道路網の信頼性解析に関する基礎的研究

1989年12月

若　林　　　拓

道路網の信頼性解析に関する基礎的研究

1989年12月

若　林　　拓

序

道路網は大規模なシステムであり，一般に大規模システムでの信頼性解析は，計算量が膨大となりきわめて困難とされている。また，道路網信頼性解析では，交通の諸特性に合致した評価解析法の確立が重要となる。信頼性工学はエレクトロニクス，機械システムの分野で発達したものであるが，道路網の信頼性解析がこれらのシステムと異なる主要な点は，次の３点である。

⑴　交通の経路を考慮する必要がある。

⑵　多数のＯＤペアの信頼性を対象とする必要がある。

⑶　要求される解精度に相違がある。

⑴は，電気回路や通信ネットワークの場合，本来の経路が利用不能となった場合は相当な迂回経路でも許容されるのに対して，交通の場合は長距離の迂回はしないために日常的な経路に基づいた信頼性解析法が必要であることを意味している。⑵は，一般のシステムでは考慮の対象であるシステム信頼性が単一であるのに対し，道路網ではマルチコモディティフローの性質により，多数のＯＤペアが存在しても容易に適用できる信頼性解析法が必要であることを意味している。⑶は，一般のシステムでは，システムの故障が事故や災害に直結するのできわめて高精度な解が要求されるのに対し，本研究では信頼性の利用目的を道路網整備水準評価指標と考え，将来の道路網計画や道路の管理運用のための計画情報と考えていることによる。

本研究では，信頼性からみた道路網の質的な整備水準を計量化しようとする立場から，これらの交通工学的諸特性を考慮にいれ，経済性と簡便性に加えて必要な解精度も保証され，しかも大規模道路網にも適用可能な，実用的な信頼性解析法について考究することを目的としている。ここで提案した方法の特徴は，従来の方法に比較して少数のミニマルパス・カットによる計算が可能な点である。道路網は大規模システムであるので，ミニマルパス・カットのうちの一部を選択して利用する方法は，計算量を大幅に短縮する点できわめて有効となる。さらに，これらのパス・カットを道路網上での実際の経路や交通断面を反映するように選択することができるので，交通工学的特性を考慮した信頼性解析が行える等の特徴を有している。この研究によって得られたいくつかの信頼性解析法は，実際的な道路網の信頼性評価に利用可能であり，良好な精度が得られるものである。しかし，大規模な道路網の信頼性を議論するためには残された課題もあり，さらなる実証的検討の必要性といくつかの発展の余地を残している。本論文は，今後さまざまな展開が予想される道路網信頼性解析における今までの研究成果をまとめたものであり，この研究が道路網信頼性解析の発展の礎となれば幸いである。

本研究を遂行するにあたり，多くの方々から貴重な御指導と御援助を賜った。まず，終始御指導と御鞭撻を賜った京都大学工学部佐佐木綱教授に対して深甚なる謝意を表します。筆者が研究室に配属されて以来今日に至る研究生活において，交通計画や都市計画にとどまらない幅広く深い見識に触れ，かつ未知の分野に対する真に自由で先進的な研究姿勢に接することができたのは筆者の大きな幸せであります。また，日頃から終始御指導と御鞭撻を賜るとともに，筆者の研究環境に常に御配慮いただいた京都大学工学部飯田恭敬教授に心から感謝申し上げます。信頼性解析に関する研究と討議を通じてその的確な判断と情熱的な研究姿勢に触れることができ，とりわけ研究の進め方について御教示いただいた点は数多く，これは筆者にとって大きな喜びであります。また，筆者が研究に着手した時点から御指導と御助言をいただいた福山大学工学部井上矩之教授に深く感謝申し上げます。研究を進める上で常に暖かく励ましていただき，筆者を研究の道へと導いていただいたのは大きな幸せであります。

また，京都大学工学部交通土木工学教室運輸交通計画研究室・交通施設計画研究室の諸先生や諸先輩・諸兄には多くの貴重な御意見や御協力をいただきました。ここに，心から感謝申し上げます。また，本研究の遂行にあたり暖かい御支援を賜った大阪府立工業高等専門学校高岸節夫教授に厚くお礼を申し上げます。

さらに，討議や計算の遂行に関して御協力と御助力をいただいた，京都大学大学院福嶌　博氏（現在近畿日本鉄道勤務），同吉木　務氏（現在建設省勤務），京都大学工学部金子哲也氏（現在佐藤工業勤務），同中川真治氏（現在三井ホーム勤務）に感謝の意を表します。また，京都大学大学院原　文人氏（現在近畿日本鉄道勤務）にも御支援をいただきました。諸兄に対し心からお礼申し上げます。

最後に，本研究が，ここに述べることのできなかったもっと多くの方々の直接間接の御支援に支えられていることを感じ，深く感謝申し上げる次第であります。

平成元年12月

若　林　拓　史

目　　　次

第1章　緒　論

第1章　緒　　論

1.1　本研究の背景と目的

道路網は，都市や地域における日常の経済活動や社会活動を支える重要な基盤施設である。地震や水害・豪雪等の自然災害によって，道路網を構成するいくつかのリンクが通行不能になると，あるＯＤ間での交通移動が不可能となる状態が生じる。災害時にこのような状態が起きると，災害復旧はもとより，都市活動の停止により一般市民の生活にも重大な影響を与える。したがって，たとえ災害が発生しても，極力このような状態が避けられるような道路網づくりを目指すことが重要である。また，平常時においては，昨今の都市域では交通需要の増大を原因とする自然渋滞，あるいは事故や工事に起因する渋滞によって，一部ネットワーク中で移動が困難になる状態が生じている。このような状態下では道路網の機能が著しく低下し，市民生活や経済活動に大きな影響を与えるばかりでなく，救急活動や消防活動が妨げられ都市の安全性をも損なう結果となる。また，後述するように長期的には都市の活力を低下させる遠因になると考えられる。したがって，交通量がきわめて多い都市域においては都市の安全性や活力を保持するために，たとえ不通リンクが発生しても代替経路が存在し，システムとしては機能する道路網づくりを目指すことが重要である。この問題はシステム工学において信頼性工学といわれている。

信頼性とは，システム等が規定の使用期間中，所定の機能を遂行し得る状態にあることを意味し，信頼度とは，信頼性を確率表現したものと定義されている。システム信頼度の計算方法は，これまで種々の方法が提案されている。厳密値はブール演算による方法で求められるが，システム規模が大きくなると計算量が膨大となり，計算実行が不可能になる。そのため，信頼度の近似値を求める近似解析法が有効な方法となる。近似解析法としては，上限値・下限値を求める含意排他法等のいくつかの方法があるものの，解精度や計算量等の面で問題は少なくない。一方，道路網においてはＯＤ交通量が存在するので，信頼性工学における２点間信頼度のみを論ずるだけでは不十分であり，多数のＯＤ交通が存在しても容易に適用できる信頼性解析法が必要である。また交通の場合はある経路が不通になっても，電力や電信電話回線のように，無限の迂回はしないという性質がある。平常時を対象とする場合にはこの点はさらに重要となり，日常的な利用経路に立脚して議論を進めることが重要である。したがって，道路網の信頼性解析ではこのような交通工学の諸特性に合致した解析法を確立する必要がある。

本研究では，後述するように信頼性を道路網整備水準の新たな評価指標として位置づけ，交通の諸特性を考慮しながら，効率的でかつ必要な解精度が保証される道路網信頼性解析法の開発とその解法を解明することを目的としている。したがって，この信頼性解析は平常時の道路網評価に重点を置いたものとなっており，日常的な利用経路に基づいた信頼性解析法である点に特徴がある。また，本研究で提案

する信頼性解析法の共通の特徴は，ノード間のミニマルパス・カットのうち一部を用いる点である。従来の方法では，すべてのミニマルパス・カットを必要とするので，パス・カット数がネットワークの拡大にともなって急増し，信頼度の計算量が膨大になるばかりでなく，その探索作業すら困難となっていた。道路網は大規模システムであるので，このように少数のパス・カットを対象とすることで，きわめて効率的に信頼度計算が行えることになる。さらに，これらのパス・カットを道路網上での実際の経路や交通断面を反映するように選択することができるので，交通工学的特性を考慮した信頼性解析が可能となっている。また，ミニマルパス・カットの選択問題が n 番目最短経路探索問題に帰着するので，従来からの交通ネットワーク解析方法を準用することができる等の特徴も有している。以上のように，本論文で提案する部分的なパス・カットを対象とする方法は，実用的方法として意味をもってくる。つまり，道路網の信頼性解析は，利用対象ネットワークの範囲内で議論すればよく，このことは特に広域的道路に対して有用性が高いと考えられる。

道路網の信頼性解析法が確立されると，信頼性の観点からみた道路網の形状比較や都市間比較が可能となり，災害時のみならず平常時においても，質の高いサービスを提供できる道路網計画に有用な指標として利用することが可能となる。また，道路の交通規制や制御，街路の一方通行システム，都市高速道路の交通管制等に代表される道路網の運用管理のための計画情報としても利用可能であり，安全で快適な都市生活に寄与するものとなる。

*　　　　　　*

*

本研究は，交通調査からはじまる道路計画プロセス中での道路網評価問題に位置づけられる。道路網の評価は道路網整備水準評価と密接に関係しているため，信頼性を詳しく議論するまえに，道路網整備水準指標の変遷とその中での信頼性指標の位置づけを捉えなおし，さらに今後の道路網整備のあり方について考察する。

道路に対する地域の，あるいは人々の欲求はその時代時代の社会的背景あるいは価値規範におおいに依存していると考えられる。その最も根源的な要請としては，目的地へ到達可能なこと(可達性)，次には迅速に目的地へ到達可能なこと(速達性)，さらには安全に目的地へ到達可能なこと(安全性)等である。岡田(1987)[1]は，『変わりゆく社会のニーズ』として，道路に対する要請を段階的に①連結性，②延伸性，③可達性，④迅速性，⑤安全性，⑥快適性，⑦信頼性，⑧交通以外の目的，に分類している。また五十嵐(1987)[2]は，交通ネットワーク賦存論として，①civil minimumとしての最小原理，②効率的基準としての最大原理，③公平的基準としての満足原理の3原理に分類している。社会資本としての道路がきわめて欠乏している場合には，量的な要請であったものが，社会が豊かになるにしたがって次第に質的な要請に変化していくことを，これらの概念が説明している。例えば，昭和30年代には，1号，

2号という最も幹線的な国道でさえ市街地の中心部を除けばすれ違うのが困難という状況であり，当時24,000kmの国道のうちすれ違い可能な延長は8,400kmで全体の35％，舗装率においては17％にすぎなかった。したがって，昭和30年代の道路整備は主要な都市と都市を結ぶ国道をまずすれ違えるようにすることが中心であった[3)]。このように，この時代においては，改良率（道路計画時の道路構造令による構造基準に適合する道路を改良済と定義しその改良済区間の比率で表したもの），舗装率が道路網整備水準を表す重要な指標であった。しかし，その後交通量が増加し，改良済，舗装済の区間であっても交通需要に対応しきれない区間が発生してきた。このため，昭和53年度から始まる第8次道路整備五箇年計画から，整備率（改良済のうち混雑度が1.0未満の道路延長の比率）という指標が導入されている。現在でも，1次改築事業においては，改良率，舗装率が論じられ，2次改築事業では混雑度，整備率，走行速度，事故率等が事業採択の目安とされるなど，これらの整備水準指標は依然として重要な役割を演じていて[4)]，時代や社会情勢での希求にそれなりに応えてきたものと考えられる。しかしながら，これらの整備水準指標は物理的な指標であるか，あるいは道路を線的に捉えた指標であって，道路網の提供するサービスを質的に捉えた指標，あるいは都市や地域のような面的な拡がりをもったネットワークに対する指標としては十分でない。都市域においては慢性的渋滞が日常化している今日，今後道路網の質的水準を計量化して新たな整備水準指標とする必要があると考えられる。いいかえれば，交通需要と交通施設パフォーマンスとの相互作用でもたらされるサービスの水準の評価方法や，道路網を面的・ネットワーク論的に捉えた評価方法を，今後積極的に考える必要があると考えられる。信頼性評価は，このような新しい視点からの整備水準評価の一環として捉えることができる。

交通の形態が根本的に変わらない限り，どの時代にあっても，道路網は都市・地域および個人の活力を支える普遍的かつ基礎的基盤施設であることに異論はないであろう。今後，成熟社会に向かうにつれ，道路網に期待される役割・機能はさらに多様化するであろうが，同時に空間的・経済的な制約も多くなるものと考えられる。この場合においても，道路網整備水準指標は，ネットワークの機能面での過不足を議論するための重要な役割を果たす。また，サービスの水準を議論する場合には，ネットワークの建設のみならず，その運用の是非を問うための指標ともなる。

今後の道路網の整備方向については，さまざまな議論が展開されており[5)]，道路審議会においても建議がなされている[6)]。次に，都市・地域および個人両者の活力を支える基盤施設，ならびに空間的・経済的制約のもとでの道路網整備という観点から，今後の道路網整備のあり方を考察してみたい。ここでは，都市圏（地方都市圏を含む）およびその周辺での道路網をおもな対象として，

(1) 道路網の効率的利用の促進

(2) 根源的交通の保護

(3) 都市圏内および周辺都市間での高速連結機能をもつ道路網の整備

について議論を展開する。

都市・地域に生活する市民にとって，その都市圏の永遠の経済的，文化的繁栄と豊かな市民生活とは基本的な願望であると考えられる。そして，その役割のいくらかは道路に託されていると考えられる。都市と個人とは共栄関係にあり，都市と個人両者の望ましい共栄関係を保つように都市・交通計画を策定する必要がある。佐佐木(1979)[7]は，トリップは派生需要と根源的需要に分けられることを論じ，交通の合理化が進んでも，最後まで残る交通は何かという意味で，根源的需要による交通を極力保護する必要があることを述べている。ここで，派生需要の多くは経済活動に起因する交通であり，移動時間が小さければ小さいほど望ましいものである。また，根源的需要による交通とは散歩・散策，遠足，巡礼，ドライブ，サイクリング等の移動そのものが目的であるトリップである。そして，両者の判別は，トリップメーカーの代替可能性すなわち，「他人をもって代えがたい交通」であるか否かであり，この度合が強いほど根源的需要に近くなるとしている。さらに，「他人をもって代えがたい交通」には，食事，治療，教育，旅行等も含まれるとしている。

派生的交通の代表格は業務交通であり，業務交通はいうまでもなく，都市活動を経済的側面から強力に支えている交通である。都市内における慢性的，広域的な渋滞は，都市に立地する企業を淘汰する可能性があり，したがって，都市や都市圏の活力を維持するためにも，業務トリップを中心とした交通の円滑な移動を保証する必要がある。しかしながら，都市圏，特に大都市においては，道路のための空間の確保が平面のみならず高架でも困難であり，大規模な新規道路の建設はきわめて困難な状況にある。今後，都市内道路網の整備は地下利用も含めて長期的に進めていく必要があるが，一方で，限られた道路空間を有効にかつ効率的に利用するため，より広域的な交通制御や交通管制が必要とされると考えられる。今後とも交通量の増加傾向が続くと考えられることから，将来的には例えば，広域交通情報提供システム，さらに最適理論による経路誘導システム，さらには交通運営[8]等の導入により，都市内における交通の管理はネットワークの有効利用を目指してますます強化されると考えられる(同時に，土地利用の変更，産業構造の改変，通信手段の有効な活用等によって，自動車交通への依存の少ない都市システムへの移行も重要である)。したがって，このような状況のもとでは，道路の自由な利用がある程度制限されることが余儀なくされる。

ところで，このように既存道路が有効に利用されればされるほど，一方ではネットワークの余力がなくなることを意味している。このような状況下では，一度故障リンクが発生すると一部の交通麻痺がネットワーク全体に波及する可能性が大きくなり，都市活動の停滞，ひいては都市そのものの衰退を招きかねない。このように，効率のよいシステムとは一方で脆弱なシステムであるといえる。今後，都市交通システムでは，いかにこの脆弱性を回避するかという問題が重要となると考えられ，この点でも信頼性研究の意義が大きい。

以上述べたように，今後の都市交通はますます，交通管制あるいは交通制御の管理下におかれると考えられる。そして，先述の根源的交通は，ともすれば顧みられなくなるか，交通計画の片隅に追いやられかねない。しかしながら，根源的交通は，人間の本来の欲求を満たすものとして，あるいは個人の活力を支えるための活動として，これらの交通を合理化の対象とすべきではない。また，都市の構成要素である個人の活力を育成することは，都市の活力維持のためにきわめて重要であると考える。そのため，交通管理のもとで，影となった根源的交通に対する補償が必要となる。補償とは，ユング心理学における用語で，無意識の世界が意識の世界に対してなす相補的作用のことであり，影とは，ある価値体系と相容れないために抑圧されたものの集合を指している[9]。佐佐木(1989)[10]は，われわれの心の中には，女性原理と男性原理という，相対立する二つの働きが存在しており，その一方が強調されすぎると，他の一方が，無意識層でコンプレックスとしてまとまり，その補償を求めて動きだすとし，両者の機能をバランスさせるために，シャドー(影)計画が重要であると述べている。

補償的計画としての根源的交通保護のためには，比較的交通量の少ない郊外や休日の都心部等が考えられる。そのために比較的，道路建設空間に余裕があり地価も安い郊外部では，渋滞が生じない程度の道路を建設し，あとは利用者の自由な選択に託すのが望ましいと考える。また，交通管理のもとで影となったその他のものへの補償を考える必要がでてくる。例えば，都市内道路システムは機能的・視覚的に比較的男性的に捉えられるものと考えられるが，その効率的運用のために交通は案内情報に保護されることとなり，母性的な運用原理に支配されると考えられる。これに対し，郊外部の道路は，潤いやゆとりを感じさせることから，女性的に捉えられると思われる。しかし一方で，ドライブ等の自由トリップに運転本来の楽しみを回復させるため，極力経路情報の提供などは行わずに経路判断のための基礎的な情報提供にとどめ，ドライバー自身の判断によって経路を選択させる，健康な冒険心を満足させるような父性的な運用計画が重要であろうと考えられる。今後の交通施設計画や交通施設運用計画に関しては，男性性・女性性，父性性・母性性の観点からそのバランスのとれた計画を策定することが必要であり，この問題は今後の重要なテーマになると考えられる。以上述べたように，都市の生産活動を支えるトリップには生産性ある移動の保証を，個人の活力を支えるトリップには健康的な運転の楽しみを回復させるような計画を行うことが重要であると考えられる。

次に，(3)の都市圏内および周辺都市間での高速連結機能について考える。人々が，その所得と生活水準にある程度満足するようになると，次は文化を求めるようになると考えられる。例えば，過去日本史において，経済の成長期と人口の増加期はほぼ一致し，その後の安定成長期には，文化的成熟の時代があった[11),12]。鎌倉時代，江戸時代後期はその好例である。近年経済面で，巨大都市への一極集中がすすんできたが，今後，文化面でも一極集中が起こり得る可能性がある。文化を支えるためには，採算性の面からある程度の人口が必要だからである。今後，人口の一極集中を防ぐ意味からも，均等な国土の

発展を図る意味からも，人口の分散と地方定住を図る必要がある。そのためには，地方においても第一級の文化を共有できるような施設と方策が重要である。都市におけるオペラ・コンサートホール，美術館，博物館，会議場等の文化的施設は，文化的交流を促進する施設であると位置づけられる。また，最近においてはデパート，ショッピング街等の商業施設も，国際的な情報の交流に一役かっているように思われる。都市域，あるいは都市圏を，母都市を中心とした文化的交流の恩恵に浴する機会のある地域(通勤圏よりも広い意味で捉えている)であるとすると，文化圏の圏域を拡大して，それを支える人口を増加させることは，文化の発展と豊かで活力ある国民生活の維持に重要であると考えられる。

都市域，あるいは都市圏での道路網整備は，今後この意味でも重要な役割を果たす。都市付近で人々が想定する移動速度は，現状ではせいぜい平均5～60㎞/hであるように思われる。これに対し，ヨーロッパでは，人々の想定する車による移動速度は平均100㎞/h以上であると考えられる。例えば，正装をして車を飛ばしてオペラを聴きにいくという生活が，ヨーロッパでは可能なのである。このように，高速の移動手段が確保されると，たとえ地方に住んでいても第一級の文化に触れることが可能となる。このように，音楽に限らず，国際的あるいは伝統的な文化・芸術に対して，好きな時間に利用できる高速交通手段が確保されれば，文化を支える人口は増加し，多くの人々が第一級の文化や芸術に接することができ，地方が栄える一因になると考えられる。この場合，他の交通目的においてもそうであるが，想定する移動速度によって確実に旅行時間が計算できることが，きわめて重要であると考えられる。このために，高速移動による定時性の保証，事故等の場合の代替経路の確保が重要であり，これは道路網の信頼性研究の重要な目的のひとつである。都市圏内および周辺都市間での円滑な交通機能を有する道路網の整備は，地域の活力維持のためにきわめて重要である。第一級の生活や経済を支えるにはまさに第一級の道路が必要なのである。

以上のように，今後の道路網整備を，交通計画や信頼性の視点だけでなく，簡単ではあるが都市と個人の繁栄の観点やその時代で犠牲になったものへの補償という観点から考察した。ユングによれば時代精神は個人の心と同じように一面性と偏見をもっており，補償が必要である。それを直すために無意識が像を送ってくる。その補償的な像は民族の心が必要としているものであるが，その像を受け入れるか，捨て去るかによって，その民族の運命が決まるといわれている[13]。言い方を変えれば時代精神とは，佐和隆光(1982)[14]のいうようにその時代に支配的な社会と時代の価値規範(＝〈文脈〉)が存在すること，およびそれに強く依存する範型が「ものを見えなくする構造」をもっていることである。我々計画に携わる者は，計画にあたってこの点にもっと注目してよいように思われる。

ユングは，一見対立するかのように見える二つのものが，むしろ相補的にはたらいて均衡を保ち，そこにひとつの全体性が存在することをよしとしたのである。対立する極のどちらかを中心として，固い統合を目指すときは，他の極に属するものを排除してゆかねばならない。そういう対極を排除してでき

た統合は，平板でもろいものであることを彼は強調するのである[15]。このように，相対立するものを大切にし，統合によって個性化を成し遂げることと，国土や都市・地域がバランスよく発展するために，今後，交通計画や都市計画，さらには土木計画全般にとって必要とされるものとの間には，きわめて重要な関係があるように思われる。

本来は社会資本形成の役割を担うべき土木事業が，経済政策，社会政策として経済変動に左右されることが指摘されてから久しい。わが国の社会資本は相当蓄積されてきたが，これは中小規模な生活関連型社会資本であって，大規模な産業関連型社会資本の整備が遅れていることが指摘されている[16]。きたるべき高齢化社会では，高齢者人口は大幅に増加するものの，労働人口も漸増するので，現在の労働人口に上乗せした形での高齢化となり，将来の交通需要が減少するということはないであろう[11),17]。その一方で，財政は硬直化が進行し，道路投資への財源を圧迫するであろうと考えられる。このような状況下でも西暦2020年までが，上記のような人口背景から，財政的にはかなり期待のもてる時期であるといわれている。そしてこれから訪れる成熟期に向けて，ここ20～30年こそがわが国の社会基盤を整備する最後のチャンスであると考えられる。このように現在は，成熟期に対する準備期間であると位置づけられ，経済動向に左右されて社会資本への投資を控えることは，見通しを欠いた政策といわねばならない。道路網整備の意義を土木事業本来の役割である社会資本形成へと回復し，経済変動に振り回されることのない，展望に基づいた道路網整備が今後きわめて重要であると考えられる。

1.2　土木工学分野での信頼性研究の概要

システムの信頼性解析は，エレクトロニクス・機械システムなどの分野で発達してきたものである。例えば，これらの分野におけるネットワーク信頼性解析研究は，IEEE（The Institute of Electrical and Electronics Engineers, Inc.）でも独立した論文集となっており（例えば Transaction on Reliability, Transaction on Circuit Theory），膨大な研究の蓄積をなしている。これらを体系的に整理することは，きわめて多くの労力を必要とし，また，本研究で対象とする道路網の信頼性解析とも乖離するので，これらの研究の紹介は，本文中で必要に応じて適宜とりあげることにする。したがって，ここでは土木工学分野に限定し，道路網の信頼性解析と道路網以外のライフラインネットワークの信頼性解析に関して従来の研究の概要を述べる。ライフラインネットワークの信頼性解析から述べる。

電力・通信網やパイプライン，ガス・水道管網等のライフラインを対象とした信頼性解析は，地震時を対象として，防災関係研究者を中心に従来から研究されており，相当な蓄積と進展がなされている。Panoussis[18]は，ライフラインネットワーク信頼性解析にネットワーク理論の考え方をとりいれることを提案した。彼は，システムを直列システムと並列システムに分類し，複数の供給ノードと複数の需要ノード間のミニマルパス（Panoussis の論文中では Tie Set と呼んでいる）をSSP（Series Systems in Parallel)ネットワークという並列システムへとトポロジカル変換する方法を提案している。Taleb-Agha[19]は，Panoussisの考え方をさらに発展させ，SSPネットワークとともに，ミニマルカットから構成されるPSS（Parallel Systems in Series）ネットワークによる信頼性解析法を提案し，パスおよびカットの独立性を前提とした構造関数型の信頼度計算式，およびInclusion-Exclusion principleによる計算式を提案している。これらはそれぞれ，第3章で示す式(3.3.18)と(3.3.19)，(3.3.8)と(3.3.10)に等しい。さらに，システムが大規模になった場合の近似値として，Inclusion-Exclusion principleに基づく上・下限値を提案している。これらの研究に基づいて，篠塚・小池[20]は埋設ライフラインシステムの地震時の挙動と物理的損害を推定し，SSSP（Super Series Systems in Parallel）による信頼性解析方法と組み合わせてロス・アンゼルスの上水道網の信頼性を評価している。また彼らは，災害時におけるシステムの性能を，必要条件としての連結性能と十分条件としての機能性能とに分ける必要性を論じており，同じシステムを対象に，流量を評価指標としてモンテカルロシミュレーションでシステムの機能性能を評価している[21]。田村・川上[22]は，耐震性の立場から上水道システムを連結性能と機能性能の両面から評価している。連結，非連結の判定は，モンテカルロ法によってリンクを破壊し，ノード接続行列の積から判断している。連結性能は，モンテカルロシミュレーションを繰り返すことによって，水源と需要接点との連結確率によって求めている。機能性能は，評価指標として水圧低下，水量不足を設定し，地震後の給水能力を解析している。磯山・片山[23]も，モンテカルロシミュレーションを用いて水道網における需要点での供給信頼度，および需要点とシステム全体での供給量の期待値を求めている。この研究では，地震時の供給戦略をいくつか定めた点に特徴があり，ある供給戦略に従った配水調整が発揮する機能を評価している。柴田・土屋[24]は，Fratta-Montanariによって開発されたブール代数法[25]を利用して電力網システムの連結信頼性を評価している。山田・家村・野田・小笠原[26]は，連結機能解析に対して，Inclusion-Exclusion principleでは要素数が少ないと計算が容易な点に着目し，アークでネットワーク表現された方向性のあるシステムを対象として，システムを部分系に分割して小次元で取り扱うとともに，部分系相互間の連結確率をInclusion-Exclusion principleを利用して伝達的に求める方法(反復分割法)を提案している。さらに山田・野田[27]は，連結機能解析に対して，彼らの提案する反復分割法と，Fratta-Montanariによるブール代数法，モンテカルロシミュレーションによる方法，PanoussisによるSSPネットワークに対してInclusion-Exclusion principle法を適用した方法の4方法を比較・分析している。また亀田[28],[29]は，上水道網の管体強度とモンテカルロシミュレーションで発生させた地震動による地盤ひずみのサンプルから，各サンプルにおける供給点と需要点との連結性を判定することにより，連結確率および機能水準からみた給水の期待充足度や達成確率，給水量の期待値でシステムの評価を行っている。岡田・若林[30]は，ミニマルカットとInclusion-Exclusion principleを用いて配水管網の信頼性を解析しており，また，岡田・河合・上野[31]，上野・多々納・岡田[32]，多々納

・岡田・河合[33]は，水利システムを修復可能なシステムとみてマルコフ過程を用いたモデルを作成している。大森・今田・間山[34]は，FTA(Fault Tree Analysis)を用いて導・送水ネットワークの信頼性解析と構造重要度，確率重要度を求めている。

次に，既存の道路網信頼性解析の研究について述べる。

道路網における初期の信頼性解析は，災害時を対象としたものが多い。Fenves・Law[35]は，ネットワークの構成物の損害とサービス能力を地震強度の関数として予測している。そして，ネットワークのフローの期待値の最大値，最小値を求めている。最大値は，最大フロー最小カットの定理により求めており問題はないが，最小値については，最大のフローパターンを選ぶ方法が若干不明確である。この研究では単一ＯＤを対象に議論を展開しており，多ＯＤへの適用性を課題としている。小林[36]は，グラフ理論に基づいた信頼性解析法を提案している。まず，各アークが導通確率をもつとし，２点間サービスとしての連結信頼度を全ミニマルパス・カットの列挙と Inclusion-Exclusion principle で求めている。また，全点サービスとしての連結信頼度を，ネットワークがとり得るすべての連結状態を列挙し，その中で全ノードが連結されている状態のみを可到達性行列を用いて拾い出し，それらの生起確率の和として求めている。さらに，重要区間の抽出を導通確率に対する感度分析で行っており，またアーク数一定のもとで信頼度を最大とするネットワーク形成問題を列挙法で解析している。初期の道路網信頼性研究として意義深い研究である。また小林[37]は，道路区間単位でのサービスレベルの期待値算出法を提案した上，道路交通網の信頼度を何とか目的地に連絡できる確率と定義し，単純化のため道路網ではなくゾーンを単位としてゾーン間の連結確率を算出している。川上[38]は，耐震性の立場から道路網の連結性を田村・川上によるモンテカルロ法[22]によって評価している。また，交通容量と断面交通量を用いて，地震前後で変化する道路区間の機能分類を混雑度と犠牲度という２つの指標で行っている。桝谷[39]は，ネットワークの信頼性を連結性能と機能性能に分けた上，地震が発生した場合の交通容量の減少程度をモンテカルロシミュレーションで求め，カット行列，ＯＤカット行列を用いて，道路網の機能性能を定量化している。評価指標は道路網容量と発生可能交通量である。また彼は，極限道路網容量についても分析を行っている[40]。

昭和60年の第16回日本道路会議においては，『道路交通の信頼性を確保するための道路網のあり方』と題する特定課題のセッションが開催された[41),42),44)-46),48)-50),59),60),62)-65]。稲寺・志賀[41]は，平常時の定時性の評価指標として実測値を基に平均時旅行時間とピーク時旅行時間より許容速度を下回らない確率，災害時の連結性の評価指標として防災点検による危険度評価点を基にした式を提案している。深井・建部・林[42]は，平常時の信頼性評価指標として実測値による旅行時間のレンジ，異常気象時の信頼性指標として通行止回数や延時間等を提案し，さらに中部地方の幹線道路における異常気象時データを基に通行規制の空間的評価を行っている[43]。佐々木・佐々木・田沢[44]は，時間到達信頼性として

実測値を基にした基準旅行時間とピーク時旅行時間の比を，ネットワーク信頼性として基準旅行時間と代替ルート旅行時間の比を用いている。河上[45]は，災害時のリンクの要因別不通となる障害発生確率を定式化，直列リンク結合道路網と並列リンク結合道路網それぞれの信頼容量を求めている。ネットワーク全体の信頼容量は，ネットワークの各地点間について信頼容量を求め，その最小値と定義している。しかし，ＯＤパターンとの関係でこの信頼容量よりも大きい交通量が流れる可能性もあり，その意味からこの値は下限値としての意味を持つものと考えられる。岡田[46]および岡田・後藤・田中[47]は，２点間の通行不能性の構造同定と発生確率および発生確率への影響要因の定性的・定量的分析法として，ＦＴＡとFMEＡ(Failure Mode and Effect Analysis)を用いる方法論を提案し，降雪期の道路網の信頼度評価に適用している。佐藤・松谷[48]は，信頼性指標として安全性，確実性，快適性，利便性をとりあげ冬季の目標整備水準を設定している。時枝・鈴木・長溝[49]は，災害の実例をとりあげ，災害時の道路の機能と役割，災害に強い道路網についてのとりまとめを行っている。桝谷・斉藤・林[50]は，カットを列挙するのは複雑なネットワークでは困難であるとして距離行列から最短距離行列を作成，各リンクの損壊が他の損壊したリンクとの組合せでカットを発生させるかどうかの検討と連結性能の評価法を提案している。

高山・大野ら[51)-55]は，災害時における道路網の連結性を対象として，トポロジー変換によりノードを集約し，ネットワークをいくつかの直列のサブネットワークに変換してノード間信頼度を近似計算する方法とツリー形成問題を簡略化するために部分グラフ集約化法を導入し，全点間信頼度を近似計算する解法を提案している。青島・片田・廣畠[56]は，農山村・都市間通勤を対象に，災害時における都市域への到達確率，および所要時間の安定性確保から安全余裕時間の両評価指標を用いて道路網の信頼性評価を行っている。矢部・佐藤・田村[57]は，あるルートが災害で途絶した場合の損失を代替ルートの有無別に算出し，代替ルートの経済効果や時間便益効果を論じている。木俣・石橋[58]は，災害時の緊急路網確保の観点から，緊急車両の基地と需要地点との間の連結信頼度を有向グラフにおけるＳＡＴ信頼性(Source to All Terminal Reliability)で解析している。この方法はツリー列挙を基本とするため，計算量を削減するために Biconnected (２－連結) という概念でネットワーク分割する方法を提案している。

道路網の平常時における信頼性解析に重点をおいた研究としては，以下のようなものが挙げられる。

松本[59]は，旅行時間の変動を規則変動と不規則変動とに分類し，それぞれの変動が到着時刻の指定された交通に及ぼす影響を定式化し，道路交通の信頼性の評価方法を提案している。さらに経路選択や手段選択への影響を分析している。加藤・門田・浜田[60]は，定時性の立場からトリップの余裕時間を普通の余裕時間と十分な余裕時間に分類，これらを用いてトリップ長で表せられる信頼度関数を作成し２地点間の信頼性を求めている。さらに加藤・門田・浜田[61]は，２点間の信頼度を定時性と速達性の積で定義し信頼性算出の簡便法としている。この研究では，信頼度と定義している指標が，信頼性工学におい

て本来，確率表現として定義される信頼性指標を反映しているかどうかが不明確であるが，平常時における道路網のパフォーマンスを対象とした点に特色がある。加藤・岩本[62]は，センサスデータによる交通量とＱ－Ｖ式より出発時間別の所要時間を算定し定時性についての評価を行っている。山本[63]は，単位区間当りの所要時間の変動や所与地点への到達所要時間の変動の現況分析を行っている。紙透[64]は，都市高速道路の現況網と将来網の交通量を基にした定性的な考察を行っている。林・大島[65]は，速達性の確保が信頼性の確保の上で重要であることを，北海道の現況値や建設省『地方生活圏整備計画』の値等から論じている。

黒田・瀬賀・山下[66]は，高速道路の単位区間において交通事故が発生した場合の機能停止確率と停止機能の回復確率の分布を仮定し，それによって信頼性理論でいうところのアヴェイラビリティーを算定する方法を提案している。リンク信頼度を交通量その他の交通指標から算出することはきわめて重要であり，この研究はこの観点から意義深いと考えられる。しかし，リンク信頼度と自然渋滞を関係づけることはさらに重要であり，そのための別モデルの開発を今後の課題としている。Ferrari[67]は，交通制御を行って停止発進を繰り返すことなく円滑な走行を維持することを考えている。この目的のために，一定時間内に速度の低下がある基準を越えない確率として信頼度ϕを定義し，ϕを交通量と密度の関数で表している。信頼性という用語を単路部における速度維持のための指標として考えており，システム信頼度算出へ発展する可能性はあるものの，論文ではその検討はなされていない。

また，信頼性という概念ではないが，道路網をその連結性から評価した研究がみられる。岡田・田中[68]は，ソシオ・メトリー（グラフ理論を社会経済構造の計量化に適用する方法）のアプローチを援用し，道路網の接続構造と距離のみを考慮して距離地位指数という指標で道路網の整備水準を評価しており，さらに，岡田[69]，岡田・田中[70]は区間地位指数，路線地位指数という指標で道路の機能水準を計量化している。また，木村・清水[71]は，都市間の連結度をグラフ理論における完全グラフを基準に論じており，また都市の分布パターンとネットワーク水準との関係をネットワークの連結性近接性という概念を用いて分析している[72]。

以上の研究に共通してみられることは，ＯＤ交通を考慮した研究が少ないこと，交通の経路選択特性を考慮した研究が少ないことである。さらに，信頼性解析の対象が災害時の道路網を対象にしたものが多く，平常時の信頼性解析の研究はほとんどないか，体系的になされていないのが実状である。災害時には，すべての地点間での交通移動が保証されることが最も重要であり，そのときの交通現象は平常時と大きく異なるであろうから，必ずしもＯＤ交通を明示的に取り扱う必要はない。しかし平常時の信頼性評価は，日常の交通現象に対する道路網運用のサービス水準を評価するものであり，交通事故や工事等による渋滞，その影響を受けた迂回交通による渋滞，また交通量そのものの変動による渋滞を考慮しなければならないため，ＯＤ交通を無視して分析することは意味がない。

平常時の信頼性解析は，最近になってようやく端緒が開かれ，先述のいくつかの研究の他に，筆者らによる信頼性グラフ解析に基づいた研究[73)-90)]，交通量配分に基づいた研究[91)-95)]，交通量の配分時情報を利用した研究[96),97)]，黒田・山下[98)]，朝倉・柏谷・熊本[99),100)]の研究等がある。道路網のサービス水準評価の一環としての信頼性評価は，今後道路網の整備や道路網の管理運営上の観点から重要な指標になると考えられ，今後の研究進展に期待されるところが大きい。

なお，ネットワークの信頼性評価問題ではないが，信頼性設計の立場からネットワーク形成を扱った研究も存在している。枝村・森津・土井・中川[101)]および森津[102)]は，ネットワークにおける対災害信頼性の水準を離散的に表すリンクレベルを設定，予算制約下で総所要時間最小化，到達可能な期待トリップ数最大化になるようなリンクレベルを探索している。この研究では，信頼性を計画変数として扱っているところに特色がある。道路網の信頼性は，ある交通現象のもとでの挙動変数としてまず捉える必要があると考えられるが，この研究のように信頼性を計画変数として捉えてネットワーク形成を論ずる問題は，信頼性評価の後のステップとして重要であり，この問題も今後の研究・進展が期待される分野である。

1.3 本研究の概要

本論文では，ほぼ全体を通じて，リンク信頼度を与件としてノード間信頼度を効率的に求める信頼性解析法を扱っている。本論文は8章から成り立ち，以後の各章における研究の目的と方法は，以下のとおりである。

第2章では，信頼性工学が発祥・発展してきたエレクトロニクスや機械システム等の分野におけるシステムと道路網システムとの比較を行い，そのシステム特性の相違を明確にする。また，信頼性解析法としてそれぞれ独自に発達してきた信頼性グラフ解析とフォールトツリー解析の2方法を比較し，信頼性グラフ解析を基本に道路網信頼性解析法を構築する方が有用であることを述べる。次に，ライフラインの信頼性解析と比較する。最後に，道路網における固有の特徴を明らかにし，道路網信頼性解析の考え方を述べる。

第3章では，信頼性グラフ解析法を，第2章で整理した交通の諸特性を考慮して道路網信頼性解析に適用する方法論を考察する。最初に信頼性グラフ解析法の基礎的事項を整理し，次にシステム信頼度の厳密値および近似値を求める諸方法を分類・整理する。ここでは，信頼性グラフ解析の中でもミニマルパス・カットに基づく解析法が道路網信頼性解析に適していることを示す。次に，信頼性解析法を，すべてのミニマルパス・カットを利用する方法と一部のミニマルパス・カットを利用する方法とに分類して議論し，大規模道路網を対象とした場合には，後者の信頼性解析法が計算量等の面で有効であることを示す。

第４章では，部分的なミニマルパス・カットを利用し，ブール代数によってノード間信頼度の上・下限値を求める解析法を提案する。まず最初に，解析法の定式化を行い，信頼性評価で必要とされる計算量が選択パス・カット数の２の累乗に比例することを示す。その結果，ミニマルパス・カットのうち一部を選択して利用する方法が，計算機のメモリーサイズおよび計算時間の両面できわめて有利になることを示す。さらに，選択されるパス・カットが実際の経路や交通断面を反映するので，交通工学的諸特性を考慮した信頼性解析が可能であることを示す。次に，ブール代数を用いて信頼度計算を行う数式処理アルゴリズムを提案する。良好な近似値を得るためのパス・カット選択法を論じ，モデルネットワークを対象に数値解析を行う。

第５章では，部分的なミニマルパス・カットを利用し，さらにブール演算を省略した信頼性解析法を提案する。この方法は，パスによる近似値とカットによる近似値がそれぞれパス(カット)数に関して単調増加(減少)する性質を利用し，両曲線が交差する点をもって近似値とする方法であり，交点法と呼んでいる。得られる近似値の値は，すべてのミニマルパス・カットを利用して得られるEsary·Proschanの上限値と下限値にはさまれた値となることが保証される。部分的なパスやカットしか必要としないこと，ブール演算を経由しないことから，本解析法は従来の解析法に比較して計算量がきわめて少なくてすみ，そのため大規模ネットワークに適用可能であるという大きな特徴を有している。第４章と同様，良好な近似値を得るためのパス・カット選択法を論じ，モデルネットワークを対象に数値解析を行う。

第６章では，第４章，第５章で提案したブール演算法および交点法の有効性を，ネットワークサイズや形状，リンク信頼度等の諸条件を変化させて検討する。ここではネットワーク規模が拡大するので，近似計算法の有効性の判断基準となる厳密値が計算困難となる。そこで，リンク信頼度を与件としてノード間信頼度を求めるというモデルの入出力構造では共通で，原理的には異なる方法として，モンテカルロ法を比較対象とする。ここでは，直接サンプリング法の他に限定サンプリングによって高精度が得られるモンテカルロ法についても検討する。したがって第６章では，これらの４解析法について，解精度の実用性や計算時間等の効率性，計算作業の経済性さらに交通工学的意味も含めて比較分析し，実際道路網への適用性に対する実用性の評価を行うことを目的としている。

第７章では，ネットワークがさらに大規模になり，実規模道路網を対象とした場合の諸方法を考察する。まず最初に，ネットワークをノード間の利用対象範囲に限定して信頼性解析を簡略化するネットワーク限定による方法を考察する。次に，ネットワーク分割集計化の技法によってネットワーク表示を簡略化する方法を考察する。ネットワーク集計化方法としては，①サブネットワークの境界ノードを集約する方法，②ミニマルパス・カット構造を保存したままでネットワークを集計化する方法，③標準型ネットワークへ変換する方法を考え，各モデルの利害得失を考察する。次に，リンク信頼度のデータ収集を簡略化するために，リンク信頼度をファジィ集合で与え，ファジィ理論と組み合わせた信頼性解析法

を考察する。最後に，図式解法的アプローチとして，交点法の２曲線を直線近似して解析を行う方法を考察する。

第８章では，以上の成果をとりまとめる。

第１章　参考文献

1）岡田憲夫：道路の整備度指標の諸問題と性能評価法の開発，高速道路と自動車，Vol. 30，No. 3，pp. 17-25，1987.

2）五十嵐日出夫：交通ネットワーク賦存論，土木計画学講習会テキスト『交通ネットワークの分析と計画：最新の理論と応用』，pp. 187-190，土木学会，昭和62年.

3）鈴木道雄：道路の質的整備の方向，高速道路と自動車，Vol. 22，No. 5，pp. 11-16，1979.

4）野村和正：道路網の整備水準および整備効果，道路，1976-7，pp. 4-15，1976.

5）例えば，

(1) 佐佐木綱：京阪神地域における道路ネットワークのあり方，高速道路と自動車，Vol. 26，No. 5，pp. 7-11，1983.

(2) 越　正毅：第９次道路整備五箇年計画策定にむけて，高速道路と自動車，Vol. 25，No. 8，pp. 7-10，1982.

(3) 鈴木忠義：道路の質を考える，高速道路と自動車，Vol. 22，No. 5，pp. 7-9，1979.

(4) 前掲３)

6）岡野行秀：道路審議会建議「確かな明日への道づくり」，道路，1987-8，pp. 3-15，1987.

7）佐佐木綱：最後まで残る交通，関西道路研究会『これからの道路』，pp. 395-399，昭和54年.

8）京阪神都市圏総合都市交通体系調査委員会：京阪神都市圏総合都市交通運営計画調査報告書『交通運営の概要と交通運営手法』，1979.

9）河合隼雄：ユング心理学入門，pp. 101-113，培風館，昭和42年.

10）佐佐木綱：女らしさ・男らしさ『計画の視点より』，pp. 158-162，淡交社，平成元年.

11）今野修平：これからの国土基盤整備の役割，土木学会誌，Vol. 66，No. 1，pp. 51-56，1981.

12）今野修平：成熟社会における土木事業の将来，土木学会誌，Vol. 69，No. 5，pp. 6-10，1984.

13）林　道義：無意識の人間学，pp. 64-65，紀伊國屋書店，1981.

14）佐和隆光：経済学とは何だろうか，p. 6，岩波書店，1982.

15）河合隼雄：中空構造日本の深層，pp. 19-22，中央公論社，昭和57年.

16）飯田経夫：「豊かさ」のあとに，pp. 165-198，講談社，昭和59年.

17）佐佐木綱：京阪神地域における道路ネットワークのあり方，高速道路と自動車，Vol. 26，No. 5，pp. 7-11，1983.

18）Panoussis, G.: Seismic Reliability of Lifeline Networks, Seismic Design Decision Analysis Report, No. 15, MIT, No. MIT-CE R74-57, Dept. of Civil Engg., 1974.

19) Taleb-Agha, G.: Seismic Risk Analysis of Network, Seismic Design Decision Analysis Report, No. 22, MIT, No. MIT-CE R75-43, Dept. of Civil Engg., 1975.

20) 篠塚正宣・小池　武：埋設ライフラインシステムの連結性能に関する地震危険度解析，土木学会論文報告集，№311，pp. 13−24，1981.

21) 篠塚正宣・小池　武：埋設ライフラインシステムの機能性能に関する地震危険度解析，土木学会論文報告集，№311，pp. 25−35，1981.

22) 田村重四郎・川上英二：モンテカルロ法による地中埋設管システムの耐震性の評価方法，土木学会論文報告集，№311，pp. 37−48，1981.

23) 磯山龍二・片山恒雄：大規模水道システムの地震時信頼度評価法，土木学会論文報告集，№321，pp. 37−48，1982.

24) 柴田　碧・土屋雅彦：ライフラインの耐震性に関するシステム工学的研究，東大機械工学研究報告，第13巻，pp. 39−40，1978.

25) Fratta, L. and Montanari, U. G.: A Boolean Algebra Method for Computing the Terminal Reliability in a Communication Network, IEEE Trans. on Circuit Theory, Vol. CT-20, No. 3, pp. 203-211, 1973.

26) 山田善一・家村浩和・野田　茂・小笠原洋一：反復分割法による震災後の上水供給系の時変信頼性解析，土木学会論文報告集，№326，pp. 1−13，1982.

27) 山田善一・野田　茂：地震時のライフライン系の信頼度と供給機能の解析，日本建築学会論文報告集，№342，pp. 12−21，1984.

28) 亀田弘行：上水道管路網の信頼度解析モデル，文部省科学研究費自然災害特別研究研究成果，№A−58−1，自然災害科学総合研究班，大地震時における都市生活機能の被害予測とその保全システムに関する研究，研究代表者；志賀敏男，pp. 180−184，1984.

29) 亀田弘行：仙台市上水道システムの被害と機能水準，文部省科学研究費自然災害特別研究研究成果，№A−58−1，自然災害科学総合研究班，大地震時における都市生活機能の被害予測とその保全システムに関する研究，研究代表者；志賀敏男，pp. 202−206，1984.

30) 岡田憲夫・若林善仁：配水管網ネットワークの信頼性に関する研究，土木学会第41回年次学術講演会概要集第4部，pp. 105−106，1986.

31) 岡田憲夫・河合　一・上野正和：マルコフ型水利システムの信頼性評価モデル，土木学会第43回年次学術講演会概要集第4部，pp. 326−327，1988.

32) 上野正和・多々納裕一・岡田憲夫：利水システムの渇水に対する信頼性の評価モデルに関する研究，土木学会第44回年次学術講演会概要集第4部，pp. 516−517，1989.

33) 多々納裕一・岡田憲夫・河合　一：残流域流出量を考慮した利水用貯留システムの信頼性評価モデル，土木計画学研究・論文集 7，pp. 99-106，1989.

34) 大森啓敬・今田俊彦・間山一典：ＦＴＡ手法を用いた導・送水ネットワークの安定性分析，土木学会第43回年次学術講演会概要集第 4 部，pp. 76-77，1988.

35) Fenves, S. J. and Law, K. H.: Expected Flow in a Transportation Network, Proceedings of the 2nd U. S. National Conference on Earthquake Engineering, pp. 673-682, 1979.

36) 小林正美：道路網・ネットワークシステムの信頼度解析法に関する研究，都市計画別冊，№ 15，pp. 385-390，1980.

37) 小林正美：道路交通網の地震時信頼度解析に関する研究，都市計画別冊，№ 16，pp. 205-210，1981.

38) 川上英二：道路交通システムの機能上の耐震性の一評価方法，土木学会論文報告集，№ 327，pp. 1-12，1982.

39) 桝谷有三：震災時における道路網の機能性能の評価法，交通工学，Vol. 19，№ 5，pp. 3-17，1984.

40) 桝谷有三・斎藤和夫：道路交通システムの震後機能性能の評価法，土木計画学研究・講演集 11，pp. 283-290，1988.

41) 稲寺　隆・志賀浩二：道路交通の信頼性確保に関する研究，第16回日本道路会議特定課題論文集，pp. 1-3，1985.

42) 深井俊英・建部英博・林　寿郁：信頼性による道路網の評価について，第16回日本道路会議特定課題論文集，pp. 4-6，1985.

43) 深井俊英・建部英博・林　寿郁：異常気象時における道路網の信頼性評価手法について，土木学会第41回年次学術講演会概要集第 4 部，pp. 13-14，1986.

44) 佐々木健・佐々木哲郎・田沢次雄：東北地方における道路網の信頼性評価，第16回日本道路会議特定課題論文集，pp. 7-9，1985.

45) 河上省吾：道路網の災害時信頼性の指標化について，第16回日本道路会議特定課題論文集，pp. 25-27，1985.

46) 岡田憲夫：信頼性からみた道路整備水準の分析・評価手法について，第16回日本道路会議特定課題論文集，pp. 28-30，1985.

47) 岡田憲夫・後藤忠博・田中成尚：降雪期における道路ネットワーク・システムの信頼性評価法に関する研究，土木学会第41回年次学術講演会概要集第 4 部，pp. 15-16，1986.

48) 佐藤直樹・松谷春敏：積雪地域における道路整備のあり方について，第16回日本道路会議特定課題

論文集, pp. 31-33, 1985.
49) 時枝　繁・鈴木秀章・長溝　忍：58.7島根西部豪雨災害にみる道路の機能と役割, 第16回日本道路会議特定課題論文集, pp. 34-36, 1985.
50) 桝谷有三・斉藤和夫・林　延泰：震災時における道路交通システムの連結性能について, 第16回日本道路会議特定課題論文集, pp. 37-39, 1985.
51) 高山純一・大野　隆：トポロジー変換法を用いた2点間信頼度の近似解法, 土木学会第43回年次学術講演会概要集第4部, pp. 340-341, 1988.
52) 高山純一・大野　隆・中島良光：部分グラフ集約化法を用いた全点間信頼度の近似解法, 土木学会第43回年次学術講演会概要集第4部, pp. 342-343, 1988.
53) 高山純一・大野　隆：連結性能から見た道路網の信頼性評価法, 土木計画学研究・講演集 11, pp. 251-258, 1988.
54) 高山純一・木口屋昌蔵：異常気象時における連結性能からみた道路網の信頼性評価, 土木学会第44回年次学術講演会概要集第4部, pp. 194-195, 1989.
55) 高山純一：異常気象時における道路網の連結性能評価法, 土木計画学研究・講演集12, pp. 559-565, 1989.
56) 青島縮次郎・片田敏孝・廣畠康裕：農山村・都市間通勤における道路の信頼性評価に関する研究, 土木学会第43回年次学術講演会概要集第4部, pp. 74-75, 1988.
57) 矢部浩規・佐藤馨一・田村　亨：代替機能からみた道路ネットワークの評価に関する研究, 土木学会第43回年次学術講演会概要集第4部, pp. 240-241, 1988.
58) 木俣　昇・石橋　聡：地震時緊急路網のシステム信頼性評価に関する基礎的研究, 土木計画学研究・論文集6, pp. 145-152, 1988.
59) 松本昌二：旅行時間の信頼性とその交通行動分析への応用, 第16回日本道路会議特定課題論文集, pp. 10-12, 1985.
60) 加藤文教・門田博知・浜田信二：信頼性を考慮した道路網の評価法に関する研究, 第16回日本道路会議特定課題論文集, pp. 13-15, 1985.
61) 加藤文教・門田博知・浜田信二：道路の信頼性評価の簡便法, 土木計画学研究・論文集 4, pp. 181-188, 1986.
62) 加藤正好・岩本千樹：時間別走行速度の変動からみた道路交通の信頼性の評価について, 第16回日本道路会議特定課題論文集, pp. 16-18, 1985.
63) 山本善行：沖縄本島における時間信頼性の現況, 第16回日本道路会議特定課題論文集, pp. 19-21, 1985.

64) 紙透碩彦：首都高速道路網の時間信頼性に関する一考察，第16回日本道路会議特定課題論文集，pp. 22-24，1985.

65) 林　延泰・大島英次：広域分散型地域における道路交通の信頼性，第16回日本道路会議特定課題論文集，pp. 40-42，1985.

66) 黒田勝彦・瀬賀康浩・山下智志：都市高速道路ネットワークにおけるアヴェイラビリティについて，土木計画学研究・講演集 11，pp. 267-274，1988.

67) Ferrari, P.: The Reliability of the Motorway Transport System, Transpn. Res. -B, Vol. 22 B, No. 4, pp. 291-310, 1988.

68) 岡田憲夫・田中成尚：道路ネットワーク整備水準の指標化に関する研究―距離地位指数による計量化―，土木学会第41回年次学術講演会概要集第4部，pp. 5-6，1986.

69) 岡田憲夫：道路の整備度指標の諸問題と性能評価法の開発，高速道路と自動車，Vol. 30，No. 3，pp. 17-25，1987.

70) 岡田憲夫・田中成尚：ネットワーク特性を考慮した道路機能水準の計量指標化に関する研究，土木学会論文集，No. 389/IV-8，pp. 65-74，1988.

71) 木村一裕・清水浩志郎：道路網の評価に関する一考察，土木学会第41回年次学術講演会概要集第4部，pp. 7-8，1985.

72) 木村一裕・清水浩志郎・木村宣幸：都市の分布形態と道路ネットワーク機能について，土木学会第43回年次学術講演会概要集第4部，pp. 238-239，1988.

73) 若林拓史・飯田恭敬：信頼性グラフ理論に基づく交通ネットワークの信頼度の算出法について，土木学会第42回年次学術講演会概要集第4部，pp. 140-141，1987.

74) 吉木　務・飯田恭敬・若林拓史：ミニマルパス・ミニマルカットによる道路ネットワークの信頼度の近似計算法について，土木学会第42回年次学術講演会概要集第4部，pp. 142-143，1989.

75) 福島　博・飯田恭敬・若林拓史：交通ネットワークの信頼性解析に対するモンテカルロ法の適用について，土木学会第42回年次学術講演会概要集第4部，pp. 144-145，1987.

76) 若林拓史・飯田恭敬：交通ネットワーク信頼性解析への信頼性グラフ理論適用の考え方，土木計画学研究・講演集 10，pp. 125-132，1987.

77) 若林拓史・飯田恭敬：信頼性からみた道路網整備水準の評価手法，加藤晃代表文部省科学研究費総合研究(A) No. 61302064，『ネットワークに関する交通流理論および計画手法に関する体系的研究』成果報告書，pp. 89-94，1988.

78) 飯田恭敬・若林拓史・福島　博・金子哲也：交通ネットワークに対する信頼度解析手法の開発研究，昭和63年度土木学会関西支部年次学術講演会概要集，pp. IV-17，1988.

79) 飯田恭敬・若林拓史・吉木　務：ミニマルパス・カットを用いた道路網信頼度の近似計算法，交通工学，Vol. 23，No. 4，pp. 3-13，1988.

80) 飯田恭敬・若林拓史：ブール代数を用いた道路網ノード間信頼度の上・下限値の効率的算出法，土木学会論文集，No. 395/IV-9，pp. 75-84，1988.

81) 若林拓史：交通事故・工事・交通混雑の影響を考慮した道路網サービス水準の計量化手法，佐川交通社会財団研究報告書，Vol. 3，pp. 71-80，1988.

82) 飯田恭敬・若林拓史・福島　博・吉木　務：道路網信頼性解析手法の比較検討，土木学会第43回年次学術講演会概要集第4部，pp. 234-235，1988.

83) 若林拓史・飯田恭敬・福島　博：道路網の信頼性解析に対するモンテカルロ法の適用，土木計画学研究・講演集11，pp. 259-266，1988.

84) 飯田恭敬・若林拓史・吉木　務・中川真治：ファジィ変数を用いた道路網信頼性解析，平成元年度土木学会関西支部年次学術講演会概要集，pp. IV-12，1989.

85) 若林拓史・片岡孝之・久末信幸：道路網信頼性解析へのファジィ理論の適用，第5回ファジィシステムシンポジウム講演論文集，pp. 385-389，1989.

86) 飯田恭敬・若林拓史・福島　博：道路網信頼性の近似解析方法の比較研究，土木学会論文集，No. 407/IV-11，pp. 107-116，1989.

87) 若林拓史・飯田恭敬・中川真治：ファジィ理論を適用した交点法による道路網信頼性解析，土木学会第44回年次学術講演会概要集第4部，pp. 510-511，1989.

88) 飯田恭敬・若林拓史・吉木　務：ネットワーク集計による道路網信頼性解析，土木学会第44回年次学術講演会概要集第4部，pp. 512-513，1989.

89) 若林拓史・飯田恭敬・吉木　務：道路網信頼性解析へのネットワーク集計法の適用，土木計画学研究・講演集12，pp. 567-574，1989.

90) Iida, Y. and Wakabayashi, H.: An Approximation Method of Terminal Reliability of Road Network Using Partial Minimal Path and Cut Sets, Transport Policy, Management and Technology Towards 2001(Selected Proceeings of The Fifth World Conference on Transport Research), Vol. 4, pp. 2185-2198, Western Periodicals, Co., 1990.

91) 若林拓史・飯田恭敬：交通ネットワークの信頼性評価について，昭和62年度土木学会関西支部年次学術講演会概要集，pp. IV-43，1987.

92) 若林拓史・飯田恭敬：信頼性からみた環状道路の整備効果の検討，第17回日本道路会議一般論文集，pp. 34-35，1987.

93) 若林拓史・飯田恭敬：交通混雑・迂回交通を考慮した道路網の機能性能評価法，昭和63年度土木学

会関西支部年次学術講演会概要集, pp. Ⅳ-16, 1988.

94) 飯田恭敬・若林拓史：ODパターンと道路網パターンの相違による道路網信頼性のマクロ的考察, 交通工学, Vol. 23, No. 3, pp. 9-19, 1988.

95) 若林拓史・飯田恭敬：道路網の信頼度と機能性能のマクロ的比較, 第9回交通工学研究発表会論文集, pp. 69-71, 1988.

96) 若林拓史・飯田恭敬：交通断面に着目した道路網の性能評価法について, 土木学会第43回年次学術講演会概要集第4部, pp. 236-237, 1988.

97) 飯田恭敬・若林拓史・八尾信彦・沖西　学：交通断面とリンク利用率を利用した道路網信頼度解析法, 平成元年度土木学会関西支部年次学術講演会概要集, pp. Ⅳ-11, 1989.

98) 黒田勝彦・山下智志：都市高速道路における信頼度算出法に関する研究, 土木学会第44回年次学術講演会概要集第4部, pp. 508-509, 1989.

99) 熊本仲夫・柏谷増男・朝倉康夫：連結性と正確性からみた四国地域道路網の信頼性評価, 土木学会第44回年次学術講演会概要集第4部, pp. 506-507, 1989.

100) 朝倉康夫・柏谷増男・熊本仲夫：交通量変動に起因する広域道路網の信頼性評価, 土木計画学研究・論文集7, pp. 235-242, 1989.

101) 枝村俊郎・森津秀夫・土井元治・中川勝一郎：交通ネットワークにおける対災害信頼性の最適配分, 第3回土木計画学研究発表会講演集, pp. 391-403, 1980.

102) 森津秀夫：最適交通網構成手法に関する基礎的研究, 京都大学学位論文, pp. 133-147, 昭和59年.

第２章　道路網における信頼性解析

第２章　道路網における信頼性解析

2.1　概　説

大規模システムの信頼性を解析する方法は，本来ミサイルや真空管の信頼性を向上させる必要性を動機とし，エレクトロニクス・機械システムなどの分野で信頼性工学あるいは安全工学として発達してきたものである。したがって，まず本論に入る前に，これら信頼性工学や安全工学の分野で対象とされてきたシステムと，本研究で対象とする道路網とを比較してその特性の相違を明確にしておこうと考える。そのため，第２節では，以下に述べる手順にしたがって道路網信頼性解析固有の特徴を考察する。まず最初に，信頼性解析法として確立されているＲＧＡとＦＴＡの方法をとりあげ，　その発展過程と解析法それぞれの概略を述べる。次に，これらの信頼性解析法が対象としてきたシステムと道路網との比較を行い，その相違点を整理する。なお，本研究は，道路網のユニット（リンク）の信頼度を与件としてシステム信頼度を解析する方法の研究であるため，システム信頼度とユニット信頼度との関連性に限定して比較を行っている。ここではさらに，ＲＧＡとＦＴＡ，　どちらの方法が道路網信頼性解析に有用であるかを考察する。次に，土木工学の分野では，防災関係研究者を中心にパイプライン，電力網，ガス・水道網等のライフラインネットワークを対象に信頼性研究が行われてきている。そこで，これらのライフラインの信頼性解析と比較することにより，道路網の信頼性解析の特徴を明らかにする。第３節では，本研究における道路網信頼性解析の考え方を，緊急時と平常時，２点間信頼度と全点間信頼度それぞれの相違に触れながら考察する。

2.2　一般的な信頼性解析の特徴

2.2.1　信頼性工学における信頼性解析法：ＲＧＡとＦＴＡ

信頼性工学がいつ始まったかについては定説はないようであるが，初期の数学モデルは，第２次世界大戦中にドイツでＶ１ロケットを開発したときに始まるとされている[1),2)]。発射台上での爆発，あるいはイギリス海峡への墜落を動機として，信頼性研究の必要性が認識された。ここで，数学者 Robert Lusserは，直列構成されたシステムの信頼度が，各コンポーネントの信頼度の積で表現されるという，今日よく知られている乗積則（後出の式（3.3.2））を提案した[3)]。しかし，ドイツでの信頼性研究は敗戦で発展せず，その後，信頼性研究はアメリカにおいて組織的に発展する。アメリカでは，ＡＧＲＥＥ（Advisory Group of Reliability of Electronic Equipment，電子機器信頼性顧問団[4)]，1952-57）が設けられて，組織的な研究がなされた。信頼性という用語も，米軍が極東に向けたレーダ等の電子機器が，輸送途上や保管中に使用不能となったことが契機となり[1)]，高品質真空管を開発してそれを reliable tube (高信頼管)と名づけたのに始まるとされている[2]。ちなみにわが国での信頼性工学の歴史は，日本科学技術連盟に信頼性研究委員会ができた昭和33年(1958年)からとされている[1]。

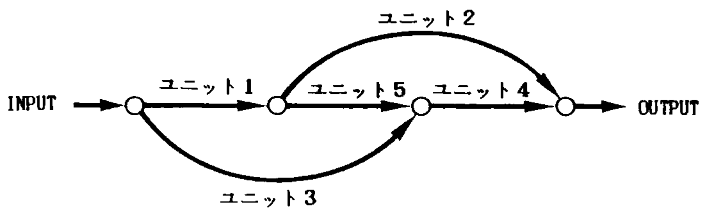
1960 年代になると信頼性解析法は，マーキュリー計画やジェミニ計画等を通じて発展を遂げ，信頼性グラフ解析(Reliability Graph Analysis, RGA)として確立された。信頼性グラフ解析では，システムの信頼度とシステムを構成するユニットの信頼度との関連を，信頼性グラフあるいは信頼性ブロック図(Reliability Block Diagram)と呼ばれる有向グラフを利用し，そのインプット，アウトプット2点間の連結性を解析する。このRGAの基礎となっている理論は，コヒーレントシステム理論(Coherent System Theory)あるいはコヒーレント構造理論(Coherent Structure Theory)とよばれているものである[5)-7)]。信頼性グラフの一例を図2-2-1に示す。信頼性グラフによる表現では，システム全体の信頼度は，図上矢印の向きにたどったとき，インプットとアウトプットを結ぶ少なくとも1つの通路のなかに含まれるすべてのユニット(パスセットあるいはタイセットとよばれる)が所期の機能どおりに働く確率として定義される[7]。図2-2-1の例では，ユニットの組合せ{1,2}，{1,5,4}，あるいは{3,4} のうちいずれかが同時に機能するとき，システム全体が機能することを表している。このように，RGAではグラフ理論を用いて信頼性を表現する。道路網もグラフ理論を用いて記述できるため，信頼性グラフ解析と道路網信頼性解析とは理論的取り扱いにおいて多くの共通点を有するのが特徴である。

RGAが，おもに電気，電子あるいは機械工学関係の信頼性技術者によって推進発展されてきたのに対し，おもに安全工学技術者によって発展展開されてきた方法がフォールトツリー解析(Fault Tree Analysis, FTA)である。FTAは，1961年ベル電話研究所にてミニットマンミサイル打上げ制御システムの安全性解析に用いられたのが最初であり，以後は航空宇宙産業をはじめ原子炉あるいは化学プラントなどの大規模システムの安全性解析を行う方法として推進され，大きな効果をあげるようになった[7]。

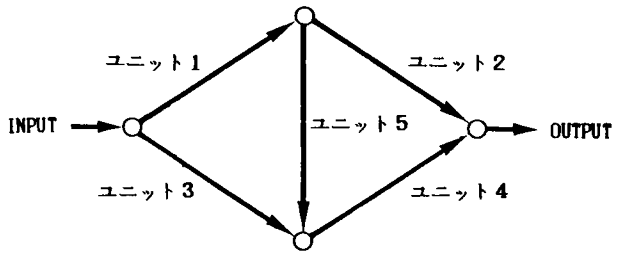
FTAでは，図2-2-2に示すようなFT図をもとに，頂上事象と呼ばれるシステムの特定の故障と，基本事象と呼ばれる原因との関連をブール論理によって解析する。この例では，記号①～⑤は，図2-2-1でのユニット1～5がそれぞれ故障するという基本事象を表している。したがって，図2-2-2の頂上事象は図2-2-1のシステム全体が故障するという事象に対応しており，図2-2-1の双対な表現となっている。

2.2.2 エレクトロニクス・機械システムにおける信頼性解析の考え方

以上述べたように，システム信頼度とユニット信頼度との関連を解析する信頼性解析方法には，RGA，FTAの2方法が存在する。道路網も，リンク等のユニットから構成されるシステムであることから，道路網信頼性解析においてもこれら既存の信頼性解析法との共通点が見出せるであろう。そのため，本項では，RGAやFTAが本来対象としてきたシステムと道路網システムとの特性を比較する。さらに，RGAとFTA，どちらの方法が道路網信頼性解析に有用であるかを吟味する。



(a) 信頼性グラフの例（その1）



(b) 信頼性グラフの例（その2）

図2-2-1　信頼性グラフの例

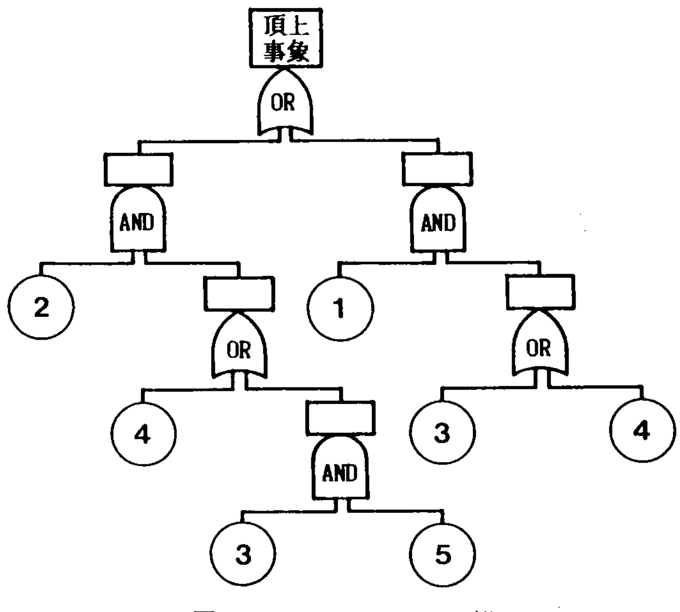


図2-2-2　　ＦＴの例

まず最初に，ＲＧＡやＦＴＡにおける対象領域と道路網とを比較すると，その特性の相違は以下のとおりであると考えられる。

(1) 信頼性工学や安全工学における信頼性解析の数学的記述では，個々のユニットの故障が統計的に独立であることを仮定している。道路網では，リンク上での事故・工事・諸災害については独立性を仮定できるが，これらの障害や自然渋滞によって迂回交通が発生し，他のリンクにおいて従属的な混雑や渋滞を引き起こすことが考えられる。したがって，リンクの信頼性について必ずしも厳密な意味での独立性が成立しない点が道路網の特徴である。しかしながら，リンクの信頼性を近似的に独立とみなせる場合に限定した信頼性解析は，実用的観点から有用であると考えられる。本研究は，この立場に立ってなされている。

なお，信頼性工学の分野では，多少の従属性を考慮した故障の取り扱いは，長期にわたって蓄積された経験と技術者の工学的判断による数値計算上での補正で行われている[8]。あるいは，ある程度の独立性が確保されれば近似的に独立性を仮定して信頼性解析を行っているようである。近年になって，従属故障の信頼性解析研究が進展し，いくつかの手法も提案されているが，適用可能な従属故障のタイプも限定されている[9]。従属性を伴う信頼性解析は，今後の研究進展に期待されるところが大きく，道路網においても今後の重要な課題になると考えられる。

(2) 信頼性工学では電信電話網の回路に代表されるように，2点間がとにかく連結しておれば，相当な大回りの経路も許容される。しかし道路網の場合は，交通の経路が利用者の交通行動に依存するため，ある経路が通行不可能になっても無限長の迂回はしないという性質がある。このことは，道路網においては選択経路の考慮がきわめて重要であることを示している。

(3) エレクトロニクス・機械システムにおける信頼性解析では考慮の対象であるシステム信頼性が単一である。これは，システムを信頼性グラフで記述した場合，特定の入力・出力の2点間信頼度を扱うことを意味している。これに対し，道路網にはマルチコモディティフローの性質があり，これは多点間の信頼度を同時に考慮する必要があることにほかならない。したがって，道路網では，上述のシステムのように2点間信頼度のみを論ずるのでは不十分である。さらに，道路網では一部のＯＤペアが交通移動不能の状態になっていても，他の部分は生き残って機能している場合があり，マルチコモディティフローであることが信頼性解析を複雑にしている。このように，道路網では，多数のＯＤペアが存在しても容易に適用できる信頼性解析法が必要となる。

(4) 要求される解精度に相違がある。エレクトロニクス・機械システムの分野で対象とする通常のシステムでは使命達成要求がきわめて高く，ユニットが高信頼度，したがってシステムの信頼度も非常に高いので，ＲＧＡではシステム信頼度がきわめて1に近い数値を取り扱う。すなわち，故障は延べ数百万時間の使用に対して僅か1回程度といった稀現象に属する[10]。さらに，このようなシステムでは，システムの故障がすぐさま故障や災害に直結するような場合もあるので，求めようとする信頼度についてきわめて高い精度が要求される。例えば，アポロ計画などでは，テンナインすなわち，0.9999999999と

いうような信頼度が問題にされる[11]。 これに対して道路網の信頼性の場合には，このような高精度は必要ではなく，有効数字にしてせいぜい小数点以下2～3桁程度で十分であると考えられる。その理由としては，利用目的が長期的にみた道路計画や運用管理のための道路網整備水準の評価であることから高精度の信頼度を必要としないこと，ユニットであるリンクの信頼度を厳密に与えることが困難であることなどが挙げられる。

(5) 通信・電気ネットワークは1ノードに多数のリンクが接続され，複雑な非平面グラフであることが多い。これに対し，道路網の場合は，一般にネットワークが地上に構成されているため，ネットワークが大規模になっても平面グラフとして記述できる。本研究では，ネットワークの信頼性解析の際，オリジナルネットワークに対する双対ネットワークを必要とする。双対ネットワークは，平面グラフに対してのみ定義できる[12]ので，平面グラフの性質は道路網信頼性解析にとって有効となる。このことから道路網では，ノード間が3次元的に接続されるような複雑な状態を考慮せずにすむため，比較的単純な解析が可能となる。

以上述べたように，信頼性工学や安全工学での対象システムと道路網システムとでは多くの重要な相違点があるため，道路網信頼性解析ではその交通工学的諸特性に合致した解析法が必要となる。

前項でも述べたように，信頼性解析法にはRGAとFTAによる方法が存在する。 次にこの両者を比較し，道路網への適用性を考察する。

RGAとFTA両者はまったく独自に発達してきたものであるが，その間には双対的な関係があり，数学的記述では共通する部分が多い[13]。しかし両者の大きな相違点は，RGAが主としてシステムが機能するためのプロセス(信頼性)を記述するのに対して，FTAは故障の原因解析がその本来の目的であり，主としてシステムが故障に至るまでのプロセス(不信頼性)を表現するのに適している点にある。したがって，本研究で考察する道路網信頼性解析では，RGAの方が適切であると考えられる。さらにRGA，道路網両者とも，システムの表現方法がともにグラフ理論を基礎としていることから共通点が多いことも有用となっている。またFTAにおいて，1つのFT図は，1つの頂上事象(システムの一故障形態)にしか対応しないので，道路網信頼性解析においては，ODペアの数だけFT図が必要となる。道路網の信頼性解析では，ODペアが変わっても同一のネットワーク表現を利用する方が便利であるので，この点でもRGAによる解析方法が有効となる。

2.2.3 ライフラインネットワークでの信頼性解析の考え方

土木工学の分野では，防災関係研究者を中心に，地震時のライフラインを対象に信頼性解析が早くから研究されており，相当な蓄積と進展がなされている。ここでは，電力・通信網やパイプライン，ガス・水道管網等のライフラインネットワークと道路ネットワークとの信頼性解析を比較・考察する。なお，ライフラインでは**2.2.2**で述べたエレクトロニクス・機械システムでの信頼性解析と類似した点も多い。

すなわち，地震時等におけるネットワークの損壊を対象とするため，ネットワーク構成要素の損傷は独立であると考えられる点，またある経路が不通になっても相当な迂回ルートが許容される点である。また，要求される解精度がそれほど高くないこと，また以下に述べるように多点間の信頼度を同時に考慮する必要があること等，道路網との共通点も存在する。

ライフラインネットワークの信頼性解析と道路ネットワークの信頼性解析との主な相違点は以下のとおりであると考えられる。

(1) 前項での比較と同様，ここでも経路の選択問題が存在する。ライフラインネットワーク，特に電力網や通信ネットワークでは，本来の経路が利用不能となった場合は相当な迂回経路でも許容される。例えば，電話回線は空いている回線があれば，それが相当な迂回経路であっても利用されることが日常的であるとされている。しかし，交通の場合は，ある経路が不通になっても長距離の迂回はせず，迂回をするにしてもその経路は限定されるという特殊性がある。また，リンクに容量がある点では共通であるが，経路選択が利用者の意志に委ねられているため交通混雑や迂回交通が発生したり，利用者はユーザ均衡という個別最適原理で行動するため，システム最適を実現するための制御が困難であるという問題がある。したがって，ライフラインネットワークより信頼性解析が複雑となる。

(2) ライフラインネットワークでは，輸送物の供給点および需要点が一般に複数であるから，多点間の信頼性を考察の対象とする必要がある。この多点間の信頼性を問題とする点で，ライフラインネットワークの信頼性解析は，信頼性工学での信頼性解析より道路網の信頼性解析に類似した性質を有しているといえる。しかし，ライフラインネットワークでは，ノードが需要ノードと供給ノードとに明確に分離されている点で交通ネットワークと異なっている(通信ネットワークは双方向通信が行われる点で少し特殊である)。さらに，供給ノードと需要ノードとの間で輸送量の連続条件が成立しておればよい。これらは例えば，電力網や水道網で，1対多(供給点対需要点)の連結性を解析する場合を考えれば理解できる。これに対し，道路網ではＯＤ交通量が存在する点でこれらのシステムと大きく相違している。すなわち，道路網では，交通の発生と集中が同一ノードで同時に行われ，ＯＤ交通量それぞれに対し起終点が存在するため，ＯＤ毎に信頼性を考慮しなければならない点に大きな相違点が存在する。

2.3 道路網における信頼性解析の考え方

道路網信頼性解析では，交通工学的諸特性に合致した評価解析法の確立が重要となる。前節で考察したように，道路網の信頼性解析が他の一般システムと異なる主要な点は，次の3点に要約される。

(1) 交通の経路を考慮する必要がある。

(2) 多数のＯＤペアの信頼性を対象とする必要がある。

(3) 要求される精度はそれほど高くない。

これらの相違点は，以下に述べるように，本研究における道路網信頼性解析の考え方と密接に関係している。

本研究では，道路網の形状比較や都市間比較を通じて，将来の道路網計画のための道路網整備水準指標や，運用管理のための計画情報を，信頼性の観点から計量化することを目的としている。その指標は道路網のサービス水準評価の一環であり，したがって本研究では，災害時を対象とするよりは平常時を対象とした信頼性解析に重点をおいている。

道路網信頼性の研究は，これまで災害時に対してはかなり蓄積があり進展がなされているが，平常時の信頼性についてはほとんど手がつけられていない。平常時の信頼性解析と災害時の信頼性解析では基礎となる信頼性解析方法は同一であり，その意味では本質的に変わりはない。しかし，災害時には，出発地と目的地とが連結されているかどうかがまず第一の関心事であり，交通も極端な迂回を行う。また，交通現象も平常時と大きく異なるであろうから，ＯＤパターンも大きく変化すると考えられる。これに対し，道路網の日常的なサービスレベルを評価する場合には，平常時の交通挙動をベースとすることが必要で，そのためには「日常的な経路選択行動に基づいた信頼性評価」が必要である。このため，(1)で述べた経路の考慮の必要性は重要である。

次に，(2)で述べたＯＤ間の信頼性解析への対処法を述べる。道路網の信頼性解析の研究では，多点間信頼度をグラフ理論でいうツリー形成を基礎に論じたものが存在する。これは，ノード間がトリップ長に関係なく，単に連結されておればよいという考え方である。この考え方は，災害時には有効な考え方であるが，平常時では交通は最短経路を選択するので，(1)でも述べたことから不適切であると考えられる。したがって，平常時の信頼性解析は，日常的な経路選択行動に基づいて２点間信頼度を基本に考えることが重要となる。そして，多点間の信頼性解析は，多数の２点間信頼度を総合的に捉えることで対処が可能である。いいかえれば，多点間信頼度をツリー構造の連結信頼度と捉えるのではなく，道路網全体での信頼性評価と捉えて解析することが平常時信頼性解析では重要であると考えられる。このことからも，２点間信頼度をできるだけ簡便に求める方法の開発が肝要であると考えられる。

(3)より，道路網の場合には高精度の信頼性解析は特に要求されていないため，他のシステムよりも大胆な解析を行える余地があるといえる。第３章，第４章でも述べるように，信頼度の厳密値を求めるためにはきわめて多量の計算が必要となる。しかしながら，道路計画等での実用上の精度を重視するならば，大量の時間と労力を使って厳密な計算手法を用いる意義は少なく，信頼度の厳密値の獲得にはこだわることはないと考えられる。したがって，多少精度を犠牲にしても，簡便な方法で有効な近似値を算出することができれば，その方が利用価値が高いと考えられる。このことは，２点間信頼度をできるだけ簡単に求めようとする(2)の要求とも合致している。

以上述べたことを基に，本研究での道路網信頼性解析の基本的考え方を以下に述べる。

(1) 道路網を構成するリンクの信頼度を『規定の時点で機能を維持している確率または，ある期間中に機能を維持する時間の割合』，すなわち信頼性工学でいうアベイラビリティ[14]と定義し，過去の統計的データから与件とする。

(2) 道路網の信頼度を，対象とするノード間があるサービス水準以上で連結される確率と定義する。具体的には，円滑領域でのサービス水準を考える。

(3) 道路網は定常な状態を想定し，渋滞等の時間的推移は考慮しない。つまり，ある故障経路の他の経路への影響，および，道路機能の故障から修復への変化は考慮しない。

以上をもとに，

(4) 道路網を一つのシステムと考え，ネットワークを構成するリンクをユニットと考えて，リンク信頼度およびネットワーク形状を与件としたときのシステム信頼度の解析法を研究する。

(5) 道路網における交通の諸特性を考慮して，効率的でかつ解精度も保証される道路網信頼性解析法の開発とその解法を解明する。

第2章　参考文献

1）塩見　弘：信頼性工学入門, pp. 1−2，丸善, 昭和57年.

