

構造物系の地震応答に基づく非弾性特性  
のウェブレット解析による同定

2001年9月

宮 脇 幸 治 郎

**構造物系の地震応答に基づく非弾性特性  
のウェブレット解析による同定**

2001年9月

**宮 脇 幸 治 郎**

# 目 次

第1章 緒論	1
1.1 本研究の背景と目的	1
1.2 従来の研究	4
1.2.1 ウエレット解析	4
1.2.2 RC構造部材の復元力特性および動的応答	5
1.2.3 液体貯蔵タンクの動特性	8
1.3 本研究の概要	11
参考文献 (第1章)	15
第2章 地震波動に関するウエレット解析	21
2.1 概説	21
2.2 ウエレット変換の基礎	22
2.2.1 連続ウエレット変換に関する基本特性	22
2.2.2 離散ウエレット変換に関する基本特性	27
2.3 有限離散ウエレット変換によるデータ処理	32
2.3.1 ベクトル空間に関する正規直交基底	32
2.3.2 有限リゾリューション変換および有限ウエレット変換	33
2.4 ウエレット変換による地震波動解析	35
2.4.1 設定諸元および対象地震波動	35
2.4.2 区間正弦波に対するウエレット解析	36
2.4.3 地震波動のデレクティビティ効果	37
2.4.4 地盤ひずみの非線形性	43
2.4.5 断層近傍の地震波動に対するウエレットフーリエ位相スペクトル特性	44
2.4.6 ウエレットスペクトル特性	47
2.5 結言	50
参考文献 (第2章)	52
第3章 ウエレット変換による地震波形の分析	54
3.1 概説	54
3.2 ウエレット変換による雑音除去	55
3.2.1 インパルス性雑音に対する場合	55

3. 2. 2	ガウス性雑音の場合	56
3. 2. 3	数値処理のアルゴリズム	57
3. 3	数値シミュレーションによる検討	60
3. 3. 1	設定雑音モデル	60
3. 3. 2	兵庫県南部地震による強震記録への適用	60
3. 4	結言	63
	参考文献 (第3章)	64
第4章	ウェレット変換による耐震設計用の地震波動の合成	65
4. 1	概説	65
4. 2	数値計算におけるウェレット変換の基本特性	66
4. 2. 1	ウェレット変換のための計算アルゴリズム	66
4. 2. 2	逆ウェレット変換のための計算アルゴリズム	68
4. 3	地震波動の合成法の基本アルゴリズムの誘導	70
4. 3. 1	波形作成基本アルゴリズム	70
4. 3. 2	地震波動合成の基本構成	71
4. 3. 3	位相スペクトルの導入法	72
4. 4	数値シミュレーションによる検討	74
4. 4. 1	設定諸元	74
4. 4. 2	数値計算のパラメータ解析結果	74
4. 4. 3	合成地震波形特性の検討	84
4. 5	結言	85
	参考文献 (第4章)	87
第5章	ウェレット変換による兵庫県南部地震動記録に対する解析	89
5. 1	概説	89
5. 2	ウェレット変換による基礎式	90
5. 2. 1	ウェレット相互相関関数	90
5. 2. 2	ウェレットF-Kスペクトル	92
5. 3	兵庫県南部地震時のアレー観測記録への適用	93
5. 3. 1	観測地域および諸元	93
5. 3. 2	鉛直アレー観測記録による解析結果	95
5. 3. 3	水平アレー観測記録による解析結果	98



5. 4	地震波動の空間的特性	103
5. 4. 1	液状化現象の効果	103
5. 4. 2	やや長周期の波動特性	106
5. 5	結言	111
	参考文献 (第5章)	112
第6章	ウェブレット解析による非弾性特性の同定	115
6. 1	概説	115
6. 2	動的力学系に対する非パラメータ特性面	117
6. 2. 1	非パラメトリック面表示	117
6. 2. 2	2次元ウェブレット変換表示	117
6. 2. 3	エネルギー表示	118
6. 2. 4	等価固有振動数および等価減衰定数	119
6. 2. 5	等応答スペクトル	121
6. 3	履歴復元力系の地震応答	124
6. 3. 1	検討する対象構造物	124
6. 3. 2	履歴復元力特性のモデル化	125
6. 4	同定のアルゴリズム	125
6. 4. 1	非パラメトリック面処理	125
6. 4. 2	2次元ウェブレット変換の処理	127
6. 4. 3	等応答スペクトル計算	128
6. 5	構造特性の同定とスペクトル解析	128
6. 5. 1	設定諸元	128
6. 5. 2	非パラメトリック面の特徴	129
6. 5. 3	2次元ウェブレット変換の基本特性	130
6. 5. 4	2次元ウェブレット係数と復元力モデルの関係	133
6. 5. 5	等価固有振動数および等価減衰定数	136
6. 5. 6	ウェブレットエネルギーと構造特性の関係	139
6. 5. 7	等応答スペクトル	141
6. 6	結言	146
	参考文献 (第6章)	147

第7章 液体貯蔵タンクの動的相互作用に関する振動実験結果のウエブレット解析 .....	150
7.1 概説 .....	150
7.2 地盤-タンク-液体系に関する基本量 .....	152
7.2.1 動流体圧とスロッシング .....	152
7.2.2 タンクに作用するベースシャーおよび転倒モーメント .....	153
7.2.3 地盤とタンクの滑動・剥離現象 .....	154
7.2.4 ウエブレット相互相関関数 .....	157
7.3 模型実験の概要 .....	158
7.3.1 実験のシステム .....	158
7.3.2 実験の種類および加振条件 .....	160
7.4 地盤上にある模型タンクの振動実験 .....	162
7.4.1 貯蔵液体のスロッシングに対する実験 .....	162
7.4.2 模型タンクのベースシャー・転倒モーメントに対する実験 .....	165
7.4.3 模型タンクの滑動・剥離に対する実験 .....	178
7.5 液体貯蔵タンク系の振動特性 .....	181
7.5.1 スロッシングの動流体圧 .....	181
7.5.2 地盤反力および慣性力による転倒モーメント .....	182
7.5.3 動的な滑動・剥離の特性 .....	186
7.5.4 ウエブレット相互相関関数による空間的特性 .....	190
7.6 結言 .....	192
参考文献 (第7章) .....	195
第8章 結論 .....	198
謝辞 .....	204
付録 A1 式(2.31)の誘導 .....	205
付録 A2 式(2.47)の誘導 .....	207
付録 A3 式(4.13)の誘導 .....	208
付録 A4 液体貯蔵円筒タンクの基礎式 .....	211
A4.1 動水圧に関する基礎式 .....	211
A4.2 円筒シェルに関する基礎式 .....	213
付録 A5 ジョイント要素を含む液体タンク系の基礎式 .....	216

# 第1章 緒論

## 1.1 本研究の背景と目的

我が国は、世界有数の地震国であり過去、関東大震災(1923.9.1,M=7.9)、新潟地震(1964.6.16,M7.5)、十勝沖地震(1968.5.16,M=7.9)、兵庫県南部地震(1995.1.17,M=7.2)、鳥取県西部地震(2000.10.6,M=7.3)等の大規模地震によってしばしば甚大な被害を受けている。

これに対し中央防災会議を中心とする国、地方公共団体等の防災関係機関は、国土並びに国民の生命、身体および財産を災害から保護するため、災害対策基本法(昭和36年法律第223号)などにおいて、それぞれ防災基本計画、防災業務計画、地域防災計画等の防災計画を作成し、地震を含む災害全般についての予防対策、応急対策等を実施している。さらに地震対策については、大規模地震対策特別措置法(昭和53年法律第73号)、地震防災対策強化地域における地震対策緊急整備事業に関わる国の財政上の特別措置に関する法律(昭和55年法律第63号)、中央防災会議においての「南関東地域震災応急対策活動要領」(昭和63年12月6日)、「南関東地域直下の地震対策に関する大綱」(平成4年8月21日)において地震防災対策の整備、地震防災上緊急に整備すべき施設の整備、警戒宣言が発せられた際の応急対策を講ずることとされている<sup>1)</sup>。

ところで、都市では、人口、資産、経済活動の集中、集積が急速に進んでおり、これに伴って可燃性構造物の密集、交通の輻輳、危険物の集積等防災対策をめぐる多くの課題が内在している。そして、一度大規模地震が発生した場合には、地震による直接の災害や火災などによる二次災害の発生により、被害は甚大かつ広範なものになる。

兵庫県南部地震において兵庫県下の直接被害<sup>2)</sup>は、9兆9630億円と推定されている。この被害の内、高速道路1100億円、一般道路500億円、鉄道3800億円という被害額が算定されているが、被害は、主として橋梁の被害によるものである。たとえば、兵庫県内阪神高速道路神戸線の橋脚1175本のうち611本損傷し、5カ所落橋した。特に、神戸市東灘区深江南町付近の橋脚17本が、根元から切損し、635mにわたり転倒した事例は、衝撃的な震災であった。新幹線についても高架橋梁が、8カ所合計580mの部分崩壊した。このような甚大な橋梁の被害は、新潟地震の昭和大橋の落橋などの例があるが、国内では余り多くなく、国外に多くみられた。たとえば、サンフェルナンド地震(1971.2.9, M=6.6)、ロマプリータ地震(1989.10.17, M=7.1)、ノースリッジ地震(1994.1.17, M=6.8)において高架橋梁の被害があった。具体的な一例として、ロマプリータ地震での880号線サンブレイス地区の道路高架橋梁の被害などが挙げられる。

このような橋梁の被害を防ぐには、耐震的な観点から構造物に作用する地震動の性質の解明が必要となる。この入力地震動は、地震の発生が海洋部と内陸部の違いとか、断層からの距離が遠い近いの違い

とか、入力成分が水平と鉛直の卓越の仕方とかの多くの要因をもつ。次に、基盤に入射した地震動は、橋梁の周りの地盤を通過し、橋梁基礎に作用する。このとき構造物が、動的な応答をし、その結果として地盤へとエネルギーが逸散し、地盤と基礎との間に相互作用が発生する。この場合、周りの地盤は、動的な復元力において履歴を描く特性を示す。さらに、入力地震動が大きい場合、橋梁の応答は、構造部材も降伏応力を越える応力を生じ、非弾性挙動を呈する。この場合、構造物としての動特性および構造材料特性が重要な要因となる。

これらの設計を規定する示方書は、昭和55年（1980年）5月に改訂された道路橋示方書・同解説・V耐震設計編において、地震時変形性能照査という新しい規定が設けられ、大地震に対する安全性の確保および鉄筋コンクリート構造における脆性的な破壊という2点を設計に盛り込んだ。そして、橋脚の耐震性を検討するために、躯体モデルを用いて塑性変形領域に至る動的正負交番載荷実験が行われ、さらに鉄筋コンクリート構造物の弾塑性地震応答解析についても数多くの研究が発表されている。

また、昭和61年（1986年）10月に改訂された土木学会コンクリート標準示方書では、新たに耐震設計の項が設けられた。そこでは地震後の構造物に要求される供用性能の指標として損傷の程度を塑性変形の大きさに対応させている。このため、RC構造物の地震時の弾塑性応答変位を予測し、その挙動を把握することが合理的耐震設計を行うに際して、ますます重要となってきた。

さらに、道路橋に関する調査研究成果の拡充および新材料、新工法の技術が発達したことにより平成2年（1990年）2月、道路橋示方書の各編が改訂された。この中で、耐震設計編については、耐震設計法を合理化、充実させ、道路橋の地震時における安全性を向上させる目的で改訂が行われた。まず、震度法と修正震度法を1つにまとめた震度法として規定され、設計水平震度の見直しが行われた。また、これに関連して地震の種別区分が改訂されている。地盤の液状化の判定法については、動的せん断強度比の算出に細粒分含有率の影響を考慮することが追加された。耐震計算法については、1基の下部構造とそれが支持している上部構造を単位とする構造系に分割する方法から、地震時に橋が同一の振動をするものと考えた設計震度単位に分割して慣性力を算出するように改訂された。さらに、動的解析については、動的解析モデル、安全性の照査が明記されている。鉄筋コンクリート橋の耐震安全性の照査については、従来の変形性能による照査から保有水平耐力の照査に改訂された。

兵庫県南部地震で道路橋が多数被災し、これらを速やかに復旧する必要が生じたため、平成7年（1995年）6月には、「兵庫県南部地震により被災した道路橋の復旧に係る仕様」の準用に関する参考資料（案）が出され、これに基づいて復旧がなされた。その後、ここでの実績等を考慮され、平成8年（1996年）12月に新しい道路橋示方書耐震設計編が改訂された。ここで、内陸直下型地震での構造物へ与える地震として平成7年の兵庫県南部地震による地震動が考慮された。

次に二次災害として、新潟地震の震害例には、新潟市内のコンビナート地区において液体燃料貯蔵用のタンクの液体がスロッシング振動を生じ、これにより火災が発生したと推測されている<sup>3)</sup>。これによ

り、この地区のコンビナート施設の大部分が壊滅的な損傷を被った。そして、この化学プラントにおける原材料の消失は、工業生産に及ぼす影響が大であった。

地震時にタンクに貯蔵されている液体がタンク本体を損傷させる大きな要因として、地震波動の特性がある。地震波動のタンクに作用する効果は、短周期による貯蔵液体の衝撃圧と長周期による動揺（波動）圧とがある。なお、この場合、構造物としてのタンクは、一般に肉厚が非常に薄く撓みやすい。したがって、その弾性変形に伴う効果は、変形圧として作用する。また、タンク構造物を支持している軟弱な基礎地盤は、そのタンク底面での相互作用に大きな影響を及ぼす。すなわち、大容量地上式のタンク形式として採用されている浮屋根式タンクの場合、高さ／半径の比は、0.4前後の値をもち、底面スラブと地盤との変形特性が、動的相互作用の要因となり、表層地盤の特性も大きく影響する。

一方、データ解析の手法についてみてみると次のようなことがいえる。耐震工学の分野においてもフーリエ解析がよく用いられる。たとえば、時刻歴データより卓越する振動数を抽出する方法としてフーリエ解析が用いられる。時刻歴データ  $x(t)$  のフーリエ変換  $X(\omega)$  は、 $x(t)$  に含まれる調和振動  $\exp(i\omega t)$  の大きさを表している。時刻歴データに含まれている種々の振動数変動の強さの指標として、この  $X(\omega)$  の絶対値の2乗であるパワースペクトル密度  $Sp(\omega)$  が、一般に、用いられる。すなわち、FFTなどを用いて元のデータをフーリエ変換してパワースペクトルを描いて、主要な卓越振動数の同定が行われる。このような場合、フーリエ解析の特徴は、まず、第一に時刻歴の変動を調和振動の和と表現していることである。逆の表現をすると、フーリエ変換は、時刻歴変動の振動数成分への分解を与えている。ところで、線形系の構造物の応答や地盤中の波動伝播に対するフーリエ変換は、このような分解したものを意味し、フーリエ変換の有用性は、調和振動が支配方程式の基本解に対応することに基づいている。さらに、非線形系に対しても、変動の大きさが、十分小さい範囲なら、系は線形系に近似され、系の特性が抽出される。

また、3次元均質等方線形な全無限弾性体中に生じるせん断食い違い型有限震源のユニラテラル破壊伝播（ハスケルモデル）による遠方場の地震波動は、その震源スペクトルが  $\omega^p$  ( $p=1\sim 3$ ) の形を有する。食い違い型有限震源の時刻歴データは、フーリエスペクトルに特徴的な  $p$  乗のべき則がみられることになる。べき則のある現象に対するフーリエ解析は、現象の構造が自己相似的であることと、フーリエ分解の積分核の調和振動が互いに相似な関数系をなしていることを表している。このようなものであってもフーリエ解析は、有効な手法として用いられる。

フーリエ解析のこの有用性は、調和振動が周期性と相似性とを合わせもっていることによる。しかし、このような2つの性質は、時系列データの分解により欠落する情報も生じる。たとえば、パワースペクトル密度は、現象の生じた時刻についての情報が全く無くなってしまう。すなわち、時刻の情報は、フーリエ変換のフーリエ位相スペクトル部分に反映されるが、フーリエ振幅スペクトルには全く現れない。このため、変動するデータの局所的な特性は、フーリエ変換により解析することが難しくなる。

変動データの局所的性質を抽出するには、窓関数を局所部分のみにかけて、フーリエ変換を行う方法が従来行われている。しかし、この方法によると、積分核の局所化は、不確定性の関係により周期性抽出の精度の低下、時刻に関する分解能がある程度以上改善されず、核関数が互いに相似的になっていないなどの特性をもつことになる。

そこで変動データ中の種々のスケールの分布を、元の時間軸情報を失わずに取り出す手法としてウェレット解析が注目されるようになってきた。フーリエ解析に対してウェレット解析は、積分変換の積分核を時間軸に局所化し、しかも互いに相似な関数を選んで作成されている。この場合、積分核の周期性を崩すが、相似性を保持しつつ、局所化した手法となる。なお、この手法での周波数の分解能はそれほど高くなく、周波数解析に適さないが、核関数の相似性と局所性により、変動データの局所相似性の解析に非常に適することになる。この解析の応用には、音響信号処理、画像処理、乱流、数値計算などに適用され、その有効性が示されている。

このような耐震工学およびデータ解析上の背景の基に本論文の目的は、兵庫県南部地震による道路・鉄道における橋梁破壊および新潟地震による液体貯蔵タンクのスロッシング挙動による被害などに伴う構造工学・耐震工学上の課題をウェレット解析の適用により、その基礎特性を抽出し、工学的資料を与えることである。すなわち、本研究は、解析手法としてのウェレット解析の基本的特性について議論し、その工学上の応用として6テーマを取り上げる。まず、(1)ウェレット解析による地震波に対するデレクティビリティ、位相スペクトルの考察を行う。(2)地震波の観測や実験等による計測において信号に含まれる雑音を除去するため、ウェレット変換の手法を用いる。(3)合成波形作成手法として危険度解析の流れの中で具体的な地震動の合成にウェレット逆変換の手法を用いる。(4)兵庫県南部地震でのアレー観測データに対してウェレットF-Kスペクトルを定義し、その特性を調べる。(5)また、橋梁における橋脚での大変形に伴う履歴復元力特性が動的応答のデータとして得られた場合、その構造物の応答特性を2次元ウェレット係数あるいはウェレットフーリエスペクトルの形で表現して考察する。このときの等価な構造特性についても復元力モデルとの関係で調べ、系の同定を試みる。さらに、地震応答スペクトルの極値化した等応答スペクトルを定義し、その評価式の誘導にウェレット変換を用いる。(6)最後に、地上式タンクにおいて、入力する位置とタンクの応答位置での相互相関の関係をウェレット相互相関関数でその特性を考察する。

## 1. 2 従来の研究

### 1. 2. 1 ウェレット解析

ウェレット解析に関する従来の研究は、数学的理論の確立とともに種々の工学的な応用に拡がっている。ウェレット解析に関する理論は、Combes編のWavelets<sup>1)</sup>が初期のまとまった会議報告である。

ここには、基本的な理論に関する解説や応用例が数多く納められている。その後、Mayer<sup>5),6)</sup>, Daubechies<sup>7)</sup>, Chui<sup>8),9)</sup>は、ウェレット解析の数学的な成書としてまとめている。また、最近の分かり易い解説としては、山口・山田<sup>10)</sup>, 山口, 守本<sup>11),12)</sup>の文献があり、ここには、連続ウェレットおよび離散ウェレット、ならびに数値計算による応用例が分かり易く示されている。

ウェレットの応用の過程で、Mallat<sup>13)-15)</sup>は、サブバンド符号化とピラミッド符号化という音声や画像信号の波形符号化に用いていた技術を利用して、多重解像度近似としてウェレットの理論を展開した。Daubechies<sup>16)</sup>は、サブバンド符号化法の手法を有界な台を持つウェレット基底関数に適用し、数学理論を整備した。酒井<sup>17)</sup>は、デジタル信号処理に対する応用についてのQMF(Quasrature Mirror Filter)およびサブバンド適応フィルタについて理論的展開を行い、ウェレット解析との相似性について説明した。太田<sup>18),19)</sup>は、直交ウェレット変換を画像符号化への応用の圧縮符号化について具体的に解説した。一般に画像符号は、定常信号だけでは捉えられなく、信号の非定常的な振る舞いをするので変換符号化ではうまく取り扱えない。これに対してウェレット変換は、高振動数ほど変換基底が短く、非定常への追従はよくなることを示した。吉川<sup>20)</sup>は、2次元の偏微分方程式を対象にウェレットに離散化およびこれによる数値計算のための高速処理についての基礎的な考察を行った。すなわち、2次元ウェレットを1次元のものとのテンソル積として構成し、有界な境界のある領域でのウェレットを構成し、離散化の方法についてその特性を議論した。久門・田中・奥村<sup>21)</sup>は、サージ波形を用いた故障点検評定法をウェレット変換により実現し、故障検出および評定をハードウェアとしてもFPGAを用いてシステム設計して可能にした。

地震波動に対する適用には、佐々木・前田・山田<sup>22)</sup>は、1985年のメキシコ地震を例に採り、記録された地震波のビート状の後続波の成分をウェレット変換により分離している。また、彼らは、ウェレットスペクトルとパワースペクトルの高次成分の勾配との関係を調べている。次にYomogida<sup>23)</sup>は、同じメキシコ地震のLa Unionのデータを用いて、ウェレット解析している。ここでは、ウェレット変換の時間と振動数の両方の局在化の特性を用いて主要エネルギーの到達状況を考察し、さらに、地震動の軌跡の結果との総合的な評価より、地震断層内での破壊状況を考察している。著者ら<sup>24)-26)</sup>は、十勝沖地震の地震波記録のデータを採り、これを従来のフーリエ解析と対比しながら離散ウェレット解析を行い、その基本的特性を調べている。曾根・山本・増田・中岡・芦野<sup>27),28)</sup>らによる強震動記録を含めた波動への解析例がある。さらに、佐藤・室野, 西村ら<sup>29),30)</sup>は、レベル2地震動の位相特性のモデル化をウェレット変換により行っている。

## 1. 2. 2 RC構造部材の復元力特性および動的応答

十勝沖地震以降、橋脚を対象にしたRC構造部材の動特性に関する研究は、実験的・解析的に数多く発表されている。

たとえば、太田<sup>31)</sup>は、橋脚を対象とした柱部材の繰返し荷重下における耐力、変形性能など基本的な性状に関する特性把握のため室内実験を実施した。その結果、フーチングからの軸方向の伸び出しの影響、交番载荷の振幅方向による靱性率・破壊モードへの影響、エネルギー吸収能力の帯鉄筋の配置の影響などが確かめられた。さらに、交番繰返し载荷での斜めひび割れ領域での帯鉄筋間隔は、コンクリート標準示方書の規定に問題があることを指摘した。また、交番繰返し载荷での荷重-変位関係は、武藤モデルでかなり良い近似を与えるが、降伏変位において過大評価で与えていることを指摘した。

横井・水口・島<sup>32)</sup>は、震害を受けたRC橋脚の補修後の再来地震に対する応答は1次地震による損傷度によって異なるので、その損傷度を現す指標として塑性率が適することを明らかにし、さらに、RC橋脚の主鉄筋比の違いが損傷度-塑性率関係に及ぼす影響を調べた。その結果、外観から判断できる損傷度指標としてのひびわれ発生率、かぶりコンクリートの剥離率あるいは主鉄筋の座屈率と塑性率、すなわち損傷度が主鉄筋比ごとに線形関係があり、これらの指標を用いてRC橋脚の損傷度を表せることを示した。

平澤・古澤・伊藤<sup>33)</sup>は、RC構造物の損傷過程における振動特性の変化を定量化し、構造物の損傷度を評価した。その結果、初期剛性係数と最大応答変位関係、減衰定数-最大応答変位関係、自由振動数-最大応答変位関係の検討から、地震のように動的な損傷を受ける鉄筋コンクリート構造物の変位損傷度を定量化するためには振動台試験法による必要があり、特に入力地震波形の違いの影響を明らかにするためにはこの方法による必要があることを示した。また、振動台試験法による初期剛性係数および自由振動数が比較的大変位まで直線的に変化することから、この関係を利用して地震による損傷を受けた構造物の損傷度を推定することが可能であることを示した。

益子・睦好・町田<sup>34)</sup>は、構造物を構成する一部材を取り出して行う仮動的実験手法を開発し、この手法をRC2層ラーメン橋脚の中層梁に適用し、中層梁およびラーメン全体の応答を精度よく再現できるかどうかの検証を行った。解析結果を実験結果と比較した結果、中層梁材端の回転角、構造物天端の水平変位とともに実験値は、解析値を精度良く追従していることが確認でき、提案された実験手法の妥当性を示した。大場・睦好・町田<sup>35)</sup>は、地震力を受けるRC構造物の応答解析を行う場合、復元力モデルを用いた解析手法では部材の損傷分布やその程度を求めることが困難であることから、コンクリートおよび鉄筋の応力-ひずみ関係に基づいた応答解析を行い、その妥当性を検討した。その解析方法は、応力-ひずみ関係から繰返し荷重下におけるモーメント-曲率関係を求め、得られた復元力特性を用いて逐一応答解析を行うものである。コンクリートの応力-ひずみ関係の包絡線は、2次放物線と直線とし、鉄筋の応力-ひずみ関係には完全弾塑性モデルを用いた。また、復元力モデルを用いた従来の応答解析には、剛性劣化型バイリニアモデルを用いた。時刻歴応答解析の結果、応力-ひずみ関係を用いた本解析では復元力モデルを用いた解析と比べて、応答変位の偏りが見られず、また周期も幾分小さくなった。また、復元力-変位曲線のループの形状に大きな相違が見られた。貞末・睦好・町田<sup>36)</sup>は、ラーム



ン橋脚の耐震設計に関して検討するために、RC 2層ラーメン橋脚を対象として、各部材の靱性能が構造物全体の挙動、および変形性能に及ぼす影響を解析的に明らかにし、主に中層ばりの靱性能が構造物全体の変形性能に及ぼす影響を調べた。その結果、RC 2層ラーメン橋脚においては、1層柱下端および中層ばり両端が降伏し易い可能性があるため、両部材には十分な靱性能を付与することが必要であり、また、中層ばりの靱性能の大きさが構造物全体の変形性能に大きな影響を及ぼすことが明らかにした。

藤沢・山田・家村・伊津野<sup>37)</sup>は、地震時にRC部材の示す非線形挙動が極めて複雑で、これを表現する復元力モデルが現在までに数多く提案されているので、各種の復元力モデルによるRC橋脚の耐震損傷度の評価において、地震によって生じる損傷を定量的に評価する際に復元力モデルの差異が得られる結果にどのような影響を与えるかを検討した。その結果、複雑な挙動を示すRC部材の非線形特性をバイリニアモデルで表現しても、損傷度の評価は十分に行い得るが、入力波の周期と塑性域での固有周期が近くなる場合には、劣化を考慮した詳細なモデルによる解析が必要であることが明らかにした。

秋吉・睦好・佐伯・町田<sup>38)</sup>は、RC橋脚を対象として地盤と基礎の影響を考慮した動的非線形応答解析を行い、地盤と基礎が構造物全体の応答性状に及ぼす影響を明らかにするとともに、これらの影響を現行の耐震設計法に取り入れることを試みた。この結果、橋脚躯体の降伏震度が大きく、固有周期が長く、さらに地盤が軟らかい場合には、基礎が応答変位に占める割合が多くなり、その分橋脚躯体の変位は小さくなった。このことから、地震のエネルギーは橋脚躯体よりも地盤と基礎により消費され、基礎に大きな損傷が生じる可能性があった。また、橋脚躯体の靱性能を考える場合、地盤と基礎の影響を考慮する必要があることがわかった。貞末・高橋・睦好・町田<sup>39)</sup>は、RCラーメン高架橋を耐震設計する場合、各構成部材の耐力、剛性、靱性能をどのように配置すれば耐震的であるかについては、ほとんど検討されていないことから、RC 2層ラーメン構造物の各構成部材の靱性能および降伏耐力が全体の応答性状に及ぼす影響を解析的に明らかにした。そのため、数値解析方法として部材レベルの復元力特性から構造物全体の応答を求めるという手法を採用した。この結果、RC 2層ラーメン橋脚では中層梁の崩壊が構造物全体の応答性状に大きな影響を及ぼすことが明らかとなった。また、構造物に必要とされる靱性能を得るために、各部材に必要とされる靱性能を定量的に求めることが可能であるが、これらの値は地震波の種類、各部材の耐力、構造物の周期等によって異なるために、設計条件にあった適切な靱性能配置を行うことが必要であることがわかった。

