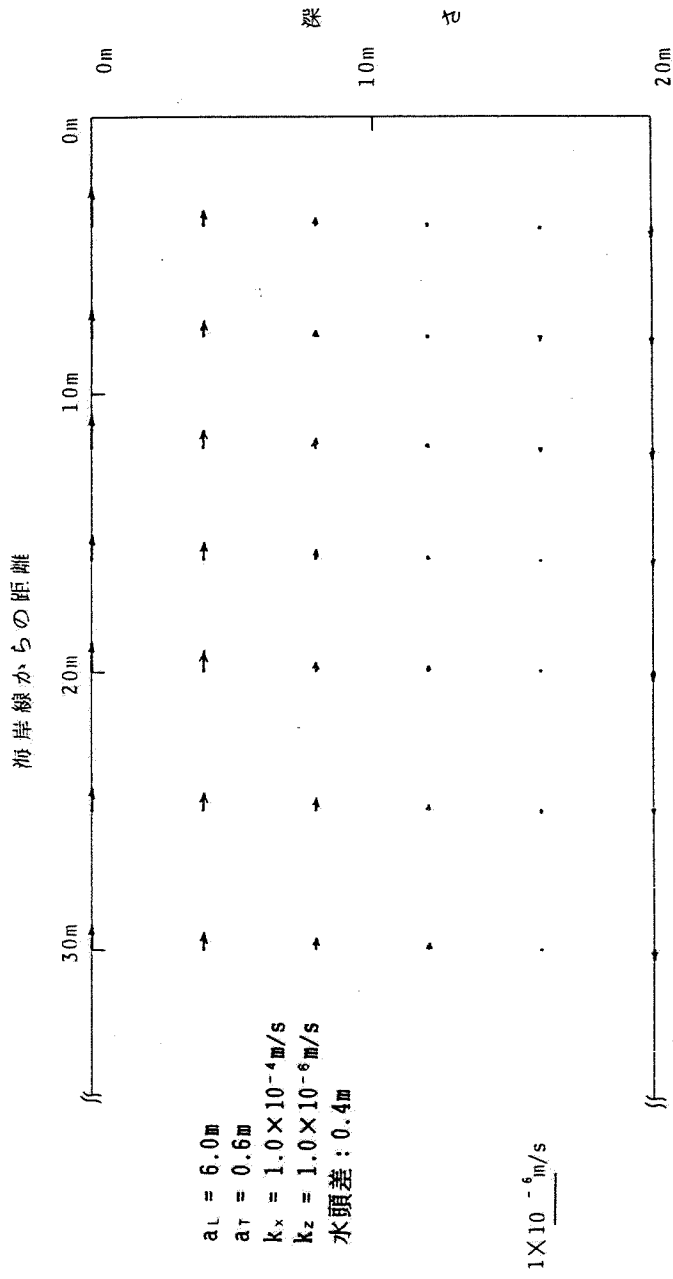


図-2.4.5 比流量分布 ( $a_L/a_T=10$ ,  $k_x/k_z=100$ )



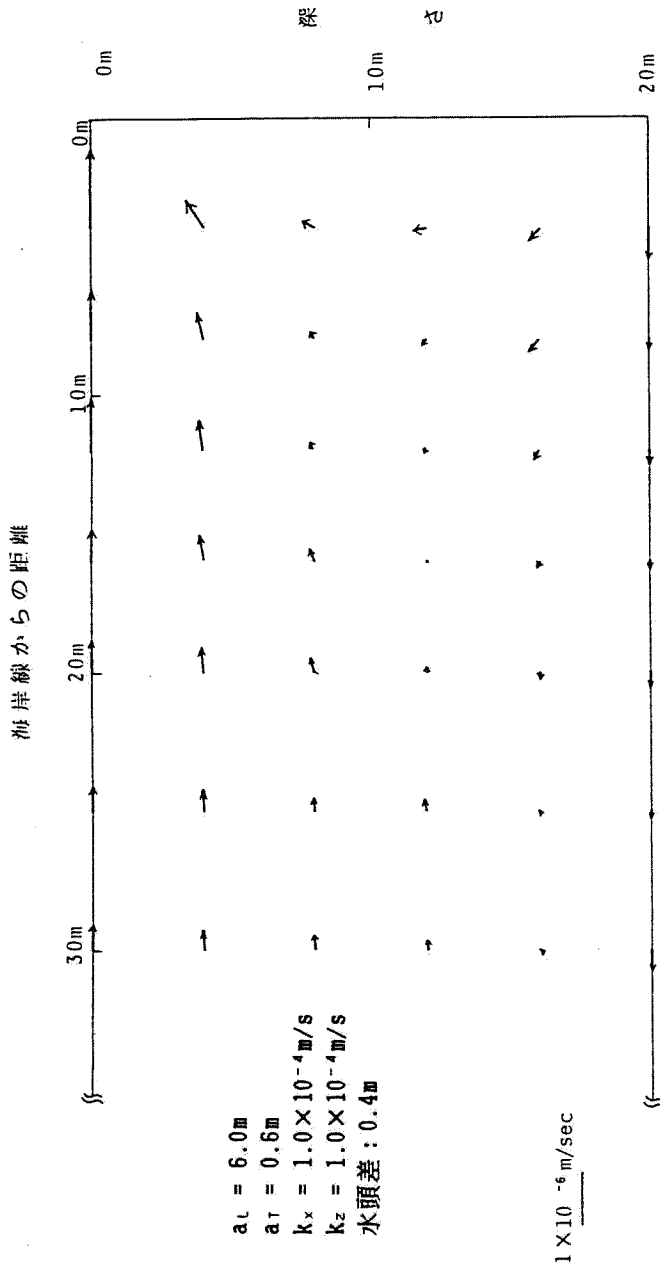


図-2.4.6 比流量分布 ( $a_L/a_T=10$ ,  $k_x/k_z=1$ )

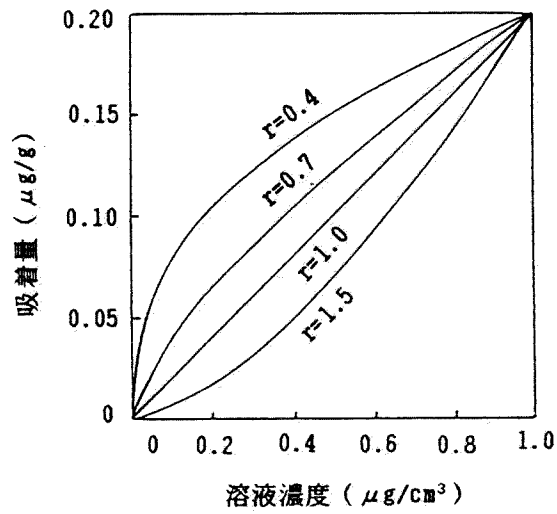


図-2.4.7 Freundlich型吸着等温線

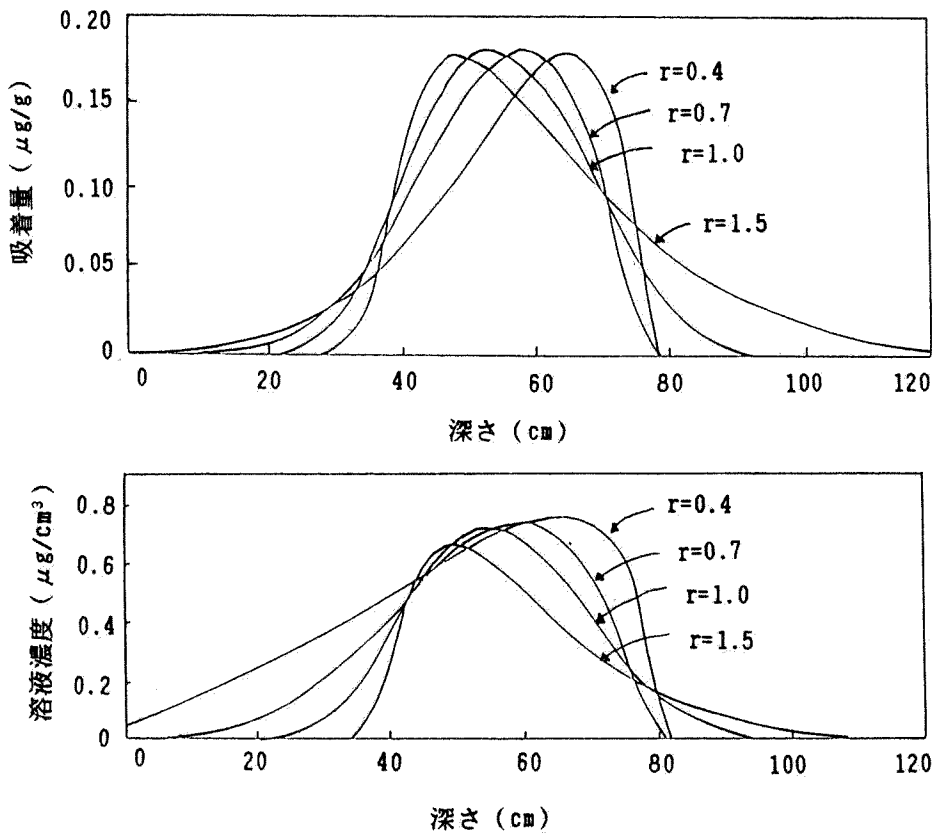


図-2.4.8 カラム中の溶液濃度と吸着量の分布

$r < 1$ の場合には低濃度側で $q_0/c_0$ は比較的大きく、高濃度の場合より吸着の影響が大きく現れるものと考えられる。すなわち、低濃度側では土粒子へのイオン吸着量が増大し、下流側への移流分散が妨げられ、濃度分布は初期段階でゆっくり増大している。しかし、濃度が高くなるにしたがい $q_0/c_0$ は小さくなり吸着の影響が小さくなる。一方、溶液が通過した後の上流側では、最初のうち $q_0/c_0$ が小さいため吸着されたイオンのほんの一部が脱着するだけであるが、濃度の減少に伴い $q_0/c_0$ が大きくなりイオンの脱着量は増加し、溶液濃度は徐々に減少する。なお、 $r > 1$ の場合にも、 $r < 1$ で述べたことのまったく逆の傾向を示している。

以上に述べたことより化学ヒステリシスを考慮しない吸脱着現象が移流分散現象に与える影響の概要が明らかになった。

次に、2、3の実験より得られた化学ヒステリシスを含むNaイオンの吸脱着現象が、移流分散特性に与える影響について考察する<sup>35)</sup>。まず、図-2.4.1に示す地盤モデルの帯水層中央部に揚水井を配置した。地盤は三方砂で構成されていると想定し、地盤パラメータ等の解析条件を表-2.4.1にまとめた。また、初期条件は水頭差として1mを仮定し、揚水

表-2.4.1 各パラメータ値

透水係数 $k_x$	$1 \times 10^{-4}$ m/s	縦分散率 $a_L$	6 m
透水係数 $k_z$	$1 \times 10^{-6}$ m/s	横分散率 $a_r$	0.6 m
間げき率 $\theta$	0.35	湿潤密度 $\rho_d$	1.8 g/cm <sup>3</sup>
比貯留係数	$1 \times 10^{-5}$ m <sup>-1</sup>		

を行わない定常状態での濃度分布を与えた。一方、吸脱着項については、吸着過程で三方砂の実験結果より得られたFreundlich式を適用した。脱着過程では脱着を開始する濃度よりFreundlich式の係数が変化するので、ここでは、 $r$ の値を一定と仮定し三方砂(2)の値を用い、 $f$ の値は脱着を開始する時点での各節点の濃度より計算される値を採用した。このような条件下で、16日間 $10\text{m}^3/\text{d}$ の揚水を行った場合と、その後揚水を停止した場合の揚水井直下の濃度変化を、吸脱着項のある場合とない場合について解析した結果を図-2.4.9、2.4.10に示す。これによると、揚水を行っている吸着過程では、吸着の影響が顕著に現れ、移流分散の時間的遅れがかなり生じている。また、揚水停止後の脱着過程では、吸着を考慮した方が塩水くさびの回復の遅れが現れている。しかし、吸着過程に比べ脱着過程は、化学ヒステリシスの存在により、移流分散解析における吸脱着項の影響が小さいと考えられる。

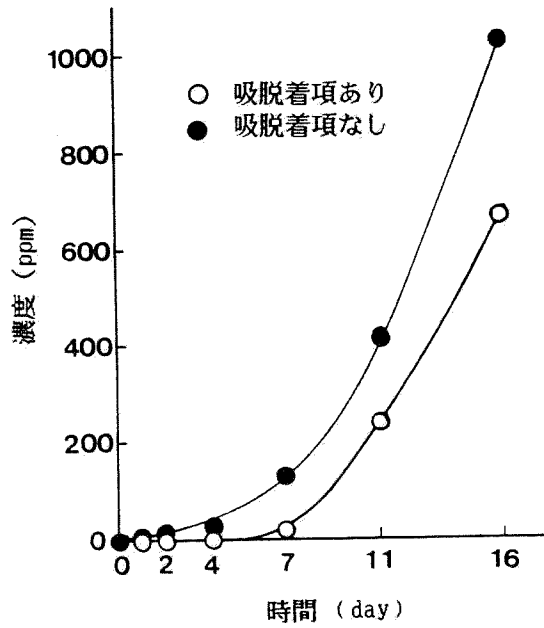


図-2.4.9 移流分散特性における吸脱着の影響（揚水時）

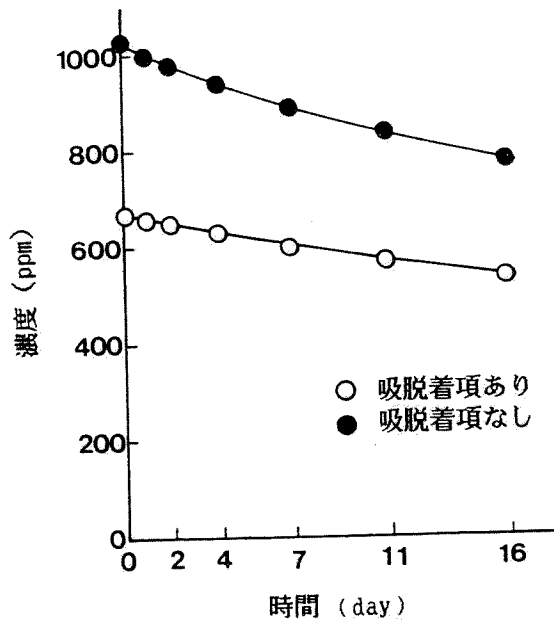


図-2.4.10 移流分散特性における吸脱着の影響（揚水停止時）

## 2.5 結語

本章では、地下水障害の1つである塩水化問題に焦点を当て、塩水化に伴うNaイオンの移流分散吸着特性について、室内実験および数値解析により議論してきた。以下に得られた成果をまとめる。

2.1では地下水の塩水化現象に関する従来の研究をまとめ、それらの問題点を明らかにした。そこでは地下水の塩水化現象を塩分の移流分散現象のみを対象とした研究では不十分であり、土粒子への吸脱着現象を考慮した研究が重要であることを指摘した。

2.2では移流分散現象および吸着現象の概要を示した。すなわち、移流分散現象、吸着現象の理論、機構についてまとめ、従来の研究の進展状況について詳述した。

2.3では地下水の塩水化に伴うNaイオンの吸脱着特性を実験的に検討した。まず、種々の試料を用い吸脱着実験を行い、Naイオンの土粒子に対する吸脱着量を求めた。その結果、吸着過程と脱着過程の間に化学ヒステリシスが存在することが確認された。そこで、化学ヒステリシスの原因を究明するため、イオン交換径路の違いおよび電解質濃度の違いによる吸着状態変化について検討した結果、イオン交換径路の違いには依存せず、電解質濃度の違いに起因していることが明らかになった。また、吸脱着反応の時間効果について検討した結果、吸着過程の反応時間は非常に短いのに対し、脱着過程の反応時間は長いことが判明し、その原因として吸着過程と脱着過程との反応機構の違いから生じているものと結論づけた。さらに、本実験から得られた吸脱着現象を移流分散解析に持ち込むため、Naイオン吸着量を種々の吸着等温式を用いて定式化を行った結果、低濃度域から始まる吸着現象を表現する場合には、Langmuirの吸着等温式よりFreundlichの吸着等温式の方がよりの確に現象を取り扱うことができることが分かった。

2.4では移流分散解析に吸脱着現象を導入するための解析手法を示し、移流分散吸着特性に及ぼす種々の影響因子について検討した。まず、分散率の比および透水係数の比の違いについて検討した結果、濃度分布に大きな影響を与えることが明らかになった。また、2.3で得られた吸脱着現象をFreundlich式で表現して移流分散解析の中に導入し解析した結果、吸着過程では吸着の影響が顕著に表れ、移流分散の時間的遅れがかなり生じ、脱着過程では塩水化現象の回復に遅れが生じた。このことから移流分散特性に吸脱着現象を考慮する重要性が明らかになった。

## 参 考 文 献

- 1) 水理委員会密度流研究小委員会：成層密度流の界面現象（第4編地下密度流），土木学会論文報告集，No.228，p.110，1975.
- 2) Columbus, N. : Viscous model study of sea water intrusion in water table aquifers, Water Resour. Res., Vol.1, No.2, pp.313-323, 1965.
- 3) Bear, J. and G. Dagan: Moving interface in coastal aquifers, ASCE, HY, Vol. 90, No.4, pp.193-216, 1964.
- 4) Pulubarinova Kochina, P.Y. : Theory of Ground Water Movement, Princeton University Press, pp.355-356, 1962.
- 5) Mualem, Y. and J. Bear: The shape of the interface in steady flow in a stratified aquifer, Water Resour. Res., Vol.10, No.6, pp.1207-1215, 1974.
- 6) Kohno, I. : Finite element analysis of interface problem in groundwater flow, Proc. of JSCE, No.228, pp.109-116, 1974.
- 7) Cheng, R.T. and M.H. Hu : Study of fluid movements through causeway, ASCE, HY, Vol.101, No.1, pp.155-165, 1975.
- 8) Kawatani, T. : Numerical analysis of the groundwater mound and fresh-salt water interface in a coastal aquifer, Proc. of JSCE, No.238, pp.89-98, 1975.
- 9) 河野伊一郎：非定常浸透流における境界面問題の有限要素法解析とその実験的検証，土木学会論文報告集，第313号，pp.65-73，1981.
- 10) Liu, P.L-F., Cheng, A.H-D., Liggett, J.A and Lee, J.H. : Boundary integral equation solutions to moving interface between two fluids in porous media, Water Resour. Res., Vol.17, No.5, pp.1445-1452, 1981.
- 11) Bear, J. : Dynamics of Fluids in Porous Media, American Elsevier Publishing Co., Inc., 1972.
- 12) Pinder, G.F. and Cooper, H. : A numerical technique for calculating the transient position of the saltwater front, Water Resour. Res., Vol.6, No.3, pp.875-882, 1970.
- 13) Lee, C.H. and Cheng, T.S. : On seawater encroachment in coastal aquifers, Water Resour. Res., Vol.10, No.5, pp.1039-1043, 1974.

- 14) Segol, G., Pinder, G.F. and Gray, W.G. : A Galerkin-finite element technique for calculating the transient position of the saltwater front, *Water Resour. Res.*, Vol.11, No.2, pp.343-347, 1975.
- 15) Hornsby, A.G. and Davidson, J.M. : Solution and absorbed fluometurom concentration distribution in Water-saturated soil, *Soil Sci. Soc. Am. Proc.*, Vol.37, pp.823-828, 1973.
- 16) Koskinen, W.C., O'Connor, G.A. and Cheing, H.H. : Characterization of Hysteresis in the Desorption of 2,4,5-T from soils, *Soil Sci. Soc. Am. J.*, Vol.43, pp.871-874, 1979.
- 17) Scheidegger, A.E. : Statistical hydrodynamics in porous media, *J. Appl. Physics*, Vol.25, pp.994-1001, 1954.
- 18) de Josselin de Jong, G. : Longitudinal and transverse diffusion in granular deposits, *Trans. Amer. Geophys. Union*, Vol.39, pp.67-74, 1958.
- 19) Saffman, P.G. : A theory of dispersion in porous media, *J. Fluid Mech.*, Vol. 6, pp.321-349, 1959.
- 20) 武内等 : 確率モデルによる多孔体内の流れのシミュレーション, *土木学会論文報告集*, No.187, pp.78-83, 1971.
- 21) Rumer, R.R.Jr. : Longitudial dispersion in steady and unsteady flow, *Proc. ASCE*, Vol.88, HY4, pp.147-171, 1962.
- 22) Fried, J.J. and Combarous, M.A. : Dispersion in porous media, *adv. Hydro-science*, Vol.7, pp.169-282, 1971.
- 23) Klotz, D., Seiler, H.M. and Neumaier, F. : Dispersivity and velocity relationship from laboratory and field experiments, *J. Hydrol.*, Vol.45, pp.169-184, 1980.
- 24) Segol, G. and Pinder, G.F. : Transient simulation of saltwater intrusion in southeastern florida, Vol.12, No.1, pp.65-70, 1976.
- 25) 八幡敏雄 : 土壌の物理, 東京大学出版会, P.23, 1975.
- 26) Bolt, G.H., and Bruggenwert, M.G.M. : *Soil Chemistry*, Elsevier Scie. Pub. Co., 1978.
- 27) Sposito, G. and Mattigod, S.V. : On the chemical foundation of sodium ad-sorption ratio, *Soil Sci. Soc. Am. J.*, Vol.41, pp.323-329, 1977.
- 28) Sheta, T.H., Gobran, G.R., Dufey, J.E. and Laudelout, H. : Sodium-Calcium

- exchange in Nile Delta soil, *Soil Sci. Soc. Am. J.*, Vol.45, pp.749-753, 1981.
- 29) 加藤博敏, 青木一男, 嘉門雅史: 地下水の塩水化に伴う吸着現象について (I I), 第39回土木学会年次学術講演会概要集, pp.721-722, 1984.
- 30) Griffin, R.A. and Au, A.K.: Lead adsorption by montmorillonite using a competitive Langmuir equation, *Soil Sci. Soc. Am. J.*, Vol.41, pp.880-882, 1977.
- 31) Sposito, G.: Derivation of the Freundlich equation for ion exchange reactions in soil, *Soil Sci. Soc. Am. J.*, Vol.44, pp.652-654, 1980.
- 32) Laryea, K.B., Elrick, D.E. and Robin, M.J.L.: Hydrodynamic dispersion involving cationic adsorption during unsaturated, transient water flow in soil, *Soil Sci. Soc. Am. J.*, Vol.46, pp.667-671, 1982.
- 33) Valocchi, A.J.: Describing the transport of ion-exchanging contaminants using an effective  $K_d$  approach, *Water Resour. Res.*, Vol.20, No.4, pp.499-503, 1984.
- 34) 青木一男, 嘉門雅史, 内山雄一郎: 地下水の塩水化に伴う吸着現象について, 第38回土木学会年次学術講演会概要集, pp.249-250, 1983.
- 35) 青木一男, 嘉門雅史: 地下水の塩水化に伴う吸脱着現象について, 土木学会論文集, 第370号, pp.133-141, 1986.
- 36) Sposito, G.: Derivation of the Freundlich equation for ion exchange reactions in soil, *Soil Sci. Soc. Am. J.*, Vol.44, pp.652-654, 1980.
- 37) Swanson, R.A. and Dutt, G.R.: Chemical and physical processes that affect atrazine movement and distribution in soil system, *Soil Sci. Soc. Am. Proc.*, Vol.37, pp.872-876, 1973.
- 38) Langmuir, I.: The Adsorption of Gases on plane surfaces of Glass, Mica and Platinum, *J. Am. Chem. Soc.*, Vol.59, pp.1361-1403, 1918.
- 39) Kuo, S and Lotse: Kinetics of phosphate adsorption and desorption by hematite and gibbsite, Vol.119, No.6, *Soil Sci.*, pp.400-406, 1974.
- 40) 青木一男, 嘉門雅史, 加藤博敏, 杉本和彦: イオン交換径路の違いによる吸脱着特性, 第20回土質工学研究発表会概要集, pp.161-162, 1985.
- 41) Pinder, G.: A Galerkin-finite element simulation of groundwater contamination on long island, New York, *Water Resour. Res.*, Vol.9, No.6, pp.1657-



1669, 1973.

- 42) 青木一男, 嘉門雅史, 内山雄一郎: 地下水汚染問題における塩分拡散について, 環境保全と地盤工学に関するシンポジウム論文集, 土質工学会, PP.27-30, 1983.
- 43) 青木一男, 嘉門雅史, 内山雄一郎: 塩分の移流・拡散・吸着現象の数値解析, 第18回土質工学研究発表会講演集, pp.1325-1326, 1983
- 44) Bear, J. : *Hydraulics of Groundwater*, McGraw-Hill, pp.231-239, 1979.
- 45) Pinder, G. F. and Gray, W. G. : *Finite Element Simulation in Surface and Subsurface Hydrology*, Academic Press, pp.169-175, 1977.
- 46) 加藤博敏, 青木一男, 嘉門雅史: 地下水の塩水化に伴う吸着現象について (III), 第40回土木学会年次学術講演会概要集, pp.751-752, 1985.
- 47) Ogata, A. : *Theory of dispersion in a granular media*, U. S. Geol. Surv. Prof. Pap., pp.1-34, 1970.
- 48) Reddel, D. L. and Sunada, D. K. : *Numerical simulation of dispersion in groundwater aquifers*, Hydrol. Pap., pp.41-79, 1970.
- 49) Pickens, J. F. and Lennox, W. C. : *Numerical simulation of waste movement in steady groundwater flow system*, Water Resour. Res., Vol.12, No.2, pp.171-180, 1976.
- 50) Van Genuchten, M. Th. : *Soil Chemistry B.Physico-Chemical Models*, Elsevier Scientific Pub. Co., pp.349-386, 1979.

### 第3章 地下水ハイブリッドモデルの同定

#### 3.1 概説

地下水開発および保全の立場から地下水の量的な問題を議論する場合、従来から行われている手法として、地表水、地下水に着目した水収支による水文学的な検討、あるいは地下水のみを対象とし、その変動を明らかにするシミュレーション等による検討が別個に行われてきた。しかし、総合的な評価を行うためにはこの両者を同時に行うべきである。すなわち、水文学的な検討と地下水シミュレーションを組み合わせた地下水文学的なアプローチが重要になってくる。

このような地下水文学的現象を考慮したモデル化、解析手法に関し、種々のものが提案されている。

まず、渡辺ら<sup>1)</sup>は地下水への鉛直かん養を水収支的に検討を加え、その影響を平面2次元浸透流の基礎方程式の中に組み込み地下水位変動をシミュレートした。また、佐合ら<sup>2)</sup>は地下水を含めた水循環を考えるために、マクロな水収支と地下水シミュレーション、浸透モデル、流出モデルをつなぐ流域水循環を表すモデルを作成した。すなわち、タンクモデルによる地下水かん養量を決定し水収支的に地下水位変動を求める手法である。しかし、このモデル化には地下水流動という概念がいっさい入っていないため、地下水位変動の精度にかなりの問題を含んでいる。

また、榎根ら<sup>3)</sup>、安藤ら<sup>4)</sup>、道上ら<sup>5)</sup>は、佐合らのモデルの問題点を解決するため地下水流動を含めたモデルを開発した。すなわち、榎根らはかん養を考慮した不圧地下水位変動解析手法として水収支、タンクモデル、および平面2次元浸透解析を組み合わせた解析手法を提案した。安藤らは地下水かん養機構を独自にモデル化し、それと平面2次元浸透解析を組み合わせた解析手法を示した。道上らは雨水が地表に貯留されることによって降水の地下への影響が累積され、またある程度時間的に遅れるという考え方のもとに、地表の雨水貯留をタンクモデルで表し、平面2次元浸透解析と組み合わせた手法を提案した。

しかし、これらの研究では、モデルの構造、地下水かん養量、帯水層パラメータなどの設定法が非常にあいまいである。また、特に単位流域での長期間の水位変動を検討する場合には、解析対象領域の境界流入量の季節的変動の考慮が十分に行われていないなどの問

題点が残されている。

そこで、本章では、上で述べた問題点を解決するため、従来の浸透解析手法に地下水文学的な概念を容易に考慮できる地下水ハイブリッドモデルを提案し、そのモデルの同定手法を示し、さらに簡単な解析モデルを用いてこの同定手法の妥当性を検討する。

まず3. 2において、提案した地下水ハイブリッドモデルの構造を示した。地下水ハイブリッドモデルは、流出モデル、地下水浸透モデル、地下水保水モデルから構成されている。流出モデルは、降水が表面流出、中間流出、地下水流出となる割合を推定するモデルである。ここでは、流出モデルとして多成分系非線形モデルである3段1列のタンクモデルを用いた。地下水浸透モデルは、地下水の流動を表すもので、従来の浸透モデルに解析領域内の降水による鉛直かん養の影響を考慮するため1段のタンクモデルを付け加えたものである。また地下水保水モデルは、流出モデルからの地下水流出量を受け入れ、それを地下水浸透モデルへの地下水流入量に変換するものであり、1段のタンクモデルを想定した。

3. 3では、地下水ハイブリッドモデルの1要素である流出モデル、すなわちタンクモデルの同定手法を示し、簡単な解析モデルにより同定手法の妥当性を議論した。タンクモデルの同定手法は、小林・丸山<sup>6)</sup>、永井・角屋<sup>7)</sup>などによりPowellの共役方向法を用いた手法が提案され、十分な成果を得ている。しかし、従来のタンクモデルは、洪水予知、防止等の観点から河川流出量に重点を置いているが、ここでは地下水文学的観点から地下水流出量に重点を置くため、その構造を同定する最適化手法の考え方が異なってくる。すなわち、地下水流出量を決定するタンクモデルを同定する場合に影響を与えるものは、河川流出量の高水部のみではなく低水部が非常に重要となってくる。そこで本節では、Powellの共役方向法を用い、河川流出量の高水部から低水部まで評価できるように、多目的計画法的な発想から新たな目的関数を提案し、その有用性を比較検討した。

次に、3. 4では地下水ハイブリッドモデルの1要素である地下水浸透モデルの同定手法を示し、簡単な解析モデルにより同定手法の妥当性を検討した。地下水浸透モデルを構築する上で必要となるパラメータは、帯水層定数（透水量係数、貯留係数）、それらの空間分布、境界流入量および解析領域内の降水による鉛直かん養の影響を考慮する1段のタンクモデル定数である。この内、鉛直かん養の影響を考慮するタンクモデル定数は、3. 3の流出モデルの同定において決定されたタンクモデルの第1段タンクをそのまま用いるため、本節では同定を行わない。その他のパラメータの同定手法については、これまで種々の手法が提案されている。Jacquard and Jain<sup>8)</sup>、Jahns<sup>9)</sup>等は、透水量係数、貯留係数の空間分布が既知の場合に、それぞれのパラメータ値を同定する手法を示し、Neuman<sup>10)</sup>、

Sun and Yen<sup>11)</sup>等は、透水量係数およびその空間分布も同定する手法を提案している。しかし、透水量係数、貯留係数およびその空間分布ならびに境界から流入する地下水量を同時に同定する方法は、現在のところ見あたらない。そこで、本節では透水量係数、貯留係数、水理境界等の影響が、複雑に反映して様々な挙動を示す地下水位変動を観測値とし、透水量係数、貯留係数、およびそれらの空間分布ならびに境界から流入する地下水量を間接法逆問題として同時に同定する手法を示したものである。また、得られる観測値が空間的、時間的に種々の分布をしていることから、同定に用いる観測値としてどのデータを用いても良いわけではなく、その選択によっては、不適切問題となる場合も存在しうることを示し、精度良い同定が可能となる観測値の選択方法についても考察を加えた。

3.5では地下水ハイブリッドモデルの1要素である地下水保水モデルの同定手法を示し、簡単な解析モデルにより同定手法の妥当性を検討した。地下水保水モデルはタンクモデルを仮定しているため、その同定手法は流出モデルのそれと同じである。しかし、ここでのタンクモデルは、流出モデルから地下水帯へ流入する地下水が地下水浸透モデル領域境界に到達する時間的遅れおよび集水面積の大きさの違いを表現するもので、流出モデルのタンクモデルとは物理的意味が異なる。そこで、地下水保水モデルの物理的意味について考察を加えた。

### 3.2 地下水ハイブリッドモデルの構造

地下水ハイブリッドモデルは、地下水浸透解析に地下水文学的な考慮が可能となるようにしたモデルである。その構造は、図-3.2.1に示すように、流出モデル、地下水浸透モデル、地下水保水モデルから構成されている。地下水ハイブリッドモデルを構成している各モデルについて以下に述べる。

#### 3.2.1 流出モデル

流出モデルは、地下水保水モデルへの地下水流出量を推定するためのもので、降水量から地下水流出成分を分離する役割をなす。

通常、山腹斜面における雨水の運動を概念的に示したものが図-3.2.2(a)であり、次のように説明される<sup>12)</sup>。地表付近に到達した雨水の一部は樹木、草などによって遮断され、一時的に貯留されるが、やがてその大部分は滴下して地表面に達する。また、雨水の一部は地表面の窪地にたまったり、地表より地下に浸透したりする。こうした雨水のかなりの