2）塩見　弘：信頼性の基礎, pp. 1−3，コロナ社, 昭和50年.

3）Henley, E. J. and Kumamoto, H.: Reliability Engineering and Risk Assessment, pp. 1-2, Prentice-Hall, Inc., 1981.

4）鈴木順二郎・牧野鉄治・石坂茂樹：FMEA・FTA実施法, pp. 1−2，日科技連, 1982.

5）Barlow, R. E. and Proschan, F.: Mathematical Theory of Reliability, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1965.

6）Barlow, R. E. and Proschan, F.: Statistical Theory of Reliability and Life Testing, Holt Rinehart and Winston, Inc., 1975.

7）井上紘一：FTAの基礎理論と数値的解析法, 井上威恭監修, 総合安全工学研究所編『FTA安全工学』, 第2章, pp. 69−70，日刊工業新聞社, 昭和54年.

8）鬼沢武久・菅野道夫：あいまい論理を用いた故障解析, 計測自動制御学会論文集, Vol. 20，No. 6，pp. 498−505，昭和59年.

9）熊本博光：PRA（確率論的リスク評価）ガイド, 日本原子力研究所昭和62年度受託調査『信頼性解析手法の現状調査』調査報告書, pp. 88−100，昭和63年.

10）阿部俊一：システム信頼性解析法, p. 6，日科技連, 1987.

11）前掲 7），p. 70.

12）前田　渡・伊東正安：現代グラフ理論の基礎, pp. 21−23，オーム社, 昭和53年.

13）井上紘一・稲垣敏之：大規模システムの信頼性解析へのグラフ理論の応用, システムと制御, Vol. 20，No. 12，pp. 641−648，1976.

14）前掲 10），pp. 11−12.

第3章　信頼性グラフ解析法の道路網信頼性解析への適用

第３章　信頼性グラフ解析法の道路網信頼性解析への適用

3.1 概説

本章では，道路網のノード間信頼性解析に，信頼性グラフ解析法を適用する方法を考察する。

信頼性グラフ解析（Reliability Graph Analysis, RGA）とは，システム信頼度とシステムを構成するユニット信頼度との関連を，信頼性グラフと呼ばれる有向グラフを利用し，そのインプット，アウトプット２点間の連結信頼度を解析する方法である。一方，道路網はリンク，ノード，信号，料金所，橋梁等から構成される大規模なシステムである。道路網がリンクとノードのみから構成されるとし，信頼度はリンクに対してのみ考えるものとすると，道路網もグラフ理論を用いて記述することができる。他のユニット（ノード，信号等）の信頼度を考える必要がある場合は，そのユニットを等価的なリンクで表現することが可能であり，その取り扱いに本質的な差異はない。したがって，信頼性グラフと道路網とは理論的取り扱いにおいて多くの共通点を有するのが特徴である。

一方，大規模システムでの信頼性解析は一般に膨大な計算量を必要とし，この計算作業は非常に複雑なものとなる。さらに，道路網信頼性解析では，ネットワーク連結性の判断に当たって，運転者の経路選択行動等の交通工学的特性を考慮する必要が生ずる。交通の場合は，電気回路や電話回線と異なり，ある経路が不通になっても無限長の迂回はせず，迂回をするにしてもその経路は限定されるという特殊性があるからである。

したがって，本章では，信頼性グラフ解析法を道路網の信頼性解析に適用する方法を考察し，交通の特性を考慮した新しい近似解析法を提案することを目的としている。以下に，本章の構成を述べる。

第２節では，信頼性グラフ解析に関する基礎的理論の概要を，構造関数およびその構成法を中心に整理する。ここでは，構造関数の構成法として，直列・並列システムの組合せによる方法，分解法による方法，ミニマルパス・カットによる方法等を紹介する。そして，道路網がネットワーク表現されていることから，そのオリジナルな表現を直接利用できるミニマルパス・カットによる方法が適切であることを示す。

第３節では，システム信頼度の厳密値の計算法を整理する。ここでは，従来から提案されてきた種々の計算法を紹介し，その利害得失を分析，道路網への適用性を考察する。さらに，システムが大規模になると，いずれの方法も計算時間や記憶容量の制約から，計算実行が困難となることを示す。

第４節では，厳密値の計算が困難な場合に有効となる近似計算法を考察する。ミニマルパス・カットを用いた信頼度の近似計算法を分類整理した後，道路網の信頼性解析に有効な方法を考察する。ここでは，ノード間のミニマルパス・カットをすべて利用するか，部分的なミニマルパス・カットを利用するかで近似計算法を分類整理する。システムが大規模になると，２点間のミニマルパス・カット総数も膨

大なものとなるため，部分的なミニマルパス・カットの選択に基づく信頼度計算法が有効であることを示す。さらに，交通の場合には，上述のように，利用経路を限定することができるため，この方法が道路網信頼性解析に合致していることを示す。さらに，この方法には，ブール演算による方法と非ブール演算による方法とがあることを示し，その近似値の特性を考察する。簡単なネットワークに対して計算例を示す。

最後に第5節では，ブール演算による方法，非ブール演算による方法はいずれも，ミニマルパス・カットの選択次第で，実用的な信頼度計算法となることを示し，各計算法を詳細・具体的に検討する第4章以降の展開を述べる。

3.2 システムの信頼性と信頼性グラフ解析

3.2.1 構造関数と信頼度

信頼性(reliability)とは，系，機器，部品などの，機能の時間的安定性を表す度合または性質と定義される。また，信頼度(reliability)とは，系，機器，部品などが，規定の条件の下で意図する期間中，規定の機能を遂行する確率と定義される。信頼度の定義は製品の信頼性を定量化して確率で表したものである[1]。

信頼性解析では，比較的多数の要素(部品)より構成される機器，装置を総称してシステムとよび，構成要素をユニットとよぶ。ユニット，システムには，機能(動作)(functioning)，故障(failed)の2状態だけが定められているとする。ユニット a に対し，二値変数 x_a を次のように定義する。すなわち，

$$x_a = \begin{cases} 1, & \text{ユニット } a \text{ が機能しているとき,} \\ 0, & \text{ユニット } a \text{ が故障しているとき.} \end{cases} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3.2.1)$$

ユニットの数を l とし(l をシステムのオーダーという)，システムの状態をベクトル，

$$\boldsymbol{x} = (x_1, x_2, \cdots, x_l), \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3.2.2)$$

で表す。このベクトルをシステムの状態ベクトルという。ユニットと同様に，システムの状態 ϕ は $\boldsymbol{x}$ を用いて次のように定義できる。

$$\phi(\boldsymbol{x}) = \begin{cases} 1, & \text{システムが機能しているとき,} \\ 0, & \text{システムが故障しているとき.} \end{cases} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3.2.3)$$

式(3.2.3)で定義した関数 $\phi(\boldsymbol{x})$ を，構造関数(structure function)とよぶ。構造関数は，システムの構造によりその関数形が決まり，システムの機能・故障状態を各ユニットの機能・故障状態を表す状態ベクトルを用いて知ることができる。なお，構造関数 $\phi(\boldsymbol{x})$ が，

(i) 各ユニット a ($a=1, \cdots, l$) が，$\phi(\boldsymbol{x})$ に関連している，

（ⅱ） $\phi(\boldsymbol{x})$は各変数x_a（$a=1, \cdots, l$）に関して非減少である，

性質をもつシステムを，コヒーレント・システムといい[2]，以下では特に断わらない限り，システムというときはコヒーレント・システムを対象とする。

システムの信頼度は次のように求める。構造関数が$\phi(\boldsymbol{x})$であるシステムの信頼度をR，各ユニットの信頼度をr_aで表す。各ユニットに対し確率変数X_aを，

$$X_a=\begin{cases} 1, & \text{ユニット}\,a\,\text{が機能しているとき,} \\ 0, & \text{ユニット}\,a\,\text{が故障しているとき,} \end{cases} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3.2.4)$$

で定義すると，

$$Pr\{X_a=1\}=r_a, \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3.2.5)$$

$$Pr\{X_a=0\}=1-r_a, \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3.2.6)$$

であり，

$$\begin{aligned} \mathrm{E}[X_a] &= 1\times Pr\{X_a=1\}+0\times Pr\{X_a=0\} \\ &= r_a, \end{aligned} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3.2.7)$$

である。確率変数X_aからなるベクトル，

$$\boldsymbol{X}=(X_1, \cdots, X_l), \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3.2.8)$$

を定義すると，システムの機能，故障は，構造関数$\phi(\boldsymbol{x})$を用いて，確率変数$\phi(\boldsymbol{X})$で表され，システム信頼度は，

$$R=Pr\{\phi(\boldsymbol{X})=1\}=\mathrm{E}[\phi(\boldsymbol{X})], \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3.2.9)$$

で与えられる。

以上は信頼性グラフ解析における定義や表記法である。これを交通ネットワークに適用するには，ユニットをネットワークのリンクに対応させ，システムを２点間の通行可能性に対応させる。このようにすれば，交通ネットワークの信頼性解析を信頼性グラフ解析と同等に取扱うことができる。

3.2.2 構造関数の構成法

システムの信頼度を求めるには，構造関数が必要である。ここでは，構造関数の構成法について述べる[3]。

(1) 直列・並列システムの組合せによる方法

システムが図3-2-1，２のような直列システム，並列システムの場合，構造関数は次式で与えられる。

$$\phi(\boldsymbol{x}) = \prod_{a=1}^{l} x_a, \text{ 直列システムの場合,} \qquad \cdots\cdots\cdots (3.2.10)$$

$$\phi(\boldsymbol{x}) = \coprod_{a=1}^{l} x_a \equiv 1 - \prod_{a=1}^{l} (1 - x_a), \text{ 並列システムの場合.} \qquad \cdots\cdots\cdots (3.2.11)$$

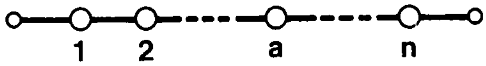


図3-2-1　直列システムのモデル

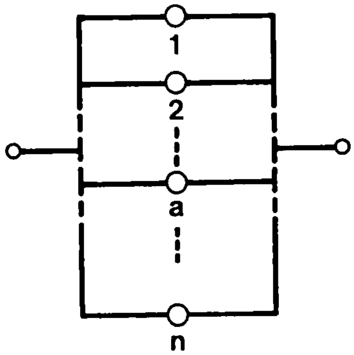


図3-2-2　並列システムのモデル

ここに，演算記号$\prod$，$\coprod$は，それぞれ論理積（AND結合），論理和（OR結合）を表している。そして，システムが直列・並列の組合せで表現できる場合には，構造関数は式(3.2.10),(3.2.11)の組合せで構成できる。また，システム内のいくつかのユニットの組が1つのコヒーレント・システムを形成するとみなせる場合，この組をモジュールといい，システムがモジュールの直列・並列の組合せで表現できる場合にも，構造関数は同様に構成できる[3]。しかし，システムの構造が直列・並列の組合せで表現できるのは特殊な場合であり，一般の場合には，以下の方法で求められる。

(2)　分解法

次の恒等式を利用する。

$$\phi(\boldsymbol{x}) = x_a\,\phi(1_a, \boldsymbol{x}) + (1 - x_a)\,\phi(0_a, \boldsymbol{x}). \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3.2.12)$$

$\phi(1_a, \boldsymbol{x})$，$\phi(0_a, \boldsymbol{x})$はそれぞれ，ユニット$a$が機能しているとしたシステム，故障しているとしたシステムの構造関数を示している。この式によりオーダーlの構造関数を，オーダー$(l-1)$の構造関数で表現することができる。直・並列型のように，その構造関数が容易に計算できるような，より小さな規模のシステムが得られるまで式(3.2.12)を繰り返し適用すればよい。

例えば，図3-2-3のブリッジ型システムでは，まず$a=5$とすると，$\phi(1_5, \boldsymbol{x})$に対応するシステムは図3-2-4のようになる。これは直並列型システムであるから，

$$\phi(1_5, \boldsymbol{x}) = \{1 - (1 - x_1)(1 - x_3)\}\{1 - (1 - x_2)(1 - x_4)\}, \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3.2.13)$$

となる。同様に$\phi(0_5, \boldsymbol{x})$に対応するシステムは

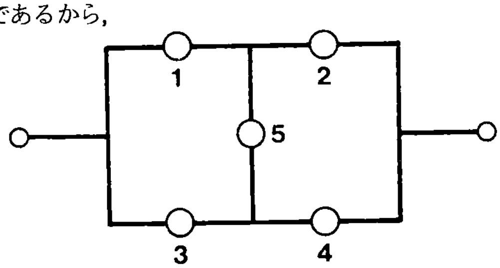


図3-2-3　ブリッジ型システム

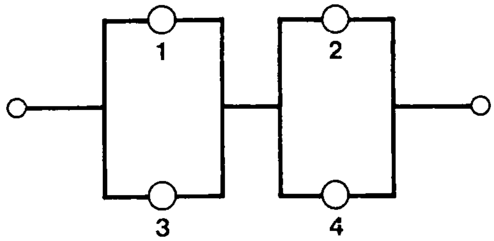


図3-2-4　$\phi(1_5, \boldsymbol{x})$に対応するシステム

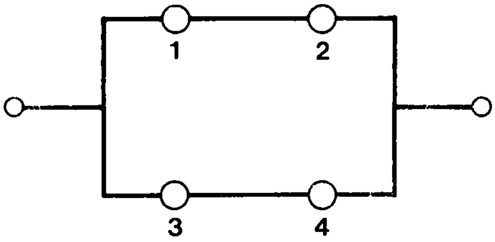


図3-2-5　$\phi(0_5, \boldsymbol{x})$に対応するシステム

図3-2-5のようになる。これは，並直列型システムであるから，

$$\phi(0_5, \boldsymbol{x}) = 1-(1-x_1 x_2)(1-x_3 x_4), \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3.2.14)$$

となる。したがって，式(3.2.12)～(3.2.14)より，

$$\phi(\boldsymbol{x}) = x_5\{1-(1-x_1)(1-x_3)\}\{1-(1-x_2)(1-x_4)\}$$
$$+(1-x_5)\{1-(1-x_1 x_2)(1-x_3 x_4)\}, \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3.2.15)$$

となる。このように図3-2-3のシステムは，直列－並列構造に等価変換され，構造関数の構築が容易となる。

分解法を適用することでシステムが直列－並列構造に分解される場合，本手法では著しい効果がある。しかし，複雑なシステムでは，分解法を繰り返し適用する必要があること，またシステムの構造を等価変換させるための機械的な処理が困難なことなどが問題点として考えられる。

(3)　ミニマルパス・ミニマルカットによる方法

最初に，ミニマルパス集合とミニマルカット集合を定義する[4]。ミニマルパス集合とは，システムの入力から出力への経路を構成するユニットのうちどれか1つでも故障になるとシステムが故障となり，すべてが機能してはじめてシステムの機能を保証するような部分集合である。これは直列型システムに対応する。ミニマルカット集合とはそれに属するすべてのユニットが故障すれば確実にシステムが故障となり，そのうちの1つでも機能状態となると，それに属する他のすべてが故障していても必ずしもシステム故障とはならないような部分集合である。これは並列型システムに対応する。

例えば，図3-2-6のブリッジ型ネットワークでは，ノードペア(A,B)間のミニマルパスは，

$\{1, 2\}, \{3, 4\}, \{1, 5, 4\}, \{3, 5, 2\},$

であり，ミニマルカットは，

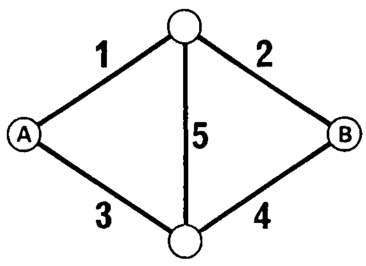


図3-2-6　ブリッジ型ネットワーク

$\{1, 3\}$, $\{2, 4\}$, $\{1, 5, 4\}$, $\{2, 5, 3\}$,

である。これらを用いてシステムを表現したものが図3-2-7である。

いまシステムを構成するミニマルパス，カットの総数をそれぞれp, kとし，ミニマルパスをP_1, P_2, …，P_p，ミニマルカットを$K_1, K_2, \cdots, K_k$で表現する。

ミニマルパスP_sの構造関数$\alpha_s(\boldsymbol{x})$は直列型システムであるから，

$$\alpha_s(\boldsymbol{x}) = \prod_{a \in P_s} x_a, \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3.2.16)$$

とかけ，システムはミニマルパス$P_1, P_2, \cdots, P_p$の並列型システムであるので，システムの構造関数は，

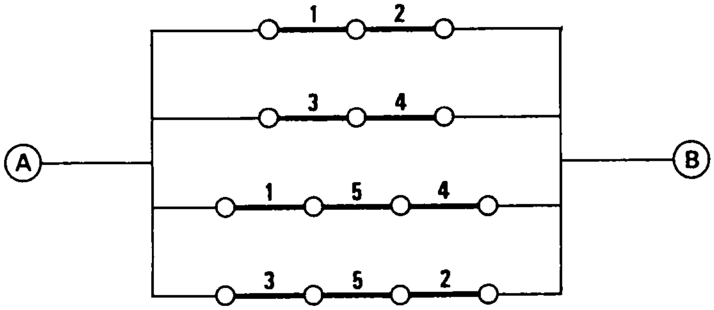
$$\phi(\boldsymbol{x}) = \coprod_{s=1}^{p} \alpha_s(\boldsymbol{x}) = \coprod_{s=1}^{p} \prod_{a \in P_s} x_a \equiv 1 - \prod_{s=1}^{p} \left(1 - \prod_{a \in P_s} x_a\right), \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3.2.17)$$

となる。

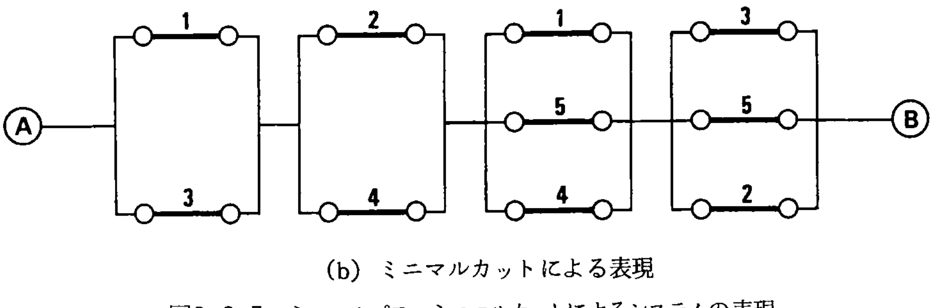
同様に，ミニマルカットK_sの構造関数$\beta_s(\boldsymbol{x})$は並列型システムであるから，

$$\beta_s(\boldsymbol{x}) = \coprod_{a \in K_s} x_a \equiv \left\{1 - \prod_{a \in K_s} (1 - x_a)\right\}, \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3.2.18)$$

とかけ，システムはミニマルカット$K_1, K_2, \cdots, K_k$の直列型システムであるので，システムの構造関数は，



(a) ミニマルパスによる表現



(b) ミニマルカットによる表現

図3-2-7　ミニマルパス・ミニマルカットによるシステムの表現

$$\phi(\boldsymbol{x})=\prod_{s=1}^{k}\beta_s(\boldsymbol{x})=\prod_{s=1}^{k}\ \coprod_{a\in K_s}x_a\equiv\prod_{s=1}^{k}\left\{1-\prod_{a\in K_s}\left(1-x_a\right)\right\}, \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3.2.19)$$

となる。

この方法では，ミニマルパス・カットの探索を必要とするが，(1),(2)のようなシステムの等価変換が不要であり，オリジナルなシステムの構造をそのまま利用できる利点がある。道路網では，多数のＯＤペアを対象とする必要があるので，ネットワーク形状をＯＤペア毎に等価変換する必要がなく，ミニマルパス・ミニマルカットを用いたこの方法が適切であると考えられる。なお，本論文中では，ミニマルパス・カットを簡単のためにパス・カットを略記することもある。

3.3 システム信頼度の厳密値の計算法

3.2.1 において，信頼度Rは，構造関数の期待値，すなわち，

$$R=\mathrm{E}[\phi(\boldsymbol{X})], \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3.3.1)$$

で与えられることを示した。本節では，信頼度の具体的計算法を構造関数を利用しない方法とともに述べ，あわせて道路網での利用可能性を考察する。

(1) 直列・並列システムの組合せによる方法

システムが直列システム，並列システムの場合，式(3.2.10),(3.2.11) と同様にシステム信頼度は次のように与えられる。

l ユニット・直列システムに対しては，

$$R(\boldsymbol{r})=\mathrm{E}\left[\prod_{a=1}^{l}X_a\right]=\prod_{a=1}^{l}r_a, \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3.3.2)$$

l ユニット・並列システムに対しては，

$$R(\boldsymbol{r})=\mathrm{E}\left[1-\prod_{a=1}^{l}\left(1-X_a\right)\right]=1-\prod_{a=1}^{l}\left(1-r_a\right)=\coprod_{a=1}^{l}r_a, \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3.3.3)$$

と書ける。システムが直列・並列の組合せで表現される場合には，式(3.3.2),(3.3.3) を組み合わせてシステムの信頼度を求めることができる。

この方法は簡単である反面，欠点は，直列－並列でないシステムには適用できないこと，および図3-2-7 のように同一要素が信頼性グラフの中に２度以上現れると誤った結果を与えることである[5]。道路網では，対象とするノード間がよほど単純な形状でない限りこの方法を適用できない。

(2) 分解法と事象空間法

これはベイズの定理，すなわち，

$$Pr(A)=Pr(A|B)Pr(B)+Pr(A|\bar{B})Pr(\bar{B}), \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3.3.4)$$

を利用した方法であって，考え方は構造関数を求める際の分解法と同じであり，次式を利用する。

$$R(\boldsymbol{r})=Pr\{X_a=1\}R(1_a,\boldsymbol{r})+Pr\{X_a=0\}R(0_a,\boldsymbol{r}). \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3.3.5)$$

ここに，$R(1_a,\boldsymbol{r})$は，ユニットaが機能しているとした場合のシステム信頼度であり，$R(0_a,\boldsymbol{r})$は，ユニットaが故障している場合のシステム信頼度である。構造関数を計算する場合と同様に式(3.3.5)を繰り返し適用し，直列・並列あるいはその組合せで表限できる規模の小さなシステムまで分解できれば，システム信頼度は計算できる。

式(3.3.5)を，個々のユニットにまで分解するよう繰り返し用いると，

$$R(\boldsymbol{r})=\sum_{\boldsymbol{x}}\left\{\phi(x_1,\cdots,x_l)\times\prod_{a=1}^{l}r_a^{x_a}(1-r_a)^{1-x_a}\right\}, \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3.3.6)$$

となる。ここで$\boldsymbol{x}$についての和は$\boldsymbol{x}$のとりうるすべて，すなわち2^l個のベクトルについてとられる。式(3.3.6)を利用する方法は事象空間法[6]（あるいは数え上げ法，総当たり法）とよばれ，システムの故障に関する真理値表を利用する概念的にはたいへん直截的な方法である。

前節でも述べたように，システムが直列－並列構造に分解される場合，分解法は著しい効果がある。しかし，もとのシステムを，構造関数の構築が容易な，より簡単なシステムへと等価変換しなければならない。さらに，複雑なシステムではシステムの等価変換を繰り返す必要があること，またその等価変換の機械的な処理が困難なことなどが問題点として考えられる。道路網では，複数のＯＤ間の信頼性を考慮する必要があり，ＯＤペア毎に分解法を行う必要が生ずるので，システムの等価変換をせずに，オリジナルなシステムの構造をそのまま利用できる方が有用であろう。したがってこの方法は，信頼度を求めようとするノードペア数が少なく，かつ等価変換が容易なネットワーク形状の場合での適用に限定されると考えられる。

事象空間法は，簡単にシステム信頼度の厳密値が求められること，計算機向きであることが長所である。ただし，式(3.3.6)から明らかなように，真理値表を得るためには構造関数が必要であり，システムの機能・故障の判定のための何らかの構造関数あるいはアルゴリズムを援用する必要がある。欠点としては，ユニット数の増加に伴い事象数も膨大(ユニット数がlならば事象数は2^l個となる）となり，計算実行が困難になること，およびその際，信頼度計算の過程で桁落ち現象が発生して精度が低下する可能性があること等である。道路網の規模が小さい場合は有効な方法であると考えられる。

(3) ミニマルパス・カットと含意排他公式による方法[7]

ミニマルパスP_sのすべての要素が機能する事象をE_sと表す。少なくとも１つのミニマルパスが機能

すればシステム全体は機能するから，システム信頼度Rは，

$$R=Pr\left\{\bigcup_{s=1}^{p}E_s\right\}, \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3.3.7)$$

で与えられる。これは，ベン図で記述される論理和(記号$\cup$で表現している)の期待値を求める方法である。これを含意排他公式(Inclusion-Exclusion Formula)で展開すれば，

$$R=\sum_{s=1}^{p}Pr\{E_s\}-\sum_{s=1}^{p}\sum_{t>s}^{p}Pr\{E_s\cap E_t\}+\sum_{s=1}^{p}\sum_{t>s}^{p}\sum_{u>t}^{p}Pr\{E_s\cap E_t\cap E_u\}$$
$$+\cdots\cdots+(-1)^{p-1}Pr\left\{\bigcap_{s=1}^{p}E_s\right\}, \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3.3.8)$$

となる。

ミニマルカットにも同様の表記法を適用し，ミニマルカットK_sのすべての要素が故障する事象をE_sとする。少なくとも1つのミニマルカットが生ずればシステム全体は故障となるから，システムが故障となる確率(不信頼度)Fは，

$$F=Pr\left\{\bigcup_{s=1}^{k}E_s\right\}, \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3.3.9)$$

で与えられる。同様に，

$$F=\sum_{s=1}^{k}Pr\{E_s\}-\sum_{s=1}^{k}\sum_{t>s}^{k}Pr\{E_s\cap E_t\}+\sum_{s=1}^{k}\sum_{t>s}^{k}\sum_{u>t}^{k}Pr\{E_s\cap E_t\cap E_u\}$$
$$+\cdots\cdots+(-1)^{k-1}Pr\left\{\bigcap_{s=1}^{k}E_s\right\}. \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3.3.10)$$

システム信頼度Rは，

$$R=1-F, \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3.3.11)$$

で与えられる。

この方法では，ミニマルパス・カットが求められればどのようなシステムにも適用できるので，分解法のようにシステムの構造を等価変換させる必要がなく，そのままのシステムの構造で信頼度を計算できる長所がある。計算量も，事象空間法が2^l(lはユニット数)に比例する計算時間を必要とするのに比較すると少なくてすむ。

一方，この方法は式(3.3.8)，(3.3.10)を用いて計算するが，2点間のすべてのミニマルパス・カットが必要となる点に計算上の困難が存在する。すなわち，システムが大規模になるとパス・カットの数が増加する。式(3.3.8)，(3.3.10)での項の数は2^p-1，2^k-1で与えられ，この計算過程では，事象の論理積に関するブール演算($E_s\cap E_s=E_s$)が必要となる。したがって，ミニマルパス・カット数の増加とともに計算量が指数級数的に増大する。また，各項のリスティングに多大の時間がかかることが報告されてい

る[8]。ミニマルパスの数がミニマルカットの数より小さい場合はミニマルパスを用いて，またミニマルカットの数の方が小さい場合はミニマルカットを用いて計算するのが効率的[9]とされている。

道路網では，一般にネットワーク規模が大きくなるので，ミニマルパス・カット数も増加し，上述の問題が発生すると考えられる。

(4) Fratta・Montanari の方法

Fratta・Montanari[10]は，式(3.3.7)で記述されるような論理和を代数和に変換する興味深いアルゴリズムを提案している。これは式(3.3.7)，すなわち，

$$R=Pr\,[E_1\cup E_2\cup E_3\cup\cdots\cdots]\,, \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\ (3.3.12)$$

は，直接代数和をとることができないので，任意の項，例えば第1項E_1に着目し，

$$R=Pr\left[E_1+\left\{\bar{E}_1\cap\left(E_1\cup E_2\cup E_3\cup\cdots\cdots\right)\right\}\right], \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\ (3.3.13)$$

のように第1項と第2項以下とが排反事象となるように変形すると，排反事象間では代数和をとることが可能となる。ここに，∪，∩は論理和，論理積を表し，＋は代数和を表している。第2項内で直交成分を除去する操作を行う。同様の変形を{ }内が空事象になるまで反復すると，最終的には代数和の成分のみが残る。本アルゴリズムは，この一連の操作により代数和を計算する方法である。

この方法では，(3)と同様，2点間のすべてのミニマルパス・カットが必要となるため，大規模ネットワークでは適用が困難になると考えられる。さらにこの方法では，アルゴリズムの性質上，計算時間や記憶容量がl^N(l：総リンク数，N：反復回数)に比例するために計算過程でブール積の項の数がきわめて多くなり，そのためネットワークの規模がきわめて制約されるのが問題点となっている。

(5) ミニマルパス・カットと構造関数による方法

ミニマルパスによる構造関数は，

$$\phi(\boldsymbol{x})=\coprod_{s=1}^{p}\prod_{a\in P_s}x_a=1-\prod_{s=1}^{p}\left(1-\prod_{a\in P_s}x_a\right), \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\ (3.3.14)$$

で与えられ，ミニマルカットによる構造関数は，

$$\phi(\boldsymbol{x})=\prod_{s=1}^{k}\coprod_{a\in K_s}x_a=\prod_{s=1}^{k}\left\{1-\prod_{a\in K_s}\left(1-x_a\right)\right\}, \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\ (3.3.15)$$

で与えられる。したがってシステム信頼度は式(3.3.1)から，

$$R(\boldsymbol{r})=\mathrm{E}\,[\phi(\boldsymbol{X})\,]=\mathrm{E}\left[1-\prod_{s=1}^{p}\left(1-\prod_{a\in P_s}X_a\right)\right], \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\ (3.3.16)$$

あるいは，

$$R(\boldsymbol{r})=\mathrm{E}\left[\phi(\boldsymbol{X})\right]=\mathrm{E}\left[\prod_{s=1}^{k}\left\{1-\prod_{a\in K_s}(1-X_a)\right\}\right], \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3.3.17)$$

で与えられる。

この方法は，ミニマルパス・カットを用いる点では(3)，(4)と同じであり特徴も似ている。ミニマルパスの数がミニマルカットの数より小さい場合はミニマルパス表現による方法(式(3.3.16))を用いて，またミニマルカット数の方が小さい場合はミニマルカット表現による方法(式(3.3.17))を用いて計算するのが効率的である。また，複数のパスあるいはカット間に共通ユニットが含まれない(すなわち，すべてのユニットは，あるパスあるいはカット中にただ一度だけ現れる)場合には，後述するブール演算が不要なために式(3.3.16)，(3.3.17)は次のように簡単化され，計算も容易となる。すなわち，

$$R(\boldsymbol{r})=1-\prod_{s=1}^{p}\left(1-\prod_{a\in P_s} r_a\right), \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3.3.18)$$

$$R(\boldsymbol{r})=\prod_{s=1}^{k}\left\{1-\prod_{a\in K_s}(1-r_a)\right\}. \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3.3.19)$$

一方，2点間のすべてのパス・カットを必要とする欠点も同一である。式(3.3.16)あるいは(3.3.17)では，式(3.3.18)，(3.3.19)が成立する前提とは異なり，パスあるいはカット間で同一ユニットが複数回現れる場合が一般的であるので，計算過程で確率の重複計算を避けるため，論理積に関するブール演算($X_a \cdot X_a = X_a$)を行う必要がある。式(3.3.16)では項の数は2^p-1で，式(3.3.17)では項の数は2^kで与えられ，ブール演算の回数もこれに比例する(式(3.3.17)では，$Y_a=(1-X_a)$として計算すると効率的である)。したがって，計算量はpやk，すなわちミニマルパスやミニマルカットの数とともに指数的に増大する。なお，次節以降で詳しく述べるが，本方法に基づく近似計算法が存在する。この近似計算法は，(3)，(4)に基づく近似計算法と異なり，すべてのミニマルパス・カットを利用しなくてもすむという長所がある。

3.4 システム信頼度の近似計算法と道路網信頼性解析法

前節までで，道路網の信頼性解析には，システムの等価変換を要しないミニマルパス・カットを用いる方法が有効であることが明らかとなった。同時に，大規模で複雑なシステムに対しては，計算時間や記憶容量の制約から，厳密値を求める計算実行が困難となる問題点も明らかとなった。厳密値の計算が困難な場合，近似値の効率的算出がきわめて重要となる。本節ではこの近似計算法を，2点間のミニマルパス・カットをすべて利用する方法，および部分的なミニマルパス・カットを選択して利用する方法の2つに分類整理して考察する。

3.4.1 すべてのミニマルパス・ミニマルカットを利用する近似計算法

(1) Esary･Proschanの上・下限値

確率変数X_1, X_2, … , X_lが，すべての非減少な二値関数f_1, f_2に対して，

$$\mathrm{cov}\left[f_1(X_1, \cdots, X_l),\ f_2(X_1, \cdots, X_l)\right] \geqq 0, \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3.4.1)$$

が成り立つならば，関連性がある(associated)という。この性質を利用して次の上・下限値が導かれる[11),12)]。なお，上・下限値とは，システムの信頼度がこの値以上でない，あるいはこの値以下でないことを保証する数値である。上限値，下限値をそれぞれU_1, L_1とすると，

$$U_1 = \coprod_{s=1}^{p} \prod_{a\in P_s} r_a = 1 - \prod_{s=1}^{p}\left(1 - \prod_{a\in P_s} r_a\right), \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3.4.2)$$

$$L_1 = \prod_{s=1}^{k} \coprod_{a\in K_s} r_a = \prod_{s=1}^{k}\left\{1 - \prod_{a\in K_s}(1 - r_a)\right\}, \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3.4.3)$$

で与えられ，

$$L_1 \leqq R \leqq U_1, \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3.4.4)$$

となる。これは，Esary･Proschan の上・下限値として知られているものである。

これは，上述のように関連性の概念から導かれたものであるが，形式上は式(3.3.16),(3.3.17) でブール代数による項の整理をせずに，そのままユニットの信頼度r_aを代入すれば，上・下限値が得られることを示している。

このほかに，関連性の概念から導かれる上・下限値には以下のものがある[12)]。

$$L_2 = \prod_{a=1}^{l} r_a \leqq R \leqq \coprod_{a=1}^{l} r_a = U_2, \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3.4.5)$$

$$L_3 = \max_{1\leqq s\leqq p} \prod_{a\in P_s} r_a \leqq R \leqq \min_{1\leqq s\leqq k} \coprod_{a\in K_s} r_a = U_3. \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3.4.6)$$

式(3.4.5)で与えられる上･下限値は，そのシステムの信頼度が，同じユニット数からなる直列型システムと並列型システムの信頼度の中間値であるという意味と解釈できる。しかし，

$$L_2 \leqq L_3 \leqq U_3 \leqq U_2, \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3.4.7)$$

が常に成立するので，式(3.4.6)による上・下限値の方が，式(3.4.5)による上・下限値よりも優れている。

式(3.4.6)で与えられる上･下限値も関連性の概念から導かれたものである。最大の生起確率を与える

ミニマルパスを下限値，最小の生起確率を与えるミニマルカットを上限値とする考え方と解釈できる。この方法では，上・下限値の幅が大きくなり，信頼度が1もしくは0の近傍での利用に限られるという制約がある。

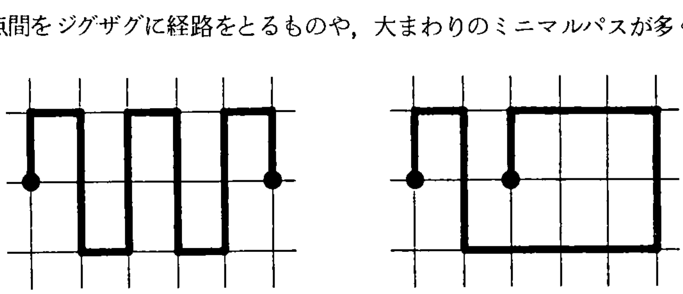
(2)　含意排他公式を利用した上・下限値

式(3.3.8),(3.3.10)を実際に計算するのは多大な計算時間がかかるので，途中の次数の項で打ち切るとシステム信頼度の上・下限値が得られる[13),14)]。すなわち，ミニマルパスに基づく式(3.3.8)では，奇数の次数の項で打ち切ると信頼度Rの上限値を，偶数の次数では下限値を与え，また，ミニマルカットに基づく式(3.3.10)では逆に，奇数次の項で打ち切ると下限値を，偶数次の項で打ち切ると上限値を与える。そして，ミニマルパスに基づく近似式はユニットの信頼度が低い場合，またミニマルカットに基づく近似式はユニットの信頼度が高い場合に高精度の近似を与えるとされている。なお，この上限および下限の列は必ずしも単調に収束するとは限らないが，実際的には数個の上限，下限を計算するだけで十分である場合が多いと報告されている[13)]。

(3)　Fratta-Montanari の方法による上・下限値[15)]

Fratta-Montanariの論文でアルゴリズムBとして提案されている方法である。これは，厳密値計算法としてのアルゴリズムA（**3.3**(4)参照)に対する簡略化計算法である。アルゴリズムAでは，ブール積の項の数が非常に多くなるので，これらのうち算術積に変換するときに確率の小さいものを取り除いてしまおうとするのが，アルゴリズムBの基本的な発想である。ミニマルパスによる計算では下限値が，ミニマルカットによる方法では上限値が得られる。

以上述べたように，2点間のミニマルパス・カットをすべて必要とする近似計算法を分類整理した。しかしながら，これらの方法を実際の道路網に適用するにはいくつかの問題点が生じる。さらにこれらの問題点を考察することによって，道路網にとって望ましい信頼性解析法を考えることができる。まず第1の問題点は，パス・カット数がネットワークの拡大にともなって急増し，信頼度の計算量が膨大となるばかりか，その探索作業すら困難となることである。そして，これらのミニマルパスの中には，図3-4-1に示すように2点間をジグザグに経路をとるものや，大まわりのミニマルパスが多く含まれ，これら

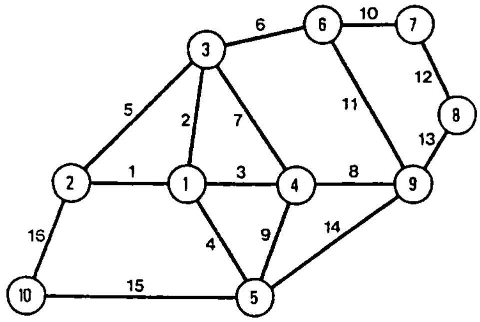


a）ジグザグのミニマルパス　　b）大まわりのミニマルパス

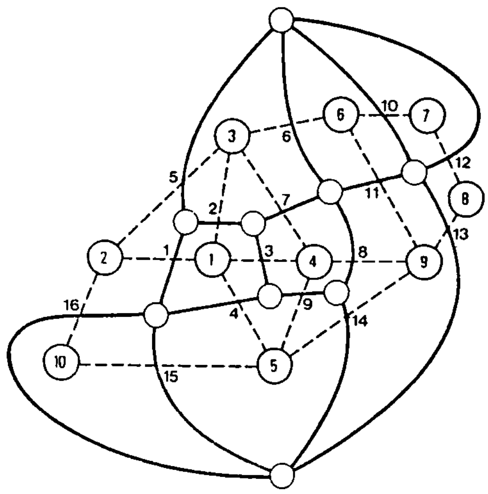
図3-4-1　交通工学的意味の希薄なミニマルパス

のパスに交通工学的意味が希薄であるという問題点がある。つまり，これらのジグザグ状あるいは大回りのミニマルパスがたとえ機能していたとしても，利用経路としての選択率がきわめて低いのが一般的である。したがって，交通工学的観点からできる限り実際的な経路を利用することが道路網信頼性解析では重要であると考えられる。第2に，これら実際的でないパスが，信頼度Rの値にどの程度寄与しているかが不明確なことである。このことから，仮にこの寄与の程度が小さければ，これらのパスを計算対象から除外することが考えられる。つまり，信頼度の値に対し寄与の大きなパスを少数個用いる近似計算法があれば都合がよいことになる。

以上はミニマルパスに関してであるが，ミニマルカットに関しては次のように考えられる。ミニマルカットは，双対ネットワーク（オリジナルネットワークのリンクで囲まれる領域にノードを設定したもの）上のミニマルパスと等価であるので，双対ネットワーク上でのミニマルパスを探索すればよい（図3-4-2参照)。ミニマルカットの発生は，ネットワーク上で交通不能断面が発生することを意味している。パスに関する上記の問題はカットに対しては，複雑に入り組んだ交通不能断面を考えることとなって，同様に交通工学的意味に乏しい。したがって，スクリーンライン的で単純なミニマルカットを基本として信頼度計算が可能であれば有用となる。



(a) オリジナルネットワーク



(b) 双対ネットワーク

図3-4-2　オリジナルネットワークと双対ネットワーク

以上述べたように，すべてのミニマルパス・カットではなく，部分的なパス・カットを利用する近似解析法があれば，道路網信頼性解析にとってきわめて有用であると考えられる。本項で紹介した上・下限値計算法は計算式の改良や計算過程での操作によるものであったが，次項ではミニマルパス・カット数の削減による近似計算法を考察する。

3.4.2　部分的なミニマルパス・ミニマルカットを利用する近似計算法[16)-23)]

(1)　ブール代数を利用した上・下限値

ミニマルパス P_1, P_2, …, P_pの集合を$\boldsymbol{P}$，ミニマルカットK_1, K_2, …, K_kの集合を$\boldsymbol{K}$とする。部分集合$\boldsymbol{P}'$, $\boldsymbol{K}'$を$\boldsymbol{P}' \subseteq \boldsymbol{P}$，$\boldsymbol{K}' \subseteq \boldsymbol{K}$で定義し，その要素の個数を $p'(\leqq p)$，$k'(\leqq k)$とする。式(3.3.16)，(3.3.17)を$\boldsymbol{P}'$, $\boldsymbol{K}'$で評価すると，下限値L_4，上限値U_4を得ることができる[24)]。すなわち，

$$L_4 = \mathrm{E}\left[\coprod_{s=1}^{p'} \prod_{a \in P_s} X_a\right] = \mathrm{E}\left[1 - \prod_{s=1}^{p'}\left(1 - \prod_{a \in P_s} X_a\right)\right], \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3.4.8)$$

$$U_4 = \mathrm{E}\left[\prod_{s=1}^{k'} \coprod_{a \in K_s} X_a\right] = \mathrm{E}\left[\prod_{s=1}^{k'}\left\{1 - \prod_{a \in K_s}(1 - X_a)\right\}\right], \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3.4.9)$$

$$L_4 \leqq R \leqq U_4, \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3.4.10)$$

を得る(証明は付録Aを参照)。式(3.3.16),(3.3.17)では，すべてのミニマルパス・カットを対象にブール演算を行うと信頼度Rの厳密値を与えた。これに対し，式(3.4.8),(3.4.9)では，一部のミニマルパス・カットを対象にブール演算を行うと，ミニマルパスに基づく式は信頼度の下限値を，ミニマルカットに基づく式は上限値を与えることを示している。パス・カットの数を多くするほどこれらの近似値は厳密値に近づく性質があり，すべてのパス・カットを用いると厳密値に一致するのは明らかである。

この方法では，パス，カットの選択数p'，k'が同じであっても，パス・カットの選択法によって異なる近似値が得られる。良好な近似値を得るにはパス・カットの選択法が重要となるため，これについては第4章で詳しく考察する。

この式(3.4.8),(3.4.9)による方法は，同じく第4章で詳しく検討するが，次のような利点を有すると考えられる。

① 式(3.3.16),(3.3.17)に比較して計算時間や記憶容量を大幅に節約できる。

② 後述する非ブール演算型の方法に対し上・下限が保証されている。

③ 計算過程で確率変数$\boldsymbol{X}$の情報が保存されるため，確率重要度等の解析的な分析が可能である(この分析は，**4.6**で行う)。

①の利点については，他の方法との比較を行っても興味深い。すなわち，**3.2** (2)で述べた事象空間法では，ユニット数(リンク数)をlとすると，計算時間は2^lに比例する。**3.3** (4)で述べたFratta.Montanariの方法では，アルゴリズムの性質上，計算時間や記憶容量がl^N(l：総リンク数，N：反復回数)に比例する。これに対し本方法では，**4.2**で示すように，計算時間は$2^{p'}-1$(または，$2^{k'}-1$)に比例する。総リンク数lが，与えられたネットワーク固有の数値であるので，前2者の方法では計算の実行可能性がネットワーク規模に制約される。これに対し，選択パス・カット数p'，k'は操作可能であるので，

本方法はこれらの手法と比較しても有利な方法である。

(2) ブール代数を利用しない近似値

関連性の概念を，式(3.4.8),(3.4.9) に適用すると，次式が得られる。

$$R_p = \prod_{s=1}^{p'} \prod_{a \in P_s} r_a = 1 - \prod_{s=1}^{p'} \left(1 - \prod_{a \in P_s} r_a\right), \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3.4.11)$$

$$R_k = \prod_{s=1}^{k'} \prod_{a \in K_s} r_a = \prod_{s=1}^{k'} \left\{1 - \prod_{a \in K_s} (1 - r_a)\right\}. \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3.4.12)$$

ここに，R_p，R_k はそれぞれミニマルパス，ミニマルカットによる近似値を表しており，次の不等式が成立する。

$$L_4 \leqq R_p \leqq U_1, \quad L_1 \leqq R_k \leqq U_4 . \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3.4.13)$$

式(3.4.11),(3.4.12) は，信頼度の上・下限値のいずれになるかは保証されないが，以下に述べる性質がある。

まず，R_pには次のような性質がある。パス数p'が小さいうちは，パス間でリンクに重複がないように設定することが可能であるので，式(3.4.8)ではブール演算が不要となりその結果は式(3.4.11) の結果に一致する。したがってR_pの値は下限値L_4となる。パス数の増加に伴い式(3.4.11)は単調増加する。このとき，同一のミニマルパスに対しては，$L_4 \leqq R_p$が成立する。p'がミニマルパス総数pに一致すると式(3.4.2)で与えられる上限値U_1に一致する。したがって，R_pは選択パス数p'の小さいうちは下限値を，p'が増加するに従って上限値を与える性質があり，どこかで厳密値と交差する。同様に，R_kは，選択カット数k'の増加にともない，上限値U_4から式(3.4.3) で与えられる下限値L_1へ向かう曲線を与える。

式(3.4.11),(3.4.12) による近似計算法は，次のような利点を有すると考えられ，第5章以降で詳しく検討する。

① ブール演算をまったく必要としないので計算がきわめて簡単である。具体的には式(3.4.11),(3.4.12)にリンク信頼度の値を代入するのみである。

② ブール演算を経由しないので計算時間や記憶容量がきわめて小さくてすむ。

③ ブール演算を必要とする方法が，計算機の計算時間や記憶容量の制限から，ネットワークの規模が制約される可能性があるのに対し，本方法では大規模ネットワークにも適用可能と思われる。

(3) まとめ

以上述べてきた信頼度の近似計算法は，主として厳密値の計算法，すなわち式(3.3.16),(3.3.17) に対して，

（a） 計算に用いるパス・カット数の削減

（b） ブール演算の省略

を行うものであった。これらの操作に対して得られる結果を整理すると表3-4-1のようになる。また，表3-4-1における各式の挙動を図解すると図3-4-3のようになる。

表3-4-1 ミニマルパス・カットの利用の仕方による信頼度の相違

パス・カットの種類 ＼ ブール演算	ブール演算をする	ブール演算をしない
すべてのミニマルパス	厳密値 式(3.3.16)	上限値 式(3.4.2)
部分的なミニマルパス	下限値 式(3.4.8)	不定 式(3.4.11)
すべてのミニマルカット	厳密値 式(3.3.17)	下限値 式(3.4.3)
部分的なミニマルカット	上限値 式(3.4.9)	不定 式(3.4.12)

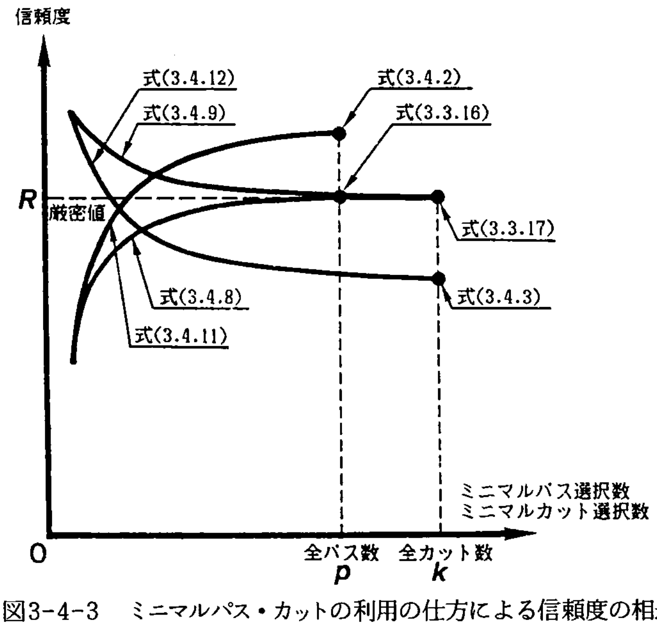


図3-4-3 ミニマルパス・カットの利用の仕方による信頼度の相違

3.4.3　数値計算例と考察[25),26)]

図3-2-6のようなブリッジネットワークを例として，ＡＢ間の信頼度の厳密値と近似値を表3-4-1の各式を用いて求める。ＡＢ間のミニマルパス，ミニマルカットは，

ミニマルパス：{1,2},{3,4},{2,5,3},{1,5,4},

ミニマルカット：{1,3},{2,4},{3,5,2},{1,5,4},

である。リンク a の信頼度を r_a (a＝1，2，3，4，5)とし，表3-4-2 の組合せを考える。

表3-4-2　リンク信頼度の組合せ

	リンク信頼度				
	r_1	r_2	r_3	r_4	r_5
ケース１	0.90	0.90	0.90	0.90	0.90
ケース２	0.90	0.80	0.70	0.60	0.50
ケース３	0.99	0.98	0.97	0.96	0.95

(1)　ミニマルパスに基づく信頼度

(a)　厳密値

式(3.3.16)による R の値は，ブール演算処理を行って，

$$R = r_1 r_2 + r_3 r_4 + r_1 r_4 r_5 + r_2 r_3 r_5 - r_1 r_2 r_3 r_4 - r_1 r_2 r_3 r_5 - r_1 r_2 r_4 r_5 - r_1 r_3 r_4 r_5 - r_2 r_3 r_4 r_5 + 2 r_1 r_2 r_3 r_4 r_5, \qquad \cdots\cdots\cdots (3.4.14)$$

で与えられる。

(b)　上限値

U_1 は，式(3.4.2)を直接計算することで与えられる。

(c)　下限値

(i)　式(3.4.8)において，$p'=2$とし，対応するミニマルパスを{1,2},{3,4}とする。下限値 L_4 は，ブール演算を行って，

$$L_4 = r_1 r_2 + r_3 r_4 - r_1 r_2 r_3 r_4, \qquad \cdots\cdots\cdots (3.4.15)$$

で与えられる。

(ii)　式(3.4.8)において，$p'=3$とし，ミニマルパスを{1,2},{3,4},{2,5,3}とする。下限値 L_4 は，

$$L_4 = r_1 r_2 + r_3 r_4 + r_2 r_3 r_5 - r_1 r_2 r_3 r_4 - r_1 r_2 r_3 r_5 - r_2 r_3 r_4 r_5 + r_1 r_2 r_3 r_4 r_5, \qquad \cdots\cdots\cdots (3.4.16)$$

で与えられる。

なお，$p'=1$の場合は，近似値と厳密値との乖離が大きく，良好な近似値が得られないので省略した。$p'=4$とすれば，L_4 は厳密値 R に一致することは明らかである。

（d）近似値

R_pは，上述（i），(ii)と同様のミニマルパスを対象に，式(3.4.11)を直接計算することで与えられる。

⑵ ミニマルカットに基づく信頼度

（a）厳密値

式(3.3.17)によるRの値は，式(3.4.14)と同一である。

（b）下限値

L_1は，式(3.4.3)を直接計算することで与えられる。

（c）上限値

（i）式(3.4.9)において，$k'=2$とし，対応するミニマルカットを$\{1,3\}$，$\{2,4\}$とする。上限値U_4は，ブール演算を行って，

$$U_4 = r_1 r_2 + r_1 r_4 + r_2 r_3 + r_3 r_4 - r_1 r_2 r_3 - r_1 r_2 r_4 - r_1 r_3 r_4 - r_2 r_3 r_4 + r_1 r_2 r_3 r_4, \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3.4.17)$$

で与えられる。

(ii) 式(3.4.9)において，$k'=3$とし，ミニマルカットを$\{1,3\}$，$\{2,4\}$，$\{2,5,3\}$とする。上限値U_4は，

$$U_4 = r_1 r_2 + r_2 r_3 + r_3 r_4 - r_1 r_2 r_3 + r_1 r_4 r_5 - r_2 r_3 r_4 - r_1 r_2 r_4 r_5 - r_1 r_3 r_4 r_5 + r_1 r_2 r_3 r_4 r_5, \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3.4.18)$$

で与えられる。

なお，$k'=1$の場合は，$p'=1$の場合と同様の理由で省略した。$k'=4$とすれば，U_4は厳密値Rに一致することは明らかである。

（d）近似値

R_kは，上述（i），(ii)と同様のミニマルカットを対象に，式(3.4.12)を直接計算することで与えられる。

⑶ 考　察

以上の計算結果を，表3-4-3，4，図3-4-4～6に示す。図において，黒色のマークがブール演算を用いる場合の上・下限値および厳密値で，白抜きのマークがブール演算を用いない場合の近似値および上・下限値である。

前者では，ミニマルパスに基づく式が下限値を，ミニマルカットに基づく式が上限値を与えることが保証されており，図からもそれが確認できる。そして，ミニマルパス・カット数を増加させていくと，式(3.4.8)，(3.4.9)の値は，徐々に厳密値に接近していき，遂には厳密値に一致する。一方，ブール演算に要する計算時間が増加していくので，ネットワークが大きくなった場合には，適当なミニマルパス・

表3-4-3　ミニマルパスに基づく計算結果

	厳密値	上限値	下限値　式(3.4.8)		近似値　式(3.4.11)	
	式(3.3.15)	式(3.4.2)	p'= 2	p'= 3	p'= 2	p'= 3
ケース1	0.9784800	0.9973488	0.9639000	0.9711900	0.9639000	0.9902169
ケース2	0.8650000	0.9146426	0.8376000	0.8488000	0.8376000	0.8830720
ケース3	0.9988527	0.9999807	0.9979498	0.9983110	0.9979498	0.9998013

表3-4-4　ミニマルカットに基づく計算結果

	厳密値	下限値	上限値　式(3.4.9)		近似値　式(3.4.12)	
	式(3.3.16)	式(3.4.3)	k'= 2	k'= 3	k'= 2	k'= 3
ケース1	0.9784800	0.9781406	0.9801000	0.9792900	0.9801000	0.9791199
ケース2	0.8650000	0.8483154	0.8924000	0.8762000	0.8924000	0.8656280
ケース3	0.9988527	0.9988503	0.9989002	0.9988717	0.9989002	0.9988703

カット数をとれば計算効率のよい，十分実用的な近似値が得られると考えられる。

後者では，ミニマルパスに基づく値（式(3.4.11)）は，パス数の少ないうちは厳密値より小さい値を，パス数が増加するに従って厳密値より大きい値を与え，どこかで厳密値と交差する。ミニマルパス数がミニマルパスの総数に一致すると式(3.4.2)で与えられる上限値に一致する。ミニマルカットに基づく値（式(3.4.12)）も同様に，厳密値より大きい値から下限値へ向かう曲線を与える。したがって，適当なミニマルパス・カット数をとることにより，より実際的な近似値が得られる可能性がある。

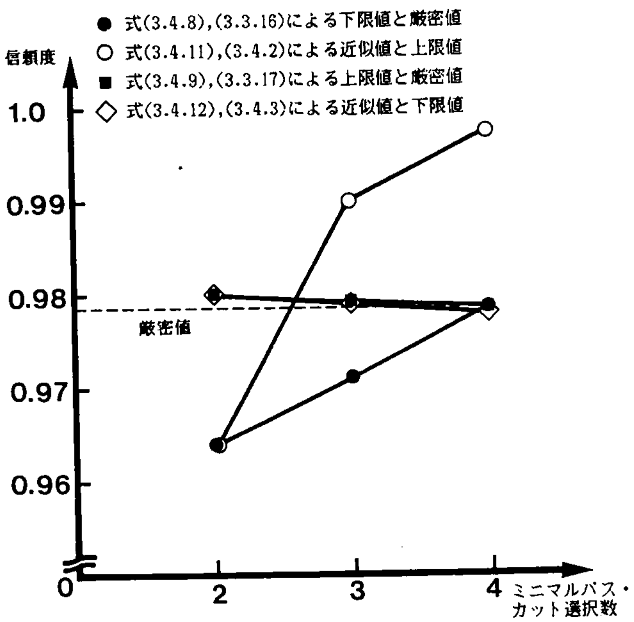


図3-4-4　ブリッジネットワークにおける厳密値および近似値（ケース1）

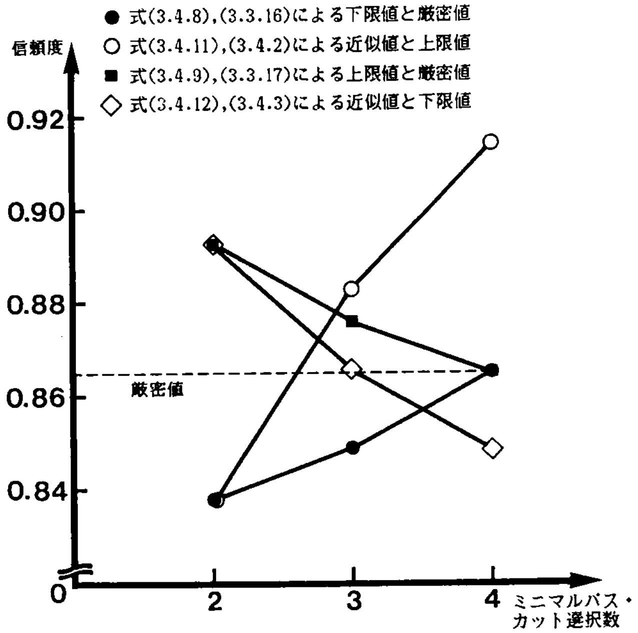


図3-4-5　ブリッジネットワークにおける厳密値および近似値（ケース2）

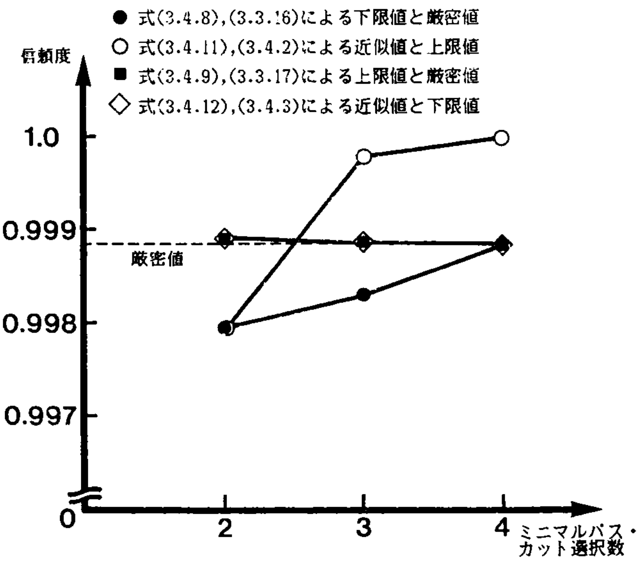


図3-4-6　ブリッジネットワークにおける厳密値および近似値（ケース3）

3.5 結　語

本章では，信頼性グラフ解析の基礎的事項を整理するとともに，道路網の信頼性解析に適用する方法論を考察した。まず第２節において，構造関数と信頼度との関係，および構造関数の構成法を述べた。ここで得られた結論は以下のとおりである。

道路網の信頼性解析を行う場合，念頭におくべきことは多数のＯＤペアの信頼性を対象とする必要があることである。構造関数の構成法には，直列・並列システムの組合せによる方法や分解法による方法があるが，これらはＯＤペア毎にシステムの等価変換を必要とする。したがって多数のＯＤペアを対象とする場合には，構造関数の構成法は，システムの等価変換が不要で，オリジナルなシステムの構造をそのまま利用できる方が望ましい。ミニマルパス・カットによる方法はこの条件に適合する。この方法では，ODペア毎にミニマルパス・カットを探索する必要が生じるが，計算の簡便性や機械的処理の容易性を考えるとこの方法が適切であると考えられる。

第３節では，信頼度の厳密値を求める諸方法の比較と問題点を整理し，道路網での利用可能性を考察した。ここで指摘されたのは以下の点である。

(1)　厳密値計算法は，いずれもネットワーク拡大にともなって計算量が指数的に増加する。しかし，その増加量を規定する要因は解析方法によって異なり，それぞれの計算量は，2^l，2^p，2^k，l^N（l：総リンク数，p：ミニマルパス数，k：ミニマルカット数，N：計算の繰返し回数)のいずれかにほぼ比例することを示した。総リンク数lは，与えられたネットワーク固有の数値であるので，lに規定される方法では計算の実行可能性がネットワーク規模に制約される。これに対し，p，kに規定される方法ではパス・カット数を操作可能変数とすることで，後述する近似解析法として有効な方法になることを示した。

(2)　すべてのミニマルパスやミニマルカットを用いる方法は，道路網信頼性解析には適さない。すなわち，ミニマルパスには，ジグザグのミニマルパスや大回りのミニマルパスも含まれる。これらのミニマルパスはネットワークが大規模になるほど増加し，その探索作業は膨大なものとなる。さらに，これらジグザグのパスや大回りのパスには，交通の経路としての意味が希薄であるという問題点がある。一方，ミニマルカットは，ネットワーク上での交通断面に相当するが，上の問題はカットに対して，複雑に入り組んだ交通断面を考えることとなり，同様に交通工学的意味に乏しい。

(3)　(2)で述べた交通の経路としては実際的でないパスやカットが，信頼度Rの値にどのぐらい寄与しているかが不明確である。そして，この寄与の程度が小さければ，それらのパス・カットを計算対象から除外し，一部のパス・カットを対象に計算しても十分であると考えられる。もしこの考え方が妥当であれば，道路網の信頼性解析において，通常利用される経路を用いて差し支えないことになり，近似解析法の実用性，有用性が増すことになる。

第４節では，ミニマルパス・カットを用いた信頼度の近似計算法を，

(a)　すべてのパス・カットを利用するか，部分的なパス・カットを利用するか，

(b)　ブール演算を利用するか否か，

で，分類整理した。(a),(b)の組合せで得られる信頼度の性質は，表3-4-1に整理してある。さらに，ブリッジネットワークを数値計算例として，表3-4-1に示すそれぞれの式の値を計算した。そして，ブール演算を用いる場合，用いない場合いずれの方法も，パスやカットの選択次第で，実用的な信頼度計算法となる可能性を示した。部分的なパス・カットを選択して利用する場合の利点の比較を行った結果は，以下のとおりである。

(1)　ブール演算を利用する場合

①　厳密値を求める場合と比較して計算時間や記憶容量を大幅に節約できる。

②　ブール演算を利用しない方法に対し上・下限が保証されている。

③　計算過程で確率変数 $\boldsymbol{X}$ の情報が最後まで残るため，解析的な分析が可能である。

(2)　ブール演算を利用しない場合

①　上・下限が保証されないものの，計算方法がきわめて簡単である。

②　ブール演算を経由しないので計算時間や記憶容量がきわめて小さい。

③　ブール演算を利用する方法が，計算機の計算時間や記憶容量に制約されて対象ネットワークの規模に制約が生じる可能性があるのに対し，本方法は大規模ネットワークにも適用可能と思われる。

以上のように両方法には一長一短があり，その特性や優位な利用対象は，検討を加えてみないことには判断できないと考えられる。このため，このあと第4章ではブール演算を利用する方法を，第5章ではブール演算を用いない方法を検討し，第6章ではこれらの方法と他の方法との比較および，種々のネットワークに対する適用性を検討する。

第3章　参考文献

1）高木　昇：信頼性に使われる用語，日本機械学会誌，Vol. 74，No. 633，pp. 1326−1330，1971.

2）三根　久・河合　一：信頼性・保全性の数理，pp. 106−108，朝倉書店，1982.

3）前掲2）

4）塩見　弘：信頼性工学入門，pp. 119−120，丸善，昭和57年.

5）井上紘一：システムの信頼性および安全性解析，日本機械学会誌，Vol. 79，No. 686，pp. 56−61，1976.

6）前掲5）

7）前掲5）

8）小林正美：道路網・ネットワークシステムの信頼度解析法に関する研究，都市計画別冊，No. 15，pp. 385−390，1980.

9）前掲5）

10) Fratta, L. and Montanari, U. G.: A Boolean Algebra Method for Computing the Terminal Reliability in a Communication Network, IEEE Trans. on Circuit Theory, Vol. CT-20, No. 3, pp. 203−211, 1973.

11) Barlow, R. E. and Proschan, F.: Mathematical Theory of Reliability, pp. 205−209, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1965.

12) 前掲2），pp. 112−117.

13) 井上紘一・稲垣敏之：大規模システムの信頼性解析へのグラフ理論の応用，システムと制御，Vol. 20，No. 12，pp. 641−648，1976.

14) 前掲8）

15) 前掲10)

16) 若林拓史・飯田恭敬：交通ネットワーク信頼性解析への信頼性グラフ理論適用の考え方，土木計画学研究・講演集10，pp. 125−132，1987.

17) 飯田恭敬・若林拓史：ブール代数を用いた道路網ノード間信頼度の上・下限値の効率的算出法，土木学会論文集，No. 395/IV−9，pp. 75−84，1988.

18) 飯田恭敬・若林拓史・吉木　務：ミニマルパス・カットを用いた道路網信頼度の近似計算法，交通工学，Vol. 23，No. 4，pp. 3−13，1988.

19) Iida, Y. and Wakabayashi, H.: An Approximation Method of Terminal Reliability of Road Network Using Partial Minimal Path and Cut Sets, Transport Policy, Management and

Technology Towards 2001(Selected Proceedings of The Fifth World Conference on Transport Research), Vol. 4, pp. 2185-2198; Western Periodicals, Co., 1990.

20) 飯田恭敬・若林拓史・福島　博：道路網信頼性の近似解析方法の比較研究，土木学会論文集，No. 407/IV－11，pp. 107－116，1989.

21) 若林拓史・飯田恭敬：信頼性グラフ理論に基づく交通ネットワークの信頼度の算出法について，土木学会第42回年次学術講演会概要集第4部，pp. 140－141，1987.

22) 吉木　務・飯田恭敬・若林拓史：ミニマルパス・ミニマルカットによる道路ネットワークの信頼度の近似計算法について，土木学会第42回年次学術講演会概要集第4部，pp. 142－143，1987.

23) 若林拓史・飯田恭敬：信頼性からみた道路網整備水準の評価手法，加藤晃代表文部省科学研究費総合研究(A)No. 61302064，『ネットワークに関する交通流理論および計画手法に関する体系的研究』成果報告書，pp. 89－94，1988.

24) Henley, E.J. and Kumamoto, H.: Reliability Engineering and Risk Assessment, pp.323-324, Prentice-Hall, Inc., 1981.

