

地盤物性定数の逆解析法と
圧密・掘削問題への応用に関する研究

平成元年10月

小 嶋 啓 介

地盤物性定数の逆解析法と 圧密・掘削問題への応用に関する研究

平成元年10月

小 嶋 啓 介

目 次

第 1 章	序 論	1
第 1 節	緒 言	1
第 2 節	逆解析問題	2
第 3 節	研究の目的と構成	3
	参考文献	6
第 2 章	地盤物性定数の逆解析問題	7
第 1 節	序 論	7
第 2 節	逆解析問題の概要	8
第 3 節	地盤物性定数逆解析問題の定式化	9
第 4 節	最適化手法	11
4-1	最適化手法と共役勾配法	11
4-2	勾配計算	13
4-3	スケーリング	14
第 5 節	微分型構成モデルの物性定数の逆解析の可能性	15
5-1	非線形構成モデルの物性定数逆解析のための必要条件	15
5-2	Cam-Clayモデルのパラメータの間接的推定法	16
第 6 節	結 論	19
	Appendix-2	20
	参考文献	21
第 3 章	地盤材料の構成式	23
第 1 節	序 論	23
第 2 節	連続体力学における構成式の役割	24
第 3 節	地盤材料に対する構成式の概観	26

第 4 節	正規圧密粘土に対する構成式	27
4-1	Cam-Clayモデル	27
4-2	足立・岡モデル	28
4-3	正規圧密粘土に対する適用結果	30
第 5 節	過圧密粘土・堆積軟岩に対する構成式	31
5-1	内部変数と記憶を考慮した1次元構成モデル	31
5-2	内部変数と記憶を考慮した足立・岡モデル	32
5-3	軟岩に対する適用結果	34
第 6 節	ひずみ軟化挙動を表現できる粘塑性構成モデル	36
6-1	ひずみ軟化を考慮した粘塑性構成モデル	36
6-2	数値実験結果	37
6-3	自然過圧密粘土の3軸試験結果と構成モデルの適用結果	38
第 7 節	結論	41
	参考文献	42
第 4 章	有限要素法・境界要素法を用いた弾性地盤物性定数の逆解析	46
第 1 節	序論	46
第 2 節	有限要素法を用いた弾性地盤物性定数逆解析問題の定式化	47
第 3 節	最適化計算に対する準備	48
3-1	勾配計算	48
3-2	弾性係数とポアソン比のスケーリング	49
第 4 節	仮想地盤に対する適用性の検討	50
第 5 節	境界要素法	55
5-1	境界要素法の概説	55
5-2	境界要素法の基礎式と離散定式化	55
第 6 節	境界要素法を用いた地盤物性定数逆解析問題の定式化	58
第 7 節	仮想地盤に対する適用性の検討	59
第 8 節	結論	61
	Appendix-4	62
	参考文献	64

第 5 章	圧密時の観測変位に基づく地盤物性定数の逆解析	65
第 1 節	序論	65
第 2 節	圧密問題の数値解析法と逆解析問題の定式化	66
2-1	多次元圧密問題の解析法	66
2-2	逆解析問題の定式化	69
2-3	勾配計算	70
第 3 節	仮想地盤に対する適用	71
3-1	仮想地盤に対する適用に当たっての留意点	71
3-2	仮想 1 次元圧密地盤に対する適用結果	71
3-3	仮想多次元圧密地盤への適用	73
3-4	観測データの計測位置に関する検討	76
第 4 節	地盤物性定数逆解析法の実地盤に対する適用	78
4-1	実地盤への適用に際しての留意点	78
4-2	実地盤に対する逆解析結果	80
4-3	載荷時における逆解析について	83
第 5 節	室内土質試験による物性定数との比較	84
5-1	弾性係数	84
5-2	透水係数	87
第 6 節	圧密の進行にともなう地盤物性定数の変化特性	87
6-1	概説	87
6-2	弾性係数（応力-ひずみ関係）	87
6-3	透水係数	90
6-4	サンドドレインの効果	91
第 7 節	物性定数の予測修正法に関する検討	91
第 8 節	結論	92
	Appendix-5	95
	参考文献	98
第 6 章	非線形構成モデルの物性定数の逆解析	100
第 1 節	序論	100
第 2 節	非線形構成モデルとその逆解析問題の定式化	101

2-1	非線形構成モデルを導入した逆解析法の必要条件	101
2-2	双曲線型構成モデル	103
2-3	透水係数	105
2-4	逆解析問題の定式化	105
2-5	勾配計算	106
第3節	仮想地盤モデルに対する適用	107
第4節	実地盤に対する適用結果	111
第5節	線形弾性を用いた逆解析結果との比較（観測工法への適用）	114
第6節	応力依存型構成モデルの物性定数逆解析問題の定式化	115
6-1	拘束圧依存性双曲線型構成モデル	115
6-2	逆解析問題の定式化と勾配計算	116
第7節	仮想地盤モデルに対する適用結果	117
第8節	実地盤に対する適用	119
第9節	Cam-Clayモデルの物性定数の推定	122
9-1	Cam-Clayモデルの物性定数の推定法	122
9-2	仮想地盤に対する適用結果	124
9-3	実地盤に対する適用結果	126
9-4	室内土質試験から得られたパラメータとの比較	127
第10節	結論	128
	Appendix-6	131
	参考文献	132
第7章	土かぶりの浅い砂質地山トンネルの力学挙動	134
第1節	序論	134
第2節	砂質地山トンネルの挙動に関する実験的研究	135
2-1	従来の研究	135
2-2	モデル実験の概要	136
2-3	実験結果と考察	137
第3節	砂質地山トンネルを対象とした解析法	140
3-1	不連続的変形を考慮できる解析法	140
3-2	ジョイント要素解析	140
3-3	ジョイント要素の構成モデル	142

3-4	ジョイント要素の配置	143
第 4 節	モデル実験に対する解析結果	144
第 5 節	地下水がトンネル掘削時の安定性に及ぼす影響	150
5-1	地下水位低下工法の影響	150
5-2	透水係数の影響	153
第 6 節	実地盤を対象とした掘削施工法の検討	155
6-1	切羽の分割掘削法のトンネル安定性に及ぼす影響	155
6-2	支保工の最適化に関する検討	159
第 7 節	結論	165
	参考文献	167
第 8 章	砂質地山トンネルの掘削にともなう地盤物性定数の逆解析	169
第 1 節	序論	169
第 2 節	不連続性地盤を対象とした逆解析問題の定式化	170
2-1	土かぶりの浅い砂質地山トンネルを対象とした逆解析	170
2-2	ジョイント要素解析とその構成モデル	170
2-3	双曲線型構成モデルと弾-完全塑性モデルの比較	172
2-4	不連続性地山を対象とした逆解析問題の定式化	173
2-5	勾配計算	174
第 3 節	仮想地盤モデルに対する適用結果	175
第 4 節	実地盤に対する逆解析法の適用性	178
4-1	概説	178
4-2	ジョイント要素を用いた逆解析結果	179
4-3	ジョイント要素を用いない逆解析法との比較	182
第 5 節	結論	183
	Appendix-8	184
	参考文献	185
第 9 章	結論	186
	謝 辞	190

第 1 章 序 論

第 1 節 緒 言

近年の電子計算機の飛躍的な高度化と、有限要素法、境界要素法などの数値解析法の進歩にともない、土木工学・地盤工学の分野においても、多くの初期値・境界値問題の詳細な数値解析が可能となりつつある。しかしながら、地盤の応力・変形、土中水の浸透などの初期値・境界値問題を解析的に予測しようとする場合、技術者は次のような2種類の問題に直面する。第1の問題は解析方法あるいは対象問題のモデル化に関するものであり、実現象の数学モデル化ならびに地盤材料の構成式の構築の他、解析手段、ひずみレベル（微小変形か有限変形か）の選択などをあげることができる。第2の問題はおもに入力データに関するものであり、地盤の成層の幾何学的形状、境界条件、初期応力分布、地盤物性定数などの決定があげられる。これらの問題がすべて解決されることによって、正確な予測解析が可能となるのであるが、前者に関するものとしては構成モデルの構築あるいは選択が、後者に関するものとしては現地盤の物性定数の把握が、特に困難な問題として残されていると考えられる。しかも、この2つの問題は表裏一体であり、それぞれが独立では存在し得ないものである。

科学技術の著しい進歩により、宇宙に目を向ければ何億光年の彼方まで、また海に目を向けても、何千メートルの深海まで目の当たりにすることが可能となった現在、身近であるはずの地盤に目を向けると、わずか数メートルの深さの情報も非常に曖昧なものとなる。一般に、現地盤から得られる情報は、その挙動を十分な精度で予測するのに十分であることはまれである。今日のサンプリングの技術の向上により、攪乱の影響が非常に小さい試料が採取できるようになり、その試料に対する詳細な室内土質試験を行うことが可能となってきており、種々の室内土質試験結果を利用することにより、実験結果を精度よく再現できる構成モデルを導出することも可能である。しかしながら、室内土質試験から得られる情報は、その供試体のある種の実験条件の下でのデータであり、その情報が現地盤の特性を代表しているかどうかを確認することは容易ではない。

近年、室内土質試験結果と現場での挙動とのギャップを埋め、変形量や安全性を確認しながら最適な施工を行うために、工事施工の各段階で一連の計測を行ない、その結果に基づいて施工を進める観測工法が普及しつつあり、トンネル工事におけるNATMに代表されるように、工事施工時に様々な計測が行われている。しかしながら現段階では、施工時における観測データのフィードバックの方法に対し、明確な方針が確立されていないよう

にみうけられる。

本研究では、以上のような現状認識の観点より、現場観測情報の有効かつ合理的な利用法の1つであり、室内土質試験結果と実地盤の挙動特性とのギャップを埋める研究として有効と考えられる地盤物性定数逆解析法の開発と、実地盤における種々の工事施工を対象とした適切な利用法の確立を目的としている。

第 2 節 逆解析問題

試験盛土、トンネル掘削などの工事施工時に、変位や間隙水圧などの動態観測が行われる機会が増加しているが、現場観測データの有効かつ合理的な利用法の1つとして、いわゆる逆解析法が注目されている。現地盤における変位、間隙水圧、応力などの観測データを基に、その地盤の諸物性定数、初期応力分布、境界条件などを逆に推定する方法は、通常の解析手順の逆の手続きをたどることから逆解析と呼ばれている。なお本論文では、通常の解析を逆解析に対応させる意味から、順解析と呼ぶこととする。Gioda(1985)は有限要素法などの数値解析法を利用して逆解析を行う方法を、逆定式化法(inverse problem method)、直接定式化法(direct method)、確率論的定式化法(statistical method)の3種に分類している。ただし、現在までに報告されているいくつかの論文では、逆定式化法を直接法と、また直接定式化法を間接法と呼んでいるものがみられるが、本論文においては、逆定式化法と直接定式化法の名称に統一することとする。

(1) 逆定式化法(inverse problem method)

任意の解析で用いる支配方程式に対し、変位・応力など通常は未知数となる量を観測値として与え、逆に物性定数・荷重など通常は既知である量を未知数とする式に算術的に変換することによって逆解析を行う方法である。したがって、この範疇に属する方法は以下のような特色がある。

- 1) 逆解析すべきパラメータに対する連立方程式を解くだけでよいので、計算量が非常に少ない。
- 2) 対象とする問題の支配方程式を、推定すべきパラメータに関する式に変換しなければならぬため、問題ごとに異なった定式化を必要とするとともに、非線形構成モデルの取扱いが難しい。
- 3) 観測値が直接的に方程式の係数となるため、逆解析結果が計測データに含まれる誤差に大きく左右される。

(2) 直接定式化法(direct method)

対象とする問題の支配方程式に特別な変換は行わず、計測データとそれに対応する順解析による計算値を直接比較し、両者の誤差が許容値に至るまで何等かの方法で未知パラメータを修正する方法である。直接定式化法の特徴としては以下のような事項をあげることができる。

- 1) 問題ごとの支配方程式の変換が不用であるため、未知パラメータの推定部分と順解析部分を独立に扱えるため、広範囲の問題に適用できる。
- 2) 観測データに対応する解析値の比較対象としか扱われないため、観測値の誤差の影響を受けにくい。
- 3) 推定すべきパラメータを修正しつつ、順解析の繰り返し計算を必要とするため、計算時間が長くなる傾向がある。

(3) 確率論的定式化法(statistical method)

物性定数など逆解析される値がある種の分布形を持つとし、先験的確率分布の平均値と分散を仮定し、観測データにも平均値と分散を与え、Bayes の定理を利用することにより、事後的確率分布の平均値として推定値を求める方法である。なお、近年多くの問題に応用されている Kalman Filter理論を用いた逆解析も、確率論的定式化法に分類することができる。この方法には以下のような特徴がある。

- 1) 観測データの種類や位置ごとの観測誤差を考慮することが可能である。
- 2) 得られた未知数の信頼性に対する情報を得ることができる。
- 3) Bayes の定理、Kalman Filter 理論ともに、線形モデルに基づいているため、観測データに対応する計算値を逆解析される数の線形関数として近似しなればならず、反復計算も必要である。
- 4) 逆解析される値の初期値と分散をあらかじめ推定しておかなければならない。

第 3 節 研究の目的と構成

本研究の目的は、工事施工の各段階における動態観測データを利用することにより、実地盤の変形性、強度特性、透水性などを表す物性定数を推定し、変位・変形量を正確に予測するとともに、破壊に関する安全管理を合理的に行うことができる逆解析法を開発し、その有効な適用法を検討することにある。この逆解析法を、実地盤に適用することにより、現場観測情報が合理的にフィードバックされ、室内土質実験と現地盤の挙動特性とのギャップの一部を埋めることを可能とする研究であると信じるものである。

本論文は、この序論を含め9つの章から構成される。

第2章では、まず、本論文の主要テーマである逆解析問題に関する研究を概観し、その解析手法を比較する。さらに、おもな研究課題である逆解析の定義づけ、扱う範囲、逆解析手法についてのアウトラインを示すとともに、その解析手段としての共役勾配法による最適化手法を概説する。また、Duncan and Chang モデルのように陽な形をした構成モデルの物性定数と Cam-Clay モデルなどの微分型構成モデルのパラメータとの関連性を示し、地盤材料の構成モデルのパラメータ推定の可能性を検討する。

第3章では、地盤力学の分野における構成則の役割を考察し、現在までに提案されている構成モデルを比較検討するとともに、構成則の分野で残された課題である時間依存性挙動とひずみ硬化-軟化挙動を表現できる構成モデルの導出を試みる。本章の目的の1つは、地盤材料の挙動特性を理解するとともに、その構成モデルの特徴を把握し、地盤材料を対象とした物性定数の逆解析に際して避けられない構成モデルの簡略化の指標を立てることにある。また、室内土質試験結果から構築された構成モデルを研究することは、現地盤からの情報を利用する逆解析結果と併せることにより、実地盤の挙動と室内土質試験結果との隔たりを、両面から埋めていくことにつながるものと考えられる。

第4章から第6章の研究は、主に軟弱地盤を対象とし、現場情報の合理的かつ積極的な利用法として位置づけられる地盤物性定数逆解析法の導出を試み、その有効な利用法についての検討を行うものである。

第4章においては、有限要素法と境界要素法を利用するそれぞれの場合について、最も簡単な構成関係である等方線形弾性体の物性定数の逆解析問題の定式化を行い、その最適化手法としての共役勾配法の概略を示し、仮想モデル地盤に適用することにより、逆解析法の性能を確認し、弾性係数とポアソン比を精度良く推定するための、観測データに対する必要条件に関する考察を行う。

第5章では、第4章で定式化した逆解析法を圧密問題にまで拡張し、その妥当性の検討を行い、逆解析を行うための観測データに関する必要条件、最適な観測位置などに関する考察を加える。さらに、その地盤物性定数逆解析法を、各地で行われた6つの試験盛土の施工にともなう観測データに適用し、圧密の進行にともなうせん断応力ならびにせん断ひずみおよび体積ひずみの変化と、変形係数や透水係数などの変化との相互関係を調べ、現場における構成特性の考察を行う。なお、ここでも地盤は線形弾性を仮定しているが、圧密期間をいくつかの小期間に分割し、各期間内では線形弾性として逆解析を行うことを繰り返すことにより、実地盤の非線形的な挙動を近似する。また、室内土質試験から求められた物性定数と逆解析された値とを比較し、実地盤の挙動を再現するための、室内土質試験から求められた物性定数の修正法を検討する。

第6章では、第5章で得られた実地盤の非線形性を近似するため、地盤が双曲線型の応力-ひずみ関係を持つとする場合についての物性定数逆解析法を検討する。一般の構成モデルのように、応力のみをパラメータとして変形係数などを制御する方法では、逆解析が困難となるために、ここではせん断ひずみをパラメータとして変形性を制御する構成モデルを用いる。さらに、従来から困難と考えられてきた応力依存性のある構成モデルを用いる場合に関する逆解析の可能性を検討する。これにより、地盤の変形ならびに透水性に関するパラメータばかりでなく、せん断強度定数をも推定可能となり、工事施工の初期の観測データに適用することにより、以後の変形量ならびに破壊に対する安全性の管理を行いながら、施工を続けることが可能となるものと思われる。また、拘束圧依存性のある双曲線型モデルを用いて推定された物性定数から、Cam-Clayモデルのパラメータを間接的に推定できることを示し、実際の試験盛土に対する適用性の検討を行う。

第7章と第8章では、通常の連続体解析では表現が困難な不連続的な変形が卓越する砂質地盤あるいは節理性岩盤を対象とする研究である。

第7章では、土かぶりが高く自由水面の高い未固結地山でのトンネル掘削問題を対象とし、室内モデル実験によりその挙動特性を明らかにするとともに、すべり面などで生じる不連続的な挙動を適切に表現できる解析法の検討を行う。はじめに、砂質地山をアルミ棒積層体によってモデル化し、所定の土かぶりと地下水面を想定したモデル実験により、いわゆるかぶりの浅いトンネルと深いトンネルの境界深さ、地下水の存在がトンネルおよび周辺地山の安定性に及ぼす影響を観察する。さらに、不連続的な変形挙動を表現できるとされる解析法として、連続体要素のみを用いた弾塑性解析法と、ジョイント要素を潜在的なすべり方向に配置する解析法を実験結果に適用することにより、その適否の比較検討を行う。また、実際の砂質地山における土かぶりの浅いトンネル掘削のシミュレーション解析を行い、掘削工法の差異、支保工の建て込み時期と剛性、地下水面の位置などが、地山内変位ならびに地表面沈下、支保工応力などに及ぼす影響を検討し、安全かつ経済的な設計・施工を行うための基本的な考え方をまとめる。

第8章では、第7章で誘導された不連続性地盤を対象とする解析法に用いる、ジョイント要素の応力-ひずみ関係を規定する地盤物性定数の逆解析法を構築し、その有効性を確認するとともに、実際のトンネル掘削問題への適用を試みる。この逆解析法を、トンネル切羽の進行にともなう各切羽付近の断面に適用することにより、地盤条件の確認を行いながら、最適な掘削工法、支保工の剛性など選択しつつ、施工を進めて行くことができるものと考えられる。

第9章は以上の研究結果をまとめた結論である。

[参考文献/第1章]

- 1) Cividini, A., Jurina, L. and Gioda, G. (1981) : "Some aspect of characterization problems in geomechanics," Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech. Abstr. Vol.18. pp.487-503.
- 2) Domski, J. (1979) : " Optimum designs of state of the consolidation of soil Design parameters in geotechnical engineering," BGS, London, Vol.1, pp.143-146.
- 3) Gioda, G. (1979) : "A numerical procedure for defining the values of soil parameters affecting consolidation," Design parameters in geotechnical engineering. BGS, London, Vol.1, pp.169-172.
- 4) Gioda, G. (1985) : " Some remarks on back analysis and characterization problems," 5th Int. Conf. on Numerical Methods in Gomechanics. pp.47-61.
- 5) Iding, R. H., Pister, K. S and Taylor, R. L. (1974) : "Identification of non linear elastic solids by a FEM," Computer method in applied mechanics and engineering. Vol.4. pp.121-142.
- 6) Kavanagh, K. T.(1973) : "Experiment versus analysis;Computational techniques for the description of static material response," Int. Jour. for Numerical Method in Eng. Vol.5. pp.503-515.
- 7) Kavanagh, K. T. and Clough, R. Y. (1971) : "FEM in the characterization of elastic solid," Int. J. Solid Structures Vol.7, pp.11-23.
- 8) Kirrsten, H. A. D. (1976) : "Determination of rock mass elastic moduli by back analysis of deformation measurements," Proc. of the Symposium on Exploration for Rock Engineering. pp.165-172.
- 9) Sakurai, S. and Abe, S. (1979) : "A design approach to dimensioning underground openings," 3rd Int. Conf. on Numerical methods in Geomechanics. pp.649-661.

第 2 章 地盤物性定数の逆解析問題

第 1 節 序 論

近年の電子計算機ならびに数値解析法の発達にともない、地盤材料を対象とした複雑な構成式を直接取り入れた解析も可能となり、実地盤の挙動を再現できる構成式の開発が急務となっている。1960年代初頭から、村山・柴田のレオロジカルモデル、Cambridge 学派による Critical-state-energy theory、Rowe の応力-ダイレイタンスー関係の研究など、それ以後の研究の基礎となる先駆的研究が世に問われた。特に Cam-Clay モデルは、標準的な 3 軸試験によって決定できる 4 個のパラメータによって、応力-ひずみ関係を規定できることから、有限要素法などに取り入れられて、実務計算にもしばしば用いられている。しかしながら、わずか 4 個の土質定数とはいえ、実際の地盤の挙動を精度よく再現することができる値を決定することは多くの困難をともなう。

第 3 章において示すように、地盤材料はダイレイタンスー特性と速度依存性挙動を示す非弾性体であるため、その挙動を概ね正確に再現し得る構成式は、現在のところ速度型の偏微分方程式系でしか与えられておらず、必要なパラメータの個数も多いといわざるをえない。さらに、複雑な構成式を用いなくて、地盤材料を線形弾性とする解析においても、実地盤の大域的な挙動を表現し得る弾性係数やポアソン比などの地盤物性定数を決定することは困難な問題にかわりはない。1 軸圧縮試験・圧密試験などの室内土質試験、あるいは平板載荷試験・弾性波探査試験などの原位置試験などの結果を用いて、複雑な実地盤の大域的な挙動を再現できる物性定数を精度良く推定することは非常に難しい。

一方、NATM などにおいて認められるように、現場計測が日常的に行われるようになり、施工中の原位置観測データをフィードバックし、設計の修正ならびに変更、想定していた地盤物性定数の調整などを行う観測工法が普及してきている。しかしながら現段階では、工事施工時における観測データが、真に有効に用いられているとはいえず、適確な利用法に関する方針も確立されていないように見受けられる。

以上のような現状において、現場観測データの有効な利用法の一つとして、地盤物性定数の逆解析法が注目されている。有限要素法などの数値解析法を利用し、現場観測データから地盤物性定数などを推定しようとする場合、観測値としては数値解析法に依存した離散節点および要素などに対応した現場観測地点における、変位、地下水位、ひずみあるいは応力などを利用することが考えられる。対象地盤が適切にモデル化されている場合、通常行われる現場観測データを用いた地盤物性定数の推定法は以下の通りである。

- (1) 地盤物性定数の初期値を仮定する。
- (2) 任意の数値解析法により現場観測データに対応した値を計算する。
- (3) 原位置観測データと計算値を比較する。
- (4) (1) から (3) の手順を観測値と計算値の誤差が十分小さくなるまで繰り返す。

しかしながら、上記のような方法では物性定数の修正の手がかりが少ないために、特に地盤が多層からなっている場合では未知物性定数の数が急激に増加するため、物性定数の推定が事実上困難となる。したがって、効率よく最適な地盤物性定数を推定する方法を開発する必要がある。

本章では、現場観測情報の合理的かつ積極的な利用法の1つとしての逆解析法の基本概要を示す。ここで示す逆解析法は直接定式化法に属するものであり、非線形構成モデルにも適用できる汎用性を持つと同時に、多くの観測データを必要とせず、かつ効率の良い最適化計算を行うために、計算時間も比較的少なくてすむという特徴を持っている。

第 2 節 逆解析問題の概要

通常の初期値・境界値問題の解析は、
 図-2.01に示すように、対象とする材料の物性定数、初期状態、外力ならびに幾何学的な条件を入力情報として与え、任意の構成則と境界条件のもとで、変位、応力、間隙水圧などが出力される。これに対して、逆解析では通常の解析（本論文では逆解析に対して順解析と呼ぶ）のアウトプットデータである変位や間隙水

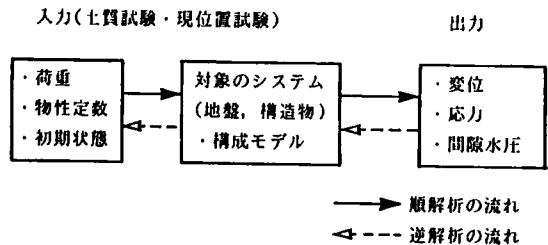


図-2.01 逆解析の概念

圧などをインプットし、同様の境界条件のもとで、順解析においてインプットデータであった物性定数、初期応力、地盤内部形態などを算出するものである。ただし、本論文が対象とする逆解析問題は、試験工事、ならびに本工事施工時の、ある施工段階あるいは経時的に観測される情報に基づいて、地盤各層の構成モデルに必要なパラメータならびに透水係数などの、いわゆる地盤物性定数を決定するものとし、初期応力などの状態量、幾何学的条件などは対象としない。

第1章でも示したが、現場観測情報から地盤物性定数などを推定する方法は、逆定式化法、直接定式化法ならびに確率的定式化法に分類することができる。これらの方法の中から、最適な逆解析法を選択することは非常に重要かつ容易でない問題であるが、理想的

な逆解析法に求められる条件としては次のような事項が考えられる。

- (1) 第3章において示すように、地盤材料はダイレイタンス特性と速度依存性を示す非弾性体であるため、非線形構成モデルを導入する必要がある、複雑な構成モデルに対しても適用できる必要がある。
- (2) 現場観測情報に厳密な精度を期待することは困難であり、観測データに観測位置の特異性が混入する可能性も大きいため、推定値が観測値の誤差に敏感な方法を採用することは問題が大きい。
- (3) 逆解析結果が、逆解析法を用いる個人の経験などに依存せず、客観的な推定値が得られ、事前に仮定した初期値などに依存しないこと。
- (4) 扱う問題ごとに異なる定式化を必要しない。
- (5) 多くの計算時間を必要としない。

逆定式化法は観測情報の誤差が決定的な役割を果たす場合があり、現場観測情報の精度に問題がある場合や、計測位置が特異点であった場合などには、逆解析結果の信頼性は非常に低いものとなる。さらに、逆定式化法は非線形構成モデルのパラメータの推定のように複雑な問題に対する適用性も十分とはいえないと考えられる。また確率論的定式化法は、計測情報の誤差を導入することが可能であるが、逆解析される値の先験的予測値や分散を与える必要がある、非線形構成モデルの導入も容易でない。

一方、直接定式化法は、上記の(1)から(4)までの問題点に対処することができるものの、多くの計算時間を必要とする傾向がある。本論文では、研究すべき逆解析法には上記の(1)から(3)の条件、すなわち汎用性、確実性および客観性が、(5)の高速性よりも上位に位置づけられると判断し、直接定式化法を採用することとした。なお、定式化された逆解析問題の最適化計算には、勾配を用いた効率の高い方法を用いているために、計算時間に対しても満足できる方法であることを付記しておく。

第3節 地盤物性定数逆解析問題の定式化

上述のように、本論文の地盤物性定数逆解析法は直接定式化法に基づいており、その基本的な概念は非常に簡単である。すなわち、現場観測値と対応する計算値を比較し、両者の誤差を最小とする物性定数を探索できれば、その物性定数は現場の特性を代表した最適な値であるという考え方であるが、この理論は以下の仮定に基づいている。

トンネルの掘削、盛土の盛り立てなどの工事施工に起因する外部からの働きかけにともない、現地盤は位置、ひずみ、応力、間隙水圧などの変化としての反応を示す。この反応は現地盤固有の性質（地盤物性定数）が、外部から観測可能な情報として、姿を変えたも

のと考えることができる。一方、実現象が適切な構成則のもとで連立偏微分方程式系として与えられ、そのモデル化された問題が適当な数値解析法を用いることにより計算可能であり、計測情報に対応する解析値が算出されるものと仮定する。ただし、上記の方法で求められた物性定数は、採用した構成則はもちろん実現象のモデル化の方法、数値解析法などに依存した値であるということに注意が必要である。

直接定式化法に属する本研究の物性定数逆解析法は、次式で示される目的関数を、下記の不等号制約条件の下で最小化する最適化問題として定式化できる。

・目的関数

$$\text{minimize } J = \{f_j(x)\}^T f_j(x) \quad (2.01)$$

$$x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$$

・制約条件

$$r_i(x_i) > 0 \quad i \in I \quad (2.02)$$

ここに、 J ：目的関数、 f_j ：誤差関数、 x ：決定変数、 M ：独立な決定変数（物性定数）の個数、 r ：制約条件式、 I ：不等式制約条件集合を示している。また、上添え字の T は転置を表している。式(2.01)を具体的に書き下すと次のような形で表される。

$$J = \sum_t^{T_n} \left[\sum_k^K s_k \left\{ \sum_{ki}^{N_k} w_{ki} (C_{ki}^t - O_{ki}^t)^2 \right\} \right] \quad (2.03)$$

あるいは、

$$J = \sum_t^{T_n} \left[\sum_k^K s_k \left\{ \sum_{ki}^{N_k} (C_{ki}^t / O_{ki}^t - 1)^2 \right\} \right] \quad (2.04)$$

ここに、 T_n ：観測時刻数、 K ：観測情報の種類（変位、応力、間隙水圧などに対応）、 N_k ：観測情報 k の観測個数、 O_{ki}^t ：観測情報 k の時刻 t 、位置 i の観測値、 C_{ki}^t ： O_{ki}^t に対応する計算値、 w_{ki} ：観測位置間の重み係数、 s_k ：観測情報間の重み係数をそれぞれ示している。式(2.04)のような目的関数は、観測データ間の重みを均一化できるという利点はあるものの、観測値がゼロに近い場合には不安定になるという短所も併せ持っているため、用いるときには注意が必要である。式(2.01)あるいは(2.03)を、式(2.02)の制約条件のもとで最小化することにより、対象地盤の特性を適切に表現できる地盤物性定数が決定できるはずである。具体的な例として、地盤を線形等方弾性とし、観測時刻が1回で、観測情報が変位と応力の場合の目的関数と制約条件を示す。

$$\text{minimize } J = s \sum_{i=1}^{N_d} (u_i - U_i)^2 + \sum_{j=1}^{N_s} (\sigma_j - \sigma_j)^2 \quad (2.05)$$

$$E_i > 0 \quad , \quad 0 < \nu_i < 0.5 \quad (2.06)$$

ここに、 N_d : 変位の観測位置数、 U_i : 観測点 i の観測変位、 u_i : U_i に対応する節点の計算変位、 N_s : 応力の観測位置数、 σ_j : 観測点 j の観測応力、 σ_j : σ_j に対応する要素の計算応力、 s : 変位と応力のオーダーを調節するスケーリング数、 l : 地盤の層番号、 E : 弾性係数、 ν : ポアソン比をそれぞれ表す。

第 4 節 最適化手法

4 - 1 最適化手法と共役勾配法

式(2.01)あるいは(2.05)などで定式化された最適化問題は、高次の非線形性のため解析的に解くことは困難であるため、なんらかの最適化手法による繰り返し計算を用いる必要があるが、計算時間を短縮するためには、適切な最適化計算手法の選択が非常に重要な問題となる。最適化問題の数値解析法は、勾配を用いないものと1階あるいは2階以上の微係数を用いる方法に大きく分類することが可能である。勾配を用いない方法の代表としては Nelder and Mead (1965) のシンプレックス法、Fletcher(1965)らのDSC法などがあり、1階微係数を用いる方法としては、最急勾配法、Zoutendijk(1960)の可能方向法、Davidon(1959)、Fletcher and Powell(1963)のDFP法に代表される準Newton法などがあり、2階微係数を用いる方法としてはNewton法などがある。

勾配を用いない方法はブラックボックス的に使えるため、どのような問題にでも修正を行わずに利用できるという利点があるが、決定変数の個数が増加すると実用に耐えなくなる。一方、2階微係数を用いる方法は、特に決定変数の正解値の近傍において収束が速いが、勾配の計算量が多く、かつ連立方程式を解かなければならないため、多大な計算量ならびに記憶容量を必要とする。しかしながら従来の研究結果より、収束を速く行うためには目的関数の2階微係数を用いる必要があることが明かとなってきたため、2階微係数を直接計算する代わりに、目的関数を局所的に2次式で近似し、その2階微係数を用いて真の目的関数の2階微係数を近似することにより、2階微係数に関する情報を間接的に引き出して活用することが行われてきた。これを効率よく行う方法の1つとして共役勾配法がある。「共役」とは直交という概念の拡張であり、方向ベクトルの組 d_i, d_j が互いに共役であるときには、正定値マトリックス G に関して、次式で表される関係が成立する。

$$(d_i)^T G d_j = 0 \quad , \quad (i \neq j) \quad (2.07)$$

J

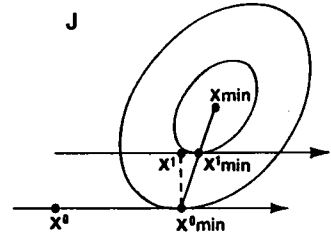


図-2.02 共役方向の概念

共役方向の概念に関する簡単な例を図-2.02に示す。これは、2次元の2次関数の最小化問題の場合であり、初期値 x^0 から探索方向を適当にとり、その探索方向で目的関数の最小値を与える点を $x^{0_{min}}$ とし、他の点 x^1 から同じ方向に探索した最小値を $x^{1_{min}}$ とする。図-2.02に示す例の場合、 $x^0 - x^{0_{min}}$ と $x^{0_{min}} - x^{1_{min}}$ 方向は共役であり、 $x^{0_{min}} - x^{1_{min}}$ 方向に線上探索を行った場合の最小点はこの問題の解と一致する。多変数の2次以上の関数の場合には、共役方向を簡単には求めることができないが、近似的に求める方法が種々提案されている。

本研究においては、1階微係数を用いる共役勾配法を用いることとする。共役勾配法の中で一般に用いられている方法には、Fletcher and Reeves (1964) の Fletcher-Reeves法 (F.R.法)、前出の Davidon-Fletcher-Powell法 (D.F.P.法) などが挙げられるが、D.F.P.法は比較的大きな記憶容量を必要とし、最適化速度の明確な優位性が認められないため、本論文ではF.R.法を採用する。以下にF.R.法のアルゴリズムを示す。

F.R.法のアルゴリズム

- (1) 決定変数 (物性定数) の初期値を決定する。

$$x_0 = (x_{10}, x_{20}, \dots, x_{n0}) \quad (2.08)$$

- (2) 目的関数の勾配を計算する。

$$g_m = (\partial J_m / \partial x_m) \quad (2.09)$$

ここに、 m : 試行回数を示す。

- (3) 次式により共役勾配を計算する。

$$d_m = g_m + (g_m^T g_m) / (g_{m-1}^T g_{m-1}) d_{m-1} \quad (2.10)$$

- (4) 次式により決定変数を修正する (1変数探索)。

$$x_{m+1} = x_m + \alpha_m d_m \quad (2.11)$$

ここに、 α_m : 目的関数を局所的に最小にする決定変数を与える係数である。もし、決定変数が制約条件を満たさない場合は境界値をとるものとする。

- (5) (2) から (4) の手順を一定の条件を満たすまで繰り返す。

なお、ここで示したF.R.法の計算手順の中で、式(2.11)におけるステップ幅 α_n の決定は、一変数探索によらなければならない。一変数探索には、黄金分割法、フィボナッチ探索法などがあるが、本研究においてはそれらの中で、収束効率、計算量、簡便さなどで優れていると思われる佐山らの方法を用いる。その計算手順の概略は本章の Appendix-2 に譲る。

4-2 勾配計算

共役勾配法による最適計算には、式(2.09)に示すように、目的関数の決定変数による勾配を計算する必要がある。式(2.01)より、目的関数Jの物性定数 x_i による勾配は以下のようにして計算可能である。

$$\frac{\partial J}{\partial x_i} = 2 \frac{\partial f_j^T}{\partial x_i} f_j \quad (2.12)$$

式(2.03)などを参考にすれば、

$$\frac{\partial f_j^T}{\partial x_i} = W \frac{\partial C_j}{\partial x_i} \quad (2.13)$$

ここに、W：重み係数ベクトル、C：観測データに対応する計算値のベクトルを示している。有限要素法などによる順解析では、変位や間隙水圧などの未知量は次のように計算される。

$$C = K^{-1} F \quad (2.14)$$

ここに、K：係数マトリックス（有限要素法を用いる場合には全体剛性マトリックス）、F：既知量ベクトルを示す。上式より、

$$\frac{\partial C}{\partial x_i} = \frac{\partial K^{-1}}{\partial x_i} F + K^{-1} \frac{\partial F}{\partial x_i} \quad (2.15)$$

Kの逆行列の微分は次式により計算される。

$$\frac{\partial K^{-1}}{\partial x_i} = (-1) \{ K^{-1} \left(\frac{\partial K}{\partial x_i} \right)^T K^{-1} \}^T \quad (2.16)$$

定ひずみ要素を用いた有限要素法の場合の具体例を以下に示す。有限要素法における全体剛性マトリックス K は、要素剛性マトリックス K_0 を線形的に重ね合わせることで計算されるため、 $\partial K / \partial x_i$ も次式で示すように、 $\partial K_0 / \partial x_i$ を重ね合わせることで計算可能である。

$$\frac{\partial K}{\partial x_i} = \sum_0^{N_0} \left\{ \frac{\partial K_0}{\partial x_i} \right\} \quad (2.17)$$

上式の \sum は要素剛性マトリックスの全体剛性マトリックス上の適切な位置への重ね合わせを示している。定ひずみ要素を用いる場合の要素剛性マトリックスの物性定数による勾配は以下のようにして計算できる。

$$\frac{\partial K_0}{\partial x} = \Delta B^T \left(\frac{\partial D}{\partial x} \right) B \quad (2.18)$$

ここに、 B ：ひずみ-変位関係マトリックス、 D ：応力-ひずみマトリックス、 Δ ：要素の面積を示している。採用する構成モデルが異なる場合の勾配の計算に対しても、上式における $\partial D / \partial x$ のみを計算すれば良いことになり、他の部分はブラックボックス的に用いることが可能であるため、有限要素法を用いた共役勾配法は汎用性が高いと考えられる。

4-3 スケーリング

逆解析をスムーズに行うためには決定変数相互でスケーリングを行う必要である。たとえば弾性係数はポアソン比に比べ2から6オーダー程度大きいのに対し、透水係数は2から6オーダーも小さい。したがって、目的関数 J -物性定数 x 空間において、各物性定数 x_i 間でオーダーが大きく異なるため、空間内の偏った位置で最適化を行わなければならない。ある物性定数に比較して他の物性定数の変化が目的関数に及ぼす影響が小さくなるという不都合が生じる。この問題を避けるため、物性定数間のオーダーを次式のようにして揃える必要がある。

$$x_i = \beta_i x_i' \quad (2.19)$$

$$\beta_i = 1 / x_i \quad (2.20)$$

ここに、 β ：スケーリング数、 x' ：オーダーを揃えた新しい物性定数である。このスケーリング操作を行うことにより、物性定数の推定をより正確で短時間で行うことが可能と

なる。この操作にともない探索すべき物性定数は x' となる。ただし、物性定数の探索の段階では、スケーリング数は既知として扱うため、物性定数の概略のオーダーは決定可能でなければならない。スケーリング操作により、目的関数の物性定数による微分も次式のように変化する。

$$\frac{\partial J}{\partial x'} = \frac{\partial J}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial x'} = \frac{\partial J}{\partial x} \beta \quad (2.21)$$

第 5 節 微分型構成モデルの物性定数の逆解析の可能性

5-1 非線形構成モデルの物性定数逆解析のための必要条件

Cam-Clay モデルに代表されるように、地盤材料を対象とした構成モデルは、一般に速度型あるいは微分型で記述されている。地盤材料が速度、履歴などに依存する非弾性体であるため、その構成モデルが速度型で書かれることは必然的な帰結といえることができる。そのため、構成モデルの式の構造と各パラメータの働き、性質などを直接的に把握することが面倒な問題となっている。また、各瞬間における変形性は、その時点の応力や履歴などに依存するため、パラメータの逆解析はさらに困難であることはいうまでもない。したがって逆解析を行おうとする場合には、微分型で書かれた構成モデルを積分によって陽な形に書き下すか、あるいは微分型でない構成モデルを用いた逆解析結果から、微分型構成モデルの物性定数を間接的に推定する必要がある。

一般の条件のもとで、微分型構成モデルを積分することは容易ではないが、特定の条件のもとでは積分することができるモデルがあり、陽な形で応力-ひずみ関係を表す式が与えられる。一方、地盤材料の外面的挙動、たとえば3軸試験における軸差応力-軸ひずみ関係を比較的簡単な式で近似して、構成モデルを導出しようとする研究もある。接線弾性係数が次式で表される Duncan and Chang モデルはそのような構成モデルの中で最も成功した例であろう。

$$E_t = \left\{ 1 - \frac{R_r(1 - \sin \phi')(\sigma_1 - \sigma_3)}{2c \cos \phi' + 2\sigma_3 \sin \phi'} \right\}^2 E_i \quad (2.22)$$

ここに、 E_t : 接線弾性係数、 E_i : 初期接線弾性係数、 c : 粘着力、 ϕ' : 内部摩擦角、 R_r : せん断強度と軸差応力の極限值（双曲線の漸近線）を関係づけるパラメータであり、0.75から 1.0までの値をとる、 $\sigma_1 - \sigma_3$: 主応力差を示している。上式から明らかなよう

に、Duncan and Chang モデルは接線弾性係数が応力差に依存して変化するが、第6章で示すように、応力のみ依存して変形特性が変化する場合、次に示す理由から逆解析が困難となる。有限要素法などの数値解析法を用いて、非線形構成モデルを用いた解析を行う場合、Duncan and Chang モデルのように陽な形で与えられる構成則に対しても、接線剛性係数を用いた増分計算を行うことになるが、各段階における変形性はその時点での応力差に依存している。本論文の逆解析法では各計算段階における勾配が必要であるが、応力は変形係数などの物性定数に鈍感であるため、勾配が各計算段階でほとんど変化せず、逆解析が困難となる。したがって逆解析をスムーズに行うためには、第6章で示すように各瞬間における変形特性が、ひずみのように推定すべきパラメータに大きく依存して変化する量によって制御される構成モデルを用いる必要がある。

5-2 Cam-Clay モデルのパラメータの間接的推定法

ここでは、第6章において検討する拘束圧依存性のある双曲線型モデルと Cam-Clay モデルを比較し、Cam-Clay モデルに必要なパラメータの推定法を示す。Cam-Clay モデルに対し、軸対称条件ならびに非排水条件を与えることにより、次式で与えられるような陽な形の構成モデルが得られる。

$$\varepsilon_a = \frac{\lambda - \kappa}{M(1+e)} \lambda / \kappa \ln \frac{M}{M - q_d / p'} \quad (2.23)$$

$$\lambda = 0.434 C_c$$

$$\kappa = 0.434 C_s$$

ここに、 ε_a : 軸ひずみ、 q_d : 軸差応力、 p' : 平均有効主応力、 M : 限界状態パラメータ、 C_c : 圧縮係数、 C_s : 膨潤係数をそれぞれ示している。より一般的な表現として、上式は次のようにも書ける。

$$\varepsilon = \frac{\lambda - \kappa}{M(1+e)} \lambda / \kappa \ln \frac{M}{M - q / \sigma_m'} \quad (2.24)$$

$$\varepsilon = (2/3 \gamma_{ij} \gamma_{ij})^{1/2}$$

$$q = (3/2 s_{ij} s_{ij})^{1/2}$$

あるいは、

$$\frac{q}{\sigma_m'} = M - M \cdot \exp \frac{-\varepsilon M(1+e)\lambda}{\kappa(\lambda - \kappa)} \quad (2.24')$$

ここに、 γ_{ij} ：偏差ひずみテンソル， s_{ij} ：偏差応力テンソルを示しており，3軸条件に対しては， $\varepsilon = 2/3(\varepsilon_a - \varepsilon_r)$ ， $q = (\sigma_a - \sigma_r)$ が成立する．上式より，Cam-Clay モデルは3軸非排水条件では，応力比-ひずみ空間で， $q/\sigma_m' = M$ に漸近する指数曲線を表していることがわかる．

上式を ε で微分し， $\varepsilon = 0$ を代入することにより，初期接線変形係数が求められる．

$$\frac{d(q/\sigma_m')}{d\varepsilon} \Big|_0 = \frac{3G_0}{\sigma_m'} = \frac{M^2(1+e)\lambda}{\kappa(\lambda - \kappa)} \quad (2.25)$$

第6章で示すように，多数の試験盛土の施工にともなう観測データに本論文の逆解析法を適用した結果，圧密進行時における実地盤の応力-ひずみ関係は図-2.03に示すような双曲線型構成モデルによってよく近似することができ，かつそのモデルに必要な物性定数は逆解析可能であることを確認している．その場合，応力比-せん断ひずみ関係は，次式で示すように Duncan and Chang モデルと同様の式によって表現できる．

$$\frac{q}{\sigma_m'} = \frac{3G_i' S_r \varepsilon}{(S_r + 3G_i' \varepsilon)} \quad (2.26)$$

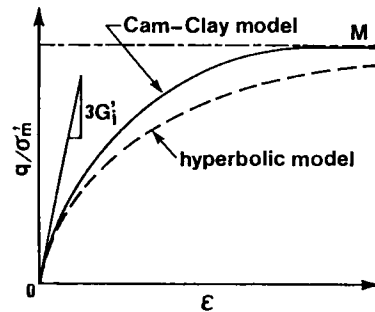


図-2.03 構成モデルの比較

ここに， G_i' ：初期せん断変形係数， S_r ：双曲線の漸近線，すなわち応力比の限界状態の値を示している．表-2.01に示すように3種の塑性指数に対応する Cam-Clay モデルのパラメータを想定し，上式の $3G_i'$ を式(2.25)の初期剛性係数 $3G_0$ と等しいとし， $S_r = M$ とした場合の応力比-ひずみ関係を図-2.04(a)に示す．Cam-Clay モデルは指数曲線であるのに対し，

表-2.01 Cam-Clay モデルのパラメータ

塑性指数	PI	20	50	80
限界状態パラメータ M		1.220	0.961	0.835
圧縮指数	λ	0.155	0.365	0.575
膨潤指数	κ	0.047	0.165	0.300
間隙比	e	0.75	1.5	2.3
透水係数	k (m/day)	0.00334	0.000855	0.000164
ポアソン比	ν	0.344	0.394	0.437

式(2.26)は双曲線であるため、Cam-Clay モデルの方が立ち上がりが高く、比較的速く限界応力に漸近しているのに対し、双曲線型モデルの方はひずみが非常に大きくなると限界応力比近傍に達しない。Duncan and Chang のモデルでは、双曲線が持つそのような欠点を克服するために、双曲線の漸近線とせん断強度を次式のように関係づけている。

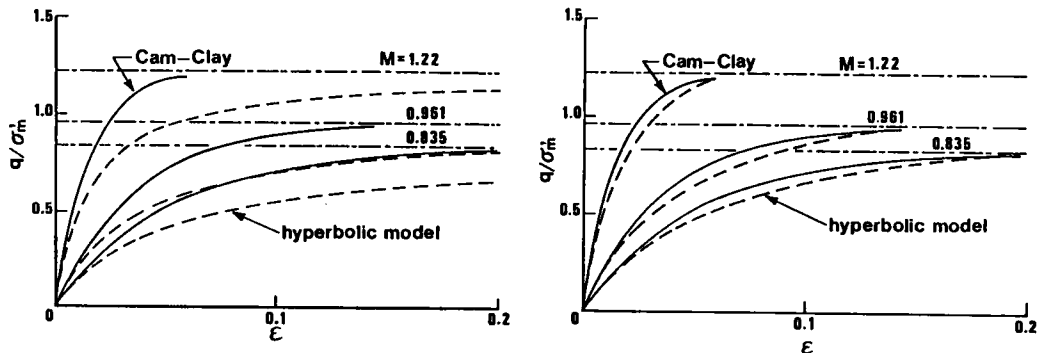
$$(\sigma_1 - \sigma_3)_r = R_f (\sigma_1 - \sigma_3)_{ult} \quad (2.27)$$

$$0.75 \leq R_f \leq 1.0$$

ここに、 $(\sigma_1 - \sigma_3)_r$: 3 軸圧縮強度、 $(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}$: 軸差応力の極限值 (漸近線)、 R_f : $(\sigma_1 - \sigma_3)_r$ より $(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}$ を求める換算係数を示している。上式にならい、限界応力比 M より双曲線型モデルの S_r を次式によって換算することを試みる。

$$M = R_f S_r \quad (2.28)$$

図-2.04(b) は $R_f = 0.75$ を用いて換算した S_r による両モデルの比較であるが、かなり良い一致が認められる。このことから、主応力方向の回転が比較的少ない問題を対象とした場合には、式(2.26)のような明確な構成モデルによる逆解析結果を流用して、Cam-Clay モデルのような増分型構成モデルの物性定数を間接的に推定することが可能であると考えられる。その結果は第6章に示す。



(a) $R_f = 1.0$ の場合

(b) $R_f = 0.75$ の場合

図-2.04 双曲線型モデルと Cam-Clay モデルの比較

第 6 節 結 論

理想的な構成モデルの必要条件は、対象とする材料の挙動を正確に表現できることは当然であるが、必要なパラメータ数が少なくかつその決定法が容易であること、さらに式が単純でパラメータの役割が明瞭であり、独立なパラメータのみを用いていることなどがあげられる。しかしながら現時点では、上記の条件をすべて満たしている構成モデルは提案されていないといわざるをえず、さらに、もし理想的な構成モデルが導出されたとしても、実地盤の複雑さゆえに、その挙動を正確に再現できるパラメータを決定することは容易でないことと推察される。

本章でははじめに、本論文が対象とする逆解析問題を定義した。すなわち、現場観測情報から、構成モデルに必要なパラメータおよび透水係数などの、物性定数を推定することを目的とし、初期応力や幾何学的な形状などの推定は対象としない。次に、地盤物性定数の逆解析に際しての必要条件を考察し、現場計測情報を与えることにより、地盤物性定数を推定する方法を、直接定式化法により定式化した。さらに、定式化された逆解析問題の解法としての共役勾配法の概略を説明し、有限要素法を利用する場合の具体例を示した。最後に、本論文の逆解析法を利用することにより、Cam-Clay モデルなどの微分型構成モデルのパラメータを、間接的に推定できる可能性があることを示した。なお、本章で概要を示した逆解析法の具体的な計算法と適用結果は第 4 章以降で詳述する。

Appendix - 2

1 変数探索

共役方向におけるステップ幅 α の決定は2次式内挿法を利用した1変数探索によるが、以下にその概略を示す。

(1) α_i を決定する。(α_0 は適当に設定し、以後は $\alpha_i = \alpha_{i-1}$ とする)

(2) $J(x_i + \alpha_i d_i) < J(x) \rightarrow 2\alpha_i$

$J(x_i + \alpha_i d_i) \geq J(x) \rightarrow 1/2\alpha_i$

の操作により、 $J(x + 2^n \alpha_i d_i)$ を最小とする整数 n を求める。

(3) $x_i + 2^{(n-1)} \alpha_i d_i$, $x_i + 2^n \alpha_i d_i$, $x_i + 3/2 \cdot 2^n \alpha_i d_i$, $x_i + 2^{(n+1)} \alpha_i d_i$ を求めることにより、等間隔に4点が決定され、このうち目的関数を最小とする点と、その隣接点に2次式内挿法を適用することにより、ステップ幅を決定することができる。

2次式内挿法

2次式内挿法は上記の3点を x_1 , x_2 , x_3 とし、それぞれに対応する目的関数の値を J_1 , J_2 , J_3 とするとき、この3点を通る2次式の最小値を与える点は次式によって近似的に求められるというものである。

$$x_m = \frac{1}{2} \frac{(x_2^2 - x_3^2)J_1 + (x_3^2 - x_1^2)J_2 + (x_1^2 - x_2^2)J_3}{(x_2 - x_3)J_1 + (x_3 - x_1)J_2 + (x_1 - x_2)J_3} \quad (\text{A-2.01})$$

[参考文献／第2章]

- 1) Arai, K., Ohta, H. and Yasui, T. (1983): "Simple optimization techniques for evaluating deformation moduli from field observations," Soils and Foundations, Vol.23, No.1, pp.107-113.
- 2) 荒井克彦(1989): 「逆解析」, 土と基礎(技術手帳), pp.113-114.
- 3) Broyden, C. G.(1967): "Quasi-Newton methods and their application to function minimization," Maths. Comp., 21-368.
- 4) Davidon, W. C. (1959): "Variable metric method for minimization," Argonne Nat. Lab., AN1-5990 Rev.
- 5) Dixon, L. C. W. (1971): "Variable metric algorithms: necessary and sufficient conditions for identical behavior on non-quadratic functions," Hatfield Polytechnic Numerical Optimization Center, Report 26.
- 6) Domski, J. and Wilk, J. (1979): "Optimum designs of state of the consolidation of soil medium, Design parameters in Geotechnical Engineering," Proc. of 7th European Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Vol.1, pp.143-146.
- 7) Duncan, J. M. and Chang, C. Y. (1970): "Nonlinear analysis of stress strain in soils", ASCE, 96, SM5, pp.1629-1653.
- 8) Gallagher, R. H. and Zienkiwicz, O. C. / 川井忠彦, 戸川隼人監訳(1977): 「最適構造設計(基礎と応用)」, 培風館, pp.7-77.
- 9) Gioda, G. (1979): "A numerical procedure for defining the values of soil parameters affecting consolidation," Proc. of 7th European Conference on Soil Mechanics and Foundation Engng, Vol.1, pp.169-172.
- 10) Fletcher, R. and Reeves, C. M. (1964): "Function minimization by conjugate gradients," Computer Jour., 7, 149.
- 11) Fletcher, R. (1965): "Function minimization without evaluating derivatives a review," Computer Jour., 8, 33.
- 12) Fletcher, R. and Powell, M. J. D. (1963): "A rapidly convergent descent method for minimization," Computer Jour., 6, 163.
- 13) 飯塚敦(1988): 「軟弱地盤の変形・安定解析に関する基礎的研究」, 京都大学博士論文
- 14) Nelder, J. A. and Mead, R. (1965): "A simplex method for function minimization," Computer Jour., 7, 308.

- 15) Powell, M. J. D. (1964) : "An efficient methods of finding the minimum of function of several variables without calculating derivatives," Computer Jour., 7, 155.
- 16) Roscoe, K. H., Schofield, A. N. and Thrairajha, A. (1963) : "Yielding of clays in states wetter than critical," Geotechnique, Vol.13, No.3, pp.211-240.
- 17) Roscoe, K. H., Schofield, A. N. (1963) : "Mechanical behavior of an idealized 'wet clay', Proc. 2nd European Conf. Soil Mech., Vol.1, pp.47-54.
- 18) 佐山, 大井(1967): 「非線形計画法とその応用例」, 制御工学, Vol.11, No.11.
- 19) 高松武一郎 (1972) : 「プロセスシステム」, 日刊工業新聞社
- 20) Zoutendijk, G. (1960) : " Methods of feasible directions," Elsevier, Amsterdam.

第 3 章 地盤材料の構成式

第 1 節 序 論

理想的な構成モデルとはどのようなものであろうか？

理想的な構成モデルが具備すべき必要条件として以下のような事項が考えられる。

- (1) 対象とする材料の応力-ひずみ-時間関係を的確に表現できること。
- (2) 降伏、破壊判定が可能であること。
- (3) 必要なパラメータ数が少なく、かつ互いに独立であること。
- (4) パラメータの決定法が容易であること。
- (5) 式が単純であること。

(1) の条件が最も重要であることはいうまでもなく、多くの構成モデルがこぞってその性能を競った結果、地盤材料の挙動を概ね再現できる構成モデルも提案されてきたが、結果として(3)以下の条件を満足することができず、容易に利用することができないものとなってしまった。現在までに提案されている地盤材料を対象とした構成モデルは、残念ながら上記の条件をすべて備えたものは見つけることができないが、1950年代後半以降著しい進歩があったこともまた事実である。

今日まで、土質力学・土木工学のみならず、資源工学あるいは地球物理学の分野において、地盤材料の構成特性に関する研究が数多く行われてきた。その研究成果により、地盤材料は固結度、粒径分布、硬度などにより、粘性土、砂質土、岩石などと分類されているが、程度に差はあるもののダイレイタンスー特性を示し、かつ時間依存性を有する非弾性体であることが明らかにされてきた。周知のように、地盤材料の変形および強度特性は、その粒径分布、粒子の形状、鉱物組成、固結度などの構造特性、あるいは密度、含水状態、載荷速度、拘束圧、載荷履歴、応力などの状態特性などに依存している。したがって、そのような複雑な特性を完全に記述できる構成式の誘導は不可能といえ、実際の問題に適用できる構成式の誘導のためには、理想化と簡略化が行われる。その際に、どの程度までの簡略化を行うかは非常に重要な問題である。

一般に、自然地盤はきわめて非一様であるのが普通であり、かつ現位置での特性を損なうことなくサンプリングすることは多くの費用と困難を伴う。したがって、乱していないとは言い切れない試料で、採取位置のごく近辺を代表する供試体の特性をいくら精密に測定し、その挙動を表現し得る構成式および物性定数が得られたとしても、実際問題における現地盤の全体像を再現できるとは限らない。さらに、供試体の特性を概ね再現できるよ

うな高度な構成式が定式化されたとしても、決定すべきパラメータの個数が多すぎたり、あるいは特別な実験を必要とするなどの問題をともなうために、研究レベルに留まる可能性も高い。したがって、高度な構成式の研究を諦め、地盤材料の構成式は完全に簡略化し、応力-変形問題には弾性を、極限設計には完全塑性を仮定しても実用上十分であるという議論もある。しかし、そのような考え方は正論とはいえない。

地盤材料の挙動特性を十分研究し、その挙動をシミュレート可能な構成式の検討を行い、そこから実用に耐え得る構成式となるように機能の取舍選択を行うことに意義があるのであって、地盤材料の真の姿の追求を行うことなしに、無闇に簡略化を行うことは、地盤の本来の姿を見逃すこととなり危険である。本研究では、現場観測データより地盤材料の構成式を規定する材料定数を推定することを主目的としている。したがって、構成式のある程度の簡略化は免れないが、線形弾性とした場合をもとに、徐々に高度な構成式へと拡張を行うためには、あらかじめ地盤材料の特性を表現できる構成式を確立しておくことが非常に重要である。

このような見地より本章の第2節においては、土質力学・土木工学の諸問題における構成式の役割を再検討する。第3節では地盤材料の構成関係に関する従来の研究を振り返り、構成式の誘導における基本的な考え方を考察する。また、第4節では正規圧密粘土に対する代表的な構成モデルである Cam-Clay モデルと足立・岡モデルの適用性に関する検討を行う。さらに、第5節においては過圧密粘土、軟岩などを対象とするひずみ軟化挙動を表現できる構成モデルの考察を行い、残された問題点の検討を行う。

第 2 節 連続体力学における構成式の役割

地盤材料は土粒子構造骨格、間隙空気ならびに間隙流体からなる3相混合体であるが、本研究においては間隙は水で満たされていると仮定し、ある構成関係を持つ構造骨格と非圧縮性の間隙水からなる2相混合体であると仮定する。

この仮定により、有効応力は次式で表される。

$$\sigma_{ij} = \sigma'_{ij} + p_w \delta_{ij} \quad (3.01)$$

ここに、 σ_{ij} ：全応力テンソル， σ'_{ij} ：有効応力テンソル， p_w ：間隙水圧， δ_{ij} ：クロネッカーのデルタをそれぞれ示す。

図-3.01に示すように、時刻 t において、ある荷重系と境界条件のもとでつりあい状態にある物体（2相混合

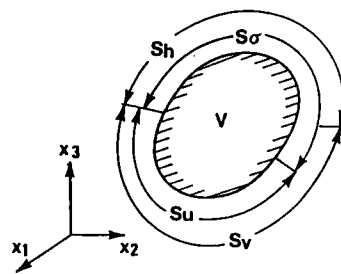


図-3.01 地盤の境界条件

体である地盤材料)を考え、この物体に任意の応力ならびに変形が与えられた場合の挙動を予測しようとする問題を考える。微小変形を仮定し、疑似静的な重力場に限定するとともに温度の影響を考慮しない場合、このような境界値問題を支配する方程式系は以下のようによまとめることができる。

[支配方程式]

$$\dot{\sigma}'_{ij,j} + \dot{p}_{w,i} = 0 \quad (\text{つりあい式}) \quad (3.02)$$

$$\dot{\sigma}'_{ij} = \dot{\sigma}_{ji} \quad (\text{角運動量つりあい式}) \quad (3.03)$$

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = 1/2 (\dot{u}_{i,j} + \dot{u}_{j,i}) \quad (\text{ひずみ-変位関係式}) \quad (3.04)$$

$$\dot{\sigma}'_{ij} = D_{ijkl} \dot{\varepsilon}_{kl} \quad (\text{構成式}) \quad (3.05)$$

$$v_i = -k_{ij} h_{,j} \quad (\text{ダルシー則}) \quad (3.06)$$

$$\dot{\varepsilon}_v = v_{i,i} \quad (\text{連続条件式}) \quad (3.07)$$

ここに、 ε_{ij} ：ひずみテンソル、 u_i ：変位ベクトル、 D_{ijkl} ：応力-ひずみマトリックス、 v_i ：間隙水の流速、 k_{ij} ：透水係数、 h ：全水頭 = $p_w/\gamma_w + \Omega$ (γ_w ：間隙水の単位体積重量、 Ω ：位置水頭)、 ε_v ：体積ひずみを表している。

[境界条件]

$$\sigma'_{ij} n_j = \bar{t}_i \quad (\text{on } S_s : \text{応力境界}) \quad (3.08)$$

$$u_i = \bar{u}_i \quad (\text{on } S_u : \text{変位境界}) \quad (3.09)$$

$$h = \bar{h} \quad (\text{on } S_h : \text{水頭境界}) \quad (3.10)$$

$$-k_{ij} h_{,j} = \bar{v}_i \quad (\text{on } S_v : \text{流速境界}) \quad (3.11)$$

ここに、 n_j ：境界面での法線ベクトル、 t_i ：表面力、 $(-)$ ：既定値であることを示す記号をそれぞれ示している。また、応力ならびに変位境界条件を同時に持つ点は存在しないが、それらの境界条件と水頭境界は同時に与えられる場合があることに注意を要する。

[初期条件]

$$\sigma'_{ij} = \sigma'_{ij}^0 \quad (\text{in } V \text{ at } t=0) \quad (3.12)$$

$$h = h^0 \quad (\text{in } V \text{ at } t=0) \quad (3.13)$$

支配方程式系において、構成式(3.05)とダルシー則(3.06)は他の式と異なった趣を持った式である。すなわち、つりあい式(3.02)、角運動量のつりあい式(3.03)および連続条件式(3.07)は、有効応力の原理を認めたすべての2相混合体において成り立つ式であるのに対し、構成式とダルシー則は材料固有の特性を表す式である。すなわち、構成式は外的作用に対する材料の固有の反応特性を記述する式であって、運動を規制する制約条件式、あるいは特性方程式的な意味あいを持っている。一方ダルシー則は、間隙水の運動を示す運動方程式的な意味と構成則的な役割を持つ式である。

第 3 節 地盤材料に対する構成式の概観

近年の電子計算機の驚くべき大容量・高速化と、有限要素法をはじめとする数値解析法のめざましい進歩により、地盤工学における様々な初期値・境界値問題が、近似的にはあるが解析可能となってきている。そのため、弾性あるいは剛塑性体以外の構成関係に対しても解が得られるようになり、より一般性を持った構成式が利用できるようになり、構成式の役割が再認識され、実地盤の挙動をシミュレートできる構成式の確立が急務となっている。地盤材料の構成式に関する研究の源流は、1960年前後に相次いで発表された3つの先駆的研究に遡ることができ、その後、それらの研究に基礎をおく構成式が多数発表された。

第1の流れは、粘性土の時間依存性に関するもので、Murayama and Shibataのレオロジカルモデル(1958)に始まるもので、Christensen and Wu(1964)、Singh and Mitchell(1968)、Shibata and Karube(1969)らに引き継がれた。また、Yong and Japp(1969)は応力-ひずみ関係のひずみ速度依存性を、村山は応力緩和過程の実験式を提案している。

第2の研究は、粘性土を理想的な弾-塑性体と仮定して構成関係を導出した、いわゆるCambridge学派による一連の研究に基づくものである。Roscoeら(1963)、Roscoe and Schofield(1963)、Schofield and Wroth(1968)は、"Cam-Clay"と呼ぶ、理想粘性土の構成関係、すなわち、critical-state energy theoryを誘導した。この構成式は、粘性土の限界状態(critical state)を考慮にいれ、消散エネルギーに対する関係式を与えるとともに、Druckerの塑性体理論を用いて導出されたものである。その後、Cam-Clayモデルの修正がBurland(1965)らによって行われた。一方柴田(1963)、Shibata and Karube(1969)は、粘性土のダイレイタンシー特性を実験的に明らかにし、Ohta(1971)は、柴田のダイレイタンシーの関係式と、Druckerの塑性理論を用いることによって、Cam-Clayモデルと同一の構成式を求めている。

第3の流れは、砂質土に関する研究であり、Newland and Alley(1957)、Rowe(1962)、

Murayama(1964)などの、粒子接点における摩擦則によって砂質土の力学挙動を説明しようとする研究である。特に Rowe によるの応力-ダイレイタンスー関係の提案は、その後の Horn(1965), 村山(1975), Oda (1977)らの研究に大きな影響を与えた。

しかしその後の研究により、地盤材料はダイレイタンスー特性を示し、かつ時間依存性を有する非弾性体であることが明らかにされてきており、従来の研究の統合の必要性が生じてきた。Adachi and Okano(1974)は、Akai(1974)らの粘性土の時間依存性挙動に対する研究成果と、Perzyna(1963)の弾-粘塑性体理論に基づいて Cam-Clay モデルを時間依存性挙動をも記述できるように拡張し、粘性土をダイレイタンスー特性と時間依存性を示す弾-粘塑性体と考えた構成式を確立した。その後、Sekiguchi (1977), Sekiguchi and Ohta(1977)は Perzynaの理論を用いず、いわゆる流動曲面の概念を用いることにより、足立らの構成式と同様の構成モデルを求めた。

これに対し砂質土に対する研究は、Oda (1977), Horn and Deere(1962), Procter and Bartonら(1974)の研究にみられるように、粒子接点の摩擦機構、粒子間力、接点角などを実測し、実測値に統計的処理を加え Rowe の応力-ダイレイタンスー式の物理的意味を究明しようとしたものが多い。また、Matsuoka(1973), 小西(1973)は光弾性体粒子のモデル実験により、粒子間力を実測した。その成果を踏まえて、Matsuoka(1973), Matsuoka and Nakai(1974), Nakai and Matsuoka(1975)は応力-ダイレイタンスー関係と、いわゆる滑動面の概念を導入した構成モデルを提案している。さらに、北村(1980)はマルコフモデルを利用し、粒状体に対する構成モデルを導出した。

一方、砂質土を弾-塑性連続体と見なす研究としては、Cambridge 学派によるいわゆる Granta-Gravelの構成モデルの研究、Lade and Duncan(1975)による非関連流動則を用いた研究のほか、粒状体と連続体理論を混合した研究として、Tatsuoka(1976)らによる Rowe の応力-ダイレイタンスー式と流動則を用いた研究などがあげられる。

過圧密粘土あるいは軟岩などのようにひずみ硬化、軟化特性を示す材料を対象とした研究は少ないが、Prevost and Hoeg(1975), 足立(1979), Oka and Adachi(1985)などは、クリープ、応力緩和ならびにひずみ軟化挙動を表現できる構成式に関する研究を行っている。

第4節 正規圧密粘土に対する構成式

4-1 Cam-Clay モデル(1963)

Roscoe(1963)は外部消散エネルギー増分 dW_{ex} は内部消散エネルギー増分 dW_{in} に等しいと仮定し、さらに内部消散エネルギーは内部摩擦による消散であり、次式が成立する

ものと仮定した。ただし、ここで示す表記は足立により3次元に拡張されたモデルに対するものである。

$$dW_{ex} = dW_{in} \quad (3.14)$$

$$dW_{ex} = \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}^p = \sigma_m' d\varepsilon_{kk}^p + s_{ij} de_{ij}^p \quad (3.15)$$

$$dW_{in} = M^* \sigma_m' d\sqrt{(2I_2)^p} \quad (3.16)$$

ここに、 σ_m' ：平均有効応力、 s_{ij} ：偏差応力テンソル、 ε_{kk} ：体積ひずみ、 e_{ij} ：偏差ひずみテンソル、 I_2 ：偏差ひずみの第2不変量、 M^* ：クリティカルステートパラメータ（限界状態における応力比 $\sqrt{(2J_2)^p}/\sigma_m'$ の値）、 J_2 ：偏差応力の第2不変量を示し、上添え字Pは塑性成分を表している。式(3.14)から(3.16)に、降伏関数が応力と塑性ひずみの第3不変量に依存しないという仮定を導入し、直交則を用いることにより、次の応力のみ微分方程式が得られる。

$$d\sqrt{(2J_2)}/d\sigma_m' - \sqrt{(2J_2)}/\sigma_m' + M^* = 0 \quad (3.17)$$

上式を積分することにより、次式で示される降伏関数が得られる。

$$f = \sigma_m' \exp[\sqrt{(2J_2)}/M^* \sigma_m'] = \sigma_{mv}' = k \quad (3.18)$$

この降伏関数に関連流動則を用いることにより、次の応力-ひずみ関係が得られる。

$$d\varepsilon_{ij}^p = \frac{C_c - C_s}{2.3M^*(1+e_0)} \left[\frac{d\sqrt{(2J_2)}}{M^* \sigma_m' - \sqrt{(2J_2)}} + \frac{d\sigma_m'}{\sigma_m'} \right] \times \left[\frac{s_{ij}}{\sqrt{(2J_2)}} + \frac{(M^* - \sqrt{(2J_2)}/\sigma_m') \delta_{ij}}{3} \right] \quad (3.19)$$

ここに、 e_0 ：初期間隙比、 C_c 、 C_s ：圧縮および膨潤係数である。したがって、Cam-Clayモデルには、これらに M^* を加えた4個の材料定数が必要であることがわかる。

4-2 足立・岡モデル(1982)

Adachi and Oka(1982)はPerzynaの弾-粘塑性理論に基づいて、Cam-Clayモデルを拡張し、正規圧密粘土の時間依存性挙動を説明できるモデルを提案した。Perzynaはひずみ速度依存性挙動を粘塑性挙動と定義し、ひずみ速さに依存して変化するいわゆる動的降伏

関数 $f_d(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}^{UP}) = k_d$ と、平衡時の静的降伏関数 $f_s(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}^P) = k_s$ の差を表すために、次式で書かれる超過応力関数 F を導入した。

$$F = f_d/f_s - 1 \quad (3.20)$$

ここに、 ε_{ij}^{UP} : 粘塑性ひずみテンソル、 k_d : ひずみ硬化とひずみ速度に依存するパラメータ、 k_s : ひずみ硬化パラメータを示している。上に Drucker の仮説を適用することで、粘塑性体の構成式を次式のように与えた。

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{UP} = \langle \Phi(F) \rangle \frac{\partial f_d}{\partial \sigma_{ij}} \quad (3.21)$$

$$\langle \Phi(F) \rangle \begin{cases} 0 & \text{for } F \leq 0 \\ \Phi(F) & \text{for } F > 0 \end{cases} \quad (3.22)$$

Adachi and Oka は静的降伏関数として、Cam-Clay モデルの式(3.17)を導入し、動的降伏関数としては式(3.17)と同型の次式を用いた。

$$f_d = \sqrt{(2J_2^P)/M^* \sigma_m'} + \ln \sigma_m' = k_d \quad (3.23)$$

さらに、動的ひずみ硬化パラメータ k_d を次式で与えた。

$$k_d = \ln \sigma_{my}' \quad (3.24)$$

式(3.20)から式(3.24)より、次式で示される速度依存性挙動を説明することができる構成モデルが誘導できる。

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_{ij} = & \frac{\dot{s}_{ij}}{2G} + \frac{0.143Cs}{(1+e_0)} \frac{\dot{\sigma}_m'}{\sigma_m'} + \frac{1}{M^* \sigma_m'} \Phi(F) \frac{s_{ij}}{\sqrt{(2J_2)}} \\ & + \frac{1}{3M^* \sigma_m'} \Phi(F) \left[M^* - \frac{\sqrt{(2J_2)}}{\sigma_m'} \right] \delta_{ij} \end{aligned} \quad (3.25)$$

$$\phi(F) = c_0 \exp[m' \ln(\sigma_{my}' / \sigma_{my}'^{(s)})] \quad (3.26)$$

ここに、 G : せん断弾性係数、 $\sigma_{my}'^{(s)}$: ひずみ硬化パラメータ、 c_0 、 m' : 時間依存性特性に関するパラメータをそれぞれ示す。したがって、Cam-Clay モデルの4個に加え、合計8個のパラメータが必要である。 $\sigma_{my}'^{(s)}$ 、 c_0 、 m' の決定方法は足立・岡にゆずるが、少なくとも2種類の載荷速度による3軸試験を行う必要がある。

4-3 正規圧密粘土に対する適用結果

Adachiら(1985)によって行われた大阪沖積粘土の対する3軸試験結果に対して, 上記の2種の構成式を適用し, その適用性を確認するとともに, 残された問題点を考察する. 試料は乱さない大阪沖積粘土であり, 標準圧密試験ならびに3種類のひずみ速度, すなわち1.0, 2.1×10^{-2} , $7.08 \times 10^{-4} \%$ /min による非排水3軸試験より得られたパラメータを表-3.01に示す.