四方・成行・平尾<sup>40)</sup>は、強震下における劣化型構造物のより合理的な損傷度評価式を導くための基礎的研究として、構造物の損傷を瞬間的損傷（変位靱性能）と累積的損傷（エネルギー靱性能）との複合であると考え、損傷度評価指標をそれらの損傷の線形結合と定義し、低下耐力比を破壊規範として構造物破壊時の変位ならびにエネルギー靱性能を求め、それらを用いて損傷度評価式に含まれる2つの係数を定量的に評価し、これらに及ぼす構造特性パラメータ等の影響を比較検討した。これらのことにより、劣化耐力比を破壊規範とした場合の劣化型履歴構造物の損傷度評価指標を比較的容易に導き得ることを

示した。

浅井・石黒・鈴木<sup>11)</sup>は、構造物と地盤の非線形性および地盤と構造物の接触面における滑動と剥離現象を考慮した非線形地震応答解析を行い、構造物の応答に及ぼす地盤の影響を検討した。この結果、降伏震度の大きい高架橋は地盤が柔らかくなるにつれて天端の絶対変位が増加するが、降伏震度が小さい高架橋では部材の損傷が大きくなると、動的相互作用が応答を抑えるように働き、降伏震度の大きいものより変位が小さくなるものもあった。また、地盤が硬い場合、フーチングの絶対変位は高架橋の降伏震度および入力地震加速度にほとんど影響を受けず、入力地震加速度の増加とともに高架橋躯体の変位（天端とフーチングの相対変位）と回転だけが増え、地盤が柔らかい場合は、降伏震度が大きいものほどフーチングの絶対変位は大きくなり、天端の絶対変位に占める高架橋躯体の変位の割合が小さくなるため、降伏震度が小さいものより変位が大きくなるものもあった。また、滑動と剥離現象に関しては、地震入力加速度が大きくなるに従ってフーチングの側面では滑動と剥離が頻繁に起きようになり、特に構造物の降伏震度が大きく、地盤が柔らかい場合に頻繁に起き、それにより応答変位に大きな影響を与えた。次に、固有周期が動的相互作用に与える影響については、全体的に入力地震加速度が大きくなるにつれて、構造物と地盤の塑性化が進むと動的相互作用の影響が小さくなり、地盤の一次固有周期に比較して構造物の一次固有周期の小さいものが動的相互作用の影響を大きく受けた。

藤沢・山田・家村<sup>12)</sup>は、コンクリート・鉄筋の応力-ひずみ関係構成則を用いてRC部材の耐荷力および変形性能を照査するファイバーモデル解析手法を用いることにより、中空断面RC高橋脚の耐荷力や極限変形性状について照査し、橋脚の地震応答性状について検討した。その結果、中空断面高橋脚では、長周期の地震応答特性から保有耐力レベルの巨大地震に対して生じる損傷は軽微な損傷～中程度の損傷に留まり、崩壊に至らないが、中空部は降伏点以降の変形性能に劣るため、横拘束鉄筋による十分な拘束を確保する必要があることを示した。

Kawashima・Koyama<sup>13)</sup>は、実物大に近い橋脚に対して交番載荷実験を実施した。その結果、部材劣化は、曲げ破壊・せん断破壊に関係無く非弾性載荷繰り返し回数によって進行することを示した。また、最大荷重発生時の変位より小さい場合、繰り返し回数3～10回までの効果はあまり大きくなく、それ以上の変位に対して、履歴ループによるエネルギー消費や劣化効果が大きくなることを示した。川島・長谷川・小山・吉田<sup>14),15)</sup>は、大地震時にRC橋脚がどの程度非線形域の変形を生じるか等価エネルギー法に着目して、その適用性および精度を検討している。その結果、等価エネルギー法は減衰定数を0.05～0.1程度とした線形動的解析結果をもとにした等価線形最大変位が非線形最大応答変位と精度よく近似することを示した。

### 1. 2. 3 液体貯蔵タンクの動特性

タンクの種々の損傷形態は、動的相互作用の結果による動的挙動である。そして、これらの基礎的な

諸量を評価する研究が、種々の側面から研究された。なお、液体貯蔵タンクの動的挙動を検討するには、人力としての地震動の研究も数多くあるが、ここでは、タンク本体の挙動に限定して、従来の研究について概観してみた。

#### (1) 貯蔵液体の境界面での相互作用

まず、液体貯蔵タンク系の各部分の剛性の違いから分類して述べてみる。

タンク側面のシェルおよび底面のスラブの剛性が剛として貯蔵液体の挙動を扱ったものには、次のようなものがある。Abramson<sup>16)</sup>ら、曾我部・柴田<sup>17),18)</sup>、清水<sup>19) 51)</sup>は、貯蔵液体を非粘性、非回転、非あるいは擬圧縮、均質性、変位・速度・自由表面の傾斜が、微小という仮定のもとで、速度ポテンシャル $\phi$ を考え、これを連続条件と境界条件（ここに減衰効果を含める場合がある）とのもとに解いた。さらに、動液圧 $p$ 、波高 $\eta$ およびベースシャー $Q_b$ 、転倒モーメント $M_b, M_c$ 、スロッシング円振動数 $\omega_0$ を求めた。なお、Housner<sup>52)</sup>は、流体圧を衝撃圧と対流圧に分けて扱い、流体は、細片に分割された膜と考え、これに対する運動より求めた。衝撃圧は、鉛直方向の単位長さあたりの圧力と単位質量あたりの慣性力が等しいとして求め、対流圧は、同じように細片の運動エネルギーとポテンシャルエネルギーを求めて、これにハミルトンの原理を適用して求めた。Senda・Nakagawa<sup>53)</sup>は、貯蔵液体を速度ポテンシャル理論により取扱い、スラブ面加速度でタンク全体が振動するものとして応答計算をした。

タンクの底面スラブの剛性は、剛であるが、側面シェルの剛性は、剛でない場合の液体およびシェルの挙動を扱ったものには、次のようなものがある。Miles<sup>54)</sup>は、タンクの柔性を導入するのにタンクを片持ばりの挙動をすると仮定してラグランジュアンを求めて運動方程式を誘導した。この仮定は、液高/半径 $> 3$ のとき実験的に成立することが知られている。Edwards<sup>55)</sup>は、シェルをSandersのシェル理論で、液体は、ポテンシャル流として取り扱い連成挙動を検討した。解は、シェルに対して円周方向のフーリエ級数で、軸方向を3次のべき級数の有限要素として求め、液体に対して半径方向をベッセル級数で求めた。また、タンク系をばね質点系に置換した形にまとめた。白木・藤田<sup>56)</sup>は、シェル全体を1つのはりとして扱い、振動モードは、はりの自由振動の正規関数の線形結合で表示した。シェルの板厚変化および振動による側板の断面変形は、考慮せず、また屋根なしとしていた。ここでの解析法は、液体に対して速度ポテンシャル理論を用い、地震応答解析は、モーダルアナリシスを用いた。Ogata<sup>57)</sup>は、種々の形式の円筒シェルに対してHousnerの提案した動流体圧が、作用した解析解を求めて比較検討した。Veletsos<sup>58)</sup>, Veletsos・Yang<sup>59)</sup>は、タンクの柔性を種々の軸変形を仮定して、流体圧をフーリエ級数展開の形式で求めた。屋根は、重量のみ考慮し、シェルの断面変形は、固有振動数の計算にのみ考慮した。シェル肉厚変形は考慮しなかった。Wu・Mouzakis・Nash・Colonell<sup>60)</sup>は、シェルの柔性を加味して固有振動数および変形モードを求めた。ここで、円筒シェルは、Flüggeの円筒シェル理論で、液体をポテンシャル流として、液体には減衰効果は含んでいない。また、円筒シェルの肉厚は一定で、液体貯蔵部と空部とに分けて円筒シェルを扱った。シェルの解は、級数展開表示で振動数方程式および境界値間の関

係式を求めた。

Luke<sup>61)</sup>は剛な、あるいは、柔な軸対称容器中の完全流体の自由振動を検討しており、液体および、タンクに有限要素を用いた。なお、ここでのタンク変形は、軸対称モードのみを取り扱った。Hsing・Weingarten<sup>62)</sup>は、非圧縮流体で部分的に満たされた軸対称で薄肉弾性シェルの固有振動数を検討した。このとき、自由表面の境界と貯蔵液体に対してシェル質量を無視した。よって、液体の低振動数モードは、無視した。Shaaban<sup>63)</sup>,Shaaban・Nash<sup>64),65)</sup>は、シェルに対して円筒形要素とし、Sandersのシェル理論を用いてひずみ-変位関係を定め、剛性マトリックスは、Gaussian積分法を用いた。液体要素は、矩形断面を持つリング要素に分割していた。有限要素の解析は、動力学の手法のモーダルアナリシスを用いていた。ただし、固有値を求めるのに近似法が、用いられていた。岡田・坂井・迫田・多田・小川<sup>66)-68)</sup>は、液体貯蔵タンクの側板および屋根をリング要素に、内液体を多節点円板要素に分割し、側板変位、内液体の速度ポテンシャルをフーリエ級数に展開表示した。解析は有限要素法による時刻歴モーダル解析法と修正震度法を用いていた。その他に、Balendra・Paramasiviam・Lee<sup>69)</sup>, Haroun・Ellaith<sup>70)</sup>の同様の研究がある。

弾性変形をする液体貯蔵容器としての挙動には、次のようなものがある。Bauer・Siekmann<sup>71)</sup>, Bauer・Wang・Chenら<sup>72)</sup>は、流体をポテンシャル流れとし、円筒シェルをLove-Timoshenkoのシェル理論とし、底板を円板として扱った。境界条件を満足させるために、速度ポテンシャルを2つのタイプの和として級数展開形式で表した。シェルおよびプレートに対する級数解も同じ形式を仮定し、基礎方程式・境界条件式に代入することにより、前者から固有方程式、後者から境界値間の関係式を得た。なお、液体には表面張力の効果も含まれていた。

タンク本体の変形性と基礎地盤の影響を加味した動的挙動には、次のようなものがある。地盤の影響を地盤係数の形(ウインクラー地盤)で底面スラブの挙動を取り扱ったものに宮脇<sup>73)</sup>の研究がある。基礎地盤の地震時安定性に注目して、非線形応力変形解析として2次元有限要素法を用いて取り扱ったものに、田村・鈴木・江刺・国生・小沢・村上<sup>74)</sup>の研究がある。ここで注目していることは、タンク基礎地盤の地震時破壊機構を現象的に把握するために行なっている。

## (2) 貯蔵液体の非線形挙動およびその他の挙動

液体に対する非線形的な挙動に注目した取扱については、Moiseyev<sup>75)</sup>,Hutton<sup>76)</sup>,Feltinsen<sup>77)</sup>,Bauer・Chan・Wang<sup>78)</sup>, 大坂・浜田<sup>79)</sup>などのものがある。これらの手法は、摂動法による級数展開の取扱が行われた。坂田・木村・内海<sup>80)</sup>は、液面における非線形条件を、ガラキ法による近似解法により取り扱った。さらに、嶋田・山田・家村・野田<sup>81)</sup>は、この解析法を実際の日本海中部地震などの場合について調べた。Okamoto・Kawahara<sup>82)</sup>は、屋根およびシャンプーを有するタンク内の大振幅スロッシング波解析のためのALE有限要素を提案した。

また、タンク全体の剥離に関する研究には、エレファント・フットの座屈に注目した実験的な検討の

Clough<sup>83)</sup>の研究がある。さらに滑動も含めた検討に、山口・秋山・小林・佐々木<sup>84)</sup>、鬼束・磯江・秋山・坂井<sup>85)</sup>、山口・秋山<sup>86)</sup>が地震時の浮き上がり現象について実物模型を用いた実験も含め基礎的な検討を行った。

大型液体貯蔵タンクは、屋根形式を浮屋根式となっている場合が多いが、これを考慮した解析的な取扱は少ない。実験に関しては、小川・関本・奥村の研究<sup>87)</sup>があるが、解析では坂井<sup>88)</sup>が、運動方程式をラグランジュアンより求め、その挙動を求めた。

### 1. 3 本研究の概要

本論文は、すでに述べたようにウェレット解析を耐震工学へ応用し、ウェレット解析の有用性と耐震工学上の基礎的特性を与える有力な資料を得ることを目的として、研究された結果をまとめたものである。すなわち、ウェレット変換の手法を中心に地震波特性の抽出、地震波動の合成、履歴復元力特性の視覚化および系の同定、応答スペクトルの評価、地盤-液体-タンク系の相互応答特性の把握、信号に含まれる雑音の除去により、ウェレット解析の特性を明らかにすることに努めた。

本論文においては、ウェレット変換によるデータの分解特性を明らかにすることにより、データ処理された特性の工学的な特性を把握しようとしている。したがって、1) 地震波動が断層あるいは震源の情報を含んでいるものとして考察されたり、2) 信号に含まれるインパルス性の雑音の除去が原信号の復元として取り扱ったり、3) 地震波動の合成が、危険度解析との関係で構築されたり、4) 地震波のアレー観測網に対するF-Kスペクトルがバンドパスフィルターのかかったものとして評価されたり、5) 履歴復元力を有する構造物の動的応答特性が非パラメトリック面との関係で評価されたり、応答スペクトルとの関係で考察されたり、6) 地盤上の液体タンク系の応答が空間での相互の位置との関係で評価されたりして、分解されたデータのもつ物理的な意味が明らかになる。

このような考えにたって本論文の各章が構成されているが、ウェレット解析を適用したテーマに含まれる耐震工学上の問題についても表1. 1のように議論している。

各章の内容の概略について述べれば以下のようなものである。

第2章では、2. 2においてまずウェレット解析の基礎事項について述べ、ウェレット変換の基本的特性を考察する。次に、2. 3において離散有限ウェレット変換による具体的なデータ処理方法について述べる。2. 4において非定常な不規則振動として地震波記録のデータを採り、フーリエ解析と対比しながらウェレット解析を行う。ウェレット解析は、離散有限ウェレット変換を用いて、数値シミュレーションを行い、その結果に対して若干の考察を加える。すなわち、最初に、本研究では、フーリエ解析でのランニングスペクトルと対比して分解係数ごとのウェレット係数を比較考察している。さらに、地震動のウェレット解析が、地震動のディレクティビティの現象や地盤内のひずみの非

表 1. 1 本論文において扱った章別の対象項目および主な解析方法

Chapter	Object		Method
2	*seismic waves	*directivity *rupture path *exponent law on the spectrum	*1D-wavelet transform
3	*noise reductions on seismic waves or signals	*reproduction	*wavelet odd coefficients *IFIR filter
4	*composite waves	*risk analysis *design response spectrum *phase	*inverse wavelet transform
5	*seismic waves	*observations on the vertical or horizontal array *long period *liquefaction	*2D-wavelet(mather wavelet) *wavelet cross-correlation fn. *wavelet F-K spectrum *3D-FEM
6	*responses of hysteretic restoring force system	*non-parametric plane *identity(natural frequency, damping constant) *nonlinear response spectrum *visuality	*2D-wavelet transform (father and mather wavelet) *equi-response spectrum
7	*responses of the liquid storage tank on the ground	*space relations *slide and lift on ground *interaction	*2D-wavelet(mather wavelet) *wavelet cross-correlation fn. *experimental studies

線形性と思われる現象の抽出に有効であることを示す。また、ロマプリータ地震での断層近傍の地震波形に対してウェレットフーリエ位相スペクトルを調べ、有限長線震源の破壊伝播の効果と距離の効果を用いたウェレット解析の分解係数により考察する。最後に、ウェレットスペクトルを定義して、パワースペクトルの低振動数域での対応関係を示す。すなわち、耐震工学上よく用いられる加速度に対する地震応答スペクトルと比較するためウェレットスペクトルを定義して表示し、検討する。

以上のような解析例により、地震波動特性の抽出には、ウェレット変換が有効な方法であることを示す。

第3章では、地震波動等の観測記録に入り込む種々の雑音の混入に対して、これらの信号における雑音除去が、現象の再現という工学的意味を持ち、その除去法としてウェレット変換を取り扱う。すなわち、3.2においてインパルス性の雑音除去のため、ウェレット変換におけるウェレット係数を偶数部と奇数部の係数に分離したものを定義する。さらにガウス性の雑音除去のため、ウェレットフーリエスペクトルでの各分解次数ごとのローパスフィルターを定義する。これらの定義された関数を用いて、具体的な数値処理のフローを説明する。3.3においては、提案された手法の有効性を調べるため数値シミュレーションを行い、基礎的な特性を述べる。また、実際に観測されたインパルス性の雑音の混入した地震波記録に対する適用例も示す。

以上のような解析例により、本手法がインパルス性雑音とガウス性雑音の重畳した信号から元の信号の再現に有効であることを示す。

第4章では、基本的な地震動の合成概念をリスクスペクトル法におき、具体的な波形合成法でウェブ

レット解析の方法を用いて地震波動を合成する。すなわち、4.2において離散有限ウェレット変換により、正規直交系で時間軸と振動数軸に相当する平面に展開された地震波動を低振動数の帯域から順次高振動数域へ作成していき、逆に分解された波形を再構築していく計算アルゴリズムについて述べる。4.3において、地震波動の合成の基本アルゴリズムの誘導法を議論する。この場合、ウェレット変換による地震波動の分解係数ごとのウェレットフーリエスペクトルにおいて、地震波の位相特性は、分解係数が1次のみ元の地震波動のものを保持した形で作成する。1次以外の分解係数での位相は、主要動の生じる時刻に相当する位相勾配により与える。4.4では、4.3のアルゴリズムに従って原波形の位相特性と異なる場合のウェレット変換法による地震波動の合成をする。

そして、本地震波動の合成法が、簡便で有効な手法であることを示す。

第5章では、兵庫県南部地震でのアレー観測データを用いて伝播特性をウェレット変換処理して考察してみる。すなわち、5.2において波動特性を解析するため、ウェレット相互相関関数およびウェレットF-Kスペクトルを定義する。5.3において神戸ポートアイランドでの鉛直アレーに関するデータを用い、ウェレット相互相関関数を求め、鉛直方向の伝播特性を調べる。一方、水平アレーに関するデータに対しては、アレー観測点間の距離が大きく、アレー観測点に波源を含む振動数-波数(F-K)スペクトルの解析結果を調べる。5.4では、鉛直アレーのウェレット相互相関関数による伝播特性は、軟弱な埋め立て地盤での液状化現象に伴う平均的な伝播速度の低下現象との関係で調べる。次に、水平アレーのウェレットF-Kスペクトルの伝播特性（見かけの位相速度と入射方向）を考察するため、3次元有限要素法(3DFEM)の断層モデルを設定し、震源要素から水平と鉛直上方に伝播させて比較検討している。ここでの断層破壊モデルによる検討は、長周期成分の波動特性をみるために行っている。

以上のような解析例により、ここに定義したウェレット相互相関関数およびウェレットF-Kスペクトルによる波動特性の抽出に有効な方法であることを示す。

第6章では、6.2において地動外乱を受ける部材構造系の非弾性応答を非パラメトリック面に表示し、2次元ウェレット変換(2DWT)近似、エネルギー的表示、等価固有振動数および等価減衰定数などにより、非パラメトリック特性面と構造系との関係を取り扱う。すなわち、非パラメトリック面の特性は、最初に、2次元ウェレット変換の基本的な特性について示し、分解係数ごとのエネルギー $E_i$ をウェレットフーリエスペクトルから定義し、構造系の非線形性を評価する。また、非パラメトリック面の特性を視覚的に把握するため4種類の2次元ウェレット係数の表示をし、履歴復元力モデルの特徴をパターン化して示す。さらに、構造特性の等価固有振動数および等価減衰定数は、Tchebycheff多項式近似による評価および定常な確率過程と仮定したときの評価など他の評価法と比較する。次に、設計変数を評価するために応答加速度あるいは入力加速度のパワー(分散)が一定という条件において応答量を極値化した等応答スペクトルを定義する。6.3において非弾性履歴復元力の振動解析を取扱い、

材料モデルとしては、線形特性を含み、RC材の履歴特性を中心に6モデル取り上げる。これらの履歴応答の特性を非パラメトリック面に表示し、構造系の力学特性は、この特性面により把握する。6.4において、非パラメトリック面および2次元ウェブレット変換のための数値計算アルゴリズムについて述べる。6.5において具体的な数値シミュレーションにより非パラメトリック面の特徴、2次元ウェブレット変換の基本特性、2次元ウェブレット係数と復元力モデルの関係、等価固有振動数と等価減衰定数、ウェブレットエネルギーと構造特性の関係、等応答スペクトルの特性を考察する。

これらの数値計算例より、2DWTが、非パラメトリック面の特性を抽出し、履歴復元力特性の評価に有効な手法の一つであることおよび等応答スペクトルが非弾性性のあまり強くない応答において有効であることを示す。

第7章では、弾性地盤上にある地上式円筒形貯油タンクを対象にして、タンクと地盤の動的性状を応答の加速度、地盤反力、タンク本体のひずみ、動液圧などによって把握する。まず、貯油タンクにおいてスロッシングによる動流体圧がタンクに働く大きな設計要因となり、底面でのベースシャーおよび転倒モーメントがタンク全体の動的安定に関係し、タンク底面での滑動および剥離を含めた地盤-タンクの系における空間的な動的応答がタンクと地盤との相互作用の挙動に関係するので、7.2において地盤-タンク-液体系の基本量である動流体圧、ベースシャーおよび転倒モーメント、ウェブレット相互相関関数、滑動・剥離について述べる。7.3では、7.2の基本量を調べるための模型実験の概要を述べる。7.4において、スロッシングの実験結果、タンクのベースシャー・転倒モーメントの実験結果、タンクの滑動・剥離の実験結果について述べる。7.5においてスロッシングの動液圧に関する特性、地盤反力および慣性力による転倒モーメントに関する特性、ウェブレット相互相関関数による空間的特性、滑動・剥離に関する特性について述べる。

以上のような実験項目により、スロッシング、底面スラブの反力特性、滑動・剥離特性が、地盤上タンク系の設計基本量を与えていることを示す。また、ウェブレット相互相関関数は、分解係数によって定まる中心振動数付近の成分で2点間の相互相関を与え、入力波の振動数特性による応答の特性を把握するのに視覚的に有効な表示であることを示す。

第8章は、本論文により得られた成果をとりまとめると同時に、今後に残された課題についても述べる。



## 参考文献 (第1章)

- 1) 総務庁行政監察局編：“震災対策の現状と問題点”，大蔵省印刷局，1992.
- 2) 朝日新聞：1995.1.31，朝刊.
- 3) 消防庁：“新潟地震火災に関する研究”，pp.163-171，1965.
- 4) Combes,J.M.,A.Grossann and Ph. Tchanitchian ed.:"Wavelets",Springer-Verlag,1989.
- 5) Mayer,Y.:"Ondeletes et Operatenr,I",Ondelettes,Hermann,1990.
- 6) Mayer,Y ed.:"Wavelets and Applications",Masson-Springer,1991.
- 7) Daubechies,I.:"Ten Lectures on Wavelets",SIAM CBMS-61,1992.
- 8) Chui,C.K.:"An Introduction to Wavelets",Academic Press,1992.
- 9) チャールズ. K. チュウイ著，桜井明・新井勉共訳：“ウエーブレット入門”，東京電機大学出版局，1993.
- 10) 山口昌哉・山田道夫：“ウェーブレット解析”，科学，岩波書店，Vol.60,No.6,pp.398-405,1990.
- 11) 山口昌哉・守本晃：“ウエーブレットとその応用について”，応用数理，Vol.1, No.3, pp.202-213, 1991.
- 12) 山口昌哉・守本晃：“ウエーブレットとその応用 [I]”，計測と制御，Vol.31, No.8, pp.879-886, 1992.
- 13) 山口昌哉・守本晃：“ウエーブレットとその応用 [II]”，計測と制御，Vol.31, No.10, pp.1066-1074, 1992.
- 14) Mallat,S.G.:"Multiresolution Approach to Wavelets in Computer Vision",*Wavelets*,Springer-Verlag,pp.313- 327,1989.
- 15) Mallat,S.G.:"Multifrequency Chananel Decompositions of Images and Wavelet Models",*IEEE Trans. on Acostic,Speech and Signal Processing*,Vol.37,No.12,pp.313-327,Dec. 1989.
- 16) Daubechies,I.:"Orthogonal Basis of Compactly Supported Wavelets",Comm.,*Pure and Appl. Math.*,Vol.41, No.7,pp.909-996,1988.
- 17) 酒井英昭：“ウエーブレットとデジタル信号処理”，システム／制御／情報，Vol.37,No.7, pp.395-401,1993.
- 18) 太田睦：“画像符号化における直交ウエーブレット”，数理科学，No.354,pp.24-30,Dec.1992.
- 19) 太田睦：“ウエーブレットの画像符号化への応用”，システム／制御／情報，Vol.37,No.7, pp.402, 409, 1993.
- 20) 吉川敦：“ウエーブレットと数値解析”，システム／制御／情報，Vol.37,No.7, pp.410-416, 1993.
- 21) 久門尚史，田中浩司，奥村浩士：“ウエーブレット変換による伝送線路の故障点標点システム”，電

- 気学会論文誌, Vol.121-B, No.9, pp.1139-1148, 2001.
- 22) 佐々木文夫, 前田達哉, 山田道夫: " ウエーブレット変換を用いた時系列データの解析", 構造工学論文集, Vol.38B, pp.9-20, 1992.
  - 23) Yomogida, K.: "Detection of anomalous seismic phases by the wavelet transform, *Geophysical Journal International*, Vol.116, pp.119-130, 1994.
  - 24) 宮脇幸治郎: " ウエーブレット変換による地震波評価に関する考察", 平成4年度土木学会関西支部学術講演会, 1-27, 1992.
  - 25) 宮脇幸治郎: " 地震波に関するウエーブレット解析", 大阪府立工業高等専門学校研究紀要, Vol.26, pp.53-61, 1992.
  - 26) 宮脇幸治郎, 土岐憲三: " ウエーブレット解析による地震波特性に関する一考察", 土木学会論文集, No.525/I, 33, pp.261-274, 1995.
  - 27) 曾根彰, 山本鎮男, 増田新, 中岡明, 芦野隆一: " 出力のウエーブレット変換と印加入力および物理系の間の正則性 (Daubechiesの正規直交ウエーブレットについて)", 日本機械学会論文集 (C編), 61巻, 589号, pp.108-114, 1995.
  - 28) 曾根彰, 山本鎮男, 増田新, 中岡明, 芦野隆一: " 強震記録のウエーブレット解析による履歴復元力特性を有する建築物の累積損傷の推定", 日本建築学会構造系論文集, 第76号, pp.67-74, 1995.
  - 29) 佐藤忠信, 室野剛隆, 西村昭彦: " 震源・伝播・地点特性を考慮した地震動の位相スペクトルのモデル化", 土木学会論文集, No.612/I-467, pp.201-213, 1993.
  - 30) 室野剛隆, 西村昭彦, 佐藤忠信: " 観測波を用いたレベル2地震動の位相特性のモデル化", 「レベル2設計地震動: 現状と展望」シンポジウム講演概要集, pp.75-80, 1993.
  - 31) 太田実: " 繰り返し荷重における鉄筋コンクリート橋脚の挙動に関する実験的研究", 土木学会論文集, 第292号, pp.65-74, 1979.
  - 32) 横井克則・水口裕之・島 弘: " 震害を受けたRC橋脚における損傷度の判断指標", 土木学会第45回年次学術講演会V, 1990.
  - 33) 平澤征夫・古澤誠司・伊藤和幸: " RC高橋脚モデルの損傷に及ぼす地震波形入力法の影響", 土木学会第45回年次学術講演会V, 1990.
  - 34) 益子直人・陸好宏史・町田篤彦: " 構造物を構成する一部材を取り出して行う仮動的実験手法", 土木学会第47回年次学術講演会V, 1992.
  - 35) 大場新哉・陸好宏史・町田篤彦: " 材料の応力-歪関係に基づいたRC部材の地震応答解析手法に関する研究", 土木学会第45回年次学術講演会V, 1990.
  - 36) 貞末和宏・陸好宏史・町田篤彦: " 各部材の靱性を考慮したRC2層ラーメン橋脚の地震時弾塑性応答", 土木学会第46回年次学術講演会V, 1991.
  - 37) 藤澤 悟・山田善一・家村浩和・伊津野和行: " 各種の復元力モデルによるRC橋脚の耐震損傷