25) 前掲 16)

26) 前掲 19)

第４章　ブール代数による道路網信頼性の解析法

第４章　ブール代数による道路網信頼性の解析法

4.1　概　説

前章で，道路網の信頼性解析には，ミニマルパス・カットのうち一部を選択して利用する方法が有効であることを述べた。さらにこの方法は，ブール代数を用いる方法と，ブール代数を用いない方法とに分類されることが明らかとなった。これらの方法には前章結語で述べたように，それぞれ利点があるため詳しく分析する価値があると考えられる。

本章では，ネットワークを構成するリンクの信頼度を与件として，交通ネットワーク，特に道路網の特定ノード間信頼度の上・下限値を，ブール代数と一部のミニマルパス・ミニマルカットを用いて評価する方法を提案する。この方法では，ブール代数を用いることにより，信頼度の上・下限値が得られることが保証されている。信頼度の上・下限値とは，信頼度の厳密値の範囲を示すものであり，厳密値を求めることが理論的に可能であっても，システムが大規模であるため計算時間や記憶容量等，計算機の制約で計算実行が困難な場合に有効な近似値とされている。交通ネットワークは，信頼性工学で対象とされてきたシステムと比較してもきわめて大規模なものである。したがって，信頼度の厳密値を求めることは困難であり，近似値の効率的算出法がきわめて重要となる。

本章で考察する方法[1)-3)]は，ノード間のミニマルパス・カットのうち一部を用いる方法であり，すべてのミニマルパス・カットを必要とする従来の方法に比較して大幅に計算を簡略化できる点に大きな特徴を有している。ところで，道路網の所与２地点間に対し，選択される交通の経路は限定されており，大回りの経路は予め除去して考えることができる。この点が道路網の特殊性であり，利用可能経路が限定されていないシステムの信頼性解析と異なっている。このことによって，部分的なパス・カットのみを対象とする方法が実用的手法として意味をもってくる。すなわち，道路網の信頼性は，利用対象ネットワークの範囲内で議論すればよく，特に広域的道路に対して有用性が高いと考えられる。このように，本章で提案する方法は，交通工学的に意味のあるパス・カットを選択し，ブール演算と組合わせた点に特徴があり，信頼度の上・下限値の効率的算出が可能となっている。

本章の構成を述べる。第２節では，部分的なミニマルパス・カットを利用した上・下限値計算法の数学的記述を行う。数学的な記述は**3.4.2**(1)と同一であるが，道路網における信頼度の定義や変数の再定義を行って，問題の再記述を行う。ここではさらに，部分的なミニマルパス・カットの選択による信頼度計算が，計算機の計算実行時間（CPUタイム）の上でもきわめて有利であることを示す。すなわち，パス・カットの選択数を１個減ずるごとに計算時間は約1/2に短縮され，計算の効率化の理論的側面を示すことができるのである。

第3節では，ブール代数を用いて信頼度を計算するアルゴリズムを述べる。ブール代数を用いて多項式の項を整理するのは，非常に煩雑な作業が必要であり，これを手計算で行うのは，第2章の計算例で扱った程度のネットワーク規模が限度である。上・下限値の計算を計算機で行う方法はいくつか存在するが（**3.4.1**で紹介している），本研究では第2節での方法に即した，数式処理のためのアルゴリズムを開発した。ここではさらに，既存手法の問題点を分析し，部分的なミニマルパス・カットを利用する本手法の意義を明らかにする。

第4節では，部分的なミニマルパス・カットの選択方法を考察する。本方法では，パス・カットの選択の如何によって信頼度の計算値は大きく左右されるから，パス・カットの選択がきわめて重要となる。本節で示すパス・カットの選択法は，すべてのパス・カットをある基準で順序づける段階と，計算に用いるパス・カットを，順序づけられたパス・カットの上位からあるルールで選択する段階の2段階で構成される。順序基準，選択ルールをそれぞれ3種類提案する。そして，パス・カットの選択において交通工学的特性がどのように反映されるのかも明らかにする。さらにこれらの問題はいずれも，対象とするネットワークのリンク長をリンク信頼度で置き換えると，最短経路探索問題あるいはn番目最短経路探索問題に等価であることを示す。したがって，実際にはすべてのパス・カットを列挙した上でこれらを順序づける必要はなくなり，n番目最短経路探索問題を解くことで計算に必要なパス・カットの選択が可能となる。

第5節では，第4節で提案した順序基準と選択ルールを，簡単なネットワークを対象に比較・検討する。ここでは，各順序基準および選択ルールの特性把握のため，リンク信頼度を同一値で与えた場合および，乱数を発生させてリンク信頼度のランダムな組合せを与えた場合に対して計算実行を行う。

第6節では，リンクの確率重要度の計算と考察を行う。本方法では計算過程で確率変数の情報が保存されるため，解析的な分析が可能となる特色がある。ここでは一例として確率重要度を計算し，ネットワーク信頼度に大きな影響を与えるリンクを分析する。ここでも，従前の議論と同様に，厳密値から得られる確率重要度と近似計算から得られる確率重要度とを比較する。

最後に，以上の展開の中で明らかとなったモデルの利害得失等を整理し，今後の課題を明らかにする。

4.2 上・下限値の効率的計算法

本章では，道路網の任意の2地点間において，円滑な走行移動が保証される状態をノード間信頼性とおよび，ある期間におけるその確率をノード間信頼度と定義する。同様に，ネットワークの構成リンクに対し，円滑な走行移動が保証される確率をリンク信頼度とよぶ。本研究ではリンク信頼度を既知として理論を展開している。リンク信頼度は，リンク長や交通容量，交通量の関数であると考えられるが，ある期間における交通事故や工事，あるいは交通量増大による渋滞を既存データから調査すれば，比較的

容易に決定することができる。

ネットワークにおける特定のノード間の信頼度の厳密値をRとすると，Rは式(3.3.16)，(3.3.17)から，

$$R=\mathrm{E}\left[1-\prod_{s=1}^{p}\left(1-\prod_{a\in Ps}X_a\right)\right], \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (4.2.1)$$

あるいは，

$$R=\mathrm{E}\left[\prod_{s=1}^{k}\left\{1-\prod_{a\in Ks}(1-X_a)\right\}\right], \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (4.2.2)$$

で与えられる。ここに，X_aは，

$$X_a=\begin{cases}1, & \text{リンク}\,a\,\text{の円滑な走行移動が保証される場合,}\\ 0, & \text{そうでない場合,}\end{cases} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (4.2.3)$$

で定義される確率変数であり，P_s，K_sはミニマルパス，ミニマルカット，p，kはミニマルパス，カットの総数である。なお，リンク信頼度r_aは，

$$r_a=\mathrm{E}\,[X_a], \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (4.2.4)$$

で与えられる。

式(4.2.1)，(4.2.2) の計算は，すべてのミニマルパス・カットが必要であり，また，同一リンクの確率の重複計算を避けるため，論理積に関するブール演算$\left(X_a \cdot X_a=X_a\right)$を必要とする。そのため，ネットワークが大規模になると膨大な計算が必要となる。ここで，ミニマルパスに基づく式を具体的に示すと以下のようになる。ミニマルパスを，

$$\alpha_s=\prod_{a\in Ps}X_a, \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (4.2.5)$$

で表すと，式(4.2.1)は，

$$R=\mathrm{E}\left[1-(1-\alpha_1)(1-\alpha_2)\cdots\cdots(1-\alpha_p)\right], \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (4.2.6)$$

となる。式(4.2.6)をさらに展開すると項の数は2^p-1個となる。そして，これらの項をブール代数で整理しなければならない。したがって，ミニマルパス数が増加すると項の数が指数的に増加して，膨大な計算量となる。

ここで，仮にパスの数を1個減らせば，この部分の計算量はほぼ1/2ですむ。以下同様に，パスの数の減少にしたがって，計算量を1/2ずつ指数的に減少させることができる。ここで，信頼度Rの値への寄与の小さいミニマルパスを削減対象とし，寄与の大きいミニマルパスを少数個選択することによって良好な近似値が得られるのであれば，きわめて効率よく信頼度を計算できることになる。ここで，寄与

の小さいパスとは，**3.4.1** で述べたようにノード間をジグザグに経路をとるものや，大まわりのミニマルパスをさしている(図3-4-1参照)。これらのパスは，利用経路としての選択率が一般的にきわめて低く，交通工学的観点から，信頼性解析の対象経路とすることはあまり意味がない。また，ミニマルカットは，双対ネットワークでのミニマルパスと等価であるので，双対ネットワークでのミニマルパスを探索すればよい(図3-4-2参照)。そしてここでも，上のミニマルパスで述べたことと同様のことがいえる(**3.4.1**参照)。

部分的なミニマルパス・カットで信頼性を評価すると，**3.4.2** (1)で述べたように，上限値，下限値を得ることができる。本章では上限値をU，下限値をLで表す。すなわち，

$$L=\mathrm{E}\left[1-\prod_{s=1}^{p'}\left(1-\prod_{a\in P_s}X_a\right)\right], \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (4.2.7)$$

$$U=\mathrm{E}\left[\prod_{s=1}^{k'}\left\{1-\prod_{a\in K_s}(1-X_a)\right\}\right], \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (4.2.8)$$

$$L\leqq R\leqq U, \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (4.2.9)$$

である。式(4.2.7),(4.2.8) において，すべてのパス・カットを用いると厳密値に一致するのは明らかである。

4.3 ブール演算アルゴリズム

式(4.2.7)や(4.2.8)の展開およびブール代数による整理を手作業で計算実行するのは困難である。例えば，前章の計算例のネットワークは，リンク数は5，パス数は4という小さいネットワークであるにもかかわらず，計算は結構面倒である。そこで，式(4.2.7)や(4.2.8)の展開，ブール代数による整理および計算実行等の数式処理を行うアルゴリズムを開発した。本節では，この信頼度計算アルゴリズムについて述べる。ミニマルパスに基づく式とミニマルカットに基づく式は，基本的に同じ取り扱いが可能なので，ミニマルパスに基づいて信頼度計算を行う式を中心に述べる。

従来提案されてきた方法は，式(4.2.1)をノード間に少なくとも1つのミニマルパスが存在する確率と解釈し，ベン図で記述される論理和の期待値を求める方法である。この論理和の期待値を計算するには，含意排他公式(Inclusion-Exclusion Formula)を利用する方法[4]，Fratta・Montanari による論理和を代数和に変換する方法[5]等が従来提案されている。これらの方法では，論理和を構成する際にすべてのミニマルパスを必要とする。いずれの方法にも，計算を簡略化した近似値計算法が存在するが，近似計算は計算過程で行われるためにすべてのミニマルパスを必要とする点には変わりがない。したがって，大規模ネットワークでは計算に必要なミニマルパス数が膨大となり，先述した交通工学的意味の希

薄なミニマルパスまで探索しなければならない。さらに後者では，計算可能なネットワークの規模がきわめて限定されるという問題点がある。これに対し，本アルゴリズムは，パス公式の直接展開法とでもいうべきもので，式(4.2.1)あるいは(4.2.7)を直接展開する点で前2者の方法と異なっている。要するに，ミニマルパスやカットを与件として，式(4.2.1)を文字どおり2^p-1個の項に展開し，ブール演算を適用して各項を整理し，最終段階で各リンクの信頼度r_aを代入してODペア(i, j)の信頼度を求めるものである。近似値計算は，式(4.2.7)からも明らかなように，すべてのパスを利用しなくても計算実行が可能である点に特徴がある。この他，本アルゴリズムの特徴としては以下のとおりである。式(4.2.1)あるいは式(4.2.7)を一度に展開すると，項の数は2^p-1個または$2^{p'}-1$個となり，これらの項それぞれに対しブール演算をしたのち，同一項の整理をしなければならない。項の数が増加すると，同一項であるかどうかの一対比較の回数が膨大となるので，計算効率向上のためアルゴリズムに示すように展開と項の整理を交互に行っている。これは，展開過程で項の数が増加する現象(これを中間膨張[6]という)を避ける意味でも効果がある(**6.5.1**(2)参照)。また，本計算法では，ミニマルパスを構成するリンク番号(式(4.2.5)の$\alpha_s=\Pi X_a$に相当)およびミニマルパスα_sの積(式(4.2.6)を展開したときに生ずる)を構成するリンク番号を記憶しなければならないが，これをそのまま記憶すると膨大な記憶容量が必要となる。そこで，計算機の1ビットに1配列要素を記憶させて記憶容量の節約を計っている。アルゴリズムの概要は以下のとおりである。

① 計算に用いるミニマルパス数をp'とし，それらのミニマルパスα_sを記憶する。例えば，リンク{1,2,5,10}で構成されたミニマルパス，すなわち，$\alpha=X_1X_2X_5X_{10}$は記憶変数，

$$2^{1-1}+2^{2-1}+2^{5-1}+2^{10-1}=531$$

で記憶する。

② $m=1$とする。

③ p'個のミニマルパスから任意のm個を取り出した積(式(4.2.7)を$2^{p'}-1$個の項に展開する過程で得られる)，すなわち，α_sに関するm次の項は，

$$(-1)^m\alpha_{s_1}\cdot\alpha_{s_2}\cdot\cdots\cdot\alpha_{s_m}$$

で表せる。この積をリンクに関してブール代数で整理する。ただし，α_sに関する1次の項は，ブール代数整理および同一項の整理を必要としないので，記憶変数のまま記憶変数領域に登録される(係数は-1である)。

一例として，$m=3$の場合，3個のミニマルパス$X_1X_2X_5X_{10}$，$X_1X_4X_9X_{12}$，$X_3X_8X_{11}X_{12}$の積は，以下のようにして求める。記憶変数はそれぞれ，531，2313，3204である。これらをそれぞれビット単位の変数(ビット変数と呼ぶ)に分解すると，表4-3-1のようになる。それぞれのリンクのビット変数をブール代数で整理すると，表4-3-1の最下段のようになる。これは$X_1X_2X_3X_4X_5X_8X_9$

表4-3-1　ブール演算の例（ミニマルパス数が３の場合の積の計算）

ミニマルパス	記憶変数	ビット変数											
		リンク番号											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$X_1X_2X_5X_{10}$	531	1	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0
$X_1X_4X_9X_{12}$	2313	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1
$X_3X_8X_{11}X_{12}$	3204	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	1
積をブール代数で整理したもの $X_1X_2X_3X_4X_5X_8X_9X_{10}X_{11}X_{12}$	3999	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1

⇨：計算実行の手順

$X_{10}X_{11}X_{12}$を表し，記憶変数は3999となる。係数は$(-1)^3=-1$である。

④　$m=1$の場合は⑤へいく。$m\geqq 2$の場合は，同一項の整理を行う。具体的には，③で発生させた積とそれ以前に発生させた積とが同一であるかどうかを判断する。表4-3-1の例では，3999という記憶変数が既に登録されているか否かを判断する。同一である場合は，係数を更新し，同一でない場合は，記憶変数として新たに記憶する。

⑤　α_sに関するm次の項は，　$p'C_m$個存在するので，これらを順次発生させ，③,④を繰り返す。

⑥　③〜⑤を，$m=2, 3, \cdots\cdots, p'$に対し繰り返す。終了すれば⑦へ進む。

⑦　記憶変数領域に残っている記憶変数は，ブール代数による整理後の，信頼度RのX_aに関する多項式に対応している。例えば，記憶変数領域に3999が残っておれば，これは多項式の構成要素，$X_1X_2X_3X_4X_5X_8X_9X_{10}X_{11}X_{12}$に対応する。そして，このような記憶変数が記憶領域に多数存在している。これらに，リンク信頼度r_aを代入すれば，Rの値を得ることができる。

ミニマルカットに関しては，式(4.2.2)において，

$$Y_a = 1 - X_a, \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (4.3.1)$$

とすると，

$$R = \mathrm{E}\left[\prod_{s=1}^{k}\left(1-\prod_{a\in Ks} Y_a\right)\right], \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (4.3.2)$$

となり，式(4.2.1)とは定数部分と符号が異なるだけとなる。そのため，上述のアルゴリズムをそのまま用いることができる。相違点は，⑦において，r_aを代入する代わりに$(1-r_a)$を代入する点である。

4.4 ミニマルパス・カットの選択方法

部分的なミニマルパス・カットを用いた場合，その選択方法は信頼度の計算結果に大きな影響を与える。本節では，効率的に近似値を得るためのパス・カットの選択方法を考察する。パス・カットの選択は次の2段階で行う。まず，パス・カットの順序基準を設定する(順序基準(Ⅰ)，(Ⅱ))。次にこの順序基準でランクづけられたパス・カットの上位から選択ルール(①～③)により計算に用いるパス・カットを選択する。

4.4.1 ミニマルパスの選択方法

(Ⅰ) 生起確率(パス信頼度)による順序基準

式(4.2.7)は次のように変形できる。

$$L=1-\mathrm{E}\left[\prod_{s=1}^{p'}\left(1-\prod_{a\in P_s}X_a\right)\right], \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (4.4.1)$$

パスP_sの生起確率は$\prod_{a\in P_s} r_a$で与えられる。Lは下限値であるから，少ないパス数で厳密値に接近させるためにはLの値を大きくするようなパスを選択すればよい。そのためには，$\mathrm{E}\left[\prod_{s=1}^{p'}\left(1-\prod_{a\in P_s}X_a\right)\right]$ができるだけ小さい方がよい。ここで最初の$\prod_{s=1}^{p'}$に着目すればパスの数を増やせばよいことになる。また同じパス数を選択するのであれば，$\prod_{a\in P_s}X_a$に注目して$\prod_{a\in P_s}r_a$の大きなパスから選択すれば良いと考えられる。したがって，この基準では計算に用いるミニマルパスが信頼度の高い経路から優先的に選択される特徴がある。ミニマルパスを生起確率(パス信頼度)の大きいものから順序づけた後，パスの選択方法として以下の選択ルールを考える。

1) ルール① リンクの重複を許さない選択ルール

生起確率の高いパスから順にリンクの重複がないように上位からp'個のミニマルパスを選択する。この方法では，リンクに重複がないため計算を複雑化するブール演算を避けることが可能である。さらに，パスの生起確率Πr_aは，対数をとることにより次のように変形できる。

$$\log(\Pi r_a)=\log r_1+\log r_2+\cdots+\log r_l, \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (4.4.2)$$

ここに，lはパスを構成するリンク数である。ここで，$0\leqq r_a\leqq 1$であることを考慮し，各リンク長に$-\log r_a$ ($r_a=0$の場合は無限大)を対応させると，生起確率の大きいパスから選択する問題は最短ルートを探索する問題と等価になる。リンクの重複を許さないから，選ばれたリンクをネットワークから順にはずしていき，最短経路探索問題を選択リンクを除去した後の残存ネットワークに対し繰り返し適用する問題となる。

2) ルール② 一次独立なミニマルパスの選択ルール

リンクに関して一次独立なミニマルパスを上位からp'個選択する。ルール①では，リンクの重複を許

さないため，選択されたミニマルパスの数がきわめて少なくなり，良好な近似値が得られない可能性がある。そこで，$\Pi\, r_a$が大きく，かつリンクが重複していないパスを多数選ぶことができれば理想的であるが，これはかなり困難であると考えられる。そこで，リンクの重複を許すがこれを最小限にするため，ミニマルパスに関する一次独立性の概念[7]（グラフ理論で用いられる概念であり，これにより他のどのようなパスも演算で記述できる)を導入したものである。一次独立なミニマルパスの数は，ネットワークのノード数をn，リンク数をlとすると，$l-n+2$で与えられる。この選択ルールでは，最短経路，2番目最短経路，…を一次独立性を考慮しながら順次求める問題に帰着する。

3）ルール③　上位から制約なしに選択するルール

この選択ルールでは，上述のルール①，②をさらに緩和し，パス間でのリンクの重複を許し，生起確率の上位から単純にp'個のミニマルパスを取り出す考え方である。選択されるミニマルパス数p'が増加するにつれてブール演算に要する計算時間と記憶容量が増加するが，パスを効率的に選択できれば計算時間と記憶容量も少なく，厳密値に近い値を得ることができるのではないかと考えられる。この問題では，上位ランクのパスから制約なしに選択するので，単純にn番目最短経路探索問題を解けばよいことになる。

（II）経路距離による順序基準

もう一つの近似計算法を考える。式(4.2.7)をリンクの信頼度に関して次数が同じものを集め再整理すれば，

$$L = \sum_{a} O_1(r_a) + \sum_{a_1} \sum_{a_2} O_2(r_{a_1}, r_{a_2}) + \cdots, \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (4.4.3)$$

を得る。ここに，O_iはr_aのi次の項のみからなる多項式を表している。$0 \leq r_a \leq 1$であるから式の値を規定するのは次数の小さい項である。したがって，この多項式を適当な次数の項で打ち切れば信頼度の近似値を得ることができる。式(4.2.7)が$(1-\Pi X_a)$の積から成り立っていることから，X_aの次数の小さいミニマルパスから選択すればよいと考えられる。リンク信頼度r_aはリンク長に関する減少関数であると考えると，これは経路の距離に関する最短経路探索問題に帰着する。この基準では，距離の小さい経路から優先的に選択される特徴がある。この方法では，信頼性が高いにもかかわらず，大まわりの経路であるため，交通の経路としては実際的でない経路を除去できる利点もある。ミニマルパスの選択ルールは，（I）とまったく同じである。

4.4.2　ミニマルカットの選択方法

式(4.2.8)は上限値であるから，少ないカット数で厳密値に接近させるためにはUの値を小さくするようなカットを選択すればよい。ここで最初の$\prod_{s=1}^{k'}$に着目すればカットの数を増やせばよい。同じカット数を選択するのであれば，$\prod_{a \in K_s}(1-X_a)$に着目して$\prod_{a \in K_s}(1-r_a)$の大きなカットから選択すればよい。

ここに，$\prod_{a \in K_s}(1-r_a)$は，ミニマルカットの生起確率であるが，これはカット不信頼度ともいえるものである。

ミニマルカットは，双対ネットワークでのミニマルパスに対応するから，双対ネットワークにおけるミニマルパスを利用すれば，**4.4.1** と同様の扱いが可能となる。

（Ⅰ） 生起確率（カット不信頼度）による順序基準と選択ルール

この場合は，双対ネットワークの各リンクに$-\log(1-r_a)$を対応させると，**4.4.1**（Ⅰ）と同様の最短経路探索問題あるいはn番目最短経路探索問題に帰着させることが可能となる。なお，ルール②で必要となる一次独立なミニマルカットの数（双対ネットワークにおいては一次独立なミニマルパスの数）は，オリジナルのネットワークのノード数をnとすると，$n-1$で与えられる。

（Ⅱ） 経路距離による順序基準と選択ルール

双対ネットワークには，経路長の概念がないので，リンク数の少ないパスから選択することとなる。すべてのリンクに等しいリンク長を与えると，この問題は最短経路探索問題と等価になり，**4.4.1**（Ⅱ）とまったく同様に取り扱える。

4.5 モデル計算による上・下限値

本節では，簡単なネットワークを対象にモデル計算を行い，**4.3** で開発したアルゴリズムを利用して信頼度を計算し，ミニマルパス・カットの順序基準と選択ルールを比較する。**4.4** では，パス・カットの順序基準として，(Ⅰ)と(Ⅱ)の２とおりを提案したが，ここでは，これに(Ⅰ)と(Ⅱ)を組み合わせた方法を加えて考察する。すなわち順序基準は以下の３とおりである。

（Ⅰ） 生起確率による順序基準

ミニマルパスでは$\prod r_a$の大きいものを上位とし，ミニマルカットでは$\prod(1-r_a)$の大きいものを上位とする。

（Ⅱ） 経路距離による順序基準

今回の計算では各リンク長は同一とするのでパス・カットに含まれるリンク数の少ない順となる。

（Ⅲ） 経路距離と生起確率による順序基準

(Ⅱ)の序列で同じ経路距離のパスがある場合には，(Ⅰ)を適用して生起確率の大きいものを上位とする方法である。本モデル計算では，リンク数・生起確率順となる。

そして，これら(Ⅰ)，(Ⅱ)，(Ⅲ)の規約によって順序づけられたパス・カットから，次の３通りの選択ルールによってパス・カットを選択する。

① リンクの重複がないように上位からp'（k'）個のミニマルパス（カット）を選択する。

② リンクに関して一次独立なミニマルパス（カット）を上位からp'（k'）個選択する。

③　①，②のルールを緩和し，ミニマルパス（カット）を上位から $p'(k')$ 個選択する。

以上の順序基準と選択ルールの相違が，信頼度の近似値に及ぼす影響を比較・考察する。

モデル計算の対象は，図4-5-1aの田字型ネットワークである。このネットワーク形状ではリンク長が同一なため，上で述べたように順序基準（II）および（III）における『経路距離の短いパス』とは，『構成リンクの少ないパス』と等価である。

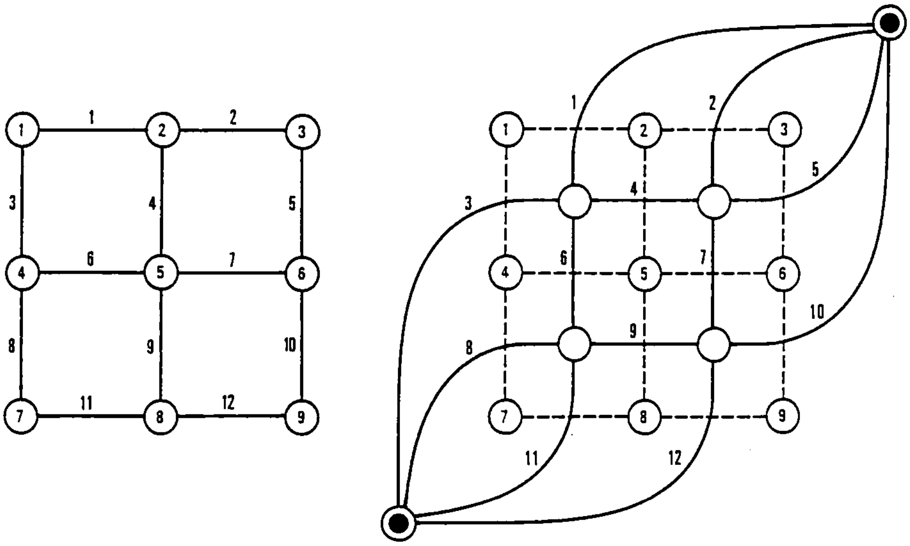
最初に**4.5.1**では，各リンクの信頼度が同一値のケースを考え，いくつかのノードペアを対象にパス・カットの選択法を比較する。ここでは，ミニマルパスの場合とミニマルカットの場合に分けて考察する。**4.5.2**では，リンクの信頼度を乱数で与え，異なるリンク信頼度の組合せのケースを多数発生させて，統計的な考察を加え，パス・カットの選択法の利点・欠点をさらに明確にする。**4.5.3**では，選択ルールに関する補足的考察を行う。

4.5.1　リンク信頼度が同一値の場合

ここでは，最初にミニマルパスに基づく下限値を，次にミニマルカットによる上限値を，ネットワークの各リンクの信頼度が同一値という最も簡単なケースで考察する[8),9)]。

(1)　ミニマルパスによる下限値

まず最初に，図4-5-1aのネットワークにおいて，ノードペア(1,9)の信頼度を求める。最初に，各リンクの信頼度 r_a を同一値 0.9 とする。このノードペアに対するミニマルパスは12個あり，（I）の順序



a）オリジナルのネットワーク
（ノード番号とリンク番号）

b）ノードペア(1,9)に対する双対ネットワーク
（リンク番号とオリジナルのネットワークのノード番号）

図4-5-1　田字型ネットワークと双対ネットワーク

表4-5-1　ミニマルパスの順位表およびルール①，②による計算結果
（r_a=0.9，ノードペア(1,9)，順序基準(Ⅰ)）

パス順位 (No.)	構成リンク	リンク数	生起確率	選択されたパス	
				ルール①	ルール②
1	{1,2,5,10}	4	0.6561000	*	*
2	{3,8,11,12}	4	0.6561000	*	*
3	{1,4,9,12}	4	0.6561000		*
4	{3,6,7,10}	4	0.6561000		*
5	{1,4,7,10}	4	0.6561000		*
6	{3,6,9,12}	4	0.6561000		
7	{1,2,5,7,9,12}	6	0.5314410		
8	{3,8,11,9,7,10}	6	0.5314410		
9	{1,4,6,8,11,12}	6	0.5314410		
10	{3,6,4,2,5,10}	6	0.5314410		
11	{1,2,5,7,6,8,11,12}	8	0.4304672		
12	{3,8,11,9,4,2,5,10}	8	0.4304672		
下限値の計算値				0.8817328	0.9662445

基準で並べたものを表4-5-1に示す。同一リンク数のパスの順序は特に考慮していない。この場合の信頼度の厳密値は，0.9725022である。

ルール①（非重複のルール）によりパスを選択するとNo. 1とNo. 2のパスが選択され，信頼度の近似値は0.8817328となった（表4-5-1参照）。

次に，ルール②における一次独立なパス数は，$l-n+2=5$（l：リンク数，n：ノード数）で与えられる。このケースでは，上位から順に5個のパスが選択され，値は0.9662445となった(表4-5-1参照)。ここで，パス数が5個の場合，他の選択ケースとの比較を行う。表4-5-1の上位10パスの中から総当たり的に5パスを選択すると，計算値は0.9662445～0.8691259となる(その一部を表4-5-2に示す)。これらのことから，下限値を大きくする5個のミニマルパスの選択法は，本例に限れば，一次独立で生起確率の高いパスを選択するのがよいと考えられる。生起確率の小さいパス，あるいはリンク数の多いパスを選択すると，良好な下限値が得られないようである。

次にルール③について述べる。選択パス数を表4-5-1のミニマルパスの上位2個から12個まで変化させて計算し，その結果を表4-5-3と図4-5-2に示す。パスの選択数を増すと下限値が大きくなり，厳密値に接近することが確認できる。すべてのミニマルパスを用いると厳密値を与えることは明らかである(この場合，その値は0.9725022)。ここで下限値は，パス数が2～6個にかけて急激に厳密値に接近し，パス数が5個の場合では0.9662445と厳密値との誤差は1％以下である。この値は，ルール②による値

表4-5-2　ミニマルパスの選択の比較

（ノードペア(1,9)，r_a＝0.9）

ミニマルパス	ケース1	ケース2	ケース3	ケース4	ケース5	ケース6	ケース7	ケース8	ケース9
{1,2,5,10}	○	○	○	○	○		○	○	
{3,8,11,12}	○	○	○	○		○			
{1,4,9,12}	○	○	○		○	○	○		
{3,6,7,10}	○	○		○	○	○			
{1,4,7,10}	○		○	○	○	○	○	○	
{3,6,9,12}		○	○	○	○	○			
{1,2,5,7,9,12}							○	○	○
{3,8,11,9,7,10}									
{1,4,6,8,11,12}							○	○	○
{3,6,4,2,5,10}									○
{1,2,5,7,6,8,11,12}								○	○
{3,8,11,9,4,2,5,10}									○
下限値	0.9662445	0.9662445	0.9609301	0.9609301	0.9537982	0.9537982	0.8691259	0.8616975	0.8466875
CPUタイム	1336	1335	1342	1349	1321	1322	1322	1314	1323

CPU-TIME：単位 mS(FACOM M-340)

表4-5-3　ルール③による計算結果

（ノードペア(1,9)，順序基準(Ⅰ)）

パス数	リンク信頼度の与え方					
	すべて 0.9		すべて 0.8		すべて 0.7	
	信頼度	CPUタイム	信頼度	CPUタイム	信頼度	CPUタイム
2	0.8817328	1157	0.6514278	1157	0.4225520	1158
3	0.9299174	1182	0.7489716	1182	0.5261909	1182
4	0.9625622	1237	0.8247721	1241	0.6148356	1240
5	0.9662445	1336	0.8414665	1348	0.6440391	1335
6	0.9699268	1559	0.8581609	1560	0.6732425	1560
7	0.9705491	2002	0.8608620	2013	0.6775531	2023
8	0.9711714	2958	0.8635632	2955	0.6818634	2983
9	0.9717938	5036	0.8662643	5061	0.6861741	5097
10	0.9724161	9536	0.8689654	9538	0.6904847	9587
11	0.9724591	19587	0.8692339	19364	0.6909516	19575
12	0.9725022	40834	0.8695023	40739	0.6914186	40608

CPU-TIME：単位mS(FACOM M-340)

と同一である。また，パス数が6個以上の場合は，選択パス数を1個増加させてもそれほど値の改善はみられない。このことは，ミニマルパスの中にも，厳密値に大きく寄与するものと，そうでないものとがあることを示している。また，ＣＰＵタイムについてみると，パス数が少ないうちは漸増しているが，パス数が増加すると指数的に増加している。これらのことから，パス数をあまり多くとっても，値の改善の割りには計算効率が悪いことを示している。

順序基準(Ⅱ)，(Ⅲ)による序列は，順序基準(Ⅰ)と同一となるので計算結果も同じとなる。

以上，このケースでは，ルール②（独立のルール）の方法で実用上十分であると考えられる。また，ルール③の方法で$p'=5$の場合も同一の値を与える。一次独立性の判定の不要な後者の方が有利と考えられるが，詳細な両者の比較を行う必要があり，これについては後に考察することとする。ルール①（非重複のルール）の方法では，得られた下限値は他の方法と比較して非常に小さく，このルールを採用するのは問題が多いと考えられる。

次に，各リンクの信頼度を同一値0.8および0.7とした場合を述べる。順序基準（I）による計算結果を，リンク信頼度が0.9の場合の結果とともに表4-5-4に示す。

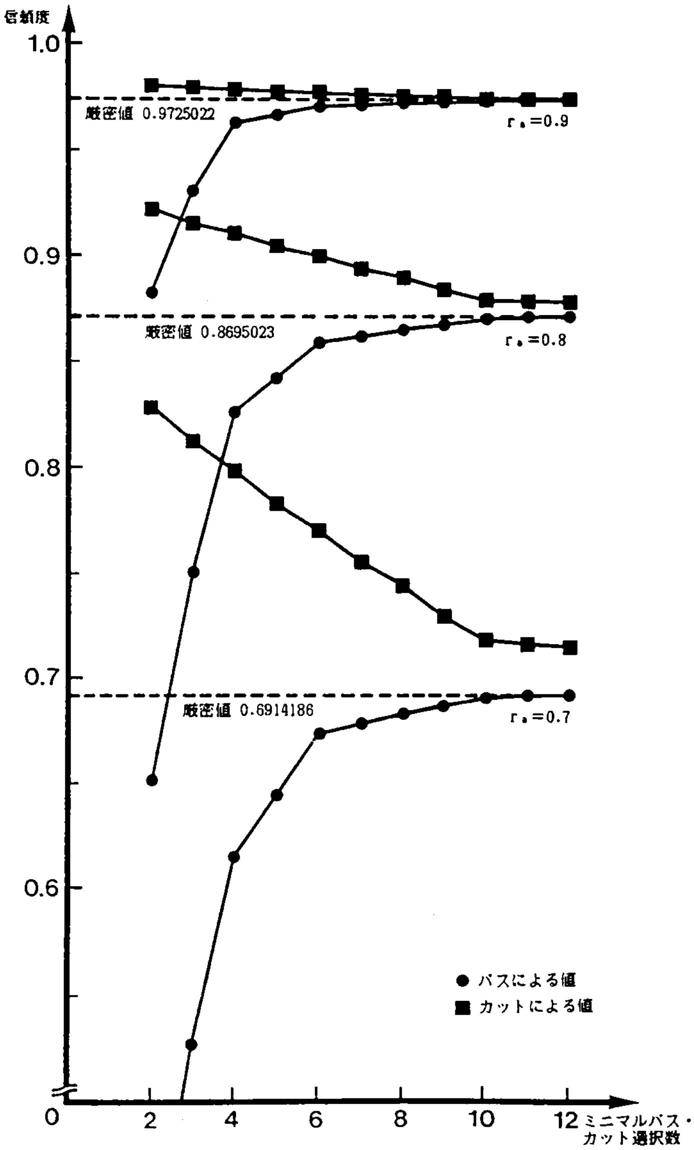


図4-5-2　パス・カット数の変化によるルール③の計算結果

ルール①の方法では，厳密値との差がさらに大きくなり，実用にならないと考えられる。

ルール②の方法は，$r_a=0.9$の場合と同様，本ケースに限れば独立なパスの選択が他のパスの選択よりも良好な結果を与える。この結果は，計算式が同一であることから当然のことであり，次に述べるルール③でのパス選択数が5個の場合とも一致する。

ルール③による方法では，r_aが0.9，0.8，0.7の各場合を比較すると，図4-5-2からリンクの信頼度

が大きくなると厳密値への接近が早くなり，信頼度が小さくなると接近が遅くなっていることがわかる。つまり，リンクの信頼度が小さくなると，少数のパスだけで厳密値を規定することは困難となり，多くのパスを利用しなければならないことを示している。例えば，信頼度が0.9の場合では，4個のパスの選択でも厳密値に相当近い下限値を得ることができるが，0.8，0.7 の場合には厳密値との乖離が大きくなっている。

次に，ノードペアを変えたものをいくつか計算し考察する。対象ノードペアは，(1,6)，(1,3)である。リンクの信頼度は同様に，同一値 0.9，0.8，0.7 の3つの場合である。ノードペア(1,6) に対するミニマルパスは10個あり，ノードペア(1,3) に対しては11個存在する。ルール①，②による計算結果をそれぞれ表4-5-5，6 に示す。

これらのノードペアに対する結果の傾向は，ノードペア(1,9)の場合とほとんど同じであった。しかし，ノードペア(1,9) の場合と異なる点も見出されている。例えば，ルール②(独立のルール)では，ノードペア(1,6)，(1,3) 両者に対して，一次独立の選択法が必ずしも優れているとはいえない事例が見出された。すなわち，他のミ

表4-5-4　ノードペア(1,9)に対するルール①,②の計算結果

リンク信頼度		r =0.9	r =0.8	r =0.7
厳密値		0.9725022	0.8695023	0.6914186
ルール①	上限値	0.9799040	0.9186532	0.8147391
	下限値	0.8817328	0.6514278	0.4225520
ルール②	上限値	0.9749515	0.8877507	0.7388213
	下限値	0.9662445	0.8414665	0.6440391

表4-5-5　ノードペア(1,6)に対するルール①,②の計算結果

リンク信頼度		r =0.9	r =0.8	r =0.7
厳密値		0.9821639	0.9038974	0.7540083
ルール①	上限値	0.9889111	0.9507963	0.8782580
	下限値	0.9265590	0.7818560	0.5683510
ルール②	上限値	0.9846472	0.9229763	0.8058092
	下限値	0.9710098	0.8686862	0.7038064

表4-5-6　ノードペア(1,3)に対するルール①,②の計算結果

リンク信頼度		r =0.9	r =0.8	r =0.7
厳密値		0.9745594	0.8843717	0.7318817
ルール①	上限値	0.9801000	0.9216000	0.8281000
	下限値	0.9346590	0.7874560	0.6124510
ルール②	上限値	0.9758517	0.8941289	0.7572717
	下限値	0.9694768	0.8614739	0.6931695

ニマルパスの選択によってより優れた値を得ることができるのである。特にノードペア(1,3)での事例は，以下に述べるように一次従属のパスの選択となる。

ノードペア(1,3)に対するミニマルパスの構成リンク(順序基準(I)による)は，表4-5-7のようになる。リンク信頼度がすべて0.9の場合，ルール②によるとNo.1,2,3,5,7のパスが選択され，その値は，0.9694768となる。先述と同様に，上位9パスから5個総当たりで計算した結果，計算値は0.9710274～0.8395003であり，ルール②よりも良好な値が得られた。この値(0.9710274)を与えるパスの選択は，No.1,2,3,4,7であり，一次従属のパス(No.1,2,3,4)が選択されている。これは，**4.5.3**で考察するように，リンクの重複度よりもパスの生起確率がより多く信頼度に寄与することが理由と考えられ，一次独立のルールの優位性が必ずしも常に成立しないことを示している。

ルール③に関する計算結果は，ノードペア(1,9)の場合と同様であった。そして，$p'=5$の場合の値が，ルール②による値とほとんど同じ(その差は0.01以下)であり，厳密値に対する近似値としても十分実用性があることが明らかとなった。ルール②では，一次独立性の判定計算が必要となり，これが複雑となる。これに対しルール③ではその必要がなく，順序づけられたパスの上位から単純にパスを選択すればよいので計算が簡便となる。他の事例に対しても本ルールによる近似値が実用的であれば，この方法はきわめて有用となる。

表4-5-7　ミニマルパスの順位表およびルール①，②による計算結果
(ノードペア(1,3)，$r_a=0.9$，順序基準(I))

パス順位(No.)	構成リンク	リンク数	生起確率	選択されたパス	
				ルール①	ルール②
1	{1,2}	2	0.8100000	*	*
2	{3,6,7,5}	4	0.6561000	*	*
3	{3,6,4,2}	4	0.6561000		*
4	{1,4,7,5}	4	0.6561000		
5	{1,4,9,12,10,5}	6	0.5314410		*
6	{3,6,9,12,10,5}	6	0.5314410		
7	{3,8,11,12,10,5}	6	0.5314410		*
8	{3,8,11,9,4,2}	6	0.5314410		
9	{3,8,11,9,7,5}	6	0.5314410		
10	{1,4,6,8,11,12,10,5}	8	0.4304672		
11	{3,8,11,12,10,7,4,2}	8	0.4304672		
下限値の計算値				0.9346590	0.9694768

(2) ミニマルカットによる上限値

本項では，ミニマルカットによる上限値の与え方を考察する。具体的には，前節までに得られたミニマルパスの選択方法が，ミニマルカットにも当てはまるかどうかを調べる。同じネットワークを対象に，リンクの信頼度も同じ順で考察する。

ミニマルカットは，図4-5-1bに示すオリジナルのネットワークに対する双対ネットワークを用いて求めている。ここで，双対ネットワークは，対象とするノードペア(図では，ノードペア(1,9)の場合)を切断する方向に外部ノードを2個とって設定する。ノードペア(1,9)に対するミニマルカットは全部で30個ある。独立なカットの数は$n-1$(n：ノード数)で与えられ，8個となる。また，カットに関する生起確率は，双対ネットワークのリンク信頼度を($1-r_a$)として計算する。

ミニマルパスの場合と同様に，リンク信頼度r_aが0.9，0.8，0.7の各場合を計算する。ここではノードペア(1,9)について述べるが，他のノードペアに対する計算結果もノードペア(1,9)と同様であった。ミニマルカットの構成リンク，およびルール①，②の計算結果を表4-5-4～6,8に示す。そしてこの場合も，各リンクの信頼度が同一値であるので，順序基準(I)～(III)は同じ結果を与える。

ルール①によってリンクの重複を許さずにカットを選択すれば，表4-5-8の*印のカットが選択される。リンク信頼度が0.9，0.8，0.7と低下するにしたがい，他のルールによる値との乖離が大きくなっている(表4-5-4)。

ルール②で，独立なカットを8個選択すれば，ルール②の欄の*印のカットが選択され，そのときの計算値は，0.9749515(r_a＝0.9の場合)となった。これを，今までと同様の方法で，他の8個の組合せと，総当たりで比較する。その結果，計算値は0.9749515～0.9941681となり，本ルールが優れているが，同じ0.9749515の値を与えるカットの組合せは，他にも多く存在していることが明らかとなった。

ルール③では，30個のミニマルカットすべてを対象に計算することは可能であるが，計算量が膨大となるので行わない。今までに得られた結果から，選択範囲が上位12カット程度であれば十分であると考え，その結果を図4-5-2に示した。グラフは，**4.5.1**(1)で述べたのと同様の挙動を示している。すなわち，r_aが0.9，0.8，0.7の各場合を比較すると，リンク信頼度が大きくなると厳密値への接近が早くなり，リンク信頼度が小さくなると接近が遅くなっていることがわかる。つまり，リンク信頼度が小さくなると，少数のカットだけで厳密値を規定することは困難となり，多くのカットを利用しなければならないことを示している。しかし，多くのカットを用いればより厳密値に近い上限値が得られるが，計算時間が増加するのはパスの場合と同様である。そこで，適当なカット数で打ち切ることが考えられるが，k'＝8の場合とルール②による値とがほぼ等しいことに着目して，8個程度のカットで，実用上十分であると考えられる。この場合の誤差は0.05程度である。

表4-5-8　ミニマルカットの順位表およびルール①，②による計算結果
（ノードペア(1,9)，r_a＝0.9，順序基準(Ⅰ)）

カット順位 (No.)	構成リンク	リンク数	生起確率	選択されたカット	
				ルール①	ルール②
1	{1,3}	2	0.0100000	*	*
2	{10,12}	2	0.0100000	*	*
3	{2,4,3}	3	0.0010000		*
4	{5,4,3}	3	0.0010000		*
5	{1,6,8}	3	0.0010000		*
6	{1,6,11}	3	0.0010000		*
7	{5,7,12}	3	0.0010000		*
8	{2,7,12}	3	0.0010000		
9	{10,9,11}	3	0.0010000		*
10	{10,9,8}	3	0.0010000		
11	{10,7,4,3}	4	0.0001000		
12	{10,9,6,3}	4	0.0001000		
13	{1,4,7,12}	4	0.0001000		
14	{1,6,9,12}	4	0.0001000		
15	{5,4,6,8}	4	0.0001000	*	
16	{5,7,9,8}	4	0.0001000		
17	{5,4,6,11}	4	0.0001000		
18	{5,7,9,11}	4	0.0001000		
19	{2,4,6,8}	4	0.0001000		
20	{2,7,9,8}	4	0.0001000		
21	{2,4,6,11}	4	0.0001000		
22	{2,7,9,11}	4	0.0001000	*	
23	{2,7,9,6,3}	5	0.0000100		
24	{5,7,9,6,3}	5	0.0000100		
25	{1,4,7,9,8}	5	0.0000100		
26	{1,4,7,9,11}	5	0.0000100		
27	{5,4,6,9,12}	5	0.0000100		
28	{2,4,6,9,12}	5	0.0000100		
29	{10,7,4,6,11}	5	0.0000100		
30	{10,7,4,6,8}	5	0.0000100		
上限値の計算値				0.9799040	0.9749515

4.5.2　リンク信頼度を乱数で与えた場合

4.5.1では，リンク信頼度r_aを同一値としたので，パス・カットの選択ルールの優劣は判断できず，また，順序基準(Ⅰ)～(Ⅲ)の差異も検討できなかった。そこでパスやカットの順序基準や選択ルールの

優劣をさらに明確にするため，リンク信頼度r_aの値を乱数を発生させて与え，多数のリンク信頼度の組合せ(これをパターンと呼ぶ)に対し，統計的な考察を加える。このようなリンク信頼度の与え方は現実を必ずしも反映しないが，順序基準やルールの比較検討のためには有効であると考える。パターン数は50とした。

最初にルール①は，順序基準(Ⅰ)～(Ⅲ)に共通して，厳密値との乖離が大きく，近似値として適切でないと判断した。一度選択されたリンクは重複して選択しないため，パス・カットの選択数が非常に少なくなるのが理由である。これは，表4-5-1，4-5-4～6の結果からも明らかであると考えられる。

次に，ルール②の結果を順序基準(Ⅰ)～(Ⅲ)間で比較する。得られた上・下限値と厳密値との誤差をヒストグラムにしたものが図4-5-3，4である。この図から明らかに順序基準(Ⅱ)は，近似値決定の方法として適切でないことがわかる。順序基準(Ⅱ)は，パスの経路(カットについては，双対ネットワークのパスの経路）の距離のみを考慮したものであり，その生起確率はまったく考慮していない。したがっ

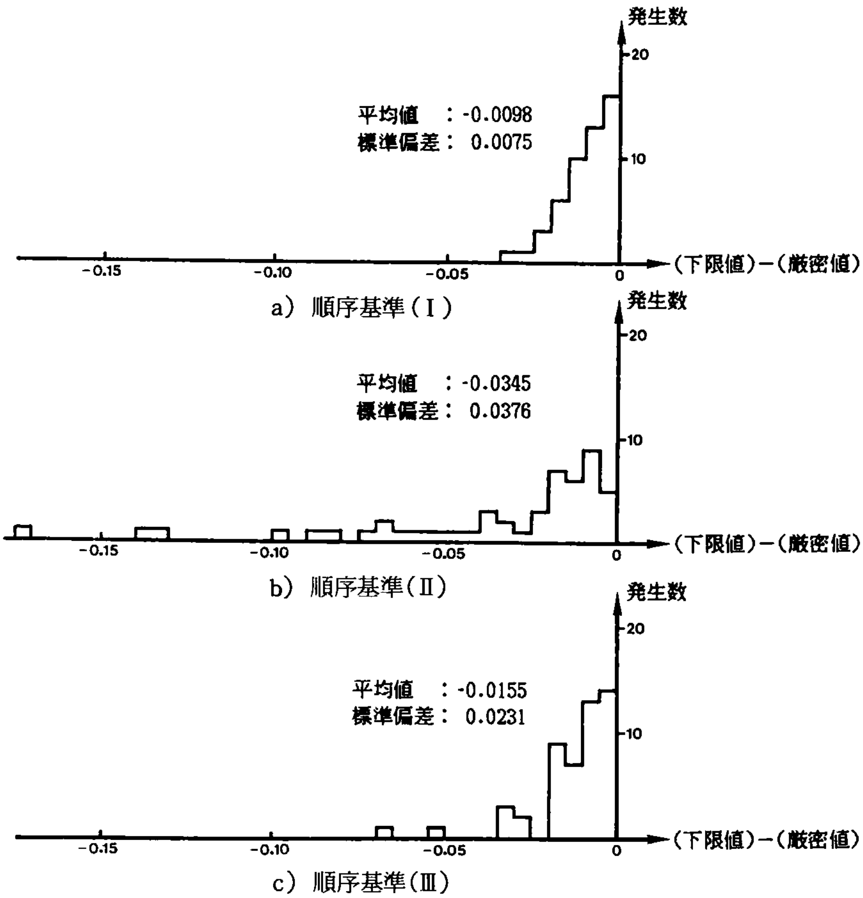
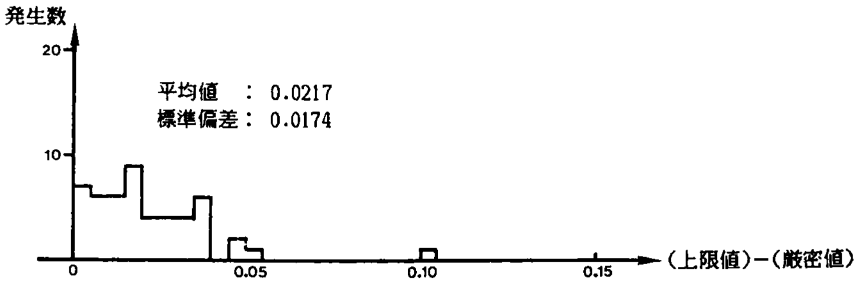
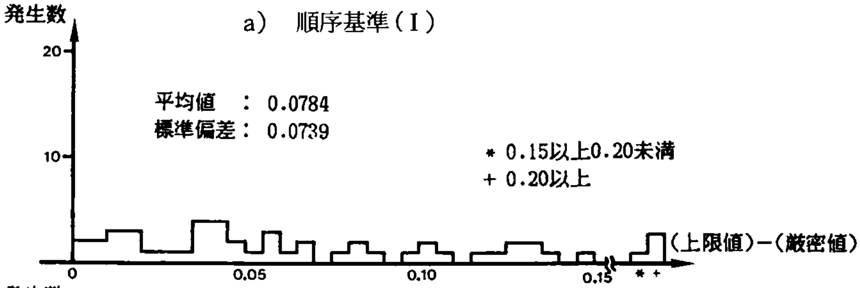


図4-5-3　ルール②による下限値と厳密値との誤差の度数分布

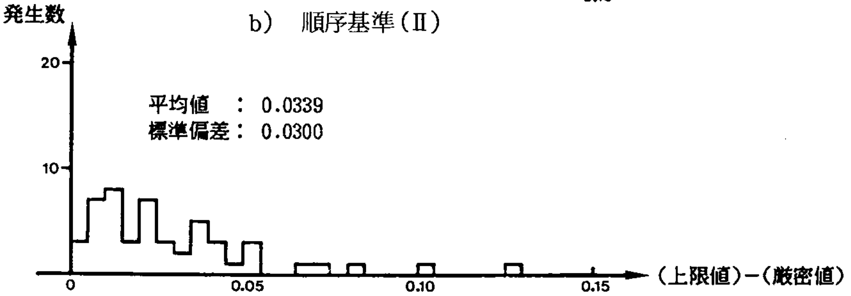
て，生起確率の小さいパス・カットであっても経路の距離が小さければ，優先的に計算対象になり，これが厳密値との乖離を大きくする理由と考えられる。また，同一経路長（モデル計算では，リンク長一定のため同一リンク数）のパス・カットの順序に規約がないために， 計算結果に安定性が保証されないという欠点がある。したがって，生起確率の考慮が非常に重要であることがわかる。このことは，順序基準（Ⅱ）で生起確率を考慮すると順序基準（Ⅲ）となり，その結果は（Ⅱ）に比べると大幅に厳密値との誤差が小さくなることでも明らかである。次に，（Ⅰ）と（Ⅲ）とを比較すると結果に大差はないが，厳密値との乖離の大きいパターンも若干あることがわかる。本例では，ほとんどの場合，（Ⅰ）と（Ⅲ）は，ほぼ同一の計算結果を与え，その優劣はつけがたいが，リンク信頼度の組合せが特殊な場合，両者の結果に大きな差を生ずる可能性があることが明らかとなった。これについては次項で考察するが，順序基準（Ⅰ）に関しては厳密値との誤差は概ね±0.05以内に収まっており，この程度の誤差が許容されるとすれば十分実用的であると考えられる。



a） 順序基準（Ⅰ）



b） 順序基準（Ⅱ）



c） 順序基順（Ⅲ）

図4-5-4 ルール②による上限値と厳密値との誤差の度数分布

次にルール③について述べる。ルール③では，パス・カット数を増加させると，上・下限値は徐々に厳密値に接近する性質がある。50のパターンのうち多くのパターンで，順序基準(Ⅰ)と(Ⅲ)とは厳密値に対し，同じような接近の様子を示すが，それに対し(Ⅱ)の接近は概して遅いことが明らかとなった。(Ⅱ)の接近が遅いのは，先述と同様，生起確率を考慮していないのが理由である。その接近の様子の典型例を図4-5-5に示す。順序基準(Ⅰ)と(Ⅲ)による値の相違は，多くの場合あまり大きくはなく，一方が他方に比べ常によい近似値を与えるといった優劣関係はない。順序基準(Ⅰ)と(Ⅲ)に大きな差異が現れるのは，リンク信頼度がある特殊な組合せとなった場合である。すなわち，図4-5-1ａでノードペア(1,9)の信頼度を考えるとき，例えばリンク３の信頼度がリンク１に比較してきわめて小さい場合にこのような現象が生ずる。この場合の厳密値への接近の様子を図4-5-6に示す。パスに基づく下限値が順序基準(Ⅰ)と(Ⅲ)とで大きく異なっているのがわかる。このような現象は，生起確率に関して上位にランクされるパスが，リンクに関して偏っていることから生じている。つまり，図4-5-7，表4-5-9に，このパターンのリンク信頼度およびパスの生起確率と構成リンクを示すが，リンク３の信頼度が低いために，順序基準(Ⅰ)では構成リンク

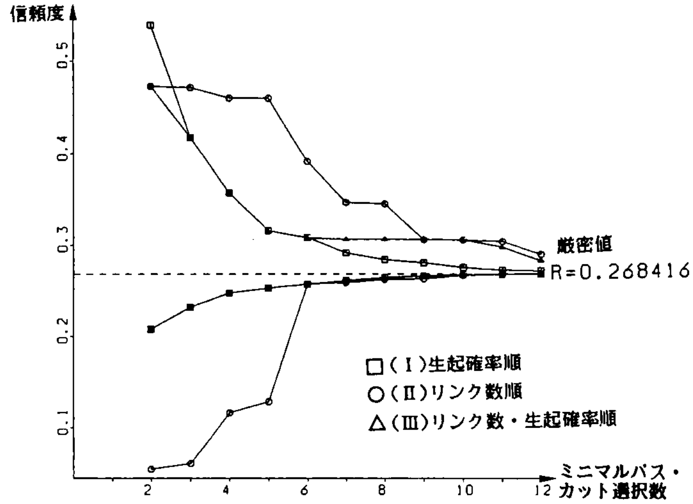


図4-5-5　ルール③による厳密値への接近の典型例

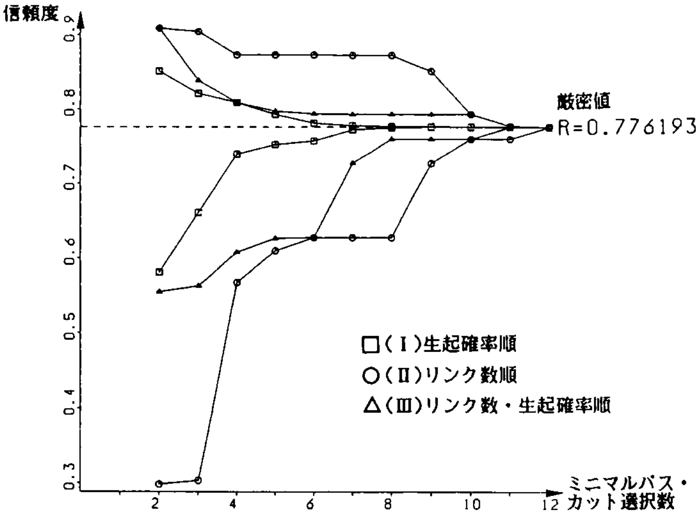


図4-5-6　順序基準間に大きな差異が現れる場合の
厳密値への接近の様子（パターンNo.5）

にリンク1を含むパスが上位ランクを占めてしまう。順序基準(Ⅲ)ではリンク数を考慮するため生起確率の小さなものも上位にランクされ，そのため厳密値への接近は，(Ⅰ)に比較して大きく遅れたものとなる。このように，生起確率に関して上位にランクされるパスが，リンクに関して偏っている場合，順序基準(Ⅰ)と(Ⅲ)の差異が現れる。このような場合には，式(4.4.3)でのリンク信頼度rの次数(つまり構成リンク数)を考慮せず，単純にパスを生起確率の順に並べた方が良いことになる。順序基準(Ⅰ)と(Ⅲ)を比較すると，(Ⅲ)の方がより早く厳密値に接近する例もみられたが，このように誤差の大きい例もみられるので，この点で比較的無難な結果を与え，かつ計算実行上簡便な順序基準(Ⅰ)が優れていると考えられる。

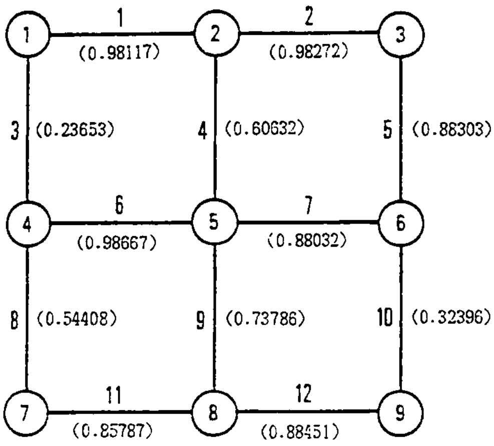
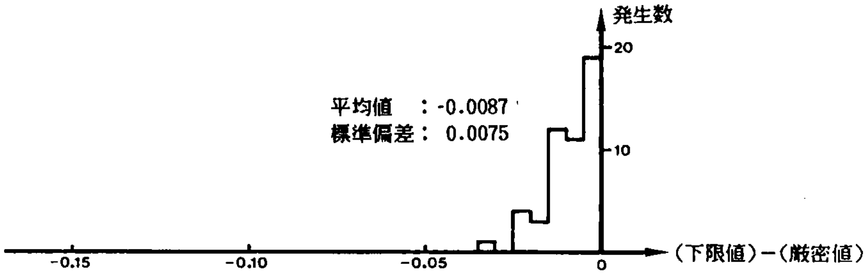


図4-5-7　順序基準間に大きな差異が現れる場合のリンク信頼度の値(パターンNo. 5)

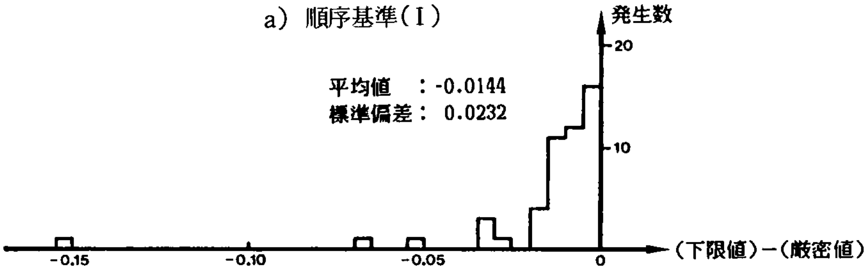
表4-5-9　ミニマルパスの生起確率
(パターンNo. 5，ノードペア(1,9)，順序基準(Ⅰ))

パス順位 (No.)	構成リンク	リンク数	生起確率
1	{1,2,5,7,9,12}	6	0.4891778
2	{1,4,9,12}	4	0.3882602
3	{1,2,5,7,6,8,11,12}	8	0.3053155
4	{1,2,5,10}	4	0.2758296
5	{1,4,6,8,11,12}	6	0.2423288
6	{1,4,7,10}	4	0.1696594
7	{3,6,9,12}	4	0.1523122
8	{3,8,11,12}	4	0.0976502
9	{3,6,7,10}	4	0.0665564
10	{3,6,4,2,5,10}	6	0.0397792
11	{3,8,11,9,7,10}	6	0.0232314
12	{3,8,11,9,4,2,5,10}	8	0.0138849

以上述べたようにルール③の特性は，パス・カット数を増加させればさせるほど良好な近似値が得られる。しかし逆に，適切なパス・カット数の停止基準がないことが欠点となっている。ルール②は，一次独立性の判定計算が一般に複雑となる点に欠点がある。そこで，この両者を組み合わせ，ルール③のパス・カット数に，ルール②での一次独立なパス・カット数を用いることを考える。下限値に関してはパス数5，上限値に関してはカット数8として，順序基準(Ⅰ)と(Ⅲ)による上・下限値と厳密値との誤差をヒストグラムにしたものが図4-5-8，9である。厳密値との誤差が大きいケースが少ないという意味で，順序基準(Ⅰ)が優れているといえる。そして，ルール②による結果と比較しても，順序基準(Ⅰ)とルール③の組合せは十分実用的であるといえる。この場合も，厳密値との誤差は概ね±0.05以内であると考えてよい。この方法ではパス・



a) 順序基準(Ⅰ)



b) 順序基準(Ⅲ)

図4-5-8　ルール③による下限値と厳密値との誤差の度数分布

カットを生起確率順に順序づけ，上位から必要なパス・カット数を単純に選択するだけでよく，構成リンク数の考慮(順序基準(Ⅲ))や一次独立性の判定計算(ルール②)が不要であるのが特徴である。

4.5.3　一次独立の選択ルールに関する補足的考察

4.5.1 で，一次独立の選択法(ルール②)が必ずしも優れているとはいえない事例が見出された。**4.4.1** で示したように，一次独立のルールは，選択パス・カットの数が非重複の選択法(ルール①)では非常に少なくなる欠点を補うため，選択パス・カットの数を増加させ，かつリンクの重複を最小限にするために導入した選択ルールである。本項では，このルール②の補足説明として，パス・カット間でリンクの重複が少ない方が良好な近似値を与えることの根拠とその成立限界について考察する。

ミニマルパスに関する式(4.4.1)を展開すると，

$$L=1-\mathrm{E}\left[\left(1-\prod_{a\in P_1}X_a\right)\left(1-\prod_{a\in P_2}X_a\right)\cdots\left(1-\prod_{a\in P_{p'}}X_a\right)\right]$$

$$=\mathrm{E}\left[\sum\left(\prod_{a\in P_s}X_a\right)-\sum\sum\left(\prod_{a\in P_s}X_a\right)\left(\prod_{a\in P_t}X_a\right)+\right.$$

$$\left.\sum\sum\sum\left(\prod_{a\in P_s}X_a\right)\left(\prod_{a\in P_t}X_a\right)\left(\prod_{a\in P_u}X_a\right)-\cdots\cdots\right], \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (4.5.1)$$

となる。式(4.5.1)でのE[ ]の中の第1項，第2項をX_aの次数，つまりリンク数について整理すると，

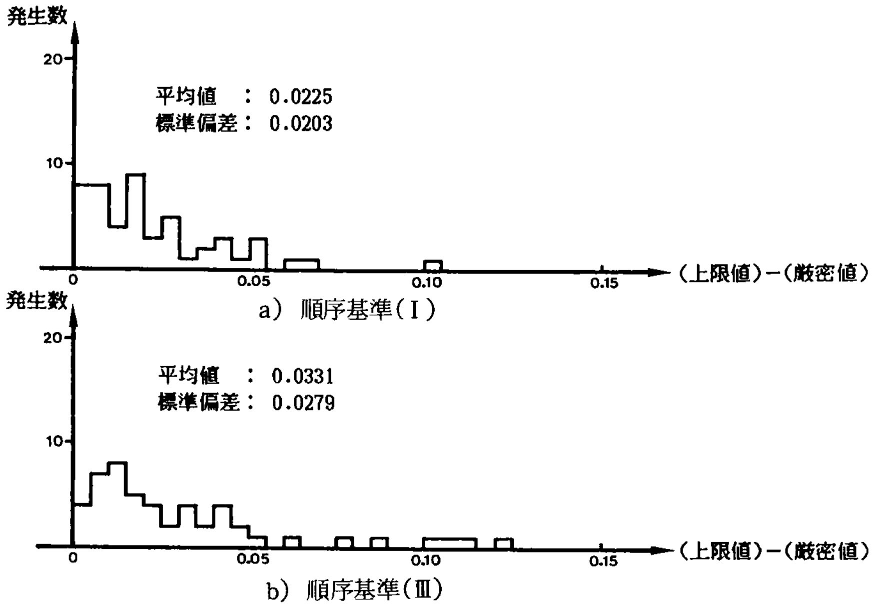


図4-5-9　ルール③による上限値と厳密値との誤差の度数分布

$$E\left[\sum\left(\prod_{a\in P_s} X_a\right)\right]=E\left[\sum_a O_{11}(X_a)+\sum_{a_1}\sum_{a_2} O_{12}(X_{a_1},X_{a_2})+\cdots\cdots\right], \quad \cdots (4.5.2)$$

$$E\left[\sum\sum\left(\prod_{a\in P_s} X_a\right)\left(\prod_{a\in P_t} X_a\right)\right]$$

$$=E\left[\sum_a O_{21}(X_a)+\sum_{a_1}\sum_{a_2} O_{22}(X_{a_1},X_{a_2})+\cdots\cdots\right], \quad \cdots (4.5.3)$$

となる。ここに，O_{ij} は式(4.5.1)での第 i 項における r_a の j 次の項のみからなる多項式を表している。式(4.5.1)での第1項，すなわち式(4.5.2)は，リンクに関して重複はないので，ブール代数による整理は不要である。ブール代数による整理が必要なのは，第2項以降である。ここで第2項，すなわち式(4.5.3)において，リンクの重複が大きいと，ブール代数整理によって式中の X_a の次数が低下するので，$0\leqq r\leqq 1$ から式の値は大きくなると考えられる。リンクの重複度が小さいと，X_a の次数はそれほど低下しないので式の値は小さくなる。できるだけ大きな下限値 L を得るには，式(4.5.1)で負の符号を与える式(4.5.3)の値は，できるだけ小さい値が望ましいと考えられる。したがって，一次独立性の考慮によってリンクの重複度を小さくした方が，大きな下限値のためには有効である。

以上説明した根拠は，L の値に対して式(4.5.1)での第2項の影響が大きい，との前提に基づいている。したがって，この前提が成り立たない場合には，ルール②の優位性が成立しないこともあると考えられ

る。それは，以下のような場合である。

(1) 式(4.5.1)で，第１項によってLの値が規定される場合

例えば，パスの構成リンク数が比較的大きい，あるいはリンクの重複度が大きい（もちろん非独立な場合も含んでいる）にもかかわらずその生起確率が大きい場合が相当する。前者では，順序基準(II)がふさわしくない場合であり，後者では独立のルールが成立しない場合である。第１項では，ブール代数による項の整理が不要なため，リンクの信頼度r_aがそのままで計算される。したがって，これらのように第１項の値がLを規定してしまう場合が存在する。**4.5.1** で見出された一次独立の選択法が必ずしも優れているとはいえない事例は，本ケースに相当する。

(2) 式(4.5.1)での，第３項の寄与が第２項の寄与を上回る場合

第２項の符号は負であり，信頼度の下限値Lの値を下げる働きをしているのに対し，第３項は上げる働きをしている。したがって，第２項で重複の度合が大きくても，第３項がその影響を打ち消せば，よい近似値が得られると考えられる。しかし，このようなケースはほとんど生じない希な現象であると考えられ，筆者も確認していない。

4.6 確率重要度

本方法では，確率変数の情報を保存するため解析的分析を行うことが可能である。ここでは確率重要度を取り上げる。確率重要度の定義は以下に行うが，これによって，リンク(ユニット)信頼度の増減がノード間(システム)信頼度へ及ぼす影響を知ることができる。

4.6.1 確率重要度の定義と道路網における意義

リンク(ユニット) aの確率重要度I_aを次式によって定義する[10]。

$$I_a = \partial R(\boldsymbol{r})/\partial r_a, \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (4.6.1)$$

確率重要度I_aは$R(\boldsymbol{r})$の多重線形性(式(3.3.5))，つまり，

$$\begin{aligned} R(\boldsymbol{r}) &= Pr\{X_a = 1\}R(1_a, \boldsymbol{r}) + Pr\{X_a = 0\}R(0_a, \boldsymbol{r}) \\ &= r_a R(1_a, \boldsymbol{r}) + (1 - r_a)R(0_a, \boldsymbol{r}), \end{aligned} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (4.6.2)$$

を利用すれば，

$$I_a = R(1_a, \boldsymbol{r}) - R(0_a, \boldsymbol{r}), \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (4.6.3)$$

と等価的に書くこともできる。また，リンクの信頼度が統計的に独立でない場合には，

$$I_a = \partial \mathrm{E}[\phi(\boldsymbol{X})]/\partial r_a, \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (4.6.4)$$

によって定義すればよい。または,

$$I_a = \mathrm{E}[\phi(1_a, \boldsymbol{X}) - \phi(0_a, \boldsymbol{X})], \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (4.6.5)$$

によって定義してもよい。

確率重要度には, $0 < I_a \leqq 1$ という性質があり, リンク信頼度の増減がノード間の信頼度にどのように影響するかを知ることができる。すなわち, 確率重要度の大きいリンクの信頼度が下がれば, ノード間信頼度は大きく低下し, 逆にそのリンク信頼度を上げれば, ノード間信頼度を効率よく向上させることができる。

例えば[11], l ユニット直列システムでは,

$$R(\boldsymbol{r}) = \prod_{a=1}^{l} r_a, \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (4.6.6)$$

であるので,

$$I_a = \partial R(\boldsymbol{r})/\partial r_a = \prod_{b=1}^{l} r_b / r_a, \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (4.6.7)$$

となる。したがって, $r_1 \leqq r_2 \leqq \cdots \leqq r_l$ のとき,

$$I_1 \geqq I_2 \geqq \cdots \geqq I_l, \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (4.6.8)$$

となる。これは, 直列システムでは信頼度の最も低いユニットが最も重要であることを示している。

並列システムについては,

$$R(\boldsymbol{r}) = \coprod_{a=1}^{l} r_a = 1 - \prod_{a=1}^{l} (1 - r_a), \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (4.6.9)$$

であるので,

$$I_a = \prod_{b=1}^{l} (1 - r_b)/(1 - r_a), \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (4.6.10)$$

となる。したがって,

$$I_1 \leqq I_2 \leqq \cdots \leqq I_l, \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (4.6.11)$$

となる。これは, 並列システムでは信頼度の最も高いユニットが最も重要であることを示している。このように, 確率重要度を知ることによって, 道路網における, リンクの強化あるいは保全がネットワー

ク全体の信頼性にどのように貢献するかを明らかにすることができる。

4.6.2　モデル計算と考察

ここでは，確率重要度を図4-6-1のリンク信頼度で計算する。対象とするノードペアは，(1,9)，(1,6)，(1,3)である。

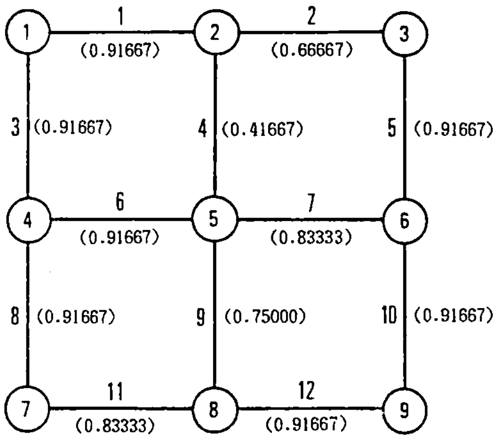


図4-6-1　確率重要度のためのリンク信頼度の値

まず，厳密値から得られる確率重要度について考察する。計算結果を表4-6-1～3のそれぞれ第1列に示す。得られた確率重要度は，数個のリンクが突出した値をもち，他の多数のリンクは小さな値で，その値にはほとんど差がない。計算結果では，ノードペア(1,9)(表4-6-1)の場合，重要なリンクは，リンク3，12，10，…となっている。このことは，次のように解釈できると考えられる。すなわち，本ケースのミニマルパスを生起確率順に順序づけると表4-6-4のようになり，{3，8，11，12}，{3，6，7，10}，{3，6，9，12}，…のパスが生起確率の上位にランクされている。そして，これら生起確率の高いパスに共通して含まれているリンクが重要であると判断されていることがわかる。また，起終点ノード①，⑨に直結しているリンクの数が少なく，これらの信頼度がノードペア(1,9)の連結信頼度に大きな影響を与えると考えられることからも，これらのリンクの重要度が高く計算されたとみることができる。この場合，起終点ノードに連結するリンクが多くなると，代替経路が増

表4-6-1　パスの選択方法の簡略化が確率重要度に与える影響
（ノードペア(1,9)）

リンク	厳密値による値		順序基準(Ⅰ)ルール②		順序基準(Ⅰ)ルール③(p’=5)	
番　号	確率重要度	順　位	確率重要度	順　位	確率重要度	順　位
1	0.0836474	4	0.0834395	5	0.0685884	6
2	0.0658367	5	0.0682387	6	0.0943090	5
3	0.2816201	1	0.3447436	1	0.4567090	1
4	0.0364981	11	0.0289269	11	0.0000000	12
5	0.0478813	9	0.0496282	9	0.0685884	6
6	0.0637048	6	0.0835385	4	0.1000139	4
7	0.0506325	7	0.0610235	7	0.0480301	10
8	0.0440462	10	0.0459210	10	0.0538782	9
9	0.0309282	12	0.0273756	12	0.0290091	11
10	0.1286980	3	0.1796790	2	0.1678669	2
11	0.0484511	8	0.0505135	8	0.0592665	8
12	0.1353375	2	0.1407835	3	0.1327013	3

表4-6-2　パスの選択方法の簡略化が確率重要度に与える影響

（ノードペア(1,6)）

リンク	厳密値による値		順序基準(Ⅰ) ルール②		順序基準(Ⅰ)ルール③(p'=5)	
番　号	確率重要度	順　位	確率重要度	順　位	確率重要度	順　位
1	0.0902937	2	0.1005020	2	0.0819967	4
2	0.0790174	4	0.0853455	5	0.1127453	2
3	0.2761546	1	0.2925346	1	0.4154130	1
4	0.0368801	9	0.0328805	9	0.0000000	12
5	0.0574673	8	0.0620695	8	0.0819967	5
6	0.0666564	5	0.0896799	4	0.0995709	3
7	0.0806424	3	0.0937961	3	0.0804298	6
8	0.0283821	11	0.0276866	11	0.0371019	10
9	0.0148208	12	0.0122205	12	0.0156362	11
10	0.0596473	6	0.0700334	6	0.0619513	7
11	0.0312206	10	0.0304555	10	0.0408124	9
12	0.0596473	6	0.0700334	6	0.0619513	7

表4-6-3　パスの選択方法の簡略化が確率重要度に与える影響

（ノードペア(1,3)）

リンク	厳密値による値		順序基準(Ⅰ) ルール②		順序基準(Ⅰ)ルール③(p'=5)	
番　号	確率重要度	順　位	確率重要度	順　位	確率重要度	順　位
1	0.1217065	4	0.1528530	4	0.1375503	4
2	0.1579909	3	0.1617316	3	0.1891314	3
3	0.2293199	2	0.2400877	2	0.3367051	1
4	0.0334498	9	0.0258349	9	0.0000000	12
5	0.3293279	1	0.3461831	1	0.3367051	1
6	0.0554443	6	0.0736965	6	0.0807053	5
7	0.0645500	5	0.0756168	5	0.0651908	6
8	0.0232288	11	0.0226051	11	0.0300722	10
9	0.0119474	12	0.0099051	12	0.0126736	11
10	0.0478450	7	0.0569285	7	0.0502135	7
11	0.0255519	10	0.0248658	10	0.0330797	9
12	0.0478450	7	0.0569285	7	0.0502135	7

加することからこれらの重要度は低下すると考えられる。表4-6-2における，ノード⑥まわりのリンク5，7，10がその例である。また，表4-6-3において，最短ルートであるリンク1,2がそう高く評価されず，生起確率の高いパスとの関係から，リンク5，3が高く評価されたのも興味深いことである（表4-6-6参照）。

以上述べた確率重要度は，信頼度の厳密値から得られる値で，厳密値計算そのものが膨大な計算を必要とする。そのため，確率重要度にも近似計算法があることが望ましい。前節で述べた近似計算法は，

確率変数の情報が保存される点は厳密計算法と変わりがないので，次にこの近似値から得られる確率重要度を求め，厳密値から得られる確率重要度と比較する。ここではミニマルパスに基づく近似計算を取り上げ，前節の検討で有効とされた，順序基準(I)におけるルール②(独立のルール)とルール③での上位5パスを比較する。結果を表4-6-1～3のそれぞれ第2，第3列に示す。近似計算法による確率重要度は，厳密値による確率重要度と比較して，重要なリンクはさらに大きな値として計算される。重要度の低いリンクについては，大きな変動はない。つまり，近似計算から得られた結論も厳密計算による結論と同様に，生起確率の高いパスに共通して含まれているリンクや，起終点ノードに直結するリンク数が少ない場合の起終点ノード直結リンクの重要度が高く評価されている。重要度の高いリンクの判別が重要であるとすると，この近似計算法は信頼度の近似計算法と同様，実用性が高いと考えられる。

表4-6-4　確率重要度の大きいリンクとパスの生起確率との関係
(ノードペア(1,9)，順序基準(I))

パス順位(No.)	構成リンク	リンク数	生起確率
1	{3,8,11,12}	4	0.6418833
2	{3,6,7,10}	4	0.6418833
3	{3,6,9,12}	4	0.5776973
4	{1,2,5,10}	4	0.5135113
5	{3,8,11,9,7,10}	6	0.4011755
6	{1,2,5,7,9,12}	6	0.3209433
7	{1,2,5,7,6,8,11,12}	8	0.2996471
8	{1,4,7,10}	4	0.2917664
9	{1,4,9,12}	4	0.2625908
10	{1,4,6,8,11,12}	6	0.2451666
11	{3,6,4,2,5,10}	6	0.1961351
12	{3,8,11,9,4,2,5,10}	8	0.1225839

4.7 結　語

本章では，ブール代数を用いて，道路網のノード間信頼度の上・下限値を効率的に求める方法を提案した。すなわち，表3-4-1において，ブール代数の利用の有無，および対象とするミニマルパス・カットの利用範囲とその組合せによって得られる信頼度の性質との関係を整理しているが，本章では，この表3-4-1の左半分の領域を考察した。本章各節で得られた成果を要約すると以下のとおりである。

表4-6-5　確率重要度の大きいリンクとパスの生起確率との関係
(ノードペア(1,6)，順序基準(I))

パス順位(No.)	構成リンク	リンク数	生起確率
1	{3,6,7}	3	0.7002338
2	{3,8,11,12,10}	5	0.5883952
3	{1,2,5}	3	0.5601921
4	{3,6,9,12,10}	5	0.5295578
5	{3,8,11,9,7}	5	0.4376444
6	{1,4,7}	3	0.3182895
7	{1,4,9,12,10}	5	0.2407091
8	{1,4,6,8,11,12,10}	7	0.2247369
9	{3,6,4,2,5}	5	0.2139647
10	{3,8,11,9,4,2,5}	7	0.1337274

表4-6-6　確率重要度の大きいリンクとパスの生起確率との関係
（ノードペア(1,3)，順序基準（I））

パス順位（No.）	構成リンク	リンク数	生起確率
1	{3,6,7,5}	4	0.6418833
2	{1,2}	2	0.6111164
3	{3,8,11,12,10,5}	6	0.5393642
4	{3,6,9,12,10,5}	6	0.4854297
5	{3,8,11,9,7,5}	6	0.4011755
6	{1,4,7,5}	4	0.2917664
7	{3,6,4,2}	4	0.2334152
8	{1,4,9,12,10,5}	6	0.2206508
9	{1,4,6,8,11,12,10,5}	8	0.2060096
10	{3,8,11,9,4,2}	6	0.1458839
11	{3,8,11,12,10,7,4,2}	8	0.1362038

(1)　本章で提案した方法は，ノード間のミニマルパス・カットのうち一部を選択して用いる方法であり，すべてのミニマルパス・カットを必要とする従来の方法に比較して大幅に計算を簡略化できる点に大きな特徴を有している。このことは，きわめて有用な結論を与えている。すなわち，従来の信頼性解析法ではすべてのパス・カットを必要とするため，規模の大きいネットワークを対象とした場合には，ミニマルパス・カット数は膨大な数になり，信頼度計算ばかりでなくその探索作業すら困難となっていた。また，これらパス・カットの中には交通工学的意味が希薄なものが多数含まれているという問題点もある。これに対して，本章で提案した方法では，少数のかつ交通工学的に意味のあるパス・カットを計算対象とすることで，規模の大きいネットワークでも効率的に近似計算ができるという特徴を有している。

(2)　第2節では，部分的なミニマルパス・カットを利用した上・下限値計算法が有効であることの数学的背景を述べた。ここでは最初に，ミニマルパスを用いた信頼度計算法では，ミニマルパス数をpとすると，計算を要する項の数が2^p-1個となることを示した。それぞれの項に対してブール演算が必要であり，計算時間も2^p-1に比例する。したがって，ネットワーク規模が拡大すると，膨大な計算時間が必要となる。ミニマルカットについてもまったく同様であり，効率的計算法があれば有効であることを述べた。次に，信頼度の値に対して寄与の大きい，少数のミニマルパス・カットのみで信頼度計算が可能であれば，計算機の計算実行時間（CPUタイム）を指数的に減少させることが可能となることを示した。さらにこの方法が，実際的な利用経路を用いるという意味で交通工学的観点からも望ましいことを示した。

(3)　第3節では，少数のミニマルパス・カットの利用に適合した，新しい数式処理アルゴリズムを述べた。新しく開発したアルゴリズムは，パス（あるいはカット）公式の直接展開法とでもいうべきもので，パス・カットの必要数と近似計算の考え方の2点で既存のアルゴリズムと原理的にまったく異なっている。すなわち，従来法がその入力データとしてすべてのミニマルパスあるいはカットを必要とするのに対し，本方法では部分的なミニマルパス・カットのみの利用で計算が可能である。また，従来法では，

近似計算が計算過程で行われるために，すべてのミニマルパスあるいはカットを必要とする点では厳密計算法と変わりがない。これに対し，本方法ではその入力データから明らかなように，部分的なミニマルパス・カットを直接用いて計算実行することが可能となっている。その他，本アルゴリズムでは，計算効率の向上のため種々の工夫を施しているが，ここでは，例を適宜挿入しながら，アルゴリズムの解説を行った。

(4) 第4節では，信頼度の上・下限値を効率的に求めるための，ミニマルパス・カットの選択方法を論じた。ここではパス・カットの選択を，1)パス・カットを順序づける順序基準の設定，2)順序づけられたパス・カットから計算に用いるパス・カットを選択するルールの設定，の2段階に分けて考察した。まず，順序基準は，ミニマルパスあるいはミニマルカットによる公式を変形することにより，次の3種類を導くことができる。

(Ⅰ) 生起確率の大きい順

(Ⅱ) 経路の距離の短い順

(Ⅲ) 距離が短く，生起確率の大きい順（経路距離・生起確率順）

次に，これら(Ⅰ),(Ⅱ),(Ⅲ)の規約によって順序づけられたパス・カットの上位から，計算に用いるパス・カットを選択するルールとして，次の3種類を考察した。

ルール①：リンクの重複を許さない選択ルール

ルール②：リンクに関して一次独立なミニマルパス・カットの選択ルール

ルール③：上位から無制約に選択するルール

次に，以上の順序基準と選択ルールに基づいたミニマルパス・カットの探索問題は，ネットワークのリンク長をリンク信頼度の対数関数で置換することによって，n番目最短経路探索問題に帰着することを明らかにした。したがって，ミニマルパス・カットを選択するために，あらかじめミニマルパス・カットをすべて求めておいて，これらを順序づける必要はなくなる。すなわち，n番目最短経路探索問題を解いて必要な数だけのミニマルパス・カットを求めればすむこととなり，計算の効率化が可能となる。

なお，本章ではミニマルパス・カットの選択方法を比較する目的から，当該ノードペアに関係するミニマルパス・カットをすべて求めて，それぞれの順序基準で序列をつけて計算に用いている。ミニマルパス・カットをすべて探索する方法は，ミニマルパスに関してはネットワークの接続行列を累乗する方法を改良したものである。ミニマルカットは双対ネットワーク(図4-5-1bで示したものとは異なり外部ノードは1個)でのループを同様の方法で探索することで求めている(これらの方法の詳細は，付録Cに示している)。

(5) 第5節では，第4節で提案した順序基準と選択ルールを，簡単なネットワークを対象に比較・検討した。リンク信頼度を同一値で与えた場合と乱数で与えた場合とを考察した。本節で得られた成果を

要約すると以下のとおりである。

厳密値に近い上・下限値を得るためには，パス・カットの選択方法およびその順序が非常に重要であることが明らかとなった。このことは，リンク信頼度同一値のケースで，ルール②，③の検討を通じて明らかとなったことである。特に，ルール③の検討では，ミニマルパス・カットの中にも，厳密値に大きく寄与するものと，そうでないものとがあること，また，パス・カット数をあまり多くとっても，値の改善の割りには計算効率が悪いこと等が明らかとなった。

なお，リンク信頼度が高い場合，すなわちシステム信頼度が高い場合には少数のパス・カットで十分厳密値に近い上・下限値を得ることができる。しかし，リンク信頼度が低い場合，すなわちシステム信頼度が低い場合には，少数のパスやカットだけで厳密値を規定することは困難となり，多くのパス・カットを利用しなければならないことも明らかとなった。

良好な近似値が得られるミニマルパス・カットの選択法は，順序基準(Ⅰ)と選択ルール②の組合せ，および順序基準(Ⅰ)と選択ルール③の組合せであった。選択ルール③の特性は，パス・カット数を増加させればさせるほど良い近似値が得られる。しかし逆に，適切なパス・カット数の停止基準がないことが欠点となっている。そこでルール③と②の両者を組み合わせ，③のパス・カット数に，②の一次独立なパス・カット数を用いることを考えた。その結果，良好な上・下限値が得られることが明らかとなった。この方法には，計算が簡便であるという利点も有している。すなわち，この方法は，ミニマルパス・カットを生起確率順に探索する問題となるが，これがn番目最短経路探索問題($n=1,2,\cdots,p'$ またはk'；p'，k'は一次独立なパス，カット数)に帰着することを示したのである。

(6) 本方法では確率変数の情報が保存されるため解析的な分析が可能である。第6節では，一例として確率重要度を計算した。確率重要度を求めることにより，リンク信頼度の増減がノード間信頼度に与える影響を知ることができる。計算の結果，確率重要度が高く計算されるリンクは，そのリンクが生起確率の高いパスに共通して含まれる場合や，対象ノードペアの起終点ノードに直結しており，かつその直結リンク数が少ない場合であることが明らかとなった。

今後の課題を述べる。

(1) 本章ではノードペア(1,9)を中心に述べてきた。本章では詳しく述べていないが，他の代表的なノードペアに対しても計算を行い，上・下限値の精度はほぼ同様であるとの結論を得ている。ネットワーク形状やネットワーク規模が変化した場合の有効性を検討することが今後必要である。この検討は，第6章で行う。

(2) 本章ではパス・カットの順序基準について，計算の簡便性から生起確率による順序基準(Ⅰ)を採用したが，交通工学的には経路長も考慮する順序基準(Ⅲ)の方が意義があると考えられる。しかし，順序基準(Ⅰ)および(Ⅲ)で並べたパス・カットは最初の数個の序列は異なるものの，計算に用いる選択数

の範囲では一致することが多かった。このため，経路長を考慮しないが計算の簡単な順序基準(Ⅰ)を採用しても問題は少ないと考えられる。この傾向は現実のネットワークでも保持されるものと考えられるが，順序基準(Ⅰ)と(Ⅲ)の比較および実用性を実際の道路網で検証してみることが必要と考えられる。

(3) 本章で考察したのはノード間信頼度であるが，ネットワーク全体の信頼度の算出も重要な課題である。すべてのノード間信頼度をそれぞれのＯＤ交通量で重みづける方法等が考えられるが，計算時間が膨大となる欠点があり，数個のノードペアで代表させる等，効率的な方法の開発を今後の課題としている。この検討は第５章で行う。

(4) 本方法ではブール演算を必要とするので，より大規模なネットワークでは計算時間が膨大になるという欠点を有している。高速演算の可能な計算機を用いることにより解決するのも可能であろうが，計算をより簡便化した方法も必要である。そのため，ブール演算の省略等を考えており，本章での成果を踏まえ，次章で詳しく検討することとする。

第４章　参考文献

1）飯田恭敬・若林拓史：ブール代数を用いた道路網ノード間信頼度の上・下限値の効率的算出法，土木学会論文集，No.395/IV−9，pp. 75−84，1988.