Cam-Clay モデルならびに足立・岡モデルのによる計算結果と, 実験結果の比較を図-3.02から3.04に示す. 実験結果は明確な載荷速度依存性挙動を示しているが, 足立・岡モデルは軸差応力, 間隙水圧ともに精度よく再現し得ている. 特に, 間隙水圧に比較して速度依存性の大きな偏差応力に対する精度の高さは注目に値する. 一方, Cam-Clay モデルは, 本来静的な載荷条件に対する構成式であり, 速度依存性挙動を表現できないため最も遅い載荷速度を準静的載荷条件と仮定し比較した場合, パラメータ数が4個というシンプルな構成式としては十分満足すべき結果といえる. ただし, Cam-Clay モデルは偏差ひずみを過小評価する傾向が認められるが, その傾向は Cam-Clay モデルに基礎をおく足立・岡モデルにも引き継が

表-3.01 沖積粘土のパラメータ

C_c	0.856	$G(\text{kgf/cm}^2)$	132.1
C_s	0.124	m'	21.5
M	1.280	c	4.5×10^{-8}
e_a	1.280		

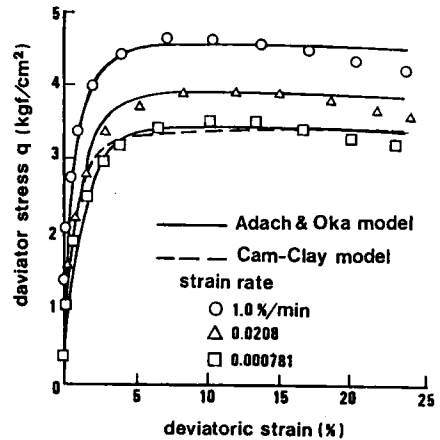


図-3.02 軸差応力-偏差ひずみ関係

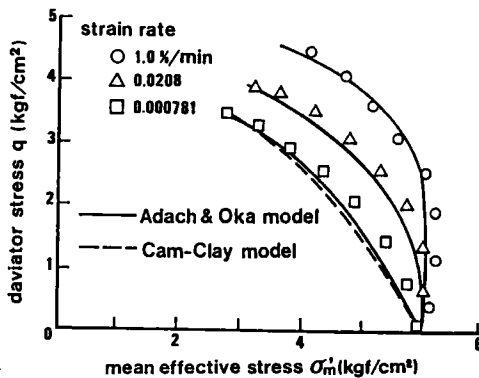


図-3.03 有効応力径路

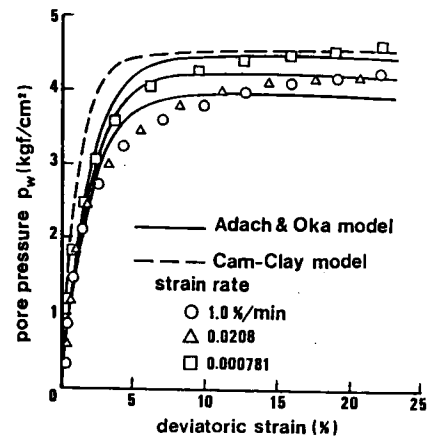


図-3.04 間隙水圧-偏差ひずみ関係

れている。足立・岡モデルは、速度依存性挙動を表現できる構成モデルとしては、パラメータの個数が少ないモデルといえ、正規圧密粘土に対する構成式の必要条件を完備しているといえる。ただし唯一の欠点として、パラメータの決定法が若干複雑な点をあげることができる。

第 5 節 過圧密粘土・堆積軟岩に対する構成式

5-1 内部変数と記憶を考慮した1次元構成モデル (岡モデル(1981))

一般に、過圧密粘土ならびに岩質材料などは、その塑性変形過程において速度に依存したひずみ硬化-軟化挙動を示す。連続体理論において、ひずみ硬化、軟化挙動を表現するための方法としては、塑性論によるものと、Valanis のエンドクロニック理論のように内部変数を導入する方法に大別することができる。Oka (1981)は、Wang(1969)による一般単純体理論に基づき、内部変数と記憶効果を考慮することによって、ひずみ軟化挙動、加速クリープなどを説明しうる構成式を提案している。

まず、応力履歴 σ_{ij} を次式で表されるものと仮定する。

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{\tau} \int_0^t \exp(-(t-t')/\tau) \sigma_{ij}(t') dt' \quad (3.27)$$

ここに、 τ : 応力履歴の時間遅れを表すパラメータ、 t : 現在時刻、 t' : 時間をそれぞれ示している。上式では時間をそのままひずみ測度として用いているが、塑性ひずみの不変量などを利用することも可能である。図-3.05は応力履歴テンソル σ_{ij} とパラメータ τ の意味を示すために、3軸排水せん断試験を例にとった模式図である。以下の誘導においては、1次元問題を対象とし、ひずみ増分が次式で表されるものと仮定する。

$$\begin{aligned} d\varepsilon &= d\varepsilon^E + d\varepsilon^P \\ &= d\sigma/E + d\varepsilon^P \end{aligned} \quad (3.28)$$

ここに、 $d\varepsilon^E$: 弾性ひずみ増分、 $d\varepsilon^P$: 塑性ひず

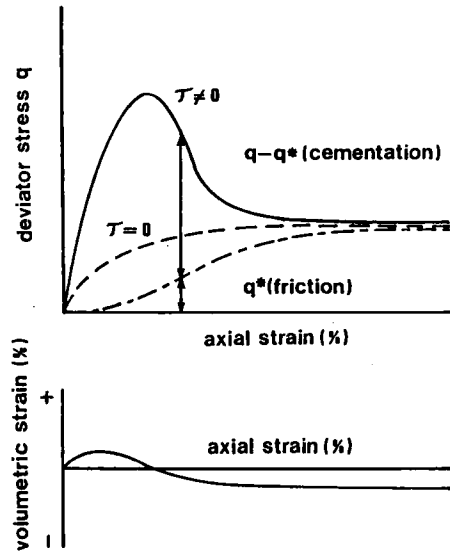


図-3.05 応力履歴の概念

み増分, E : 弾性係数を示している. さらに, ひずみ硬化関数 g として次式で示される簡単な双曲線関数を採用する.

$$\varepsilon^p = g(\sigma^*) \quad (3.29)$$

$$g(\sigma^*) = s_r \sigma^* / \{G_r (s_r + \sigma^*)\} \quad (3.30)$$

ここに, s_r , G_r は図-3.06に示すように, 双曲線関数と仮定した履歴応力-非弾性ひずみ関係の漸近線と, 初期勾配を示す材料定数である. 式(3.29)において, $\varepsilon^p = g(\sigma)$ とした場合には, ひずみ速度依存性のない弾塑性理論における硬化関数に帰着する. 式(3.28)をひずみ測度(時間)で微分し, 式(3.30)および(3.27)を用いることにより, 次式で示す1次元構成モデルが誘導できる.

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{1}{E} \frac{d\sigma}{dt} + \frac{s_r^2 G_r}{G_r^2 (s_r + \sigma^*)^2} \frac{(\sigma - \sigma^*)}{\tau} \quad (3.31)$$

上式において, $d\varepsilon/dt = \text{const}$, $d\varepsilon/dt = 0$, $d\sigma/dt = \text{const}$ とおくことによって, それぞれ定ひずみ速度せん断, 応力緩和, クリープを表すことになるが, クリープの場合には, 次式のように加速クリープのみを示すこととなる.

$$\frac{d^2 \varepsilon^{vp}}{dt^2} = \frac{\text{const}}{\tau^2} \exp(t/\tau) > 0 \quad (3.32)$$

なお, 本モデルに必要な材料パラメータは E , τ , G_r ならびに s_r の4個である.

5-2 内部変数と記憶を考慮した足立・岡モデル(1982)

ここで示す構成モデルは, 前述した岡のモデルを3次元化したモデルであって, 次節で詳述する構成モデルの基礎となるものである. まず, 全ひずみ増分 $d\varepsilon$ が次のような成分からなるものと仮定する.

$$d\varepsilon = d\varepsilon^{ex} + d\varepsilon^{in} \quad (3.33)$$

ここに, $d\varepsilon^{ex}$: 外部弾性ひずみ増分, $d\varepsilon^{in}$: 内部ひずみ増分を示している. 足立らの

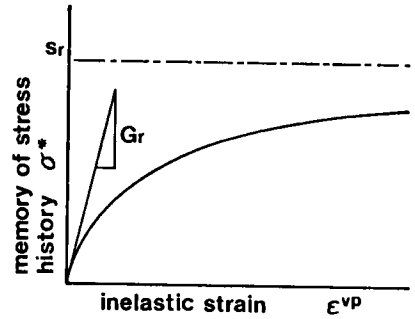


図-3.06 履歴応力-非弾性ひずみ関係

研究に基づき，図-3.07に示す過圧密と正規圧密の境界を示す過圧密境界面を導入する。

$$f_b = \eta + M \cdot \ln[(\sigma'_{mb} + b)/(\sigma'_{nb} + b)] = 0 \quad (3.34)$$

ここに， η ：関口，太田によって導入された応力のパラメータであり，次式で表される。

$$\eta = (\eta_{ij} \eta_{ij})^{1/2} \quad (3.35)$$

$$\eta_{ij} = s_{ij} / \sigma'_{n} \quad (3.36)$$

ここに， η_{ij} ：応力比テンソル， s_{ij} ：偏差応力テンソル， σ'_{n} ：平均有効応力， M ， b ：図-3.07に示す材料パラメータ， σ'_{mb} ：圧密圧力によって決まるパラメータをそれぞれ示している。

式(3.27)と同様に，応力履歴テンソル σ'_{ij} を次式で示す指数関数型の関数として定義できると仮定する。

$$\sigma'_{ij} = \frac{1}{\tau} \int_0^z \exp(-(z-z')/\tau) \sigma_{ij}(z') dz' \quad (3.37)$$

ここに， z は次式で定義されるひずみ測度である。

$$dz = (de_{ij}^{in} de_{ij}^{in})^{1/2} \quad (3.38)$$

ここに， de_{ij}^{in} は内部偏差ひずみ増分テンソルである。また，式(3.37)における τ は z に対する応力の遅延を表す材料定数である。

一方，降伏関数は次式で表されるものとする。

$$f_y = \eta^* - \kappa_s = 0 \quad (3.39)$$

ここに， η^* は次式で表される応力履歴パラメータである。

$$\eta^* = (\eta^{*ij} \eta^{*ij})^{1/2} \quad (3.40)$$

$$\eta^{*ij} = s^{*ij} / \sigma'^{*n} \quad (3.41)$$

ここに， s^{*ij} ： σ^{*ij} の偏差成分， σ'^{*n} ：平均成分を示している。

さらに，ひずみ硬化，軟化パラメータ κ_s は塑性偏差ひずみの不変量 γ^p の増加と共に増えると仮定し，その関係は次式で示す双曲線で表

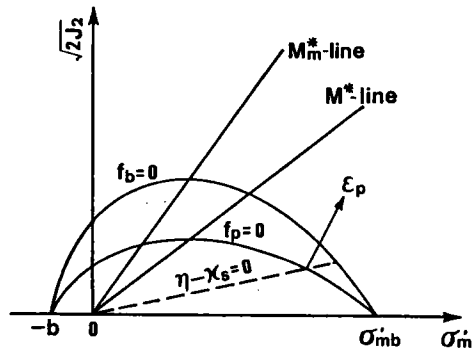


図-3.07 過圧密境界面

すことができるものとする（図-3.08参照）。

$$\kappa_s = \frac{M_r \cdot G' \cdot \gamma^{p*}}{M_r + G' \cdot \gamma^{p*}} \quad (3.42)$$

ここに、 M_r ：残留強度状態における応力履歴パラメータの値、 γ^{p*} ：次式で示される塑性ひずみを示している。

$$\gamma^{p*} = (e_{ij}^p e_{ij}^p)^{1/2} \quad (3.43)$$

ここに、 e_{ij}^p ：塑性偏差ひずみ成分である。また、塑性ポテンシャル関数として過圧密境界面と同型の次式を用いる。

$$f_p = \tilde{M} \cdot \ln[(\sigma'_m + b)/(\sigma'_{mb} + b)] = 0 \quad (3.44)$$

上式における \tilde{M} は応力状態が過圧密境界に達した場合（ $f_p > 0$ ）は、 M と等しくなると仮定する。

式(3.37)から(3.43)に流れ則を適用することにより、内部ひずみ増分が計算され、外部ひずみ増分を加えることにより、ひずみ軟化特性を表現できる構成モデルが誘導できる。

なお、このモデルに必要なパラメータは、 E 、 K 、 b 、 σ'_{mb} 、 M_m 、 τ 、 M_r 、 G' 、 \tilde{M} の9個である。

5-3 軟岩に対する適用結果

足立・小川ら(1980)によって報告されている多孔質凝灰岩（大谷石）に対する実験結果を対象として上記の構成モデルを適用する。大谷石は拘束圧力 20 kgf/cm^2 以下では、せん断に従い応力は増加して最大強度に達し、それ以降は減少に移り、最終的に

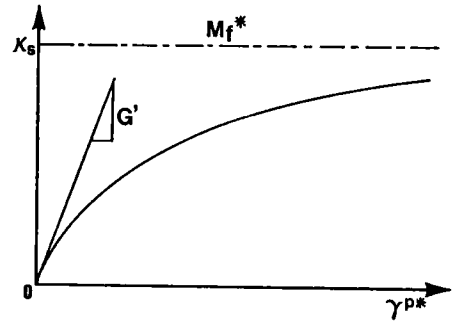


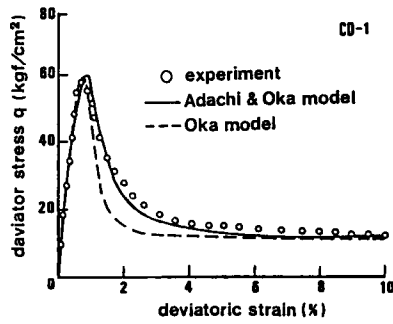
図-3.08 ひずみ硬化関数

表-3.02 1次元モデルのパラメータ

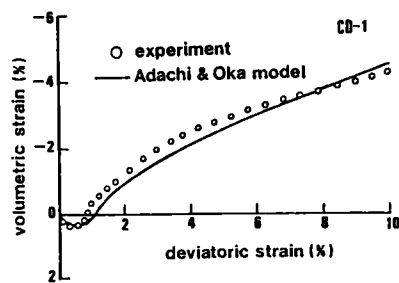
実験番号	CD-1	CD-5	CD-10	CD-20
E (kgf/cm ²)	13500	10410	13500	16500
τ (min)	200	200	200	200
G _r (kgf/cm ²)	2700	2700	2700	2700
S _r (kgf/cm ²)	13	32	43	65

表-3.03 足立・岡モデルのパラメータ

実験番号	CD-1	CD-5	CD-10	CD-20
b (kgf/cm ²)	12	30	40	40
σ_{mb} (kgf/cm ²)	150	150	150	150
E (kgf/cm ²)	13500	10410	13500	16500
K (kgf/cm ²)	3700	4550	5260	5880
G' (kgf/cm ²)	1000	3000	5000	10000
M _r	1.97	1.61	1.42	1.26
M _a	1.97	1.61	1.42	1.26
τ	0.09	0.019	0.007	0.0025

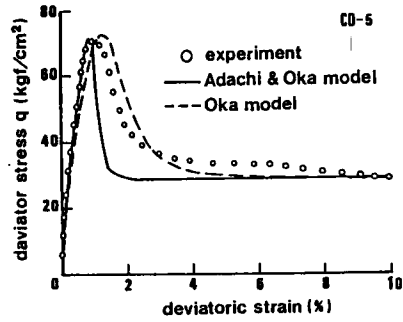


(a) 偏差応力-偏差ひずみ関係

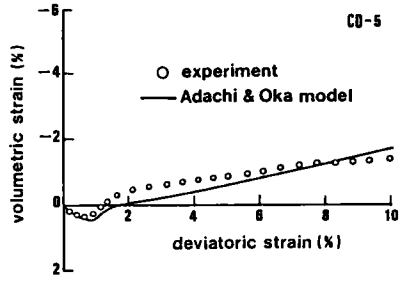


(b) 体積ひずみ-偏差ひずみ関係

図-3.09 実験結果との比較(1kgf/cm²)

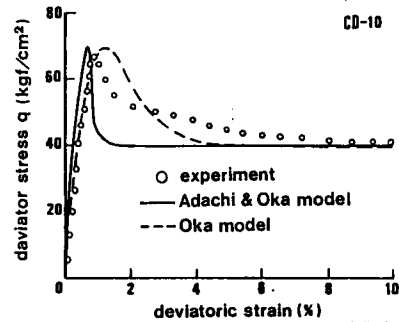


(a) 偏差応力-偏差ひずみ関係

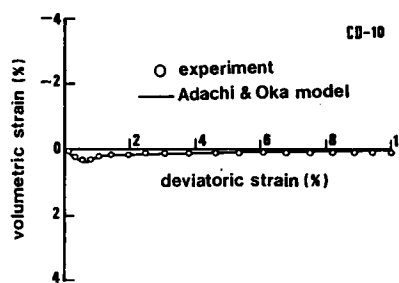


(b) 体積ひずみ-偏差ひずみ関係

図-3.10 実験結果との比較(5kgf/cm²)

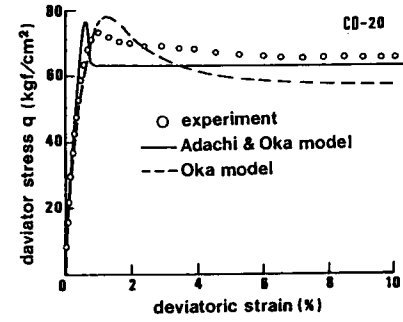


(a) 偏差応力-偏差ひずみ関係

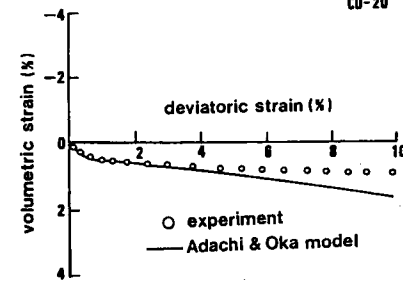


(b) 体積ひずみ-偏差ひずみ関係

図-3.11 実験結果との比較(10kgf/cm²)



(a) 偏差応力-偏差ひずみ関係



(b) 体積ひずみ-偏差ひずみ関係

図-3.12 実験結果との比較(20kgf/cm²)

は残留応力状態に至るといふ、典型的なひずみ硬化-軟化型の応力-ひずみ関係を示す材料であり、上記2種の構成モデルの適用性を検証するための最適な材料といえる。対象とした実験は軸ひずみ速さ0.025%/minによる圧密排水3軸圧縮試験結果である。

表-3.02および3.03に示す材料パラメータを用いた両モデルの適用結果を図-3.09から3.12に示すが、それぞれ拘束圧1, 5, 10, 20kgf/cm²に対する偏差応力-偏差ひずみ関係ならびに体積ひずみ-偏差ひずみ関係に対応している。ただし、1次元モデルは軸ひずみと軸応力のみを規定しているため、応力-ひずみ関係のみを示している。偏差応力-偏差ひずみ関係では、足立・岡モデルでは実験結果より急激な硬化-軟化挙動が得られており、1次元モデルでは逆に緩やかな軟化が認められているものの、過圧密比に依存して残留応力状態が大きく変化している実験結果を、両モデルとも精度よく再現しているといえる。一方、体積ひずみ-偏差ひずみ関係も、足立・岡モデルは適切に再現している。ただしこの結果は、本来拘束圧に依存しないとしたパラメータbに、拘束圧依存性を導入して得られたものである。なお、両モデルともに、履歴の遅れを示すパラメータτなどは試行錯誤的に決定しているため、パラメータの系統的な決定法の確立が今後に残された課題といえる。

第6節 ひずみ軟化挙動を表現できる粘塑性構成モデル

6-1 ひずみ軟化を考慮した粘塑性構成モデル

前節で示した足立・岡の弾塑性モデルとPerzyna型の粘塑性論に基づき、ひずみ軟化挙動を表現可能な弾-粘塑性構成モデルを導出する。Okamoto(1985)に基づき次式で表される非関連流動則を用いる。

$$E_{ijkl}^{vp} = \Phi_2(\xi) C_{ijkl} \langle \Phi_1(F) \rangle \frac{\partial f_p}{\partial \sigma_{kl}} \quad (3.45)$$

ここに、 $F=0$ は静的な降伏関数を示し、 Φ_1 、 Φ_2 は材料関数であり、 ξ は降伏を制御する内部パラメータである。第2の材料関数 Φ_2 はPerzynaの粘-塑性論の修正論に基づいて導入したものである。Okamoto(1984)、Adachiら(1985)などの研究結果に基づき、材料関数としては次のような形を導入する。

$$\Phi_1(F) = \sigma' \exp(m_0(\eta' - \eta'^{(0)})) \quad (3.46)$$

$$C_{ijkl} = A \delta_{ij} \delta_{kl} + B(\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) \quad (3.47-a)$$

$$C_{01} = 2B \quad , \quad C_{02} = 3A + 2B \quad (3.47-b)$$

$$\Phi_2(\xi) = (1 + \xi) \quad (3.48)$$

$$\dot{\xi} = \frac{M_r \cdot^2}{G_2(M_r \cdot - \eta \cdot)} \dot{\eta} \quad (3.49)$$

ここに、A、B、C₀₁およびC₀₂は材料パラメータである。

式(3.46)において、 $\eta \cdot^{(s)}$ は $\eta \cdot$ の平衡状態での値であり、そのとき、内部偏差ひずみの不変量 $\gamma \cdot^{(s)}$ は粘塑性偏差ひずみの不変量 $\gamma \cdot^p$ に等しくなる。また式(3.49)における $\eta \cdot$ は式(3.46)によって計算される。

弾性ひずみ成分を考慮することによって、全ひずみ増分は次式のように計算される。

$$dE_{ij} = \frac{1}{2G} ds_{ij} + \frac{1}{3K} \delta_{ij} d\sigma_m + dE_{ij}^{UP} \quad (3.50)$$

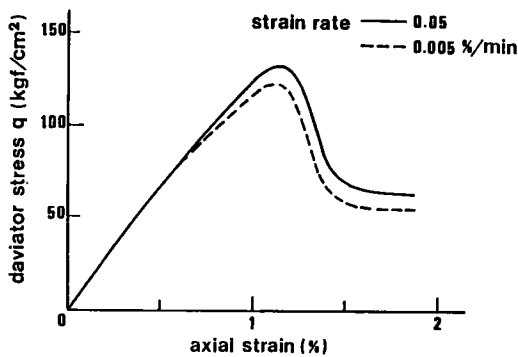
ここに、G：せん断弾性係数、K：体積弾性係数を示す。

表-3.04 数値実験に用いたパラメータ

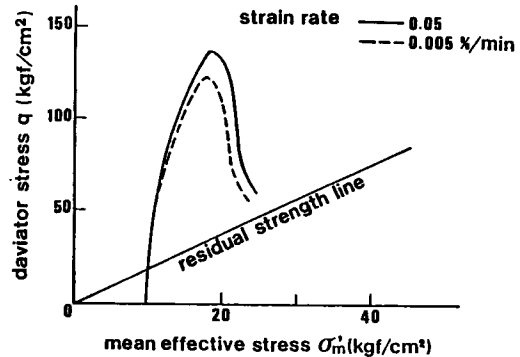
E (kgf/cm ²)	34000	C ₀₁	1.0 × 10 ⁻⁷
K (kgf/cm ²)	4550	C ₀₂	5.0 × 10 ⁻⁹
e	2.0	E ⁱ (kgf/cm ²)	17000
σ'_{m0} (kgf/cm ²)	10.0	σ'_{m1} (kgf/cm ²)	236
G ⁱ (kgf/cm ²)	500	m ⁱ _a	8.0
M _r ⁱ	1.5	τ	0.042
M _a ⁱ	0.98	τ_2	0.06
b (kgf/cm ²)	70.0	G _r	2000

6-2 数値実験結果

前節で構築した粘塑性構成モデルの機能を確認するために、いくつかの数値シミュレーションを行う。図-3.13は2種のひずみ速度による非排水3軸圧縮試験に対する



(a) 偏差応力-軸ひずみ関係



(b) 有効応力経路

図-3.13 構成モデルの数値実験結果

数値シミュレーションの結果である。計算に用いた材料パラメータならびに初期条件を表-3.04に一覧する。数値シミュレーションの結果は、応力-ひずみ関係、ならびに応力経路とも軟岩の挙動の特徴をよく再現していると考えられる。

6-3 自然過圧密粘土の3軸試験結果と構成モデルの適用結果

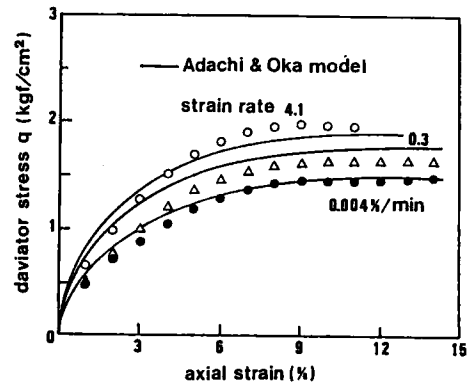
6-3-1 実験方法および実験結果

実験に用いた試料は、洪積層の直上に位置する大阪湾沖積粘土をブロックサンプリングしたものであり、不攪乱状態のまま切り出し、直径5.0cm、高さ10.0cmの供試体に整形したものである。圧密試験によって求められた先行圧縮応力 3.2kgf/cm^2 以下の4種類の圧密圧力、すなわち0.2、0.5、1.5、 3.0kgf/cm^2 で、24時間等方圧密した後、3種類のひずみ速度4.1、0.3、 $0.004\%/min$ を用い、計12種類の定ひずみせん断試験を行った。

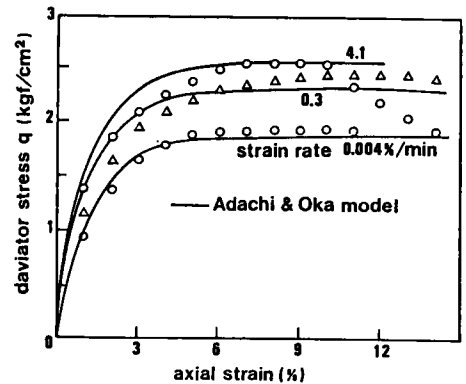
図-3.14に圧密圧力が 0.5kgf/cm^2 と 1.5kgf/cm^2 に対する応力-ひずみ関係を示す。これらの図より、最大強度、残留強度、初期弾性係数などには明瞭にひずみ速度依存性が認められるが、過圧密比が比較的小さいこともあり、明確なひずみ軟化現象は現れていない。

図-3.15に最大強度ならびに残留強度と、ひずみ速度の対数との関係を、また、図-3.16には初期弾性係数とひずみ速度の対数との関係を示す。これらの図より、若干のばらつきは認められるものの、最大および残留強度、ならびに初期弾性係数には、ひずみ速度の対数にほぼ比例して増加する傾向が認められる。

図-3.17は軸ひずみをパラメータとした、軸差応力とひずみ速度の対数の関係を示す。同一ひずみに対して発揮される軸差応力は、ひずみ速度の対数に比例して増大するが、ひずみが大きい部分ではばらつきが大きくなっていることが認められ



(b) 拘束圧力 = 0.5kgf/cm^2



(b) 拘束圧力 = 1.5kgf/cm^2

図-3.14 偏差応力-軸ひずみ関係

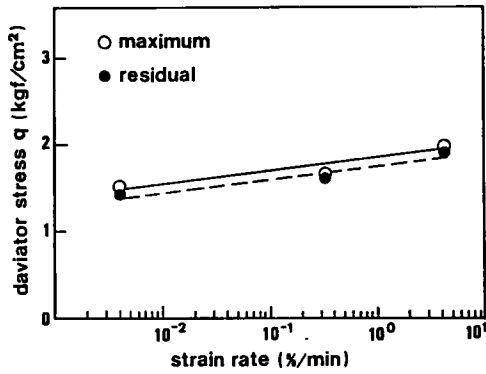


図-3.15 せん断強度-ひずみ速度関係

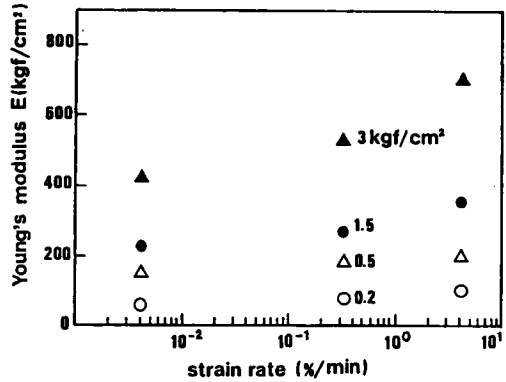


図-3.16 初期弾性係数-ひずみ速度関係

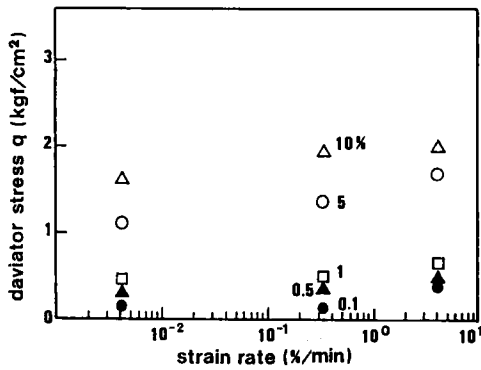


図-3.17 同一ひずみで発揮されるせん断応力とひずみ速度との関係

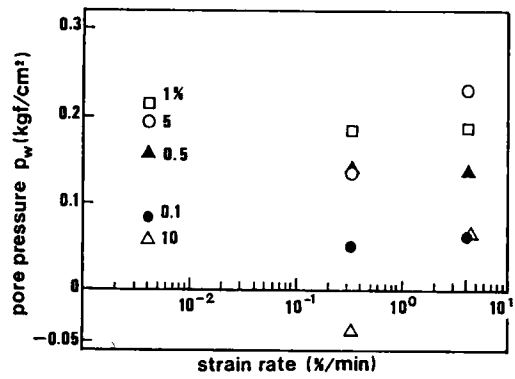
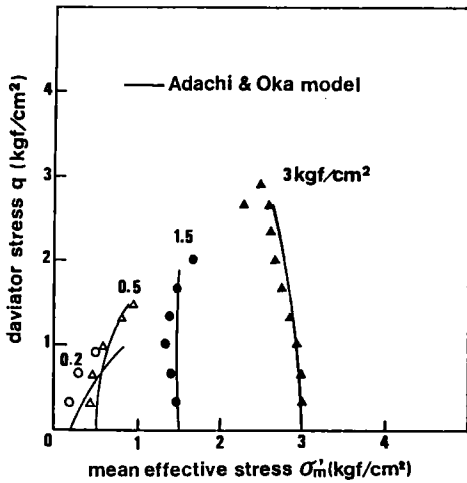
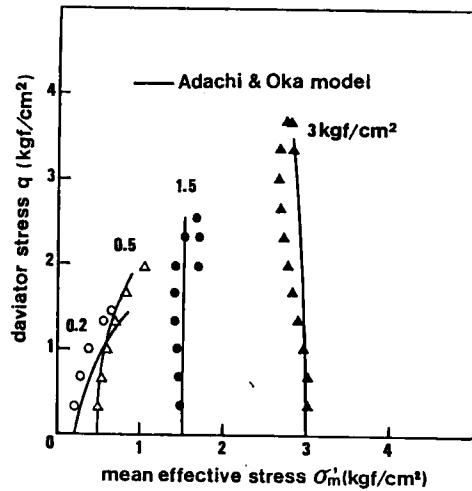


図-3.18 同一ひずみで発揮される間隙水圧とひずみ速度との関係



(a) ひずみ速度 = 0.004%/min



(b) ひずみ速度 = 4.1%/min

図-3.19 有効応力経路

る。一方、図-3.18は軸差ひずみをパラメータとした、間隙水圧とひずみ速度の対数の関係である。軸差応力とは異なり、間隙水圧は正規圧密粘土の場合と同様に、ひずみ速度の影響を受けることは少なく、発生しているひずみ量によって、ほぼ一義的に決定される傾向が認められる。これらの結果は、足立らが正規圧密粘土に対して見いだした傾向と同様である。図-3.19にはひずみ速度 0.004%/min と 4.1%/min に対する有効応力径路を示すが、上述した間隙水圧と軸差応力に対するひずみ速度の依存性の相違から、同一圧密圧力でのひずみ速度による応力径路の相違は、平均有効応力方向で微小であり、軸差応力方向で大きな値となって現れている。

6-3-2 粘塑性構成モデルの適用結果

前節で導出したひずみ硬化、軟化を考慮できる粘塑性構成モデルを大阪湾沖積粘土に適用した結果を示す。表-3.05は解析値用いたパラメータの一覧である。図-3.14に軸差応力-軸ひずみ関係、図-3.19に有効応力径路の実験値と解析値の比較を示すが、本弾-粘塑性構成モデルは過圧密粘土の挙動を精度よく再現しているといえる。ただし、過圧密比が大きな領域では、有効応力径路が実験値よりもwet側にずれる傾向がみられるが、これは過圧密境界面とそれにともなう塑性ポテンシャル関数が、応力空間の原点付近で実状に合わないことに起因しているものと考えられる。また、解析に用いたパラメータの中で、応力履歴に関する τ_1 と τ_2 ならびに、それにともなって変化する m'_0 、 c_1 、 c_2 、 G_i はひずみ速度の影響を考えない静的載荷時の値を参考に外挿的に求めた値であり、これらのパラメータの決定方が残された課題である。

表-3.05 大阪湾沖積粘土のパラメータ

圧密圧力 σ'_{vo}	0.2	0.5	1.5	3.0	圧密圧力 σ'_{vo}	0.2	0.5	1.5	3.0
E (kgf/cm ²)	74	176	284	565	C_{e1}	1×10^{-8}	1×10^{-7}	5×10^{-6}	1×10^{-2}
K (kgf/cm ²)	43	98	158	309	C_{e2}	1.0	0.1	1×10^{-3}	1×10^{-3}
e_0	1.19	1.05	0.90	0.88	σ'_{vb} (kgf/cm ²)	3.2			
σ'_{vb} (kgf/cm ²)	0.2	0.5	1.5	3.0	m'_0	15.0			
G'	193				τ	1×10^{-3}			
M'_r	1.18				τ_2	5×10^{-3}	2×10^{-1}	1×10^{-2}	1×10^{-3}
M'_n	0.91				G_r	2000			
b (kgf/cm ²)	0.33								

第 7 節 結 論

一般に、地盤材料はダイレイタンスー特性を示し、かつ時間依存性を有する非弾性体であり、その特性は様々な因子からなる構造特性および状態特性などに依存している。したがって、そのような複雑な特性を正確に記述でき、かつ実務においても使用に耐える構成式の誘導は多大な困難をともなうものと考えられる。

第 2 節では、地盤を任意の構成特性を持つ構造骨格と非圧縮性の水で飽和した間隙からなる 2 層混合体とし、地盤の力学挙動を表現する数学モデルにおける構成式の役割を再検討した。第 3 節では、1960 年前後からの地盤材料の構成式に関する従来の研究の流れを概観し、構成モデルの誘導の基礎と、残された課題点を再考した。

第 4 節においては、正規圧密粘土に対する代表的な構成モデルである Cam-Clay モデルと足立・岡モデルの適用性を検討し、Cam-Clay モデルの未だ色あせない優れた特質と、足立・岡モデルの柔軟な特性を再確認した。

第 5 節においては構成式の分野における残された問題といえるひずみ軟化挙動を記述できる 2 種の構成モデルの適用性の検討を行い、載荷速度に依存するひずみ軟化特性を表現することができるものの、パラメータの決定法に問題点が残ることを確認した。

第 6 節では、軟岩や過圧密粘土を対象とした、ひずみ硬化-軟化挙動と時間依存性挙動を考慮することができる弾-粘塑性構成モデルの導出と、用いるパラメータの感度を検討し、過圧密粘土に対する適用性に関する検討を試みた。この構成式中に含まれる応力履歴に関するパラメータを適当に選択することにより、ひずみ速度に依存するひずみ-硬化-軟化挙動を精度よく再現することが可能であるが、そのパラメータの決定が実験結果からは必ずしも容易でなく、その決定法を含めてよりよい構成式の確立は今後の課題である。

[参考文献／第3章]

- 1) Adachi, T. and Okano, M. (1974): "A constitutive equation for normally consolidated clay," *Soils and Foundations*, Vol.14, No.4, pp.55-73.
- 2) 足立紀尚(1979): 「堆積軟岩の力学的挙動に関する研究」, 京都大学博士論文.
- 3) 足立紀尚・小川豊和(1980): 「堆積軟岩の力学特性と破壊規準」, 土木学会論文報告集, 第295号, pp.51-63.
- 4) Adachi, T., Ogawa, T. and Hayashi, M. (1981): "Mechanical properties of soft rock and rock mass," *Proc. of 10th ICSMFE*, Vol.1, pp.527-530.
- 5) Adachi, T. and Oka, F. (1982): "Constitutive equations for normally consolidated clay based on elasto-viscoplasticity," *Soils and Foundations*, Vol.22, No.4, pp.57-70.
- 6) Adachi, T. and Oka, F. (1984): "Constitutive equations for normally consolidated clays," *Results of the International Workshop on Constitutive Relations for Soils*, Edited by Gudehus, G. et.al., pp.141-157.
- 7) Adachi, T., Mimura, M. and Oka, F. (1985): "Descriptive accuracy of several existing constitutive models for normally consolidated clays," *5th Int. Conf. on Numerical Methods in Geomechanics*, Nagoya, pp.259-266.
- 8) 足立紀尚, 龍岡文夫: 新体系土木工学, No.18, 技報堂出版.
- 9) 足立・岡・堀田・小嶋・志村(1986): 「ひずみ軟化を考慮した軟岩の時間依存性挙動」第21回土質工学会研究発表会概要集, pp.461-464.
- 10) Adachi, T., Oka, F. and Kojima, K. (1986): "Viscoplastic constitutive model of soft rocks with strain softening," *2nd Int. Conf. and Short Course on Constitutive Relation for Engng. Materials, Theory and Application*, pp.171-178.
- 11) 足立・岡・小嶋・三輪(1987): 「過圧密状態における沖積粘土のひずみ速度依存性挙動」, 第22回土質工学会研究発表会概要集, pp.551-554.
- 12) 足立・岡・小嶋・三輪・住吉(1988): 「過圧密状態における沖積粘土のひずみ速度依存性挙動」, 第23回土質工学会研究発表会概要集, pp.483-487.
- 13) Akai, K, Adachi, T. and Nishi, K. (1977): "Mechanical properties of soft rocks," *Proc. of 9th ICSMFE*, Vol.1, pp.7-10.
- 14) Akai, K., Adachi, T. and Fujimoto, K. (1977): "Constitutive equations for geomechanical materials based on elasto-viscoplasticity," *Proc. of Speciality session 9, 9th ICSMFE*, pp.1-10.

- 15) Bernerjee, P. K. and Stioho, A. S. (1979) : " An elasto-plastic model for undrained behavior of heavily overconsolidated clays," Int. J. Num. Anal. Methods in Geomechanics, 3, pp.97-103.
- 16) Burland, J. B. (1965) : "The yielding and dilation of clay," Correspondence, Geotechnique, Vol.15, No.2, pp.211-214.
- 17) Drucker, D. C. (1951) : " A more fundamental approach to plastic stress-strain relations," Proc. 1st. U.S. Natl. Congr. Appl. Mech., New York, pp.487-491.
- 18) Horn, H. M. and Deere, D. V. (1962) : "Frictional characteristics of minerals," Geotechnique, Vol.12, No.4, pp.319-334.
- 19) Kawahara, M., Kanho, Y., Kaneko, N. and Yada, K. (1981) : "Strain-softning finite element analysis of rock applied to tunnel excavation," Proc. Int. Symp. on Weak Rock, Tokyo, pp.713-719.
- 20) 小西純一(1973) : 「せん断変形中の粒状体における粒子間伝達力」, 第8回土質工学研究発表会講演集, pp.181-184.

- 21) Lade, P. V. and Duncan, J. M. (1975) : "Elasto-plastic stress-strain theory for cohesionless soil," Proc. ASCE, Vol.101, No.GT10, pp.1037-1053.
- 22) Matsumoto, T. and Ko, H. Y. (1982) : "Finite element analysis of strain-softning soils," Proc. 4th Int. Conf. on Num. Methods in Geomechanics, Vol.1, pp.213-222.
- 23) Matsuoka, H. (1973) : "Deformation charcteristics of soil," Dr. Thesis, Kyoto Univ.
- 24) Matsuoka, H. and Nakai, T. (1977) : "Stress-stain relationship of soil based on the 'SMP', Proc. specialty session 9, 9th ICSMFE, Tokyo, pp.153-162.
- 25) Murayama, S. and Shibata, T. (1958) : "On the rheological characters of clay -Part 1," Bull, Disast. Prev. Res. Inst., Kyoto Univ., No.26, pp.1-43.
- 26) Murayama, S. (1964) : "A theoretical consideration on a behavior of sand, " Proc. IUTAM Symp. on Rheology and Soil Mech., pp.146-459.
- 27) 村山翔郎(1975) : 「塑性状態にある砂の構成式」, 土木学会論文報告集, 236号, pp.125-137.
- 28) Nayak, G. C. and Zienkiewicz D. C. (1972) : "Elasto-plastic stress analysis, A generalization for various constitutive relations including strain-softning," Int. J. Anal. Methods in Geomechanics, Vol.5, pp.113-135.

- 29) Newland, P. L. and Allely, B. H. (1957) : "Volume change in drained triaxial tests on granular materials, *Geotechnique*, Vol.7, No.1, pp.17-34.
- 30) Ohta, H. (1971) : "Analysis of Deformations of soils based on the theory of plasticity and its application to settlement of embankments," Dr.Thesis, Kyoto Univ.
- 31) Oda, M. (1977) : "Co-ordination number and its relation to shear strength of granular material, *Soils and Foundations*, Vol.17, No.2, pp.29-42.
- 32) Oka, F. (1981) : "Prediction of time dependent behavior of clay," Proc. 10th ICSMFE Vol.1, pp.215-218.
- 33) Oka, F. and Washizu, H. (1981) : Constitutive equations for sands and over-consolidated clays under dynamic loads based on elasto-plasticity. Proc. Int. Conf. on Recent Advances in Geotechnical Earthquake Engng. and Soil Dynamics, Vol.1, pp.71-74.
- 34) Oka, F. and Adachi, T. (1985) : "A constitutive model of soft rock with strain-softening," Proc. 5th Int. Conf. on numerical Methods in Geomechanics, pp.293-300.
- 35) Oka, F. and Adachi, T. (1985) : "An elasto-plastic constitutive equation of geologic material with memory," Proc. 5th Int. Conf. on numerical Methods in Geomechanics, pp.293-300.
- 36) Oka, F. (1985) : *Computer and Geotechnics*, 1, pp.59-69.
- 37) Perzyna, P. (1963) : "The constitutive equations for work hardening and rate sensitive plastic materials," Proc. of Vibrational Problems, Warsaw, Vol.4, No.3, pp.281-290.
- 38) Perzyna, P. (1971) : "Memory effects and internal changes of a material," *Int. J. Non-linear Mech.* Vol.6, pp.707-716.
- 39) Pipkin, A. C. and Rivlin, R. S. (1965) : "Mechanics of rate-independent materials," *Zeits fur Matem. Phys.*, 16, pp.317-325.
- 40) Prevost, J. H. and K. Hoeg, (1979) : "Soil mechanics and plasticity analysis of strain softening," *Geotechnique*, 25, No.2, pp.279-297.
- 41) Procter, D. C. and Barton, R. R. (1974) : "Measurements of the angle of interparticle friction," *Geotechnique*, Vol.24, No.4, pp.581-604.
- 42) Roscoe, K. H. and H. B. Poorooshasb (1963) : "A theoretical and experimental study of strains in triaxial compression test on normally consolidated clays," *Geotechnique*, Vol.13, No.1, pp.12-38.

- 43) Roscoe, K. H., Scofield, A. N. and Thurairajah, A. (1963) : "Yielding of clays in state swetter than critical, Geotechnique, Vol.13, No.3, pp.211-240.
- 44) Roscoe, K. H. and Schofield, A. N. (1963) : "Mechanical behavior of an idealized 'wet clay'," Proc. 2nd. European Conf. Soil Mech., Vol.1, pp.47-54.
- 45) Rowe, P. W. (1962) : "The stress-dilatancy relation for static equilibrium of an assembly of particles in contact," Proc. Royal Soc., Vol.269, pp.500-527.
- 46) Schofield, A. N. and Wroth, C. P. (1968) : "Critical state soil mechanics," McGraw-Hill, London
- 47) Sekiguchi, H. (1977) : "Rheological characteristics of clays," Proc. 9th ICSEFE, Vol.2, pp.289-292.
- 48) Sekiguchi, H. and Ohta, H. (1977) : "Induced anisotropy and time dependency in clays," Proc. Speciality Session 9, 9th ICSMFE, Tokyo, pp.229-238.
- 49) 柴田徹(1963) : 「粘土のダイラタンシーについて」, 京都大学防災研究所年報, 第6号, pp.128-134.
- 50) Shibata, T. and Karube, D. (1969) : "Creep rate and creep strength of clays," Proc., 7th ICSMFE, Vol.1, pp.361-367.
- 51) Singh, A. and Mitchell, J. K. (1968) : "General stress-strain-time function for soils, Proc. ASCE, SM1, pp.21-46.
- 52) Tatsuoka, F. (1976) : "Stress-dilatancy relations of anisotropic sands in three dimensional stress condition," Soils and Foundations, Vol.16, No.2, pp.1-18.
- 53) Valanis, K. C. (1971) : "A theory of viscoplasticity without a yield surfaces-I," Arch. of Mechanics, Vol.23, pp.535-551.
- 54) Valanis, K. C. and Read, H. E. (1982) : Soil Mechanics-Transient and Cyclic Loads, Jhon Wiely and Sons Ltd., pp.375-438.
- 55) Wang, C. C. (1969) : "Generalized simple bodies," Arcs. Rational Mech. Analysis, No.32, pp.1-30.
- 56) Yong, R. N. and Japp, R. D. (1969) : "Stress-strain behavior of clays in dynamic compression," Vibrational effects on earthquakes on soil and foundations, ASTM, STP, 450, pp.233-262.

第 4 章 有限要素法・境界要素法を用いた弾性地盤物性定数の逆解析

第 1 節 序 論

第3章で示したように、地盤材料はダイレイタンスー特性と速度依存性挙動を示す非弾性体であるため、その挙動を概ね正確に再現しうる構成式は、現在のところ速度型の偏微分方程式系でしか与えられておらず、必要なパラメータの個数も多いといわざるをえない。一方、実務においてしばしば行われているように、地盤の変形挙動などの概略に注目する場合には、地盤を線形弾性体と簡略化しても、適切な弾性係数が得られたなら、地盤の挙動を近似的に予測することが可能である。しかしながら、複雑な構成式を用いない線形弾性解析においても、地盤の大局的な挙動を表現し得る弾性係数やポアソン比などの、地盤物性定数を決定することは困難な問題にかわりはない。1軸圧縮試験・圧密試験などの室内土質試験、あるいは平板載荷試験・弾性波探査試験などの原位置試験などの結果を用いて、複雑な実地盤の大域的な挙動を再現できる物性定数を、精度良く推定することは非常に難しい。

本章では、地盤物性定数の逆解析に関する研究の第1段階として、地盤を最も簡単な構成モデルである等方線形弾性と仮定し、現場観測情報から弾性係数とポアソン比を推定する方法を導出するとともに、地盤物性定数を正確に推定するための観測データの種類、観測位置、観測個数などに対する必要条件に関する検討を加える。

第2節では、初期値・境界値問題の数値解析法として、有限要素法を採用する場合に対し、現場観測情報から、地盤各層の弾性係数とポアソン比を推定する方法を定式化する。第3節では、目的関数の決定変数である弾性係数およびポアソン比による勾配の計算過程をやや詳しく説明する。第4節では、定式化された弾性地盤物性定数逆解析法を、いくつかの仮想モデル地盤に適用することにより、定式化された逆解析法の性能、観測情報の適否、観測位置の必要条件などを検討する。

第5節からは、初期値・境界値問題の数値解析法として、有限要素法と双壁をなすと考えられる境界要素法を利用した地盤物性定数逆解析法の導出および適用性の検討を行う。第5節においては境界要素法の概説および基礎式ならびにその離散定式化の手順を示す。第6節では境界要素法を利用した地盤物性定数逆解析法の定式化を行い、共役勾配法を利用するための微分計算の概略を示す。第7節では仮想モデルに対する適用性の検討を試み、有限要素法を用いた場合との比較を行う。

第 2 節 有限要素法を用いた弾性地盤物性定数逆解析問題の定式化

第 2 章で定式化した地盤物性定数逆解析法を、地盤を線形弾性体と仮定して適用する場合、地盤の境界値問題の解析法と推定すべき物性定数ならびに観測すべき現場情報を選択しなければならない。地盤の応力・変形問題の解析法としては、現在最も一般的に用いられ、応用性も高いことから有限要素法を採用することとする。地盤を線形等方弾性とする場合、推定すべき物性定数は地盤各層の 1 組の変形係数であるが、ラメの定数あるいは体積弾性係数とせん断弾性係数のように、オーダーの近い定数を選択した方が、逆解析を行う場合には有利であると考えられるが、本論文では弾性係数とポアソン比を選択する。これは、弾性係数とポアソン比のオーダーが数桁異なり、将来透水係数などのように微小な値をとる物性定数と、弾性係数などのように値が大きいものを同時に推定する場合への拡張性を考慮したためである。一方、現位置で観測可能な情報としては、変位、応力、ひずみなどが考えられるが、変位とひずみは地盤の変形性を代表する同種の情報であると思われるので、ここでは、変位ならびに応力を観測量として選択する。

以上のことからここで扱う逆解析問題は、工事施工時に観測される N_d 個の観測変位と N_s 個の観測応力から、地盤各層 l の弾性係数 E_l とポアソン比 ν_l を推定するものとなる。いま、各観測データが観測位置にかかわらず等しい重みを持つと仮定するなら、有限要素法による計算値と観測値の誤差を十分小さくするような、弾性係数とポアソン比を決定すればよいことになる。したがって、この逆解析問題は次式で示す目的関数と制約条件を持つ最適化問題として定式化できる。

$$\text{minimize } J = s \sum_{i=1}^{N_d} (u_i - U_i)^2 + \sum_{j=1}^{N_s} (\sigma_j - \sigma_j)^2 \quad (4.01)$$

$$E_l > 0 \quad , \quad 0 < \nu_l < 0.5 \quad (4.02)$$

ここに、 U_i : 観測点 i の観測変位、 u_i : U_i に対応する節点の計算変位、 σ_j : 観測点 j の観測応力、 σ_j : σ_j に対応する要素の計算応力、 s : 変位と応力のオーダーを調節するスケール数、 E_l : 弾性係数、 ν_l : ポアソン比をそれぞれ表す。式(4.01)を制約条件(4.02)のもとで最小化することにより対象地盤の特性を適切に表現できる地盤物性定数が決定できるはずである。

有限要素法を用いた場合、各節点における変位 $\{u\}$ ならびに要素の応力 $\{\sigma\}$ はそれぞれ次式によって計算される。

$$\{u\} = [K]^{-1}\{F\} \quad (4.03)$$

$$\{\sigma\}_e = [D]_e [B]_e \{u\}_e \quad (4.04)$$

ここに、[K]：全体剛性マトリックス，{F}：節点荷重ベクトル，[D]：応力-ひずみマトリックス，[B]：節点変位から要素のひずみを求めるマトリックス，e：要素の番号をそれぞれ示している。式(4.03)および(4.04)より明らかなように、変位ならびに応力は弾性係数とポアソン比の関数であるから、目的関数である式(4.01)は次のように書くことができる。

$$\text{minimize } J = F(E, \nu) \quad (4.05)$$

上式は式(4.01)と式(4.03)，(4.04)によって与えられるものであるが、有限要素法によって計算される変位ならびに応力は変形係数だけでなく、荷重ならびに境界条件、幾何学的形状など様々な影響が複雑に関連し合った連立方程式を解くことによって得られる。したがって、上式を解析的に解くことは極めて困難であるといえ、最適物性定数の決定のためには、何等かの繰り返し計算が必要となってくる。繰り返し計算ごとに行わなければならない有限要素法自体の計算時間も、決して短いとはいえないため、効率よく最適物性定数を探索できる方法を開発することが非常に重要である。本研究では第2章に示したように、計算時間、安定性、記憶要領の効率などを考慮し、共役勾配法を修正した方法を採用する。

第3節 最適化計算に対する準備

3-1 勾配計算

共役勾配法を用いた最適解の探索には、目的関数の決定変数（物性定数）による1回微係数を計算する必要がある。目的関数Jの弾性係数Eによる勾配は以下のようにして計算可能である。

$$\begin{aligned} \frac{\partial J}{\partial E} = & 2s \sum_{i=1}^{N_d} \{(u_i - U_i) \{ \partial [K]^{-1} / \partial E \} \{ F \} \}_i \\ & + 2 \sum_{j=1}^{N_s} \{ (\sigma_j - \sigma_j) \{ (\partial [D] / \partial E) [B] \{ u \} \}_j \\ & + \{ [D] [B] \{ (\partial [K]^{-1} / \partial E) \{ F \} \} \}_j \end{aligned} \quad (4.06)$$

ここに、()_i，()_j；ベクトル中の節点iの変位および要素jに対応する成分を示している。

また、全体剛性マトリックスの微分は次式のように計算される。

$$\frac{\partial [K]^{-1}}{\partial E} = (-1)\{[K]^{-1}\left(\frac{\partial [K]}{\partial E}\right)^T [K]^{-1}\}^T \quad (4.07)$$

全体剛性マトリックスKは要素剛性マトリックスK_eを重ね合わせることによって計算されるため、 $\partial K / \partial E$ も次式で示すように、 $\partial K_e / \partial E$ を重ね合わせることによって計算可能である。

$$\frac{\partial [K]}{\partial E} = \sum_e \left\{ \frac{\partial [K]_e}{\partial E} \right\} \quad (4.08)$$

上式の \sum は要素剛性マトリックスの全体剛性マトリックス上の適切な位置への重ね合わせを示している。定ひずみ要素を用いる場合の要素剛性マトリックスの決定変数による勾配は以下のようにして計算できる。

$$\frac{\partial [K]_e}{\partial E} = \Delta_e [B]_e^T \left(\frac{\partial [D]_e}{\partial E} \right) [B]_e \quad (4.09)$$

ここに、 Δ は要素の面積を示している。さらに、応力-ひずみマトリックス[D]の微分は次のように求められる。

$$\frac{\partial [D]}{\partial E} = \frac{(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1 & \nu/(1-\nu) & 0 \\ \nu/(1-\nu) & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1-2\nu)/2(1-\nu) \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

ポアソン比 ν による勾配も、弾性係数とまったく同様に計算可能であり、異なるのは次式で示される応力-ひずみマトリックス[D]の微分のみである。

$$\frac{\partial [D]}{\partial \nu} = \frac{E}{(1+\nu)^2(1-2\nu)^2} \begin{bmatrix} 2\nu(2-\nu) & 1+2\nu^2 & 0 \\ 1+2\nu^2 & 2\nu(2-\nu) & 0 \\ 0 & 0 & -(1-2\nu)^2/2 \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

3-2 弾性係数とポアソン比のスケーリング

ラメの定数、体積弾性係数とせん断弾性係数の組合せの場合には、両定数間の桁数はほぼ等しいが、弾性係数とポアソン比の場合には桁数がときに数オーダー異なる場合がある。

したがって、逆解析をスムーズに行うためには決定変数相互間の適当なスケールが必要である。これは、物性定数相互の桁数が大きく異なる場合には、目的関数-物性定数空間内の偏った位置で最適化を行わなければならない、ポアソン比の変化に比較して弾性係数の変化が目的関数に及ぼす影響が小さくなるという不都合が生じる可能性があるためである。そのような問題点を避けるため、ここでは次式で示すような操作によって、弾性係数のオーダーをポアソン比のオーダーに近づけた。

$$E = \beta E' \quad (4.12)$$

$$\nu = 1.0\nu' \quad (4.13)$$

ここに、 β ：スケール数、 E' ：ポアソン比とオーダーが近い新しい弾性係数である。なおスケールに際し、弾性係数のオーダーを知る必要があるが、詳細な土質実験が行われない場合でも、弾性係数を2桁以内に推定することは容易であると考えられる。また、スケール操作により、目的関数の弾性係数による微分も次式のように変化する。

$$\frac{\partial J}{\partial E'} = \frac{\partial J}{\partial E} \frac{\partial E}{\partial E'} = \frac{\partial J}{\partial E} \beta \quad (4.14)$$

第 4 節 仮想地盤に対する適用性の検討

本逆解析法の各物性定数の推定精度、観測情報に対する必要条件などを次に示す方法で検討する。はじめに、物性定数を仮定して有限要素法による解析を行い、計算された値のうち、いくつかの節点での変位ならびに要素の応力を現場観測データとする。次に、観測データの与え方を様々に変化させて本逆解析法を適用して推定された物性定数と、はじめの計算に用いた物性定数の値と比較する。なお、以下の適用例においては、すべて平面ひずみ条件を仮定している。

[仮想地盤-4.1]

図-4.01に有限要素分割図を示す。弾性係数を $E = 1 \times 10^5 \text{ tf/m}^2$ 、ポアソン比を $\nu = 0.2$ とした有限要素法による計算結果のうちの何点かの変位および応力を観測値とする。問題は、計算に用いた弾性係数とポアソン比が未知とし、何点かの変位あるいは応力が計測値として与えられたとして、はじめの計算に用いた物

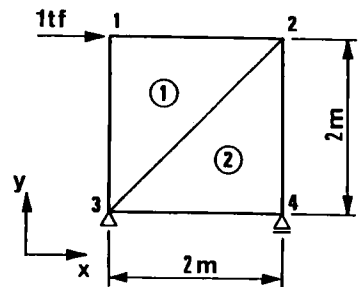


図-4.01 仮想地盤-4.1の有限要素分割図

性定数を逆に求めることになる。

(ケース 1)

第 1 のケースとして、変位を観測データとして与えた場合を検討する。図-4.02は節点 2 の水平変位 U_2 と鉛直変位 V_2 を与えて逆解析を行った結果であるが、数回の繰り返し計算で正確な物性定数が得られている。なお、他の節点の変位を与えた場合に対しても同様の結果が得られた。

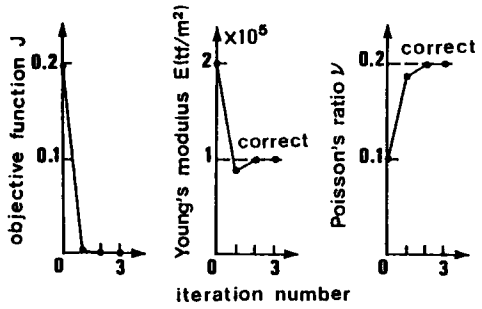


図-4.02 ケース 1 の逆解析結果

(ケース 2)