- 度評価”，土木学会第46回年次学術講演会I，I-538，1991.
- 38) 秋吉郁子・陸好宏史・佐伯光昭・町田篤彦：“地盤と基礎を考慮した鉄筋コンクリート構造物の応答性状”，土木学会第47回年次学術講演会V，1992.
- 39) 貞末和宏・高橋康仁・陸好宏史・町田篤彦：“地震時におけるRC2層ラーメン橋脚の部材の靱性が構造物全体の靱性に及ぼす影響”，土木学会第47回年次学術講演会V，1992.
- 40) 四方康仁・成行義文・平尾潔：“劣化型履歴構造物の地震時損傷度評価指標に関する一考察”，土木学会第47回年次学術講演会I，I-564，1992.
- 41) 浅井聡史・石黒真・鈴木基行：“地盤の影響を考慮したRCラーメン高架橋の非線形地震応答解析”，土木学会第48回年次学術講演会I，1993.
- 42) 藤澤悟・山田善一・家村浩和：“中空断面RC高橋脚の保有耐力照査地震入力に対する弾塑性応答解析”，土木学会第48回年次学術講演会I，I-77，1993.
- 43) Kawashima,K. and T.Koyama:"Effect of Number of Loading Cycles on Dynamic Characteristic of Reinforced Concrete Bridge Pier Columns",Structural Eng./Earthquake Eng. Vol.5,No.1, *Proc. of JSCE* No.392/I-9pp.183s-191s,1988.
- 44) 川島一彦・長谷川金二・小山達彦・吉田武史：“大地震に対するRC橋脚の耐震設計法に関する研究(その1)等価エネルギー法による非線形地震応答変位の推定精度に関する検討”，*土建資料*，第2266号，pp.1-20，1985.
- 45) 川島一彦・長谷川金二・小山達彦・吉田武史：“等価エネルギー法による鉄筋コンクリート橋脚の非線形地震応答変位の推定精度”，*土木技術資料*，No.27-5，pp.15-20，1987.
- 46) Abramson,H.N.：“Wall Pressure Distributions During Sloshing in Rigid Tanks”,*ARS J.*,Vol.31,No.4,pp.1-12,1961.
- 47) 曾我部潔・柴田碧：“円筒液他貯槽の液面動揺の応答第1報”，*生産研究*，Vol.26,No.8,pp.31-34,1974.
- 48) 曾我部潔・柴田碧：“円筒液他貯槽の液面動揺の応答第2報”，*生産研究*，Vol.26,No.9,pp.22-24,1974.
- 49) 清水信行：“円筒タンクの耐震設計(1)”，*配管技術*，No.7,pp.150-153，1974，
- 50) 清水信行：“円筒タンクの耐震設計(2)”，*配管技術*，No.8,pp.159-167，1974，
- 51) 清水信行：“円筒タンクの耐震設計(3)”，*配管技術*，No.9,pp.158-166，1974，
- 52) Housner,G.W.:"Dynamic Pressures on Accelerated Fluid Containers",*Bull. of the Seis. Soc. of Amer.*,Vol.47, No.1,pp.15-35,1957.
- 53) Senda,K. and K.Nakagawa:"On the Vibration of An Elevated Water Tank(I)", 4th Japan National Congress on Applied Mechanics,pp.247-264,1954.
- 54) Miles,J.W.:"On the Sloshing of Liquid in A Flexible Tank",*J. of Appl. Mech.*,pp.277-283,1958.

- 55) Edwards,N.W.: "A Procedure for The Dynamic Analysis of Thin Walled Cylindrical Liquid-Storage Tanks Subjected to Lateral Ground Motions", Ph.D. Dissertation Univ. of Michigan, 1969.
- 56) 白木万博・藤田勝久: "液体を含む自立形薄肉円筒タンクの地震応答解析", 三菱重工技報, Vol.12, No.3, pp.6-18, 1975.
- 57) Ogata, H.: "On the Explicit Solutions of Various Isotropic Thin Closed Circular Cylindrical Shell Equations Applied to G.W.Housner's Dynamic Fluid", 第14回地震工学研究発表会講演集, pp.141-144, 1976.
- 58) Veletsos, A.S.: "Seismic Effects in Flexible Liquid Storage Tanks", 5th WCEE, Rome, Session 2B, 70, 1973.
- 59) Veletsos, A.S. and J.Y. Yang: "Dynamic of Fixed-Base-Liquid-Storage Tanks", U.S.-Japan Seminar for Earthquake Engineering Research with Emphasis on Lifeline Systems, Nov., 1976.
- 60) Wu, C.I., T. Mouzakiis, W.A. Nash and J.M. Colonell: "Natural Frequencies of Cylindrical Liquid Storage Containers", National Science Foundation, NSF-RA-E-75-134, June, 1975.
- 61) Luk, C.H.: "Finite Element Analysis of Liquid Sloshing Problems", ASRL, TR 144-3, Massachusetts, Institute of Technology, Cambridge, Mass., May, 1969.
- 62) Hsing, H.C.H. and V.I. Weingarten: "Dynamic Analysis of Hydroelastic Systems Using The Finite Element Method", Department of Civil Engineering, Univ. of Southern California, Report USCCE Nov. 1973.
- 63) Shaaban, S.H.: "Response of Partially Filled Liquid-Storage Circular Cylindrical Tank with or without on Interior Cylindrical Babble Under Seismic Actions Using Finite Element Technic", Ph.D. Dissertation Univ. of Massachusetts, 1976.
- 64) Shaaban, S.H. and W.A. Nash: "Finite Element Analysis of A Seismically Excited Cylindrical Storage Tank, Ground Supported, And Partially Filled With Liquid", National Science Foundation RANN, July 1976.
- 65) Shaaban, S.H. and W.A. Nash: "Response of An Empty Cylindrical Ground Supported Liquid Storage Tank to Base Excitation", International Symposium on Earthquake Structural Engineering, pp.1219-1230, 1976.
- 66) 岡田克夫・坂井藤一・迫田治行: "有限要素法による大型液体タンクの地震応答解析(第一報)", 川崎重工技報, Vol.59, pp.69-74, 1975.
- 67) 岡田克夫・坂井藤一・迫田治行・多田文三: "有限要素法による大型液体タンクの地震応答解析(第二報)", 川崎重工技報, Vol.61, pp.120-125, 1976.

- 68) 坂井藤一・迫田治行・小川浩: "石油タンクの耐震設計法", 川崎重工技報, Vol.71, pp.52-59, 1979.
- 69) Balendra, T., P. Paramasiviam and L. Lee: "Seismic Design of Flexible Cylindrical Liquid Storage Tanks", *EARTHQUAKE ENGINEERING AND STRUCTURAL DYNAMICS*, Vol. 10, pp.478-482, 1982.
- 70) Madhat A. Haroun, Hamdy M. Ellaith: "Model for Flexible Tanks under Going Rocking", *ASCE*, Vol. EM111, No.2, pp.144-151.
- 71) Bauer, H.F. and J. Siekmann: "Dynamic Interaction of A Liquid with The Elastic Structure of A Circular Cylindrical Container", *Ingenieur-Archiv*, Vol.40, pp.266-280, 1971.
- 72) Bauer, H.F., J.T. Wang and P.Y. Chen: "Axisymmetric Hydroelastic Sloshing in A Circular Cylindrical Container", *Aeronautical Journal*, pp.704-712, Dec. 1972.
- 73) 宮脇幸治郎: "上下動における液体貯蔵円筒形タンクの側板-底板の連成挙動について", 大阪府立工業高等専門学校研究紀要, Vol.10, pp.79-89, 1976.
- 74) 田村滋美・鈴木和三郎・江刺靖行・国生剛治・小沢良夫・村上秀平: "貯油タンク基礎の地震時安定について—数値解析的検討", 第12回土質工学研究発表会, 1977.
- 75) Moiseyev, N.N.: "On the Theory of Nonlinear Vibrations of A Liquid of Finite Volume", *Applied Mathematics and Mechanics*, Vol.22, 1958.
- 76) Hutton, R.E.: "An Investigation of Resonant Nonlinear, Nonplanar Free Surface Oscillations of A Fluid", *NASA, TND-1870*, 1963.
- 77) Faltinsen, O.M.: "A Nonlinear Theory of Sloshing in Rectangular Tanks", *J. of Ship Research*, Vol.18, No.4, Dec. pp.224-241, 1974.
- 78) Bauer, H.F., S.S. Chang and J.J.S. Wang: "Nonlinear Liquid Motion in A Longitudinally - Excited Container with Elastic Bottom", *ALAA, J.*, Vol.9, No.12, pp.2333-2339, 1971.
- 79) 大坂一・浜田政則: "地震における円筒形タンクの液面動揺振動解析", 第4回地震工学シンポジウム(1975), pp.623-630, 1975.
- 80) 坂田勝・木村康治・内海雅彦: "円筒タンクの非線形液面動揺の非定常不規則応答解析", 日本機械学会論文集, C編, 第49巻, 第442号, pp.963-970, 1983.6.
- 81) 島田三郎・山田善一・家村浩和・野田茂: "円筒タンクの非定常スロッシング解析", 土木学会論文集, 第368号, pp.383-392, 1986.
- 82) Okamoto, T. and M. Kawahara: "Two-dimensional Sloshing Analysis by The Arbitrary Lagrangian-Eulerian Finite Element Method", *Proc. of JSCE*, No.441/I-18, 1992.
- 83) Clough, D.P.: "Experimental Evaluation of Seismic Design Methods for Braosd Cylindrical Tanks", University of California, EERC-77/10, 1977.

- 84) 山口広樹, 秋山成興, 小林宏光, 佐々木秀敏: "フレキシブルタンクの地震時浮き上がりに関する基礎的研究", 土木学会第39回年次講演概要集, pp.689-690, 1984.
- 85) 鬼束博文, 磯江暁, 秋山成興, 坂井藤一: "地震時における平板円筒タンクの浮き上がり挙動に関する研究(その一)", 土木学会第39回年次講演概要集, pp.691-692, 1984.
- 86) 山口広樹, 秋山成興: "地上タンクの地震時浮き上がり挙動に関する基礎的研究", 構造工学論文集, Vol.31A, pp.529-536, 1985.
- 87) 小川浩・関本道尚・奥村敏恵: "円筒形浮屋根式タンクの振動実験", 土木学会第34回年次学術講演概要集, I-189, pp.376-377, 1979.
- 88) 坂井藤一: "液体タンクの流体弾性振動解析法", 土木学会第33回年次学術講演概要集, pp.330-331, 1988.

## 第2章 地震波動に関するウェレット解析

### 2.1 概説

複雑な現象を把握する手法としてフーリエ解析が、種々の形で多方面に用いられている<sup>1)</sup>が、この手法には問題もある。すなわち、フーリエスペクトルは、積分核が周期性と相似性の両方の性質を持っていることによる現象の生じた時刻に関する情報の欠落という欠点を持っている。これを改善する手法として最近ウェレット解析が注目されるようになってきている<sup>2)-3)</sup>。

ウェレット解析が扱う対象としては、種々あるが、たとえば、Kronland-Martinetら<sup>6)</sup>は、ウェレット変換を扱い、任意の信号の分解は、スケールパラメーターによって標識化された。その方法の特徴は、簡単な数学的な例を通して説明され、そして会話や音楽的な音の特徴を認識し、視覚化した。非定常の不規則過程に関する解析として、Flandrin<sup>7)</sup>は、フーリエ解析を越えた手法が必要として、時間-振動数の表現、時間-スケールの説明等に重点を置いた取り扱いを行った。そこで、ガボール展開、ウェレット変換の関係が、検波推定問題として信号を分解することによって処理された。Tuteur<sup>8)</sup>は、過渡的信号として心電図の波形を対象にし、これをウェレット解析によって心電の波形の遅れに応用した例を扱った。Saraccoら<sup>9)</sup>は、空気と水の2媒体での音波の伝播をポテンシャルとしてフーリエ変換の形式で求め、これをウェレット変換の形式で表現し、数値計算例で視覚的に表示した。Perrier<sup>10)</sup>は、ウェレット関数を用いて、偏微分方程式を解く方法を示した。計算例としては、周期的なヘビサイド関数に対する結果をフーリエ級数展開の結果と対比して示し、ウェレット関数表示の有効性を示した。

また、ウェレット変換における関数は、かなり自由度をもって定義される。Holschneiderら<sup>11)</sup>は、連続ウェレット変換に対してその変換に伴う基本的な演算法をまとめて示している。さらに、Dutilleul<sup>12)</sup>は、同様に合積に関する演算法を示し、具体的なクラニネットの音の波形からオクターブごとのウェレット変換を図式化した。離散ウェレット変換の演算法は、Mallat<sup>13)</sup>が2次元の具体的な説明を加え、これを画像データに適用したものを示した。

さらに、弾性波動に関してLarusonneurら<sup>14)</sup>は、物理探査における波動のウェレット変換表示を試み、その特性を調べた。ウェレット解析による地震波への適用としては、佐々木ら<sup>15)</sup>は、1985年のメキシコ地震を例に採り、記録された地震波のビート状の後続波の成分をウェレット変換により分離している。また、彼らは、ウェレットスペクトルとパワースペクトルの高次成分の勾配との関係を調べている。次にYomogida<sup>16)</sup>は、同じメキシコ地震のLa Unionのデータを用いて、ウェレット解析している。ここでは、ウェレット変換の時間と振動数の両方の局在化の特性を用いて主要エネルギーの到達状況を考察し、さらに、地震動の軌跡の結果との総合的な評価より、地震断層内での破壊状況を考察している。著者ら<sup>17)-19)</sup>は、十勝沖地震の地震波記録のデータを採り、これを従来のフーリエ解析と

対比しながら離散ウェレット解析を行い、その基本的特性を調べている。

いま、あるサイトにおいて記録された地震記録を解析する場合、その記録は、そのサイトの地層特性、地震波の伝播経路、震源近傍での断層破壊形式等数多くの要因を含むことになる。これらの要因を1つの地震波記録より明瞭に分解評価することは、現在のところ難しい。本研究は、記録された地震のうち比較的数多くの解析が行われ、記録された地震の種々の特性がある程度明らかにされている場合、ウェレット解析の特徴を用いてこれらの地震の特性を補完的な意味において考察しようとしたものである。ここでいうウェレット解析の特徴は、(1) 時系列事象の不連続性抽出の特性、(2) 分解係数ごとのエネルギー的な分解特性である。

本章での本研究は、まずウェレット解析の基礎事項について述べ、非定常な不規則振動として地震波記録のデータを採り、フーリエ解析と対比しながらウェレット解析を行う。ウェレット解析は、有限ウェレット変換を用いて、その基礎的な特性について数値シミュレーションを行い、その結果に対して若干の考察を加える。すなわち、地震動のウェレット解析が、地震動のディレクティビティの現象と思われる現象の抽出に有効であることを示す。また、ロマプリータ地震での断層近傍の地震波形に対してウェレットフーリエ位相スペクトルを調べ、有限長線震源の破壊伝播の効果と伝播経路の効果とをウェレット解析の分解係数により考察する。

最後に、ウェレットスペクトルを定義して、パワースペクトルの低振動数域での対応関係を示す。すなわち、耐震工学上よく用いられる地震応答スペクトルと比較するためウェレットスペクトルを定義して表示し、検討する。地震応答スペクトルは、1自由度線形構造が構造特性(周期,減衰定数)をパラメータとして地震波に対して受ける影響度を把握する量として用いられる。分解係数ごとのウェレットスペクトルは、地震波の分解係数ごとに定まる中心振動数付近の振動数特性が抽出された量に対応しているため、地震応答スペクトルとの対応関係から構造物への影響が分解係数でどの範囲まで対応しているか検討する。また、加速度に対するパワースペクトルが振動数に対して、べき法則がある場合、ウェレットスペクトルとの間に一定の関係を持つことを示し、検討する。

以上のような解析例により、本章において地震波特性の抽出には、ウェレット変換が有効な方法であることを示す。

## 2. 2 ウェレット変換<sup>20)-23)</sup>

### 2. 2. 1 連続ウェレット変換に関する基本特性

本論文の主テーマの一つであるウェレット解析は、与えられた事象に対してデータ解析を実行するとき、その基礎を形成している。そこで、この節では連続ウェレット変換と離散ウェレット変換に分けて基本事項について説明を加える。

連続ウェレット変換は、積分変換の一種で、その核関数として次の条件を満たす関数 $\psi(t) \in L^2(\mathbb{R})$



( $L^2$ : 2乗可積分関数)によって構築されている。まず、この関数 $\psi(t)$ は、マザーウェレットと呼ばれ、

$$c = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\hat{\psi}(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega \quad (2.1)$$

ここに、

$$\hat{\psi}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) \exp(-it\omega) dt \quad (2.2)$$

となる条件を満足した関数である。次にマザーウェレット $\psi(t)$ を用いて構築された次の関数系がウェレットと呼ばれる。

$$\psi^{(a,b)}(t) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (a, b \in \mathbb{R}, a \neq 0) \quad (2.3)$$

ここで、任意の関数 $f(t) \in L^2(\mathbb{R})$ の連続ウェレット変換 $T(a,b)$ は、ウェレットを核として用いた次の積分変換をいう。

$$T(a,b) = \frac{1}{\sqrt{c}} \int_{-\infty}^{\infty} \overline{\psi^{(a,b)}(t)} f(t) dt \quad (2.4)$$

なお、上付 $-$ は、共役複素関数を意味する。この変換には、逆変換が存在し、次式のように表される。

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{c}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} T(a,b) \psi^{(a,b)}(a) \frac{1}{a^2} da db \quad (2.5)$$

このように定義されたウェレット変換による解析を行う場合、この変換がどのような意味を持つか知っておくことは重要である。まず、フーリエ変換の場合、積分変換の核が、 $\exp(-i\omega t)$ であり、核のパラメータが振動数のみで時間軸上で三角関数が一様に広がっている。このことは、ある局所的な振動数 $\omega$ の情報を得たい場合、無限の時間領域におけるデータが必要なことを意味する。また、逆に時刻 $t_0$ での局所的な情報としてデルタ超関数 $\delta(t-t_0)$ を用いるとそのフーリエ変換は $\exp(-i\omega t_0)$ となり、すべての振動数 $\omega$ に影響しているのがわかる。一方、ウェレット変換の場合、積分変換の核が $\psi^{(a,b)}(t)$ であり、核のパラメータが振動数のほかに核関数を平行移動させるパラメータをもっている。すなわち、フーリエ変換が $t$ の関数から振動数 $\omega$ の関数への分解であり、ウェレット変換は振動数(の逆数) $a$ と時刻 $b$ の2変数関数 $T(a,b)$ への分解である。

いま、式(2.3)によって定義づけられる具体的な関数例としては、Mexican-hat と呼ばれる関数、

$$\psi(t) = -\frac{d^2}{dt^2} \exp(-t^2/2) \quad (2.6)$$

や French hat と呼ばれる関数,

$$\psi(t) = \begin{cases} 1 & (|t| \leq \frac{1}{2}) \\ -\frac{1}{2} & (\frac{1}{2} < |t| < \frac{3}{2}) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases} \quad (2.7)$$

がその例である。この関数は、時間軸の原点のまわりに局在化しており、これをフーリエ変換した関数あるいはその実数部も局在化している (図 2. 1 参照)。すなわち、ウェレット変換は、実空間とフーリエ空間で同時に顕在化した基底による関数の展開を与える。このような局所的に振幅を持った関数において、平行移動すれば、ある場所の周辺の特徴を引き出せ、また、拡大・縮小すれば、その場所の周辺での細かいスケールの構造を引き出せる。このようにウェレット変換は、時間-振動数の解析のための手法の一種である。

上述の事項を時間-振動数解析の観点からもう少し考察してみる。

まず、Chuiの窓関数  $w(x)$  の定義にしたがって、窓の中心  $t^*$  と半径  $r^*$  (幅  $2r^*$ ) を次のように定義する。

$$t^* = \frac{1}{\|w\|_2^2} \int_{-\infty}^{\infty} x |w(x)|^2 dx \quad (2.8a)$$

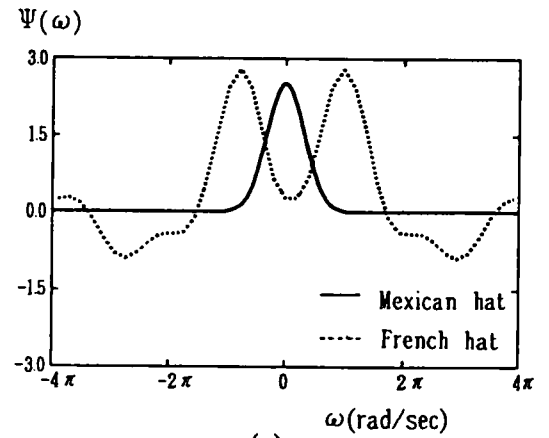
$$r^* = \frac{1}{\|w\|_2} \left[ \int_{-\infty}^{\infty} (x - t^*)^2 |w(x)|^2 dx \right]^{1/2} \quad (2.8b)$$

式(2.8a,b)は、それぞれ窓関数  $w(x)$  に対する1次と2次のモーメントによって定義されている。ウェレット関数に対する窓関数は、次のようになっている。

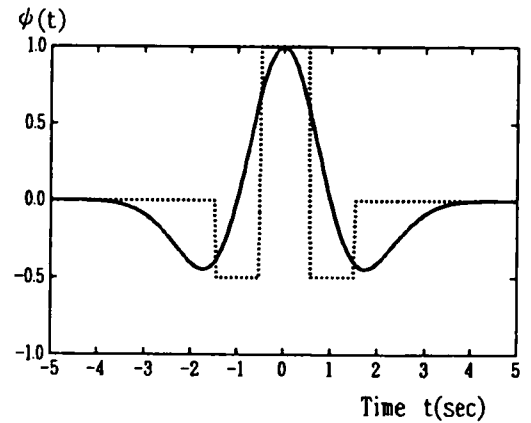
$$w(t|a,b) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (2.9)$$

このとき、中心と半径は、それぞれ次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \tilde{t} &= a \cdot t^* + b \\ \tilde{r} &= a \cdot r^* \end{aligned} \right\} \quad (2.10)$$



(a)



(b)

図 2. 1 連続ウェレット関数

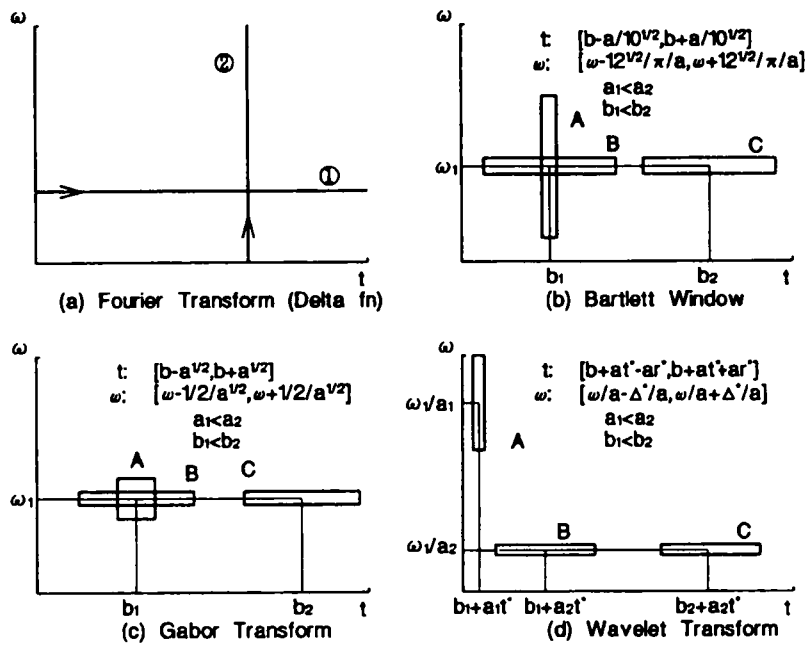


図 2. 2 ウエレット変換による窓関数としての特性

したがって、時間軸に関しての窓は、

$$[b + a \cdot t^* - a \cdot r^*, b + a \cdot t^* + a \cdot r^*]$$

次に、窓関数  $w(x|a,b)$  のフーリエ変換は、次のようになる。

$$\begin{aligned} \hat{w}(\omega|a,b) &= \int_{-\infty}^{\infty} w(x|a,b) e^{-i\omega x} dx \\ &= \frac{a}{\sqrt{|a|}} e^{-i\omega b} \hat{\psi}(a\omega) \end{aligned} \quad (2.11)$$

ここで、窓関数  $\psi(\omega)$  に対して、

$$\omega^* = \frac{1}{\|\hat{\psi}\|_2^2} \int_{-\infty}^{\infty} \omega |\hat{\psi}(\omega)|^2 d\omega \quad (2.12a)$$

$$\Delta^* = \frac{1}{\|\hat{\psi}\|_2^2} \int_{-\infty}^{\infty} (\omega - \omega^*)^2 |\hat{\psi}(\omega)|^2 d\omega \quad (2.12b)$$

とする。さらに、

$$\eta(\omega) \equiv \hat{\psi}(\omega + \omega^*) \quad (2.13)$$

と定義する。このとき、 $\eta(\omega)$  は、中心が 0 で、半径が  $\Delta^*$  なる窓関数となる。

次に、任意な関数  $f(x)$  のウエレット変換は、パーセバルの関係から、

$$\begin{aligned}
\langle f, w \rangle &= \frac{1}{2\pi} \langle \hat{f}, \hat{w} \rangle \quad (f, w \in L^2(\mathbb{R})) \\
&= \frac{1}{2\pi} \frac{a}{\sqrt{|a|}} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{f}(\omega) e^{-i\omega b} \hat{w}(a\omega) d\omega \\
&= \frac{1}{2\pi} \frac{a}{\sqrt{|a|}} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{f}(\omega) e^{i\omega b} \overline{\eta\left(a\left(\omega - \frac{\omega^*}{a}\right)\right)} d\omega \quad (2.14)
\end{aligned}$$

の関係にある。したがって、振動数軸に関しては、ウェレット変換を作用させることは、係数  $a/\sqrt{|a|}/2\pi$  と位相  $\exp(i\omega b)$  を除いて窓関数  $\eta(\omega)$  を作用させたことに相当する。しかもこのときの窓は、

$$\left[ \frac{\omega^*}{a} - \frac{1}{a} \Delta^*, \frac{\omega^*}{a} + \frac{1}{a} \Delta^* \right]$$