2）若林拓史・飯田恭敬：交通ネットワーク信頼性解析への信頼性グラフ理論適用の考え方，土木計画学研究・講演集10，pp. 125−132，1987.

3）若林拓史・飯田恭敬：信頼性グラフ理論に基づく交通ネットワークの信頼度の算出法について，土木学会第42回年次学術講演会概要集第４部，pp. 140−141，1987.

4）井上紘一・稲垣敏之：大規模システムの信頼性解析へのグラフ理論の応用，システムと制御，Vol. 20，No. 12，pp. 641−648，1976.

5）Fratta, L. and Montanari, U.G.: A Boolean Algebra Method for Computing the Terminal Reliability in a Communication Network, IEEE Trans. on Circuit Theory, Vol. CT-20, No. 3，pp. 203−211，1973.

6）一松　信：数式処理概説，bit 別冊『計算機による数式処理のすすめ』，pp. 7−31，共立出版，1986.

7）R. G. バサッカー・T. L. サーティ：グラフ理論とネットワーク/基礎と応用，pp. 123−124，培風館，昭和45年.

8）前掲１）

9）若林拓史：交通事故・工事・交通混雑の影響を考慮した道路網サービス水準の計量化手法，佐川交通社会財団研究報告書，Vol. 3，pp. 71−80，1988.

10）井上紘一：ＦＴＡの基礎理論と数値的解析法，井上威恭監修，総合安全工学研究所編『ＦＴＡ安全工学』，第２章，pp. 99−100，日刊工業新聞社，昭和54年.

11）三根　久・河合　一：信頼性・保全性の数理，pp. 121−122，朝倉書店，1982.

第５章　交点法による道路網信頼性の解析法

第５章　交点法による道路網信頼性の解析法

5.1　概　説

道路網信頼性解析においてネットワークが大規模になると，信頼度の厳密値を求めるための計算量は指数的に増大する。その原因の１つは，ミニマルパス・カット数が増加することによるものであり，もう１つはブール演算に要する計算時間が膨大化することによるものである。そこで，信頼度計算を効率的に行うために，第４章では部分的なミニマルパス・カットを利用する方法を考察した。すなわち，交通工学的意味のある少数のミニマルパス・カットを選択し，ブール演算と組み合わせて信頼度の上・下限値を算出する方法を提案した。この計算法は，表3−4−1での左側の領域に対応している。この方法では，

⑴　厳密値を求める場合と比較して計算時間や記憶容量を大幅に節約できる，

⑵　ブール演算を利用しない方法に対し上・下限が保証されている，

⑶　計算過程で確率変数の情報が保存されるため，解析的な分析が可能である，

という特徴がある。しかしながら，ネットワーク規模が拡大するにつれてブール演算に要する計算時間が膨大となる欠点がある。

これに対し本章では，部分的なミニマルパス・カットを利用し，さらにブール演算を省略した新しい近似計算法を提案する。この方法は，表3-4-1の右側の領域に対応している。第３章で考察したように，この方法には，

⑴　上・下限が保証されないものの，計算方法がきわめて簡単である，

⑵　ブール演算を経由しないので計算時間や記憶容量が小さくてすむ，

⑶　⑵の性質により，大規模ネットワークにも適用可能である，

という特徴がある。このように，非ブール演算型の方法では，得られる信頼度の値の範囲が，上・下限値のように数学的に保証されない欠点があるものの，計算の簡便性から現実的な大規模ネットワークにも適用が可能であるという特徴を有している。したがって，本方法では計算に利用するミニマルパス・カットの選択を適切に行い，実用的な近似値を得ることが鍵となっている。

本章で提案する方法は，パスによる近似値とカットによる近似値がそれぞれパス（カット）数に関して単調増加（減少）する性質を利用し，両曲線が交差する点をもって近似値とする方法であり，交点法と呼んでいる[1)−4)]。得られる近似値の値は，すべてのミニマルパス・カットを利用して得られる Esary・Proschan の上限値と下限値にはさまれた値となることが保証される。この新しい方法では，ノード間のミニマルパス，ミニマルカットを順次追加して非ブール演算で信頼度を計算し，パスに基づく値とカットに基づく値の大小関係が逆転した時点で計算を打ち切って交点を求めるので計算がきわめて容易

である。さらに第４章と同様，ミニマルパス・カットの探索問題が，リンク長をリンク信頼度で置き換えたネットワークにおける n 番目最短経路探索問題に帰着することを示す。ブール演算が不要なため従来の計算法に比較して計算がきわめて簡単となり，大規模ネットワークにも適用可能なことが大きな特徴となっている。本章では，基本的な考え方と信頼度の求め方を説明する意味から，第４章と同様，簡単なネットワークを対象に，特定のノード間信頼度を中心に述べていくが，この考え方を大規模ネットワークに適用することは容易である。そのため本章後半部において，有向グラフでネットワークが記述された，より実際的な場合での考え方を述べ，またネットワーク全体での信頼度の求め方について考察している。

本章の構成を述べる。第２節では，ブール演算の省略による近似計算法の数学的記述を行う。ここでは，信頼度計算における簡略化の方向として，(a)計算に用いるパス・カット数の削減，(b)ブール演算の省略の２つを示し，この両者を同時に考慮する近似計算法を提案する。

第３節では，計算に用いるミニマルパス・カットの選択方法を論じる。この選択方法は，第４章で考察したものと基本的に同一であるので，簡単に扱っている。

第４節では，田字型ネットワークを用いてモデル計算を行い，本方法の有効性を検討する。ここでは第４章と同様のアプローチを採用し，パス・カットの順序基準および選択ルールの種々の組合せに対し，リンク信頼度を同一値で与えた場合，および乱数を発生させてリンク信頼度のランダムな組合せを与えた場合に対して数値計算を実行する。順序基準および選択ルールを比較した後，近似値決定の方法として，平均法と交点法を提案，計算実行を行い精度を比較する。その結果，計算の容易性と精度の両面から交点法が優れていることを示す。

第５節では，現実の道路網への適用方法を考察する。本章では，基本的な考え方と信頼度の求め方を説明する意味から，無向グラフで記述された簡単なネットワークを対象に，特定のノード間信頼度を中心に述べている。無向グラフでは，道路区間の往復交通を区別していないことに相当するので，ネットワークが有向グラフで記述された場合での考え方を述べる。有向グラフで道路網を記述することによって，道路区間の往復交通を分離する，より実際的な取り扱いが可能となる。次に，現実の道路網における信頼性評価では，単一のノードペアではなく複数のノードペアを対象とする必要があるため，ネットワーク全体における信頼度の求め方について考察する。

最後に，モデルの適用上の問題点を考察し，今後の課題を明らかにする。

5.2 ブール演算の省略による近似計算法

本章でも，道路網の任意の２地点間において，円滑な走行移動が保証される確率をノード間信頼度と定義する。リンク信頼度は既知とする。

ネットワークの特定ノード間に対し，ミニマルパスP_s，ミニマルカットK_sを用いた信頼度の厳密値Rは,

$$R = \mathrm{E}\left[1-\prod_{s=1}^{p}\left(1-\prod_{a\in P_s} X_a\right)\right], \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (5.2.1)$$

あるいは,

$$R = \mathrm{E}\left[\prod_{s=1}^{k}\left\{1-\prod_{a\in K_s}(1-X_a)\right\}\right], \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (5.2.2)$$

で与えられる。ここに，X_aは,

$$X_a = \begin{cases} 1, & \text{リンク}\ a\ \text{の円滑な走行移動が保証される場合,} \\ 0, & \text{そうでない場合,} \end{cases} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (5.2.3)$$

で定義される確率変数であり，p，kは，ミニマルパス，カットの総数である。

ネットワークが大規模となった場合，厳密値を求めようとすると計算量は指数的に増大するが，その要因はパス・カット数の増加とブール演算である。そこで近似計算のための簡略化が考えられるが，簡略化には，次に示す(a),(b) 2つの方向が考えられる。

(a) 計算に用いるパス・カット数の削減

式(5.2.1),(5.2.2)ではすべてのミニマルパス・カットを用いる。これに対し一部のミニマルパス・カット，すなわち，計算に用いるパス，カット数をp' ($\leqq p$)，k' ($\leqq k$) として式(5.2.1),(5.2.2)を評価すると，上限値U_1，下限値L_1，すなわち,

$$L_1 = 1-\mathrm{E}\left[\prod_{s=1}^{p'}\left(1-\prod_{a\in P_s} X_a\right)\right], \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (5.2.4)$$

$$U_1 = \mathrm{E}\left[\prod_{s=1}^{k'}\left\{1-\prod_{a\in K_s}(1-X_a)\right\}\right], \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (5.2.5)$$

$$L_1 \leqq R \leqq U_1, \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (5.2.6)$$

を得ることができる。なお，上・下限値とは，システムの信頼度がこの値以上でない，あるいはこの値以下でないことを保証する数値である。この方法により，信頼度Rの値に対し寄与の大きいパス・カットを選択して信頼度計算を行うことが可能となる。この計算法では，式(5.2.1),(5.2.2)と同じく，確率計算においてリンクの重複を避けるためにブール演算を必要とする。

(b) ブール演算の省略

上・下限値は次式でも得ることができる。これは，Esary-Proschanの上・下限値とよばれるものである。すなわち,

$$U_2 = 1 - \prod_{s=1}^{p} \left(1 - \prod_{a \in P_s} r_a\right), \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (5.2.7)$$

$$L_2 = \prod_{s=1}^{k} \left\{1 - \prod_{a \in K_s} (1 - r_a)\right\}, \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (5.2.8)$$

$$L_2 \leqq R \leqq U_2, \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (5.2.9)$$

を得る。ここに,

$$r_a = \mathrm{E}[X_a], \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (5.2.10)$$

である。式(5.2.7),(5.2.8) は,単調増加する2関数の共分散の非負性から導出されるものであるが[5],形式的には式(5.2.1),(5.2.2) でブール演算を省略した形となっている。すなわち,式(5.2.1),(5.2.2) での確率変数X_aをその期待値r_aで置換してしまうため,ブール演算を回避できるからである。

これらの近似計算法を整理すると既に示した表3-4-1のようになる。本章では,(a),(b)を組み合わせた方法,すなわち,

$$R_p = 1 - \prod_{s=1}^{p'} \left(1 - \prod_{a \in P_s} r_a\right), \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (5.2.11)$$

$$R_k = \prod_{s=1}^{k'} \left\{1 - \prod_{a \in K_s} (1 - r_a)\right\}, \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (5.2.12)$$

により,近似計算を試みる。R_p, R_kの大小関係は不定であるが,次式が成立する。

$$L_1 \leqq R_p \leqq U_2, \quad L_2 \leqq R_k \leqq U_1. \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (5.2.13)$$

式(5.2.11) で与えられるR_pには次のような性質がある。選択パス数p'が小さいうちは,パス間でリンクに重複がないようにすることが可能であるので,式(5.2.11) は式(5.2.4)の結果に一致する。この場合には,式(5.2.4)ではブール演算が不要となるからである。したがってR_pの値は下限値となる。また,R_pの値は選択パス数p'に関する単調増加関数となることが容易に証明できる。p'がミニマルパス総数pに一致すると,R_pは式(5.2.7)で与えられる Esary・Proschan の上限値に一致する。したがって,R_pはパス数p'の小さいうちは下限値を,p'が増加するに従って上限値を与える性質があり,どこかで厳密値と交差する。同様に,R_kは,選択カット数k'の増加にともない,上限値から式(5.2.8)で与えられる下限値へ向かう単調減少な曲線を与える。このように,R_p, R_kの値は,それぞれ式(5.2.4),(5.2.5)で与えられる下限値・上限値(このとき,パス,カット数はR_p, R_kのパス,カット数と同一)および,Esary・Proschan の上限値・下限値にはさまれた値となることが保証される。したがって,適当なパス数やカット数を考

えることによって，より実用的な近似値が得られる可能性がある。

本章で提案する方法では，ブール演算を必要とせず，また一部のミニマルパス・カットしか必要としないので，計算がきわめて簡単であるという特徴を有する。大規模ネットワークへの適用を前提とした場合，本章で提案する信頼度計算法の有用性はきわめて大きいと考えられる。

5.3 ミニマルパス・カットの選択方法

一部のミニマルパス・カットを用いた場合，その選択の如何によって信頼度の計算結果は大きな影響を受ける。本章では第4章と同様に，順序基準の設定，選択ルールによるパス・カットの選択という2段階で計算に用いるパス・カットを決定する。そしてこれらの順序基準と選択ルールの比較を行う。順序基準と選択ルールは，以下に簡単に述べるように，第4章で考案したものとほぼ同一である。

（I） 生起確率による順序基準

パスP_sの場合，その生起確率は$\prod_{a\in P_s} r_a$で与えられる。式(5.2.11)のR_pの値は，p'の増加関数となるため，少数のパスで厳密値Rに接近するためにはR_pの値を大きくするようなパスを選択すればよい。そのため，Πr_aの大きいパスを上位とする順序基準である。

（II） 経路距離による順序基準

4.4.1（II）で考察したように，リンク信頼度の性質，$0\leq r_a \leq 1$から，各リンク信頼度が同程度であれば，構成リンク数の少ないパスの方が信頼度が高い。したがって，式(5.2.11)が$(1-\Pi r_a)$の積から成り立っていることを考えて，r_aの次数の小さいミニマルパスを上位とする順序基準である。

（III） 経路距離と生起確率による順序基準

順序基準(II)において同じ距離のパスがある場合には順序基準(I)により生起確率の高いパスを上位として順序づける。

選択ルールは以下のとおりである。

1） ルール① リンクの重複を許さない選択法

2） ルール② リンクに関して一次独立なパスの選択法

3） ルール③ 上位から制約なしに選択する方法

以上はミニマルパスに関する選択法であるが，ミニマルカットに関する選択法は双対ネットワークを考え，双対ネットワークのリンクに，r_aの代わりに$(1-r_a)$を対応させればまったく同様に扱うことができる。

以上の問題が，n番目最短経路探索問題と等価であることも，第4章の結果と同様である。したがって，実際には，すべてのパス・カットを順序基準に照らして序列づける必要はなく（その探索作業が膨大なものとなる），信頼度計算に必要なパス・カット数の分だけn番目最短経路探索問題を解けばよい

ことになる。

5.4 交点法

簡単なネットワークを対象にモデル計算を行い，効果的な近似値計算のためのパス・カットの選択方法を比較する。各近似値の特徴を明確にするため，最初にリンク信頼度が同一値の場合を考察し，次に各リンクの信頼度r_aを乱数で与え，リンク信頼度のランダムな組合せに対し統計的な考察を行う。対象とするネットワーク形状は，図4-5-1a に示す田字形ネットワークである。

本節では，ノードペア(1,9)の信頼度を中心に述べる。このノードペアに対し，ミニマルパス・カット数はそれぞれ12,30 であり，このうち一次独立なパス，カット数は，5,8 である。なお，ミニマルカットは双対ネットワークのミニマルパスを利用することで求めている(図4-5-1b 参照)。

5.4.1 順序基準と選択ルールの比較

(1) リンク信頼度が同一値の場合

最初に，簡単のために各リンクの信頼度を同一値0.9 にして近似値をそれぞれ計算してみる。このときの信頼度の厳密値Rは，0.9725022 である。

ミニマルパスによる計算結果を述べる。順序基準(I)でミニマルパスを順序づけたものが表5-4-1である。構成リンクの欄の数字はネットワークのリンク番号であり，リンク数とは各パスの構成リンク数で

表5-4-1 ミニマルパスの順位表およびルール①,②による計算結果
(r_a=0.9, ノードペア (1,9), 順序基準(I), 非ブール演算)

パス順位 (No.)	構成リンク	リンク数	生起確率	選択されたパス	
				ルール①	ルール②
1	{1,2,5,10}	4	0.6561000	*	*
2	{1,4,7,10}	4	0.6561000		*
3	{3,6,7,10}	4	0.6561000		*
4	{1,4,9,12}	4	0.6561000		*
5	{3,6,9,12}	4	0.6561000	*	
6	{3,8,11,12}	4	0.6561000		*
7	{2,3,4,5,6,10}	6	0.5314410		
8	{3,7,8,9,10,11}	6	0.5314410		
9	{1,2,5,7,9,12}	6	0.5314410		
10	{1,4,6,8,11,12}	6	0.5314410		
11	{2,3,4,5,8,9,10,11}	8	0.4304672		
12	{1,2,5,6,7,8,11,12}	8	0.4304672		
信頼度の近似値				0.8817328	0.9951898

ある。生起確率とは，Πr_aの値であり，この値が大きいほどそのパスは上位にランクされる。

この順位づけられたパスの上位からルール①およびルール②でパスを選択すると，＊印のパスが選択され，表の最下欄に示す数値が得られる。

次に，ルール③で選択するパスの数を，上位から1個，2個，……と増やした場合の結果を表5-4-2に示す。選択数を増やすごとに計算値は下限値から増加し，選択数が3個にして厳密値を上回る。選択するパスの数が12個のときはすべてのパスを用いており，このときの計算値は上限値になることが式(5.2.7)で保証されている。

なお，本例では，r_aが同一値であり，各リンク長も同一であるので，順序基準(Ⅰ)，(Ⅱ)，(Ⅲ)でのパスの順位はすべて同一となり，したがって計算結果も同じになる。

表5-4-2　ミニマルパスによるルール③の計算結果
（r_a＝0.9，非ブール演算）

選択数	計算値
1	0.6561000
2	0.8817328
3	0.9593279
4	0.9860127
5	0.9951898
6	0.9983458
7	0.9992249
8	0.9996368
9	0.9998298
10	0.9999203
11	0.9999546
12	0.9999741

次に，ミニマルカットによる計算値を述べる。ミニマルパスと同様に(Ⅰ)の基準で順位づけて並べ，①，②のルールによる計算値を示したのが表5-4-3である。

③のルールによる計算結果を表5-4-4に示す。この場合の計算値は選択数を増やすにつれて次第に上限値から減少し，選択数が10個で厳密値を下回る。選択数が30個，すなわち，すべてのカットによる計算では，式(5.2.8)の下限値に収束する。

ミニマルパスと同様に，r_aの値が同一であるので順序基準(Ⅱ)，(Ⅲ)による計算値も同一となる。

ルール③による計算値，すなわち表5-4-2，4の値をグラフで表したのが図5-4-1である。横軸にパス・カットの選択数，縦軸に信頼度の計算値をとっている。パスによる計算値が下限値から上限値へ，カットによる計算値が上限値から下限値へそれぞれ単調増加，単調減少しているのが確認できる。この図でみるとパスで3～4個，カットで8～10個の選択数のときに厳密値付近の値を与えることがわかる。

次に，同一値r_aの変化の影響を考察する。r_aの値を変えて，ルール①，②に関して同様の計算を行った結果を表5-4-5に示す。①と②のルールの比較では，明らかに②の一次独立なパス・カットを選択した場合の方が優れている。さらに，その値はすべてのパス・カットによる計算値（Esary·Proschanの上・下限値)(図5-4-1～5参照)よりも厳密値に近いという意味で優れていることが多い。パスとカットを比較すると，r_aの値が比較的高い場合にはカットによる計算値が，低い場合にはパスによる計算値が信頼度の値に対する寄与が大きいといえる。

ルール③による計算値の変化を，図5-4-2～5に示す。グラフをみると，r_aの値が小さくなるほどパ

表5-4-3　ミニマルカットの順位表およびルール①，②による計算結果

（ノードペア (1,9), r_a＝0.9, 順序基準（I），非ブール演算）

カット順位（No.）	構成リンク	リンク数	生起確率	選択されたカット	
				ルール①	ルール②
1	{1,3}	2	0.0100000	*	*
2	{10,12}	2	0.0100000	*	*
3	{2,4,3}	3	0.0010000		*
4	{5,4,3}	3	0.0010000		*
5	{1,6,8}	3	0.0010000		*
6	{1,6,11}	3	0.0010000		*
7	{5,7,12}	3	0.0010000		*
8	{2,7,12}	3	0.0010000		
9	{10,9,11}	3	0.0010000		*
10	{10,9,8}	3	0.0010000		
11	{10,7,4,3}	4	0.0001000		
12	{10,9,6,3}	4	0.0001000		
13	{1,4,7,12}	4	0.0001000		
14	{1,6,9,12}	4	0.0001000		
15	{5,4,6,8}	4	0.0001000	*	
16	{5,7,9,8}	4	0.0001000		
17	{5,4,6,11}	4	0.0001000		
18	{5,7,9,11}	4	0.0001000		
19	{2,4,6,8}	4	0.0001000		
20	{2,7,9,8}	4	0.0001000		
21	{2,4,6,11}	4	0.0001000		
22	{2,7,9,11}	4	0.0001000	*	
23	{2,7,9,6,3}	5	0.0000100		
24	{5,7,9,6,3}	5	0.0000100		
25	{1,4,7,9,8}	5	0.0000100		
26	{1,4,7,9,11}	5	0.0000100		
27	{5,4,6,9,12}	5	0.0000100		
28	{2,4,6,9,12}	5	0.0000100		
29	{10,7,4,6,11}	5	0.0000100		
30	{10,7,4,6,8}	5	0.0000100		
信頼度の近似値				0.9799040	0.9742341

表5-4-4　ミニマルカットによる
ルール③の計算結果

（r_a＝0.9, 非ブール演算）

選択数	計算値
1	0.9900000
2	0.9801000
3	0.9791199
4	0.9781408
5	0.9771626
6	0.9761855
7	0.9752093
8	0.9742341
9	0.9732598
10	0.9722866
11	0.9722866
12	0.9720921
13	0.9719949
14	0.9718977
15	0.9718005
16	0.9717034
17	0.9716062
18	0.9715090
19	0.9714119
20	0.9713147
21	0.9712176
22	0.9711205
23	0.9711108
24	0.9971011
25	0.9710914
26	0.9710816
27	0.9710719
28	0.9710622
29	0.9710525
30	0.9710428

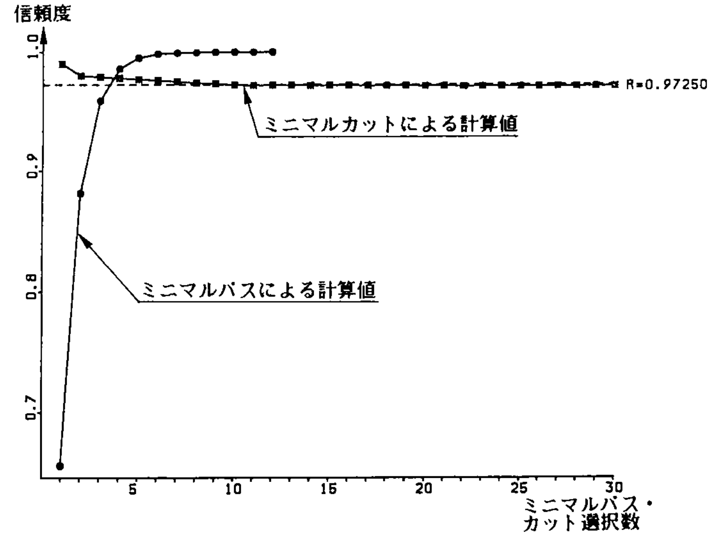


図5-4-1　ルール③による計算値の変化（r_a＝0.9）

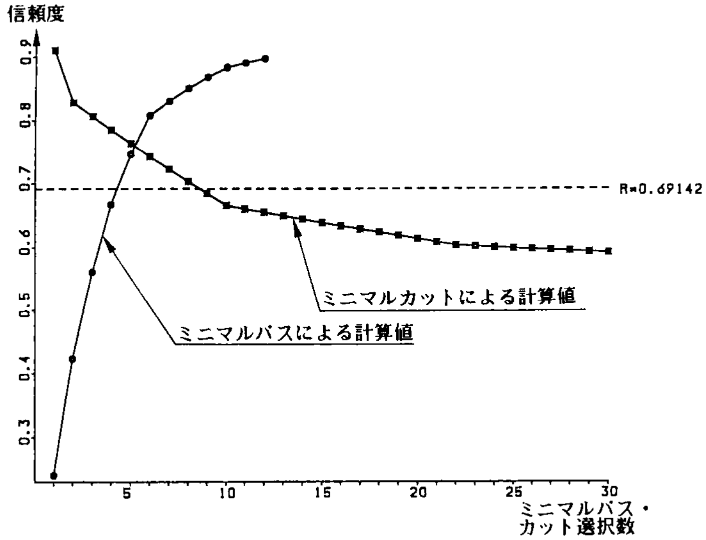


図5-4-2　ルール③による計算値の変化（r_a＝0.7）

スの曲線は上限値に接近するのが遅くなり，逆に，カットによる曲線は下限値に接近するのが早くなる。そのため，厳密値と交差するパス・カットの選択数がr_aの減少にともないパスでは3〜4個から5〜6個へと増加をし，カットでは9〜10個から8〜9個となる。また，このとき，パスによる上限値は厳密値に近くなり，カットによる下限値は遠ざかる。このことから，リンクの信頼度が高い場合にはカット，低い場合にはパスによる計算が有効であるといえる。

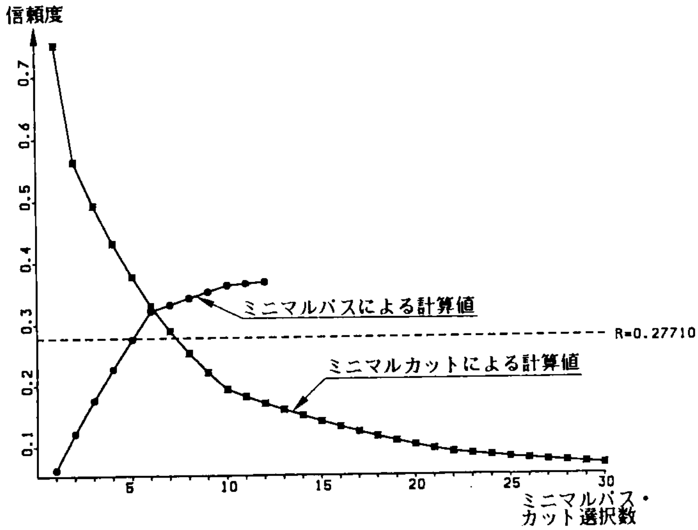


図5-4-3　ルール③による計算値の変化（r_a＝0.5）

ルール③による曲線の挙動は，式(5.2.7)による上限値と式(5.2.8)による下限値の差に影響される。この上・下限値の差は，リンク信頼度が小さくなるにつれて大きくなる。リンク信頼度がさらに小さくなると，システム信頼度も低下するのでこの差も小さくなる。一般に，道路ネットワークの信頼度は比較的大きいものと考えられるが，この例からもわかるように，システム信頼度が0.5付近では上・下限値の差も大きくなるので注意が必要であろう。

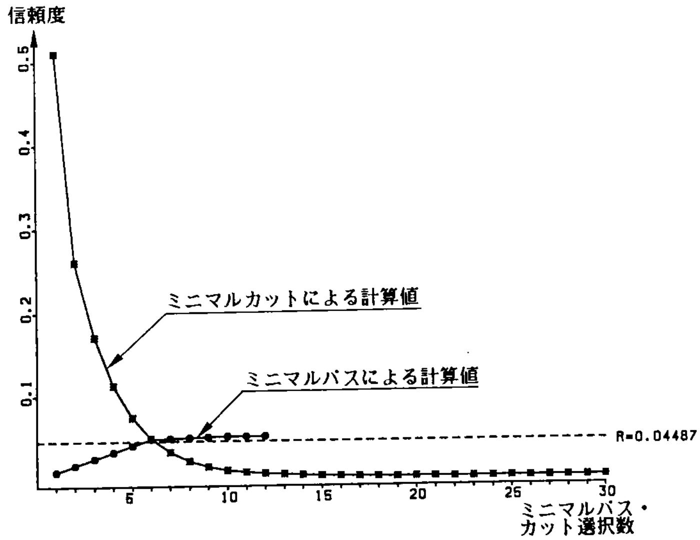


図5-4-4　ルール③による計算値の変化（r_a＝0.3）

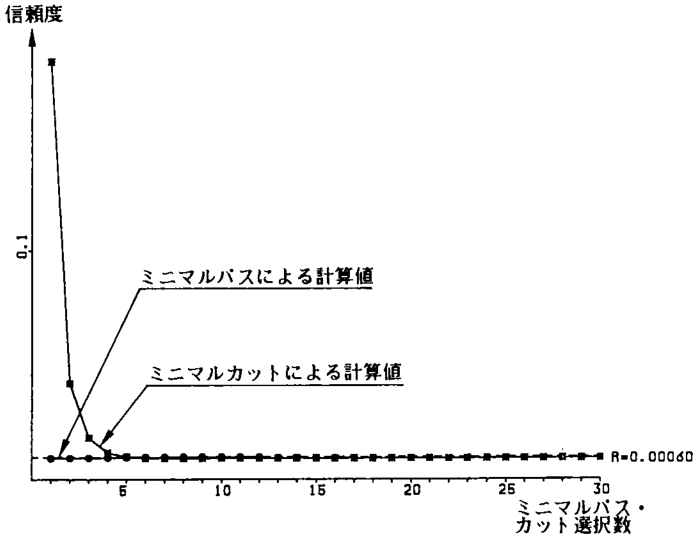


図5-4-5　ルール③による計算値の変化（r_a ＝0.1）

表5-4-5　リンク信頼度 r_a の種々の値に対するルール①,②の計算結果

リンク信頼度		r=0.9	r=0.8	r=0.7	r=0.6	r=0.5
ルール①	パスによる値	0.8817328	0.6514278	0.4225520	0.2424038	0.1210938
	カットによる値	0.9799040	0.9186532	0.8147391	0.6699357	0.4943848
ルール②	パスによる値	0.9951898	0.9282649	0.7466142	0.5004322	0.2758036
	カットによる値	0.9742341	0.8782386	0.7026836	0.4744754	0.2524474
厳　密　値		0.9725022	0.8695023	0.6914186	0.4767412	0.2770996

リンク信頼度		r=0.4	r=0.3	r=0.2	r=0.1
ルール①	パスによる値	0.0505446	0.0161344	0.0031974	0.0002000
	カットによる値	0.3103114	0.1501942	0.0451750	0.0042694
ルール②	パスによる値	0.1216120	0.0398492	0.0079744	0.0004999
	カットによる値	0.0951166	0.0209186	0.0017503	0.0000143
厳　密　値		0.1297863	0.0448712	0.0093304	0.0005968

(2) リンク信頼度を乱数で与えた場合

前項では，リンク信頼度r_aを同一値としたので，順序基準(Ⅰ)～(Ⅲ)の差異を検討できなかった。そこで，パスやカットの順序基準や選択ルールの特性および長所短所をさらに明確にするために，リンク信頼度r_aに区間[0,1]の一様乱数を発生させて与え，多数のリンク信頼度の組合せ（これをパターンとよぶ）を対象に選択ルールを比較する。パターン数は50とした。

順序基準(Ⅰ)～(Ⅲ)に対し，ルール①，②の計算結果を図5-4-6，7に示す。図では，横軸に試行したパターン番号，縦軸にパス・カットによる近似値と厳密値との誤差をとっている。なお，厳密値は事象空間法（総当たり法）で求めている。

ルール①（非重複のルール）では，パスに基づく式では下限値が得られ，カットに基づく式では上限値が得られる。このルールでは，得られた値の変動が大きく，また厳密値との乖離が大きい。これらの理由は，ルール①ではパス間でのリンクの重複を許容しないために，計算に用いるパス・カット選択数が少なくなるためである。したがって，ルール①を近似値決定法として採用するのは問題が多いといえる。

ルール②（一次独立のルール）で順序基準(Ⅰ)の場合，パスに基づく値は上限値，カットに基づく値は下限値に落ち着くよう

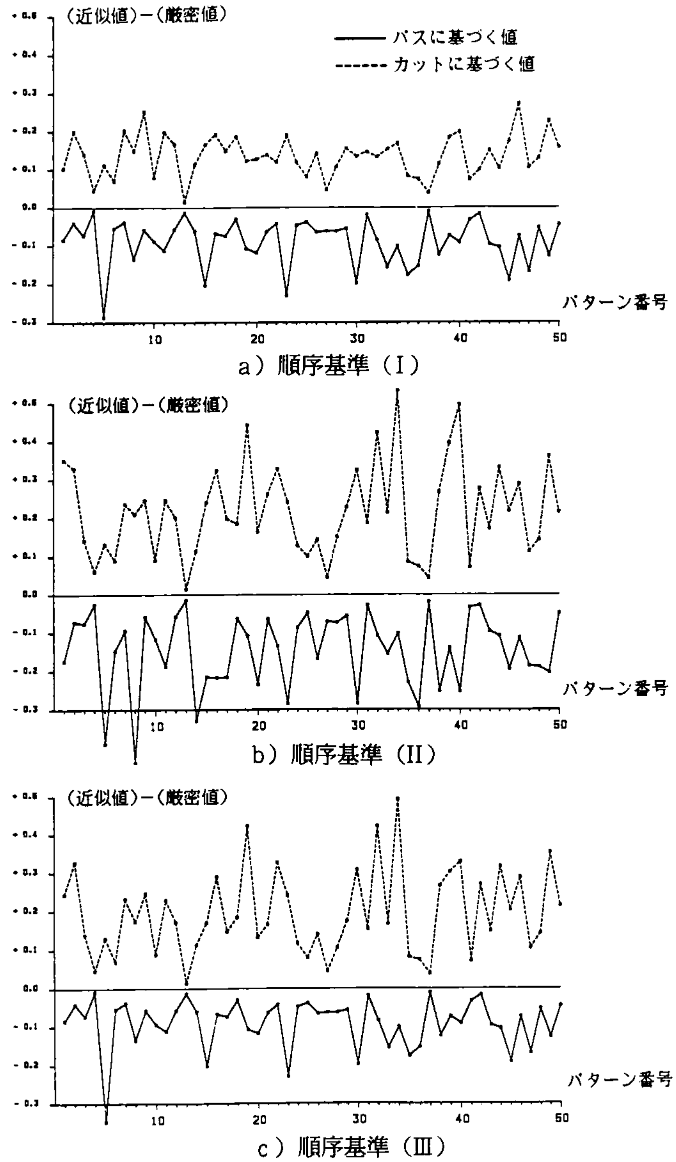
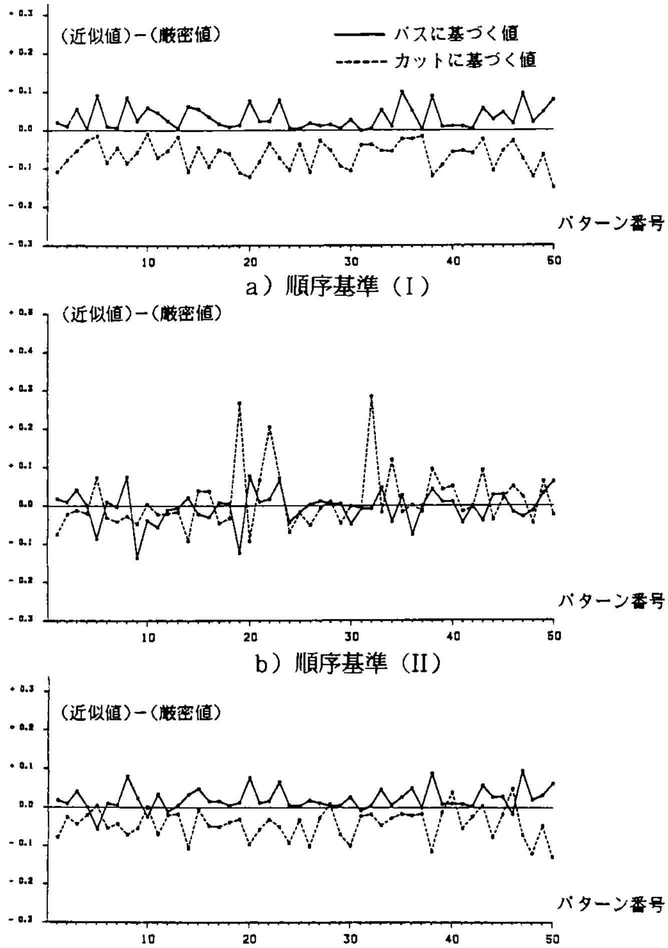


図5-4-6　選択ルール①の計算結果

である。このルールでは，ルール①に比べ選択されるパス・カット数が増加するために，パスに基づく値は下限値から上限値へ，カットに基づく値は上限値から下限値へと変化した後であると考えられる。これに対し，順序基準(Ⅱ)の場合は上・下限値の保証はなく，かつ変動も大きい。順序基準(Ⅱ)は，パスの経路距離のみを考慮したものであり，その生起確率はまったく考慮していない。したがって，生起確率の小さいパス・カットであっても経路の距離（本計算例ではリンク数）が小さければ優先的に計算対象となり，また同一リンク数で構成される複数のパスの生起確率順序も考慮されないために，変動が大きくなると考えられる。このことから，生起確率の考慮が非常に重要であることがわかる。順序基準(Ⅲ)については，(Ⅰ)と同様の計算結果を与えている。これは，(Ⅲ)が(Ⅰ)と(Ⅱ)の折衷的なものではあるものの生起確率を考慮してパス・カットを順序づけているため，結果的に(Ⅰ)と同じような値を与えたものと考えられる。以上のことから，ルール②



a）順序基準（Ⅰ）

b）順序基準（Ⅱ）

c）順序基準（Ⅲ）

図5-4-7　選択ルール②の計算結果

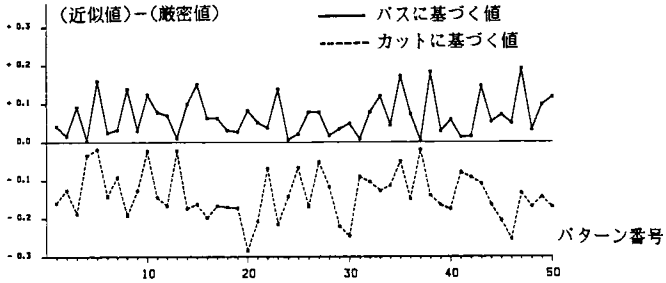


図5-4-8　すべてのミニマルパス・カットによる計算結果

では順序基準(Ⅰ)と(Ⅲ)とが安定性という点で良好な値を与えると結論づけられる。

①と②のルールの比較では明らかに②のルールが優れている。さらに，その値はすべてのパス・カットによる計算値(その値は式(5.2.7),(5.2.8)によって計算される。図5-4-8参照)よりも厳密値に近いという意味で優れている。パスによる値が上限値，カットによる値が下限値を与えることから，次項で述べるように両者の平均値で信頼度の近似値とする方法が考えられる。

次にルール③の計算結果を述べる。パターンの一例を図5-4-9に示す。横軸にパス・カットの選択数，縦軸に信頼度の計算値をとっている。パスによる計算値が下限値から上限値へ，カットによる計算値が上限値から下限値へそれぞれ単調増加，単調減少していることが確認できる。さらに，順序基準(Ⅰ)～(Ⅲ)による相違が明確に認識できる。順序基準(Ⅰ)ではΠr_aの大きい順にパスを選択し，カットでは$\Pi(1-r_a)$の大きい順にカットを選択するため，得られる曲線の増加率は単調減少(カットでは単調増加)する性質がある(証明は付録B参照)。したがって順序基準(Ⅰ)による曲線はパス，カットとも非常になめらかにかつ急峻に上限値，下限値に収束する。それに対し順序基準(Ⅱ)，(Ⅲ)では経路の距離を考慮していることからグラフは急峻でなくなっている。さらに順序基準(Ⅱ)による曲線は先述の理由で不安定な挙動を示しており，パスの場合は(Ⅰ)の曲線より常に下方に位置し，カットの場合は上方に位置している。特にパス・カットの選択数が少ない計算において大きな差を生じている。順序基準(Ⅲ)はもともと順序基準(Ⅰ)と順序基準(Ⅱ)の折衷的な存在であり，計算値の曲線においても中間的な位置に存在しているのが確認できる。

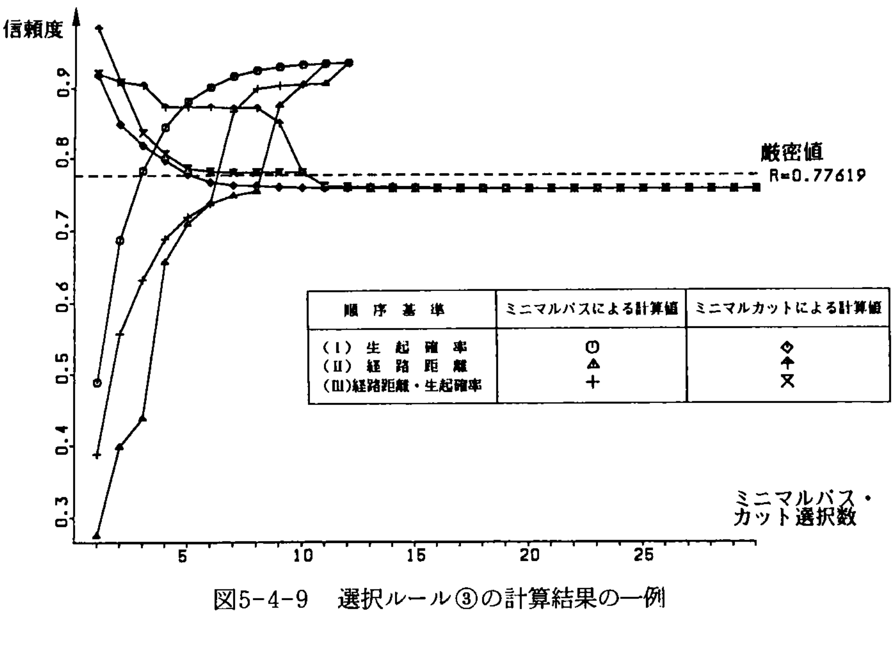


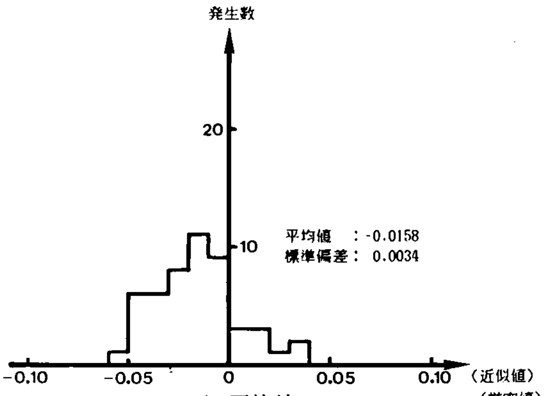
図5-4-9　選択ルール③の計算結果の一例

5.4.2　近似値の決定方法：平均法と交点法

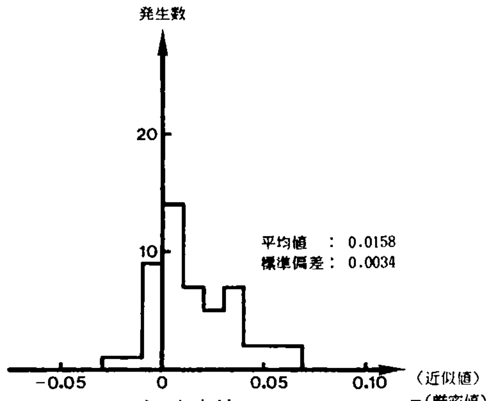
ここでは，２つの近似値決定の方法を提案・比較する。第１の方法は，**5.4.1**(2)のルール②のところでも述べたように，ルール②のパスに基づく値が上限値，カットに基づく値が下限値を与えることから，両者の平均値で信頼度の近似値とする方法である。この方法を便宜上，平均法と呼ぶことにする。順序基準(Ⅰ)は生起確率のみに着目した順序づけであるため計算が簡単なこと，(Ⅰ)と(Ⅲ)による結果には大きな差がないことから，ここでは，順序基準(Ⅰ)に基づく方法を用いる。

第２の方法は，ルール③によるパス・カット曲線の交点を近似値とする方法である。この方法を交点法と呼ぶことにする。ここでは，単調性が保証されていることにより，上・下限値への収束に至るまで安定した軌跡を与え，かつパス・カットの少ない選択数で急速に厳密値に接近する順序基準(Ⅰ)を用いる。

先述の50のパターンに対し，平均法，交点法により近似値を求める。厳密値との誤差をヒストグラムにしたものが図5-4-10 である。厳密値との誤差は，平均法で-0.016，交点法で0.016であり，ほとんど

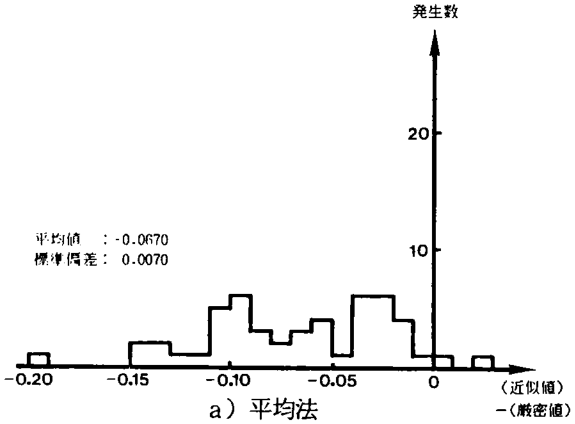


a）平均法

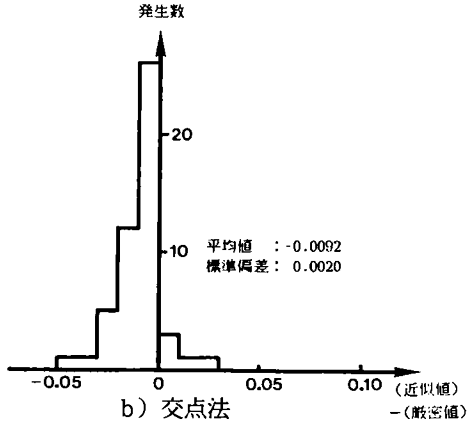


b）交点法

図5-4-10　近似値と厳密値との誤差の度数分布（ノードペア(1,9)）



a）平均法



b）交点法

図5-4-11　近似値と厳密値との誤差の度数分布（ノードペア(1,2)）

の結果が±0.05の範囲内におさまっている（交点法による厳密値との誤差を表5-4-6に示す)。このことから両者には大きな差がなく，両方法での近似値はノードペア(1,9)に関しては同程度の精度を与えると考えられる。そして道路網では，この程度の誤差でも十分実用的であると考えられる。

次に，近似計算法の有効性をみるために他のノードペアに対し同様の計算を行う。ネットワークの対称性を考慮して，ノードペア(1,2),(1,3),(1,5),(1,6),(2,4),(2,5),(2,8)を対象とした。その結果，ノードペア(1,2)を除くとノードペア(1,9)とほぼ同一の結果を得た。ノードペア(1,2)に関しては，ヒストグラムを図5-4-11に示すように，平均法の結果は非常に不安定で精度も悪く，厳密値との誤差の平均値は-0.067であった。これに対し，交点法では-0.009と良好な結果を与えており，他のノードペア同様，±0.05程度の範囲内に収まっている。その理由は，ノードペア(1,2)は，隣接ノードであるために，

表5-4-6　交点法各試行での厳密値との誤差（ノードペア(1,9))

No.	厳密値	交点の値	誤差	No.	厳密値	交点の値	誤差
1	0.18427	0.19013	0.00586	26	0.21342	0.20036	-0.01306
2	0.13558	0.13946	0.00388	27	0.11594	0.11523	-0.00071
3	0.53025	0.56952	0.03927	28	0.13690	0.14875	0.01185
4	0.03548	0.03750	0.00202	29	0.25682	0.27066	0.01384
5	0.77619	0.80875	0.03256	30	0.41468	0.43739	0.02271
6	0.16713	0.17881	0.01168	31	0.09359	0.09637	0.00278
7	0.11750	0.11091	-0.00659	32	0.19825	0.19657	-0.00168
8	0.57500	0.63669	0.06169	33	0.49382	0.52267	0.02885
9	0.23648	0.25891	0.02243	34	0.18693	0.17923	-0.00770
10	0.15351	0.17100	0.01749	35	0.45407	0.50346	0.04938
11	0.32320	0.35369	0.03049	36	0.83720	0.88995	0.05275
12	0.43793	0.46427	0.01634	37	0.02157	0.02020	-0.00137
13	0.02615	0.02743	0.00128	38	0.43368	0.41243	-0.02125
14	0.38688	0.40494	0.01806	39	0.18003	0.17318	-0.00685
15	0.54135	0.57540	0.03405	40	0.28774	0.29549	0.00775
16	0.28709	0.30984	0.02275	41	0.09061	0.09896	0.00835
17	0.26842	0.27272	0.00430	42	0.10167	0.10167	0.09544
18	0.21003	0.21614	0.00611	43	0.60608	0.63616	0.03008
19	0.32016	0.31919	-0.00097	44	0.21841	0.22484	0.00643
20	0.58825	0.65511	0.06686	45	0.56198	0.60759	0.04561
21	0.29033	0.30793	0.01760	46	0.43870	0.47396	0.03526
22	0.15763	0.16691	0.00928	47	0.51733	0.53909	0.02176
23	0.50357	0.56214	0.05857	48	0.24699	0.25407	0.00708
24	0.14337	0.14851	0.00514	49	0.31424	0.31935	0.00511
25	0.08209	0.07966	-0.00243	50	0.35098	0.38628	0.03525

パスによる近似値はミニマルパス {1},{3,6,4} (数字はリンク番号)によってほとんど決定されてしまい，カットによる近似値よりも厳密値に近い値を与えることに起因している。すなわち，平均法では，パスに基づく値とカットに基づく値はそれぞれ独立に求められ，このようにパス，カットのいずれかの計算値に大きな片寄りがある場合にはその平均値は直接的な影響を受けやすい。これに対し交点法では，一方が不安定な曲線を与えても，もう一方の曲線が安定しておれば交点も安定するという長所があることがわかる。これらの結果は，田字型ネットワークに対するものであるが，規模のそれほど大きくはない，形状の異なるネットワークでも，同様の結果を確認している。ただし，大規模ネットワークでの検討は今回行っておらず，後章での重要な検討課題としたい。

次に，計算の簡略化という観点から両方法を比較する。平均法では一次独立性の判定計算が必要であり，大規模ネットワークではこの計算が膨大となる欠点がある。これに対し順序基準(I)を用いる交点法では，ネットワークのリンク長を$-\log r_a$で置き換え，単純に最短経路，2番目最短経路，… を順次求め，式(5.2.11),(5.2.12)に代入すればよい。そしてパスに基づく値とカットに基づく値の大小関係が逆転した時点で計算を打ち切り，交点を求めればよいので計算が容易である。このように交点法は，計算の停止基準が明確であり，近似値の安定性および計算の簡便性の点で優れている。したがって，この方法は，大規模ネットワークへの適用が可能という大きな特徴を有している。

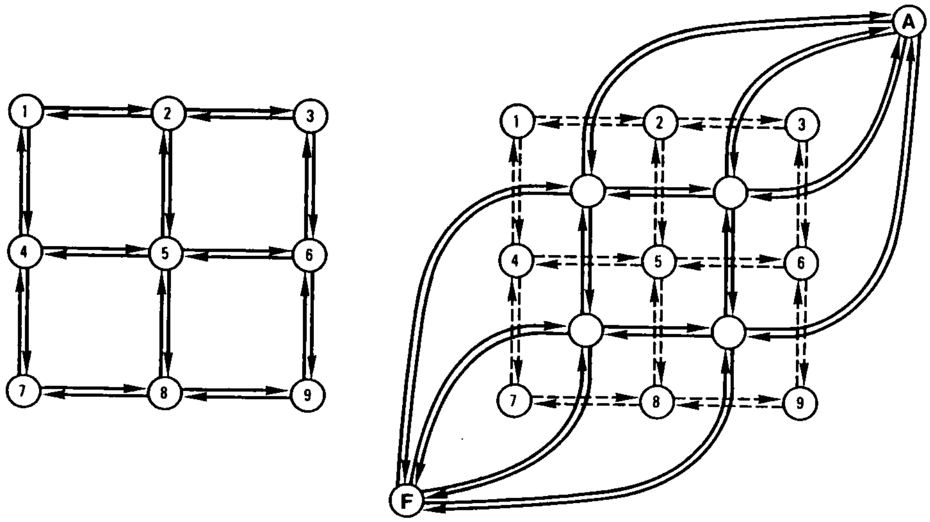
5.5 交点法の拡張

以上述べてきたように，交点法では，リンク長をリンク信頼度で置換したネットワークで，n番目最短経路($n=1,2,\cdots$)を求めればよい。カットについては双対ネットワークでのパスを同様の方法で探索すればよい。本節では，交点法を実際のネットワークに適用する方法を述べる。

5.5.1 有向グラフへの拡張

ここまでの議論では，ネットワークは無向グラフとして扱った。これは，道路網において，道路区間の往復交通を区別しないことに相当する。実際の道路網では，道路区間の方向別にリンク信頼度は異なるであろうから，両方向交通を分離して有向グラフとして取り扱うことが望ましい。前節までに述べた方法は，以下に述べる方法を用いればそのまま有向グラフに拡張できる。

同じネットワークを有向グラフで記述したものが図5-5-1aである。このネットワークにおいて，パスは，無向グラフと同様に起点から終点に至る経路を探索すればよい。カットに関しては，図5-5-1bのような複線形の双対ネットワークを考えて経路探索を行えばよい。このとき，オリジナルのネットワークで右(左)向きのアークと，双対ネットワークでの下(上)向きのアークとが対応すると約束する。そして，オリジナルのネットワークでのリンク信頼度がr_aの場合，双対ネットワークで対応するリンク信頼度は$(1-r_a)$となる。このようにすれば図5-5-1bでは，ノードペア(1,9)間のミニマルカットは，



a）オリジナルのネットワーク　　b）ノードペア(1,9)および(9,1)に対する双対ネットワーク

図5-5-1　有向グラフでの記述

双対ネットワーク(A, F)間のミニマルパスに，(9,1)間のミニマルカットは，(F, A)間のミニマルパスに対応する。

このように，パスの探索もカットの探索も，無向グラフと同様，起終点間の n 番目最短経路探索問題に帰着する。したがって，道路網が有向グラフで記述された場合も，有向グラフで記述された双対ネットワークを用意することで，交点法をそのまま適用することが可能となる。

5.5.2　複数ノード間の信頼度

今まではＯＤを固定したノード間信頼度を考えてきた。次に，この方法に基づき，複数のノードペアからなるネットワークの信頼度を求める方法を考察する。ここでネットワークの信頼度とは，すべてのＯＤ交通量に対し，円滑な走行移動が保証される確率と定義する。ノード間信頼度のネットワーク信頼度に対する寄与は，そのＯＤ交通量に比例すると考え，ノード間信頼度をＯＤ交通量で重みづけ平均することを考える。

今まで記法 R を用いてきたノードペア(i, j)のノード間信頼度を R_{ij}，(i, j)間のOD交通量の全交通量に対する比率を p_{ij} で表し，ネットワークの信頼度 R_N を，

$$R_N = \Sum p_{ij} R_{ij}, \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots (5.5.1)$$

で定義する。そして，R_{ij} を厳密値で与えた場合と，交点法で与えた場合とを比較すると，式(5.5.1)が単純な重みづけ平均の式であることから，各ノードペアに対し，±0.05程度以内の誤差が保たれれば，

ネットワークの信頼度も同程度の精度で求められると考えられる。この精度は，道路網を対象とした実用面では十分であると考えられる。例えば，図5-5-2に示すリンク信頼度に対し，厳密値をもとに式(5.5.1)で求めたネットワーク信頼度は0.96875である。これに対し，交点法をもとにしたネットワーク信頼度は0.97457である。したがって，ネットワークの信頼度の近似値は，交点法によって求めることが可能となる。しかし，この重みづけ平均による方法ではすべてのノードペアに対しミニマルパス・カットを探索しなければならない。ミニマルパスの探索は問題ないが，ミニマルカットは，本項では外部ノードが1個の双対ネットワークのループを探索して求めているが，ネットワークが大規模になると計算量が膨大となり，さりとて，図5-5-1 bのように外部ノードを2個もつ双対ネットワークをノードペアごとに作成するのも困難であると考えられる。本項で示した重みづけ平均による方法は1つの試みであり，現実のネットワークの信頼度を求める場合には適用が困難である。そして，より簡便な方法が必要であると考えられる。その方法としては，数個の代表的なノードペアを用いる方法等が考えられるが，この点に関しては引続き今後の課題としたい。

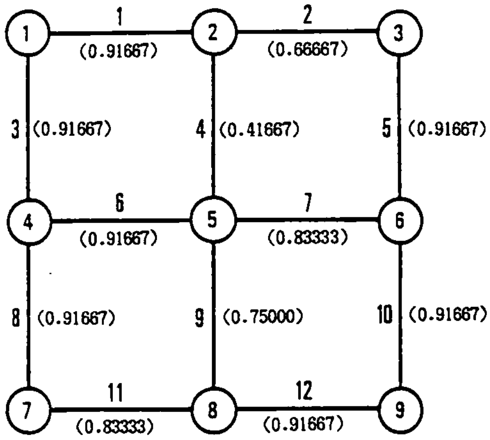


図5-5-2　複数ノード間の信頼度算出のためのリンク信頼度

5.6 結　語

本章では，ブール演算を利用せずに，道路網のノード間信頼度，およびネットワーク信頼度を効率的に求める新しい近似計算法を提案した。この計算法は，ノード間のミニマルパス・ミニマルカットを順次追加して非ブール演算で信頼度を計算し，両者の交点でノード間信頼度を決定する方法である。この方法は，表3-4-1の右半分の領域を基礎としている。本章各節で得られた成果を要約すると以下のとおりである。

(1) 本章で提案した近似計算法は，ミニマルパスによる近似値とミニマルカットによる近似値が，それぞれパス(カット)数に関して単調増加(減少)する性質を利用し，両曲線の交点をもって近似値とする方法である。従来の近似計算法がすべてのミニマルパス・カット，あるいはブール演算を必要とするのに対し，本方法は，部分的なパス・カットしか必要とせず，かつ非ブール演算型であるので大幅に計算を簡略化できる特徴を有している。そして，交点は，ミニマルパス・カットを順次追加する過程で，パスに基づく値，カットに基づく値の大小関係が逆転すれば求められるので，計算の停止基準も明確である。得られ

る近似値も，Esary•Proschan の上•下限値にはさまれた値となることが保証されている。また，計算に用いるミニマルパス・カットが部分的なものであるため，交通の実際的経路のみを対象とすることが可能となる。このことは，道路網の信頼性が利用対象ネットワークの範囲内で議論してよいことを示しており，道路網上での交通特性に合致している。

(2) 計算に用いるミニマルパス・カットの選択方法を論じた。簡単なネットワークを対象に種々の選択方法の数値計算を実行・比較した結果，生起確率の順序基準でパスやカットをランクづけたものを単純に上位から選択する方法が最も効率的で，結果に安定性があることが明らかとなった。他の方法，例えば，リンクの一次独立性や経路距離あるいは構成リンク数を考慮する方法に比較して大幅に計算を単純化することが可能である。さらに，ネットワークのリンク長をリンク信頼度で置換すると，最短経路探索問題あるいはn番目最短経路探索問題と等価となることを示した。なお，本章ではミニマルパス・カットの選択法を比較する目的から，当該ノードペアに関係するミニマルパス・カットをすべて求めている(このパス・カットの探索方法は付録Cを参照)。しかし，パス・カットの選択問題がn番目最短経路探索問題に帰着することにより，あらかじめミニマルパス・カットをすべて求めておいて，これらを順序づける必要はなくなる。すなわち，n番目最短経路探索問題を解いて必要な数だけのミニマルパス・カットを求めればよいことになる。

(3) この近似解析法を交点法とよぶこととする。交点法の特徴は，他の順序基準や選択ルールと異なり，パス・カットの構成リンク数の考慮や一次独立性の判定計算をせずにすむ点に特徴がある。そして，対象ネットワークのノード間を対象に，等価的なn番目最短経路探索問題を解けばよい。計算の停止基準が明確であり，計算の簡便性の観点からは，第4章のブール演算法よりも有用である。

以上のことにより，交点法は，計算がきわめて簡単であり，計算機の計算時間，記憶容量がともに小さくてすむという大きな特徴を有している。そのため，大規模ネットワーク，あるいは広域的ネットワークに対し有用性が高いと考えられる。

(4) 本章では，基本的な考え方と信頼度の求め方を説明する意味から，無向グラフで記述されたネットワークを対象に考察を行った。しかし，実際の道路網では，リンク信頼度を往復方向に分離して取り扱う必要がある。そのため，ネットワークが有向グラフで記述された場合の交点法の適用法を考察した。その結果，パスの探索もカットの探索も無向グラフの場合と同様，起終点間のn番目最短経路探索問題に帰着することが明らかとなった。したがって，道路網が有向グラフで記述された場合も，交点法による信頼性解析が可能なことが明らかとなった。

(5) 交点法で求められたノード間信頼度からネットワーク信頼度を求める方法を考察した。この方法は，ノード間信頼度をＯＤ比率で重みづけ平均する方法である。この方法では，交点法の精度は保たれるものの，すべてのＯＤ交通に対し交点法を適用しなければならず，計算が膨大となる。そのため，大

規模ネットワークでは，数個の代表的なＯＤペアでネットワーク信頼度を代表させること等，何らかの計算の簡略化が必要であることが明らかとなった。

今後の課題を以下に述べる。

(1) 本章で対象としたネットワークは小規模なものである。この後は，ネットワーク形状や諸条件が変化したときの一般的な有効性を検討確認し，対象が大規模ネットワークである場合の適用性を検討することである。その際，大規模ネットワークでは，比較の基準となる厳密値を求めることは困難となり，厳密値が求められない場合の検証法を用意する必要がある。

(2) 本方法では，n 番目最短経路を必要とする。n 番目最短経路探索問題は動的計画法を応用すれば理論的には解けるが効率性に問題があり，今後の検討を要する。この問題点は，(1)で述べた検証法の問題とあわせて第６章で詳しく検討する。

(3) 本研究ではリンク信頼度を与件として扱っているが，実際のネットワークに適用する際にはこのリンク信頼度をいかに与えるかが課題として残されている。リンク信頼度は，そのリンクにおける円滑な走行移動が保証される確率と定義しており，リンク長や交通量，交通容量の関数であると考えられる。しかし実用的には，所定期間における所定時間帯での交通事故や工事，あるいは交通量増大による渋滞を既存データから統計的に調査すれば，比較的容易に決定することができるが，さらに実用的な方法を検討したい。

(4) 本方法で求められるのはノード間信頼度であり，ネットワーク全体の信頼度を計量化する方法も重要な課題である。本章では，ＯＤ交通量でノード間信頼度を重みづける方法を考察したが，計算量が多くなる欠点があり，本文中でも示したように，より簡便な方法の開発を今後の課題としている。

第５章　参考文献

1) 飯田恭敬・若林拓史・吉木　務：ミニマルパス・カットを用いた道路網信頼度の近似計算法，交通工学，Vol. 23，No.4，pp. 3−13，1988.

2) Iida, Y. and Wakabayashi, H.: An Approximation Method of Terminal Reliability of Road Network Using Partial Minimal Path and Cut Sets, Transport Policy, Management and Technology Towards 2001(Selected Proceedings of The Fifth World Conference on Transport Research), Vol. 4, pp. 2185-2198, Western Periodicals, Co., 1990.

3) 若林拓史・飯田恭敬：交通ネットワーク信頼性解析への信頼性グラフ理論適用の考え方，土木計画学研究・講演集10，pp. 125−132，1987.

4) 吉木　務・飯田恭敬・若林拓史：ミニマルパス・ミニマルカットによる道路ネットワークの信頼度の近似計算法について，土木学会第42回年次学術講演会概要集第４部，pp. 142−143，1987.

5) Barlow, R.E. and Proschan, F.: Mathematical Theory of Reliability, pp. 206−207, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1965.