仮想地盤-4.1と同じ例で応力のみを観測データとして与えるものであり、要素 1 の水平および垂直応力を与えた場合の結果を図-4.03に示す。図から明らかなように、物性定数は逆解析できなかつた。しかし目的関数の値は非常に小さな値となっている。これは、

平面ひずみ条件に限らず、応力は弾性係数やポアソン比などの変形係数に鈍感であることによるものと考えられる。したがって、観測応力に含まれる変形係数に関する情報は観測変位に比較して少なく、観測応力のみを与えた場合は物性定数の逆解析が困難であるといえる。観測施工法の見地に立った場合、応力の観測に重点をおくよりも、変位の観測を重視した方が効率的であると思われる。

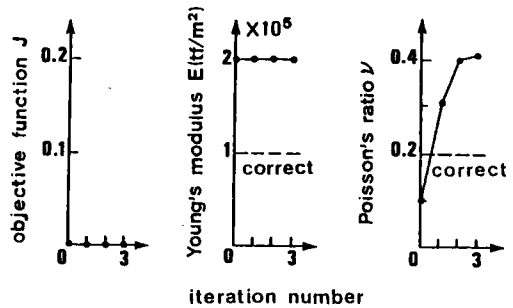


図-4.03 ケース 2 の逆解析結果

[仮想地盤-4.2]

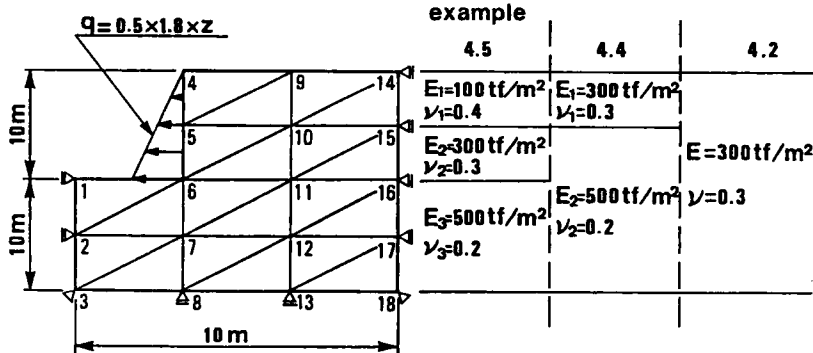


図-4.04 鉛直掘削問題の有限要素分割図

仮想地盤-4. 1の問題に比べてより現実に近い例として、図-4.04に示すような単一層からなる地盤の鉛直掘削問題を考える。同図に併記した物性定数を用いた有限要素法による計算結果の中で、本適用例では各節点の変位のみを観測情報として与えた。

(ケース1)

原位置観測データとして水平変位 U_4, U_5, U_6, U_9 および鉛直変位 $V_1, V_4, V_5, V_6, V_9, V_{14}$ (添え字は節点番号を示している) を与えて逆解析した結果を図-4.05に示すが正確な物性定数が得られている。

(ケース2)

水平変位 U_4, U_5, U_6 と鉛直変位 V_4, V_5, V_6 を与えた場合であり、結果を図-4.06に示す。

(ケース3)

水平変位 U_4, U_5, U_6 のみを与えた場合で結果を図-4.07に示す。

図-4.05から4.07より、観測データの個数が少なくなると逆解析に要する時間が増大する傾向がみられるが、どのケースも良好な推定値が得られている。

[仮想地盤-4. 3]

仮想地盤-4. 2と同様に単一地盤に対する鉛直掘削を対象とするが、図-4.08に示すように法面がシートパイルで支持されている問題を考える。この問題はシートパイルのように、地盤材料に比較して剛性の極端に大きな構造物が隣接している場合での逆解析の可能性を確認するための例である。シートパイルは人工材料であるためその物性定数は明らかであるため、地盤物性定数のみが未知と仮定する。

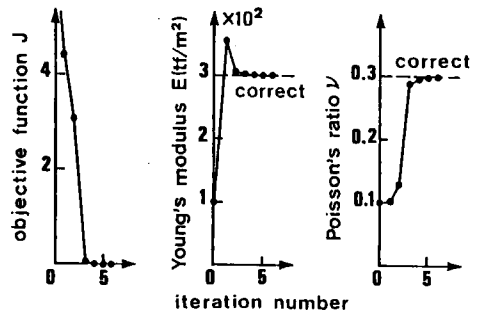


図-4.05 ケース1の逆解析結果

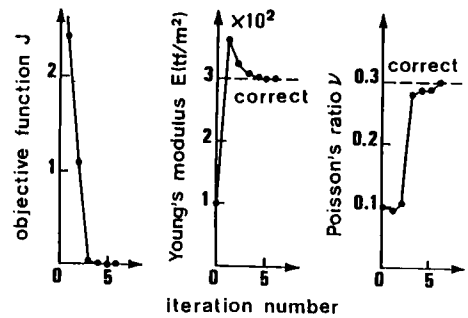


図-4.06 ケース2の逆解析結果

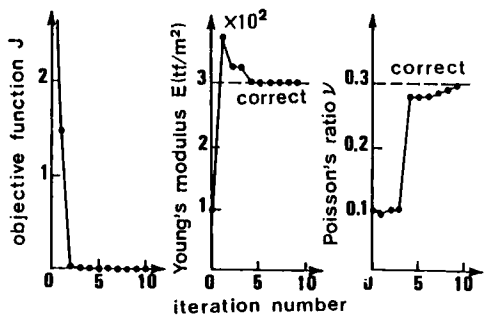


図-4.07 ケース3の逆解析結果

(ケース1)

観測データを仮想地盤-4. 2のケース1と同様 ($U_4, U_5, U_6, U_9, V_1, V_4, V_5, V_6, V_9, V_{14}$) としたもので結果を図-4.09に示す。

(ケース2)

観測データを仮想地盤-4. 2のケース2と同様 ($U_4, U_5, U_6, V_4, V_5, V_6$) としたもので結果を図-4.10に示す。

(ケース3)

観測データとして U_4, U_5, V_1, V_{14} を与えた場合で結果を図-4.11に示す。図-4.09から4.11より、地盤の剛性に比較して非常に大きい剛性を持つシートパイルなどの構造物が混在する問題においては、観測点を注意深く選択する必要があるということが示唆される。図-4.10において物性定数は正確に推定されていないが、目的関数の値は非常に小さくな

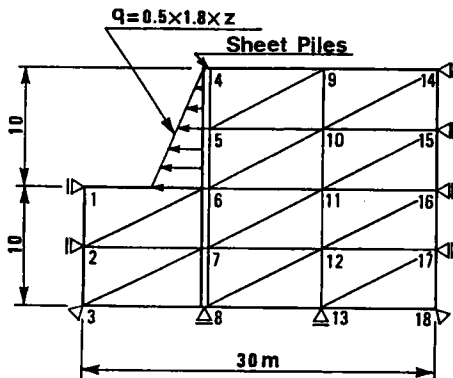


図-4.08 仮想地盤-4. 3の有限要素モデル

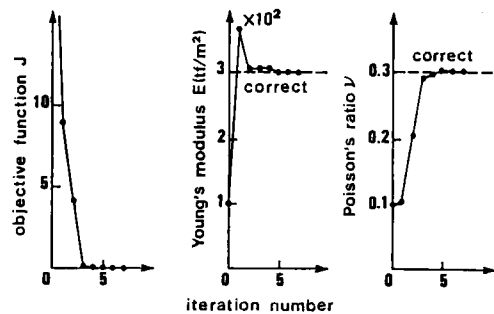


図-4.09 ケース1の逆解析結果

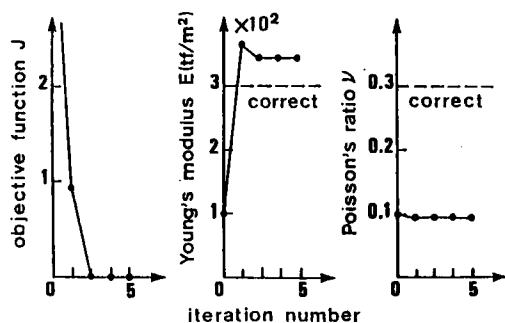


図-4.10 ケース2の逆解析結果

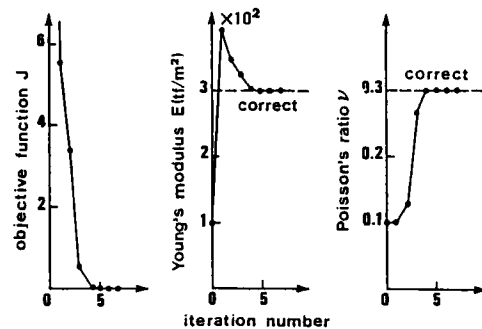


図-4.11 ケース3の逆解析結果

っている。このことは、シートパイルのように大きな剛性を持つ構造物周辺で観測される変位は、地盤の変形性よりは、むしろシートパイルの剛性に大きく依存しているためであると考えられる。したがって、地盤物性定数の逆解析のためには、剛性の大きな構造物から、ある程度離れた位置に観測点を設置する必要があるといえる。

【仮想地盤-4.4】

図-4.04の右側に示すように、仮想地盤-4.2と同様の鉛直掘削が2層地盤に対して行われる場合を想定したものである。したがって、未知物性定数は E_1, ν_1 と E_2, ν_2 の4個となる。仮想地盤-4.2のケース1と同様の観測変位を与えて逆解析した結果を図-4.12に示すが、第1層、第2層とも数回の繰り返し計算によって正確な物性定数が推定されている。

【仮想地盤-4.5】

図-4.04の右側に示すように、仮想地盤-4.2と同様の鉛直掘削が3層地盤に対して行われる場合を想定したものである。したがって、未知物性定数は3組の弾性係数とポアソン比となる。仮想地盤-4.2のケース1と同様の観測変位を与えて逆解析した結果を図-4.13に示す。図-4.13に示すように、地表面から遠い層の物性定数ほど推定精度が悪くなっている。これは、観測変位を与える節点が直接3層に接しておらず、その層の物性定数の影響が直接的に観測変位に作用しないからであると考えられる。

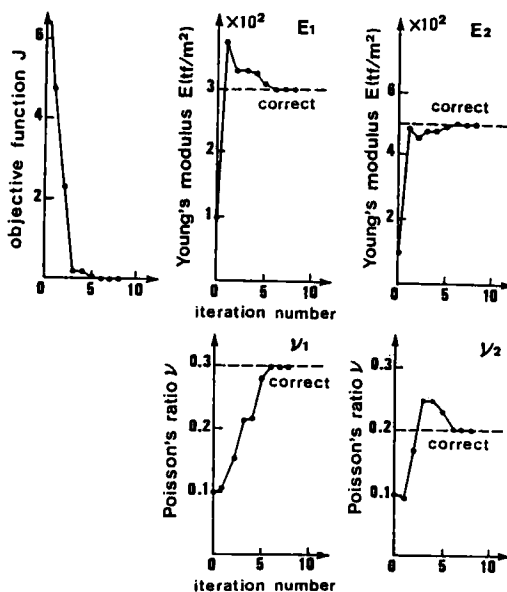


図-4.12 仮想地盤-4.4の逆解析結果

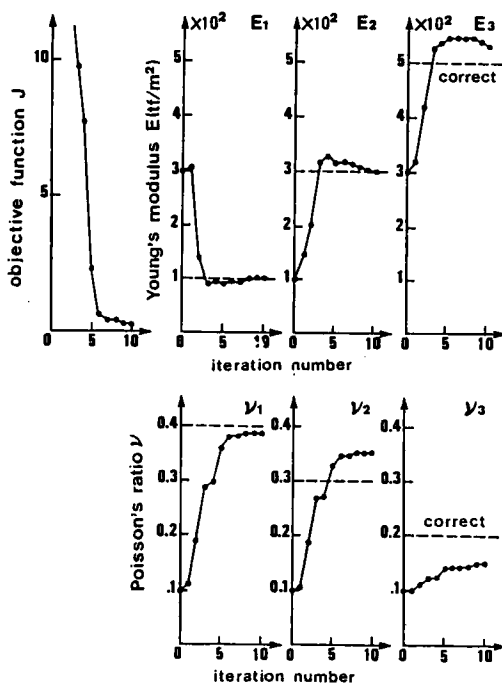


図-4.13 仮想地盤-4.5の逆解析結果

第 5 節 境界要素法

5 - 1 境界要素法の概説

有限要素法は優れた解析法ではあるけれども、大規模な 3 次元解析に対しては入力データの作成、あるいは計算時間などの点でデメリットが生じる。このため、特に 3 次元的な挙動を考慮する必要がある解析に際しては、有限要素法に替わる解析法として、境界要素法 (Boundary Element Method, BEM) が注目され普及しつつある。ここでは、地盤を等方線形弾性と仮定し、境界要素法を利用した地盤物性定数逆解析法の検討を試みる。

境界要素法は積分方程式法、Green 関数法、特異点解法などとも呼ばれ、解析対象の境界のみを、部分境界 (境界要素) に分割し、有限要素法と同様に境界要素の節点における関数値に関しての連立一次方程式を解く方法である。境界要素法では、解析すべき現象をモデル化した領域内の微分方程式を、積分定理により境界での積分方程式に変換し、この積分方程式を離散化した要素で近似的に数値計算する。たとえば、3 次元問題に対してはその 2 次元的な境界面のみを離散化すればよく、有限要素法に比較して未知数の個数は大幅に減少する。したがって特に、トンネルの掘削、アーチダムなどのように 3 次元的な挙動を考慮することが重要な場合に、問題を 2 次元で取り扱うことが可能となり、データの作成ならびに計算時間などの点で、有限要素法のデメリットを補う計算法として有用である。しかしながら境界要素法にも以下のような欠点を見いだすことができる。すなわち、有限要素法に比較して異種材料の混合計算が面倒なこと、境界以外の変位や応力などが必要な場合には、境界変位などから計算をやり直す必要があること、また線形弾性以外の材料に対する計算が有限要素法の場合ほど容易ではないことなどをあげることができる。現時点では以上のような短所を有しているものの、境界要素法は大いに期待されている計算法であり、今後様々な応用計算法が工夫されて行くものと考えられる。特に、有限要素法と相互補間しながら利用されて行くであろうと予想することは容易であり、現にその両者のハイブリッド解析法も提案されている。

5 - 2 境界要素法の基礎式と離散定式化

以下の理論においては 2 次元等方弾性と、物体力の項を無視することを仮定する。また、境界要素法の基礎式の導出を述べることは、本章の主旨に反するのでその詳細は省略する。

物体力の項を無視した 2 次元弾性問題の支配方程式を、重み付き残差法あるいは Betti

の相反定理を利用すると次式で示される境界積分方程式が得られる。

$$u_x(P_0)/2 = \int_C \{ [W_x(P) u_{xx}^*(P, P_0) + W_y(P) u_{yx}^*(P, P_0)] - [W_{xx}^*(P, P_0) u_x(P) + W_{yx}^*(P, P_0) u_y^*(P)] \} ds(P) \quad (4.15)$$

$$u_y(P_0)/2 = \int_C \{ [W_x(P) u_{xy}^*(P, P_0) + W_y(P) u_{yy}^*(P, P_0)] - [W_{xy}^*(P, P_0) u_x(P) + W_{yy}^*(P, P_0) u_y^*(P)] \} ds(P) \quad (4.16)$$

ここに、 x, y ：座標， u ：変位， W ：表面力， C ：解析対象の境界， P ：境界上の任意点， P_0 ：境界上での注目点， $*$ ：無限の広がりを持つ弾性体の作用点 P_0 に単位集中力が作用する場合の，点 P の値であることを示す添え字をそれぞれ示している。上式は境界上の特定の点 P_0 における変位が，境界上の変位と表面力に関する積分項のみに関連することを示している式であり，この式に現れる項はすべて境界上の値だけである。式(4.15)および(4.16)がいわゆる境界要素法の基礎式であり，境界上の変位と表面力の関係を定めた式である。

式(4.15)および(4.16)の境界積分方程式を解析的に解くことは期待できないので，境界要素法はそれらの式を，境界上の離散化要素である境界要素で離散定式化することにより近似的に計算する。図-4.14に示すように，2次元物体の境界 C を m 個の線分(境界要素)で近似する。ここでは，一定要素による離散化を行うので，各境界要素内で変位と表面力は一定である。境界要素内の関数値を代表する点は各要素の midpoint とし，これを有限要素法の要素に関して用いられるように節点と呼ぶ。

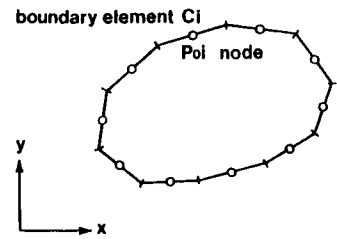


図-4.14 一定境界要素

境界要素を $C_1, C_2, \dots, C_i, \dots, C_m$ ，節点を $P_0^1, P_0^2, \dots, P_0^i, \dots, P_0^m$ とすることにより，任意の要素 C_i の節点における変位 $u(P_0^i)$ は次のように表される。

$$u_x(P_0^i)/2 = \sum_j \int_{C_j} \{ [W_x(P^j) u_{xx}^*(P^j, P_0^i) + W_y(P^j) u_{yx}^*(P^j, P_0^i)] - [W_{xx}^*(P^j, P_0^i) u_x(P^j) + W_{yx}^*(P^j, P_0^i) u_y(P^j)] \} ds(P^j) \quad (4.17)$$

$$u_y(P_0^i)/2 = \sum_j \int_{C_j} \{ [W_x(P^j) u_{xy}^*(P^j, P_0^i) + W_y(P^j) u_{yy}^*(P^j, P_0^i)] - [W_{xy}^*(P^j, P_0^i) u_x(P^j) + W_{yy}^*(P^j, P_0^i) u_y(P^j)] \} ds(P^j) \quad (4.18)$$

上式における \sum は要素 j ごとに和をとることを示している。式(4.17)で， $W_x(P^j)$ などは要素 j 内では関数値が一定であるから，次のように積分の外におくことができる。

$$\begin{aligned}
u_x(P_0^i)/2 = & \sum \{ W_x(P^j) \int_{C_j} u_{xx}^*(P^j, P_0^i) ds(P^j) + \\
& W_y(P^j) \int_{C_j} u_{yx}^*(P^j, P_0^i) ds(P^j) - \\
& u_x(P^j) \int_{C_j} W_{xx}^*(P^j, P_0^i) ds(P^j) - \\
& u_y(P^j) \int_{C_j} W_{yx}^*(P^j, P_0^i) ds(P^j) \} \quad (4.19)
\end{aligned}$$

式(4.18)についても同様である。式(4.19)で現れる積分は要素 C_i の中点 P_0^i と要素 C_j に関連するものであり、それらを次のようにおく。

$$\left. \begin{aligned}
\int_{C_j} u_{xx}^*(P^j, P_0^i) ds(P^j) &= B_{xx}{}^{ij} \\
\int_{C_j} u_{yx}^*(P^j, P_0^i) ds(P^j) &= B_{yx}{}^{ij} \\
\int_{C_j} W_{xx}^*(P^j, P_0^i) ds(P^j) &= A_{xx}{}^{ij} \\
\int_{C_j} W_{yx}^*(P^j, P_0^i) ds(P^j) &= A_{yx}{}^{ij}
\end{aligned} \right\} \quad (4.20)$$

Appendix-4 で示すように、係数 B は弾性係数 E とポアソン比 ν に依存するが、 A はポアソン比 ν のみに依存する基本解として与えられる。さらに、式(4.19)中の $u_x(P_0^i)$ を u_x^i 、 $u_x(P^j)$ を u_x^j で表し、マトリックス表示すれば、式(4.17)ならびに(4.18)は次式で与えられる。

$$\frac{1}{2} \begin{Bmatrix} u_x^i \\ u_y^i \end{Bmatrix} = \sum_j \left\{ \begin{bmatrix} B_{xx}{}^{ij} & B_{yx}{}^{ij} \\ B_{xy}{}^{ij} & B_{yy}{}^{ij} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} W_x^j \\ W_y^j \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} A_{xx}{}^{ij} & A_{yx}{}^{ij} \\ A_{xy}{}^{ij} & A_{yy}{}^{ij} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_x^j \\ u_y^j \end{Bmatrix} \right\} \quad (4.21)$$

あるいは、

$$\sum_j \left\{ \begin{bmatrix} B_{xx}{}^{ij} & B_{yx}{}^{ij} \\ B_{xy}{}^{ij} & B_{yy}{}^{ij} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} W_x^j \\ W_y^j \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} A_{xx}{}^{ij} + \delta_{ij}/2 & A_{yx}{}^{ij} \\ A_{xy}{}^{ij} & A_{yy}{}^{ij} + \delta_{ij}/2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_x^j \\ u_y^j \end{Bmatrix} \right\} = 0 \quad (4.22)$$

式(4.22)を全境界要素で重ね合わせるにより、解析対象全体の積分方程式が次式のよ
うに得られる。

$$AU - BW = 0 \quad (4.23)$$

ここに、 A 、 B ：全境界要素に対する係数マトリックス、 W ：全境界要素の表面力ベクトル、 U ：全境界要素の変位ベクトルをそれぞれ示している。また、すべての境界は、次のいずれかの境界条件を持っている。

- (1) 2方向の変位が与えられる
- (2) 2方向の表面力が与えられる

(3) 1方向の変位と他の方向の表面力が与えられる
 上記の境界条件を考慮すると、式(4.23)は次式で表される。

$$[A, A'] \begin{Bmatrix} U \\ U' \end{Bmatrix} - [B', B] \begin{Bmatrix} W' \\ W \end{Bmatrix} = 0 \quad (4.24)$$

上式で(')は既知境界条件に関する値であることを示すものである。上式を既知量と未知量で整理することにより、次式のように表すことができる。

$$[A, -B] \begin{Bmatrix} U \\ W \end{Bmatrix} = [B', -A'] \begin{Bmatrix} W' \\ U' \end{Bmatrix} \quad (4.25)$$

さらに、上式は次のように書ける。

$$DX = F \quad (4.26)$$

この式から境界要素法も、最終的には有限要素法と同様に連立一次方程式の形になることが明かである。しかしながら、Appendix-4で示されるように、(4.26)中の係数マトリックスDは、有限要素法の全体剛性マトリックスとは異なり、弾性係数が乗じられていない項が存在することを注意する必要がある。

第6節 境界要素法を用いた地盤物性定数逆解析問題の定式化

境界要素法を用いた地盤物性定数逆解析問題は、前章において示した有限要素法を用いた場合と同様に定式化できるが、観測情報として応力を与えることが無意味であることが示されたので、変位のみを観測値として与え、次のような制約条件を持つ目的関数を最小化する最適化問題として定式化する。

$$\text{minimize } J = \sum_i^{N_d} (u_i - U_i)^2 \quad (4.27)$$

$$E > 0, \quad 0 < \nu < 0.5 \quad (4.28)$$

ここに、J: 目的関数, U_i : 節点iでの観測変位, u_i : U_i に対応する境界要素法による計算変位, N_d : 変位の観測点数, E: 弾性係数, ν : ポアソン比をそれぞれ示している。式(4.27)を最小化する弾性係数Eならびにポアソン比 ν を決定すればよいわけであるが、そのような物性定数を直接的に決定することは困難であるため、有限要素法を用い

た場合と同様に数理計画法における共役勾配法を利用する。その場合、目的関数の物性定数による勾配を求める必要があるが、観測変位に相当する計算変位は式(4.26)によって計算されるため、計算変位の物性定数 x による勾配は次式で求められる。

$$\frac{\partial J}{\partial x} = 2 \sum_i^{N_d} (u_i - U_i) \frac{\partial u_i}{\partial x} \quad (4.29)$$

式(4.25)より、計算変位の微分は以下のように求めることができる。

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial [A, -B]^{-1}}{\partial x} F + [A, -B]^{-1} \frac{\partial [B', -A']}{\partial x} \{W', U'\} \quad (4.30)$$

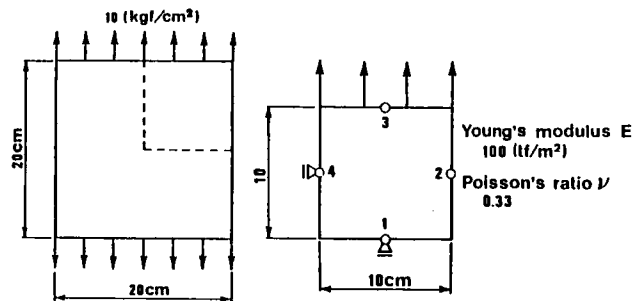
$[A, B]$ ならびに $[A', B']$ の弾性係数ならびにポアソン比による微分は Appendix-4 に示す各成分の微分を重ね合わせることによって容易に計算される。

第 7 節 仮想地盤に対する適用性の検討

以下の適用例においては、物性定数を仮定して境界要素法解析を行い、得られた計算変位の一部またはすべてを観測変位として与え、前節で定式化された逆解析法を適用し推定された物性定数と、先の計算に用いた物性定数と比較することによって、境界要素法を用いた逆解析法の適用性を検討する。

[仮想モデル-4.6]

図-4.15(a) のような単位厚さの正方形薄板が一方向に一樣引っ張り力を受ける 2 次元平面応力問題を考える。物体形状ならびに外力の対称性などから、板全体の右上方 4 分の 1 の領域を考え、その領域を図-4.15(b) のように境界要素による離散化を行う。拘束されていない節点すべての変位を観測値として与え、逆解析を行った結果を図-4.16に示すが、弾性係数ならびにポアソン比は正解値に収束している。計算変位の一部だけを観測値として与えた場合には、勾配の方向が不安定となり、正解値に収束



(a)仮想モデル-4.6

(b)境界要素モデル

図-4.15 仮想モデル-4.6

しなかった。

[仮想モデル-4.7]

図-4.17(a)のような単位厚さの孔開き正方形薄板が一方向に一樣な引っ張り力を受ける問題で、前例と同様に4分の1領域を図-4.17(b)の様に離散化する。前例と同様に計算されたすべての節点の変位を観測値として与え、逆解析を行った結果を図-4.18に示す。この問題の場合も物性定数は正解値が得られている。しかしながら、前例と同様に一部の変位のみを与えた場合には収束計算が成功しなかった。

有限要素法を用いた場合とは異なり、一部の変位のみを観測値として与えた場合には逆解析が成功しなかった原因として、次のようなことがあげられる。有限要素法の場合、全体剛性マトリックスの構成要素は、すべて変位に関するものであり、弾性係数ならびにポアソン比がほぼ均等に存在している。一方、境界要素法の係数マトリックスDの構成要素は、変位に関するものと、表面力に関するものが列ごとに混在しており、変位に対するものには弾性係数が存在しない。また、境界要素法では、係数AおよびBを計算する場合、境界要素iに関する項はiの節点を基準にして、すべての境界要素と積分を行うことによって得られる。これらのことから、すべての変位を与えないと弾性係数およびポアソン比での微分が不安定となり、共役勾配が正しく計算されず、逆解析が不成功に終わったものと考えられる。

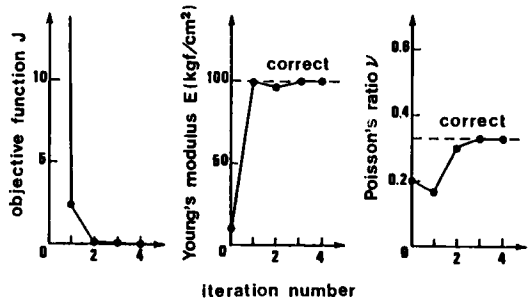
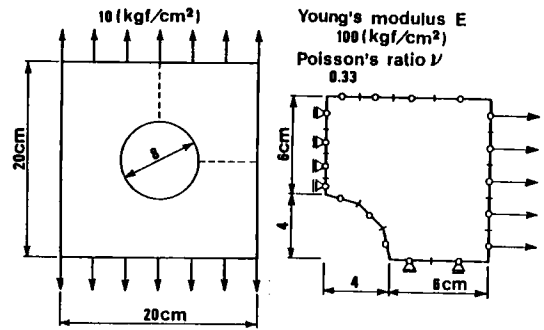


図-4.16 仮想モデル-4.6の逆解析結果



(a) 仮想モデル-4.7 (b) 境界要素モデル

図-4.17 仮想モデル-4.7

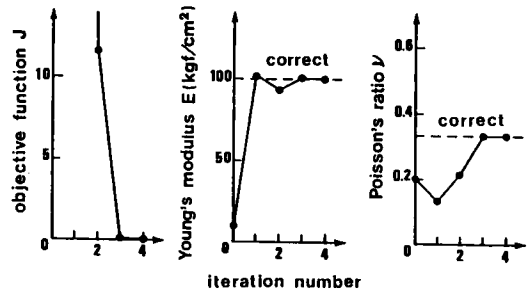


図-4.18 仮想モデル-4.7の逆解析結果

第 8 節 結 論

地盤を等方線形弾性と仮定し、有限要素法と共役勾配法を組み合わせた本逆解析法は、施工中の観測変位を用いて地盤物性定数の正確な推定が可能であることを示した。以下に本章で得られた知見をまとめて示す。

- (1) 地盤物性定数を推定する場合、観測変位は有効であるが観測応力は不適當である。これは、弾性係数などの変形係数が応力に及ぼす影響が小さいためと考えられ、逆に考えると、観測される応力にはその地盤の変形特性に関する情報が乏しいといえる。
- (2) 本逆解析法は比較的少ない観測変位から、正確な物性定数を推定することができることを確認したが、推定値の信頼性と収束速度の向上のためには、観測データの個数は多い方が望ましい。
- (3) 剛性が大きく異なる材料を含む地盤-構造物系においては、変位の観測位置に注意する必要がある。すなわち、矢板のように地盤に比較して剛性の大きな構造物が混在している場合には、変位などの観測位置を矢板などから遠い地点に選ぶ必要がある。
- (4) 本逆解析法は多層地盤に対しても有効である。ただし、観測位置から遠い層の物性定数の推定精度は悪くなる傾向があるので、推定精度の向上のためには、各層中あるいは隣接点に観測機器を設置することが考えられる。

本章の後半では、境界要素法と数値計画法における共役勾配法を用いて、変位の観測データより、弾性係数ならびにポアソン比を逆に推定する方法の開発を試みた。第5節においては、境界要素法の基本概念を示し、第6節では、境界要素法を利用した逆解析法を定式化した。また、第7節において逆解析法の適用を試みた結果、以下の知見を得た。

- (5) 拘束変位以外のすべての変位を与える限り、非常に高い精度の推定値が得られる。
- (6) 求めるべき物性定数は弾性係数とポアソン比の2個のみであるが、理論上十分であるはずの、2個以上の観測変位を与えても、逆解析は不成功に終わった。
- (7) (6)の結果が得られた理由として、境界要素法の場合は有限要素法とは異なり、積分方程式における係数マトリックス中に、弾性係数の存在しない部分が含まれること、係数マトリックスはすべての境界要素について積分を行うことによって得られることなどにより、勾配が不確定になるためと考えられるが、真の原因究明は今後の課題である。しかし、勾配を用いないシンプレックス法などによる最適計算の可能性は残されている。

Appendix - 4

Betti の相反定理を用いる場合において、一方の荷重-変位系として、無限の広がりを持つ物体の1点に単位集中力が作用する系を考える。そのような問題の解がよく知られている Kelvin 解であるが、Kelvin 解を直角座標系に変換し、変位と表面力を求めると次式が得られる。

$$u_{im} = \frac{1+\nu}{4\pi E} \left[(3-\nu) \log \frac{1}{r} \delta_{im} + (1+\nu) \frac{l_m}{r^2} \right] \quad (\text{A-4.01})$$

$$W_{im} = -\frac{1}{4\pi r^2} \left[\{ (1-\nu) \delta_{im} + 2 \frac{l_m}{r^2} \} (x n_x + y n_y) - (1-\nu) (l n_m - m n_l) \right] \quad (\text{A-4.02})$$

ここに、 u_{im} : m 方向単位力による l 方向変位、 δ_{im} : クロネッカーのデルタ、 r : 単位力作用点からの距離、 W_{im} : m 方向単位力による l 方向表面力、 n_x, n_y : 任意面の x および y 方向方向余弦をそれぞれ示している。

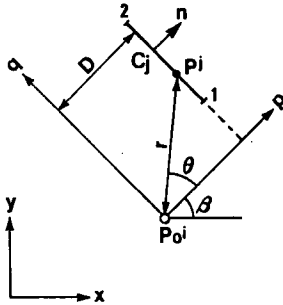


図-A.4.01 係数マトリックスの計算に用いる記号 ($i \neq j$)

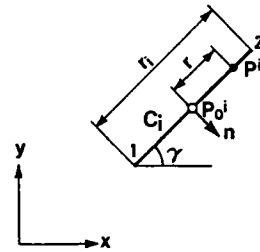


図-A.4.02 係数マトリックスの計算に用いる記号 ($i = j$)

式(4.25)などの係数マトリックスAおよびBは、図-A.4.01に示す要素 C_j の節点 P_0^i と要素 C_j 上の点に関する積分によって求められる。 $i \neq j$ に対しては次のように計算される。

$$B_{ij_{pp}} = \frac{(1+\nu)^2}{4\pi E} D \left[\frac{3-\nu}{1+\nu} \{ \tan \theta (1 - \log r) - \theta \} + \theta \right]_1^2 \quad (\text{A-4.03})$$

$$B_{ij_{pq}} = \frac{(1+\nu)^2}{4\pi E} D [\log r - \log D]_1^2 = B_{ij_{qp}} \quad (\text{A-4.04})$$

$$B^{ij_{qq}} = \frac{(1+\nu)^2}{4\pi E} D \left[\frac{3-\nu}{1+\nu} \{ \tan\theta (1-\log r) - \theta \} + \tan\theta - \theta \right]_1^2 \quad (\text{A-4.05})$$

ここに、 i, j : 要素番号、 p, q : 図-A.4.01に示す局所座標方向、 D, θ, r : 図-A.4.01に示す距離および角度を示す。

$$A^{ij_{pp}} = -\frac{1}{4\pi} \left[(1-\nu)\theta + \theta + \frac{1}{2} \sin^2\theta \right]_1^2 \quad (\text{A-4.06})$$

$$A^{ij_{pq}} = -\frac{1}{4\pi} \left[-(1-\nu)(\log r - \log D) + \sin^2\theta \right]_1^2 \quad (\text{A-4.07})$$

$$A^{ij_{qp}} = -\frac{1}{4\pi} \left[(1-\nu)(\log r - \log D) + \sin^2\theta \right]_1^2 \quad (\text{A-4.08})$$

$$A^{ij_{qq}} = -\frac{1}{4\pi} \left[(1-\nu)\theta + \theta - \frac{1}{2} \sin^2\theta \right]_1^2 \quad (\text{A-4.09})$$

一方、 $i = j$ の場合には、図-A.4.02を参考にして次のように計算される。

$$B^{ii_{xy}} = \frac{2(1+\nu)^2}{4\pi E} r_i \left[\frac{3-\nu}{1+\nu} \left(1 - \log \frac{r_i}{2} \right) + \cos^2\gamma \right] \quad (\text{A-4.10})$$

$$B^{ii_{yx}} = \frac{(1+\nu)^2}{4\pi E} r_i [\sin\gamma \cos\gamma] = B^{ii_{xy}} \quad (\text{A-4.11})$$

$$B^{ii_{yy}} = \frac{2(1+\nu)^2}{4\pi E} r_i \left[\frac{3-\nu}{1+\nu} \left(1 - \log \frac{r_i}{2} \right) + \sin^2\gamma \right] \quad (\text{A-4.12})$$

ここに、 r_i : 要素 i の長さ、 γ : 図-A.4.02に示す要素の傾きをそれぞれ示している。
一方係数 A^{ii} は $\partial r / \partial n = 0$ であることからゼロとなる。

[参考文献/第4章]

- 1) Arai, K., Ohta, H. and Yasui, T. (1983): "Simple optimization techniques for evaluating deformation moduli from field observations," Soils and Foundations, Vol.23, No.1, pp.107-113.
- 2) Brebbia, C. A. and Warker, S. (1980): (神谷紀生, 田中正隆, 田中喜久昭共訳), 「境界要素法の基礎と応用」, 培風館
- 3) Brebbia, C. A. (1982): (神谷紀生, 田中正隆, 田中喜久昭共訳), 「境界要素法入門」, 培風館
- 4) Banerjee, P. K. and Butterfield, R. (1981): "Boundary Element Method in Engineering," McGraw-Hill.
- 5) Fletcher, R. and Reeves, C. M. (1964): "Function minimization by conjugate gradients," Computer Jour., 7, 149.
- 6) 神谷紀生(1982): 「有限要素法と境界要素法」, サイエンス社
- 7) 大西有三, 東出明宏(1985): 「不均質岩盤の弾性係数と幾何学的特性の同定に関する基礎的研究」, 土木学会論文集, 第358号, III-3, pp.93-101.
- 8) 高松武一郎 (1972): 「プロセスシステム」, 日刊工業新聞社
- 9) 鷺津久一郎監修(1983): 「有限要素法ハンドブック(応用編)」, pp.754-832.

第 5 章 圧密時の観測変位に基づく地盤物性定数の逆解析

第 1 節 序 論

一般に圧密という言葉は、軟弱粘土上に埋め立てあるいは盛土などが施工されることによって、持続的に生じる過剰間隙水圧の消散にともなう沈下現象をさすことが多いが、本研究ではいわゆる Biot の 3 次元圧密方程式（弾性以外の構成則を含める）に従う現象を圧密と定義する。さらに、本研究で扱う地盤材料は任意の構成則を持つ土粒子構造骨格と、間隙を非圧縮性の水で飽和された 2 相混合体と仮定する。このような仮定を行う場合には、Biot の圧密理論は圧密沈下現象のみならず、土粒子構造骨格の運動と間隙水圧の相互作用の結果として生じる、地盤のほとんどの力学挙動を表現していることとなる。したがって、Biot の圧密理論を考慮できる地盤物性定数の推定法の導出が、地盤材料のあらゆる挙動予測を行う上できわめて重要であることがわかる。

問題をいわゆる圧密沈下現象に限定した場合においても、工事施工以前に、正確な沈下予測値を算出できる変形係数や透水係数を推定することは容易ではない。従来、多次元圧密解析に際しては、標準圧密試験、3 軸圧縮試験などの室内土質試験、あるいは標準貫入試験、平板載荷試験などの原位置試験結果などから必要な物性定数を決定していたが、求められた値を直接用いた場合には、解析結果と現場における現象には大きな隔たりが認められることが多かった。そこで工事施工中に、より現実にあった沈下量を算出できるように物性定数を修正することが行われてきた。しかし、多次元圧密問題を対象として、有限要素法を地盤物性定数の修正に用いようとする場合は、特に地盤が多く層からなっている場合には、膨大な計算時間を必要とすることから現実的でないと思われる。

本章では、圧密の進行にともなって経時的に観測される現場観測情報から、現地盤の物性定数を推定する方法を検討する。ここでも、第 4 章に引続き土粒子構造骨格は弾性と仮定する。土粒子構造骨格を線形等方弾性とし、透水性の等方性を仮定する場合、多次元圧密解析に必要な地盤物性定数は、地盤各層ごとの弾性係数 E 、ポアソン比 ν ならびに透水係数 k である。本章で示す逆解析法は、第 4 章で導出した逆解析法を、圧密現象を扱えるように拡張したものであり、圧密の進行時に経時的に観測される現場観測データと、それに対応する有限要素法による多次元圧密解析値の誤差を、ある規準以下にまで小さくなるように、地盤物性定数を修正する最適化問題を、数理計画法における共役勾配法を用いて効率的に解くものである。さらに、本逆解析法を実際の 6 つの軟弱地盤における試験盛土に対して適用することにより、実地盤に対する適用性を確認するとともに、室内土質試験

から得られる物性定数の修正法などを考察する。第3章で考察した地盤材料の構成モデルは、室内土質試験結果をもとに導出されているのに対し、逆解析法の適用結果から得られる情報は、現地盤から直接求められたものとして重要視されるべきものと考えられる。

第2節では Biot の圧密方程式の有限要素法を用いた数値解析法の概略を示すとともに、圧密現象を支配する地盤物性定数逆解析問題の定式化を行う。第3節では、導出された逆解析法を、仮想地盤モデルに適用することにより、その妥当性や推定精度の検討を行うとともに、観測情報・観測位置の適否の判定を行う。

第4節以降は実地盤を対象とした研究であり、はじめに、圧密問題を対象とする逆解析法を、実地盤に適用する場合に対する注意点を考察する。次に、実際の6カ所の試験盛土に対する逆解析を行い、推定された物性定数による計算値と現場観測データの比較を行い、逆解析法の実地盤に対する適用性を検討する。その結果、本逆解析法は盛土高さが一定となっている期間の観測データを与えることにより、実地盤の挙動を良好にシミュレートできる物性定数を推定することができるが、載荷中の観測変位には非排水せん断と圧密による影響が混在するため、推定値の信頼性が低くなる傾向があることなどの特性を持つことが明らかにされた。第5節では、逆解析法によって推定された地盤物性定数と、室内土質試験によって得られた値との比較を行い、圧密試験から求められる透水係数を10倍した値は、逆解析された透水係数に非常に近い値となるなど、いくつかの興味ある結果が求められた。さらに第6節において、全圧密期間をいくつかの期間に分割し、各期間ごとに逆解析を行うことにより、圧密の進行にともなうせん断応力・ひずみの変化、あるいは間隙比の変化と地盤物性定数の値との相互関係に関する考察を行う。その結果、弾性係数は圧密の進行にともなって減少し、せん断応力-せん断ひずみ関係は双曲線型の応力-ひずみ関係により良好にシミュレート可能あることが認められた。また、透水係数についても従来から明らかにされているように、間隙比の対数と線形関係が成立することを確かめた。第7節においては、試験盛土の施工の初期段階に逆解析法を適用することにより、その後の盛り立て施工にともなう圧密現象の予測を行うための必要条件の検討を行う。

第 2 節 圧密問題の数値解析法とその逆解析問題の定式化

2-1 多次元圧密問題の解析法

現在までの多次元圧密理論の基礎となっている Biot の圧密論は、3次元弾性論の立場から飽和粘性土の圧密現象の基礎方程式を導いたものであるが、この理論は、つりあい式、有効応力の原理、Darcy 則と連続条件と線形弾性を仮定した構成関係からなる偏微分方程

式で構成されている。このため、Terzaghi の圧密理論のように陽な形で解を求めることが困難であった。しかしながら、近年の有限要素法を代表とする数値解析法の発達により、地盤が線形弾性以外の構成則を持つとする場合を含めて、多次元圧密現象の数値解析が行われるようになってきている。

ここで、一般の構成則が応力速度とひずみ速度の関係で表されていることを考慮し、物体力を無視した場合の速度型の圧密問題（連成問題）の支配方程式を示しておく。

[つりあい式]

$$\dot{\sigma}'_{i,j,j} + \dot{p}_{w,i} = 0 \quad (5.01)$$

[ひずみ-変位関係]

$$\dot{\epsilon}_{i,j} = 1/2(\dot{u}_{i,j,j} + \dot{u}_{j,i,i}) \quad (5.02)$$

[構成式]

$$\dot{\sigma}'_{i,j} = D_{ijkl} \dot{\epsilon}_{kl} \quad (5.03)$$

[ダルシー則]

$$v_i = -k_{ij} h_{,j} \quad (5.04)$$

[連続条件式]

$$\dot{\epsilon} = v_{i,i} \quad (5.05)$$

ここで用いている表記法は、第2章において用いたものである。記号の説明は省略する。これらの支配方程式系を、与えられた境界条件と初期条件のもとで解けば良いのであるが、その数値解析手法は大きく分けて次の2種類に分類することができる。

第1の方法は Christian and Boehmer(1970)に代表される方法であり、間隙水圧の連続条件を、互いに隣接する要素の間の関係式に直接的に書き直し、空間的離散化を行う方法である。第2の方法は Sandue and Wilson(1969)に代表される方法であり、間隙水圧の連続条件式を、たたみ込み積分を利用した変分原理に基づいて、要素の節点について空間的離散化を行う方法である。一般に前者は応力、ひずみ、間隙水圧を要素内で一定として扱う形が多く、後者は変位と間隙水圧を節点で規定したことが多い。Arai, Watanabe and Tagyo(1983)は Christian系の Akai and Tamura(1978)の方法と Sandue and Wilsonの方法を比較し、前者の方が間隙水圧分布、離散時間などに対してより安定した解が得られることを示した。さらに、Appendix-5 で示すように Akai and Tamuraの方法は全体剛

性方程式を解く際に、倍精度変数を用いた計算を行う必要がないという利点があるが、逆解析を行う場合には、計算時間が短時間で済むということは重要である。上記の諸事項を考慮し、本研究においては多次元圧密問題の数値解析法としては、Akai and Tamura の方法を修正した解析法を用いることとする。

式(5.01)から(5.05)で与えられる支配方程式系に対し、つりあい式に仮想仕事の原理を適用するとともに、連続条件式に後退差分を用いることにより (Appendix-5参照)、次式で示される圧密問題に対する拡張された要素剛性方程式が導出される。

$$\begin{bmatrix} K_e, C \\ C^T, \alpha \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ p \end{Bmatrix}_e^{t+dt} - \begin{Bmatrix} 0 \\ \sum (\alpha_i \cdot p_i) \end{Bmatrix}_e = \begin{Bmatrix} F | t+dt \\ V | t \end{Bmatrix} \quad (5.06)$$

ここに、 u ：変位ベクトル、 p ：間隙水圧、 p_i ：隣接要素の間隙水圧、 K_e ：要素剛性マトリックス、 C ：節点変位から体積変化を計算するベクトル、 F ：外力ベクトル、 α 、 α_i ：間隙水圧の要素間の流入ならびに流出を規定するスカラー値、 V ：要素の体積変化を示している。また、下添え字 e は要素の値であることを示しており、左辺第2項の i は要素 e の隣接要素に関するものであることを示す添え字で、 \sum は隣接要素の値を全体要素剛性マトリックスの所定の位置に加えることを示している。また、節点変位ならびに間隙水圧を増分形に書き換えれば次式となる。

$$\begin{bmatrix} K_e, C \\ C^T, \alpha \end{bmatrix} \Delta \begin{Bmatrix} u \\ p \end{Bmatrix}_e^{t+dt} - \begin{Bmatrix} 0 \\ \sum (\alpha_i \cdot \Delta p_i) \end{Bmatrix}_e^{t+dt} = \begin{Bmatrix} \Delta F | t+dt \\ -\alpha p | t + \sum (\alpha_i \cdot p_i | t) \end{Bmatrix} \quad (5.07)$$

式(5.06)または(5.07)を全要素で重ね合わせるにより、次式で示される圧密計算のための全体剛性方程式が求められる。

$$[K]_n \begin{Bmatrix} u \\ p \end{Bmatrix}_n = \{F\}_n, \quad [K^D]_n \begin{Bmatrix} \Delta u \\ \Delta p \end{Bmatrix}_n = \{F^D\}_n \quad (5.08-a, b)$$

上式より、未知変位ならびに間隙水圧は次式のように計算される。

$$\begin{Bmatrix} u \\ p \end{Bmatrix}_n = [K]^{-1}_n \{F\}_n, \quad \begin{Bmatrix} \Delta u \\ \Delta p \end{Bmatrix}_n = [K^D]^{-1}_n \{F^D\}_n \quad (5.09-a, b)$$

ここに、 $[K]$ ：圧密計算のための拡張された全体剛性マトリックス、 $\{F\}$ ：既知量ベクトル、 n ：計算ステップ ($= t + dt$) を示し、上添え字 D は増分型の式(5.07)に対応した

ものであることを示しているものである。

2-2 逆解析問題の定式化

いま、盛土、埋め立てなどともなう圧密過程において、いくつかの地点の水平および鉛直変位、あるいは間隙水圧が経時的に計測されると仮定し、その観測情報から地盤物性定数を推定する問題を考える。もし、地盤を等方線形弾性体と仮定するならば、この逆解析問題は現場観測データから、地盤各層の弾性係数 E 、ポアソン比 ν 、透水係数 k を推定するものとなる。この逆解析問題は直接定式化法に基づいて、観測データと対応する計算データの誤差の自乗和を最小とする弾性係数、ポアソン比、透水係数を決定する最適化問題として定式化することが可能である。もし、各観測データがその測定精度、測定位置の妥当性などに関する重みが均等であると仮定するならば、次のような目的関数と制約条件を持つ最適化問題として定式化することができる。

$$\text{minimize } J = \sum_{n=1}^N \left\{ \sum_{i=1}^{N_d} (u_i^n - U_i^n)^2 + s \sum_{j=1}^{N_p} (p_j^n - P_j^n)^2 \right\} \quad (5.10)$$

$$0 < E_i, \quad 0 < \nu_i < 0.5, \quad 0 < k_i \quad (5.11)$$

ここに、 J ：目的関数、 N ：計測時間の個数、 N_d 、 N_p ：観測変位および間隙水圧の計測位置の個数、 U_i^n 、 P_j^n ：変位と間隙水圧の計測値、 s ：間隙水圧のオーダーを変位のオーダーに均等化する重み係数、 u_i^n 、 p_j^n ： U_i^n 、 P_j^n に対応する有限要素法による計算値であり式(5.08)によって計算される。また、時間ステップごとの観測値の重みを均等化する意味で、次のような増分型の目的関数も考えられる。

$$\text{minimize } J = \sum_{n=1}^N \left\{ \sum_{i=1}^{N_d} (\Delta u_i^n - \Delta U_i^n)^2 + s \sum_{j=1}^{N_p} (\Delta p_j^n - \Delta P_j^n)^2 \right\} \quad (5.12)$$

ここに、 Δ は増分を示している。目的関数である式(5.10)と(5.12)において、変位や間隙水圧などの観測データは、どの観測点においても時間ステップごとに途切れることなく観測される必要がある。実際にはすべての時間ステップで計測を行うことは困難であるが、計測されなかった値を、前後の観測値から内挿することは比較的容易であると考えられる。前章の逆解析問題と同様に、ここで定式化された逆解析問題も解析的に解くことは困難であるため、共役勾配法による最適化を行う。

2-3 勾配計算

式(5.10)あるいは(5.12)と(5.11)によって定式化された逆解析問題の最適解を共役勾配法を用いて解く場合、目的関数の物性定数による勾配を計算する必要がある。式(5.10)の物性定数 x による勾配は次のように計算される。

$$\frac{\partial J}{\partial x} = \sum_{n=1}^N \left\{ 2 \sum_{i=1}^{N_d} (u_i^n - U_i^n) \frac{\partial u_i^n}{\partial x} + 2s \sum_{j=1}^{N_p} (p_j^n - P_j^n) \frac{\partial p_j^n}{\partial x} \right\} \quad (5.13)$$

上式で、 $\partial u_i^n / \partial x$ 、 $\partial p_j^n / \partial x$ は式(5.08-b)より次のように計算可能である。

$$\frac{\partial}{\partial x} \begin{Bmatrix} u \\ p \end{Bmatrix} = \frac{\partial [K]^{-1}}{\partial x} \{F\} + [K]^{-1} \frac{\partial \{F\}}{\partial x} \quad (5.14)$$

上式の勾配計算の手順のうち、 $\partial [K] / \partial x$ は前章の計算と同様に要素剛性マトリックスごとの勾配 $\partial [K]_e / \partial x$ を重ね合わせることで計算される。

$$\frac{\partial [K]_e}{\partial x} = \begin{bmatrix} \partial K_e / \partial x & 0 \\ 0 & \partial (\alpha p_e) / \partial x \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \partial \sum (\alpha_i \cdot p_i)_e / \partial x \end{bmatrix} \quad (5.15)$$

上式の $\partial K_e / \partial x$ は x の属する層番号 m と要素 e の層が異なる場合はゼロとなり、等しい場合には x が弾性係数 E とポアソン比 ν の場合は式(4.14)および(4.15)などから計算可能であり、透水係数 k の場合にはゼロとなる。透水係数に異方性を考慮しない場合、間隙水圧の移動を表す係数の勾配は Appendix-5 の式(A-5.11)ならびに(A-5.12)を参考にして、次のように計算できる。

$$\frac{\partial (\alpha p_e)}{\partial k_m} = \Delta t \left(\sum \frac{\partial k}{\partial k_m} \frac{b_y}{l_x} + \sum \frac{\partial k}{\partial k_m} \frac{b_x}{l_y} \right) p_e + \alpha \frac{\partial p_e}{\partial k_m} \quad (5.16)$$

$$\frac{\partial k}{\partial k_m} = \frac{1}{2} (\delta_{im} + \delta_{im}) \quad (5.17)$$

上式において、 i : 隣接要素の層番号、 m : 当該要素の層番号、 b 、 l : Appendix-5 に示す記号、 δ_{im} : クロネッカーのデルタである。 $\partial \sum (\alpha_i \cdot p_i)_e / \partial x$ についても同様に計算可能である。一方、式(5.14)の右辺第2項は次のように計算できる。

$$\frac{\partial}{\partial x} \begin{Bmatrix} F | t+dt \\ V | t \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ \partial (C^T u | t) / \partial x \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ C^T \partial u | t / \partial x \end{Bmatrix} \quad (5.18)$$

上式において、 $\partial u | t / \partial x$ は時刻 $t + dt$ に相当する計算ステップ n では、 $n - 1$ ステップの目的関数の勾配を計算する際に計算されており、 $n = 1$ の場合にはゼロである。

第 3 節 仮想地盤に対する適用

3 - 1 仮想地盤に対する適用に当たっての留意点

本逆解析法を仮想モデル地盤に対して適用することにより、逆解析の精度や計算時間ならびに最適な観測データおよびその位置に対する検討を行う。その検討方法としては、はじめに弾性係数 E 、ポアソン比 ν および透水係数 k を与えて圧密計算を行い、得られた変位あるいは間隙水圧を観測値として与え、本逆解析法を適用して推定された物性定数と、圧密計算に用いた物性定数と比較することによって行う。ただし、以下の例においてはすべて平面ひずみ条件を仮定している。さらに与える観測データにおいて、 U_i^n 、 V_i^n は観測ステップ n 、節点 i における水平および鉛直変位を示し、 P_j^n は要素 j の観測間隙水圧を示しており、観測値は $V_i^n = V_i^1, V_i^2, \dots, V_i^n$ のように、すべてのステップで途切れることなく与えられるものとする。

3 - 2 仮想 1 次元圧密地盤に対する適用結果

[仮想地盤 - 5. 1]

ここでは、1次元圧密地盤への適用を試みる。図-5.01は、均一な1次元圧密地盤の有限要素分割図である。同図に示す地盤物性定数を用いた圧密解析結果の一部を図-5.02に示す。節点1から7までの垂直変位を観測データとして与えて、逆解析を行った結果を図-5.03に、要素1から7までの間隙水圧を与えた場合を図-5.04にそれぞれ示す。なお、同図に示す圧密係数 C_v は各計算段階における E 、 ν 、 k から計算した値である。これらの図から、どのデータを与えた場合においても、弾性係数ならびにポアソン比は一義的に推定することが不可能であることがわかり、間隙水圧

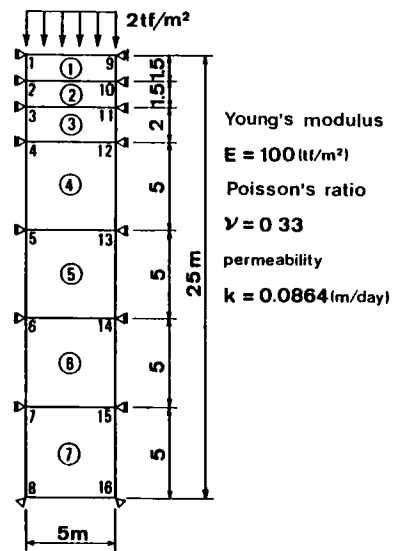


図-5.01 1次元圧密地盤モデル

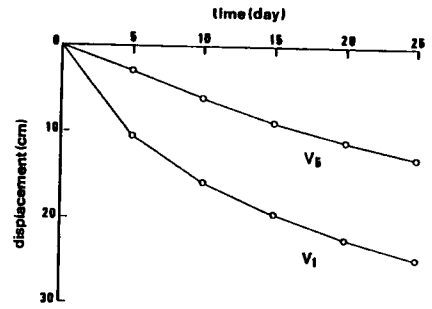
のみを与えた場合には透水係数も推定できないことが明らかである。一方どちらの場合においても、圧密係数は正解値が推定されている。このような結果が得られた理由は、Terzaghi の1次元圧密理論より説明可能である。すなわち、Terzaghi の圧密方程式は次式で表されるが、間隙水圧の消散は圧密係数によって完全に規定されることが確認される。

$$\frac{\partial p}{\partial t} = C_v \frac{\partial p}{\partial z^2} = \frac{k}{m_v \gamma_w} \frac{\partial p}{\partial z^2} \quad (5.19)$$

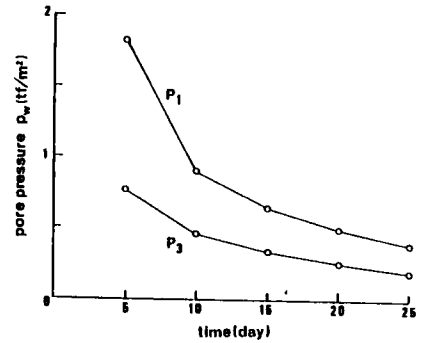
また周知のように、変形（沈下）を規定するのは圧縮係数 m_v であり、その時間遅れを規定するのは透水係数 k であるが、圧縮係数 m_v は弾性係数とポアソン比と次の関係がある。

$$m_v = \frac{(1-2\nu)(1+\nu)}{E(1-\nu)} \quad (5.20)$$

上式から弾性係数とポアソン比がある関係を満たすなら、その個々の値に関わらず一義的に圧縮係数を



(a) 沈下量の経時変化



(b) 間隙水圧の経時変化

図-5.02 圧密計算結果

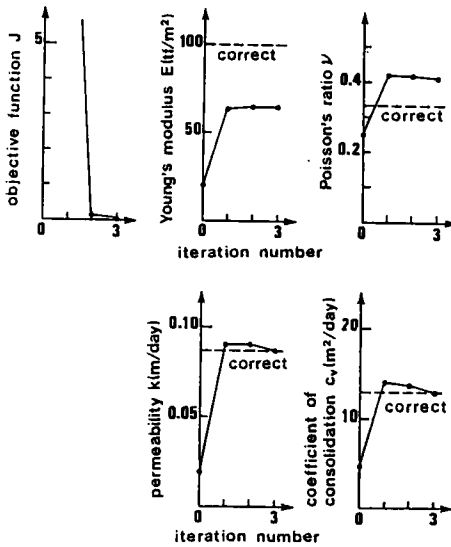


図-5.03 観測変位による逆解析結果

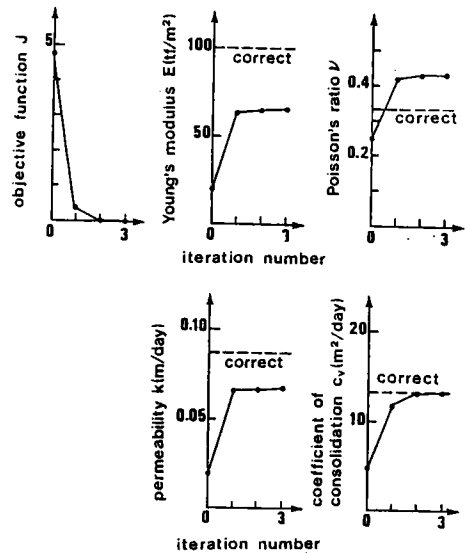


図-5.04 観測間隙水圧による逆解析結果

規定できることが確認され、1次元圧密に対する逆解析結果も当然の帰結と考えられる。

3-3 仮想多次元圧密地盤への適用

[仮想地盤-5.2]

図-5.05に仮想地盤モデルの有限要素分割図を示す。図-5.06は図-5.05中の物性定数を用いた有限要素法による圧密計算を行った結果である。表-5.01に示される観測データを与え、逆解析を行った結果を図-5.07から5.09に示す。なおこれらの図においては、目的関数として式(5.10)を用いた場合と増分形の式(5.12)を用いた場合の逆解析結果を示している。観測間隙水圧のみを与えたケース3はどの地盤物性定数も推定されていないが、観測変位を与えたケース1および2ではどちらの式を用いた場合でも良好な推定値が得られている。ケース2、3の結果の比較より、観測変位のみを与えた場合には、圧密現象を支配する物性定数を逆解析可能であ

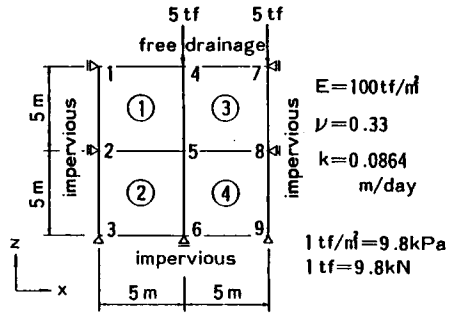


図-5.05 仮想地盤-5.2のモデル

表-5.01 各ケースの観測データ

Case	Measured quantities
1	$V_1^n, U_4^n, V_4^n, V_7^n, P_1^n, P_3^n$
2	$V_1^n, U_4^n, V_4^n, V_7^n$
3	P_1^n, P_3^n

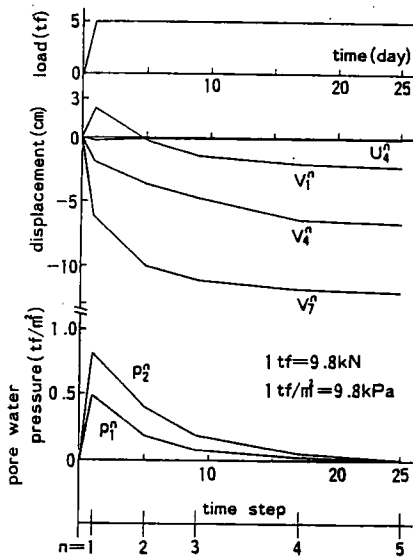


図-5.06 多次元圧密計算結果

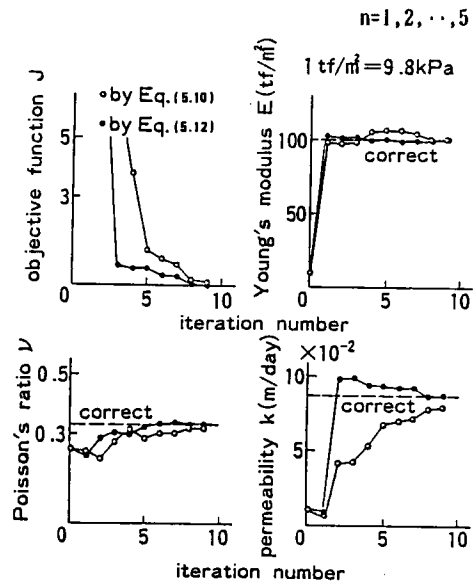


図-5.07 ケース1の逆解析結果

るが、間隙水圧のみを与えた場合には、地盤物性定数を唯一的に決定することができないことがわかる。目的関数として式(5.10)を用いた場合と式(5.12)を用いた場合を比較すると、弾性係数とポアソン比の推定精度には大差がないものの、透水係数は式(5.12)を用いた方が若干速く収束する傾向が認められる。

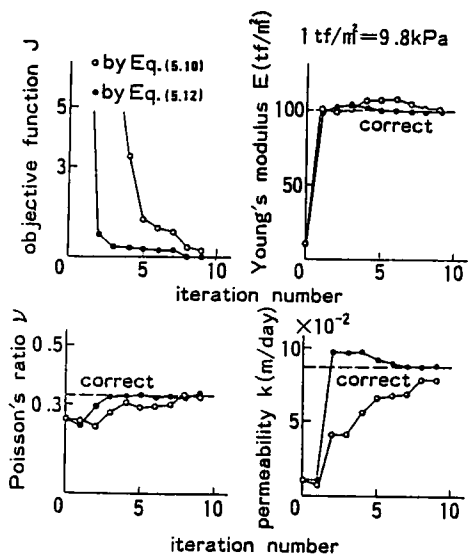


図-5.08 ケース2の逆解析結果

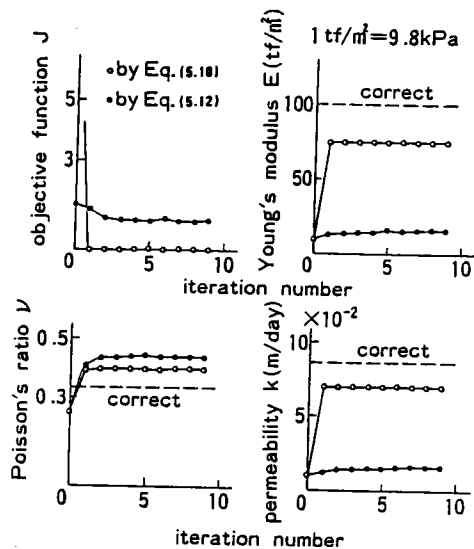


図-5.09 ケース3の逆解析結果

[仮想地盤-5.3]

軟弱地盤上に盛土工事が行われる問題を想定したモデルであり、その有限要素分割図と観測データの計測位置を図-5.10に示す。図-5.10に併記した地盤物性定数を用いた有限

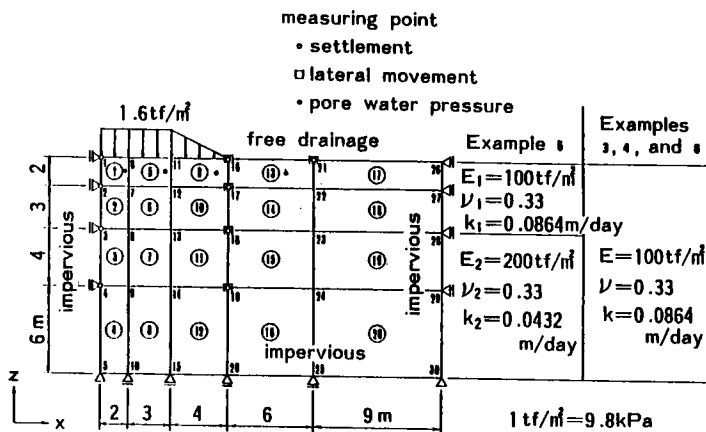


図-5.10 道路盛土を想定した仮想地盤モデル

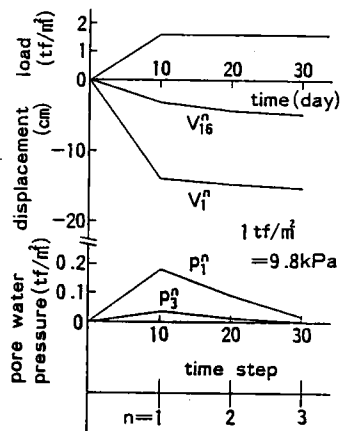


図-5.11 圧密計算結果

要素法による解析結果の一部を図-5.11に示す。図-5.12は目的関数として式(5.12)を用いた場合の逆解析結果であり、図-5.10に示すすべての変位と間隙水圧を用いたもの、すべての変位を用いたもの、すべての間隙水圧のみを用いたものの比較である。仮想地盤-5.2の場合と同様に、間隙水圧のみを与えた場合には地盤物性定数の推定が困難であることがわかる。また、変位と間隙水圧を与えたものは、変位のみを与えた場合を比較して、推定精度ならびに収束速度の面で特にメリットは認められない。したがって本逆解析法において、観測間隙水圧を用いることはほとんど意味をなさないと考えられる。