となり、 $\hat{f}$  の局所的な情報を与えていることになる。

これらの窓関数としてのウェレット変換は、時間-振動数平面で示すと図 2. 2 (d) のような特徴をもっている。なお、地震動の記象からその特性などを把握するのに従来から窓関数が用いられ、その特性を調べている。最も簡単なスペクトルウインドモデルとして矩形ウインドであるが、その他に Bartlett, Parzen, Hanning, Hamming などのモデル<sup>24)</sup>が用いられている。これらの窓関数は、その窓の幅が時間軸と振動数軸との関係において自動的に拡大・縮小されないが、図 2. 2 (d) に示したようにウェレット変換による窓関数特性は、低振動数領域の特性を抽出しようとする時間軸領域の窓の幅は、拡大し、逆に高振動数の特性を抽出しようとする窓の幅は、縮小されたものが対応している。

その他の特徴には、次のような事項が挙げられる。

- ① ウェレットは、上述のように振動数空間で広がりを持つため、スケールパラメータ  $a$  と振動数の間には穏やかな関係しかなく、ウェレット係数  $T(a, b)$  の形から振動数を精度よく求めることは難しい。
- ② エネルギーに関する総和での等式が成立する。

$$\int_{-\infty}^{\infty} |f(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |T(a, b)|^2 \frac{1}{a^2} da db \quad (2.15)$$

上式は、エネルギーが各成分の 2 乗の和で表したものに等しく、 $|T(a, b)|^2$  は各成分に配分されたエネルギーに相当している。これは、一見フーリエ変換におけるエネルギーの分配則に似ているが、ウェレット変換の場合、 $T(a, b)$  は、次のような関係を持っているので物理的解釈をするとき注意がいる。

$$\begin{aligned}
T(a,b) &= \frac{1}{\sqrt{c}} \int \overline{\psi^{(a,b)}(t)} f(t) dt \\
&= \frac{1}{\sqrt{c}} \int dt \overline{\psi^{(a,b)}(t)} \frac{1}{\sqrt{c}} \iint T(d,b') \psi^{(d,b')}(t) \frac{dd db'}{a'^2} \\
&= \iint_{-\infty-\infty}^{\infty-\infty} \frac{dd db'}{a'^2} K(d,b':a,b) T(d,b')
\end{aligned} \tag{2.16}$$

ここに,

$$K(d,b':a,b) = \frac{1}{c} \int \overline{\psi^{(a,b)}(t)} \psi^{(d,b')}(t) dt \tag{2.17}$$

この  $T(a,b), T(d,b')$  の関係は、変換されたものが、一次従属関係を意味している。したがって、 $T(a,b)$  の特性は、データの特性と形式的（連続ウェレット変換の）特徴の混合されたもので分離し難い。このことは、 $T(a,b)$  に対してデータ処理（加工変形）を施すのが困難となる。このように、連続ウェレット変換は、完全系であるが直交系でないため、 $T(a,b)$  を物理的な解釈を行うには、注意が必要である。

- ③ ウェレット  $\{\psi^{(a,b)}(t)\}$  は一次従属な基底系であり、完全系を真の部分集合として含んでいる（過剰完全系）。すなわち、 $\psi^{(a,b)}(t)$  がお互い一次従属であり、 $a, b$  の任意関数を選べない。しかし、このウェレット変換の特徴が工学的な応用関数としての広がりを持たせている。

## 2. 2. 2 離散ウェレット変換に関する基本特性

### (1) MRA (Multi-Resolution Analysis)

連続ウェレット変換では、基底関数が直交関係になく、これを直交化されたウェレットにすると、 $a$  と  $b$  のパラメータは、連続的でなく離散的になる。 $f(t) \in L^2$  に対して、離散系のウェレット変換は、形式的に、

$$f(t) = \sum_j \sum_k \alpha_{jk} \psi_{jk}(t) \tag{2.18}$$

ここに,

$$\alpha_{jk} = \int_{-\infty}^{\infty} \overline{\psi_{jk}(t)} f(t) dt \tag{2.19}$$

となる。ここに  $\alpha_{jk}$  は、展開係数であり、 $\psi_{jk}$  はマザーウェレット  $\psi$  から離散的に平行移動とスケール変換によって生成される基底である。

いま、 $\psi_{jk}$  ( $j$  は固定、 $k \in \mathbb{Z}$ ) の線形結合で表すことのできる関数全体（線形空間）を  $W_j$  とする。そう

すると  $f(t)$  は,  $W_j$  の関数の和として表現していることになる. すなわち,

$$L^2 = \overline{\bigoplus_{j=-\infty}^{\infty} W_j} \quad (2.20)$$

なお, 上付き  $-$  は, 関数  $W_j$  の和の演算をすべてするという意味である. さらに,

$$V_j = \sum_{l=-\infty}^{j-1} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \alpha_{jk} \psi_{jk}(t) = \overline{\bigoplus_{l=-\infty}^{j-1} W_l} \quad (2.21)$$

と定義する.

MRA は, 以上のような関数, 記号を用いて説明する.

MRA は, 次のような 4 つの性質を満たす  $\{V_j\}$  と  $\phi(t)$  を合わせた解析をこのように呼んでいる.

性質 1 :  $\cdots \subset V_{j-1} \subset V_j \subset V_{j+1} \cdots$

Sobolov 空間内で連続した部分空間を形成している.

性質 2 :

$$\begin{cases} L^2 = \overline{\bigcup_{j=-\infty}^{\infty} V_j} \\ \bigcap_{j=-\infty}^{\infty} V_j = \{0\} \end{cases}$$

性質 3 :  $f(t) \in V_j \Leftrightarrow f(2t) \in V_{j+1}$

性質 4 : 関数  $\phi(t)$  があり,  $\{\phi(t-n) \mid n \in \mathbb{Z}\}$  が  $V_0$  の完全正規直交基底 (Complete Orthonormal System; CONS) となる.

ここで,  $\phi(t)$  をファザーウエレット, あるいは, スケール関数と呼ぶ. 性質 1 は,  $j$  が振動数で,  $V_j$  がローパスフィルターを意味し,  $V_j$  が増大列を構成していることを意味している. 性質 2 の第 1 式は, カットオフ振動数を高くしていけば任意の関数を表現できることを意味する. 第 2 式は, カットオフ振動数を下げていけばゼロとなることを意味する. 性質 3 は,  $V_j$  に属する関数の引数  $t$  を  $2t$  にすると  $V_{j+1}$  に属する関数となることを意味している. 性質 4 は,  $V_0$  が  $f(t)$  で正規直交系を形成していることを意味する. なお, 性質 1 より,

$$V_{j+1} = V_j \oplus W_j \quad (2.22)$$

なる表示ができる.

## (2) MRA による直交ウエレットの構成法

### ① 任意関数のファザーウエレットによる展開

いま,  $f(t)$  が,  $V_1$  に属しているなら MRA 性質 3 より,  $f(t/2)$  は,  $V_0$  に属しているから,

$$f\left(\frac{t}{2}\right) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \alpha_k \phi(t-k) \quad (2.23)$$

と書ける。ゆえに、 $t/2$ を $t$ とおくと、

$$\begin{aligned} f(t) &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} \alpha_k \phi(2t-k) \\ &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{\alpha_k}{\sqrt{2}} \sqrt{2} \phi(2t-k) \end{aligned} \quad (2.24)$$

となる。したがって、 $V_1$ の関数は、 $\{\sqrt{2}\phi(2t-k)\}$ で書くことができる。また、

$$\begin{aligned} \int \sqrt{2}\phi(2t-k) \sqrt{2}\phi(2t-l) dt &= \int \phi(y-k) \phi(y-l) dy \\ &= \delta_{kl} \end{aligned} \quad (2.25)$$

ゆえに、 $\{\sqrt{2}\phi(2t-k)\}$ は、 $V_1$ のCONSである。同様の段階を $j$ に関して順次踏めば、 $\{2^{j/2}\phi(2^j t-k)\}$ は、 $V_j$ のCONSである。

### ② 任意関数 $f(t)$ のマザーウェレット $\psi(t)$ による展開

任意関数  $f(t)$  のマザーウェレット  $\psi(t)$  による展開は、任意関数  $f(t)$  が  $W_0$  に属しているとき、 $f(2t)$  が  $W_1$  に属することを示せば任意の  $j$  に対する関係が示されたことになる。

まず、 $V_1 = V_0 \oplus W_0, V_0 \perp W_0$  だから、 $f(t) \in V_1$  かつ  $f(t) \perp V_0$  となるなら、 $f(2t) \in V_2$  かつ  $f(2t) \perp V_1$  となる。さらに、 $V_2 = V_1 \oplus W_1$  で  $V_1 \perp W_1$  であるから、 $f(2t) \in W_1$  となる。以上のステップは、逆にも辿ることができる。したがって、もし関数  $\psi(t)$  があって、 $\{\psi(t-k) \mid k \in \mathbb{Z}\}$  が  $W_0$  のCONSとなるとすると、任意の  $j$  に対しては、 $\{2^{j/2}\psi(2^j t-k) \mid k \in \mathbb{Z}\}$  のCONSとなる。すなわち、

$$f(t) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \alpha_{jk} 2^{j/2} \psi(2^j t-k) \quad (2.26)$$

したがって、 $W_0$  の満たす  $\psi(t)$  を求めればよいことになる。

### ③ $\psi(t)$ に関する関係式

まず、 $\phi(t) \in V_0 \subset V_1$  であるから、次のようなツースケール関係が成立する。

$$\phi(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h_k \sqrt{2} \phi(2t-k) \quad (2.27)$$

ここに、 $h_k$  は、展開係数である。また、 $\psi(t) \in V_1$  だから、

$$\psi(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} g_k \sqrt{2} \phi(2t-k) \quad (2.28)$$

ここに、 $g_k$  は、展開係数である。以上の2式の両辺にフーリエ変換を施し、 $\omega/2$ を $\omega$ に書き直すと

次式のように求められる。

$$\hat{\phi}(2\omega) = m_0(\omega)\hat{\phi}(\omega) \quad (2.29a)$$

$$\hat{\psi}(2\omega) = m_1(\omega)\hat{\phi}(\omega) \quad (2.29b)$$

ここに,

$$m_0(\omega) = \sum_k \frac{h_k}{\sqrt{2}} e^{-ik\omega} \quad (2.30a)$$

$$m_1(\omega) = \sum_k \frac{g_k}{\sqrt{2}} e^{-ik\omega} \quad (2.30b)$$

次に,  $\phi(t), \psi(t)$  関数について,  $\{\phi(t-k) | k \in Z\}, \{\psi(t-k) | k \in Z\}$  が正規直交系となるための必要十分条件と,  $\phi(t-k) \in V_0, \psi(t-k) \in W_0$  が直交しているという条件を用いて整理すると次式のような関係式が得られる (付録 A 1)。

$$m_1(\omega) = e^{-(2N+1)i\omega} \overline{m_0(\omega + \pi)} \quad (2.31)$$

ここに,  $N$  は, 整数である。

以上, 形式上  $h_k$  が決まれば,  $m_0(\omega), \hat{\phi}(\omega)$  および  $m_1(\omega)$  が決まり, マザーウェレット  $\hat{\psi}(\omega)$  が定められる。これらの関係式を用いて, 具体的にマザーウェレットを定めたものとして Daubechies のウェレットがある<sup>25)</sup>。

### (3) Mallat 変換

$f(t) \in V_1$  とする。  $V_1 = V_0 \oplus W_0$  より,  $f(t)$  を  $V_0$  成分と  $W_0$  成分に分ける。まず,

$$\begin{aligned} f(t) &= \sum_m C_m^1 \sqrt{2} \phi(2t - m) \\ &= \sum_l C_l^0 \sqrt{2} \phi(t - l) + \sum_l D_l^0 \psi(t - l) \end{aligned} \quad (2.32)$$

ここに,

$$\begin{aligned} C_l^0 &= \int \overline{\phi(t-l)} f(t) dt \\ &= \sum_m \overline{h_{m-2l}} C_m^1 \end{aligned} \quad (2.33a)$$

$$\begin{aligned} D_l^0 &= \int \overline{\psi(t-l)} f(t) dt \\ &= \sum_m \overline{g_{m-2l}} C_m^1 \end{aligned} \quad (2.33b)$$

上の関係式は, 再帰的に用いることができ,  $j$  と  $j+1$  の間でも成立する。そしてこれは, Mallat 変換と呼



ばれている。

いま,  $f(t) \in V$  において, はじめに  $j=0$  で  $C_l^0$  が既知であるとする. この状況で  $V_0 = \bigoplus_{m=1}^j W_{-m} \oplus V_{-j}$  の関係を用いると,  $j$  について順次係数が決定される. そうすると,

$$f(t) = \sum_{m=1}^j \sum_l D_l^{-m} 2^{-m/2} \psi(2^{-m}t - l) + \sum_l C_l^{-j} 2^{-j/2} \psi(2^{-j}t - l) \quad (2.34)$$

上式右辺第1項は, 直交ウェレットの展開形式を, 第2式は, その余りを表している. このような Mallat 変換は, 低振動数成分を再帰的に高振動数と低振動数に分けていることになる. このような関係式を用いてマザーウェレット  $\hat{\psi}(\omega)$  を定めたものとして Mayer のウェレット<sup>26)</sup>がある.

#### (4) Mayer のウェレット

離散ウェレット解析において用いられるウェレットには, Daubechies ウェレットが時間空間で, Mayer ウェレットが振動数空間でその関数を規定しているものがある. これらの関数は,

$$\int_{-\infty}^{\infty} \overline{\psi_{j,k}(t)} \psi_{j',k'}(t) dt = \delta_{jj'} \delta_{kk'} \quad (2.35)$$

の関係を満足している. このような直交ウェレット変換の特徴は, データ  $f(t)$  のウェレット係数  $\alpha_{jk}$  がお互い完全に独立となる. このことは, 係数  $\alpha_{jk}$  がデータ  $f(t)$  によってすべて定まっていることを意味している. したがって, ウェレット係数, あるいは, ウェレットスペクトルが分解次数ごとに分解して物理的な量と対比して解釈できる. すなわち, フーリエスペクトルと相似な関係を持ち, 分解次数ごとの特性を抽出されることになる.

まずここでは, Mayer の基本諸量について示しておく. 本研究においては, 基本的には Mayer の構築法の類似な方法で行っており, これについては, 次節以降その手法について述べる.

Mayer のマザーウェレットは, 次のような条件を満足するものである.

- ①  $\hat{\phi}(\omega)$  は無限回微分可能な実数値関数
- ②  $\hat{\phi}(\omega) \geq 0$ ,  $\hat{\phi}(\omega)$  は  $\omega \geq 0$  で単調減少,  $\hat{\phi}(\omega) = \hat{\phi}(-\omega)$
- ③

$$\left. \begin{aligned} \hat{\phi}(\omega) &= 1 && \left( |\omega| \leq \frac{2\pi}{3} \right) \\ \hat{\phi}(\omega) &= 0 && \left( |\omega| \geq \frac{4\pi}{3} \right) \end{aligned} \right\} \quad (2.36)$$

- ④

$$\left( \hat{\phi}(\omega) \right)^2 + \left( \hat{\phi}(\omega - 2\pi) \right)^2 = 1, \left( \frac{2\pi}{3} \leq \omega \leq \frac{4\pi}{3} \right) \quad (2.37)$$

このような条件を満たす関数はいくらでもあるが、いま $\hat{\phi}(\omega)$ が、既知であるとする。このとき、

$$\left. \begin{aligned} m_0(\omega) &= \hat{\phi}(2\omega) / \hat{\phi}(\omega) & (0 \leq \omega < 2\pi / 3) \\ m_0(\omega) &= 0 & (2\pi / 3 \leq \omega \leq 2\pi) \end{aligned} \right\} \quad (2.38)$$

ただし、 $m_0(\omega)$ は $2\pi$ の周期関数であり、また、式(2.31)より、

$$m_1(\omega) = e^{-i\omega} \overline{m_0(\omega + \pi)} \quad (2.39)$$

となり、

$$\begin{aligned} \hat{\psi}(\omega) &= m_1\left(\frac{\omega}{2}\right) \hat{\phi}\left(\frac{\omega}{2}\right) \\ &= e^{-i(\omega/2)} \overline{m_0\left(\frac{\omega}{2} + \pi\right)} \hat{\phi}\left(\frac{\omega}{2}\right) \end{aligned} \quad (2.40)$$

のように確定する。

## 2. 3 有限離散ウェレット変換によるデータ処理

### 2. 3. 1 ベクトル空間に関する正規直交基底

本研究においては、Mayerのウェレットに属するMallat<sup>27)</sup>の定義したウェレット変換における正規直交基底を用いることにする。

まず、可測的で、可積分な関数群 $L^2(\mathbb{R})$ に属するベクトル空間における正規直交基底として、ファーズーウエレット関数 $\phi(t)$ を用いた次式が定義される。

$$\phi_{j,m}(t) = 2^{-j/2} \phi_j(t - 2^{-j}m) \quad (2.41)$$

ここに、任意の整数 $j$ に対して、

$$\phi_j(t) = 2^j \phi(2^j t) \quad (2.42)$$

基底 $\phi_{j,m}$ はパラメータ $m$ 、 $j$ をもっており、この分解係数 $j$ を用いて $2^{-j}$ は拡大・縮小を意味し、 $m$ は、平行移動を意味している関数となっている。

同様に、マザーウエレット関数 $\psi(t)$ を用いた次式が定義される。

$$\psi_{i,m}(t) = 2^{-j/2} \psi_j(t - 2^{-j}m) \quad (2.43)$$

ここに、

$$\psi_j(t) = 2^j \psi(2^j t) \quad (2.44)$$

基底 $\psi_{j,m}$ も基底 $\phi_{j,m}$ と同様のパラメータの意味をもった関数となっている。

ところで、式(2.41)は、任意のベクトル空間 $V_j$ の正規直交基底が係数 $2^{-j}$ をもった関数 $\phi(t)$ の拡大と間隔が、 $2^{-j}$ に比例する格子上への関数の平行移動によって表わされることを示している。

式(2.43)は、任意のベクトル空間 $V_j$ と直交なベクトル空間 $W_j$ を考え、この空間 $W_j$ への直交写像を計算するための正規直交基底を表わしている。

### 2. 3. 2 有限リゾリューション変換および有限ウェレット変換

いま、有限リゾリューション変換を考えてみる。データ数は、実際の数値計算アルゴリズムのFFTを念頭において、 $2N$ が $2^n$ なる偶数として、離散データは $f(t)$ 、正規直交基底 $\phi_{j,m}(u)$ を用いて次のように表示する。

$$f(t) = \sum_{j=-n}^{-1} \sum_{m=-2^j N}^{2^j N} A_{j,m} \phi_{j,m}(t) \quad (2.45)$$

ここに、

$$A_{j,m} = \langle f(u), \phi_{j,m}(u) \rangle \quad (2.46)$$

式(2.45)の係数 $A_{j,m}$ は、式(2.46)に示されるように、与えられたデータ $f(u)$ と関数 $\phi_{j,m}(u)$ との内積によって定義される。 $m$ は整数値であり、変数 $u$ は、 $2^{-j}m$ ごとの整数値をとる離散値となっている。したがって、式(2.46)によって定義される係数 $A_{j,m}$ が有限リゾリューション変換した値に相当している。これを計算するには、次のようなアルゴリズムを用いて行うことができる。

まず、式(2.46)は、 $V_j$ なるベクトル空間の基底で表示したものであるがこれを $V_{j+1}$ なるベクトル空間の基底を用いて表示すると次式のようなになる（付録A2）。

$$\langle f(u), \phi_{j,m}(u) \rangle = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \tilde{h}(2m-k) \langle f(u), \phi_{j+1,m}(u) \rangle \quad (2.47)$$

ここに、

$$\tilde{h}(m) = \langle \phi_{-1}(u), \phi(m-u) \rangle \quad (2.48)$$

式(2.47)における離散量に対してフーリエ変換を両辺に施すと、次式のような関係式を得る。

$$F(Y)\Phi_j(Y) = F(Y)\Phi_{j+1}(Y)H(2^{-j-1}Y) \quad (2.49)$$

ここに、 $F(Y)$ 、 $\Phi_j(Y)$ 、 $\Phi_{j+1}(Y)$ 、 $H(Y)$ は、それぞれ $f(u)$ 、 $\phi_j(u)$ 、 $\phi_{j+1}(u)$ 、 $h(u)$ に関するフーリエ変換を意味する。なお、関数 $H(Y)$ は、鏡像関数となっている。

式(2.49)において $j=1$ のとき、右辺における $\Phi_{j+1} = \Phi_0$ 、 $H(2^{-j-1}Y) = H(Y)$ となり、 $\Phi_0(Y)$ は、式(2.42)における $\phi_j = \phi$ のフーリエ変換した値となっている。したがって、ファザーウェレット関数 $\phi(u)$ のフーリエ変換 $\Phi(Y)$ が定まっていれば $Y$ のデータは、 $2^n$ の離散量として定められる。式(2.49)の右辺が定まれば、左辺の離散量が求まったことになる。次にこの値を用いて $j=2$ のステップを計算する場合、式

(2.49)の右辺は、 $H(2^{-j-1}Y)$ の変数が $2^{-j-1}Y$ となるので、 $F(Y), \Phi(Y)$ の変数 $Y$ のデータは、 $2^j/2$ の離散量として求められる。同様の過程を $j=-n$ まで行うことにより、全計算過程が終了し、有限リゾリューションスペクトル値に相当する量が求められる。これらの逆フーリエ変換を施すことによりスペクトル値としての係数が求められる。

次に、有限ウェレット変換について考えてみる。この場合も有限リゾリューション変換と同様に、離散量 $f(x)$ を次のように表示できる。

$$f(t) = \sum_{j=-n}^{-1} \sum_{m=-2^j N}^{2^j N} D_{jm} \psi_{j,m}(t) \quad (2.50)$$

ここに、

$$D_{jm} = \langle f(u), \psi_{j,m}(u) \rangle \quad (2.51)$$

式(2.51)の係数 $D_{jm}$ がウェレット変換した量に相当する。式(2.51)を計算するためのアルゴリズムは $A_{jm}$ の場合と同様のステップを踏めばよい。すなわち、 $\psi_{j,m}(u)$ がベクトル空間 $V_{j+1}$ の包含関係にある $W_j$ のベクトル空間を意味するので、式(2.51)は、次のように表示できる。

$$\begin{aligned} & \langle f(u), \psi_{j,m}(u) \rangle \\ &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} \bar{g}(2m-k) \langle f(u), \phi_{j+1,m}(u) \rangle \end{aligned} \quad (2.52)$$

ここに、

$$\bar{g}(m) = \langle \psi_{-1}(u), \phi(m-u) \rangle \quad (2.53)$$

式(2.52)の離散量に対してフーリエ変換を両辺に施すと、次式のような関係を得る。

$$F(Y)\Psi_j(Y) = F(Y)\Phi_{j+1}(Y)G(2^{-j-1}Y) \quad (2.54)$$

表 2. 1 ファーザーおよびマザーウェレット関数 $\Phi(\omega), \Psi(\omega)$

$\Phi(\omega)$	$\left\{ \frac{\sin(\omega/2)}{(\omega/2)} \right\}^8 \sqrt{\frac{638512875}{A_1}}$
$\Psi(\omega)$	$\cos(\omega/2) \cdot H_d \cdot \Phi_d - i \sin(\omega/2) \cdot H_d \cdot \Phi_d$ <i>where</i> $\Phi_d = \left\{ \frac{4 \sin(\omega/4)}{\omega} \right\}^8 \sqrt{\frac{638512875}{A_2}}$ $H_d = \sin^8\left(\frac{\omega}{4}\right) \sqrt{\frac{B_1}{A_1}}$
$A_1 = 8 \cos^{14}(\omega/2) + 65476 \cos^{12}(\omega/2) + 6715896 \cos^{10}(\omega/2) + 88951490 \cos^8(\omega/2) + 273021880 \cos^6(\omega/2) + 225028452 \cos^4(\omega/2) + 43800104 \cos^2(\omega/2) + 929569$ $A_2 = 8 \cos^{14}(\omega/4) + 65476 \cos^{12}(\omega/4) + 6715896 \cos^{10}(\omega/4) + 88951490 \cos^8(\omega/4) + 273021880 \cos^6(\omega/4) + 225028452 \cos^4(\omega/4) + 43800104 \cos^2(\omega/4) + 929569$ $B_1 = 8 \sin^{14}(\omega/4) + 65476 \sin^{12}(\omega/4) + 6715896 \sin^{10}(\omega/4) + 88951490 \sin^8(\omega/4) + 273021880 \sin^6(\omega/4) + 225028452 \sin^4(\omega/4) + 43800104 \sin^2(\omega/4) + 929569$	

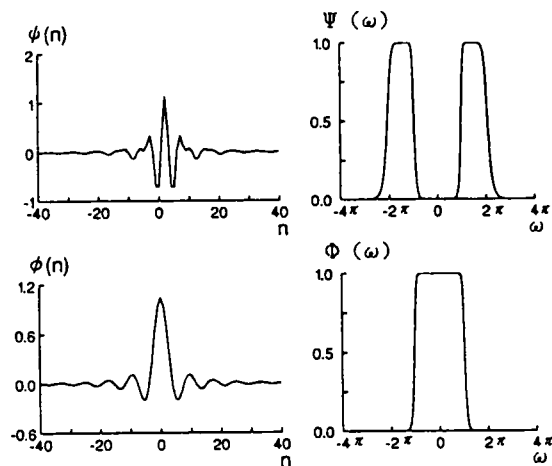


図 2. 3 ファーザーおよびマザーウェレット関数 $\Phi(\omega), \Psi(\omega)$

表 2. 2 対象とした地震波の諸元

Mem.	Station	Earthquake	Date	Magni- tude	Compo- nent	Epicenter		Max. Acc (cms/s/s)
						Latitude	Longitude	
A006	Kochi	Hyuganada	1969- 4- 1	7.5	EW	32-18N	132-36E	104.3
A010	Muroran	Tokachioki	1968- 5-16	7.9	EW	40-42N	143-42E	245.1
A012	Aomori	Tokachioki	1968- 5-16	7.9	EW	40-42N	143-42E	191.9
A015	Miyako	Tokachioki	1968- 5-16	7.9	EW	40-42N	142-42E	160.3
A022	Aomori	Tokachioki	1968- 5-16	7.4	EW	41-06N	143-18E	98.6
A030	Ofunato	Tokachioki	1968- 5-18	5.1	EW	39-36N	143-36E	61.0
A051	Kushiro	Nemuro Pen	1973- 6-17	7.4	EW	43-00N	146-00E	135.0
57007	Corralitos	Loma Prieta	1989-10-17	7.1	EW	37-04N	121-88W	469.4
47189	SagoSouth	Loma Prieta	1989-10-17	7.1	EW	37-04N	121-88W	65.3
58127	Woodside	Loma Prieta	1989-10-17	7.1	EW	37-04N	121-88W	79.7

ここに,  $G(Y)$  は,  $g(u)$  に関するフーリエ変換を意味する. 式(2.49)より, 有限リゾリューション変換のスペクトルを求めたように, 式(2.54)より有限ウェレット変換のスペクトルが求められる.

以上のように, 有限リゾリューションおよび有限ウェレット変換は, 式(2.49)および式(2.54)の2つの漸化式により定められる.

なお, 具体的な数値計算アルゴリズムは, 第3章において示す. ここで, 式(2.45)や式(2.50)の変数  $x$  は, 式(2.41)および式(2.43)からわかるように整数による表現になっているので, データを離散化するときの刻み量を単位にした換算が実際の数値計算に必要となる.