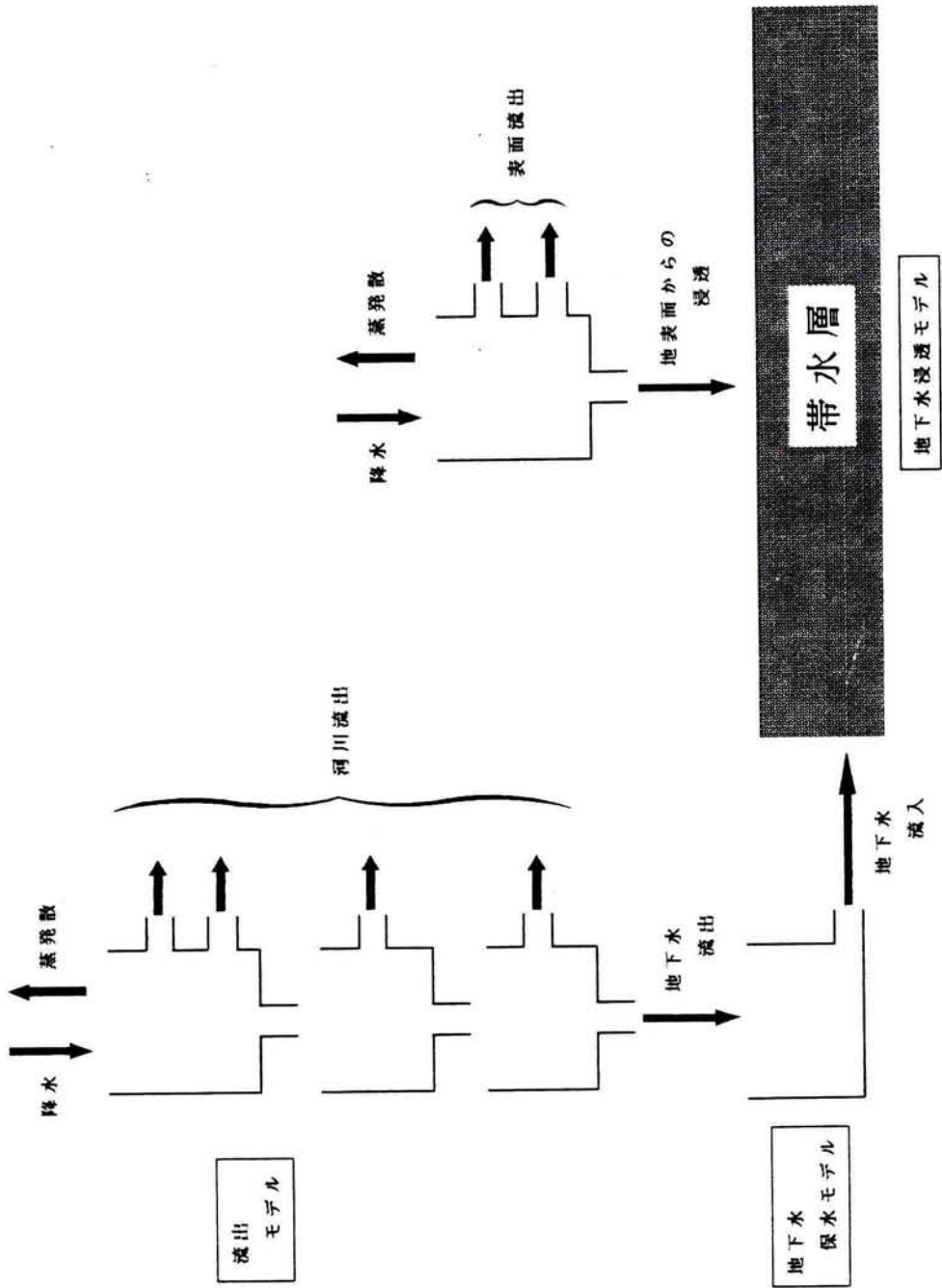


図-3.2.1 地下水ハイブリッドモデルの概念図

部分は地表より蒸発し、また植物をとおして樹葉より発散する。また地中に浸透した雨水は、土湿を増しつつ降下してやがて地下水帯に達し、ここで地下水として流れる。この成分が地下水流出である。降雨強度がかなり大きい場合には、地下に浸透した雨水は、地表面下数10cmないし1m前後の非常に透水性の高い中間層の低部にたまり、重力水としてこの中間層の中を山腹斜面に平行に流れ、水みちや中間層と地表との交わり部分より流出する。これが中間流出である。さらに大きな強度の降水、つまり地表より地中への浸透能力より大きな強度の雨が降ると、雨水は地中へは浸透しきれずに地表を流れるようになる。こうした流出成分が表面流出と言われるものである。

こうして、3つの流出成分はそれぞれ地表とか地下とかその運動の場を異にするので、流出特性も違ったものになる。このような流出現象を1つのモデルとして表現したものが流出モデルである。流出モデルとしては数多くのものが提案されているが、その代表的なものをあげると、タンクモデル<sup>13)</sup>、貯留関数法<sup>14)</sup>、表面流モデル<sup>15)</sup>などがある。

そこで、本章で提案する地下水ハイブリッドモデルの流出モデルとしては、浸透現象をも含めてモデル化したタンクモデルを用いることにする。

タンクモデルは、図-3.2.2(b)に示すようにそれぞれの流出成分をタンクに対応させた多成分系非線形モデルである。そして、そのタンク内の水深状態と流出量状態の関係を基礎として流出モデルを組み立てたものである。各タンクには底孔とある高さの側面に孔が

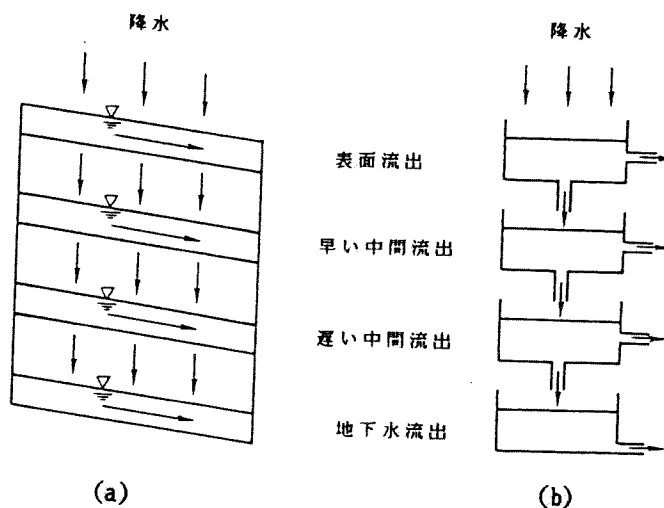


図-3.2.2 斜面における降水の変換過程

開けられており、各タンク内の水位が側面の孔の高さに達するまでその孔から流出は始まらず、底孔から1段下のタンクに流出するのみである。このように第1段タンクの側孔からの流出は表面流出、第2、3段タンクの側孔からの流出は早い中間流出、遅い中間流出、また第3段タンクの底孔からの流出は地下水流出に対応している。

### 3. 2. 2 地下水浸透モデル

地下水浸透モデルは地下水の流動を表すもので、従来の浸透モデルに解析領域内の降水の鉛直かん養を考慮するため1段のタンクモデルを付け加えたものである。このタンクモデルは流出モデルで決定された第1段目のタンクをそのまま用いる。

地下水流動を表す理論モデルは、1960年代の後半までは解析学に基づいたものが中心であったが、1970年代に入って従来の井戸近傍から解析領域が拡大された。まず、Theis<sup>16)</sup>による非定常地下水流動の理論が示され、その後Jacob<sup>17)</sup>、Hantushら<sup>18)</sup>に受け継がれ、Neuman and Witherspoon<sup>19)</sup>による多層帯水層中の地下水流動理論へと発展してきた。一方、Freeze and Witherspoon<sup>20)</sup>は差分法を用いて、広域地下水モデルの研究を行った。その後、有限要素法が導入され、平面2次元モデル<sup>21)</sup>、準3次元モデル<sup>22)</sup>、3次元モデル<sup>23)</sup>へと拡張されてきた。

そこで、本節において地下水流動を表現するモデルとして、準3次元あるいは3次元モデルを用いることが出来るが、同定しようとする帯水層パラメータの数およびその不均質性を考えれば、未知数が多くなり同定上問題があるため、ここでは、飽和帯水層を対象とした平面2次元非定常モデルを仮定し、式(3.2.1)の基礎方程式に従うものとする。

$$-\frac{\partial}{\partial x} \left( T \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( T \frac{\partial h}{\partial y} \right) = S \frac{\partial h}{\partial t} + W + L_E \quad (3.2.1)$$

$$h(x, y, 0) = h_0(x, y) \quad (x, y) \in \Omega$$

$$h(x, y, t) = g_1(x, y) \quad (x, y) \in \Gamma_1$$

$$T \frac{\partial h}{\partial n}(x, y, t) = g_2(x, y) \quad (x, y) \in \Gamma_2 \quad (3.2.2)$$

ここで、 $h$ ：地下水位、 $T$ ：透水量係数、 $S$ ：貯留係数、 $W$ ：揚水量、 $L_E$ ：鉛直かん養量、 $h_0$ ：地下水位の初期条件、 $g_1, g_2$ ：境界条件を表現する関数、 $n$ ：境界に対する垂直方向ベクトル、 $\Omega$ ：解析対象領域、 $\Gamma_1, \Gamma_2$ ： $\Omega$ の境界である。

また、初期条件は実測地下水位などから推定する方法が一般的であるが、本章では、式

(3.2.3)、(3.2.4)による定常解析から得られる解 $h_0$ を初期条件として用いる。

$$-\frac{\partial}{\partial x} \left( T \frac{\partial h_0}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( T \frac{\partial h_0}{\partial y} \right) = W \quad (3.2.3)$$

$$h_0(x, y) = g_1(x, y) \quad (x, y) \in \Gamma_1$$

$$T \frac{\partial h_0}{\partial n}(x, y, t) = g_2(x, y) \quad (x, y) \in \Gamma_2 \quad (3.2.4)$$

### 3. 2. 3 地下水保水モデル

流出モデルより求められる流出成分は、それぞれ地表とか地下とかその運動の場を異にするので、流出の特性も違ったものになる。特に地下水流出は他の流出成分と比べて流量的には少ないが流出に時間を要し、長期間にわたる地下水浸透モデルへの地下水流入量となる。また、流出モデルによって得られた地下水流出量が地下水浸透モデルの解析領域への境界流入量となるのには集水面積や透水量係数などに依存する時間的ずれがあると考えられる。

これらの点を考慮に入れながら、流出モデルの地下水流出量を受け入れ、それを地下水浸透モデルの境界流入量に変換するものが、地下水保水モデルである。

地下水保水モデルとして1段のタンクモデルを想定する。これは、もっと複雑なタンクモデルを仮定してもよいが、地下水浸透モデルにおいて境界流入量を同定するための観測値の数に制約があるため複雑な地下水保水モデルを同定できないからである。また、流出モデルからの地下水流出量、地下水浸透モデルへの境界流入量は、短期的には大きな変動はないと見なしてよい。このことから流出モデルより得られる日単位の地下水流出量および地下水浸透モデルより得られる時間単位の境界流入量を月単位に変換して地下水保水モデルで扱うことにする。

## 3. 3 流出モデルの同定

### 3. 3. 1 タンクモデル定数同定問題の定式化

タンクモデルは、観測された降水量および推定された蒸発散量を人力値として、河川流出量、地下水流出量が解析の結果得られる。このタンクモデルの構造を決定するには、各



タンクの流出孔の高さ、流出率および初期貯留水深の未知定数を推定しなければならない。普通、タンクモデル定数は、タンクモデルより解析された河川流出量とその観測値を比較して、その差が小さくなるように同定される。

タンクモデル定数を同定する手法として、従来は試行錯誤による方法によっていたが、現在では非線形計画法を用いた手法<sup>6), 7)</sup>などが提案され、十分な成果を得ている。しかし、従来のタンクモデルは、洪水予知、防止等の観点から河川流出量に重点を置いているが、ここでは地下水文学的観点から地下水流出量に重点を置くため、その構造を同定する最適化手法の考え方が異なってくる。すなわち、地下水流出量を決定するタンクモデルを同定する場合に影響を与えるものは、河川流出量の高水部のみではなく、低水部が非常に重要となってくる。

そこで本節では、3段1列タンクモデルの諸定数を同定する目的から非線形計画法の1つであるPowellの共役方向法を用い、河川流出量の高水部から低水部まで評価できるように、多目的計画的な発想から新たな目的関数を導入し、これらの手法を用いてタンクモデル同定問題の定式化を行った。

#### (1) Powellの共役方向法

Powellの共役方向法は、目的関数の偏微分係数を必要とせず、変数Zに制約条件がない場合、非線形関数の最適化手法のなかでは最も優れたものの1つである。そのため目的関数の偏微分係数を解析的に求めることのできないタンクモデルの諸定数を同定するのに適していると考えられる。

Powellの共役方向法の基本的な考え方<sup>24)</sup>は、N次元変数Zに関する正値2次形式、式(3.3.1)の最小点はたかだかN回の共役方向の最小点の探索によって求められることにある。

$$J(Z) = Z^T G Z + G_0^T Z + g_0 \quad (3.3.1)$$

ここに、J: 目的関数、 $Z = [Z_1, Z_2, \dots, Z_N]^T$ : N個のタンクモデル定数、G: 正値行列 ( $N \times N$ )、 $G_0$ : 定数ベクトル (N次元)、 $g_0$ : 定数 (スカラー) である。

一般の非線形関数は正値2次形式とは限らないのでN回の共役方向における最小点の探索によって大局的最小点を求めることはできない。この場合、さらにN回の共役方向の探索を繰り返さなければならないが、全く同一の共役方向を採用することは必ずしも得策ではない。この点をPowellの共役方向法ではまず最初にN回の探索を行った後、共役方向の1つを入れ換えることによって、能率よく最小点に達することができるかをPowellの基準によって判定する。そして、この基準を満たす場合にはその共役方向を入れ換え、そうで

ない場合にはそれまでの共役方向によってふたたびN回の探索を行うという工夫がなされている。こうして最小点に近い点が探索されれば、その近傍では目的関数が正値2次形式で十分近似できるので最終的には大域的最小点に達することができる。

(2) 決定変数

図-3.3.1のタンクモデルにおいて、決定すべき定数として流出孔の高さ、流出率および初期貯留水深をとり、これらを次のように変数 $b_1 \sim b_{14}$ で表す。

$$\begin{aligned}
 b_1 &= \alpha_{11}, & b_2 &= \beta_{11}, & b_3 &= \alpha_{12}, & b_4 &= \beta_{12}, & b_5 &= \alpha_{13}, & b_6 &= \beta_{11} \\
 b_7 &= \alpha_{21}, & b_8 &= \beta_{21}, & b_9 &= \alpha_{22}, & b_{10} &= \beta_{21} \\
 b_{11} &= \alpha_{31}, & b_{12} &= \beta_{31}, & b_{13} &= \alpha_{32}, & b_{14} &= \beta_{31}
 \end{aligned}
 \tag{3.3.2}$$

ところで、これら14個の変数の内、流出孔の高さは $10^2$ のオーダーであるのに対し、第3タンクの流出率は $10^{-2}$ のオーダーとなり、その間に $10^4$ の開きがある。このように同定する変数間の値が大きくオーダーの異なる問題を直接取り扱くと、変数の存在範囲が非常に細長くなり、目的関数の応答面形状が極端に偏平となって、計算効率が悪く、それによって最適解が得にくいと考えられる。そこで、このような障害を改善する1つの手法として、永井ら<sup>7)</sup>が提案している規準化方程式を用いる。規準化方程式は、式(3.3.3)で表される。

$$\begin{aligned}
 Z_1 &= \frac{b_1}{b_1^0}, & Z_2 &= \frac{b_2}{b_2^0}, & \dots\dots\dots, \\
 Z_{14} &= \frac{b_{14}}{b_{14}^0}
 \end{aligned}
 \tag{3.3.3}$$

ここに、 $Z_i$ ：規準化された各変数、 $b_i$ ：タンクモデルの各定数、 $b_i^0$ ：タンクモデルの各定数の初期値を表す。

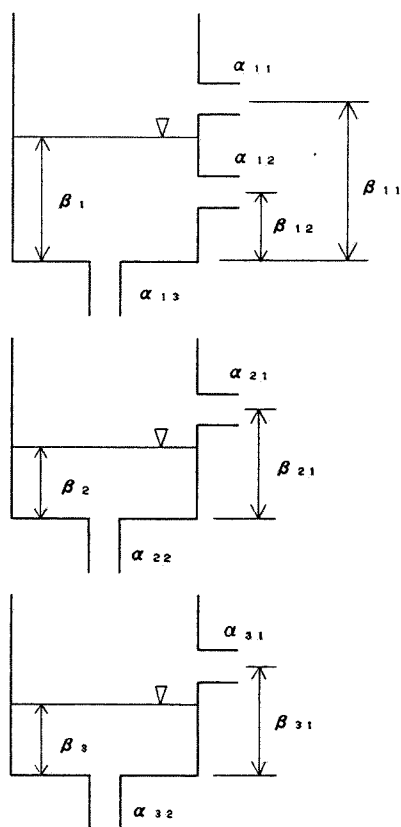


図-3.3.1 タンクモデル

(3) 制約条件の導入

まず、タンクモデルの各定数はその性質上、以下に示す制約条件を満たさなければならない。

$$\begin{aligned} b_i > 0 \quad (i=1, \dots, 14) \\ b_1 + b_3 + b_5 < 1, \quad b_7 + b_9 < 1, \quad b_{11} + b_{13} < 1 \end{aligned} \quad (3.3.4)$$

式(3.3.4)は、陽の制約条件であるが、この他に陰の制約条件として「各タンクの流出孔から必ず流出する日が存在すること」が必要である。しかし、Powellの共役方向法は制約条件のない場合の最適化手法なので何らかの工夫が必要である。

そこで、一般にはペナルティ関数<sup>6)</sup>を導入して制約条件を解消する方法がよく用いられているようである。ここでは以下のようなペナルティ関数を用いることにした。

①各タンクの流出率が非負であることに対して、

$$\begin{aligned} J_1 &= \sum_{i=1}^{14} p_o(b_i) \\ p_o(b_i) &= 0 && b_i \geq 0 \text{ のとき} \\ p_o(b_i) &= |b_i| \times 10^8 && b_i < 0 \text{ のとき} \end{aligned} \quad (3.3.5)$$

②各タンクの流出率の和が1より小さいことおよび流出孔の高さに対して、

$$\begin{aligned} J_2 &= 0 && b_1 + b_3 + b_5 \leq 1 \text{ のとき} \\ J_2 &= (b_1 + b_3 + b_5 - 1) \times 10^8 && b_1 + b_3 + b_5 > 1 \text{ のとき} \\ J_3 &= 0 && b_7 + b_9 \leq 1 \text{ のとき} \\ J_3 &= (b_7 + b_9 - 1) \times 10^8 && b_7 + b_9 > 1 \text{ のとき} \\ J_4 &= 0 && b_{11} + b_{13} \leq 1 \text{ のとき} \\ J_4 &= (b_{11} + b_{13} - 1) \times 10^8 && b_{11} + b_{13} > 1 \text{ のとき} \\ J_5 &= 0 && b_4 - b_2 < 0 \text{ のとき} \\ J_5 &= (b_4 - b_2) \times 10^8 && b_4 - b_2 \geq 0 \text{ のとき} \end{aligned} \quad (3.3.6)$$

③各タンクの流出孔から必ず流出する日が存在することに対して、

$$\begin{aligned} J_6 &= \sum_{j=1}^7 m_j \times 10^8 \\ m_j &= 0 \quad (\text{第}j\text{流出孔からの流出量が1日でもあったとき}) \end{aligned} \quad (3.3.7)$$

$$m_j = 1 \quad (\text{第}j\text{流出孔からの流出量が1日もなかったとき})$$

これらのペナルティ関数は本来の目的関数 $J_0$ に加えられて、制約条件を満たさない解には極端に大きな関数値を与えることで、制約条件を課すことができないという問題を解決している。

$$J = J_0 + J_1 + J_2 + J_3 + J_4 + J_5 + J_6 \quad (3.3.8)$$

#### (4) 同定手順

タンクモデルの諸定数をPowellの共役方向法によって同定する手順を簡単にまとめると次のとおりである。

- ①降水量、河川流出量、蒸発散量をそれぞれ与える。
- ②タンクモデルの各定数の初期値を設定し、各変数の規準化を行う。また、目的関数を選定する。
- ③Powellの共役方向法を用いて最適解を求める。
- ④目的関数が3.3.2で提案する関数の場合はデルタ関数と重みも同時に再設定する。
- ⑤収束条件を満たしていれば、終了。
- ⑥③に戻る。

### 3.3.2 河川流出量に対する目的関数の評価

次に本来の目的関数 $J_0$ として、一般にタンクモデルより得られた解析河川流出量と観測河川流出量との残差を用いることが多い。たとえば、残差の表し方として次のようなものが挙げられる。

$$J_0 = \sum |Q_c - Q_0| \quad (3.3.9)$$

$$J_0 = \sum (Q_c - Q_0)^2 \quad (3.3.10)$$

$$J_0 = \sum (\log Q_c - \log Q_0)^2 \quad (3.3.11)$$

$$J_0 = \sum (Q_c - Q_0)^2 / Q_0 \quad (3.3.12)$$

ここに、 $Q_c$ ：タンクモデルより計算された河川流出量、 $Q_0$ ：観測河川流出量である。

式(3.3.9)は相対残差、式(3.3.10)は残差二乗和でありどちらも一般的に用いられる目的関数である。式(3.3.10)はハイドログラフにおける高水部の残差が式(3.3.9)より大きく評価される。式(3.3.11)は対数変換河川流出量に対するもので、逆に低水部の残差が大

大きく評価される。式(3.3.12)は残差二乗和が高水部の残差を評価し過ぎるのを補正する効果を狙ったものである。

そこで、タンクモデル定数同定過程における、これらの目的関数の特性を明らかにするため、表-3.3.1に示すタンクモデル定数を真値、初期値とする解析モデルを設定して種々の考察を行う。

まず、福井県常神地区において観測された昭和60年1月~4月の実測降水量を、表-3.3.1

表-3.3.1 タンクモデルの諸定数

に示す真値の定数を持つタンクモデルに与えた場合のタンクの各孔からの河川流出量を示したのが図-3.3.2である。この図を見ると、最上段のタンクから流出する量はそれより下のタンクの河川流出量と比較して最も大きく、かつハイドログラフの高水部に大きく関与しており、それ以下のタンクからの河川流出量は低水部に関与していることがわかる。従ってハイドログラフの高水部の残差を大きく評価する目的関数は第1タンクの諸定数を決定し易いが、その下のタンクの諸定数の決定に

		初期値	真値
タンクモデルの諸定数	$\alpha_{11}$	$1.0 \times 10^{-1}$	$2.0 \times 10^{-1}$
	$\beta_{11}$	$1.0 \times 10^{+1}$	$4.0 \times 10^{+1}$
	$\alpha_{12}$	$1.0 \times 10^{-1}$	$2.0 \times 10^{-1}$
	$\beta_{12}$	5.0	$1.5 \times 10^{+1}$
	$\alpha_{13}$	$1.0 \times 10^{-1}$	$2.0 \times 10^{-1}$
	$\beta_1$	5.0	5.0
	$\alpha_{21}$	$2.5 \times 10^{-2}$	$5.0 \times 10^{-2}$
	$\beta_{21}$	5.0	$1.5 \times 10^{+1}$
	$\alpha_{22}$	$2.5 \times 10^{-2}$	$5.0 \times 10^{-2}$
	$\beta_2$	$2.0 \times 10^{+1}$	$1.0 \times 10^{+1}$
	$\alpha_{31}$	$5.0 \times 10^{-3}$	$1.0 \times 10^{-2}$
	$\beta_{31}$	5.0	$1.5 \times 10^{+1}$
	$\alpha_{32}$	$5.0 \times 10^{-3}$	$1.0 \times 10^{-2}$
	$\beta_3$	$2.0 \times 10^{+1}$	$3.0 \times 10^{+1}$

は難があるものと考えられる。ところが、ハイドログラフの低水部の残差を大きく評価する目的関数が第2タンク、第3タンクの諸定数を決定し易いとは限らない。それは上部のタンクの諸定数が定まらない段階ではその下のタンクの諸定数を決定することはできないからである。

次に、ハイドログラフの傾向とそれに対するそれぞれの目的関数の特性を考える。ハイドログラフの高水部と低水部のある日でその残差( $Q_c - Q_0$ )が等しい場合、式(3.3.10)はどちらも同じに評価するが、式(3.3.11)は低水部の方を大きく評価する。また、ハイドログラフの高水部と低水部のある日でその割合( $Q_c / Q_0$ )が等しい場合、式(3.3.11)はどちらも同じに評価するが、式(3.3.10)は高水部の方を大きく評価する。そこで、表-3.3.1に示す真値と初期値の定数を持つそれぞれのタンクモデルによって計算された河川流出量を比較したハイドログラフ図-3.3.3を考えると、解析期間中、低水部で残差が大きい2日目~4日目などは式(3.3.11)の目的関数が大きく評価し、高水部で残差が大きい102日目~104日目などは式(3.3.10)の目的関数が大きく評価することになる。考え易くするため31日目~90日目の期間のハイドログラフを取り出し、式(3.3.10)、(3.3.11)で求められる各々の

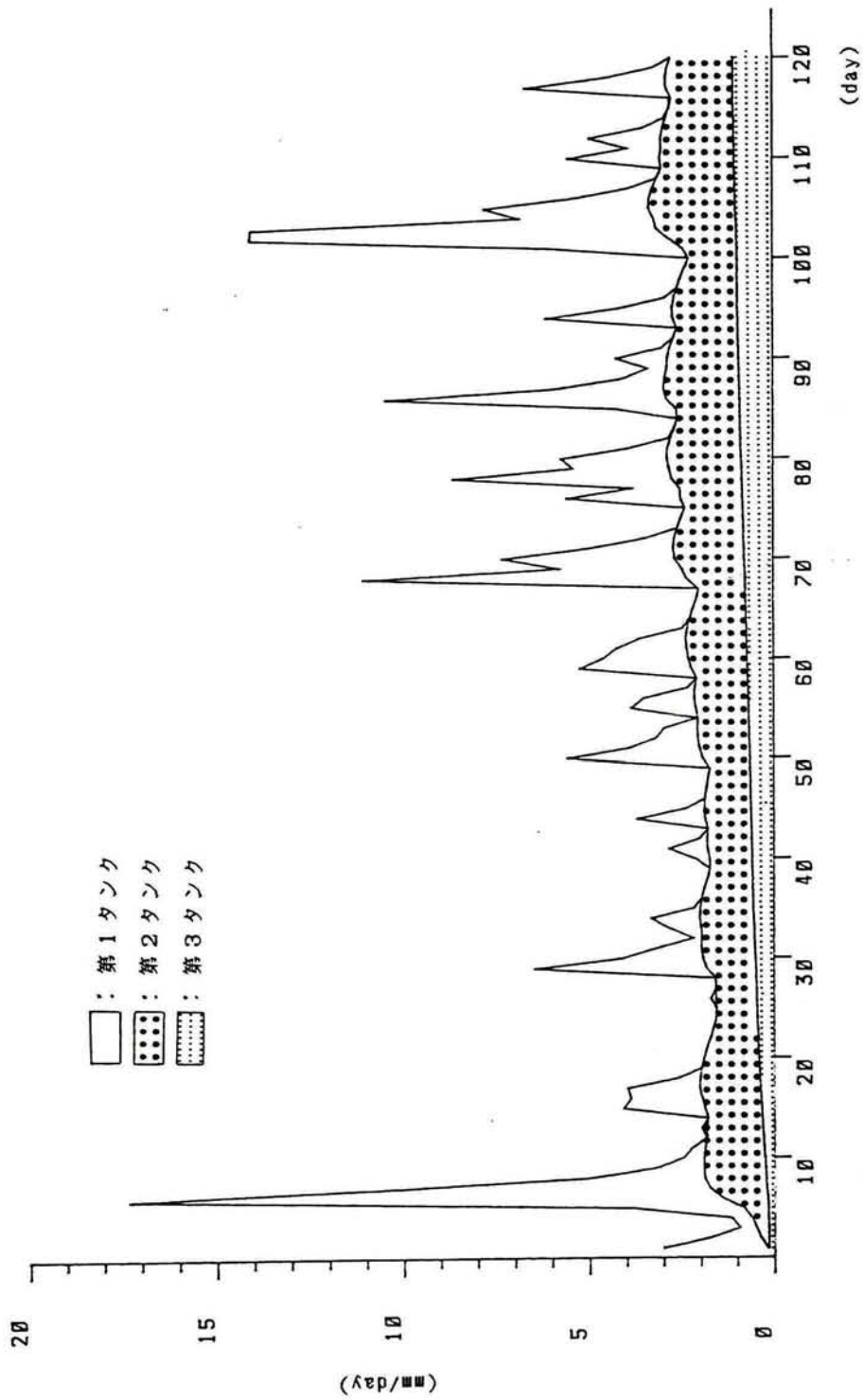


図-3.3.2 各タンクからの河川流出量の比較

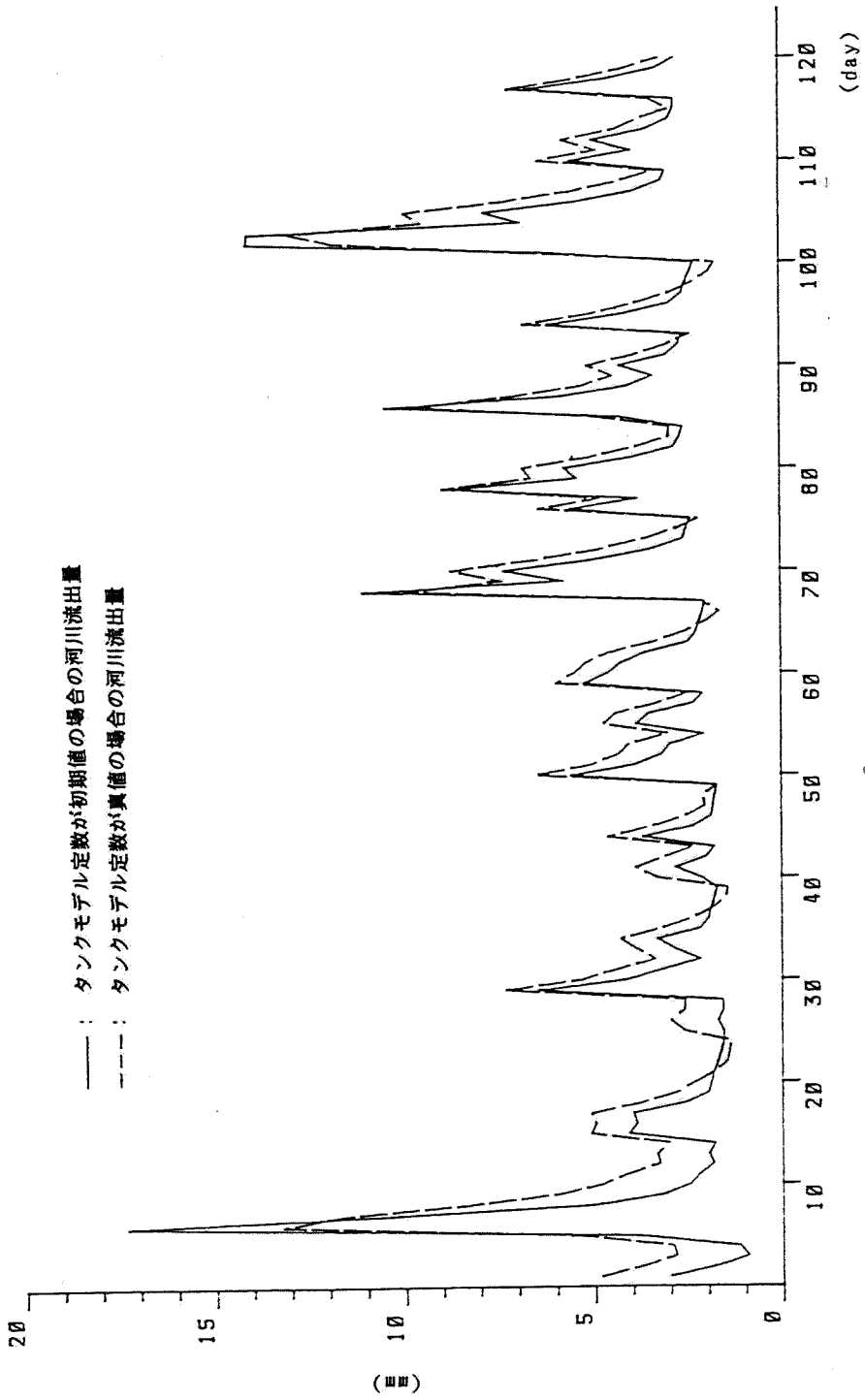


図-3.3.3 ハイドログラフの比較

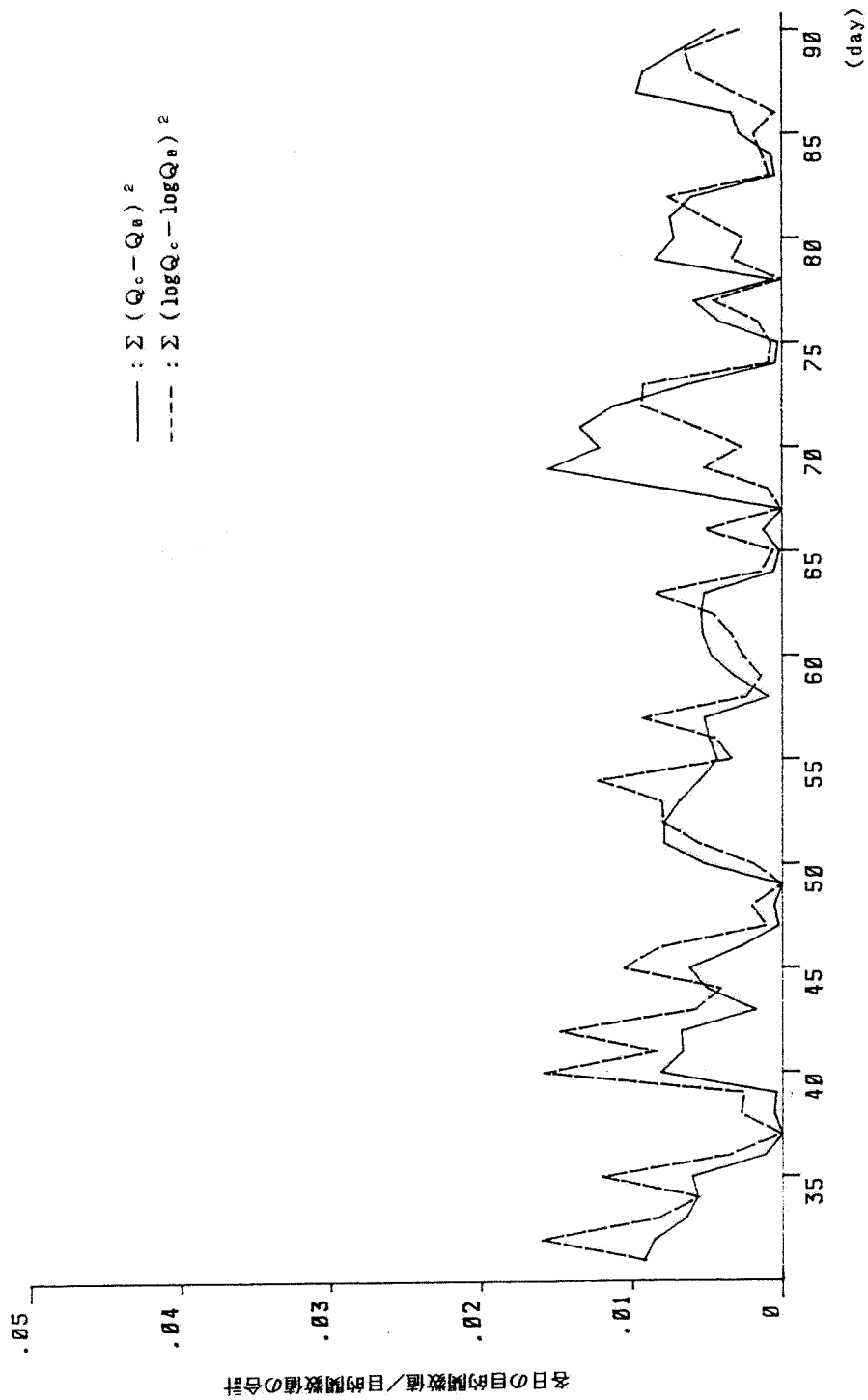


図-3.3.4 目的関数値の比較



日の関数値をそれぞれ120日間の関数値の合計で除したものを示したのが図-3.3.4である。例えば、31日目～34日目や68日目～70日目などで前述の傾向は明らかである。つまり、式(3.3.10)はハイドログラフの高水部の残差を過大に評価しがちであり、式(3.3.11)はハイドログラフの高水部の残差を過小に評価しがちであることが分かる。そこで、釣合のとれた残差の評価を行う新たな目的関数を本節で提案する。この目的関数は、図-3.3.4の各々の日で2本の折れ線の示す値の大きい方を採用したもので、合理的な残差の評価が可能になると考えられる。定式化すると、Diracのデルタ関数 $\delta(i)$ と重み $\omega(i)$ を導入して、以下のような式で表せる。

$$J_0 = \sum \left\{ \frac{\delta(1) \times (\log Q_c - \log Q_0)^2}{\omega(1)} + \frac{\delta(2) \times (Q_c - Q_0)^2}{\omega(2)} \right\} \quad (3.3.13)$$