[仮想地盤-5.4]

地盤形状ならびに変形係数は仮想地盤-5.3のモデルと同様で、透水係数を水平と鉛直で独立の値を持つとした場合である。観測変位のみを与え、式(5.12)を用いた場合の逆解析結果を図-5.13に示すが、水平透水係数は妥当な値が得られていない。逆解析結果は水平透水係数と鉛直透水係数は独立であることを示しているが、水平透水係数は正確値よりかなり過小評価されている。同様な結果は水平透水係数を鉛直透水係数の10分の1程度とした例においても得られている。従来より、圧密沈下解析において観測値と計算値が合わない要因の1つとして、実地盤の透水係数の異方性が考えられてきた。しかしながら逆解析結果は、このモデルのような多次元圧密問題においては、透水係数の異方性が支配的でないことを示している。つまり、圧密過程において間隙水圧はおもに鉛直方向に浸透するため、鉛直透水係数が圧密現象を大きく支配することになる。したがって、実際の圧密現象をシミュレートする場合でも、等法的な透水係数を適切に決定すれば、妥当な計算値が得られると考えられる。このことは次の節で検討する実際地盤に対する適用結果によっても裏付けらる。なお、サンドドレインなどが施工さ

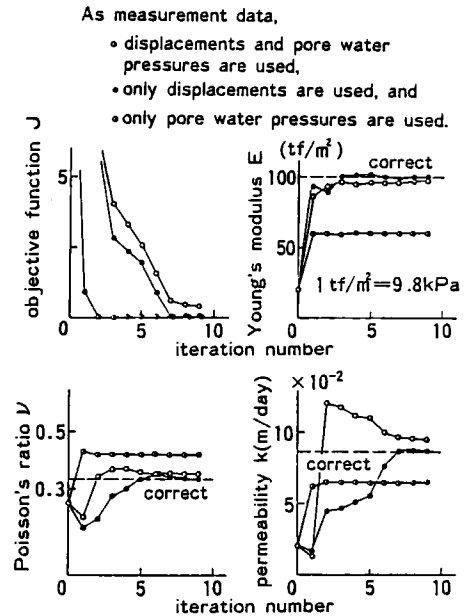


図-5.12 仮想地盤-5.3の逆解析結果

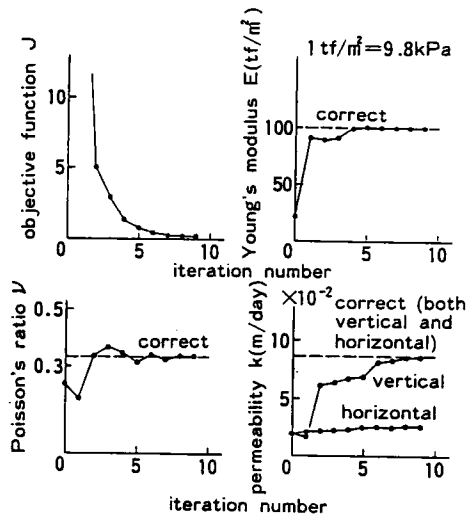


図-5.13 仮想地盤-5.4の逆解析結果

れ、水平方向への間隙水圧の消散が卓越するような場合には、さらなる検討が必要であろう。

【仮想地盤-5.5】

図-5.10に示すように仮想地盤-5.3のモデルを2層地盤としたものである。図で E_i, ν_i, k_i は i 層の弾性係数, ポアソン比, 透水係数を示している。観測データを仮想地盤-5.3で変位のみを与えた場合と同様として逆解析を行った結果を図-5.14に示す。未知物性定数の個数に比較して少ない観測データから、良好に推定できていると考えられる。

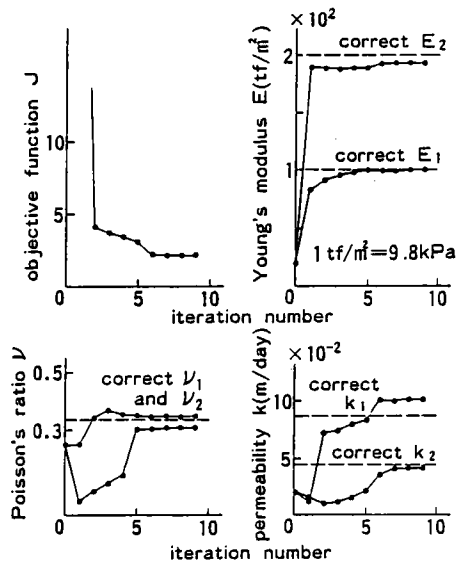
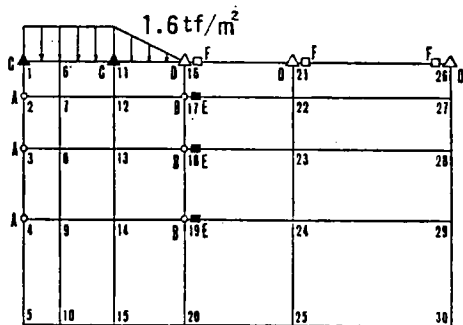


図-5.14 仮想地盤-5.5の逆解析結果

3-4 観測データの計測位置に関する検討

実務においては現場観測はかなりの費用を必要とするため、少ない観測点からより効率よく、かつ信頼性の低下を生じないように物性定数を推定することが必要とされる。したがって、少ない観測データから効率的に物性定数の推定を行うための、観測データの計測位置および組合せを選択することは重要である。対象モデルとしては、図-5.10に示した仮想地盤-5.3ならびに5.5と同様のものを用いて、最適な観測位置とその組合せに対する検討を行う。表-5.02に各ケースで用いた観測データの一覧を示す。これらのケースは、図-5.15で示す

ように、実際の計測が行われる場合を想定して選択した計測機器によって観測された値を用いたものである。表-5.02は収束回数10回目の推定値と、正解値の90%以内の値が得られた収束回数を示している。実務で行われる



- settlement gauge
- △ settlement indicator
- ▲ settlement plate
- inclinometer
- lateral movement indicator

1 tf/m² = 9.8 kPa

図-5.15 観測機器の想定設置位置

ような計測パターンより選択したすべての観測データの組合せに対して、良好な推定値が得られている。表-5.03は2層地盤に対する結果であるが、地盤が多層からなっている場合には、均一地盤の場合に比較して推定精度は低下する傾向にある。この傾向は特に透水係数の推定精度に対し顕著である。このような結果となった原因の一つとして、この例の場合には、図-5.11に示すように観測時刻の間隔が長いため、圧密がほぼ終了した時点からのデータしか与えていないことがあげられる。このことは、次節で述べる本逆解析法の実地盤に対する適用結果で、実地盤の圧密挙動を正確に再現可能な物性定数が得られていることから間接的に確認される。以上の検討の結果からは、与える観測変位の位置によって、逆解析される物性定数の推定精度に有為な差は認められなかったが、推定精度や

表-5.02 観測変位を与える位置と逆解析結果との関係 (均一地盤)

Case	Instruments						Estimated			Iteration		
	A	B	C	D	E	F	E	ν	k	E	ν	k
1				*		*	97	0.34	10.0	6	4	-
2				*			100	0.33	8.7	3	3	3
3			*	*		*	100	0.34	9.4	2	6	7
4			*	*			101	0.33	8.5	2	8	8
5	*			*		*	100	0.33	8.7	4	6	7
6	*			*			100	0.33	8.6	4	6	6
7	*		*	*		*	99	0.34	7.8	4	6	10
8	*		*	*		*	100	0.33	8.7	4	6	6
9	*		*	*	*	*	101	0.33	10.0	4	6	-
10	*		*	*	*	*	100	0.33	9.0	4	7	8
11	*			*	*	*	100	0.33	8.5	2	4	9
12	*			*	*		100	0.33	8.4	2	5	8
13	*	*		*		*	100	0.34	9.9	4	6	-
14	*	*		*			100	0.34	9.1	4	7	6
15	*	*	*	*		*	100	0.33	8.6	4	6	7
16	*	*	*	*			101	0.33	8.9	4	8	7
17	*	*	*	*	*	*	100	0.33	9.0	4	6	8
18	*	*	*	*	*		101	0.34	9.7	4	7	-
19	*	*		*	*	*	100	0.33	8.4	2	4	7
20	*	*		*	*		100	0.33	8.7	2	5	8
Correct							100	0.33	8.6	90% convergence		

Instrument A : settlement gauges beneath the center of embankment

B : settlement gauges beneath the toe of embankment

C : settlement plates in the loaded area

D : settlement plates outside the loaded area

E : inclinometers

F : lateral movement indicators

* : employed as input data

E: Young's modulus(tf/m^2), ν : Poisson's ratio, k: permeability ($\times 10^{-2}\text{m/d}$)

安定性の向上のためには、観測機器の設置位置や各層ごとの計測個数のバランスなどに注意する必要があると思われる。

表-5.03 観測変位を与える位置と逆解析結果との関係（2層地盤）

Case	Estimated value at the 10th iteration step					
	E_1	E_2	ν_1	ν_2	k_1	k_2
1	92	237	0.22	0.0	3.8	2.9
3	104	154	0.34	0.0	4.6	2.6
5	179	211	0.31	0.30	3.8	3.4
7	90	222	0.36	0.10	12.4	6.2
9	94	204	0.37	0.17	15.1	2.0
13	103	225	0.34	0.24	9.1	10.4
15	88	232	0.35	0.11	10.9	4.2
17	101	211	0.35	0.20	11.8	8.0
19	138	171	0.28	0.41	4.0	3.5
Correct	100	200	0.33	0.33	8.6	4.3

E : Young's modulus(tf/m^2), ν : Poisson's ratio ,
 k : permeability ($\times 10^{-2}\text{m/d}$)
 Case number corresponds to that in Table-5.02

第 4 節 地盤物性定数逆解析法の実地盤に対する適用

4-1 実地盤への適用に際しての留意点

本逆解析法を実地盤に対して適用する場合、物性定数の逆解析は圧密継続中に順次行うことになる。したがって、物性定数の推定を行おうとする時刻までに観測されているデータを用いて逆解析が行われる。第3章において示したように、地盤材料の構成特性は強い非線形性を示すのが普通であるが、本節では実地盤も線形弾性を仮定する。その場合は実際の地盤の挙動を十分に評価し得るものとはいえないと考えられるので、本逆解析法を以下の2種の方法で実地盤に適用し、地盤を線形弾性と仮定する不十分さを補う。

【適用法-I】

全圧密期間をいくつかの期間に分割し、分割した期間内では地盤は線形弾性とし、期間内のデータのみを用いて物性定数を逆解析を行う。この方法によれば圧密の進行とともに経時的に逆解析を行うことにより、圧密の進行によるせん断応力、間隙比などの変化にと

もなう、地盤物性定数の変化傾向を明らかにすることが可能となる。圧密の進行に対する地盤物性定数の変化傾向が明らかにされた場合には、逆解析された物性定数を逐次修正することにより、以後の挙動をより正確に予測計算することが可能となる。

[適用法－Ⅱ]

地盤物性定数は圧密開始時から、逆解析を行おうとする時刻まで一定とし、圧密開始時からのデータを用いて逆解析を行う。圧密開始時からの時間の経過とともに逆解析を順次行うことによって、物性定数の変化傾向を把握することは可能である。

しかしながら、適用法－Ⅰを用いる場合には、目的関数として式(5.12)を用いることはできない。これは、増分形の圧密の支配方程式(5.08)と(5.09)は、物性定数は圧密期間中変化しないという仮定の下に成立していることに依存する。適用法－ⅠとⅡの条件を均一化するために、本節においては目的関数は式(5.10)を用いる。

前節で示したように、圧密を考慮した本逆解析法が必要とする観測データは、実際の工事施工時にも比較的容易に観測できる少数の地点の変位ではあるが、地盤が多層から形成されている場合には、各層中あるいは各層に隣接する地点で観測を行う必要がある。このことは、多層地盤での一次元圧密における地表面沈下のみから、各層の地盤物性定数を一義的に決定することが不可能なことからも明かである。また、用いる観測変位は、各観測位置において経時的に途切れることなく観測されている必要があるが、実務においては観測値が抜けたり、著しい不連続が認められることも多いと考えられる。しかし、不適切と考えられる観測値でも、その前後のデータから容易に修正、内挿することが可能である。

本逆解析法を実際地盤に適用することにより、以下のようなことに利用できる可能性がある。

- (1) 逆解析によって得られた地盤物性定数と室内土質試験による値を比較し、両者の間に相関があることが認められたなら、現場の挙動をより良好に解析可能となるように、各室内土質試験ごとに得られた物性定数の修正法を確立することが可能となる。
- (2) 適用法－Ⅰを用いることにより、圧密の進行にともなう応力、ひずみなどの変化による、地盤物性定数の変化特性を評価可能となる。
- (3) (2)の結果と第3章などで示した構成モデルを比較することにより、室内土質試験結果を参考にして導出された構成モデルの短所を見いだすことができる可能性がある。
- (4) 実際の工事施工の初期段階に、逆解析法を適用することにより、将来の変形量ならびに破壊に対する安全率を予測しながら、施工を行うことが可能となる。

4-2 実地盤に対する逆解析結果

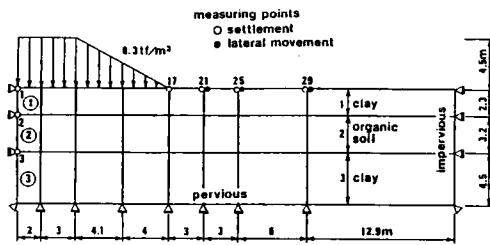
本章で定式化した圧密現象を考慮した逆解析法を、実地盤に適用する場合においても、すべて平面ひずみ条件を仮定している。適用した工事は表-5.04に示す6ケースの試験盛土であり、図-5.16にそれぞれの試験盛土の有限要素分割図と変位の観測位置を示す。同図より、試験盛土-AからCまでは、逆解析の対象となる地盤が3層から4層と、比較的多層からなっているのに対し、変位の観測点の個数は相対的に少なく、特に試験盛土-Aでは、第2層と第3層に隣接した位置での観測点がそれぞれ1カ所であり、逆解析を行う上で非常に困難な条件であるといえる。なお、有限要素分割に際しては、地層の境界にまたがるような要素分割を避け、計測機器の設置位置に節点が配置されるように留意する必要がある。

図-5.17の(a)~(f)は6カ所の盛土に対する適用法-IならびにIIを用いて推定された、期間ごとと全圧密期間における逆解析結果である。これらの図において、 E_i 、 ν_i および k_i はそれぞれ*i*層の弾性係数、ポアソン比ならびに透水係数である。また、図-5.17のうち試験盛土Aに対しては、Shoji and Matsumoto(1976)による室内土質試験から得られた物性定数も併せて示している。図-5.18は現場観測変位と、逆解析によって得られた物性定数による計算値の比較であり、図中の U_i^0 と V_i^0 は、それぞれ節点*i*の水平および鉛直変位を示している。なお、計算値のプロットは圧密計算の離散ステップに対応している。図-5.18より、適用法-IおよびIIによって逆解析された物性定数は、どちらも現場観測変位を良好にシミュレートしているといえる。このことから、本逆解析法によって推定された物性定数は、現地盤の物性値にかなり近いはずであり、この逆解析法の妥当性を示唆するものと考えられる。

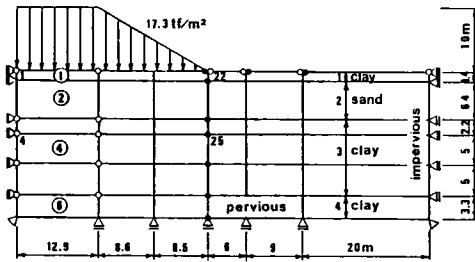
本逆解析法によって推定される物性定数は式(5.10)のように、現場観測変位と計算変位の誤差を最小にする物性定数であるが、地盤が多層からなっている場合には、目的関数である式(5.10)の局所的な最小値を与える物性定数である可能性を含んでいる。しかしながら、本逆解析法によって推定される物性定数は、初期値に依存した目的関数の局所的な最小値を与える値であるため、地盤物性定数を唯一的に推定することは困難である。したがって、観測変位が現地盤の特性を代表しているような地点に観測地点を選択する必要性が生じるが、図-5.16に示すように試験盛土-Aを除いて、本章で取り上げた試験盛土はいずれの場合も、現地盤の特性を概ね代表している地点に計測機器が設置されていると思われる。一方、観測機器の設置数の相違が、逆解析された物性定数に与える影響は小さく、観測変位の個数を少なく与えた場合の逆解析値と、通常の場合の最確値との誤差は、最大でほぼ10パーセントであった。

表-5.04 逆解析の対象とした試験盛土

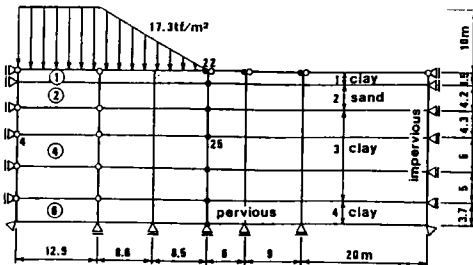
symbol	project	soil deposit
A	trial embankment for Tomei Express Way construction, Aiko, Kanagawa, Japan	natural
B	trial embankment for Joban Express Way construction, Kanda, Ibaragi, Japan	natural
C	the same as project B	sand-drain
D	trial embankment for Sandwich By-Pass construction, Sandwich, England	natural
E	the same as project D	sand-drain
F	trial embankment for Tamashima By-Pass construction, Yoshima-Agasaki, Okayama, Japan	natural



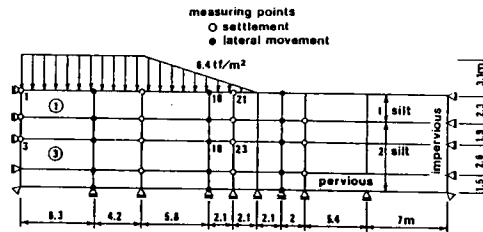
(a) 試験盛土-A



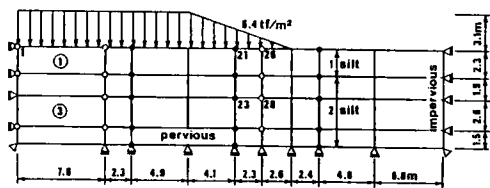
(b) 試験盛土-B



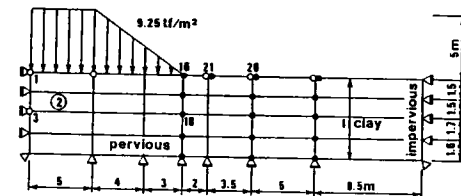
(c) 試験盛土-C



(d) 試験盛土-D



(e) 試験盛土-E



(f) 試験盛土-F

図-5.16 試験盛土の有限要素分割図と変位の観測位置

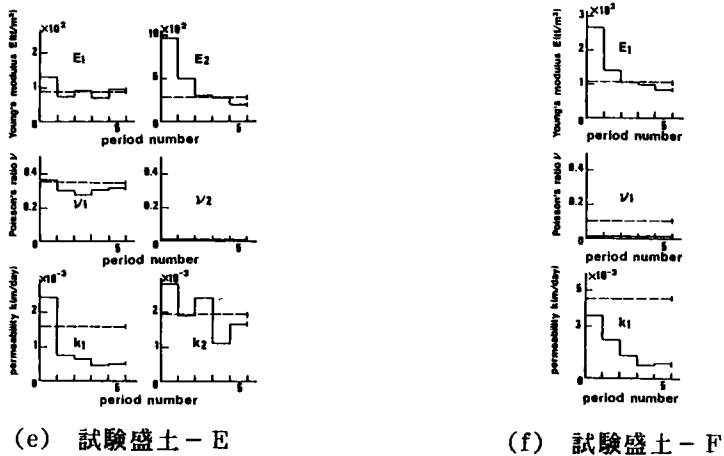
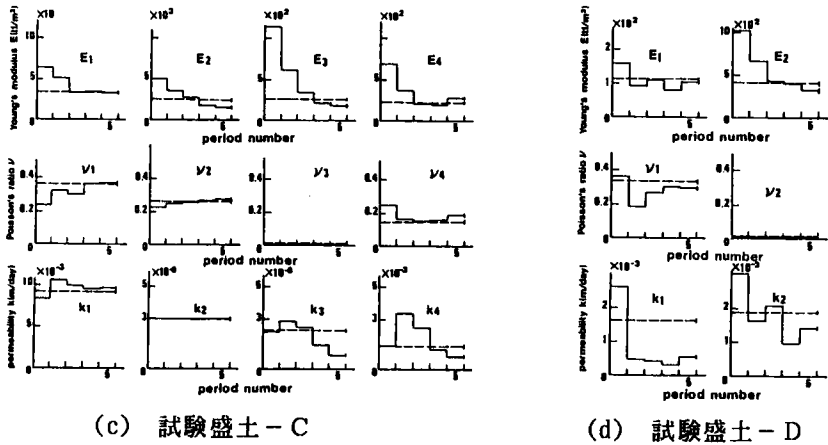
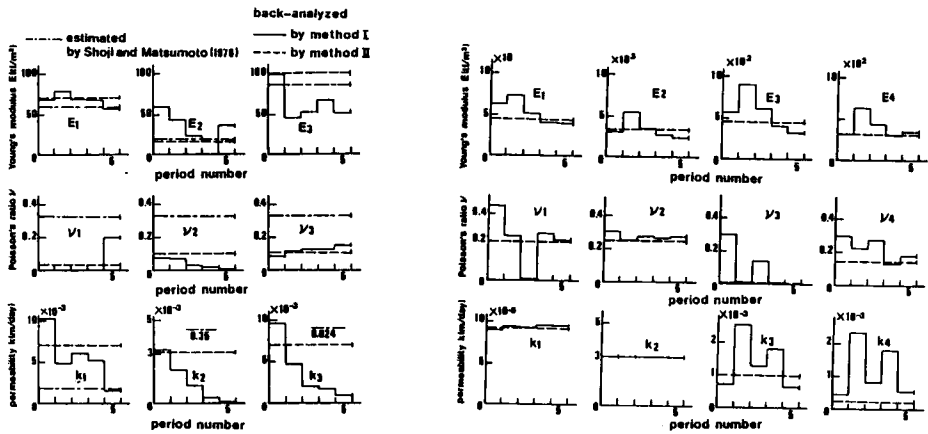


図-5.17 各期間ごとに逆解析された地盤物性定数

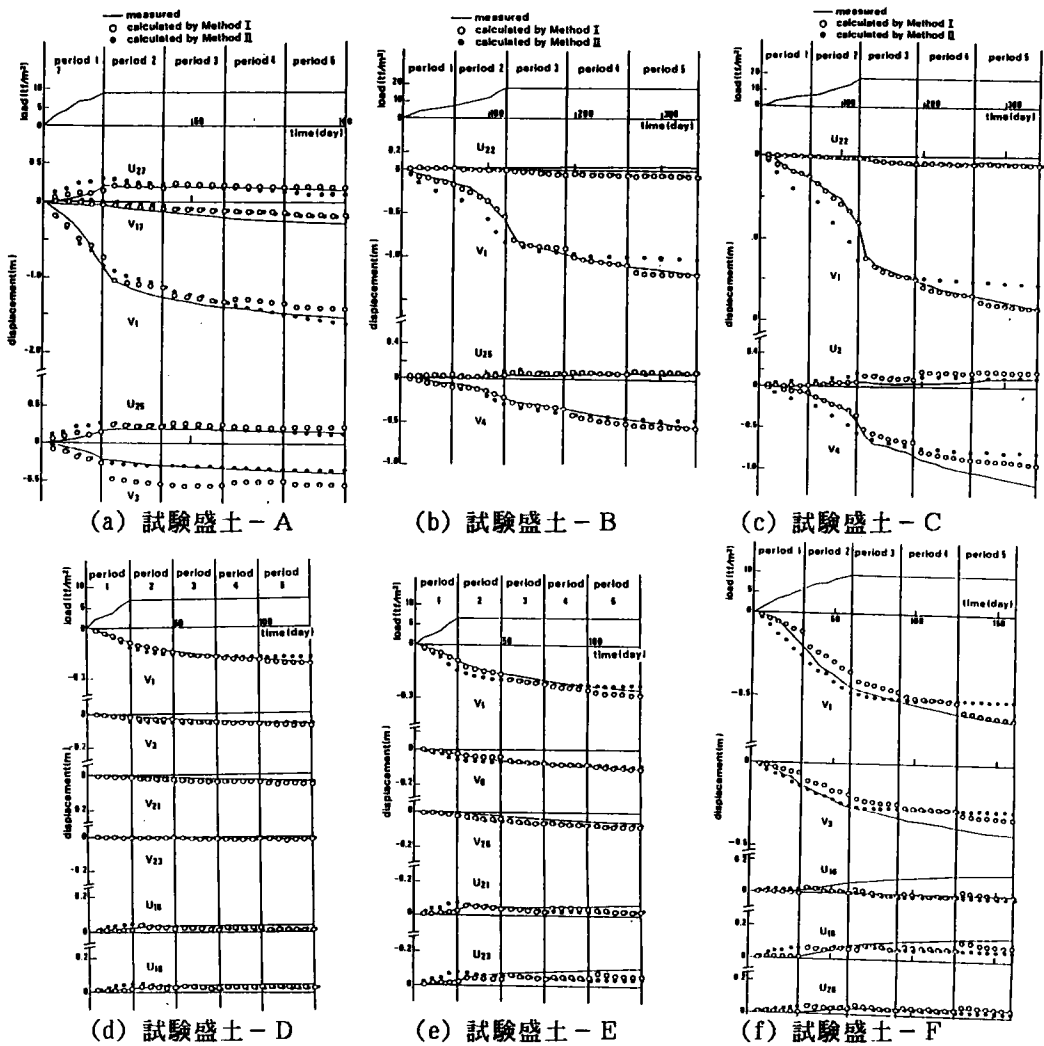


図-5.18 観測変位と逆解析された物性定数による計算変位との比較

4-3 載荷時における逆解析について

載荷時における観測変位のみを与えて逆解析を行う場合には、物性定数の初期値の与え方に大きく依存し、この傾向は特に透水係数において顕著である。これは、載荷時における変位が圧密（間隙水の排水）によるものと、非排水せん断によるものから成っており、目的関数である式(5.10)が両者を区別できないことに起因している。したがって、載荷時における目的関数を最小とする物性定数は唯一的ではなく、物性定数相互にある関係を満

たす組合せでも可能であるといえる。この結果、本逆解析法を連続的に載荷が行われている場合の、載荷時の観測データのみにも適用する場合には、唯一的な物性定数を推定することが困難であるといえる。これらの理由により、図-5.17において載荷段階に相当する期間の逆解析値は、載荷終了時以降の逆解析値と比較して、その信頼性は低いものとなるといえる。このことは、図-5.18において、載荷期間における観測値と計算値の誤差が、以後の荷重一定期間よりも大きいことから確認される。

第 5 節 室内土質試験による物性定数との比較

5 - 1 弾性係数

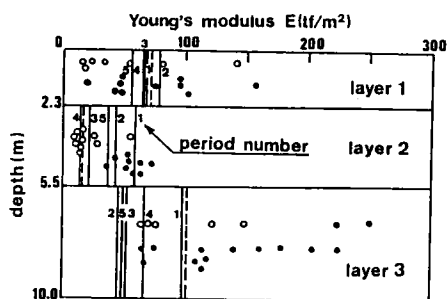
本節で扱う弾性係数は有効応力に関するものである。図-5.19は逆解析によって得られた弾性係数と、室内土質試験によって得られた値との比較である。この図において、室内土質試験による値は試料の採取された深さごとにプロットしている。さらに、室内土質試験による値は次の2種類に方法によっている。第1の方法は体積圧縮係数 m_v によるもので次式によって求められる。

$$E = \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{(1-\nu)m_v} \quad (5.21)$$

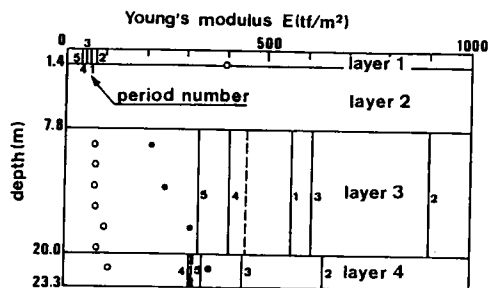
しかし、体積圧縮係数は圧密圧力に依存するので、初期有効上載圧と圧密終了時の有効上載圧の平均値に相当する圧力に対応した値を用いて計算した。第2の方法は、1軸圧縮試験あるいは3軸圧縮試験(UU)の応力-ひずみ関係から求めたもので、庄司・松本に従い、割線弾性係数 E_{s0} より次式によって計算した。

$$E = \frac{(1+\nu)}{(1+\nu')} E_{s0} \quad (5.22)$$

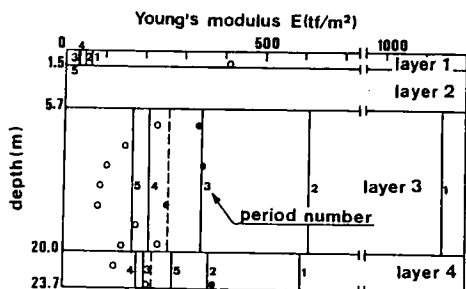
ここに、 ν' ($\cong 0.5$)は非排水状態のポアソン比である。簡単のために、式(5.21)ならびに(5.22)においてポアソン比は $1/3$ に固定している。これは、庄司・松本(1976)の研究結果や図-5.17の逆解析結果からも妥当であると考えられる。図-5.19より圧縮係数から得られた弾性係数は、試験盛土Aの結果を除いて逆解析された弾性係数よりかなり小さく見積られている。一方、圧縮係数の拘束圧力にともなう変化量は、逆解析と圧縮係数による弾性係数のばらつきに比較してかなり小さいが、このような結果が得られた原因については将来の研究課題である。割線弾性係数から得られた弾性係数は、圧縮係数から得られたも



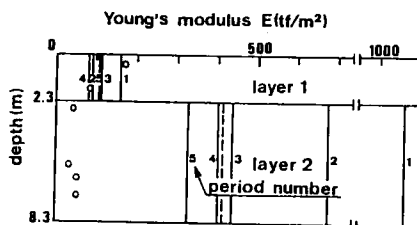
(a) 試験盛土 - A



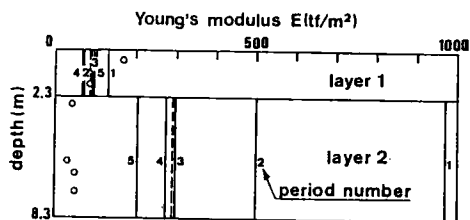
(b) 試験盛土 - B



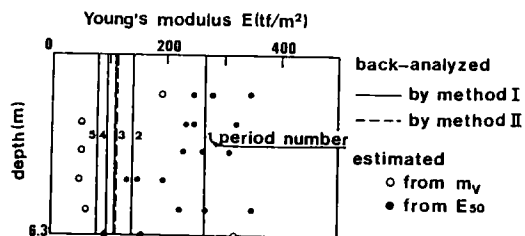
(c) 試験盛土 - C



(d) 試験盛土 - D



(e) 試験盛土 - E



(f) 試験盛土 - F

図-5.19 逆解析された弾性係数と土質試験から求められた弾性係数との比較

のより逆解析された値に近い。また、割線弾性係数から得られた弾性係数は、全圧密期間の計測変位から逆解析された弾性係数よりかなり大きく見積られている。このような結果が得られた原因としては次のようなことが考えられる。一般に、地盤材料の応力-ひずみ関係は図-5.20に示すように非線形であるが、いくつかの期間に分割して計算に用いている見かけの弾性係数は図中に示す破線の傾きで近似される。この見かけの弾性係数である図-5.20の傾きは、

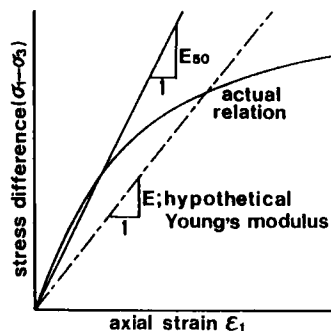


図-5.20 みかけの弾性係数

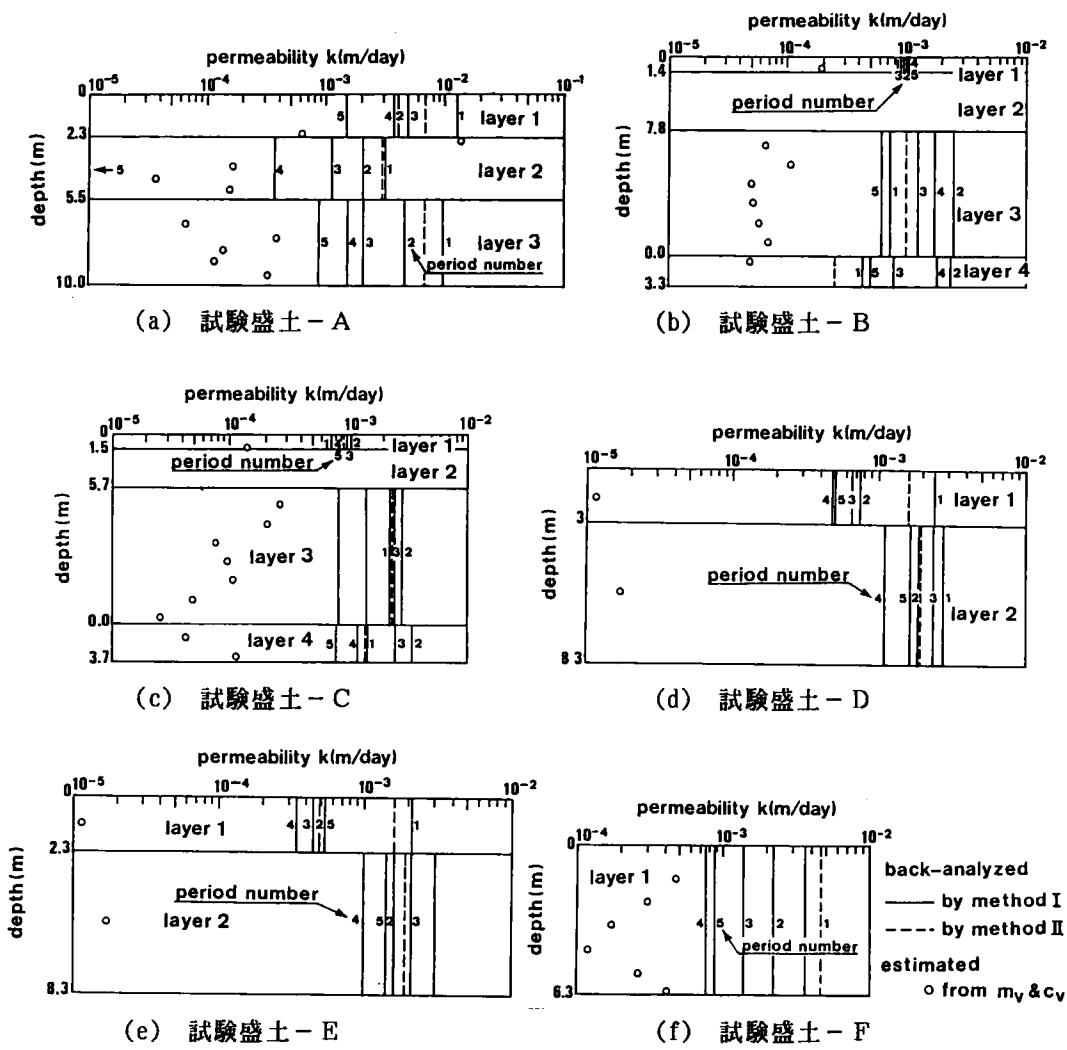


図-5.21 逆解析された透水係数と圧密試験から求められた透水係数との比較

圧密の進行にともなうひずみレベルに依存して変化すると考えることが自然である。ところが、一軸圧縮試験や通常の三軸圧縮試験における応力-ひずみ関係は、サンプリング時の乱れ、せん断速度などに大きく依存することが知られている。さらに、多くの場合割線弾性係数 E_{50} は初期弾性係数に非常に近い。したがって E_{50} から、実際の地盤において応力およびひずみ状態がかなり進行した段階での弾性係数を推定することは、弾性係数を過大評価していることとなる。これに対し、図-5.18より明らかなように、弾性係数が圧密の進行にともなって変化しないと仮定して逆解析を行った場合でも、観測変位を良好にシミュレートできている。しかしながら、室内土質試験のみからそのような弾性係数を評

価することは困難である。

5 - 2 透水係数

図-5.21は圧密係数と圧縮係数から得られた透水係数と、逆解析による透水係数の比較である。すべての適用例において、圧密試験による透水係数は逆解析による値に比較してかなり小さいことがわかるが、実験による透水係数を10倍した値は逆解析値にかなり近いことは注目に値する。前章で述べたように、観測変位から透水係数に異方性を仮定した場合の水平方向透水係数を推定することは困難であるが、これは水平方向透水係数が垂直方向透水係数に比較して、圧密計算に与える影響が小さいことに起因している。さらに、透水性の等方正を仮定しても適当な透水係数を与えることによって、現地盤の挙動を精度良くシミュレートできることも図-5.18より明かである。これらのことから、圧密問題の解析に用いる透水係数は、圧密試験によって得られた透水係数を10倍した値を用いればよいという経験則は概ね妥当であると考えられる。

第 6 節 圧密の進行にともなう地盤物性定数の変化特性

6 - 1 概 説

図-5.17には、期間ごとの逆解析（適用法-I）によって求められた圧密の進行にともなう地盤物性定数の変化特性も併せて示している。同図より、弾性係数は圧密の進行にともなって減少する傾向が明らかであるが、このことはせん断応力の増加による降伏の影響が、圧密の進行にともなう剛性の増大よりも卓越するためと考えられる。

ポアソン比については圧密の進行にともなう明確な変化特性がみうけられない。また、逆解析された透水係数はほとんどの場合で、減少傾向が見受けられるが、これは圧密の進行にともなう間隙比の減少によるものであると考えられる。これら地盤物性定数の圧密の進行にともなう変化特性は以下のように定量化できる。

6 - 2 弾性係数（応力-ひずみ関係）

第3章で示した Cam-Clay モデルや足立・岡モデルによる応力-ひずみ関係の概略は、

放物線あるいは双曲線で近似することが可能であると思われる。さらに、既往の多くの研究成果により、地盤材料の応力-ひずみ関係は双曲線でより精度良く近似することが可能であることがわかっているが、ここでは次式を用いた近似を行う。

$$q^n = \varepsilon^n / (\varepsilon^n / S_r + 1 / (3G_i)) \quad (5.23)$$

ここに、 q^n 、 ε^n ：時間ステップ n でのせん断応力ならびにせん断ひずみであり、それぞれ次式で計算される。

$$q^n = \sum_{m=1}^n \Delta q^m, \quad \Delta q^m = (3/2 \Delta s_{ij}^m \Delta s_{ij}^m)^{1/2} \quad (5.24)$$

$$\varepsilon^n = \sum_{m=1}^n \Delta \varepsilon^m, \quad \Delta \varepsilon^m = (2/3 \Delta \varepsilon_{ij}^m \Delta \varepsilon_{ij}^m)^{1/2} \quad (5.25)$$

ここに、 Δs_{ij}^m 、 $\Delta \varepsilon_{ij}^m$ ：時間ステップ m の偏差応力テンソルおよび偏差ひずみテンソルの増分、 S_r 、 G_i ：図-5.22(a)に示すせん断強度と初期剛性係数をそれぞれ示している。式(5.23)は Duncan and Chang(1970)による構成モデルを修正したモデルであり、主な修正点は式(5.23)中のせん断強度ならびに初期剛性係数に拘束圧依存性がないとしていることである。また、式(5.23)を用いた理由としては、構成モデルを定義するパラメータの個数を少なくする点にある。Duncan and Changに従えば、図-5.22の応力-ひずみ曲線の任意の点での接線剛性係数は次式で表される。

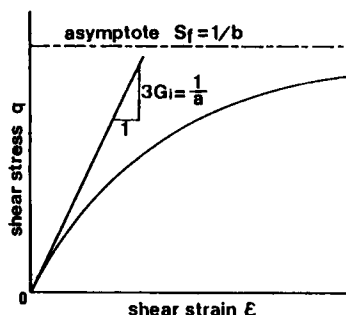
$$3G_t = 1 / (3G_i) / (\varepsilon^n / S_r + 1 / (3G_i))^2 \quad (5.26)$$

また、接線弾性係数は次式で与えられる。

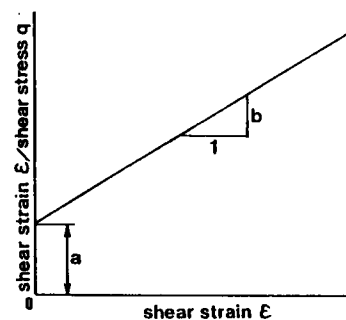
$$E_t = 2(1+\nu)G_t \quad (5.27)$$

良く知られているように、式(5.23)で表される双曲線の関係は ε^n / q^n と ε^n の関係に変換した場合、図-5.22(b)に示すように線形関係となり、その切片 a と傾き b と式(5.23)中の定数とは次の関係がある。

$$3G_i = 1/a \quad (5.28)$$



(a) 応力-ひずみ関係



(b) (a)の関係の別表記

図-5.22 双曲線型構成モデル

$$S_r = 1/b \quad (5.29)$$

図-5.23は各試験盛土の圧密の進行にともなう ε^n/q^n と ε^n の関係である。同図のせん断応力 q^n ならびにせん断ひずみ ε^n は、適用法-Iによって逆解析された物性定数によって計算された値である。 q^n ならびに ε^n は各期間の中間の時刻の、盛土中心の要素における値である。図-5.23より、 ε^n/q^n と ε^n には、

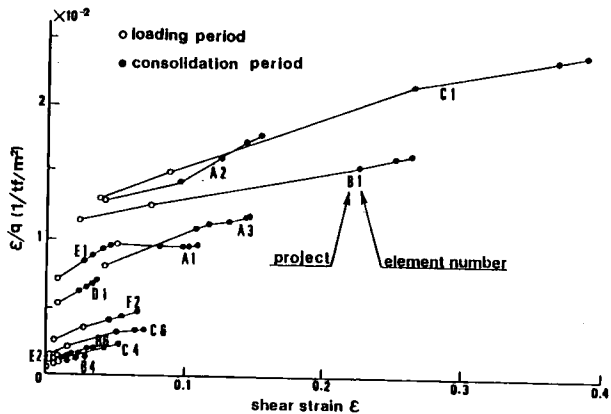


図-5.23 双曲線型構成モデルの適用性

も含めて線形関係があることが認められる。このことから、実際の地盤の圧密時におけるせん断応力-せん断ひずみ関係は双曲線によって近似可能であることがわかる。図-5.24はいくつかの要素の各離散時間ごとの q^n と ε^n を示したものである。同図には図-5.23によって決定された S_r と G_i を用いて計算したせん断応力-せん断ひずみ関係も併せて示しているが、圧密の進行にともなう応力-ひずみ関係が精度良く近似されている。ただし、図-5.17などに示す物性定数は各層で一定としているため、载荷にともなう地盤中の領域ごとのせん断ひずみの相違などによる変形係数の非均一性は考慮にいていない。したがって、図-5.23などで決定された層ごとのせん断強度 S_r ならびに初期剛性係数 G_i は局所的な影響に依存しない平均的な値となっている。

1軸圧縮試験や通常の3軸圧縮試験によって求められた割線弾性係数 E_{so} は、適用法-IIによって逆解析された弾性係数よりも、図-5.23などから得られた初期弾性係数に近い値となっている。これは、 E_{so} が初期弾性係数に大きく依存する特性によるものと考えられる。

図-5.23より求めたせん断強度 S_r は、盛土施工以前の現場から採取した供試体に対する1軸圧縮強度や3軸圧縮強度より大きな値として求められているが、この原因としては、図-5.23によるせん断強度は部分的ではあるが排水条件によるものであること、さらに圧密の進行にともなう強度の増加が含まれているためと考えられる。したがって、図-5.23のようにして求められたせん断強度は、現地盤の諸条件のもとで推定された値であり、真のせん断強度に非常に近いものと思われる。

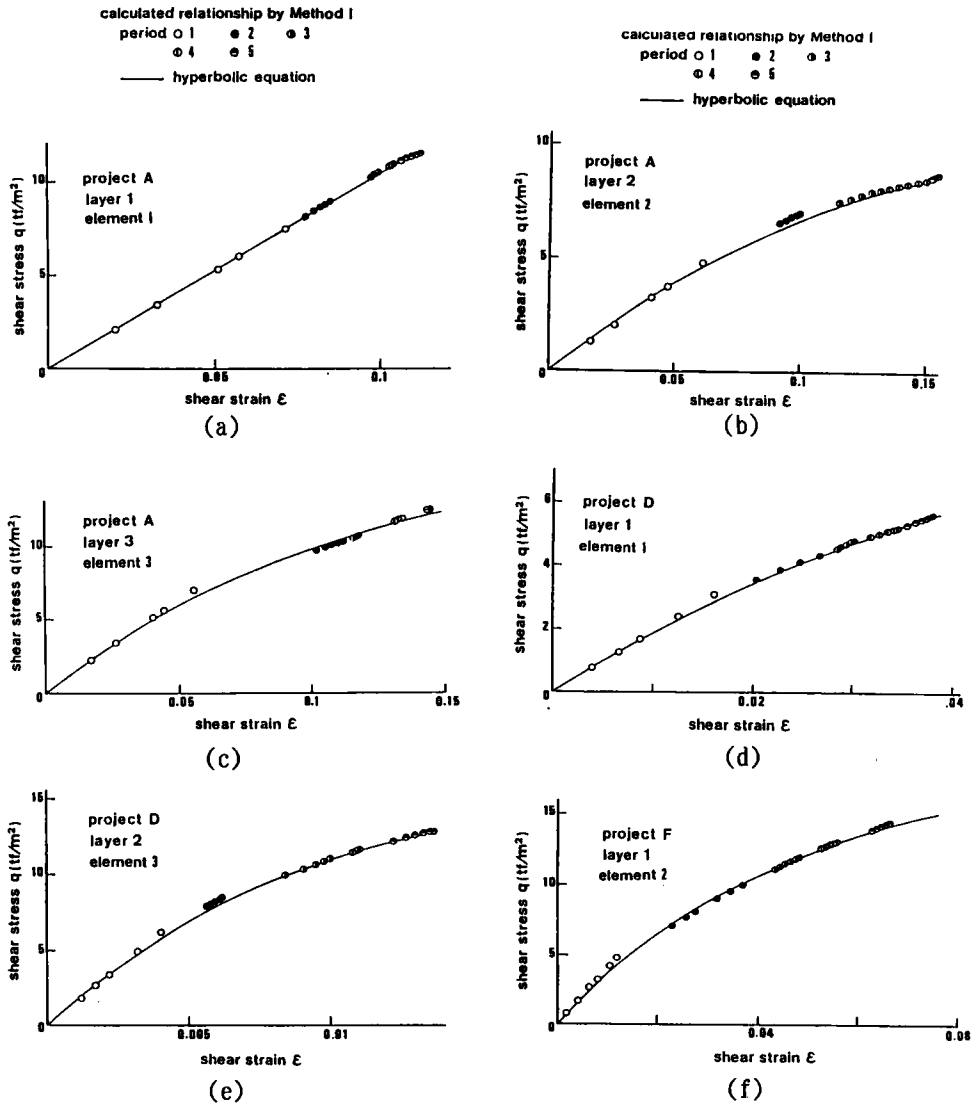


図-5.24 双曲線型構成モデルと計算された応力-ひずみ関係との比較

6-3 透水係数

図-5.25は適用法-1によって逆解析された各期間ごとの透水係数を、期間の中間の時点における、盛土中央直下の要素の間隙比に対してプロットしたものである。間隙比は逆解析された物性定数による有限要素法によって計算した値である。前節において述べたように、盛土載荷期間中における逆解析の信頼性は相対的に低いので、盛土載荷期間の点を除けば、現地盤の透水係数の対数と間隙比との間には、従来の研究で指摘されているよう

に線形関係が認められる。

6-4 サンドドレインの効果

表-5.04に示したように、試験盛土BとC、およびDとFに対する逆解析を行えば、サンドドレインの効果が地盤物性定数に与える影響を考察することが可能である。ただし本論文では、平面ひずみ条件のもとで計算しているため、サンドドレインの打設による、水平および鉛直方向の、透水性や変形性の相違などを検討することはできない。図-5.17によれば、サンドドレインの打設により透水係数は大きくなっているが、弾性係数は逆に低い値となっている。このことは、サンドドレインの打設により、透水係数の改善は達成できたものの、打設にともなう周辺地盤の乱れなどのために、見かけの弾性係数が小さく現れたものと思われる。

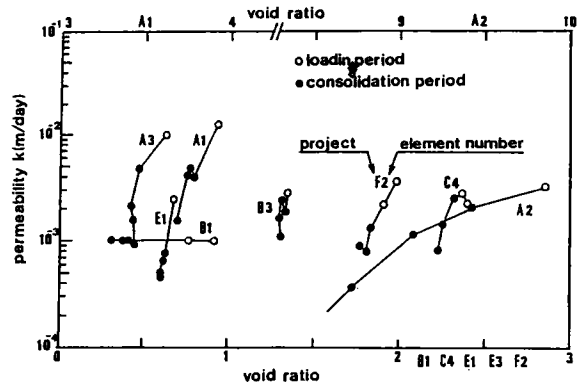


図-5.25 逆解析された透水係数と
間隙比との関係

第 7 節 物性定数の予測修正法に関する検討

本研究の逆解析法を工事施工の初期段階における観測工法に適用する場合、以下のような適用法が有効であると考えられる。

- (1) 期間 $m+1$ に対する予測は、期間 m における逆解析値に基づいて予測を行う。
 - (2) 図-5.23と同様の整理を適当な要素に対して行い、初期剛性係数とせん断強度を決定する。双曲線型の応力-ひずみ関係が明確に決定できるように、用いる要素は圧密の進行にともないせん断強度が増加する位置で選択すべきである。
 - (3) 期間 m の観測データによって逆解析された物性定数を用いて、選択した要素の $m+1$ ステップの中間の時点でのせん断応力 q^n とせん断ひずみ ε^n を計算する。
 - (4) ステップ $m+1$ での弾性係数を(2)で求めた初期剛性とせん断強度と、(3)で求めた q^n と ε^n を用いて、式(5.23)から(5.27)により計算する。
 - (5) (4)で求められた接線弾性係数を用いて、ステップ $m+1$ における予測計算を行う。
- このような方法を用いれば、双曲線型の応力-ひずみ関係の概要と、対応する期間でのせん断応力ならびにせん断ひずみを決定することが可能となり、対象地盤の破壊に対する

安全率を評価することも可能となる。透水係数についても、図-5.25の様な整理と弾性係数に対する推定法と同様な手法によって予測することが可能である。ポアソン比については、圧密の進行にともなう明確な変化傾向が認められないので、圧密期間中一定と仮定する。図-5.26は上記の方法による物性定数の予測法を、2種の試験盛土に対して適用した結果であり、5つの期間の第2ステップでの逆解析結果を用いて、以後の予測を行った例である。いうまでもないことではあるが、このような予測法は逆解析する期間の進行にともなって信頼性が増加する。さらに、盛土施工の初期に将来の予測を行いたい場合には、図-5.18に示したようなステップ分割をさらに細かくする必要があり、載荷が進行している段階での観測結果のみからは信頼性の高い物性定数の推定が不可能であるため、盛土荷重が一定値を保っている期間の変位を観測する必要がある。

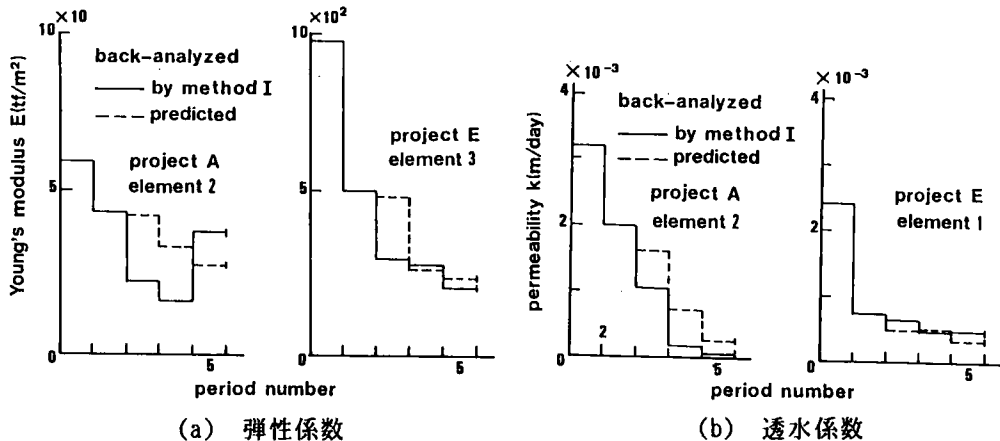


図-5.26 地盤物性定数の予測値と逆解析された値との比較

第 8 節 結 論

本章では、圧密時の現場観測変位から、等方線形弾性と仮定した地盤物性定数を推定する方法を導出し、いくつかの仮想地盤モデルならびに実際の盛土施工にともなう動態観測値に適用した結果を検討した。本逆解析法は有限要素法による多次元圧密解析と数理計画法における共役勾配法を用いて、現場観測情報に最も近い解析値を与える物性定数を探索するものである。はじめに、仮想地盤に対して本逆解析法を適用し以下の知見を得た。

- (1) 地盤物性定数の逆解析に対し、観測変位は有効であるが、観測間隙水圧は有害ではないものの有用性は認められない。

- (2) 1次元圧密では、一義的な物性定数を推定することは困難であるが、1次元圧密を支配する圧密係数を推定することは可能である。
- (3) 透水係数に異方性を導入した場合には、本逆解析法で水平方向透水係数を精度よく推定することが困難である。このことは、ここで示したような2次元圧密においては、水平方向透水係数が圧密挙動に与える影響が小さいことを示している。したがって、適当な値の等方透水係数を与えてやれば、実地盤の圧密挙動をシミュレート可能であるといえる。このことは、実地盤に対する適用結果からも明かである。
- (4) 均一地盤の場合は、実務で行われるような計測の位置や個数でも十分である。ここでは、計測データの必要数や最適位置についての知見は得られなかった。ただし、多くの計測データを与えれば、逆解析の速度ならびに信頼性が向上するということが明かである。
- (5) 地盤が多層からなる場合には、特に透水係数の推定精度が低下する傾向が認められ、推定精度を向上させるには、間隙水圧の消散の明瞭な載荷直後からのデータを与え、かつ観測データが各層の特性を代表し、層ごとに偏りがなく選ぶなど、計測位置を的確に計画する必要がある。

本章の後半では、6カ所で行われた軟弱地盤上の試験盛上にもなう動態観測結果に、本逆解析法を適用した結果を示した。逆解析に際し地盤を線形弾性と仮定しているが、実地盤を線形弾性と仮定することは過度の簡略化と考えられるため、観測期間をいくつかの期間に分割し、分割した期間ごとに逆解析を行う適用法-Iと、全期間の観測変位から逆解析を行う適用法-IIの、2種の方法を用いることによって、圧密の進行にもなう物性定数の変化特性などを検討できるようにした。また、推定された物性定数と、室内土質試験から求められた物性定数の比較を行い、土質試験から得られた物性定数の修正法などを検討し、以下のような知見を得た。

- (6) 期間ごとのデータから逆解析を行う適用法-I、ならびに全期間で逆解析を行う適用法-IIとも、実地盤の挙動を精度良く再現できる地盤物性定数を推定することが可能である。
- (7) 圧密の進行にともない、弾性係数は減少する傾向が認められるが、これはせん断応力の増加にもなう降伏による効果が、圧密の進行にもなう剛性の増加効果よりも卓越しているためと考えられる。
- (8) 実地盤の圧密時の構成特性として、双曲線型の応力-ひずみ関係を用いることにより、近似的に説明することが可能である。
- (9) ポアソン比には、圧密の進行にもなう明確な変化特性は認められなかった。
- (10) 逆解析された透水係数は圧密の進行にもなう減少する傾向が認められるが、そ

の関係は間隙比の減少によるものとして意味づけられ、透水係数の対数と間隙比には線形関係が認められる。

- (11) 体積圧縮係数から得られた弾性係数は、逆解析による値よりかなり小さく、両者には明確な関係は認められなかった。1軸圧縮試験ならびに3軸圧縮試験による割線弾性係数に基づく弾性係数は、体積圧縮係数に基づくものに比べて、比較的逆解析値に近い傾向がみられた。しかしながら、対象地盤の応力状態がせん断強度に近い場合には、割線弾性係数は弾性係数を過大評価するようになる。以上のことから、圧密期間を通じて線形弾性で見なす場合に、現地盤の挙動を妥当に計算することができる弾性係数を、室内土質試験結果のみから評価することはかなり困難であると結論づけられる。
- (12) 標準圧密試験から計算される透水係数を10倍した値は、逆解析によって得られた透水係数にかなり近い値を示す。
- (13) 双曲線型応力-ひずみ関係を仮定し、工事施工の初期段階に本逆解析法を適用することにより、将来の物性定数の値を予測可能であることを示した。

Appendix-5

○連成問題の有限要素解析手法

A-1 つりあい式

連成問題の支配方程式のうちつりあい式(5.01)に仮想仕事の原理を適用し、式(5.02)、(5.03)を用いると次式が得られる。

$$\int_V \dot{\sigma}_{ij} \delta \dot{\epsilon}_{ij} dV + \int_V \dot{p}_w \delta \dot{\epsilon}_v dV = \int_{S_s} \dot{t}_i \delta \dot{u}_i ds \quad (\text{A-5.01})$$

ここに、 δ は仮想量を示し、 ϵ_v は体積ひずみである。有限要素法を適用するために、形状関数 N を導入して要素内変位を節点変位より次式で表す。

$$\dot{u} = N \dot{u}_n \quad (\text{A-5.02})$$

上式を微分することにより、要素内のひずみ速度ならびに体積ひずみ速度がそれぞれ次のようにして求められる。

$$\dot{\epsilon}_e = B \dot{u}_n \quad (\text{A-5.03})$$

$$\dot{\epsilon}_{v_e} = L^T \dot{u}_n \quad (\text{A-5.04})$$

ここに、 B ：節点変位－ひずみ関係テンソル、 L ：節点変位－体積ひずみ関係テンソルである。

式(A-5.01)に適当な構成則を代入し、上の2式を用いることにより、次式で表される連成問題に対する拡張された要素剛性方程式が得られる。

$$K_e \dot{u}_n + C \dot{p}_w = \dot{F} \quad (\text{A-5.05})$$

ここに、

$$K_e = \int B^T D B dV, \quad C = \int L dV, \quad \dot{F} = \int N^T T dV$$

式(A-5.05)を増分形に書き換えると次式が得られる。

$$K_e \Delta u + C \Delta p_w = \Delta F \quad (\text{A-5.06})$$

上式でK, Cおよび ΔF は式(A-5.05)のものを差分近似して積分して得られる。

A-2 連続条件式

連続条件式ならびにDarcy 則を用いて間隙水圧の流入および流出と要素の体積変化の拘束条件を導く(飯塚(1988), 赤井・田村(1978))。

連続条件式を任意の要素の境界および体積で積分を行うと次式が得られる。

$$\int_V \dot{\varepsilon} dv = \int_S v_i n_i ds \quad (A-5.07)$$

Darcy 則を代入すると次式が得られる。

$$\int_V \dot{\varepsilon} dv = -\delta_{ij} k_{ij} \int_S h_{,j} n_i ds \quad (A-5.08)$$

ここに, n : 境界の法線ベクトル, k_{ij} : 透水係数ベクトルである。上式の時間離散化に後退差分を用い, 時刻 t から $t + \Delta t$ を考え, 式(A-5.03)を用いると次式が得られる。

$$C^T \Delta u_o = -\delta_{ij} k_{ij} \Delta t \int_S h_{,j} |_{t+\Delta t} n_i ds \quad (A-5.09)$$

図-(A-5.01)を参照すれば式(A-5.09)の右辺は次のように計算可能である。

$$\begin{aligned} & -\delta_{ij} k_{ij} \Delta t \int_S h_{,j} |_{t+\Delta t} n_i ds \\ &= \Delta t \sum k_{xx} \left(\frac{h_o |_{t+\Delta t} - h_{oi} |_{t+\Delta t}}{l_{xi}} \right) b_{yi} \\ &+ \Delta t \sum k_{yy} \left(\frac{h_o |_{t+\Delta t} - h_{oi} |_{t+\Delta t}}{l_{yi}} \right) b_{xi} \end{aligned}$$

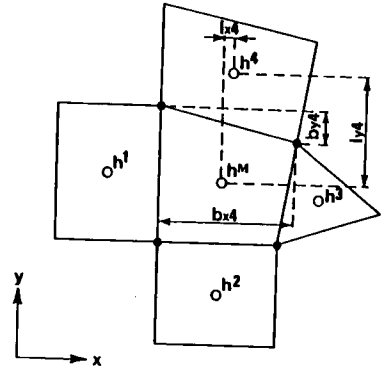


図-A-5.01 隣接要素間の連続条件

$$= \alpha \gamma_w h_o |_{t+\Delta t} - \sum_i \alpha_i h_{o,i} |_{t+\Delta t} \quad (A-5.10)$$

$$\alpha = \Delta t (\sum k_{xx} b_{y_i} / l_{x_i} + \sum k_{yy} b_{x_i} / l_{y_i}) \quad (A-5.11)$$

$$\alpha_i = \Delta t (k_{xx} b_{y_i} / l_{x_i} + k_{yy} b_{x_i} / l_{y_i}) \quad (A-5.12)$$

したがって、式(A-5.09)と併せて連続条件式の有限要素方程式は次式のように得られる。

$$C^T \Delta u_o + \alpha \gamma_w h |_{t+\Delta t} - \sum_i \alpha_i \gamma_w h_{o,i} |_{t+\Delta t} = 0 \quad (A-5.13)$$

○スケーリング

離散化された圧密問題に対する支配方程式は、式(5.06)で表されるが、同式中のK。の成分は弾性係数程度のオーダーであるのに対し、 α の成分は透水係数に近いオーダーである。したがって、式(5.06)をそのままの形で解く場合には、桁落ちなどの影響が避けられない。全体剛性マトリックスなどを倍精度変数を用いて表すことによっても対処することは可能であるが、その場合には記憶容量、計算時間などの点で不利となる。したがって、ここでは次のようなスケーリング操作を行うことによって、この問題に対処する。

式(5.06)において、未知数である間隙水圧 p をスケーリング数 β で割り、 p/β を新たな未知数とする。この操作により、式(5.06)は次式のように変形される。

$$\begin{bmatrix} K_o, & \beta C \\ C^T, & \beta \alpha \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ p/\beta \end{Bmatrix} e \Big|_{t+dt} - \begin{Bmatrix} 0 \\ \beta \sum (\alpha_i p_i / \beta) \end{Bmatrix} e = \begin{Bmatrix} F |_{t+dt} \\ V | t \end{Bmatrix} \quad (A-5.14)$$

さらに、連続条件式を β 倍することにより、結果として次式が得られる。

$$\begin{bmatrix} K_o, & \beta C \\ \beta C^T, & \beta^2 \alpha \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ p/\beta \end{Bmatrix} e \Big|_{t+dt} - \begin{Bmatrix} 0 \\ \beta^2 \sum (\alpha_i p_i / \beta) \end{Bmatrix} e = \begin{Bmatrix} F |_{t+dt} \\ \beta V | t \end{Bmatrix} \quad (A-5.15)$$

上式は、 p/β を未知数としていること以外は、意味するところは式(5.06)と何等変わる場所がないことは明かであり、上式から計算された p/β に β を乗ずることにより、間隙水圧が計算される。なお、式(A-5.15)より、 $\beta^2 \alpha$ とK。のオーダーを同程度にすれば良いことが理解され、スケーリング数 β の値は次のように選択することができるがわかる。

$$\beta^2 k \cong E \quad \text{or} \quad \beta \cong (E/k)^{1/2} \quad (A-5.16)$$

[参考文献/第5章]

- 1) 赤井浩一・田村武(1978):「弾塑性構成式による多次元圧密の数値解析」, 土木学会論文報告集, No.269, pp.95-104.
- 2) 荒井克彦・渡辺知幸・田行啓一(1983):「多次元圧密解析手法の比較」, 土質工学会論文報告集, Vol.23, No.3, pp189-195.
- 3) Arai, K., Ohta, H. and Yasui, T. (1983): "Simple optimization techniques for evaluating deformation moduli from field observations," Soils and Foundations, Vol.23, No.1, pp.107-123.
- 4) Arai, K., Ohta, H. and Kojima, K. (1984): "Estimation of soil parameters based on monitored movement of subsoil under consolidation," Soils and Foundations, Vol.24, No.4, pp.95-108.
- 5) Biot, M. A. (1943): "General theory of three-dimensional consolidation," J. Appl. Phys., Vol.12, pp.155-164.
- 6) Biot, M. A. (1956): "General solutions of the equations of elasticity and consolidation," J. Appl. Phys., Vol.78, pp.91-96.
- 7) Christian, J. T. (1968): "Undrained stress distribution by numerical methods," Proc., ASCE, Vol.94, No.SM6, pp.1333-1345.
- 8) Christian, J. T. and Boehmer, J. W. (1970): "Plane strain consolidation by finite elements," Proc., ASCE, Vol.96, No.SM4, pp.1435-1457.
- 9) Duncan, J., M. and Chang, C., Y. (1970): "Non-linear analysis of stress strain in soils," Proc., ASCE, No.SM5, pp.1629-1653.
- 10) Gioda, G. (1985): "Some remarks on back analysis and characterization problems," Proc., 5th Int. Conf. on Numerical Methods in Geomechanics, Nagoya, Vol.1, pp.47-61.
- 11) Gurtin, M. (1964): "Variational principles for linear elastodynamics," Archs. Ration. Mech. Analysis, Vol.16, pp.36-50
- 12) Ghaboussi, J. and Wilson, E. L. (1973): "Flow of compressible fluid in porous elastic media," Int. J. Numer. Methods Engng., Vol.5, pp.419-442
- 13) 飯塚敦 (1988):「軟弱地盤の変形・安定解析に関する基礎的研究」,
京都大学博士論文
- 14) 建設省, 基礎地盤コンサルタント (1980): 玉島バイパス計画報告書
- 15) Kent County Council Highway Laboratory Geotechnical Section (1974):
Sandwich By-Pass Trial Embankment, Part 1 and Part 2.