## 2. 4 ウェレット変換による地震波動解析

### 2. 4. 1 設定諸元および対象地震波動

本研究では, 式(2.42), (2.44)の関数は自由度をもって決定されるが, Lemarie の方法<sup>28)</sup>により, 表 2. 1 のような関数を作成して用いた. これらの関数は,

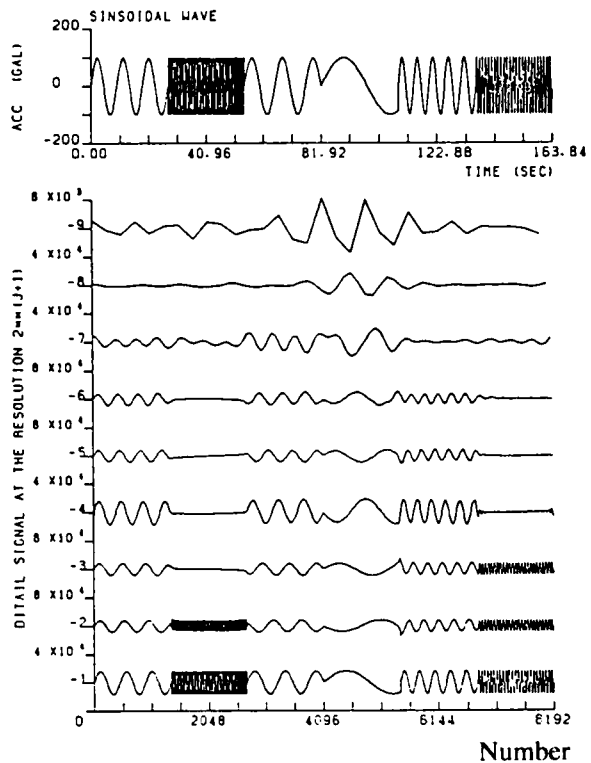


図 2. 4 区間定常正弦波に対するリゾリュウション変換( $n=13, \Delta t=0.02$  sec)

2. 2. 2 (4) で述べた Mayer ウェブレットの条件を満足している。作成したファーザーウェブレット関数およびマザーウェブレット関数は、図 2. 3 に示す。それぞれのフーリエ変換された関数は、矩形近似のフィルターがゼロ近傍に 1 カ所ある場合とゼロを中心にした対称位置に 2 カ所ある場合となっている関数である。マザーウェブレット関数の実空間の波形は、非対象のゼロ近傍で大きく変動している関数となっている。

いま、対象とする地震波記録<sup>29),30)</sup>は、表 2. 2 に示す日本での地震規模の比較的大きい 1968 年十勝沖地震を中心とした 5 個と日向灘地震、根室沖地震の各 1 個の計 7 個とアメリカでのロマプリータ地震での断層近傍の 3 個の加速度記録を取り上げる。

### 2. 4. 2 区間正弦波に対するウェブレット解析

まず、異なった振動数を区間毎に有する正弦波の波形データに対するリゾリューション変換の結果を図 2. 4 に示す。波形データは、時間刻み 0.02 秒の  $2^{13}=8192$  個であり、この継続時間を 6 等分して振幅を一定にして振動数を変化させている。図の横軸はデータ数に相当する整数の離散量であり、縦軸は分解係数  $j$  が  $-1 \sim -9$  に対するリゾリューション係数の値を示し、各  $j$  に対する縦軸のスケールが異なっている。 $j$  の負の次数が小さいほど元の波形の高次の振動数を含めた波形の変換となっているが、負の次数が大きくなると低次の振動数成分のみが卓越した変換となっている。このことは、リゾリューション変換が  $j$  の負の次数の小から大に変化することによってローパスフィルターの振動数の高次から低次に変

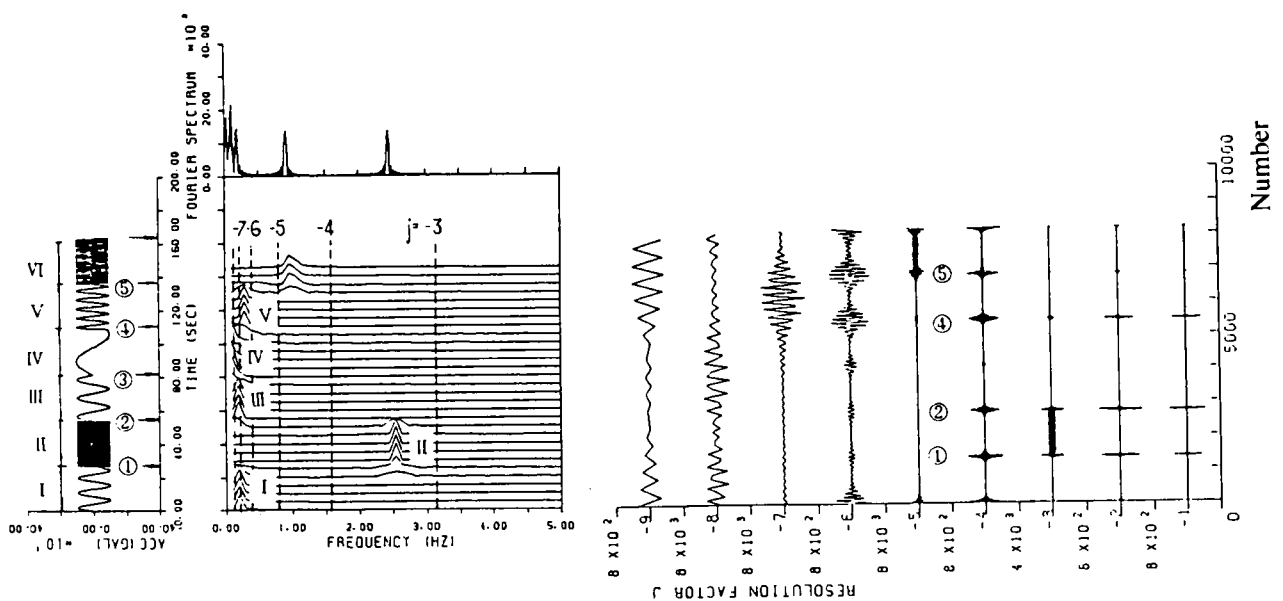


図 2. 5 区間定常正弦波に対するフーリエ変換とウェブレット変換

化していくことに対応している。

次に同じ波形に対するフーリエ変換とウェブレット変換の結果を図2.5に示す。図中の左図が時刻歴波形を示し、振動数の変化する時刻を①～⑤で示している。時間毎の波形の情報を示すためにフーリエ変換は、時間領域で約5秒間のデータをもったランニングフーリエスペクトルで表示している（中央の図）。図からわかるようにランニングフーリエスペクトルは、時間軸上にかかるウインドウを少しずつずらせば時間軸上で波形の性質の変化する時刻が確認できるが、ウインドウ幅によってそのスペクトルの分解能が大きく左右される。一方、ウェブレット変換は、分解係数  $j$  ごとに時間軸に相当する整数値に対する値を表示している（右の図）。この場合、分解係数  $j$  ごとの時間に対する変動は、 $j$  の負の次数が低いほど不連続となる時刻を明確に表わしている。すなわち、高振動数域でのバンドパスフィルターを掛けたことにより、変動の不連続を生じる該当時刻①、②、④、⑤でのウェブレット係数が大きく現われている。振動数の変化が生じる③の時刻では、波形の不連続性が小さいため、ウェブレット係数は小さくなっている。これは、分解係数  $j$  の負の次数が小さい場合と大きい場合、そのバンドパスフィルターが、図2.2(d)に示すAとBの関係になっているから、時間軸上のウインドウ幅が狭い状態から広い状態に対応していることを示している。

### 2.4.3 地震波動のデレクティビティ効果

#### (1) 十勝沖地震の場合

図2.6は、観測地宮古での1968年十勝沖地震(M=7.9)の記録に対して同様の変換を施した結果である。対象とした地震は、約10秒(時刻A)以後に主要動が生じ、約4～8 Hz付近にスペクトルピークをもつ波動を示している。ウェブレット変換の結果は、 $j$  が-2のときウェブレット係数の変動が大きな値となっている。これらのウェブレット係数が大きくなる時刻を時刻歴の図中に示している。なお、抽出される中心振動数は地震記録データの時間刻みが0.02秒であるので、Nyquist振動数 $1/(2\Delta t)=25\text{Hz}$ より $25*2^j$  Hzと離散的な値となる。 $j=-2$ は、中心振動数が6.25Hzでのバンドパスフィルター処理した結果に相当している。一方、図2.7は、観測地が室蘭での記録に対する変換結果である。継続時間の中間部分の2ヶ所C、Dに大きな振幅を持つ記録で、1～10Hz帯域に振動数成分が分布している波動である。

ところで、観測地宮古と室蘭は、図2.8に示すような震央との位置関係にあり、十勝沖地震の断層が深尾モデルのように初期破壊が北方に伝播した場合、宮古と室蘭においては地震記録上にデレクティビティ効果(ドップラー効果)が認められることになる。一般にデレクティビティ効果は、動く波源による観測位置の違いによる波の振動数の差の生じる現象を意味している。しかし、地震記象によるフーリエスペクトルでの振動数の分布は、地層の違いなどの影響により明瞭にできない。翠川・小林ら<sup>31)</sup>は、これを断層の小領域からインパルスの重ね合わせによる地動スペクトルによりこの現象を説明している。

いま、室蘭の時刻歴記録上には2カ所の明瞭なピーク値が読みとれるが、宮古の場合は、明瞭にこれ

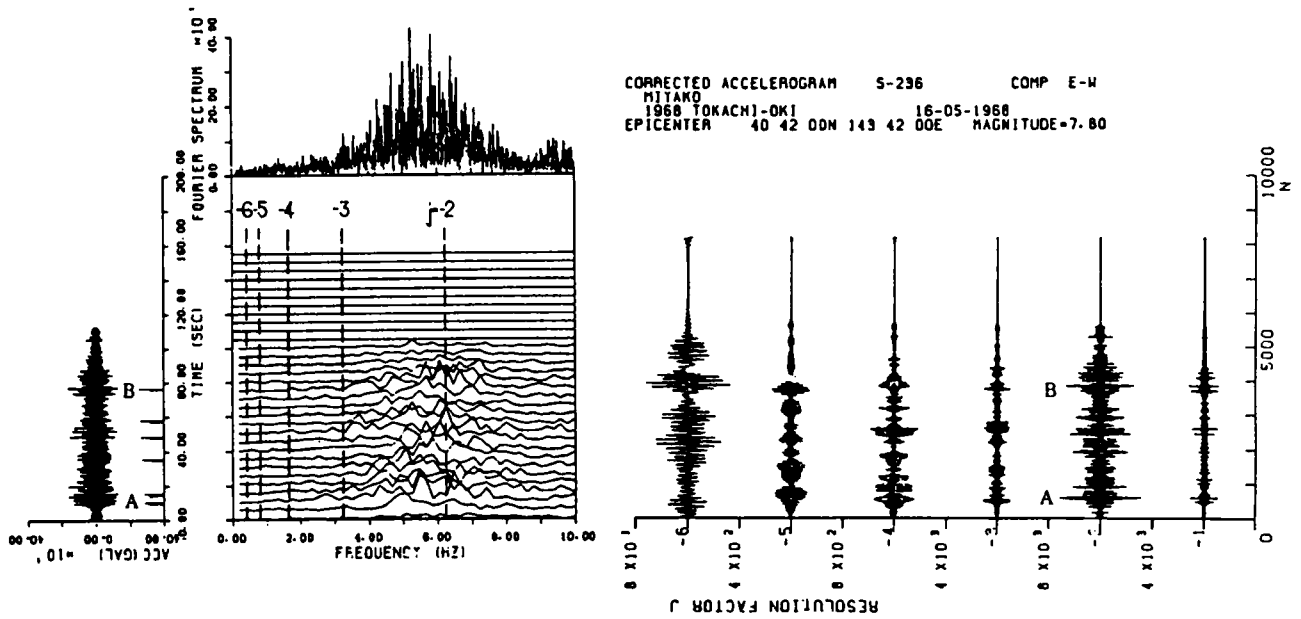


図 2. 6 十勝沖地震記録に対するウェレット変換 (宮古)

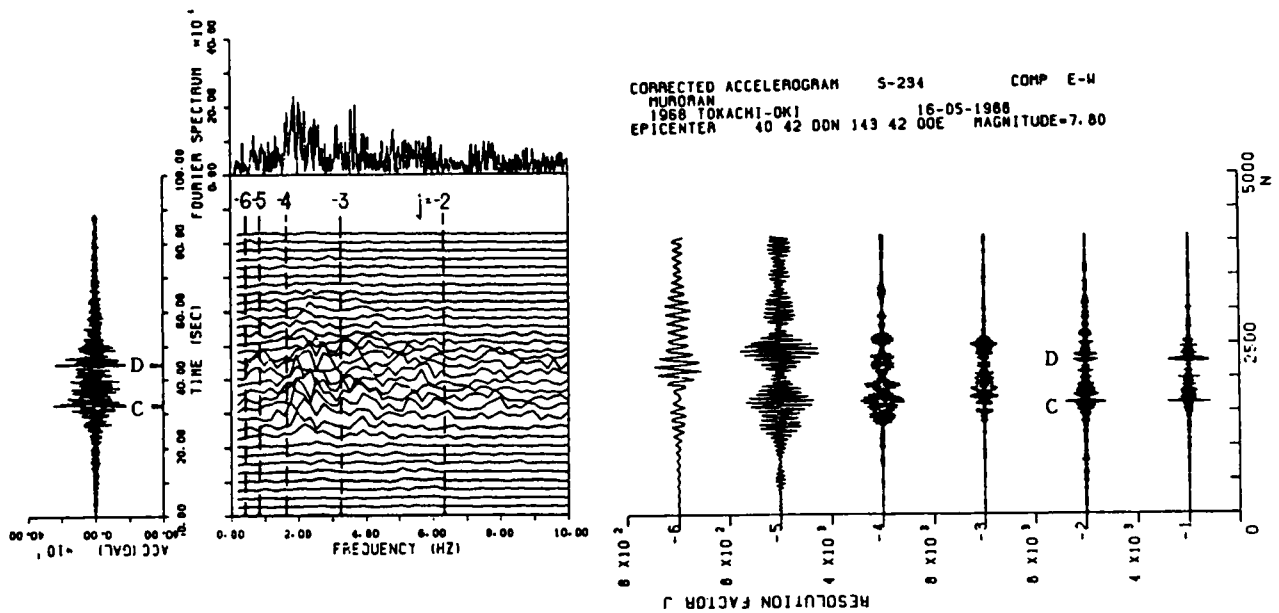


図 2. 7 十勝沖地震記録に対するウェレット変換 (室蘭)

に対応するピーク値を読みとれない。ところが、ウェレット変換による分解係数ごとの係数結果を比較すると時刻A, Bがよく対応している。この結果は、地震によって伝播する2カ所での波面到着時間差が断層破壊方向の前方と後方で短縮したり、伸張したりしていることを示している。これをもう少し考察してみる。まず、図 2. 8 (b) に示すような簡単な断層モデルで、地震波記録の中に表れたデレクティビティ効果を説明してみる。図 (b) は、断層の深尾モデルを参考に、150kmx100kmの断層が図 (a) に示したように北に破壊伝播した場合、宮古と室蘭の位置関係を示している。図中A, B点は断層の細片が急激に破壊した位置を示している。したがって、断層の細片は、ずれがすべての細片に生



じるが、それぞれの細片は、時間経過とともに線形的に変化する。A点、B点では、ステップ関数的に急激に生じている位置とモデル化し、また、地震波の伝播する媒体は、一様に $V_S$ なる伝播速度で伝わるとし、断層の破壊速度は $V_R$ とする。いま対象とする地震波形は、図2.6と7との図中A、BとC、Dを含む波形なのでS波速度とし、 $V_S=3.0\text{km/s}$ と

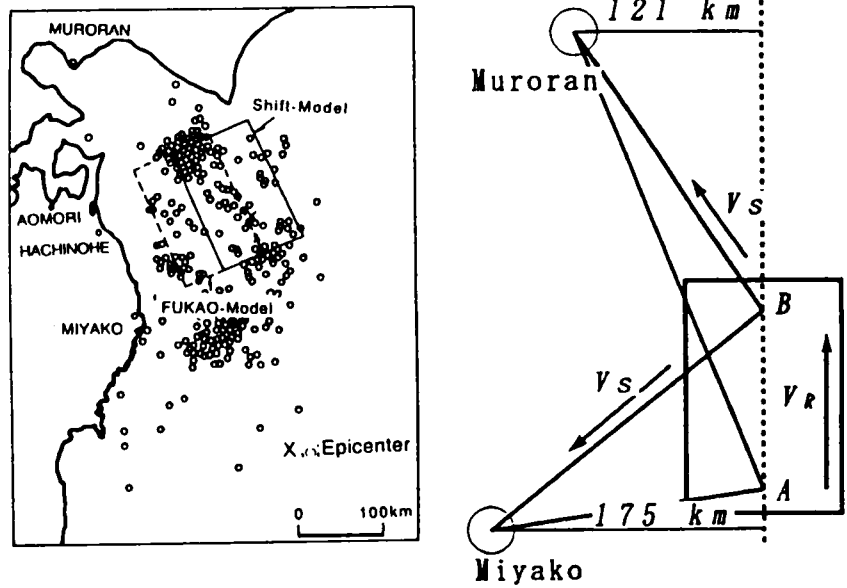


図2.8 十勝沖地震の観測箇所および断層位置概略図

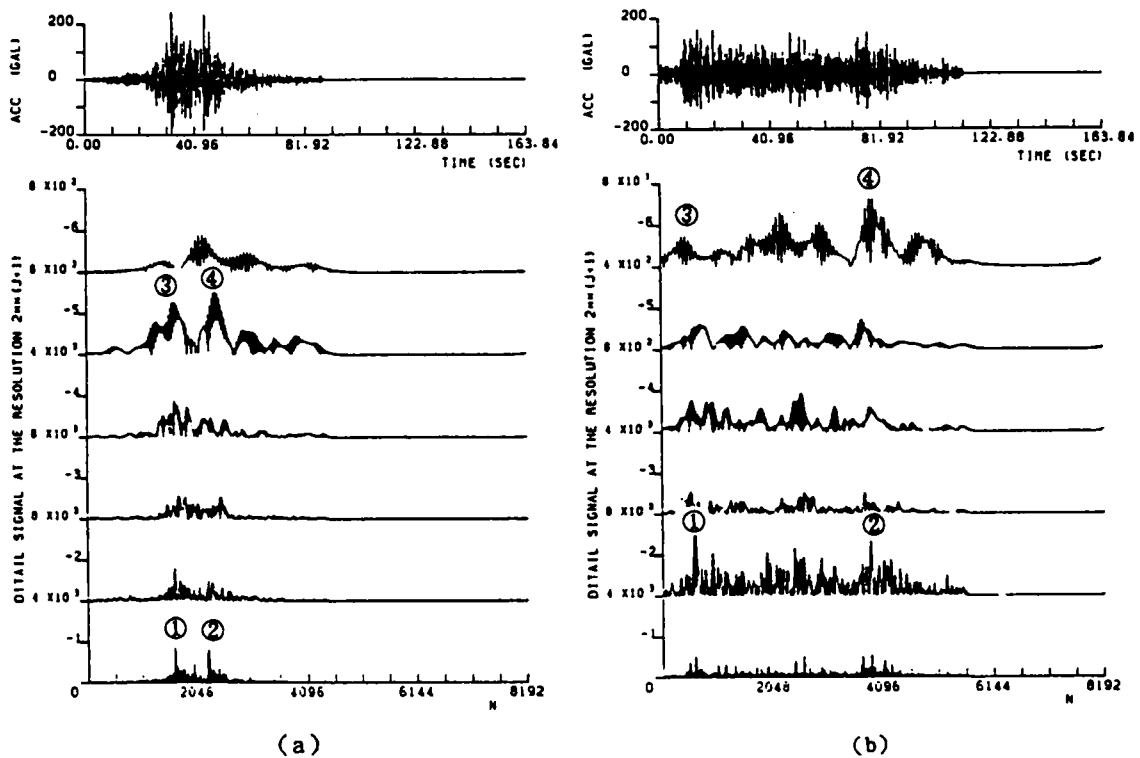


図2.9 室蘭・宮古での記録に対する絶対ウェレット係数表示

仮定する。宮古、室蘭の波形中の2つのピーク波形間の時間間隔は、それぞれ $t_{AB}=65.5$ 秒、 $t_{CD}=12.2$ 秒である。このような時間差を生じるように断層モデルの位置関係および破壊速度を定めると、 $V_R$

=2.5km/sで、深尾断層モデルの位置から東へ約50 kmに存在する。この位置関係は、深尾断層モデルが震央位置から約西へ60 km 移動した位置にあり、図2. 6, 7の  $t_{AB}$ ,  $t_{CD}$  から推定した断層位置も余震分布の範囲内にある。このことは、図2. 8 (b) のような簡単なモデルを用いて、2つの時間差記録からデレクティブティ効果の生じていることを説明している。

さらに、図2. 9の (a), (b) は、室蘭、宮古の地震波のウェレット係数の絶対値を分解係数ごとに図示したものである。この2つの図を比較してみると、次のようなことがわかる。図 (a) において2つのピークが比較的明瞭に判別できる分解次数は、 $j=1$  と  $-5$  であり、図 (b) においては  $j=2$  である。すなわち、図 (a) の  $j=1$  の明瞭なピーク①, ②は、図 (b) の  $j=2$  の2つのピーク①, ②に、また図 (a) ののピーク③, ④は、図 (b) のよりのピーク③, ④に対応しているように見える。すなわち、宮古の分解係数による振動数特性は、室蘭の振動数特性より負の次数が1小さくなっている。このことは、同じ地震で宮古では、振動数特性が室蘭より低い領域に移動していることを示している。換言すれば、見かけ上の振動数特性が波源の進行する方向と逆方向で高くなったり低くなったりするデレクティブティ効果を呈している。

なお、図2. 6, 7の結果より、各分解係数ごとに中心振動数のまわりの成分がバンドパスされた特性を抽出している様子がよくわかる。中心振動数は、連続的に変化させた波形解析をすることができないが、分解係数ごとの波形の特性を把握しておくこと、この中心振動数帯域ごとの波形の加工が容易になる。このことは、地震波動合成のための有効な特性となる。

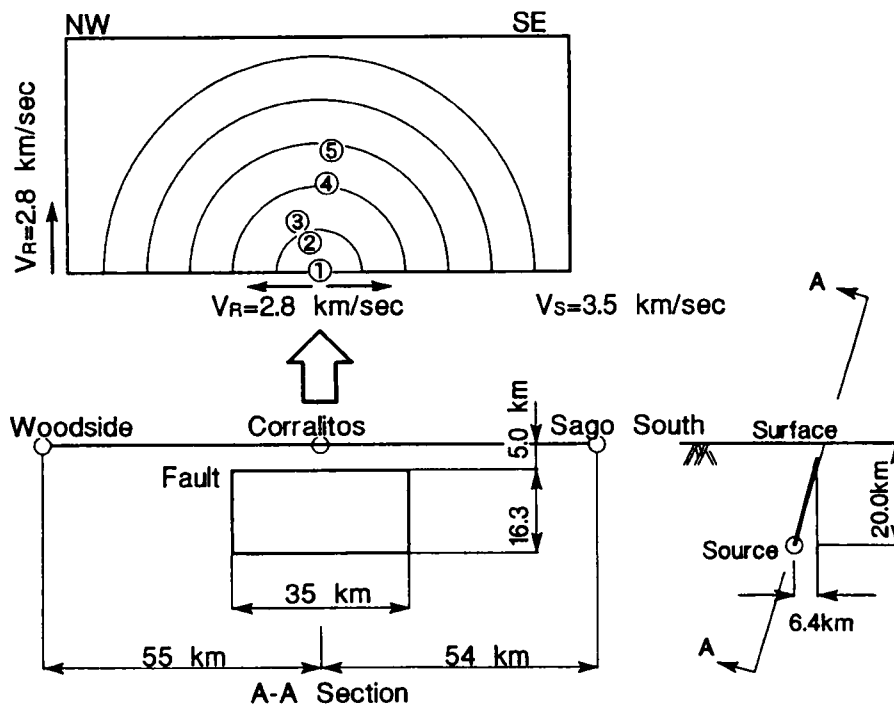


図2. 10 ロマプリータ地震での観測および断層位置概略図

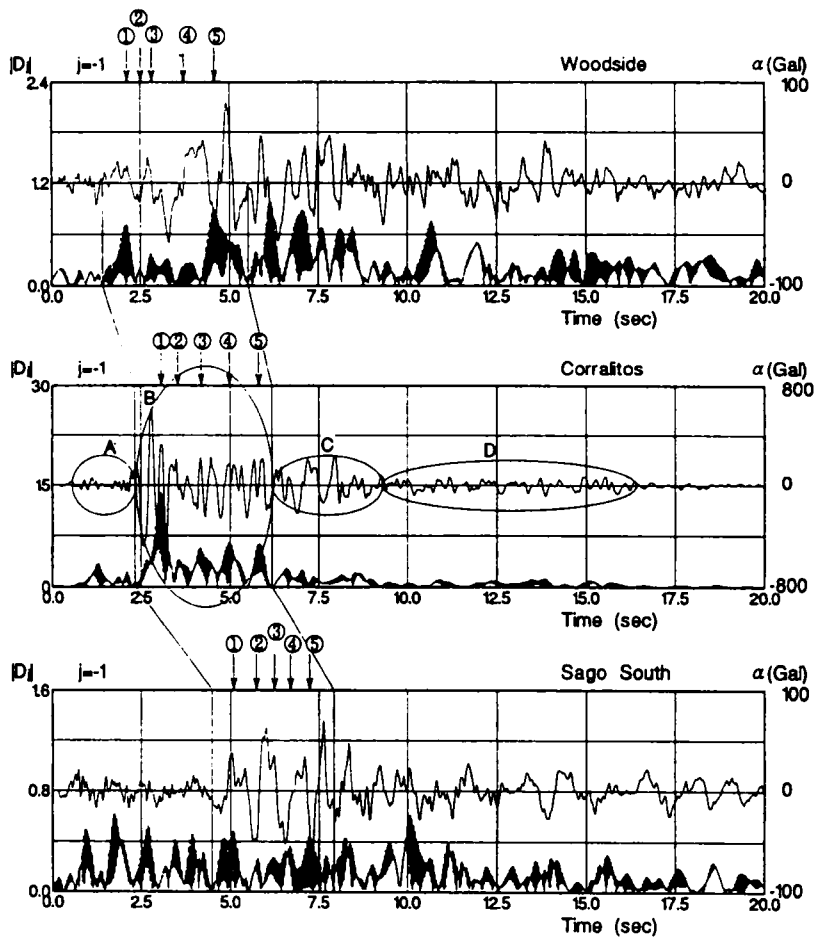


図 2. 1 1 ロマブリータ地震による絶対ウェレット係数および加速度波形記録

## (2) ロマブリータ地震の場合

1989年ロマブリータ地震(M=7.1)は、断層諸元が比較的詳細に調べられた地震であり、断層近傍の地震記録も豊富である。ここで取り上げた地震記録は、図 2. 1 0 に示している Corralitos, Woodside, Sago South での記録を用いる。なお、図 2. 1 0 は、断層面に沿って模式的に表示し、各観測地間の距離も示している。断層方向は、北西から南東に向って走っており、記録は、断層上とその断層線上のほぼ等距離の2点である。断層モデルは、すでに多くの論文報告<sup>32)</sup>があり、その諸元は長さL=35Km、幅W=15Km、傾斜67°、断層面のずれ2.2m、破壊継続時間8secである。また、破壊の伝播は4つの小破壊があり、第1破壊は小さく、第2破壊が一番大きく、第3、4はやや小さい破壊の現象となっており、断層の破壊過程としては比較的単純な地震であったといわれている。さらに、破壊の伝播過程は、断層中央下部の震源位置から水平両方向と上方に伝播して、地表面下約5Kmの位置で止まったとされている。

以上のような現象を3観測点の地震記録のウェレット変換によって考察してみる。図 2. 1 1 は、3観測地での絶対ウェレット係数と加速度波形を示している。図中のCorralitosにおける区間Aの部分