### 3.3.3 同定結果および考察

表-3.3.2に示すタンクモデル定数の初期値から出発して各定数の真値にどれだけ近づけうるかを検討し、本節の解析手法の妥当性を検証した<sup>17)</sup>。降水量は、福井県常神地区で観測された昭和60年1月～4月の実測降水量を与え、蒸発散量は無視した。また、種々の目的関数を比較する意味から収束条件を定めず、それぞれ目的関数ごとに一律300回の逐次計算を行い、そのときの収束状況を比較した。その結果を表-3.3.2に示す。これによると、残差二乗和の式(3.3.10)は予想通り第1タンクの諸定数はほぼ決めうるが、それ以下のタンクの諸定数は決まりにくいようである。河川流出量の対数変換残差二乗和である式(3.3.11)は第1タンクの初期貯留水深がまだ決っておらず、それ故にそれ以下のタンクも不定である。式(3.3.10)の欠点を補おうとした式(3.3.12)も本例の場合、予想通りの効果を挙げておらず、かえって第1タンクを決定できなくなっている。これに対して、式(3.3.13)では、約150回程度の逐次計算で既に全ての定数を同定し終えており、計算効率の面からみても優れている。従って、ここで提案した目的関数の有効性は明らかであり、同定手法の妥当性が検証されたものと言えよう。

表-3.3.2 タンクモデルの同定結果

	初期値	同定値				真値
		式(3.3.10)	式(3.3.11)	式(3.3.12)	式(3.3.13)	
$\alpha_{11}$	$1.0000 \times 10^{-1}$	$2.0001 \times 10^{-1}$	$2.0061 \times 10^{-1}$	$1.9972 \times 10^{-1}$	$2.0000 \times 10^{-1}$	$2.0000 \times 10^{-1}$
$\beta_{11}$	$1.0000 \times 10^{+1}$	$4.0001 \times 10^{+1}$	$3.9998 \times 10^{+1}$	$3.9990 \times 10^{+1}$	$4.0000 \times 10^{+1}$	$4.0000 \times 10^{+1}$
$\alpha_{12}$	$1.0000 \times 10^{-1}$	$2.0000 \times 10^{-1}$	$2.0003 \times 10^{-1}$	$2.0014 \times 10^{-1}$	$2.0000 \times 10^{-1}$	$2.0000 \times 10^{-1}$
$\beta_{12}$	5.0000	$1.5001 \times 10^{+1}$	$1.4989 \times 10^{+1}$	$1.4999 \times 10^{+1}$	$1.5000 \times 10^{+1}$	$1.5000 \times 10^{+1}$
$\alpha_{13}$	$1.0000 \times 10^{-1}$	$1.9999 \times 10^{-1}$	$2.0016 \times 10^{-1}$	$1.9997 \times 10^{-1}$	$2.0000 \times 10^{-1}$	$2.0000 \times 10^{-1}$
$\beta_1$	5.0000	5.0000	5.3284	5.2318	5.0000	5.0000
$\alpha_{21}$	$2.5000 \times 10^{-2}$	$4.9983 \times 10^{-2}$	$5.0238 \times 10^{-2}$	$4.9915 \times 10^{-2}$	$5.0000 \times 10^{-2}$	$5.0000 \times 10^{-2}$
$\beta_{21}$	5.0000	$1.6680 \times 10^{+1}$	3.2473	4.6377	$1.5040 \times 10^{+1}$	$1.5000 \times 10^{+1}$
$\alpha_{22}$	$2.5000 \times 10^{-2}$	$4.9749 \times 10^{-2}$	$4.3940 \times 10^{-2}$	$4.1742 \times 10^{-2}$	$5.0000 \times 10^{-2}$	$5.0000 \times 10^{-2}$
$\beta_2$	$2.0000 \times 10^{+1}$	$1.0871 \times 10^{+1}$	$8.9419 \times 10^{-2}$	1.8516	$1.0020 \times 10^{+1}$	$1.0000 \times 10^{+1}$
$\alpha_{31}$	$5.0000 \times 10^{-3}$	$9.7664 \times 10^{-3}$	$6.0097 \times 10^{-3}$	$6.2616 \times 10^{-3}$	$1.0000 \times 10^{-2}$	$1.0000 \times 10^{-2}$
$\beta_{31}$	5.0000	8.4631	$2.0229 \times 10^{+1}$	$2.1547 \times 10^{+1}$	$1.4901 \times 10^{+1}$	$1.5000 \times 10^{+1}$
$\alpha_{32}$	$5.0000 \times 10^{-3}$	$9.9478 \times 10^{-3}$	$7.5713 \times 10^{-3}$	$8.7204 \times 10^{-2}$	$1.0000 \times 10^{-2}$	$1.0000 \times 10^{-2}$
$\beta_3$	$2.0000 \times 10^{+1}$	$2.7922 \times 10^{+1}$	$2.120 \times 10^{-11}$	$1.224 \times 10^{-14}$	$2.9999 \times 10^{+1}$	$3.0000 \times 10^{+1}$
残差二乗和	—	$1.4090 \times 10^{-6}$	$1.9174 \times 10^{-3}$	$1.3824 \times 10^{-3}$	$3.564 \times 10^{-17}$	—

### 3. 4 地下水浸透モデルの同定

#### 3. 4. 1 帯水層パラメータの空間分布の表現法

対象地盤が均質であれば問題はないが、不均質の場合にはその空間分布を推定する方法が問題となる。有限要素法により不均質地盤を表現する手法として、要素あるいは節点のゾーン化がよく用いられる。すなわち、各々のゾーン内のパラメータを一定として推定する方法である。地質学的連続性を考慮すればパラメータのゾーン内偏差は小さいと考えられるので、ゾーン分割法は観測値の質的・量的な不十分さから生ずる推定値の不安定さの除去のために有効な方法である。しかし、誤ったゾーン分割を行えば真値と異なったパラメータを推定する危険性もある。また、ゾーン分割せず、種々の内挿法<sup>1)</sup>を用いて、解析領域内の

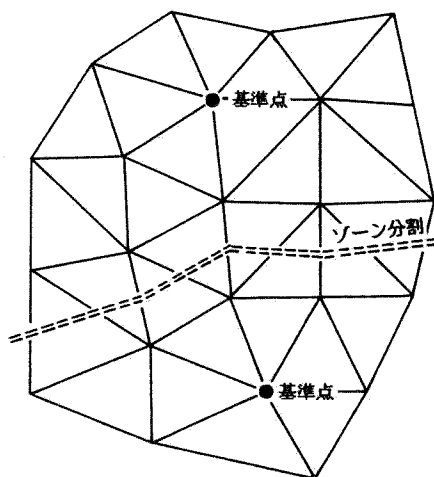


図-3.4.1 ゾーン分割法

有限要素の全節点でパラメータを直接同定することも可能であるが、内挿関数の定数の設定法の問題ならびに観測値の質的・量的な制約により、非現実的である。

そこで、本節では、このようなパラメータの空間分布を表現する手法としてゾーン分割法<sup>26)</sup>を用いた。まず、 $M$ 個のゾーンに分割する場合を考える。この時、基準点を $M$ 個設定し、各節点と各基準点との距離を比較し、各節点とその距離の近い基準点に属するものと見なしてゾーン分割を行う。最も単純な2個のゾーン分割の例は図-3.4.1のとおりである。基準点の位置を種々移動させることにより、ゾーン分割のすべてのパターンが表現できる。

#### 3. 4. 2 間接法による非定常同定問題の定式化

帯水層パラメータを逆問題的に同定する手法には、大きく分けて直接法と間接法がある。

直接法は帯水層パラメータを独立変数として扱い、境界値問題として解く方法である。この方法は、Nelson<sup>27)</sup>、Frind and Pinder<sup>28)</sup>、Neuman<sup>29)</sup>などにより定常問題として研究がなされ、Hefezら<sup>30)</sup>、Sagarら<sup>31)</sup>などにより非定常問題へと発展されたが、定式化が難しく、単純な構造を持つ地盤にしか適応できないといった欠点を有している。これに対し、間接法は帯水層パラメータを仮定し水位に関する式を解き、水位の観測値との偏差を最小にするように帯水層パラメータを逐次自動的に修正していく方法で、計算時間が大きくなる反面、原理が単純で比較的複雑な地盤にも適応できることから汎用性に富み、近年では逆問題の主流となっている。この方法は、Jacquard and Jain<sup>3)</sup>、Jahns<sup>9)</sup>などにより研究が始められ、その後、Yoon and Yen<sup>32)</sup>、Cooly<sup>33)</sup>などが有限要素法を導入して間接法による逆問題を発展させた。

そこで本節では、パラメータを同定する手法として、定式化の容易さ、追加情報の処理および誤差評価のしやすさなどから、間接法を用いることにする。間接法による同定問題では、観測値のなかで最も信頼性の高い水位を用いて、式(3.4.1)に示すように観測値とパラメータ $\lambda$ を仮定して、得られた解析値との残差二乗和 $E$ を最小にするパラメータを推定するという手法が多く用いられる。

$$E(\lambda) = \sum_{l=1}^L (h(\lambda) - h_{ob})^2 \quad (3.4.1)$$

ここで、 $L$ ：観測値の数、 $h$ ：仮定されたパラメータに基づく式(3.2.1)、(3.2.2)の水位の解析値、 $h_{ob}$ ：水位の観測値である。

式(3.4.1)は、観測方程式と呼ばれ、推定しようとするパラメータに対して非線形な関係を持っているため、この問題を解くには、非線形最小二乗法を用いなければならない。一般的な最小化については、Davidon-Fletcher-Powellの可変計量法、共役傾斜法、シンプレックス法などさまざまな方法が知られている。しかし、一般的には、式(3.4.1)が二乗和の形をしていることを積極的に活用した方法のほうが、収束も速く精度もよい<sup>34)</sup>。この範中のものでGauss-Newton法が代表的である。この方法の収束性を改良し変形したものとして、Marquardt法<sup>35)</sup>、Powellのハイブリッド法<sup>36)</sup>などが提案されているが、推定値の反復改良の過程で毎回、式(3.4.1)の残差二乗和を求めなければならないため、計算時間がかかなり必要となる。

そこで、本節では、式(3.4.2)で表されるGauss-Newton法を用い、パラメータの最適値に対する収束判定基準として、式(3.4.1)および式(3.4.3)に示す2つの残差二乗和を用いて推定を行う<sup>37)</sup>。

$$\lambda_{N+1} = \lambda_N + (G_S^T G_S)^{-1} G_S^T (h(\lambda_N) - h_{ob}) \quad (3.4.2)$$

$$E_1 = \sum_{l=1}^L \left( h(\lambda_N) + \frac{\partial h}{\partial \lambda} \Big|_{\lambda=\lambda_N} (\lambda_{N+1} - \lambda_N) - h_{ob} \right)^2 \quad (3.4.3)$$

ここに、 $\lambda_N$ ：N次反復過程における最適パラメータ値、 $G_S$ ：パラメータに対する感度行列である。

次に具体的な同定手法を以下に示す。

- ①同定過程の初期値として、基準点の位置およびその点でのパラメータの値を設定する。
- ②その値に基づく水位の初期状態を定常解析により求める。
- ③感度行列を算定する。
- ④基準点の位置を順次変化させ、その基準点に対するパラメータの最適値を式(3.4.2)より推定する。この時の線形近似による残差二乗和 $E_1$ を式(3.4.3)より求める。
- ⑤ $E_1$ 値が最小となるまで、操作④を繰り返し、この状態での最適な基準点の位置およびパラメータを決定する。
- ⑥操作⑤で決定した最適値に基づいて水位の初期状態を定常解析より求め、その値から非定常解析を行い水位変動の解析値を用いて、式(3.4.1)より残差二乗和 $E$ を算定する。
- ⑦残差二乗和 $E$ が最小になるまで、操作③～⑥の一連の操作を繰り返し、最適な基準点の位置およびその点でのパラメータを決定する。

このような同定手順の特徴は次のとおりである。

- ①基準点の位置で示される地盤の不均質性とパラメータを同時に推定することができる。
- ②推定値の反復改良過程において、第一の最適化の判定基準をして線形近似による残差二乗和 $E_1$ を、第二の最適化の判定基準として残差二乗和 $E$ の2種類の基準を用いることにより、残差二乗和 $E$ のみを用いる場合と比較して、計算時間を極力減少させることができる。
- ③感度行列の算定方法は、3.4.3で述べるように、変分法を用いることにより計算時間を短縮することができる。
- ④感度行列の算定および残差二乗和 $E$ の算定で実行される非定常解析の初期状態として、反復改良段階で推定されたパラメータに基づく定常解析解を用いることにより、初期状態の設定法の問題を解消できる。

### 3. 4. 3 感度行列の算定法

感度行列とはパラメータ値の変動に対する水位の変動割合を示すもので、Gauss-Newton法などの非線形最小二乗問題に対して特に重要な値である。感度行列を算定する代表的な手法には、影響係数法<sup>38)</sup>、変分法<sup>39)</sup>などがあるが、ここでは、透水量係数、貯留係数に対し、精度および計算時間の少なさから変分法を用いる。

Carterら<sup>39)</sup>、Chavent<sup>40)</sup>によると、透水量係数および貯留係数に対する水位の感度行列は、式(3.4.4)、(3.4.5)により与えられる。

$$\frac{\partial h}{\partial T} = \iint_{\Omega} \int_0^{t_n} (\nabla h_a'(t_n-t) \nabla h(t)) dt dx dy \quad (3.4.4)$$

$$\frac{\partial h}{\partial S} = \iint_{\Omega} \int_0^{t_n} (h_a(t_n-t) h(t_n-t)) dt dx dy \quad (3.4.5)$$

ここで、 $h_a$  : 式(3.4.4)、(3.4.5)に対する随伴方程式(3.4.6)~(3.4.8)の解、 $h_a'$  :  $h_a$ の時間微分である。

$$-\frac{\partial}{\partial x} \left( T \frac{\partial h_a}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( T \frac{\partial h_a}{\partial y} \right) = S \frac{\partial h_a}{\partial t} + G_1(x,y) H(t) \quad (3.4.6)$$

$$h_a(x,y,0) = 0 \quad (x,y) \in \Omega$$

$$h_a(x,y,t) = 0 \quad (x,y) \in \Gamma_1$$

$$\frac{\partial h_a}{\partial n}(x,y,t) = 0 \quad (x,y) \in \Gamma_2 \quad (3.4.7)$$

$$G_1(x,y) = 1 \quad (x,y) \in \text{観測井の位置}$$

$$G_1(x,y) = 0 \quad \text{その他} \quad (3.4.8)$$

$$H(t) = 1 \quad t > 0$$

$$H(t) = 0 \quad t \leq 0$$

このような変分法を用いると感度行列は、式(3.2.1)、(3.4.6)の非定常解析を(観測地点数+1)回の計算で求められるのに対し、影響係数法では、(パラメータ数+1)回の非定常解析が必要になることから、計算時間がかなり減少する。また、境界からの流入量は、透水量係数、貯留係数の場合と異なり空間分布がなく、同定する値も1つである。そのため流入量に対する感度行列は、変分法を用いず、流入量が微小変化したときの水位変動から直接求める手法を用いた。

### 3. 4. 4 観測値の選択方法

各パラメータ値およびその空間分布を同定する場合、観測値の数が多く、観測地点の空間分布、観測時刻の時間分布が幅広く配置されているほど正確な同定が可能である。しかし、現場に適用する場合、観測値数が少ないこと、観測地点の空間分布および観測時刻の時間分布もそれほど最適な配置に設定することが不可能なことなどの制約が存在する。また、どの観測値を用いて同定を行っても、正確な結果が得られるとは限らない。中には、不適切問題となる場合もある。このように観測値の数およびその分布が同定結果に重大な影響を及ぼすものと考えられる。

そこで、同定に用いる観測値として、どのデータが適しているかを判断する1つの指標として、感度行列値を用いて検討する<sup>41)</sup>。感度行列値が同定結果に及ぼす影響の例として、まず感度行列値が小さく現れる観測データを用いて同定すれば、水位測定誤差が大きくなり、同定結果の精度もかなり悪くなる。また、定常状態に近い観測時刻のデータを用いれば、感度行列値が小さくなり、貯留係数の同定が不可能となる。

このように、感度行列値の大小が、同定結果に影響を与えるため、感度行列値の特性を明らかにする必要がある。しかし、感度行列値そのものは、真のパラメータ値が明かでないといえられないため、実際の未知状態では使用できない。そこで、観測値として得られる水位低下特性と感度行列値を対応させて検討する。

#### (1) 透水量係数、貯留係数に対する選択法

##### a) 観測時刻の時間分布

まず、均質地盤に対する井戸理論を用いて、感度行列値および水位低下量と時間関係について、その概略を検討する。

貯留係数、透水量係数の感度行列値と観測時刻の関係および水位低下量と観測時間の関係を模式的に示したものが図-3.4.2~3.4.4である。図-3.4.2は、無限領域に対するもので、貯留係数の感度行列値 $\partial h/\partial S$ は時間とともに増加し、Jacobの直線近似が成立する時刻 $t_1$ から一定値に収束する。透水量係数の感度行列値 $\partial h/\partial T$ は、時間とともに増加し、時刻 $t_1$ から線形的に増加する。しかし、水位一定境界を含む場合には、図-3.4.3のように揚水による影響圏が、水位一定境界に到達する時刻 $t_2$ から急激に $\partial h/\partial S$ が減少し定常状態に至っては、ゼロとなる。また、 $\partial h/\partial T$ は同時刻から一定値に収束する。次に、不透水境界を含む場合は、図-3.4.4のように $\partial h/\partial S$ は、揚水による影響圏が、不透水境界に到達す

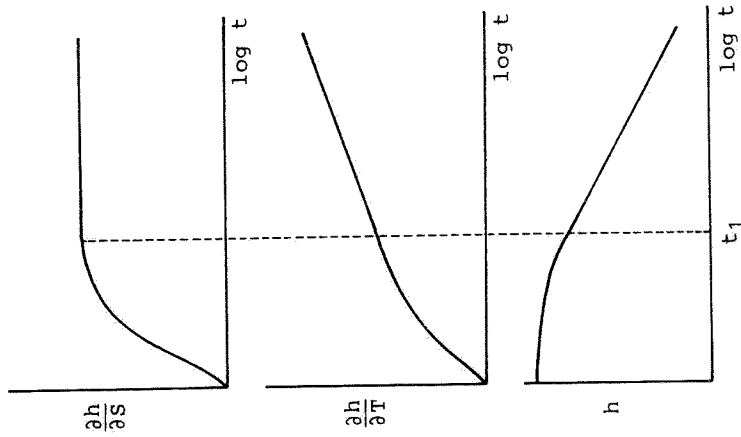


図-3.4.2 無限領域に対する  
感度行列値と水位低下曲線

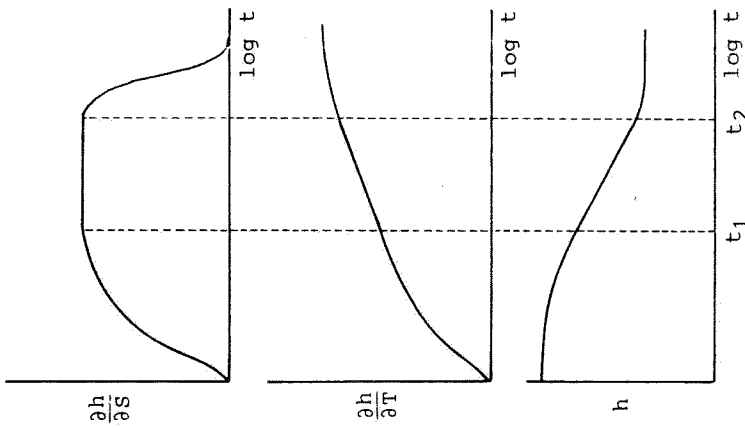


図-3.4.3 水位一定境界を含む  
地盤に対する感度行列値と  
水位低下曲線

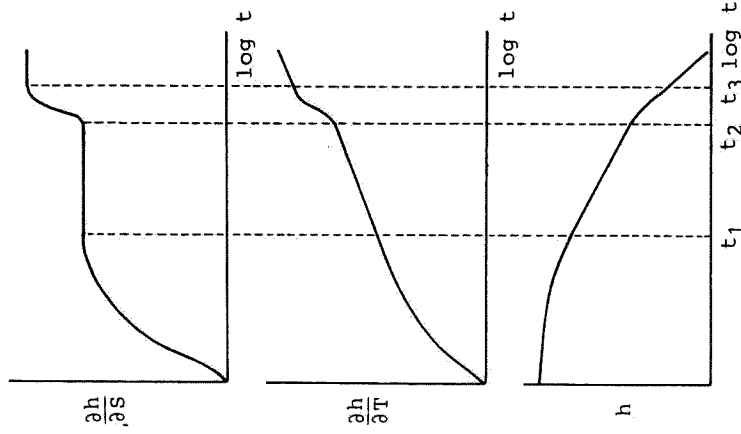


図-3.4.4 不透水境界を含む  
地盤に対する感度行列値と  
水位低下曲線



る時刻 $t_2$ から増加し、時刻 $t_3$ から一定値になる。 $\partial h/\partial T$ は、時刻 $t_2$ から急激に増加し初め、時刻 $t_3$ から線形的に増加する。

さて、実際の現場への適用を考えると、水位一定境界や不透水性の境界が入り交じっていること、あるいは地盤の不均質などから、上述したことが的確であるかどうかを検討する必要がある。そこで、図-3.4.5の解析モデルを用い、本節で示した手法により、均質な場合および3個のゾーンに分割されている場合を例に検討する。なお、揚水井の位置は節点18で、揚水量を10t/hrと設定した。また、観測地点として揚水井のみを考える。

まず、均質地盤条件の場合（貯留係数0.01、透水量係数 $1.0\text{m}^2/\text{hr}$ ）の貯留係数および透水量係数に対する感度行列値と時間関係および水位低下量と時間関係を図-3.4.6に示す。phase1では、水位低下量、 $\partial h/\partial S$ 、 $\partial h/\partial T$ が徐々に増加する。phase2は、Jacobの直線近似が成立する範囲で水位低下曲線が線形的に変化し、 $\partial h/\partial S$ は、一定値と

なる。 $\partial h/\partial T$ は、線形的に増加する。phase3では、揚水による影響圏が不透水境界に達した影響で、水位低下率も増加し、 $\partial h/\partial S$ が一定値からさらに増加する。 $\partial h/\partial T$ もさらに大きく増加する。phase4は、揚水による影響圏が水位一定境界に達したため、水位低下曲線は揚水量と水位一定境界とが釣り合って一定値となる。 $\partial h/\partial S$ は急激に減少し始め、 $\partial h/\partial T$ は一定値に収束する。

次に、不均質地盤として表-3.4.1のような3個のゾーンに分割された場合について検討した。図-3.4.7は、ゾーン②の貯留係数、透水量係数に対する感度行列値および水位低下曲線を示したものである。phase1は、均質地盤と同様である。しかし、phase2~3で

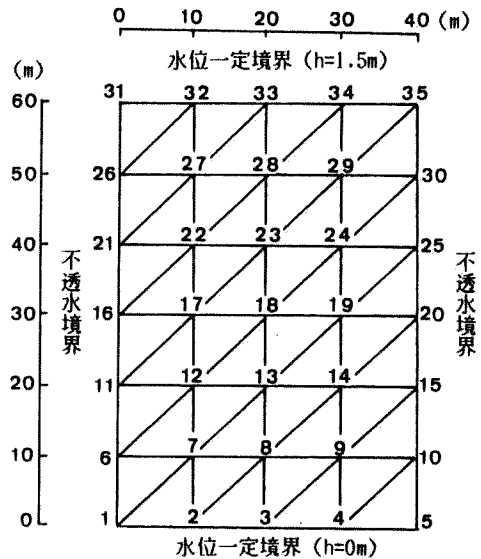


図-3.4.5 解析モデル

表-3.4.1 不均質地盤のパラメータ

	基準点	T(m <sup>2</sup> /hr)	S
ゾーン①	3	1.0	$4.0 \times 10^{-3}$
ゾーン②	18	0.5	$2.0 \times 10^{-3}$
ゾーン③	33	0.25	$1.0 \times 10^{-3}$

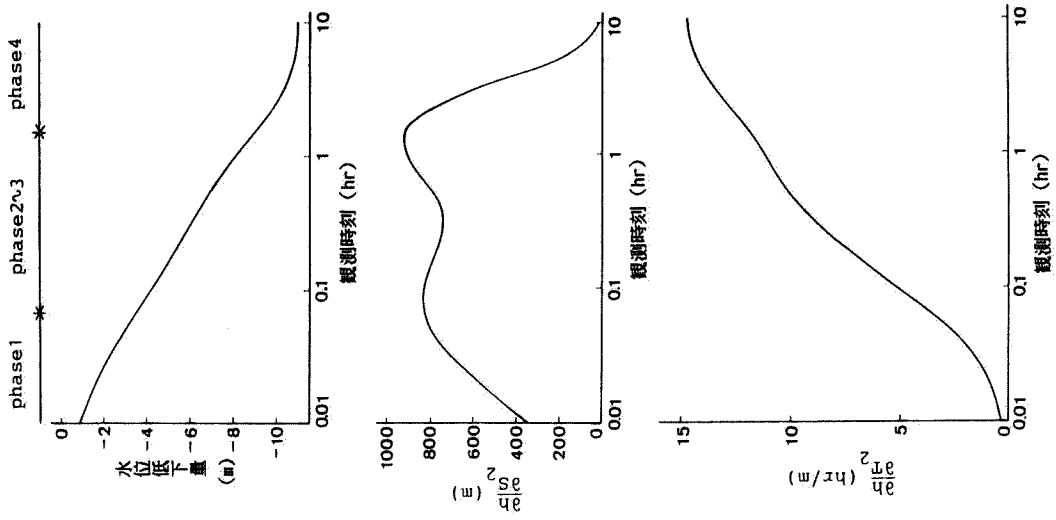


図 - 3.4.4.7 不均質地盤の感度  
行列値と水位低下曲線

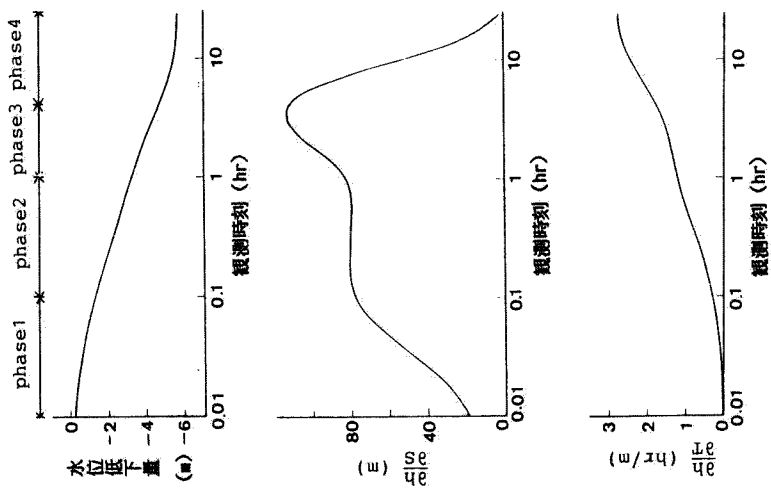


図 - 3.4.4.6 均質地盤の感度  
行列値と水位低下曲線

は、地盤の不均質性および不透水境界、水位一定境界などが入り交じって、均質地盤の場合と異なり複雑な挙動を示している。phase4では、水位一定境界の影響が大きく、均質地盤と同様な挙動を示す。

なお、貯留係数、透水量係数の感度行列値は、当然ではあるが、それぞれの貯留係数、透水量係数に大きく依存し、それらの値が小さくなるに従い大きな値を示す特性を有している。

#### b) 観測地点の空間分布

観測時刻の時間分布に関し、観測地点として揚水井のみについて検討してきた。しかし、観測地点は観測井として空間的に分布し、各パラメータも空間的に分布している。そこで、観測地点およびパラメータの空間分布による感度行列値の変化特性について、不均質地盤として3個のゾーンに分割した解析モデルを用いて検討する。図-3.4.8~3.4.11は、ゾーン①、ゾーン③のパラメータに対する感度行列値を示す。これによると、考えているゾーンのパラメータに対する感度行列値は、そのゾーン内に存在する観測地点、あるいはその近傍で大きく、そのゾーンから距離が増大するに従って小さくなる傾向を全体的に示している。しかし、観測地点から離れたゾーンの情報は、感度行列値が小さくなるが、観測地点まで到達する時間が要するため観測時刻の遅いところから得られる。

以上の観測時刻の時間分布、空間分布と感度行列値との関係から判断して、観測値として得られる水位低下量と対応させ、観測地点が属するゾーンの透水量係数、貯留係数を同定するのに用いる観測値としてどの観測データを選択したら良いかを考えると次のようなことが予測される。

- ①  $\partial h / \partial S$ は、観測時間の対数に対する水位低下率が大きいところで、大きな値を示す。この範囲（phase2~3）が貯留係数を同定するのに適している。
- ②  $\partial h / \partial T$ 値は観測時間とともに増加するため、透水量係数を同定する場合に用いる最適観測時刻は不定であるが、少なくとも揚水開始初期以外のデータ（phase2~4）を用いれば良い。
- ③ 同定しようとするゾーンと観測地点の距離が大きいと、そのゾーンのパラメータの同定に観測値は、ほとんど関与しない。
- ④ 各ゾーン内に必ずしも観測地点が存在しなくても同定可能である。しかし、そのゾーン近傍に観測地点が必要である。

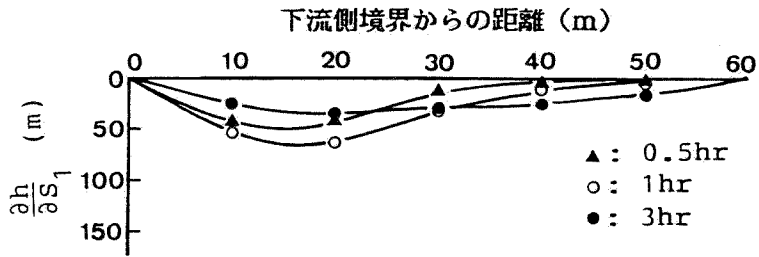


図-3.4.8 ゾーン①の貯留係数に対する感度行列値の空間分布

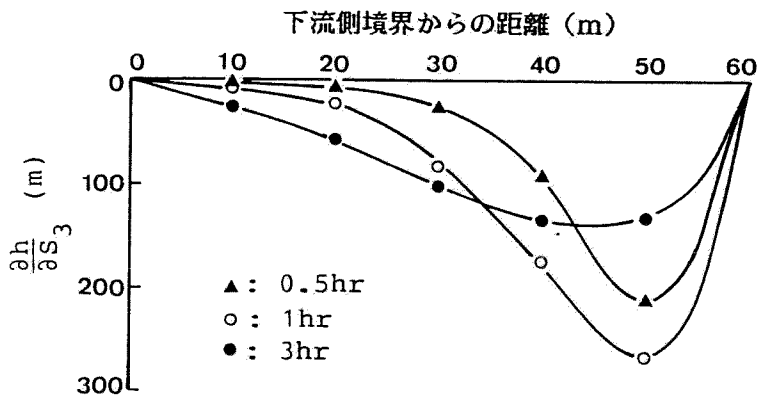


図-3.4.9 ゾーン③の貯留係数に対する感度行列値の空間分布

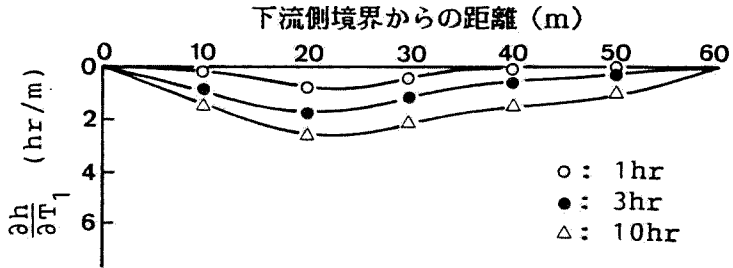


図-3.4.10 ゾーン①の透水量係数に対する感度行列値の空間分布

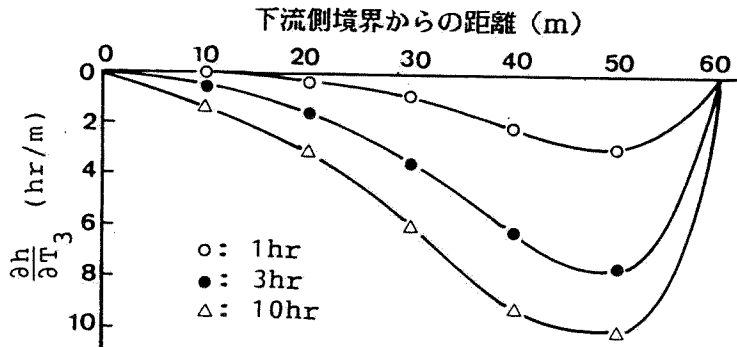


図-3.4.11 ゾーン③の透水量係数に対する感度行列値の空間分布

(2) 境界流入量に対する選択法

境界からの流入量は、境界上の単位幅当り一定 $v_0$ と仮定する。従って、境界流入量に対する同定は、透水量係数、貯留係数を同定する場合と異なり、その空間分布、不均質性の考慮を必要としない。

そこで、図-3.4.12の解析モデルを用い、表-3.4.1に示す3個のゾーンに分割されている場合を例に観測時刻の時間分布について議論する。なお、揚水井の位置は節点18で、揚水量を $10\text{m}^3/\text{hr}$ と設定し、観測地点として揚水井のみを考える。図-3.4.13は、境界流入量に対する感度行列値および地下水低下量と時間関係について示したものである。これによ