- 16) 小林正樹 (1979): 「有限要素法による非線形多次元圧密解析」, 第14回土質工学研究発表会, pp.217-220.
- 17) Matsui, T. and Abe, N. (1981): "Multi-dimensional elasto-plastic consolidation analysis by finite element method, Soils and Foundations, Vol.21, No.1, pp.79-95.
- 18) 日本道路公団, 不動建設 (1966): 東名高速道路愛甲試験盛土報告書
- 19) 日本道路公団, 不動建設 (1981): 常磐自動車道神田試験盛土報告書
- 20) 大平・芳賀・斎藤・西崎 (1981): 「有限要素法多次元圧密解析における要素モデルの比較と計算事例」, 土と基礎, Vol.29, No.4, pp.25-32.
- 21) Sandhu, R. S. and Wilson, E. L. (1969): "Finite element analysis of seepage in elastic media," Proc., ASCE, Vol.95, No.EM3, pp.641-652.
- 22) Sandhu, R. S., Liu, H. and Singh, K. J (1977): "Numerical performance of some finite element schemes for analysis of seepage in porous elastic media," Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech., Vol.1, pp.177-194.
- 23) Shoji, M. and Matsumoto, T. (1976): "consolidation of embankment foundation", Soils and foundations, Vol.16, No.1, pp.59-74.
- 24) Small, J. C., Booker, J. R. and Davis, E. H. (1976): "Elasto-plastic consolidation of soil," Int. J. Solids Structures, Vol.12, pp.431-448.
- 25) Terzaghi, K. (1923): "Die berechnung der durchlässigkeitziffer des tones aus dem verlauf hydrodynamischen spannungserscheinungen"

第 6 章 非線形構成モデルの物性定数の逆解析

第 1 節 序 論

第3章において示したように、地盤材料はダイレイタンスー特性と時間依存性挙動を示す非弾性体としてとられることができる。さらに、地盤の変形性だけでなく、応力および間隙水圧分布、破壊に対する安全率などを包括的に考慮するためには、非線形構成モデルの導入が不可避である。しかしながら、現在のところ研究レベル以外では、地盤材料を対象とした構成モデルを用いた解析が普及しているとは言い難い。構成モデルが実務計算に応用されにくい要因の1つとして、実地盤の特性を表現することができる構成モデルの材料パラメータの推定が容易でないことをあげることができる。

本章では、第4章、第5章で示した線形弾性体を対象とした逆解析法の考え方にに基づき、現場観測変位から、非線形構成モデルで用いられる変形係数、強度定数ならびに透水係数を同時に推定する方法を検討する。現在に至るまで、非線形構成モデルのパラメータの逆解析がほとんど行われてきていないが、その原因として通常の地盤材料を対象とした構成モデルが変形係数の変動、降伏条件などを、求めるべき地盤物性定数に鈍感な応力をパラメータとして制御していることをあげることができる。その対応策としては、物性定数に比較的敏感なひずみなどをパラメータとすることが考えられるが、その場合には必然的に塑性論を用いた構成モデルを用いることが不可能となる。そのため本章においては、せん断ひずみをパラメータとした双曲線型の構成モデルを用いた地盤物性定数の逆解析法を検討する。この方法では、変形係数、透水係数に加えて強度定数をも推定できるために、施工時の観測情報を用いて逆解析を行うことにより、以後の変形量ばかりではなく、破壊に対する安全性の管理を行いながら施工を続けることが可能となる。さらに、地盤材料に対する代表的な構成モデルとして Cam-Clay モデルを選択し、そのパラメータの推定法を検討する。この推定法では Cam-Clay モデルなどの微分型構成モデルの物性定数を直接推定するのではなく、その応力-ひずみ関係を陽な形の構成モデルで近似し、近似したモデルの物性定数をまず推定し、両モデルの物性定数の関連性から Cam-Clay モデルの物性定数を間接的に推定するという方法を採用する。

第2節では、非線形構成モデルのパラメータの逆解析問題の定式化を行う。初めに非線形構成モデルのパラメータの推定に関する既往の研究と、その可能性についての考察を行い、続いて第5章において示した、実地盤に対する逆解析法の適用結果から求められた、実地盤の変形性、透水性を表現でき、かつ逆解析に必要な条件を満たす構成モデルに関する

る検討を行う。非線形構成モデルに対する逆解析の第1段階として、拘束応力に依存しない双曲線型モデルを用いた地盤物性定数逆解析法の定式化を行うとともに、最適化計算で必要な勾配の計算法をやや詳しく検討する。第3節では、新たに定式化した逆解析法を、仮想モデル地盤に対して適用し、物性定数の推定精度などの確認を行う。第4節および第5節では実地盤に対する適用性を検討し、観測工法に逆解析法を導入する場合の留意点を考察する。

第6節から第8節では、拘束応力に依存する非線形構成モデルのパラメータの推定法に関する検討を行う。第6節では、第2節で導入した双曲線型構成モデルに、拘束圧依存性を導入することにより、現場観測変位から、初期せん断変形係数、せん断強度比、透水係数およびポアソン比を同時に推定できる逆解析法を定式化する。第7節では、定式化された逆解析法を仮想モデル地盤に対して適用し、その推定精度などを確認する。第8節では、第5章において逆解析法を適用した実地盤に対して、非線形構成モデルを用いた逆解析法を適用し、その適用性を確認するとともに、第5章の地盤を線形弾性とした場合との比較検討を行う。その結果、本逆解析法を工事施工の初期段階に適用することにより、変形量の予測だけでなく、破壊に対する安全性の管理を行いながら、施工を進めることができることが確認された。

第9節では、双曲線型構成モデルの物性定数から、Cam-Clayモデルなどの微分型構成モデルの物性定数の間接的な推定が可能であることを示し、逆解析結果より推定されたパラメータを用いたCam-Clayモデルによる試験盛土の解析結果を考察する。

第2節 非線形構成モデルとその逆解析問題の定式化

2-1 非線形構成モデルを導入した逆解析法の必要条件

地盤材料に対する構成モデルを実務問題に利用する際の第1の障害は、現地盤の特性を代表する物性定数の決定が容易でないことにあると考えられる。逆解析法を利用することによって、地盤の不均一性、サンプリング時の乱れ、除荷などの影響を受けることなく、現地盤から直接的に、実地盤の挙動を包括的に表現可能な地盤物性定数を推定することができる。しかしながら、本来非線形である地盤の応力-ひずみ関係を、線形弾性と単純化することなしに、非線形構成モデルのパラメータの推定に成功した方法は、現在のところ認められない。現在までに発表されているほとんどの逆解析法は、地盤を線形弾性と仮定して、観測データから弾性定数などを決定しているが、これは逆解析法の数学的特性による必然性に起因している。すなわち、逆解析が可能であるためには以下の条件を満足する

必要がある。

- (1) 逆解析されるパラメータは観測データに支配的影響を与えるものでなければならない。言い替えれば、観測されるデータは推定しようとするパラメータに直接依存する量でなければならない。また、観測データは原位置で容易に観測可能でなければならない。
- (2) 推定されるパラメータは観測データに対応する力学量を計算する際に互いに独立でなければならない。つまり、観測データはある一組のパラメータを唯一的に与えなければならない。

しかし、応力のみをパラメータとして変形係数などを制御する非線形構成モデルを用いている場合には、応力が物性定数（特に変形係数）の変化に比較して劇的に変化しないため、上記の条件を満足することは困難である。応力が変形係数に鈍感であることは、等方線形弾性体を対象とした有限要素法解析を例にとれば理解し易い。すなわち、等方線形弾性の場合、全体剛性マトリックスから弾性係数 E をくり出すことができるため、変位ならびにひずみは弾性係数で除された形で計算される。一方、応力はひずみに弾性係数を乗ずることによって計算されるため、結果として弾性係数が相殺され、応力は弾性係数には影響されないこととなる。線形弾性以外の構成則を持つ場合でも、各計算段階における変形係数 E_i を用いて、本質的に同様の計算手順により算出されるため、応力が構成モデルに支配的には影響されないことには変わりはない。

以上の理論より、通常の塑性論、言い替えれば Drucker の仮説に基づく関連および非関連流動則を用いた構成則は、基本的には応力状態のみによって、構成特性を制御しているため、そのパラメータを直接推定することが容易でないといわざるを得ない。したがって、上記の(1)、(2)の条件を満足するためには、任意の計算段階における構成特性が、推定すべきパラメータに強く依存する物理量に対して、1対1対応であるような構成モデルを導入する必要がある。

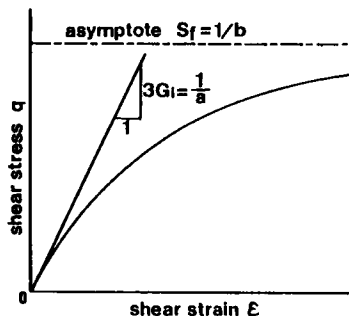
Arai and Katase(1984) と Arai and Tanimoto (1984) は圧密を考慮しない場合に対して、トンネル掘削時の観測データにより、非線形構成パラメータを逆解析する方法を提案している。荒井らは、非線形構成モデルとして応力依存性のない双曲線型モデルを用い、せん断ひずみをパラメータとして接線変形係数を制御することにより、非線形構成モデルのパラメータの推定を試みている。本章で検討する逆解析法は、基本的には荒井らの考え方に基づくものであるが、構成モデルに拘束応力依存性を導入するとともに、圧密問題を取り扱えるように拡張することにより、圧密時の経時観測変位から地盤各層の初期剛性係数、ポアソン比、せん断強度比および透水係数を推定可能とするものである。

2-2 双曲線型構成モデル

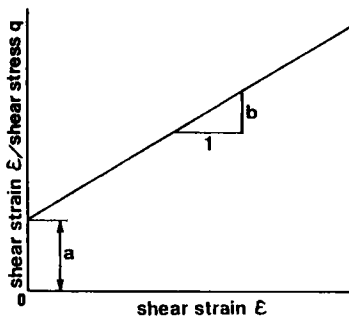
第3章において示したように、地盤材料に対する構成モデルは、一般に速度型あるいは微分型で書かれており、有限要素法などに取り入れて解析を行う場合の、ある計算段階における変形性は、その時点の応力、ひずみならびにその履歴などに依存している。したがって、そのような複雑な構成モデルのパラメータを、適当な簡略化を行わずに推定することは、容易な問題ではないと推察され、逆解析を行うためには何等かの簡略化を行う必要がある。

前章において、実地盤の圧密時の変形係数の変化傾向は、双曲線によって良好に近似できることを示した。これは、圧密期間をいくつかの期間に分割し、分割された期間内では物性定数は一定として、分割期間内の観測変位を用いて物性定数を逆解析を行った結果、圧密の進行にともなう現地盤の応力-ひずみ関係は双曲線によって近似可能であることを示したものである。しかしながら、この方法では各分割期間内で物性定数は変化しないと仮定しているとともに、応力-ひずみ関係の局所的な挙動

も考慮していなかった。一方、Kondner(1963)はほとんどの土の三軸試験による応力-ひずみ関係は双曲線によって近似できることを示し、Duncan and Chang(1970)によって有限要素法で扱うのに適した形に様々な改良を加えられたモデルは、実務においても頻繁に利用されている。そのモデルは変形係数が主応力の増加にともなって減少するというものであり、双曲線の漸近線に相当する極限強度は、応力で規定されるMohr-Coulombの破壊規準に基づくものである。言い替えば、Duncan and Changモデルばかりでなく、ほとんどの非線形構成モデルは基本的に応力を決定変数としているが、これが非線形構成パラメータの逆解析を困難としている要因である。均一な弾性体の場合、応力は変形係数にほとんど影響を受けないため、観測応力による変形係数の逆解析は不可能である。非線形構成モデルを用いる場合でも、変形係数は応力の決定に支配的でない。したがって、応力のみを決定変数として変形係数の変化ならびに破壊規準を決定している場合には、非線形構成モデルの物性定数の逆解析は困難となる。したがって、Duncan and Changのモデルを次のように修正する必要がある。修正事項としては第1に、変形係数は主応力差ではなくせん断ひずみの増加にともなって減少するものとする。第2に、せん断強度に拘束圧依存



(a) 双曲線型構成モデル



(b) (a)の関係の別表記

図-6.01 双曲線型構成モデル

性がないものとする。結果として、逆解析を行うために修正された双曲線型のせん断応力－せん断ひずみ関係は次式で表される。

$$q^n = \frac{\varepsilon^n}{(1/3G_i + \varepsilon^n/S_r)} \quad (6.01)$$

ここに、 S_r ：せん断強度、 G_i ：初期せん断剛性係数、 q^n, ε^n ：ステップnでのせん断応力ならびにせん断ひずみであり、次式で計算される。

$$q^n = \sum_{m=1}^n \Delta q_m \quad \Delta q_m = \left(\frac{3}{2} \Delta s_{ij}^m \Delta s_{ij}^m \right)^{1/2} \quad (6.02-a,b)$$

$$\varepsilon^n = \sum_{m=1}^n \Delta \varepsilon_m \quad \Delta \varepsilon_m = \left(\frac{2}{3} \Delta \gamma_{ij}^m \Delta \gamma_{ij}^m \right)^{1/2} \quad (6.03-a,b)$$

ここに、 $\Delta s_{ij}^m, \Delta \gamma_{ij}^m$ ：時間ステップmにおける偏差応力増分テンソルおよび偏差ひずみ増分テンソルを示す。

Duncan and Chang モデルと、ここで示したモデルの最も大きな相違点は、式(6.01)中の G_i および S_r が拘束圧力に依存しないということである。本来の Duncan and Chang モデルでは5個のパラメータが必要であるが、式(6.01)では2個となっており、逆解析を行う上で非常に有利となっている。さらに、式(6.02)、(6.03)で導入されたせん断応力ならびにせん断ひずみは単調増加であるという点も重要である。もし式(6.02)、(6.03)中の偏差応力ならびに偏差ひずみの増分のかわりに s_{ij}^m と γ_{ij}^m そのものの値を用いた場合には q^n および ε^n が双曲線型応力－ひずみ曲線に沿って減少する可能性が生じる。 q^n および ε^n の減少は応力およびひずみ状態の不連続を生じさせ、逆解析を困難とする可能性が生じる。以上のような仮定は、数学的な見地から非線形構成モデルの物性定数を逆解析可能とするために行ったものであり、力学的な見地からみれば Duncan and Chang のオリジナルモデルよりも劣っていることは事実である。したがって、逆解析される S_r はかなり粗い地盤のせん断強度となる。

Duncan and Chang の方法に従えば、図-6.01中の双曲線型応力－ひずみ曲線の任意の点での接線せん断剛性係数は次式で表される。

$$3G_t = \frac{1/3G_i}{(1/3G_i + \varepsilon^n/S_r)^2} \quad (6.04)$$

また、任意のひずみレベルにおける接線弾性係数は次式で表される。

$$E_t = 2(1+\nu)G_t \quad (6.05)$$

ここに、 ν は圧密進行時に一定と仮定したポアソン比である。

2-3 透水係数

前章における逆解析法の実地盤に対する適用結果より、実地盤の透水係数は圧密の進行による間隙比の減少にともなって減少する傾向が認められ、透水係数の自然対数と間隙比は線形関係で近似できることを示した。さらに、Samarasinghe, Huang and Drnevich (1982)などにより、多くの室内土質試験において透水係数の自然対数と間隙比は、次式のように直線関係にあることが認められている。

$$\log k = A e + B \quad (6.06)$$

ここに、 A 、 B は材料定数である。したがって、透水係数そのものを推定するよりも、式(6.06)の材料定数を逆解析する方が合理的であると考えられる。しかしながら、透水係数の変化が対数的であり、数値シミュレーションの結果からも、式(6.06)中の定数 A は圧密による変位に大きな影響を及ぼさないことが確かめられた。このことは、通常レベルの圧密変形では、間隙比は透水係数に大きな影響を与えるほど劇的には変化しないことを示している。したがって、実地盤においても間隙比の変化は小さいと考えられ、観測変位から定数 A を逆解析することが困難となる。さらに、第5章において、水平方向透水係数は従来から言われているほどには、多次元圧密現象に大きな影響を与えないことを確かめた。本章においては透水係数は等方とし、圧密期間中一定と仮定するが、この仮定は上記の事実からも無理のないものと考えられる。

2-4 逆解析問題の定式化

多次元圧密問題の解析法としては、5章で導入した Christian系の増分型の支配方程式に基づく方法を用いるが、地盤を線形弾性とした場合と異なるのは、要素剛性マトリックス K をつくる際の弾性係数を式(6.04)、(6.05)によって計算される値を用いるという点だけである。圧密の支配方程式として増分型のものを用いた場合、目的関数も増分型を用いると勾配計算などが簡単となる。さらに、5章において示したように、間隙水圧のみを観測データとして与えても、物性定数を逆解析することが不可能であり、また間隙水圧を与えた場合の優位性も見受けられなかったので、本章においては変位のみを観測データとして与えるものとする。したがって、本章における逆解析問題は次式で示される目的関

数と制約条件を持つ最適化問題として定式化できる.

$$\text{minimize } J = \sum_{n=1}^N \left\{ \sum_{i=1}^{N_d} (\Delta u_i^n - \Delta U_i^n)^2 \right\} \quad (6.07)$$

$$0 < G_i, \quad 0 < S_r, \quad 0 < \nu < 0.5, \quad 0 < k \quad (6.08)$$

ここでの表記法は前章で示したものと同一である. 上式で定式化された逆解析問題の解法としては, 本章においても Fletcher and Reevesの共役勾配法を用いる.

2-5 勾配計算

式(6.07)の勾配計算のうち, ポアソン比ならびに透水係数に関しては5章の式(5.13)から(5.18)と同様であるが, 初期剛性係数 G_i およびせん断強度 S_r での微分計算では, 接線弾性係数の微分を計算する必要がある. ところで, 要素 m , 時間ステップ n の接線弾性係数は次式で計算される.

$$E_m^n = \frac{2(1+\nu)S_r^2 G_i}{(S_r + 3G_i \varepsilon_m^{n-1})^2} \quad (6.09)$$

$$\varepsilon_m^n = \sum_{k=1}^n \Delta \varepsilon_m^k \quad (6.10)$$

ここに, $\Delta \varepsilon_m^k$: 要素 m , 時間ステップ k の式(6.03)で計算されるせん断ひずみ増分である. 式(6.09)より, 対象とする地盤に要素 m が含まれている場合には, 接線弾性係数の微分は次式によって与えられる.

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_m^n}{\partial G_i} &= \frac{2(1+\nu)}{(S_r + 3G_i \varepsilon_m^{n-1})^4} \{ S_r^2 (S_r + 3G_i \varepsilon_m^{n-1})^2 \\ &\quad - S_r^2 G_i \cdot 2(S_r + 3G_i \varepsilon_m^{n-1})(3\varepsilon_m^{n-1} + 3G_i \partial \varepsilon_m^{n-1} / \partial G_i) \} \end{aligned} \quad (6.11)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_m^n}{\partial S_r} &= \frac{2(1+\nu)}{(S_r + 3G_i \varepsilon_m^{n-1})^4} \{ 2S_r G_i (S_r + 3G_i \varepsilon_m^{n-1})^2 \\ &\quad - S_r^2 G_i \cdot 2(S_r + 3G_i \varepsilon_m^{n-1})(1 + 3G_i \partial \varepsilon_m^{n-1} / \partial S_r) \} \end{aligned} \quad (6.12)$$

対象とする層に要素 m が含まれない場合も同様に計算可能である. また, 上式におけるせ

せん断ひずみの微分は x を物性定数とすれば以下のように計算される。

$$\frac{\partial \varepsilon_n^{n-1}}{\partial x} = \sum_k^{n-1} \frac{\partial \Delta \varepsilon_n^k}{\partial x} \quad (6.13)$$

上式の $\partial \Delta \varepsilon_n^k / \partial x$ の計算法は Appendix-6 に示す。さらに、応力ひずみマトリックス D のポアソン比ならびに透水係数に微分においても、接線弾性係数である式(6.09)中にせん断ひずみが含まれるため、 $\partial \varepsilon_n^{n-1} / \partial \nu$ 、および $\partial \varepsilon_n^{n-1} / k$ を計算しなければならないことに注意する必要がある。

第 3 節 仮想地盤モデルに対する適用

非線形構成モデルを導入した逆解析法の適用性を検証するために、仮想モデル地盤に対する適用性の検討を行う。その方法としては前章までと同様であり、仮想モデル地盤の初期剛性係数 G_i 、せん断強度 S_r 、ポアソン比 ν および透水係数 k を適当に与え、有限要素法による圧密計算を行い、得られた計算変位を観測データとして与え、逆解析法を適用して地盤物性定数を推定し、はじめの計算に用いた物性定数との比較を行うという方法である。また、すべての適用例において平面ひずみ条件を仮定している。

[仮想地盤-6.1]

図-6.02に仮想地盤モデルの有限要素分割図を示す。図に示した地盤物性定数を用いて圧密解析を行った結果の一部を図-6.03に示す。いま、地盤物性定数 G_i, S_r, ν と k が未知であり、図-6.03に示す変位が経時的に観測されているときに、地盤物性定数を推定す

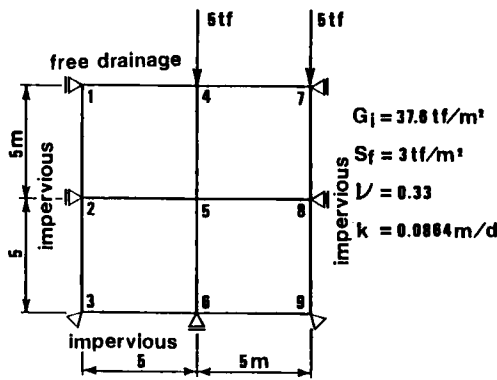


図-6.02 仮想地盤-6.1のモデル

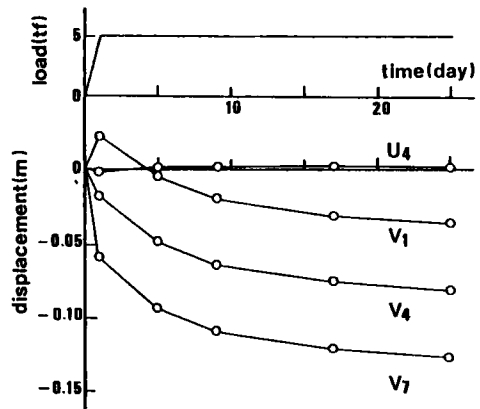


図-6.03 圧密計算結果

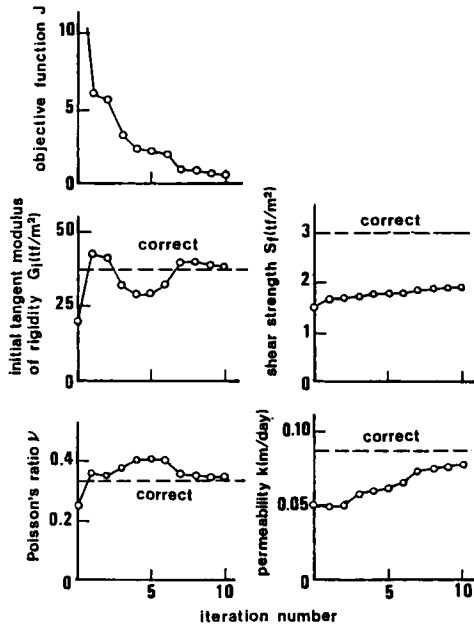


図-6.04 逆解析結果

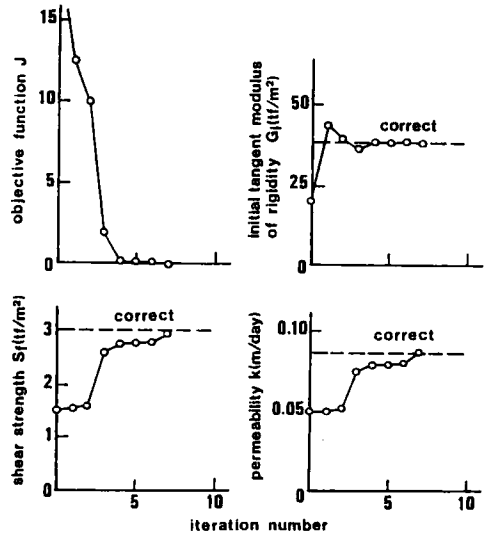


図-6.05 逆解析結果
ポアソン比固定

る問題を考える。図-6.04は本逆解析法の適用結果であるが、 G_i 、 S_i 、 ν 、 k のすべてを未知とする場合は、せん断強度と透水係数の推定精度が十分ではない。図-6.05はポアソン比を正解値に固定した場合の逆解析結果であるが、この場合にはどの物性定数も精度よく推定されている。また、初期物性定数の値を変えて逆解析を行った場合においても、同様の結果が得られている。これらの結果より、ポアソン比を正解値に固定する限り、本逆解析法は G_i 、 S_i 、 k を正確に逆解析可能ことが確認された。以上の結果が生じたのは、接線弾性係数 E_t が式(6.05)において G_i と ν が乗じられた形で定義されているため、ポアソン比が圧密解析に及ぼす影響が他の物性定数に比較して小さいためであると考えられる。ポアソン比はそのとりうる範囲が小さく、変位などへの影響も小さいということを考慮し、以下の適用例ではポアソン比を既知定数と仮定する。

[仮想地盤 - 6. 2]

第2の適用対象は均一な軟弱地盤上に盛土が行われることを想定したモデル地盤であり、有限要素分割図と変位の観測位置を図-6.06に示す。図-6.07は図-6.06に示す地盤物性定数を用いた有限要素法解析結果の一部であり、同図のプロットは変位の観測時刻にも相当している。仮想地盤-6.1の場合と同様に、図-6.06に示した観測位置における変位を与えて逆解析を行った結果を図-6.08に示す。この例の場合においても、せん断強度の収束が相対的に遅くなっているが、これは次のような理由によると考えられる。図-6.09

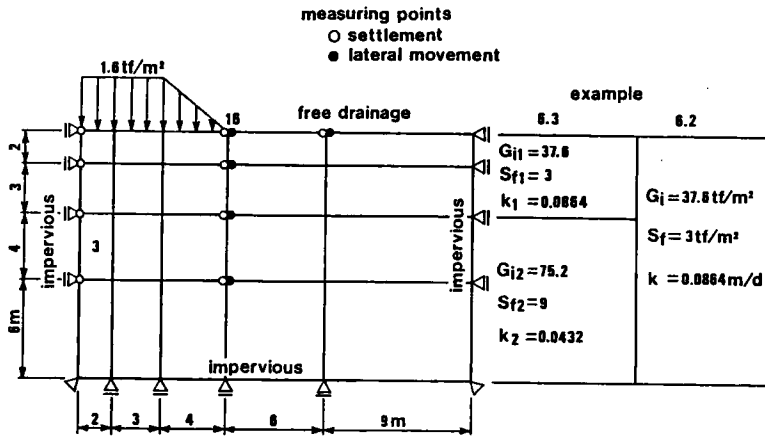


図-6.06 有限要素分割図と変位の観測位置

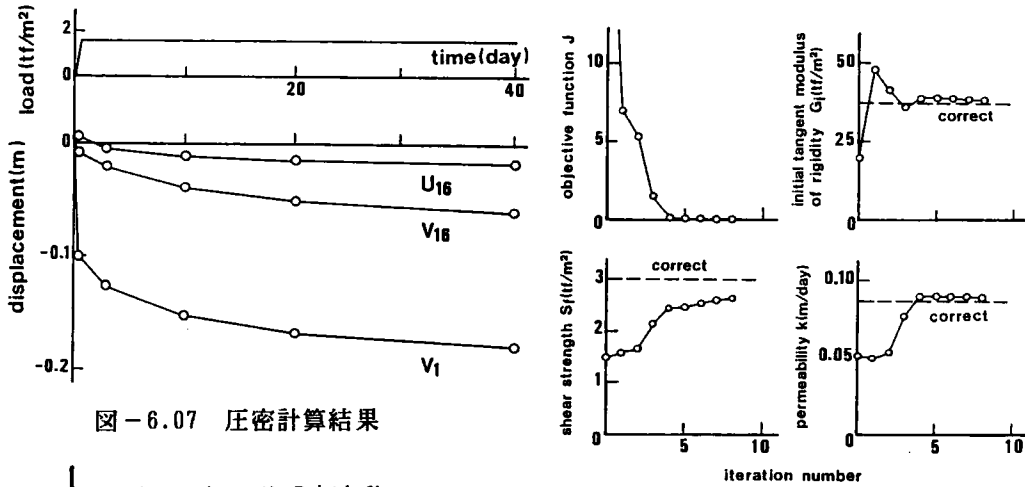


図-6.07 圧密計算結果

図-6.08 逆解析結果

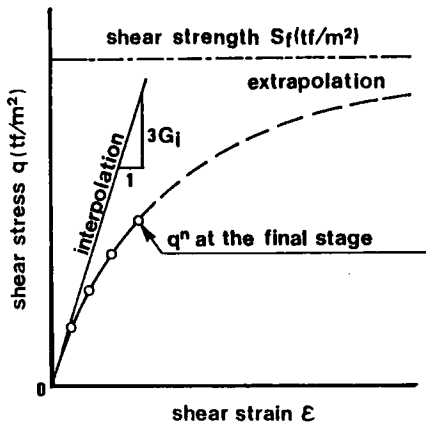


図-6.09 せん断強度の外挿性に関する模式図

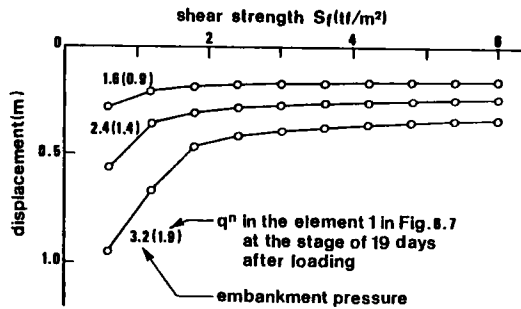


図-6.10 せん断強度 S_f が沈下量に及ぼす影響

に示すように、初期剛性係数 G_i は内挿的に探索されるのに対し、せん断強度 S_f は外挿的に探索される。したがって、せん断応力（せん断ひずみ）がせん断強度に比較してある値以上となり、構成モデルの非線形性が顕著にならないとせん断強度の推定が困難であると考えられる。図-6.10は、盛土荷重とせん断強度の組を与えて非線形有限要素法解析を行った場合の、図-6.06に示す節点1の載荷19日後の沈下量である。ただし、他の物性定数はこの例で用いたものと同様としている。図-6.10より、せん断強度がせん断応力の2倍程度より小さくならないと、せん断強度の変化が圧密解析に大きな影響を与えないといえる。このことより、ある盛土荷重によって起因されるせん断応力が、せん断強度の2分の1程度に達していない場合は、せん断強度の正確な推定が困難となるといえる。

[仮想地盤 - 6. 3]

第3の例は図-6.06の右に示すような2層からなる軟弱地盤上に盛土が行われる場合を考える。未知物性定数は、各層の G_i, S_f, k である。図-6.11に逆解析結果を示すが、均一地盤とした適用例-2に比較して各物性定数の推定精度が低下している。この原因としては、解の一意性の不完全さおよび各物性定数が計測変位に及ぼす影響が小さいことなどが考えられる。

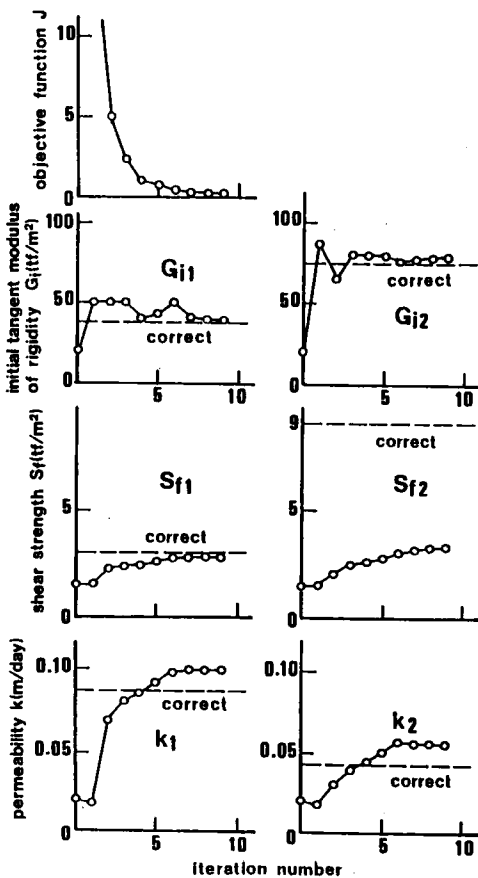


図-6.11 逆解析結果

一地盤とした適用例-2に比較して各物性定数の推定精度が低下している。この原因としては、解の一意性の不完全さおよび各物性定数が計測変位に及ぼす影響が小さいことなどが考えられる。第2層のせん断強度の推定精度がよくないが、これは仮想地盤-6.2でみいだされたように、せん断応力がせん断強度に対しかなり小さいレベルにまでしか達していなかったからであると考えられる。図-6.12はこの例の応力-ひずみ関係と第2層に属する要素3の最終段階でのせん断応力レベルを示したものである。こ

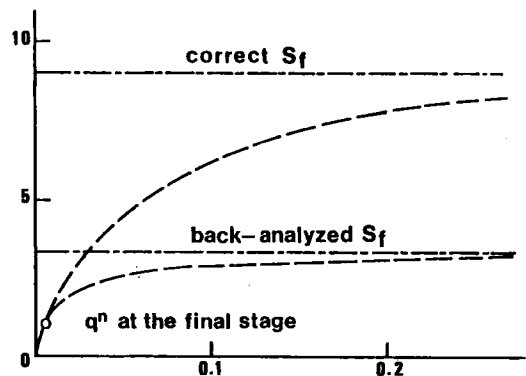


図-6.12 せん断強度の推定値(下層)

の図より、最終段階でのせん断応力がせん断強度の2分の1以下に達していないことが明らかである。このような場合にはせん断強度が現時点でのせん断応力の2倍以上であるということしか検証できない。

第 4 節 実地盤に対する適用結果

ここでは、双曲線型構成モデルを用いた地盤物性定数逆解析法を、実際の試験盛土にとりなう観測データに適用し、本逆解析法の実地盤に対する適用性を検討するとともに、実際の軟弱地盤が、盛土荷重によって圧密される時に示す応力-ひずみ関係を中心とした挙動特性を検討する。対象とした工事は、第5章で示した試験盛土の中から、表-5.04の試験盛土AとBに対応する愛甲試験盛土と神田試験盛土を選択した。これらの地盤条件、有限要素分割図ならびに変位の観測位置などは、第5章の図-5.16に示した通りである。

[愛甲試験盛土]

実地盤に対する第1の適用例は、東名高速道路の神奈川県で行われた愛甲地区試験盛土であり、図-5.16(a)に示すように3層からなる軟弱地盤上での試験盛土である。本逆解析法によって推定された物性定数による解析変位と計測変位の比較を図-6.13に示す。図-6.13には地盤を線形弾性とした場合と、期間ごとに弾性と仮定した場合について、逆解析された物性定数による計算変位も示してある。また、図-6.13において線形弾性法-Iというのは、圧密期間をいくつかの期間に分割し、その期間内のデータのみから逆解析を行うものであり、線形弾性法-IIは圧密開始時から逆解析する時刻までのデータを用いるものである。同図より、特に載荷期間において、非線形構成モデルを用いたほうが、線形弾性とするよりも、実際の変形挙動をより正確に表現していることが明らかである。図-6.14は式(6.05)によって求められる各計算段階における接線弾性係数を、地盤を分割した期間内では線形弾性(線形弾性法-I)として、推定された弾性係数と併せて示したもの

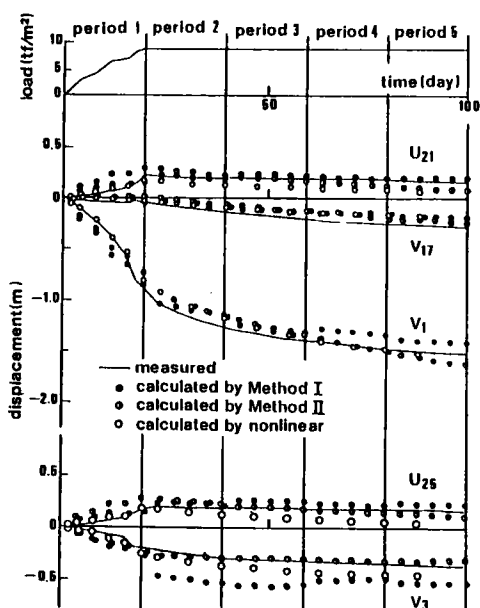


図-6.13 観測変位と逆解析された物性定数による計算変位の比較

である。線形弾性として推定された弾性係数は、双曲線型モデルによって計算される接線弾性係数の、平均的な値として求められていることがわかる。また図-6.15は、各層における典型的な要素の応力-ひずみ関係を示している。図において、各プロットは推定された物性定数による増分計算値を、実線は式(6.01)によって計算される関係を示している。両者に十分な一致がみられないが、これは圧密計算の離散時間の間隔が比較的大きい

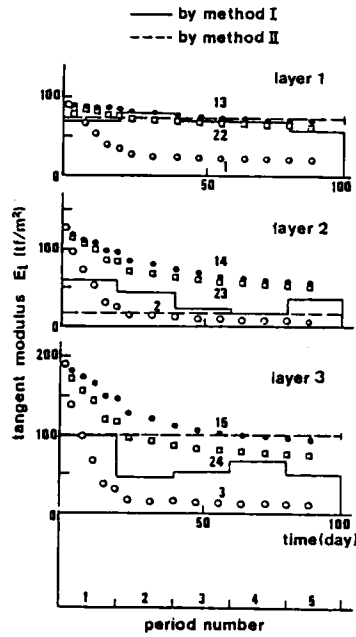


図-6.14 弾性係数の圧密の進行にともなう経時変化

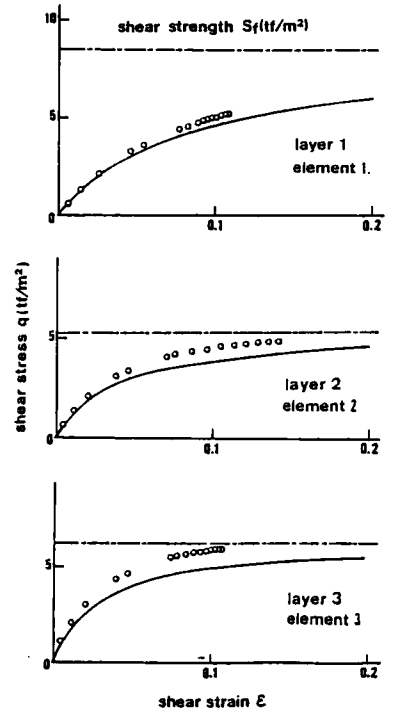


図-6.15 応力-ひずみ関係

layer	initial								at the completion of consolidation								
1	88.6	59.0	35.7	44.1	64.6	83.0	79.5	72.2	75.6	18.7	19.9	28.1	48.7	67.5	64.8	63.6	62.9
2	125.5	74.8	27.8	40.4	74.1	95.1	87.0	83.8	83.4	5.4	6.7	12.8	35.1	56.1	54.4	52.7	52.7
3	188.6	29.8	36.0	59.6	120.0	146.0	123.7	116.8	117.9	10.5	14.0	28.9	72.5	93.1	79.6	74.2	74.2

initial

at the completion of loading

at the completion of consolidation

(a) 载荷直後

(b) 圧密終了時

図-6.16 接線弾性係数の分布

ことによるものであり、離散時間を小さくすることによって、より正確な計算は可能である。この図より、どの層の要素も圧密の最終段階には、せん断強度の50%を超えていることが確かめられ、推定されたせん断強度の信頼性が高いことが予想される。図-6.16は载荷終了直後と、圧密終了時における接線弾性係数の分布を示している。接線弾性係数には大きなばらつきがみられ、特に盛土直下の要素の接線弾性係数の減少が顕著に認められる。このように、局所的な応力やひずみの挙動を扱えることは、非線形構成モデルを用い

た利点のひとつであり、第5章のように線形弾性とする場合には、各層で一定の弾性係数しか算出されないこととなる。一方、推定された透水係数は、第5章で推定された値とほぼ等しいことも確認された。

[神田試験盛土]

実地盤に対する第2の適用対象は、常磐自動車道の建設にともなう茨城県の神田試験盛土であり、図-5.16(b)に示すような4層からなる地盤である。図-6.17から6.19に逆解析結果を一覧するが、これらの結果は愛甲試験盛土に対する適用結果と類似した傾向が認められる。図-6.17ならびに6.18において、

載荷期間に相当する期間1および2の逆解析結果は、線形弾性の適用法-Iの場合とかなり異なった結果が得られている。このような結果が得られた原因としては、線形弾性とした場合は後述するように、載荷期間中の解の不安定性に依存しているものと考えられる。図-6.19は圧密の進行にともなうせん断応力-せん断ひずみ関係を、逆解析されたせん断強度とともに示したものであるが、第1層を除きせん断応力はせん断強度の50%に達していない。したがって、この試験盛土の場合の逆解析結果から下

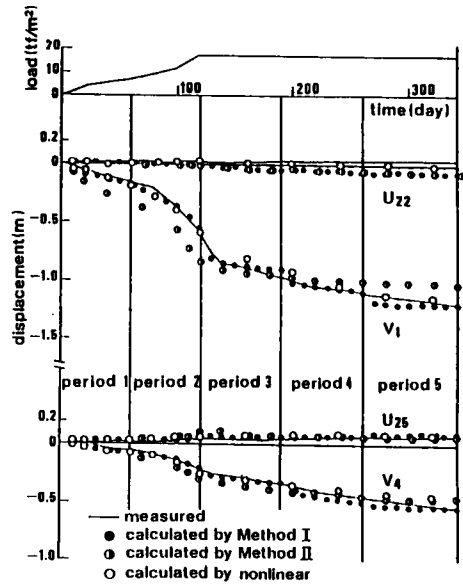


図-6.17 観測変位と計算変位の比較

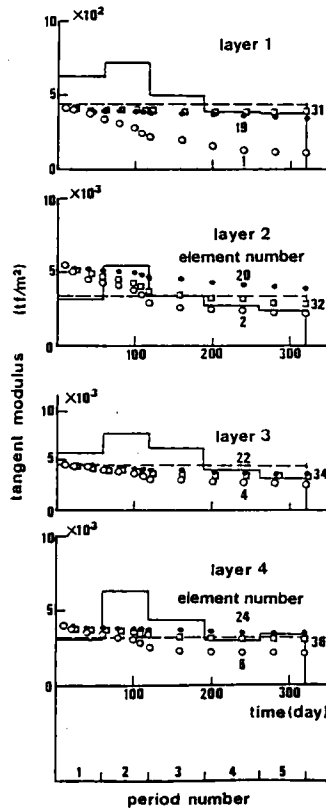


図-6.18 弾性係数の圧密の進行にともなう経時変化

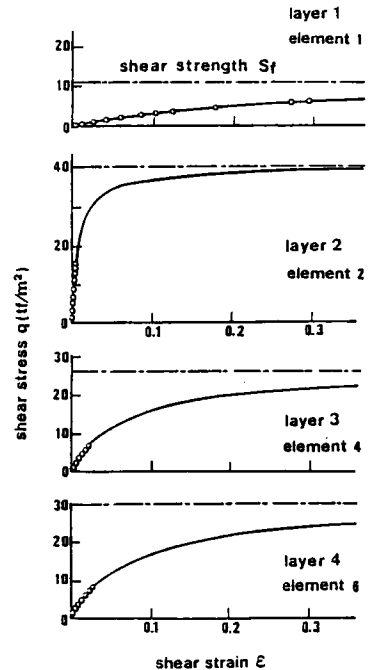


図-6.19 応力-ひずみ関係

せる結論は、図-6.17のように観測変位を精度良くシミュレート可能な物性定数は得られているものの、第1層を除くせん断強度は最終時点のせん断応力の2倍以上であり、比較的安定しているということだけである。

第5節 線形弾性を用いた逆解析結果との比較（観測工法への適用）

前節までのいくつかの地盤への適用結果より、本逆解析法は少なくとも観測変位を精度良く再現できる非線形構成モデルのパラメータを逆解析可能であることが確かめられた。ここでは、観測工法あるいは情報化施工と称して広く行われている施工時の観測データの有効な活用法として、本章で導出した非線形構成モデルを用いた逆解析法の利用法についての考察を行う。非線形構成モデルを仮定した逆解析法を、工事施工の初期に計測された変位に用いることにより、施工が進んだ段階における変形量だけでなく、破壊に対する安全率の管理が可能となると考えられる。第5章においては、線形弾性を仮定した逆解析法を、非線形的な挙動が予想される地盤に適用するために、適用法-Iという方法をとった。すなわち、1) 圧密期間を地盤の挙動が線形弾性と仮定できるいくつかの期間に分割する。2) 分割された期間内の観測変位を用いて逆解析を行うことにより、部分的な線形弾性定数を推定する。3) その弾性係数を用いた圧密解析を行い、図-6.01-(b)に示す $\varepsilon/q - \varepsilon$ 関係による整理を行い、初期剛性係数 G_i とせん断強度 S_r を間接的に決定する。4) G_i と S_r を用いて次段階の接線弾性係数 E_t を決定する。5) E_t を用いて、次段階の予測圧密計算を行う。

地盤を部分的な線形弾性とする適用法-Iと、本章の双曲線型の構成モデルを利用した逆解析法の根本的な相違点は、図-6.14および6.18に示すように、前者はサブ期間内ならびに地盤の各層内においては等しい接線弾性係数を持つものに対し、後者は離散時間ならびに要素ごとに異なった接線弾性係数を持ち得るという点にある。したがって、非線形モデルを用いない限り、地盤内の局所的な影響を考慮することが不可能であるが、線形弾性を仮定する適用法-Iも、離

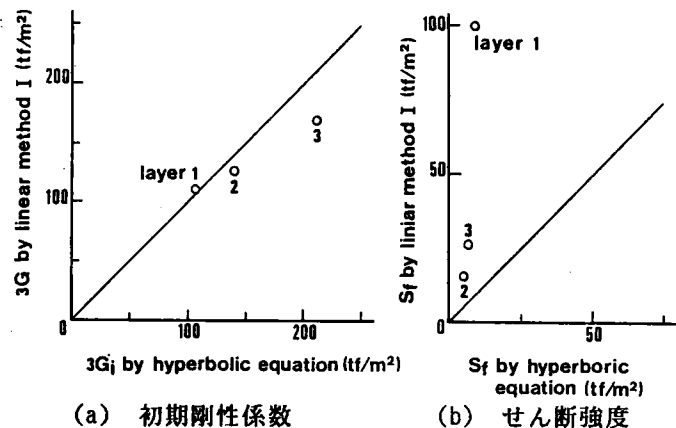


図-6.20 線形と非線形モデルを用いた逆解析結果の比較

散時間を等しくとることにより計算時間の著しい短縮ができるという利点はある。

愛甲試験盛土を例に、線形および非線形モデルを用いた逆解析結果について考察する。図-6.20は両者による初期剛性係数とせん断強度の比較である。両方法とも同程度の初期剛性係数が推定されているのに対し、せん断強度は線形弾性とする適用法-Iによる推定値の方がはるかに大きくなっている。このような結果が得られた原因として、適用法-Iにおいては接線弾性係数に局所的な降伏の影響を考慮できないこと、ならびに図-6.09に見られる外挿近似による誤差などが考えられる。

第5章において示したように、地盤を線形弾性とする場合には载荷段階における観測変位から、地盤物性定数を一義的に決定することは困難である。これは、载荷段階における変位が、圧密による成分と非排水せん断による成分を分離できないことに起因している。非線形構成モデルを用いた場合においても上記の議論に変わることはない。したがって、正確な将来予測のできる物性定数を推定するためには、荷重が一定値を保っている期間の観測変位から逆解析を行う必要がある。

第6節 応力依存型構成モデルの物性定数逆解析問題の定式化

6-1 拘束圧依存性双曲線型構成モデル

前節までに、Duncan and Chang モデルに対し2つの簡略化を施した双曲線型モデルの物性定数推定法を示し、実際の試験盛土などに適用した結果、かなり良好に実地盤の挙動を再現できることを示したが、Duncan and Chang モデルに施した主な修正点は次の2点であった。

- (1) 変形係数は応力差ではなくせん断ひずみレベルによって変化する。
- (2) せん断強度(せん断応力の限界値)は拘束圧に依存せず、材料によって一定の値を持つ。

構成モデルの物性定数を推定しようとする場合には、応力が物性定数に鈍感であることから、(1)の仮定を撤回することが困難であることは前章で述べた通りである。また、双曲線型モデルの場合、せん断応力とせん断ひずみは一対一対応であるため、せん断ひずみをパラメータとすることに問題はないと考えられる。一方、せん断強度が拘束圧に依存しないという仮定は、拘束応力レベルが大きく異なる地盤全体を1層として扱うような場合、あるいは外力にともなう拘束圧が位置により大きく変化する場合には問題がある。すなわち、完全な非排水条件を仮定しない限り、地盤材料は摩擦性材料であるため、破壊応力は拘束圧に依存するため、応力レベルが異なる地盤は異なる層に属するとして、均一

地盤の場合でも深さによって分割する必要が生じる。さらに、構成モデルに応力依存性を導入することにより、内部摩擦角、あるいは限界応力比のような強度定数が推定できる可能性がある。以上のことを考慮し、本章では第2節で採用した双曲線形構成モデルを、以下のように修正する（図-6.21参照）。

$$3G_t = \frac{3S_r^2 G_i'}{(S_r + 3G_i' \varepsilon)^2} \sigma \quad (6.14)$$

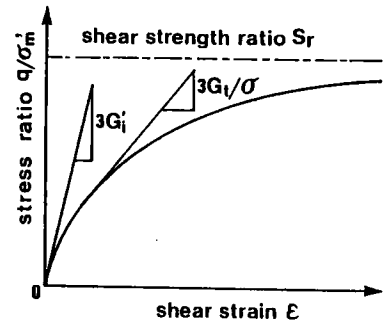


図-6.21 拘束圧依存型モデル

ここに、 G_t ：接線せん断変形係数、 S_r ：せん断強度あるいはせん断強度比、 G_i' ：初期せん断変形係数をそれぞれ示している。また、上式における σ を次のように考えることにより、式(6.14)は3種の構成モデルを表すこととなる。

$$\begin{aligned} \sigma &= \sigma'_{unit} && \text{Model-A} \\ \sigma &= \sigma'_{m^0} && \text{Model-B} \\ \sigma &= \sigma'_m && \text{Model-C} \end{aligned} \quad (6.15)$$

ここに、 σ'_{unit} ：単位応力、 σ'_{m^0} ：初期平均有効応力、 σ'_m ：平均有効応力をそれぞれ示している。Model-Aを用いた場合には、式(6.14)は式(6.01)と同様の構成モデルを表すこととなる。ここで、3種の構成モデルを導入したのは、構成モデルに応力依存性を導入した場合の、応力に対する依存性の程度の相違による逆解析の可能性を検討するためである。Model-AならびにModel-Bで、初期応力を単位体積重量と深さのみから計算する場合には、推定すべき物性定数と初期応力が無関係となり、応力依存性のないモデルと同様に扱える。一方、Model-Bにおいて、初期応力を推定すべき物性定数を用いて計算する場合や、Model-Cを用いる場合には、拘束圧依存性のあるモデルとして区別して扱う必要がある。

6-2 逆解析問題の定式化と勾配計算

前節で示した拘束圧依存性のある双曲線型構成モデルを用いて、その物性定数を推定する場合も、拘束応力依存性のないモデルと同様に、式(6.07)を最小化する初期せん断変形係数、せん断強度（比）、ポアソン比ならびに透水係数を探索する最適化問題として定式化することができる。なお、目的関数の最小化には、ここでも数理計画法における共役勾配法に基づく最適化計算を行う。ただし、式(6.14)で示される接線弾性係数の勾配を計算す

る場合、Model-A では問題がないが、Model-B において初期応力を構成式を用いて計算する場合、ならびに Model-C を用いる場合には、厳密には σ の物性定数による微係数を計算する必要がある。しかしながら、第5章などで述べたように、応力は変形係数などの物性定数に対して鈍感であるため、応力を物性定数で微分した値はかなり小さいことが期待される。したがって、ここでは目的関数の物性定数による微分では次式を仮定している。

$$\partial \sigma / \partial x_i \cong 0 \quad (6.16)$$

$$x_i = (G_i, S_i, \nu, k)_i$$

第 7 節 仮想地盤モデルに対する適用結果

本逆解析法の有効性を検討するため、前章までと同様に物性定数を仮定して有限要素法による解析を行い、得られた計算変位のうち、いくつかの節点での値を観測変位として与え、本逆解析法を適用して推定された物性定数と、はじめの計算に用いた物性定数の値と比較することにより逆解析精度の確認を行う。なお、初期応力条件は、特に断わらない限り単位体積重量と、深さならびに静止土圧係数により規定できるとしている。

[仮想地盤-6.4]

式(6.14)と(6.15)で表される3通りの構成モデルのうち、Model-B および Model-C を用いる場合には、接線弾性係数が応力依存性となるため、逆解析が不可能となる可能性がある。ここでは、図-6.22に示される簡単なモデル地盤に、同図に示す荷重が5段階で載荷される場合に対し、構成モデルに応力依存性を導入した場合の、本逆解析法の適用性を検討する。解析対象は単純せん断試験に近い条件を想定したものである。ただし、ここでは間隙水の挙動を考慮していないので、透水係数は逆解析の対象外となる。図-6.22の黒丸印は水平変位、白丸印は垂直変位の観測節点を示している。表-6.01に順解析に用いる物性定数(逆解析されるべき物性定数)を示すが、これらの値は Model-A および C の初期変形係数の値が等しくなるように選択したものである。各モデルを用いて計算された図-6.22に示す節点の変位を観測値として与え、逆解析を行った結果を図-6.23に示す。図より明らかなように、応力-ひずみ関係に拘束圧依存性を導入した Model-C を用いた場合も、拘束圧依存性のない Model-A の場合と同様に、各地盤物性定数が精度よく推定されている。

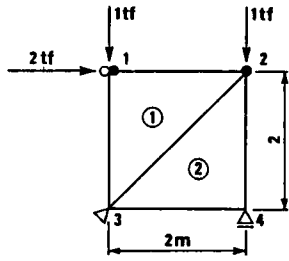


図-6.22 仮想地盤-6.4のモデル

表-6.01 仮想地盤-6.4の物性定数

物性定数	モデル-A	モデル-C
初期せん断変形数 G'_i	100.0	
せん断強度(比) S_r	2.4	
ポアソン比 ν	0.2	
初期応力 σ'_m (tf/m ²)		1.0

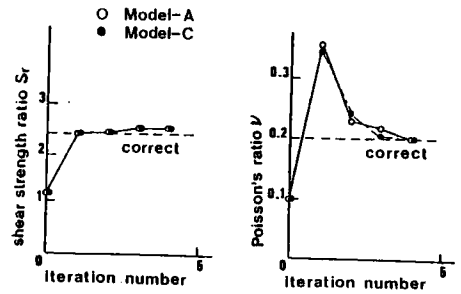
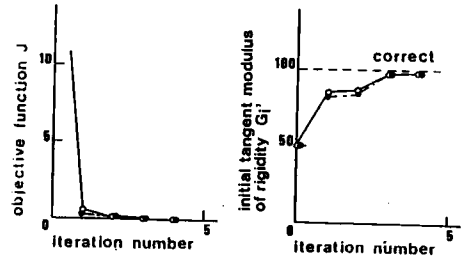


図-6.23 仮想地盤-6.4の
逆解析結果

[仮想地盤-6.5]

ここでは、圧密を考慮した場合に対し、構成モデルに応力依存性を導入した Model-B ならびに Model-C を用いた場合の逆解析法の適用性を検証する。対象地盤は仮想地盤-6.2と同様であり、有限要素分割図および変位の観測位置は図-6.06に示すとおりである。表-6.02中の物性定数を用いた有限要素法による圧密計算結果のなかで、図-6.06に

表-6.02 仮想地盤-6.5の物性定数

	モデル-B	モデル-C
初期せん断変形係数 G'_i	9.4	
せん断強度(比) S_r	0.75	
透水係数 k (m/day)	0.0864	
ポアソン比 ν	0.333	
初期応力 σ'_m (tf/m ²)		4.0

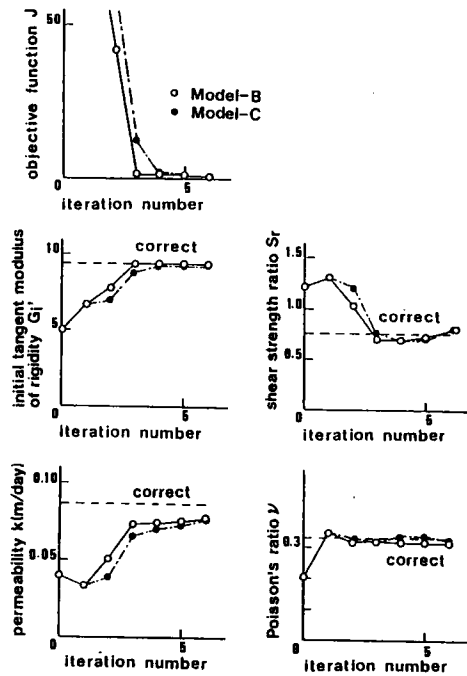


図-6.24 仮想地盤-6.5の
逆解析結果

示す位置の変位を観測値として与え逆解析を行った結果を図-6.24に示す。同図より、どちらのモデルを用いた場合も、透水係数の推定精度に若干問題があると考えられる。図-6.25はポアソン比を正解値に固定して逆解析を行った結果である。ポアソン比を固定することにより、他の物性定数は試行回数6回以内に誤差3%程度の値が推定されている。この結果を踏まえ、ポアソン比はとりうる値の範囲が狭いこと、現象に与える影響がせん断変形係数ほど大きくないことなどを考慮し、以下の適用例においては既知として取り扱うこととする。

仮想地盤に対する適用結果より、Model-Cのように構成モデルに拘束圧依存性のある場合も、構成特性をせん断ひずみを用いて制御する構成モデルを用いることにより、物性定数の逆解析が可能であることが確認されたので、以下の議論はModel-Cのみについて行うこととする。

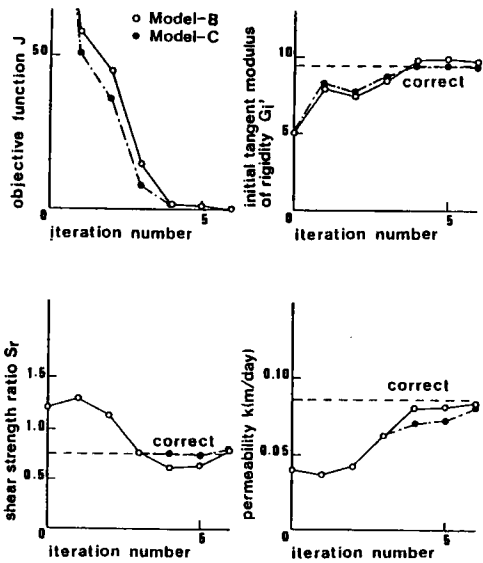
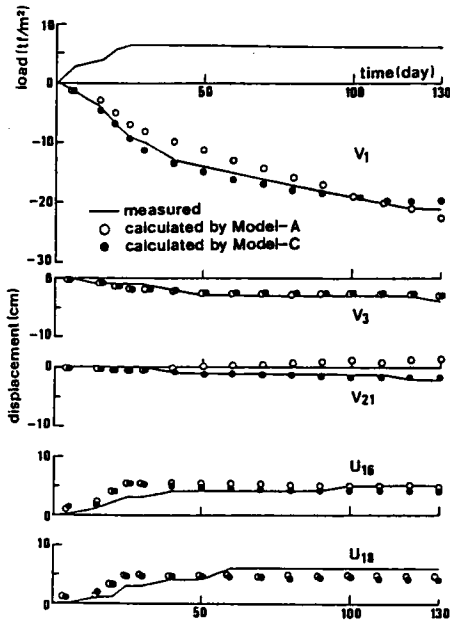


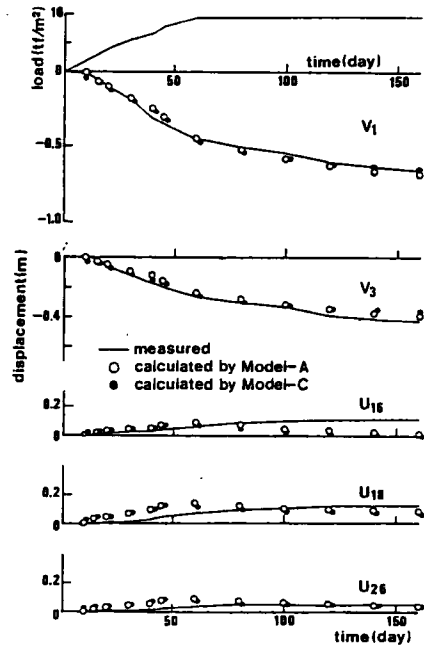
図-6.25 逆解析結果(ポアソン比固定)

第 8 節 実地盤に対する適用

ここでは、第5章で扱った実地盤の中から2カ所の試験盛土を選択し、本逆解析法を適用し、その適用性を確認するとともに、逆解析された物性定数と土質試験によって求められた値との比較を行う。逆解析の対象とした地盤は、第5章の試験盛土DとFにあたるサンドイッチ試験盛土と、玉島バイパスの試験盛土である。その有限要素分割図、変位の観測位置などは図-5.16-(d),(f)に示した通りである。同図に示す観測地点の変位を与えて、Model-A および Model-C を用いた逆解析によって推定された物性定数による圧密解析結果と観測変位の比較を図-6.26に示すが、実地盤の挙動が非常に正確に再現されていることが認められる。Model-A と C を比較した場合、玉島バイパス試験盛土では顕著ではないが、サンドイッチ試験盛土では特に盛土下の沈下量において、Model-C を用いた方がより観測変位に近い値が計算されており、拘束圧依存性モデルの優位性が明らかである。図-6.27ならびに6.28は、逆解析された弾性係数および透水係数と、室内土質試験から得られた値との比較である。ただし、図-6.27に示す弾性係数は、次式によって計算した初期弾性係数を示している。

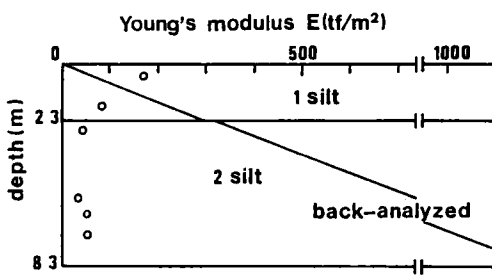


(a) サンドイッチ試験盛土

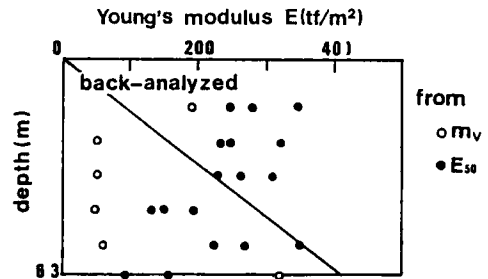


(b) 玉島バイパス試験盛土

図-6.26 観測変位と推定された物性定数による計算変位の比較

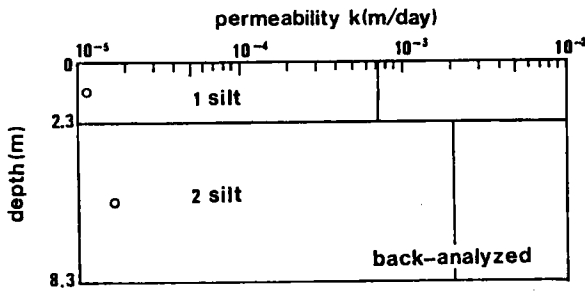


(a) サンドイッチ試験盛土

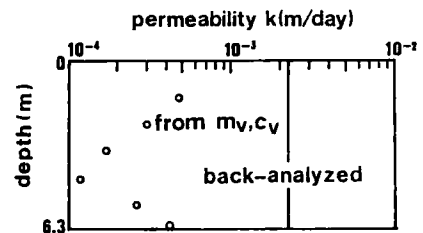


(b) 玉島バイパス試験盛土

図-6.27 土質試験と逆解析による弾性係数の比較



(a) サンドイッチ試験盛土

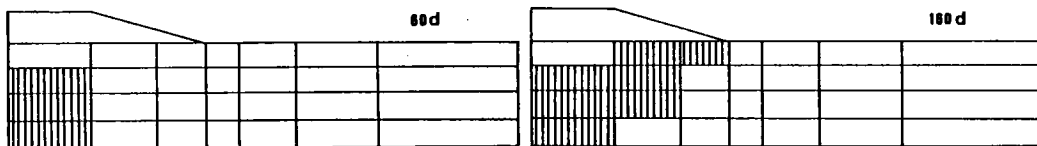


(b) 玉島バイパス試験盛土

図-6.28 圧密試験と逆解析による透水係数の比較

$$E = 2(1+\nu)G_1 \sigma'_m \quad (6.17)$$

図-6.27より、体積圧縮係数 m_v から求められた弾性係数は、逆解析された値よりもかなり小さいのに対し、第5章で示したように割線弾性係数から推定された値は、逆解析値にかなり近いといえる。一方、図-6.28より明らかなように、圧密試験から計算される透水係数は、逆解析された値の1/10~1/100のレベルにあり、従来から実務計算などでいわれているように、圧密試験から決定される透水係数の10~100倍した値を用いて、圧密現象を計算するべきであるという経験則を裏付ける結果が得られた。図-6.29は玉島バイパス試験盛土の盛土終了時と、圧密終了時において、応力比 q/σ'_m が推定されたせん断強度比 S_r の50%を超えた要素を示している。なお、せん断強度の70%を超える要素は認められなかった。一方、サンドイッチ試験盛土の場合は、50%を超える要素が計算されなかったが、その場合には第3節で示したように、本逆解析法によって推定されたせん断強度比の推定精度に問題があることを示している。すなわち、応力比がせん断強度比の50%程度に達していない場合には、双曲線型モデルの非線形性が顕著にならず、外挿的に推定されるせん断強度比の推定精度が低下するからである。ただしそのような場合に対しても、対象地盤のせん断強度比は、現時点で動員されている応力比の2倍以上であり、破壊に対する安全性が高いということ結論づけることは可能である。なお、本逆解析法によって推定される物性定数の推定精度は、構成特性の非線形性が顕著になるほど、すなわち破壊に対する安全性が低下するほど高くなり、観測工法に利用する上での問題は少ないものと考えられる。図-6.29に示すように、破壊に対する安全率を管理することができるのは、本逆解析法が強度定数を推定できるためであり、この逆解析法を工事施工の初期段階に適用することにより、破壊に対する安全率を評価しながら、以後の施工を行うことができると考えられる。ただし、第5章において示したように、荷重が漸増している段階の観測変位のみを与えた場合には、観測変位中の非排水せん断と圧密による成分を分離することが困難なため、推定値の信頼性が低下するため、正確な推定を行うためには、盛り立て休止期間の観測データを与える必要があると考えられる。