表 2. 3 区間 B の卓越ピーク時間間隔

Time(sec)	t <sub>12</sub>	t <sub>23</sub>	t <sub>34</sub>	t <sub>45</sub>
Woodside	0.38	0.28	1.06	0.72
Corralitos	0.48	0.60	0.84	0.88
Sago South	0.70	0.48	0.42	0.56

は、初期微動部の P 波による絶対ウエブレット係数の結果であり、区間 B の部分は、主要動の S 波による結果であり、区間 C, D の部分は、後続する尾動部の S 波による結果であると考えられる。したがって、加速度記録の主要動部は、Woodside, Corralitos, Sago South それぞれ 4.08 秒, 3.90 秒, 3.48 秒と読みとれる。一方、文献 30 に記載さ

れている断層近傍の地層での S 波, P 波の値の加重平均をとれば  $V_s=3.5\text{Km/s}$ ,  $V_p=6.1\text{Km/s}$  となっているので、断層の破壊伝播速度が S 波の 70~80% で 2.5~2.8Km/s と推定できる。震源位置から断層破壊が上方と水平両方向に伝播した場合、上方までの継続時間は 5.4~6.0 秒であり、断層の両角部までの継続時間は 8.1~9.1 秒となるので、主要動部の継続時間は断層面での破壊過程が 3/4 程度進行した状態での継続時間に相当している。

このような主要動の継続時間の大小関係は、断層の全体的な破壊進行が地表面下 20Km の震源から上方に進行し、平行して北西・南東の両水平方向に進行した結果を示しているものと考えられる。震源から水平両方向に破壊が進むと、断層方向線上の両側では、デレクティビリティ効果による時間間隔が長くなったり短くなったりする効果を受ける。全体的な効果としては、Sago South, Corralitos, Woodside の順で長くなっている。ここで、絶対ウエブレット係数を用いて、もう少し詳細に考察してみる。まず、3 観測点での加速度記録より、A, B を区分する時刻は、Corralitos および Sago South の記録に対しては明瞭に分けられるが、Woodside の記録に対しては分かり難い。ところで、分解係数  $\mu=1$  において、絶対ウエブレット係数をみると、Corralitos の B の区間から急激に大きなピークが始まり、続いて 4 カ所の大きなピークをもち、Woodside の変動においても急に大きな変動が始まっている時刻が認められる。この時刻が B 区間の始まりと考えられる。一方、Sago South の絶対ウエブレット係数の結果は、大きな変動が初期微動部から現れているが、加速度記録より B 区間の始まる時刻は定められる。

次に B 区間の終わる時刻は、Corralitos の場合、加速度記録および絶対ウエブレット係数の結果とも明瞭に示している。しかし、Woodside および Sago South の場合、加速度記録からは B 区間と C 区間を分離し難い。特に、Corralitos の少し周期の長い波の C 区間が Sago South ではわかり難い。一方、絶対ウエブレット係数からは比較的容易に対応がとれ、B 区間の終わりの時刻が図のように定まる。さらに Corralitos の B 区間での①~⑤に対応するピークは、他の 2 観測点での結果においても対応するピークが認められる。なお、それぞれの卓越振幅間の時間間隔を読みとると表 2. 3 のようになっている。このように読みとられた値は、デレクティビリティ効果から図 2. 10 の①~⑤のように描け、次のように解釈できる。時間間隔の結果より、①~③では、断層破壊が震源から上方と北西方向へ進行し③~⑤では、破壊進行が上方と南東方向へ向かったものと推察される。このように全体的には震源位置か

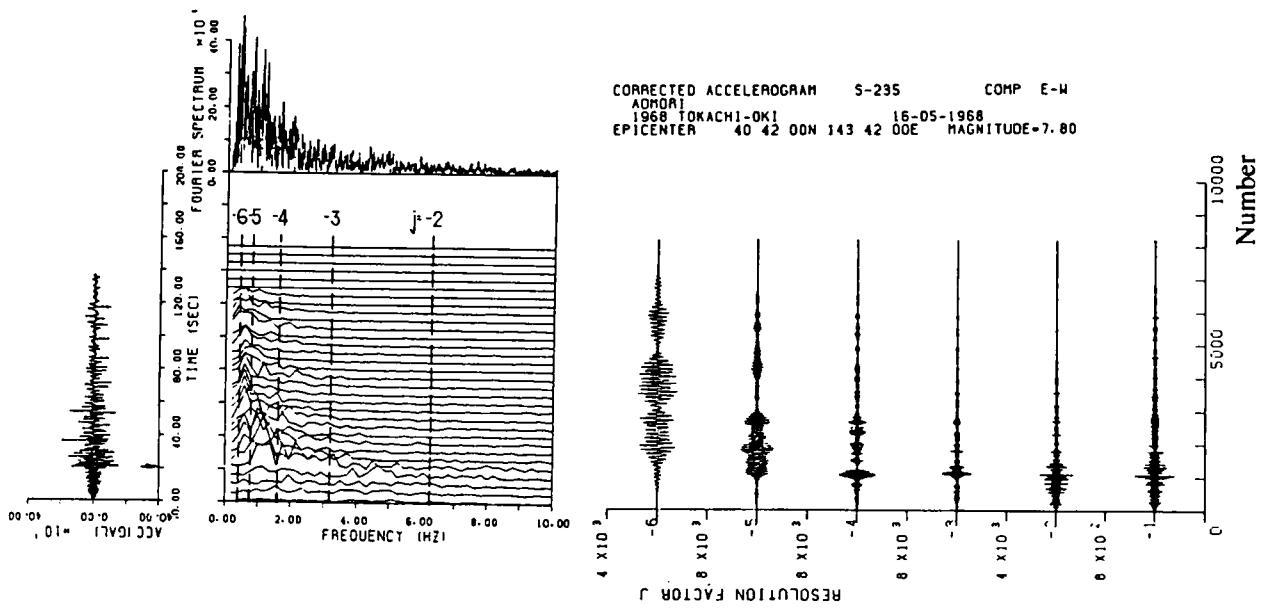


図 2. 1 2 十勝沖地震記録（本震）の青森に対するウェブレット変換

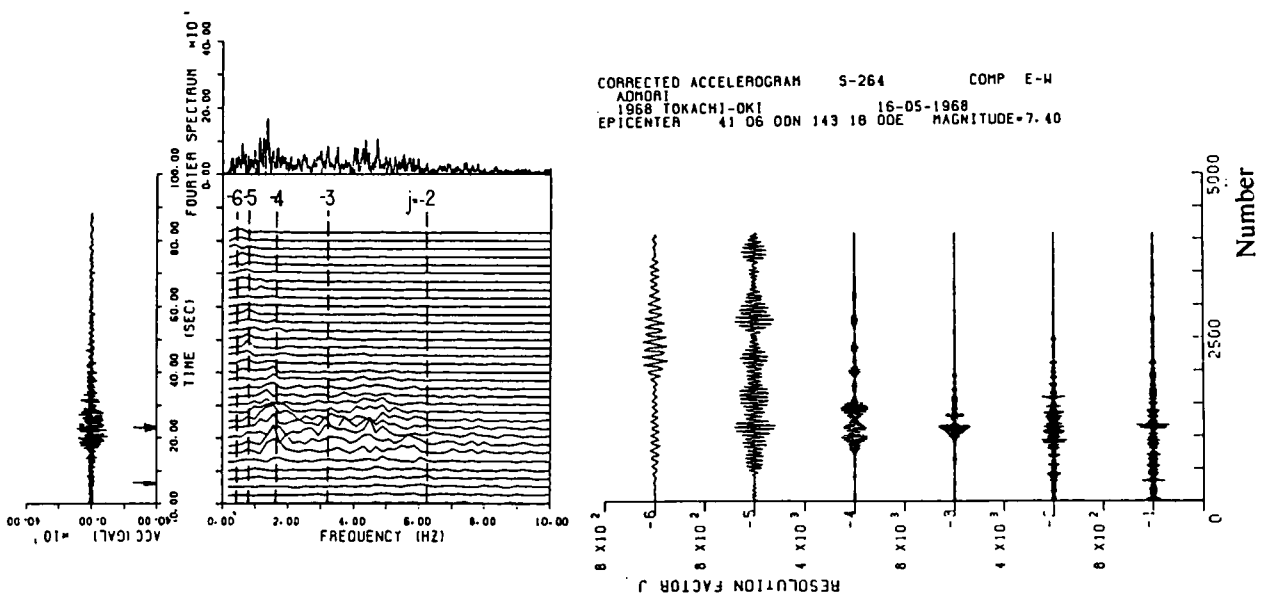


図 2. 1 3 十勝沖地震記録（余震）の青森に対するウェブレット変換

ら断層の破壊が進行する場合、その軌跡が一様でなく、少しガタがあることを示している。

#### 2. 4. 4 地盤ひずみの非線形性

図 2. 1 2 は、十勝沖地震の青森での記録に対する結果である。対象とする地震は、約 20 秒以後に主要動が生じ、約 0.3 ~ 1.5 Hz 付近にスペクトルをもつ波動を示している。分解係数  $j$  ごとのウェブレッ

ト変換の結果は、 $j$ が $-1\sim-4$ において基の波動の最初の急激な振幅の生じる時刻約20秒にピークを生じている。特に $j=-3\sim-4$ のところでは、主要動の生じる時刻でのピークが大きくなっている。いま、 $j=-5$ 、すなわち、中心振動数0.78125Hzのバンドパスフィルターに相当する結果と $j=-6$ の中心振動数0.390625Hzのバンドパスフィルターに相当する結果をみると、元の波形から高振動数のノイズを除いたそれぞれの帯域での包絡線に相当する結果となっている。この結果は、ランニングスペクトルのピーク領域が約0.3～1.0Hz付近を時間と共に推移している状態に対応している。また、宮古や室蘭の地震記録に認められた2カ所の波形の急変する位置は、青森の記録では、 $j=-4$ の分解係数のところで現れている。これらの結果が同じ十勝沖地震記録の図2.6, 7の結果と大きく異なるのは、観測地での地盤条件が、青森においては、第3種地盤であり、宮古（第1種地盤）や室蘭（第2種地盤）と比べてあまり良くなく、地盤のバンドパスフィルター特性が強いためと考えられる。次に、図2.13は、同じ青森での十勝沖地震の余震による結果である。この場合、約10～30秒の区間で振動数帯域1.0～5.0Hzになだらかなピークをもち、30秒以後は約0.5～1.0Hzピークを持った記録であるが、本震の場合に似た特性を示している。ここで、ウェレット係数の比較をすると、本震・余震とも同じような時刻歴特性を各分解係数で示されているが、分解係数 $j=-6$ で若干異なった形状を示している。さらに、 $j=-2\sim-5$ の本震におけるウェレット係数の大きさの関係と余震におけるウェレット係数の大きさの関係を比較すると、本震は負の分解係数が大きくなる方向に大きく、余震は、逆に分解係数が小さくなる方向に大きくなっている。これは、本震による地震波動が地盤に大変形を生じさせようとする傾向を呈し、一方余震による地震波動が地盤にそれほど大きな変形を生じせしめないことを示していると推察される。

すなわち、ウェレット係数表示により、分解係数によって定まった振動数帯域ごとの時刻歴特性で本震、余震を比較すると地盤内に生じているひずみの大きさの影響が比較的明瞭に認められる。

#### 2. 4. 5 断層近傍の地震波動に対するウェレットフーリエ位相スペクトル特性

地震波記録に対するウェレット変換を施した場合、各分解係数ごとのウェレットフーリエ振幅スペクトルおよびその位相スペクトル特性が得られる。いま、工学的な観点から、断層近傍の地震波動のこれらの特性が重要である。ここでは、ロマプリータ地震でのCorraritos, Woodside, Sago Southの記録に対する $j=-3$ での結果を図2.14に示す。各図の上段部は、位相スペクトル特性を、下段部は、振幅スペクトルを示している。 $j=-3$ の場合、振幅スペクトル特性は、2.5～3.5 Hzに集中して現れている。その形状は、断層上のCorralitosの場合、1つの山が大きく3つに崩れた形状を呈し、断層線方向にほぼ等距離離れた位置での記録Woodside, Sago Southの場合、山の崩れ方が細かく分かれた形状となっている。なお、この関係は、負の分解係数が小さい場合にもはっきり現れていた。これは、断層から生じた地震波が観測地に到達するまでの伝播経路の影響を受けた結果と考えられる。

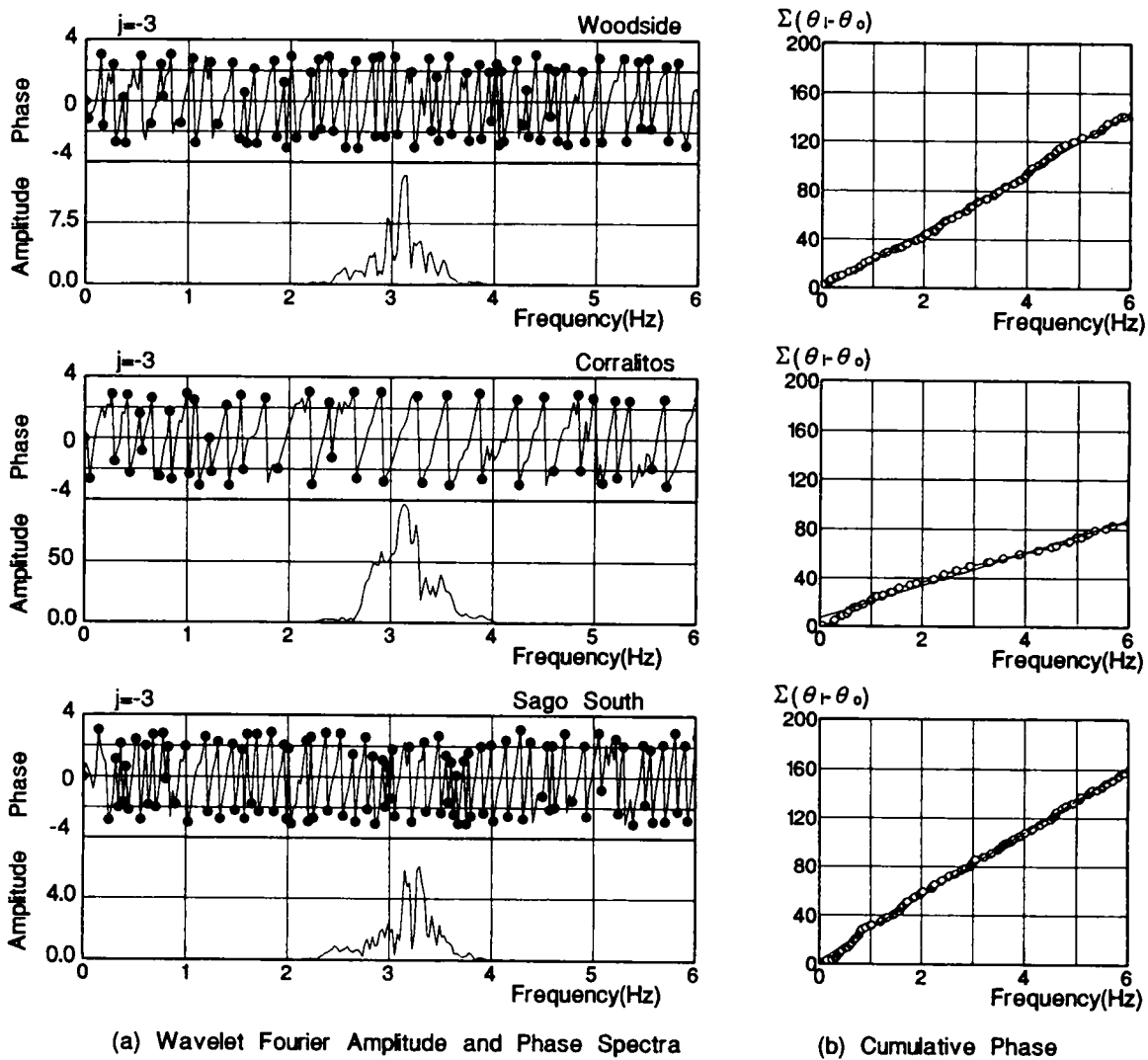


図2. 14 ウエレットフーリエ振幅・位相スペクトルおよび累積位相特性

一方、位相スペクトル特性は、Corralitosの場合、ほぼ明瞭な鋸切波状の位相特性が振動数軸方向に現れている。もう少し位相特性を明瞭にするため、図中のようにピークに●印を付し、この位置での振動数での位相の累積を求めると、図(b)のようになる。図(b)の結果より、Corralitosの場合、0Hz付近で傾きが少し変化しているが、ほぼ線形であり、その傾きは、15.06 rad/Hzになっている。一方、Woodside, Sago Southの位相の場合、Corralitosの結果に比較して少し複雑になっており、その傾きはそれぞれ25.44, 27.69 rad/Hzとなっている。このような位相スペクトルの振動数に対する結果は、断層の有限長震源のモデルがHaskellの傾斜関数の運動をした場合のユニラテラルな破壊伝播の現象と大局的に関係づけられる。すなわち、有限長の断層が一定の破壊伝播速度で有限時間区間一定の傾斜で立ち上がる場合、遠方場ではS波の波形位相特性は、振動数に比例し、その係数は、観測点での見かけの破壊継続時間、破壊の立ち上がり時間および観測点までのS波の継続時間の和として理論付けられてい

る。ロマプリータ地震の場合、地震はユニラテラルな破壊伝播ではないが、デレクティビティ効果による断層破壊特性が断層中央下端部から地上に向かって生じ、同時に地表面に平行に拡がりながら破壊伝播が生じている。したがって、これを中央部の有限長線震源のユニラテラル的な破壊伝播状態が水平方向に同時に生じているものと見なすと、有限長線震源の重ね合わさった特性が観測されると推測される。すなわち、図(b)に示すような位相特性の結果は、振動数に対してほぼ線形関係を有しており、Woodside, SagoSouthの位相勾配特性の結果がCorralitosの結果より大きくなっている。これは、ユニラテラル的な破壊伝播の重ね合わせと遠方場の波動特

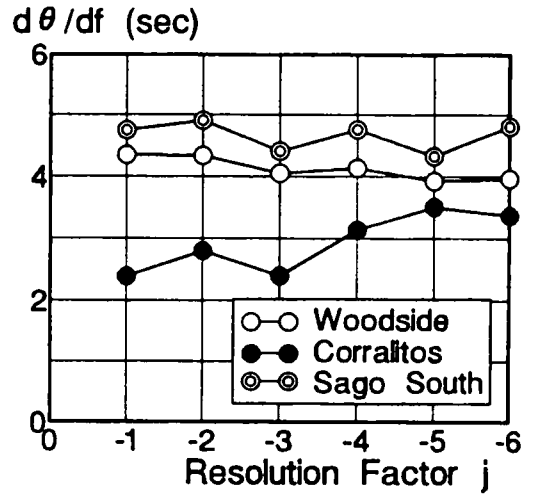


図2. 15 位相の傾きと分解係数の関係

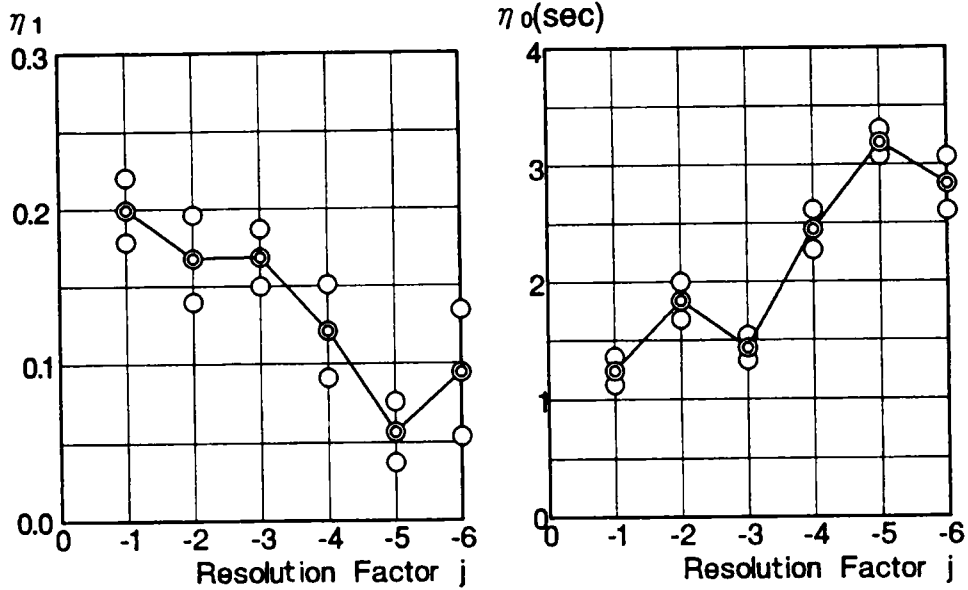


図2. 16 η₀, η₁と分解係数との関係

性から類推すると位相特性は、断層からの観測距離に比例して勾配が大きく現れていることに対応している。なぜなら、位相勾配は、対応する振動数の時間軸上の重心位置を表し、群遅延時間と呼ばれる評価量であり、これは、主要動の発生している時刻に対応しているからである。

次に、これらの位相勾配と分解係数との関係を図示すると図2. 15のようになる。Corralitosの結果は、j=-1~-3までほぼ一定になっており、-4より小さくなるとWoodsideなどの結果に近づいた値になっている。この結果は、分解係数により位相勾配の特性が異なることを示している。すなわち、対象



とする地震波にバンドパスフィルターの中心振動数が高い領域から低い領域に変化すると、断層上の位相特性が少し離れた位置での位相特性と似た特性を示している。これについてもう少し考察を加えてみる。いま、このような位相特性が震源までの距離に比例した量と断層の破壊伝播に関する量との和と仮定すると次式のような表現ができる。

$$\frac{d\theta}{df} = \eta_1 \frac{r_0}{V_s} + \eta_0 \quad (2.55)$$

ここに、 $r_0$ : 震源距離

$V_s$ : S波速度

図 2. 16 は、係数  $\eta_0, \eta_1$  を Corralitos からほぼ等距離の 2 観測点のデータを用いて算定した値である。図の結果は、図 2. 15 に対応した結果を表示している。分解係数が -3 までと -3 より小さいところで大きく異なっている。ここで、係数  $\eta_1$  は震源距離に寄与する効果を現し、係数  $\eta_0$  は断層の破壊伝播やその他の効果を現している。したがって、分解係数 -3 すなわちバンドパスフィルターの中心振動数が  $f_3 = 3.125\text{Hz}$  ぐらいまでは距離による特性が大きく現れるが、これより低い振動数においては断層破壊伝播の影響の割合が大きく現れていることを意味しているものと思われる。この位相勾配の特性は、群遅延時間を意味し、主要動の発生時刻に対応しているので、分解係数  $j$  が -4 とか -5 で断層近傍において断層破壊の伝播特性の割合が増加するのは、包絡線的な振動数の低い方が減衰せずに伝播するということを意味している。

このように、地震の破壊過程が比較的簡単で、伝播経路の影響をあまり受けていない断層上の地震波のウェレットフーリエ位相スペクトル特性と断層近傍のその位相特性を比較することによって、伝播経路の効果と破壊伝播の効果との現れる振動数領域の異なっていることが、認められる。

## 2. 4. 6 ウェレットスペクトル特性

図 2. 7 は、室蘭での地震波動記録に対するウェレット変換したものを分解係数ごとにウェレット係数表示したものである。図の結果は、各分解係数ごとに中心振動数のまわりの振動数成分がバンドパスされた特性を抽出している。ただし、抽出される中心振動数は地震記録データの時間刻みが 0.02 秒であるので、Nyquist 振動数  $1/(2 \Delta t) = 25\text{Hz}$  より  $25 * 2^j \text{Hz}$  と離散的な値となる。したがって、中心振動数は、連続的に変化させた波形解析をすることができないが、分解係数ごとの波形の特性を把握しておくこと、この中心振動数帯域ごとの波形の加工が容易になる。このことは、波形合成のための有効な特性となる。

いま、図 2. 7 の地震波動記録に対する分解係数  $j$  ごとのウェレット変換された変動のフーリエ振幅スペクトルは、分解計算過程より容易に求められる。この総和をウェレットスペクトル (WSP) と定義し、その結果を図示したのが、図 2. 17 である。ここで、図の横軸は分解係数  $j$  に採り、縦軸は、

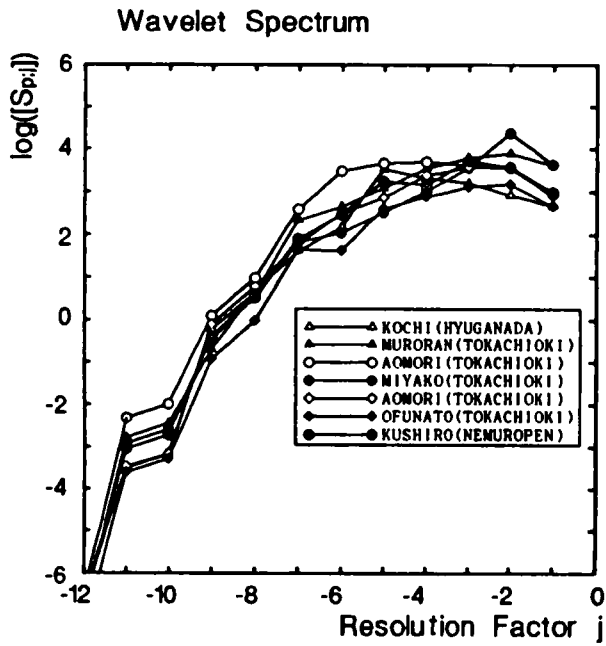


図 2. 17 地震波に対するWSP

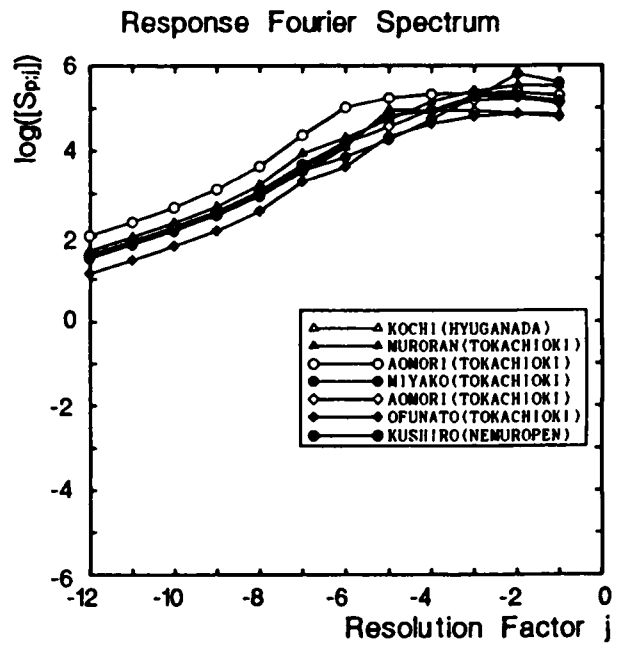


図 2. 18 SDOFに対するRFS

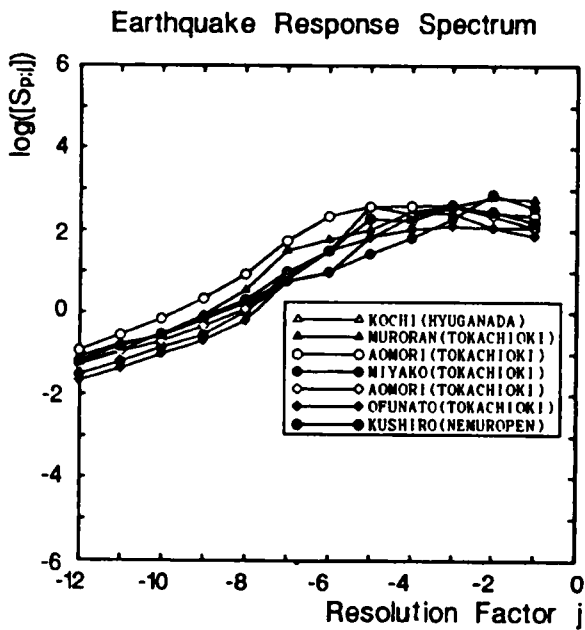


図 2. 19 SDOFに対するERS

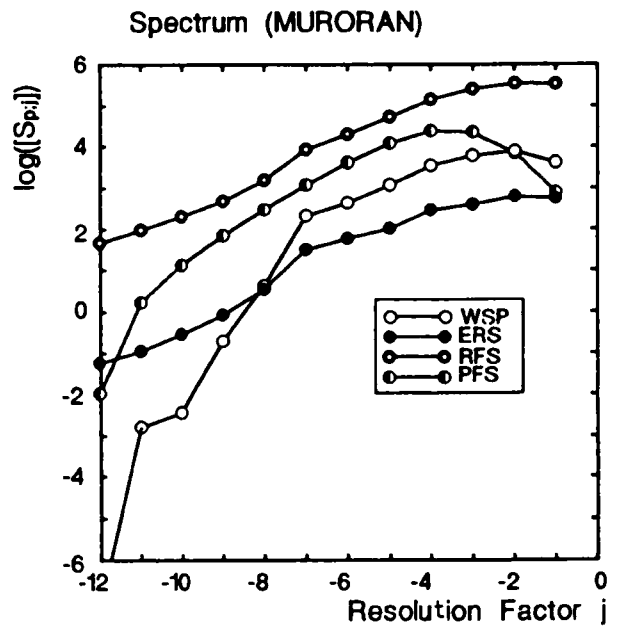


図 2. 20 スペクトル間の関係

WSP : S<sub>p</sub> [Gal/Hz] の対数を採ったものである。7地震記録は、地震規模が大船渡記録を除いてほぼ同じで、最大加速度も極端な差違の無いものが選ばれているためWSPは、大きな差違が生じていない。また、この結果を比較するため固有振動数を分解係数  $j$  に相当する値にとり、減衰定数 5% においたときの構造物の地震応答を求め、そのフーリエスペクトルの総和を応答フーリエスペクトル (RFS : [Gal/Hz]) とし、また同様に地震応答スペクトル (ERS : [Gal]) を求めた結果は、それぞれ、図 2. 18, 2. 19 に示す。また、比較するため、地震波のパワースペクトル (PFS : [Gal<sup>2</sup>/Hz]) を求めた。ただし、PFSは、自己相関の計算後スペクトルの計算をして平滑処理し、7次の最小自乗法の曲線のあてはめの処理したものである。さらに、図 2. 20 は、十勝沖地震での室蘭の結果に対して、横軸を分解係数  $j$  にとり、縦軸を WSP : S<sub>p</sub> [Gal/Hz] であり、これに RFS, ERS, および PFS を重ねて図示したものである。