第6章　モンテカルロ法による解析法とブール演算法および交点法との比較分析

第6章　モンテカルロ法による解析法とブール演算法および交点法との比較分析

6.1 概 説

道路網は大規模なシステムであり，一般に大規模システムでの信頼性解析は，計算量が膨大となりきわめて困難とされている。そのため，信頼度の近似値を計算する種々の方法が開発されてきた[1)-3)]。すなわち，ミニマルパス・カットを用いる方法としては，含意排他公式(Inclusion-Exclusion Formula)による上・下限値[4)]，Fratta·Montanariのブール代数による方法[5)]，Esary·Proschan の上・下限値[6)]等が存在する。しかしこれらの方法は，ノード間のミニマルパス・カットすべてを必要とするため，パス・カット数が膨大となる大規模ネットワークには適用が困難となる。

このため，このミニマルパス・カットのうち一部を選択して用いる方法[2)]が計算量を大幅に短縮可能とする点で有効となる[7)-9)]。本研究では，部分的なミニマルパス・カットを利用し，ブール演算で上・下限値を求める方法[10),11)]（ブール演算法，第4章）および非ブール演算で近似値を求める方法（交点法[12)-14)]，第5章)を開発している。特に交点法では，ブール演算を省略するために計算時間がきわめて少なくてすみ，大規模ネットワークの信頼性解析に有利であると考えられる。前章まででは，これらブール演算法，交点法の有効性を小規模なネットワークを対象に検討したが，その実用的見地から，ネットワークが大規模となった場合の一般的な有効性を検討し，その適用性を明らかにする必要がある。

近似計算法の有効性，あるいは優劣の判断は，システムが小規模な場合には，計算時間が多大であっても厳密値の計算が可能であるので，厳密値を基準に議論することができる。しかしながら，ネットワークが大規模になると，判断の基準となる厳密値が，計算困難あるいはまったく不可能となってしまう(上・下限値については，その近似値の精度は，後述するように上限値と下限値との差で判断できる)。したがって，その一般的有効性を検討するためには，原理的にまったく異なる信頼性解析法を利用して比較せざるを得ない。このため，種々存在する信頼性解析法について，以下の分類を考えて解析方法の比較法を考察する。

(1) 数理モデル

(2) モンテカルロ法

(3) 現象記述モデル

(1)の数理モデルには，ＲＧＡ(Reliability Graph Analysis, 信頼性グラフ解析)とＦＴＡ(Fault Tree Analysis)とが存在する。第２章で述べたように，ＲＧＡはシステムが機能するプロセスを表現する方法であり，ブール演算法や交点法はこの解析法に理論的根拠をもっている。これに対し，ＦＴＡはシ

ステムが故障するプロセスの表現を目的とする方法である。両者の間には双対的な関係があり，数学的記述では共通する部分が多い[4]ので，RGAとFTAは，その記述目的が異なるのみであるといえる。したがって，着眼点は異なっても数学的原理では同一であり，ブール演算法，交点法等のＲＧＡ的解析法をＦＴＡ的解析法で比較することは意味がない。

(2)のモンテカルロ法は，(1)の近似計算法として従来から利用されてきた方法である。モンテカルロ法とは，乱数発生によってユニットの信頼度に応じた状態ベクトルを決定し，状態ベクトルによりシステムの機能・故障を判定し，この手順を多数回繰り返すことによりシステム信頼度を推定する方法である。したがって，数理的手法とは原理的にまったく異なる方法である。さらに，ユニット信頼度を与件としてシステム信頼度を求めるというモデルの入出力構造では数理モデルと共通である。このため，上で述べた近似解析法の相互比較に有効な方法と考えられる。

(3)の現象記述モデルとは，通行不能リンクの出現にともなう迂回行動等の経路選択行動を明示的に考慮するためのモデルである。この方法には，道路網の故障形態ごとに交通現象を記述して信頼度を求める方法[15)-19)]，道路網の交通断面と交通量の配分時情報を利用した方法[20),21)]等が含まれる。しかし，入力(リンク信頼度)・出力(システム信頼度)間のモデル構築が前２者と大きく異なるため（交通量配分モデルが介在する)，前２者との比較を同一レベルで行うことは困難である。

したがって，本章では，従来実用的とされてきたモンテカルロ法を比較対象とする。モンテカルロ法には，従来広く知られている直接サンプリング法の他に，精度の向上や計算時間の短縮を目指して，さまざまに工夫されたモンテカルロ法が存在する。本章では，限定サンプリングによって高精度が得られるモンテカルロ法をとりあげ，この方法についても検討する。しかし，これらの方法でも，計算に先立つ前処理作業や計算時間は大きいのが一般的である。ところで，**2.3**で述べたように，道路網の信頼性解析での要求精度はあまり高くないと考えられる。したがって，この観点から，若干精度を犠牲にしても簡単な方法で有効な近似値を算出することができれば有用であると考えられる。さらに，近似解法による近似値が，複雑で精密な方法で求められる近似値と大差なければ，きわめて有用な方法であるといえる。したがって，本章では，著者等の開発したブール演算法，交点法の２方法と，モンテカルロ法について，解精度の実用性や計算時間等の効率性，計算作業の経済性さらに交通工学的意味も含めて比較分析し，実際道路網への適用性に対する実用性の評価を行うことを目的としている[22)-27)]。

本章においても，道路網の任意の２地点間において，円滑な走行移動が保証される確率をノード間信頼度と定義する。同様に，道路網の構成リンクに対し，円滑な走行移動が保証される確率をリンク信頼度とよぶ。リンク信頼度は既知であるとする。以下に，モンテカルロ法で用いる変数の定義と表記法を示す。ここでのリンク信頼度やノード間信頼度の定義および各変数は，ブール演算法，交点法との比較のため，これらとの整合性を保っている。

X_a：リンク a の状態を表す確率変数

$$=\begin{cases} 1：リンク\ a\ での円滑な走行移動が可能, \\ 0：そうでない場合. \end{cases} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (6.1.1)$$

$\boldsymbol{X}=(X_1, \cdots, X_l)$：リンクの状態を示す二値ベクトル

$\boldsymbol{b}=(b_1, \cdots, b_l)$：$\boldsymbol{X}$ の実現値ベクトル

$\phi(\boldsymbol{X})$：構造関数

$$=\begin{cases} 1：対象とするノード間で円滑な走行移動が可能, \\ 0：そうでない場合. \end{cases} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (6.1.2)$$

R：ノード間信頼度の厳密値

ここに，Rは，次式で求められる。

$$R=Pr\{\phi(\boldsymbol{X})=1\} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (6.1.3)$$

$$=\sum_{\boldsymbol{b}} \phi(\boldsymbol{b}) Pr\{\boldsymbol{X}=\boldsymbol{b}\} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (6.1.4)$$

$$=\mathrm{E}[\phi(\boldsymbol{X})]. \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (6.1.5)$$

$\boldsymbol{c}_\nu$：直接的モンテカルロ法で用いる$\boldsymbol{X}$に対するサンプルベクトル($\nu=1, \cdots, N$)

$\boldsymbol{s}_\nu$：分散減少法によるモンテカルロ法で用いる$\boldsymbol{X}$に対するサンプルベクトル($\nu=1, \cdots, N$)

l：リンク総数

N：モンテカルロ法における試行回数

ここで比較対象とするいずれの方法も，リンク信頼度を与件としてノード間信頼度を求める方法である。また，各方法はいずれも，信頼度計算の過程でネットワークを等価変換等で変形させる必要がなく，オリジナルなネットワーク形状のままで信頼性解析が可能である。これは，多数のノードペアを対象とする場合に有効となる。以下に本章の構成を述べる。

第2節では，直接的モンテカルロ法による信頼性解析法の簡単な説明を行う。

第3節では，直接的モンテカルロ法の問題点を述べ，この対策として有効な分散減少法の考え方，および分散減少法によるモンテカルロ法の説明を行う。ここではまず最初に，直接的モンテカルロ法で所定精度を得るための試行回数について，信頼度の推定値の分散について論ずる。試行回数は，この分散から得られる相対誤差の式より決定でき，システム信頼度が高信頼度になるほど，また，要求精度が高くなるほど試行回数ひいては計算時間が増大することを示す。したがって，モンテカルロ法の分散を減少させることによって，試行回数を削減することができる。直接的モンテカルロ法では，サンプリング

領域が固定されているのに対し，分散減少法によるモンテカルロ法では，信頼度に関する既知の値を利用してサンプリング領域を変動させ，結果的に推定値の分散を減少させることによって，推定値の精度の向上あるいは試行回数の節約を図ろうとするものである。ここでは，この方法の理解を助けるため，数学的記述の他に概念図や付録，例を示している。

第4節では，ブール演算法，交点法，分散減少法によるモンテカルロ法で必要となるミニマルパス・カットの探索法について述べる。前節までででは，ネットワークが小規模であったため，付録Cで示した全パス・カットの探索法を利用することが可能であった。しかしネットワーク規模が拡大すると，計算量の制約からn番目最短経路探索問題を解いて，パス・カットを探索する実用的手法が必要となる。ここでは，計算時間および計算機の記憶容量を節約するため，Dijkstra法を利用した近似解法を提案する。

第5節では，種々のネットワークを対象に4つの信頼性解析法を比較し，その有効性を検討する。その結果は，第5節の後半部で詳しく述べるが，主要な点は以下のとおりである。まず，システムの規模に応じて適切な解析法が存在するので，システム規模と適切な解析法との関係について述べている。また，実規模ネットワークを対象とした場合には，交点法が計算の経済性と簡便性を両立し，かつ実用上の解精度も保証する点できわめて優れていることを明らかにする。

第6節では，以上の結果を要約して結語としている。

6.2 直接的モンテカルロ法（Crude Monte Carlo Method）による信頼性解析

このモンテカルロ法は，直接サンプリングによる最も基本的なモンテカルロ法であり，乱数発生の際のサンプリング領域を単純に[0,1]の区間にとるものである。すなわち，ノード間の連結・非連結を表す構造関数$\phi(\boldsymbol{X})$を利用し，$\boldsymbol{X}$に対して$\boldsymbol{c}_1, \cdots, \boldsymbol{c}_N$という$N$個の統計的な独立なサンプルベクトルを発生させる。ここに，$\boldsymbol{c}_\nu(\nu=1, \cdots, N)$の要素$c_a$は，上述のサンプリング領域に対して，各リンクの信頼度$r_a=\mathrm{E}[X_a]$にしたがって決定される。信頼度の近似値R_cは，

$$R_c=N^{-1}\sum_{\nu=1}^{N}\phi(\boldsymbol{c}_\nu), \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (6.2.1)$$

で求められる。また，R_cの分散は，

$$\mathrm{Var}(R_c)=N^{-1}R(1-R), \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (6.2.2)$$

で与えられることが知られている。なお添字のCは，Crude Monte Carloを表している。

6.3　分散減少法を導入したモンテカルロ法（Restricted-sampling Monte Carlo Method）による信頼性解析

6.3.1　直接的モンテカルロ法の問題点

前節で述べた直接的モンテカルロ法は，計算が非常に簡略であるという利点を有している。その反面，システム信頼度が非常に高い場合には所定精度を得るために試行回数がきわめて多くなるのが欠点となっている。すなわち，直接的モンテカルロ法による不信頼度$F=1-R$の推定値$\hat{F}$の分散は，

$$\mathrm{Var}\ \{\hat{F}\}=(1-F)F/N, \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (6.3.1)$$

で与えられるので，相対誤差は，

$$\sqrt{\mathrm{Var}\{\hat{F}\}}/F=\sqrt{1-F}/\sqrt{NF}, \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (6.3.2)$$

となる。したがって，所定精度に対する試行回数は式(6.3.2)で決定でき，システム信頼度が高信頼度になるほど，また，要求精度が高くなるほど試行回数ひいては計算時間が増大する。

また，道路網を対象とした場合，システム規模が大きなものとなるため，1回の試行に要する計算時間が増加する。したがって，試行回数を節約できる方法が有効となる。本節でとりあげる限定サンプリングによるモンテカルロ法は，Rの推定値の分散を減少させることにより，直接的モンテカルロ法と同一の試行回数でも結果の精度向上が期待できる。

6.3.2　分散減少法の基本的考え方

分散減少法によるモンテカルロ法の基本的な考え方は，対象とする値についての事前情報があればその値（本例では上・下限値）を利用してサンプリング領域を限定し（これを限定サンプリングという），結果的に推定値の分散を減少させることによって，推定値の精度の向上あるいは試行回数の節約を図ろうとするものである。分散減少法の概念は従来から知られているものであるが[28]，ここでは，Kumamoto・Tanaka・Inoue によって開発された方法[29)-31)]を用いる。このモンテカルロ法では，限定サンプリング領域の設定のため，ミニマルパス・カットを用いて上・下限値（ブール演算法による上・下限値とは別個のもの）を表現する構造関数の構成作業が追加的に必要となる。なお，この上・下限値を構成するために必要な部分的なミニマルパス・カットの探索作業は，ブール演算法および交点法と共通している。

まず，数学的な記述を行う前に，分散減少法の概念を図式表現で紹介する[29]。

直接的モンテカルロ法においてサンプリングを行う領域を図6-3-1での矩形Dで表す。領域Dに対してシステムの故障が起こる領域を円Sで示す。円Sはシステムの故障形態から構成されている。したがって，矩形Dの中で円Sの部分を除いた残りの部分がシステムの信頼度に対応するので，この部分の面積がシステム信頼度Rの値に相当する。

いま，矩形Dと矩形Lにはさまれた部分の面積をR_Lとすれば，この面積は下限値に相当する。矩形Lと円Sによってはさまれている斜線部の面積にR_Lを加えたものが，システム信頼度Rの値に相当する。ここで，サンプリングの領域を矩形Lの中に限定する。下限値R_Lが解析的に求められるものとすれば，システム信頼度は次のように計算される。すなわち，矩形Lの内部でN回のサンプリングを行いM回システムが機能状態にあったとすれば，システム信頼度は，

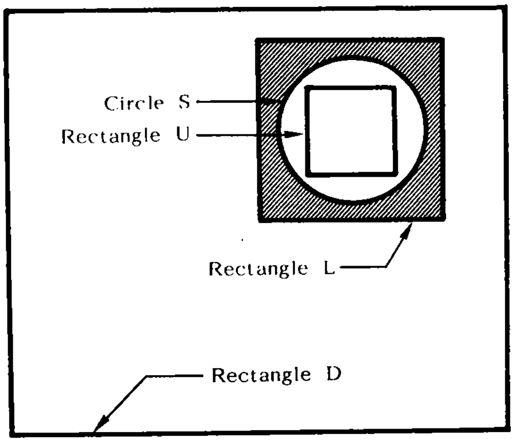


図6-3-1　モンテカルロ法（分散減少法）の概念図

$$R = (R - R_L) + R_L \quad \cdots\cdots\cdots (6.3.3)$$

$$\cong (M/N) + R_L, \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (6.3.4)$$

となる。

ここでさらに，円Sに含まれるもう一つの矩形Uを考える。矩形Uと矩形Dにはさまれた部分の面積をR_Uとすれば，この面積は上限値に相当する。上限値R_Uが解析的に求められるものとして，サンプリングの領域を矩形UとLの間に限定する。この領域でN回のサンプリングを行いM回システムが機能状態にあったとすれば，システム信頼度は，

$$R \cong (R_U - R_L) \times (M/N) + R_L, \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (6.3.5)$$

と推定できる。このとき推定値の分散が，矩形D全体からサンプリングした場合より小さくなっているのは明らかである。このように分散減少法は，サンプリングの領域を限定することによって同一試行回数での精度の向上，あるいは試行回数の節約を図る方法であるといえる。以上が分散減少法の基本概念である。

6.3.3　分散減少法によるモンテカルロ法

次に，分散減少法によるモンテカルロ法の計算方法を述べる。最初に，限定サンプリングのための信頼度の上・下限値をR_U，R_Lと定義し，R_U，R_Lを規定する二値構造関数をϕ_U，ϕ_Lとする。ϕ_U，ϕ_Lは，

$$\phi_L(\boldsymbol{b}) \leqq \phi(\boldsymbol{b}) \leqq \phi_U(\boldsymbol{b}), \ \text{for all } \boldsymbol{b}, \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (6.3.6)$$

$$\phi_L(\boldsymbol{b}) \neq 0, \ \phi_U(\boldsymbol{b}) \neq 1, \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (6.3.7)$$

を満たす。また，すべての a （$0 \leqq a \leqq l$）に対して，

$$R_{L,a}(b_1, \cdots\cdots, b_a) = \sum_{b_{a+1}, \cdots, b_l} \phi_L(\boldsymbol{b})\, Pr\{\boldsymbol{X}=\boldsymbol{b}\}, \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (6.3.8)$$

$$R_{U,a}(b_1, \cdots\cdots, b_a) = \sum_{b_{a+1}, \cdots, b_l} \phi_U(\boldsymbol{b})\, Pr\{\boldsymbol{X}=\boldsymbol{b}\}, \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (6.3.9)$$

と定義する。$R_{L,a}$と$R_{U,a}$は，限定サンプリングによるサンプルベクトル$\boldsymbol{s}$ の発生に利用する補助変数である。ϕ_Lとϕ_U，$R_{L,a}$と$R_{U,a}$の構成法は，付録Dで述べる。$R_{L,0}$と$R_{U,0}$はそれぞれR_L，R_Uとなるので，次の不等式が成立する。

$$0 < R_L \leqq R \leqq R_U \leqq 1. \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (6.3.10)$$

もし$R_U = R_L$という等式が成り立つとすれば$R = R_U = R_L$であり，信頼度Rはシミュレーションによらずとも求めることができる。したがって以降は，

$$R_U - R_L > 0, \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (6.3.11)$$

という仮定に基づいて考えることにする。

式(6.1.4)を変形すると次式を得る。

$$R = \sum_{\boldsymbol{b}} [\phi(\boldsymbol{b}) - \phi_L(\boldsymbol{b})]\, Pr\{\boldsymbol{X}=\boldsymbol{b}\}$$

$$+ \sum_{\boldsymbol{b}} \phi_L(\boldsymbol{b})\, Pr\{\boldsymbol{X}=\boldsymbol{b}\} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (6.3.12)$$

$$= \sum_{\boldsymbol{b}} [\phi(\boldsymbol{b}) - \phi_L(\boldsymbol{b})]\, Pr\{\boldsymbol{X}=\boldsymbol{b}\} + R_L. \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (6.3.13)$$

ここで，$Pr\{\boldsymbol{X}=\boldsymbol{b}\}$とは異なった確率空間を持ったランダムなサンプルを発生させる。次の範囲を定義する。

$$Z \equiv \{\boldsymbol{b} \mid \phi(\boldsymbol{b}) - \phi_L(\boldsymbol{b}) = 1\}, \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (6.3.14)$$

$$Y \equiv \{\boldsymbol{b} \mid \phi_U(\boldsymbol{b}) - \phi_L(\boldsymbol{b}) = 1\}. \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (6.3.15)$$

式(6.3.13)を$Z \subset Y$を考慮して変形すると，

$$R = \sum_{\boldsymbol{b} \in Z} [\phi(\boldsymbol{b}) - \phi_L(\boldsymbol{b})]\, Pr\{\boldsymbol{X}=\boldsymbol{b}\} + R_L \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (6.3.16)$$

$$= \sum_{\boldsymbol{b} \in Y} [\phi(\boldsymbol{b}) - \phi_L(\boldsymbol{b})] Pr\{\boldsymbol{X}=\boldsymbol{b}\} + R_L, \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (6.3.17)$$

を得る。次に，Yに含まれる新たなランダムベクトルとして，$\boldsymbol{y}=(y_1, \cdots, y_l)$を導入する。そして，$Pr\{\boldsymbol{y}=\boldsymbol{b}\}$という確率を，$\boldsymbol{b} \in Y$という条件で次のように定義する。

$$Pr\{\boldsymbol{y}=\boldsymbol{b}\} \equiv Pr\{\boldsymbol{X}=\boldsymbol{b}\}/(R_U - R_L). \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (6.3.18)$$

サンプリング領域が，R_UとR_Lの間で定義されていることに着目すれば，式(6.3.17)は次のように書き直すことができる。

$$R = (R_U - R_L) \sum_{\boldsymbol{b} \in Y} [\phi(\boldsymbol{b}) - \phi_L(\boldsymbol{b})] Pr\{\boldsymbol{y}=\boldsymbol{b}\} + R_L. \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (6.3.19)$$

式(6.3.6)，(6.3.15)から$\phi_L(\boldsymbol{b}) \equiv 0$であるので，$Y$に含まれるすべての$\boldsymbol{b}$について，

$$R = (R_U - R_L) \sum_{\boldsymbol{b} \in Y} \phi(\boldsymbol{b}) Pr\{\boldsymbol{y}=\boldsymbol{b}\} + R_L$$

$$= (R_U - R_L) \mathrm{E}[\phi(\boldsymbol{y})] + R_L, \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (6.3.20)$$

となる。式(6.3.20)の期待値は，領域Yでランダムなサンプリングを行うことによって推定することができる。

この式(6.3.20)が分散減少法の基本式である。すなわち，Yに含まれる$\boldsymbol{y}$のうち統計的に独立なN個のサンプルベクトル$\boldsymbol{s}_1, \cdots, \boldsymbol{s}_N$を考える。分散減少法によるモンテカルロ法によって評価される信頼度をR_Rと表すと，R_Rは，

$$R_R = (R_U - R_L) N^{-1} \sum_{\nu=1}^{N} \phi(\boldsymbol{s}_\nu) + R_L, \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (6.3.21)$$

で求められる。R_Rの添字Rは，限定サンプリング(Restricted sampling）を表している。$\boldsymbol{s}_1, \cdots, \boldsymbol{s}_N$というランダムなサンプルベクトルは，付録Eで述べる方法によって簡単に求めることができる。

このモンテカルロ法(以下分散減少法とよぶ)によって求められたシステム信頼度の推定値の分散は，

$$\mathrm{Var}(R_R) = N^{-1}(R_U - R)(R - R_L), \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (6.3.22)$$

で与えられる。直接的モンテカルロ法(以下直接法とよぶ)の分散と分散減少法による分散とを比較すると，図6-3-2に図示するように，

$$\mathrm{Var}(R_c) \geqq \mathrm{Var}(R_R), \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (6.3.23)$$

が常に成立する。したがって，分散減少法によるシステム信頼度の推定値の分散は，同一試行回数で直接法によるものより常に小さく，精度の向上が保証される。

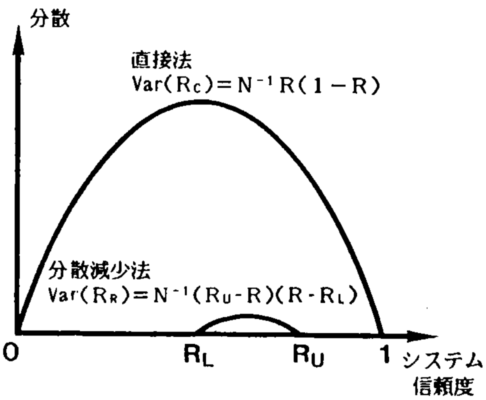


図6-3-2　モンテカルロ法の分散の比較

6.4　*n* 番目最短経路探索によるミニマルパス・カットの選択

ブール演算法および交点法では，良好な近似値を得るためには，ミニマルパス・カットを生起確率の順に順序づけ，その上位から計算に用いるパス・カットを選択すればよい。この選択問題が，ネットワークのリンク長を $-\log r_a$ で置き換えると，*n* 番目最短経路探索問題に帰着することがわかっている[32)-35)]。さらに分散減少法では，限定サンプリングを行う際に，上限値 R_U，下限値 R_L の差が小さい方が良好な近似値を得ることができる(図6-3-2参照)。そしてこのためのミニマルパス・カットの選択もまったく同一の問題となる。

n 番目最短経路探索問題の解法は，動的計画法(D. P.)によるものが一般的である。しかしこの方法では，ネットワークが大規模化した場合に，計算量と要求される記憶容量等が莫大なものとなる。そのため本研究では，経路探索に近似解法を用いることにした。この方法は，最短経路探索の代表的解法であるDijkstra法を利用したものである。Dijkstra法は計算時間がきわめて少なくてすむ上に記憶容量も小さく，厳密な最短経路が探索できるなど多くの優れた点をもっている。本研究で用いた方法はこの利点を生かし，一部のリンクに便宜的に微少な増分を与えることによって，最短経路探索の繰り返しで *n* 番目最短経路探索ができるように工夫したものである。すなわち最短経路探索を行った後，ネットワーク中のその経路を構成するリンクのリンク長に微小な増分を与える。ここで再び最短経路探索を行う。最初に選ばれた経路にはリンク長に増分が与えられたため，他の経路が選ばれる可能性がある。他の経路が選ばれたら，これを記憶する。増分を与える前と同一の経路が選ばれたら，さらに増分を与える。これの繰り返しにより，最終的に必要とする経路数の3～5倍程度の経路を選び出す。それらの経路についてその等価的な経路距離を再計算して短い順に並べかえ，*n* 番目最短経路探索を行う(詳細なアルゴリズムは付録F参照)。

この方法は，*n* 番目最短経路探索の近似的な解法であり，理論的厳密性はないが，少ない計算時間と記憶容量で *n* 番目最短経路探索ができるという利点を有している。増分の与え方および候補として取り出す経路数をヒューリスティックに工夫することにより，かなり厳密に近い選択がなされることを確認している。本研究では，以下この方法によってミニマルパスおよびミニマルカットを選択する。

6.5 信頼性解析方法の相互比較

6.5.1 仮想ネットワークでのモデル計算

本項では，第4章で開発したブール演算法と第5章で開発した交点法を，前節までに紹介した2種類のモンテカルロ法とともに仮想のネットワークに適用して比較し，その有効性を検討する。対象とするネットワーク形状は，図6-5-1～3に示す4×4，5×5，3×5ネットワークである。リンク信頼度を同一値(0.9,0.5の2ケース)および乱数発生によって与え，両ネットワークの対角線ノードペアを対象に計算を行う。

(1) 4×4ネットワーク

最初に，4×4ネットワーク(16ノード24リンク)でリンク信頼度が同一値の結果から述べる。計算結果を表6-5-1の上2段に示す。

まず，比較の基準となる厳密値を計算する。厳密値は事象空間法によって計算した。事象空間法とは，式(3.3.6)すなわち，

$$R=\sum_{x}\left\{\phi(x_1,\cdots,x_l)\times\prod_{a=1}^{l} r_a^{x_a}(1-r_a)^{1-x_a}\right\} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots (6.5.1)$$

で厳密値Rを求める方法で，右辺をベクトル$\boldsymbol{x}$のとりうるすべて，すなわち2^l個のベクトル(lは，総リンク数）についてしらみつぶしに計算することで得られる。

次に，ブール演算法では，上限値と下限値の他に上・下限値の幅，および上・下限値の平均値を計算した。上・下限値の幅は，近似値の有効性の指標として利用できる。上・下限値の平均値の意味は**6.5.3**で述べる。この方法で効率よく上・下限値を得るには，パス・カットの生起確率の大きいものから順に選択すればよいことが第4章で明らかとなっている。この場合，パス・カットの選択数が多いほど良好な上・下限値を得ることができるが，計算時間にも制約がある。CPU－TIMEは，選択パス・カット数の増加にともなって指数的に増加するからである(選択数を1本増やすごとにCPU－T

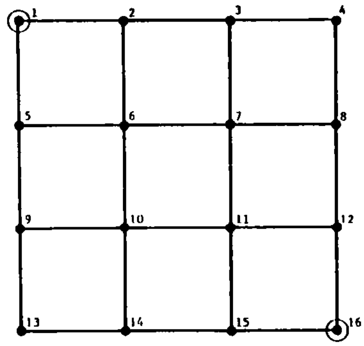


図6-5-1　4×4のネットワーク
(16ノード24リンク)

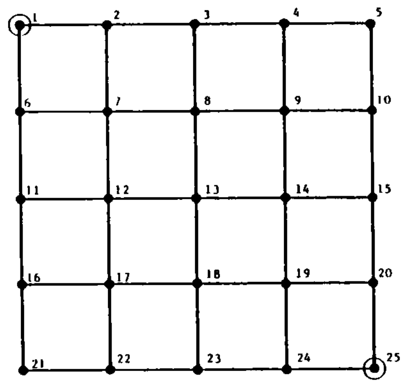


図6-5-2　5×5のネットワーク
(25ノード40リンク)

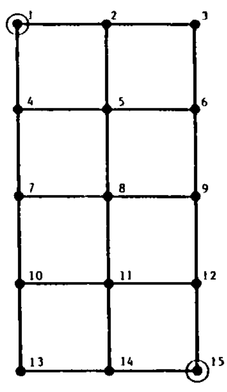


図6-5-3　3×5のネットワーク
(15ノード22リンク)

表6-5-1　モデル計算における各解析法の計算結果

<table>
<tr><th rowspan="2">ネット
ワーク
形　状</th><th rowspan="2" colspan="2">リ　ン　ク
信　頼　度</th><th rowspan="2">厳密値</th><th colspan="4">ブール演算法</th><th colspan="2">交点法</th><th>モンテカルロ法
（直接法）</th><th>モンテカルロ法
（分減法）</th></tr>
<tr><th>上限値
（誤差）</th><th>下限値
（誤差）</th><th>上・下限
値の幅</th><th>平均値
（誤差）</th><th>推定値
（誤差）</th><th>交点
位置</th><th>推定値
（誤差）</th><th>推定値
（誤差）</th></tr>
<tr><td rowspan="3">4×4
ネット
ワーク</td><td colspan="2">同一値 0.9</td><td>0.97505</td><td>0.97619
(+0.00114)</td><td>0.95039
(-0.02466)</td><td>0.02580</td><td>0.96329
(-0.01176)</td><td>0.97717
(+0.00212)</td><td>5</td><td>0.97770
(+0.00265)</td><td>0.97542
(+0.00037)</td></tr>
<tr><td colspan="2">同一値 0.5</td><td>0.19844</td><td>0.33876
(+0.14032)</td><td>0.11390
(-0.08454)</td><td>0.22486</td><td>0.22633
(+0.02789)</td><td>0.19732
(-0.00112)</td><td>14</td><td>0.19170
(-0.00674)</td><td>0.19818
(-0.00026)</td></tr>
<tr><td>乱数</td><td>誤差の最大値
誤差の最小値
誤差の平均値</td><td>--------</td><td>(+0.05402)
(+0.00265)
(+0.02497)</td><td>(-0.14912)
(-0.02433)
(-0.06650)</td><td>0.18722
0.03405
0.09147</td><td>(-0.05526)
(-0.00322)
(-0.02076)</td><td>(+0.05732)
(-0.00092)
(+0.02616)</td><td>平均
6.2</td><td>(+0.00766)
(+0.00021)
(+0.00005)</td><td>基準値</td></tr>
<tr><td rowspan="3">5×5
ネット
ワーク</td><td colspan="2">同一値 0.9</td><td>--------</td><td>0.97595
(+0.00078)</td><td>0.95647
(-0.01870)</td><td>0.01948</td><td>0.96621
(-0.00896)</td><td>0.97612
(+0.00095)</td><td>7</td><td>0.97730
(+0.00213)</td><td>0.97517
（基準値）</td></tr>
<tr><td colspan="2">同一値 0.5</td><td>--------</td><td>0.30981
(+0.15825)</td><td>0.04386
(-0.10770)</td><td>0.26595</td><td>0.17683
(+0.02527)</td><td>0.11447
(-0.03709)</td><td>32</td><td>0.15400
(+0.00244)</td><td>0.15156
（基準値）</td></tr>
<tr><td>乱数</td><td>誤差の最大値
誤差の最小値
誤差の平均値</td><td>--------</td><td>(+0.05615)
(+0.00400)
(+0.02112)</td><td>(-0.23859)
(-0.04014)
(-0.14070)</td><td>0.27080
0.04414
0.16182</td><td>(-0.11028)
(-0.01807)
(-0.05979)</td><td>(+0.03140)
(+0.00005)
(+0.01191)</td><td>平均
9.1</td><td>(+0.00707)
(-0.00001)
(+0.00051)</td><td>基準値</td></tr>
<tr><td rowspan="3">3×5
ネット
ワーク</td><td colspan="2">同一値 0.9</td><td>0.97135</td><td>0.97380
(+0.00245)</td><td>0.95258
(-0.01877)</td><td>0.02122</td><td>0.96319
(-0.00816)</td><td>0.97717
(+0.00582)</td><td>5</td><td>0.96970
(-0.00165)</td><td>0.97120
(+0.00015)</td></tr>
<tr><td colspan="2">同一値 0.5</td><td>0.16862</td><td>0.29251
(+0.12389)</td><td>0.10663
(-0.06199)</td><td>0.18588</td><td>0.19957
(+0.03095)</td><td>0.17742
(+0.00880)</td><td>13</td><td>0.16450
(-0.00412)</td><td>0.16475
(+0.00387)</td></tr>
<tr><td>乱数</td><td>誤差の最大値
誤差の最小値
誤差の平均値</td><td>--------</td><td>(+0.08379)
(+0.00193)
(+0.03711)</td><td>(-0.14699)
(-0.02192)
(-0.07683)</td><td>0.21015
0.03849
0.11394</td><td>(-0.05311)
(-0.00057)
(-0.01986)</td><td>(+0.07067)
(+0.01866)
(+0.04291)</td><td>平均
6.0</td><td>(+0.01474)
(-0.00049)
(+0.00180)</td><td>基準値</td></tr>
</table>

※ 上・下限値の幅とは上限値と下限値との差であり，交点位置とは交点が発生するのに要したミニマルパス・カット数をいう．
5×5のネットワークでの誤差は，厳密値が求められないためモンテカルロ法（分散減少法）による推定値を基準値とした．

IMEは約2倍となる)。この様子を図6-5-4に示す。飯田・若林[36]は，選択パス・カット数を，独立なパス・カット数とすることを提案しているが，この方法では理論的に上・下限が保証されているため，ここではできる限り選択数を少なくすることを考え，一次独立なパス・カット数の少ない方を両者共通の選択数とした。一次独立なパス数は10本であり，一次独立なカット数は15本となるから，その数は10本である。パス・カット数に関する厳密値への接近の様子を図6-5-5に示す。リンク信頼度が小さくなるに伴い，上・下限値幅は次第に大きくなる傾向がある。

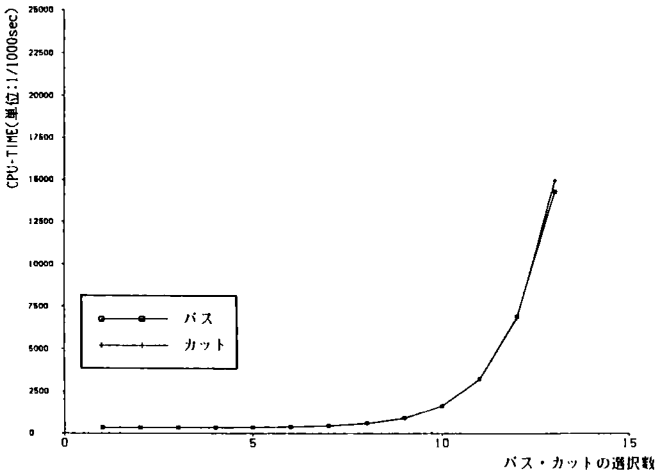


図6-5-4　ブール演算法によるCPU－TIME増加の様子（FACOM　M−780）

次に交点法の結果を述べる。交点法による交点発生の様子を図6-5-6に示す。パスによる計算値が下限値から上限値へ，カットによる計算値が上限値から下限値へそれぞれ単調増加，単調減少しているのが確認できる。表6-5-1の交点位置の数字は，交点が生ずる位置での選択パス・カット数を表している。このケースでは，厳密値との誤差も小さく良好な近似値であるといえる。

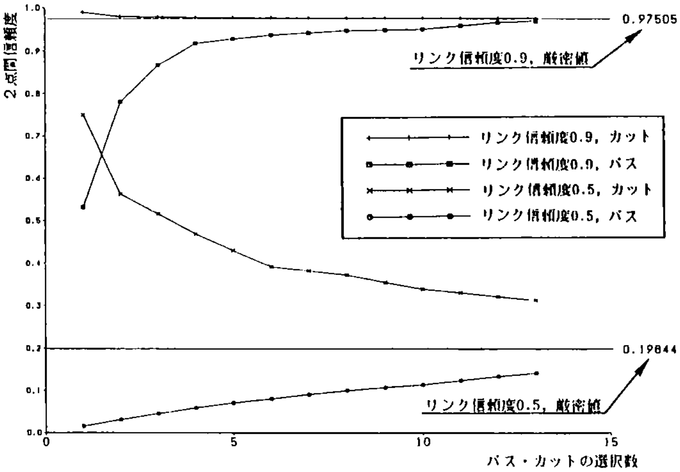


図6-5-5　ブール演算法による厳密値への接近の様子（4×4のネットワーク）

直接的モンテカルロ法では，その試行回数が問題となる。試行回数を増やせばその分精度は高まるが計算時間も増大する。モンテカルロ法の場合，計算時間は試行回数にほぼ比例すると考えられる。ここでは試行回数を1万回とする。リンク信頼度が同一値0.9，0.5の場合について，横軸に試行回数をとり，試行回数の増加にともなって厳密値に接近するシミュレーションの様子を図6-5-7，8に示す。

分散減少法に基づいたモンテカルロ法も，同様に試行回数1万回までのシミュレーションを行う。こ

の様子を図6-5-7，8にあわせて示す。分散減少法では，サンプリングの各段階において上・下限値を表す構造関数が必要となるが，ここでは構造関数を構成するミニマルパス・カットを，生起確率の順にそれぞれ4本ずつ選択した。参考までに，このときのカットによる上限値は，それぞれ0.97913，0.50391，パスによる下限値は，それぞれ0.84254，0.052246であった。信頼度の厳密値との誤差は，直接法と比較すると1/10以下となっており，分散減少法による精度向上の効果が現れていることが確認できる。しかしながら，道路網信頼度で要求される解精度から考えて実用上は直接法でも十分であろうと考えられる。

以上は，得られた近似値の値を精度の面から考察したものであるが，信頼性解析法の優劣の評価では，計算機の計算時間も重要な要素となる。表6-5-2上段は，この4×4ネットワークでの計算機CPU－TIMEを示したものである。計算は京都大学大型計算機センターにて行い，厳密値のCPU－TIMEはベクトルプロセッサFACOM VP－

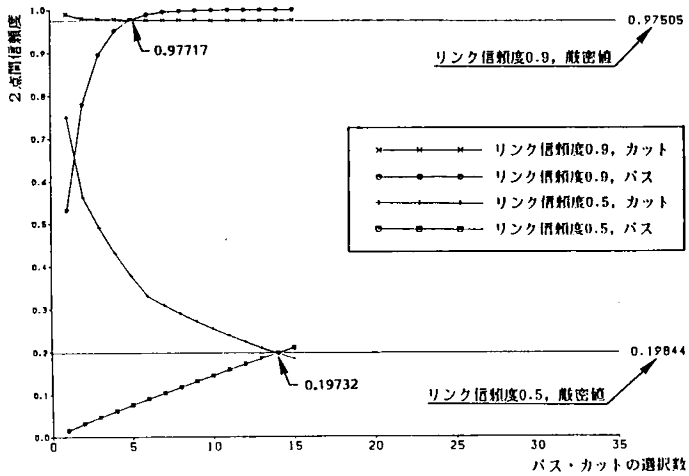


図6-5-6　交点法による交点発生の様子（4×4のネットワーク）

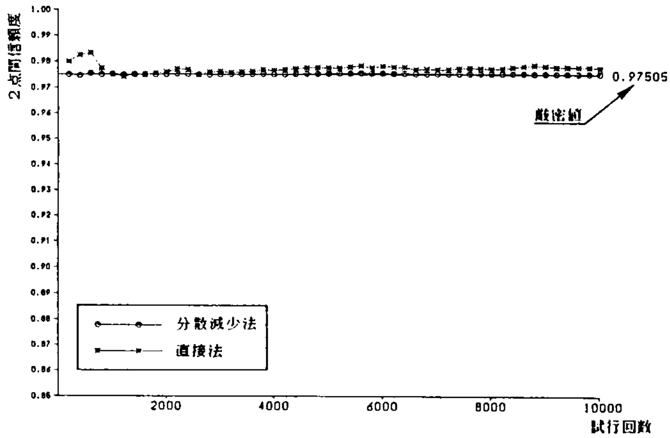


図6-5-7　モンテカルロ法によるシミュレーションの様子
（4×4のネットワーク，リンク信頼度0.9の場合）

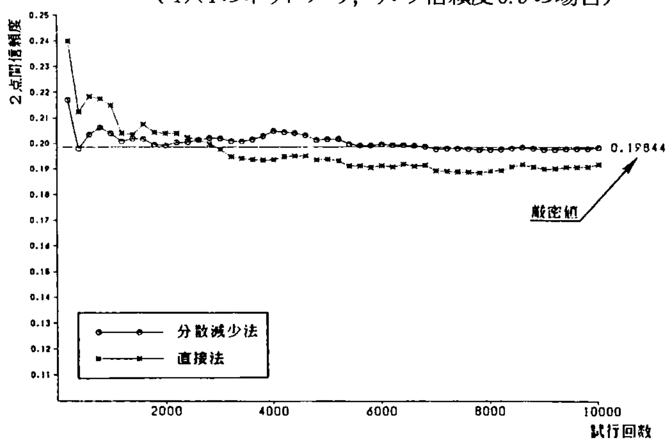


図6-5-8　モンテカルロ法によるシミュレーションの様子
（4×4のネットワーク，リンク信頼度0.5の場合）

表6-5-2　モデル計算における各解析法のＣＰＵ－ＴＩＭＥ

ネットワーク形状	リンク信頼度	厳密値	ブール演算法		交点法	ﾓﾝﾃｶﾙﾛ法（直接法）			ﾓﾝﾃｶﾙﾛ法（分散減少法）			ﾓﾝﾃｶﾙﾛ法の計算効率比
		CPU-TIME	上限値 CPU-TIME	下限値 CPU-TIME	CPU-TIME	CPU-TIME	分散 (×10^{-6})	計算効率 E_C	CPU-TIME	分散 (×10^{-6})	計算効率 E_R	E_C／E_R
４×４ネットワーク	0.9	738.092	1.609	1.641	0.033	5.683	2.4327	13.83	6.698	0.054064	0.36	38.18
	0.5	737.886	1.642	1.604	0.032	3.989	15.906	63.45	5.545	4.4658	24.76	2.56
５×５ネットワーク	0.9	--------	15.913	24.948	0.031	13.937	(2.2185)	30.92	16.194	(0.034769)	0.56	54.91
	0.5	--------	15.823	24.960	0.045	9.202	(13.028)	119.88	12.425	(4.3706)	54.30	2.21
３×５ネットワーク	0.9	165.148	0.895	0.898	0.032	4.856	2.7829	13.51	6.457	0.069109	0.45	30.28
	0.5	165.107	0.895	0.898	0.034	3.339	14.019	46.81	5.322	3.2218	17.15	2.73

CPU-TIME：単位・秒　（厳密値のみFACOM VP-400E，他はFACOM M-780），計算効率：×10^{-6}

※ ５×５のネットワークでの分散値は，厳密値が求められないため，モンテカルロ法（分散減少法）によって求められた値をもとにした推定値である．

400 Eによるもの，その他はFACOM　M−780によるものである。

厳密値の計算は事象空間法によっており，総リンク数を l とすると，CPU−TIMEは2^lに比例する。CPU−TIMEは700秒を超え，厳密値の計算はベクトルプロセッサを用いてもきわめて多大の計算時間を要し不経済である。

他の方法による計算時間は，分散減少法，直接法，ブール演算法，交点法の順に小さくなっている。まず，モンテカルロ法を相互比較する。

分散減少法のCPU−TIMEを直接法と比較すると，リンク信頼度 0.9 の場合で約 1.2 倍，0.5 の場合で約 1.4 倍多くかかっている。これに対し，分散は 0.9 の場合で約1/45，0.5 の場合で約1/3.6 に減少している。ここで，モンテカルロ法の計算効率をCPU−TIMEと分散との積で定義すれば，この値が小さいほど計算効率がよいこととなり，分散減少法は直接法に比べて，0.9 の場合で約38倍，0.5 の場合で約 2.6 倍の計算効率をもつ。このことから，システム信頼度（ノード間信頼度）が高信頼度になるほど，分散減少法の効果が現れることが確認できる。なお，計算時間とは，純粋にシミュレーションに要した時間である。**6.3.3** で述べたように，分散減少法では，シミュレーション以前に構造関数の構築をパス・カットを用いて行っている。このとき構造関数中の 2 次以上の項の整理を必要とするため，これはかなり煩雑な作業となる。したがって，この作業に要する計算時間を考慮にいれる必要がある。

ブール演算法は，選択するパス・カット数を増加させると厳密値により近い上・下限値を得ることができるが，CPU−TIMEが指数的に増加する性質がある。パス・カット数を抑えれば計算時間は少なくてすむが，良好な上・下限値を得にくい。ここで示したCPU−TIMEは，パス・カットの選択数を上述のように10としたものである。

交点法は，ミニマルパス・カットを追加的に式(5.2.11),(5.2.12)に代入して信頼度を計算し，両曲線の交点を信頼度の近似値としている。非ブール演算型の計算方法であるため計算量がきわめて少なくてすみ，経路探索以外にはほとんど計算時間を要しない。生起確率順にパス・カットを列挙したリスト（本研究ではこのリストを Dijkstra 法を利用して作成しているが，手作業でできる場合もある）があれば，交点の計算は電卓でも可能である。このようにこの方法では，信頼度算出のための計算時間がほとんど無視できるのが大きな特徴となっている。

次に，リンク信頼度を同一値としただけでは精度の優劣を十分論ずることはできないので，各リンクの信頼度を乱数で与えて多数のリンク信頼度の組合せ（これをパターンとよぶ）を発生させる。対象ノードペアは同一とし，パターン数は30とした。なお，比較の基準値としての厳密値をそれぞれ求めることは，膨大なCPU−TIMEを要する。一方，リンク信頼度が 0.9 および 0.5 の計算で，分散減少法による推定値がきわめて精度の高い近似値を与えることが確認できたので，以下は分散減少法による推定値（試行回数 1 万回）を基準値として，これとの比較により各方法の特性を議論することにする。

各解析法による数値計算の結果を表6－5－3 a,b,cに示す。それらを要約したものを表6-5-1の3段目に示す。この欄では，30パターンの結果から，基準値との誤差および上・下限値幅の最大値，最小値および平均値を表示しており，各信頼性指標の変動の範囲を知ることができる。この表から，概ね乱数による結果はリンク信頼度が同一値0.9および0.5の中間的な値であり，先述の傾向がほぼ保たれているといえる。

ブール演算法は図6-5-5に示すように，システム信頼度が高い場合は，カットによる曲線（上限値）の方がパスによる曲線（下限値）よりも厳密値への接近が早いため，同一選択数での上・下限の平均値は，

表6-5-3 a　乱数パターン1～30での計算結果（4×4のネットワーク）

	ブール演算法				交点法		モンテカルロ法（直接法）	モンテカルロ法（分減法）
	上限値	下限値	幅	平均値	推定値	交点	推定値	推定値
1	0.87162	0.79284	0.07878	0.83223	0.86955	6	0.85610	0.85218
2	0.85844	0.78618	0.07226	0.82231	0.85746	6	0.84870	0.84666
3	0.70097	0.55924	0.14173	0.63011	0.69835	7	0.66060	0.65966
4	0.93852	0.86594	0.07258	0.90223	0.93988	7	0.91080	0.91302
5	0.96885	0.93480	0.03405	0.95183	0.97221	6	0.96230	0.95913
6	0.66007	0.56951	0.09056	0.61479	0.67667	6	0.64340	0.64155
7	0.81364	0.66780	0.14584	0.74072	0.81429	8	0.75960	0.76183
8	0.93366	0.85359	0.08007	0.89363	0.93712	6	0.90820	0.90937
9	0.79468	0.67653	0.11815	0.73561	0.79956	6	0.76760	0.77338
10	0.91180	0.85678	0.05502	0.88429	0.91291	5	0.89790	0.89991
11	0.72154	0.68243	0.03911	0.70199	0.71797	5	0.71910	0.71889
12	0.84983	0.73421	0.11562	0.79202	0.85245	7	0.82480	0.82807
13	0.82145	0.76075	0.06070	0.79110	0.82689	5	0.81890	0.81475
14	0.84658	0.73135	0.11523	0.78897	0.85237	7	0.81330	0.81884
15	0.71140	0.58730	0.12410	0.64935	0.70230	7	0.67450	0.67754
16	0.64316	0.60408	0.03908	0.62362	0.64475	4	0.63660	0.63784
17	0.95166	0.91267	0.03899	0.93217	0.95607	5	0.93870	0.94150
18	0.81564	0.74767	0.06797	0.78166	0.80903	5	0.80670	0.80479
19	0.80081	0.68118	0.11963	0.74100	0.80740	8	0.74710	0.75008
20	0.73666	0.62704	0.10962	0.68185	0.73571	6	0.69930	0.69900
21	0.92461	0.89034	0.03427	0.90748	0.92914	4	0.91730	0.91840
22	0.83441	0.74228	0.09213	0.78835	0.83713	7	0.80370	0.80870
23	0.83498	0.64726	0.18772	0.74112	0.83903	8	0.79960	0.79638
24	0.80827	0.76768	0.04059	0.78798	0.80795	5	0.79540	0.79471
25	0.80633	0.69681	0.10952	0.75157	0.80109	8	0.76920	0.76464
26	0.82746	0.73763	0.08983	0.78255	0.82843	7	0.80450	0.80045
27	0.78367	0.67816	0.10551	0.73092	0.78060	6	0.73590	0.73414
28	0.70774	0.60914	0.09860	0.65844	0.71209	5	0.69920	0.69154
29	0.85173	0.72617	0.12556	0.78895	0.85633	7	0.81550	0.81820
30	0.77322	0.63202	0.14120	0.70262	0.76432	8	0.72130	0.71920
平均	0.81678	0.72531	0.09147	0.77105	0.81797	6.2	0.79186	0.79181

厳密値よりも小さい値が求められることになる。この乱数パターンによるシステムの信頼度は比較的高いために，表6-5-3bに示すように上・下限の平均値が，基準値よりもすべて小さくなったものと考えられる。これは上・下限の平均値をとれば，システム信頼度の安全側に推定値が求められることを意味する。ただし逆にシステム信頼度が低い場合には，推定値はシステム信頼度の危険側に求められること

表6-5-3b　乱数パターン1～30での計算結果（4×4のネットワーク）

		ﾓﾝﾃｶﾙﾛ法（分減法）	ブール演算法		交点法		ﾓﾝﾃｶﾙﾛ法（直接法）	
		基準値	平均値	基準値との誤差	推定値	基準値との誤差	推定値	基準値との誤差
	1	0.85218	0.83223	-0.01995	0.86955	0.01737	0.85610	0.00392
	2	0.84666	0.82231	-0.02435	0.85746	0.01080	0.84870	0.00204
	3	0.65966	0.63011	-0.02955	0.69835	0.03869	0.66060	0.00094
	4	0.91302	0.90223	-0.01079	0.93988	0.02686	0.91080	-0.00222
乱	5	0.95913	0.95183	-0.00730	0.97221	0.01308	0.96230	0.00317
	6	0.64155	0.61479	-0.02676	0.67667	0.03512	0.64340	0.00185
	7	0.76183	0.74072	-0.02111	0.81429	0.05246	0.75960	-0.00223
	8	0.90937	0.89363	-0.01574	0.93712	0.02775	0.90820	-0.00117
数	9	0.77338	0.73561	-0.03777	0.79956	0.02618	0.76760	-0.00578
	10	0.89991	0.88429	-0.01562	0.91291	0.01300	0.89790	-0.00201
	11	0.71889	0.70199	-0.01690	0.71797	-0.00092	0.71910	0.00021
	12	0.82807	0.79202	-0.03605	0.85245	0.02438	0.82480	-0.00327
パ	13	0.81475	0.79110	-0.02365	0.82689	0.01214	0.81890	0.00415
	14	0.81884	0.78897	-0.02987	0.85237	0.03353	0.81330	-0.00554
	15	0.67754	0.64935	-0.02819	0.70230	0.02476	0.67450	-0.00304
	16	0.63784	0.62362	-0.01422	0.64475	0.00691	0.63660	-0.00124
タ	17	0.94150	0.93217	-0.00933	0.95607	0.01457	0.93870	-0.00280
	18	0.80479	0.78166	-0.02313	0.80903	0.00424	0.80670	0.00191
	19	0.75008	0.74100	-0.00908	0.80740	0.05732	0.74710	-0.00298
	20	0.69900	0.68185	-0.01715	0.73571	0.03671	0.69930	0.00030
ー	21	0.91840	0.90748	-0.01092	0.92914	0.01074	0.91730	-0.00110
	22	0.80870	0.78835	-0.02035	0.83713	0.02843	0.80370	-0.00500
	23	0.79638	0.74112	-0.05526	0.83903	0.04265	0.79960	0.00322
	24	0.79471	0.78798	-0.00673	0.80795	0.01324	0.79540	0.00069
ン	25	0.76464	0.75157	-0.01307	0.80109	0.03645	0.76920	0.00456
	26	0.80045	0.78255	-0.01790	0.82843	0.02798	0.80450	0.00405
	27	0.73414	0.73092	-0.00322	0.78060	0.04646	0.73590	0.00176
	28	0.69154	0.65844	-0.03310	0.71209	0.02055	0.69920	0.00766
	29	0.81820	0.78895	-0.02925	0.85633	0.03813	0.81550	-0.00270
	30	0.71920	0.70262	-0.01658	0.76432	0.04512	0.72130	0.00210
平　均		0.79181	0.77105	-0.02076	0.81797	0.02616	0.79186	0.00005
誤差の絶対値の平均		―――		0.02076		0.02622		0.00279
平均CPU-TIME		6.56	PATH:0.56 CUT:0.62		―――――		5.40	

CPU-TIME：単位・秒

が予想される。これについては **6.5.3** でも詳しく述べる。

交点法では表6-5-3 a，b に示すように，平均選択数 6.2 本で交点が生じ，推定値と基準値との誤差は最大＋0.05732，最小－0.00092となった。誤差は平均すると＋0.02622である。ただし交点法では，ブール演算法とは反対に基準値よりも若干高めの推定値が求められる傾向にある。これは，システム信頼度の危険側に推定値が求められることを意味する（逆にシステム信頼度が低い場合には，推定値はシステム信頼度の安全側に求められることが予想される）。この問題については，第7章のネットワーク限定による方法において考察する。

表6-5-3 c　ブール演算法による上・下限値と基準値の差

	基準値	上限値	基準値との差	下限値	基準値との差
1	0.85218	0.87162	0.01944	0.79284	-0.05934
2	0.84666	0.85844	0.01178	0.78618	-0.06048
3	0.65966	0.70097	0.04131	0.55924	-0.10042
4	0.91302	0.93852	0.02550	0.86594	-0.04708
5	0.95913	0.96885	0.00972	0.93480	-0.02433
6	0.64155	0.66007	0.01852	0.56951	-0.07204
7	0.76183	0.81364	0.05181	0.66780	-0.09403
8	0.90937	0.93366	0.02429	0.85359	-0.05578
9	0.77338	0.79468	0.02130	0.67653	-0.09685
10	0.89991	0.91180	0.01189	0.85678	-0.04313
11	0.71889	0.72154	0.00265	0.68243	-0.03646
12	0.82807	0.84983	0.02176	0.73421	-0.09386
13	0.81475	0.82145	0.00670	0.76075	-0.05400
14	0.81884	0.84658	0.02774	0.73135	-0.08749
15	0.67754	0.71140	0.03386	0.58730	-0.09024
16	0.63784	0.64316	0.00532	0.60408	-0.03376
17	0.94150	0.95166	0.01016	0.91267	-0.02883
18	0.80479	0.81564	0.01085	0.74767	-0.05712
19	0.75008	0.80081	0.05073	0.68118	-0.06890
20	0.69900	0.73666	0.03766	0.62704	-0.07196
21	0.91840	0.92461	0.00621	0.89034	-0.02806
22	0.80870	0.83441	0.02571	0.74228	-0.06642
23	0.79638	0.83498	0.03860	0.64726	-0.14912
24	0.79471	0.80827	0.01356	0.76768	-0.02703
25	0.76464	0.80633	0.04169	0.69681	-0.06783
26	0.80045	0.82746	0.02701	0.73763	-0.06282
27	0.73414	0.78367	0.04953	0.67816	-0.05598
28	0.69154	0.70774	0.01620	0.60914	-0.08240
29	0.81820	0.85173	0.03353	0.72617	-0.09203
30	0.71920	0.77322	0.05402	0.63202	-0.08718
平均	0.79181	0.81678	0.02497	0.72531	-0.06650

直接法では，試行回数１万回での推定値と基準値との誤差は，最大＋0.00766，最小＋0.00021であった。これより直接法は，精度が高くまたシステムの信頼度の高低にも左右されず，安定した結果を示すことがわかる。ただし，推定値が厳密値の上下どちらに求まる傾向にあるのかは不明確である。

分散減少法では，直接法と同様に１万回までの試行を行なった。分散は試行１万回での推定値を厳密値と仮定したとき，平均2.4468×10^{-6}で直接法の約1/6.4となった。これに対しCPU－TIMEは平均6.56秒と，直接法の約1.2倍であった。したがって計算効率は直接法の約5.3倍となる。この計算に必要な構造関数については，リンク信頼度が変わるごとにパス・カットを選びなおして構造関数を構築することは膨大な手間を要するので，パス・カットの生起確率によらずリンク信頼度同一値の場合と同じものを用いた。この理由を以下に述べる。すなわち分散減少法の場合での上・下限値構造関数の構築は，ブール演算法や交点法の場合とは違って加重サンプリングのためのものである。したがってこの構造関

数によって求められる上・下限値の幅が小さいほど高精度の近似値が与えられることになるが，ここで少々上・下限値の幅が大きくなっても，それほど推定値の精度に大きな影響がでてくるとは考えられないからである。なお，直接法の誤差が小さく算出されているが，これは分散減少法を基準値としたためと考えられる。

(2)　5×5ネットワーク

次にネットワークを拡大して，5×5ネットワーク(25ノード40リンク)のノードペア(1,25)に対して計算を行う。4×4ネットワークと同様，リンク信頼度を同一値(0.9，0.5の2ケース) および乱数発生によって与える。結果を表6-5-1中3段に示す。乱数発生による個々のパターンについての数値計算結果は表6-5-4 a，b，cに示す。

表6-5-4 a　乱数パターン1～30での計算結果（5×5のネットワーク）

	ブール演算法				交点法		ﾓﾝﾃｶﾙﾛ法(直接法)	ﾓﾝﾃｶﾙﾛ法(分減法)
	上限値	下限値	幅	平均値	推定値	交点	推定値	推定値
1	0.83053	0.67618	0.15435	0.75336	0.83263	7	0.82080	0.81978
2	0.95861	0.86072	0.09789	0.90967	0.96015	10	0.94170	0.94214
3	0.79003	0.52127	0.26876	0.65565	0.76413	14	0.74390	0.74642
4	0.83874	0.66801	0.17073	0.75338	0.82912	10	0.81830	0.82133
5	0.76338	0.65240	0.11098	0.70789	0.76178	7	0.75830	0.75737
6	0.90909	0.80127	0.10782	0.85518	0.90466	8	0.89800	0.89635
7	0.93889	0.81403	0.12486	0.87646	0.94076	9	0.92460	0.92413
8	0.76150	0.53183	0.22967	0.64667	0.74231	11	0.73510	0.72982
9	0.85808	0.70627	0.15181	0.78218	0.85997	6	0.83990	0.83830
10	0.90954	0.76166	0.14788	0.83560	0.90976	8	0.89300	0.88952
11	0.82204	0.71179	0.11025	0.76692	0.81723	6	0.81510	0.81097
12	0.90487	0.71150	0.19337	0.80819	0.89652	13	0.87350	0.87351
13	0.89127	0.74384	0.14743	0.81756	0.89086	9	0.86320	0.86651
14	0.94202	0.86154	0.08048	0.90178	0.94509	7	0.93280	0.93458
15	0.71536	0.45874	0.25662	0.58705	0.69549	10	0.70440	0.69733
16	0.75777	0.48697	0.27080	0.62237	0.72657	11	0.70410	0.70162
17	0.87713	0.79411	0.08302	0.83562	0.88053	6	0.87260	0.87109
18	0.75595	0.55987	0.19608	0.65791	0.73958	11	0.73420	0.73691
19	0.96569	0.92155	0.04414	0.94362	0.96810	5	0.96010	0.96169
20	0.78526	0.60622	0.17904	0.69574	0.77464	10	0.76780	0.77119
21	0.77236	0.56178	0.21058	0.66707	0.76609	11	0.74890	0.74917
22	0.78676	0.64888	0.13788	0.71782	0.77115	8	0.76970	0.76585
23	0.82875	0.71403	0.11472	0.77139	0.81686	7	0.81460	0.81427
24	0.68065	0.48514	0.19551	0.58290	0.65952	9	0.64780	0.64935
25	0.66218	0.49385	0.16833	0.57802	0.63408	10	0.63890	0.63691
26	0.82439	0.67300	0.15139	0.74870	0.81686	8	0.80820	0.80648
27	0.80547	0.60207	0.20340	0.70377	0.79363	12	0.77760	0.78016
28	0.78189	0.65457	0.12732	0.71823	0.77094	6	0.77070	0.77089
29	0.88587	0.69862	0.18725	0.79225	0.88385	10	0.85130	0.85245
30	0.80557	0.57329	0.23228	0.68943	0.78044	14	0.76220	0.75993
平均	0.82699	0.66517	0.16182	0.74608	0.81778	9.1	0.80638	0.80587

厳密値の計算は先述したように，2^lに比例する。5×5ネットワークでは4×4ネットワークよりもリンク数が16リンク増加するので，計算時間はさらに2^{16}倍となることが予想され，計算は事実上不可能といえる。したがって，ここでも分散減少法による推定値を基準値とする。各解析法の計算結果は4×4ネットワークの場合と比較すると以下のようになる。

表6-5-4 b　乱数パターン1～30での計算結果（5×5のネットワーク）

		ﾓﾝﾃｶﾙﾛ法（分減法）	ブール演算法		交点法		ﾓﾝﾃｶﾙﾛ法（直接法）	
		基準値	平均値	基準値との誤差	推定値	基準値との誤差	推定値	基準値との誤差
	1	0.81978	0.75336	-0.06642	0.83263	0.01285	0.82080	0.00102
	2	0.94214	0.90967	-0.03247	0.96015	0.01801	0.94170	-0.00044
	3	0.74642	0.65565	-0.09077	0.76413	0.01771	0.74390	-0.00252
	4	0.82133	0.75338	-0.06795	0.82912	0.00779	0.81830	-0.00303
乱	5	0.75737	0.70789	-0.04948	0.76178	0.00441	0.75830	0.00093
	6	0.89635	0.85518	-0.04117	0.90466	0.00831	0.89800	0.00165
	7	0.92413	0.87646	-0.04767	0.94076	0.01663	0.92460	0.00047
	8	0.72982	0.64667	-0.08315	0.74231	0.01249	0.73510	0.00528
数	9	0.83830	0.78218	-0.05612	0.85997	0.02167	0.83990	0.00160
	10	0.88952	0.83560	-0.05392	0.90976	0.02024	0.89300	0.00348
	11	0.81097	0.76692	-0.04405	0.81723	0.00626	0.81510	0.00413
	12	0.87351	0.80819	-0.06532	0.89652	0.02301	0.87350	-0.00001
パ	13	0.86651	0.81756	-0.04895	0.89086	0.02435	0.86320	-0.00331
	14	0.93458	0.90178	-0.03280	0.94509	0.01051	0.93280	-0.00178
	15	0.69733	0.58705	-0.11028	0.69549	-0.00184	0.70440	0.00707
	16	0.70162	0.62237	-0.07925	0.72657	0.02495	0.70410	0.00248
タ	17	0.87109	0.83562	-0.03547	0.88053	0.00944	0.87260	0.00151
	18	0.73691	0.65791	-0.07900	0.73958	0.00267	0.73420	-0.00271
	19	0.96169	0.94362	-0.01807	0.96810	0.00641	0.96010	-0.00159
	20	0.77119	0.69574	-0.07545	0.77464	0.00345	0.76780	-0.00339
｜	21	0.74917	0.66707	-0.08210	0.76609	0.01692	0.74890	-0.00027
	22	0.76585	0.71782	-0.04803	0.77115	0.00530	0.76970	0.00385
	23	0.81427	0.77139	-0.04288	0.81686	0.00259	0.81460	0.00033
	24	0.64935	0.58290	-0.06645	0.65952	0.01017	0.64780	-0.00155
ン	25	0.63691	0.57802	-0.05889	0.63408	-0.00283	0.63890	0.00199
	26	0.80648	0.74870	-0.05778	0.81686	0.01038	0.80820	0.00172
	27	0.78016	0.70377	-0.07639	0.79363	0.01347	0.77760	-0.00256
	28	0.77089	0.71823	-0.05266	0.77094	0.00005	0.77070	-0.00019
	29	0.85245	0.79225	-0.06020	0.88385	0.03140	0.85130	-0.00115
	30	0.75993	0.68943	-0.07050	0.78044	0.02051	0.76220	0.00227
平　均		0.80587	0.74608	-0.05979	0.81778	0.01191	0.80638	0.00051
誤差の絶対値の平均		―――		0.05979		0.01222		0.00214
平均CPU-TIME		15.99	PATH:11.0 CUT:14.8		―――――		13.46	

CPU-TIME：単位・秒

ブール演算法では，一次独立なパス，カット数はそれぞれ17，24 となる。しかし，パス，カット選択数が10本を越えると厳密値への接近は緩慢となる性質があることから(図6-5-9参照)，計算機ジョブの経済性を考慮してそれぞれ13本ずつとした。そのため，選択パス，カット数が少なくなったが，リンク信頼度が0.9の場合には上・下限値ともに良好な近似値を得ている。上・下限値の幅も小さい。これは，リンク信頼度が高い場合には，少数のパス，カットによる信頼度Rへの寄与が大きいためである。しかし，リンク信頼度が0.5の場合や乱数で与えた場合にはこの幅も大きくなり，本方法では良好な近似値を得にくくなる。このように，ブール演算法ではリンク信頼度が大きい場合には，少数の選択数でも精度よく近似値を得ることができる。この精度の良否は上・下限値の幅で判断できる。

表6-5-4 c　ブール演算法による上・下限値と基準値の差

	基準値	上限値	基準値との差	下限値	基準値との差
1	0.81978	0.83053	0.01075	0.67618	-0.14360
2	0.94214	0.95861	0.01647	0.86072	-0.08142
3	0.74642	0.79003	0.04361	0.52127	-0.22515
4	0.82133	0.83874	0.01741	0.66801	-0.15332
5	0.75737	0.76338	0.00601	0.65240	-0.10497
6	0.89635	0.90909	0.01274	0.80127	-0.09508
7	0.92413	0.93889	0.01476	0.81403	-0.11010
8	0.72982	0.76150	0.03168	0.53183	-0.19799
9	0.83830	0.85808	0.01978	0.70627	-0.13203
10	0.88952	0.90954	0.02002	0.76166	-0.12786
11	0.81097	0.82204	0.01107	0.71179	-0.09918
12	0.87351	0.90487	0.03136	0.71150	-0.16201
13	0.86651	0.89127	0.02476	0.74384	-0.12267
14	0.93458	0.94202	0.00744	0.86154	-0.07304
15	0.69733	0.71536	0.01803	0.45874	-0.23859
16	0.70162	0.75777	0.05615	0.48697	-0.21465
17	0.87109	0.87713	0.00604	0.79411	-0.07698
18	0.73691	0.75595	0.01904	0.55987	-0.17704
19	0.96169	0.96569	0.00400	0.92155	-0.04014
20	0.77119	0.78526	0.01407	0.60622	-0.16497
21	0.74917	0.77236	0.02319	0.56178	-0.18739
22	0.76585	0.78676	0.02091	0.64888	-0.11697
23	0.81427	0.82875	0.01448	0.71403	-0.10024
24	0.64935	0.68065	0.03130	0.48514	-0.16421
25	0.63691	0.66218	0.02527	0.49385	-0.14306
26	0.80648	0.82439	0.01791	0.67300	-0.13348
27	0.78016	0.80547	0.02531	0.60207	-0.17809
28	0.77089	0.78189	0.01100	0.65457	-0.11632
29	0.85245	0.88587	0.03342	0.69862	-0.15383
30	0.75993	0.80557	0.04564	0.57329	-0.18664
平均	0.80587	0.82699	0.02112	0.66517	-0.14070

CPU－TIMEに関してブール演算法では，パス(下限値を求めるのに用いる)，カット(上限値を求めるのに用いる)の選択数を同一としたにもかかわらず，CPU－TIMEが異なっている。これは，パスの構成リンクとカットの構成リンクとが異なるために，ブール演算アルゴリズムの実行中に発生する記憶変数の個数が異なるためである。すなわち，式(4.2.7)または式(4.2.8)を展開する過程において，項の数が増加し(これを中間膨張[37]という)，そのためにCPU－TIMEが増大するからである(本アルゴリズムでは，**4.3**でも述べたように，この中間膨張を最小限とするような工夫を行っている)。表6-5-5では，この記憶変数の数(アルゴリズム実行中における項の数の最大値および最終値)を示してある。

交点法では，交点の発生が遅れる。交点が発生する様子を図6-5-10に示す。リンク信頼度が0.9の場合には少ないパス・カット選択数で交点が発生するが，リンク信頼度が小さくなるにしたがって交点

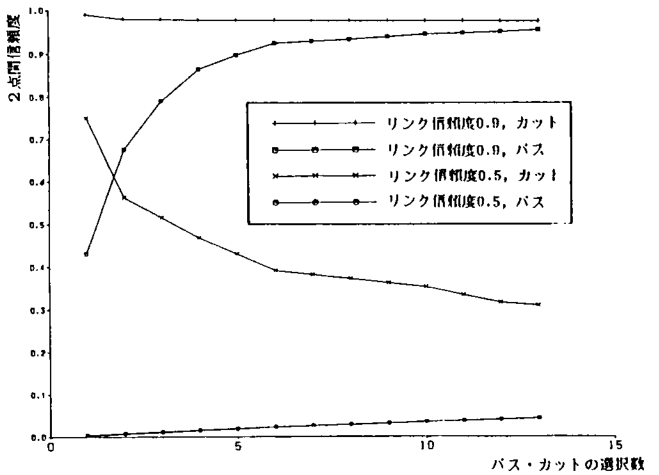


図6-5-9　ブール演算法による厳密値への接近の様子（5×5のネットワーク）

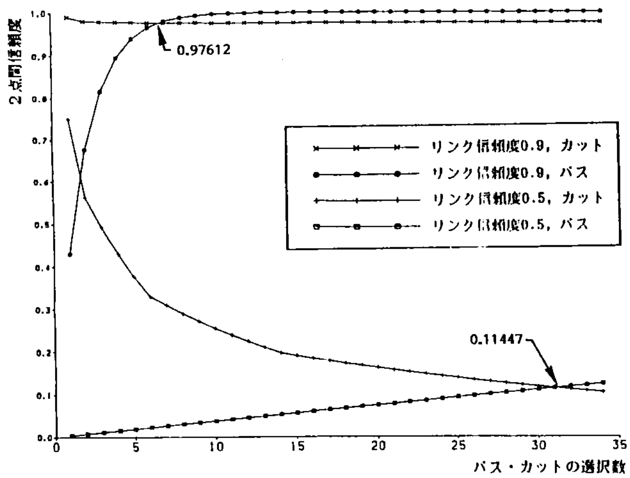


図6-5-10　交点法による交点発生の様子（5×5のネットワーク）

表6-5-5　ブール演算過程での展開式中の項の数

ネットワーク形状	上限値(パス)		下限値(カット)	
	最大値	最終値	最大値	最終値
4×4ネットワーク	399	399	437	399
5×5ネットワーク	1103	559	3284	2975
3×5ネットワーク	265	239	244	223

発生のためのパス・カット選択数が増加する。しかしながら，得られた近似値は，基準値との誤差が±0.05以内に収まっており，この程度の誤差が許容されれば十分実用的であろうと考えられる。 CPU－TIMEも，他の方法に比較してきわめて小さいのが大きな特徴である。

モンテカルロ法については，直接法と分散減少法との差や分散の値は4×4ネットワークの場合とほぼ同程度であり，両方法とも4×4のネットワークの場合と同様，精度が高く，またノード間信頼度の値の大小にも左右されず，安定した結果を示している。試行回数1万回までのシミュレーションの様子を図6-5-11，12に示す。CPU－TIMEについても，分散減少法は直接法の1.2～1.4倍であり4×4ネット

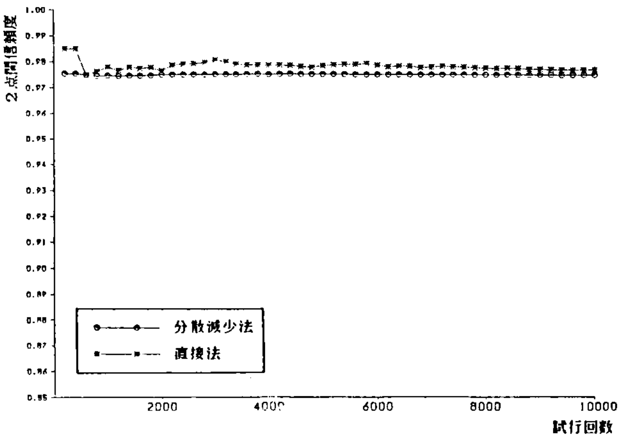


図6-5-11　モンテカルロ法によるシミュレーションの様子
（5×5のネットワーク，リンク信頼度0.9の場合）

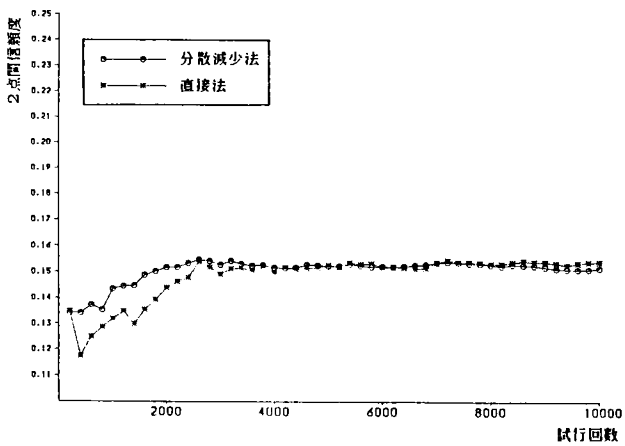


図6-5-12　モンテカルロ法によるシミュレーションの様子
（5×5のネットワーク，リンク信頼度0.5の場合）

ワークの場合と同程度であることがわかる。しかし，両モンテカルロ法ともCPU－TIMEは，４×４ネットワークの場合に比較して２～３倍必要となり，リンク数（24から40に増加）の増加以上に増加する。このことは，後述するように，大規模ネットワークを対象とする場合，モンテカルロ法にも適用限界があることを示唆している。

(3)　３×５ネットワーク

計算結果を，表6-5-1下3段と図6-5-13～16に示す。得られた結果の特性は４×４ネットワーク，５×５ネットワークと同等であり，大きな相違点は存在しない。

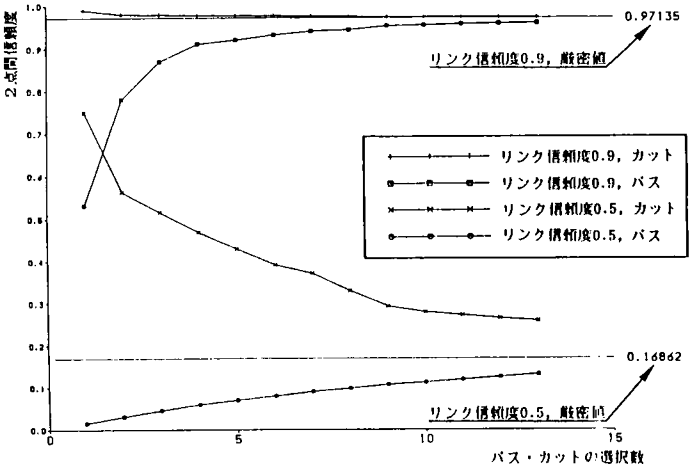


図6-5-13　ブール演算法による厳密値への接近の様子（3×5のネットワーク）

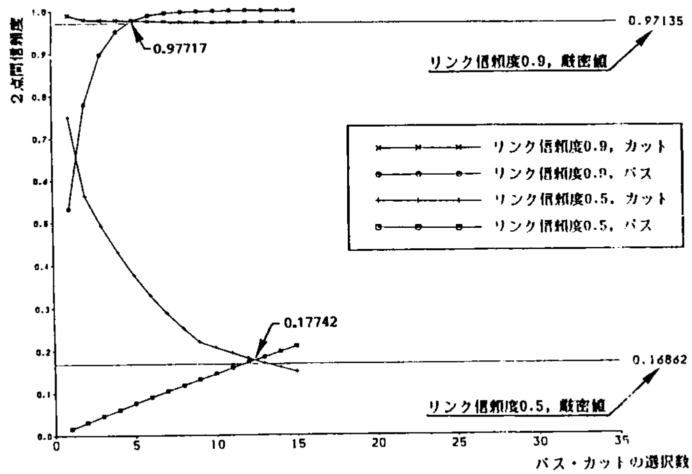


図6-5-14　交点法による交点発生の様子（3×5のネットワーク）

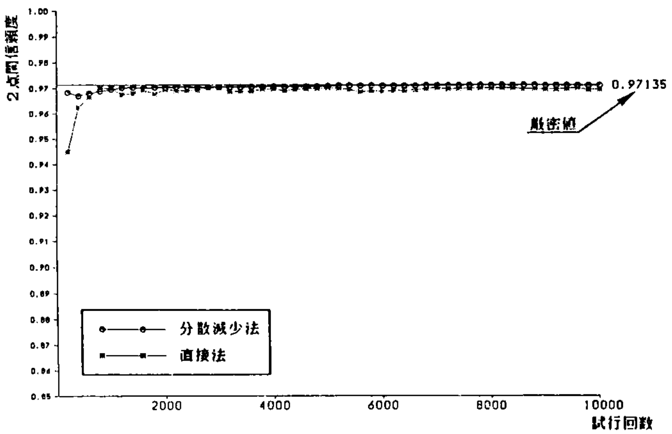


図6-5-15　モンテカルロ法によるシミュレーションの様子
（3×5のネットワーク，リンク信頼度0.9の場合）

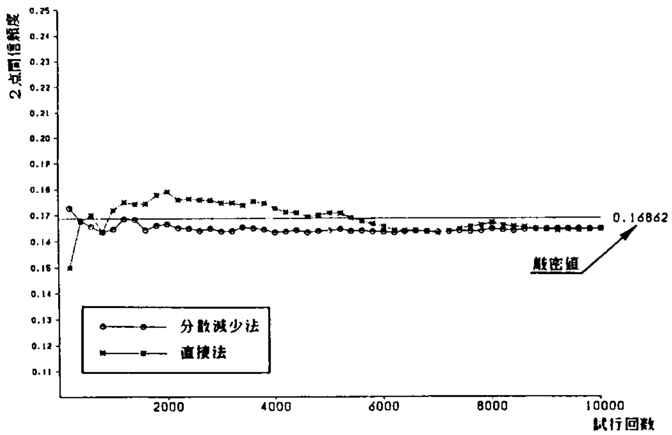


図6-5-16　モンテカルロ法によるシミュレーションの様子
（3×5のネットワーク，リンク信頼度0.5の場合）

6.5.2　現実ネットワークへの適用可能性

本項では，各信頼性解析法を現実規模の道路網に適用し分析・検討を加える。本項で用いるのは京都市のネットワークであり，49ノード85リンクの格子状ネットワークで表現されている（図6-5-17）。各リンクの信頼度は，昭和60年度センサスによる混雑率を参考に，信頼度を混雑率の反比例型関数で与えるという簡便な方法で求めた（表6-5-6，図6-5-18）。このリンク信頼度の与え方には問題もあるが，ここではリンク信頼度を与件とした場合の２点間信頼度の効率的算出法を比較・検討するのが目的であり，リンク信頼度の与え方については今後の課題とする。

対象とする２点間として，４ノードペアを選んだ。すなわち，対角線方向ノードペア（以下ケースXと

よぶ)， 東西方向ノードペア２ケース(ケースEW１，EW２)， 南北方向ノードペア(ケースNS)である。これらを図6-5-19 に示す。それぞれに対して各解析法を適用し，ノード間信頼度を求めた。

ブール演算法，交点法に関してはこれまでと同様，生起確率の順にパス・カットを選択して計算に用いている。ただしブール演算法に関しては，計算時間の短縮のためそれぞれ10本で計算を打ち切った。モンテカルロ法では，それぞれ１万回の試行を行った。前項と同様に，モンテカルロ法(分散減少法)による推定値を基準値とし，これとの比較によって検討を行った。計算結果を表6-5-7, 8に示す。

ブール演算法では，パス・カットの選択数を減らしたこともあって，かなり誤差の大きい結果となった。パス・カット数を増加させると，理論的には厳密値により近い近似値が得られる。しかし，このネットワークでのパス・カットの総数は非常に膨大な数となるため，少々選択数を増やしてもこの値が厳密値に大きく接近しない。したがってブール演算法は，ネットワークが拡大した場合には近似計算法として利用するのは困難と考えられる。

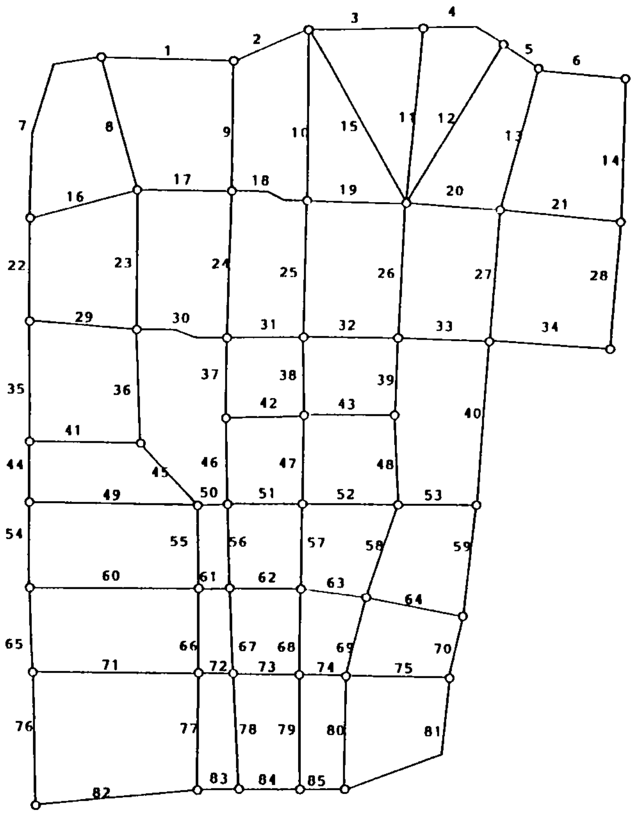


図6-5-17　京都市のネットワーク(49ノード85リンク)

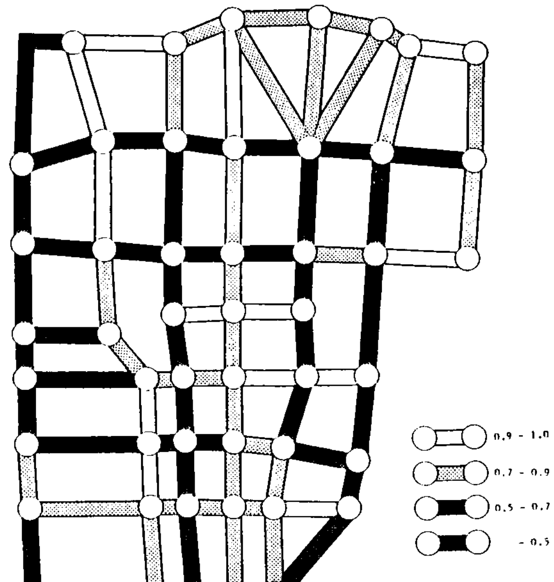


図6-5-18　京都市ネットワークの仮想的リンク信頼度

表6-5-6　京都市ネットワークの仮想的リンク信頼度

ﾘﾝｸNo.	信頼度	ﾘﾝｸNo.	信頼度	ﾘﾝｸNo.	信頼度	ﾘﾝｸNo.	信頼度	ﾘﾝｸNo.	信頼度
1	1.000	21	0.458	41	0.536	61	0.506	81	0.609
2	0.844	22	0.614	42	1.000	62	0.506	82	0.810
3	0.736	23	0.976	43	1.000	63	0.871	83	0.853
4	0.736	24	0.445	44	0.570	64	0.653	84	0.853
5	0.736	25	0.757	45	0.750	65	0.736	85	0.900
6	1.000	26	0.583	46	0.555	66	0.964		
7	0.692	27	0.692	47	0.711	67	0.551		
8	1.000	28	0.764	48	0.596	68	0.723		
9	0.730	29	0.247	49	0.618	69	0.771		
10	0.953	30	0.315	50	0.736	70	0.397		
11	0.802	31	0.435	51	0.736	71	0.757		
12	0.750	32	0.659	52	0.910	72	0.871		
13	0.810	33	0.818	53	1.000	73	0.871		
14	0.750	34	1.000	54	0.587	74	0.871		
15	0.880	35	0.555	55	1.000	75	1.000		
16	0.413	36	0.771	56	0.551	76	0.664		
17	0.384	37	0.494	57	0.717	77	0.871		
18	0.384	38	0.730	58	0.609	78	0.551		
19	0.358	39	0.596	59	0.435	79	0.862		
20	0.401	40	0.623	60	0.357	80	0.844		