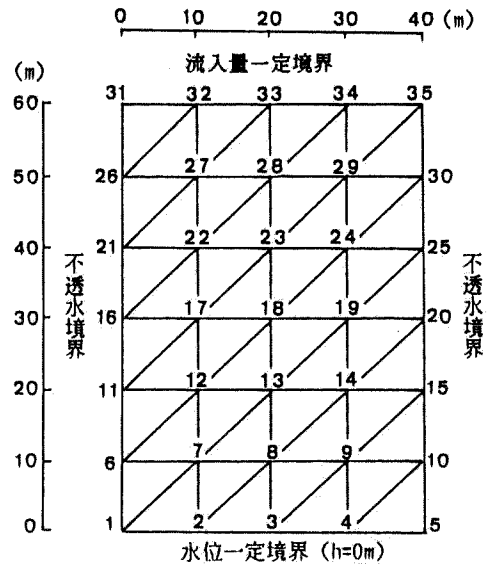


図-3.4.12 解析モデル

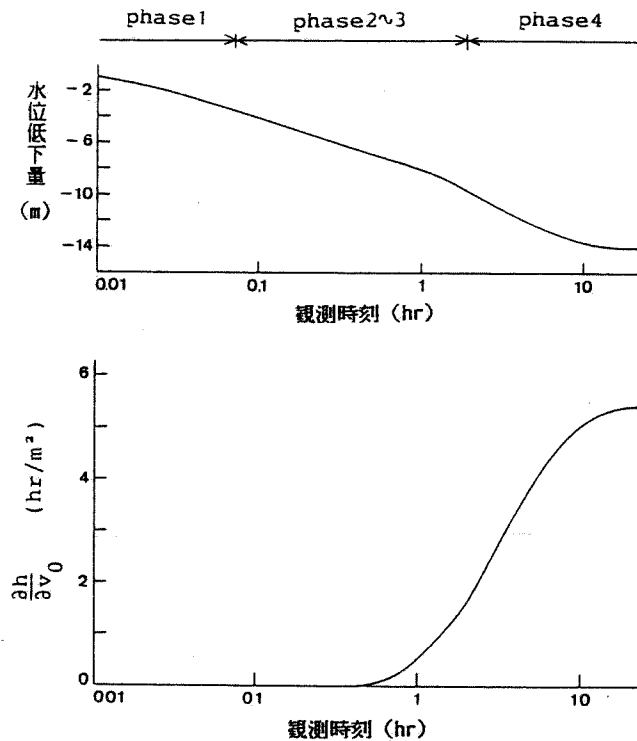


図-3.4.13 境界流入量に対する感度行列値と水位低下曲線

ると、phase1～phase3において時間の増大とともに $\partial h/\partial v_0$ は徐々に増加し、phase4に至って一定値に収束する。この傾向は、透水量係数に対する感度行列値の場合と類似している。まずphase1においては、揚水の影響が流入量一定境界まで到達していないためその感度行列値はほとんどゼロに近い値を示す。phase2～phase3ではphase1と同じく揚水の影響が流入量一定境界まで到達していないが、境界からの流入量の変化により初期状態の地下水位が変動している影響が現れはじめ、感度行列値が徐々に増加して行く。また、phase4では、揚水の影響が完全に流入量一定境界に到達するため感度行列が急に増加し、最終的に揚水と釣り合い一定値に収束する。

次に、観測値点の空間分布に対する境界流入量の感度行列値の変化について示したものが図-3.4.14である。これによると、同定しようとする境界に近い観測地点で感度行列値が最も大きく、境界から遠くなるにしたがい徐々に小さくなる。また、境界からの距離が増大すると、境界流入量の変化に対する影響が到達する時間が大きくなり、感度行列値が増大し始める時刻が遅くなる。

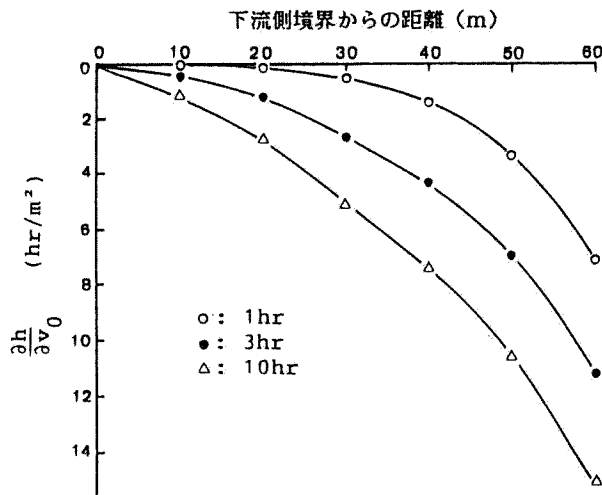


図-3.4.14 境界流入量に対する感度行列値の空間分布

### 3. 4. 5 同定結果および考察

これまでに示した同定手法の妥当性、ならびに観測値の選択方法について図-3.4.5お

よび図-3.4.12の解析モデルを用いて検討する<sup>25), 41)</sup>。

(1) 透水量係数、貯留係数の同定

a) 均質地盤の場合

透水量係数、貯留係数を同時に同定する場合、観測データ数は、本質的にパラメータの数以上必要である。まず、図-3.4.5の解析モデルにおける揚水井(節点18)を観測地点とする均質地盤を例に、観測時刻の選び方による同定結果に及ぼす影響について検討した。同定結果を表-3.4.2に示す。Case①は観測時刻を図-3.4.6のphase1の中から2点、Case②はphase2から2点、Case③はphase3から2点、Case④はphase4から2点選択した場合である。Case①~③においては、良好な同定結果を示しているが、Case④は、水位低下曲線がほぼ定常状態になっているため同定不能となった。また、Case①は観測値である水位低下量が小さいため実際の観測においては測定誤差を含む恐れがあるので好ましくない。これらの結果より、phase2~3の範囲にある2個の観測時刻を用いれば安定した同定が可能である。

表-3.4.2 均質地盤に対する同定結果

	観測地点	観測時刻(hr)	T(m <sup>2</sup> /hr)	S	残差二乗和
初期値	—	—	0.01	1.0000×10 <sup>-5</sup>	—
Case①	18	0.02, 0.03	1.0000	1.0000×10 <sup>-2</sup>	7.7×10 <sup>-10</sup>
Case②	18	0.2, 0.3	1.0000	1.0000×10 <sup>-2</sup>	3.7×10 <sup>-10</sup>
Case③	18	2, 3	0.9999	1.0000×10 <sup>-2</sup>	1.2×10 <sup>-7</sup>
Case④	18	14, 15	—	—	発散
真 値	—	—	1.0000	1.0000×10 <sup>-2</sup>	—

b) 不均質地盤の場合

不均質地盤として、表-3.4.1に示す3個のゾーンに分割されている場合について検討する。観測地点は、節点13、18、23の3点とし、その空間分布は、すべてのゾーン内に存在せず1つのゾーンに集中している。それぞれの観測地点の水位低下曲線を、図-3.4.7、3.4.15、3.4.16に示す。



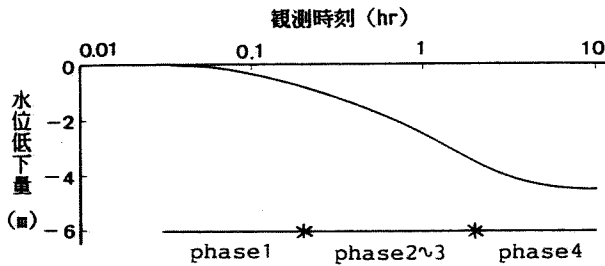


図-3.4.15 節点13における水位低下曲線

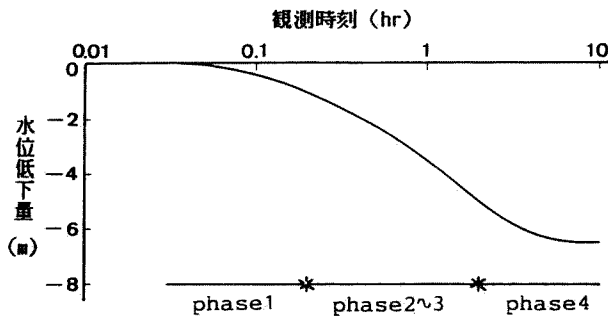


図-3.4.16 節点23における水位低下曲線

まず、パラメータの空間分布が既知の場合として、基準点を節点3、18、28と設定した。図-3.4.7、3.4.15、3.4.16の水位低下曲線から判断して選択した2個の観測時刻を用いて同定した結果をCase⑤として表-3.4.3に示す。これによると、各々のゾーンに観測地点が存在しなくてもそのゾーンの近傍に存在すれば同定可能であること、また観測データ数は、パラメータの数だけで良いことが明らかになった。

次に、パラメータの空間分布が未知の場合で、初期基準点として、節点17、18、19を設定した。観測時刻の選択数による同定に及ぼす影響について検討した結果を表-3.4.4に示す。Case⑥は観測時刻数を2点選択した場合で、Case⑦は観測時刻数を3点選択した場合で、両者とも同定不可能となった。しかし、Case⑧は観測時刻数を4点選択した場合で、かなり精度の良い同定が可能となった。これより、透水量係数、貯留係数及びその空間分布を同時に同定する場合には、パラメータの空間分布が既知の場合と比較して不確定要素が多いため、パラメータの数だけの観測データ数では情報量が不足し、同定不可能となる。よって、観測時刻の時間分布において、phase2~3の範囲のデータは観測地点の属するゾ

のパラメータを推定するのに役立つが、その他のゾーンの情報を得るためには、観測時刻の遅いデータも必要となり、観測時刻数の増加を図らねばならない。

表-3.4.3 不均質地盤に対する同定結果

(パラメータの空間分布が既知の場合)

	観測地点	観測時刻(hr)	基準点	T(m <sup>2</sup> /hr)	S	残差二乗和
初期値	—	—	3	0.01	1.0000×10 <sup>-5</sup>	—
			18	0.01	1.0000×10 <sup>-5</sup>	
			33	0.01	1.0000×10 <sup>-5</sup>	
Case⑤	13 18 23	0.2, 2 0.1, 1 0.2, 2	3	1.0002	3.9896×10 <sup>-3</sup>	3.6×10 <sup>-7</sup>
			18	0.5000	1.9999×10 <sup>-3</sup>	
			33	0.2498	1.0071×10 <sup>-3</sup>	
真 値	—	—	3	1.00	4.0000×10 <sup>-3</sup>	—
			18	0.50	2.0000×10 <sup>-3</sup>	
			33	0.25	1.0000×10 <sup>-3</sup>	

表-3.4.4 不均質地盤に対する同定結果

(パラメータの空間分布が未知の場合)

	観測地点	観測時刻(hr)	基準点	T(m <sup>2</sup> /hr)	S	残差二乗和
初期値	—	—	17	0.01	1.0000×10 <sup>-5</sup>	—
			18	0.01	1.0000×10 <sup>-5</sup>	
			19	0.01	1.0000×10 <sup>-5</sup>	
Case⑥	13 18 23	0.2, 2 0.1, 1 0.2, 2	4	1.1518	1.1221×10 <sup>-2</sup>	6.1×10 <sup>-3</sup>
			18	0.6236	2.3459×10 <sup>-3</sup>	
			24	0.1806	1.5227×10 <sup>-3</sup>	
Case⑦	13 18 23	0.2, 0.5, 2 0.1, 0.5, 1 0.2, 0.5, 2	7	1.3314	3.6132×10 <sup>-3</sup>	2.2×10 <sup>-4</sup>
			14	0.2740	1.7936×10 <sup>-3</sup>	
			26	0.2136	2.9804×10 <sup>-3</sup>	
Case⑧	13 18 23	0.2, 0.5, 2, 4 0.1, 0.5, 1, 3 0.2, 0.5, 2, 4	3	1.0001	3.9830×10 <sup>-3</sup>	2.7×10 <sup>-6</sup>
			18	0.5000	1.9996×10 <sup>-3</sup>	
			33	0.2500	1.0051×10 <sup>-3</sup>	
真 値	—	—	3	1.00	4.0000×10 <sup>-3</sup>	—
			18	0.50	2.0000×10 <sup>-3</sup>	
			33	0.25	1.0000×10 <sup>-3</sup>	

(2) 透水量係数、貯留係数、境界流入量の同定

不均質地盤に対する透水量係数、貯留係数および境界流入量の同定結果について議論する。解析モデルは、図-3.4.12に示すものを用い、不均質地盤として表-3.4.1に示す3個のゾーンに分割されている場合を想定した。初期基準点として、節点17、18、19を設定し、観測地点および観測時刻の選択数による同定に及ぼす影響について比較検討した結果を表-3.4.5に示す。まず、Case⑨は、Case⑧と同様に観測地点として、節点13、18、23の3点を選択した。観測時刻数は、Case⑧では4点用いたが、同定するパラメータの数が1つ増加していることから6点とし、それぞれの観測地点の水位低下曲線図-3.4.13、3.4.17、3.4.18から判断して、phase2~phase3の中から3点、phase4から3点を選択した。この同定結果によると、パラメータ値は比較的眞値に近い値を示しているが、地盤の不均質性が完全に表現されていない。このことから、観測時刻数の増加を図っても十分な同定ができないものと思われる。そこで、Case⑩では、観測地点として節点13、18、23、28の4点を選択した。観測時刻数は、5点としそれぞれの観測地点の水位低下曲線図-3.4.13、3.4.17~3.4.19から判断して、phase2~phase3の中から3点、phase4から2点を選択した。この同定結果によると、かなりの精度で同定が可能となり、本節で示した同定手法の妥当性が検証されたものと考えられる。

以上のことから、不均質地盤に対する透水量係数、貯留係数および境界流入量を同定するために必要な観測値の数は、観測地点数として最低(ゾーンの数+1)点、観測時刻数は5点以上必要であることが明らかになった。

表-3.4.5 不均質地盤における同定結果

	観測地点	観測時刻(hr)	基準点	T(m <sup>2</sup> /hr)	S	v <sub>e</sub> (m <sup>3</sup> /hr)	残差二乗和
初期値	—	—	17 18 19	0.01 0.01 0.01	1.0000×10 <sup>-5</sup> 1.0000×10 <sup>-5</sup> 1.0000×10 <sup>-5</sup>	0.0	—
Case⑨	13 18 23	0.2, 0.5, 2, 3, 4, 5 0.1, 0.5, 1, 2, 3, 5 0.2, 0.5, 2, 3, 4, 5	2 18 33	1.1553 0.4994 0.2597	5.5872×10 <sup>-3</sup> 2.0085×10 <sup>-3</sup> 9.8173×10 <sup>-4</sup>	0.4482	4.4×10 <sup>-2</sup>
Case⑩	13 18 23 28	0.2, 0.5, 2, 3, 4 0.1, 0.5, 1, 2, 3 0.2, 0.5, 2, 3, 4 1, 2, 3, 4, 5	3 18 33	1.0000 0.5000 0.2499	3.9991×10 <sup>-3</sup> 2.0001×10 <sup>-3</sup> 1.0000×10 <sup>-3</sup>	0.4600	1.0×10 <sup>-7</sup>
眞値	—	—	3 18 33	1.0000 0.5000 0.2500	4.0000×10 <sup>-3</sup> 2.0000×10 <sup>-3</sup> 1.0000×10 <sup>-3</sup>	0.4600	—

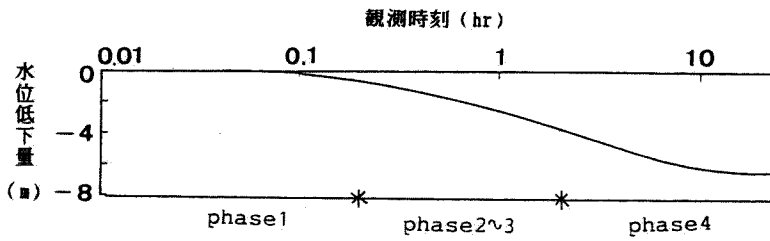


図-3.4.17 節点13における水位低下曲線

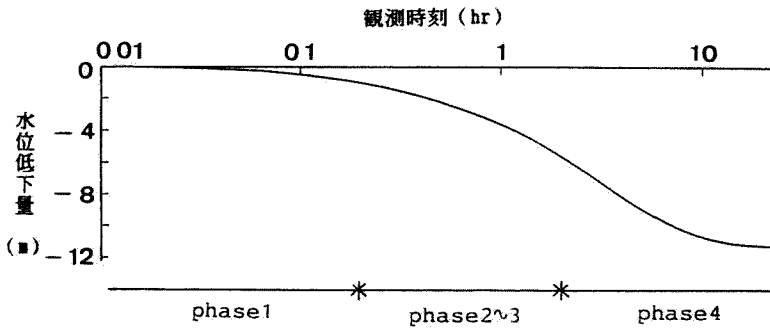


図-3.4.18 節点23における水位低下曲線

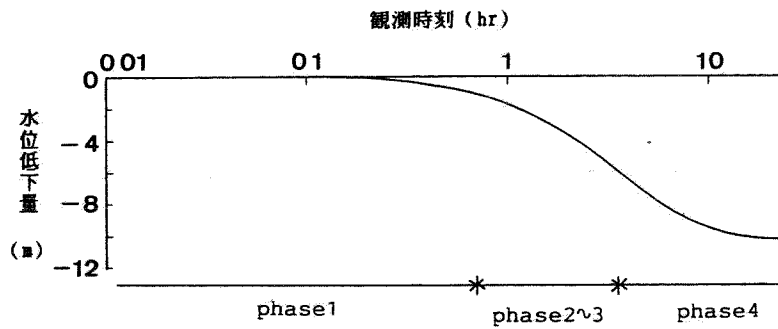


図-3.4.19 節点28における水位低下曲線

### 3.5 地下水保水モデルの同定

地下水保水モデルとして図-3.5.1に示すようなタンクモデルを想定し、モデルの同定手法ならびに同定結果について述べる。このモデルは、3.3で用いた流出モデルのタンクモデルと同種のものであるため、その同定手法は流出モデルの場合と同じである。すなわち、Powellの共役方向法および規準化を用いた手法である。決定変数は流出率 $\alpha_{41}$ と初期貯留水深 $\beta_4$ の2つであり、制約条件は変数が非負であることだけなので、これをペナルティ関数として組み込み、目的関数は残差

二乗和を用いる。しかし、流出モデルでは、観測値として降水量、河川流出量を用いて、その構造を推定したが、地下水保水モデルは、観測値として、流出モデルから得られた地下水流出量および地下水浸透モデルから得られた地下水の境界流入量を用いて同定される。

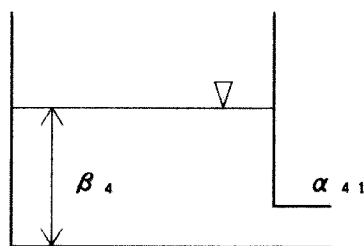


図-3.5.1 解析モデル

また、地下水保水モデルの地下水流入量は短期的には大きな変動はないと見なしてよいことから、日単位の地下水流出量や時間単位の

境界流入量を月単位に変換して考えるものとした。地下水浸透モデルより得られる境界流入量 $v_0(\text{m}^3/\text{hr})$ と地下水保水モデルの地下水流入量 $Q_u(\text{mm}/\text{month})$ の関係は、次式で表される。

$$Q_u = 0.72 \times v_0 / A_s \quad (3.5.1)$$

ここに、 $A_s$ ：集水面積 ( $\text{km}^2$ ) である。

さらに、観測点の数であるが、地下水保水モデルの決定変数は流出率 $\alpha_{41}$ と初期貯留水深 $\beta_4$ の2つであることから、最低2つ以上必要となる。しかし、実際の現場を考えると、境界流入量の観測値として数多くのデータを望むことは不可能であることから、ここでは2つの観測点を用いて同定した。

次に、以上に述べた解析手法の妥当性を示すため、表-3.5.1に示すような地下水保水モデルの初期値から出発して、真値にどれだけ近づくかを検討した。その結果、表-3.5.1に示すように、決定変数が2つだけなので流出モデルの場合と違って非常に簡単に同定することができた。

表-3.5.1 地下水保水モデルの同定結果

		初期値	同定値	真値
諸定数	$\alpha_{41}$	$1.0000 \times 10^{-1}$	$3.0000 \times 10^{-1}$	$3.0000 \times 10^{-1}$
	$\beta_4$	$4.0000 \times 10^{+2}$	$2.0127 \times 10^{+2}$	$2.0000 \times 10^{+2}$
残差二乗和		————	$1.0 \times 10^{-12}$	————

### 3.6 結 語

本章では、地下水文学的な概念を容易に考慮できる地下水ハイブリッドモデルを提案し、そのモデルの同定手法を示し、さらに簡単な解析モデルを用いてこの同定手法の妥当性を検討してきた。以下に得られた成果をまとめる。

まず3.1では、地下水開発、地下水保全の観点から地下水シミュレーションを行う場合、地下水流動解析の中に地下水の水文的循環、すなわち地下水文学的なアプローチが必要となることを示した。ここでは地下水文学的な考慮が可能な従来の解析手法を述べ、それらの研究において、モデルの構造等が非常にあいまいであることを指摘した。特に、単位流域での長期間の水位変動を検討する場合には、解析対象領域の境界流入量の季節的変動の考慮が十分に行われていない等の問題点を明らかにした。そこで、これらの問題点を解消する目的から、新たに地下水ハイブリッドモデルを提案した。

3.2においては、提案した地下水ハイブリッドモデルの構造を示した。ここでは地下水ハイブリッドモデルを構成している、流出モデル、地下水浸透モデル、地下水保水モデルについて、それぞれがどのようなモデルから成り立っているかを詳述した。

3.3では、地下水ハイブリッドモデルの1要素である流出モデルの同定手法として非線形計画法であるPowellの共役方向法および決定変数の規準化を用いた手法を示し、その手法の妥当性を議論した。従来の流出モデルは、洪水防止等の河川流出量を決定するために用いられていたが、ここでは地下水流出量に重点をおいているため、その構造を同定するための最適化手法の目的関数が重要になってくる。そこで、流出モデルを同定する場合に用いる目的関数として、従来から種々のものが提案されているが、それらの目的関数がハイドログラフにおいてどのような部分の評価を行っているのかその特性を明らかにした。その特性を踏まえた上で、多目的計画的な発想から新たな目的関数を提案し、従来から

提案されている目的関数を用いた場合と比較して、その有用性が明らかになった。

3. 4では地下水ハイブリッドモデルの1要素である地下水浸透モデルの同定手法を示し、簡単な解析モデルにより同定手法の妥当性を検討した。まず、地下水浸透モデルの未知パラメータである透水量係数、貯留係数、それらの空間分布、ならびに境界流入量を同時に推定する方法として、Gauss-Newton法を用いた間接法逆問題による解析手法を示した。さらに、パラメータを同定するに当り、それぞれの感度行列値と水位低下曲線との関係を明らかにし、精度良く同定できるような観測地点、観測時刻の選択方法について、新たな知見を得た。

3. 5では地下水ハイブリッドモデルの1要素である地下水保水モデルの同定手法を示し、簡単な解析モデルにより同定手法の妥当性を検討した。地下水保水モデルは流出モデルと構造が同じであるが、流出モデルから地下水帯へ流入する地下水が地下水浸透モデル領域境界に到達する時間的遅れおよび集水面積の大きさの違いを表現するもので、流出モデルとは物理的意味が異なることを述べた。

#### 参 考 文 献

- 1) 渡辺義信, 竹田秋雄, 吉野文雄: 扇状地の水収支の一調査法(表流水と地下水の相互関係を中心として), 水資源に関するシンポジウム前刷集, pp.250-255, 1977.
- 2) 佐合純造, 石崎勝義: 地下水を含めた現地観測と水循環, 第24回水理講演会論文集, pp.79-84, 1980.
- 3) 堰根勇, 小林明: 熊本平野における地下水のシミュレーション, 第2回水資源に関するシンポジウム前刷集, pp.369-374, 1982.
- 4) 安藤義久, 高橋裕, 吉田秀樹, 石川比呂志: 台地の試験流域における地下水流動を含む水循環解析, 第30回水理講演会論文集, pp.127-132, 1986.
- 5) 道上正規, 鈴木幸一, 松谷治, 佐藤英治: 降雨による不圧地下水の変動特性, 第30回水理講演会論文集, pp.355-360, 1986.
- 6) 小林慎太郎, 丸山利輔: Powellの共役方向法によるタンクモデル定数の探査, 農業土木学会論文集, 第65号, pp.42-47, 1976.
- 7) 永井明博, 角屋 睦: 流出モデル定数の最適化手法, 京大防災研究所年報, 第22号 B2, pp.209-224, 1979.
- 8) Jacquard, P. and Jain, C. : Permeability distribution from field pressure

- data, Soc. Pet. Eng. J., Vol.5, pp.281-294, 1965.
- 9) Jahns, H. O. : A rapid method for obtaining a two-dimensional reservoir description from well pressure response data, Soc. Pet. Eng. J., Vol.6, pp. 315-327, 1965.
  - 10) Neuman, S. P. : A statistical approach to the inverse problem of aquifer hydrology, Water Resour. Res., Vol.16, pp.331-346, 1980.
  - 11) Sun, N. Z. and Yen, W. W-G. ; Identification of parameter structure in groundwater inverse problem, Water Resour. Res., Vol.21, pp.869-883, 1985.
  - 12) 高木不折, 岡太郎 : 雨水流出と不飽和浸透, 土と基礎, Vol.29, No.9, PP.65-73, 1981.
  - 13) 菅原正巳 : 流出解析法, 共立出版, pp.25-120, 1972.
  - 14) 木村俊晃 : 貯留関数法, 土木技術資料, No.4, Vol.1, pp.41-51, 1962.
  - 15) 角屋 睦, 佐合純造 : 丘陵山地流域モデルと洪水流出モデル, 京大防災研究所年報, 第21号B2, pp.219-233, 1978.
  - 16) Theis, C. V. : The relationship between the lowering of the piezometric surface and the rate duration of discharge of a well using groundwater storage, Trans. Am. Geophys. Union., Vol.16, pp.519-524, 1935.
  - 17) Jacob, C. E. : Radial flow in a leaky artesian aquifer, Trans. Am. Geophys. Union., Vol.27, pp.198-208, 1946.
  - 18) Hantush, M. S. : Flow to wells in aquifers separated by a semipervious layer, J. Geophys. Res., Vol.72, No.6, pp.1709-1720, 1967.
  - 19) Neuman, S. P. and Witherspoon, P. A. : Theory of flow in a confined two aquifer system, Water Resour. Res., Vol.5, No.4, pp.803-816, 1969.
  - 20) Freeze, R. A. and Witherspoon, P. A. : Theoretical analysis of regional groundwater flow, Water Resour. Res., Vol.2, No.4, pp.641-656, 1966.
  - 21) Pinder, G. P. and Frind, E. O. : Application of Galerkin procedure to aquifer analysis, Water Resour. Res., Vol.8, No.1, pp.108-120, 1972.
  - 22) Chorley, D. W. and Frind, E. O. : An iterative quasi-three-dimensional finite element model for heterogeneous multiaquifer system, Water Resour. Res., Vol.14, No.5, pp.943-952, 1978.
  - 23) Gupta, S. K. and Janji, K. K. : A tree-dimensional Galerkin finite element solution of flow through multiaquifers in sutter basin California, Water



- Resour. Res., Vol.12, No.2, pp.155-162, 1976.
- 24) 今野浩, 山下浩: 非線形計画法, 日科技連出版社, pp.175-185, 1978.
  - 25) 青木一男, 嘉門雅史, 天野雄介: 地下水ハイブリッドモデルによる浸透解析, 第22回土質工学研究発表会概要集, pp.1573-1574, 1987.
  - 26) 青木一男, 嘉門雅史: 不均質地盤における帯水層パラメータの同定について, 第41回土木学会年次学術講演会概要集, pp.703-704, 1986.
  - 27) Nelson, R. W. : In-place measurement of permeability in heterogeneous media, J. Geophys. Res., Vol.65, No.6, pp.1753-1758, 1960.
  - 28) Frind, E. O. and Pinder, G. F. : Galerkin solution of the inverse problem for aquifer transmissivity, Water Resour. Res., Vol.9, No.5, pp.1397-1410, 1973.
  - 29) Neuman, S. P. : Calibration of distributed parameter groundwater flow models viewed as a multiple-objective decision process under uncertainty, Water Resour. Res., Vol.9, No.4, pp.1006-1021, 1973.
  - 30) Hefez, E., Shamir, V. and Bear, J. : Identifying the parameters of an aquifer cell model, Water Resour. Res., Vol.11, No.6, pp.993-1004, 1975.
  - 31) Sagar, B., Yakowitz, S. and Duckstein, L. : A direct method for the identification of the parameters of dynamic nonhomogeneous aquifers Water Resour. Res., Vol.11, No.4, pp.563-570, 1975.
  - 32) Yoon, Y. S. and Yen, W. W-G. : Parameter identification in an inhomogeneous medium with the finite-element method, Soc. Pet. Eng., J., No.3, pp.217-226, 1976.
  - 33) Cooley, R. L. : A method of estimating parameters and assessing reliability for models of steady state ground flow, Water Resour. Res., Vol.13, No.2, pp.318-324, 1977.
  - 34) 中川徹, 小柳義夫 : 最小二乗法による実験データ解析, 東京大学出版会, 1982.
  - 35) Marquardt, D. W. : An algorithm for least squares estimation of nonlinear parameters, J. Soc. Indust. Appl. Math. Vol.11, pp.431-441, 1963.
  - 36) Powell, M. J. D. : A hybrid method for nonlinear equations, Numerical methods for nonlinear algebraic equations, Gordon and Breach, pp.87-114, 1970.
  - 37) 青木一男, 嘉門雅史, 加藤博敏: 帯水層パラメータの同定について, 第21回土質工学研究発表会概要集, pp.1641-1642, 1986.

- 38) Becker, L. and Yen, W. W-G. : Identification of parameters in unsteady Open-channel flows, Water Resour. Res., Vol.8, pp.956-965, 1972.
- 39) Carter, R. D., Kemp, L. F., Pierce, A. C. and Williams, D. L. : Performance matching with constraints, Soc. Pet. Eng. J., Vol.14, pp.187-196, 1974.
- 40) Chavent, G. : History matching by use of optimal theory, Soc. Pet. Eng. J., Vol.15, pp.74-86, 1975.
- 41) 青木一男, 嘉門雅史 : 不均質地盤における帯水層定数の同定について, 土木学会論文集, No.382, pp.91-99, 1987.