(a) 载荷終了時

(b) 圧密終了時

図-6.29 応力比がせん断強度比の50%を超えた要素の分布

第 9 節 Cam-Clay モデルの物性定数の推定

9-1 Cam-Clay モデルの物性定数の推定法

Cam-Clay モデルは地盤材料の構成モデルとしては、比較的単純な形をしており、必要なパラメータの個数も少ない。しかしながら、Cam-Clay モデルを簡略化することなしに有限要素法などに取り入れて、そのパラメータを推定することは、現在のところ非常に難しい。これは、微分型の構成モデルでは、ある瞬間の構成特性がその時点の応力、ひずみおよびその履歴などに依存しているために、逆解析が可能である条件が満足されないからである。しかしながら、第2章において示したように、Cam-Clay モデルも一定の条件下では積分により陽な形に変換することができる。たとえば、軸対称非排水条件では、次式のように積分することができる。

$$\frac{q}{\sigma'_m} = M - M \cdot \exp \frac{-\varepsilon M(1+e)\lambda}{\kappa(\lambda - \kappa)} \quad (6.18)$$

$$\lambda = 0.434C_c, \quad \kappa = 0.434C_s,$$

ここに、M: クリティカルステートパラメータ、e: 間隙比、C_c: 圧縮指数、C_s: 膨潤指数をそれぞれ示している。上式を微分することにより、有限要素法の増分法で用いる接線せん断剛性係数は次式のように計算される。

$$3G_t = \frac{M^2(1+e)\lambda}{\kappa(\lambda - \kappa)} \exp \frac{-\varepsilon M(1+e)\lambda}{\kappa(\lambda - \kappa)} \quad (6.19)$$

あるいは、

$$3G_t = MP \exp(-\varepsilon P) \quad (6.19')$$

$$P = \frac{M(1+e)\lambda}{\kappa(\lambda - \kappa)}$$

式(6.19)を直接用いて逆解析を行おうとする場合、本研究の逆解析法では4個のパラメータで接線せん断変形係数を微分する必要がある。しかしながら、接線せん断変形係数は、4個のパラメータが複雑に影響し合った結果として計算されており、各パラメータが独立な作用をはたしていないため、微係数も独立な値が得られない可能性がある。また、必要なパラメータが4個と多いこともあり、地盤が多層からなっている場合には、逆解析が非

常に難しくなると予想される。そこで式(6.19')のように、パラメータをまとめ、新たな2個の物性定数により、逆解析を行うことも考えられる。しかしながら、Cam-Clayモデルのような指数型関数の場合、応力比が限界応力比に近づくと、変形係数は急激にゼロに近くなり計算が不安定となる。また、実際の盛土施工の条件は非排水せん断と見なすことには無理があると考えられる。

以上のことを考慮し、本論文では、Cam-Clayモデルのパラメータを直接推定するのではなく、双曲線型モデルのパラメータをまず逆解析し、推定された物性定数から、Cam-Clayモデルのパラメータを間接的に推定することを考える。そのためには、両構成モデルのパラメータの関連性を検討する必要がある。双曲線型モデルを用いて推定される物性定数は、初期せん断変形係数 G_i' とせん断強度比 S_r の2個であるため、Cam-Clayモデルの4個のパラメータを直接推定することはできないので、次のようにして各パラメータを推定する。

式(6.14)で Model-C を用いる場合に対し、積分することにより次式が得られる。

$$\frac{q}{\sigma_m'} = \frac{3G_i' S_r \varepsilon}{(S_r + 3G_i' \varepsilon)} \quad (6.20)$$

式(6.19)と上式を比較することにより、Cam-Clayモデルは応力比が M に漸近する対数曲線であるのに対し、式(6.20)では応力比が S_r に漸近する双曲線であることが明らかである。 M も S_r も強度比に当たるパラメータであるが、第2章において示したように、 S_r は双曲線の漸近線であるため、応力比が S_r に漸近するのはせん断ひずみが非常に大きくなったときであり、通常のひずみレベルでCam-Clayモデルを近似するためには、次式のように S_r を修正する必要がある。

$$M = S_r \times R \quad (6.21)$$

$$0.0 < R \leq 1.0$$

ここに、 R ：低減係数である。

式(6.19)より、Cam-Clayモデルの初期せん断変形係数は次のように求められる。

$$\frac{3G_i}{\sigma_m'} = \frac{M^2(1+e)\lambda}{\kappa(\lambda - \kappa)} = 3G_i' \text{ by back analysis} \quad (6.22)$$

以上の議論は、非排水せん断を前提としたものであるが、実地盤で盛土などが行われる際の変形は、非排水せん断と圧密による成分からなっている。このため実現象においては、圧密成分を考慮する必要があるが、圧密変形に対しては、せん断変形係数と圧縮係数との

関係は次式で表される。

$$\kappa = \frac{3(1-2\nu)}{2(1+\nu)} \frac{(1+e)}{G_s'} \quad (6.23)$$

実地盤の盛土施工などにもなう挙動は、非排水せん断と圧密変形による成分が混在していると考えられるが、これらの成分の構成比を判定するのは困難な問題であると考えられるので、以下の議論ではどちらか一方のみを考慮することとする。

式(6.19')より、軸対称条件の場合には Cam-Clay モデルに必要なパラメータは、MとPの2個のみであるが、一般条件に対しては4個のパラメータが必要である。一方、推定式は式(6.21)と式(6.22)または式(6.23)の2個しかないため、さらに2個の条件式を導入する必要がある。本研究では、飽和土を対象としているため、間隙比は次式で求めることができる。

$$e = w G_s \quad (6.24)$$

ここに、w：含水比、 G_s ：土粒子の比重を示している。含水比ならびに土粒子の比重などは、比較的簡単に求めることが可能であるため、上式を導入しても問題ないものと考えられる。λおよびκの個別の値を求めるためには、あと1つ条件式を導入する必要があるが、ここでは、軽部による次の近似式により決定することとした。

$$1 - \kappa/\lambda = M/1.75 \quad (6.25)$$

ただし、荷重レベルが低く、地盤が線形弾性的な挙動を示す地盤を逆解析した場合には、Mが1.75以上に推定される場合があるため、次の不等号条件式を付加した。

$$0.0 < 1 - \kappa/\lambda \leq 0.9 \quad (6.26)$$

9-2 仮想地盤に対する適用結果

図-6.30に示される仮想モデル地盤により、Cam-Clayモデルの物性定数の推定の可能性を検討する。表-6.03に示すPI = 20 および 50 に相当するパラメータを用いた Cam-Clayモデルによる計算変位の中で、図-6.30に示す節点の変位を計測値として与え、逆解析を行った結果をそれぞれ図-6.31(a),(b)示す。なお、ここでは式(6.23)を用いた推定を行っている。ただし、低減係数Rはすべての場合に対し、 $R = 0.75$ を用いている。双曲線型構成モデルを直接用いた場合に比較して、収束過程が単調ではなく、精度も若干

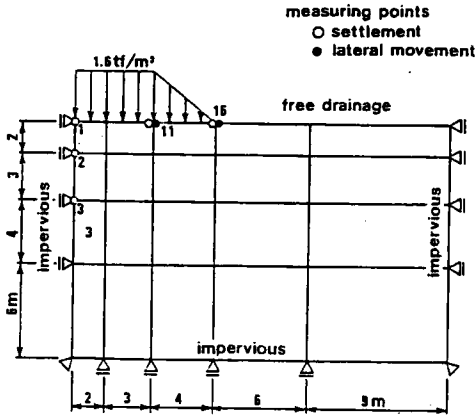
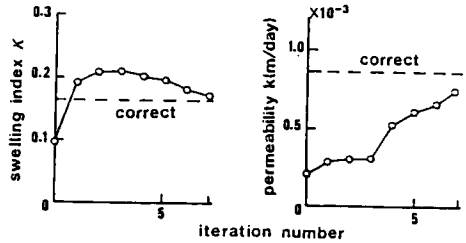
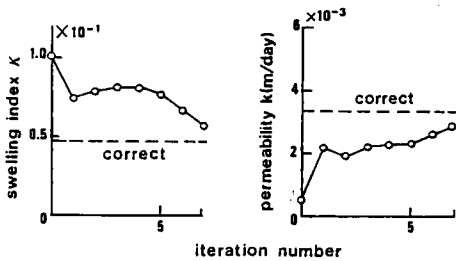
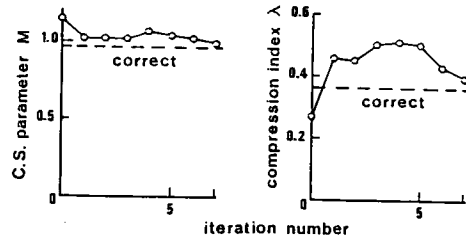
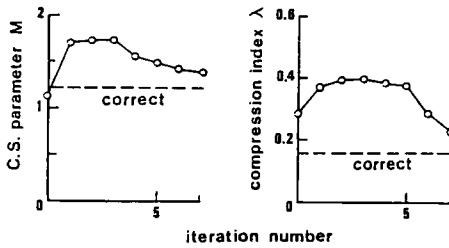


図-6.30 仮想地盤モデル

表-6.03 Cam-Clay モデルのパラメータ

塑性指数	P I	20	50	80
限界状態パラメータ M	M	1.220	0.961	0.835
圧縮指数	λ	0.155	0.365	0.575
膨潤指数	κ	0.047	0.165	0.300
孔隙比	e	0.75	1.5	2.3
透水係数	k (m/day)	0.00334	0.000855	0.000164
ポアソン比	ν	0.344	0.391	0.437



(a) P I = 20

(b) P I = 50

図-6.31 Cam-Clay モデルのパラメータの逆解析結果

低下しているが、概ね満足できる結果が算出されている。図-6.32は逆解析されたパラメータによる圧密計算結果であり、双曲線型モデルを直接用いたものと、Cam-Clay モデルを用いた場合を併せて示している。計算に用いた物性定数は塑性指数 P I の小さなものと大きなものを想定した値であるが、両者による計算値には若干異なる傾向が認められ、法尻部の側方変位は Cam-Clay モデルが大きく計算される傾向が認められるが、その原因は双曲線型モデルではダイレイタンスの影響を考慮していないためと考えられる。以上のことから、この Cam-Clay モデルの物性定数推定法を用いる場合には、側方流動の影響が大きな地点の変位を観測値として与えることは避けるべきであると思われる。

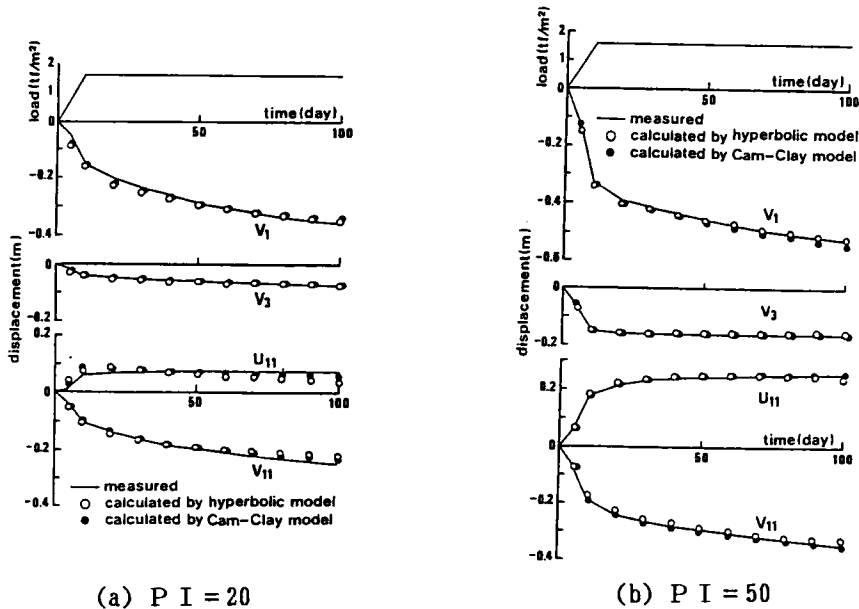
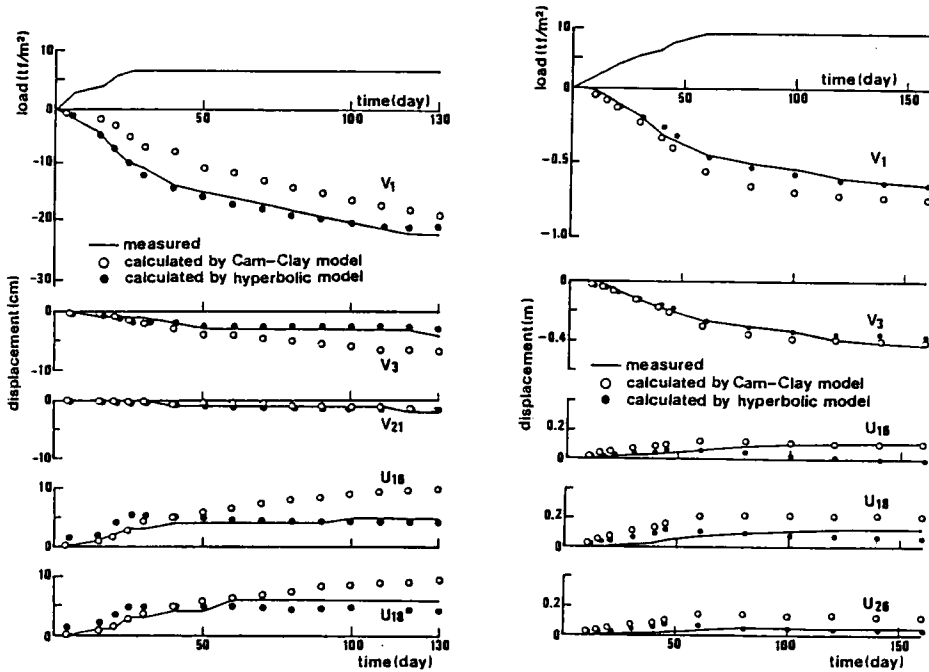


図-6.32 観測変位と推定されたパラメータによる計算変位の比較

9-3 実地盤に対する適用結果

対象工事は、第8節で適用した2カ所の試験盛土であるサンドイッチ試験盛土と玉島バイパス試験盛土であり、有限要素分割図と変位の観測位置は図-5.16に示すとおりである。図-5.16に示す観測地点の変位を与えて推定されたパラメータを用いた圧密計算結果を図-6.33に示す。これらの計算結果は、圧密変形を対象とする式(6.23)を用いて推定されたパラメータを用いたものである。一方、式(6.22)を用いた場合には、変形を大きく見積る傾向があり、これら2カ所の試験盛土の観測変位には、非排水せん断による成分よりも、圧密変形による成分が卓越していたためと考えられる。図-6.33より双曲線型モデルでは再現が難しい実地盤の側方流動特性も、Cam-Clayモデルを用いることにより表現することが可能となることが認められる。ただし、双曲線型モデルでは、ポアソン比による成分のみであった水平変位が、Cam-Clayモデルではダイレイタンスによる成分も現れるため、Cam-Clayモデルを用いた計算では、法尻部の水平変位が大きめに評価されている。特に、サンドイッチ試験盛土では、盛土中央部直下の鉛直変位が過小評価されているのに対し、法尻部付近の側方変位は過大評価されており、双曲線型モデルを用いた方がより現実に近い値となっている。このような結果が得られた原因のひとつとして、初期応力の設定の不備をあげることができるが、ここでは初期応力は実験結果から得られた値を直接用

いており、いかなる修正も行っていない。



(a) サンドイッチ試験盛土

(b) 玉島バイパス試験盛土

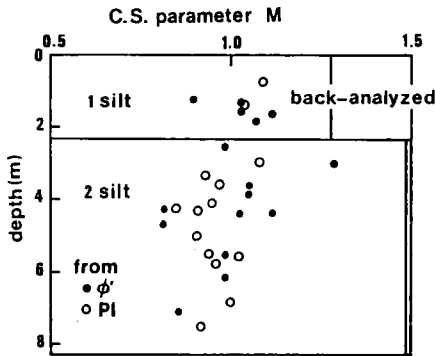
図-6.33 観測変位と推定されたパラメータによる計算変位の比較

9-4 室内土質試験から得られたパラメータとの比較

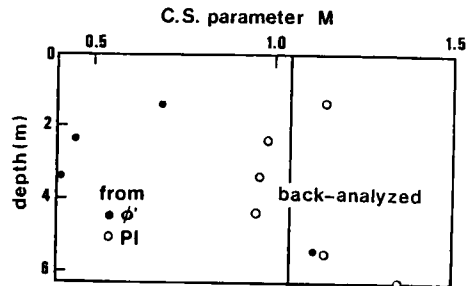
ここでは、逆解析によって推定された Cam-Clay モデルのパラメータと、室内土質試験によって求められた値との比較を行う。図-6.34は限界状態パラメータMの比較である。土質試験による値は内部摩擦角を用いて計算しているが、内部摩擦角は3軸試験から直接求めたものと、Kenney による塑性指数からの近似式から概算した値を用いている。同図より、室内土質試験から求められたMは大きくバラついており、逆解析された値よりもかなり小さいことが認められる。この傾向はより敲密なはずの3軸試験から求められた場合に顕著となっている。平面ひずみ条件では3軸状態に比較して強度が増加するといわれているが、逆解析結果はその割合以上に有意な差となって表れている。

次に圧縮指数λに関する検討を行う。図-6.35はλの比較であり、実験による値は標準圧密試験から求められた圧縮指数C。から計算した値である。逆解析によるλは実験値の10~50%程度の値として推定されており、このことは実地盤の圧縮性が圧密試験によるものよりもかなり小さいことを示している。以上のような結果が得られた原因のひとつとし

て、試料の攪乱の影響が考えられるが、攪乱の影響が強度定数ならびに変形係数にどの程度寄与するかを決定するためには、さらに多くのデータの蓄積を待たねばならない。

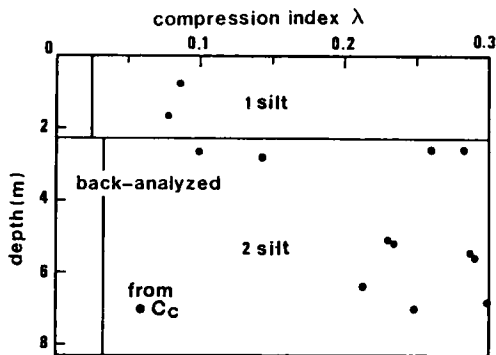


(a) サンドイッチ試験盛土

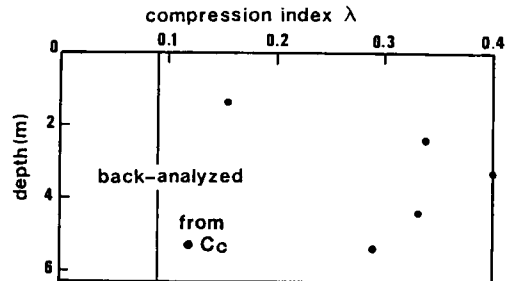


(b) 玉島バイパス試験盛土

図-6.34 土質試験と逆解析による限界状態パラメータの比較



(a) サンドイッチ試験盛土



(b) 玉島バイパス試験盛土

図-6.35 圧密試験と逆解析による圧縮指数の比較

第 10 節 結 論

本章では、圧密の進行にともなう現場観測変位より、非線形構成モデルのパラメータおよび透水係数を推定する逆解析法を検討した。従来より、非線形構成モデルの物性定数の逆解析に関する研究がほとんど行われていないが、その原因は逆解析法そのものの数学的特性に依存している。すなわち、ほとんどの非線形構成モデルは、応力を基本的なパラメータとして変形係数を制御し、降伏条件を判定しているが、応力は変形係数の変化に鈍感

であるため、逆解析問題の決定変数である変形係数などの変化が直接目的関数の変化に現れず、逆解析を困難なものとしている。その解決策として本章においては、せん断ひずみを基本的なパラメータとし、拘束圧依存性のない双曲線型の構成モデルを採用した。

はじめに、応力依存性のない双曲線型構成モデルを用い、本章の逆解析法を仮想モデル地盤に適用した結果、以下のような知見を得た。

- (1) ボアソン比を既知とした場合には、初期剛性係数 G_i 、せん断強度 S_r および透水係数 k は精度良く推定可能である。
- (2) 最終観測時において、対象地盤のせん断応力がせん断強度 S_r のほぼ2分の1に達している場合には、推定されたせん断強度の信頼性は高い。これに対し、せん断応力が小さい場合には、せん断強度が応力-ひずみ関係の非線形性に及ぼす影響が小さいため、観測変位にせん断強度の影響が顕著に現れず、せん断強度の推定が困難なものとなる。

実地盤に対して適用させた結果得られた知見を、地盤を線形弾性とした場合と比較しながら以下に示す。

- (3) 圧密期間を通して地盤を線形弾性とした場合に比較して、観測データをより良好に近似できる物性定数が推定された。
- (4) 本章で用いた非線形構成モデルでは、変形係数は各要素ごとならびに圧密の進行にともない変化するが、地盤を線形弾性として逆解析された変形係数は、非線形とした場合の割線変形係数の平均値に近い値として得られている。
- (5) 双曲線型構成モデルを用いた逆解析法は、実際の工事の各施工段階における地盤の局所的な挙動を考慮したせん断強度の近似解が推定されるので、実務における観測データに適用することにより、地盤の破壊管理を行いながら施工することが可能となる。

本章の後半では、応力依存性のある非線形構成モデルを用いた地盤物性定数逆解析法を誘導し、仮想モデル地盤ならびに実地盤に適用した結果以下の知見を得た。

- (6) 仮想モデル地盤に対し、本逆解析法を適用することにより、拘束圧依存性のある構成モデルを用いた場合にも、物性定数の推定が可能であることを確認した。
- (7) 実際の2カ所の試験盛土の観測データに適用し、実地盤の挙動を精度良く再現できる地盤物性定数を推定できることを確認した。
- (8) 逆解析された弾性係数は、体積圧縮係数から計算した値よりはかなり大きいのが、割線弾性係数から計算した値に比較的良い一致が認められる。
- (9) 圧密試験から求められた透水係数は、逆解析された透水係数より1~2オーダー小さく、実地盤の解析に際しては、圧密試験から求められた透水係数は10~100倍す

る必要がある。

- (10) 施工の初期段階においても、荷重一定期間の観測変位を与えることにより、以後の変形・破壊に対する安全率を考慮しながら施工を続けることが可能となる。

第9節では、双曲線型モデルから推定された物性定数を利用することにより、Cam-Clayモデルのパラメータを推定する方法を提案し、仮想地盤ならびに実地盤に対して適用性を検討し、以下の知見を得た。

- (11) 双曲線型モデルを用いて逆解析された物性定数から、Cam-Clayモデルのパラメータが間接的に推定でき、これにより、ダイレイタンスを考慮した解析が可能となる。
- (12) 非排水せん断条件と、1次元圧密条件を与えて推定されたそれぞれのパラメータを用いたCam-Clayモデルによる計算値を比較した結果、非排水せん断条件から推定されるパラメータは、実地盤の変形挙動を過大評価する傾向が認められた。
- (13) 実地盤に対し、双曲線型モデルを用いて逆解析された物性定数による、Cam-Clayモデルのパラメータにより、その変形挙動を良好に再現できることを確認した。ただし、双曲線型モデルの物性定数から直接推定された値を用いる場合には、法尻部などの水平変位を大きめに見積る傾向がある。
- (14) 逆解析された限界状態パラメータ M と、土質実験による M とを比較した結果、3軸試験ならびに塑性指数から求められた M は、逆解析による値よりも小さいことが確かめられた。
- (15) 圧密試験から求められる圧縮係数 λ は、逆解析された値の2倍から10倍程度であり、圧密試験の供試体の圧縮性は、実地盤の圧縮性に比較してかなり大きく求められることが確認された。

Appendix - 6

$\partial \Delta \varepsilon_m^k / \partial x$ は式(6.03-b)より次のように計算できる.

$$\frac{\partial \Delta \varepsilon_m^k}{\partial x_x} = \frac{\partial \Delta \varepsilon_m^k}{\partial \Delta \varepsilon_x^k} \frac{\partial \Delta \varepsilon_x^k}{\partial x} + \frac{\partial \Delta \varepsilon_m^k}{\partial \Delta \varepsilon_y^k} \frac{\partial \Delta \varepsilon_y^k}{\partial x} + \frac{\partial \Delta \varepsilon_m^k}{\partial \Delta \gamma_{xy}^k} \frac{\partial \Delta \gamma_{xy}^k}{\partial x} \quad (\text{A-6.01})$$

また, せん断ひずみ増分の各ひずみ成分での微分はそれぞれ次のように計算できる.

$$\frac{\partial \Delta \varepsilon_m^k}{\partial \Delta \varepsilon_x^k} = \frac{1}{2} ((\Delta \varepsilon_m^k)^2)^{-1/2} \left\{ \frac{2}{3} 2(\Delta \varepsilon_x^k - \Delta v_m^k/3) \right\} \quad (\text{A-6.02})$$

$$\frac{\partial \Delta \varepsilon_m^k}{\partial \Delta \varepsilon_y^k} = \frac{1}{2} ((\Delta \varepsilon_m^k)^2)^{-1/2} \left\{ \frac{2}{3} 2(\Delta \varepsilon_y^k - \Delta v_m^k/3) \right\} \quad (\text{A-6.03})$$

$$\frac{\partial \Delta \varepsilon_m^k}{\partial \Delta \gamma_{xy}^k} = \frac{1}{2} ((\Delta \varepsilon_m^k)^2)^{-1/2} \left\{ \frac{2}{3} \Delta \gamma_{xy}^k \right\} \quad (\text{A-6.04})$$

ここに, ε_x , ε_y , γ_{xy} : 要素のひずみ成分, v : 体積ひずみである.

さらに, 要素mのひずみ増分成分の微分は, ひずみ-変位関係式を微分することにより次式のように計算される.

$$\frac{\partial}{\partial x} \Delta \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}_m^k = [B] \frac{\partial}{\partial x} \Delta \{u\}_m^k \quad (\text{A-6.05})$$

[参考文献／第6章]

- 1) 荒井克彦・片瀬貴文(1984): 「トンネル内空変位計測に基づく地盤変形・強度定数の推定」, 土質工学会論文報告集, Vol.24, No.2, pp.171-179.
- 2) 荒井克彦・谷本親伯(1984): 「トンネル掘削に対する観測工法の適用」, 土質工学会論文報告集, Vol.24, No.4, pp.211-217.
- 3) Arai, K. Ohta, H. and Kojima, K. (1984): "Estimation of soil parameters based on monitored movement of subsoil under consolidation," Soils and Foundations, Vol.24, No.4, pp.95-108.
- 4) Arai, K. Ohta, H., Kojima, K. and Wakasugi, M. (1986): "Application of back analysis to several test embankments on soft clay deposits," Soils and Foundations, Vol.26, No.2, pp.60-72.
- 5) Arai, K., Ohta, H. and Yasui, T. (1983): "Simple optimization techniques for evaluating deformation moduli from field observations," Soils and Foundations, Vol.23, No.1, pp.107-123.
- 6) Asaoka, A. and Matsuo, M. (1980): "An inverse problem approach to settlement prediction," Soils and Foundations, No.4, Vol.4, pp.53-66.
- 7) Asaoka, A. and Matsuo, M. (1984): "An inverse problem approach to the prediction of multi dimensional consolidation behaviour," Soils and Foundations, No.24, Vol.1, pp.49-62.
- 8) Duncan, J. M and Chang, C. Y. (1970): "Non-linear analysis of stress and strain in soils," Proc., ASCE, No.SM5, pp.1629-1653.
- 9) Gioda, G. and Sakurai, S. (1987): "Back analysis procedures for the interpretations of field measurements in geomechanics," Int. J. for Numerical and Analytical methods in Geomechanics, Vol.11, pp.555-583.
- 10) Gioda, G. (1985): "Some remarks on back analysis and characterization problems in geomechanics," Proc. 5th Int. Conf. on Numerical methods in Geomechanics, Nagoya, pp.47-61.
- 11) 飯塚敦(1988): 「軟弱地盤の変形・安定解析に関する基礎的研究」,
京都大学博士論文
- 12) Kondner, R. L. (1963): "Hyperbolic stress-strain response: cohesive soils," Proc., ASCE, Vol.89, No.SM1, pp.115-143.
- 13) 森川誠司・松本喬・庄司幹夫・太田秀樹(1988): 「逆解析結果を用いた盛土基礎地盤における断塑性パラメータの推定について」, 第23回土質工学研究発表回概要集,

pp.1153-1156.

- 14) Samarasinghe, A. M., Huang, Y. H. and Drnevich, V. P. (1982) : "Permiability and consolidation of normally consolidated soils," Proc., ASCE., Vol.108, No.GT6, pp.835-850.
- 15) Shoji, M. and Matsumoto,T. (1976): "Consolidation of embankment foundation," Soils and Foundations, Vol.16, No.1, pp.59-74.

第 7 章 土かぶりの浅い砂質地山トンネルの力学挙動

第 1 節 序 論

大都市圏における昼間人口の集中と通勤圏の遠距離化にともない、交通需要の急激な増大が生じ、大量輸送システムの供給が要求されている。しかしながら、破壊的な地価の高騰の結果、新たな交通機関の路線は、近年注目されている大深度部を含む地下空間に活路を求める必要性が生じている。そのため、都市部における地下鉄をはじめとする大規模な地下掘削の施工機会が増加しているが、施工コスト、地下水の処理、非常時における安全性、アクセスなどの観点から考慮する場合、比較的浅い地下空間の利用が有利である。ところが、東京、大阪をはじめとする大都市圏は、沖積平野に位置しているため、対象地盤は軟弱粘土あるいはローム、未固結な砂などで形成されている。したがって、土かぶりが浅い場合や地下水位が高い場合などでは、単に掘削するだけでも多くの困難をともなう上に、掘削部分が既設構造物に隣接している場合には、地表面沈下を抑え、周辺地盤への影響を最小限にとどめることが必要となる。そのためには、トンネル掘削時の切羽および周辺地山の挙動を的確に予測し、最適な対策を立てることが重要であるが、それには現地盤の物性定数を正確に推定することが不可欠である。ところが、特に土かぶりの浅い未固結地盤では、掘削時に生じるすべり面などでの不連続的な挙動と、非正常の地下水の挙動が、地盤物性定数の正確な推定を非常に困難なものとしており、ひいては現地盤の挙動の的確な予測も容易でない問題としている。

本章では、未固結地山に土かぶりの浅いトンネルが掘削される問題を対象とし、アルミ棒積層体を用いたトンネル掘削のモデル実験を行い、トンネル掘削時の周辺地盤の力学挙動を明らかにするとともに、実験結果を評価できる数値解析法の検討を行う。さらに、地下水位低下工法、切羽の分割法、支保工の設置時期、剛性などがトンネルの安定性、周辺地盤の変形性状に及ぼす影響を考察する。なお本章における検討は、次章で示す土かぶりの浅い砂質地山トンネルを対象とする地盤物性定数逆解析法に関する研究の基礎を形成するものである。

第2節では、地下水を導入したアルミ棒積層体を用いたトンネル掘削のモデル実験を行い、土かぶり厚さ、地下水面の位置などが地山の変形特性および安定性に及ぼす影響を検討する。第3節においては、モデル実験結果を的確に表現できる解析法の検討を行う。未固結地盤にみられる不連続的な変形挙動の解析手段としては、Goodman らのジョイント要素を地山内の潜在的なすべり面に配置し、間隙水圧の非正常浸透解析（多次元圧密解析）

を融合することにより、未固結地山を対象とする解析法を定式化する。第4節では、アルミ棒積層体によるモデル実験の解析を行い、本解析方法の妥当性の検討を行う。

第5節以降では、掘削工法の相違がトンネルの安定性、周辺地盤の変形性に及ぼす影響を検討する。第5節では、地下水位低下工法の地盤の安定性に及ぼす影響を数値シミュレーションによって考察する。第6節では実際の工事施工時の切羽の掘削方法、支保工の設置時期、剛性などの差異が、地盤の安定性および変形に及ぼす影響の検討を行う。

第2節 砂質地山トンネルの挙動に関する実験的研究

2-1 従来の研究

近年の地下掘削では、施工の影響が周辺地盤に及ぼす影響を最小限に抑えなければならないような厳しい条件下で掘削が行われる機会が増加している。そのため、地盤の一部が何らかの原因で局所的に沈下した場合に、その影響が地盤内にどの様に伝達されるかを明らかにすることが重要である。砂質地盤に対するそのような沈下現象の解明には、乾燥砂を用いた降下床実験が一般的であった。しかし、砂を用いた実験では、壁面摩擦の影響が誤差として混入し、実験の精度の低下が免れない。村山・松岡は、砂質地山の2次元モデルとして、各種直径のアルミ棒を混合し、断面を揃えて積み上げた積層体を用いた降下床実験を行った。その結果として、砂質地盤では降下床に追隨して移動する領域Ⅰと、ほとんど移動しない領域Ⅲ、およびその遷移領域である領域Ⅱの3つの領域に区別することができ、3つの領域間には変位の不連続面、すなわちすべり面が生じていることを明らかにした。また、降下後の降下床に作用する土圧は、土かぶりにかかわらずほぼ同一の値をとり、その大きさは、上述の降下床に追隨する領域の重量に等しく、その領域の外側でグラウンドアーチが形成されていることを見いだした。しかしながら、降下床実験では、トンネル下部の掘削の影響を検討できないこと、降下床端部が特異点となるなどの欠点を有しているため、足立・八島らは直径可変の金属円筒を、あらかじめアルミ棒積層体内に埋設しておき、徐々に直径を縮小させることによりトンネル掘削をシミュレートした。さらに足立らは、改良型の直径可変装置を用いて、より詳細に地山内の挙動を調べる室内モデル実験を実施し、種々の土かぶりに対するモデル実験より、土かぶりがトンネル直径の2倍から3倍の間において地山の変形挙動のモードが遷移することを明らかにした。すなわち、土かぶりがその深さ以下の場合には、トンネル掘削にともなう大きな変形が地表面にまで達するのに対し、その深さ以上の場合には大きな変形を示す領域はトンネル周辺に限られる。しかしながら、これらのモデル実験においては、実務において大きな問題となる地盤

内の水、すなわち地下水の影響を考慮した実験は行われていない。

2-2 モデル実験の概要

本節で示すモデル実験は、村山・松岡、足立・八島らの研究と同様に、アルミ棒積層体を地山材料として、未固結地山におけるトンネル掘削時の地山の力学挙動を調べるものであるが、ここでは特に地下水位の影響を検討し、以下の事項に関する定性的基礎資料を与えることを目標としている。

- (1) トンネル掘削の影響が直接地表面にまで及ぶ限界深さを明らかにする。
- (2) 地表および地盤内の変形性状の概算法を求め、トンネル掘削による影響圏を確定する。
- (3) 次節で示すジョイント要素解析の基礎資料として、トンネル掘削時における地盤内の潜在すべり面の位置の近似法を与える。
- (4) 地下水面の位置と地山の安定性との相関関係を導出する。

トンネル掘削のモデル実験装置の全容を写真-7.01に示すが、本モデル実験装置は足立らが行ったモデル実験装置を、水槽中に沈めた形式となっている。モデル地盤材料であるアルミ棒積層体は、長さが5.0cmで、直径が1.6mmおよび3.0mmのアルミ棒を重量比3:2で混合したものを、端面を揃えて所定の高さまで密に積み上げることによって作成する。トンネル掘削のシミュレーションは、図-7.01に示すように、トンネル模型をアルミ棒積層体中にあらかじめ埋設しておき、直径を逐次減少させることによって行った。このトンネル模型の初期状態の直径Dは8.0cmであり、以後、土かぶり条件は地表面からトンネルクラウンまで

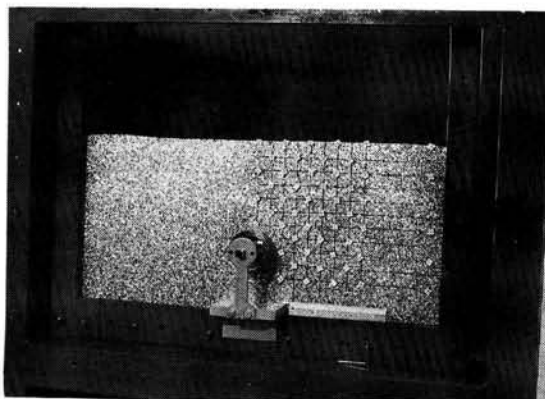


写真-7.01 トンネル掘削の模型実験装置

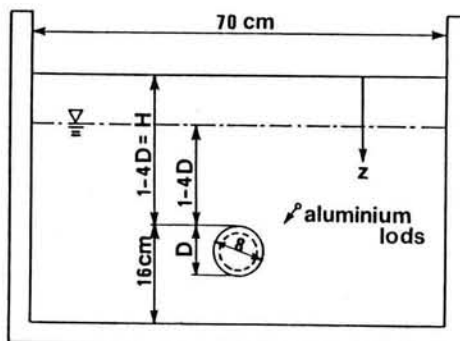


図-7.01 トンネル掘削模型実験装置

の深さをトンネル径Dの倍数で、 nD のように表現する。また、地下水位も土かぶりと同様に、トンネルクラウンからの高さをDで表現する。

表-7.01 実験の種類

地下水位 土かぶり	なし	1D	2D	3D	4D
1D	2	2			
2D	2		2		
3D	2			2	
4D	2		2		2

モデル実験は次の手順で行う。

- (1) トンネル模型を固定し、所定の土かぶりまでアルミ棒を最密となるように積み上げる。
- (2) アルミ棒積層体の端面に標線を引き、その交点に十字を記した標点を埋め込む。
- (3) 地下水を導入する場合には、水槽下面から水を静かに流入させ、所定の高さに水面を調整する。その際、積層体内に空気が残留しないように注意する。
- (4) 初期状態の写真を撮影後、トンネル模型の直径を減少させながら写真を撮影する。
- (5) 各縮小段階ごとの写真をA4程度の印画紙に引き延ばし、デジタイザーにより標点の位置を読み取る。各段階の標点の位置から、以下の式により変位とひずみの増分が計算される。

$$\Delta u^t = x^t - x^{t-1} \quad (7.01)$$

$$\Delta \varepsilon^t = [B] \Delta \{u^{t_i}, u^{t_j}, u^{t_k}\}^T \quad (7.02)$$

ここに、 x^t : 標点の座標、 u : 標点の変位、 ε : 3個の標点で囲まれる要素のひずみベクトル、 $[B]$: ひずみ-変位マトリックス、 Δ : 増分を表す添え字、 t : 時刻、 i, j, k : 3個の標点の番号をそれぞれ示している。

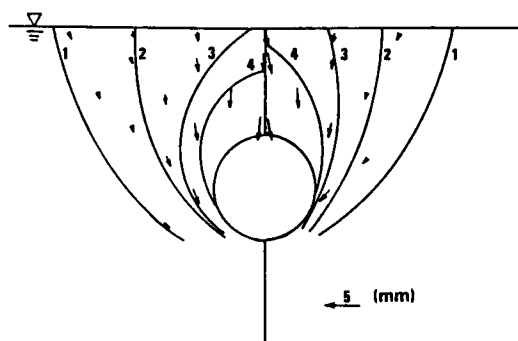
表-7.01に行った実験の種類と回数を示す。

2-3 実験結果と考察

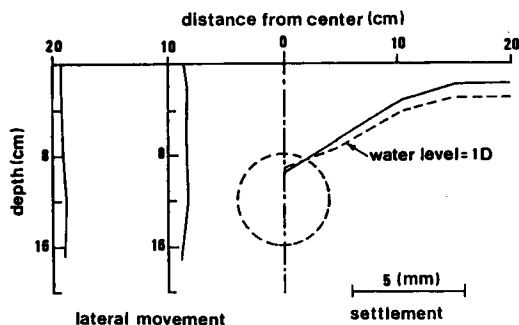
図-7.02の右半分は、地下水が存在しない場合で、土かぶりが浅い場合の代表である1Dと、深い場合の典型としての4Dにおいて、トンネル半径を5.0mm縮小させた段階での各標点の変位ベクトルと等変位線を示している。土かぶりが浅い場合(1D)には、トンネル半径の縮小量の80%にあたる4.0mmの等変位線が地表面付近にまで達しているのに対し、深い場合には大きな変位はトンネル周辺でのみ観察される。さらに、土かぶりが浅い

場合には、トンネル上部の地山が鉛直方向に平行移動するような変形モードであるのに対し、深い場合にはトンネル周囲にアーチが形成され、変位がトンネルから離れた領域に伝播されていないようが見受けられる。以上のようなトンネル掘削時における未固結地山の挙動は、足立らが行った模型実験結果と同様の形態であるといえる。

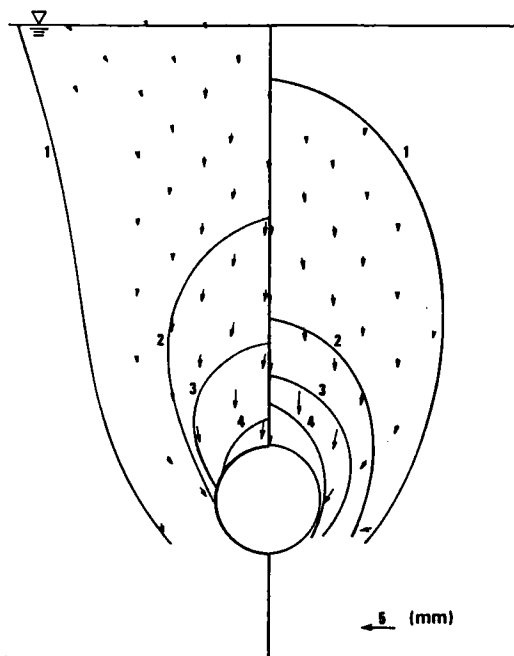
図-7.02の左半分は、地下水が存在する場合に対する変位ベクトル、ならびに等変位線であり、それぞれ土かぶり1 Dおよび4 Dで地下水面が地表面に一致している場合に対応している。地下水が存在しない場合と比較して、大きな変形を示す領域にそれほど明確



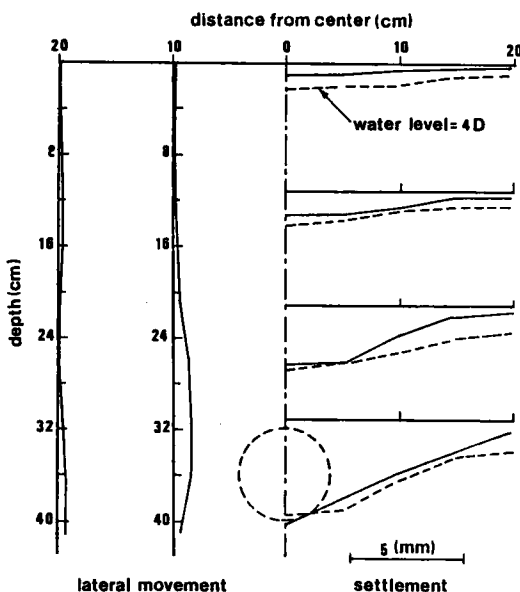
(a) 土かぶり 1 D



(a) 土かぶり 1 D



(b) 土かぶり 4 D



(b) 土かぶり 4 D

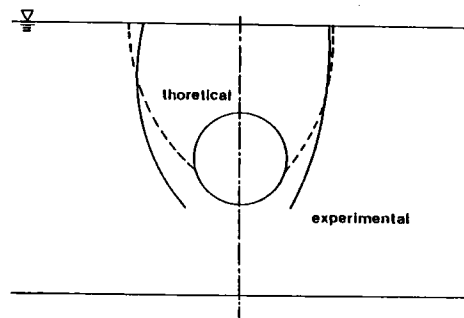
図-7.02 変位ベクトルと等変位線

図-7.03 地盤内の鉛直変位の水平方向分布と水平変位の鉛直方向分布

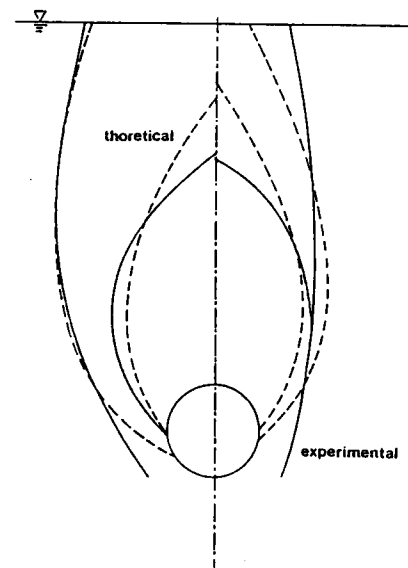
な変化は認められないが、1.0mmなどの比較的小さな変形を示す領域は、トンネルから遠くまで及んでいることが観察される。

図-7.03は各土かぶりごとに、鉛直変位の深度ごとの水平方向分布と、水平変位のトンネル中心軸からの距離ごとの鉛直方向分布を示している。鉛直変位の分布では、地下水表面が地表面に一致する場合の結果も併せて示している。この図からも、地下水が存在する場合には、比較的小さな変形を表す領域が遠方まで及ぶことが確認される。また、土かぶりが4Dの水平変位の分布は、掘削の影響がトンネルクラウン部から2D程度以下で顕著に認められ、2D付近でグラウンドアーチが形成されているものと考えられる。

図-7.04は式(7.02)より計算されるひずみから求められる主ひずみ分布から推定したすべり線を示している。これらのすべり面は、主ひずみが相対的に大きい要素には不連続的な変形、すなわちすべり面が通っていると考えられるため、トンネル壁面から始まり、隣接要素中で主ひずみが大きな要素を滑らかにつないで推定したものである。かぶりが浅い場合のすべり面は、トンネル側面からほぼ鉛直に地表面にまで達する形態であるのに対し、深い場合にはトンネル側面からほぼ直線的に地表面に達するすべり面と、トンネル側面のやや上方より、曲線的にトンネル中心軸の上部で完結するすべり面が観察される。これらのすべり面は、村山らが報告した領域IとII、領域IIとIIIの境界面と考えられ、トンネル掘削においても、降下床実験と同様の変形特性が認められることを示している。地下水がない右側と、地下水位が地表面に一致する左側を比較すると、地下水が高い場合には、すべり面がトンネルから離れる傾向が認められ、掘削の影響が遠方にまで及ぶことが明かである。なお、同図には次節で述べる等方均一地盤での潜在的なすべり面を示す対数螺旋も併せて示すが、実験結果から推定されるすべり面を概ね説明できるものと思われる。



(a) 土かぶり 1 D



(b) 土かぶり 4 D

図-7.04 実験結果から求められたすべり線と対数螺旋によるすべり線

第 3 節 砂質地山トンネルを対象とした解析法

3-1 不連続的変形を考慮できる解析法

前章までは連続体的な変形挙動を対象としてきたが、本章では地盤内に生じるすべり面付近でみられる不連続的な変形挙動を対象とする。現在に至るまで、斜面安定解析をはじめとする極限解析と、有限要素法に代表される応力-変形解析は、カテゴリーの異なる解析法として独立して行われてきた。しかしながら、変形と破壊は連動して生じるものであり、本来は同時に解析すべき現象である。近年、矢富ら(1988)の研究などで認められるように、有限変形理論を用いて地盤の応力-変形解析とすべり面の発達から破壊に至る過程を、包括的に扱える解析法が提案されている。しかしながら、計算時間、記憶要領などの点で問題があるために、実用計算に用いられるようになるまでは、いましばらくの時間を要するものと思われる。微小変形を仮定する場合、連続体的変形-すべり面の発達-破壊を連続的にかつ同時に解析することは困難であるが、すべり面での挙動と連続変形を連動して扱う解析、あるいは不連続的な変形挙動を扱える解析法としては、Cundall(1971)の個別要素法、Goodman(1977)らのジョイント要素解析、あるいは川井(1980)の剛体ばねモデルなど多数提案されている。

本章の研究対象である土かぶりの浅い砂質地山にトンネルが掘削される問題の解析法は、次の章で示すその逆解析法の根幹をなすものであるが、逆解析を行う場合には3次元解析では計算時間などの点で問題があるため、2次元平面ひずみ問題に限定する。すべり面付近で認められる不連続的挙動を、解析でいかに表現するかは重要な問題であるが、ここでは、有限要素法の枠内で扱え材料物性を直接的に導入できる Goodmanらのジョイント要素を導入した有限要素法解析を用いる。足立、八島ら(1985)は未固結地山中にトンネルが掘削される問題に対し、Drucker and Pragerモデルを用いた関連および非関連流動則による弾塑性体解析、ジョイント要素解析などいくつかの解析法の比較を行っている。その結果、地盤を連続体要素とジョイント要素でモデル化し、ジョイント要素を潜在的なすべり面と考えられる位置に配置することにより、不連続的な地山挙動を良好にシミュレート可能であることを確認している。

3-2 ジョイント要素解析

足立らの解析方法を地下水の挙動を考慮できるように拡張するためには、第5章で示し

た Biot の圧密の基礎方程式の考え方を導入する必要がある。Biot の圧密方程式を離散化して得られる有限要素法の圧密問題に対する拡張された要素剛性方程式は次式で示される。

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} K_e, C \\ C^T, \alpha \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta u \\ p \end{Bmatrix}_e^{t+dt} - \begin{Bmatrix} 0 \\ \sum (\alpha_i \cdot p_i) \end{Bmatrix}_e^{t+dt} \\ & = \begin{Bmatrix} \Delta F |_{t+dt} + C p |_t \\ 0 \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (7.03)$$

ここでの表記は第5章で示したものと同様であり、各記号の説明は省略する。上式は、ジョイント要素ではなく、いわゆる連続体要素間で成立する式であるが、ジョイント要素、梁要素およびトラス要素が混在する場合には以下の事項を仮定する必要がある。

- (1) 梁、トラスおよびジョイント要素には間隙水が存在しない。ただし、ジョイント要素の初期応力の算出に際しては間隙水圧を考慮する。
- (2) 間隙水の移動は連続体要素間のみで行われる。ただし、連続体要素間に梁、トラスおよびジョイント要素が存在する場合には、それらの要素を無視し、梁要素がシートパイルのような板要素として存在する場合には、梁要素を不透水境界とする。

これらの仮定において、ジョイント要素に間隙水圧が存在しないとし、間隙水圧の移動も行われないとする仮定は、ジョイント要素が岩盤中の節理などを代表している場合には矛盾が生じる。すなわち、節理性岩盤などでは、岩塊部においては透水性が非常に低いから、間隙水の移動はむしろジョイント間で行われると考えられるからである。しかし、本章において対象としているのは砂質地盤などの未固結地山であり、すべり面（ジョイント要素）と連続体要素での透水性が同程度と考えた場合、すべり面の体積は無視し得るため、間隙水の移動は連続体要素のみで行われるとする仮定は妥当なものと思われる。以上

の仮定を行った場合、図-7.05のように、要素mの隣接要素は連続体要素s₁からs₄となりジョイント要素j₄やトラス要素t₂および梁要素b₁は隣接要素とはならず、b₃がシートパイルを表す梁要素である場合には、その方向は非排水境界とみなされる。また、式(7.03)で定式化される圧密問題は有効応力によるものであり、ジョイント要素に間隙水圧を導入する必要性はない。したがって、連続体要素に対する圧密計算のための拡張された要素剛性方程式(7.03)と、次式で示される梁、トラスおよび

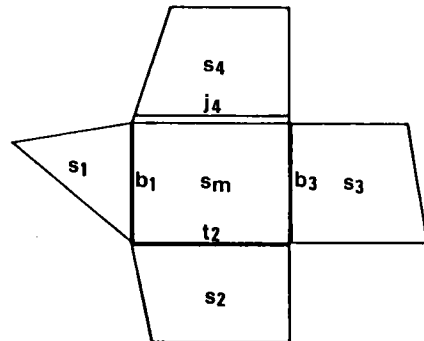


図-7.05 隣接要素の処理法

ジョイント要素に対する要素剛性方程式を重ね合わせることで、対象とする問題に対する有限要素定式化が完了する。

$$[K_e]\{\Delta u\} = \{\Delta F\} \quad (7.04)$$

ここに、 K_e ：梁、トラスおよびジョイント要素の要素剛性マトリックスを示す。トラスおよび梁要素は弾性とし、連続体要素は弾性ならびに Drucker and Prager モデル(1952)を採用した。

3-3 ジョイント要素の構成モデル

本論文では、砂質地盤などの未固結地山内に生じるすべり面、あるいは岩盤中の節理面で生じる不連続的な変形挙動を表現するために、初期状態において厚さのないジョイント要素を導入する。したがってジョイント要素の垂直方向の構成特性としては、圧縮力は伝達し、かつ圧縮変形は無視でき、引っ張り力には強度を持たず、引っ張り変形性は非常に大きく、せん断方向にはあるせん断力までは摩擦性材料として抵抗し、せん断降伏が生じるまでは、非常に小さな変形性を持つと考えることができる。以上のことを考慮し、本章ではジョイント要素の構成モデルを次のように規定する。

(1) 垂直方向構成モデル

本論文ではジョイント要素の厚さはゼロと仮定しているため、圧縮力に対する変形性は非常に小さく、引っ張りに対する抵抗は無視できるものと考え、次式で示される構成モデルを仮定する。

$$k_n = k_n \quad \text{for } \sigma'_n \geq 0 \quad (7.05-a)$$

$$k_n \doteq 0 \quad \text{for } \sigma'_n < 0 \quad (7.05-b)$$

ここに、 k_n ：ジョイント要素の垂直方向剛性係数、 σ'_n ：ジョイント要素の垂直応力を示す。

(2) せん断方向構成モデル

ジョイント要素のせん断方向の破壊規準は、次式で示される Mohr-Coulomb の規準を修正した規準で規定できるものとする。

$$\tau_y = c' + \sigma'_n \tan \phi' \quad \sigma'_n \geq 0 \quad (7.06-a)$$

$$\tau_y = 0 \quad \sigma'_n < 0 \quad (7.06-b)$$

ここに、 τ_y : 降伏応力、 c' : ジョイント要素の有効粘着力、 ϕ' : ジョイント要素の内部摩擦角を示している。上記の破壊規準を参考として、ジョイント要素のせん断方向剛性係数 k_s は次式で表されるものとする。

$$k_s = k_s \quad \text{for } \sigma'_n \geq 0 \quad \text{and } \sigma_s < \tau_y \quad (7.07)$$

$$k_s \doteq 0 \quad \text{for } \sigma'_n < 0 \quad \text{or } \sigma_s \geq \tau_y \quad (7.08)$$

ただし、 σ_s はジョイント要素のせん断応力を示す。

3-4 ジョイント要素の配置

以下の理論では、初期応力状態が静水圧的で、かつ自重による物体力の項を考慮しない地山に対し、円形トンネルを掘削する場合を対象とする。地山材料が Mohr-Coulomb の破壊規準に従う場合、せん断破壊面は最小主応力の作用方向に対して、 $\alpha = 45' + \phi' / 2$ の角度で発生する。図-7.06に示すように、極座標 (r, θ) の位置のサンプルを考え、すべり面の方向を考慮すると、同図よりその軌跡について次式が成立する。

$$\frac{r \cdot d\theta}{dr} = \tan \alpha \quad (7.09)$$

$\tan \alpha = \cos \phi' / (1 - \sin \phi')$ が成立することを考慮し、任意の θ で $r = R$ という境界条件の下で、上式を積分することにより次式が得られる。

$$r = R \exp\left(\frac{\cos \phi'}{1 - \sin \phi'} \theta\right) \quad (7.10)$$

ここに、 R : 円形トンネルの半径を示す。上式より、トンネル周辺の降伏領域には、図-7.06に示すような無数の対数渦巻状のすべり面が形成され、トンネル壁面では壁面に垂直

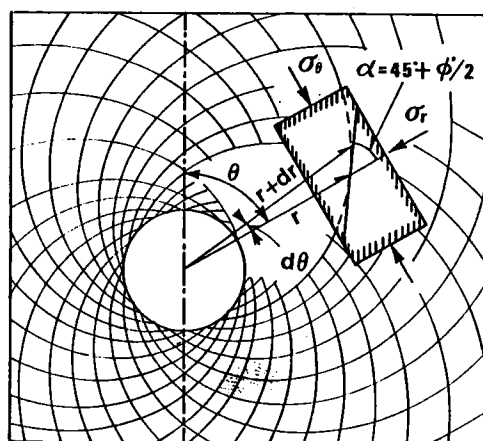


図-7.06 等方地山内のすべり面の軌跡

な方向から $45' + \phi' / 2$ の角度で交わることが明かである。しかし、実際の地山の初期応力は水圧的でなく、強度特性も等方的とはいえず、さらにトンネルの形状も円形と見なすことができない場合も多い。図-7.04において、式(7.10)より計算されるすべり面と実験結果の比較を行っているが、式(7.10)で表される対数渦巻で、実験結果が概ね近似されていると認められるので、本章では式(7.10)によってすべり面を近似することが可能であると考え、有限要素法による数値解析に際し、式(7.10)で表される方向が潜在的なすべり面であると仮定し、ジョイント要素をあらかじめ配置することとした。

第 4 節 モデル実験に対する解析結果

図-7.07には土かぶりが1 D に対する有限要素分割図の例を示すが、前節の理論から求められた潜在的なすべり面を表す太線で示す位置にジョイント要素を配置している。アルミ棒積層体の初期応力状態は、土かぶり深さ z と単位体積重量 γ および静止土圧係数 K_0 で表されるものと仮定した。トンネル模型による掘削のシミュレーションは、トンネル壁面の各節点に強制的な半径方向変位を段階的に与えることでモデル化した。表-7.02に解析に用いた諸物性定数を示すが、これらの値はアルミ棒積層体に対する2軸試験などから求めたものであり、いかなる修正も行っていない。

図-7.08にはトンネル半径を 5.0mm縮小させた段階での、土かぶりが1 Dの地下水を考慮しない場合と、地下水位が地表面に一致する場合の、変位ベクトルならびに等変位線を示す。図-7.09はそれぞれの場合の降伏したジョイント要素を示している。また図-7.10と7.11は土かぶりが4 Dに対する同様の計算結果である。土かぶりが浅い場合も深い場合も、モデル実験でもみられたように、地下水の存在によって等しい変位を示す領域が拡大する傾向が認められるが、特に土かぶりの浅い場合には大きな変化が認められない。一方、

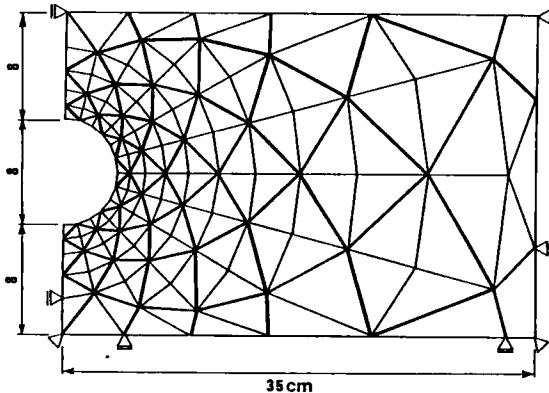


図-7.07 有限要素分割図(H = 1 D)

表-7.02 アルミ棒積層体の物性定数

単位体積重量 γ (gf/cm ³)	2.18
弾性係数 E (gf/cm ²)	$500 + 100\sigma'_{max}$
ポアソン比 ν	0.33
粘着力 c' (gf/cm ²)	0.0
内部摩擦角 ϕ' (°)	30.0
静止土圧係数 K_0	0.5

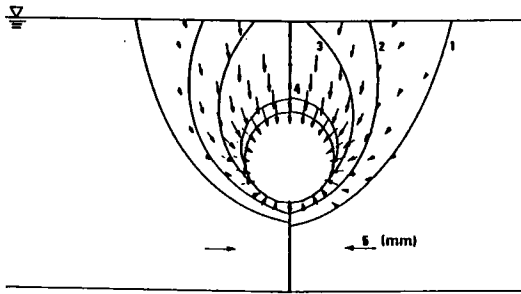


図-7.08 変位ベクトルと等変位線(1 D)

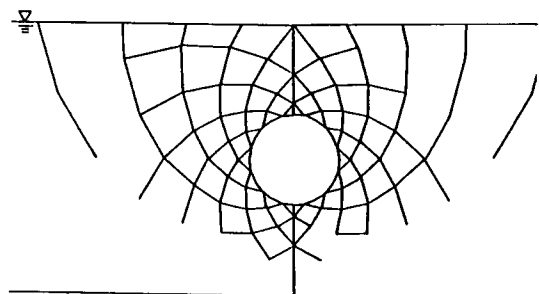


図-7.09 降伏したジョイント要素(1 D)

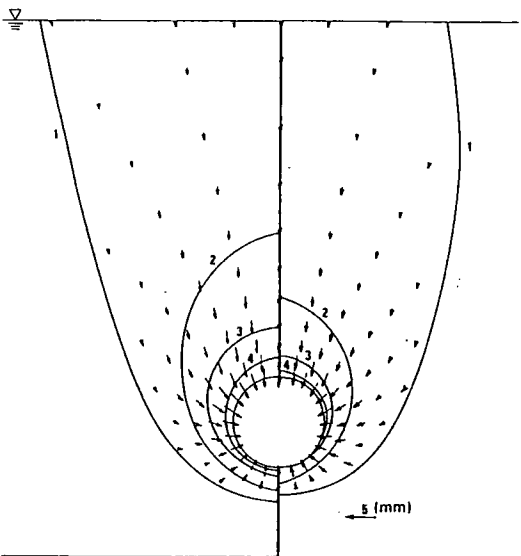


図-7.10 変位ベクトルと等変位線(4 D)

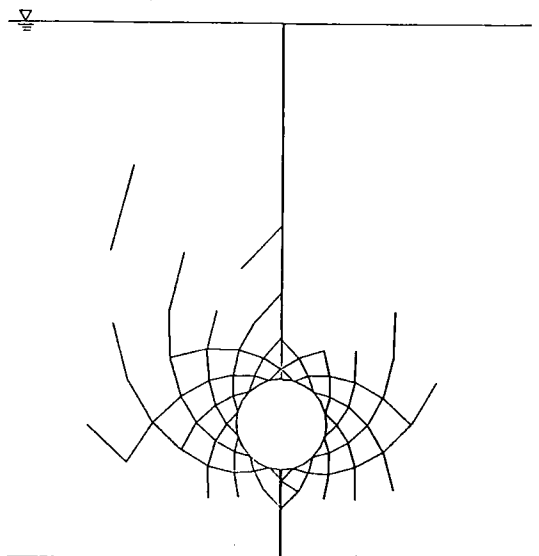


図-7.11 降伏したジョイント要素(4 D)

降伏したジョイント要素は、地下水の存在により明らかに多くなる傾向は認められる。以上のような結果は、モデル実験に対応させる意味で、掘削のシミュレーションをトンネル壁面における強制変位で与えているために、トンネル壁面における最大変位を半径方向に一律に 5.0mm に制限していることに起因しているものと考えられる。このことを検討するために、トンネル掘削のシミュレーションを、トンネル部分の要素の初期応力を除去することによって行った結果を示す。図-7.12は、各土かぶり厚ごとのスプリングラインとクラウン部の内空変位の比を示したものである。図に示す砂はアルミ棒積層体を、粘土は内部摩擦角をゼロとし、トンネルクラウンの高さで粘着力を $c' = \sigma_v' \tan \phi'$ とした対照解析結果である。図より明らかなように、砂質地盤で静止土圧係数 K_0 が 0.5 の場合には、スプリングラインでの内空変位は、クラウン部の値の 20 から 30%、 K_0 が 1.0 の場合

でも 50% 程度であり、モデル実験のようにトンネルの掘削を、一様な内空変位を与えてシミュレートすることには問題がある可能性がある。一方粘性土地盤では、土かぶりによって内空変位の比は、 K_0 が 1.0では60 から 80% , K_0 が 2.0で 105 から 130% 程度に変化しており、材料の強度特性の相違により異なった変形挙動を示している。ここでは、土かぶりが1から4Dというごく狭い範囲でしか検討しなかったが、このような範囲では桜井と足立が実地盤の計測結果をまとめた結果と同様の傾向が認められており、トンネル掘削のシミュレーションは初期応力の除去で表す方が妥当であると考えられる。

図-7.13はトンネル上方の要素の初期状態と、強制変位を与えた状態に対する水平および鉛直方向の有効応力の分布を、各土かぶり深さごとに示したものである。トンネル掘削の応力分布に及ぼす影響は、

トンネル上方へ2D程度より下の部分で顕著に認められ、変形挙動と同様に、2D付近に土かぶりが浅い場合と深い場合の境界があることが裏付けられる。また、強制変位を与えた後のトンネル付近の応力は、土かぶりごとの初期応力の相違に比較して、同程度の値に集れんしている点は注目される。垂直応力 σ'_y に関しては、トンネル壁面に垂直方向の応力がゼロに近い値となるため、当然の結果といえるが、水平応力 σ'_x がどの土かぶりに対しても同程度となっていることは、トンネル上方の緩み域(村山らの領域I)の大きさが、土かぶりに関わらずほぼ等しいことを示しているものと考え