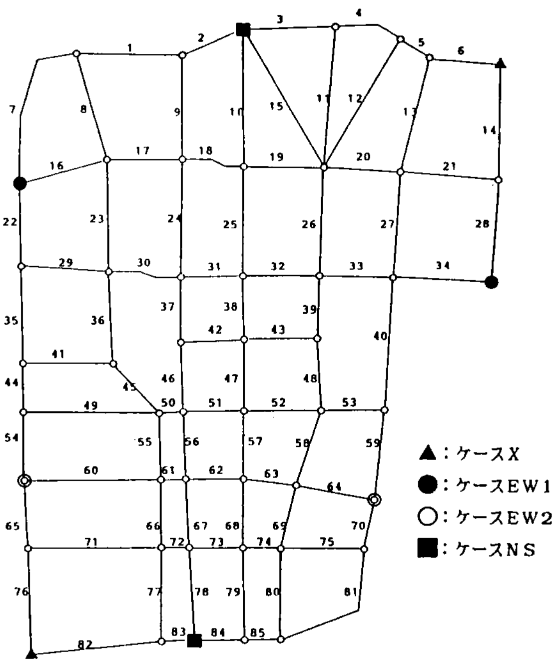


図6-5-19　信頼度を求めるノードペア

表6-5-7　京都市ネットワークでの各解析法の計算結果

ノード ペア	ブール演算法				交点法		モンテカルロ法（直接法）	モンテカルロ法（分減法）
	上限値（誤差）	下限値（誤差）	上・下限値の幅	平均値（誤差）	推定値（誤差）	交点	推定値（誤差）	推定値
ケースX	0.91351 (+0.08655)	0.43734 (-0.38962)	0.47617	0.67543 (-0.15153)	0.87038 (+0.04342)	22	0.82380 (-0.00316)	0.82696
ケースEW1	0.87299 (+0.04474)	0.55359 (-0.27466)	0.31940	0.71329 (-0.11496)	0.82315 (-0.00510)	10	0.83050 (+0.00225)	0.82825
ケースEW2	0.79983 (+0.05204)	0.47218 (-0.27561)	0.32765	0.63601 (-0.11178)	0.76322 (+0.01543)	10	0.75840 (+0.01061)	0.74779
ケースNS	0.97946 (+0.04358)	0.65199 (-0.28389)	0.32747	0.81573 (-0.12015)	0.97019 (+0.03431)	40	0.93230 (-0.00358)	0.93588

※　上・下限値の幅とは上限値と下限値との差であり，交点位置とは交点が発生するのに要したミニマルパス・カット数をいう．誤差はモンテカルロ法（分散減少法）による推定値を基準値としたものである．

表6-5-8　京都市ネットワークでの各解析法のCPU－TIME

ノード ペア	ブール演算法		交点法	モンテカルロ法（直接法）		モンテカルロ法（分散減少法）	
	上限値 CPU-TIME	下限値 CPU-TIME	CPU-TIME	CPU-TIME	分散 ($\times 10^{-6}$)	CPU-TIME	分散 ($\times 10^{-6}$)
ケースX	1.971	1.826	0.049	56.156	14.515	61.175	5.8717
ケースEW1	1.886	2.120	0.060	53.450	14.077	60.122	6.0629
ケースEW2	1.948	1.761	0.059	53.969	18.323	61.138	2.9106
ケースNS	2.020	1.966	0.051	57.446	6.3117	63.009	2.4546

CPU-TIME：単位・秒（FACOM M-780）

※ 分散値は，厳密値が求められないためモンテカルロ法（分散減少法）によって求められた値をもとにした推定値である．

交点法では，ネットワークが拡大したため，交点の発生がかなり遅れることになった。特にケースNSでは，パス・カットを40本ずつ選択してようやく交点が発生した（交点の発生の様子を図6-5-20～23に示す）。 基準値との誤差はケースXのときが最大で，およそ0.04程度となっている。計算時間はほとんどかからず，きわめて効率的に近似値が計算できる。この程度の誤差であれば，十分実用に耐えられると考えられる。

モンテカルロ法では，直接法，分散減少法ともに，高い精度で近似値を与えていると考えられるが，ネットワークが拡大したため計算時間がかなり増大した。特に，リンク数の増加以上に計算時間が増加する点が問題点であり，これは乱数の発生および連結性の判定に時間がかかるのが理由と考えられる。またシミュレーションのためには，ネットワークに含まれるすべてのリンクの完全な連結データを与える必要があり，これはかなり膨大な作業であった。すなわち本研究では，連結データとしてインシデンス行列を用いてネットワークの連結性を判定しているが[38),39)]，インシデンス行列はこの場合49×85とか

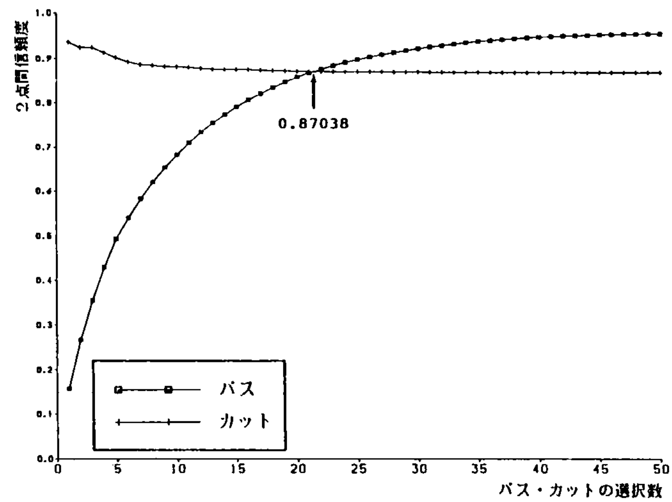


図6-5-20　ケースXでの交点発生の様子

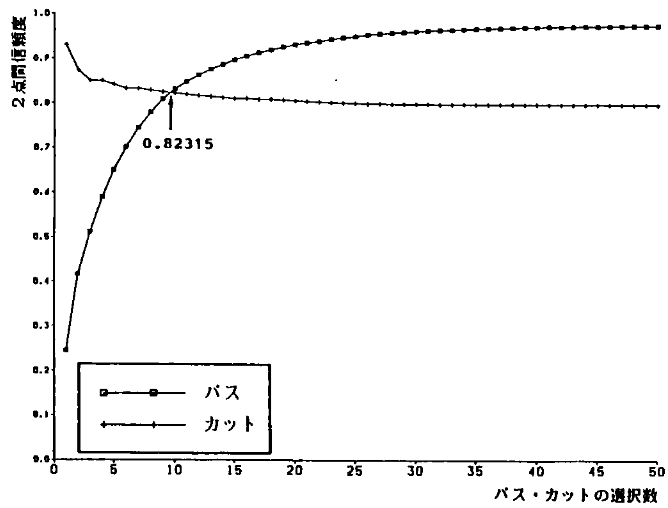


図6-5-21　ケースEW 1での交点発生の様子

なり大きなものとなるため，作成にかなりの時間を要した。また構造関数についても表6-5-9に示すように，１本のパス・カットの構成リンク数がかなり多くなるため（特にパスの場合），式の規模が大きくなり構造関数の構築作業が煩雑化した。

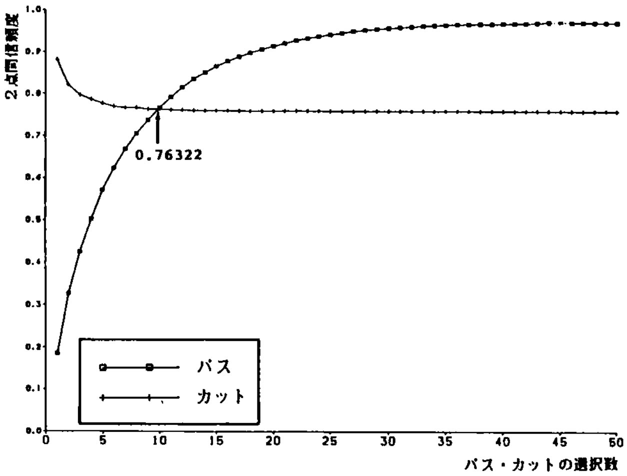


図6-5-22　ケースEW２での交点発生の様子

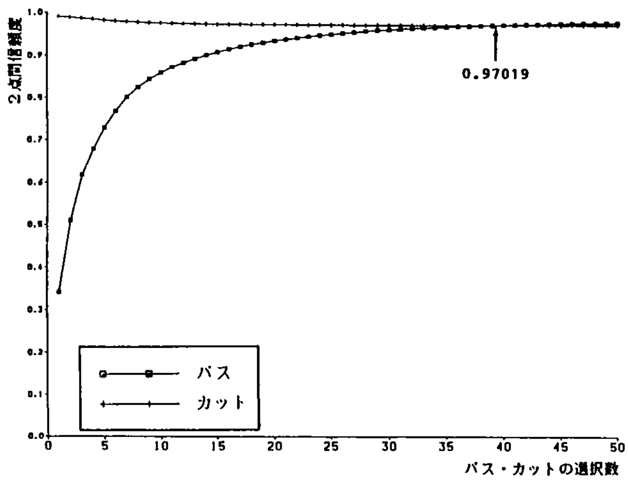


図6-5-23　ケースNSでの交点発生の様子

表6-5-9　モンテカルロ法(分散減少法)で選択したパス・カット

ODペア	選択されたパス・カット(リンク番号)と上・下限値	
ケース X	パス	{6,5,12,15,2,1,8,23,36,45,55,66,77,82} {14,28,34,40,53,52,57,68,73,72,71,76}
	下限値	0.21148
	カット	{76,82} {5,13,14} {6,21,34} {2,18,31,38,39,40}
	上限値	0.92236
ケース EW1	パス	{28,14,6,5,12,15,2,1,7} {34,40,53,52,57,68,73,67,56,50,49,44,35,22}
	下限値	0.16831
	カット	{7,16,22} {28,34} {5,20,33,40} {1,17,30,45,44}
	上限値	0.92012
ケース EW2	パス	{65,71,72,73,74,69,64} {60,61,62,57,52,53,59} {54,49,55,66,77,83,84,85,80,75,70}
	下限値	0.25952
	カット	{59,64,70} {54,60,65} {40.48,47,51,62,73,84} {35,36,50,61,72,77,82}
	上限値	0.80740
ケース NS	パス	{2,1,8,23,36,45,55,66,77,83} {15,26,33,40,53,58,69,80,85,84} {10,25,38,47,57,68,73,78}
	下限値	0.45005
	カット	{83,78,84} {44,45,37,38,39,40} {65,66,67,68,69,70} {2,18,25,26,20,5} {54,55,56,57,58,59}
	上限値	0.98640

6.5.3 考 察

本項では，これまでのケーススタディで明らかとなった各信頼性解析法の特性および長所・短所を考察する。

(1) ブール演算法

この方法では，対象とするネットワークの経路探索を行ってミニマルパス・カットを選択し，そのあとブール演算を行うという手順をとる。このとき選択するパス・カット数が増加すると，得られる上・下限値が厳密値に接近するという性質がある。しかし，ネットワーク規模が拡大するにともなって，パス・カットの総数もきわめて多くなり，計算量が膨大化するという欠点がある。例えば，前出の5×5のネットワークでは，ノードペア(1,25)間を最短リンク数の8リンクで連結するパスだけで70本になる。さらに，パス・カットの選択数を少々増やしても，計算労度の割には，近似値の精度の改善効果は少ない。例えば，4×4ネットワークにおける上限値の場合，選択カット数を10本から15本に増やすと計算量は32倍になるが，上限値は0.972098から0.971763へと厳密値へわずかに接近するにすぎない(図6－5－5,9等を参照)。したがって，パス・カットによる曲線の勾配がある程度小さくなったら計算を打ち切るなど，計算上の工夫が必要となる。

この方法が他の方法と比べて優っている点は，パスによる値は下限値，カットによる値は上限値というように，得られる近似値と厳密値との大小関係が数学的に保証されていることである。またシステムの信頼度が高い場合はカットによる上限値の方が厳密値への接近が早く，システムの信頼度が低い場合はパスによる下限値の方が厳密値への接近が早いことも明らかとなった。すなわちシステム信頼度の厳密値に対して影響の大きいパス・カットは，システム信頼度が高い場合ならば不信頼度の高いカット(得られる値は上限値)であり，低い場合ならば信頼度の高いパス(得られる値は下限値)となっている。ここで下限値はシステム信頼度の安全側の近似値であり，上限値は危険側の近似値である。したがって，システムの信頼度が低い場合はパスによる下限値を近似値として利用することが考えられる。またシステム信頼度が高い場合は，パスによる値とカットによる値を平均して，ネットワークの信頼度とすることが考えられる。この場合は前述のように，システム信頼度が高い場合はパスによる曲線よりもカットによる曲線の方が厳密値への接近が早いため，平均値が厳密値より小さく求められる可能性が高い。したがってこの値はシステム信頼度の安全側にでると予想されるため，これを近似値として利用することができると考えられる。以上のことは，図6-5-5，13からも確認される。表6-5-1，7の平均値の欄はこのような考え方から求めたものである。

(2) 交点法

ブール演算法は，少数のパス・カットを利用することで効率的計算を可能とすることができる。交点法は，さらにブール演算を省略することによって，大幅に計算量を減少させることが可能という大きな

特徴を有している。具体的な計算手順は，ミニマルパスについては起終点間の経路を信頼度の高い順に利用し，ミニマルカットについては起終点間の交通断面を不信頼度の高い順に利用して計算に用いる。そして，パス・カットを順次追加して非ブール演算で信頼度を計算し，パスに基づく値とカットに基づく値の大小関係が逆転すれば計算を打ち切ればよい。(**5.2**で述べたように，パスによる曲線は選択数の増加にともなって下限値から上限値へと向かい，カットによる曲線は上限値から下限値へ向かう性質がある)。 したがって，生起確率順にパス・カットを列挙したリストを求めた後は，交点の計算は電卓でも可能なほど簡便である。このようにこの方法では，信頼度算出のための計算時間がほとんど無視できるのが大きな特徴となっている。

本方法の欠点は，本章でとりあげた他の方法と比較して精度的に若干劣る点である。また，ブール演算法のように明確な数学的裏付けがないため，求められた値と厳密値との大小関係が不明確である。しかしながら，多くの数値実験の結果，厳密値や基準値との誤差は±0.05程度であり，この程度の誤差であれば実用上は差し支えないものと考えられる。

今回のケーススタディでは，システムの信頼度が高い場合は，推定値が厳密値よりも大きめに出る傾向があることがわかった。これは推定値がシステムの信頼度の危険側に求められる可能性が高いことを意味しており，これを近似値として利用するには十分な配慮が必要と考えられる(この対策については，**7.3**で述べる)。 またネットワークが大きく，システム信頼度が0.5付近の場合には，交点の発生がかなり遅れるため，パス・カットの選択数をかなり増やさなければならない。この場合には，交点が発生しなくても，ある程度の数でパス・カット選択を打ち切り，両者の平均値をとって近似値とするという方法も考えられる。

(3) 直接的モンテカルロ法

この方法は，シミュレーションによって各リンクの連結・切断状態を決定したあと，ネットワークの連結データ(インシデンス行列など)によってシステムの連結状態を判定し，この計算を繰り返すという手順をとる。このとき，ネットワークが拡大してもネットワークに含まれるすべてのリンクについて，その連結データを与える必要がある。計算はきわめて単純な繰り返し計算であり，精度面ではネットワークの形状の変化にあまり影響を受けない。ただしネットワークが拡大した場合は，1回の試行に要する計算時間が増大するため，総計算時間も膨大なものとなる。

この方法の欠点は，得られる信頼度が単なる連結性確率であり，連結している場合の経路が，必ずしも現実に利用される経路を反映していない点である。つまり，モンテカルロ法では現実には利用されないような迂回経路のみで2点間が連結している場合でも，連結状態として取り扱われることになるが，道路網の場合には，こういう場合は非連結として取り扱うのが適切であると考えられる。したがってこれをシミュレーションの段階で考慮して行う必要があるが，あらかじめネットワークを，利用される範

囲に限定するという操作を行っても，図3-4-1に示したようなジグザグの経路などを判定除去するのは困難である。そのため，求められた結果は，単なる２点間の連結確率にすぎず現実性に欠ける可能性がある。また，モンテカルロ法固有の欠点として，リンク信頼度，連結状態などのパラメータが変われば試行そのものを最初からやり直さねばならず[40]，作業量の面で問題が生ずる。したがって代替案比較等では，代替案ごとに試行を行うことになり，非常に手間がかかることとなる。そのほか，信頼性工学で対象とするようなきわめて高信頼度（または低信頼度）のシステムには対処できないという欠点を持つが，道路網に適用する場合には，これはさほど問題とならないであろう。

(4) 分散減少法によるモンテカルロ法

直接法と同様の長所・短所をもつが，分散減少法の優れた点は，直接法と比較して同一の試行回数でも分散を減少させ，精度を向上させることができる点にある。特に，きわめて高信頼度（低信頼度）のシステムにも対応できる点に優れた特質がある。しかしながら，段階的に行われるサンプリング領域設定のため，シミュレーション以前に経路探索によってパス・カットを選択し，構造関数の構築およびその際に，確率の重複計算を避けるために２次以上の項の整理（付録D参照）を行う追加作業が必要となる。選択に関していえば，同一選択数ならばパス・カットの生起確率の高い順に選択するのがもっとも効率がよいと考えられるが，この方法を用いるとリンクの信頼度が変わるごとにパス・カットの選択および構造関数の構築をやり直さなければならない。精度を向上させるためにこのような構造関数の再構築を行うのは非能率的である。また構造関数はネットワークが拡大すると，かなり複雑なものとなり，構造関数中の２次以上の項の整理が非常に煩雑となる。

6.5.1 (1)でも述べたように，分散減少法におけるパス・カットの選択は，加重サンプリングのための上・下限値の設定である。したがって，ブール演算法や交点法とは違ってここで少々効率が悪くても，試行回数を増やすことによって精度の面ではカバーされると考えられる。そこで，リンク信頼度が変っても選択するパス・カットを変えず，ネットワークごとに一つの構造関数で固定してしまうことが考えられる。リンク信頼度が極端に変化しない限り，これでも十分直接法に対する優位性は確保されると考えられる。現実のネットワークでは，リンク信頼度が大きく変動したり，形状がまったく変わってしまうようなことは一般的にあまり考えられない。したがって，重要なパス・カットもある程度決っており，代替案比較の際にも構造関数の構築は１回でよいと考えられる。また，リンクの重複がないようにパス・カットをそれぞれ選択すれば，２次以上の項の整理も必要なくなり，計算はかなり簡略化される。

直接法と比較すると，4～5倍の計算効率をもっており，システムの信頼度がきわめて高い（低い）場合や，ネットワークの規模がかなり大きい場合など，直接法では対処しにくいケースでも構造関数を工夫することによって適用することができる。ただし道路網に適用する場合には，同一試行回数で精度を上げることができるという点より，同一の精度がより少ない試行回数で得られるという点を重視すべきで

ある。なぜなら，道路網の場合には，ネットワークの規模がかなり大きいため1回の試行に要する計算時間がかなり増大するからである。

6.6 結 語

本章では，道路網のノード間信頼度の解析法としてミニマルパス・カットを利用した2方法とモンテカルロ法2手法の計4方法をとりあげ，異なる規模のネットワークを対象に道路網への適用性の比較検討を行った。

仮想ネットワークおよび実規模ネットワークを対象に計算を行った結果をまとめると，各解析法には一長一短があり，対象とするシステムの規模に応じて適切な解析法を選択する必要があるといえる。各解析法の特徴をまとめると以下のとおりである。

(1) ブール演算法が，他の方法に比べて優れている点は，パスによる値は下限値，カットによる値は上限値というように，厳密値との大小関係が数学的に保証されており，得られる値に説得力をもたせられることである。しかし，システム規模が大きくなると選択パス・カット数が増加し，良好な上・下限値を得ることが困難となる点が欠点となっている。しかしながら，システム規模が小さい場合，あるいは少々システムが拡大しても，システム信頼度が高い場合には，効率よく上・下限値を得ることができるので，この方法も有力な信頼性解析法となり得る。さらに，この方法では確率変数の情報が保存されるため，ネットワーク中における各リンクの重要度（整備順位の決定等に利用できる）等の解析的分析が可能[41]な点が長所となっている。

(2) 交点法は，対象とするネットワークでの n 番目最短経路探索を行った後，きわめて簡単な計算で信頼度が求められるという大きな利点がある。このため，信頼度計算の実行可能性がネットワーク規模に左右されない。また，ブール演算法同様，現実的な経路や交通断面に基づいた解析が行えることが大きな特徴となっており，計算過程に交通工学的意味を与えることができる。しかし，得られた近似値は，ブール演算法ほど明確な数学的裏付けがないため，厳密値との乖離の程度が常に一定値以内に収まる保証がないのが欠点である。しかしながら，今回検討した種々のネットワークにおいては基準値との誤差はほぼ±0.05以内に収まっており，この程度の誤差が許容されれば実用的な解析法になると考えられる。なお，交点の効率的な位置決定法として，パス・カットの増加による曲線変化を外挿して求める方法も考えられる。これについては **7.6** で考察する。

(3) 直接的モンテカルロ法では，得られる精度がシステム規模に左右されずに安定しており，道路網の信頼度評価にとっては十分であると考えられる。しかし，システム規模が小さい場合には，ブール演算法等の方が有効であって，追加的作業を必要とするモンテカルロ法を利用する意義は少なく，ブール演算法の適用限度を越えるシステム規模から本手法の有効性が発揮される。しかし，さらにシステム規

模が大きくなると急激に計算時間が増加するという短所を有している。

この方法の問題点は，得られた信頼度が単なる連結確率であり，連結している場合の経路が，例えばジグザグの経路や大回りの経路のように，必ずしも現実に利用される経路を反映していないことである。現実的な経路かそうでないかをシミュレーションの段階で判定するのは困難である。また，この連結性の判定のために，インシデンス行列等の連結データを与える必要があるが，この作業量が大きくなる点も問題点となっている。

(4) 分散減少法も，直接法と同様の長所・短所をもつ。直接法に比べてきわだった長所は，きわめて高い計算効率をもっていることである。ここで，計算効率とはCPU－TIMEと分散との積で定義したものである。したがってこの方法の特徴は，きわめて高信頼度のシステムにも対応できることである。しかしながら，段階的に行われるサンプリング領域設定のため，シミュレーション以前に経路探索によってパス・カットを選択し，構造関数の構築にあたっては，確率の重複計算を避けるために，重複したリンクに関してたかだか１次の式となるように，項の整理を行う追加作業が必要となる。そしてこの段階的サンプリングのための構造関数がリンク総数の約２倍（正確には，２（リンク総数＋１）個）必要であり，その作業が複雑かつ膨大となることが短所となっている[42]。論文中で示したCPU－TIMEはシミュレーション以降のものであり，シミュレーション以前のこの作業量をいかに評価するかが問題となる。このように，両モンテカルロ法とも精度の点では優れているが，その値を求めるのに要する作業時間（構造関数の構築，シミュレーション，連結性の判定などに要する時間）がネットワークの拡大にともなって膨大化するという欠点を持っている。

両モンテカルロ法を比較すると，分散減少法が直接法に対して優位性を発揮するのは，きわめて精度の高い値が要求される場合である。直接法は，きわめて高信頼度のシステムには対処できないという欠点をもつが，道路網に適用する場合はさほど問題とならないであろう。

以上述べてきたように，本章では，４×４，５×５，３×５，京都市ネットワークを対象に信頼性解析法を比較した。ネットワーク規模と適切な信頼性解析法との関係をより詳細に知るためには，さらにリンク数，ノード数を細かく変化させて分析を行う必要もあろうが，精度やCPU－TIMEにおける大体の傾向は得られたものと考えられる。また，計算の困難性等の問題点も比較的明確に得られたものと考えられる。これらをまとめると次のようになる。

システムが小規模で，かつ厳密値の計算が困難な場合には，上・下限値の得られるブール演算法が有利である。システム規模が大きくなると，ブール演算法のメリットが少なくなり，代わりに交点法やモンテカルロ法の実用性が顕著となる。さらにネットワーク規模が拡大し現実規模のシステムになると，モンテカルロ法では計算時間が膨大化して実用性が乏しくなる。このような大規模システムにおいても，交点法では計算の増大量はわずかで済み，実行可能性は保証されている。精度は，モンテカルロ法に比

べて優れているとはいえないが，道路網の整備水準指標の精度としては，支障となることは少ないと考えられる。また，計算がきわめて容易であり，かつ選択するパス・カットは日常的な経路や交通断面を反映し交通工学的意味を有しているので，種々の道路交通計画に対して効果的な現実的対応が可能となる。したがって，道路網の信頼性解析に適用するには，交点法はきわめて有用な実用的方法といえる。

今後の課題を述べる。

ネットワーク規模がさらに拡大し，京阪神都市圏や首都圏規模のネットワークを対象とする場合の検討が必要である。この場合，複雑で巨大なネットワークを規模の小さい計算用ネットワークに集約する方法が有効である。そのため，ネットワークの集約を効果的に行う方法の考察が必要である。また，現実の道路網において，対象ノード間で利用される経路は道路網の一部分に限定されると考えられる。この限定した範囲内において道路網を抽出し交点法を適用しても妥当であるかどうか，限定する範囲の決定法とあわせ，検討する必要がある。次章では大規模ネットワークにおけるこれらの問題点を考察する。

第６章　参考文献

1）井上紘一：ＦＴＡの基礎理論と数値的解析法，井上威恭監修，総合安全工学研究所編『ＦＴＡ安全工学』，第2章，日刊工業新聞社，昭和54年．

2）Henley, E.J. and Kumamoto, H.· Reliability Engineering and Risk Assessment, Prentice-Hall, Inc., 1981.

3）三根　久・河合　一：信頼性・保全性の数理，第５章，朝倉書店，1982.

4）井上紘一・稲垣敏之：大規模システムの信頼性解析へのグラフ理論の応用，システムと制御，Vol. 20，No.12，pp. 641－648，1976.

5）Fratta, L. and Montanari, U.G.: A Boolean Algebra Method for Computing the Terminal Reliability in a Communication Network, IEEE Trans. on Circuit Theory, Vol. CT-20, No.3, pp. 203–211, 1973.

6）Barlow, R.E. and Proschan, F.: Mathematical Theory of Reliability, pp. 206–209, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1965.

7）若林拓史・飯田恭敬：交通ネットワーク信頼性解析への信頼性グラフ理論適用の考え方，土木計画学研究・講演集10，pp. 125－132，1987.

8）若林拓史・飯田恭敬：信頼性グラフ理論に基づく交通ネットワークの信頼度の算出法について，土木学会第42回年次学術講演会概要集第4部，pp. 140－141，1987.

9）若林拓史・飯田恭敬：信頼性からみた道路網整備水準の評価手法，加藤晃代表文部省科学研究費総合研究(A) No.61302064，『ネットワークに関する交通流理論および計画手法に関する体系的研究』成果報告書，pp. 89－94，1988.

10）飯田恭敬・若林拓史：ブール代数を用いた道路網ノード間信頼度の上・下限値の効率的算出法，土木学会論文集，No.395/IV－9，pp. 75－84，1988,

11）若林拓史：交通事故・工事・交通混雑の影響を考慮した道路網サービス水準の計量化手法，佐川交通社会財団研究報告書，Vol. 3，pp. 71－80，1988.

12）飯田恭敬・若林拓史・吉木　務：ミニマルパス・カットを用いた道路網信頼度の近似計算法，交通工学，Vol. 23，No.4，pp. 3－13，1988.

13）Iida, Y. and Wakabayashi, H.: An Approximation Method of Terminal Reliability of Road Network Using Partial Minimal Path and Cut Sets, Transport Policy, Management and Technology Towards 2001(Selected Proceedings of The Fifth World Conference on Transport Research), Vol. 4, pp. 2185-2198, Western Periodicals, Co., 1990.

14) 吉木　務・飯田恭敬・若林拓史：ミニマルパス・ミニマルカットによる道路ネットワークの信頼度の近似計算法について，土木学会第42回年次学術講演会概要集第4部，pp. 142－143，1987.

15) 飯田恭敬・若林拓史：ＯＤパターンと道路網パターンの相違による道路網信頼性のマクロ的考察，交通工学，Vol. 23，No. 3，pp. 9－19，1988.

16) 若林拓史・飯田恭敬：信頼性からみた環状道路の整備効果の検討，第17回日本道路会議一般論文集，pp. 34－35，1987.

17) 若林拓史・飯田恭敬：交通ネットワークの信頼性評価について，昭和62年度　土木学会関西支部年次学術講演会概要集，pp. IV－43，1987.

18) 若林拓史・飯田恭敬：道路網の信頼度と機能性能のマクロ的比較，第9回交通工学研究発表会論文集，pp. 69－71，1988.

19) 若林拓史・飯田恭敬：交通混雑・迂回交通を考慮した道路網の機能性能評価法，　昭和63年度土木学会関西支部年次学術講演会概要集，pp. IV－16，1988.

20) 若林拓史・飯田恭敬：交通断面に着目した道路網の性能評価法について，土木学会第43回年次学術講演会概要集第4部，pp. 236－237，1988.

21) 飯田恭敬・若林拓史・八尾信彦・沖西　学：交通断面とリンク利用率を利用した道路網信頼度解析法，平成元年度土木学会関西支部年次学術講演会概要集，pp. IV－11，1989.

22) 飯田恭敬・若林拓史・福島　博：道路網信頼性の近似解析方法の比較研究，土木学会論文集，No. 407/IV－11，pp. 107－116，1989.

23) 若林拓史・飯田恭敬・福島　博：道路網の信頼性解析に対するモンテカルロ法の適用，土木計画学研究・講演集11，pp. 259－266，1988.

24) 飯田恭敬・若林拓史・福島　博・吉木　務：道路網信頼性解析手法の比較検討，土木学会第43回年次学術講演会概要集第4部，pp. 234－235，1988.

25) 福島　博・飯田恭敬・若林拓史：交通ネットワークの信頼性解析に対するモンテカルロ法の適用について，土木学会第42回年次学術講演会概要集第4部，pp. 144－145，1987.

26) 飯田恭敬・若林拓史・福島　博・金子哲也：交通ネットワークに対する信頼度解析手法の開発研究，昭和63年度土木学会関西支部年次学術講演会概要集，pp. IV－17，1988.

27) 福島　博：道路網信頼度の各種解析手法の適用性に関する研究，京都大学修士論文，昭和63年.

28) 津田孝夫：モンテカルロ法とシミュレーション，pp. 84－106，培風館，昭和56年.

29) 前掲2)，pp. 467－496.

30) Kumamoto, H., Tanaka, K. and Inoue, K.: Efficient Evaluation of System Reliability by Monte Carlo Method, IEEE Trans. on Reliability, Vol. R-26, No. 5, pp. 311-315, 1977.

31) 前掲23).

32) 前掲 7).

33) 前掲10).

34) 前掲12).

35) 前掲13).

36) 前掲10).

37) 一松　信：数式処理概説, bit 別冊『計算機による数式処理のすすめ』, pp. 7－31, 共立出版, 1986.

38) 佐佐木綱：都市交通計画(第2版), pp. 406－412, 国民科学社, 昭和58年.

39) 飯田恭敬：道路網交通流に関する基礎的研究, 京都大学学位論文, pp. 167－171, 昭和47年3月.

40) 星谷　勝・石井　清：構造物の信頼性設計法, pp. 80－82, 鹿島出版会, 昭和61年.

41) 前掲10).

42) 前掲23).

第７章　大規模道路網での信頼性解析法

第７章　大規模道路網での信頼性解析法

7.1　概　説

本章では，これまでに提案した信頼性解析法を，実用的見地から現実の広域道路網に適用する方法を考えてみることにする。

大規模道路網を対象とした場合の第１の問題点は，ネットワーク表示をそのまま利用すると計算量が膨大化することである。ネットワーク拡大に伴うミニマルパス・カット数の増加，それらの探索作業量の増加，ミニマルパス・カット数の増加による信頼度計算量そのものの増加等である。これらは，リンク，ノードの増加によってもたらされるので，計算の簡略化を行うには，ネットワーク表示の簡略化あるいはパス・カットの集約等が効果的である。

第２の問題点は，リンク信頼度をいかに与えるかという点である。**4.2** でも述べたように，所定期間における所定時間帯での交通事故や工事，あるいは渋滞を既存データから統計的に調査すれば比較的容易に決定することができるが，ネットワーク規模が大規模なものへと拡大すれば，リンク信頼度を統計的に与える作業量は膨大なものとなる。そこで，リンク信頼度を厳密な数値としてではなく，おおまかな数値として与えてもノード間信頼度が得られればきわめて有用であると考える。本章では，リンク信頼度をファジィ数として与えることで，この問題に対処することができるのではないかと考えこの点についても考察を加える。

本研究では，道路網の信頼性解析法としてブール演算法と交点法を提案した。このうち交点法は，ミニマルパスによる曲線がパス数に関して下限値から上限値へと単調増加，ミニマルカットによる曲線がカット数に関して上限値から下限値へと単調減少する性質を利用してその交点を信頼度の近似値とする信頼性解析法である。具体的には，ノード間のミニマルパス，ミニマルカットを順次追加しながら式(5.2.11),(5.2.12)で信頼度を計算し，パスで記述された式の値がカットで記述された式の値よりも大きくなった時点で計算を打ち切り，交点を求めればよい。各曲線の終端となる値が，Esary･Proschanの上・下限値となることから，得られる交点の値は Esary･Proschan の上・下限値にはさまれた値となることが保証されている。この交点法の特徴は，以下のようにまとめられる。

⑴　部分的なミニマルパスやカットしか必要としないこと，ブール演算を経由しないことから，きわめて短い計算時間で効率的に近似値を得ることが可能となる。

⑵　重要なミニマルパス・カットを明示的に考慮することができ，それぞれのパス・カットに交通工学的な意味づけが可能である。すなわち，計算対象とするパス・カットが実際の利用経路や交通断面から選択でき，極端な迂回経路を除去することができる。

(3) 計算が単純であるにもかかわらず，道路網の信頼度の近似値としては有効な精度が期待できる。これは，上述の数学的性質にも関係している。

したがって交点法は，**2.3** で考察したような交通工学的な諸特性に合致し，実用的な信頼度近似計算法として優れた性質を有した解析法であるといえる。しかしながら，ネットワークが実規模に拡大した場合には，計算上の不都合が生じる可能性があり，この場合の問題点は以下のようにまとめられる。

(1) ネットワークが大規模になると，一般に交点の発生が遅れる。これは，ネットワークが大規模になると，ノード間のミニマルパス・カット数が増加するために，個々のパス・カットのノード間信頼度への寄与が小さくなるためである。特に追加的なパス・カットにおいてこの程度が著しい。このことを式で表せば以下のようになる。交点法の基本式，式(5.2.11)，(5.2.12)を書き直せば，

$$R_p = 1 - \prod_{s=1}^{p'} \left(1 - \prod_{a \in P_s} r_a\right) = 1 - \left(1 - \prod_{a \in P_1} r_a\right)\left(1 - \prod_{a \in P_2} r_a\right) \cdots \left(1 - \prod_{a \in P_{p'}} r_a\right), \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (7.1.1)$$

$$R_k = \prod_{s=1}^{k'} \left\{1 - \prod_{a \in K_s} (1 - r_a)\right\} = \left\{1 - \prod_{a \in K_1} (1 - r_a)\right\}\left\{1 - \prod_{a \in K_2} (1 - r_a)\right\} \cdots \left\{1 - \prod_{a \in K_{k'}} (1 - r_a)\right\}, \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (7.1.2)$$

となる。これらの式において，追加的なパス・カットによる$(1 - \Pi\, r_a)$や$\{1 - \Pi(1 - r_a)\}$の値が1に近くなる。したがって，パスによる値がなかなか上昇しない，あるいはカットによる値がなかなか下降しないために，交点の発生が遅れるのである。これはそのノードペアにとって，ある序列より以降には特に重要な経路が存在しないことを意味している。このことは逆に，複数のパスやカットを集約すると意味をもってくることを示している。本章で考察するパス・カットの集約やネットワークの集約化の意義はこの点にある。

(2) 交点の値は，厳密値と比較してやや上限値側に算出される場合が多い。これは，パスによる曲線が比較的早く上昇するのに対し，カットによる曲線は比較的緩慢に下降することによる。この理由としては，特定のノードペアに対し，ミニマルパスはノード間の実際的な経路を表しているのに対し，ミニマルカットはその構成リンク中に当該ノードペアにあまり関連のないリンクも含んでいることによる。つまり，ネットワークが対象ノードペアに対して太ければ太いほど，“切れにくい”ネットワークとなり，カットによる曲線が降下しにくくなって交点が上限値側に発生すると考えられる。計算値が上限値側に算出されることは，信頼度を高めに評価することになり，危険側の情報を与えることになって計画情報としてはあまり好ましくない。

これらの問題点により，計算が比較的簡便である交点法でも，ネットワークが実規模に拡大した場合

には，計算上の不都合が生じる。このように，大規模ネットワークでの信頼性解析は，構成リンクの数的拡大と構造の複雑化により相当困難なものとなるので効率的な解析法が必要とされる。本章の目的は，この要求に答えるべく，交点法やブール演算法を広域道路網に適用するための諸方策を試みることにある。

道路網の場合には，高精度の信頼性解析は特に要求されていないため，他の一般システムよりも大胆な解析を行える余地があるといえる。また，第6章冒頭でも述べたように，信頼性解析の近似解法による値が，複雑で精密な方法による値と大差なければきわめて価値があると考えている。したがって，本章ではこの考え方を少し進めて，少々大胆な方法も試みてみたいと考えている。

本章の構成を述べる。第2節では，大規模道路網での信頼性解析の簡略化方法を，ミニマルパス・カットの集約という観点から考察し，ネットワーク限定による方法とネットワーク分割による方法を提案する。第3節では，信頼性解析の対象ネットワーク範囲を限定する方法について考察し，限定する範囲の決定法および得られる信頼度の値の特性と計算の効率性について検討する。第4節では，ネットワーク分割による方法として，①バンドリング法による方法，②パスネットワーク・カットネットワークによる方法，③標準型ネットワークによる方法を検討し，それらの特性を明らかにする。第5節では，信頼性解析にファジィ理論を組み合わせた方法を考察する。ファジィ理論と組み合わせる意義は，リンク信頼度に通常，不確定性が存在すること，および第4節でのネットワーク集計化法において，マクロレベル信頼性解析ではリンク信頼度にある程度の幅をもたせた方が現実的であることの2点であり，不確定性を有したまま解析が行える点に有用性が存在する。第6節では，これまでの方法とはまったく異なった観点から大規模ネットワークへの交点法の適用法を考察する。この方法は，ミニマルパス・カットの選択数が増加すると両曲線の変化が緩慢になる性質を利用し，これらの曲線を直線に置き換えて交点を求める方法であって，交点法の図解法とでもいうべきものである。第7節では，これらの方法を総括して今後の課題を明らかにする。

7.2 大規模道路網での信頼性解析の簡略化方法

交点法は，部分的なミニマルパス・カットを選択して利用する信頼性解析法であり，計算量を大幅に短縮する点で有効である。しかし，道路網がさらに大規模になると，部分的なミニマルパス・カット数も膨大な数となる。したがって，その探索作業自体が膨大な作業量となり計算時間も大幅に増加する。しかしながら，交点法による近似値は，交点の前後4点の値から決定されるので，交点に達するまでの過程で，場合によっては数十本にもなるパス・カットを選択し，それぞれのパス・カットに対しその都度信頼度計算を行うのは必ずしも必要でない。したがって，多数のパス・カットを集約して信頼度計算を行うことが可能であれば大規模道路網に対して効率的となる。これをパス曲線に関して図解的に説明すれば，複数のパスを1つのパスに集約し，図7-2-1に示すように信頼度曲線を急勾配にすることを意

味している。数式的には，パス・カットを集約することで式(7.1.1)での各項の寄与を大きくすることになる。したがって，集約化によってより少ないパス・カット数で交点を得ることができる。このように，効率的な信頼度計算を行うには計算に必要なパス・カットを集約することが1つのポイントである。この操作を行う方法は大別して次の2とおりに分類できる。

(1) ネットワーク表示段階での簡略化

(2) パス・カット抽出段階での統合

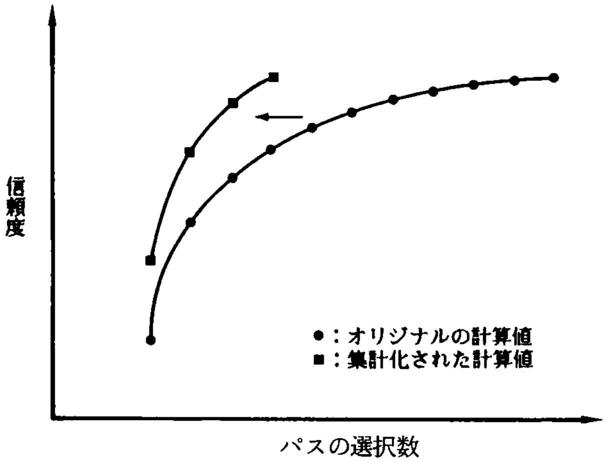
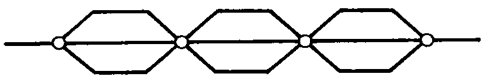


図7-2-1　パスの集約による信頼度曲線の変化

(1)には，①解析対象ネットワークから必要部分のみを取り出して残りは除去する方法，②ネットワークのリンクやノードを統合・除去してネットワークの密度を低くする方法，③ネットワークをブロックに分割して，ブロックレベルで信頼度計算を実行，最後にネットワーク全体の信頼度計算を行う方法等が考えられる。

(2)は，ミニマルパス・カットの選択段階でこれらを統合する方法である。例えば，図7-2-2aに示すネットワークの場合，並列構造部分を1つのリンクに置換することで図7-2-2bに示す直列構造の単純なネットワークとなり，9本のミニマルパスは1本のパスへと統合できる。しかし，ネットワーク形状が図7-2-3のようになると，このような単純化は困難となる。すなわち，この方法はネットワークが直列・並列構造で表現できる場合にのみ可能な方法であるので，一般のネットワークには適切な方法とはいえない。



（a）オリジナルネットワーク

（b）パス集約後のネットワーク

図7-2-2　ミニマルパス統合の例

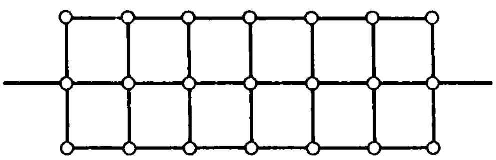


図7-2-3　ミニマルパス統合が困難なネットワーク

したがって，本章では(1)のネットワーク表示の簡略化方法について考察する。ネットワーク表示の簡略化方法は，ネットワークの集計化方法とよばれており，交通需要分析，特に交通量配分の分野で従来から試みられているものである。次項では，

交通需要分析の分野でのネットワーク集計化法について整理する。

7.2.1 交通量配分問題におけるネットワーク簡略化法

計算の効率化を目指してネットワークの規模を小さくする，いわゆるネットワーク集計化（Network Aggregation）の研究は，主として交通量配分の分野で推進蓄積されている。そこで用いられている方法を分類し，特徴をまとめると以下のとおりである。

(1) リンクの削除[1)-3)]

この方法は交通需要の小さいリンクを削除する，あるいは，逆に基本的なネットワークを作成して重要なリンクを付加する方法である。ネットワーク作成段階で不必要なリンクを削除する手法は実用配分で実際に行われており，実務的方法であるといえる。しかし,. リンク削除による他のリンクへの交通量の影響等の問題点が生ずる可能性がある。

(2) リンク・ノードの集計化[4)-6)]

リンク容量やリンク長の合成，およびノード結合状態の記述の変更により複数のリンクを集計化することで詳細ネットワークからリンクを減らす方法が考えられている。あるいはまた，セントロイドを分割して当該ゾーンの隅に配置することでノード・リンクの総数を減少させる方法も考案されている。

(3) ネットワークの階層化[7)-12)]

ネットワークを階層化して計算効率の向上を図る方法がある。階層化にはネットワーク内の道路を幹線道路と非幹線道路，あるいは高速道路と一般街路に区分する方法や，ＯＤ交通量を長トリップと短トリップとに区別する方法もある。道路を区分あるいは統合する際に，幹線道路の設定方法と幹線道路と非幹線道路の整合性，またネットワーク階層間でのフロー値の不整合という問題が発生しやすい。

(4) ネットワークの分割[13)-17)]

ネットワークをいくつかのゾーンに分割して各々を１つのブロックとし，ブロック内サブネットワークでの計算と，ブロックを仮想リンクで接続したメインのネットワーク（Hearn[13)]はマスターネットワークとよんでいる）の計算に区別する。この方法はネットワーク階層化の一手法でもあるが，解析途上でメインのネットワークとサブネットワーク間で数値を交換する点が異なっている。

7.2.2 信頼性解析のためのネットワーク簡略化法

信頼性解析におけるネットワーク集計化と，交通需要分析におけるネットワーク集計化とでは，対象道路網が同一であっても解析目的が異なるために相違点が存在する。信頼性解析と交通量配分問題との主な相違点は以下のように要約することができる。

(1) 交通量配分では，配分計算の過程で動的に変化する交通量と経路について，オリジナルネットワークと集計化ネットワークとの間で整合をとらなければならない。これに対し，信頼性解析での対象は静的なリンク信頼度であり，配分における走行時間関数等のパフォーマンス関数の合成は，リンク信頼

度の合成という問題に変わる。整合性が問題となるのは，オリジナルネットワークと集計化ネットワーク間でのミニマルパス・カットの対応である。

(2) 交通量配分では，すべてのＯＤペアを同時に対象とする必要があるが，信頼性解析では特定ノード間のみを対象とした方が効率がよい。そのため，信頼性解析ではネットワーク集計化が均一に行われる必要がなく，連結関係の整合がとれていれば特定の方向にネットワーク集計化が集中して行われるのは差し支えない。したがって集計化の結果，集計化ネットワークの形状が大きく変化することも起こり得る。

以上述べたように，信頼性解析の分野でのネットワーク集計化は，ノード間のパス・カットの合理的集約を目的とする問題となる。次に，この観点から信頼性解析に有効なネットワークの簡略化法を考察する。

(1) リンクの削除

交通量配分の分野では，計算の効率化を目的として交通需要の少ないリンクの削除が行われる。信頼性解析でも，交通量の小さなリンクを削除し，ネットワークを階層的に構成して，ある階層以上のネットワークレベルで信頼性解析を行うのは有効な方法である。しかし本研究では，同一レベルのリンクで構成されたネットワークが与えられた場合，そのネットワークをいかに簡略化するかという問題であるのでこの方法は適切でない。

次に，リンク信頼度をリンク削除の基準とすることを考察する。本研究での信頼性解析では，生起確率の高いミニマルパスから選択されるので，相対的に信頼度の低いリンクは計算の対象外となる。したがって，信頼度の低いリンクを削除対象とすることが考えられる。ところが，同時に必要となる生起確率の高いミニマルカットは，リンク信頼度の低いリンクで構成されている。したがって，ミニマルカットにとっては信頼度の低いリンクが重要となるので削除するにはいかない。したがって，パス・カット両者にとって不必要なリンク削除は，一般的な基準が存在せず，ネットワークの簡略化をリンク信頼度に基づいて行うのは不適切であると考えられる。

(2) ネットワークの限定

ノード間信頼度を計算するためのミニマルパスの中には，大きな迂回をしているものも含まれる。これまで述べてきたように，このようなパスはノード間信頼度の値への寄与が一般に小さく，このパスを除去して考えても信頼度の値への影響は小さい。また，道路網の所与２点間に対し，選択される交通経路は限定されている。したがって，対象ノードペアに対して道路網のある範囲のみを残し，周辺の部分をリンク・ノードともに除去する方法が考えられる。この方法を本章では，ネットワーク限定とよぶことにする。

(3) ネットワークの分割

ネットワークが大規模な場合には困難となる信頼性解析も，ネットワークが小規模であると容易になる。そこで，ネットワークを小規模なサブネットワークに分割して信頼性解析を行う方法を考える。この方法では，オリジナルのネットワークをサブネットワークに分割し，サブネットワークを集計化，さらに集計化したサブネットワーク同士を連結し簡略化されたネットワークを構築する。分割の仕方，および集計化の方法により，オリジナルネットワークに比較してリンク・ノード数を大幅に減少させることができる。交点法では n 番目最短経路探索が解析計算の中に組み込まれているため，ノード数の減少は直接，計算時間の減少に寄与する。

以上述べたことから本章では，

(1) ネットワークの限定

(2) ネットワークの分割

をネットワークの簡略化法とし，第3節および第4節においてその有効性を考察する。

7.3 ネットワーク限定による信頼性解析

7.3.1 ネットワーク限定の目的

本節では，大規模なネットワークから部分的なネットワークをとりだして信頼性解析を行う方法を考察する[18]。この方法を研究する背景と目的は次の2点である。

まず第1に，ネットワーク規模がさらに拡大し，複雑で巨大なネットワークを対象に信頼性解析を行う場合でも，対象ノード間で利用される経路は道路網の一部分に限定されると考えられる。したがって，この限定した範囲内において道路網を抽出し交点法を適用しても妥当であると考えられる。大規模道路網でネットワーク限定を行うと信頼性解析は容易となるので，限定する範囲の決定法とあわせて検討する。

第2に，**7.1** で述べたように，交点法には，交点の値が厳密値と比較してやや上限値側に発生しやすいという性質を有している。このことは，第6章での計算結果(表6-5-3b，6-5-4b)でも明らかになっているが，この理由は次のように考えられる。

式(7.1.1),(7.1.2)において，信頼度の値に対し寄与の大きいミニマルパスやカットには，パスによる曲線あるいはカットによる曲線を大きく上昇，あるいは下降させる働きがある。このうちミニマルカットは，スクリーンライン的意味をもつ交通断面である。ネットワーク形状が当該ノードペアに対し太い場合，交通断面のなかには，その構成リンクが多数になるためにきわめて“切れにくい”カットが存在する。カットが“切れにくく”なるとその生起確率 $\Pi(1-r_a)$ は0にきわめて近い値となり，この結果，式(7.1.2)による曲線が下降しにくくなる。これに対して，ミニマルパスはネットワーク形状にかかわらず，当該ノードペアの信頼度にとって影響の大きなものが選択される傾向にある。したがって，パスに

よる式(7.1.1)の曲線が比較的早く上昇していくのに対し，式(7.1.2)によるカットの曲線の方は下降速度が比較的遅いことにより，交点の位置が厳密値よりも上側に発生しやすくなるのである。以上のことは，例を用いて次のように説明することができる。

図7-3-1のネットワークにおいて，ノードペア(a,b)に対してミニマルパス・カットを選択することを考える。リンク信頼度に大きな差がなければ，ミニマルパス・カットは構成リンク数の小さなものが生起確率が高いことから優先的に選択される。この場合，ミニマルパスは，例えば{1,2,7,16},{5,14,19,20},{1,6,11,16},…等が選択される。同様に，ミニマルカットも構成リンクの少ない順に例えば{1,5},{2,6,5},{1,10,19},…と選択される。しかし，カットの選択が進むにつれ，{5,6,7,8,9},{14,15,16,17,18}といったカットが選択されるようになるが，これらのカットが，これから議論の対象となるカットとなる。これらのカットの構成リンクのうち，リンク8,9,17,18はこのノードペアの経路としては意味の少ないリンクと考えられる。これらのリンクを含むミニマルパス，例えば{1,2,3,4,9,18,22,21}等のパスは，経路としては選択されないと考えられるからである。つまり，このような大回りの経路は代替経路として非常時には必要かも知れないが，日常の利用経路からは外されるべきであると考えられる。したがって，問題としているカットの構成リンクのうち，カットとして実質的に機能するのは，経路として有効なリンク，{5,6,7},{14,15,16}であると考えられる。

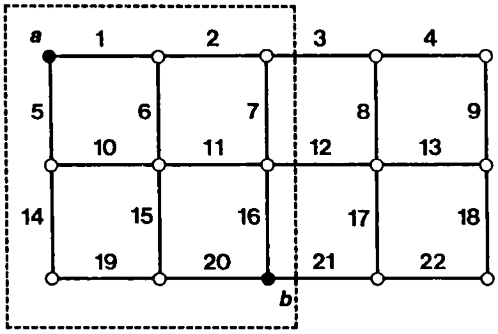


図7-3-1　ネットワーク限定の考え方

このように，カットの中には構成リンク中に当該ノード間の経路としては無関係と考えられるリンクまでも包含しているものがある。いいかえれば，ミニマルパスは実際的な経路を直接反映しているのに対し，ミニマルカットには大回りの経路が包含されている。したがって，ネットワークが当該ノードペアに対して太ければ太いほど“切れにくい”ネットワークとなり，交点が厳密値よりも上限側に生じる現象は顕著となる。本節で提案するネットワーク限定による信頼性解析とは，ネットワークを図7-3-1の点線で囲まれた部分に限定し，この範囲内でのパス・カットで信頼性を議論しようとするものである。ネットワーク限定をすることによって，図7-3-2のように上限値側に生ずる近似値の値を下方に修正する効果が期待できる。

本研究で提案している信頼性解析は，ノード間で信頼度に影響の大きい部分的なパス・カットを利用する点に特色がある。したがって，このようにネットワークを限定し，問題となっているリンクを除去して信頼性解析を行っても影響は少ないと考えられる。またこの方法は，交通工学的意味を有するパス

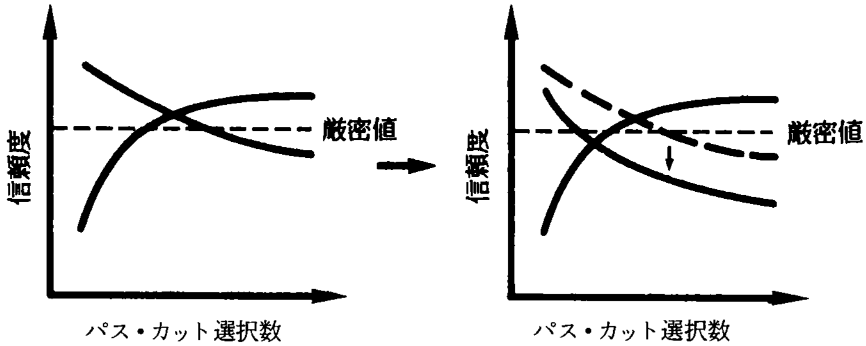


図7-3-2　ネットワーク限定によるミニマルカット曲線の降下

・カットに基づいた信頼性解析の目的とも合致する。この考え方は，第4章冒頭部で述べたところの，ネットワークの利用範囲で信頼性を議論しようとする考え方をさらに押し進めたものとなっている。ネットワーク限定は信頼度計算の簡略化における直接的な方法であるとともに，後述するネットワーク集計化法の適用に先行するオリジナルネットワークの範囲決定に利用することができる。

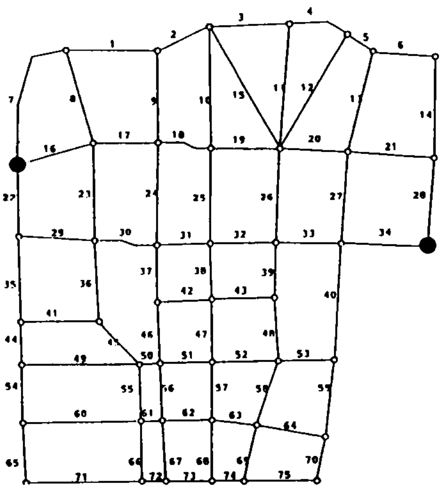
ネットワーク限定は対象ノードペアに対して無関係な部分を判断する必要があるが，その一般的な基準は不明確である。また，ノード間信頼度の値は，ネットワークの限定法に影響されると考えられる。そこで，本節ではネットワークの限定部分を段階的に変化させ，その影響を考察し，適切なネットワーク限定の基準を定義できるか否かを考察することを目的とする。

7.3.2　ネットワーク限定の方法

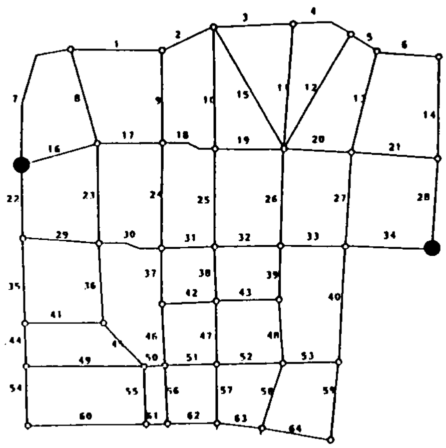
比較検討を容易にするために，信頼度の基準値が既に求まっているネットワークを利用する。計算の対象としたのは，第6章で使用した京都市の市街地を表現した格子状のネットワークである(図6-5-17)。各リンクの信頼度の値も同じものを用いている。

ネットワーク限定は以下のように行う。対象ノードペアを直結する直線状部分から離れている外周部を，この直線方向に1リンク長を1単位とした幅の帯状の区域に区分し，その1区域ずつを順に除去する。この方法により部分ネットワークを段階的に抽出することが可能となり計算結果の変化を観察できる。

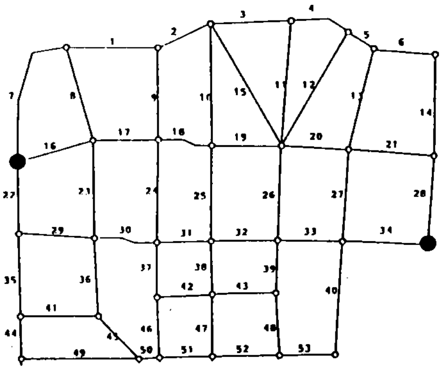
ネットワーク限定による信頼度計算は，2ケースのノードペアについて試行する。検討するケースは，**6.5.2**における東西方向ノードペアEW1(以後ケースEWとする)と，南北方向ノードペア(ケースNS)である(図6-5-19参照)。信頼度の基準値は厳密値計算が困難であるので，第6章で利用した分散減少法によるモンテカルロ法での近似値を利用する。基準値は，ケースEWで0.82825，ケースNSで0.93588（表6-5-7参照)である。ケースEWは6段階の部分ネットワークを設定した。それぞれの部分ネットワークを規模の大きい順にパターン1～6とし，図7-3-3に示す。ケースNSは図7-3-4に示すように，パターン1から5までの5段階で部分ネットワークを設定した。



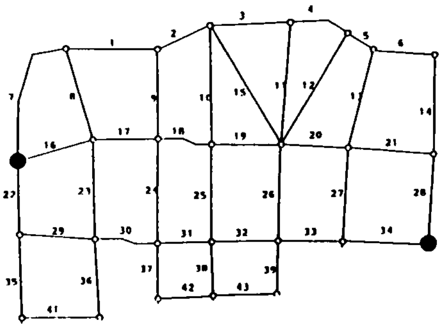
パターン 1



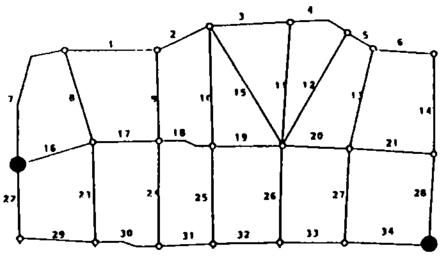
パターン 2



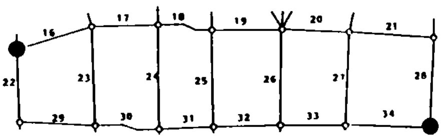
パターン 3



パターン 4



パターン 5



パターン 6

図7-3-3　ネットワーク限定のパターン（ケースEW）

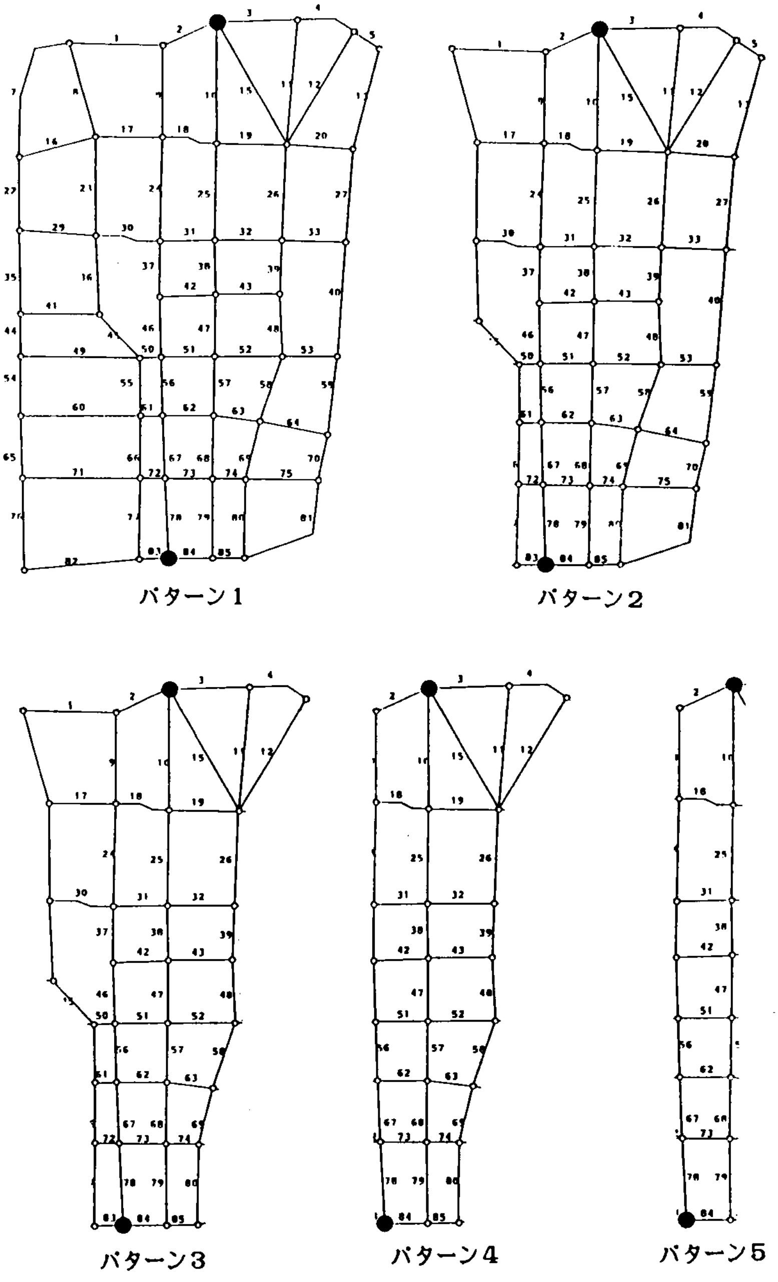


図7-3-4　ネットワーク限定のパターン（ケースNS）

7.3.3 モデル計算と考察

(1) ケースEW

最初にオリジナルのネットワークにおける交点法の結果を図7-3-5に示す。なお，本節で用いた交点法は，第6章での方法を若干簡略化したため，曲線の形状および得られた数値が第6章とは若干異なっている。

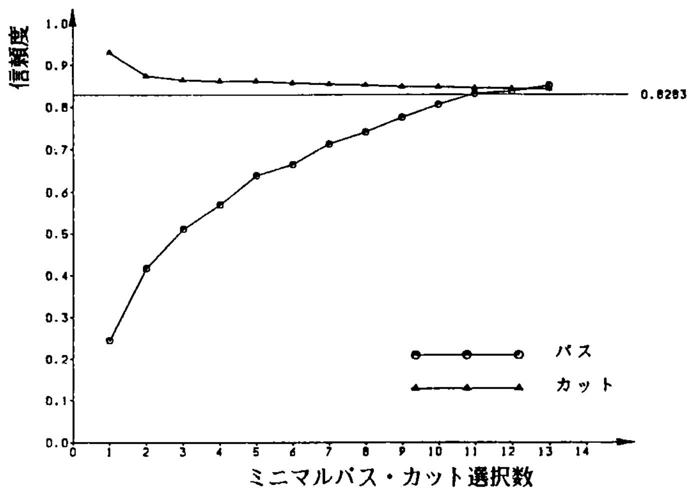


図7-3-5　オリジナルネットワークでの交点法(ケースEW)

まず，ミニマルパスによる計算値でパターン1～6の比較を行うと(図7-3-6)，計算値および曲線の形状はパターン6を除いてほとんど変化がない。その理由は，オリジナルのネットワークにおいて生起確率の高いミニマルパスの多くがパターン3の区域内に存在し，さらに生起確率の上位のものはパターン5の区域内に存在しているからである。このため，ネットワークをパターン5まで限定しても選択されるパスはほとんど影響を受けない。このことから，計算に利用するミニマルパスが実際的な経路を反映していることが確認できる。パターン6は対象ノードペアで囲まれるきわめて小さい区域のみに限定した部分ネットワークであり，この場合にはオリジナルのネットワークで最初に抽出されるパス{7,1,2,15,26,33,34}が選択されず，代わりにパス{16,23,30,31,32,33,34}が選択される。このため，選択数1での計算値がきわめて小さい値となった。その後のパス選択数の増加に対しても計算値はそれほど増加しない。このことは，パターン6で限定された区域内でのパスのみではノード間信頼度がうまく表現できないことを示している。

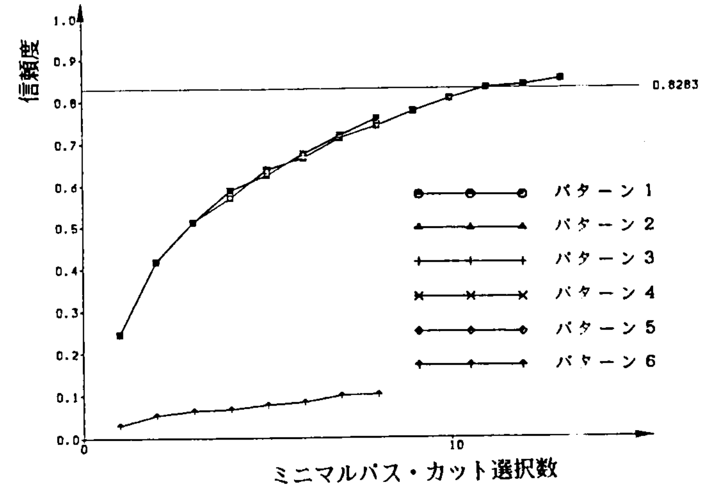


図7-3-6　ネットワーク限定によるミニマルパスでの計算値(ケースEW)

次に，ミニマルカットによる計算値と曲線の形状を比較する（図7-3-7）。パターン3までは大きな変化は見られないものの，パターン4では曲線の下降が大きくなっている。これは，パターン3で選択されるカット{5,20,33,40}に代わって，パターン4では，カット{2,18,24,30}が新たに選択されるなど，オリジナルネットワークのカットを構成していたリンクの多くが除去された影響による。パターン5の場合は，最初に選択されるカットが，パターン4での{7,16,22}から，より不信頼度の大きいカット{7,16,29}へと変化した結果，パターン4よりも低い値から曲線が始まっている。パターン6に至っては，構成リンク数2のカットが容易に発生することから，きわめて不信頼度の大きい結果が得られ，カット選択数が1のときから基準値よりも低い値で曲線が始まり，選択数8の計算値では0.08668まで低下している。

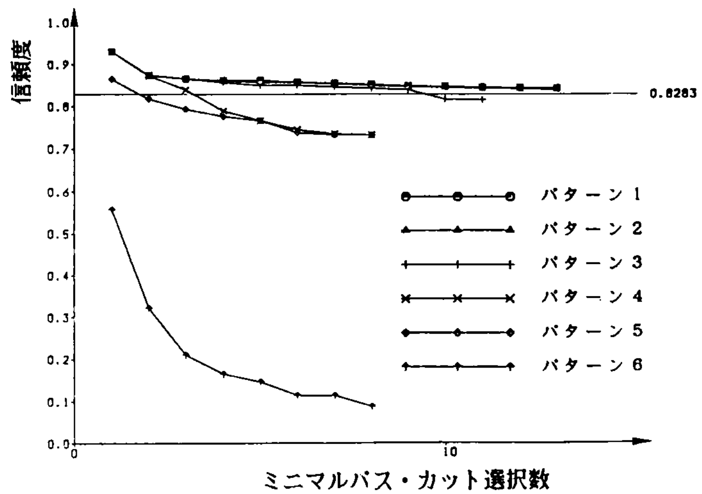


図7-3-7　ネットワーク限定によるミニマルカットでの計算値（ケースEW）

それぞれのパターンでの交点法の結果を表7-3-1に示し，交点の値の変化を図7-3-8に示す。限定

表7-3-1　ネットワーク限定による信頼度の計算値（ケースEW）

	信頼度の計算値	誤差（注1）	計算時間(msec.)
オリジナルのネットワーク	0.84325	+0.01500	138
部分ネットワーク　パターン1	0.84325	+0.01500	134
部分ネットワーク　パターン2	0.84079	+0.01254	125
部分ネットワーク　パターン3	0.81593	-0.01232	104
部分ネットワーク　パターン4	0.73396	-0.09429	74
部分ネットワーク　パターン5	0.73227	-0.09598	72
部分ネットワーク　パターン6	0.09980	-0.72845	86
基　準　値	0.82825	−	−

（注1）　（誤差）＝（計算値）－（基準値）

された部分ネットワークの大きさが小さくなるにつれて，交点の位置が下方に移動している。この理由は，上述のようにミニマルパスによる計算値はあまり変化しないのに対し，カットによる計算値が低下するためである。この結果，交点法による値が厳密値よりも上方に発生しやすい傾向を修正する効果が確認できる。次に，交点の値と基準値との誤差の変化を図7-3-9に示す。ネットワーク形状がパターン2までは厳密値よりもわずかに上方値であったものが，パターン3で下方値に転じ，パターン5まで緩やかに低下，そしてパターン6で急激に低下することが確認できる。また，各パターンでの計算時間を図7-3-10に示す。ネットワークを小さく限定していくとともに計算時間が減少することが確認できる。しかし，パターン5で最低値となった後，パターン6では再び計算時間が増加している。パターン6はネットワークの規模は最小であるが，梯子状ネットワークであるので，ミニマルパス間での共有リンクが多く，次最短のパス・カットの探索に時間がかかったようである。

(2) ケースNS

ケースEWと同様の計算を行い，結果を表7-3-2，図7-3-11～13に示す。ネットワーク限定に伴うミニマルパス曲線，ミニマルカット曲線の変化は，ケースNSと同様である。パスによる曲線では，

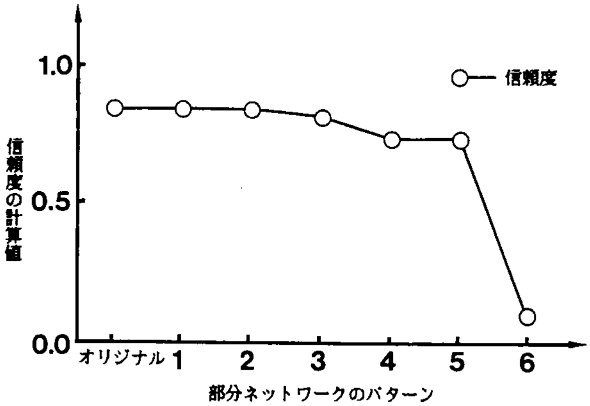


図7-3-8 ネットワーク限定による信頼度計算値の変化（ケースEW）

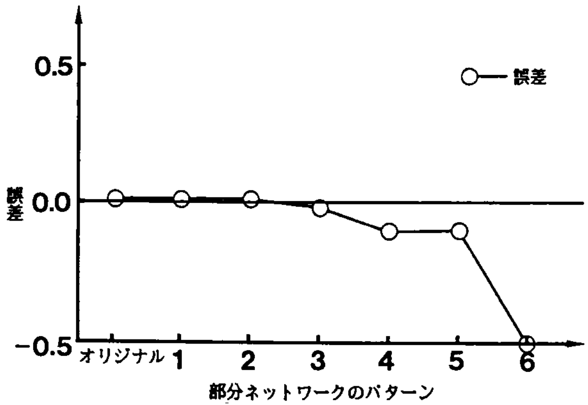


図7-3-9 ネットワーク限定による誤差の変化(ケースEW)

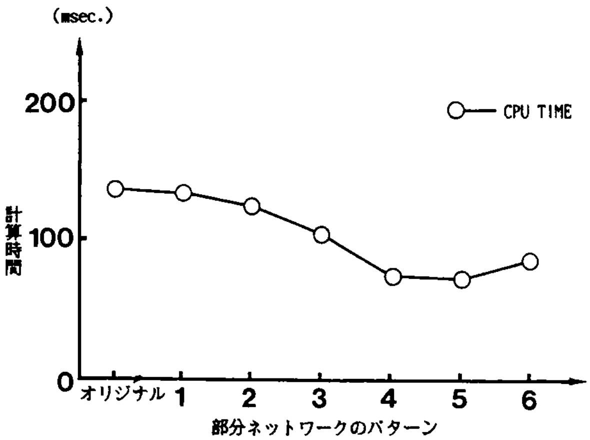


図7-3-10 ネットワーク限定による計算時間の変化（ケースEW）

パターン4において計算値が大きく低下している。このケースでは信頼度の高いリンク1,8,55等が除去されたため，ケースNSで最も信頼度の高いパス{2,1,8,23,36,45,55,66,77,83}が選択されなくなったためである。カットによる曲線も，パターン4で大幅に計算値の低下が認められる。

交点法による近似値は，パターン3から基準値よりも小さい値となり，ケースEWの変化パターンとほぼ同様となる。ここで，計算値が上方値から下方値に転じるパターンとは，対象ノードペアで囲まれる最小限の範囲のネットワークの両側に1リンク分の帯状区域を加えた部分ネットワークである。検討ケースが少ないので断定はできないが，パターン3のようなネットワーク限定が，近似値のターニングポイントとなるのは興味深い結果であると考えられる。つまり，信頼度計算において1リンク分外側までネットワークを縮小しても値はそれほど大きな影響を受けないが，それ以上にネットワークを小さく限定すると信頼度により大きな誤差をもたらすのである。本ケースのように，ノードペアが直線状に配置される場合に1リンク分外側までネットワークを限定することは，常識的な利用経路とも一致すると考えられ，信頼度の簡便な計算法として有用であると考えられる。

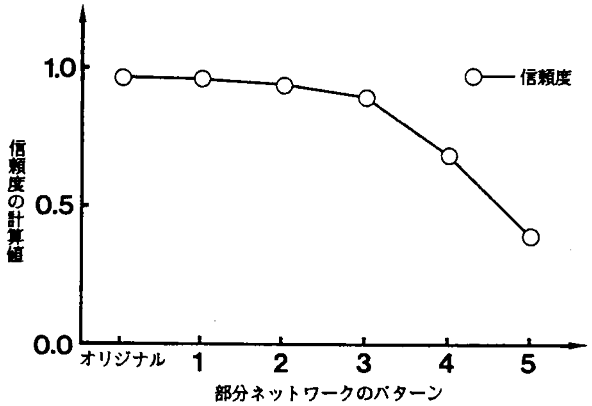


図7-3-11 ネットワーク限定による信頼度計算値の変化（ケースNS）

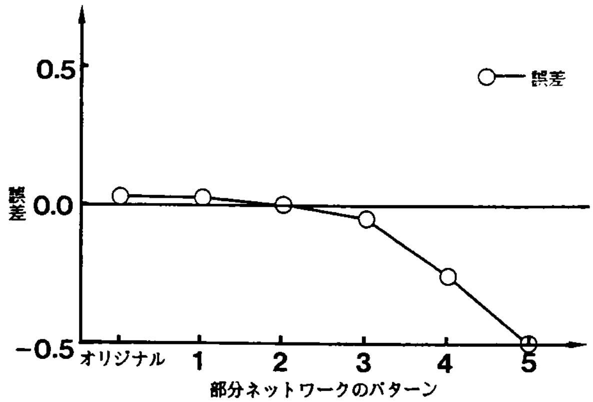


図7-3-12 ネットワーク限定による誤差の変化(ケースNS)

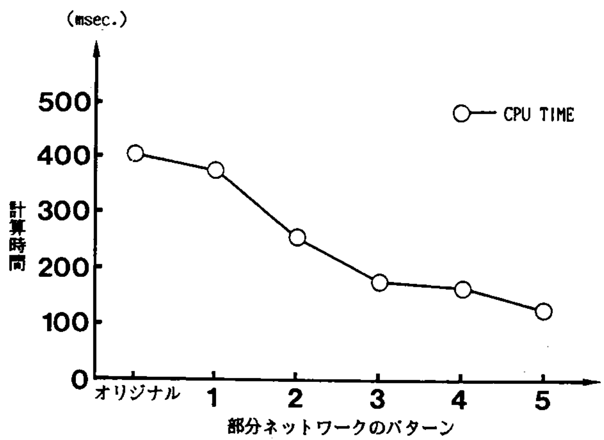


図7-3-13 ネットワーク限定による計算時間の変化（ケースNS）

表7-3-2　ネットワーク限定による信頼度の計算値(ケースNS)