## 第4章 現地計測および地下水ハイブリッドモデルによる地下ダムの有効性の評価

### 4.1 概説

水資源開発を計画する場合、その主たる水源として河川水、地下水、湖沼水等が考えられる。しかし、小島、小半島等においては降水の集水面積に限りがあり、大きな河川も存在しないため、河川ダムにより河川水を利用することは、事実上不可能である。このような立地条件のもとで水資源を確保するには、地下水に頼らなければならない。近年、地下水を水資源として高度に利用しようとする手段として、地下水の地下貯留構想、人工かん養等が提案され、地下水の利用のみでなく、地下水保全の対策として論じられるようになってきた。

地下水の地下貯留構想の中で代表的なものとして地下ダムがある。地下ダムとは、「地下水流の存在する帯水層中に不透水の壁あるいはそれに準ずる地下止水壁を造り、地下水流の一部または全部を堰き止めることによって上流側と下流側で地下水位差を生ぜしめ、上流側では地下水が貯留されるもの」と定義される。

地下ダムの役割には大きく分けて2つある。第1に地下水の水量的な面の効果、第2に地下水の水質的な面の効果である。前者は地下水の高度利用という観点から無効放流を少なくし、豊水期の余剰水を地下に貯留し、積極的な地下水利用を図ることを目的とする。一方、後者は地下水低下に伴う地下水の塩水化等の地下水汚染を防止することである。

このような地下ダムの構想がはじめて提示されたのは、昭和18年可知による那須野ヶ原水利開発計画論<sup>1)</sup>の中で地下水強化の一構想として湧水阻止壁という名称で示された。その後、松尾・河野により数値解析的研究<sup>2)</sup>、実験的研究<sup>3)</sup>がなされ、さらに地下ダム建設計画地区を対象とした、地下ダムの有効性を有限要素解析による水位変動から検討した研究<sup>4)・5)</sup>もある。このような流れの中で、昭和48年には長崎県樺島に国内最初の地下ダムが施工され、石崎ら<sup>6)・7)</sup>により施工後の水収支および地下ダムの止水性について調査研究がなされた。昭和54年には沖縄県宮古島で地下ダムが施工され、黒川ら<sup>8)・9)</sup>により水文挙動を水収支的に表現する手法を用いて地下ダムの評価が行われた。

一方、地下ダムの効率を高める補助手段として、すなわち帯水層の貯留能力を利用するため、あるいは地下水位の回復を早めることを目的として地下水の人工かん養の必要性が

高くなってきている。地下水の人工かん養方法には大別して、井戸法<sup>10)</sup>と掘水法があり、掘水法には浸透池法<sup>11)</sup>、地下埋設管法<sup>12)</sup>がある。これらの方法を用いて各地で人口かん養が検討または実施されているが、それぞれ長短があり、現時点ではどの方法が良いのか決定することができない状況である。

そこで本章では、地下ダムおよびその補助手段である人工かん養に関し、昭和58年に福井県三方町常神地区に建設された地下ダムを対象に、地下水の水量的な面および水質的な面からその有効性について評価する。

まず4.2において、常神地下ダムの概要を示した。常神地区における地下ダムの必要性および地形・地質・水文性状を明らかにし、地下ダムおよび人工かん養の施工について述べた。

4.3では、現地計測結果に基づく地下ダムの有効性の評価を行った。地下ダム建設後および人工かん養施工後の揚水量、地下水位変動特性、水質分析結果等から地下水の水量的な面、水質的な面からそれぞれの有効性について検討した。

4.4では、常神地下ダム地下水ハイブリッドモデルを用いて地下ダムの有効性の評価を行った。4.3において現地計測に基づいて考察したが、その中には地下水文学的な考慮がされていないため、その評価は不十分と思われる。そこで、本節では、降水の鉛直かん養、地下水流入量の季節的変化等の地下水文学的な考慮が可能となる地下水ハイブリッドモデルを示し、これを用いて地下水位変動特性を明らかにし、地下ダムおよび人工かん養の有効性の評価を行った。

## 4.2 常神地下ダムの概要

### 4.2.1 地下ダムの必要性

地下ダムが建設される地区は、慢性的な水不足に悩まされている場所であるか、または地下水量は十分に供給されているが、その水質的に問題がある場所である。

常神地区は戸数72戸、人口321人の集落であり、この地区の簡易水道は、昭和35年に表流水を利用することよりはじまり、以後39、45、47年に地下水利用による増設が図られて90m<sup>3</sup>/dの揚水量が確保された。しかし、魚釣り、海水浴等により観光人口が約1000人に達し、生活用水および水産加工水などの雑用水の需要の増加がみられた。特に、毎年5～9月にかけては、1日250m<sup>3</sup>以上の水が必要となり、そのため揚水量の増加に伴って海水の逆流による地下水の塩水化が進み、良質な水の不足は深刻の度を増していった。

このような状況の中で、良質な上水の確保が急務であるが、常神地区は小半島であるため大きな河川もなく、河川ダムに水源を求めることが難しい。そこで、常神地区の水源開発手法としては地下ダムが望ましいとの結論を得、昭和57年より地下ダム工事が漁業集落環境整備事業として着手された。

#### 4. 2. 2 地形・地質・水文性状

##### a) 地形性状<sup>13)</sup>

常神地区は、図-4.2.1に示すように福井県若狭湾国定公園の中央部に突き出た常神半島の最北端に位置している。当地域は、嶺南地区一若狭破砕帯と呼ばれる地形区に属し、多数の断層帯によって攪乱されていることが知られている。常神半島は、幅約3.0km、長さ約6.0kmで若狭湾に北西方向へ細長く突き出した半島であり、標高150~300mの急峻な山地で鞍部が多く、両側の傾斜は急峻で大きな河川はなく屈曲の多い湾奥に小平地が発達している。

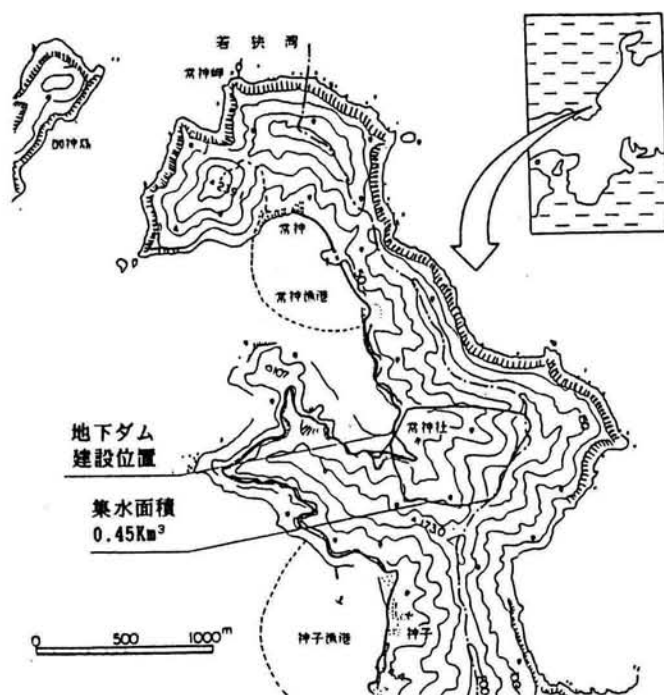


図-4.2.1 常神地下ダムの位置図

常神地区はこのような小平地のひとつで、後背をコの字形の山稜に囲まれて、西方に開いた地形をなしている。東方の尾根からは2本の小河川が流下して湾に注ぎ、河口に扇状地形の沖積平地部を形成している。

#### b) 地質性状<sup>14)</sup>

常神半島に分布する地層は鳥羽層群に相当し、粘板岩が広く分布し、露頭では風化が著しく進行して赤褐色を呈している。粘板岩には層厚約50cmのチャートが挟在されるが、連続性に乏しくレンズ状や巨礫状を呈することが多い。

チャート層の走向は、ほぼ北東-南西で北西側へ20~30°傾斜している。また明瞭な断層や破碎帯は認められないが、常神半島の東側を走る三方断層、小浜断層を通る熊川断層などに囲まれた本地区には、これらに付随する小断層が存在するものと考えられる。

帯水層の地質構造を図-4.2.2、4.2.3に示し、以下にその特徴を簡単にまとめておく。

①基盤岩はいずれも細脈を発達させた粘板岩である。ルジオン値は5以下と小さく水理的に安定している。基盤岩の強風化帯は厚さ2~3mであり、さらにその下の2~3mの間は、亀裂間が地下水によって茶褐色に汚染された風化帯である。風化帯の透水性はルジオン値にして5~25と比較的大きい。

②基盤岩までの深度(沖積層の厚さ)は16~19mで中央部において、東側から張り出した尾根のために、基盤がやや浅くなっている。

③帯水層は礫混り粘土、岩片混り粘土および砂礫層からなるもので、後背山地からもたらされた崖錐~扇状地性の物質が混然と堆積しており、礫の分級、淘汰の程度が低く明瞭な区分はできない。

④堆積層の状況は、北沢と南沢で大きく異なっている。南沢は上部の粘土層が比較的厚く、約5mの層厚をもつ。このため被圧地下水の帯水層に近い状態になっている。北沢では、上部の粘土層が比較的薄く、いわば不圧地下水の帯水層とみなすことができる。

#### c) 水文性状

降水量に関し、常神地区で長期的な観測が行われていないので、昭和58年~61年の4年間で平均した年降水量は1824mmである。また集水面積は0.45km<sup>2</sup>であり、この領域の降水が地下ダム区域に流入することになる。帯水層の体積を概算すると2.45×10<sup>5</sup>m<sup>3</sup>と推定される。

### 4.2.3 地下ダムの施工<sup>15)</sup>

地下ダムの止水壁工法として、現在土木工事において実施されている主な止水壁工法を

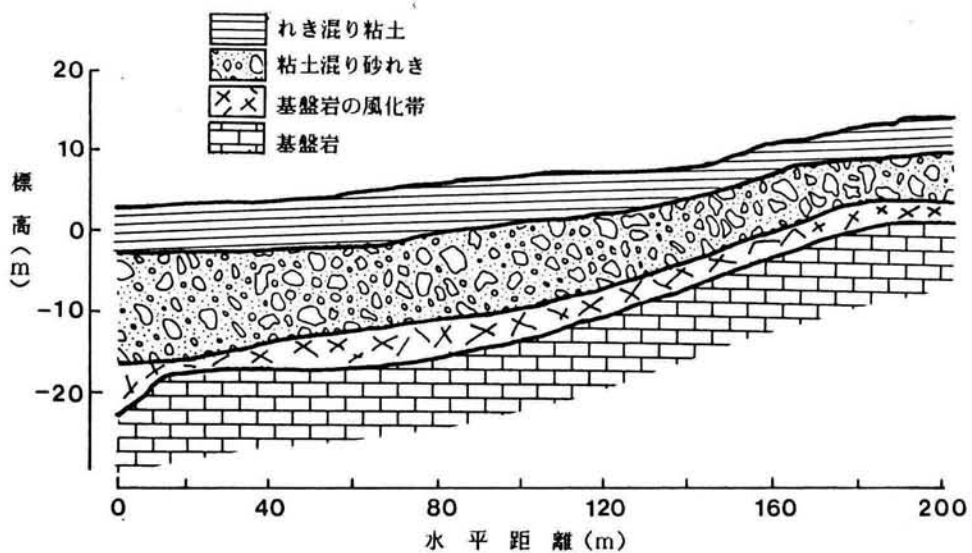


図-4.2.2 土質断面図 (南沢)

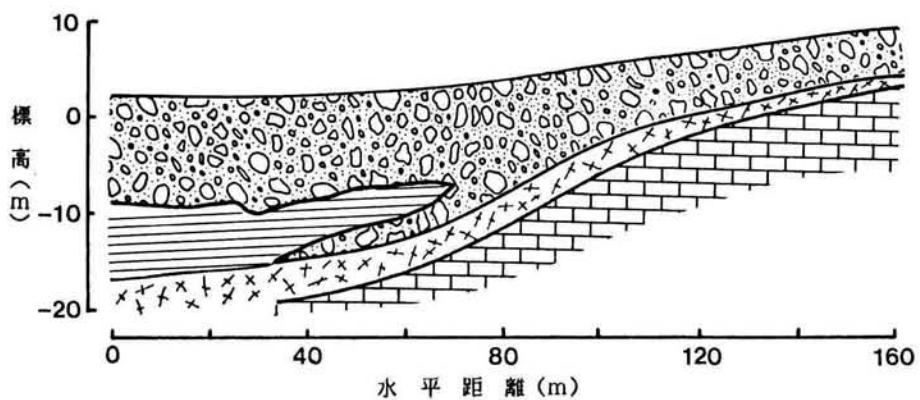


図-4.2.3 土質断面図 (北沢)

用いるとすれば、注入工法、連続地下壁工法、矢板工法等が考えられる。それぞれの工法には次に示すような長所・短所がある。まず注入工法は施工深度が深くても施工が可能で、補強工事が容易で工事費が安いなどの利点を持っている。一方では注入材料の行方の制御が困難なために、止水壁を設計どおりに施工できない可能性があること、止水性、耐久性にも問題が残されている。地下連続壁は止水工法として強度、止水性、耐久性等すぐれた面が多いが、施工深度に限界があり、工事費が高いことなどの欠点がある。また矢板工法は工事費が安い、硬岩が存在するところでは施工が困難で、しかも施工深度に限界があり、止水性の面でも問題が多い。

地下ダムの役割から判断して、地下水量の増加を図る場合には、地下ダム本体の止水性はそれほど重要でない。しかし、地下水の水質つまり塩水化防止の観点からは止水性が高くないと効果が期待できないものと予想される。

常神地区は、既に地下水を揚水することによって利用されており、夏期の水需要期への対応が最大の眼点とされた。このため常神地下ダムは、海水の浸入を防止するとともに、地下水の無効放流を防ぎ、水需要の少ない時期には地下に貯留するといった目的から、止水性の良い地下連続壁が適している。

そこで、常神地下ダムは、壁体材料をベントナイトとセメント系固化材を主材料とする連続地下壁で施工され、昭和58年に完成した。止水壁は、延長203.8m、深さ約2.7～21.6m、厚さ約50cmであり、その断面図を図-4.2.4に示す。地下ダムによるダムアップ高は、海水面に対して1.6mである。

#### 4.2.4 人工かん養の施工

地下ダムを有効に利用するためその補助手段として、人工かん養が施工される場合が多い。人工かん養には、井戸法、浸透池法、堀割り法、かんがい法等がある。そこで、常神地下ダムでも無効放流されていた地表水（主に河川水となって流出する）を積極的に地下へ取り込み地下水位を上昇させるため、人工かん養を行うことになった。人工かん養工法としては、拡水法（浸透池）と井戸かん養法を併用する案が採用された<sup>16)</sup>。人工かん養の施工位置を図-4.2.4に示す。

浸透池は河川以外の表流水や表層部の浸透流を集水し、注水井戸へその水を導く機能がその主たるものであるが、同時に浸透池自体の透水性の大きいことによる浸透能力にも期待するものである。この浸透池は表-4.2.1に示すように、表土層を掘削し、厚さ約2.3mを碎石（φ30～50mm）で置換し覆土したものである。碎石は不織布（厚さ4mm）で包み、



土砂流入を防止している。またこれに貯留され、地下へ浸透しきれなかった水は、浸透池に縦横に敷設された透水管を通して、各注入井戸へ導かれる。

一方、注水井戸は北沢、南沢のそれぞれの河川水と浸透池で集めた水の両方を地中へかん養するためのものである。北沢で5本（平均深度13.0m）、南沢で3本

表-4.2.1 浸透池の諸元

	北沢	南沢	合計
掘削面積(㎡)	1140	280	1420
掘削土量(㎥)	7120	960	8080
碎石置換量(㎥)	2250	560	2810

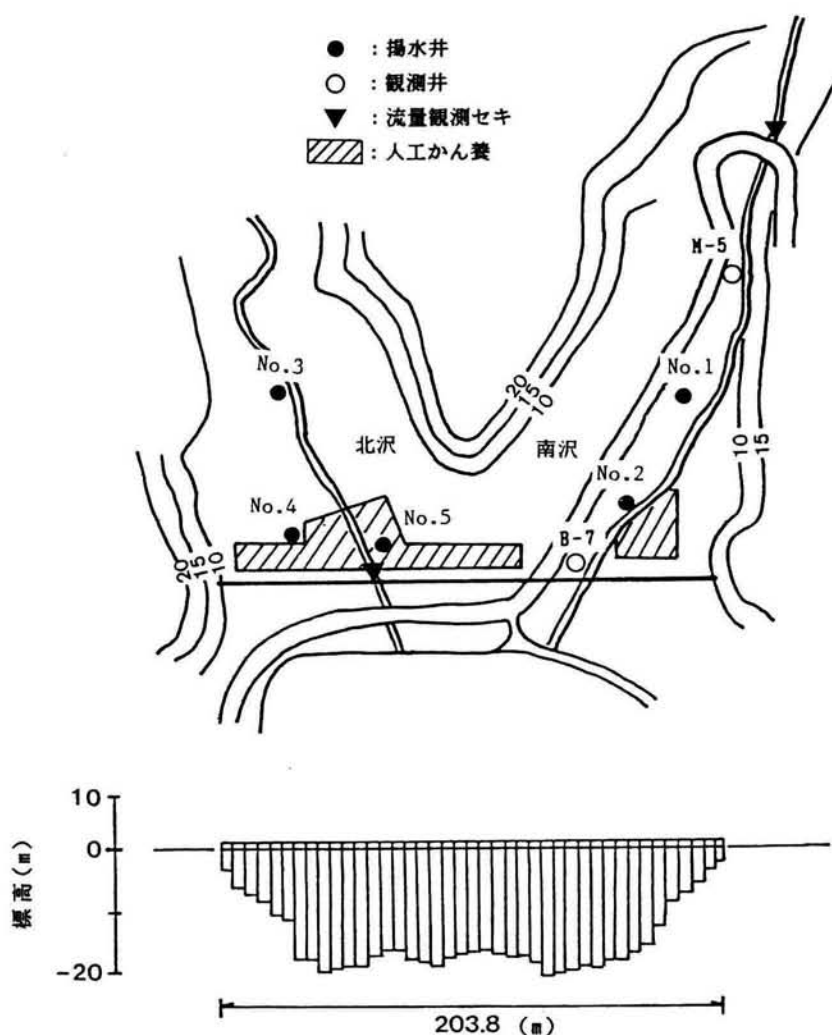


図-4.2.4 地下ダムの断面図

(平均深度16.0m)の計8本で、用地の制約上各沢の中に設けられた。

このような人工かん養の施工は、工事中に揚水井の運転を止めなくてはならず、かつ、この間も常神地区への給水を確保しなければならないので、水需要の多い8月を避け雨期を待って、昭和60年5月～7月に北沢、同年9月～10月に南沢の順で施工された。

#### 4. 3 現地計測に基づく常神地下ダムの有効性の評価

##### 4. 3. 1 水量的な面の評価

###### (1) 水収支的考察

地下ダムによる水量的な面の効果について、水収支的に評価検討する<sup>17)</sup>。

水収支の基本式は、対象領域内の降水量、蒸発散量、流出量、流入量、揚水量などの水の出入りを把握するもので、水量に関しマクロ的な考察ができる。水収支式は一般に式(4.3.1)で示される。

$$R - E_p + (Q_i - Q_p) + (G_i - G_p) - S_d - W = 0 \quad (4.3.1)$$

ここで、R:降水量、E<sub>p</sub>:蒸発散量、Q<sub>i</sub>、Q<sub>p</sub>:地表水流入量、流出量、G<sub>i</sub>、G<sub>p</sub>:地下水流入量、流出量、S<sub>d</sub>:貯留量変化、W:揚水量である。

常神地下ダムに式(4.3.1)の適用を考えると、常神地区は分水嶺により囲まれた集水面積を対象としているので、この領域への地表水流入量Q<sub>i</sub>=0、地下水流入量G<sub>i</sub>=0とみなせる。よって式(4.3.1)は次式のように変形できる。

$$S_d + G_p = R - E_p - Q_p - W \quad (4.3.2)$$

式(4.3.2)のS<sub>d</sub>+G<sub>p</sub>の値は、余剰地下水量の変化を示すもので、この値が正になれば貯留量が増し、地下水位が上昇し、ダムサイトからのオーバーフロー量が増加する。また、負になれば地下水の貯留量が減少し、地下水位低下量が増加するものと見なせる。

そこで、常神地区で観測されている降水量、地表流出量(河川流出量)、揚水量を用い、さらに蒸発散量を気温、湿度から推定し、南沢を対象に水収支を議論する。

なお蒸発散量の推定方法であるが、水収支解析においてはThornthwaiteの式を用いるのが一般的であるが、ここでは、式(4.3.3)に示すHamon式<sup>18)</sup>を用いた。すなわち、後述する4.4の地下水ハイブリッドモデルによる評価において日蒸発散量を推定できるHamonの式を用いているため、両者の解析結果を比較しやすくするためである。

$$E_0 = 0.14D_0^2 p_t \quad (4.3.3)$$

ここに、 $E_0$ は日平均蒸発散量 (mm/d)、 $D_0$ は日照時間、 $p_t$ は日平均気温に対する飽和絶対湿度 ( $g/m^3$ )である。

まず、地下ダム施工後から人工かん養施工前の昭和58年9月～昭和59年8月の水収支を表-4.3.1に示す。これによると、3月、5月、7月、8月の時期に余剰地下水量の変化 $S_d+G_p$ の値が大きく負になっている。この中で3月は、河川流出量が多くなっているが、2月にかんりの積雪がありその融雪の影響と考えられる。従って、この水収支から判断して、地下ダム建設後ではあるものの、5月、7月、8月に地下水位がかなり低下すると結論される。特に、8月には $S_d+G_p$ 値が-135.9mmと小さくなっており、7月20日から1カ月間給水制限を実施したことを良く説明できる。

次に、人工かん養施工後の昭和60年11月～昭和61年10月の水収支を表-4.3.2にまとめた。前述した表-4.3.1と比較して、人工かん養後の水収支は、1年間の合計で降水量が少なく、揚水量が2倍以上になっているため、 $S_d+G_p$ 値が1/3程度に小さくなっている。この結果からだけでは、かなりの地下水位低下を示すはずであった。しかしながら、人工かん養の施工により河川流出量の多くの部分が地下水補給量になったため、渇水期にも $S_d+G_p$ 値が増加し安定した揚水が可能になったと結論される。

## (2) 地下水位変動特性による考察

地下ダムによる水量的な面の効果について、現地計測された地下水位変動特性に基づいて評価検討する<sup>17)</sup>。

まず、地下ダム施工後から人工かん養施工前の昭和58年9月～昭和59年8月の地下水位変動として、図-4.2.4に示す地下ダムの近傍に存在する観測井B-7で計測されたデータ<sup>19)</sup>を図-4.3.1にまとめた。これによると、地下水位変動は、1月、5月、7月、8月に異常に低下している。これは、1月を除いて、表-4.3.2に示した $S_d+G_p$ 値が負になる時期と一致している。1月の地下水位低下は、年末年始の観光客の集中による、短期的な揚水量の増加によるもので、水収支のようにマクロ的な評価からは表現できない部分である。また、8月に地下水位低下が最大G.L.-6.5mを示し、給水制限を実施しなければならなかった状況を反映している。

このように、地下ダム建設後に、地下水位低下量が大きくなったのは、常神地下ダム建設によるダムアップ高が1.6mと比較的小さいため、帯水層厚の増加量が小さく、貯留効果がそれほど期待できないためである。すなわち、豊水期の余剰地下水が地下ダムにより貯

表 - 4.3.1 昭和58年9月～昭和59年8月の水収支

	9月	10月	11月	12月	1月	2月	3月	4月	5月	6月	7月	8月	合計
降水量 R	264	107	189	240	264	164	122	91	86	201	169	28	1925
地表流出量 Q <sub>e</sub>	150.9	55.9	70.9	109.8	107.1	73.8	149.2	42.1	24.3	20.7	32.5	4.4	841.6
揚水量 W	8.8	7.3	6.4	4.5	3.0	4.4	2.9	5.8	6.5	7.1	13.0	15.6	85.3
蒸発散量 E <sub>p</sub>	94.2	53.9	31.2	20.4	17.1	18.1	27.2	51.9	80.1	120.9	150.0	143.9	808.9
S <sub>d</sub> +G <sub>p</sub>	10.1	-10.1	80.5	105.3	136.8	67.7	-57.3	-8.8	-24.9	52.3	-26.5	-135.9	189.2

表 - 4.3.2 昭和60年11月～昭和61年10月の水収支

	11月	12月	1月	2月	3月	4月	5月	6月	7月	8月	9月	10月	合計
降水量 R	144	174	153	92	146	98	154	166	262	76	48	146	1659
地表流出量 Q <sub>e</sub>	23.9	79.6	22.5	85.5	103.4	47.3	50.1	23.9	167.0	14.8	6.3	10.6	634.9
揚水量 W	13.8	4.9	4.9	4.9	6.8	26.4	15.8	16.2	23.8	29.3	18.2	17.8	182.8
蒸発散量 E <sub>p</sub>	33.1	20.6	17.6	17.5	32.0	57.0	84.5	108.8	129.7	139.4	88.8	50.7	779.7
S <sub>d</sub> +G <sub>p</sub>	73.2	68.9	108.0	-15.9	3.8	-32.7	3.6	17.1	-58.5	-107.5	-65.3	66.9	61.6

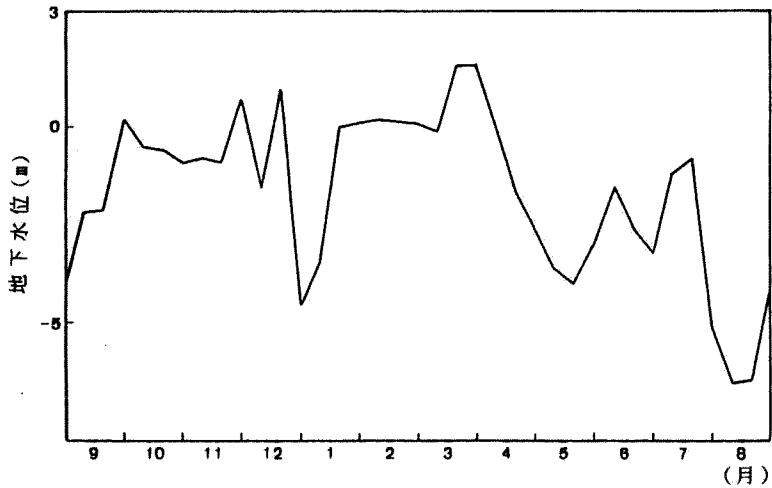


図-4.3.1 昭和58年9月～昭和59年8月の地下水位変動（観測井B-7）

留されず、その大半がダムサイトよりオーバーフローしてしまうのである。また、揚水により地下水位が低下しはじめると、地下ダムが止水壁の作用をなし海水の浸入を阻止しているため、地下水位低下量が増加したものである。このような事実から判断して、常神地下ダムにおける止水壁の構築は地下水量の面からのみでは、必ずしも有効に機能していないものと考えられる。

次に、人工かん養施工後の昭和60年11月～昭和61年9月までの地下水位変動として、観測井B-7において計測されたものを図-4.3.2に示す。これによると、地下水位低下量は、

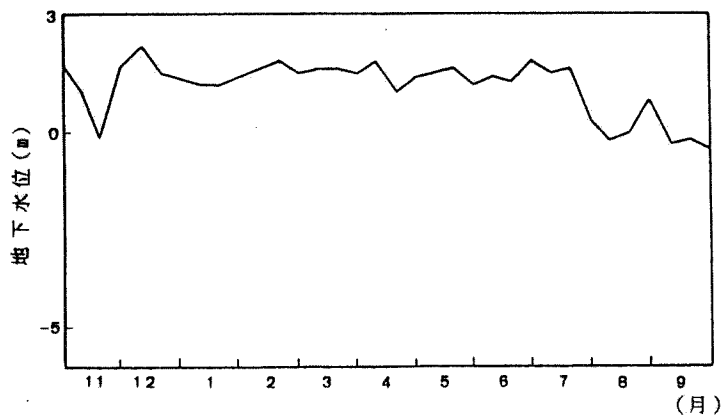


図-4.3.2 昭和60年11月～昭和61年9月の地下水位変動（観測井B-7）

昭和61年8月から9月にかけて最大G.L.-0.5m低下している。しかし、人工かん養施工前と比較して、揚水量が2倍程度増加しているにもかかわらず、地下水位低下量がかなり小さい。これは、人工かん養による河川水の集水能力およびそれ自身の透水性の良さが発揮されたものと思われる。これより、地下ダムの補助手段としての人工かん養工の効果がかなり評価できるものと考えられる。

#### 4. 3. 2 水質的な面の評価

地下ダムによる効果として、今まで地下水の水量的な面から評価してきたが、ここでは、地下水の水質的な面から評価検討する<sup>17)</sup>。

まず、地下ダム建設後から人工かん養施工前までの昭和58年9月～昭和59年8月揚水井における塩分濃度の変化を図-4.3.3に示す。これによると、ほぼ100～500ppmの範囲で推移しているが、水位が異常に低下した7月、8月には、最大850ppmの塩分濃度を記録している。この時期の地下ダム前後での地下水位差が約8m程度あることからすると、地下ダムの止水効果はかなり発揮されているものと思われる。また、塩分濃度の増減と図-4.3.1の地下水位変動を比較すると、地下水位が低下を示した時期から10～20日遅れて塩分濃度が増加する傾向を示している。

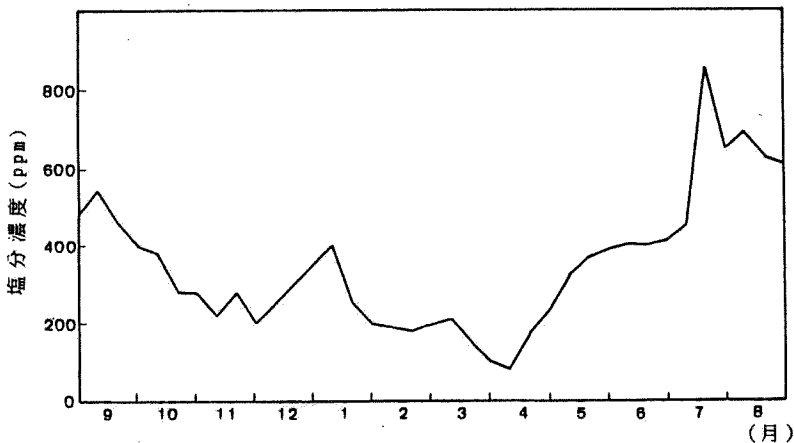


図-4.3.3 昭和58年9月～昭和59年8月の塩分濃度変化

次に、人工かん養施工後の昭和60年11月～昭和61年9月までの塩分濃度の変化を図-4.3.4にまとめた。図-4.3.3と比較して、全体的に50～250ppmと小さい値を示している。

これは、人工かん養を施工したことにより地下水位低下量が小さくなったためである。

以上の結果より、常神地下ダムの有効性を水質的な面から評価すると、止水壁の厚さが50cmと薄い、連続地下壁で施工されているため、地下ダム前後での地下水位差が異常に大きくならない限り、水質的には許容できる範囲内にあるものと考えられる。

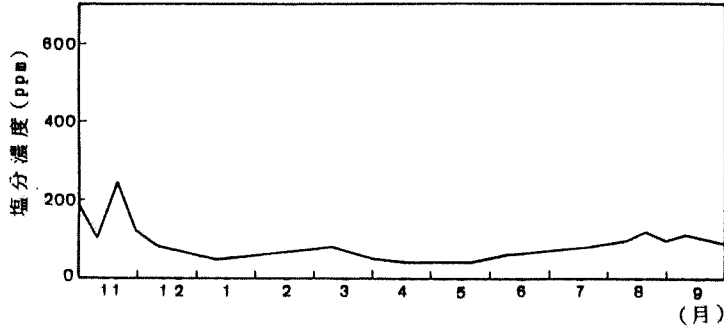


図-4.3.4 昭和60年11月～昭和61年9月の塩分濃度変化

#### 4. 4 地下水ハイブリッドモデルによる常神地下ダムの有効性の評価

前節において、常神地下ダムの有効性の評価として、現地計測結果に基づいた考察をしたが、その中には地下水文学的な現象を踏まえた地下水流動について議論していないので、その評価は十分と言えない。そこで、本節では降水の鉛直かん養、地下水流入量の季節的变化等の地下水文学的な考慮が可能となる地下水ハイブリッドモデルを常神地下ダムに対し構築し、それを用いて常神地下ダムの有効性について評価を行う。

##### 4. 4. 1 常神地下ダムの地下水ハイブリッドモデルの構築

###### (1) 流出モデルの同定結果と考察

タンクモデルの構造を決定するには河川流出量、降水量、および蒸発散量の値が必要であるが、蒸発散量は測定されていない場合が多くこれを推定する必要がある。それに加えて、積雪のある地域では融雪による影響も考えなければならない。常神地区では幸い、河川流出量と降水量については観測値がある。降水量は常神地下ダム付近民宿において、河川流出量は図-4.2.4に示す2ヶ所において、それぞれ観測されており、その内南沢でのデータ<sup>22)</sup>を図-4.4.1に示す。しかし、蒸発散量については当地ではその観測は行われてい

ないため、気温、湿度等から推定しなければならない。また、本節で使用する観測値は、観測の行われた期間が昭和60年の1月から12月までなので、積雪による影響も無視できない。そこで、これらの問題点に対する対処法を述べ、同定した結果および考察について以下に示す。

実際の地面からの蒸発散は、種々の条件に支配されて非常に複雑であって、現在のところこれを的確に表す式はない。水面からの蒸発に関しては、熱収支法や空気力学的方法、それにそれらを組み合わせた混合法などが提案されており、これによって求められた値を調整して蒸発散量を推定することも行われている<sup>23)</sup>。また、蒸発散量（可能最大蒸発散量）に関する推定式としてThornthwaiteの式などがあり、十分に湿った土地からの蒸発が蒸発散量とほぼ一致するので、これを水収支解析や流出モデルの蒸発散量の推定式として利用することも多い。しかし、この式は月単位でしか推定できず、また夏期に蒸発散量をやや過大に評価し、冬期には過小に評価するといわれている<sup>24)</sup>。そこで、本節では式(4.3.3)で表され、日平均蒸発散量を求めることのできる代表的な経験式としてHamonの式を用い、蒸発散量を推定する。

次に、積雪による影響であるが、常神地区は年によってはかなりの積雪が見込まれる。図-4.4.1に示す降水量と河川流出量の観測値の関係を見ても分かるように、1月から2月頃までの両者を比較するとかなりのずれがある。このように、積雪は降水と河川流出量との対応を複雑にするため、これに対する特別の配慮が必要である。菅原<sup>25)</sup>は河川流出量観測点での気温のみから積雪および融雪を考えるために、集水域を4つの領域に分割し、それぞれの領域ごとに考えることによってこの問題を解決しているが、本節で対象とする常神地区の集水域はわずか0.45km<sup>2</sup>に過ぎず、菅原の対象とした集水域とは根本的に性格が異なると考えてよい。そこで本節では、菅原の手法を踏襲しつつ1つの領域のみで積雪と融雪を考えることとした。すなわち、積雪は気温が $t_s$ °C以下のときに生じると仮定し、その日の降水量を積雪量と見なす。気温が $t_m$ °C以上になると1°Cにつき $m_s$  mmの割合で融け出すと考える。この3つの定数を推定した結果、 $t_s=0.5$ °C、 $t_m=0.5$ °C、 $m_s=4$  mm/°Cが得られた。ここで、気温は美浜地域気象観測所の気温観測値<sup>26)</sup>を利用した。

さて、以上に述べたことを考慮に入れ、第3章で示した手法に従い常神地下ダム南沢の流出モデルを同定した結果、得られたタンクモデル定数を表-4.4.1に示す。また、このタンクモデルより求められる河川流出量とその観測値を比較したハイドログラフを図-4.4.2に示す。これによると、1月～2月にかけて河川流出量の観測値と解析値の間に時間的ずれがあり、降雪の影響の評価が十分行われておらず改善の余地があるものと思われる。しかし、降雪の影響のない3月以降は比較的良く一致しており、タンクモデルとして十分



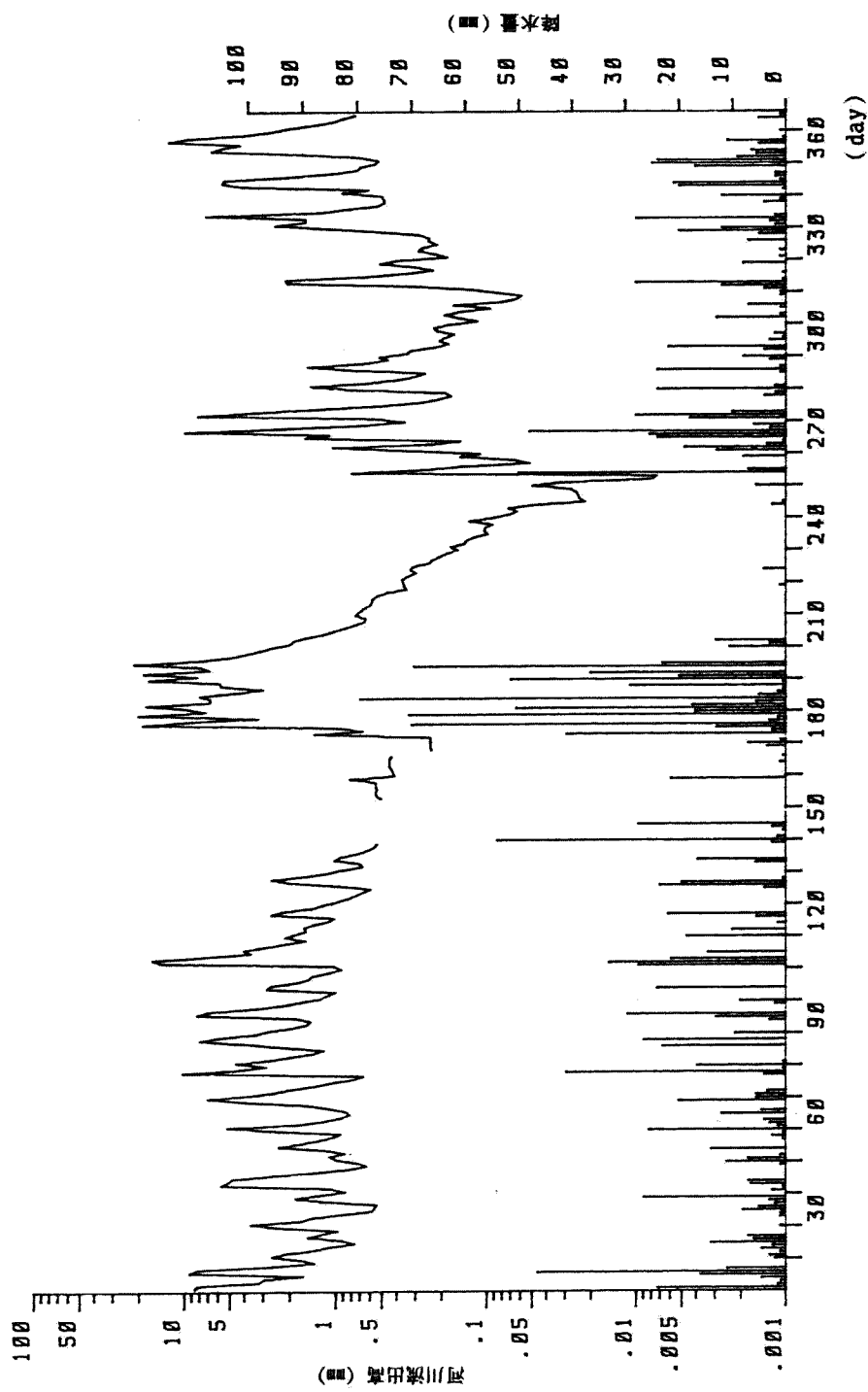


図 - 4.4.4.1 降水量と河川流出高の関係 (昭和60年1月~12月)