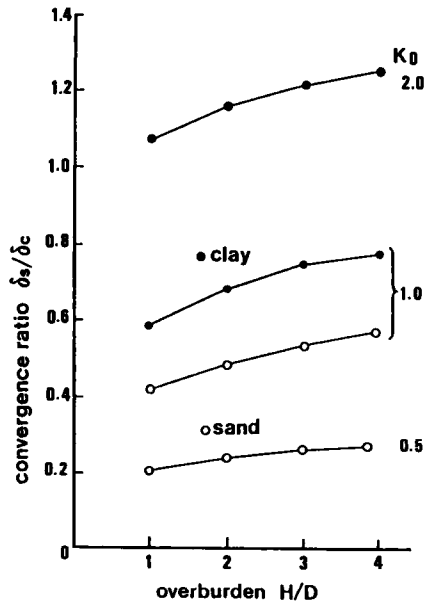


図-7.12 砂と粘土地盤に対する土かぶりと内空変位比の関係

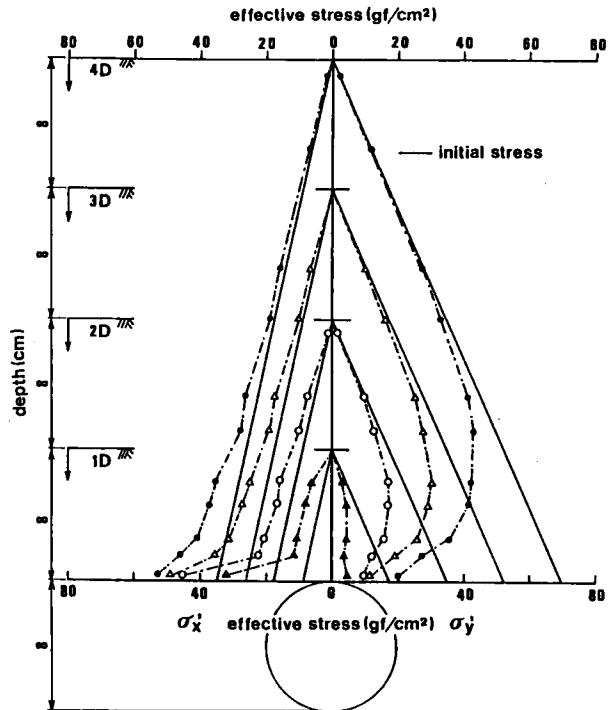
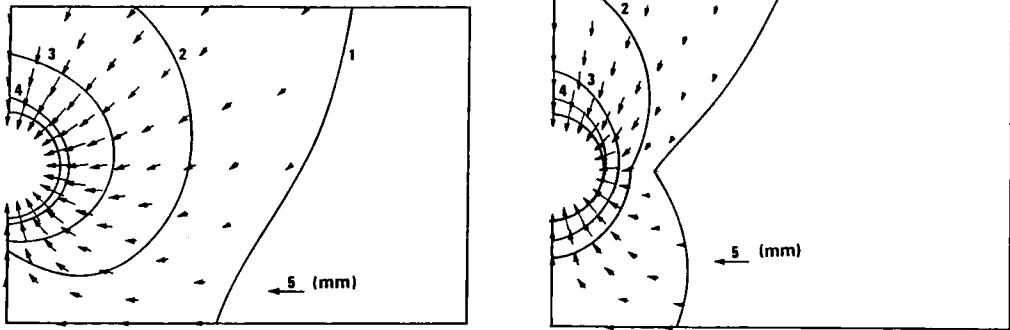


図-7.13 土かぶりごとの初期および最終応力分布

られる。

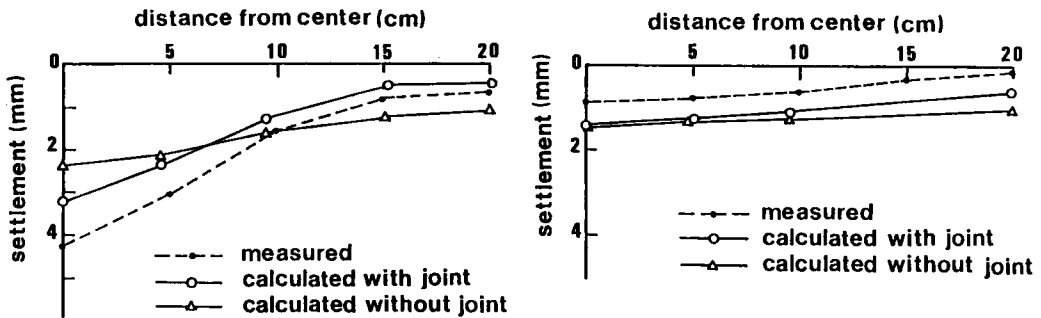
次に、ジョイント要素を用いない解析法との比較を行う。図-7.14はジョイント要素を用いず、連続体要素の構成モデルとしては、Drucker and Prager モデルを用いた場合の変位ベクトルと等変位線を示している。ジョイント要素を用いない場合には、トンネルスプリングラインから上下斜め45°方向に変位が大きくなる傾向がみられ、実験結果とは異なる変形モードしか得られていない。図-7.15は地下水を考慮しない場合に対する、地表面における沈下量の比較であるが、連続体要素のみによる解析では、実験結果に比較して滑らかな地表面変位の分布となっている。これらの結果からも、ジョイント要素を用いた解析の優位性が明らかである。図-7.16は地下水位が地表面に一致する場合の、地表面変位の実験値とジョイント要素を用いた解析値の



(a) 土かぶり $H = 1 D$

(b) 土かぶり $H = 4 D$

図-7.14 ジョイント要素を用いない場合の変位ベクトルと等変位線



(a) 土かぶり $H = 1 D$

(b) 土かぶり $H = 4 D$

図-7.15 ジョイント要素の有無による地表面沈下の比較

比較であるが、地下水が存在する場合に対しても、砂質地盤の変形挙動を良好に再現可能であることがわかる。

ここでは、砂質地盤におけるトンネル掘削時に生じる地山内の不連続的な変形挙動を考察する。潜在的なすべり面であるジョイントの配置方向から、代表的なすべり線として図-7.17に示す6本を不連続変形の調査線として選択した。図において、正の番号は地表面に向かうすべり線を、負号は基盤に向かうすべり線を示している。図-7.18ならびに図-

7.19は、ジョイント要素を用いた解析で求められた調査線上のジョイント要素のせん断変位の分布を示している。地表面方向に向かうすべり線に注目すると、土かぶりがない場合には、比較的大きな変位が維持されるのに対し、深い場合にはトンネルから離れるに従って徐々に減少する傾向が認められる。これに対し基盤に向かうすべり面では、基盤において節点変位を固定しているために、土かぶりにかかわらず単調減少的な変形挙動であることがわかる。実験結果に対しても同様の検討を行うのが理想であるが、すべり面に沿ったアルミ棒間の相対的なすべりの大きさを観察することができなかったため、ジョイントせん断変位の代用として、要素のせん断ひずみを観察した。図-7.20は図-7.17の調査線が通過する要素のせん断ひずみの分布である。

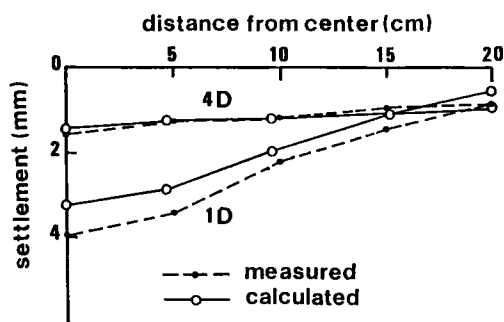


図-7.16 地表面沈下の比較
地下水位が地表面に一致する場合

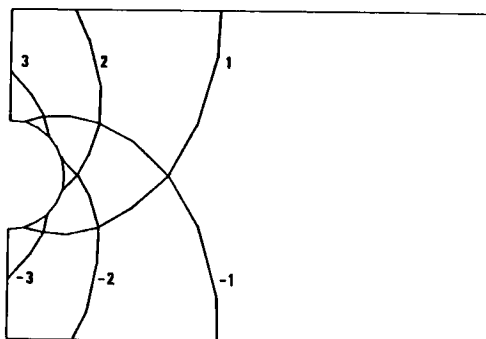
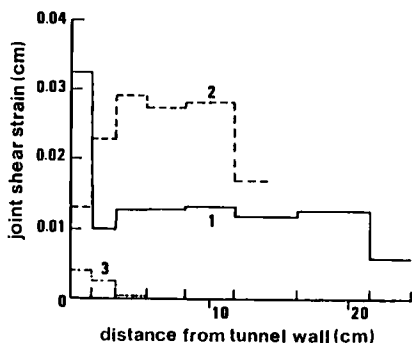
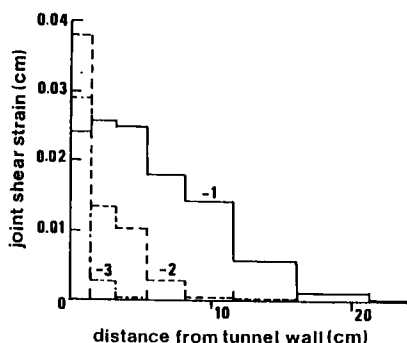


図-7.17 不連続変形の調査線



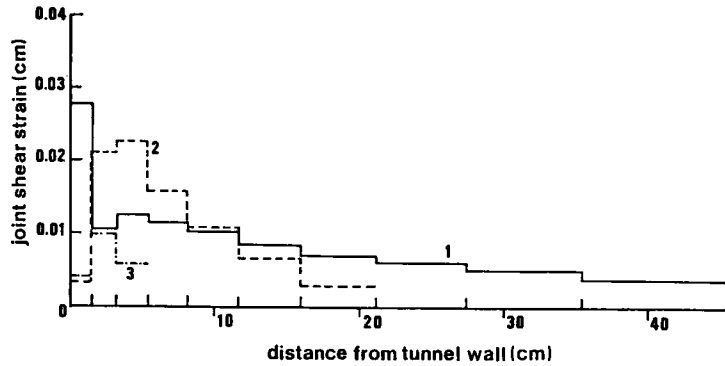
(a) 地表面に向かうすべり線



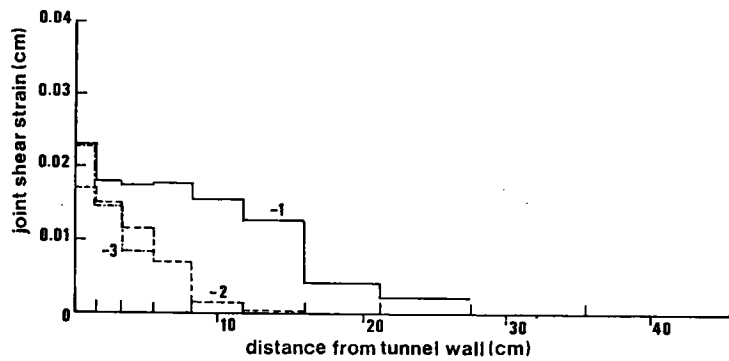
(b) 基盤に向かうすべり線

図-7.18 調査線上のジョイントせん断変位の分布 (H = 1 D)

なお、同図では地表面に向かうすべり面のみを対象としている。不連続な部分もみられるが、モデル地盤内のせん断ひずみの分布は、解析結果と比較的よい一致が認められ、ジョイント要素解析が不連続性地盤の変形挙動を的確に表現し得ていることを裏付けるものと考えられる。

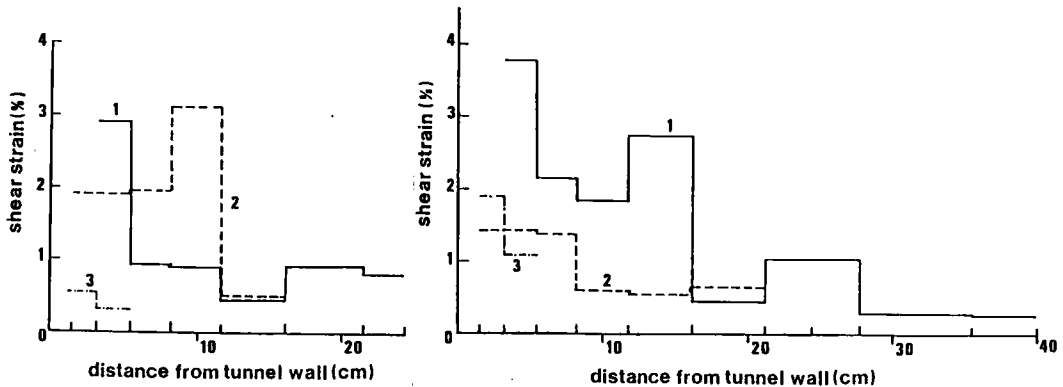


(a) 地表面に向かうすべり線



(b) 基盤に向かうすべり線

図-7.19 調査線上のジョイントせん断変位の分布 ($H = 4D$)



(a) 土かぶり $H = 1D$

(b) 土かぶり $H = 4D$

図-7.20 模型実験における調査線上のせん断ひずみの分布

第 5 節 地下水がトンネル掘削時の安定性に及ぼす影響

5 - 1 地下水位低下工法の影響

圧力水頭の高い地点にトンネルを掘削しようとする場合には、水頭を下げるために様々な工法がとられる。ここでは、第3節で定式化した地下水の影響を考慮した不連続性地山に対する解析法を用いて、トンネル掘削時の地下水位低下工法の効果の検討を行う。ただし、本節では地下水位低下の効果を検討することを目的としているため、連続体要素は弾性として解析を行っている。

図-7.21は地下水位低下工法の効果を検討するために想定した仮想地盤の有限要素分割図である。ジョイント要素は第3節の理論に基づき、図の太線で示す位置に配置している。表-7.03は解析で用いた物性定数の一覧である。トンネル掘削のシミュレーションは、トンネル掘削部分に相当する要素の応力を4段階で解放することによって行い、すべての応力を解放するまでの時間は1日としている。さらに、この節における目的が地下水位低下工法のトンネル安定性への影響を検討する点にあるため、支保工の建て込みは行っていない。

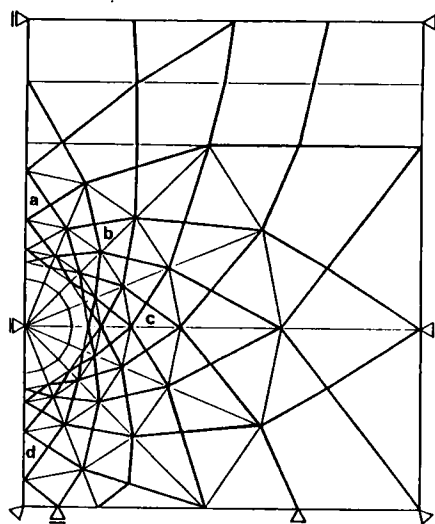


図-7.21 仮想トンネルのモデル

表-7.03 解析に用いた物性定数

単位体積重量 γ (tf/m ³)	2.0
弾性係数 E (tf/m ²)	2000.0
ポアソン比 ν	0.333
粘着力 c' (tf/m ²)	0.0
内部摩擦角 ϕ' (°)	30.0
静止土圧係数 K_0	0.5
透水係数 k (cm/sec)	10^{-2} , 10^{-4}
ジョイント剛性 k_n (tf/m ²)	150,000
k_s (tf/m ²)	150,000

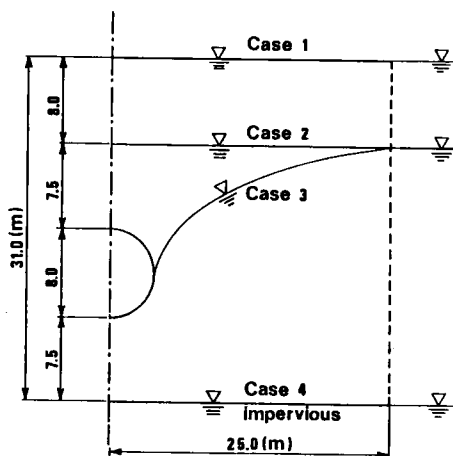


図-7.22 想定した地下水面

自由水面の位置が、砂質地山におけるトンネル掘削の安定性に及ぼす影響を検討するために、図-7.22に示す4ケースの水面形について数値シミュレーションを行った。すなわち、

- (1) ケース1：地下水位が地表面に等しい場合
- (2) ケース2：地下水位がGL-8mの場合
- (3) ケース3：ケース2より、トンネルスプリングライン付近の井戸により地下水面を低下させた場合

(4) ケース4：地下水の影響を考えない場合の4ケースである。ただし、これらの各ケースにおいては、透水係数は砂質地盤を想定しているため、共通して $k = 1.0 \times 10^{-2} \text{m/day}$ を用いた。図-7.23は初期状態におけるトンネル周面に隣接した要素の平均有効応力と間隙水圧の分布である。

当然のことながら、地下水位の高いケース1および2では間隙水圧は大きく、したがって平均有効応力が小さく計算されている。拘束応力に依存する通常の材料に対しては、地下水位の低い場合の方が安定性が増加することが容易に推察される。

図-7.24は各ケースに対する初期応力を75%解放させた場合の、変位のコンターと変位ベクトルの分布である。ただし本解析においては、支保工を建て込まないために、初期応力を100%解放した段階ではトンネル上部で崩壊が生じたため、ここでは75%での比較を行っている。図-7.24より、地下水面の高い場合の方が変形量が大きく、地下水面の位置の地盤変形量への影響は、トンネルの下方よりも上方に顕著に現れていることが明かである。図-7.25は降伏したジョイント要素の分布であるが、地下水面の高

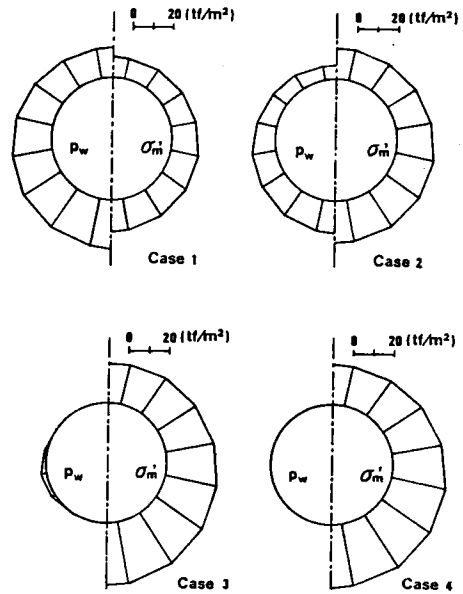


図-7.23 トンネル隣接要素の初期間隙水圧と平均有効応力の分布

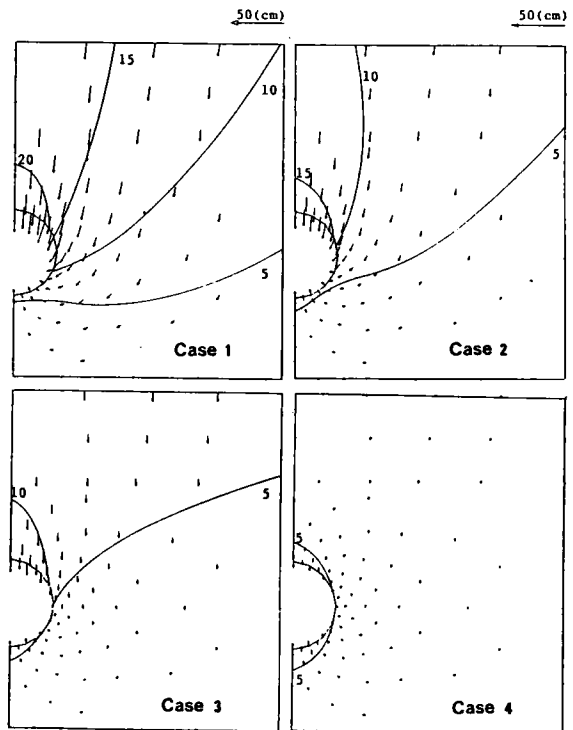


図-7.24 変位ベクトルおよび等変位線

いケース1ならびに2では、トンネル周面から発達した降伏したジョイント要素は、互いに連結して地表面にまで達していることがわかる。一方地下水を低下させたケース3においては、降伏したジョイント要素が散在しており、ほとんど連結しておらず、すべり面が連続して地表面にまで達していない状態を保持しており、安定性の向上が認められる。

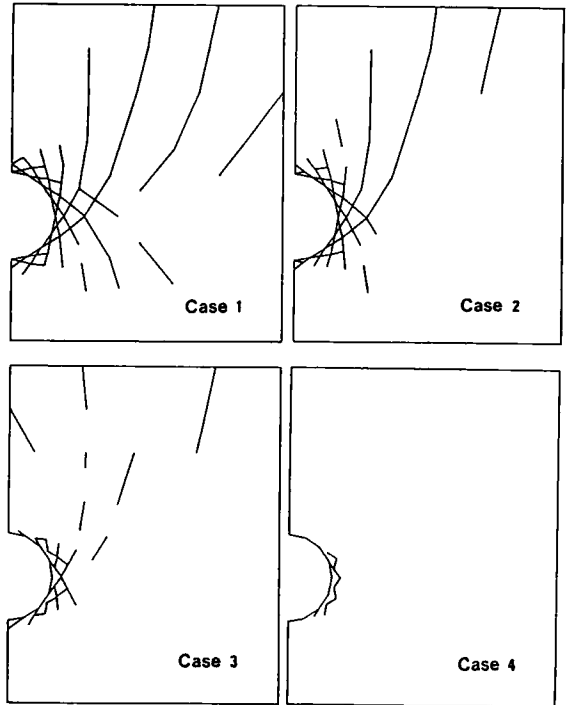


図-7.25 降伏したジョイント要素

図-7.26は初期応力を75%解放した時点における、トンネルに隣接した要素の平均有効応力とせん断応力の分布である。同図より地下水面の高さの影響はせん断応力よりも、平均有効応力に顕著に現れることが明かであり、せん断応力は平均応力と比較して、地下水位の相違に鈍感であることがわかる。図-7.27は、図-7.26より得られるせん断応力と平均有効

応力の比の分布を示したものであるが、地下水面の高い場合では応力比も大きくなる傾向が認められ、したがって安定性も低下することが明白である。

図-7.28はトンネル掘削部分の要素の応力の解放にともなう、トンネルクラウン部から地表面にかけての平均有効応力の変

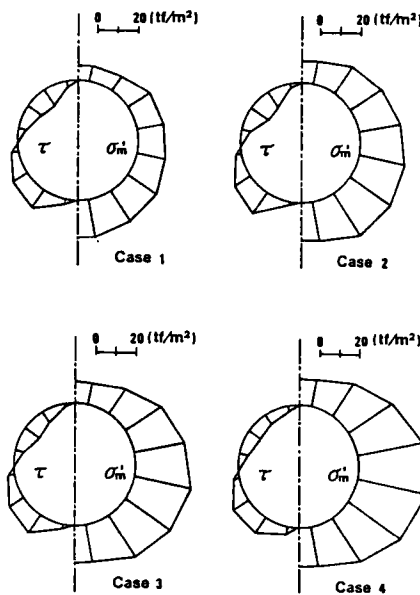


図-7.26 応力解放時のトンネル隣接要素の応力の分布

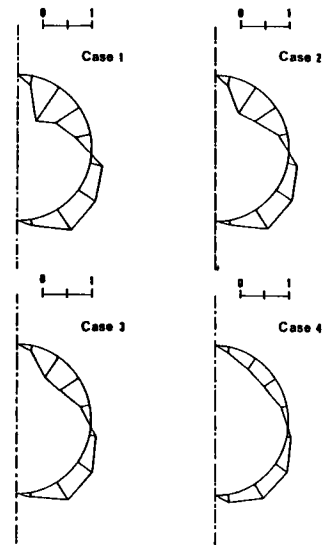


図-7.27 応力解放時の応力比の分布

化を示している。地下水の高いケースでは応力解放以前より平均有効応力は小さく、応力を完全に解放した時点では引っ張り応力さえ生じており、トンネル上部の地盤では液状化の条件さえ満たされていることがわかる。以上の考察の結果より、地下水が高い地盤内にトンネルを掘削する際の不安定性は、主に初期拘束応力が低いことに起因しているといえそうである。

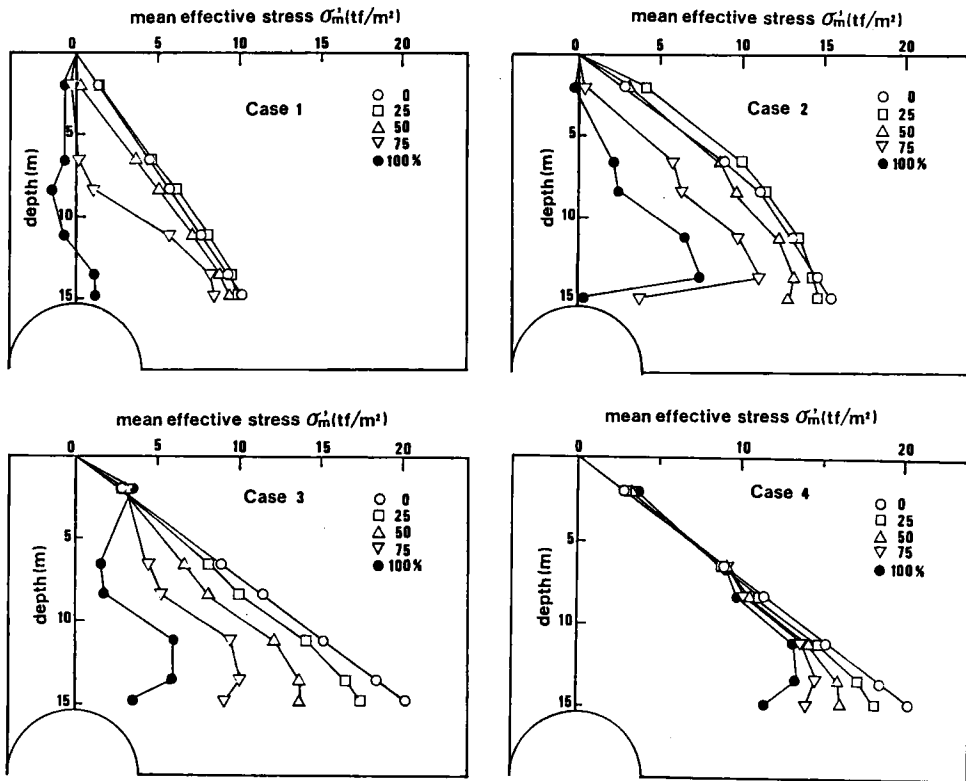


図-7.28 各掘削段階における地盤内の平均有効応力の分布

5-2 透水係数の影響

透水係数の相違がトンネル掘削の安定性に及ぼす影響を検討するために、ケース2の地下水条件の場合について、透水係数を $1.0 \times 10^{-2} \text{m/day}$ とした場合と、 $1.0 \times 10^{-4} \text{m/day}$ とした場合についての比較を行った。図-7.29は透水係数が $1.0 \times 10^{-4} \text{m/day}$ の場合の応力を75%解放した時点での、変位ベクトルならびにそのコンターと降伏したジョイント要素を示している。透水係数を $1.0 \times 10^{-2} \text{m/day}$ として計算した図-7.24-(b)ならびに図-7.25-(b)と図-7.29を比較した場合、透水係数の相違による大きな特徴は認められないが、

詳細に比較すると透水係数が低い場合の方が安定性が高いようである。ただし、本章におけるすべての解析においては、初期応力の解放に際し、掘削速度に比較して透水係数が高いことを考慮して、有効初期応力のみを解放しているため、実際のトンネル施工に対しては注意を要する。

図-7.30は図-7.21に示すトンネル面から2m地盤側の要素a, b, cおよびdの間隙水圧の経時変化である。透水係数の低い 1.0×10^{-4} m/dayの場合では、掘削完了時に相当する1日後では間隙水圧が残留しているもののその値は小さいことがわかる。したがって、本章の対象としているシルトから砂質地盤において、通常でトンネルを掘削する場合は、透水係数がトンネル安定性に及ぼす影響は比較的小さいものと考えられる。

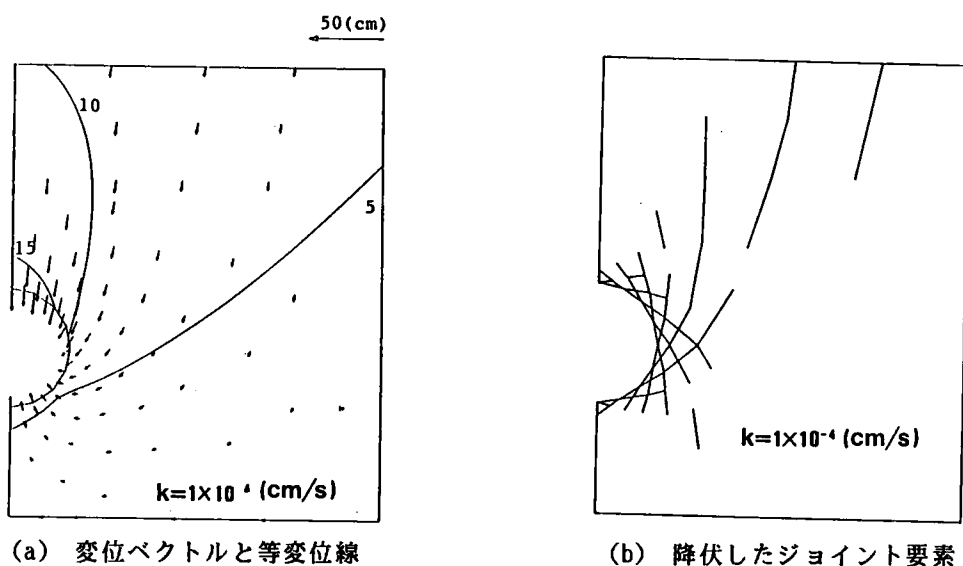


図-7.29 透水係数が小さい場合の計算結果

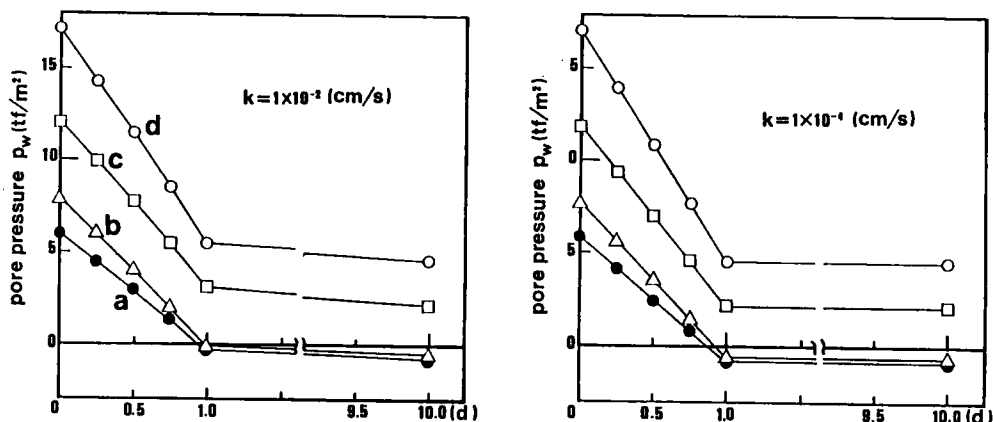


図-7.30 トンネル周辺の要素の間隙水圧の経時変化

第 6 節 実地盤を対象とした掘削施工法の検討

6-1 切羽の分割掘削法のトンネル安定性に及ぼす影響

本節においては、地下鉄の建設にともなう実際の土かぶりの浅い砂質地山トンネルの施工に際し、切羽の分割法および掘進長の相違が、トンネルの安定性に及ぼす影響を、現場計測データならびに数値解析によって検討する。対象とするトンネルは東葉高速線の延長線として建設される地下鉄であり、商業および住宅地域の幹線道路の

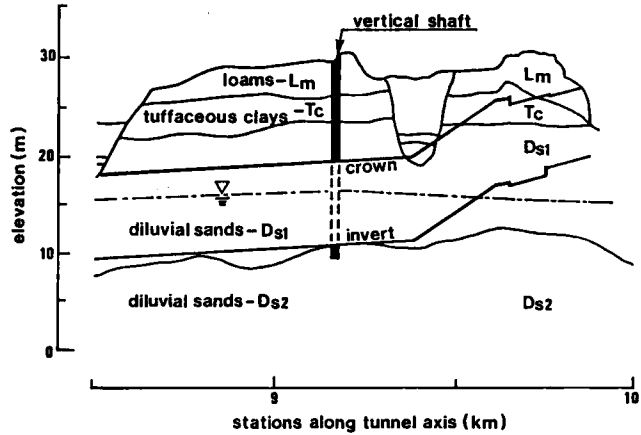


図-7.31 トンネル通過地点の地質状況

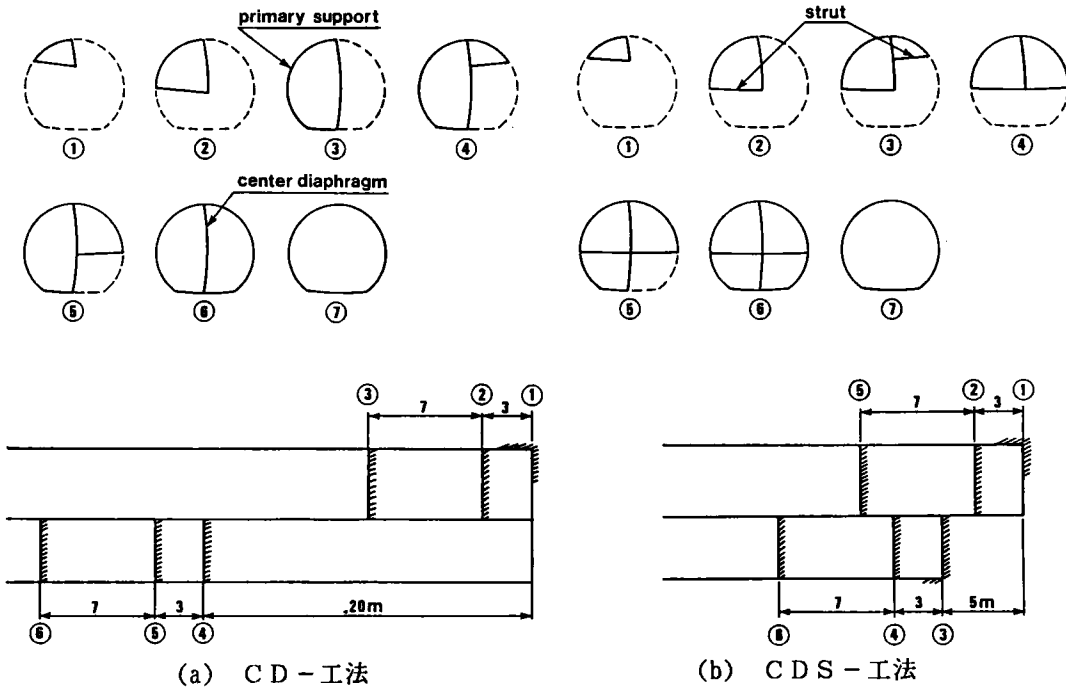


図-7.32 掘削工法と掘進長

下を、10m以下という浅いかぶりのもとで通過するため、掘削に際しては上部の構造物への影響を最小限とする必要がある。したがって、地中および地表面での変形量を可能な限り低く抑え安全管理を行うために、2種の切羽分割工法を採用し地盤変形量の動態計測を行っている。

図-7.31にトンネル通過地点の地質状況を示すが、土質は関東ローム、凝灰質粘土ならびに洪積砂層からなっており、自然地下水面はトンネルスプリングライン付近に存在する。トンネルは、おもにN値が30以下の D_{s1} と呼ばれる砂質層中に掘削される。現位置試験ならびに室内土質試験結果などから得られた D_{s1} 層の土質パラメータは、単位体積重量 $\gamma = 1.8\text{tf/m}^3$ 、弾性係数 $E = 2300 \sim 5000\text{tf/m}^2$ 、粘着強度 $c = 2.0\text{tf/m}^2$ 、内部摩擦角 $\phi' = 30^\circ$ である。

トンネル標準断面は、高さ8.5m、幅10mの馬蹄形断面である。試験トンネルは図-7.31に示ように、起点より9,185m地点の北習志野台堅抗より掘削され、最初の40mはCD-工法(with Center Diaphragm)と呼ばれる切羽分割法によって掘削され、続く25mはCDS-工法(with Center Diaphragm and Strut)と呼ばれる切羽分割工法により掘削された。両工法の概要を図-7.32に示す。CD-工法においては上半の①の部分掘削し、150mmのH型鋼と20cm厚のショットクリートからなる1次支保工と、125mmのH型鋼と12cm厚のショットクリートによる中心隔壁の施工を行うという施工手順により、②、③、④、⑤、⑥の分割部分についても同様に施工される。また、図-7.32-(a)の④～⑥で示される右側半断面は、左側半断面の切羽より20m遅れて施工される。一方CDS-工法では、掘削順序と1次支保工と隔壁間に支柱が配置されている点がCD-工法とは異なっている。さらに、CD-工法では全断面掘削までが30mサイクルで、30日を要していたのに対し、CDS-工法では15m、20日で掘削する点も異なっている。解析時点において、中心隔壁は撤去されておらず、隔壁撤去が地盤の変形量と支保工応力に与える影響を定量的に推定することが、重要な課題となっている。

前節で示した砂質地山トンネルの解析法により、本トンネルのCD-工法およびCDS-工法による掘削のシミュレーションを行う。解析に用いた地盤物性定数を表-7.04に示す。また、H形鋼とショットクリートによる1次支保工と中心隔壁およびH形鋼のストラットは梁要素と

表-7.04 解析に用いた物性定数

単位体積重量	$\gamma(\text{tf/m}^3)$	1.8
弾性係数	$E(\text{tf/m}^2)$	$200+200\sigma'_v$
ポアソン比	ν	0.35
粘着力	$c'(\text{tf/m}^2)$	2.0
内部摩擦角	$\phi'(^{\circ})$	32.0
ジョイント剛性	$k_n(\text{tf/m}^2)$ $k_s(\text{tf/m}^2)$	20,000 20,000

表-7.05 支保工の物性定数

	支保工	中心隔壁	ストラット
EA(tf)	235,200	188,370	63,630
EI(tfm ²)	620	338	178

して解析しているが、その材料パラメータを表-7.05に示す。

地盤の初期応力は土かぶり圧と静止土圧係数 ($K_0 = 0.54$) によって規定されるものとした。トンネルの掘削は初期応力を順次解放することによってシミュレートするが、どの程度解放した時点で1次支保工を建て込むかが解析に際し大きな問題となる。これは、本解析においては平面ひずみ条件を仮定しているため、トンネルの掘進にともなう応力の解放と支保工の建て込み時刻を正確に決定できないからである。しかしながら本解析においては、切羽到着時にはその地点の全変形の2/3程度が生じていることを考慮し、初期応力を67%解放した時点で梁要素を導入することにした。

図-7.33は掘削段階⑥における地表面沈下の分布を示しており、丸印が解析値、実線が

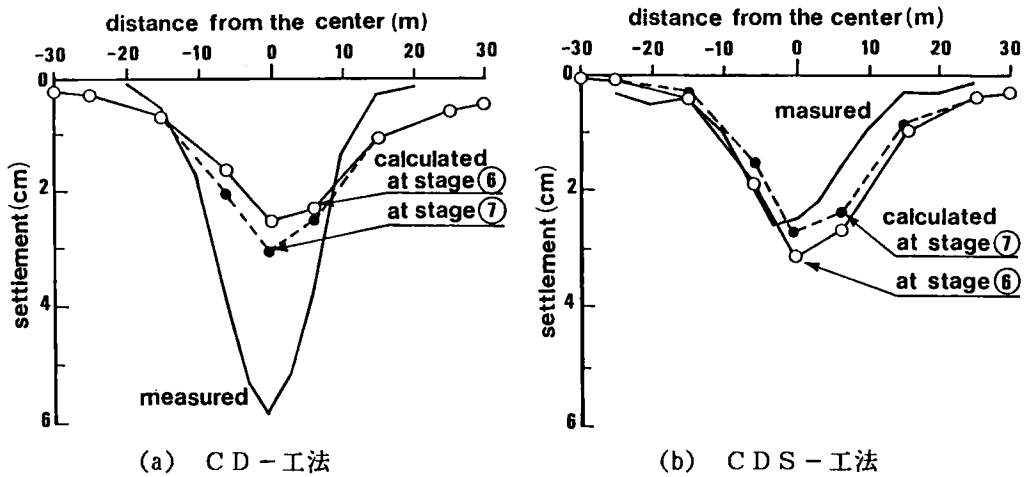


図-7.33 掘削段階⑥における地表面沈下の比較

計測値を表している。図-7.33-(a)のCD-工法では、特にトンネル直上部において解析値は観測データをかなり過小評価しているが、(b)のCDS-工法では観測変位に近い値が得られている。トンネルクラウン部から地表面までの鉛直変位の分布を図-7.34に示すが、地盤内鉛直変位もCD-

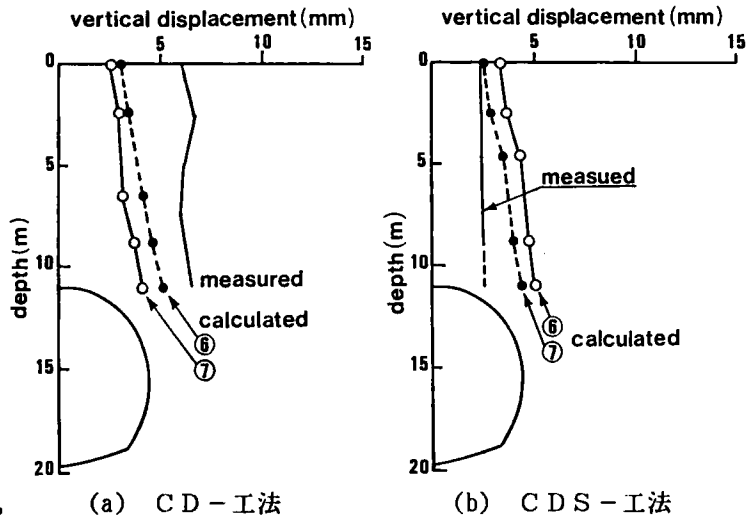
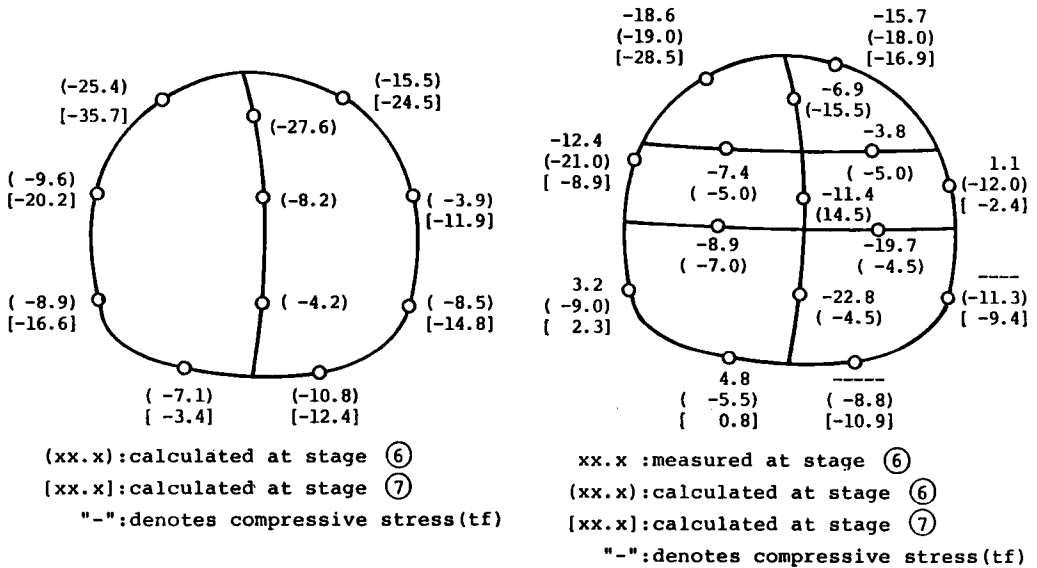


図-7.34 鉛直変位の地盤内分布

工法では解析値は実測値を過小評価しており，CDS-工法では解析では若干大きめの値が得られている。

図-7.35は支保工および隔壁，ならびにCDS-工法におけるストラットに作用する軸力の解析値ならびに実測値を示している。トンネル上部のアーチ付近では，解析値は実測値に近いものの，他の部分においてはばらつきが認められる。



(a) CD-工法

(b) CDS-工法

図-7.35 支保工作用軸力の比較

これらの結果より，実測値ではCD-工法とCDS-工法で，大きな隔たりが認められているものの，解析では両者に明確な相違が認められなかった。このような結果しか得られなかった理由として，解析において両工法の掘進速度の違いを考慮していなかったことがあげられる。図-7.32に示したように，CD-工法では1掘削長が30mであるのに対し，CDS-工法では15mであるが，この掘削長の相違を解析で考慮するために，CD-工法では1掘削長が長いことを考慮し，応力を100%解放した時点において支保工を建て込むこととして解析を行った。図-7.36にその結果を示すが，先の解析結果より大きな変形量が得られており，実測値に近い値となっている。この事実は，土かぶりの浅いトンネルを掘削して地盤の変形量を小さく抑えるためには，掘削した部分にはできる限り早く，支保工により閉じた構造系を完成させることが大切であることを示している。また，トンネル掘削の解析に際しては，掘削手順と速度を正確にシミュレートすることが重要であることがわかる。

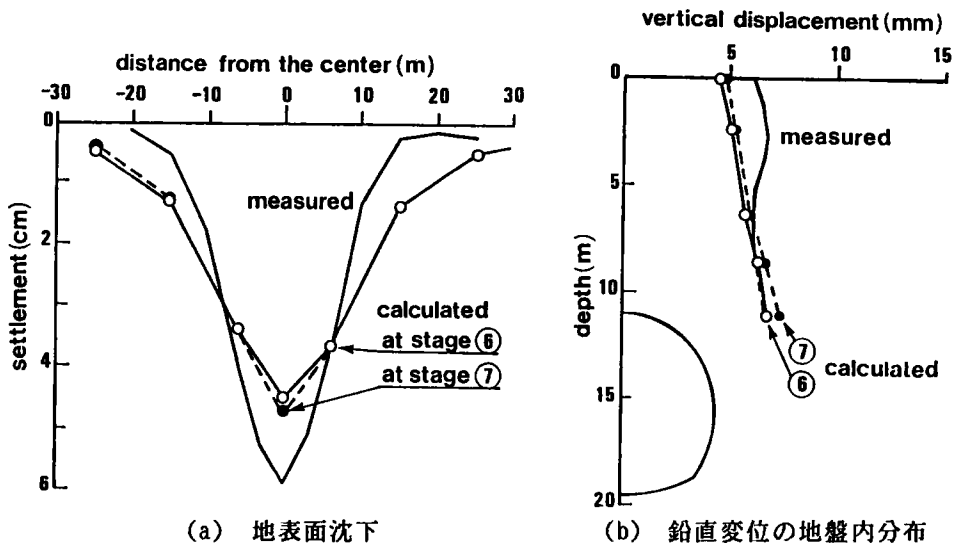


図-7.36 支保工の建て込み時期を遅らせた場合の変形量の比較

最後に、中心隔壁の撤去が地盤および支保工に与える影響を検討した。中心隔壁を撤去した状態は、図-7.33から図-7.36の掘削段階⑦としてすでに示しているが、解析結果だけから推定した場合、CD-工法ではさらなる地表面沈下が生じるが、CDS-工法の場合には中心隔壁の除去によって5mm程度の地表面隆起が予測される。

6-2 支保工の最適化に関する検討

実際のトンネルの掘削に際しては、地盤条件、土かぶり、地下水位、コストなどを考慮して最適と思われる工法が選択されている。しかしながら、工法の実験は、経験に負うところが多く、理論的な裏付けがなされていなかったように見受けられる。ここでは、実際の地下鉄トンネルに対し、支保工の建て込み時期、支保工の剛性、切羽の掘削順序を組み合わせた数値シミュレーションにより最適な施工に関する検討を行う。

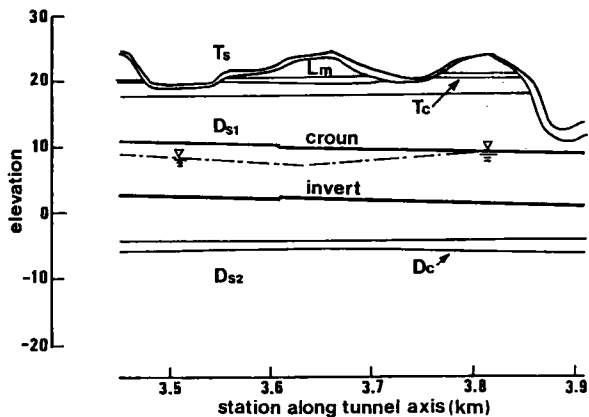


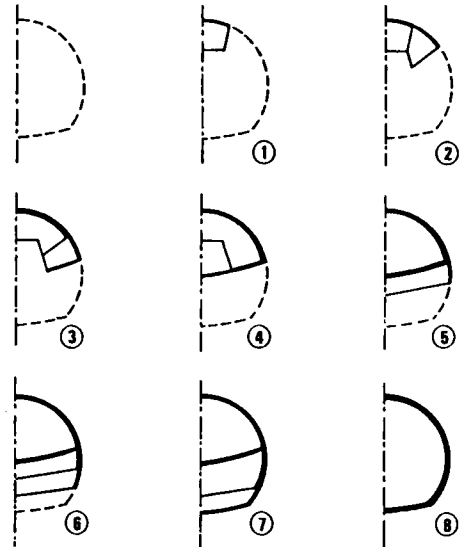
図-7.37 トンネル通過地点の地質状況

対象としたトンネルは北総開発鉄道の栗山トンネルであるが、本トンネルは矢切、愛宕、堀之内の各トンネルとそれらをつなぐ切り通しからなっている。解析対象としては、愛宕トンネルを選択した。愛宕トンネルは3種の断面を持ち、サイロット工法とショートベンチ工法で掘削されているが、解析断面はショートベンチ工法による断面Ⅰであり、工事起点である京成高砂駅より3,860mの地点を選択した。

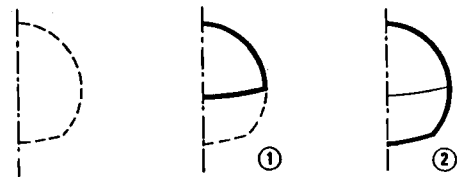
図-7.37に地盤条件を示すが、図から明らかなように、成田層と呼ばれる均一な砂質地盤中に掘削される土かぶりの浅い典型的な都市トンネルである。図-7.38には2種の掘削順序を示すが、掘削法-Aは実際は採用されたショートベンチ工法の施工順序に忠実に再現したものであり、掘削法-Bは対照工法としての仮想的な掘削法であり、上半と下半をそれぞれ一括に掘削するものである。

また、同図には支保工の建て込み順序も同時に示しているが、建て込み時期の影響を検討するために、掘削直後、掘削相当外力の33, 67, 100%の各解放時の4種類で解析を行った。さらに、支保工の剛性を実際に用いられたものと、その10倍、50%ならびに10%の4種類を比較した。

初めに、支保工の建て込み時期に注目する。図-7.39は掘削法-Aで、4種の建て込み時期に対する2cmの変位の等変位線を、また図-7.40には降伏したジョイント要素を示す。なお、応力を100%解放させた段階で支保工を建て込んだ場合には、図-7.38の掘削段階⑦で崩壊的な変形が生じたため、掘削段階⑥におけるデータを示している。これらの図から、建て込み時期が遅れるほど変形量が大きくなり、緩み領域も拡大する傾向が認められる。図-7.41は地表面沈下の実測値と、各建て込み時期ごとの計算値の比較であるが、トンネル直上部付近では両者はかなりよい一致



(a) 掘削法-A



(b) 掘削法-B

図-7.38 掘削および支保の建て込み法

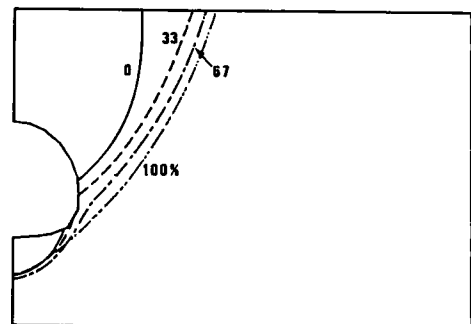


図-7.39 2cmの等変位線の比較

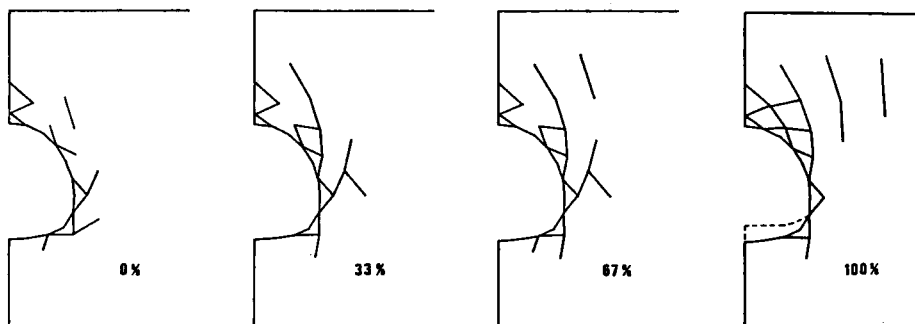


図-7.40 建て込み段階ごとの降伏したジョイント要素の比較

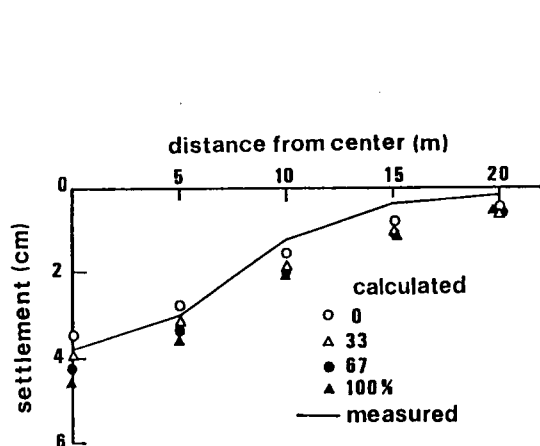
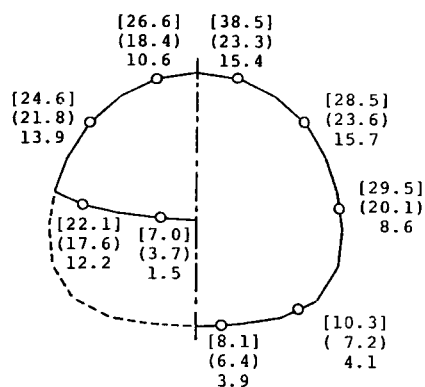


図-7.41 地表面沈下の比較



beam elements were introduced at the stress released rate of [xx.x]:0%, (xx.x):33%, xx.x : 67%

図-7.42 支保工作用軸力の比較

が認められる。建て込み時期が遅れることにより、地表面沈下も大きくなるが、本掘削法の場合その割合は比較的小さい。一方、図-7.42は上半掘削終了時と、全断面掘削終了時における支保工の軸力を示している。建て込み時期を遅くすることにより、支保工の軸力を50~30%まで減少させることができることがわかる。以上の事項を掘削法-Bに関して検討したものが図-7.43から図-7.46である。一度に掘削する断面が大きい掘削法-Bでは、支保工の建て込み時期の影響がより大きいことが明らかである。支保工の建て込みが遅れることにより、同程度の変形を示す領域は2倍から3倍となり、降伏したジョイント

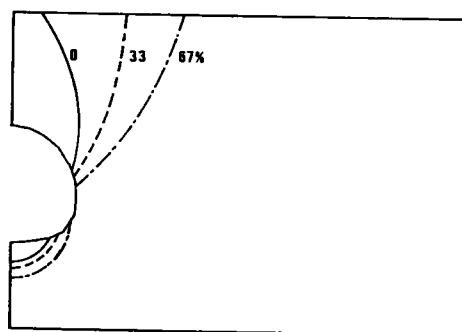


図-7.43 2cmの等変位線の比較

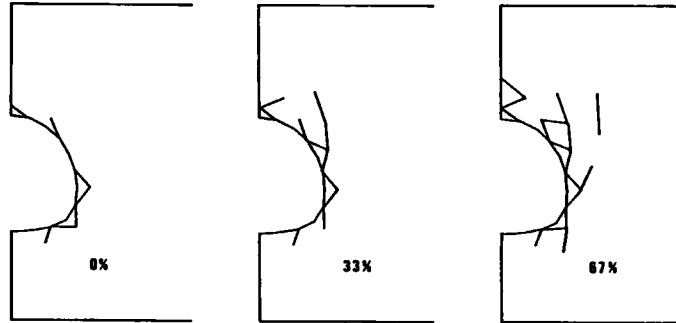


図-7.44 建て込み段階ごとの降伏したジョイント要素の比較

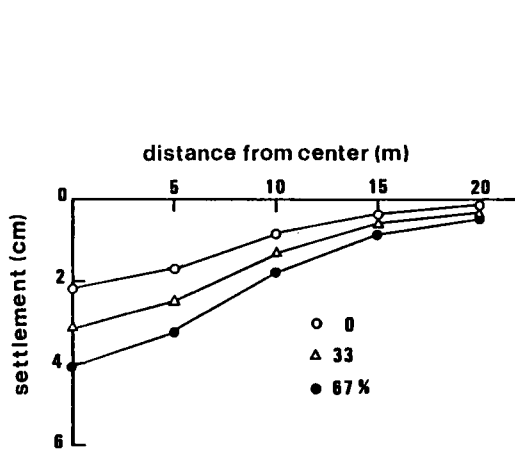
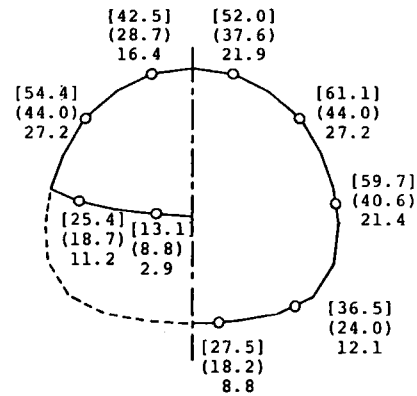


図-7.45 地表面沈下の比較



beam elements were introduced at the stress released rate of [xx.x]:0%, (xx.x):33%, xx.x:67%

図-7.46 支保工作用軸力の比較

ト要素も激増することが認められる。また、図-7.41と図-7.45より、掘削法-Bでは、掘削法-Aの場合と比較して、建て込みの遅れにともなう沈下量の増加割合はかなり大きくなっている。しかしながら、33%解放時の等変位線を比較した場合、掘削法-Bの方が掘削にともなう変形領域が小さく抑えられており、初期応力の解放率の小さい段階で、支保工によって閉じた構造系が作られたなら、局所的な応力集中が比較的小さい掘削法-Bの方が、より安定性の高い施工法であるということも言える。支保工の軸力は掘削法-Bの方が大きくなっているものの、建て込み時期の遅れにともなう軸力の減少の程度は掘削法-Aの場合と同様であることが注目される。

支保工の建て込み時期と土かぶり、作用軸力についてさらに詳しく検討するために、アルミ棒積層体によるモデル実験の解析で用いた要素分割を用いて試行計算を行った。図-7.47は土かぶりが1Dと4Dの場合に対し、トンネル部分の要素の初期応力を、0、20、

40, 60, 80, 100% 解放させた段階に支保工を建て込んだ場合の、クラウン、スプリングラインならびにインバート部の支保工の節点の内空変位と作用軸力を示している。支保工の建て込み時期を遅らせることによって、作用軸力はほぼ線形的に減少させることができ、その減少割合はどの部材でもほぼ等しい。一方内空変位は線形的に増加し、その影響はクラウン部で顕著に現れていることがわかる。この図は NATM における、いわゆる特性曲線 (Fenner-Pacher curve) の一部を示していると考えられるが、初期応力を 80% 程度解放した時点までには、非線形的な特性が顕著には現れていない。しかし、応力を 100% 解放させた場合には、変位の急激な増大が認められることから、建て込み時期を過度に遅らせることは、危険性を含んでいることも認められる。

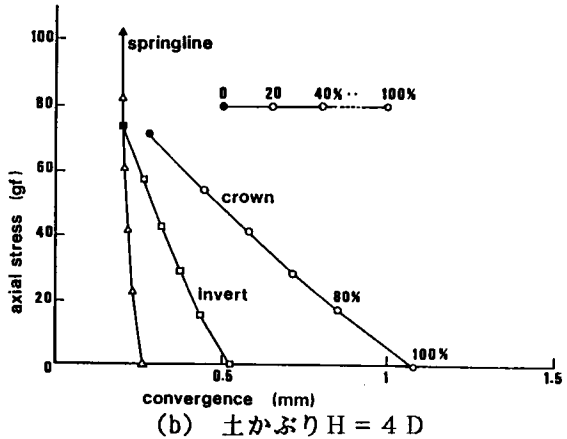
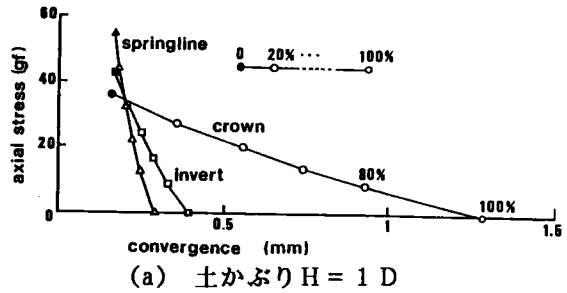


図-7.47 建て込み段階ごとの軸力の比較

次に、掘削法-A に対して支保工の剛性の影響を調べる。図-7.48は2種の剛性を用いた場合の、2cm の等変位線を示している。ただし、支保工の建て込み時期は掘削相当外力を 33% 解放した時点である。剛性の相違に比較して沈下量の差はほとんどみられない。図-7.49の降伏したジョイント要素、図-7.50の地表面沈下についても、支保工の剛性の影響は僅かである。図-7.51は剛性が 50% の支保工を用いた場合の、3種の建て込み時期ごとの支保工の軸力の分布である。剛性が2倍である図-7.42と比較した場合、各軸力は 10% 程度低減されている。図-7.52はトンネルクラウン部の支保工の軸力の、トンネル掘削にともなう変化を示している。建て込み時期にかかわらず、リングカット時に発揮される軸力が大きな割合を示し、核掘削時には僅かな減少が認められる。続く下半およびインバート掘削段階では増加割合が小さい。ただし、掘削と同時に建

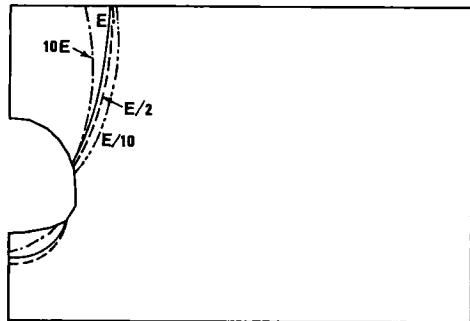


図-7.48 支保工の剛性の相違による 2cm の等変位線の比較

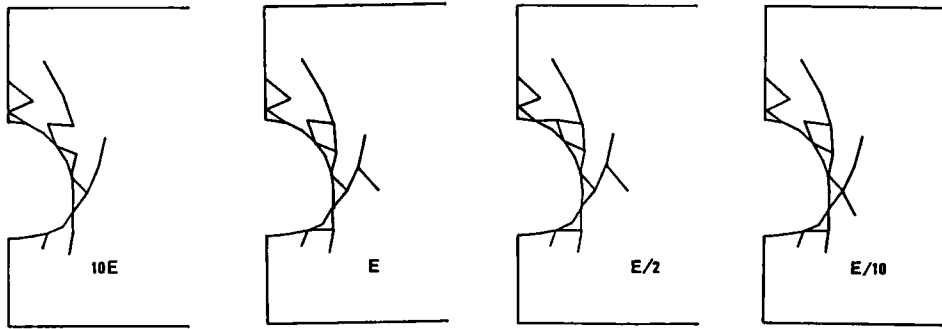


図-7.49 支保工の剛性の相違による降伏したジョイント要素の比較

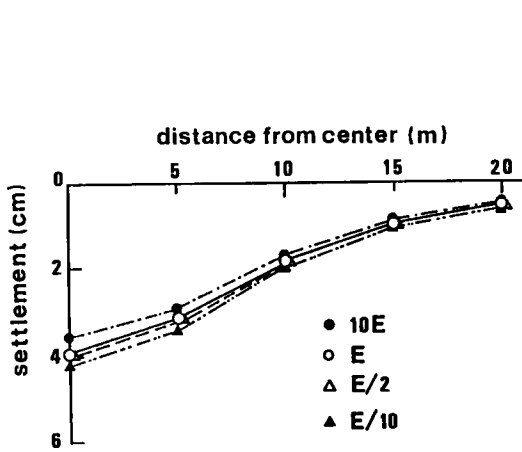
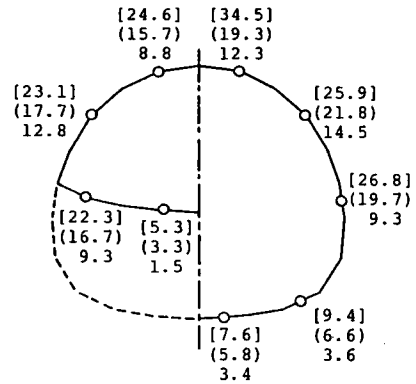
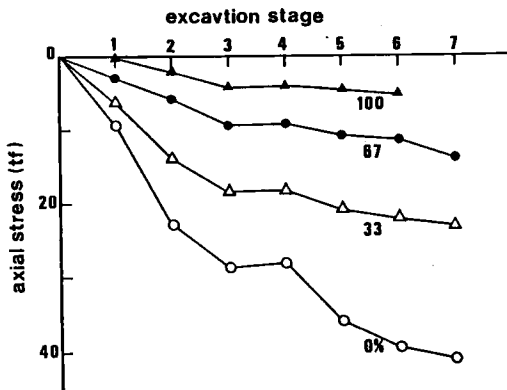


図-7.50 地表面沈下の比較

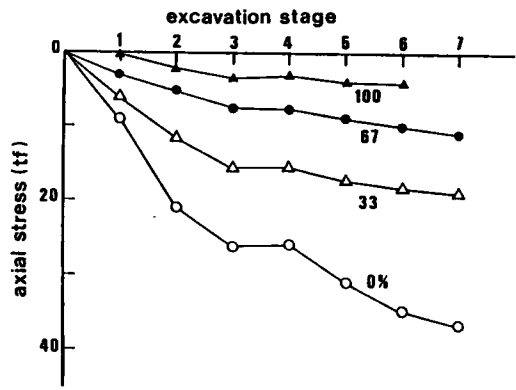


beam elements were introduced at the stress released rate of [xx.x]:0%, (xx.x):33%, xx.x :67%

図-7.51 支保工作用軸力の比較



(a) 支保工の剛性が 100%の場合



(b) 支保工の剛性が50%の場合

図-7.52 クラウン部の支保工の作用軸力の掘削段階ごとの変化

て込む場合には下半掘削時にも軸力の増加割合が大きいことが認められる。また、支保工の剛性の相違が作用軸力に与える影響は少なく、支保工の剛性が 50% の場合には、剛性が大きい場合に比較して、作用軸力は 90% 程度にしか軽減されないことも読み取れる。

第 7 節 結 論

未固結地盤に比較的土かぶりの小さなトンネルが掘削される問題を対象として、土かぶりならびに地下水面の位置などの条件を種々変化させ、それらの条件がトンネル掘削時の地盤の変形量および安定性に及ぼす影響を、実験・解析の両面から検討した。

アルミ棒積層体を用いた地下水を考慮したモデル実験から以下の知見を得た。

- (1) トンネル掘削による地盤内の変形形態は、土かぶりにより相違が認められる。土かぶりが浅い場合には、大きな変形が地表面にまで伝達され、トンネル上部の地盤が全体として鉛直方向に平行移動するような挙動を示すのに対し、土かぶりが深い場合には、大きな変形を示す領域はトンネル周辺に限られる。
- (2) (1)の変形形態の遷移深さは概ね土かぶりがトンネル直径の 2 倍程度にある。
- (3) 土かぶりにかかわらず、地下水の存在はトンネル掘削によって影響を受ける領域を拡大するが、トンネル周辺でみられる大きな変形を示す領域の変化は小さい。
- (4) ひずみ分布から推定されるすべり面は、対数螺旋によって近似可能である。

次に、不連続的な変形挙動と、間隙水圧の影響を考慮できる解析法を、実験結果に適用し、種々の水頭条件に対する砂質地山トンネル掘削時の、力学挙動を説明できることを確認した。さらに、砂質地盤において比較的土かぶりの小さなトンネルが掘削される問題を対象とし、地下水面ならびに土かぶり条件、掘削工法、支保工の建て込み時期などを種々変化させ、それらの条件がトンネル掘削時の地盤の変形量および安定性に及ぼす影響を解析的に検討した。

- (5) 砂質地盤中にかぶりの浅いトンネルを掘削する場合、地下水面の上昇とともに有効拘束圧が減少する結果、応力比が増加し安定性が低下する。
- (6) 通常の掘削速度（応力が 1 日で完全に解放されるような速度）では、透水係数の相違がトンネルの安定性に及ぼす影響はわずかである。すなわち、シルトを想定した $k = 1.0 \times 10^{-4} \text{m/day}$ と砂を想定した $k = 1.0 \times 10^{-2} \text{m/day}$ では、トンネル周辺部での間隙水圧の変化は、掘削必要時間を単位とした場合には両者に有意な差が認められない。
- (7) 数値シミュレーションの結果からでは、切羽の分割と掘削順序の異なる CD および

CDS-工法による相違はほとんど認められず、実際のトンネルで観察された両者の地表面沈下挙動の相違は、1サイクルの掘進長の相違、すなわち支保工を建て込むまでの初期応力の解放の程度に要因があるものと考えられる。

- (8) 中心隔壁の撤去により、CD-工法においてはさらなる地表面沈下が予想されるが、CDS-工法ではわずかながら地盤の隆起が予測される。
- (9) 支保工の建て込み時期は、周辺地山の変形と安定性に大きな影響を及ぼし、その影響は1回の掘削断面積が大きいほど顕著となる。
- (10) 支保工の建て込み時期を遅らせることによって、作用軸力はほぼ線形的に減らすことができるが、建て込み時期の遅れは急激な崩壊が生じる場合があるので注意を要する。
- (11) 支保工の剛性の相違は建て込み時期ほど大きな影響を及ぼさず、予想される作用応力と、強度を考慮することによって、支保工の剛性を選択することができると考えられる。

[参考文献／第7章]

- 1) Adachi, T., Mochida, Y. and Tamura, T. (1979): "Tunneling in fully-saturated soft sedimentary rocks," Proc. 3rd ICONMIG, Aachen, pp.599-610.
- 2) Adachi, T., Tamura, T. and Yashima, A. (1985) : "Behavior and simulation of sandy ground tunnel, Proc. 11th ICSMFE, San-Francisco, pp.709-712.
- 3) Adachi, T. (1985) : "Some supporting methods for tunneling in Japan and their analytical studies," Proc. 5th ICONMIG, Nagoya, pp.1745-1754.
- 4) 足立紀尚・田村武・八島厚・木村亮(1982): 「トンネル支保効果に関する基礎研究」, 京都大学防災研究書年報, 第25号B, pp.85-99.
- 5) 足立紀尚, 田村武, 八島厚, 上野洋(1985): 「砂質地山トンネルの挙動と解析に関する研究」, 土木学会論文報告集, 第358, III-3, pp.129-136.
- 6) Christian, J. T. and Boehmer, J. W. (1970) : "Plane strain consolidation by finite elements," Proc., ASCE, Vol.96, No.SM4, pp.1435-1459.
- 7) Cundall, P. A. (1971) : "A computer model for simulating progressive large-scale movements in blocky rock systems, Symp. ISRM, Nancy, France.
- 8) Drucker, D. C. and Prager, W.(1952): "Soil mechanics and plasticity analysis in limit design," Quart. Appl. Math, Vol.10, pp.157-165.
- 9) Goodman, R. E. and St. John, C (1977) : "Finite element analysis for discontinuous rocks," Proc. Numerical Methods in Geotechnical Engineering, Desai, C. S. and Christian, J. T., Eds., McGraw-Hill, New York, pp.148-175.
- 10) Goodman, R. E., Taylor, R. L. and Brekke, T. L. (1968) : "A model for the mechanics of jointed rock," Proc., ASCE, Vol.14, No.SM5, pp.637-659.
- 11) 飯塚敦(1988): 「軟弱地盤の変形・安定解析に関する基礎的研究」, 京都大学博士論文.
- 12) 川井忠彦(1980): 「物理モデルによる連続体諸問題の解析」, 東京大学生産技術研究所セミナーテキスト(コース・57).
- 13) 桜井春輔, 足立紀尚(1988): 「都市トンネルにおけるNATM」, 鹿島出版会, pp.25-32.
- 13) Sokolovski, V. V. (1966): "Statics of soil media (English Trans.), Butterworth, pp.8-66.
- 14) St. John, C. M. (1972) : " Finite element analysis of two and three-dimensional jointed structures-computer programs," Rock Mechanics Research Report No.13, Imperial College, London.