なお、ERSは、WSPやRFSと物理的な意味が違う情報量である。すなわち、WSPは、地震の原波形がほぼ矩形に近いバンドパスフィルターを通過したエネルギー量に相当し、RFSは、5%の減衰を持った1自由度構造物の応答の振動数応答関数のバンドパスフィルターを通過したエネルギー量に相当しているが、ERSは、5%の減衰を持った1自由度構造物の最大応答値であり、いわゆる極値分布に関する量である。

図 2. 20 の室蘭の結果より、WSPの特徴は、 $-6 < j < -1$  においてRFS, ERSの特性と非常によく対応を示しているが、 $j = -7$  でWSPの傾きが大きくなっている。 $j = -7$  においてRFS, ERSも曲線の勾配が少し大きくなるが、WSPの場合その勾配が極端に変化している。これは、ウェブレット変換による波形データの分解が、分解係数  $j = -7$  で大きく変化する特性をもっているということを意味する。すなわち、地震波が、 $j$  は  $-1 \sim -7$  までの高振動数帯域のエネルギー特性と  $-7$  より負の次数の高い低振動数域でのエネルギー特性が変化していることを示しており、これが明瞭にわかる。

いま、分解係数と各スペクトルの関係において、 $j = -7$  より小さい領域についてその特性を考察してみる。まず、式(2.51)におけるウェブレット係数は、定義より、

$$\begin{aligned} D_{j,m} &= \int \overline{\psi_{j,m}(t)} f(t) dt \\ &= \frac{1}{2\pi} \int 2^{j/2} e^{im\omega} \overline{\hat{\psi}(\omega)} \hat{f}(2^j \omega) d\omega \end{aligned} \quad (2.56)$$

ここで、恒等式

$$\sum_m e^{im\omega} = 2\pi \sum_l \delta(\omega - 2\pi l) \quad (2.57)$$

の関係を用いると、

$$\sum_m |D_{j,m}| = \left| \int_{2^j \pi}^{2^{j+1} \pi} \sum_l \delta(\omega - 2\pi l) \overline{\hat{\psi}(\omega)} \hat{f}(2^j \omega) d\omega \right|$$

上式右辺は、 $\omega = 2\pi l = 2\pi 2^j$ での値となるので、

$$\sum_m |D_{j,m}| = 2\pi 2^{-j/2} \left| \sum_l \hat{\psi}(2\pi l) \hat{f}(2\pi l^2) \right| \quad (2.58)$$

一方、 $j = -7$ より小さい領域において、

$$E(\omega) = \frac{1}{2\pi} |\hat{f}(\omega)|^2 = C |\omega|^{-p} \quad (2.59)$$

なる関係をもつなら、 $l = 2^j$ より、

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\pi} |\hat{f}(2\pi l^2)|^2 &= C' |2\pi l^2|^{-p} \\ &= C'' 2^{-2jp} \end{aligned} \quad (2.60)$$

となり、

$$|f(2\pi l^2)| = C''' 2^{-jp} \quad (2.61)$$

のような関係になっている。したがって、式(2.61)を式(2.58)に代入すると、

$$\sum_m |D_{j,m}| \propto 2^{-(1+2p)j/2} \quad (2.62)$$

のように評価できる。この一例として、図 2. 20 の室蘭の結果に対して式(2.59)と式(2.62)の関係を調べてみると、 $p=0.9335$ であるので式(2.62)の指数は、1.434となっている。一方、図中の  $\sum_m |D_{j,m}|$  の傾きは、1.688 となっているので比較的似かよった値を示している。このように、地震波の低振動数域での特性が認められる。なお、参考として他のスペクトルの場合を示すと、ERS の傾きは、0.532 であり、RFS の傾きは、0.439 であった。

## 2. 5 結言

本章の研究は、ウェブレット解析の基本特性を述べ、非定常な不規則振動として地震波記録のデータを解析の対象に採り、フーリエ解析とウェブレット解析を対比しながら若干考察を加えた。さらに、耐震工学上よく用いられる地震応答スペクトルと比較するためウェブレットスペクトルを定義して表示した。

ウェブレット解析は、Mayer ウェブレットに属するものを作成し、ローパスフィルターの特性をもった離散的な有限リゾリューション変換より誘導された有限ウェブレット変換により行った。一方、比較検討するためのフーリエ解析は、時刻と振動数の特性を同時に表示するために、一定の時間幅のウィンドウを時間軸に掛けたランニングスペクトルで行った。これと対応するかたちで分解係数ごとのウェブレット係数を表示した。

ウェレット変換による基礎的な特性の把握と有用性を示すため数値計算を行い、次のような結果を得た。まず、ウェレット変換の基礎的特性：

- (1) 離散的な有限ウェレット変換は、データにバンドパスフィルターの演算子の処理を施したものとなる。また、各バンドの中心振動数およびバンド幅は、基のデータの時間刻みによって定まるNyquist振動数  $f_{N/2}$  と分解係数  $j$  とによって近似的に  $f_{N/2} * 2^j$  および  $f_{N/2} * 2^{j-1}$  ( $j=1, \dots, n$ ) と決まる。ただし、 $n$  は、データ数が2の  $n$  乗としたときの数である。
- (2) ランニングスペクトルは、時間軸でのウィンドウ幅によって振動数軸の分解能が固定されるが、ウェレット変換におけるウィンドウ幅は、振動数域によって時間軸のウィンドウ幅が変化した情報量を抽出している。なお、時間軸と振動数軸とのウィンドウ域での情報の不確定性の関係は、共に有している。
- (3) ウェレット係数は、分解係数が小さい場合、時刻歴データの不連続点において大きな値を示し、不連続点の抽出に有効である。すなわち、負の分解係数が小さい場合、中心振動数が高く振動数領域でのバンド幅が広くなり、逆に時間領域では時間幅が非常に狭くなるためである。

ウェレット変換の地震波解析における有用性：

- (4) ウェレット変換による地震波の情報抽出例としては、十勝沖地震での宮古および室蘭のデータから2つの時間差あるいはウェレット係数を求めると地震波のデレクティビティ効果を明瞭に把握できた。
- (5) さらに、フーリエスペクトルの結果では、明瞭な特性把握ができないが、ウェレット変換では把握できた情報抽出例としては、青森の本震・余震のデータから地震波の地盤内のひずみの変化の影響がある。すなわち、地盤内のひずみの大きさによる影響と思われる地震波特性は、ウェレット変換より本震の地震波が低振動数域へ、余震の地震波が高振動数へシフトした卓越振動数特性を示していた。
- (6) 断層近傍の地震波に対するウェレットフーリエ位相スペクトルは、断層破壊が比較的単純なら、伝播経路の効果と破壊伝播の効果とが異なった振動数領域に現れていた。
- (7) 各分解係数におけるウェレット係数のフーリエ変換のスペクトルの総和をウェレットスペクトルと定義した場合、耐震工学上の地震応答スペクトルが、分解係数のかなりの範囲までよい対応を示している。また、室蘭での記録の場合、負の分解係数7を境にして地震波のエネルギー特性が変化しているのが明瞭にわかり、パワースペクトルの振動数に対するべき法則が成立している場合、ウェレットスペクトルとの一定の対応関係が成立していた。

以上、ウェレットの基本特性とウェレット解析を地震波に適用した場合のその有用性を示した。ただし、今後の課題としては、取り上げた記録数が少なく、さらに多くの検証が必要である。

## 参考文献 (第2章)

- 1) Newland ,D.E. 著, 坂田勝・木村康治訳:「不規則振動とスペクトル解析」, オーム社, 1991.7.
- 2) 山口昌哉・山田道夫:” ウェーブレット解析”, 科学, 岩波書店, Vol.60,No.6,pp.398-405,1990.6.
- 3) 山田道夫・大木谷耕司:” ウェーブレット解析” ,CAS90-126, NLP90-66, 盛文社, pp.35-41.
- 4) Daubechies,I.: "The Wavelet Transform, Time-Frequency Localization and Signal Analysis", *IEEE Tras. on information theory*, Vol.36, No.5, Sep.,pp.961-1005, 1990.
- 5) Grossmann,A., R. Kronland-Martinet , and J. Morlet: "Reading and Understanding Continuous Wavelet Transforms", *Wavelets*,Springer-Verlag,pp.2-20,1989.
- 6) Kronland-Martinet,R.,J.Morlet, and A.Grossmann: "Analysis of Sound Patterns Through Wavelet Transforms", *Int. Jour. of Pattern Recognition and Artificial Intelligence*,Vol.1,No.2,pp.97-126,1987.
- 7) Flandrin,P.: "Some Aspects of Non-Stationary Signal Processing with Emphasis on Time-Frequency and Time Scale Methods", *Wavelets*, Springer Verlag,pp.68-98, 1989.
- 8) Tuteur,F.B.:"Wavelet Transformations in Signal Detection", *Wavelets*,Springer-Verlag, pp.132-138,1989.
- 9) Saracco,G.,A.Grossmann,and Ph.Tchamitchian: "Use of Wavelet Transforms in the Study of Propagation of Transient Acoustic Signals Across a Plane Interface Between Two Homogeneous Media",*Wavelets*,Springer Verlag,pp.139-146,1989.
- 10) Perrier, V.: "Towards a Method for Solving Partial Differential Equations Using Wavelet Bases",*Wavelets*, Springer-Verlag,pp.269-283,1989.
- 11) Holschneider,M., R.Kronland-Martinet, J.Morlet,and Ph.Tchamitchian:"A Real-Time Algorithm for Signal Analysis with the Help of the Wavelet Transform",*Wavelets*,Springer-Verlag,pp.286-297,1989.
- 12) Dutilleux,P.:"An Implementation of the "algorithme a trous" to Compute the Wavelet Transform", *Wavelets*, Springer-Verlag,pp.298-304,1989.
- 13) Mallat, S.G.: "Multiresolution Approach to Wavelets In Computer Vision",*Wavelets*, Springer-Verlag,pp.313-327,1989.
- 14) Larsonneur, J.L. and J.Morlet: "Wavelets and Seismic Interpretation",*Wavelets*,Springer-Verlag,pp.126-131, 1989.
- 15) 佐々木文夫, 前田達哉, 山田道夫:” ウェーブレット変換を用いた時系列データの解析”, 構造工学論文集, Vol.38B,pp.9-20,1992.

- 16) Yomogida, K.: "Detection of anomalous seismic phases by the wavelet transform, *Geophysical Journal International*, Vol.116, pp.119-130, 1994.
- 17) 宮脇幸治郎: "ウェーブレット変換による地震波評価に関する考察", 平成4年度土木学会関西支部学術講演会, 1-27, 1992.
- 18) 宮脇幸治郎: "地震波に関するウェーブレット解析", 大阪府立工業高等専門学校研究紀要, Vol.26, pp.53-61, 1992.
- 19) 宮脇幸治郎, 土岐憲三: "ウェーブレット解析による地震波特性に関する一考察", 土木学会論文集 No.525/I, 33, pp.261-274, 1995.
- 20) チャールズ, K. チュウイ著, 桜井明・新井勉共訳: 「ウェーブレット入門」, 東京電機大学出版局, 1993.
- 21) 山田道夫: "Wavelet とその乱流解析への応用", 応用数理創刊準備第3号, pp.14-26, 1991.
- 22) 山口昌哉・守本晃: "ウェーブレットとその応用について", 応用数理, Vol.1, No.3, pp.202-213, 1991.
- 23) 山田道夫: "ウェーブレット変換の基礎", システム/制御/情報, Vol.37, No.7, pp.388-394, 1993.
- 24) 大崎順彦: 「地震動のスペクトル解析入門」, 鹿島出版会, pp.138-162, 1976.
- 25) Daubechies, I.: "Orthogonal Bases of Compactly Supported Wavelets", *Comm. Pure Appl. Math.*, Vol.41, pp.909-996, 1988.
- 26) Mayer, Y.: "Orthonormal Wavelets", *Wavelets*, Springer-Verlag, pp.21-37, 1989.
- 27) Mallat, S.G.: "A Theory for Multiresolution Signal Decomposition: The Wavelet Representation", *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol.11, No.7, pp.674-693, 1989.
- 28) 前出 27), pp.689-690.
- 29) 亀田弘行: "強震地震動の非定常パワースペクトルの算出法に関する一考察", 土木学会論文集, Vol.235, pp.55-62, 1975.3.
- 30) 土木学会耐震工学委員会: "ロマプリータ地震震害調査報告", 土木学会論文集, 第424号/III-14, pp.28-36, 1990.12.
- 31) 翠川三郎・小林啓美: "地震断層を考慮した地震動スペクトルの推定", 日本建築学会論文集, 第282号, pp.71-79, 1979.
- 32) 前出 30), pp.57-68.

## 第3章 ウェブレット変換による地震波形の分析

### 3. 1 概説

一般に地震波の観測記録などには、種々の雑音が入り込む可能性がある。たとえば、観測機器は、地中に設置されている場合が多く、記録を録るセンサーは、ケーブルを介して出力する機器に接続されている。このような状況で地震動がかなり激しく揺れる場合、その記録中にケーブルがセンサーを引っ張るなどによりインパルス的な雑音が入り込んだりする。また、地表面上を伝播する電磁的な雑音により、ガウス性雑音が入り込んだりする。一方、地震波のような信号波形は、実験の場合と異なり、その再試行はできなく、しかし工学的には貴重な信号である。したがって、信号における雑音除去は、現象の再現という工学的意味を持っている。

従来、簡単な雑音除去に関する方法には、ガウス性雑音に対して移動平均による平滑化処理があり、インパルス性雑音に対してメジアンフィルタによる処理がある。これらの方法は、時間軸の窓内でのデータ処理が行われ、窓の幅によりその処理特性が大きく変化する。このための雑音除去の特性を改善するために、数多くの研究が行われている。たとえば、原島・荒川・藤井ら<sup>1)</sup>は、各種非線形デジタルフィルタへのアプローチを詳述し、メジアンフィルタを一般化した順序統計フィルタの手法等の処理例を示している。順序統計フィルタの手法には、Lee・Fam<sup>2)</sup>などの研究もある。原島・小田島・鹿喰・宮川<sup>3)</sup>やBendner・Watt<sup>4)</sup>らは、画像等におけるエッジのような信号を保存しながらガウス性雑音を除去するための $\varepsilon$ -フィルタについて示している。鄭・相澤・斉藤・羽鳥ら<sup>5)</sup>は、非線形適応フィルタや順序統計フィルタとは異なる立場から、ウェブレット変換のゼロ交差表現に基づく雑音除去を行っている。すなわち、その方法は、元となる信号をウェブレット変換でのゼロ交差表現し、ゼロ交差間に含まれる雑音除去を行った後のゼロ交差表現を再構築することにより元の信号に含まれるインパルス性雑音を除去している。

本研究は、インパルス性雑音とガウス性雑音が重畳する信号から雑音除去するため鄭・相澤・斉藤・羽鳥らと異なるウェブレット変換による手法を提案する。

すなわち、本雑音除去の方法は、ウェブレット変換による2種類のフィルタによる2段階の処理である。インパルス性雑音については、その雑音除去は、ウェブレット変換による逆有限インパルス応答(IFIR)フィルタに相当する操作により行われる。その際のインパルスの発生時刻の推定は、ウェブレット係数における偶あるいは奇数部に相当する係数のゼロ交差特性によって行われる。一方、ガウス性雑音においては、その処理は、ウェブレットフーリエスペクトル(WFS)に滑らかなローパスフィルタを乗じて行われる。

本手法の特徴は、比較的簡単なアルゴリズムによる雑音処理の方法であり、その有効性は、簡単な数



値計算を行い調べている。

### 3. 2 ウエブレット変換による雑音除去

#### 3. 2. 1 インパルス性雑音に対する場合

インパルス性雑音を含んだ信号は、次式のように表現できるものと仮定する。

$$\tilde{x}(t) = g(t) + n(t) = g(t) + \sum_k \delta(t - a_k) \quad (3.1)$$

ここに、 $\delta(t - a_n)$ は、デルタ関数であり、これをウエブレット関数で展開表示し、そのウエブレット係数は、次式のようになる。

$$\begin{aligned} D_{jm} &= \langle \delta(t - a_n), \psi_{jm}(t) \rangle \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t - a_n) \psi_{jm}(t) dt \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \delta(\xi) \psi_{jm}(\xi + a_n) d\xi \\ &= \psi_{jm}(a_n) \end{aligned} \quad (3.2)$$

一方、式(3.1)のような雑音を含んだ信号は、ウエブレット展開表示する<sup>6)</sup>と、

$$\tilde{x}(t) = \sum_j \sum_m \tilde{D}_{jm} \psi_{jm}(t) \quad (3.3)$$

となる。ここで、式(3.1)より雑音除去するためには、式(3.2)および(3.3)より、

$$\begin{aligned} g(t) &= \tilde{x} - n(t) \\ &= \sum_j \sum_m \left( \tilde{D}_{jm} - \sum_k \psi_{jm}(a_k) \right) \psi_{jm}(t) \end{aligned} \quad (3.4)$$

のように変形し、インパルスの生じる時刻 $a_k$ をウエブレット変換(WTF)により探索し、除去する。式(3.4)の評価は、デジタルフィルタの一種である逆FIRフィルタによりインパルス成分のみ除去していることになる。

ここで、ウエブレット変換による特徴は、時間軸、振動数軸に相当する空間において局所的なフィルタの窓をデータ上で掃引していることにある。そこでインパルス性雑音を探索するためには、ウエブレット変換における分解係数が小さい部分、すなわち、高振動数域のフィルタの窓の特性が、大きく影響する。本研究では、ウエブレット変換を変形し、振動数軸に相当する窓のフィルタの中心振動数を高い部分にシフトする。このように変形すれば時間軸に相当する窓は、拡大させ、インパルス性雑音を識別し易くなる。

このために、式(3.3)の展開表示の右辺における分解係数 $j$ に関する成分は、次式のように変形する。

$$\begin{aligned}
 \tilde{x}_j(t) &= \sum_m \tilde{D}_{jm} \psi_{jm}(t) \\
 &= \frac{1}{N_j} \sum_m \sum_k \tilde{D}_{jm} \hat{\psi}_{jk} e^{i2\pi km t / N_j} \\
 &= \frac{1}{N_j} \sum_k \left( \sum_m \tilde{D}_{jm} e^{i2\pi km t / N_j} \right) \hat{\psi}_{jk} \\
 &= \frac{1}{N_j} \sum_k \hat{D}_{jk}^* \hat{\psi}_{jk}
 \end{aligned} \tag{3.5}$$

上式中、 $\hat{\cdot}$ の記号は、フーリエ変換された量を意味し、 $*$ の記号は、共役複素数を意味している。 $N_j$ は、各分解係数 $j$ に対応するデータ数である。式(3.5)は、振動数に相当するパラメータ $k$ を $2k$ に変数変換すれば、振動数が2倍にあがり、時間とその成分に相当する値が、 $1/2$ で評価できる。

具体的には、インパルス性雑音の発生する時刻は、以下の手順にしたがって推定する。まず、式(3.3)のウェレット係数(WC)は、ウェレット変換により求められ、その奇数部と偶数部とに分けると

$$\begin{aligned}
 \tilde{D}_{jm} &= \langle \tilde{x}(u), \psi_{jm}(u) \rangle \\
 &= \langle \tilde{x}(u), \psi_{j2m+1}(u) \rangle + \langle \tilde{x}(u), \psi_{j2m}(u) \rangle \\
 &= \tilde{D}_{jm}^{[o]} + \tilde{D}_{jm}^{[e]}
 \end{aligned} \tag{3.6}$$

と表現できる。ここに、 $\tilde{D}_{jm}^{[o]}$ と $\tilde{D}_{jm}^{[e]}$ は、それぞれウェレット奇数係数(WOC)、ウェレット偶数係数(WEC)と呼ぶことにし、分解係数ごとにその特性が求められる。デルタ関数に対するこれらの特性は、デルタ関数の値を持つ時刻近傍において急勾配でゼロ交差する。信号データにおけるインパルスは、デルタ関数として近似できるものを対象にしているため、2次までの分解係数においてこのような特性をもつものを扱うことにする。

次に、インパルスの強度は、推定されたゼロ交差近傍のデータに対して線形トレンド処理を行い、その強度を推定する。すなわち、ゼロ交差近傍での窓内の信号値を並べ換えて、その最大値(あるいは最小値)がインパルスの強度と評価する。

### 3. 2. 2 ガウス性雑音に対する場合

ガウス性雑音は、元になる信号に比較して雑音のレベルがあまり大きくないと仮定する。雑音を含んだ信号は、インパルス性雑音の場合と同様の式(3.3)のようなウェレット展開でき、そのウェレット

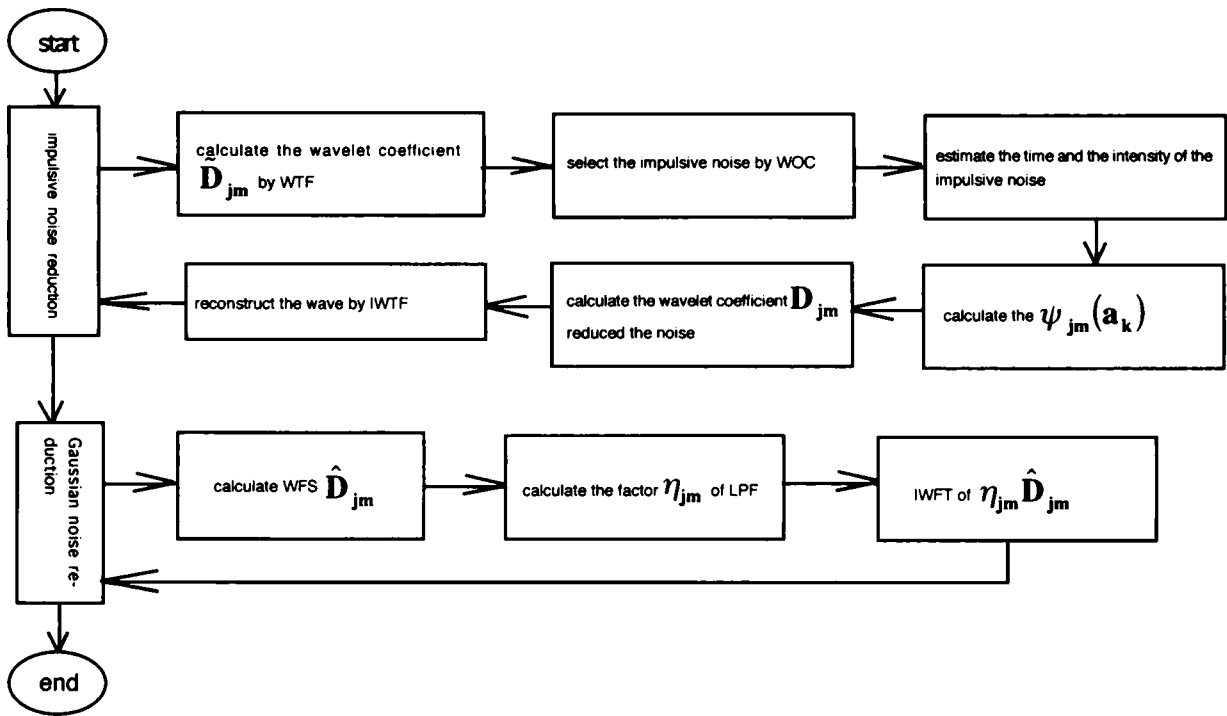


図 3.1 本方法による雑音除去の流れ図

係数は、次式のように定義されている。

$$\bar{D}_{jm} = \langle \bar{x}(u), \psi_{jm}(u) \rangle \quad (3.7)$$

ここで式(3.7)を、フーリエ変換すると、ウェレットフーリエスペクトル (WFS) は、

$$\begin{aligned} \hat{D}_{jk} &= \langle \bar{D}_{jm}, e^{-i2\pi km} \rangle \\ &= \frac{1}{N_j} \sum_{m=0}^{N_j-1} \bar{D}_{jm} e^{-i(2\pi km / N_j)} \end{aligned} \quad (3.8)$$

と表示できる。式(3.7)よりガウス性雑音除去するためには、式(3.8)に、次のローパスフィルター (LPF) を乗じ高振動数域の成分を除去する。

$$\eta_{jk} = 1 - \left( \frac{d}{N_n} k \right)^2 \quad (k = 1, 2, \dots, N_j / 2) \quad (3.9)$$

ここに、 $N_n$  は、信号データ数の半分である。 $d$  は、平均的に平滑化するデータの数に相当する。この場合の時刻歴波形の再構築は、修正された式(3.8)を逆フーリエ変換し、さらに逆ウェレット変換を行う逆ウェレットフーリエ変換 (IWFT) の演算を行うことにより可能である。