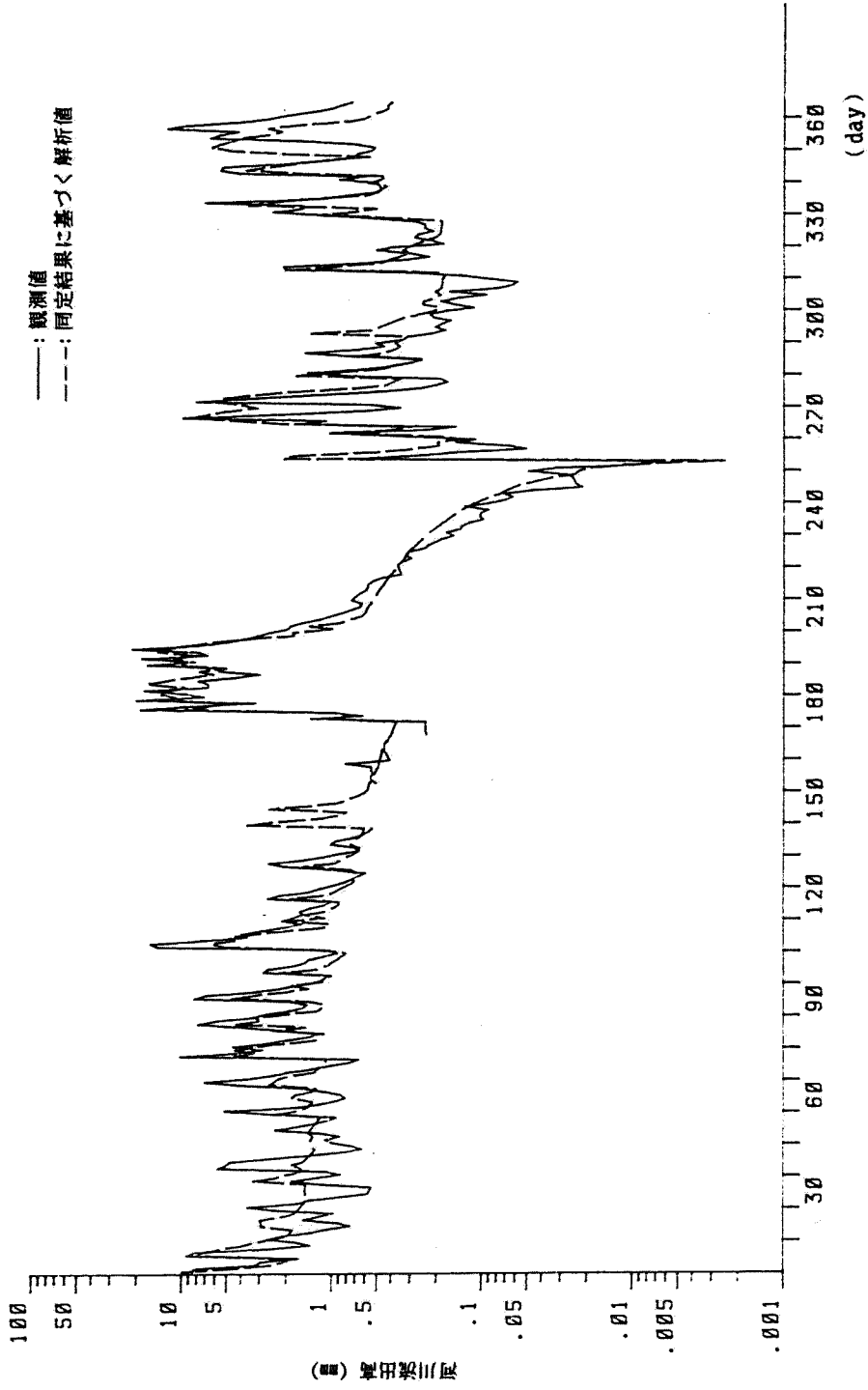


図-4.4.2 河川流出高の観測値と同定結果に基づく解析値の比較

同定できているものと言える。特に、夏期の低流出量の期間を良く表現しているのは、第3章で提案した多目的計画法的な目的関数を用いたからである。

表-4.4.1 流出モデルの同定結果

		初期値	同定結果
タンクモデルの諸係数	$\alpha_{11}$	$2.0000 \times 10^{-1}$	$1.5091 \times 10^{-3}$
	$\beta_{11}$	$4.0000 \times 10^{+1}$	$2.5198 \times 10^{+2}$
	$\alpha_{12}$	$2.0000 \times 10^{-1}$	$1.2625 \times 10^{-1}$
	$\beta_{12}$	$1.5000 \times 10^{+1}$	$3.2357 \times 10^{+1}$
	$\alpha_{13}$	$2.0000 \times 10^{-1}$	$1.1849 \times 10^{-1}$
	$\beta_1$	$1.5000 \times 10^{+1}$	$1.5319 \times 10^{-5}$
	$\alpha_{21}$	$5.0000 \times 10^{-2}$	$9.1551 \times 10^{-2}$
	$\beta_{21}$	$1.5000 \times 10^{+1}$	2.4139
	$\alpha_{22}$	$5.0000 \times 10^{-2}$	$6.0705 \times 10^{-1}$
	$\beta_2$	$1.5000 \times 10^{+1}$	$8.9921 \times 10^{+1}$
	$\alpha_{31}$	$1.0000 \times 10^{-2}$	$1.8434 \times 10^{-3}$
	$\beta_{31}$	$1.5000 \times 10^{+1}$	$8.0002 \times 10^{+1}$
	$\alpha_{32}$	$1.0000 \times 10^{-2}$	$1.0041 \times 10^{-2}$
	$\beta_3$	$1.5000 \times 10^{+1}$	$9.0441 \times 10^{+2}$
	残差二乗和		——

## (2) 地下水浸透モデルの同定結果と考察

常神地下ダム南沢の地下水浸透モデルを第3章で示した手法に従い同定を行った結果について議論する<sup>27)</sup>。同定対象領域は、図-4.4.3に示すように節点数69、要素数107に分割し、境界条件を設定した。地下ダムの境界条件としては、地下ダムの高さが海水面より1.6mの高さを有していることから、水位が1.6m以上となれば地下水がオーバーフローするとみなし1.6mの水位一定境界とし、また、水位が1.6mより下がれば不透水境界とした。

まず、昭和58年2月に行われた多孔式揚水試験により得られた観測値<sup>28)</sup>に従って同定を行った。観測地点は、図-4.2.4に示すNo.2揚水井およびB-7、M-5観測井(節点13、21、52)を用い、観測時刻は、6点を選択した。また、現場では節点21において約 $6.77 \text{ m}^3/\text{hr}$ で24時間揚水を行っている。以上の条件下で同定した結果を表-4.4.2示す。Case①は、領域全体を均質と考え同定したもので、同定して得られたパラメータ値に基づき非定常解析を行い、求められた地下水位低下曲線と観測値を比較したものが図-4.4.4である。これによると、解析値と観測値はあまり一致せず、残差二乗和も66と大きくなっている。し

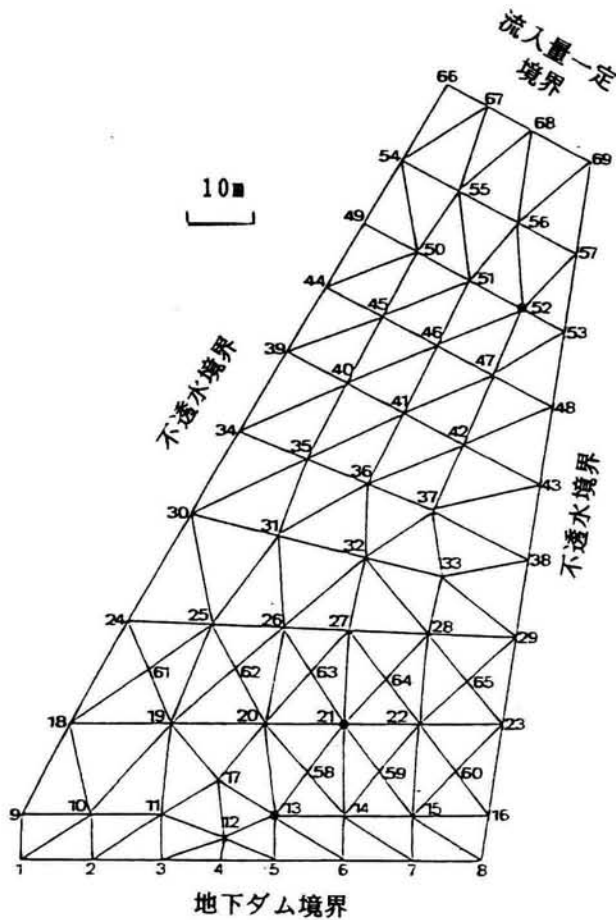


図-4.4.3 常神地下ダム南沢の地下水浸透モデル

かし、Case②は、領域を2つのゾーンに分割したもので、図-4.4.5に示すように同定して得られたパラメータに基づく解析値と観測値がかなり一致しており、残差二乗和も0.35と小さい。また、2つのゾーンの内、下流側では、貯留係数が $0.10 \times 10^{-3}$ と小さく被圧地下水的であり、上流側では、貯留係数が0.15となり、表土層の厚さから判断して正しいと見なせる。これより、同定解析領域から得られた情報量から判断して、この同定結果は妥当と考えられる。

次に、表-4.4.2に示した透水量係数、貯留係数およびその空間分布を既知パラメータとして、昭和58年12月に行われた単孔式揚水試験<sup>29)</sup>に基づいて、解析領域境界における境界流入量のみについて同定する。観測地点は節点21、観測時刻は6点選択した。現場では節点21において約 $6\text{m}^3/\text{hr}$ で24時間揚水を行っている。同定結果を表-4.4.3に示す。表

表-4.4.2 常神地下ダム南沢の地下水浸透モデルの同定結果  
 (昭和58年2月の観測値に基づく)

	観測地点	観測時刻(hr)	基準点	$T(m^2/hr)$	S	$v_0(m^3/hr)$	残差二乗和
初期値	—	—————	5	0.01	$1.0000 \times 10^{-5}$	0.0	—————
			51	0.01	$1.0000 \times 10^{-5}$		
Case①	13	1, 2, 4, 10, 18, 24	—	0.4192	$2.7495 \times 10^{-9}$	1.2894	$6.6 \times 10^{-1}$
	21	0.5, 1, 2, 10, 18, 24					
	52	2, 4, 6, 12, 18, 24					
Case②	13	1, 2, 4, 10, 18, 24	28	0.6181	$1.0001 \times 10^{-4}$	2.4402	$3.5 \times 10^{-1}$
	21	0.5, 1, 2, 10, 18, 24	54	3.3347	$1.4839 \times 10^{-1}$		
	52	2, 4, 6, 12, 18, 24					

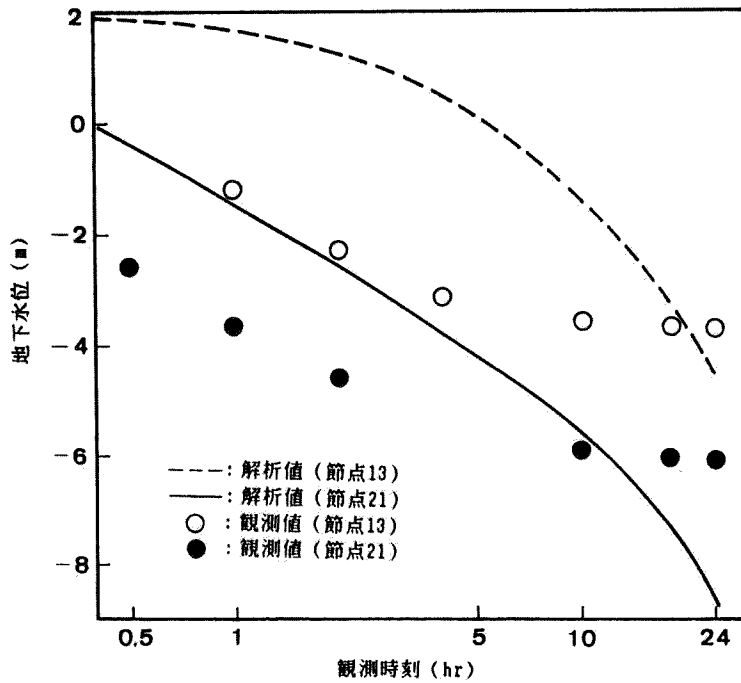


図-4.4.4 同定結果Case①に基づく地下水位変動  
 解析値と観測値(昭和58年2月)の比較

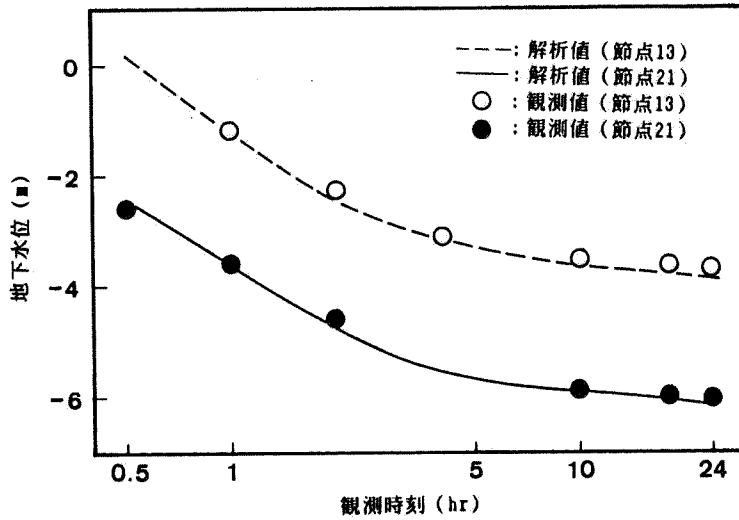


図-4.4.5 同定結果Case②に基づく地下水位変動  
解析値と観測値（昭和58年2月）の比較

-4.4.2で得られた昭和58年2月の境界流入量と表-4.4.3で得られた昭和58年12月の境界流入量を比較すると、その値がかなり異なっている。これは、それぞれの時期の降水量等の影響によるものと考えられ、境界流入量を同定する重要性が明らかになった。

表-4.4.3 常神地下ダム南沢の地下水浸透モデルの同定結果  
(昭和58年12月の観測値に基づく)

	観測地点	観測時刻(hr)	$v_0$ ( $m^3/hr$ )	残差二乗和
初期値	—	—	0.0	—
Case③	21	0.5, 1, 2, 10, 18, 24	2.4843	0.11768

### (3) 地下水保水モデルの同定結果と考察

常神地下ダム南沢の地下水保水モデルを第3章で示した手法に従い同定を行った結果について議論する。

常神地下ダム南沢地下水浸透モデルの同定によって得られた昭和58年2月と12月における境界流入量はそれぞれ $2.4402\text{m}^3/\text{hr}$ 、 $2.4843\text{m}^3/\text{hr}$ であるので、これを式(3.5.1)に代入し地下水保水モデルの地下水流入量に変換する。変換された地下水流入量と常神地下ダム南沢流出モデルより得られた地下水流出量を観測値として地下水保水モデルの諸定数を同定した結果を表-4.4.4に示す。これによると、地下水保水モデルの初水深が $3287.2\text{mm}$ と大き

表-4.4.4 常神地下ダム南沢の地下水保水モデルの同定結果

タンク定数	初期値	同定値
$\alpha_{41}$	$3.0000 \times 10^{-2}$	$2.6400 \times 10^{-3}$
$\beta_4$	$1.0000 \times 10^{+2}$	$3.2872 \times 10^{+3}$
残差二乗和	——	$3.5274 \times 10^{-3}$

いことから地下水流入量は短期的にそれほど大きな変動はなく、安定した地下水補給がなされるものと考えられる。しかし、今回の同定に用いたデータが他のモデルによって計算されたいわば間接的なデータである故、同定結果の妥当性を検討することは難しい。また、地下水保水モデルとして、今回採用したタンクモデルが適当なものであるかの検討は、今後の課題である。

#### 4. 4. 2 地下水ハイブリッドモデルによる浸透解析

4. 4. 1で構築した地下水ハイブリッドモデルを用いて常神地下ダムの浸透解析を行い、地下ダムおよび人工かん養工の有効性を検討する。

##### (1) 地下ダムの有効性の検討

地下ダム施工後で人工かん養施工前である昭和58年9月～昭和59年8月までの期間の地下水位変動について議論する。この期間の地下水位変動を解析する場合、必要となる揚水量を表-4.4.5にまとめた。表-4.4.5に示した揚水量は、現地で観測された月別揚水量を日平均値に換算したもので、各日々の揚水量は不明である。従って、日揚水量を仮定しなければならない。そこで、本節では、日曜日および祝日の前日の人口を1500人、日曜日および祝日の人口を600人、平日の人口を300人と仮定して、揚水量を比例配分した。また、揚水井の位置は図-4.4.3に示す節点21、37を設定し、それぞれの揚水比を観測データに基づき9:1と仮定した。このような条件下で解析した結果得られた地下水位変動特性として、地下ダム近傍に存在する節点13におけるものを図-4.4.6に示す。これによると、昭和58年9月の初めは前月の影響で地下水位がかなり低下しているものの、その後昭和59年6月ま

では安定した揚水がなされているものと見なせる。しかし、昭和59年7月から徐々に地下水位が低下し始め、昭和59年8月には最大G.L.-4mまで低下している。この解析結果は給水制限をしなければならなかった当時の状況をよく説明していると言える。また、地下水位変動の観測値である図-4.3.1と比較して、一般的に両者の傾向は一致しており、本解析手法の妥当性が明らかになったものと考えられる。

表-4.4.5 昭和58年9月～昭和59年8月までの揚水量

年月	58.9	58.10	58.11	58.12	59.1	59.2
揚水量 ( $\text{m}^3/\text{day}$ )	115.6	88.0	102.2	71.9	69.7	77.0
年月	59.3	59.4	59.5	59.6	59.7	59.8
揚水量 ( $\text{m}^3/\text{day}$ )	79.0	87.0	84.2	111.1	112.4	228.0

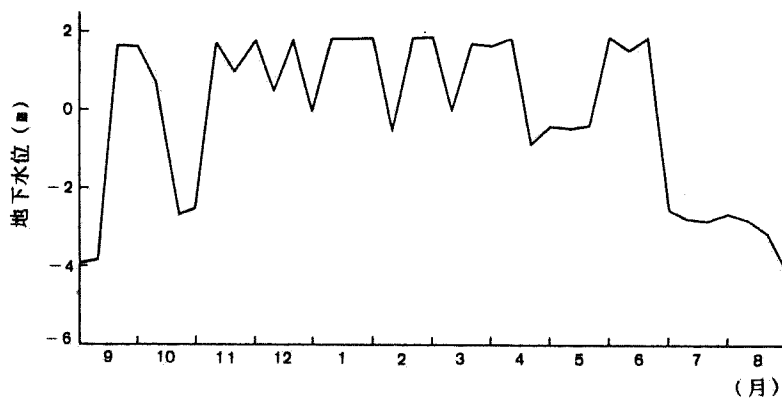


図-4.4.6 昭和58年9月～昭和60年8月までの地下水位変動  
(地下ダム施工後の結果)

次に、上述の地下ダム施工による地下水位変動特性と比較のため、同じ期間に地下ダムが施工されていないものと仮定した場合の地下水位変動特性を図-4.4.7に示す。図から分かるように、地下ダム施工後の地下水位低下量が施工前のそれより大きくなっている。



この原因は、常神地下ダムを施工することによる帯水層の増加が1.6mと比較的小さいため貯留効果が小さく、地下水流が存在してもその大半がダムサイトよりオーバーフローしてしまうからである。さらに、揚水により地下水位が低下しはじめると、地下ダム施工前には、海水が帯水層へ浸入することにより地下水位がそれほど低下しなかったが、地下ダム施工後には、地下ダムが止水壁の作用をなし海水の浸入を阻止しているため、地下水位低下量が増加したものである。このような事実から判断して、常神地下ダムにおける止水壁の構築は地下水量の面からのみでは、必ずしも有効に機能していないものと考えられる。

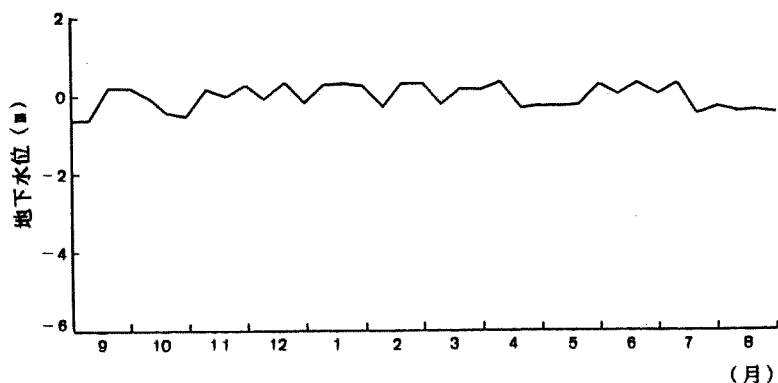


図-4.4.7 昭和58年9月～昭和60年8月までの地下水位変動  
(地下ダムが存在しないと仮定した場合)

## (2) 人工かん養の有効性の検討

人工かん養施工後である昭和60年11月～昭和61年10月までの期間の地下水位変動について議論する。この期間の地下水位変動を解析する場合、必要となる揚水量を表-4.4.6にまとめた。人工かん養施工部の帯水層パラメータは同定されていないので、透水量係数を $828\text{m}^2/\text{hr}$ 、貯留係数を0.3と仮定した。また、地下水ハイブリッドモデルから得られる河川流出量は人工かん養施工箇所帯水層内に浸透するものと見なした。このような条件下で解析した結果得られた地下水位変動特性として、地下ダム近傍に存在する節点13におけるものを図-4.4.8に示す。この場合は、8月でも地下水位はそれほど低下せず、全般的に地下水位が海水面以下になる時期はほとんどなく、安定した揚水が可能となっている。また、地下水位変動の観測値である図-4.3.2と比較して、両者の傾向は一致している。

表-4.4.6 昭和60年11月～昭和61年10月までの揚水量

年月	60.11	60.12	61.1	61.2	61.3	61.4
揚水量 ( $\text{m}^3/\text{day}$ )	186.7	67.0	67.0	74.0	92.0	369.0
年月	61.5	61.6	61.7	61.8	61.9	61.10
揚水量 ( $\text{m}^3/\text{day}$ )	214.0	227.0	322.0	397.0	255.0	241.0

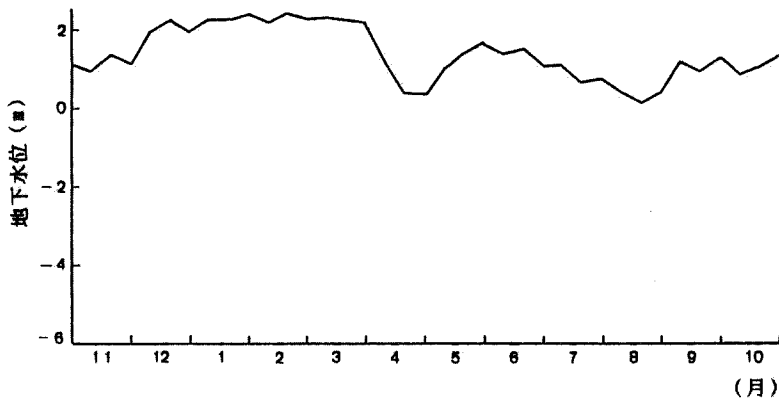


図-4.4.8 昭和60年11月～昭和61年10月までの地下水位変動  
(人工かん養施工後の結果)

次に、上述の人工かん養施工による地下水位変動特性と比較のため、同じ期間に人工かん養が施工されていないものと仮定した場合の地下水位変動特性を図-4.4.9に示す。図から分かるように、昭和60年11月～昭和61年3月頃までは、地下水位低下量はそれほど大きくないが、4月以降徐々に地下水位が低下し始め、8月には最大G.L.-33mに至っている。この両者の比較から、人工かん養の効果は歴然である。

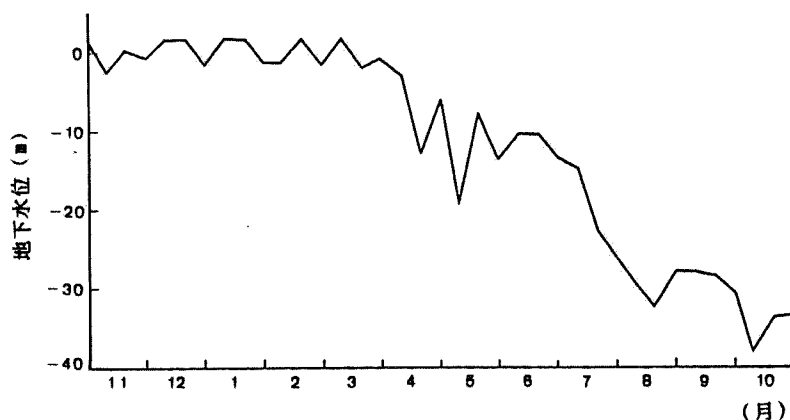


図-4.4.9 昭和60年11月～昭和61年10月までの地下水位変動  
(人工かん養が存在しないと仮定した場合)

#### 4.5 結 語

本章では地下ダムおよびその補助手段である人工かん養の有効性を評価する目的から、昭和58年に福井県三方町常神地区に建設された地下ダムを対象に、地下水の量的な面および水質的な面について、現地計測結果ならびに地下水ハイブリッドモデルによる数値解析により検討してきた。以下に得られた成果をまとめる。

まず4.1では、地下水開発、保全を目的とした、地下ダムおよび人工かん養の位置付けを行い、それぞれの効果を検討した従来の研究について述べた。

4.2においては、常神地下ダムの概要として、常神地区における地下ダムの必要性および地形・地質・水文性状を明らかにし、地下ダムおよび人工かん養の施工について述べた。

4.3では、現地計測結果に基づく地下ダムの有効性の評価を行った。すなわち、地下水の量的な観点から、現地計測されたデータに基づき水収支および地下水位変動特性を議論した。その結果、7月～8月の水需要が多く、降水量の少ない時期には地下水位がかなり低下し、地下ダム施工のみでは、その効果が十分に発揮されていないことが明らかになった。しかし、地下ダムの補助手段としての人工かん養を施工することにより、河川水の集水能力およびそれ自身の透水性の良さが発揮され、7月～8月にかけて地下水位低下量が小さくなり、人工かん養工が非常に有効であることが分かった。次に、地下水の水質的な観点から、現地計測された塩分濃度変化を示した。これによると、地下ダムの厚さが50cm

と薄いにもかかわらず、連続地下壁で施工されたことにより、地下ダム前後での地下水位差が大きくても、塩分濃度がそれほど上昇せず、地下ダムの止水効果はかなり発揮されていることが明らかになった。

4. 4では、常神地下ダム地下水ハイブリッドモデルの同定結果を示し、これを用いて浸透解析を行い、地下ダムの有効性の評価を行った。まず、地下ダム施工後と施工前の解析結果を比較した結果、施工後の地下水位低下量が施工前のそれより大きくなった。この原因は、常神地下ダムを施工することによる帯水層の増加が1.6mと比較的小さいため貯留効果が小さく、地下水流が存在してもその大半がダムサイトよりオーバーフローしてしまうからである。さらに、地下ダム施工前の状態では、揚水による地下水位低下を海水により補っていたためと結論づけた。次に、人工かん養施工後と施工前の解析結果を比較した結果、施工後では地下水位低下量が小さく、安定した揚水が可能となり、人工かん養工の効果が大きいことが明らかになった。さらに、地下ダム施工後および人工かん養施工後の地下水位変動特性は、現地計測された地下水位変動特性と比較的一致しており、地下水ハイブリッドモデルを用いた浸透解析手法の妥当性を示しているものと考えられる。

#### 参 考 文 献

- 1) 可知貫一：地下水強化と農業水利，地人書館，pp.214-230，1943.
- 2) 松尾新一郎，河野伊一郎：地下水規制のための地中ダム，土木学会誌，Vol.53，No.3，pp.9-13，1968.
- 3) 松尾新一郎，河野伊一郎：地下止水壁による地下水規制の実験的研究，土木学会論文集，No.178，pp.53-81，1970.
- 4) 松尾新一郎，上村克巳，青木一男，出木谷修：愛媛県興居島における地下ダムの有効性について，第13回土質工学研究発表会概要集，pp.989-992，1978.
- 5) 松尾新一郎，青木一男，内山雄一郎：地下ダムの有効性に関する研究，第16回土質工学研究発表会概要集，pp.1149-1152，1981.
- 6) 青木一男，嘉門雅史，村上公一：地下ダムの有効性の評価について，第21回土質工学研究発表会概要集，pp.1655-1656，1986.
- 7) 石崎勝義，佐合純造，難波嘉幸：地下ダムの実用化に関する調査（1），土木技術資料，Vol.23，No.10，pp.35-41，1981.
- 8) 鈴木茂昭，佐合純造，石崎勝義：地下ダムの実用化に関する調査（2），土木技術

- 資料, Vol.23, No.10, pp.42-48, 1981.
- 9) 黒川睦生：宮古島の地下ダム，土と基礎，Vol.29, No.1, pp.37-42, 1981.
  - 10) 相場瑞夫，黒川睦生，永田聡，細谷裕士，吉川満：宮古島における地下ダムの水文挙動，土と基礎，Vol.31, No.3, pp.17-23, 1983.
  - 11) 石崎勝義，北川明：注入井による地下水人工涵養，土木研究所資料，Vol.19, No.9, 1977.
  - 12) 石崎勝義，北川明：地下貯水池による水資源開発，土木技術資料，Vol.19, No.9, pp.431-439, 1977.
  - 13) 石崎勝義，寺川陽：地下水涵養技術とその応用，土木技術資料，Vol.23, No.10, pp.10-15, 1981.
  - 14) 松尾新一郎，青木一男：福井県三方町常神地下ダムの調査・設計について，土と基礎，Vol.31, No.3, pp.11-15, 1983.
  - 15) 中村弘，内藤和章，平間邦興，申間正敏：常神地下ダムの調査・設計および施工，大ダム，No.111, pp.1-17, 1985.
  - 16) Kamon, M. and Aoki, K. : Groundwater control by Tsunegami underground dam, Proc. 9th European Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, pp.175-178, 1987.
  - 17) 井上功，申間正敏，古屋弘：常神地下ダムの地下水人工涵養，地下水と井戸とポンプ，pp.1-14, 1987.
  - 18) 青木一男，嘉門雅史，井上功，内藤和章：常神地下ダムの有効性の評価，第3回水資源に関するシンポジウム前刷集，pp.463-468, 1987.
  - 19) Hamon, W.R. : Estimating potential evapotranspiration, ASCE, HY3, 1956.
  - 20) 土木学会編：水理公式集，土木学会，pp.109-112, 1971.
  - 21) 大林組：常神地下ダムにおける継続調査の内容および観測体制，大林組報告書，pp.17-19, 1987.
  - 22) 福井県三方町役場：常神地下ダムのかん養工法について，pp.51-56, 1985.
  - 23) 農林省振興局研究部監修：農業気象ハンドブック，養賢堂，pp.46-51, 1964.
  - 24) 市川正巳：水文学の基礎，古今書店，pp.94-120, 1978.
  - 25) 菅原正巳：流出解析法，共立出版，pp.161-167, 1972.
  - 26) 福井地方気象台：福井県気象月報，1983.1-1983.12.
  - 27) 青木一男，嘉門雅史，天野雄介：地下水ハイブリッドモデルによる地下ダムの有効性の評価，第42回土木学会年次学術講演会概要集，1987.

- 28) ツカサコンサルタント：昭和58年度常神漁港漁業集落環境整備事業工事のうち地下水調査工事報告書，pp.188-194，1983.
- 29) 大林組：昭和58年度常神漁港漁業集落環境整備事業水産飲雑用水工さく井工事報告書，pp.41-76，1984.