- 15) 八島厚(1985):「不連続地盤の力学特性とトンネル掘削問題への応用に関する研究」, 京都大学博士論文.
- 16) 湯浅泰則(1988):「土砂トンネルの力学的挙動に関する研究」, 京都大学工学部修士論文.

第 8 章 砂質地山トンネルの掘削にともなう地盤物性定数の逆解析

第 1 節 序論

地下鉄をはじめとして、近年掘削されるトンネルは、土かぶりの浅い未固結地山中に施工される機会が増加している。トンネルに限らず近年の土木構造物は、地盤条件の必ずしも良好でない地域、あるいは既設の重要構造物、住宅密集地に近接した地域での施工を余儀なくされている。したがって、その施工にともなう破壊安全率ならびに変位・変形量のより厳密な管理が求められており、様々な観測工法も普及しつつあるが、未だに現場観測情報の合理的な利用法は示されていない。第4章から第6章までは、地盤の変形挙動を連続的と仮定した場合に対し、観測データの合理的かつ積極的な利用法として、工事施工中の現場計測変位を用いて、地盤の様々な物性定数を推定し、以後の変位予測・破壊管理を可能とする方法を検討し、いくつかの実地盤に適用してきた。これに対し本章では、砂質地盤、節理性岩盤などの不連続的変形挙動が卓越する地盤に、土かぶりの浅いトンネルが掘削される問題を対象とし、第7章で示した解析法を利用することにより、現場観測変位を用いて地山全体の平均的変形係数と強度定数を推定する方法を検討する。これにより施工時に比較的容易に計測し得る地点の変位を通して、以後の破壊安全率ならびに変位・変形量の定量的な評価をしつつ、施工することが可能となるものと考えられる。

第2節では、不連続的な変形が卓越する地盤を対象とする地盤物性定数逆解析問題の定式化を行う。砂質地盤、節理性岩盤などを対象とした解析法としては、前章において示したように、ジョイント要素を潜在的なすべり面にあらかじめ配置する方法を用いる。また、逆解析を可能とするために、ジョイント要素のせん断方向の応力-ジョイントせん断変位関係として、ジョイントせん断変位をパラメータとする双曲線型モデルを採用する。これにより、推定すべき地盤物性定数は連続体要素の弾性係数、ポアソン比および透水係数と、ジョイント要素の初期せん断剛性係数とせん断強度(比)比の5種類となる。

第3節においては、仮想地盤モデルに本逆解析法を適用することにより、不連続地盤を対象とした逆解析法の適用性を検討する。また、ジョイント要素のせん断方向構成モデルに、垂直応力依存性を導入する場合としない場合のそれぞれの場合に対して、逆解析の可能性を検討する。

第4節では、第7章で扱った実際の土かぶりの浅いトンネルの現場観測変位に対して、本逆解析法を適用して、実地盤に対する適用性を検討し、掘削途中までの観測変位から、以後の掘削にともなう地山挙動の予測の可能性を検証する。さらに、室内土質試験から求

められた諸係数と、逆解析された値との比較を行う。また、連続体要素のみを用いた場合の逆解析結果と比較することにより、ジョイント要素を用いた逆解析法の優位性を検討する。

第 2 節 不連続性地盤を対象とした逆解析問題の定式化

2-1 土かぶりの浅い砂質地山トンネルを対象とした逆解析

一般に、現地盤から直接得られる情報は、その挙動を概ね良好な精度で予測するのにさえ十分であることは希である。近年、その情報の欠如を補うために、工事施工の初期段階に一連の計測を行い、その結果に基づいて施工を進める観測工法が普及しつつある。トンネル工事における NATM はその代表的なものであるといえる。一方、観測データの合理的かつ積極的な利用法の 1 つとして、いわゆる逆解析に関する研究も広く行われている。第 2 章において示したように、有限要素法などの数値解析法を利用して、現場観測情報から地盤物性定数などを推定する方法は、逆定式化法、直接定式化法ならびに確率論的定式化法に分類することができる。トンネル掘削を対象とした逆解析に関する研究の中で、逆定式化法に属するものとして、桜井・竹内(1984)は、等方線形弾性と仮定した地盤の弾性係数と初期応力の推定を試み、さらに桜井ら(1987)は、その方法を境界要素法を用いた 3 次元問題にまで拡張した。また久武(1986)は直接法を併用し、覆工内面変位より地山の弾性係数と解放応力の推定を行っている。これらの研究に対し、荒井・片瀬(1984)は、より汎用性のある直接定式化法を用いることにより、拘束圧依存性のない非線形構成モデルを規定する、変形係数と強度定数を推定する方法を提案している。しかしながら、砂質地盤などの不連続的な変形が卓越する地盤を対象とする逆解析に関する研究、あるいは地盤材料の構成特性として、応力依存性のある非線形モデルを導入した研究などはほとんど認めることができない。

2-2 ジョイント要素解析とその構成モデル

本論文では土かぶりの浅い砂質地山あるいは節理性岩盤にトンネルが掘削される問題を中心に扱うが、その際 2 次元平面ひずみ問題に限定する。本章で用いる不連続的な変形挙動の解析法は、前章で示した足立らによる方法を圧密問題を扱えるように拡張したものである。すなわち、未固結地山を連続体要素と、Goodman(1977)らのジョイント要素でモデ

ル化し、潜在的なすべり面と考えられる位置に、ジョイント要素をあらかじめ配置することにより、不連続的な変形に対処しようとする解析法である。足立ら(1985)は、未固結地山中にトンネルが掘削される問題で、間隙水圧を考慮しない場合に対し、ジョイント要素解析と、関連および非関連流動則を用いた弾塑性解析との比較を行い、ジョイント要素解析の優位性を示している。また、前章で圧密を導入して行った解析においても、実際の砂質地山トンネルの変形挙動を良好にシミュレート可能であることを確認している。

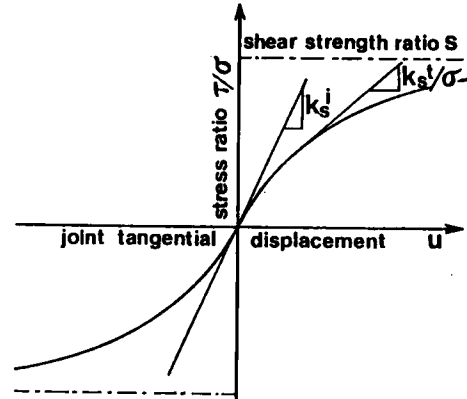


図-8.01 ジョイント要素のせん断方向の応力-せん断変位関係

従来、ジョイント要素のせん断方向の応力-ひずみ関係は、Mohr-Coulombの規準を利用した弾-完全塑性型が多く利用されてきた。しかし逆解析を行う場合は第6章で述べたように、Mohr-Coulombの規準を直接利用することは、物性定数に鈍感な応力のみをパラメータとして剛性を変化させることとなり、逆解析が困難となる可能性がある。したがって逆解析を可能とするためには、たとえばジョイントせん断変位を降伏のパラメータとし、ジョイントせん断変位がある値を超えた時に降伏が生じたとし、せん断剛性を低下させることも考えられる。しかし、ジョイントせん断変位の工学的な意味が、通常のひずみと比較して曖昧であるため、降伏時のジョイントせん断変位を決定することは困難であると思われる。さらに、弾完全塑性型の構成モデルでは、せん断降伏するまでは、地盤の弾性係数の2オーダー程度大きな値を用い、降伏した後ではゼロに近い値を持つとしている。しかし、砂質地山などをジョイント要素でモデル化する場合には、せん断剛性の低下は連続的であることが予想されるため、バイリニア型モデルよりも連続的なモデルの方が、より現実に近いものと考えられる。以上を考慮し、ここでは図-8.01に示すように、ジョイントせん断変位をパラメータとする双曲線型のモデルを用いる。この場合、有限要素法で増分法を適用するための接線せん断剛性係数は次式で表される。

$$k_s^t = \frac{k_s^i s^2}{(s + k_s^i |u|)^2} \sigma \quad (8.01)$$

ここに、 k_s^t ：ジョイント要素の接線せん断剛性係数、 k_s^i ：図-8.01の初期勾配（初期せん断剛性係数）、 s ：せん断強度(比)の極限值、 $|u|$ ：ジョイントせん断変位の絶対値を示す。また、式(8.01)の σ を次のように考えることにより、式(8.01)は3通りの応力-ひずみ関係を表すことになる。

モデルA: $\sigma = \sigma_{unit}$; 単位応力

モデルB: $\sigma = \sigma'_n$; ジョイントの初期垂直応力 (8.02)

モデルC: $\sigma = \sigma'_n$; ジョイントの垂直応力

ここで、3通りの構成モデルを導入したのは次節で述べるように、接線せん断剛性係数が応力によって変化するモデルを用いた場合の、本逆解析法の物性定数推定の可能性を確認するためである。なお、粘着力の項を無視した場合、モデルCでは $s = \tan \phi'$ とみなすことができる。一方、ジョイント要素の垂直方向の応力-ひずみ関係は、圧縮方向には剛体、引っ張り方向には強度を持たないと近似する。したがって、ジョイント要素の応力-ひずみ関係を決定する物性定数は、初期せん断剛性係数 k_s とせん断強度(比) s の2個となる。

2-3 双曲線型構成モデルと弾-完全塑性モデルの比較

はじめに、式(8.01)で定式化された構成モデルの、砂質地山トンネルへの適用性を検討する。ただし、双曲線型モデルの初期せん断剛性係数は、弾塑性モデルと同様の値とするが、せん断強度(比)は Duncan and Chang モデルのせん断強度と強度の極限値の補正係数の考え方を取り入れる必要性もあろう。なお、せん断強度(比)の補正式は次式で表される。

$$\tan \phi' = R \times s \quad (8.03)$$

ここに、 R はせん断強度とその極限値との補正係数である。

解析対象は第7章で検討したアルミ棒積層体による模型実験において、土かぶり $1D$ の場合である。以下、弾塑性モデルと式(8.01)の双曲線型モデルで応力依存型のモデルCを用いた場合の比較を示す。ただし、本解析例においては、 $R = 0.8$ を用いている。なお、トンネルの掘削は、トンネル部分の要素の初期応力を、順次解放することによってシミュレートしたが、100%解放した時点では崩壊が生じたため、80%解放時の値の比較を行っている。

図-8.02は、変位ベクトルと等変位線を、図-8.03は降伏したジョイント要素をそれぞれ示している。ただし、双曲線型モ

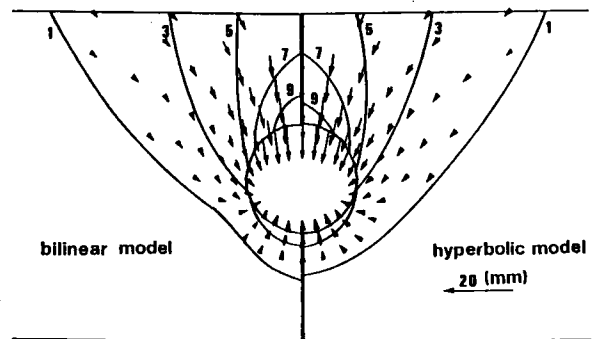


図-8.02 変位ベクトルと等変位線の比較

デルを用いた計算における降伏の判定規
準としては、ジョイント要素のせん断応
力比 τ_s/σ'_n が、せん断強度比の75%
を超えているか否かによった。弾-完全
塑性モデルを用いた場合と単純に比較は
できないが、変位の広がり、降伏したジ
ョイント要素とも、同様の傾向を持つこ
とが読み取れる。図-8.04は両モデルに
よる地表面沈下の分布の比較である。地
表面沈下では、双曲線型モデルの方が、
変位の不連続性が若干小さく評価されてい
るものの、両モデルの相違点は非常に小さいといえ
る。以上の検討結果から、ジョイント要素のせん断方向構成モデルとして、本章で定義した双
曲線型モデルを用いることに特に問題がないと
考えられ、変形と安全率の遷移挙動を重視する
場合には弾-完全塑性型よりも優れた点も見い
だせる。

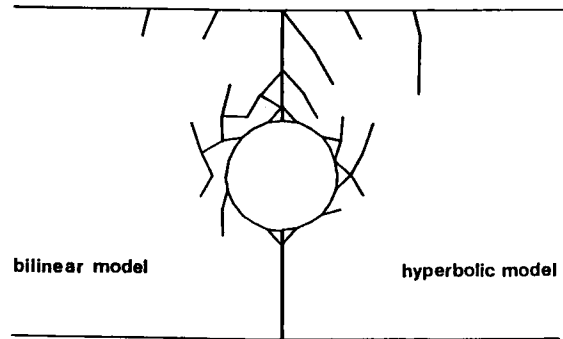


図-8.03 降伏したジョイント要素の比較

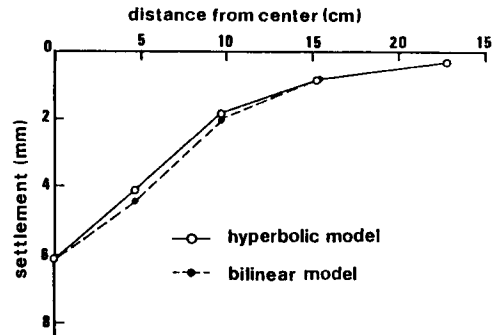


図-8.04 地表面沈下の比較

2-4 不連続性地盤を対象とした逆解析問題の定式化

前述のように、砂質地盤、節理性岩盤などの不連続性地盤の挙動解析手法としては、不
連続性地盤を連続体要素と潜在的なすべり面に配置したジョイント要素でモデル化する有
限要素解析を用いる。なおこの解析法では、梁およびトラス要素の導入も可能であるが、
梁およびトラス要素は人工材料であるため、その物性定数は既知とし、連続体要素は線形
弾性と仮定する。したがって、不連続性地盤を対象とした逆解析問題は、トンネル掘削工
程ごとに対象地盤のいくつかの地点で計測された計測変位と、解析変位の誤差の自乗和を
最小とする連続体要素の弾性係数 E とポアソン比 ν 、ならびにジョイント要素の初期剛性
係数 k_s^i 、せん断強度比 s を探索する最適化問題として次のように定式化される。

$$\text{minimize } J = \sum_t^{N_t} \sum_n^{N_d} (u_n^t - U_n^t)^2 \quad (8.04)$$

$$E > 0.0 \quad , \quad 0.0 < \nu < 0.5 \quad , \quad k_{s^i} > 0.0 \quad , \quad s > 0.0 \quad (8.05)$$

ここに、 u_n^t ：物性定数を仮定し有限要素法で計算した、解析ステップ t 、節点 n の計算変位、 U_n^t ： u_n^t に対応する現場観測変位、 N_t ：解析ステップ数、 N_d ：変位の観測数を示している。目的関数としては式(8.04)以外にも増分変位を用いるもの、計算変位と観測変位の商をとるものなども考えられるが、式(8.04)の形は各観測値の重みが均等でないという短所があるものの、安定して解が得られるという点では優れているようである。最適物性定数の探索手法としては、第4章で示した数理計画法における共役勾配法を用いているが、その詳細は省略する。

2-5 勾配計算

共役勾配法を利用する場合、目的関数の物性定数による微分を計算する必要があるが、勾配は第6章で示した非線形構成モデルに対する逆解析と同様にして計算可能であり、異なる点はジョイント要素の応力-ジョイント変位マトリックスの微分のみである。回転を考慮したジョイント要素のジョイント変位-応力関係は次式で表される。

$$\Delta \begin{Bmatrix} \tau_s \\ \sigma'_n \\ M_\theta \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{s^t} & 0 & 0 \\ 0 & k_n & 0 \\ 0 & 0 & l^3 k_n / 4 \end{bmatrix} \Delta \begin{Bmatrix} u \\ v \\ \omega \end{Bmatrix} = C_j \Delta \begin{Bmatrix} u \\ v \\ \omega \end{Bmatrix} \quad (8.06)$$

ここに、 τ_s ：ジョイントせん断応力、 σ'_n ：ジョイント垂直応力、 M_θ ：モーメント、 k_{s^t} 、 k_n ：ジョイントせん断剛性および垂直剛性、 l ：ジョイント長、 u ：ジョイントせん断方向変位、 v ：ジョイント垂直方向変位、 ω ：ジョイントの回転角、 C_j ：応力-ジョイント変位マトリックスをそれぞれ示している。いま、ジョイント垂直剛性は既知と仮定しているため、ジョイント要素の未知物性定数はせん断剛性係数のみとなり、 C_j の微分は次式のように容易に計算される。

$$\frac{\partial C_j}{\partial x} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \frac{\partial k_{s^t}}{\partial x} \quad (8.07)$$

ここに、 x ：ジョイント要素の初期剛性およびせん断強度比、連続体要素の弾性係数などの決定変数を示している。さらに、 $\partial k_{s^t} / \partial x$ は式(8.01)より計算可能であり、詳細は Appendix-8 に示す。ただし、構成モデル c を用いた場合に、目的関数の物性定数による

勾配計算では、応力は次式のように物性定数に依存しないと仮定する。

$$\frac{\partial \sigma'_n}{\partial x} \doteq 0 \quad (8.08)$$

第 3 節 仮想地盤モデルに対する適用結果

本逆解析法の有効性を検討するため、物性定数を仮定して有限要素法による解析を行って得られた計算変位のうち、いくつかの節点での値を観測変位として与え、本逆解析法を適用し推定された物性定数と、はじめの計算に用いた物性定数の値と比較することにより、逆解析精度の確認を行う。ただし、ポアソン比は解析結果に与える影響が小さく、値のとりうる範囲も小さいため、以下の適用例においては既知としている。したがって、推定される物性定数は連続体要素の弾性係数 E 、ジョイント要素の初期せん断剛性係数 k_s^i 、せん断強度(比) s の 3 個となる。

[仮想地盤 - 8. 1]

前節で述べたように、接線剛性係数に応力依存性を導入した場合は、逆解析が困難となる可能性があるため、次の例により構成モデルに応力依存性を導入した場合の、本逆解析法の適用性を確認する。解析対象は単純せん断試験を想定したモデルであり、ジョイント要素の応力-ひずみ関係の拘束圧依存性を強調するために、せん断荷重とともに鉛直荷重も 5 段階で載荷されるものとする。図-8.05は有限要素分割図であり、要素③がジョイント要素である。図中の黒丸印は水平変位 U 、白丸印は鉛直変位 V の観測節点を示している。

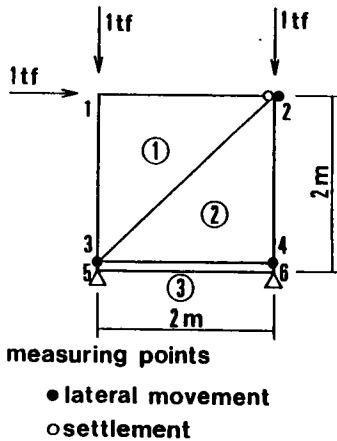


図-8.05 仮想地盤モデル-8.01

表-8.01 仮想地盤-8.01の地盤物性定数

物性定数		モデル-A	モデル-C
弾性係数	$E(\text{tf/m}^2)$	10000.0	
ポアソン比	ν	0.2	
初期せん断剛性係数	$k_s^i(1/\text{m})$	100.0	100.0
せん断強度(比)	s	0.7	0.7
初期応力	$\sigma_n^0(\text{tf/m}^2)$		1.0

また、表-8.01には拘束圧依存性がないモデルAと依存性のあるモデルCを用いた場合の物性定数と初期応力を示す。これらの値は、2種の構成モデルの初期剛性係数が等しくなるように選んだものである。モデルAとモデルCの構成関係を用いて計算された、図-8.05に示す節点の各計算段階における変位を観測データとして与え、逆解析を行った結果を図-8.06に併せて示す。図より明らかなように、応力-ひずみ関係に拘束圧依存性を導入した場合も、拘束圧依存性のない場合と同様に、地盤物性定数が精度よく推定されている。これらの逆解析結果から、モデルcのように拘束応力が変化することにより、接線剛性係数が変化する場合においても、ひずみが主動的な役割を演じているため、逆解析が可能であることが確認されたので、以下の例ではモデルcを用いる。

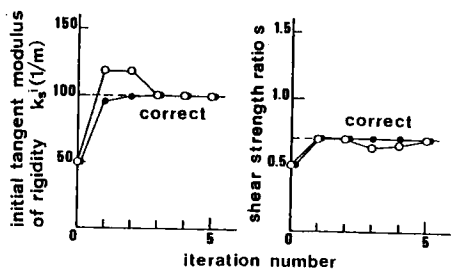
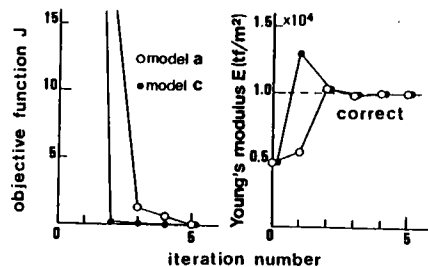


図-8.06 逆解析結果

[仮想地盤 - 8. 2]

第2の例は砂質地山に、土かぶりの小さいトンネル掘削が行われる場合を想定したモデルである。図-8.07に有限要素分割図と変位の観測節点を示すが、太い線で示した部分にジョイント要素を配置しており、素掘りトンネルを想定しているため、いかなる支保工も設置していない、計算に用いた地盤物性定数を表-8.02に示す。トンネルの掘削のシミュレーションは、トンネル上半にあたる要素の応力を 33% づつ3段階で、下半の要素の応力を 50% づつ2段階で解放することによって行った。

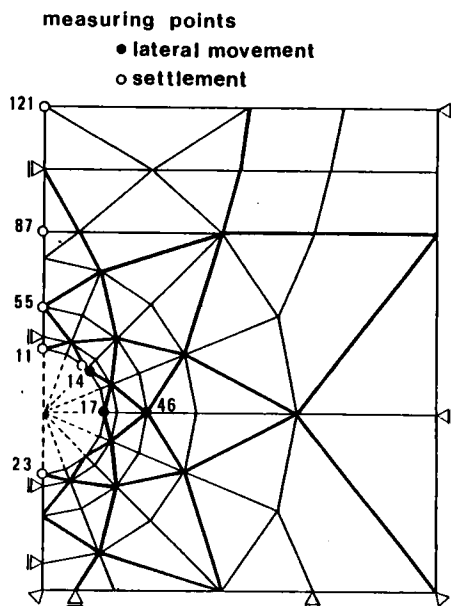


図-8.07 仮想地盤-8.02の有限要素分割図と変位の観測位置

(ケース - 1)

最初の例は、全断面掘削終了時での物性定数の推定を想定したものであり、観測変位は掘削開始時から終了時までの5ステップの変位が、経時的に観測されるものとする。ケース-1のIとして、図-8.07に示すすべての地点の変位を与えた場合の逆解析結果を図-

8.08に(I)として示すが、正確な値が推定されている。また、ケース-1のIIとして、実際のトンネルの施工時においても、容易に計測可能である内空変位である U_{17} , V_{11} , V_{23} および地表面沈下 V_{121} のみを与えた場合(II)の結果も併せて示すが、同様に良好な推定値が得られている。

(ケース-2)

上部半断面を3段階で掘削した時点までのデータを与えた場合で、観測情報としては、図-8.07に示すすべての観測変位を与えた場合である。逆解析結果を図-8.09に示すが、この場合も良好な値が得られている。図-8.10は上半掘削終了時において逆解析された物性定数による以後の予測計算変位と観測変位の比較であるが、非常に正確な予測結果が得られている。これらの結果より、工事施工中に比較的容易に観測できるデータに対して本逆解析法を適用することにより、以後の変位予測・破壊管理が可能になるものと考えられる。

表-8.02 仮想地盤-8.02の物性定数

弾性係数 $E(\text{tf/m}^2)$	260.0
ポアソン比 ν	0.3
初期剛性係数 $k_s'(1/\text{m})$	50.0
せん断強度比 s	0.5

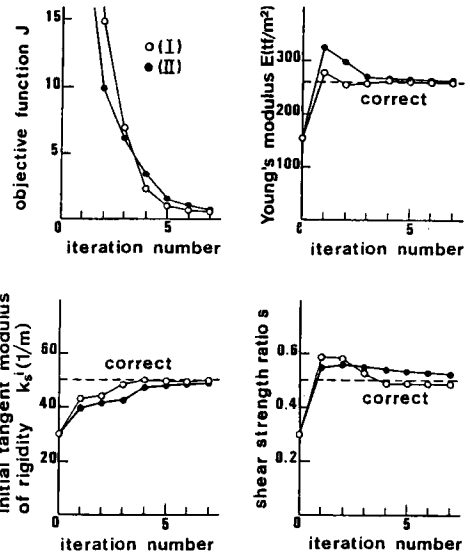


図-8.08 逆解析結果

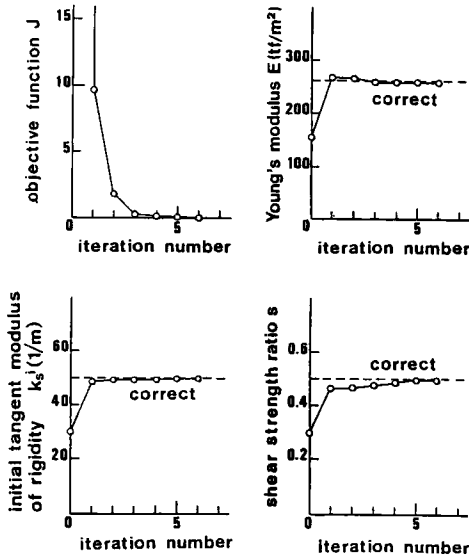


図-8.09 上半掘削終了時までの観測変位による逆解析結果

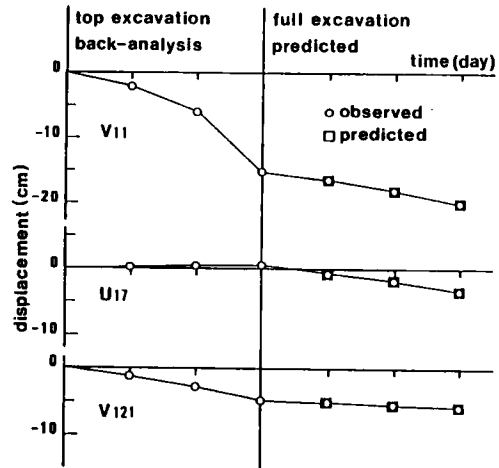


図-8.10 上半掘削時における推定物性定数による変形量の予測

第 4 節 実地盤に対する逆解析法の適用性

4-1 概 説

対象工事は前章でも検討した千葉県の北総線栗山トンネルの愛宕工区であり、解析断面は高砂駅起点 3,860m の地点である。トンネルが掘削される地盤は、千葉県一帯に広く分布する成田層と呼ばれる洪積砂層 (D₅₁層) で、粒径のそろった均一で固結度の低い細砂層である。対象トンネルは土かぶり 5m から 15m であり、典型的な未固結地盤中の被りの浅い都市トンネルである。表-8.03は室内土質試験などから求められた対象地盤の物性定数の一覧である。自然状態での地下水位はトンネルクラウン部付近であるが、施工時に地下水位を下げていたので、本解析においては地下水の影響を無視する。さらに、地山の初期応力は単位体積重量 γ 、土かぶり厚 H 、および静止土圧係数 K_0 によって規定されるものと仮定した。ただし、静止土圧係数としては $K_0 = \nu / (1 - \nu)$ として求めた値を用いた。

図-8.11に有限要素分割図と変位の観測地点を示すが、ジョイント要素解析では、太い線で示した部分にジョイント要素を配置している。また、3次元解析でないため、トンネル掘削の正確なシミュレートができないが、ここでは図-8.12に示す通り、支保工を建て込みながら、上半掘削部分の要素の応力を3段階、下半掘削部分の要素の応力を2段階で除去することにより掘削をシミュレートした。

表-8.03 成田層の物性定数

成田層 (洪積砂層)				
粒度組成 (%)	礫	0.2	単位体積重量 (tf/m ³)	1.779
	砂	90.8	弾性係数 (tf/m ²)	2300.0
	シルト	6.0	ポアソン比	0.33
	粘土	3.0	粘着力 (tf/m ²)	2.10
均等係数	2.2	せん断抵抗角 (°)	35° 54'	

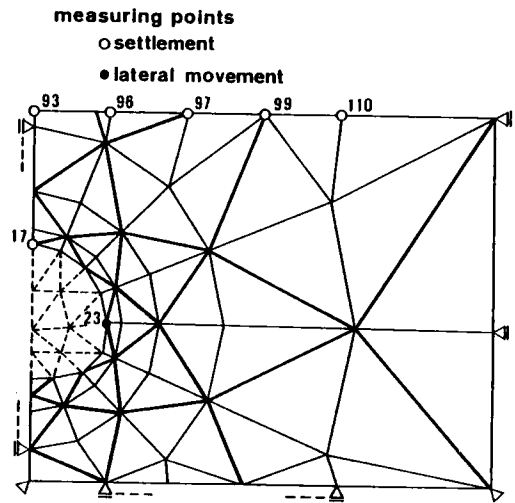


図-8.11 解析断面の有限要素分割図と変位の観測位置

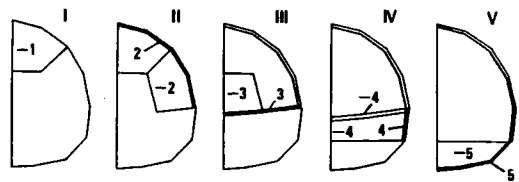


図-8.12 掘削のシミュレーション

地表面沈下以外の観測変位はトンネル内空変位のみであるが、切羽到達以降のデータしか得られていないので、何等かの修正を行う必要がある。図-8.13は、横山・高瀬によって報告された栗山トンネルに隣接したトンネルの観測値を平均化したものであり、上半切羽の進行にともなう地表面沈下を切羽通過後3D（Dはトンネル直径）での沈下量で除した値の経時変化の模式図である。栗山トンネルの場合、天端変位は上半切羽通過後およそ1D付近からしか計測されていないので、以後に観測される変位は全体の3割とし、切羽到達以前からの全変位量を、図-8.13を用いて外挿し観測変位とした。他の内空変位についても同様の処置によって観測変位を外挿した。

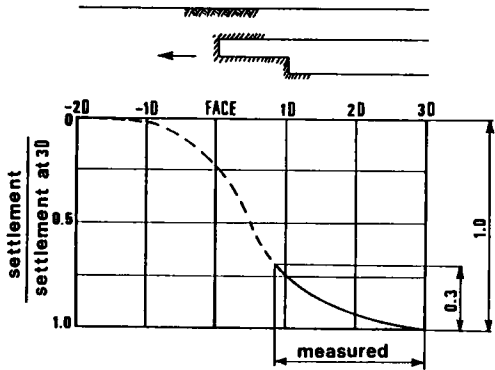


図-8.13 切羽の進行と地表面沈下の関係

4-2 ジョイント要素を用いた逆解析結果

図-8.14は全断面を掘削した時点までの観測データを用い、ポアソン比を0.33に固定した場合の逆解析結果である。また、連続体要素は線形弾性としているが、その弾性係数は $E = E_0 \times \sigma_m'$ (σ_m' は連続体要素の平均有効応力) で表されるものと仮定している。同図には3軸試験などから得られた物性定数も示しているが、実験値は弾性係数は小さく、強度定数は非常に近い値となっている。ただし、弾性係数は対象地盤の中間深さでの比較であり、強度定数は $s = \tan \phi'$ として直接計算した値での比較であり、式(8.03)による補正は行っていない。一般に、弾性係数はサンプリング時などでの乱れの影響を受けやすいといわれているが、その傾向は本逆解析結果からも読み取られる。図-8.15は全断面掘削時の地表面沈下の観測値と、推定された物性定数による解析値との比較である。同図には土質実験より求めた物性定数による解析変位も示してあるが、実験によって得られた物性定数は過大な計算値を与えている。また図-8.16は、推定された物性定数によって計算された全断面掘削

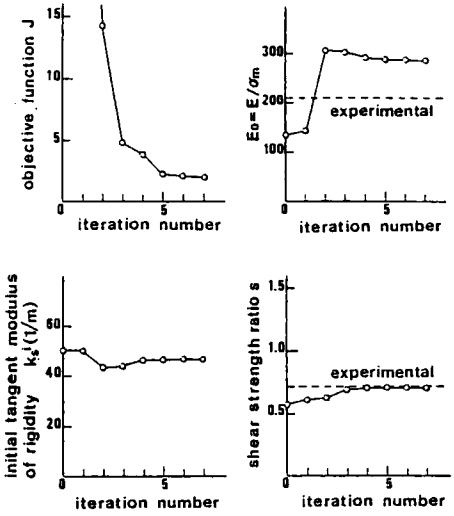


図-8.14 逆解析結果

時の等変位線であり，図-8.17は足立らの研究(1985)によるアルミ棒積層体によるモデル実験において，土かぶりの条件がほぼ等しい場合のものである．図-8.16と17よりジョイント要素を用いて逆解析された物性定数による解析値は，未固結地山中のトンネル掘削時の変形性状を，良好にシミュレートしているといえる．図-8.18は推定された物性定数による解析の上半掘削時と全断面掘削時において，せん断応力比 τ_s/σ'_n がせん断強度 s の2分の1を越えたジョイント要素を示している．なお，この解析において応力比がせん断強度に達した要素は存在せず，緩みを抑えた施工がなされたものと考えられる．以上の結果より，本逆解析法によって推定された地盤物性定数は，砂質地盤の不連続的変形挙動を良好にシミュレートしていると考えられる．

図-8.19は上半掘削終了時までの観測変位を用いた逆解析結果であり，図-8.20は図-8.19の結果を用いた，全断面掘削時の地表面沈下の予測計算値と観測値の比較である．同図より，本逆解析法を工事施工の初期段階に適用することにより，以後の変形量の正確な予測が可能となるものと考えられる．図-8.21は図-8.19の結果を用いた上半掘削以降の

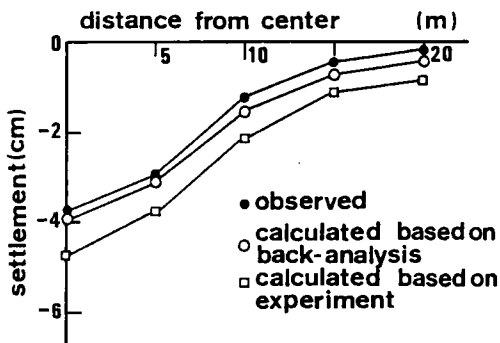


図-8.15 地表面沈下量の比較

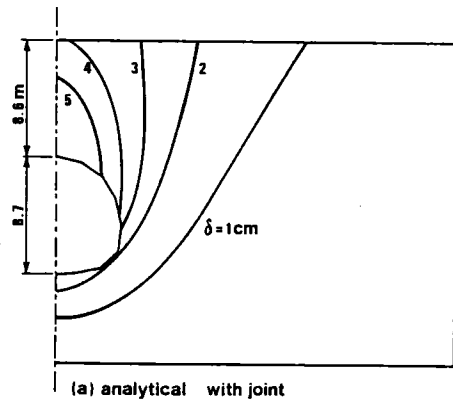


図-8.16 全断面掘削時の等変位線

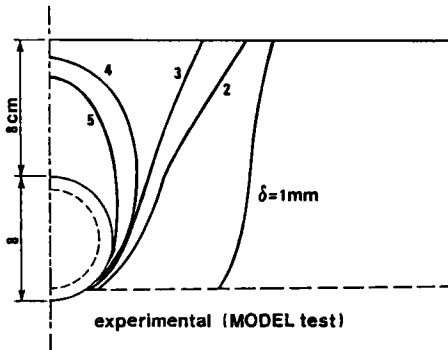


図-8.17 土かぶり条件が等しいモデル実験から求められた等変位線 (トンネル径8mm 縮小時)

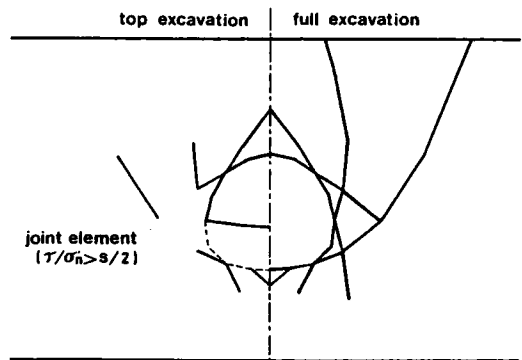


図-8.18 応力比がせん断強度比の50%を超えたジョイント要素

予測経時変位であるが、全断面掘削時までの変形挙動を概ね再現しえている。図-8.22は、逆解析された物性定数による、上半掘削時および全断面掘削時における、支保工の軸力の計算値である。同図には、全断面掘削時における推定値と、上半掘削時における推定値による値を比較しているが、両者には非常によく一致が認められる。これらの結果より、本逆解析法をトンネル掘削の初期段階に適用することにより、以後の破壊安全率ならびに変形量の定量的な予測が可能となるばかりでなく、支保工の最適設計をも可能となるものと考えられる。ただし、予測精度の向上のためには、さらに細かい要素分割を行い多くのジョイント要素を導入する必要があると思われる。

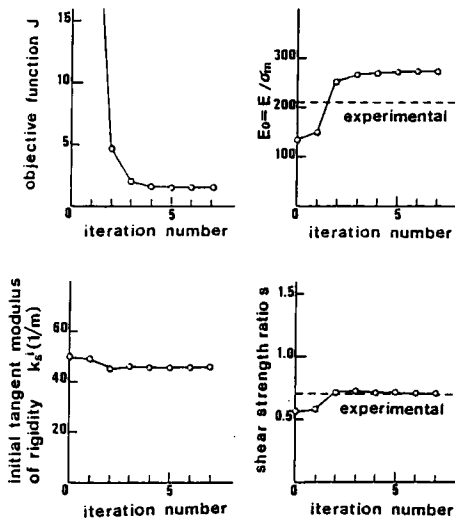


図-8.19 上半掘削時の逆解析結果

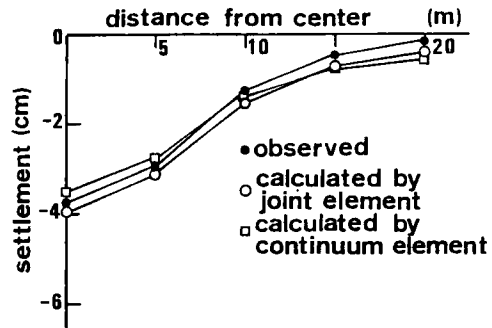


図-8.20 予測値表面沈下の比較

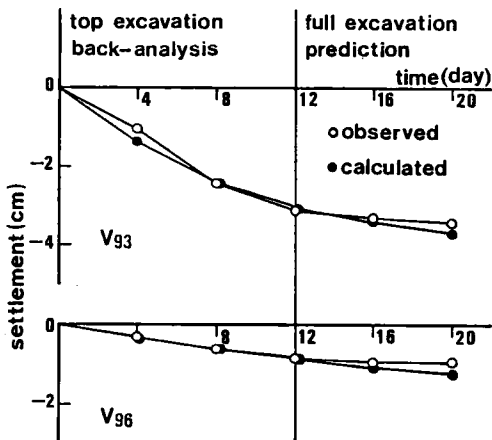


図-8.21 地表面沈下の経時変化の予測値

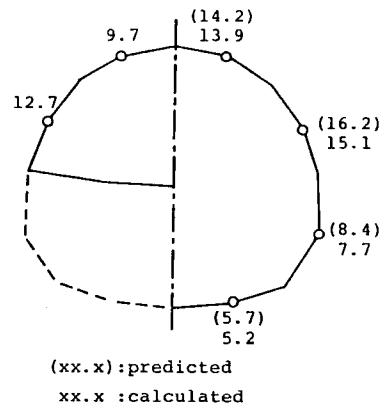


図-8.22 支保工作用軸力の比較

4-3 ジョイント要素を用いない逆解析法との比較

ここでは、ジョイント要素を用いない場合の逆解析を行い、ジョイント要素を用いた場合との比較を行っている。ただし、ジョイント要素を用いない場合に連続体要素を線形弾性とする、局所的な降伏などを表すことが不可能であるため、非線形応力-ひずみモデルを用いる。用いた構成モデルは、第6章において示したものと同様で、せん断ひずみをパラメータとする平均応力に依存する双曲線型のもので、有限要素法で増分法を適用するための接線せん断剛性係数は次式で表される。

$$3G_t = \frac{3G'_i S_r^2}{(S_r + 3G'_i \varepsilon)^2} \sigma_m' \quad (8.09)$$

$$\varepsilon = (2/3 \gamma_{ij} \gamma_{ij}) \quad (8.10)$$

ここに、 G'_i ：初期せん断剛性係数、 S_r ：せん断強度比、 σ_m' ：平均有効応力、 γ_{ij} ：偏差ひずみテンソルである。

図-8.23は、全段面掘削時までの観測変位を与えた、連続体要素のみによって逆解析された物性定数による等変位線を示している。図-8.17のモデル実験結果に比較して、トンネル上部の変形形態が異なり、図-8.16のジョイント要素を用いた解析結果の優位性を裏付ける結果となっている。図-8.20には、ジョイント要素を用いない逆解析で、上半掘削終了時までの観測変位から推定された物性定数による、全段面掘削時の予測値表面変位を併記している。この場合もジョイント要素を用いた解析の方が、現地盤の不連続的な地表面変位を、連続体要素のみによる解析よりも良好な結果が得られているが、その差は僅かである。これは、図-8.18で示したように、緩みを抑えた施工がなされたためと考えられ、不連続的な変形が有意に現れなかったものと思われる。しかしながら、地盤内の不連続的な変形が問題となるような、限界状態に近い領域で施工がなされる場合には、ジョイント要素を用いた逆解析法の優位性がさらに拡大することは容易に想像される。

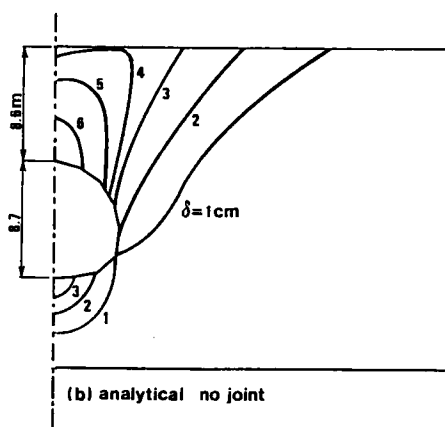


図-8.23 全段面掘削時の等変位線

第 5 節 結 論

ここでは、現地盤における計測変位から砂質地山など不連続的な変形挙動が卓越する地盤を対象として、その変形係数ならびに強度定数を求めることができる逆解析法を定式化した。はじめに、仮想地盤に対する数値シミュレーションを行い、本逆解析法の有効性を確認するとともに、実際の砂質地山中のトンネル掘削に対し、本逆解析法を適用した結果、以下の知見を得た。

- (1) ジョイント要素の構成関係として3種の双曲線型の応力-ジョイントせん断変位関係を仮定し、仮想モデル地盤に対し逆解析を行った結果、構成関係に拘束圧依存性がある場合においても、勾配計算において応力が地盤物性定数にほとんど依存しないと仮定することによって、変形係数と強度定数が逆解析可能であることを示した。
- (2) 本逆解析法を仮想地盤モデルに適用した結果、比較的計測が容易な少数の地表面変位、あるいはトンネル内空変位を与えることにより、正確な推定値が得られることを確認した。
- (3) 本逆解析法をトンネル掘削における各切羽に適用することにより、以後の変形量・破壊に対する安全性を確認しながら最適な施工を続けることが可能となる。
- (4) 実際の土かぶりの浅い砂質地山トンネル施工時の計測データに対し、本方法を適用した結果、実地盤においてもその挙動を良好にシミュレートできる物性定数が逆解析可能であることを示した。
- (5) 連続体要素のみによる解析法に比較して、ジョイント要素を用いた解析法の優位性は明かである。

Appendix-8

接線剛性係数 k_{s^i} の初期剛性係数 k_{s^i} とせん断強度 s による微分を示す.

$$\frac{\partial k_{s^i}}{\partial k_{s^i m}} = \frac{1}{(s_0 + k_{s^i} |u_0|)^4} [\delta_{em} s_0^2 (s_0 + k_{s^i} |u_0|)^2 - k_{s^i} s_0^2 2(s_0 + k_{s^i} |u_0|) \times \{(\delta_{em} |u_0|) + k_{s^i} \partial |u_0| \partial k_{s^i m}\}] \quad (A-8.01)$$

$$\frac{\partial k_{s^i}}{\partial s_m} = \frac{1}{(s_0 + k_{s^i} |u_0|)^4} [2k_{s^i} \delta_{em} s_0 (s_0 + k_{s^i} |u_0|)^2 - k_{s^i} s_0^2 2(s_0 + k_{s^i} |u_0|) \times (\delta_{em} + k_{s^i} \partial |u_0| \partial s_m)] \quad (A-8.02)$$

ここに、 m ：微分を行う物性定数の属する材料番号， e ：対象要素の属する材料番号を示している。

[参考文献／第8章]

- 1) 足立紀尚・田村武・八島厚・上野洋(1985):「砂質地山トンネルの挙動と解析に関する研究」, 土木学会論文報告集, No.358, pp.47-52.
- 2) 荒井克彦・片瀬貴文(1984):「トンネル内空変位計測に基づく地盤変形・強度定数の推定」, 土質工学会論文報告集, Vol.24, No.2, pp.171-179.
- 3) Goodman, R. E. and St. John, C.(1977): "Finite Element Analysis for Discontinuous Rocks, Numerical Methods in Geotechnical Engineering, Desai,C.S. and Christian, J. T., Eds., McGraw-Hill, New York, pp.148-175.
- 4) 久武勝保(1986):「トンネルにおける三次元逆解析法の開発」, 土木学会論文報告集, 第376号, pp.259-256.
- 5) 藤森房司・田代美樹男・木村宏・木村光夫(1986):「土被りの浅い砂質地山における安全管理方法」, 土と基礎, Vol.34, No.2, pp.45-52.
- 6) 桜井春輔・清水則一・松室圭介(1988):「計測変位に基づく地下空洞周辺地山に発生する塑性領域の推定」, 土木学会論文報告集, No.394, pp.89-96.
- 7) 桜井春輔・竹内那文(1984):「トンネル掘削時における変位計測結果の逆解析法」, 土木学会論文報告集, 第337号, pp.137-145.
- 8) 桜井春輔・清水則一・壺内達也(1987):「地下空洞における計測変位の境界要素法による三次元逆解析法」, 土木学会論文報告集, 第382号, pp.55-61.
- 9) 横山章・高瀬昭雄(1984):「土被りの薄い未固結地山におけるトンネル掘削時の地山挙動」, 土木学会論文報告集, 第352号, pp.79-88.

第 9 章 結 論

本論文では、工事施工の各段階における動態観測データを利用することにより、地盤の変形性、強度特性、透水性などを表す物性定数を推定し、変位・変形量を正確に予測するとともに、破壊に関する安全管理を合理的に行うことができる逆解析法を開発し、その有効な適用法の検討を行った。

以下に、各章の概要と得られた結論をまとめる。

第2章では、本論文が扱う逆解析問題を定義し、その解析法の概要を示した。すなわち、本研究が対象とする逆解析問題は、工事施工時の動態観測情報から、地盤材料の透水性を含めた構成特性を表す物性定数を推定することとし、初期応力や地盤内の幾何学的な形状などの推定は扱わないこととした。また、逆解析問題の解析手法を逆定式化法、直接定式化法および確率論的定式化法に分類、比較検討し、本論文では、汎用性が高く観測データの誤差の影響を受けにくいことを重視し、直接定式化法に基づく逆解析問題の定式化を行うこととした。次に、地盤物性定数の逆解析に際しての必要条件を考察し、現場計測情報を与えることにより、地盤物性定数を推定する方法を定式化した。さらに、定式化された逆解析問題の解法としての共役勾配法の概略を説明し、有限要素法を利用する場合の具体例を示した。また、この逆解析法を利用することにより、Cam-Clay モデルなどの微分型構成モデルのパラメータを、間接的に推定できる可能性があることを示した。

第3章においては、はじめに地盤を任意の構成特性を持つ構造骨格と非圧縮性の水で飽和した間隙からなる2層混合体とし、地盤の力学挙動を表現する数学モデルにおける構成式の役割を再検討した。次に、地盤材料の構成式に関する現在までの研究の流れを概観し、正規圧密粘土に対する代表的な構成モデルである Cam-Clay モデルと足立・岡モデルの適用性を検討し、Cam-Clay モデルの未だ色あせない優れた特質と、足立・岡モデルの柔軟な特性を再確認した。さらに、構成式の分野における残された問題といえるひずみ軟化挙動を記述できる2種の構成モデルの、過圧密粘土に対する適用性の検討を行い、載荷速度に依存するひずみ軟化特性を表現することができることを示した。以上の検討結果から、各モデルとも適切なパラメータを選択することにより、実験結果をかなり正確に再現することができるものの、通常の土質試験結果から各パラメータを決定することは、必ずしも容易でないことも事実であり、本研究の主要課題である地盤物性定数の逆解析法が導入される場があることを再認識した。

第4章においては、地盤を等方線形弾性と仮定する場合に対し、有限要素法と境界要素法のそれぞれを用いる場合に対し、弾性係数とポアソン比を推定する逆解析法を定式化した。この逆解析法は直接定式化法に基づく方法であり、物性定数の最適化には、数理計画法における共役勾配法を用いている。有限要素法を用いた逆解析法の仮想地盤に対する適用結果から、有限要素法を用いた逆解析法は、比較的少ない観測変位を与えることによって、正確な物性定数が推定できるが、応力は弾性係数に支配的に影響されないため、観測値として与えることは無意味であること、さらに、シートパイルなどの剛性が大きな構造物が存在する場合には、観測位置をそのような構造物から、離れた地点に選択する必要があることなどを確認した。一方、境界要素法を用いた逆解析法では、全体剛性マトリックスが、変位に対応するものと表面力に対応するものが混在するため、少数の変位のみを与えた場合には、共役勾配が不安定となるために、逆解析が困難となることが認められ、境界要素法を利用した物性定数の逆解析法の開発は今後の研究課題として残された。

第5章では、第4章で定式化した逆解析法に多次元圧密解析法を導入することにより、圧密時の現場観測変位から、線形弾性と仮定した地盤物性定数を推定する方法を導出し、いくつかの仮想地盤モデルならびに、実際の盛土施工にともなう動態観測値に適用した結果を検討した。仮想地盤に対する適用結果から、圧密継続中の比較的少ない観測変位を与えることにより、正確な弾性係数、ポアソン比ならびに透水係数が推定できるが、観測間隙水圧は応力と同様に、観測量としては不適であることを確かめた。また、透水係数の異方性は、地盤の圧密変形に及ぼす影響が小さいため、適切な等方透水係数を選択することにより、観測挙動を再現できることを示した。

第5章の後半では、導出した逆解析法を実際の6カ所の試験盛土にともなう動態観測結果に適用した。なお、実地盤を線形弾性と仮定することは難しいので、観測期間をいくつかの期間に分割し、分割した期間ごとに逆解析を行う適用法-Iと、全期間の観測変位から逆解析を行う適用法-IIの、2種の方法を用いることによって、圧密の進行にともなう物性定数の変化特性などを検討できるようにした。その結果、適用法-I、IIともに、実地盤の変形挙動を正確に再現できる物性定数が推定できることが示された。また、圧密の進行にともなって、接線弾性係数は減少する傾向がみられ、実地盤の応力-ひずみ関係は、双曲線モデルによって良好に近似できることが認められた。一方、透水係数は圧密の進行にともなって減少し、透水係数の対数と間隙比には線形関係が認められた。さらに、推定された物性定数と、室内土質試験から求められた物性定数を比較し、土質試験から得られた物性定数の修正法などを検討した結果、体積圧縮係数からは適切な弾性係数が推定できないこと、標準圧密試験から計算される透水係数の10倍した値は、逆解析によって得ら

れた透水係数にかなり近い値を示すことなどが確認された。

第6章では、非線形構成モデルを用いる場合に、圧密の進行にともなう現場観測変位から物性定数を推定する方法を誘導し、仮想地盤によってその適用性を確認するとともに、実際地盤に対しても良好な物性定数が推定できることを確認した。現在まで、非線形構成モデルを用いた逆解析が困難とされていた原因が、物性定数に鈍感な応力のみ依存した構成モデルを用いていた点にあることを示し、せん断ひずみを基本的なパラメータとすることにより逆解析を可能とした。

はじめに、応力依存性のない双曲線型構成モデルを用いた逆解析法を仮想モデル地盤に適用した結果、最終観測時において、対象地盤のせん断応力がせん断強度 S_r のほぼ2分の1に達している場合には、ポアソン比を既知とすることにより、初期剛性係数 G_i 、せん断強度 S_r および透水係数 k は精度良く推定可能であることが確認された。後半では、応力依存性のある非線形構成モデルを用いた地盤物性定数逆解析法を誘導し、仮想モデル地盤ならびに実地盤に適用した結果、拘束圧依存性のある構成モデルを用いた場合にも、物性定数の推定が可能であること、実地盤の挙動も精度良く再現できる地盤物性定数を推定できることなどを確認した。また、応力依存性のある双曲線型構成モデルを用いる場合には、現地盤の局所的な降伏を判定できるため、以後の変形・破壊に対する安全率を考慮しながら施工を続けることが可能となることを検証した。

さらに、拘束圧に依存する双曲線型モデルから推定された物性定数を利用することにより、Cam-Clayモデルのパラメータを概算できることを示した。この方法により間接的にはあるが、Cam-Clayモデルを用いた逆解析が可能となり、ダイレイタンシーを考慮した予測解析が可能となる。ただし、推定されたパラメータを直接利用する場合には、盛土法尻部などの水平変位を大きめに見積る傾向も認められた。

第7章においては、未固結地盤に比較的土かぶりの小さなトンネルが掘削される問題を対象として、土かぶりならびに地下水面などの条件を種々変化させ、それらの条件がトンネル掘削時の地盤の変形量および安定性に及ぼす影響を、実験・解析の両面から検討した。はじめに、アルミ棒積層体を用いて地下水を考慮したモデル実験から次のような結論を得た。すなわち、土かぶりにより地盤内の変形モードに相違が認められ、土かぶりが浅い場合には、大きな変形が地表面にまで伝達され、トンネル上部の地盤が一体となって鉛直方向に移動するような挙動を示すのに対し、土かぶりが深い場合には、大きな変形を示す領域はトンネル周辺に限られ、その遷移深さは概ねトンネル直径の2倍程度の土かぶりにある。また、土かぶりにかかわらず、地下水の存在はせん断力よりも拘束圧の減少に大きく寄与し、結果としてトンネル掘削によって影響を受ける領域を拡大するが、トンネル周辺

で見られる大きな変形を示す領域の変化は小さい。ひずみ分布から推定されるすべり面は、対数螺旋によって近似可能であることなどを示した。

次に、不連続的な変形挙動と間隙水圧の影響を考慮できる解析法を実験結果に適用し、種々の水頭条件に対する砂質地山トンネル掘削時の、力学挙動を説明できることを確認した。さらに、砂質地盤において比較的土かぶりの小さなトンネルが掘削される問題を対象とし、地下水面ならびに土かぶり条件、掘削工法、支保工の建て込み時期などを種々変化させ、それらの条件がトンネル掘削時の地盤の変形量および安定性に及ぼす影響を解析的に検討した。その結果、トンネル掘削時の周辺地山の変形挙動は、1サイクルの掘進長、支保工の建て込み時期などに大きく影響され、切羽の分割法、支保工の剛性などの影響は小さいことを示した。特に、地山の安定性確保のためには、支保工によっていち早く閉じた構造系を形成することが重要であることを確認した。

第8章では、現地盤における計測変位から砂質地山など不連続的な変形挙動が卓越する地盤の、変形係数ならびに強度定数を求めることができる逆解析法を定式化し、仮想地盤に対する数値シミュレーションを行い、この逆解析法の有効性を確認するとともに、実際の砂質地山中のトンネル掘削に対し、本逆解析法を適用した結果以下の結論を得た。ジョイント要素の構成関係として応力依存性のある双曲線型の構成モデルを用いる場合においても、ジョイントせん断変位をパラメータとし、勾配計算において応力が地盤物性定数に依存しないと仮定することによって、比較的計測が容易な少数の観測変位を与えることにより、正確な変形係数と強度定数の推定値が得られることを確かめた。拘束応力に依存した双曲線型構成モデルを用いる場合には、変形特性の非線形だけでなく、破壊に対する安全率を求めることができるため、この逆解析法を各掘削断面に適用することにより、以後の変形量・破壊に対する安全率の管理を行いながら施工を続けることが可能となると考えられる。実際の土かぶりの浅い砂質地山トンネル施工時の計測データに対し、本逆解析法を適用した結果、実地盤においてもその挙動を良好にシミュレートできる物性定数が逆解析可能であり、以後の掘削にともなう変形挙動を正確に推定できることが確認された。

謝 辞

本拙文は、著者が福井大学の学部ならびに修士課程、京都大学の博士課程、そして徳島大学工学部に助手として着任直後までに行った一連の研究成果をまとめさせて頂いたものであります。幸福なことに、著者は特色ある三学において尊敬するに余りあるたくさんの先生方から御指導を賜る機会に恵まれました。

京都大学教授、足立紀尚先生には、地方から突然出てきた私を暖かく迎えて頂き、終始、熱心かつ厳しい御指導と温かい励ましを賜りました。何よりもまして、先生からは、研究者にはオリジナリティが最も重要であるという研究に対する基本姿勢を教えて頂きました。また、本論文をまとめることができましたのは、ひとえに先生の御助言と御指導の賜であります。

福井大学助教授、荒井克彦先生には、本論文の主要テーマである逆解析のすべてを御指導頂きました。4年生で先生の講座へ配属させて頂いたとき以来、研究に対する厳しい姿勢と、公私にわたる温かい御助言により、舵を持たない著者を常に的確な方向へ誘導して頂きました。

京都大学助教授、大西有三先生は、京都大学への編入のきっかけを御与え下さったばかりでなく、常に最新の研究概念に関する御助言を頂きました。特に、日本の研究者には国際性が欠如しているというお言葉には大いに反省させられました。また、本論文の審査も快くお引受け頂き、御忙しい中、多くのご迷惑をおかけしてしまいました。

京都大学教授、柴田徹先生には、寺田寅彦の話をはじめとして、土質力学の異なった面を御指導頂くとともに、研究の場を御提供戴きました。

京都大学教授、小林昭一先生には本論文の審査をお引受け頂き、いくつかの不備を御指摘頂くとともに、貴重な御助言を賜りました。

徳島大学教授、澤田健吉先生には著者を助手として研究室に迎えて頂き、研究の場を御提供戴きますとともに、著者への負担を最小限に抑えて頂いたばかりではなく、温かい励ましのお言葉を戴きました。

福井大学教授、入江恒爾先生は学部から修士時代の6年間にわたり、御指導、御助言を戴くとともに、公私両面から数々のご配慮を賜りました。

岐阜大学教授、岡二三生先生には、構成式の基礎から御指導頂きました。構成式のこの字も知らなかった著者にも理解できるように、噛み砕いて説明するのは苦勞されたものと存じております。

京都大学防災研究所の八島厚先生には、ジョイント要素解析についての多くの御助言を頂きました。また、京都大学助手（現金沢大学）の飯塚敦先生は、つまらない質問をしても実に親切に御答え頂き、非常に心強い相談相手となって頂きました。また両先生の博士論文は、本論文をまとめるに当たっての貴重な資料とさせて頂きました。

京都大学の矢野隆夫技官には、実験のいろはから制御法までを御指導頂いたばかりでなく、データ整理のプログラムを提供下さるとともに、マイコンの使い方など、本当に親切に教えて頂きました。

徳島大学講師、藤井清司先生からは御忙しいところ、着任時から公私にわたり数々の御助言と、温かいご配慮を戴きました。

田行啓一先輩（現大成建設）には、4回生から修士1年生まで、特に圧密問題の解析法に関して、非常に熱心に御指導して頂きました。

京都大学在学中には、堀田正國助手（現清水建設）、佐野郁夫助手、建山和由助手、木村亮助手ならびに、防災研究所の三村衛助手の諸先生方から、日頃のゼミや討論を通して、数多くのご指示を頂きました。

福井大学在学中には、山田晃氏（現熊谷組）、若杉正文氏（現大林組）には卒業研究を通して、著者の研究を手伝って頂きました。

京都大学では、志村和伸氏（現佐藤工業）、三輪準二氏（現建設省）、住吉英勝氏（現首都高速道路公団）らとはよきパートナーとして実験を共に行い、構成式と格闘致しました。

そのほかたくさんの方々から頂いた、多くの御助言と御便宜なしに本論文をまとめることはできなかったものと存じます。ここに、あらためて感謝の意を記させて頂きます。

最後に、博士課程までの進学を許し、物心両面から援助を戴いた両親に感謝の意を記し謝辞を結びたいと存じます。