	信頼度の計算値	誤差（注1）	計算時間(msec.)
オリジナルのネットワーク	0.96474	+0.02886	405
部分ネットワーク　パターン1	0.96191	+0.02603	374
部分ネットワーク　パターン2	0.94127	+0.00539	258
部分ネットワーク　パターン3	0.89237	-0.04351	179
部分ネットワーク　パターン4	0.68374	-0.25214	167
部分ネットワーク　パターン5	0.39106	-0.54482	129
基　準　値	0.93588	－	－

（注1）　（誤差）＝（計算値）－（基準値）

(3) まとめ

本節では，大規模ネットワークにおいて，解析対象ネットワークを限定することで信頼度計算の簡略化を図る方法を考察した。モデルネットワークで交点法による数値計算を行った結果，ノード間での利用経路の範囲内にネットワークを限定することで，実用的な信頼度の値が得られることが明らかとなった。2ケースの結果をまとめると次のようになる。

(a) ネットワークをノードペアに応じて限定することは，ノード間の利用経路が限られているという交通の性質とも合致し，実用上からも好ましい方法である。

(b) ネットワークの限定範囲を縮小すれば，ミニマルパスによる計算値よりもミニマルカットによる計算値の方が大きな影響を受ける。計算に用いるミニマルパスは，実際的な経路を直接反映しているので，対象ノードペアを直線状に結ぶ範囲に多く存在しており，そのためネットワークを限定してもあまり大きな影響を受けない。これに対し，カットの中にはその構成リンク中に当該ノード間の経路としては無関係と考えられるリンクまでも包含しているものがあるため，ネットワーク限定の影響を大きく受けるのがその理由である。

(c) ネットワークを縮小すると主としてミニマルカットの影響により信頼度は低下する。ネットワークを限定することは明らかに“通り易さ”を減少させ，“切れ易さ”を増大させるからである。

(d) 対象ノードペアに囲まれた区域，およびその周囲に1リンク分の範囲を加えた区域を限定ネットワークとすれば，計算値が上限側に発生するという交点法の性質を相殺し，信頼度の厳密値と同等か，あるいはやや低い値を得られることが明らかとなった。したがって，本節冒頭で述べたように，限定した範囲内において道路網を抽出し交点法を適用しても妥当であると考えられる。このネットワーク範囲内に含まれる経路は常識的な利用経路と一致している。

(e) 計算時間は一般にネットワークの規模が小さくなるほど減少する。しかし，梯子状ネットワークの場合，パスの共有リンクが多いと n 番目最短経路探索アルゴリズムの特性により，若干計算時間が増

加する場合もあることが明らかとなった。

7.4　ネットワーク分割による信頼性解析

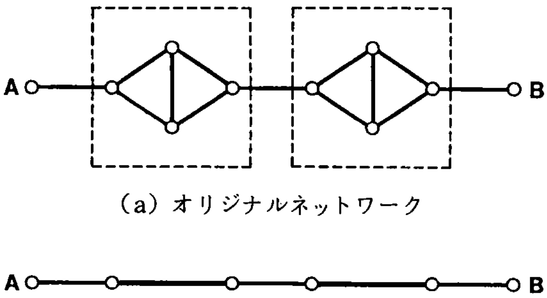
7.4.1　ネットワーク分割の目的

本節では，大規模な道路網にネットワーク分割による集計化手法を適用して信頼性解析を行う方法を考察する[19)-21)]。

本論文で提案している部分的なミニマルパス・カットを選択して利用する信頼性解析法は，計算量を大幅に短縮する点で有効であるが，道路網がさらに大規模になると，部分的なミニマルパス・カット数も膨大な数となる。例えば，ミニマルパスに関しては，ＯＤ間にある中間ノード相互間でも経路が複数あり，ＯＤ間の経路はそれらの組合せで与えられるため，実際の経路数すなわちミニマルパス数がきわめて多数となる。したがって，大規模道路網での信頼性解析は，パスやカットの探索作業自体が膨大な作業量となり，多大の計算時間を必要とする。これに対し，ネットワークが小規模な場合には，ミニマルパス・カット数も少なくなり，信頼性解析は容易に行える。したがって，大規模ネットワークを小規模ネットワークに分割すると信頼性解析の効率化が図れるものと考えられる。本節では，大規模なネットワークを小規模なサブネットワークに分割して集計化し，地区ブロックあるいはゾーン毎にパスやカットを集約して信頼度を求め，これをネットワーク全域に拡大統合して大規模ネットワークの信頼性解析を行う方法をいくつか考察する。

ネットワーク分割による集計化法の研究は，おもに交通需要解析，特に交通量配分の分野で推進蓄積されている。この分野でのネットワーク集計化の目的は，実際の交通網よりも規模(リンク，ノード数)の小さい計算用ネットワークを合理的に作成することにある[22)]。これに対して信頼性解析の分野でのネットワーク集計化は，ノード間のパス，カットを合理的に集約することを目的とする問題となる。

例えば，図7-4-1ａのネットワークにおいて，ノードペア（Ａ，Ｂ）間のミニマルパスは16本存在する。仮に，ブール演算法で信頼度を計算するとすれば，計算時間はミニマルパス数に関して２の累乗にほぼ比例するから，$2^{16}k$（k：比例定数)とおくことができる。これをそれぞれのブリッジネットワークについてパスを集約して信頼度を求め，図7-4-1ｂのように変換する。サブネットワークでのパスはそれぞれ４本，



（a）オリジナルネットワーク

（b）パス集約後のネットワーク

図7-4-1　直列型ブリッジネットワークでのパスの集約

集計化したネットワークのパスは1本となるから，計算時間は$(2\cdot2^4+2^1)k$に比例し，計算時間は約2,000分の1となる効果が期待できる。また，交点法においては，16本のミニマルパスが1本のミニマルパスに集約され，交点発生を促進する効果が期待できる。

道路網信頼性解析では，信頼性を道路網整備水準評価指標と考え，道路計画や道路の管理運用のための計画情報と考えていることから，エレクトロニクスや機械システム等の一般システムほどの高精度は要求されないと考えられる。したがって，道路網信頼性解析では，他の一般システムよりも大胆な解析を行える余地があるといえる。さらに，近似解法による値が，複雑で精密な方法による値と大差なければきわめて有用であると考えられる。本節では，ネットワークをサブネットワークに分割して信頼性解析を行う方法をいくつか考察する。具体的には，①バンドリング法による方法，②パスネットワーク・カットネットワークによる方法，③標準型ネットワークによる方法である。論文中では，説明のため集計化する以前の原型ネットワークをオリジナルネットワークとよび，オリジナルネットワークを分割したものをサブネットワーク，サブネットワークを集約した後，再構築したネットワークをメインネットワークとよぶことにする。

7.4.2　ネットワーク分割による集計化法の分類

ここでは，ネットワークを分割する際の境界線の設定法，およびサブネットワーク内の集計化法を分類・考察する。

ネットワークの分割は **7.2.1** でも述べたように，多くの研究者によって種々の方法が提案されている。しかしながら，ネットワーク分割についての明確な基準は存在せず，それぞれの判断に委ねられているのが実状である。その場合，境界線の設定はネットワークのリンク上かノード上のどちらかで実行される。まず，分割がリンク上で行われる場合を考える。この方法では，サブネットワークどうしをリンクで結合するために，ネットワークの分割を明示しやすい利点があるものの，境界線上に境界ノードとよばれる仮想ノードを設定する必要が生じる。この場合は，境界ノードに接続するリンク信頼度の取り扱いに問題が生ずる。つまり，1つのリンクを途中で分割するので，“リンク信頼度の分割”を行わねばならず，リンク数も増加する。また，境界ノードの設定にともなってノード数も増加するので，計算量の増大につながる可能性がある。一方，ネットワーク分割がノード上で行われる場合は，現実のノードと境界ノードとは一致し，リンク数もノード数も増加しないので計算量が増加する可能性は少ない。しかし，境界ノード相互間でのリンク接続関係が分断される可能性があるので，分割されたサブネットワークの一方で，ノード間の連結状態が正しく表示されない問題点がある。したがって，リンク上分割，ノード上分割の選択に当たっては，ネットワーク形状から判断してその悪影響を最小限とする境界の設定を行う必要があるといえる。

次に，サブネットワークの集計化の方法を分類・考察する。

(1) バンドリング法

オリジナルのネットワークをリンク上で分割すると，境界ノードが多数発生するが，境界ノードの増加を抑えるためにバンドリング，すなわち，“集計化された境界ノード”を作成する方法が提案されている[23]。例えば，図7-4-2aのネットワークを4つのサブネットワークに分割し，各サブネットワークを図7-4-2bに表示するように集計化することを考える。ここでは，3本のリンクがそれぞれ1個の境界ノードに集約されている。この集計化された境界ノードは，境界線上のリンクを束ねたもので2つのブロック間の接点の役目を果たす。集計化した境界ノードと境界線に隣接する真のノードとの間は，真のリンクの代わりにダミーリンクで結ばれる。集計化された境界ノードを作成する長所は，その方向に通じるパスの出発点を1カ所に絞り込むことと，サブネットワークをメインネットワークに再構築した場合にそのメインネットワークを単純な構造とすることができる点である。図7-4-2bでは，各サブネットワーク内の複数のパスを1本のパスへと統合している。そして，ネットワークを再構築すると，図7-4-2cのようにきわめて単純なネットワーク構造に変換可能である。このように，境界ノードの集計化は，1つのブロックを通過する経路を絞り込むことでパスを統合し，計算効率を向上させる効果を期待できる。ただし，真のリンクの信頼度をダミーリンクの信頼度へ変換するには若干の考慮を必要とするが，これについては後述する。一方カットに関しては，バンドリングノード周辺で，オリジナルネットワークでのカットとメインネットワークでのカットとが1対1に対応しないという欠点がある。したがって，変換前後のパスの対応性は保持できてもカットの対応性は完全で

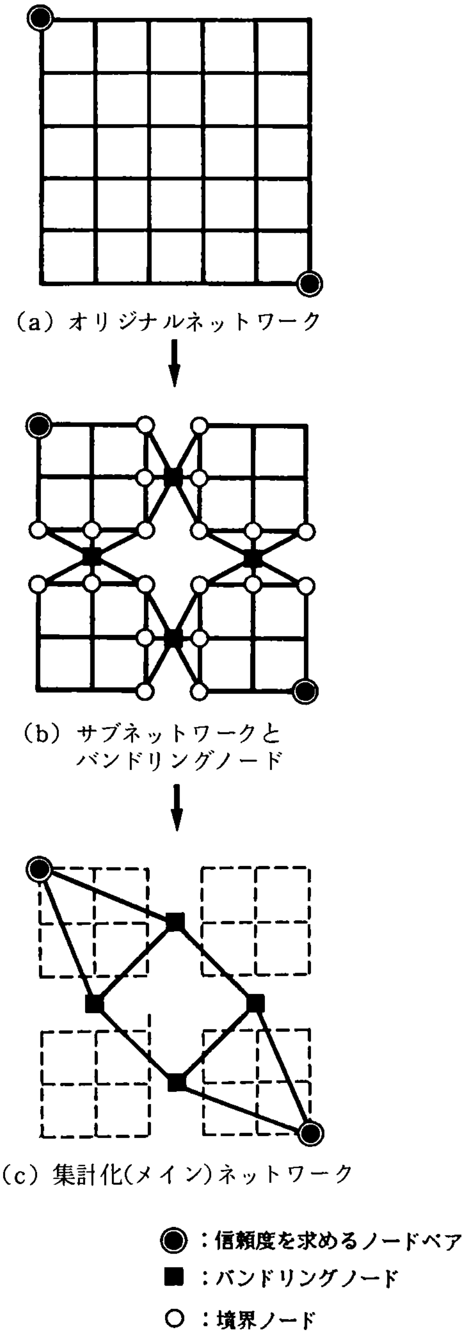


図7-4-2　バンドリング法による
ネットワーク集計化

ない。このことから，この方法はパスを重視した方法といえる。本論文では今後説明のために“集計化された境界ノード”を“バンドリングノード”とよぶことにする。

(2) パスネットワーク・カットネットワークによる信頼性解析

(1)の方法は，ネットワーク形状を集計化する方法である。この方法では，ネットワーク集計化前後でミニマルカットの対応関係が保存できないという問題点がある。これに対し，ネットワーク内に存在するミニマルパス・カットの構造を保存しながら，それぞれを独立に集計化することを考える。ミニマルパスについては，サブネットワーク内の境界ノード相互間に存在する複数のミニマルパスを1本のパスへと統合し，ミニマルカットについては，オリジナルネットワークの双対ネットワークをサブネットワークに分割し，同様の方法で1本のカットへと集約することを考える。この方法では，境界ノード間のパスを1本の等価的なリンクで置換するため，得られるサブネットワークは信頼性からみた構造は保存されるが，外見的にはまったく異なったものとなる。したがって，この方法はネットワークの潜在的構造に着目し，内部情報であるパス・カットを集約してネットワークを再構築する方法といえる。

例えば，図7-4-3aのネットワークにおいて，対角線ノードペアを結ぶミニマルパスは，その構成リンク数が最小の10リンクのもの（左上から右下へ向かうパス）だけで252個存在する。このネットワークを境界線と境界ノードで分割し，サブネットワーク内の境界ノード間信頼度を求めてこれらを統合すると，図7-4-3bのように表せ，対角線ノード間のミニマルパスは，18個のパスに集約することができる。先の252個のミニマルパスは，これらの境界ノードを必ず1回は通過するので，18個のパスのいずれかに重複することなく排反的に集約されたことになる。したがって，この集約されたパスに基づいて信頼性解析を行えばよい。この場合，オリジナルネットワークには存在し，再構築ネットワークには存在しないミニマルパスがある。これらは，構成リンク数が11以上でジグザグ状，あるいは大回りのパスであり，

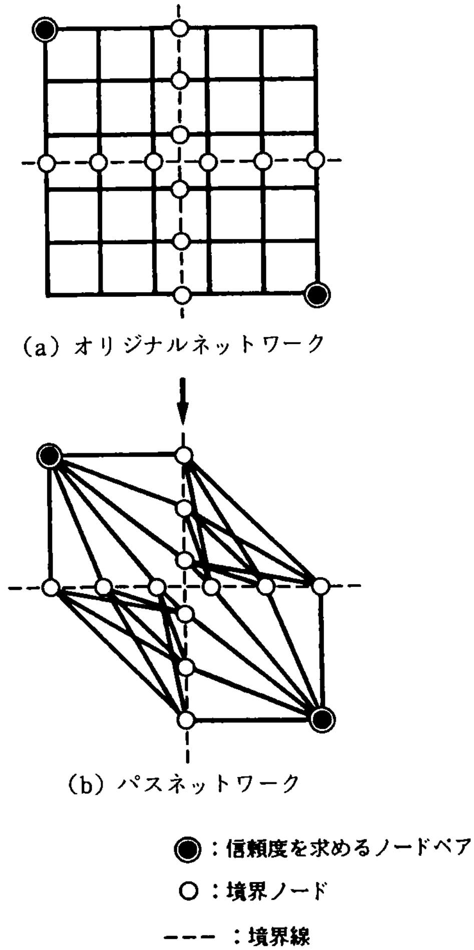


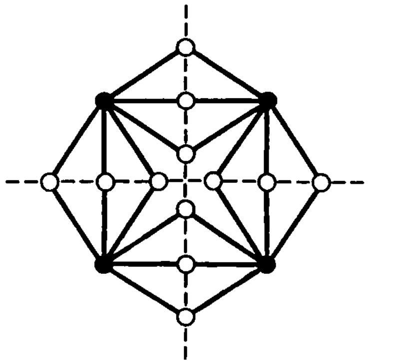
図7-4-3　パスネットワークによるネットワーク集計化

これらの情報は失われる。しかし，本研究で提案している信頼性解析法は，少数でかつ経路として意味のあるミニマルパス（あるいはカット）のみで計算可能な点に特徴があり，集約対象となったパス(カット）のみで信頼度計算が可能であれば問題はないと考えている。

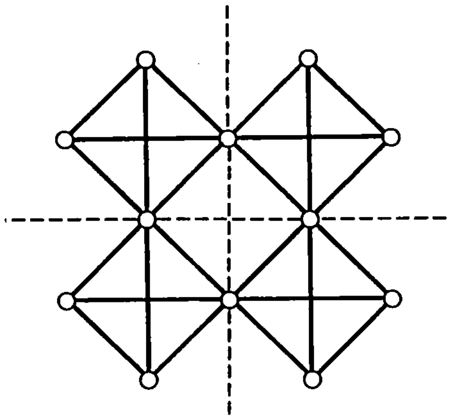
このようにオリジナルのネットワークのミニマルパスのみを集約してパス専用の集計化ネットワークを作成し，同時にカット専用の集計化ネットワークを作成して信頼性解析を行う方法を考える。本章では，パスとカットをそれぞれ集約して得られる集計化ネットワークをパスネットワーク，カットネットワークとよぶことにする。

(3) 標準型ネットワークによる信頼性解析

(1)，(2)の方法では，ノードペア毎に特有の形状をした集計化ネットワークが作成されるので，多数のノードペアの信頼性解析を行う場合には作業量が増加するという欠点がある。これに対して，各ブロックを同一形状の規準化されたサブネットワークに変換し，これらのサブネットワークで再構築されたメインネットワークを対象に信頼性解析を行う方法を考える。この方法のねらいは，規準化された標準型のメインネットワークに対し予め信頼性解析法を構築しておけば，あとは機械的に信頼性解析が実行できる点である。つまり，解析対象ノードペアが，縦方向であっても横方向であっても，解析手法を共通化できる利点がある。したがって，この方法では，対象システムが普遍性のないシステムに変換されるという不便が解消される。集計化の方法としては，(1)や(2)と同じオリジナルネットワークに対して，図7-4-4aのようにブロック内に代表ノードを設定し，これと境界ノード間の信頼度を集計化する方法，図7-4-4bのように，境界線上の境界ノードを代表ノードとして設定し，境界ノード間の信頼度を集計化する方法とが考えられる。これらの方法では，効率性の観点から，指定された特定のノード間信頼性を解析するよりも，複数の代表的なノードペアに対して信頼性解析を行う方が有効であると考えられるの



(a) 標準型サブネットワークのイメージ1



(b) 標準型サブネットワークのイメージ2

図7-4-4　標準型ネットワークによるネットワーク集計化

で，ネットワーク全域に対する信頼性のマクロ的解析に有効な方法であると考えられる。

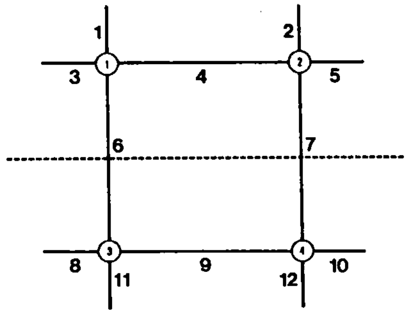
7.4.3　バンドリング法による方法

(1)　バンドリングの方法

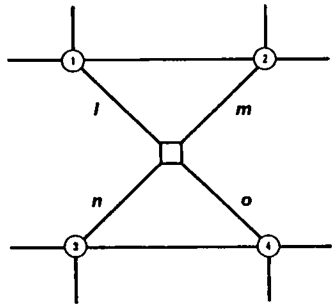
バンドリング操作で問題となるのはバンドリングノードに接続されているダミーリンクの信頼度の決定法である。簡単なバンドリング操作の例として2リンクを集約化する場合を考える。図7-4-5において，(a)から(b)へと変換する場合，ダミーリンクl～oのリンク信頼度を与えねばならない。この値を決定するには，種々の方法が考えられる。例えば，リンクlとnで元のリンク6を，リンクmとoでリンク7を表し，リンクmとnおよび，lとoは接続不可と考えれば，

$$r_l \cdot r_n = r_6, \qquad r_m \cdot r_o = r_7,$$
$$r_m \cdot r_n = 0, \qquad r_l \cdot r_o = 0, \quad \cdots\cdots (7.4.1)$$

という連立方程式が成立する。しかし，この解は存在しない。そこでmとn，lとoの接続関係は無視してリンクl，nとリンク6の関係を重視し，



(a) 分割前のネットワーク



(b) バンドリングしたネットワーク

図7-4-5　ダミーリンクの信頼度

$$r_l = r_n = (r_6)^{1/2}, \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (7.4.2)$$

とすることも考えられる。ところがこの場合はバンドリングノードを経由する信頼度計算の際に過大評価をしてしまう。その理由は，

①　明らかに$r_l > r_6$となる，

②　ノード1と3の連結性を増加させている，

からである。②の影響は，バンドリングする部分が多くなればさらに大きくなる。それは1つのノードに対して数本のリンクを集中的に集めることは，本来並列に接続されていた真のノード間の連結性を過大に評価するからである。例えば図7-4-5の場合には，ノード1～3間で本来2本であった経路が，バンドリングノードを経由することで4本に増加する。

したがって，本項ではこのような過大評価を避けるためと簡単のために，ダミーリンクの信頼度は真のリンクと同一値にする。つまり，

$$r_l = r_n = r_6, \qquad r_m = r_o = r_7, \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (7.4.3)$$

とする。しかし，上記②の影響は残るので，メインネットワークにおける仮リンク信頼度計算が過大になるのはやむを得ないと考えられる。

一方，ネットワークをブロックとして計算することは部分ネットワークを抽出して計算することと等価であり，**7.3**で述べたように信頼度は安全側に計算されるであろう。大胆ではあるが，このことにより信頼度の過大評価を相殺する効果が期待できる。以下，数値計算によっていくつかのバンドリングモデルの効果を検討する。

(2) バンドリングモデル：その1

第6章の京都市道路網(図6-5-17)におけるノードペア，ケースX(図6-5-19参照)に対して計算を行う。このノード間信頼度のモンテカルロ法(分散減少法)による基準値は0.82696，オリジナルの交点法による近似値は0.85569である。なお，本節で用いた交点法は，第6章での方法を若干簡略化したため，**7.3**同様，得られた数値が第6章での交点法による数値と若干異なっている。バンドリングモデルでは，図7-4-6に示すようにネットワークを4分割しバンドリングノードを各部ブロックの一辺に1個設置した。再構築されたメインネットワークが図7-4-7である。このようにメインネットワークはきわ

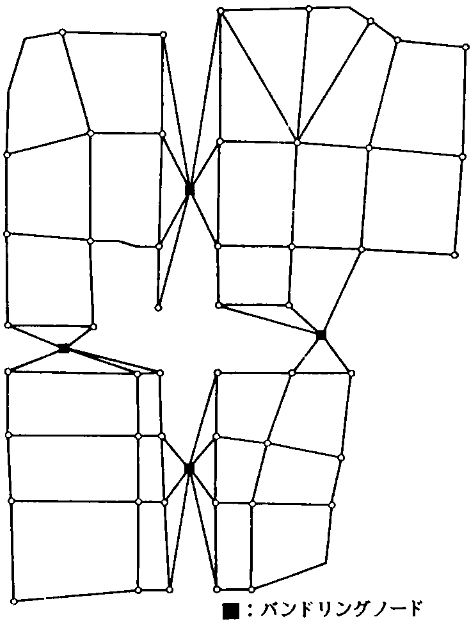


図7-4-6　ネットワーク分割
(バンドリングモデル：その1)

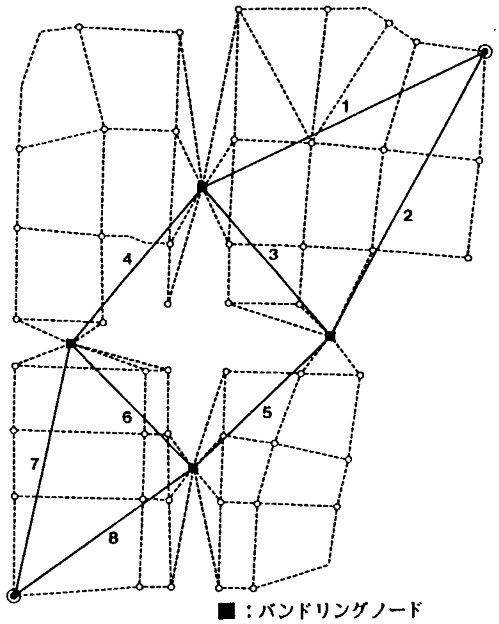


図7-4-7　集計化ネットワーク
(バンドリングモデル：その1)

めて簡単な構造となる。メインネットワークの仮リンクの信頼度は，各ブロックにおいて交点法を適用して求めた。そのリンク信頼度を表7-4-1に，メインネットワークでの信頼度計算値を表7-4-2に示す。

このモデルによる信頼度計算値は0.92463であり，基準値と比べて0.09767，交点法と比べて0.06894高い値であり，やや誤差が大きいといえる。集計化リンクの信頼度が過大評価されているかどうかを考えると，例えば，メインネットワークのリンク1はノード①から左方向の経路を集約するもので値は0.878となり，オリジナルネットワークの信頼度(表6-5-6参照)から考えて不当に高い値とはいえない。したがって，誤差が大きくなった理由はメインネットワークとオリジナルネットワークの構造の差が反映されたと考えられる。例えば，集計化したメインネットワークは，パスによる計算値がケースXに比較して高い信頼度を与える。集計化したネットワークのカットがそれに対応して低い値を算出すれば，バランスがとれてより低い位置に交点が発生するであろうが，カットによる計算値も高い値を与えるので結果的に交点の値は大きくなる。すなわちこの場合，集計化によってパスによる曲線も，カットによる曲線も上昇するのである。結局，このケースではネットワーク集計化により，オリジナルネットワークより“つながりやすく”同時に，“切れにくい”メインネットワークが形成される。特に，起終点ノード付近でこの傾向が著しくなるものと考えられる。

表7-4-1　リンク信頼度(バンドリングモデル：その1)

リンク番号	リンク信頼度 r_a
1	0.878
2	0.875
3	0.846
4	0.735
5	0.812
6	0.919
7	0.863
8	0.909

表7-4-2　信頼度計算結果(バンドリングモデル：その1)

パス・カット選択数	ミニマルパスによる計算値		ミニマルカットによる計算値	
	構成リンク	計算値	構成リンク	計算値
1	{2,5,8}	0.64584	{4,5}	0.95018
2	{1,4,7}	0.84308	{1,2}	0.93569
3	{1,3,5,8}	0.92911	{7,8}	0.92402
信頼度計算値	0.92463			

(3)　バンドリングモデル：その2・その3

(1)の結果から考えて，集計化されたネットワークがオリジナルネットワークの信頼度を良好に再現できるように，起終点ノード周辺のリンクを残したままでメインネットワークを構築したのがこれらのモデルである。これは信頼度の値，特にカットによる値が，対象とする起終点ノード周辺のリンク信頼度に大きく依存すると考えられるからである。

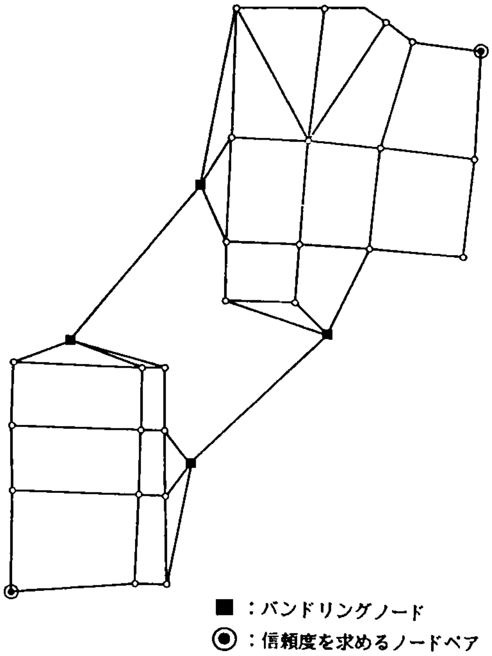


図7-4-8　集計化ネットワーク
（バンドリングモデル：その2）

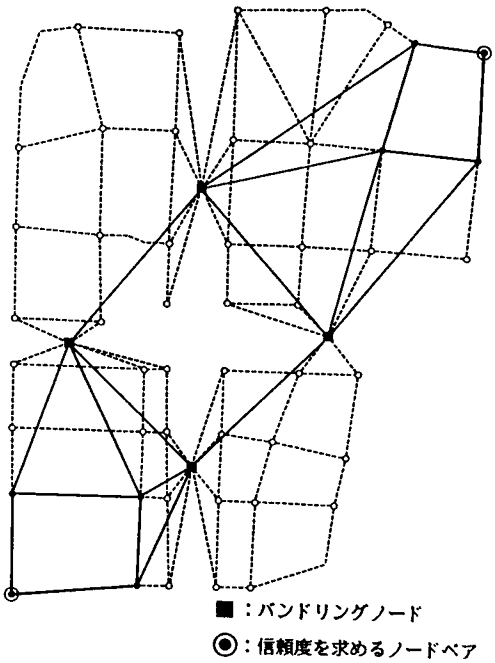


図7-4-9　集計化ネットワーク
（バンドリングモデル：その3）

「バンドリングモデル：その２」は，図7-4-8に示すように，起終点ノードが含まれるブロックはまったく簡略化しないモデルである。計算結果を表7-4-3に示す。得られた信頼度の値は0.81999であり，基準値0.82696と比べてもほとんど差がない。しかしながら，ネットワークの簡略化が少なく，その結果メインネットワークの形状がオリジナルネットワークの形状に近くなったために，基準値に近い値が得られるのは当然ともいえる。また，ネットワークの集計化があまり行われておらず，本来の目的であったネットワーク集計化による効率性向上の観点からは，あまり有効であるとはいえない。

「バンドリングモデル：その３」は，図7-4-9に示すように，起終点ノード周辺１リンク分を残して残りを集計化するモデルである。これは，重要なカットを保存するために起終点ノードに接続しているリンクを重視するモデルであり，メインネットワークはダミーリンクの数は多いものの，「モデルその２」よりも単純である。計算結果を表7-4-4に示す。得られた信頼度の値は0.85648であり，基準値0.82696やオリジナルの交点法による値0.85569と比較しても，「モデルその１」よりはかなり良いといえる。

以上のように，起終点ノード周辺のリンクを保存したままでネットワーク分割・集計化を行うと，比較的オリジナルの交点法の精度を維持できると考えられる。この理由は上述したように，カットによる値が，起終点ノード周辺のリンク構成およびリンク信頼度に大きく依存するために，交点の値がその影

響を受けるからと考えられる。

表7-4-3　信頼度計算結果（バンドリングモデル：その2）

パス・カット選択数	ミニマルパスによる計算値	ミニマルカットによる計算値
1	0.17084	0.93616
2	0.29828	0.88952
3	0.41555	0.87837
4	0.50425	0.86827
5	0.54881	0.85885
6	0.61881	0.84883
7	0.66094	0.84694
8	0.68134	0.84154
9	0.72154	0.83397
10	0.75204	0.82375
11	0.77344	0.82151
12	0.79451	0.82151
13	0.81309	0.82051
14	0.82459	0.81964
信頼度計算値	0.81999	

表7-4-4　信頼度計算結果（バンドリングモデル：その3）

パス・カット選択数	ミニマルパスによる計算値	ミニマルカットによる計算値
1	0.36256	0.93616
2	0.55392	0.89796
3	0.67779	0.88384
4	0.77128	0.86319
5	0.83036	0.85839
6	0.86571	0.85581
信頼度計算値	0.85648	

7.4.4　パスネットワーク・カットネットワークの構築による方法

ここで述べる方法は，ノード間のミニマルパス，ミニマルカットをそれぞれ独立に集約する２つのメインネットワークを作成する方法である。そのため，オリジナルネットワークおよびオリジナルネットワークの双対ネットワークそれぞれのネットワーク分割が独立して実行される。パスネットワークとは，ミニマルパスを集約して得られるネットワークである。ミニマルパスは，対象ノード間を連結する経路であるから，パスネットワークとは，“通りやすさ”を示すネットワークといえる。これに対してミニマルカットは，ノード間の連結性を分断する交通断面である。したがって，カットネットワークとは，対象ノードペアに対し横断する方向に配置される双対ネットワークを用いて，ネットワークの“切れや

すさ”を表現するネットワークである。この方法では，ブロック化をパス用とカット用に対し２種類行わねばならないが，**7.4.3**では考慮できなかったパスとカットの相反する特性を独立して考慮できるという長所がある。

(1) パスネットワーク・カットネットワークモデル：ケースX

バンドリングモデルと同様，京都市道路網のケースXに対してモデル計算を行う。オリジナルネットワークおよびその双対ネットワークを２分割し，図7-4-10，11に示すようにパスネットワーク，カットネットワークを作成する。パスネットワークでのノード②～⑨，およびカットネットワークでのノード$\boxed{2}$～$\boxed{8}$はそれぞれ境界ノードを表している。パスの集約を図7-4-10を用いて説明する。例えば，ノード①とノード②を接続しているリンク１は，オリジナルネットワーク(図6-5-17）上の対応するノード間の多数のミニマルパスを集約したものである。このノード間の信頼度は交点法を用いて求めている。同様に，ノード①とノード③を接続しているリンク２も，対応するノード間のミニマルパスを集約したものである。図7-4-10でのリンク１とリンク２とは，ノードペアが異なるのでオリジナルネットワーク上での同一パスを含んでおらず，信頼度に関して排反性がある。このようにして作成されたメインネットワーク(パスネットワーク）は，互いに排反な７本の集約パスから構成される並列構造のネットワークとなる。カットネットワークについても同様である。

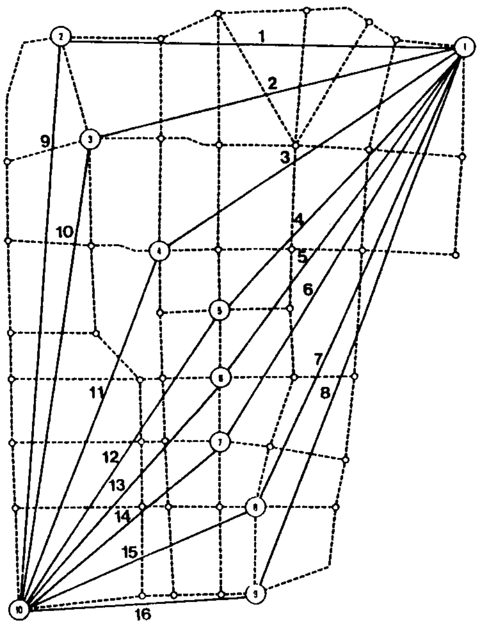


図7-4-10　パスネットワーク(ケースX)

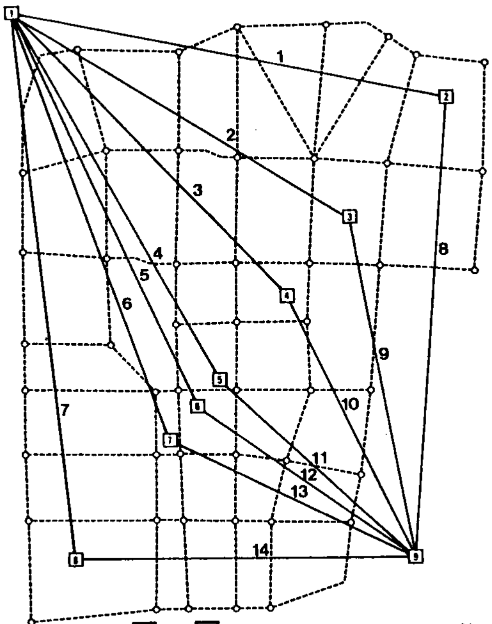


図7-4-11　カットネットワーク(ケースX)

表7-4-5　信頼度計算結果(パスネットワーク・カットネットワークモデル：ケースX)

パス・カット選択数	ミニマルパスによる計算値		ミニマルカットによる計算値	
	構成リンク	計算値	構成リンク	計算値
1	{6,14}	0.63359	{7,14}	0.92102
2	{7,15}	0.83969	{2,9}	0.88818
3	{2,10}	0.92778	{1,8}	0.86851
4	{5,13}	0.96671	{3,10}	0.85596
5	{8,16}	0.98451	{4,11}	0.84646
6	{4,12}	0.99125	{5,12}	0.84227
7	{1,9}	0.99380	{6,13}	0.83913
8	{3,11}	0.99521	—	—
信頼度計算値	0.87933			

パスネットワークとカットネットワークによる交点法の結果を表7-4-5に示し，集計化しない場合の交点法とともに図7-4-12 に示す。オリジナルの交点法では交点発生に要するパス・カット選択数が22であるのに対し，集計化により交点の発生が大幅に早くなって，パス・カット統合の効果が確認できる。得られた交点の値は0.87933であり，基準値0.82696と比較して+0.05237，オリジナルの交点法による近似値0.85569とは+0.02364の誤差である。この程度の誤差であれば，実用上の許容範囲であると考えられる。

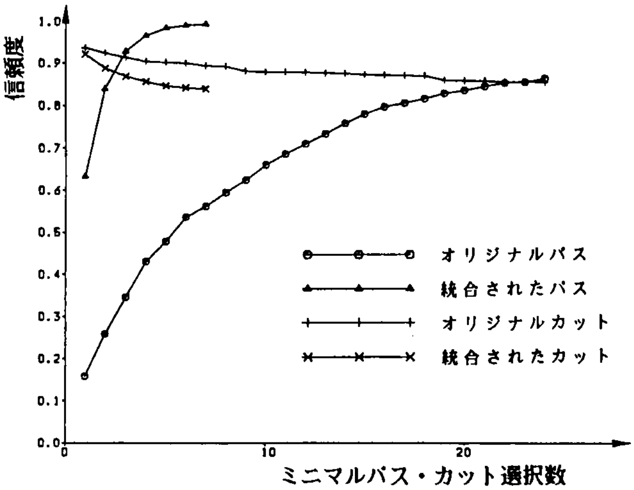


図7-4-12　信頼度計算結果（パスネットワーク・カットネットワークモデル：ケースX）

(2)　パスネットワーク・カットネットワークモデル：ケースNS

同様の操作を京都市ネットワークにおけるケースNSに適用する。ネットワーク集計化の様子を図7-4-13,14に，交点法の結果を表7-4-6，図7-4-15に示す。

信頼度の計算値は0.95042で，基準値0.93588とは+0.01454，オリジナルの交点法での値0.97013とは-0.01971の差である。このようにこのモデルでも，実用的な信頼度近似値が得られる。その他の全般的傾向はケースXと同様である。

2ケースのモデル計算の結果に関しては，信頼度の近似値としての精度は良好であることがわかる。

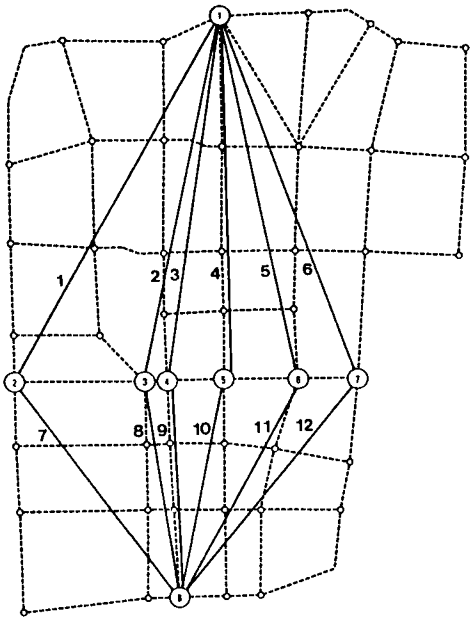


図7-4-13　パスネットワーク(ケースNS)

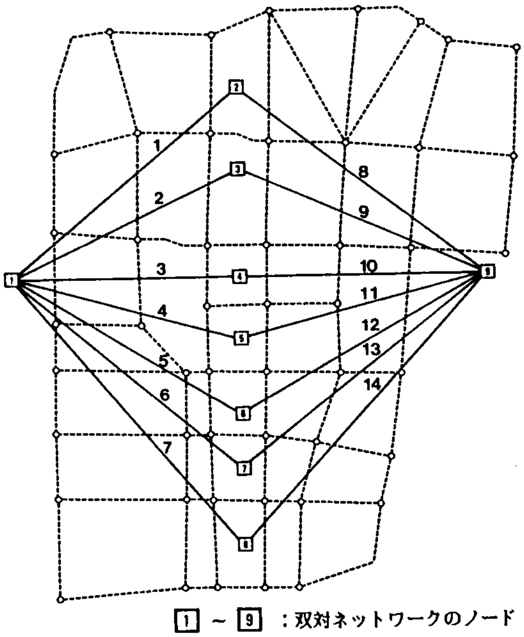


図7-4-14　カットネットワーク(ケースNS)

表7-4-6　信頼度計算結果(パスネットワーク・カットネットワークモデル：ケースNS)

パス・カット選択数	ミニマルパスによる計算値		ミニマルカットによる計算値	
	構成リンク	計算値	構成リンク	計算値
1	{4,10}	0.61803	{1,8}	0.98186
2	{2,8}	0.84196	{7,14}	0.96853
3	{6,12}	0.92988	{2,9}	0.95622
4	{5,11}	0.96561	{3,10}	0.94613
5	{3,9}	0.98226	{4,11}	0.93934
6	{1,7}	0.98727	{5,12}	0.93441
7	−	−	{6,13}	0.93226
信頼度計算値	0.95042			

ネットワーク集計化の主たる目的は，ミニマルパス・カットの集約であり，ケースXではパス・カット選択数が3で，ケースNSでは選択数4で交点が得られており，その効果が確認できる。

また，ミニマルパス・カットの集約過程では，対象ノードペアにとって信頼度の値に大きく寄与する集計化リンクが明らかとなる。また，カットに関しては，どの集約カットが信頼度の値に対し影響が大きいかが明らかとなる。例えば，ケースXでは，図7-4-10において，ノード⑦，⑥等を通る集約パスのノード間信頼度への寄与が大きく，図7-4-11では，ノード8，9の領域を通過するカットが，平均

的に不信頼度への寄与が大きいことが明らかとなっている。同様に，ケースNSでは，図7-4-13でノード⑤，③，図7-4-14のノード[2]，[8]の影響が大きい。このように，対象ノードペアに関する信頼度の寄与度状況がマクロに解析できる。

一方，本方法の欠点は，集計化リンク作成のために多くの信頼性解析が必要となる点である。分割断面上のすべての境界ノードと起終点ノード間の信頼度を計算する必要がある。さらに，双対ネットワークに関しても同様の作業を必要とする。交点法の特性から，パスとカットの扱いをバランスよく実行する必要がある上，ネットワーク集計化の作業は膨大なものとなる。また，ネットワークが巨大になって分割数が増加した場合の対処も問題となる。

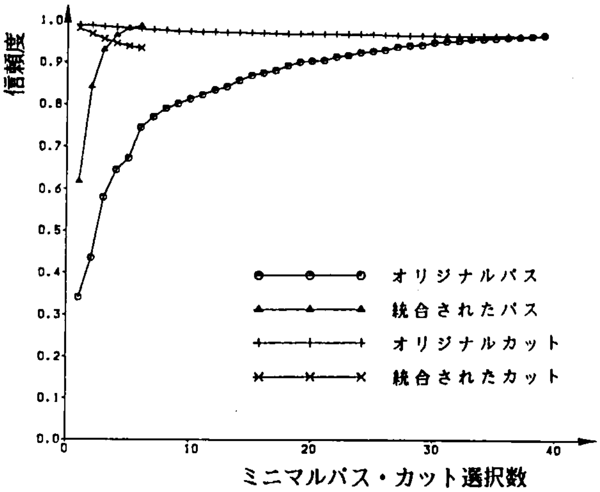


図7-4-15　信頼度計算結果（パスネットワーク・カットネットワークモデル：ケースNS）

7.4.5　標準型ネットワークによる方法

ここでは，**7.4.2**(3)で述べたようにサブネットワークを標準型のネットワークに同定して信頼性解析を行う方法を考察する。この方法では，

(1)　オリジナルネットワークをサブネットワークに分割し，このサブネットワーク上での信頼度を標準型のサブネットワーク上に投影する作業と，

(2)　標準型のサブネットワークから構成された標準型のメインネットワーク上での信頼性解析，

の2段階で信頼性解析を行う。標準型のメインネットワーク上での信頼性解析には種々の方法が考えられるが，そのひとつには，予め信頼性解析法をオフラインで構築しておき，標準型ネットワークのリンク信頼度を代入することによってメインネットワークでの信頼性解析を実行する方法が考えられる。つまり，解析対象ノードペアが，縦方向であっても横方向であっても，オリジナルのネットワーク形状が異なっても，最終的な解析法を共通化できる利点がある。

以上の考え方を図を用いて説明する。まず，詳細なサブネットワーク上での信頼度を標準型のサブネットワークに変換する。図7-4-16において，細線はオリジナルネットワークを模式的に表現している。ノード①～④と太い矢印は標準型のサブネットワークを表現している。オリジナルネットワークをある範囲内で限定し，各ノード間の信頼度を求め集計化リンクを作成する。ノードペア(1,2),(3,4),(1,3),

(2,4)の信頼性解析はネットワーク限定による方法が利用できる。各ノードペアの信頼度はそれぞれ独立に求めることとし，また，同一ノードペアを結ぶ集計化リンクは1本のみと約束する。したがって，これらの間の排反性を考慮する必要が生ずる。例えば，ノードペア(1,4)の信頼度は，このリンクのみで表現することとし，ノードペア(1,2)と(2,4)の直列結合では表現しない。

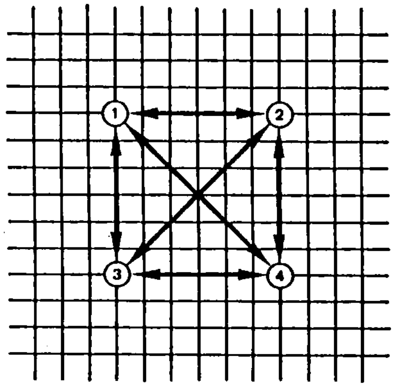


図7-4-16　標準型サブネットワークの構築

次に，標準型のサブネットワークを連結し，標準型のメインネットワークを構築する(図7-4-17)。本信頼性解析では，この標準型ネットワーク上での信頼性解析法を予め構築しておくことを考えている。ブール演算法等の上・下限値解析法あるいは厳密解析法は，有用な信頼度を提供する反面，一般にリンク信頼度を代入する以前の計算式の項の整理に要する計算時間が膨大であるので，事前にオフラインで解析法を構築しておくことで，これらの方法の有効性を生かすことができる。各ノードペアの信頼性解析法を一度構築すれば，何度も再利用が可能となる。したがって，厳密値に近い信頼度を簡単に得られる可能性がある。もちろん，標準型ネットワーク上での交点法の実行も可能である。

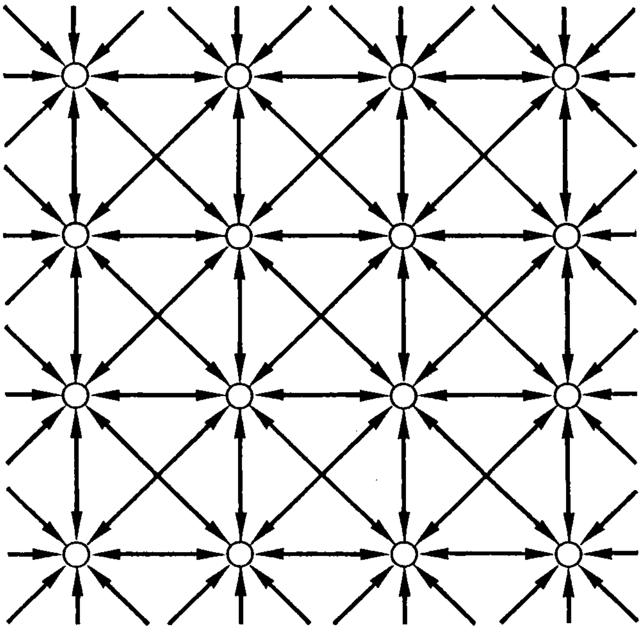


図7-4-17　標準型メインネットワーク

標準型のメインネットワークでの信頼性解析は，次のように行う。例えば，4×4ネットワークで対角線方向の信頼度を求めることを考える。集約パス間の排反性を満足させながら，標準型のメインネットワークからパスを選択抽出し，図7-4-18に示すようなネットワークを構築する(対象ノードペアは(1,16)。ノード間信頼度をこのネットワークによって決定される信頼度と定義して計算を行えばよい。

サブネットワークの構築は，代表ノードを先決しても，サブネットワークの領域を先決しても対処が

可能である。また，サブネットワーク内での代表ノードを図7-4-19のように設定しても，構築されたメインネットワークはまったく同一形状となり，大きな差異はない。

これらの方法では，効率性の観点から，指定された特定のノード間信頼性を解析するよりも，複数の代表的なノードペアに対して信頼性解析を行う方が有効であると考えられる。また，対象ノードペアのノードを厳密に指定するのではなく，地域を代表するノードと考えて地域間信頼度を求める形でノードペアを設定する方が有効であると考えられる。したがって，本解析法は，ネットワーク全域に対する信頼性のマクロ的解析に有効な方法であると考えられる。

提案した方法に対して，具体的な数値計算は行っておらず，今後詳細な数値解析が必要であるが，これまで提案した種々の方法を組み合わせる，あるいは改良することで，ある程度の見通しは得られていると考えられる。また，信頼度のマクロ的解析であることから，集約した信頼度の値を厳密に固定した値として与えるのではなく，ある程度の幅をもった数値として解析

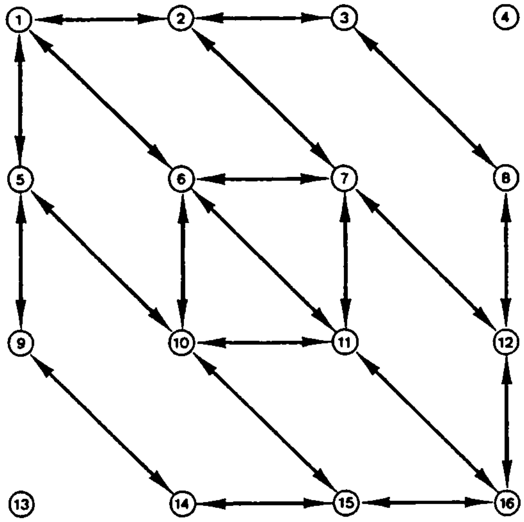


図7-4-18　標準型の4×4ネットワークでの信頼性解析

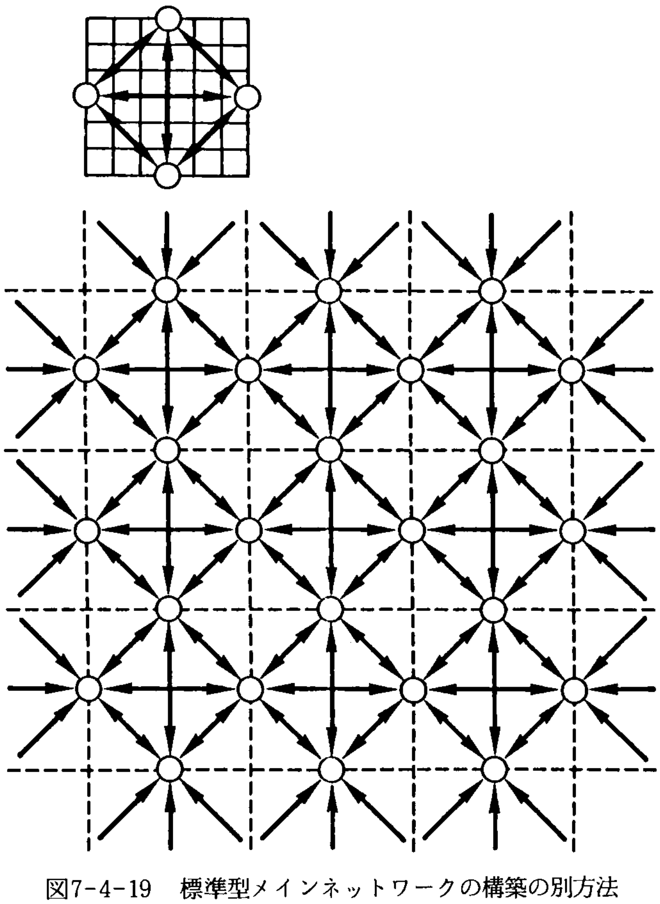


図7-4-19　標準型メインネットワークの構築の別方法

する方法が考えられる。この問題はファジィ理論との組合せで対処が可能である。ファジィ理論と信頼性解析との結合は，次節で詳しく検討する。

7.4.6　各方法の利害得失

本節では，ブール演算法や交点法をより大型のネットワークに適用するため，ネットワーク分割・集計化による信頼性解析の方法論の検討と若干の数値計算を行った。バンドリング法は，ネットワークを特に単純な表示に変換したい場合に有効であり，計算がきわめて簡単となる特徴がある。計算値はやや粗い値となるが，ノードペア起終点付近のリンク情報を保存することにより，値を改善することができる。パスネットワーク・カットネットワークモデルは，集計化リンク作成の作業量が大きいのが欠点であるが，オリジナルネットワークでの重要なミニマルパス・カットを構造上保存できる点で理論的整合性がとれており，得られる信頼度の精度も良好である。また，対象ノードペアにとってネットワーク中での重要な経路を指摘できるという利点も有している。これら２つの方法では，ノードペア毎に特有の形状の集計化ネットワークが作成され，多数のノードペアを対象とする場合には作業量が増加するという欠点がある。標準型ネットワークによる信頼性解析法は，ネットワーク集計化以降の信頼性解析法を共通化できる利点を生かし，多数のノードペアを対象にマクロな信頼性解析を行える効率的方法として今後検討の余地のある方法である。

前２者の方法とも交点法による計算を行った結果，ネットワーク集計化によって交点発生を促進する効果は大きく，当初の目的を達成できることが確認できた。今後は，計算例を豊富に蓄積することが課題であるが，現在の方法では，計算時間の短縮効果よりもネットワーク集計化に要する手数がきわめて大きく実用的でない。この問題点は，交通量配分の分野で，サブネットワークと集計化ネットワークでの信頼度計算に要する計算時間が，トレードオフの関係にあるのと似ている。交点法の場合は，それぞれの信頼度計算はきわめて短時間ですむため計算時間の比較はあまり意味がなく，本研究の場合にはむしろサブネットワークの構築やサブネットワーク内での信頼度計算の準備に要する作業量の評価が重要であると考えられる。今後は，この作業量を減少させるための方法の開発が必要とされるであろう。一例として，サブネットワークの抽出，サブネットワークに対する双対ネットワークの作成，サブネットワークにおける信頼度計算等の一連の作業が対話的に行える自動計算システムが考えられる。このシステムが開発されれば，ネットワーク集計化による信頼性解析にとってきわめて大きな武器となり得るものと考えられる。

7.5　ファジィ理論による信頼性解析

7.5.1　ファジィ理論適用による利点

信頼性グラフ解析法に基づく道路網のノード間信頼性解析では，入力情報としてリンク信頼度が必要

である。リンク信頼度は確率変数であるため，その裏付けとなる十分な量の統計データを得ることが要求されるが，その入手と解析に多くの時間と労力が必要とされる。したがって，ネットワークが大規模になるにつれ，リンクの信頼度を厳密に評価することは困難になる。このように，リンク信頼度を正確に知り，それを確率変数として扱うには，経済的，時間的な面から種々の制約がある。また，リンク信頼度を厳密な数値として捉えてもなお不確定性が残る。すなわち，「リンク上において単位時間中に円滑な走行移動が保証される確率」と定義されるリンク信頼度は，交通量などによって変動する値であるので，確定値として与えることに問題があると考えられる。また，信頼性解析において道路管理者は厳密なリンク信頼度を念頭に置かないのではないかと考えられる。

一方，道路区間の通行の容易性は，交通管制センターの交通情報やドライバーの経験により容易に把握が可能である。これらの情報は，局地的な情報であること，経験的，主観的な情報であることから理論的根拠に乏しく従来の信頼性解析法で用いるには問題が多いといえる。しかし，過去の経験の蓄積や実績があるので信頼度の高い情報といえ，またその簡便性は評価できると考えられる。そこで，上記のような詳細な調査を必要とせず，かつ人間の経験や交通工学的判断をできるだけ有益な形で利用でき，しかも理論的な整合性を持つ，より現実的な信頼性評価法が構築されれば望ましい[24]。この場合，リンク信頼度は厳密に規定された値ではなく，例えば『0.8ぐらい』という表現によって，ある幅をもった値で与えられる。

本節では，厳密な統計的データを必要としないで，あいまいさを含んだ情報をあいまいなまま入力情報とし，あいまいな形で処理しようとするファジィ理論を道路網の信頼性解析に適用することを試みる。具体的には，ブール演算法と交点法にファジィ数の演算を組み合わせた方法を提案し，その実用性を検討する。

本節で考察するファジィ理論による信頼性解析は，次の２点に有効性を見出せる。第１に，以上述べてきたようにリンク信頼度をファジィ数という，幅を持つ値として与えて道路網信頼性解析を行うことは，リンク信頼度が不確定であるという現実的観点から有効であると思われる。第２に，前節で考察した標準型ネットワークを用いるマクロレベル信頼性解析では，集約した信頼度の値は地域を代表した値であるので，ある程度の幅を有した値であると考えられる。したがって，この信頼性解析にファジィ理論を用いる有効性があると考えられる。

7.5.2 ファジィ集合とその演算

(1) ファジィ集合とファジィ数

われわれが日常的に用いる数値表現には大別すると次の２種類がある。１つは“10人”，“15メートル”のような確定的な表現で，もう１つは“３個ぐらい”，“約10分”のようなある程度の幅を持った表現である。このうち，後者のような幅を持った数値のことをファジィ数という[25]。これに対して，前者の

確定的な表現による数値をクリスプ数という。本項では，ファジィ数とその演算方法について述べる。ファジィ集合を数学的に定義すると次のようになる[26)-28)]。

全体集合Uにおけるファジィ集合(fuzzy set) Aとは，

$$\mu_A : U \rightarrow [0,1] , \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (7.5.1)$$

なるメンバーシップ関数μ_Aによって特性づけられた集合で，値$\mu_A(u)(\in[0,1])$は要素$u(\in U)$のファジィ集合Aにおける帰属度(別名，グレード)を表す。グレード$\mu_A(u)$は，uが集合Aに属する程度を示す。例えば，グレード$\mu_A(u)$が1に近ければ，uのAに属する度合が高いことを示し，逆に0に近ければ，属する度合が低いことを示している。また，$\mu_A(u)$の値が0のときはuはAにまったく属さず，逆に$\mu_A(u)$の値が1のときはuは完全にAに属している[28)]。これは，クリスプ集合(Crisp Set)の定義であり，ファジィ集合がクリスプ集合の拡張であることがわかる。

このファジィ集合は一般に以下のような表記法を用いて表現されることが多い。

$$A=\mu_A(u_1)/u_1+\mu_A(u_2)/u_2+\cdots\cdots+\mu_A(u_n)/u_n \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (7.5.2)$$

$$=\sum_{i=1}^{n}\mu_A(u_i)/u_i , \quad u_i\in U, \quad (U\text{が離散集合}), \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (7.5.3)$$

あるいは，

$$A=\int_u \mu_A(u)/u , \qquad (U\text{が連続集合}). \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (7.5.4)$$

ここで，/はセパレータであり，+は結び(union)を表す。また，/の右側のu_iは，ファジィ集合Aの台(support)あるいは台集合とよばれている。

ファジィ集合の定義に従えば，一般の「数」に対して，ファジィな表現をもつ「数」も記述できる。たとえば“5ぐらい”の数はファジィ集合の表記法によれば以下のようになる[28)]。

$$\{u : 5\text{ぐらい}\}=\cdots+0.0/3+0.5/4+1.0/5+0.6/6+0.0/7+\cdots$$
$$=0.5/4+1.0/5+0.6/6 . \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (7.5.5)$$

ここで，メンバシップ値0の要素は省略可能である。この表記法によれば，従来の数も同様に示すことができ，例えば以下のとおりである。

$$\{u : 5\}=\cdots+0.0/3+0.0/4+1.0/5+0.0/6+0.0/7+\cdots$$
$$=1.0/5(=5) . \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (7.5.6)$$

これはファジィ集合が従来の集合を包含した形で定義されていることを示すものである。

(2) ファジィ数の演算方法

従来のクリスプ数を対象とした演算は，次に述べる2つの方法でファジィ数にも作用させることが可能となる[26),29),30)]。

(a) 拡張原理による方法

fを$U\times V\rightarrow W$なる2項演算$*$（$f(u,v)=u*v$とおく）とし，A,BをそれぞれU,Vにおけるファジィ数とする。$u(\in A)$のグレードを$\mu_A(u)$，$v(\in B)$のグレードを$\mu_B(v)$とすると，2項演算$*$はA,Bに拡張定義され，演算結果は，

$$A*B=\Sigma\{\mu_A(u)\wedge\mu_B(v)\}/(u*v), \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (7.5.7)$$

で与えられるファジィ数である。これを拡張原理という。式(7.5.7)で$\wedge$はminを意味している。また，Σは和集合をとるという意味である。

(b) α－レベル集合による方法

ファジィ数Aのα－レベル集合とは，

$$A_\alpha=\{u\mid\mu_A(u)\geqq\alpha\},\ (0<\alpha\leqq 1), \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (7.5.8)$$

なるクリスプ集合である。分解定理によってファジィ集合とα－レベル集合を結び付けることが可能となる。分解定理とは次のように表せる。

$$A=\bigcup_{\alpha}\alpha A_\alpha,\ (0<\alpha\leqq 1), \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (7.5.9)$$

分解定理によってファジィ集合をクリスプ集合であるα－レベル集合に分解すること，逆にα－レベル集合をファジィ集合に復元することが可能となる。したがって，各レベルごとに演算$*$を行い，その結果を重ね合わせれば，ファジィ数の演算結果を得ることができる。

7.5.3 ブール演算法との組合せによる方法

まず最初に，リンク信頼度をファジィ数で与えることで実用上の支障がないかをみることが必要である。そのため，パイロットスタディとして数学的保証の得られる上・下限値を対象とし，第4章で提案したブール演算法にファジィ理論を組み合わせる[31)]。このように本項では，得られる上・下限値のメンバーシップ関数の形状をみて，その実用性を検討することを目的としている。

対象とするノード間信頼度は，第4章と同じ3×3ネットワークでのノードペア(1,9)である(図7-5-1)。リンク信頼度は，図7-5-2に示す11段階のファジィ数を設定した。計算には拡張原理を用いた。拡張原理による方法では，演算結果のメンバーシップ関数の形状を詳細に知りたい場合に有効である。

また，拡張原理を用いて演算を実行するには，図7-5-2のような連続的ファジィ数は，式(7.5.3)で与えられる離散的ファジィ数に変換しておいたほうがよい。ここでは，u_iを[0,1]間で0.01きざみで離散化してリンク信頼度を表現している。式(7.5.7)から明らかなように，この方法ではAとBの要素間で総当たり式に演算を行う。第4章での結果と比較するために計算方法は同一，すなわち選択パス・カット数をそれぞれ一次独立なパス・カット数である5個，8個として，順序基準(I)とルール③で計算を行う。リンク信頼度は各リンクとも同一値，“0.9ぐらい”，“0.8ぐらい”，“0.7ぐらい”の3ケースを設定した。得られたノード間信頼度のメンバーシップ関数を図7-5-3～5に示す。信頼度が低下するにつれてメンバーシップ関数の台集合のレンジが広がるが，十分解釈可能なノード間信頼度が得られることがわかる。したがって，リンク信頼度にファジィ数を用いても，実用上の有効性はある程度は保たれると考えられる。

7.5.4 交点法との組合せによる方法

本項では，実用的な道路網信頼性解析である交点法にファジィ理論を組み合わせ，その効果を考察する[32),33)]。考察の着眼点として次の2点をとりあげる。

(1) リンク信頼度の値によって近似値のメンバーシップ関数の形状がどう変化するか。

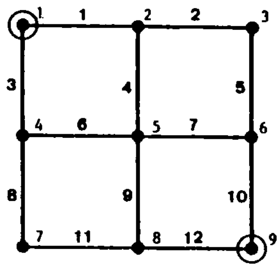


図7-5-1　3×3のネットワーク

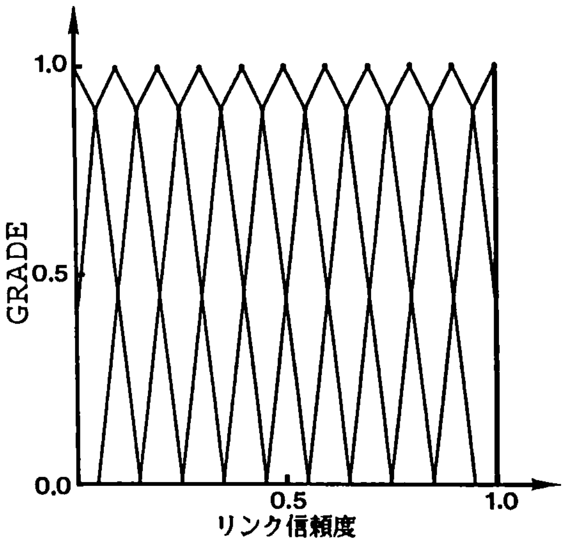


図7-5-2　リンク信頼度のメンバーシップ関数

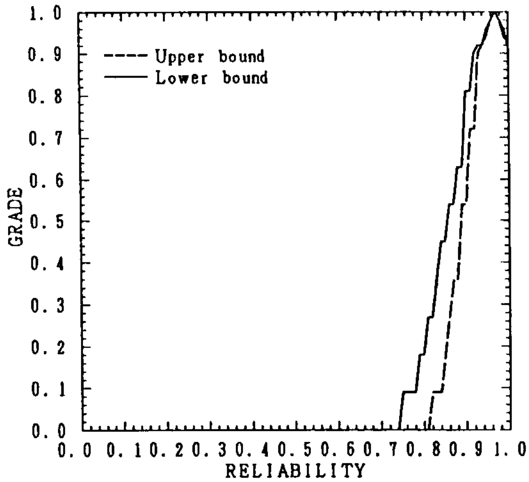


図7-5-3　ノード間信頼度上・下限値のメンバーシップ関数（r_a＝“0.9ぐらい”）

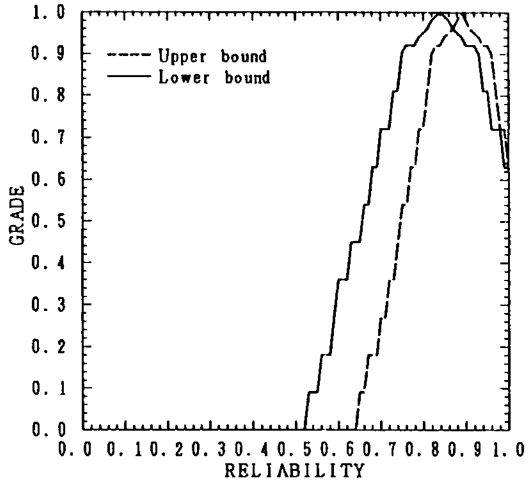


図7-5-4　ノード間信頼度上•下限値のメンバーシップ関数（r_a＝“0.8ぐらい”）

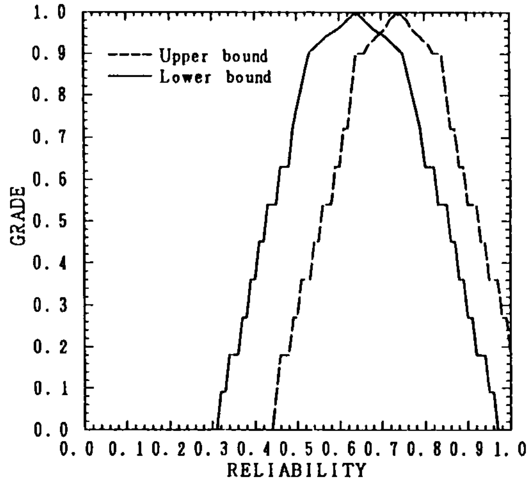


図7-5-5　ノード間信頼度上•下限値のメンバーシップ関数（r_a＝“0.7ぐらい”）

(2)　道路網の規模によって近似値のメンバーシップ関数の形状がどう変化するか。

対象とするノード間信頼度は，3×3ネットワーク(図7-5-1)でのノードペア(1,9)と5×5ネットワーク(図7-5-6)でのノードペア(1,25)である。リンク信頼度は，11段階のファジィ数(図7-5-2)であり，各リンクとも同一値のケース設定とした。計算には，α－レベル集合による方法を用いた。拡張原理ではメンバーシップ関数の形状を凹凸の顕著な場合でも詳細に知ることができる反面，総当たり的な計算を行わねばならず，計算機の記憶容量の点で問題があった。これに対して，α－レベル集合による演算法ではそのメリットは失われるものの，閉区間の端点に演算を行うだけで結果が得られるので計算が容易であり，記憶容量も少なくてすむ。ただし，閉区間のみを対象とした演算の結果，メンバーシップ関数の形状によっては適用が不可能な場合も考えられる。したがって，メンバーシップ関数の形状が単純で，四則演算の複雑な式においては，この演算法が適していると考えられる。α－レベルの設定は，適当な間隔で区間[0,1]上に離散的にとる方が計算量の節約という点で有利である。もちろんこの場合は，演算結果のメンバーシップ関数は離散的な点の集合として求められるが，αの間隔が適当であれば，αを連続的にとった場合のメンバーシップ関数と大きな差はな

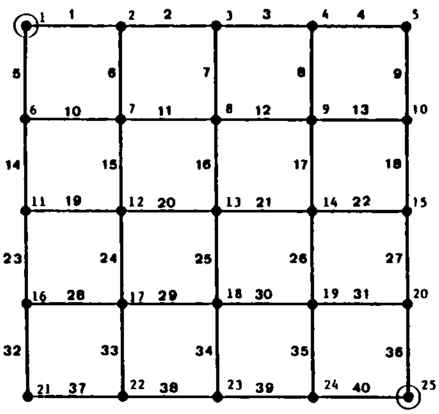


図7-5-6　5×5のネットワーク

いと考えられる。ここでは，αを0.1間隔，すなわち$\alpha=0.0$，0.1，…，1.0という11個のαを設定してメンバーシップ関数を表現している。交点法の計算は，以上のように設定したリンク信頼度をもとに，R_pとR_kの計算を各レベル(α)について行い，交点を各レベル(α)について求める。交点法による信頼度の計算値のα－レベル集合が，11個のαそれぞれについて求められるので，これらを重ね合わせる(分解定理)ことにより信頼度の近似値のメンバーシップ関数が求められる。

それぞれのネットワークにおける近似値のメンバーシップ関数を，図7-5-7，8に示す。これらの図から，ファジィ理論を交点法に適用して得られる近似値は，通常の交点法による近似値(グレード1.0の値に相当する)の周辺に，比較的狭い範囲で分布することがわかる。ただし，ノード間信頼度Rが“0.5ぐらい”の場合には，信頼度の近似値はかなり広い範囲に分布する。この理由は次のように説明できる。ノード間の交通状態が円滑か否かは2値変数ϕで表現できるので，これは2項分布に従う。2項分布の分散は，

$$\mathrm{Var}\ (R)=R(1-R)/N, \quad (N：事象数), \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (7.5.10)$$

で与えられるから，その最大値は$R=0.5$のときである。したがって，リンク信頼度のファジィ性が最もノード間信頼度のファジィ性に影響を与えるのは，ノード間信頼度が“0.5ぐらい”のときであると

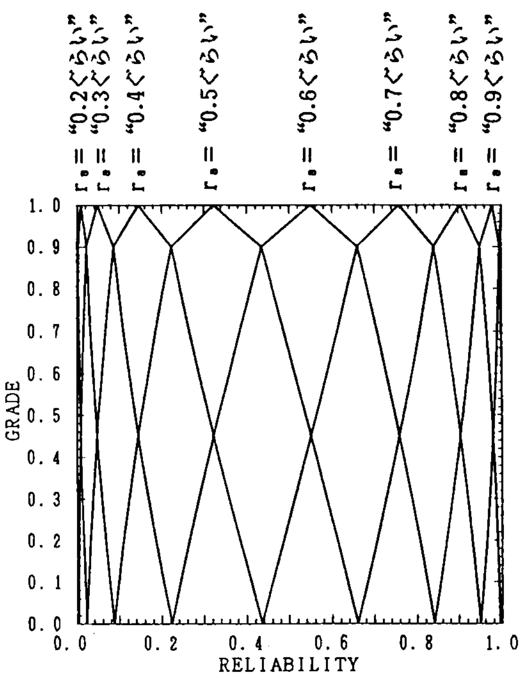


図7-5-7　ノード間信頼度近似値のメンバーシップ関数(3×3のネットワーク)

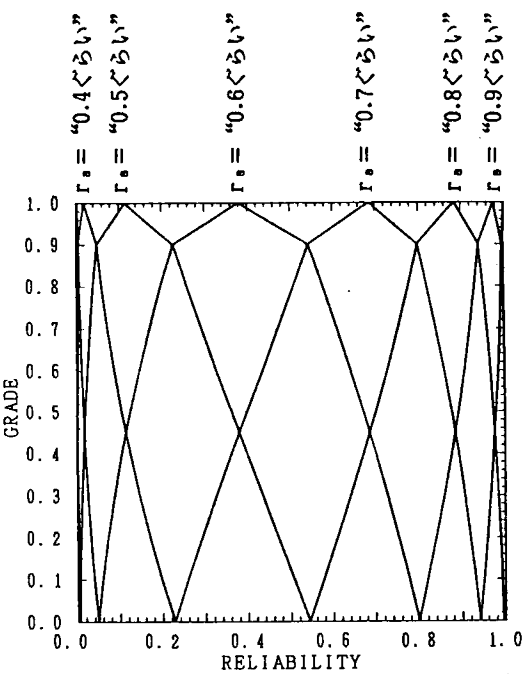


図7-5-8　ノード間信頼度近似値のメンバーシップ関数(5×5のネットワーク)

考えることができる。他の章でもみてきたのと同様，ノード間信頼度が0.5の場合が近似値の分散が最も大きくなるので，この点は信頼性解析で注意を要する点である。

一方，リンク信頼度がそれよりも大きいか小さい場合には，ノード間信頼度のファジィ性は小さくなっている。このことを言語的に述べると，リンク信頼度が“より大きい(小さい)”ときはノード間信頼度は“より大きい(小さい)”値となるが，“中ぐらい”のときはノード間信頼度はかなり幅をもった(曖昧な)値になるといえる。これは一般的見方に一致しており，ファジィ理論による演算の特徴の一つである。以上のことから，ファジィ数によって信頼度計算を行う方法の有効性がある程度は示唆されると考えられる。

次に，道路網の規模によって近似値のメンバーシップ関数の形状がどう変化するかを考察する。同一のリンク信頼度について，２つのネットワークの近似値のメンバーシップ関数を比較対照してみると，５×５ネットワークの方が若干α－レベル集合の上界値と下界値の幅が大きくなることがわかる。したがって，本方法を大規模ネットワークに適用する場合には，近似値が比較的広い範囲をとり，解釈が困難となる可能性がある。

7.5.5　ファジィ理論適用上の課題

(1)　リンク信頼度の与え方

本節では，すべてのリンク信頼度をファジィ数として与えたが，上述のように大規模ネットワークですべてのリンク信頼度をファジィ数で与えると，α－レベル集合の上界値と下界値の幅が大きくなって実用的な信頼度の近似値が得られなくなる可能性がある。特に，信頼性解析の計算過程では，同一変数が何度も利用される現象が生ずるが，この変数のファジィ性が大きいとノード間信頼度のファジィ性に与える影響が大きい。ところで，実際の道路網信頼性解析においては，信頼度計算に頻繁に利用されるリンクとそうでないリンクとがあり，前者のリンクは信頼度計算で重要な役割を果たしていると考えられる。飯田・若林[34)]は，リンクの確率重要度を分析しているが，ノード間信頼度に大きな影響を及ぼすリンクとは次のようなリンクであることを示した(**4.6**参照)。

①　生起確率の大きいミニマルパス・カットに共通して含まれるリンク。

②　対象ノードペアの起終点ノードに直結するリンク。

このことから類推して，リンク信頼度を①，②のリンクについては詳細な統計的調査によってクリスプ数として決定し，それ以外のリンクについては比較的簡略な調査によってファジィ数として決定すればよいと考えられる。以上のことは，リンク信頼度をファジィ数で与えることによって，入力データ収集の簡略化を図ろうとする本節での目的にも合致する。同時に，リンク信頼度のデータ収集に要する費用の効率的配分にも寄与すると考えられる。

(2)　リンク信頼度のメンバーシップ関数の与え方

リンク信頼度のメンバーシップ関数の決定法には合理的な方法論が確立されておらず，統計的に得られるクリスプ数としてのリンク信頼度と，交通管制センターやドライバーによる経験的なリンク信頼度との関係を分析する必要がある。

(3) ネットワーク集計化法との組合せ

前節で詳しく述べたように，ネットワークをブロックに分割し，ブロック毎に信頼度を計算して集計化ネットワークで信頼性解析を行う方法を考えている。この場合，対象ノードペアのノードは，厳密に指定するのではなく，地域を代表するノードとして設定する。したがって，得られる信頼度は地域間信頼度となり，ネットワーク全域に対する信頼性のマクロ的解析に有効な方法であると考えられる。この場合，リンク信頼度は，厳密に固定した値として与えるのではなく，ある程度の幅をもった数値として与えた方が現実的である。このように，ネットワーク集計化法にファジィ理論を組み合わせた信頼性解析法が考えられ，この検討が必要である。

最後に，ファジィ理論は人間のもつ「明晰であるが判明でないもの 注)」を対象として展開されたといえ[35]，これこそが「ファジィ」のもつ本質的意義であると思われる。人間の判断や評価を明示的に取り扱える長所をもつファジィ理論の工学分野への応用は，最近盛んになってきたもののまだ歴史が浅く，信頼性解析の分野への適用も今後の研究進展に期待されるところが大きいと考えられる。