## 第5章 地下水保全を目的とした最適揚水問題

### 5.1 概説

水資源の不足により地下水の有効利用が問題となっているが、現実には必ずしも地域全体での地下水利用が効率よく行われているとは言えないようで、一部では過剰揚水に伴う地盤沈下や海岸部での地下水の塩水化等の揚水障害が発生している。揚水障害は長い年月にわたって徐々に進行することから、広域の見地から十分な検討のもとに合理的な揚水計画を定めることが要請され、この決定法の確立がきわめて重要なことと言えよう。従来は基礎式となる浸透流に関する基礎方程式を差分法、有限要素法を用いて、各井戸に種々の揚水量を想定し、数値解析を繰り返し適切な地下水水位分布を与える揚水量を求め、これを計画揚水量とする方法が取られてきた。しかし、この方法では領域あるいは揚水の条件が複雑な場合には、その最適な揚水計画の策定は困難と考えられる。

このような状況から、近年、浸透流の基礎方程式を差分法あるいは有限要素法により離散化した式と種々の最適化手法を組み合わせた最適揚水問題に関する研究が数多く行われている。Aguado and Remsonは線形計画法と差分法を組み合わせた手法により一連の研究を行っている。まず、解析領域内の2個以上の井戸の総揚水量が指定値以上の範囲で、井戸水位の合計が最大となる各井戸の揚水量を決定する問題<sup>1)</sup>を取扱った。さらに、基礎掘削の工事区域内の地下水水位を、区域周辺に配置された井戸の揚水により、所定値以下に低下させる場合、総揚水量最小になる各井戸の揚水量配分を決定する問題<sup>2), 3)</sup>を取扱った。佐藤・渡辺<sup>4)</sup>は、埼玉地域を数個の地区に分割し、各地区の揚水量と地盤沈下量の実測記録を用いて、各地区について地盤沈下に対する許容揚水量を設定した。さらに、総揚水量を与え、これらの制限のもとに各地区の地盤沈下量の合計が最小になるような各井戸の揚水量を最適揚水量と定義し最適解を求めている。また、神野らは、線形計画法と有限要素法を組み合わせた方法により広域地下水の最適揚水<sup>5)</sup>および深井戸工法における最適揚水量を決定する手法<sup>6)</sup>を提案している。

このように、数多くの研究者により種々の最適揚水問題の手法が示されているものの、そのほとんどにおいて目的関数の取り上げ方に問題を残している。すなわち、相反する種々の目的関数の中から単に水位低下量、あるいは揚水量のいずれか1つを取り上げるのみ

で、他の目的関数はあいまいのまま等閑視されている。従って、合理的な最適揚水問題の解が得られたとはいえない現状にある。そこで本章では、このような背景を踏まえた上で、種々の目的関数間において満足すべき相互関係を明らかにし、最適揚水問題を的確に決定する手法として、多目的計画法と有限要素法を組み合わせた手法を用いる。

まず5.2では、最適揚水問題を取り扱うにあたり、何を最適にするのかを明らかにし、その概念を述べた。

5.3では、多目的計画法による最適揚水問題の解析手法を述べた。すなわち、多目的計画法を最適揚水問題に適用するにあたり、目的関数および制約条件の導入法を示し、多目的計画法と有限要素法を組み合わせるための定式化を行った。

5.4では最適揚水問題への適用例について議論した。多目的計画法と有限要素法を組み合わせた解析手法の最適揚水問題への適用性を検討する目的から、簡単な解析モデルを用いて、種々の目的関数を設定し、それらの相互関係を考察した。次に、現場への適用例として、常神地下ダムを対象に、地下ダム施工前と施工後の最適揚水問題を検討した。

## 5.2 最適揚水問題の概念

地下水の最適揚水という概念は、地下水保全の観点から地盤沈下や水質劣化等の地下水障害を防止しながら、地下水開発の観点から水需要を補うため揚水量を可能な限り多くしようとするものである。

この概念に従い最適揚水計画を策定する場合の流れ図を図-5.2.1に示す。まず、対象領域の地盤、水理モデルの構築を行う。次に、地下水障害を防止する立場から、揚水による地下水位低下量の限界値である許容限界水位等の種々の制約条件を設定する。このモデルを用いて最適化計算を行い、需要水量を確保できるか検討する。需要水量を確保できていればその最適解が最適揚水計画となる。もし、需要水量を確保する最適揚水計画が得られない場合には、新たに地下水の地下貯留あるいは人工かん養等の導入を検討し、モデルの変更を行い、最適化計算にもどる。

さて、上で述べた最適揚水問題に用いる最適化手法について、その概念をまとめる。最適化手法としては、線形計画法<sup>1)・5)</sup>、動的計画法<sup>4)</sup>などが従来より広く用いられてきた。これらは、ある制約条件のもとに、ある目的関数を最大(最小)にする手法である。そのため、最適揚水問題に最適化手法を用いる場合、目的関数、制約条件の設定の仕方により、問題のとらえ方が異なってくるので、その設定法そのものが重要である。そこで、揚水量と地下水位低下量の面から最適揚水問題を考える場合、どのような観点から最適化するか



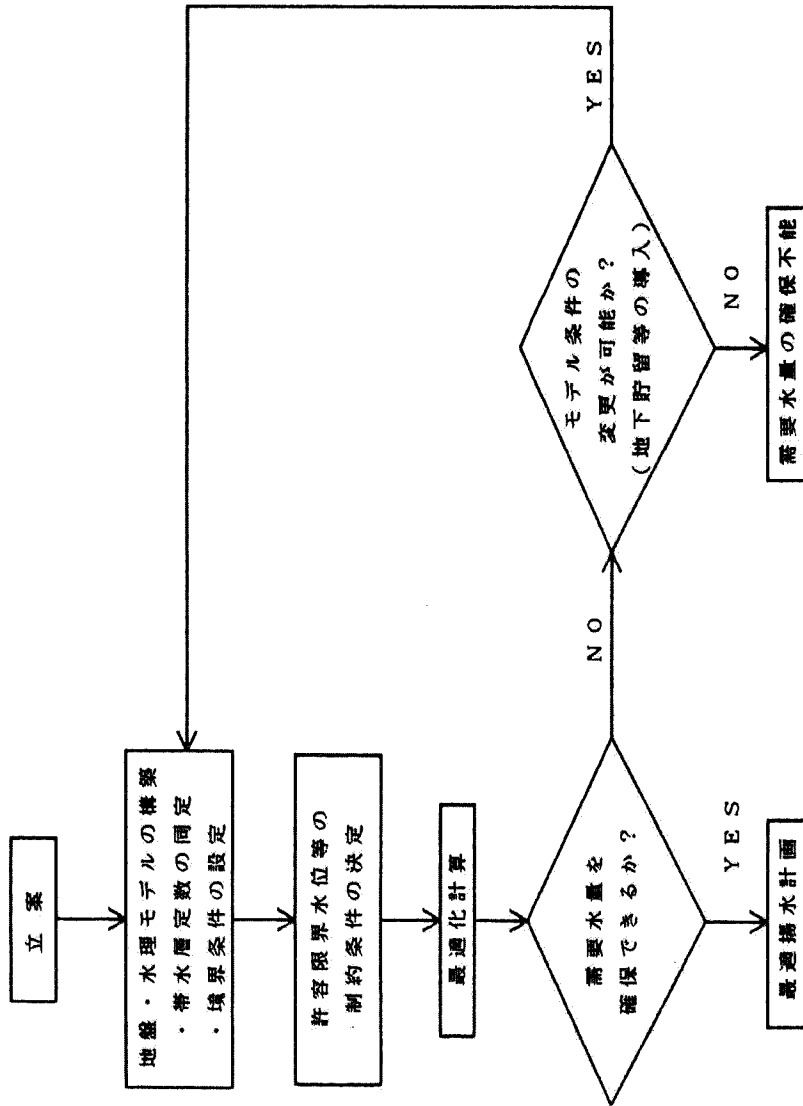


図-5.2.1 最適揚水計画を策定する場合の流れ図

を分類すると以下のようなものが挙げられる。

- ①揚水井の位置がすでに決定され、水位、揚水量に関する制約条件のもとに、各井戸の揚水量の総和が最大になる状態を最適揚水として、この状態の各井戸の揚水量の配分を決定する問題<sup>4), 7), 8)</sup>。
- ②揚水井の位置がすでに決定され、水位、揚水量に関する制約条件のもとに、地下水位低下量が最小となる状態を最適状態として、この状態の各井戸の揚水量配分を決定する問題<sup>1)</sup>。
- ③揚水井の位置および本数が決定されておらず、水位、揚水量に関する制約条件のもとに、各井戸の揚水量の総和が最大になる状態を最適揚水として、この状態の井戸の本数、位置および各井戸の揚水量の配分を決定する問題<sup>9)</sup>。
- ④揚水井の位置および本数が決定されておらず、水位、揚水量に関する制約条件のもとに、地下水位低下量が最小となる状態を最適状態として、この状態の井戸の本数、位置および各井戸の揚水量の配分を決定する問題<sup>10)</sup>。

さて、実際の地下水の利用および保全を目的とした最適揚水問題を扱う場合、その目的関数としては、揚水量の最大化、地下水位の最大化、地盤沈下量の最小化、塩水化に伴う水質劣化の最小化などが考えられる。例えば、揚水量と地下水位の関係を考える時、利水の立場からすると、より多くの地下水が必要になり揚水量の増大が望まれる。一方、地盤沈下や塩水化などの環境保全の立場からすると、地下水位低下量の抑止が望まれる。このように、相反するいくつかの目的関数を最適化するものが、本来の最適揚水問題と考えられる。しかし、従来の研究では、上述したように相反する種々の目的関数の中から1つのみを取り上げて、他の目的関数はあいまいのままにされているため、合理的な最適揚水問題の解が得られていないと考えられる

そこで、目的関数が複数でも取り扱うことが可能である多目的計画法が近年注目を浴びはじめ、Dauerら<sup>11)</sup>によって最適揚水問題への導入が行われた。彼らは、多目的計画法と差分法を組み合わせた手法により地下水位低下量と揚水量の2つの目的関数を設定した最適揚水問題を合理的に解析したものである。

このような背景から、本章においては、複数の目的関数を取り扱うことのできる多目的計画法と有限要素法を組み合わせる手法を用い、地下水保全の観点から最適揚水問題を考える。

## 5.3 多目的計画法による最適揚水問題の定式化と解析手法

### 5.3.1 多目的計画法の概要

多目的計画法は複数の目的関数を同時に取り扱って、最適解を得ようとするものである。個々の目的関数は、普通互いに関係しあい、それらが相反している場合が多い。従って、線形計画法のように一意的に最適解が得られない。すなわち、多目的計画問題は、目的関数が複数個存在するため、多くの場合に解は1点ではなく多くの非劣解なる点の集合として得られるという特徴を有しており、最終的には決定者がこの中から1つの解を選択しなければならないものである。

この目的関数は次のように表すことができる。

$$\text{目的関数 } J(Z) = (J_1(Z), J_2(Z), \dots, J_N(Z)) \rightarrow \text{最大(最小)化} \quad (5.3.1)$$

ここで、 $Z$ : 変数、 $J_1(Z), J_2(Z), \dots$ : 個々の目的関数である。

このような多目的計画問題を解く手法として提案されている代表的なものとして次のものが挙げられる<sup>12)</sup>。

- ①辞書的配列法
- ② $\varepsilon$ -制約法
- ③パラメータ法
- ④ゴール・プログラミング法

辞書的配列法は、式(5.3.1)の個々の目的関数の間の重要度に応じて優先順位をつけ、その優先順位に従って、順次非劣解集合を求めて行く手法である。

$\varepsilon$ -制約法は、ある1つの目的関数を選択して、他の目的関数はその目的関数値を変数に持つ制約条件式として取り扱うものである。

パラメータ法は、個々の目的関数の重要度に応じて重み係数を決め、その個々の目的関数とそれに対応する重み係数の積の和を新たな目的関数として進めていく方法である。

ゴール・プログラミング法は、目的空間において目標点を定めることができた場合に、その目標点とのノルムを最小にする方向に最適解を求める手法である。

これらは利用する目的に応じて、それぞれ種々の長所や短所を有している。すなわち最適揚水問題に関して、個々の目的関数に対する重要度、重み係数、明確な目標点等をそれぞれの現場で設定することはなかなか困難な場合が多い。このような状況から考えて、本章では最適揚水問題に適用しやすい $\varepsilon$ -制約法を採用することにする。

式(5.3.1)に対して、 $\varepsilon$ -制約法を適用すると、式(5.3.2)のようになる。

$$\begin{aligned} \text{目的関数 } J_1(Z) &\rightarrow \text{最大(最小)化} \\ \text{制約条件 } J_j(Z) &\geq \varepsilon_j \quad (j=2,3,\dots,N) \end{aligned} \quad (5.3.2)$$

このように変形することで、多目的計画問題を、あたかも目的関数が $J_1(Z)$ ひとつの線形計画問題のように解くことができる。すなわち、多目的計画問題の式(5.3.1)の非劣解集合は、 $\varepsilon_j$ に対するパラメトリック手法を用いて式(5.3.2)の線形計画問題の集合を解くことと等価のものと考えることができるものである。また、制約条件 $J_j(Z) \geq \varepsilon_j$ に相当する式(5.3.2)の双対変数は、目的関数 $J_1(Z)$ に対する $j$ 番目の目的関数の付加価値にあたり、後で示すように、多目的計画問題を解く上で重要な意味を持つものとなる。

### 5.3.2 目的関数および制約条件の設定法

多目的計画法において、目的関数および制約条件は非常に重要なものであり、もし制約条件があいまいなものであれば、得られた最適解が非現実的な解になる可能性がある。そこで、最適揚水問題に対して、多目的計画法を適用した場合の目的関数および制約条件の導入法について検討する。

地下水の利用と保全の立場から考えると、目的関数として揚水量の最大化、地下水位の最大化、塩水化等に伴う水質劣化の最小化等が上げられる。これらの目的関数は相互に関係しあい、その基礎となるものは地下水位である。そこで、本章では多目的計画法の式(5.3.1)の第1目的関数として地下水位の最大化を、第2目的関数として揚水量の最大化、第3目的関数として塩水化に伴う水質劣化の最小化を選択することにする。

さて、地下水位の最大化を第1目的関数に選択したので、式(5.3.2)に示す $\varepsilon$ -制約法を適用すると、第2目的関数の揚水量および第3目的関数の塩水化に伴う水質劣化が制約条件の中に組み込まれることになる。また、第1目的関数が最大(最小)となる最適解を求める場合、地下水位と揚水量、あるいは地下水位と塩水化現象の関係を多目的計画法の制約条件の中に組み込む必要がある。

まず、地下水位と揚水量の関係は、飽和帯水層に対する平面2次元定常浸透流を仮定し、その基礎方程式である式(5.3.3)を有限要素法により離散化すると式(5.3.4)が得られる。

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( T \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( T \frac{\partial h}{\partial y} \right) = W \quad (5.3.3)$$

$$[A_h] \{h\} - \{W\} = \{0\} \quad (5.3.4)$$

ここで、 $h$ : 地下水位、 $T$ : 透水量係数、 $W$ : 揚水量、 $x, y$ : 座標である。

この関係を多目的計画法に導入する場合、式(5.3.4)を1組の等号付き制約条件式とみなし式(5.3.2)の制約条件に付加する。これにより次のような多目的計画法の一連の制約条件式が得られる<sup>13)</sup>。

$$J_j(Z) \geq \varepsilon_j \quad (j=2,3,\dots,N)$$

$$[A_h - I] \begin{Bmatrix} h \\ W \end{Bmatrix} = \{0\} \quad (5.3.5)$$

ここで、式(5.3.5)中の $[A_h]$ は、帯水層モデルに直接依存しているため、モデルの構成要素である帯水層定数および境界条件の設定が重要になってくる。

次に、地下水位と塩水化に伴う水質の関係を制約条件の中に導入する手法として2種類の方法が考えられる。塩水化に伴い淡水と塩水が境界面を有し非混合流体と仮定した場合と、淡水と塩水が混合流体で移流分散して行くものと仮定したことがある。前者の考え方に属するものは、神野ら<sup>7)</sup>により提案された手法である。これは塩水くさび先端での流量ポテンシャルを求める式を導き、その値を流量ポテンシャルの低限界値と設定し、あらかじめ設定された塩水くさび先端の浸入限界線上での流量ポテンシャルが低限界値以下とならなければならないという制約条件を導入したものである。後者の考え方は、飽和帯水層に対する平面2次元定常移流分散を仮定し、その基礎方程式である式(5.3.6)を有限要素法により離散化した式(5.3.7)より塩水化による水質劣化の度合を直接塩分濃度の形で求めようとする手法<sup>14)</sup>である。

$$\text{div}(Cv - D\text{grad}C) - WC = 0 \quad (5.3.6)$$

$$[A_{hc}] \{C\} = \{F_{hc}\} \quad (5.3.7)$$

ここで、 $C$ : 塩分濃度、 $v$ : 比流量、 $D$ : 分散係数である。

この両者を比較すると、塩水化現象による地下水汚染の立場から考えると、塩水くさびが浸入することによる水質が議論の対象となるため淡水と塩水が混合流体として移流分散すると仮定した後者の方法が妥当と思われるので、本章では後者の手法を用いることにする。

しかし、式(5.3.7)の係数行列 $A_{hc}$ 、 $F_{hc}$ が地下水位および比流量の関数となっているため、塩分濃度は式(5.3.5)を解いて地下水位および比流量の値を用いて式(5.3.7)より求めなければならない。このような非線形性により、第3の目的関数は陰な形で別個に取り

扱わなければならない。ここで陽な形の目的関数とは多目的計画法において、式(5.3.5)の制約条件中で直接取り扱うことのできる目的関数のことで、陰な形の目的関数とは、その値が計算されるものの、式(5.3.5)の中に直接取り扱うことができない目的関数のことである。このような場合、式(5.3.5)の中で、直接取り扱うことができるような別の副目的関数に変換しなければならない。そこで、本章では塩分濃度の副目的関数として下流側節点における地下水位を用いることにする。

さて、以上に示した制約条件の他に帯水層の形状に起因した本質的な制約条件が必要になってくる。この本質的な制約条件とは、帯水層の基盤の位置等に依存する地下水位の低限界水位 $h_s$ より地下水位が低下してはならないというもので、この低限界水位より地下水位が低下すると非現実的なシミュレーションになることを意味する。

このようにして得られた目的関数および種々の制約条件を考慮した最適揚水問題は、最終的に式(5.3.8)のように表すことができる。

$$\begin{aligned}
 \text{目的関数} \quad & \Sigma h \rightarrow \text{最大(最小)化} \\
 \text{制約条件} \quad & \Sigma W \geq \varepsilon_2 \\
 & [h] \geq \varepsilon_3 \\
 & [A_n - I] \begin{Bmatrix} h \\ W \end{Bmatrix} = \{0\} \\
 & [h] \geq [h_s]
 \end{aligned} \tag{5.3.8}$$

### 5.3.3 解析手法

式(5.3.8)は、制約条件式が1次等式または1次不等式で表されており、目的関数も1次式で表されているため、この最適化問題は線形計画法で解くことができる。そこで、本章では線形計画法の中で代表的なシンプレックス法を用いることにする。

式(5.3.8)の不等式にスラック変数を付加し、線形計画法による一般的な表示法として式(5.3.9)のように変形できる。

$$\begin{aligned}
 \text{目的関数} \quad & J = \sum_{j=1}^N c_j x_j \\
 \text{制約条件} \quad & \sum_{j=1}^N f_{ij} y_j = d_i \quad (i=1,2,\dots,M)
 \end{aligned} \tag{5.3.9}$$

ここで、 $c_j$  : 目的関数の係数、 $x_j$  : 目的関数の変数、 $f_{ij}$  : 制約条件式の係数、 $y_j$  : 制約条件式の変数、 $d_i$  : 制約条件の値である。

シンプレックス法を実行するには、初期可能基底形式を求めておく必要がある。一般的には、不等号制約条件式にスラック変数を付加して等式条件に直すことによって、スラック変数を基底とする可能基底形式が容易に得られる場合が多い。しかし、本章で示す最適揚水問題を定式化して得られた式(5.3.8)は、制約条件式に等式を多く含み、変数の数が多いため、初期可能基底形式が容易に求められない。そこで、初期可能基底形式が得られていない場合にシンプレックス法を実行することができる手法として、二段階法を用いることにする。

二段階法では、式(5.3.9)のM個の制約条件式の左辺に、M個の非負の人為変数  $v_i$  をそれぞれ1個ずつ付加して式(5.3.10)のように変形する。

$$\sum_{j=1}^N f_{ij} y_j + v_i = d_i \quad (i=1,2,\dots,M) \quad (5.3.10)$$

式(5.3.10)は、 $v$  を基底とする可能基底形式となる。従って、 $v$  を基底とする可能基底形式からシンプレックス法を実行し、 $v=0$  である最適解を求め、その結果得られた式(5.3.9)の可能基底形式に基づいて、続いて最適解を求めるといった二段階で最適解を求めることになる。

さて、式(5.3.9)の制約条件式の右辺  $d_j$  が  $\Delta d_j$  変化した場合の目的関数に与える影響  $\Delta J$  は、式(5.3.11)より求めることができる<sup>15)</sup>。これは、多目的計画法の  $\epsilon$ -制約法を用いたことにより、第2目的関数、第3目的関数が式(5.3.2)に示すように制約条件式の中に組み込まれているため、これらの目的関数値  $\epsilon_j$  が変化した場合、第1目的関数がどのように変化するかを指標ともなる付加価値  $\pi$  を求めることができる。

$$\begin{aligned} \Delta J &= \pi \Delta d_j \\ \pi &= c_k F^{-1} \end{aligned} \quad (5.3.11)$$

ここで、 $F$  : 基底行列、 $c_k$  : 基底に対する目的関数の係数である。

## 5.4 最適揚水問題の解析例と考察

### 5.4.1 解析モデルによる考察

多目的計画法と有限要素法を組み合わせた最適揚水問題の解析手法の適用性を検討する目的から、図-5.4.1に示すような簡単な解析モデルを用いて考察する。

本モデルでは上流側の透水量係数が $0.5\text{m}^2/\text{hr}$ 、下流側の透水量係数が $1\text{m}^2/\text{hr}$ とし、境界条件は浸透問題に対しては上流側、下流側ともに水位一定条件、左右側は、不透水条件とした。また、移流分散問題では上流側で塩分濃度 $0.0\%$ 、下流側で $3.5\%$ の濃度一定条件とし、移流分散における縦分散長を $6\text{m}$ 、横分散長を $0.6\text{m}$ と設定した。

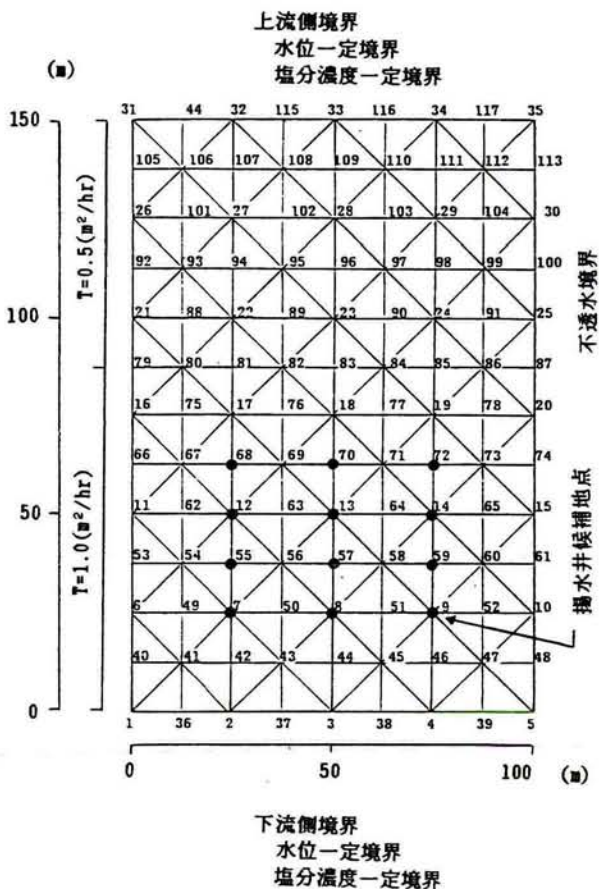


図-5.4.1 解析モデル



さて、この解析モデルでは透水量係数が大きい下流側に揚水井を配置した方が好ましいと考えられるため、ここでは、図-5.4.1に示す12本の揚水井候補地点を選択し、この揚水井候補地点から最適揚水地点を決めることとした。

(1) 目的関数に地下水位と揚水量を考える場合の検討

多目的計画法における第1目的関数として水位総和の最大化を、第2目的関数として揚水量の最大化を設定した場合を考える。式(5.3.8)の低限界水位 $h_s=0$ （帯水層の基盤の位置を地下水位の基準面とする）と仮定し、式(5.3.2)の第2目的関数の揚水量 $\varepsilon_2$ をいくつか設定し得られた非劣解集合を図-5.4.2、表-5.4.1に示した。図-5.4.2は水位総和と総揚水量の関係を示したものであり、これより揚水量の増加により水位総和が減少して行く過程がよく分かる。また、表-5.4.1にはそれぞれの揚水量に対する、最適揚水井の位置、それぞれの井戸での揚水量、および付加価値を示した。付加価値は、第2目的関数の揚水量が単位量増加することにより、第1目的関数の水位総和がどれだけ減少するかを示すもので、多目的計画法の解析過程で求められる重要なパラメータである。

表-5.4.1 水位総和と総揚水量を目的関数とした場合の揚水配分と付加価値

総揚水量 ( $m^3/hr$ )	水位総和 ( $m$ )	揚水配分		付加価値
		揚水井位置	揚水量( $m^3/hr$ )	
0	1089	—	—	—
10	958	8	10.0	13.1
20	825	7 8	0.8 19.2	13.3
30	692	7 8 9	13.5 14.1 2.4	13.3
35	625	7 8 9	12.9 11.6 10.5	13.3
38	547	7 8 9 55 59	10.1 9.5 10.3 4.3 3.8	39.7

次に、解析結果について議論する。まず揚水量が $10\text{m}^3/\text{hr}$ の場合、最適揚水地点は節点番号8であることが明らかになった。そして、揚水量 $\varepsilon_2$ を増加させると共に揚水井の数が増加し、付加価値に従い地下水位の和が減少する。揚水量 $\varepsilon_2$ が $38\text{m}^3/\text{hr}$ 付近で揚水不可能となる。このように付加価値を求めることにより、揚水量と地下水位の関係が明らかになり、地下水開発の計画段階において、どれだけの水量開発が可能か、また揚水量を増すことにより周辺地域にどの程度の影響が現れるかが、即座に検討できるようになるものと考えられる。

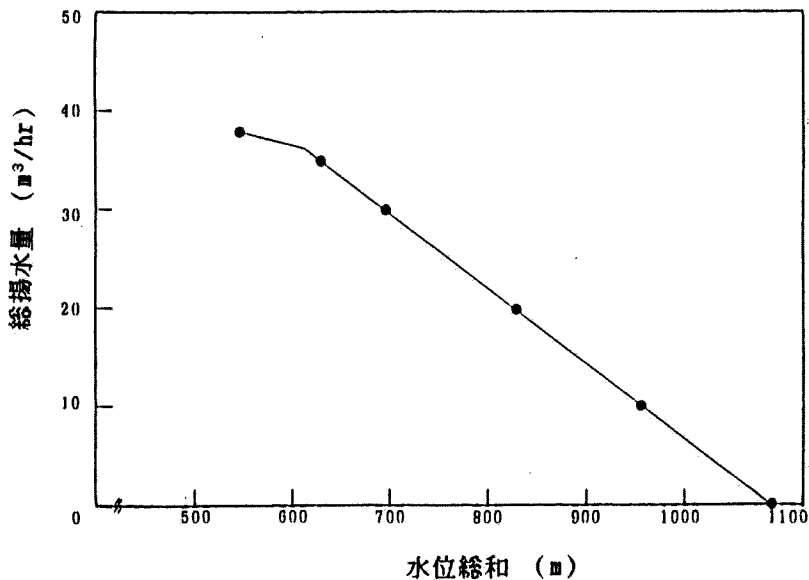


図-5.4.2 水位総和と総揚水量を目的関数とした場合の  
水位総和と総揚水量の関係

## (2) 目的関数に地下水位と揚水量と塩分濃度を考える場合の検討

前述の目的関数2つの場合に加えて、第3の目的関数として揚水井での平均塩分濃度の最小化を選ぶ場合を考える。この場合、第3の目的関数は前述したような非線形関係により陰な形で取り扱わなければならない。すなわち、目的関数の値は計算されるものの、直接多目的計画法に關与し得るものではないため、別に直接に關与し得る陽な形の副目的関数なるものを設定して解析しなければならない。

そこで、塩分濃度の副目的関数として図-5.4.1に示すモデルにおける下流側の節点番

号41~47の地下水位を用いることにする。これらを副目的関数に用いる根拠は、下流側での地下水位低下量を小さくすることにより塩水の侵入を減少させることができると考えられるためである。

このような解析手法により得られた結果を表-5.4.2~5.4.4、図-5.4.3~5.4.5に示す。表-5.4.2~5.4.4は、副目的関数の値として5m、7m、9mを用いた場合の、最適揚水井の位置、それぞれの井戸での揚水量、揚水井での平均塩分濃度、および総揚水量に対する水位総和の変化量である付加価値をまとめたものである。ちなみに、今回用いたモデルでは、境界水位を11mとしたため、これを海水面と考えた場合、これら副目的関数の値はそれぞれ海拔-6m、-4m、-2mを設定したことに相当し、節点番号41~47の地下水位がこれを下回らないようにすることで、塩分濃度を制御しようとするものである。図-5.4.3は、それぞれの副目的関数の値に対して得られた水位総和と揚水量の関係を示したもので、これによると、副目的関数の値が5mの場合には、0mの場合と同じ結果になり、副目的関数の影響が現れていない。しかし、副目的関数の値が7m、9mになると揚水量の増加に対し、地下水位の減少量が徐々に大きくなり、開発水量も小さくなる。図-5.4.4は水位総和と塩分濃

表-5.4.2 水位総和、総揚水量、揚水井の平均塩分濃度を目的関数にした場合の揚水配分と付加価値（副目的関数値：5m）

総揚水量 (m <sup>3</sup> /hr)	水位総和 (m)	塩分濃度 (%)	揚水配分		付加価値
			揚水井位置	揚水量(m <sup>3</sup> /hr)	
0	1089	—	—	—	—
10	958	3.140	8	10.0	13.1
20	825	3.140	7 8	0.8 19.2	13.3
30	692	3.142	7 8 9	13.5 14.1 2.4	13.3
35	625	3.144	7 8 9	12.9 11.6 10.5	13.3
38	547	3.084	7 8 9 55 59	10.1 9.5 10.3 4.3 3.8	39.7

度の関係を示したもので、水位総和が減少するにつれて塩水の流入量が増し、塩分濃度が徐々に増加する。しかし、水位総和のある値から塩分濃度は急激に減少する。これを、図-5.4.5で見ると、図-5.4.4の場合と同様に、揚水量の増加に伴い微増する塩分濃度は、揚水量のある値から塩分濃度は急激に減少する。これらの結果は、揚水量の増加により揚水井の位置が上流側に移動するため、すなわち、海岸線からの距離が増大するため塩分の移流分散量が小さくなるためと理解される。

以上の解析結果より、移流分散による揚水の平均塩分濃度の変化は、揚水量の増加あるいは地下水位低下量の増加だけでは判断できず、揚水井の位置にも依存していることが明らかになった。これにより、複数の目的関数を設定し、多目的計画法による解析を行わない限り、最適な揚水井の配置および揚水量の配分を容易に決定することができないものと思われる。

表-5.4.3 水位総和、総揚水量、揚水井の平均塩分濃度を目的関数にした場合の揚水配分と付加価値（副目的関数値：7m）

総揚水量 ( $\text{m}^3/\text{hr}$ )	水位総和 (m)	塩分濃度 (%)	揚水配分		付加価値
			揚水井位置	揚水量( $\text{m}^3/\text{hr}$ )	
0	1089	—	—	—	—
10	958	3.140	8	10.0	13.1
20	825	3.140	7	0.8	13.3
			8	19.2	
30	692	3.142	7	7.4	13.3
			8	10.6	
			9	12.0	
35	513	2.987	7	6.9	59.2
			8	5.9	
			9	6.7	
			55	5.6	
			59	5.0	
			68	1.4	
72	3.5				

表-5.4.4 水位総和、総揚水量、揚水井の平均塩分濃度を目的関数にした場合の揚水配分と付加価値（副目的関数値：9m）

総揚水量 ( $\text{m}^3/\text{hr}$ )	水位総和 (m)	塩分濃度 (%)	揚水配分		付加価値
			揚水井位置	揚水量( $\text{m}^3/\text{hr}$ )	
0	1089	—	—	—	—
10	958	3.140	8	10.0	13.1
20	659	2.741	8	1.0	60.2
			55	5.9	
			59	3.6	
			68	2.3	
			72	7.2	

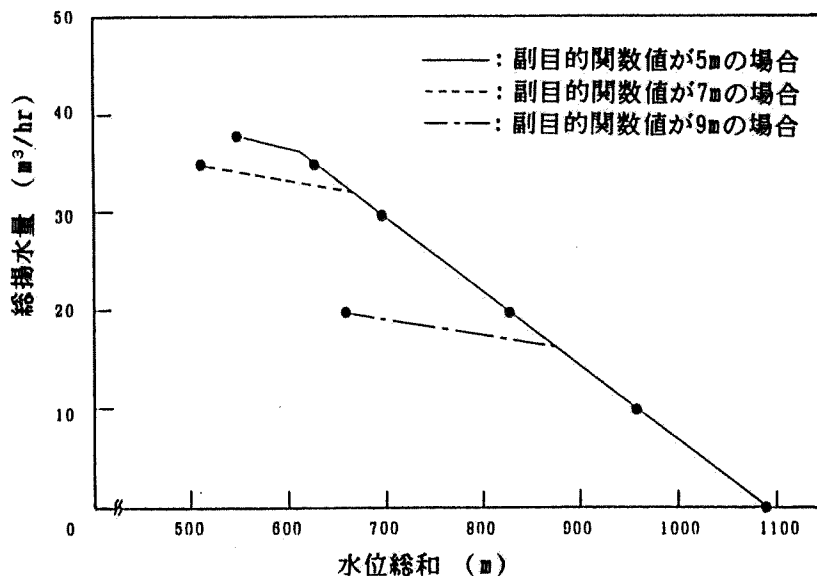


図-5.4.3 水位総和、総揚水量、揚水井の平均塩分濃度を目的関数にした場合の水位総和と総揚水量の関係

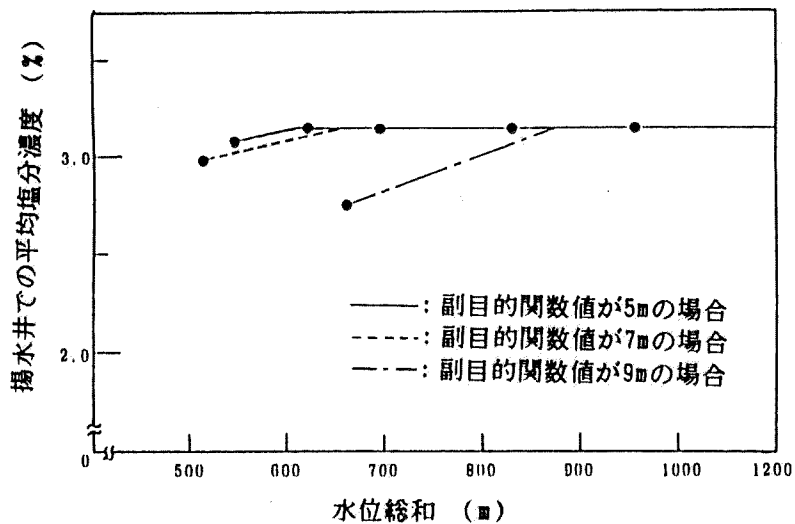


図-5.4.4 水位総和、総揚水量、揚水井の平均塩分濃度を目的関数にした場合の水位総和と平均塩分濃度の関係

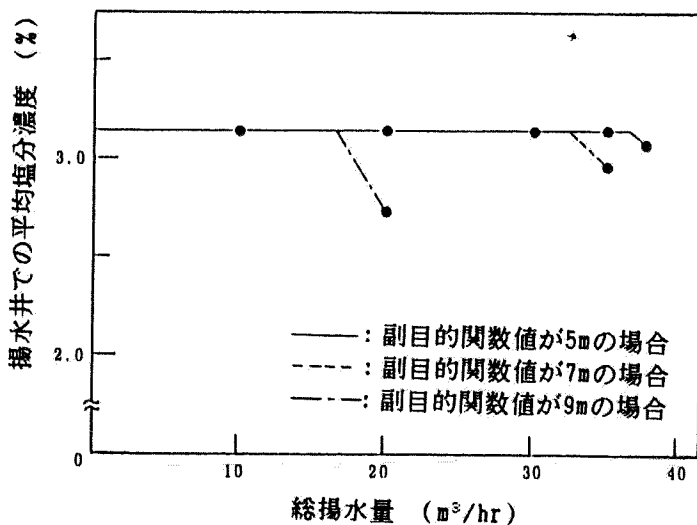


図-5.4.5 水位総和、総揚水量、揚水井の平均塩分濃度を目的関数にした場合の総揚水量と平均塩分濃度の関係

## 5. 4. 2 解析手法の合理性、操作性の検討および最適解の検証

### (1) 現象合理性、目的合理性および操作性の検討

最適揚水問題を考える場合の解析手法においては、「現象合理性」、「目的合理性」、「操作性」という3つの要件のバランスを保ちながら解析を進める必要がある<sup>17)</sup>。本章で用いる解析手法では、飽和帯水層に対する平面2次元地下水流の定常基礎方程式を、有限要素法により離散化した一連の式を制約条件として用いているため、「現象合理性」を保証することができている。また、最適揚水問題はその特性として相反する複数の目的関数を含んでいるため、その最適化手法として多目的計画法の中の $\varepsilon$ -制約法を用いることにより「目的合理性」を保証している。