注) これに対し，「明晰でもなく判明でもない」とする立場も存在する[36]。これは「明晰」や「判明」の捉え方の相違から生じると考えられる。中村[35]は，「明晰に認識されるのは粗雑に認識されるものであり，判明に認識しようとすれば認識は多様化し，概念の一元的核は破裂してしまう」としている。これに対し菅野[36]は，デカルト哲学における「明晰(claire)」すなわち，「注意する精神に現前し，その実在性を疑いえないもの」を用いており，「判明(distinct)」は「明晰であって同時に他のすべてから区別され，明晰なもののみをみずからの内に含む認識」としている。ここでは，「ある値付近にリンク信頼度は存在するが確かなものとしては捕捉できない」すなわち「ある枠内にあることは確かであるが，その在り様を判明にはできない[35]」というリンク信頼度の不確定性の意味から中村の表現を用いた。

7.6 交点法の直線近似による信頼性解析

前節までは，ネットワークの簡略化等によって信頼性解析を効率化する方法を考察した。本節では，これらとはまったく異なった観点から交点法を大規模ネットワークに適用する方法を考察する。この方法は，交点法の次のような図形的特性を利用したものである。すなわち，ミニマルパス・カット選択数が大きくなるとパス・カット曲線の変化が緩慢になる性質を利用し，曲線の一部を直線に近似して交点を求める方法である[37]。したがってこの方法は，交点法の図解法とでもいうべき方法である。大胆な方

法であるかもしれないが，この方法により選択パス・カット数を減少させることが可能となり，さらに，ネットワーク簡略化を行わずに大規模道路網の信頼性解析が行えるという長所がある。

交点法のパス・カット曲線の形状は，ネットワーク規模やノードペア，信頼度により変化するが，曲線の変化は共通の挙動を示す，すなわち，ミニマルパスによる計算値は増加関数であり，最初の数個のパスによって曲線は急速に増加し，その後次第に傾きが減少して曲線の増加が微小になり，ほぼ水平に近い緩やかな勾配となる。ミニマルパスが生起確率順に選択されると，曲線の勾配は単調減少することが保証される(付録B参照)。一方，ミニマルカットによる計算値は，上限値から始まる単調減少関数で，やがて曲線の減少が微小になり，緩やかな下り勾配となる。

交点が，少ないパス・カット選択数で決定される場合には問題はないが，ネットワークが拡大した場合，交点発生に多くのパス・カットが必要になる場合がある。交点の発生が遅れるのは，パス・カットによる計算値の変化が微小で，両曲線が接近していてもなかなか交差しない場合である。そこで，交点の発生が遅い場合には，パス・カット曲線の変化が緩慢になって直線状になる性質を利用して，適当な時点でパス・カットの選択を打ち切り，その後の曲線を直線で置き換えて交点を求めることを考える。パス・カットの選択を打ち切る判断は，曲線の勾配の絶対値が一定基準以下になった場合とする。この判断の基準となる勾配の絶対値を，“基準勾配”とよぶことにする。このように，直線近似により信頼度曲線の後半を省略できれば，探索に必要なパス・カット数を大幅に減少させることができ，きわめて効率のよい信頼性解析が期待できる。以下では，簡単なモデル計算によってこの直線近似による信頼度近似値と従来の交点法による近似値とを比較し，その有効性を検討する。

京都市ネットワークを用いてモデル計算を行う。モデル計算では，直線近似の判断の基準となる基準勾配と近似値との関係および，直線近似による計算短縮の効果について考察するのが目的である。基準勾配の数値は，一般にパスよりもカットの方が勾配の絶対値は小さいので，パスの基準勾配を 0.2 から 0.005 まで 6 段階に変化させ，カットは 0.1 から 0.0025 まで 6 段階に変化させて，これらの組合せで与えた。

モデル計算の対象は，交点発生の遅れるケースNS(パス・カット選択数は約40)である。計算結果を表7-6-1に示し，直線近似の様子の一例を図7-6-1に示す。このケースでは，カットによる計算値の変化が非常に小さく，勾配の絶対値は最大でも 0.0022 であるので，基準勾配にすべてのケースで達してしまう。したがって，どのケースでも 2 つのカットで直線近似が行われる。得られた近似値とオリジナル交点法との誤差は，最大でも約 0.01 であり精度はよいといえる。他のケース(EW1，X)についても計算を行った結果，オリジナルの交点法との誤差は最大 0.03 であり，実用上の問題は少ないといえる。パス・カットの選択数も約 1/2 に減少させることができる。また，基準勾配を小さくするとオリジナルの交点法との誤差は小さくなることが確認できる。このことは，ある程度の数のパス・カット選択の後に

直線近似を行う方が精度が上がることを示している。

以上述べたように，この方法は少ないパス・カット選択数で信頼度の近似値が得られるので，大規模ネットワークに対しても有効であると考えられる。この方法における今後の課題を述べる。

(1) 適切な基準勾配の値を与える必要がある。また，ここでは基準勾配を固定して与えたが，直線近似のための判断基準を基準勾配とするのではなく，パス・カット曲線の勾配の変化率がある値以下にな

表7-6-1　直線近似による交点計算結果（ケースNS）

基準勾配 パス＼カット	0.1	0.05	0.025	0.01	0.005	0.0025
0.2	0.9754 0.0395 2　2	0.9754 0.0395 2　2	0.9754 0.0395 2　2	0.9754 0.0395 2　2	0.9754 0.0395 2　2	0.9754 0.0395 2　2
0.1	0.9754 0.0395 2　2	0.9754 0.0395 2　2	0.9754 0.0395 2　2	0.9754 0.0395 2　2	0.9754 0.0395 2　2	0.9754 0.0395 2　2
0.05	0.9590 0.0231 5　2	0.9590 0.0231 5　2	0.9590 0.0231 5　2	0.9590 0.0231 5　2	0.9590 0.0231 5　2	0.9590 0.0231 5　2
0.025	0.9597 0.0238 7　2	0.9597 0.0238 7　2	0.9597 0.0238 7　2	0.9597 0.0238 7　2	0.9597 0.0238 7　2	0.9597 0.0238 7　2
0.01	0.9410 0.0051 11　2	0.9410 0.0051 11　2	0.9410 0.0051 11　2	0.9410 0.0051 11　2	0.9410 0.0051 11　2	0.9410 0.0051 11　2
0.005	0.9259 -0.0100 20　2	0.9259 -0.0100 20　2	0.9259 -0.0100 20　2	0.9259 -0.0100 20　2	0.9259 -0.0100 20　2	0.9259 -0.0100 20　2

信頼度の基準値	0.9359
直線近似をしない交点法の値	0.9647
直線近似をしない交点法での必要なパス・カット数	39

（注1）基準勾配：曲線の勾配の絶対値
（注2）表の見方

信頼度の計算値	→	0.8821
基準値との誤差	→	0.0551
直線近似または交点発生に必要としたパス(左)・カット(右)数	→	1　2

った場合とするなど，他の判断基準を検討する必要がある。

(2) 本ケースではパス・カットを生起確率順に並べ変えず，n 番目最短経路探索によって得られるパス・カットをそのままの順で用いている。パス・カットを並べ変える作業の追加は，事前にある程度の数のパス・カット探索を行うことを意味しており，パス・カット選択数を抑えるという直線近似法の本来の目的とは相反するものとなるが，検討を要する問題であると考えられる。

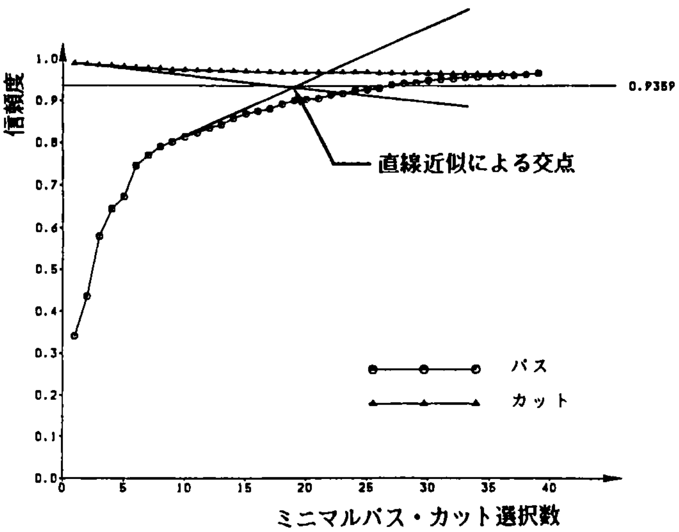


図7-6-1　直線近似による交点法

(3) ここでは，簡単な計算例を示したのみなので，今後は多くの事例を蓄積するとともに，より大規模なネットワークでの近似値の精度を検討する必要がある。

7.7 結　語

本章では，より大規模な広域道路網での信頼性解析を効率的に行うため，計算の簡略化を目的とした種々の方法を試み，それぞれの特徴を考察した。

第2節では，大規模道路網での信頼性解析の簡略化方法を，ミニマルパス・カットの集約化という観点から整理・考察した。交通量配分の分野で行われているネットワーク集計化法と比較し，信頼性解析のためのネットワーク簡略化法として，ネットワーク限定による方法とネットワーク分割による方法を提案した。

第3節では，ネットワーク限定による信頼性解析を考察した。ネットワーク限定とは，大規模道路網からノードペアに応じて部分的なネットワークを抽出して信頼性解析を行う方法である。ネットワークをノードペアに応じて限定すると，ノード間の利用経路が限られているという交通の性質とも合致し，実用上からも好ましい方法であると考えられる。対象ノードペアに囲まれた区域，およびその周囲に1リンク分の範囲を加えた区域を限定ネットワークとすれば，近似値が上限側に発生するという交点法の性質を相殺し，信頼度の厳密値と同等か，あるいはやや低い値を得られる(安全側の情報を与える)ことが明らかとなった。またこの方法は，他の信頼性解析法と組み合わせて利用することが可能である。

第4節では，ネットワーク分割による方法として，①バンドリング法による方法，②パスネットワーク・カットネットワークによる方法，③標準型ネットワークによる方法を検討した。バンドリング法は，ネットワークを特に単純な表示に変換したい場合に有効であり，計算がきわめて簡単となる特徴がある。計算値はやや粗い値となるが，ノードペア起終点付近のリンク情報を保存することにより値を改善することができる。パスネットワーク・カットネットワークモデルは，集計化リンク作成の作業量が大きいのが欠点であるが，オリジナルネットワークでの重要なミニマルパス・カットを構造上保存できる点で理論的整合性がとれており，得られる信頼度の精度も良好である。これら2つの方法では，ノードペア毎に特有の形状の集計化ネットワークが作成され，多数のノードペアを対象とする場合には作業量が増加するという欠点がある。これに対し，標準型ネットワークによる信頼性解析法は，ネットワークを普遍性のあるシステムに変換する点が特徴である。このことにより，ネットワーク集計化以降の信頼性解析法を共通化できる利点が生じる。このため，多数のノードペアを対象に効率的な信頼性解析が行える方法として今後検討の余地のある方法である。

第5節では，リンク信頼度の不確定性および，マクロレベル信頼性解析での利用という2観点から，ファジィ理論を信頼性解析に適用する方法を考察した。ファジィ理論では，データの不確定性を有したまま解析が行える点に有用性が存在する。計算の結果，リンク信頼度をファジィ数で与えても有効な信頼度が得られることが明らかとなった。しかし，大規模ネットワークですべてのリンク信頼度をファジィ数として与えると，メンバーシップ関数のα－レベル集合の上界値と下界値の幅が大きくなって実用的な信頼度の近似値が得られなくなる可能性がある。そこで，実際の道路網信頼性解析においては，信頼度計算に頻繁に利用されるリンクとそうでないリンクとがあるのに着目し，前者については詳細な統計的調査によってクリスプ数として決定し，それ以外のリンクについては比較的簡略な調査によってファジィ数として決定すればよいと考えられる。この方法によって，大規模ネットワーク解析における入力データ収集の簡略化が図れ，リンク信頼度のデータ収集に要する費用の効率的配分に寄与すると考えられる。

第6節では，これまでの方法とはまったく異なった観点から大規模ネットワークへの交点法の適用法を考察した。この方法は，交点法の図解法とでもいうべきものであり，ミニマルパス・カットの選択数が増加すると両曲線の変化が緩慢になる性質を利用し，これらの曲線を直線に置き換えて交点を求める方法である。ここで試みた方法は初期的な方法であり，直線近似の判断基準の与え方等改良の余地が相当残っているが，数値計算の結果，この方法とオリジナルの交点法との誤差はきわめて小さく，実用的な近似値が得られることを確認した。少々大胆な方法であるが，ネットワーク簡略化を行わずに信頼性解析が行えるという特徴もあり，大規模ネットワークに対しては有効な方法であるといえる。

なお，本章で検討した種々の方法には，単独で用いるだけでなく組み合わせて利用することによって

より有効性を発揮するものもある。例えば，ネットワーク限定による方法は，他のすべての方法と組み合わせることが可能であり，効率の向上に寄与すると考えられる。また，標準型ネットワークによる集計化法とファジィ理論による方法の組合せは，ネットワークのマクロ的信頼性解析に効力を発揮すると考えられ，今後発展の余地のある方法であると考えられる。

以上，大規模ネットワークを対象とした各種の信頼性解析法について考察した。それぞれの方法とも，計算の簡便性と効率化はある程度達成されたものと考えられる。今後は計算例を豊富に蓄積してそれらの特性をさらに検討し，解析法の発展を図ることが課題であると考えられる。

第7章　参考文献

1）枝村俊郎・森津秀夫・木下暢男・樋口和夫：配分対象道路網作成の自動化，第3回土木計画学研究発表会講演集，pp. 341－349，1981.

2）Haghani, A.E. and Daskin, M.S.: Network Design Application of an Extraction Algorithm for Network Aggregation, Transportation Research Record 944, pp. 37–46, 1983.

3）Bovy, P. H.L. and Jansen, G.R.M.: Network Aggregation Effects upon Equilibrium Assignment Outcomes : An Empirical Investigation, Transportation Science, Vol. 17, No. 3, pp. 240–262, 1983.

4）Wilson, E.M., Matthias, J.S. and Betz, M.J.: A Traffic Assignment Planning Model : The Load-Node Concept, Transpn. Res., Vol. 8, pp. 75–84, 1974.

5）Chan, Y.: A Method to Simplify Network Representation in Transportation Planning, Transpn. Res., Vol. 10, pp. 179-191, 1976.

6）Manheim, M.L.: Fundamentals of Transportation Systems Analysis, Vol. 1,: Basic Concepts, The M.I.T. Press, pp. 472–484, 1979.

7）Eash, R.W., Chon, K.S., Lee, Y.J. and Boyce, D.E.: Equilibrium Traffic Assignment on an Aggregated Highway Network for Sketch Planning, Transportation Research Record 944, pp. 30-37, 1983.

8）Daganzo, C.F.: An Equilibrium Algorithm for the Spatial Aggregation Problem of Traffic Assignment, Transpn. Res.-B, Vol. 14B, pp. 221–228, 1980.

9）Daganzo, C.F.: Network Representation, Continuum Approximations and a Solution to the Spatial Aggregation Problem of Traffic Assignment, Transpn. Res.-B, Vol. 14B, pp. 229–239, 1980.

10）内山久雄・榾田宜彦・松本健二郎：大規模ネットワークを対象とした交通量配分モデル，土木学会第36回年次学術講演会概要集第4部，pp. 391－392，1981.

11）内山久雄・林　良嗣・槇谷博光・大島邦彦：大規模交通ネットワークにおける経路探索の簡略化手法に関する研究，第4回土木計画学研究発表会講演集，pp. 413－419，1982.

12）内山久雄・榾田宜彦：階層化手法によるネットワークアサイメント，土木学会第37回年次学術講演会概要集第4部，pp. 393－394，1982.

13）Hearn, D.W.: Practical and Theoretical Aspects of Aggregation Problems in Transportation Planning Models, Transportation Planning Models(Florian, M. editor), North-Holland, pp.

257−287, 1984.

14) 林　良嗣・林由起夫・野口宏一：階層的経路探索を用いた大規模道路網配分計算の簡略化手法，土木学会第37回年次学術講演会概要集第4部，pp. 395−396，1982.

15) 飯田恭敬・高山純一・横山日出男：メッシュ分割によるネットワーク表示の簡略化手法を用いた交通量配分計算法，土木計画学研究・論文集2，pp. 149−156，1985.

16) 高山純一：リンクフロー観測値に基づいた道路網交通需要分析モデルに関する方法論的研究，pp. 183−236，京都大学学位論文，昭和63年.

17) 飯田恭敬・朝倉康夫・広川誠一・鷹尾和享：ネットワークの分割およびバンドリングによる交通量配分計算の簡略化，土木計画学研究・講演集11，pp. 227−234，1988.

18) 吉木　務：大規模道路網信頼度に対する近似計算法の開発研究，京都大学修士論文，1989.

19) 若林拓史・飯田恭敬・吉木　務：道路網信頼性解析へのネットワーク集計法の適用，土木計画学研究・講演集12，pp. 567−574，1989.

20) 飯田恭敬・若林拓史・吉木　務：ネットワーク集計による道路網信頼性解析，土木学会第44回年次学術講演会概要集第4部，pp. 512−513，1989.

21) 前掲18)

22) 前掲17)

23) 前掲17)

24) 白石成人・古田　均・小山徳成：ファジィ理論を用いた不静定構造物の信頼性評価，第3回ファジィシステムシンポジウム講演論文集，pp. 255−261，1987.

25) Computer Today 1988/5，No. 25, pp. 11−16，サイエンス社，1988.

26) 水本雅晴：最近のFuzzy集合理論，数理科学，No. 191，pp. 15−20，1979.

27) 水本雅晴：Fuzzy論理とFuzzy推論，数理科学，No. 284，pp. 10−18，1987.

28) 秋山孝正：ファジィ理論の土木計画分野における適用に関する整理と展望，土木学会論文集，No. 395/IV−9，pp. 23−32，1988.

29) 水本雅晴：ファジィ理論とその応用，pp. 83−86 and pp. 34−37，サイエンス社，1988.

30) 寺野寿郎・浅居喜代治・菅野道夫：ファジィシステム入門，pp. 27−35，オーム社，昭和62年.

31) 若林拓史・片岡孝之・久末信幸：道路網信頼性解析へのファジィ理論の適用，第5回ファジィシステムシンポジウム講演論文集，pp. 385−389，1989.

32) 飯田恭敬・若林拓史・吉木　務・中川真治：ファジィ変数を用いた道路網信頼性解析，平成元年度土木学会関西支部年次学術講演会概要集，pp. IV−12，1989.

33) 若林拓史・飯田恭敬・中川真治：ファジィ理論を適用した交点法による道路網信頼性解析，土木学

会第44回年次学術講演会概要集第4部, pp. 510－511，1989.

34) 飯田恭敬・若林拓史：ブール代数を用いた道路網ノード間信頼度の上・下限値の効率的算出法，土木学会論文集, №395/Ⅳ－9，pp. 75－84，1988.

35) 中村雄二郎：ファジィと新しい科学認識論，中村雄二郎他『ファジィ：新しい知の展開』，pp. 1－28，日刊工業新聞社，1989.

36) 菅野道夫：ファジィ理論の展望，pp. 26－27，サイエンス社，1989.

37) 前掲 18)

第8章　結　　論

第8章　結　　論

交通の形態が根本的に変わらない限り，どの時代にあっても道路網は都市・地域の発展や人々の生活を支える普遍的かつ基礎的基盤施設であることに異論はないであろう。そのため，道路網整備水準指標は，ネットワークの機能面での過不足を議論して今後の交通網の整備すべき方向を示す重要な役割を果たしている。特に，現在の都市域では交通問題が深刻化しており，なかでも随所に見られる渋滞は不経済非能率そのものであって，人的損失，時間の損失，エネルギーの損失，環境問題等，都市の存在基盤を危うくさせるほどの危機的状況を呈している。道路網整備水準指標は，従来，道路延長や道路率，あるいは改良率や舗装率等の量的物理的な指標で論ぜられてきた。しかし，都市域の交通混雑を背景として，今後は道路網の質的水準を計量化して新たな整備水準指標とする必要があると考えられる。混雑に関しては混雑度や整備率という指標も存在するが，道路網を面的に捉えた指標ではなく，今後積極的に道路網評価をネットワーク論的に考えた指標が必要になると考えられる。

本研究では，道路網のサービス水準の新しい指標として信頼性を考え，信頼性グラフ解析（Reliability Graph Analysis, R G A）に基づいた信頼性解析方法を提案した。この信頼性解析法は平常時の道路網評価に重点をおいたものとなっており，日常的な経路に基づいた信頼性解析法である点に特徴がある。また，本研究で提案した信頼性解析法の共通の特徴は，ノード間のミニマルパス・カットのうちの一部を用いる点である。従来の方法では，すべてのミニマルパス・カットを必要とするので，パス・カット数がネットワークの拡大にともなって急増し，信頼度の計算量が膨大となるばかりでなく，その探索作業すら困難となっていた。道路網は大規模システムであるので，本研究で提案するようにミニマルパス・カットのうちの一部を選択して利用する方法は，計算量を大幅に縮小する点できわめて有効となる。さらに，これらのパス・カットを道路網上での実際の経路や交通断面を反映するように選択することができるので，交通工学的特性を考慮した信頼性解析が可能となっている。

本研究では，道路網の信頼度をノード間が円滑な交通サービスで連結される確率と定義した。そして，リンクをシステムを構成するユニットと位置づけ，リンク信頼度を与件としたノード間信頼性解析法の開発とその解法を研究した。各章の内容とまとめについては，それぞれの章の概説と結語において論じているので，以下ではそれらを要約して回顧するとともに，全体的な視点から今後を展望し，本研究の結論としたい。

第1章では，交通の諸特性を考慮しながら，効率的でかつ解精度も保証される道路網信頼性解析法の開発とその解法を解明することの必要性を述べた。さらに，今後の道路網整備のあり方について計画論的視点から議論を展開した。

第２章では，道路網をエレクトロニクス・機械システム等の分野でのシステムやライフラインシステムと比較し，道路網信頼性解析固有の特徴を明らかにした。ここで明らかにされた道路網信頼性解析の第１の特徴は，交通の経路を考慮する必要がある点である。すなわち，電気回路や通信ネットワークでは，本来の経路が利用不能となった場合は相当な迂回経路でも許容されるのに対して，交通の場合は長大な迂回はせず，迂回をするにしてもその経路は限定されるという性質がある。また，信頼性を道路網整備水準の評価指標とするためには平常時の交通挙動をベースに議論する必要があり，そのためには日常的な選択経路を考慮した信頼性解析法が必要である。第２の特徴は，一般のシステムでは考慮の対象とするシステム信頼性が単一であるのに対し，道路網ではマルチコモディティフローの性質により，多数のＯＤペアの信頼性を対象とする必要がある点である。しかしながら，ＯＤペアが多数であっても経路を考慮する必要があることから，２点間信頼度を基本に考えることが重要である。したがって，多数のＯＤペアに拡張することを前提に，２点間信頼度をできるだけ簡便に求める方法を開発することが重要となる。第３の特徴は，要求される解精度に相違がある点である。原子力発電所や化学プラント，旅客機等ではシステムの故障が事故や災害に直結するので使命達成要求がきわめて高く，したがって信頼性解析でも高精度が要求される。これに対し，道路網信頼性は，長期的にみた道路網整備を議論するためのもので高精度はそれほど要求されないと考えられる。リンク信頼度の推定精度が高くないという理由もある。したがって，他のシステムよりも大胆な解析を行える余地があるといえる。また，本章では，RGA，FTA２種類の信頼性解析法を比較整理した。その結果，RGAはシステムが機能するためのプロセスを記述する点，システムの表現方法が道路網と同じグラフ理論を基礎としている点から，ＲＧＡ的アプローチが道路網信頼性解析法の構築に適切であることを示した。

第３章では，信頼性グラフ解析法を道路網信頼性解析に適用する方法を考察した。まず最初に，信頼性グラフ解析に関する基礎的理論を構造関数およびその構成法を中心に整理した。次に，従来提案されている信頼度計算法を，厳密値計算法，近似計算法の順に分類・整理し，道路網への適用性を考察した。ここでは，厳密値計算法および近似計算法はいずれもネットワーク拡大にともなって計算量が指数的に増加するが，その増加量を規定する要因によっていくつかのグループに分類できることを明らかにした。つまり解析方法の計算量は，2^l，2^p，2^k，l^N（l：総リンク数，p：ミニマルパス数，k：ミニマルカット数，N：計算の繰返し回数）のいずれかで説明できる。総リンク数 l は，与えられたネットワーク固有の数値であるので，l に規定される方法では計算の実行可能性がネットワーク規模に制約される。これに対し，p，k に規定される方法では，パス・カット数を操作変数とすることでネットワークの拡大に対処でき，道路網の信頼性解析に有効であることを示した。この観点から近似解析法を，すべてのミニマルパス・カットを利用する方法と部分的なミニマルパス・カットを利用する方法とに分類した。また，計算過程でブール演算を利用するか否かでも分類し，これらの組合せで得られる信頼度の性質を明らかにし

た。これらの考察の結果，道路網信頼性解析には部分的なミニマルパス・カットと構造関数に基づく方法が有効かつ適切であることを示した。

第 4 章では，第 3 章で提案した方法のうち，部分的なミニマルパス・カットを選択し，ブール演算によって信頼度の上・下限値を算出する方法を考察した。少数のミニマルパス・カットの利用によって，大幅に計算量が削減可能となる。また，これらのパス・カットが実際的な経路や交通断面を反映するので，交通工学的に意味のある信頼性解析が行えることを明らかにした。次に，ブール代数を用いて信頼度計算を行う数式処理アルゴリズムを提案した。次に，良好な上・下限値を得るためのパス・カットの選択方法を論じた。この選択問題は，順序基準と選択ルールの 2 段階から構成されている。簡単なネットワークを対象にモデル計算を実行し，良好な近似値を得るには，パス・カットを生起確率の順に選択する方法が優れていることを明らかにした。さらに明らかになったことは，パス・カットの選択問題が n 番目最短経路探索問題として定式化できることを示した点である。問題をこのように置き換えることによって，ミニマルパス・カットをあらかじめすべて求めておいて，これらを順序づける必要はなくなる。さらに， Dijkstra 法等の交通需要解析の分野で確立された方法によって信頼性を解析できる道を開くことができた。

第 5 章では，部分的なミニマルパス・カットを利用し，さらにブール演算を省略した信頼性解析法を提案した。交点法と名付けたこの方法は，パスによる計算値とカットによる計算値がそれぞれパス(カット)数に関して単調増加(減少)する性質を利用し，両曲線が交差する点をもって近似値とする方法である。交点法の特色は，部分的なミニマルパス・カットの利用とブール演算の省略という計算の簡略化に加え，ネットワークのつながりやすさを表現するミニマルパスと，ネットワークの切れやすさを表現するミニマルカットという対立する概念を組み合わせた点にある。得られる近似値は，すべてのミニマルパス・カットを利用して得られる Esary·Proschan の上限値と下限値にはさまれた値となることが保証される。部分的なパスやカットしか必要としないこと，ブール演算を経由しないことから，本解析法は従来の解析法に比較して計算量がきわめて少なくてすむという大きな特徴を有している。そのため，大規模ネットワークに適用可能な方法となっている。簡単なネットワークに対し数値計算を実行し，その有効性を確認した。パス・カットの選択問題は第 4 章同様， n 番目最短経路探索問題となる。第 5 章では，基本的な考え方を示すために道路網を無向グラフとして議論を展開した。しかし，現実の道路網には往復交通が存在するので，ネットワークが有向グラフとして表現される場合も考察した。その結果，対象ネットワークが有向グラフとなっても，計算に必要なパス・カットの探索問題は同じく n 番目最短経路探索問題となることを明らかにし，一般的な道路網の信頼性解析に対しても交点法は有効であることを示した。

第 6 章では，第 4 章，第 5 章で提案したブール演算法および交点法の有効性を，ネットワークサイズや形状，リンク信頼度等の諸条件を変化させて考察した。ここではネットワーク規模が拡大するので，

近似計算法の有効性の判断基準となる厳密値が計算困難となる。そこで，リンク信頼度を与件としてノード間信頼度を求めるというモデルの入出力構造では共通で，原理的には異なる方法として，モンテカルロ法を導入した。ブール演算法および交点法に，直接サンプリングによるモンテカルロ法と限定サンプリングによるモンテカルロ法を加え，これらの4解析法について，解精度や効率性，さらに交通工学的意味も含めて比較分析し，実際道路網への適用性を考察した。さらに本章では，n 番目最短経路探索問題の近似解法のアルゴリズムを提案した。

仮想ネットワークおよび実規模ネットワークを対象に計算を行った結果をまとめると，各方法には一長一短があり，対象とするシステムの規模に応じて適切な方法を選択する必要があるといえる。これらをまとめると以下のとおりである。システムが小規模で，かつ厳密値の計算が困難な場合には，上・下限値の得られるブール演算法が有利である。システム規模が大きくなると，ブール演算法のメリットが少なくなり，代わりに交点法やモンテカルロ法の実用性が顕著となる。さらにネットワーク規模が拡大し現実規模のシステムになると，モンテカルロ法では計算時間が膨大化する。このような大規模システムにおいても，交点法では計算の増大量はわずかで済み，実行可能性は保証されている。精度はモンテカルロ法に比べて優れているとはいえないが，道路網の整備水準指標の精度としては，支障となることは少ないと考えられる。したがって，交点法は，道路網の信頼性解析にとってきわめて有用な方法であることが明らかとなった。なお同時に，分散減少法がきわめて高精度の近似値を得られる方法であることを確認した。しかし，要求される解精度の相違から，現時点での道路網整備水準における信頼性解析にとっては，少々ぜいたくな方法であるとともに手間のかかる方法であると考えられる。別の目的で分散減少法を利用しようとする場合に，本研究での成果が参考になれば幸いである。

第7章では，さらにネットワークが大規模になり，広域道路網を対象とした場合の諸方法を考察した。ネットワーク表示をそのまま利用すると計算量が膨大化するからである。したがって，ネットワークの簡略化あるいは信頼性解析法の簡略化が有効となる。ここでは，ネットワーク限定による方法，ネットワーク分割・集計化による方法，ファジィ理論との組合せによる方法，図式解法的方法を考察した。ネットワーク表示の簡略化による方法では，より少ないパス・カット数で信頼度が得られる効果を確認した。図式解法は今後洗練が必要であるが，きわめて簡単な計算で大規模ネットワークの解析が行える可能性を有している。なお，本章ではいくつかの課題も残している。なかでも，標準型ネットワークによる解析法は，実用的方法として今後検討の余地のある方法である。さらに，広域道路網の解析法として，より効率的でシステマティックな方法の開発も必要である。また，信頼性解析を支援するシステムの開発の必要性も高いと考えられる。

このように，結論として得られたいくつかの信頼性解析法は，経済性と簡便性に優れ，解精度も保証されている。さらに，実際的な道路網の信頼性評価にも利用可能であり，その際も良好な精度が得られ

るものである。リンク信頼度を与件とした道路網信頼性解析法を開発するという本研究の目的は，以上によっておおむね達成されたと考えられる。今後は，この研究に基づいてさらに道路網信頼性解析を展開する必要がある。そこには，実際的，応用的な課題が残されているとともに，さまざまな発展の余地を残している。最後にそれらのうちのいくつかを列挙して研究のまとめとしたい。

(1) 本研究では，リンク信頼度を与件とした信頼性解析法を開発した。今後は，交通量を明示的に考慮し，リンク信頼度を内生的に得ることのできるモデルの開発が必要である。さらに，現実道路網における交通量観測データから，そのデータが少数であっても，簡便にリンク信頼度が推定可能なモデルの開発が重要である。これらのモデルと本研究での成果を結合することにより，経路交通フローの変化に伴うネットワーク信頼度の変化を記述できる。この方法の開発によって，道路計画のより実際的な代替案比較，交通規制や制御による信頼性向上効果の推定，あるいは情報提供等による信頼性の確保等が可能となる。このためには，交通規制や制御，情報提供によって短期的・長期的に変動するドライバーの経路選択行動の研究も必要である。

(2) 所要時間の信頼性問題への展開が必要である。本研究では，円滑状態という最も基本的でかつ明確に定義できる交通流を基本に議論を展開してきた。今後の道路網システムでは，想定する移動速度によって確実に旅行時間を計算できることが重要になると考えられる。リンク毎に所要時間の確率分布あるいは所定時間での通過確率を考えることにより解析が可能となると考えられるが，想定すべき速度の考え方，およびその設定によって時間信頼性が大きく変化する点が問題になると考えられる。またこの場合は，都市間における高速移動の確保とともに，都市周辺および都市内における円滑な走行移動の確保がきわめて現実的かつ政策的な課題となってくる。

(3) ネットワーク構成問題，あるいはネットワークの信頼性設計への展開が必要である。システムの変数を計画変数と挙動変数とに分類すれば，信頼性解析はある交通現象のもとでの挙動変数をもとになされる。したがって，ネットワーク構成問題では，この挙動変数をいかに計画変数化するかという点が問題となろう。また，解析途上で必要となる交通量配分問題は，現時点では解析的に求解困難であるので，アルゴリズム等の逐次解法との組合せ方法等が問題になると考えられる。

(4) 最後に，より上位の問題として，一連の計画プロセスにおける評価方法の体系化を挙げておきたい。本研究は，道路網の計画プロセスにおける評価問題に位置づけられる。道路網の評価指標には，確立された指標やまだ認識されていない指標，計測可能な指標や現時点では計測不可能な指標等が存在し，評価システムそのものがいまだ確立されていないと考えられる。今後，プロジェクトの多面的な評価のため，道路網評価システムの体系化と複数の評価指標の取り扱い，道路網計画へのフィードバックのシステム化等，評価問題を含めた道路網計画プロセスの改善が必要であると考えられる。

付 録 目 次

付録A　上・下限値式(式(3.4.8),(3.4.9))の証明

いま，一部のミニマルパスp'(<p)個，一部のミニマルカットk'(<k)個で構成される構造関数をそれぞれϕ_L，ϕ_Uと定義する。すなわち，

$$\phi_L(\boldsymbol{X}) = \coprod_{s=1}^{p'} \prod_{a \in P_s} X_a = 1 - \prod_{s=1}^{p'} \left(1 - \prod_{a \in P_s} X_a\right), \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (A.1)$$

$$\phi_U(\boldsymbol{X}) = \prod_{s=1}^{k'} \coprod_{a \in K_s} X_a = \prod_{s=1}^{k'} \left\{1 - \prod_{a \in K_s} (1 - X_a)\right\}, \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (A.2)$$

ここに，ベクトル$\boldsymbol{X} = (X_1, X_2, \cdots, X_l)$はシステムの状態ベクトルである。式(3.2.17)で与えたように，厳密値を与える構造関数ϕはすべてのミニマルパス(AND構造をもつ)のOR結合として表現されるのであるから，式(A.1)で構成される$\phi_L(\boldsymbol{X})$はすべての$\boldsymbol{X}$に対して不等式，

$$\phi_L(\boldsymbol{X}) \leqq \phi(\boldsymbol{X}), \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (A.3)$$

を満足させる。また，式(3.2.19)で与えられるように，構造関数ϕはすべてのミニマルカット(OR構造をもつ)のAND結合で表現されるから，式(A.2)で構成される$\phi_U(\boldsymbol{X})$はすべての$\boldsymbol{X}$に対して不等式，

$$\phi(\boldsymbol{X}) \leqq \phi_U(\boldsymbol{X}), \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (A.4)$$

を満足させる。したがって，

$$\phi_L(\boldsymbol{X}) \leqq \phi(\boldsymbol{X}) \leqq \phi_U(\boldsymbol{X}), \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (A.5)$$

が成立する。したがって，

$$E[\phi_L(\boldsymbol{X})] \leqq E[\phi(\boldsymbol{X})] \leqq E[\phi_U(\boldsymbol{X})], \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (A.6)$$

が成立し，式(3.4.8)，(3.4.9)および式(3.4.10)が成立する。(証明終)

付録B　順序基順(Ⅰ)による信頼性関数の単調性の証明 [5.4.1 (2) 参照]

ミニマルパスに基づく式は,

$$R_p = \prod_{s=1}^{p} \prod_{a \in P_s} r_a = 1 - \prod_{s=1}^{p} \left(1 - \prod_{a \in P_s} r_a\right), \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (B.1)$$

で与えられる(式(5.2.11))。これをさらに展開すると,

$$R_p = 1 - \left(1 - \prod_{a \in P_1} r_a\right)\left(1 - \prod_{a \quad P_2} r_a\right) \cdots \left(1 - \prod_{a \in P_p} r_a\right), \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (B.2)$$

となる。そして，順序基準(Ⅰ)によって，ミニマルパスを順位づけると,

$$\prod_{a \in P_1} r_a \geqq \prod_{a \in P_2} r_a \geqq \cdots \geqq \prod_{a \in P_p} r_a, \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (B.3)$$

が成立する。ここで，式(B.1)で

$$Q(p') = \prod_{s=1}^{p'} \left(1 - \prod_{a \in P_s} r_a\right), \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (B.4)$$

とする。連続する3つの値，$R_{p'}$，$R_{p'+1}$，$R_{p'+2}$ の増加率を考える。

$$(R_{p'+2} - R_{p'+1}) / (R_{p'+1} - R_{p'})$$

$$= Q(p'+2) - Q(p'+1) / \{Q(p'+1) - Q(p')\}$$

$$= \left(1 - \prod_{a \in P_{p'+1}} r_a\right) \cdot \prod_{a \in P_{p'+2}} r_a \Big/ \prod_{a \in P_{p'+1}} r_a, \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (B.5)$$

となり，(B.3)と信頼度r_aの非負条件から,

$$0 < \left(\prod_{a \in P_{p'+2}} r_a \Big/ \prod_{a \in P_{p'+1}} r_a\right) \leqq 1, \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (B.6)$$

であり，$0 \leqq (1 - \Pi r_a) < 1$は明らかだから,

$$Q(p'+2) - Q(p'+1) / \{Q(p'+1) - Q(p')\} < 1, \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (B.7)$$

が成立する。これは，$Q(p')$の増加率が単調減少であることを示し，したがって，式(B.1)の増加率はpに関して単調減少である。

ミニマルカットに基づく式(式(5.2.12))も，同様の方法で増加率の単調増加性（この場合は，減少率の単調減少性）を証明できる。（証明終）

付録C　すべてのミニマルパス・カットの探索法

C.1 概　　説

第4章，第5章では，ミニマルパス・カットの順序基準と選択ルールの組合せの比較検討を行ったが，この過程でノード間のすべてのミニマルパス・カットをあらかじめ列挙しておく必要があった。ここでは，その際に利用したノード間のすべてのミニマルパス・カットを列挙する方法を述べる。

まず最初に，従来の研究で用いられている方法を述べる。ミニマルパスについて小林[1)]は，あるノードから出発してノード毎に分枝させてツリーを作成する方法を提案している。しかしこれは，パスの候補者を次々と生成していく過程で作業量が膨大となる可能性があり，また，無駄な計算も多いように考えられる。ミニマルカットについても小林は，総あたり法を用いているが，これはさらに計算量が膨大となると考えられる。前田・伊東[2)]は，接続集合（あるノードに接続しているすべてのリンクの集合）と排他的論理和を用いてカットを求める方法を提案しているが，ミニマルカットとそうでないカットが順不同に発生してくるため，ミニマルかどうかの判定に時間を要し，計算機向きとは言えない。井上[3)]は，ノード間の接続行列の積を求めることによってミニマルパスを，定向グラフのダイスター行列を用いてカットを求める方法を述べている。

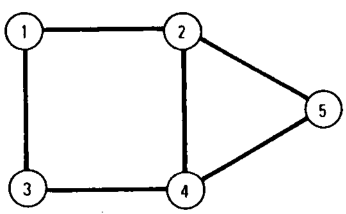
本項で述べる方法は，上述の接続行列の積を用いるよく知られた方法を基礎に，アルゴリズムが計算機向きであることを考慮して，ミニマルパスとミニマルカットを統一的な方法で求めるものである。

C.2 ミニマルパスの求め方

$\boldsymbol{C}$をグラフの接続行列（要素C_{ij}は，ノードiからノードjへのリンク数を表す）とするとき，$\boldsymbol{C}^k$の(i,j)要素は，ノードiから（有向グラフならアークの方向に従って）k個のリンク（アーク）をたどってノードjへ到達する経路の数を表している。例えば，図C－1のネットワークの場合，

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccccc} ① & ② & ③ & ④ & ⑤ \end{array} \\ \boldsymbol{C}=\begin{array}{c} ① \\ ② \\ ③ \\ ④ \\ ⑤ \end{array} & \left[\begin{array}{ccccc} \bullet & 1 & 1 & \bullet & \bullet \\ 1 & \bullet & \bullet & 1 & 1 \\ 1 & \bullet & \bullet & 1 & \bullet \\ \bullet & 1 & 1 & \bullet & 1 \\ \bullet & 1 & \bullet & 1 & \bullet \end{array}\right] \end{array}$$

（•は0を表す）



図C－1

となり，

$$C+C^2+C^3+C^4$$

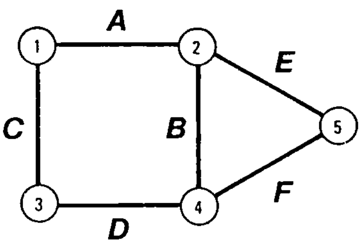
$$=\begin{bmatrix} \bullet & 1 & 1 & \bullet & \bullet \\ 1 & \bullet & \bullet & 1 & 1 \\ 1 & \bullet & \bullet & 1 & \bullet \\ \bullet & 1 & 1 & \bullet & 1 \\ \bullet & 1 & \bullet & 1 & \bullet \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} 2 & \bullet & \bullet & 2 & 1 \\ \bullet & 3 & 2 & 1 & 1 \\ \bullet & 2 & 2 & \bullet & 1 \\ 2 & 1 & \bullet & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} \bullet & 5 & 4 & 1 & 2 \\ 5 & 2 & 1 & 6 & 4 \\ 4 & 1 & \bullet & 5 & 2 \\ 1 & 6 & 5 & 2 & 4 \\ 2 & 4 & 2 & 4 & 2 \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} 9 & 3 & 1 & 11 & 6 \\ 3 & 15 & 11 & 7 & 8 \\ 1 & 11 & 9 & 3 & 6 \\ 11 & 7 & 3 & 15 & 8 \\ 6 & 8 & 6 & 8 & 8 \end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix} 11 & 9 & 6 & 14 & 9 \\ 9 & 20 & 14 & 15 & 14 \\ 6 & 14 & 11 & 9 & 9 \\ 14 & 15 & 9 & 20 & 14 \\ 9 & 14 & 9 & 14 & 12 \end{bmatrix}$$

となる。この方法では(i,j)間，長さ4までの巡列(リンクの重複も許した経路)の個数がわかる。(これらの数値は後述するパスのアルゴリズムにおいて計算機の記憶容量の必要量を知るのに役立つと思われる。その際，対角要素を0とおいて計算を進めればよい)。そして，ノード数がN(この例では5)の場合，ミニマム・スパニング・ツリーの枝の数は$N-1$であるから，ミニマルパスを求めるにはCを高々$N-1$乗まで求めておけばよい。

次に，接続行列Cの各要素に，図C－2に示すリンク番号(A～E)をあてはめると，

$$C=\begin{array}{c} \\ ① \\ ② \\ ③ \\ ④ \\ ⑤ \end{array}\begin{array}{c} ①②③④⑤ \\ \begin{bmatrix} \bullet & A & C & \bullet & \bullet \\ A & \bullet & \bullet & B & E \\ C & \bullet & \bullet & D & \bullet \\ \bullet & B & D & \bullet & F \\ \bullet & E & \bullet & F & \bullet \end{bmatrix} \end{array}$$



図C－2

となり，先ほどと同様にC^2，C^3，C^4を求めると，これらの行列の(i,j)要素にある積はiからjへの経路を表している。先述したように，これらの経路は，巡列と呼ばれるものであり，リンクの重複も存在し，またミニマルパスばかりではない。

そこで，次のような操作をほどこし，パスのミニマル化を行う。

① C^kで同じリンクが2度現れた要素を除去する。

② C^kで対角要素を除去する。

③ C^kの(i,j)要素に，既に計算したC，C^2，…，C^{k-1}の(i,j)要素のいずれかが含まれる場合，これを除去する。

①はリンクの重複を除去する操作であり，②はループを除去する操作を表している。③はパスのうちミニマルパスでないものを除去するミニマル化の操作である。これらの手順に従って，C^2，C^3，C^4を

求めると以下のようになる。

$$C^2=\begin{bmatrix} AA+CC & \bullet & \bullet & AB+CD & AE \\ \bullet & AA+BB+EE & AC+BD & EF & BF \\ \bullet & CA+DB & CC+DD & \bullet & DF \\ BA+DC & FE & \bullet & BB+DD+FF & BE \\ EA & FB & FD & EB & EE+FF \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \bullet & \bullet & \bullet & AB+CD & AE \\ & \bullet & AC+BD & EF & BF \\ & & \bullet & \bullet & DF \\ & Sym. & & \bullet & BE \\ & & & & \bullet \end{bmatrix}$$

(以下の計算では対角要素を最初から0とおく)

$$C^3=\begin{bmatrix} \bullet & \underline{ABB}+CDB+\underline{AEE} & ABD+CDD & AEF & ABF+CDF \\ ACC+BDC & \bullet & EFD & ACD+BDD+BFF & EFF \\ CAA+DBA & DFE & \bullet & CAB+DBB+DFF & CAE+DBE \\ FEA & BAA+DCA+BEE & BAC+DCC & \bullet & FEE \\ FBA+FDC & EAA+EBB & EAC+EBD & FBB+FDD & \bullet \end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix} \bullet & CDB & ABD & AEF & ABF+CDF \\ & \bullet & EFD & ACD & \bullet \\ & & \bullet & CAB & CAE+DBE \\ Sym. & & & \bullet & \bullet \\ & & & & \bullet \end{bmatrix}$$

$$C^4=\begin{bmatrix} \bullet & \underline{\underline{AEFB+ABFE}}+CDFE & AEFD & CDBB+ABDD+ABFF+CDFF & CDBE+AEFF \\ EFDC & \bullet & BDCC+ACDD & EFDD & ACDF \\ DFEA & DBAA+CABB+CAEE+DBEE & \bullet & DFEB+CAEF+DBEF & DFEE+CABF \\ DCAA+BACC & FEAA & FEAC & \bullet & DCAE \\ EACC+EBDC & FBAA+FDCA & FBAC+FDCC & EACD+EBDD & \bullet \end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix} \bullet & CDFE & AEFD & \bullet & CDBE \\ & \bullet & \bullet & \bullet & ACDF \\ & & \bullet & CAEF & CABF \\ & Sym. & & \bullet & DCAE \\ & & & & \bullet \end{bmatrix}$$

これらの計算過程では，①の操作は例えばC^3の下線部に現れており，②の操作は一例としてC^2の波線部に現れている。③は例えば，C^4の(1,2)要素のパス$AEFB$，$ABFE$がCの(1,2)要素のパスA（ミニマルパス）に対してミニマルでないのでこれらを除去する操作に現れている。すなわち，C^4の下線部が③のミニマル化の対象となっている。本手法では，計算上の性質からパスセットのうちミニマルパスから発生してくることが保証されるので，③の操作でミニマル化が行えるのである。以上のようにしてすべてのミニマルパスを求めることができる。

この方法ではすべてのノードペアのミニマルパスが同時に得られるという長所がある。ネットワークが大規模になり，すべてのパスが必要でない場合は累乗数kを適当な数で打ち切ればよい。また，接続行列を文字変数で扱ったが，実際の計算では，各リンクを何らかの変数に対応させる必要がある。

Semanderes [4] は，各リンクに素数を対応させ，パス・カットはその積で表現し，パス・カット間の除算可能性でミニマル化を行う方法を提案している。しかしリンク数が多くなると素数の積が大きくなりすぎて計算機の1変数の記憶容量におさまらない欠点がある。そこで本研究では，計算機の1ビットに1リンクを対応させる方法をとっている。こうすると，ミニマル化の計算も同様に行え，リンクの記憶数は大幅に増加する。各パス・カットの生起確率も簡単に求められる上，記憶容量の節約も行える。

C.3 ミニマルカットの求め方

双対グラフを作成しループを探索する。これは双対グラフでのループは，オリジナルのグラフでのカットと1対1に対応していることに根拠がある。

双対グラフの接続行列を$\boldsymbol{C}d$とする。あるノードに着目しループを探索していく。C.2で述べた接続行列を累乗していく方法でもループは得られるが，ループが正反方向に重複したり，今来たリンクを戻るケースが多い。ここではそのようなループを最初から除去した方が能率的と考え，無向グラフをループの始点に関してのみ有向化する。いま，ループの始点をノードiとする。そして，最初のステップではノードiに接続するリンクのうち1本を正連結のリンク(アーク)に，他のすべてを負連結のリンク（アーク)に置き換える。修正した接続行列を累乗する操作は前節と同じであるが，ループを表す(i,i)要素を必要とするのでC.2における②の操作は行わない。その代わり，次の行列の生成のために必要なのはi行のみであるので，i行以外の計算は不要である。すなわち，次の操作を行ってカットのミニマル化を行えばよい。

① $\boldsymbol{C}d^k$で同じリンクが2度現れた要素を除去する。

② $\boldsymbol{C}d^k$で必要な要素は，ループの始点をノードiとするとi行のみである。

③ $\boldsymbol{C}d^k$の(i,j)要素に，既に計算した$\boldsymbol{C}d$，$\boldsymbol{C}d^2$，…，$\boldsymbol{C}d^{k-1}$の(i,j)要素のいずれかが含まれる場合，これを除去する。

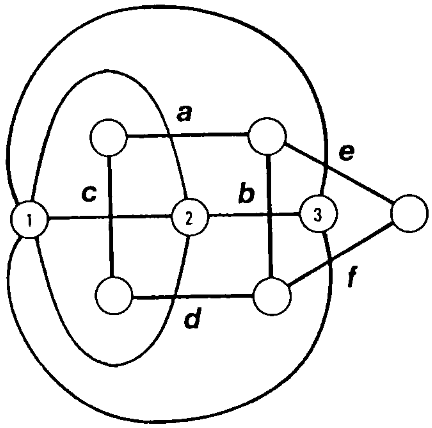
なおこの場合，ループを求めるための$\boldsymbol{C}d$の累乗数は，ミニマム・スパニング・ツリーより1多い$(N-1)+1=N$である。したがって，$\boldsymbol{C}d^N$まで計算すればよい。すなわち，ノードiと正連結リンクに関するループはすべて求められる。次のステップでは，いま正連結であったリンクを取り除き，新たに1本の正連結リンクを作って同様の計算をすればよい。ノードiの接続集合が1になったらiに関する残されたリンクも取り除き次のノードへ移る。接続集合が2以上のノードが存在しなくなったら計算を終了する。このようにして，ループすなわちミニマルカットをすべて求めることができる。C.2と同様，この方法でもミニマルカットから順に発生してくるので，ミニマルかどうかの判定も容易である。

以下に同じネットワークにおける例を示す。

オリジナルな接続行列は，

$$
\begin{array}{cc}
 & \begin{array}{ccc} \text{①} & \text{②} & \text{③} \end{array} \\
\boldsymbol{Cd} = \begin{array}{c} \text{①} \\ \text{②} \\ \text{③} \end{array} &
\begin{bmatrix}
\bullet & a+c+d & e+f \\
a+c+d & \bullet & b \\
e+f & b & \bullet
\end{bmatrix}
\end{array}
$$

である(図C－3)。リンクaをノード1に関して正連結，他を負連結として修正した接続行列$\boldsymbol{Cd}_1$は次のようになる(図C－4)。



図C－3

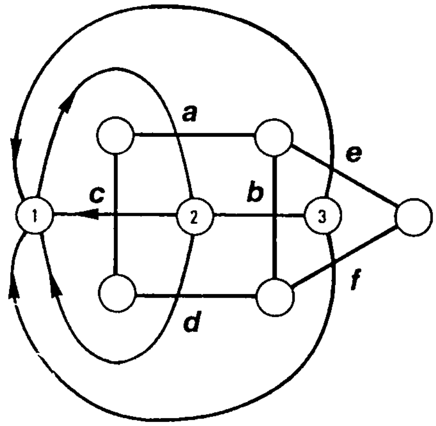
$$
\boldsymbol{Cd}_1 = \begin{bmatrix}
\bullet & a & \bullet \\
c+d & \bullet & b \\
e+f & b & \bullet
\end{bmatrix}
$$

Nは3となり$\boldsymbol{Cd}_1{}^3$まで計算すればよい。$\boldsymbol{Cd}_1{}^2$，$\boldsymbol{Cd}_1{}^3$は次のようになる。

$$
\boldsymbol{Cd}_1{}^2 = \begin{bmatrix}
ac+ad & \bullet & ab \\
* & * & * \\
* & * & *
\end{bmatrix}
$$

$$
\boldsymbol{Cd}_1{}^3 = \begin{bmatrix}
abe+abf & * & * \\
* & * & * \\
* & * & *
\end{bmatrix}
$$

(＊は計算の不要な要素)



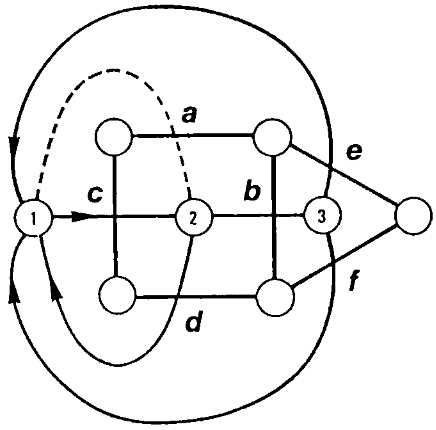
図C－4

これでリンクaに関するループはすべて求められた。次に，リンクaを取り除き，リンクcを正連結，他のすべてを負連結として修正した接続行列$\boldsymbol{Cd}_2$をつくり同様の計算をする(図C－5)。

$$
\boldsymbol{Cd}_2 = \begin{bmatrix}
\bullet & c & \bullet \\
d & \bullet & b \\
e+f & b & \bullet
\end{bmatrix}
$$

$$
\boldsymbol{Cd}_2{}^2 = \begin{bmatrix}
cd & \bullet & cb \\
* & * & * \\
* & * & *
\end{bmatrix}
$$

$$
\boldsymbol{Cd}_2{}^3 = \begin{bmatrix}
cbe+cbf & * & * \\
* & * & * \\
* & * & *
\end{bmatrix}
$$



図C－5

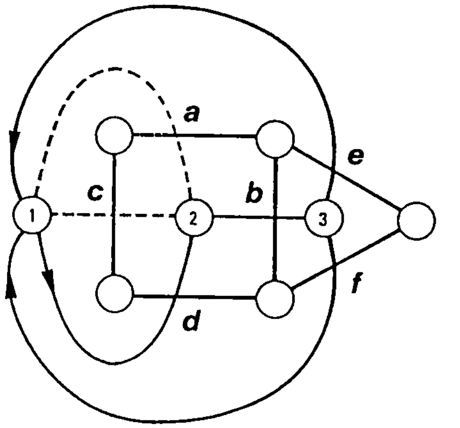
次に，リンクcを取り除き，リンクdを正連結，他のすべてを負連結として修正した接続行列$\boldsymbol{Cd}_3$をつくり

同様の計算をする(図C－6)。

$$
\boldsymbol{C}d_3 = \begin{bmatrix} \cdot & d & \cdot \\ \cdot & \cdot & b \\ e+f & b & \cdot \end{bmatrix}
$$

$$
\boldsymbol{C}{d_3}^2 = \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & db \\ * & * & * \\ * & * & * \end{bmatrix}
$$

$$
\boldsymbol{C}{d_3}^3 = \begin{bmatrix} dbe+dbf & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{bmatrix}
$$



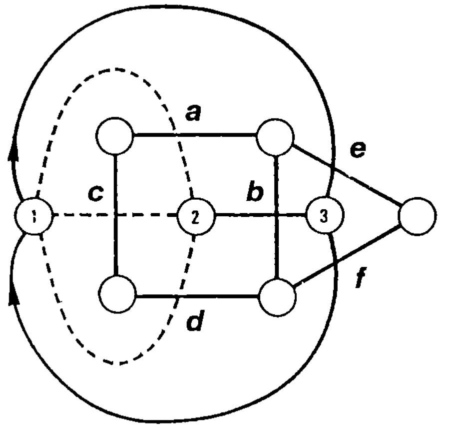
図C－6

最後に，リンク d を取り除き，リンク e を正連結，他のすべてを負連結として修正した接続行列 $\boldsymbol{C}d_4$ をつくり同様の計算をする(図C－7)。

$$
\boldsymbol{C}d_4 = \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & e \\ \cdot & \cdot & b \\ f & b & \cdot \end{bmatrix}
$$

$$
\boldsymbol{C}{d_4}^2 = \begin{bmatrix} ef & eb & \cdot \\ * & * & * \\ * & * & * \end{bmatrix}
$$

$$
\boldsymbol{C}{d_4}^3 = \begin{bmatrix} \cdot & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{bmatrix}
$$



図C－7

接続集合が2以上のノードは存在しなくなったので以上で計算が終了する。ミニマルカットの集合は，

$\{AC, AD, ABE, ABF, CD, CBE, CBF, DBE, DBF, EF\}$ である。

このようにしてネットワークのミニマルカットをすべて求めることができる。しかし，この方法ではミニマルカットがどのノードペアに帰属しているかがわからないという欠点がある。このため，インシデンス行列を用いる飯田の方法[5),6)]を利用する。この方法でグラフは2つの部分グラフに分割されるので，両部分グラフ間を結ぶすべてのノードペアの組合せにそのカットは帰属する。これは，ミニマルパスが特定のノードペアに帰属するのに対して，ミニマルカットに関しては同一のミニマルカットが重複的に複数のノードペアに帰属する性質がある。したがって，ネットワーク全体でみたミニマルカット数が少ないことから，先にミニマルカットを求めておいて後からその帰属を考えた方が能率がよいと考えたからである。インシデンス行列を用いた追加的に必要な計算量はわずかと考えられる。

C.4 まとめ

以上，すべてのミニマルパス・カットを列挙する計算機向きのアルゴリズムを述べた。このアルゴリズムの特徴は，ミニマル化の操作を行いながらミニマルパス・カットを統一的な方法で探索できる点にある。また，すべてのノードペアのミニマルパス・カットを同時に求めることができる。さらに，リンクを表現する変数を計算機の1ビットに対応させて，記憶容量の増加を抑えているのも特徴である。

本手法の欠点は，ネットワークが大規模になると，程度の差こそあれ他の手法と同様に，計算機のメモリーサイズの制約によって計算が困難となることである。ネットワークが大規模となった場合の実用的なパス・カットの探索法は，次のように考えることができる。第4章で示したように，順序基準と選択ルールに基づいたミニマルパス・カットの探索問題は，ネットワークのリンクをリンク信頼度の対数関数で置換することによって，n番目最短経路探索問題に帰着させることができる。したがって，ミニマルパス・カットを選択するために，あらかじめミニマルパス・カットをすべて求めておいて，これらを順序づける必要はなくなる。すなわち，n番目最短経路探索問題を解いて必要な数だけのミニマルパス・カットを求めればすむ。ネットワークが大規模な場合には，このようにしてn番目最短経路探索問題を解けばよい。このn番目最短経路探索の近似解法は，第6章および付録Fで述べている。

付録C　参考文献

1）小林正美：道路網・ネットワークシステムの信頼度解析法に関する研究，都市計画別冊，No.15，pp. 385－390，1980.

2）前田　渡・伊東正安：現代グラフ理論の基礎，pp. 34－35，オーム社，1978.

3）井上紘一：システムの信頼性および安全性解析，日本機械学会誌，Vol. 79，No.686，pp. 56－61，1976.

4）Semanderes, S. N.: “ELRAFT” A Computer Program for the Efficient Logic Reduction Analysis of Fault Trees, IEEE Trans. on NS, Vol. NS-18, No. 1, Part-1, pp. 481-487, 1971.

5）飯田恭敬：道路網交通流に関する基礎的研究，pp. 167－169，京都大学学位論文，昭和47年.

6）佐佐木綱：都市交通計画，pp. 406－409，国民科学社，昭和58年.

付録D　ϕ_L と ϕ_U, $R_{L,a}$ と $R_{U,a}$ の構成法 [1) ［6. 3. 3参照］

本項では，分散減少法において，限定サンプリングによるサンプルベクトル $\boldsymbol{s}$ の発生に利用する補助変数 ϕ_L と ϕ_U および，$R_{L,a}$ と $R_{U,a}$ の構成法を述べる。

最初に，ϕ_L の構成法から述べる。まず，$P_1, \cdots, P_{p'}$ という p' 個のミニマルパスを取り出す。これはミニマルパス集合の部分集合である。この p' 個のミニマルパスだけによって構造関数 $\phi_L(\boldsymbol{b})$ を次式のように構成する。

$$\phi_L(\boldsymbol{b}) = 1 - \prod_{s=1}^{p'} \left(1 - \prod_{a \in P_s} b_a\right), \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{(D.1)}$$

ここで，$\phi_L(\boldsymbol{b})$ が式(6.3.6),(6.3.7)を満たすことを示す。$\phi_L(\boldsymbol{b})=1$ と仮定すると，式(D.1)より P_1, $\cdots$, $P_{p'}$ のうち少なくとも1つのミニマルパスは機能していることになる。したがって，$\phi(\boldsymbol{b})=1$ となり式(6.3.6)を満たす。また式(6.3.7)も式(D.1)によって満たされる。また，$\phi_L(\boldsymbol{b})=0$ の場合は自明である。

ここで各ミニマルパス中に，重複して含まれるリンクがない場合，式(D.1)で表される $\phi_L(\boldsymbol{b})$ は各要素 b_a について，たかだか1次の式となる。しかし，$P_1, \cdots, P_{p'}$ の中にいくつかのリンクが重複して含まれている場合，式(D.1)で表される $\phi(\boldsymbol{b})$ は重複するリンクについて2次以上の項を含んでいる。この場合は，確率の重複計算を避けるために，重複したリンクに関してたかだか1次の式となるように，項の整理をしなくてはならない。これによって変形した式を，$h_L(\boldsymbol{b})$ とする。

また $R_{L,a}$ は，いま述べた $h_L(\boldsymbol{b})$ を用いて次のように得られる。

$$R_{L,a}(b_1, \cdots, b_a) = h_L(b_1, \cdots, b_a, P_r\{X_{a+1}=1\}, \cdots, P_r\{X_l=1\})$$

$$\times \prod_{j=1}^{a} P_r\{X_j = b_j\}, \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{(D.2)}$$

次に，$K_1, \cdots, K_{k'}$ という k' 個のミニマルカットを取り出す。これはミニマルカット集合の部分集合である。いま，この k' 個のミニマルカットのみによって構造関数 $\phi_U(\boldsymbol{b})$ を次式のように構成する。

$$\phi_U(\boldsymbol{b}) = \prod_{s=1}^{k'} \left\{1 - \prod_{a \in K_s} (1 - b_a)\right\}, \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{(D.3)}$$

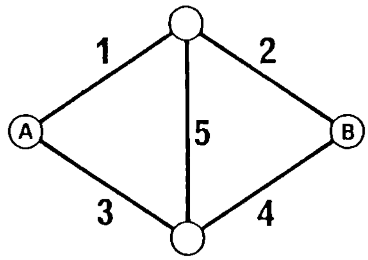
$\phi_L(\boldsymbol{b})$ の場合と同様に，$\phi_U(\boldsymbol{b})$ は式(6.3.6),(6.3.7)を満たす。また，$h_U(\boldsymbol{b})$ も同様にして求められる。

$R_{U,a}$ は，$h_U(\boldsymbol{b})$ を用いて次のように得られる。

$$R_{U,a}(b_1,\cdots,b_a)=h_U(b_1,\cdots,b_a,P_r\{X_{a+1}=1\},\cdots,P_r\{X_l=1\})$$
$$\times\prod_{j=1}^{a}P_r\{X_j=b_j\},\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(D.4)$$

以下，具体例を示す。

（例）ブリッジ形ネットワークの場合



図D－1　ブリッジネットワーク

図D－1 に示したブリッジ型ネットワークについて考える。ミニマルパスとして$P_1=\{1,2\}$，$P_2=\{1,5,4\}$，　ミニマルカットとして$K_1=\{1,3\}$，$K_2=\{2,3,5\}$ をとるとϕ_L，ϕ_U，h_L，h_U，$R_{L,a}$，$R_{U,a}$は，次のように求められる。まず，$\phi_L(\boldsymbol{b})$は，

$$\phi_L(\boldsymbol{b})=1-(1-b_1b_2)(1-b_1b_4b_5),\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(D.5)$$

ここで，$\phi_L(\boldsymbol{b})$の式がb_1について２次式となっているので，分解法を用いて$h_L(\boldsymbol{b})$を求める。ここに分解法とは，次の恒等式（式(3.2.12)）を利用するものである。

$$\phi(\boldsymbol{X})=X_a\cdot\phi(1_a,\boldsymbol{X})+(1-X_a)\cdot\phi(0_a,\boldsymbol{X}),\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(D.6)$$

ここに，$\phi(1_a,\boldsymbol{X})$，$\phi(0_a,\boldsymbol{X})$はそれぞれ，ユニットaが機能しているとしたシステム，機能していないとしたシステムの構造関数を示し，もとのシステムより規模が小さくなっている。したがって，$h_L(\boldsymbol{b})$は，

$$h_L(\boldsymbol{b})=b_1\{1-(1-b_2)(1-b_4b_5)\},\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(D.7)$$

となる。$P_r\{X_a=1\}=r_a$（各リンクの信頼度）とすれば，

$$R_L=R_{L,0}=r_1\{1-(1-r_2)(1-r_4r_5)\},\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(D.8)$$

$$R_{L,1}(b_1)=b_1\{1-(1-r_2)(1-r_4r_5)\}P_r\{X_1=b_1\},\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(D.9)$$

$$R_{L,2}(b_1,b_2)=b_1\{1-(1-b_2)(1-r_4r_5)\}P_r\{X_1=b_1\}P_r\{X_2=b_2\},\cdots\cdots(D.10)$$

$$R_{L,3}(b_1,b_2,b_3)=b_1\{1-(1-b_2)(1-r_4r_5)\}P_r\{X_1=b_1\}\times$$
$$P_r\{X_2=b_2\}P_r\{X_3=b_3\},\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(D.11)$$

$$R_{L,4}(b_1,b_2,b_3,b_4)=b_1\{1-(1-b_2)(1-b_4r_5)\}P_r\{X_1=b_1\}\times$$
$$P_r\{X_2=b_2\}P_r\{X_3=b_3\}P_r\{X_4=b_4\},\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(D.12)$$

$$R_{L,5}(b_1,b_2,b_3,b_4,b_5)=b_1\{1-(1-b_2)(1-b_4 b_5)\}P_r\{X_1=b_1\}\times$$
$$P_r\{X_2=b_2\}P_r\{X_3=b_3\}P_r\{X_4=b_4\}P_r\{X_5=b_5\},$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (D.13)$$

同様にして，

$$\phi_U(\boldsymbol{b})=\{1-(1-b_1)(1-b_3)\}\{1-(1-b_2)(1-b_3)(1-b_5)\}, \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (D.14)$$

$$h_U(\boldsymbol{b})=b_3+b_1(1-b_3)\{1-(1-b_2)(1-b_5)\}, \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (D.15)$$

$$R_U=R_{U,0}=r_3+r_1(1-r_3)\{1-(1-r_2)(1-r_5)\}, \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (D.16)$$

$$R_{U,1}(b_1)=[r_3+b_1(1-r_3)\{1-(1-r_2)(1-r_5)\}]\ P_r\{X_1=b_1\}, \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (D.17)$$

$$R_{U,2}(b_1,b_2)=[r_3+b_1(1-r_3)\{1-(1-b_2)(1-r_5)\}]\times$$
$$P_r\{X_1=b_1\}P_r\{X_2=b_2\}, \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (D.18)$$

$$R_{U,3}(b_1,b_2,b_3)=[b_3+b_1(1-b_3)\{1-(1-b_2)(1-r_5)\}]\times$$
$$P_r\{X_1=b_1\}P_r\{X_2=b_2\}P_r\{X_3=b_3\}, \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (D.19)$$

$$R_{U,4}(b_1,\cdots,b_4)=[b_3+b_1(1-b_3)\{1-(1-b_2)(1-r_5)\}]\times$$
$$P_r\{X_1=b_1\}P_r\{X_2=b_2\}P_r\{X_3=b_3\}P_r\{X_4=b_4\},\cdots\cdots \quad (D.20)$$

$$R_{U,5}(b_1,\cdots,b_5)=[b_3+b_1(1-b_3)\{1-(1-b_2)(1-b_5)\}]\times$$
$$P_r\{X_1=b_1\}P_r\{X_2=b_2\}P_r\{X_3=b_3\}\times$$
$$P_r\{X_4=b_4\}P_r\{X_5=b_5\}, \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (D.21)$$

このように，分散減少法を利用したモンテカルロ法では，可変サンプリング領域の段階的設定（付録E参照）のため，$R_{L,a}$と$R_{U,a}$がそれぞれ（構成リンク数＋1）個必要となる。また，本例では，式(D.5)では変数b_1のみが，式(D.14)では変数b_3のみが重複しているため$R_{L,a}$と$R_{U,a}$の構築は比較的容易であったが，重複する変数が増加するとその作業は相当複雑なものとなる。

これら$R_{L,a}$および$R_{U,a}$の式の構築はシミュレーション以前の作業となり，手作業で行っている。ネットワークが大規模となって構成リンク数が増加すると$R_{L,a}$と$R_{U,a}$の式数が増加し，その構築作業は煩雑かつ膨大なものとなる。その上，重複する変数b_aの数が増えると，その作業には追い打ちがかけられる。本文中でも触れたように，シミュレーション以前のこの作業量をどのように評価するかが課題となっている。

付録D　参考文献

1）Henley, E. J. and Kumamoto, H.: Reliability Engineering and Risk Assessment, pp. 485-493, Prentice-Hall, Inc.., 1981.

付録E　サンプルベクトル$\boldsymbol{s}_1$，…，$\boldsymbol{s}_N$の発生法[1)][6.3.3参照]

本項では，段階的に設定される可変サンプリング領域から決定されるサンプルベクトル$\boldsymbol{s}_1$，…，$\boldsymbol{s}_N$の発生法を述べる。

まず$P_r\{\boldsymbol{y}=\boldsymbol{b}\}$は次のように書くことができる。

$$P_r\{\boldsymbol{y}=\boldsymbol{b}\}=P_r\{y_1=b_1\}P_r\{y_2=b_2\mid y_1=b_1\}\times\cdots$$
$$\times P_r\{y_l=b_l\mid y_1=b_1,\cdots,y_{l-1}=b_{l-1}\}, \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{(E.1)}$$

すなわち，状態ベクトル$\boldsymbol{s}_\nu=(s_{1,\nu},\cdots,s_{l,\nu})$を発生させるということは，$s_{a,\nu}$を$P_r\{y_a=s_{a,\nu}|y_1=s_{1,\nu},\cdots,y_{a-1}=s_{a-1,\nu}\}$という確率で，$a=1,\cdots,l$に対し連鎖的に発生させることを意味している。

まず，$\boldsymbol{s}$の要素のうち$(a-1)$番目まではすでに発生していると仮定する。また，$P_r(y_a=s_{a,\nu}|y_1=s_{1,\nu},\cdots,y_{a-1}=s_{a-1,\nu})$という確率が，$y_a=1$と0のどちらの場合も計算できると仮定すると，$a$番目の要素である$s_{a,\nu}$はそれぞれ，

$$s_{a,\nu}=\begin{cases}1:P_r\{y_a=1\mid y_1=s_{1,\nu},\cdots,y_{a-1}=s_{a-1,\nu}\}\\0:P_r\{y_a=0\mid y_1=s_{1,\nu},\cdots,y_{a-1}=s_{a-1,\nu}\}\end{cases} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{(E.2)}$$

の確率で発生させればよい。

一般には，$P_r\{y_a=b_a|y_1=b_1,\cdots,y_{a-1}=b_{a-1}\}$について次の恒等式が成り立つ。

$$P_r\{y_a=b_a\mid y_1=b_1,\cdots,y_{a-1}=b_{a-1}\}$$
$$=\frac{P_r\{y_1=b_1,\cdots,y_a=b_a\}}{P_r\{y_1=b_1,\cdots,y_{a-1}=b_{a-1}\}}$$
$$=\frac{\sum_{b_{a+1},\cdots,b_l}[\phi_U(\boldsymbol{b})-\phi_L(\boldsymbol{b})]P_r\{y_1=b_1,\cdots,y_l=b_l\}}{\sum_{b_a,\cdots,b_l}[\phi_U(\boldsymbol{b})-\phi_L(\boldsymbol{b})]P_r\{y_1=b_1,\cdots,y_l=b_l\}} \qquad \cdots\cdots \text{(E.3)}$$

式(6.3.18)の$P_r\{\boldsymbol{y}=\boldsymbol{b}\}$を式(E.3)のように書き換えて，式(6.3.8)，(6.3.9)を用いると，

$$P_r\{y_a=b_a\mid y_1=b_1,\cdots,y_{a-1}=b_{a-1}\}$$
$$=\frac{R_{U,a}(b_1,\cdots,b_a)-R_{L,a}(b_1,\cdots,b_a)}{R_{U,a-1}(b_1,\cdots,b_{a-1})-R_{L,a-1}(b_1,\cdots,b_{a-1})} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{(E.4)}$$

となり，$s_{a,\nu}$を発生させることができる。

付録E　参考文献

1）Henley, E. J. and Kumamoto, H.: Reliability Engineering and Risk Assessment, pp. 493-496, Prentice-Hall, Inc., 1981.

付録F　n番目最短経路探索問題の近似解法［6.4参照］

ブール演算法および交点法では，良好な近似値を得るためには，ミニマルパス・カットを生起確率の順に順序づけ，その上位から計算に用いるパス・カットを選択すればよい。この選択問題が，ネットワークのリンク長を$-\log r_a$で置き換えると，n番目最短経路探索問題に帰着することがわかっている[1)-4)]。

n番目最短経路探索問題の解法は，動的計画法（D.P.）による方法[5)]，星野・井上の方法[6)]等が提案されているが，前者が一般的である。しかしD.P.による方法は，ネットワーク全体に関する行列（ノード数の2乗個の要素をもつ）を順次変換していき，その変換の過程で現れた行列を収束に至るまですべて記憶しておかなければならない。これが多くとも［ノード数－2］の繰り返しで収束することは保証されているものの，ネットワークが大規模化した場合に，計算量と要求される記憶容量等が莫大なものとなる。そのため本研究では，経路探索に近似解法を用いることにした。この方法は，最短経路探索の代表的解法であるDijkstra法を利用したものである。Dijkstra法は計算時間がきわめて少なくてすむ上に記憶容量も小さく，厳密な最短経路が探索できるなど多くの優れた点をもっている。本研究で用いた方法はこの利点を生かし，最短経路の探索後，その経路を構成するリンクのリンク長に微小な増分を与え，この繰り返しでn番目最短経路探索ができるように工夫したものである。そして，この繰り返しにより，最終的に必要とする経路数の3～5倍程度の経路を選び出し，その生起確率と等価的な経路距離を再計算して短い順に並べかえ，n番目最短経路探索を行う。このアルゴリズムは以下のとおりである。

① リンク長を$-\log r_a$で置き換えたネットワークにおいて，$m=1$として最短経路探索（Dijkstra法）を行ない，第m番目最短経路とする。

② 第m番目最短経路の構成リンクのリンク長に増分を与えて，再び最短経路探索を行う。

③ 新しい経路が選ばれるまで②を繰り返す。最短経路が新しい経路に移ったら，これを第$(m+1)$番目最短経路とする。

④ $m=m+1$として，②へ戻る。

⑤ 最終的に必要とする経路数より多い，適当な数の経路を取り出して終了する。それぞれの経路について，本来の$-\log r_a$（増分を与えないリンク長）の値で経路長（生起確率に対応する）を計算して，経路長の短い順に並べかえ，上位のものを用いる。

ここで，パス・カット数を適当な数としたのは，交点法では交点を求めてはじめて必要なパス・カット数が明確になるため，事前のn番目最短経路探索段階では，パス・カットの必要数が判明しないためである。

この方法は，n番目最短経路探索の近似的な解法であり，理論的厳密性はないが，少ない計算時間と記憶容量でn番目最短経路探索ができるという利点を有している。増分の与え方および候補として取り出す経路数をヒューリスティックに工夫することにより，かなり厳密に近い選択がなされることを確認している。

付録F　参考文献

1）若林拓史・飯田恭敬：交通ネットワーク信頼性解析への信頼性グラフ理論適用の考え方，土木計画学研究・講演集10，pp. 125－132，1987.

2）飯田恭敬・若林拓史：ブール代数を用いた道路網ノード間信頼度の上・下限値の効率的算出法，土木学会論文集，No. 395/IV－9，pp. 75－84，1988.

3）飯田恭敬・若林拓史・吉木　務：ミニマルパス・カットを用いた道路網信頼度の近似計算法，交通工学，Vol. 23，No. 4，pp. 3－13，1988.

4）Iida, Y. and Wakabayashi, H.: An Approximation Method of Terminal Reliability of Road Network Using Partial Minimal Path and Cut Sets, Transport Policy, Management and Technology Towards 2001(Selected Proceedings of The Fifth World Conference on Transport Research), Vol.4, pp.2185-2198, Western Periodicals, Co., 1990.

5）鍋島一郎：動的計画法，pp. 118－119，森北出版，1968.

6）星野哲三・井上義晃：k番目最短経路の実用的探索法とそれらへの配分，土木計画学研究・講演集9，pp. 481－486，1986.