次に「操作性」の問題であるが、式(5.3.8)は等式を含み、数多くの式から構成されているため、初期可能基底形式を設定することが難しい。そこで、本章では初期可能基底形式が不明の場合に適用可能な二段階法を採用している。二段階法を適用することにより、解析手法の一般性を確保することができる。しかし、直接シンプレックス法を適用した場合と比較して基底の数が2倍になり、計算時間が増大し操作性の面で不都合な部分が存在する。

そこで、この操作性の問題を改善するために、基底の選択方法について議論する。式(5.3.9)のM個の基底を選択する方法として次に示す手法を考える。

- ・式(5.3.8)の等号制約条件式に対する基底として、有限要素の各節点での水位 $h$ を選択する。

- ・式(5.3.8)の不等号制約条件式に対する基底として、それぞれのスラック変数を選択する。

このように基底を選択することにより、二段階法を用いず直接シンプレックス法を適用することが可能となる。そこで、上で述べた手法を用いて直接シンプレックス法を適用し最適解を求めた場合と、二段階法を用いて最適解を求めた場合の操作性について、基底の入れ替え回数を比較する。表-5.4.1の総揚水量 $\varepsilon_2=10\text{m}^3/\text{hr}$ を例に検討すると、前者では1回の基底の入れ替えで最適解に到達したのに比べ、後者の二段階法では、200回の基底の入れ替えで最適解に到達した。また、表-5.4.1の総揚水量 $\varepsilon_2=20\text{m}^3/\text{hr}$ の場合に同様の比較を行った。前者の方法では、基底形式は得られたが、可能基底形式は得られなかった。これは、 $\varepsilon_2$ が $10\text{m}^3/\text{hr}$ の場合には1本の揚水井で最適解が得られたが、 $\varepsilon_2$ が $20\text{m}^3/\text{hr}$ となることにより、2本以上の揚水井が必要となるためである。すなわち、基底として選択した水位 $h$ のある1個の変数が式(5.3.8)の制約条件 $h \geq h_s$ に影響され、その制約条件式に対

する基底であるスラック変数が基底からはずれ、新たに2本目の揚水井が基底に入るためである。このような場合に非基底になるスラック変数の選択は困難な場合が多い。以上の結果から、揚水井の数が2本以上になる場合には、二段階法を採用した方が一般性の面から判断して、優れていると考えられる。

## (2) 最適解の検証

本章で示した最適揚水問題に関する解析手法の妥当性を検証する目的から、得られた最適解が真の最適解になっているかどうかを検討する。解析の対象となるモデルは、図-5.4.1に示すものを用い、表-5.4.1に示す総揚水量が $10\text{m}^3/\text{hr}$ 、すなわち $\epsilon_2=10\text{m}^3/\text{hr}$ の場合を例に議論する。表-5.4.1によると総揚水量が $10\text{m}^3/\text{hr}$ の場合、本章で示した解析手法により得られた結果は、揚水井の数が1本で、その最適揚水地点は節点8になっている。そこで、揚水井の数が1本の場合、節点8が最適揚水地点になっているか。また、揚水井の数が複数個で揚水した方がより最適になるのか、この2点について検討を加える。

まず、揚水井の数が1本の場合について議論する。表-5.4.5は、図-5.4.1に示す各揚水井候補地点で揚水したと仮定した場合の、第1目的関数である水位総和の変化を示したものである。これによると節点8で揚水した場合が水位総和が最大となり、この位置が最適揚水地点であることが明らかである。この結果は、本章で得られた最適揚水地点と一致している。

表-5.4.5 揚水井の位置と水位総和の関係

節点番号	水位総和 (m)	節点番号	水位総和 (m)
7	955	12	865
8	958	13	867
9	955	14	865
55	904	68	837
57	906	70	839
59	904	72	837



次に、 $\varepsilon_2=10\text{m}^3/\text{hr}$ を満たす揚水井の数が1本であるとは限らない。そこで、各揚水井候補地点での揚水を考えると、揚水量と揚水位置の組合せは無限に存在する。それを直接評価することは不可能である。そこで、各揚水井候補地点での揚水量に対する水位総和の付加価値を指標として検討した結果を示したのが表-5.4.6である。これによると、付加価値が最小となる揚水井位置は節点8であることから、 $\varepsilon_2=10\text{m}^3/\text{hr}$ の場合には複数の位置で揚水するより、1箇所ですぐ揚水した方が水位総和が大きくなることが明らかである。

以上の結果から最適揚水問題に関し本章で示した解析手法の妥当性が示されたものと考えられる。

表-5.4.6 各揚水井候補地点における付加価値

節点番号	付加価値	節点番号	付加価値
7	13.3	12	22.4
8	13.1	13	22.2
9	13.3	14	22.4
55	18.5	68	25.2
57	18.3	70	25.0
59	18.5	72	25.2

#### 5.4.3 現場モデルへの適用例

現場への適用例として常神地下ダムの南沢を用いる。常神地区には現在地下ダムが建設されているので、比較のために地下ダムの施工前と施工後の最適揚水問題を検討する<sup>16)</sup>。

まず、地下ダム施工前のモデルについて述べる。浸透問題に対して透水量係数の分布は、第4章で示した同定手法により得られた地下水浸透モデルの透水量係数をそのまま用いる。また、移流分散問題では、上流側で塩分濃度0.0%、下流側で3.5%の濃度一定条件とした。移流分散におけるパラメータは同定されていないので、縦分散長を6m、横分散長を0.6mと仮定した。

また、地下ダム施工後の解析モデルは、施工前のモデルとほとんど同じであるが、ただ、地下ダムが存在することだけが異なる。地下ダムはその透水係数を $10^{-8}\text{cm}/\text{sec}$ 、その厚さ

を50cmと設定した。

さらに、揚水井の位置として、図-5.4.6に示す17本の揚水井候補地点を選択し、この揚水井候補地点から最適揚水地点を決めることとした。

### (1) 地下ダム施工前の最適揚水問題

多目的計画法における第1目的関数として水位総和の最大化を、第2目的関数として総揚水量の最大化を、第3目的関数として塩分濃度最小化を設定した。第3の目的関数として塩分濃度最小化を選ぶ場合、前述した陽な形の副目的関数なるものを設定して解析しなければならない。ここでは、塩分濃度の副目的関数として図-5.4.6に示すモデルにおけ

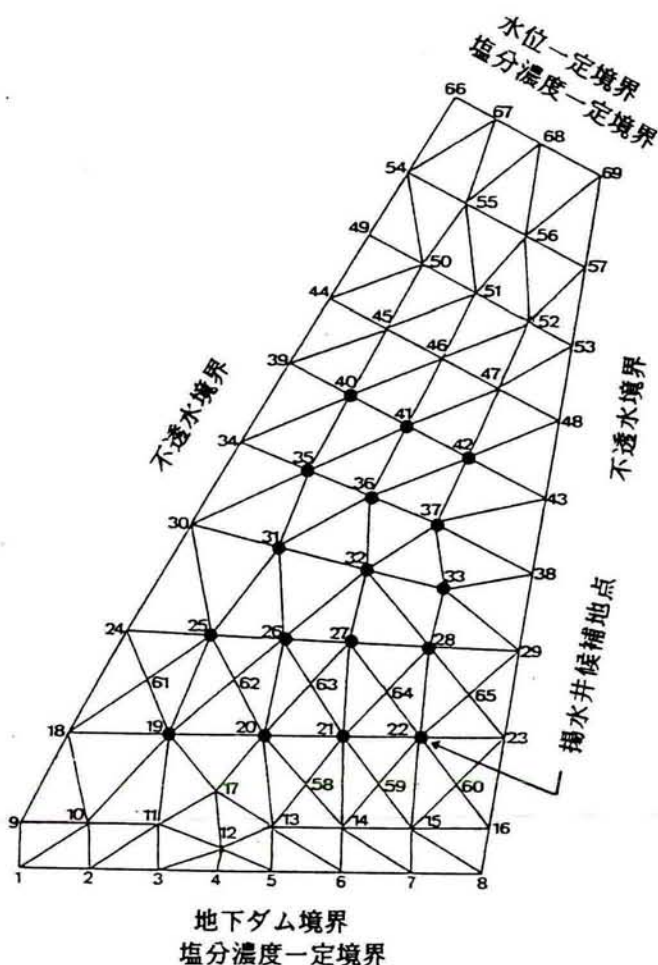


図-5.4.6 常神地下ダム南沢モデル

る節点番号18~23の地下水位を用いることとした。また、水位の基準面を最も低い基盤の位置とし、低限界水位としてはそれぞれの節点での帯水層基盤の位置を設定した。

このような解析条件により得られた結果を、表-5.4.7~5.4.9、図-5.4.7に示す。表-5.4.7~5.4.9は、副目的関数の値として5.4m、10m、15mを用いたそれぞれの場合の、最適揚水井の位置、揚水量、揚水の平均塩分濃度、および総揚水量に対する地下水位総和の変化量である付加価値をまとめたものである。今回用いたモデルでは、境界水位を22.5mとしたため、これを海水面と考えた場合、これら副目的関数の値はそれぞれ海拔-17.1m、-12.5m、-7.5mを設定したことに相当する。図-5.4.7は、それぞれの目的関数の相互関係を示したものであるが、5.4.1で述べた傾向とほぼ同様である。結局、揚水による塩分濃度は、1.2~3.1%と高濃度を示し、特に第3目的関数の塩分濃度の観点から考えると、どのような状態においても、とうてい飲料水として利用しがたい水質となり最適解は得られないものと判断される。

表-5.4.7 水位総和、総揚水量、揚水井での平均塩分濃度を  
目的関数とした場合の揚水配分と付加価値  
(地下ダム施工前、副目的関数値：5.4m)

総揚水量 (m <sup>3</sup> /hr)	水位総和 (m)	塩分濃度 (%)	揚水配分		付加価値
			揚水井位置	揚水量(m <sup>3</sup> /hr)	
10	1495	2.200	19	10.0	2.2
20	1473	2.717	19	20.0	2.2
70	1341	3.110	19 20	41.3 28.7	2.9
100	1160	2.656	19 20 21 40	39.9 24.8 20.5 14.8	6.4
150	775	1.906	19 20 21 22 40 41	39.3 23.9 16.2 2.0 34.3 34.3	8.4

表-5.4.8 水位総和、総揚水量、揚水井での平均塩分濃度を  
 目的関数とした場合の揚水配分と付加価値  
 (地下ダム施工前、副目的関数値：10m)

総揚水量 (m <sup>3</sup> /hr)	水位総和 (m)	塩分濃度 (%)	揚水配分		付加価値
			揚水井位置	揚水量(m <sup>3</sup> /hr)	
20	1473	2.717	19	20.0	2.2
70	1287	2.752	19	29.7	7.5
			20	18.6	
			21	16.2	
			40	5.5	
100	1061	2.015	19	29.3	7.5
			20	18.1	
			21	14.0	
			40	38.6	
135	779	1.691	19	28.9	8.1
			20	17.3	
			21	8.8	
			22	11.7	
			40	32.9	
			41	28.2	
42	7.2				

表-5.4.9 水位総和、総揚水量、揚水井での平均塩分濃度を  
 目的関数とした場合の揚水配分と付加価値  
 (地下ダム施工前、副目的関数値：15m)

総揚水量 (m <sup>3</sup> /hr)	水位総和 (m)	塩分濃度 (%)	揚水配分		付加価値
			揚水井位置	揚水量(m <sup>3</sup> /hr)	
20	1473	2.717	19	20.0	2.2
70	1174	1.697	19	17.7	7.5
			20	10.9	
			21	8.9	
			40	32.5	
107	886	1.267	19	17.2	8.4
			20	10.2	
			21	5.6	
			22	1.9	
			40	35.7	
			41	36.4	

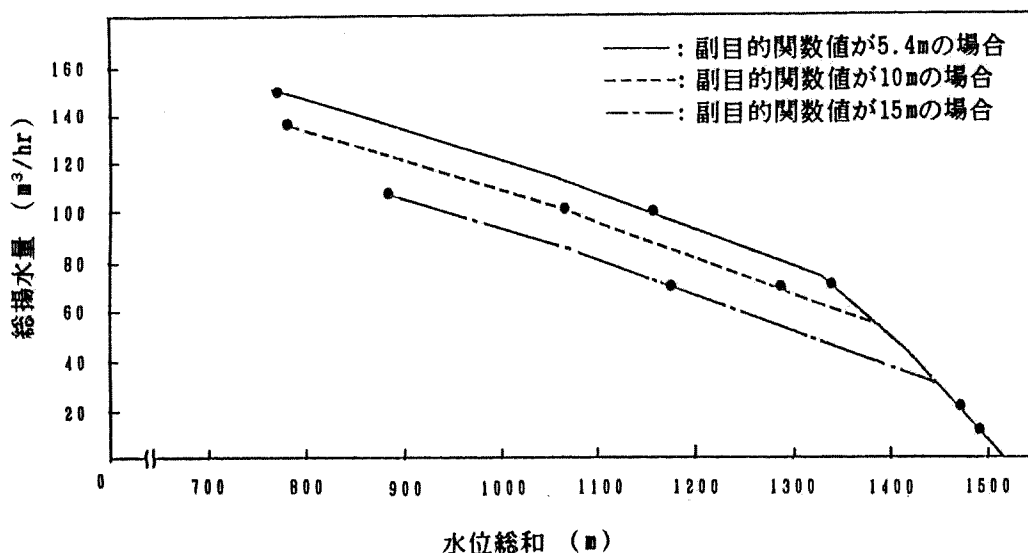


図-5.4.7 水位総和、総揚水量、揚水井での平均塩分濃度を目的関数とした場合の水位総和と総揚水量の関係  
(地下ダム施工前)

## (2) 地下ダム施工後の最適揚水問題

地下ダム施工後の最適揚水問題も施工前と同様に、多目的計画法における第1目的関数として水位総和の最大化を、第2目的関数として揚水量の最大化を、第3目的関数として塩分濃度最小化を設定し、第3目的関数に対する副目的関数の値を5.4mとした。

このような条件から解析した結果を、表-5.4.10、図-5.4.8に示す。最適揚水位置を地下ダム施工前後で比較すると、施工前には対象領域の下流側に位置するが、施工後ではそれより上流側に位置するようになる。この現象は、地下ダムの透水係数が小さいため不透水境界のような挙動を示すこと、ならびに常神地区の地下ダムでは帯水層厚の増加が比較的小さいことに起因していると考えられる。

また、地下ダム施工後の付加価値は、地下ダム施工前のそれと比較して大きくなり、揚水量の増加に対して地下水位低下量の増大する割合が大きいことを示している。この現象も上述したのと同様に、不透水境界により下流側からの地下水の補給が非常に少ないことと、および帯水層厚の増加が小さいためと考えられる。

さらに、第3目的関数の塩分濃度は、地下ダムの効果と揚水井が上流側に移動した効果

により、最大0.003%とかなり小さい値を示した。

以上の結果から、地下ダム施工前にはすべての目的関数を満足する最適解が得られなかったのに対し、地下ダムを施工することによりすべての目的関数を満足する非劣解集合が得られることが明らかになった。

表-5.4.10 水位総和、総揚水量、揚水井での平均塩分濃度を目的関数とした場合の揚水配分と付加価値  
(地下ダム施工後、副目的関数値：5.4m)

総揚水量 ( $\text{m}^3/\text{hr}$ )	水位総和 (m)	塩分濃度 (%)	揚水配分		付加価値
			揚水井位置	揚水量( $\text{m}^3/\text{hr}$ )	
20	1777	0.000	40	20.0	18.6
50	1218	0.003	40	50.0	18.6
70	777	0.001	40	32.3	27.3
			41	26.3	
			42	11.4	

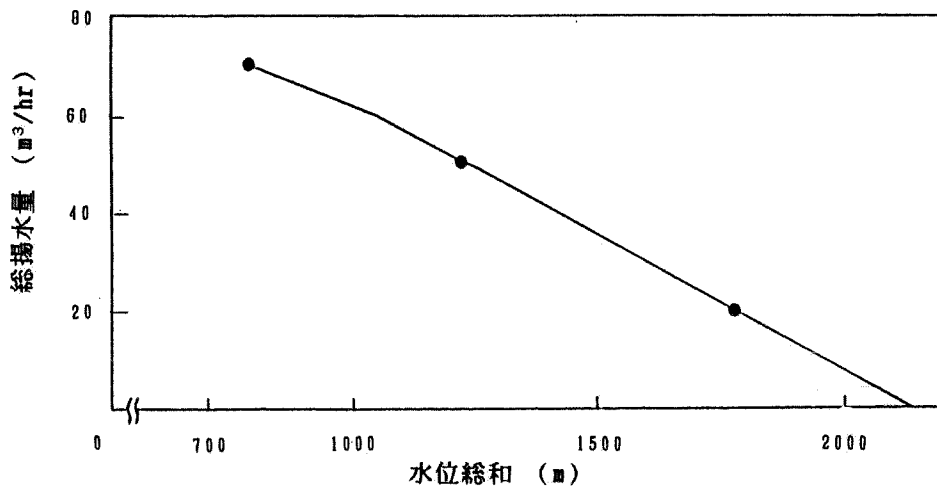


図-5.4.8 水位総和、総揚水量、揚水井での平均塩分濃度を目的関数とした場合の水位総和と総揚水量の関係  
(地下ダム施工後)

## 5. 5 結 語

本章においては、地下水開発および地下水保全の立場から、最適揚水問題を取り上げ、多目的計画法と有限要素法を組み合わせた手法を用いて検討した。以下に得られた成果をまとめる。

まず5. 1では、最適揚水問題に関する従来の研究の進展状況をまとめ、それらの研究の多くは、目的関数の取り上げ方に問題を残していることを指摘した。すなわち、相反する種々の目的関数の中から単に水位低下量、あるいは揚水量のいずれか1つを取り上げるのみで、他の目的関数はあいまいのままされているため、合理的な最適揚水問題の解が得られていない。そこで、複数の目的関数を取り扱える多目的計画法の導入の必要性を述べた。

5. 2では、地下水開発および地下水保全の両観点から最適揚水問題の概念を明らかにした。また、最適揚水問題に用いる最適化手法として、種々の方法が提案されているが、それらについてどういう条件下で何を最適にするのかをまとめ、その概念を示した。

5. 3では、多目的計画法による最適揚水問題の解析手法を示した。ここでは、多目的計画法を最適揚水問題に適用する場合の目的関数および制約条件の導入法ならびに付加価値の求め方を示し、多目的計画法と有限要素法を組み合わせるための定式化を行った。

5. 4では最適揚水問題への適用例について議論した。まず、多目的計画法と有限要素法を組み合わせた解析手法の最適揚水問題への適用性を検討する目的から、簡単な解析モデルを用いて、種々の目的関数を設定し、それらの相互関係を考察した。その結果、付加価値を求めることにより、揚水量と地下水位の関係が明らかになり、地下水開発の計画段階において、どれだけの水量開発が可能か、また揚水量を増すことにより周辺地域にどの程度の影響が現れるかが、即座に検討できることが分かった。また、移流分散による揚水井での平均塩分濃度の変化は、揚水量の増加あるいは地下水位低下量の増加だけでは判断できず、揚水井の位置にも依存していることが明らかになった。これにより、複数の目的関数を設定し、多目的計画法による最適化を行わない限り、最適な揚水井の配置および揚水量を的確に決定することができないと考えられる。次に、現場への適用例として、常神地下ダムを対象に、地下ダム施工前と施工後の最適揚水問題を検討した。その結果、地下ダム施工前には、すべての目的関数を満足する最適解が得られず、飲料水としての地下水の開発が不可能であることを明らかにした。これに対し、地下ダムを施工することにより、飲料水としての地下水の開発が可能となるものの、常神地下ダムの性格から付加価値

が大きくなり揚水量の増加に伴い地下水位低下量の増加する割合が大きくなることが判明した。

### 参 考 文 献

- 1) Aguado, E. and Remson, I. : Groundwater hydraulics in aquifer management, ASCE, Vol.100, HY1, pp.103-118, 1974.
- 2) Aduado, E., Remson, I., Pikul, M. F. and Thomas, W. A. : Optimal pumping for aquifer dewatering, ASCE, Vol.100, HY7, pp.869-877, 1974.
- 3) Aduado, E., Nicholas, S. and Remson, I. : Sensitivity analysis in aquifer studies, J. Geophy. Res., Vol.13, No.4, pp.733-737, 1977.
- 4) 佐藤邦明, 渡辺邦夫 : 地下水の適正揚水システムに関する研究, 水資源に関するシンポジウム前刷集, pp.429-434, 1977.
- 5) 上田年比古, 神野健二, 長野益徳 : 広領域地下水からの最適井戸取水について, 土木学会論文報告集, No.283, pp.33-43, 1979.
- 6) 神野健二, 長野益徳 : 深井戸工法における最適揚水量の決定および揚水操作方法について, 土木学会論文集, No.305, pp.73-84, 1981.
- 7) 上田年比古, 藤野和徳, 平野文昭, 神野健二 : 準一様流を仮定できる定常3次元地下水密度流の数値解析と最適井戸取水について, 土木学会論文報告集, 第301号, pp.83-92, 1980.
- 8) 川谷健, 黒坂昌弘 : 多層帯水層における地下水流の有限要素解析と最適取水に関する研究, 第28回水理講演会論文集, pp.609-614, 1984.
- 9) Elango, K. and Gerhard, R. : Finite element linear programming model, ASCE, Vol.106, HY10, pp.1641-1688, 1980.
- 10) 青木一男, 嘉門雅史, 金井主税 : FEMとLPによる最適揚水手法について, 昭和60年度土木学会関西支部年次学術講演会概要集, III-2-1~III-2-2, 1985.
- 11) Dauer, J. P., Hullett, J. F. and Liu, Y., : A multi-objective optimization model for Aquifer Management Under Transient and Steady-state Condition, Appl. Malth. Modelling, Vol.9, pp.21-26, 1985.
- 12) 伊理正夫, 今野浩編 : 数理計画法の応用(理論編), 産業図書, pp.209-219, 1982.
- 13) 青木一男, 嘉門雅史, 加藤博敏 : 多目的計画法による最適揚水問題について, 昭和



61年度土木学会関西支部年次学術講演会概要集, III-7-1~III-7-2, 1986.

- 14) Pinder, G. F. and Gray, W. G. : Finite Element Simulation in Surface and Subsurface Hydrology, Academic Press, pp.169-175, 1977.
- 15) 古林隆 : 線形計画法入門, 産業図書, pp.97-104, 1984.
- 16) Kamon, M. and Aoki, K. : Groundwater control by Tsunegami underground dam, Proc. 9th European Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, pp.175-178, 1987.
- 17) 吉川和宏, 春名攻, 渡邊泰也 : ハイブリッド型計画モデルの治水施設整備計画への適用に関する研究 - 都市化流域を対象として -, 第31回水理講演会論文集, pp. 241-246, 1987.

## 第6章 結 論

本論文では、地下水開発に伴って発生する地下水障害として、塩水化問題を取り上げその特性を究明し、また地下水障害に対する地下水保全として、地下ダム、人工かん養についてその有効性の評価を行い、さらに地下水開発、地下水保全の両観点から最適揚水問題について検討したものである。以下に、本研究で明らかになったことをまとめ、本論文の結論とする。

第1章では、水資源としての地下水の重要性を述べ、地下水開発に伴う地下水障害の現状を示し、本研究の内容および目的を明らかにした。

第2章では、地下水の塩水化に伴う移流分散吸着特性について、室内実験および数値解析により議論した。まず地下水の塩水化に伴うNaイオンの吸脱着特性を実験的に検討した結果、Naイオンの土粒子に対する吸脱着特性が明らかになり、吸着過程と脱着過程の間に化学ヒステリシスが存在することが確認された。化学ヒステリシスの原因を究明した結果、イオン交換径路の違いによる吸着状態変化により発生するのではなく、電解質濃度の違いによる吸着状態変化に起因していることが明らかになった。また吸脱着反応の時間効果について検討した結果、吸着過程の反応時間は非常に短いのに対し、脱着過程の反応時間は長いことが判明し、その原因として吸着過程と脱着過程との反応機構の違いから生じているものと結論づけた。さらに本実験から得られた吸脱着現象を移流分散解析に持ち込むため、Naイオン吸着量の定式化を行った結果、低濃度域から始まる吸着現象を表現する場合には、Langmuirの吸着等温式よりFreundlichの吸着等温式の方がよりの確に現象を取り扱うことができることが分かった。次に移流分散解析に吸脱着現象を導入するための解析手法を示し、移流分散吸着特性に及ぼす種々の影響因子について検討した。すなわち、分散率の比および透水係数の比の違いにより、濃度分布に大きな影響を与えることが明らかになった。また、本章で得られた吸脱着現象をFreundlich式で表現して移流分散解析の中に導入した結果、吸着過程では吸着の影響が顕著に現れ、移流分散の時間的遅れがかなり生じ、また脱着過程では塩水化現象の回復に遅れが生じた。このことから移流分散特性に吸脱着現象を考慮すべきことを明らかにした。

第3章では、地下水開発、地下水保全を検討する場合に従来から地下水浸透解析が行われるが、その浸透解析手法として地下水文学的な概念を容易に考慮できる地下水ハイブリ

ッドモデルを提案し、そのモデルの同定手法を示し、さらに簡単な解析モデルを用い同定手法の妥当性を検討した。まず地下水ハイブリッドモデルの1要素である流出モデル、すなわちタンクモデルの同定手法として、河川流出量の高水部から低水部まで評価できるように、多目的計画法的な発想から新たな目的関数を提案し、従来から用いられている目的関数と比較した結果、その有用性が明らかになった。次に、地下水ハイブリッドモデルの1要素である地下水浸透モデルの未知パラメータである透水量係数、貯留係数、それらの空間分布、境界流入量を同時に推定する方法として、間接法逆問題による解析手法を示した。またこれらのパラメータを同定するに当たり、それぞれの感度行列値と水位低下曲線との関係を明らかにし、精度良く同定できるような観測地点、観測時刻の選択方法について、新たな知見を得た。さらに、地下水ハイブリッドモデルの1要素である地下水保水モデルの同定手法を示し、簡単な解析モデルにより同定手法の妥当性を検討した。また地下水保水モデルは流出モデルと構造が同じであるが、流出モデルから地下水帯へ流入する地下水が地下水浸透モデル領域境界に到達する時間的遅れおよび集水面積の大きさの違いを表現するもので、流出モデルとは物理的意味が異なることを示した。

第4章では、地下ダムおよびその補助手段である人工かん養の有効性を評価する目的から、昭和58年に福井県三方町常神地区に建設された地下ダムを対象に、地下水の水量的な面および水質的な面について、現地計測結果ならびに地下水ハイブリッドモデルによる数値解析により検討した。まず地下水の水量的な観点から、現地計測されたデータに基づき水収支および地下水位変動特性を議論した。その結果、地下ダム施工のみでは、その効果が十分に発揮されないことを明らかにした。しかし、地下ダムの補助手段として人工かん養を施工することにより、河川水の集水能力およびそれ自身の透水性の良さが発揮され、人工かん養工が非常に有効であることが分かった。また地下水の水質的な観点から、現地計測された塩分濃度変化を示した。これより地下ダムの上流側と下流側での地下水位差が大きくても、塩分濃度がそれほど上昇せず、地下ダムの止水効果が発揮されていることが明らかになった。次に常神地下ダム地下水ハイブリッドモデルの同定結果を示し、これを用いて浸透解析を行い、地下ダムの有効性の評価を行った。その結果、地下ダム施工後と施工前の解析結果の比較では、施工後の地下水位低下量が施工前のそれより大きくなった。この原因として、常神地下ダムを施工することによる帯水層の増加が1.6mと比較的小さいため、貯留効果が小さいことによると結論づけた。また、人工かん養施工後と施工前の解析結果を比較した結果、施工後では地下水位低下量が小さく、安定した揚水が可能となり、人工かん養工の効果が大きいことが明らかになった。

第5章では、地下水開発および地下水保全の立場から、最適揚水問題を取り上げ、多目

的計画法と有限要素法を組み合わせた手法を用いて検討した。まず、多目的計画法を最適揚水問題に適用する場合の目的関数および制約条件の導入法を示し、多目的計画法と有限要素法を組み合わせるための定式化を示した。また多目的計画法と有限要素法を組み合わせた解析手法の最適揚水問題への適用性を検討する目的から、簡単な解析モデルを用いて、種々の目的関数を設定し、それらの相互関係を考察した。その結果、付加価値を求めることにより、揚水量と地下水位の関係が明らかになり、地下水開発の計画段階において、どれだけの水量開発が可能か、また揚水量を増すことにより周辺地域にどの程度の影響が現れるかが、即座に検討できることが分かった。次に、現場への適用例として、常神地下ダムを対象に、地下ダム施工前と施工後の最適揚水問題を検討した。その結果、地下ダム施工前には、すべての目的関数を満足する最適解が得られず、飲料水としての地下水の開発が不可能であることが明らかになった。これに対し、地下ダムを施工することにより、飲料水としての地下水の開発が可能となるものの、常神地下ダムの性格から付加価値が大きくなり揚水量の増加に伴い地下水位低下量の増加する割合が大きくなることが判明した。

最後に本研究の全過程にわたって終始暖かい御指導と適切な御教示を賜った京都大学工学部赤井浩一教授に衷心より感謝の意を表すとともに、御教示御激励いただいた京都大学工学部嘉門雅史助教授に深謝する次第である。

また、三方町役場中村良隆氏、大林組内藤和章氏には、常神地下ダムの貴重な現場資料を提供して頂いた。また、内山雄一郎君（鹿島建設）、加藤博敏君（北海道開発局）、杉本和彦君（NTT）、村上公一君（大学院2回生）、天野雄介君（大学院1回生）には、有限要素解析、室内実験において協力を頂いた。さらに、土質力学研究室の諸氏にはさまざまな面で御助力を頂いた。ここに記し謝意を表する次第である。

## 記号の説明

- $A_c, B_c, F_c$  : 鉛直2次元移流分散吸着方程式を離散化して得られた係数マトリックス
- $A_D, B_D, F_D$  : 鉛直2次元浸透方程式を離散化して得られた係数マトリックス
- $A_h$  : 平面2次元浸透方程式を離散化して得られた係数マトリックス
- $A_{hc}, F_{hc}$  : 平面2次元移流分散方程式を離散化して得られた係数マトリックス
- $A_s$  : 集水面積
- $a_L$  : 縦分散率
- $a_T$  : 横分散率
- $a_{x^{Na}}$  : 吸着実験より得られる脱着過程の吸着量  
(下付きサフィックス: 溶液濃度、上付きサフィックス: イオンの種類)
- $b_i$  : タンクモデル定数
- $b_i^0$  : タンクモデル定数の初期値
- $C$  : 溶液濃度
- $C_0$  : 初期溶液濃度
- $c_j$  : シンプレックス法の目的関数の係数
- $D$  : 分散係数
- $D_0$  : 可照時間
- $d_j$  : シンプレックス法の制約条件の値
- $d_{x^{Na}}$  : イオン交換反応による吸着量  
(下付きサフィックス: 溶液濃度、上付きサフィックス: イオンの種類)
- $E$  : 残差二乗和
- $E(\lambda)$  : 仮定されたパラメータ $\lambda$ に基づく残差二乗和
- $E_1$  : 線形近似による残差二乗和
- $E_0$  : 日平均蒸発散量
- $E_p$  : 蒸発散量
- $e$  : 吸脱着反応時間効果に関する定数
- $F$  : 基底行列
- $f, r$  : Freundlich定数
- $f_{ij}$  : シンプレックス法の制約条件式の係数
- $G$  : 正値マトリックス ( $N \times N$ )

$G_0$	: 定数ベクトル (N次元)
$G_1, H$	: 随伴方程式の定数
$G_i$	: 水収支式における地下水流入量
$G_p$	: 水収支式における地下水流出量
$G_s$	: 感度行列
$g$	: 重力加速度
$g_0$	: 定数 (スカラー)
$g_1, g_2$	: 境界条件を表現する任意の関数
$h$	: 地下水位
$h_0$	: 地下水位の初期条件
$h_a$	: 随伴方程式の解
$h_{ob}$	: 水位の観測値
$h_s$	: 帯水層の基盤の位置等に依存する地下水位の低限界水位
$h(\lambda)$	: 仮定されたパラメータ $\lambda$ に基づく式(3.2.1)、(3.2.2)の水位の解析値
$J, J_i$	: 目的関数
$K$	: 実透水係数
$k$	: 透水係数
$L$	: 観測値の数
$L_1, L_2$	: Langmuir定数
$L_E$	: 鉛直かん養量
$m_j$	: 第j流出孔からの流出量が1日でもあったとき $m_j=0$ 第j流出孔からの流出量が1日もなかったとき $m_j=1$
$m_s$	: 気温が $t_m$ °C以上になると1°Cにつき融雪する量
$n$	: 境界に対する垂直方向ベクトル
$p$	: 圧力
$p_e$	: ペナルティ関数
$p_t$	: 日平均気温に対する飽和絶対湿度
$Q_0$	: 観測河川流出量
$Q_c$	: タンクモデルより計算された河川流出量
$Q_i$	: 水収支式における地表水流入量
$Q_p$	: 水収支式における地表水流出量
$Q_u$	: 地下水流入量

- $q$  : 吸着量  
 $q_0$  : 平衡状態における吸脱着量  
 $q_v$  : 吸着速度係数  
 $q_x^{Na}$  : 吸着実験より得られた吸着量  
 (下付きサフィックス: 溶液濃度、上付きサフィックス: イオンの種類)
- $R$  : 降水量  
 $S$  : 貯留係数  
 $S_d$  : 貯留量変化  
 $S_S$  : 比貯留係数  
 $T$  : 透水量係数  
 $t$  : 時間  
 $t_m$  : 融雪が始まる気温  
 $t_s$  : 積雪が始まる気温  
 $u$  :  $v_x, v_y, p$ を表すマトリックス  
 $\bar{v}$  : 平均比流量  
 $v, v_x, v_y$  : 比流量  
 $v_0$  : 境界流入量  
 $W$  : 揚水量  
 $x, y, z$  : 座標  
 $x_j$  : シンプレックス法の目的関数の変数  
 $y_j$  : シンプレックス法の制約条件式の変数  
 $Z, Z_i$  : 変数  
 $\alpha_{i,j}$  : 第  $i$  段タンクの第  $j$  番目の流出孔の流出率  
 $\beta_{i,j}$  : 第  $i$  段タンクの第  $j$  番目の流出孔の高さ  
 $\beta_i$  : 第  $i$  段タンクの初期貯留水深  
 $\Gamma_1, \Gamma_2$  :  $\Omega$  の境界  
 $\delta(i)$  : Diracのデルタ関数  
 $\varepsilon_i$  : 目的関数に対する制約条件の値  
 $\theta$  : 間隙率  
 $\lambda$  : 同定しようとするパラメータ  
 $\mu$  : 動粘性係数  
 $\nu$  : 人為変数

$\pi$	: 付加価値
$\rho$	: 流体密度
$\rho_b$	: 湿潤密度
$\phi$	: 形状関数
$\Omega$	: 解析対象領域
$\omega$	: 重み関数