### 3. 2. 3 数値処理のアルゴリズム

本ウェレット変換による2種類の雑音除去のための全体のフローチャートは、図3.1に示すように

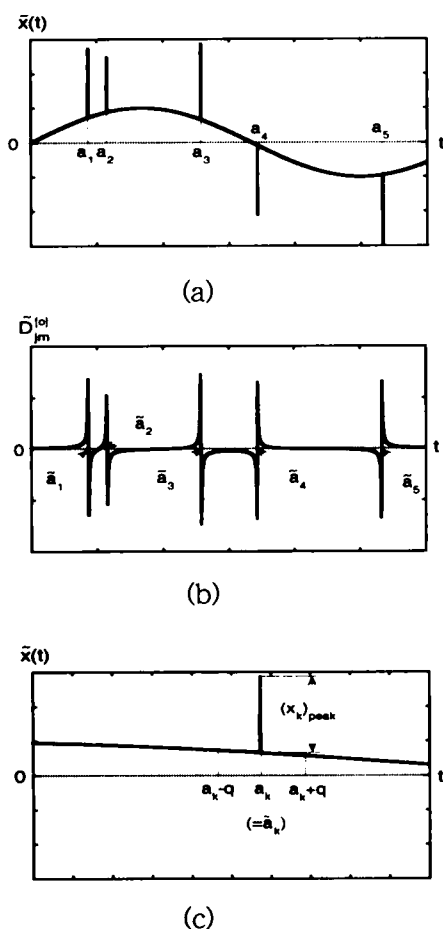


図 3.2 インパルス性雑音によるウェレット係数の特性

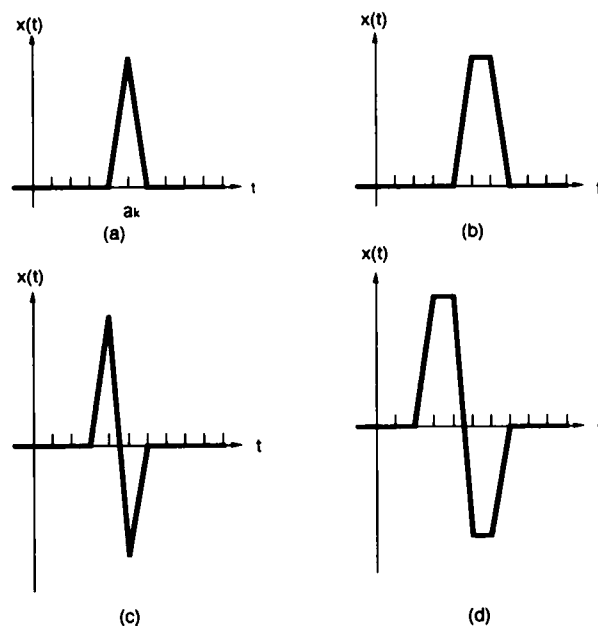


図 3.3 対象とするインパルス性雑音波

なる。すなわち、最初にインパルス性雑音を除去した後、ガウス性雑音の除去を行う。

このうちインパルス性雑音除去の処理過程の一部を模式的に示したのが、図 3.2 である。図中 (a) は、正弦波にインパルス性雑音が時刻  $a_1, a_2, \dots, a_5$  に付加されている例である。この信号波形をウェレット変換し、奇数部分のウェレット係数の表示をしたのが、(b) 図である。この図からわかるようにインパルスの付加された時刻に相当する  $a_1, a_2, \dots, a_5$  の近傍にゼロ交差の時刻  $\tilde{a}_1, \tilde{a}_2, \dots, \tilde{a}_5$  が現れ、そのゼロ交差するときの勾配は、非常に大きく特徴的である。次に、対象とするインパルスの強度とその時刻の特定は、(c) 図に示しているようにある  $k$  番目の  $a_k (= \tilde{a}_k)$  の近傍  $[a_k - q, a_k + q]$  区間においてそのトレンドを考慮して、その最大値（最小値）の発生時刻と強度を推定する。

ところで、離散的な信号データにおけるデルタ関数とみなせるインパルスは、図 3.3 における (a) 図のような波形である。しかし、データ処理しようとするインパルス性の波形は、図 3.3 の (b) から (d) のような波形も処理する必要がある。このような波形を含むインパルスに対するウェレット係数処理

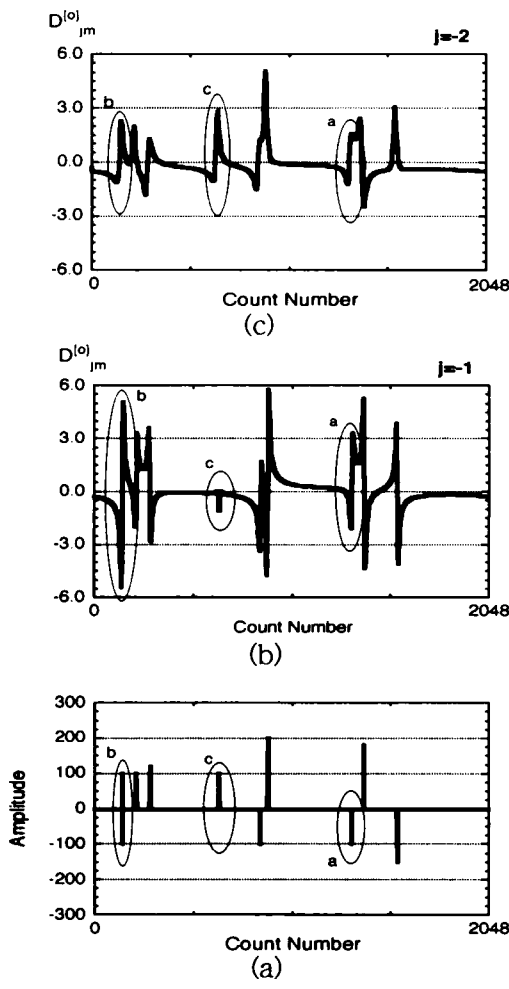


図 3.4 インパルス性雑音に対する  $j=-1$  and  $-2$  でのウェレット奇数係数

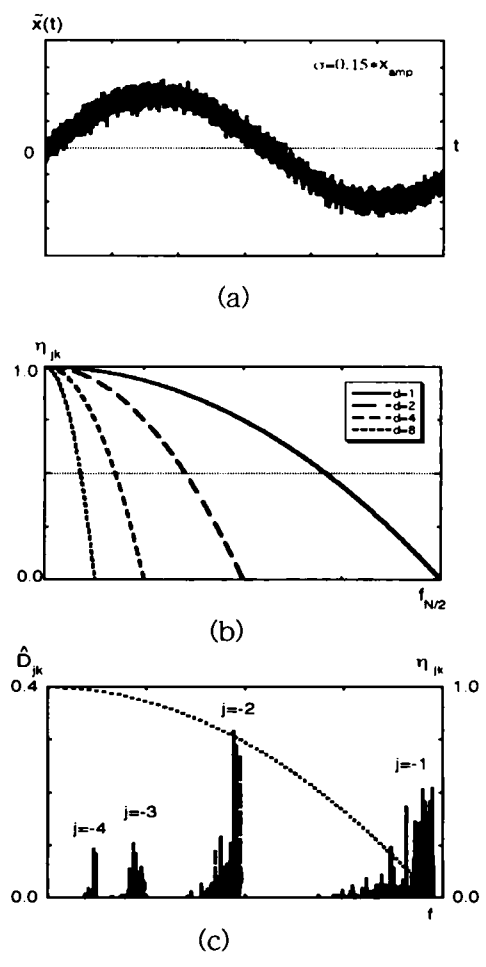


図 3.5 ガウス性雑音に対するウェレットフーリエスペクトル特性

例は、図 3.4 のようになる。ここで示している図は、分解係数  $j=-1$  においてその発生時刻が確認し難い図中の楕円で囲んだ  $c$  も、分解係数  $j=-2$  において上述したゼロ交差の特徴を示している。このように図 3.3 に示したようなインパルスに対してもその発生時刻の推定は、分解係数  $j=-2$  までの特性から大体推定可能である。したがって、本研究では、分解係数  $j=-2$  までのウェレット係数の特徴からインパルスの発生時刻を推定することになっている。また、図 3.3 に示しているような任意の時刻近傍でのインパルス性雑音を除去するためには、一つの最大値あるいは最小値だけの除去では不十分となる。本研究においては、 $k$  番目の  $\tilde{a}_k$  の領域  $[a_k - q, a_k + q]$  の  $2q+1$  個のデータに対して、その上位 3 個と下位 3 個のデータが対象インパルス性雑音成分として処理する。

次にガウス性雑音除去の処理過程の一部を模式的に示したのが、図 3.5 である。図中 (a) は、元正弦波に 15% の変動をもったガウス性雑音が付加された例である。(c) 図は、(a) 図の信号データのウェレットフーリエスペクトルを分解係数  $j=-1 \sim j=-4$  について表示したもので、分解係数ごとに局所化

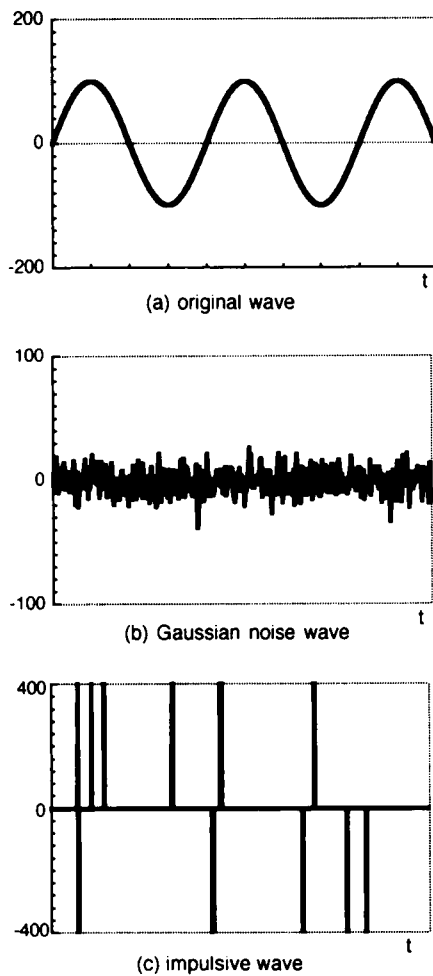


図 3.6 モデル化した波

された振動数成分の特性を示している。一方、(b) 図は、ウェブレットフーリエスペクトルに乗じるローパスフィルタであり、パラメータ  $d$  によるその特性の違いを示している。(b) 図のフィルタを (c) 図のスペクトルに乗じて高振動数域の処理によりガウス性雑音は、除去される。

### 3. 3 数値シミュレーションによる検討

#### 3. 3. 1 設定雑音モデル

本研究では、ウェブレット変換による雑音除去の有効性を確認するために、図 3.6 に示すような正弦波の信号にガウス性雑音 (Gn と略記する) とインパルス性雑音 (In と略記する) の波形を付加させたものを用いた。本方法による雑音除去効果は、次式に示すような無雑音波形  $g(t)$  との差の RMS の比  $e/e_0$  で評価した。

$$\left. \begin{aligned} e_0 &= \sqrt{\frac{1}{n} \sum_i (\tilde{x}(t_i) - g(t_i))^2} \\ e &= \sqrt{\frac{1}{n} \sum_i (x(t_i) - g(t_i))^2} \end{aligned} \right\} \quad (3.10)$$

ここに、 $\tilde{x}(t_i)$ : 雑音波形,

$x(t_i)$ : 雑音除去処理後の波形

ガウス性雑音のレベルは、元波形  $g(t)$  の最大値の 20% の標準偏差を有するものを標準にして、時間刻み、元波形の振動数、データ数、およびローパスフィルタのパラメータ  $d$  についてその影響を調べた。なお、地震記録に対する適用を考えたので時間刻み、振動数等は、無次元化しない表現を行った。

次に、雑音を含んだ地震記録例として、兵庫県南部地震 (1995.1.17) でのポートアイランドの記録 (-16 m, UD 成分) を採用し、数値処理を行った。

#### 3. 3. 2 兵庫県南部地震による強震記録への適用

図 3.7 は、元波形の振動数による雑音除去の効果を示している。図より、時間刻み 0.02 秒、データ数 2048、パラメータ  $d=4$  の場合、雑音の付加条件によらず約 0.8Hz まで雑音除去効果が悪くなり、それ以上の振動数ではほぼ一定の効果がある。この離散データの場合、Nyquist 振動数  $f_{N/2}=25\text{Hz}$  であるの

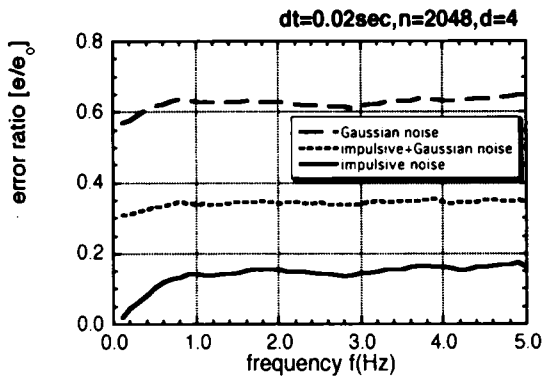


図 3.7 周波数による効果

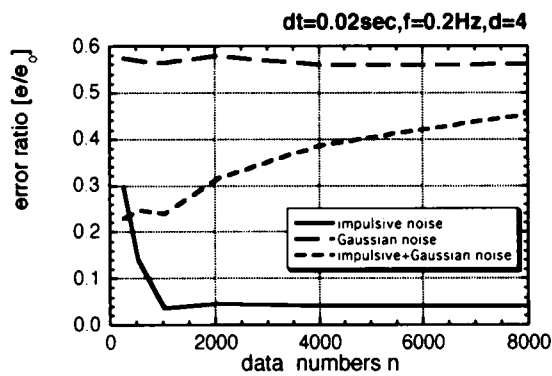


図 3.8 データ数による効果

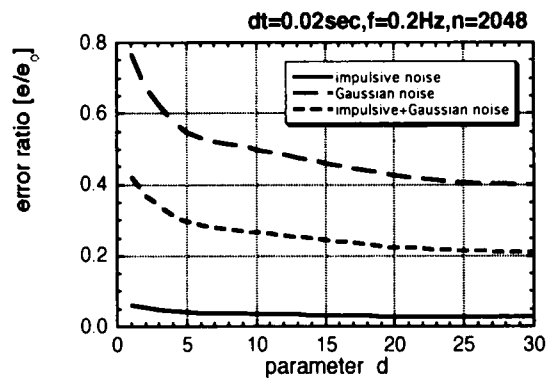


図 3.9 パラメータ  $d$  による効果

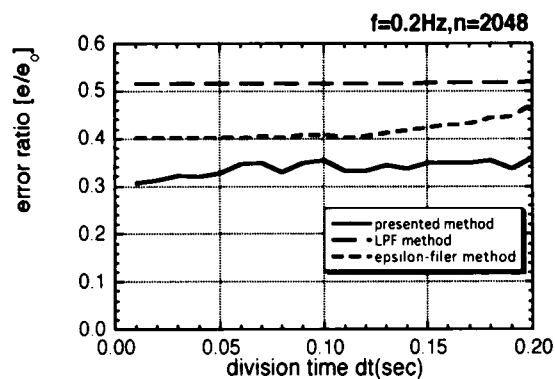


図 3.10 時間刻みによる効果

でその比 0.032 の振動数付近において除去効果が変化していることを示している。

次に付加雑音の違いは、In で  $e/e_0=0.15$ 、Gn で  $e/e_0=0.65$  および In+Gn で  $e/e_0=0.35$  である。すなわち、インパルス性雑音の除去効果が大きい傾向を示している。

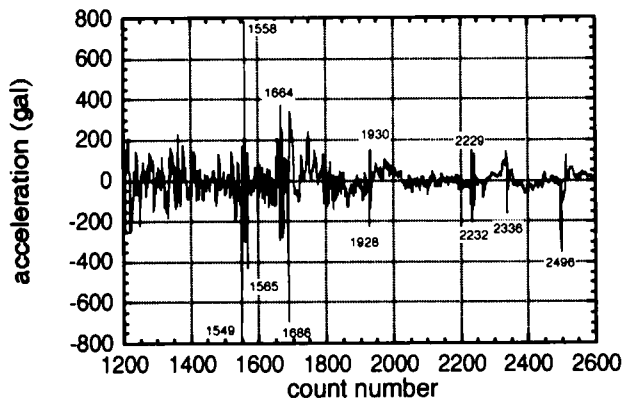
図 3.8 は、対象とするデータ数による影響を示している。雑音の種類が、In と Gn では、データ数の雑音除去の効果はかなり異なっているのがわかる。データ数 1000 までは、In は、雑音除去の効果が  $e/e_0=0.30$  から  $e/e_0=0.04$  に急激に変化し、データ数 1000 を越えるとほぼ一定となる。このことは、インパルスの発生した時刻を明瞭に確定するために約 1000 個以上のデータ数が、望ましいことを意味している。一方、Gn は、データ数によらず  $e/e_0=0.56$  とほぼ一定である。

データ数は、インパルス性雑音の除去に大きく影響するが、 $n=1000$  を越えるとほぼ一定の傾向を示している。

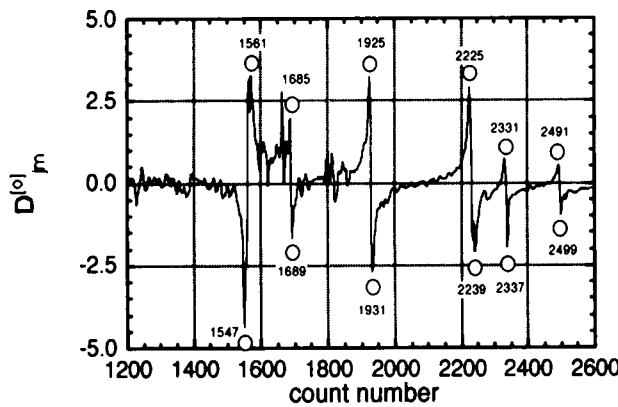
図 3.9 は、高振動数域のガウス性雑音を除去するパラメータ  $d$  の影響を示している。まず、付加雑音の違いによる雑音除去効果で、In の  $e/e_0$  は、パラメータ  $d$  に対してほぼ一定である。一方、Gn や In+Gn の  $e/e_0$  は、パラメータ  $d$  により大きく変化する。 $e/e_0$  は、パラメータ  $d$  に対して下に凸のカーブを描いているが、 $d=5$  近傍でその勾配を大きく変化させている。

ここで、元波形の振動数域に対して大きな影響を及ぼさないためには、 $d$  は小さい方がよい。たとえば、 $d=4$  とすると、 $f_{N/2}/4=6.25\text{Hz}$  以上の振動数成分が除去され、これ以下の振動数域が滑らかなローパスフィルターの対象となっていることになる。すなわち、元波形の振動数が 5Hz 以下の場合、ガウス性雑音除去のためのパラメータ  $d$  に、4 程度を採用すれば雑音除去の効果が大きい。

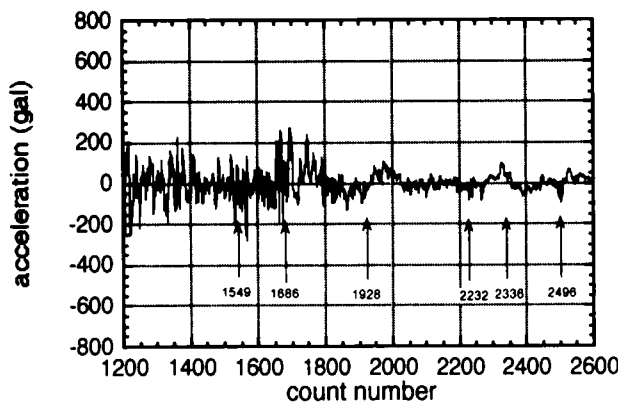
図 3.10 は、雑音除去に対する他の手法との比較を時



(a) seismographic record



(b) wavelet odd coefficient



(c) seismographic wave on the reduced noise

図 3.11 地震波でのインパルス雑音除去

理により、その最大値 789.59gal が 281.14gal に補正されたことになる。このような地震波中のインパルス性雑音の有無による影響は、振動数成分での高振動数域に現れ、元の地震波の補正が行われたことになる。

間刻み  $dt$  に対して示している。雑音は、 $In+Gn$  を対象にし、比較する他の手法は、 $\varepsilon$ -分離非線形デジタルフィルタ法 ( $\varepsilon=20, 2N_k+1=11$ ) とフーリエ変換による LPF 法 ( $d=4$ ) を取り上げた。LPF 法による方法は、時間刻み 0.2 秒まではほぼ一定の  $e/e_0=0.52$  を示し、 $\varepsilon$ -分離非線形デジタルフィルタ法は、時間刻み 0.12 秒までは  $e/e_0=0.40$  であり、時間刻み 0.12 秒を越えると徐々に  $e/e_0$  が増加している。ウェレット変換による本手法 ( $d=4$ ) は、時間刻み 0.2 秒まで  $e/e_0=0.30-0.35$  となっている。これらの数値計算例により、雑音除去の方法として、本アルゴリズムが有効な手法のひとつであるといえる。

図 3.7~3.9 の数値シミュレーションによる結果から、本雑音除去の方法は、インパルス性雑音除去に大きな効果を示している。そこで、次に実地震記録の信号データにおいて、インパルス性雑音が含まれると思われる信号の波形処理を行ってみる。

図 3.11 は、インパルス性雑音が入っている部分の雑音除去の処理結果を示している。図中 (a) は、記録波形中に大きく 6 カ所にインパルス性雑音が入っている様子を示している。この波形データに対してウェレット変換し、 $j=1$  のウェレット奇数係数処理の結果は、(b) 図のようになる。このようにインパルス発生時刻に対応する箇所にウェレット係数の急変箇所が現れている様子が確認できる。処理後の波形は、(c) 図のようになり、雑音の除去されている様子がわかる。(a) 図から (c) 図への処理



なお、地震波記録において、インパルス性雑音が混入していない場合には、図 3.11 の (b) 図のようなウェブレット係数の特性は、現れない。

### 3. 4 結言

本研究は、インパルス性雑音とガウス性雑音が重畳する信号から雑音除去するためウェブレット変換による手法を提案した。

インパルス性雑音でのアルゴリズムは、その雑音が発生している時刻の推定をウェブレット係数における偶あるいは奇数部に相当する係数のゼロ交差特性によって行い、逆有限インパルス応答フィルタを操作して雑音除去を行なった。一方、ガウス性雑音の処理は、ウェブレットフーリエスペクトルに滑らかなローパスフィルタを乗じて行なった。

本手法の有効性を数値計算によって検討し、以下のような特性が得られた。

- (1) 元波形の振動数と Nyquist 振動数と比が 0.032 より低い振動数域に元波形がある場合、雑音除去の効果が大きい。
- (2) インパルス性雑音を含むデータ数は、約 1000 個以上に対して効果が大きい。
- (3) ガウス性雑音除去のためのパラメータ  $d$  は、元波形の振動数を考慮して採用すれば雑音除去の効果が大きい。
- (4) インパルス性雑音が混入した地震波記録においても本手法は有効である。

### 参考文献（第3章）

- 1) 原島博, 荒川薫, 藤井竜也: 非線形デジタルフィルタと信号処理, 電子情報通信学会論文誌, Vol.J71-A, No.2, pp.143-154, 1988.
- 2) Lee, Y.H., and Fam, A.T.: An Edge Gradient Enhancing Adaptive Order Statistic Filter, *IEEE* Vol.ASSP-35, No.5, pp.680-695, 1987.
- 3) 原島博, 小田島薫, 鹿喰善明, 宮川洋;  $\epsilon$ -分離非線形デジタルフィルタとその応用, 電子通信学会論文誌, Vol.J65-A, No.4, pp.297-304, 1982.
- 4) Bendnar, J.B. and Watt, T.L.: Alpha-Trimmed Means and Their Relationship to Median Filters, *IEEE*, Vol.ASSP-32, No.1, pp.145-153, 1984.
- 5) 鄭且根, 相澤清晴, 斉藤隆弘, 羽鳥光俊: ウエーブレット変換のゼロ交差表現に基づく非線形雑音除去, 電子情報通信学会論文誌, Vol.J77-A, No.11, pp.1543-1554, 1994.
- 6) 宮脇幸治郎, 土岐憲三: ウエーブレット解析による地震波特性に関する一考察, 土木学会論文集, No.525/I-33, pp.261-274, 1995.

## 第4章 ウェブレット変換による耐震設計用の地震波動の合成

### 4.1 概説

構造物に対する地震波動の動的解析には、スペクトル解析と時刻歴解析とがある。そのうち、時刻歴応答解析は、系の運動方程式を逐次数値計算によって解く方法である。したがって、線形・非線形の別を問わず用いられ、この場合、運動方程式の外力項の入力地震動に解析の対象とすべき地震動の特性が反映されることになる。一方、構造物の建設地点における地震動の特性に影響を与える因子から、構造物と地盤のパラメータを特定の値に設定し、入力地震動は、①建設地点での観測波形、②時刻歴解析において標準とされる波形、③模擬波形について適宜変えて用いられている。設計の観点から、所定入力強度を持った当該地点での波形が得られることは、稀である。また、構造物のあらゆる固有周期に対して同じ影響を持つような波形が照査項目に必要となる。そのため地震動の合成の工学的意義がある。

地震波動の合成法には、Haskellモデルを代表とする巨視的な運動学的断層モデルがある<sup>1)</sup>。これは、静的なパラメータの断層の長さ、断層幅、相対変位と動的なパラメータの破壊伝播速度、立ち上がり時間などを用いた長周期波形の地震波動の合成法に有効である。短周期成分に関しては、対象とする周期成分が地震動のコーナー周期程度以上で、対象周期に応じた媒質のモデル化ができれば可能になってきている<sup>2)</sup>。

一方、経験的地震動評価による古典的な地震波動の合成法は、次のようなものがある。Bolotin<sup>3)</sup>は、定常ランダム過程の自己相関関数に地動の卓越振動数のパラメータを導入してモデル化した。多治見<sup>4)</sup>は、表層の影響を考慮した定常ランダム過程のパワースペクトルを、後藤・亀田<sup>5)</sup>は、地動の卓越振動数をパラメータを持ったパワースペクトルの関数を与えた。地動加速度の定常部分に対して、後藤・土岐・秋吉<sup>6)</sup>は、振動数および位相に対してランダム変数をとった余弦波の和で作成した。さらに、非定常なランダム過程モデルとして、Goldberg, Bogdanolf, Sharpe<sup>7)</sup>は、一様なランダム位相を持つ余弦波に時間に関する確定関数を合積した形式で合成波形を与えた。時間に関する確定関数の形は、Jennings, Housner, Tsai<sup>8)</sup>の与えた関数が有名であるが、その他にも種々提案されている。

現在、動的な解析用地震波動の作成は、将来の地震活動や地震動の不確定性を考慮し、発生可能性を表すリスク指標を介した形で作成されるようになってきている<sup>9)</sup>。すなわち、1)最大地動のハザード曲線を用いた方法、2)一様リスクベクトルを用いる方法、3)危険度解析による地震波パラメータを用いる方法などがあげられる。1)の方法は、地震動の特性のうち強度の決定のみ地震危険度解析を用いる方法であり、古典的な合成波形作成の範疇に入る。2)の方法の代表的なものとしては、荒川・川島・相沢<sup>10)</sup>の提案したものがある。これは、地震危険度解析により一様リスクベクトルを求め、これに等しい応答スペクトルを持つ地震波形を作成する方法である。3)は、亀田・野島<sup>11)</sup>が提案した方法であり、

決定すべき地震動パラメータを地震動強度の年超過確率を用いて定め、このパラメータを非定常確率過程の地震動モデルとして作成している。以上のような地震動の合成というテーマに対して、著者<sup>12)</sup>は、リスクスペクトル法の範疇に含まれる、ウェレット変換法により耐震設計用の地震動の合成法を提案している。

本研究の地震動の合成の特徴は、基本的な作成概念をリスクスペクトル法においているが、具体的な波形作成法でウェレット解析の方法を用いていることである。すなわち、離散有限ウェレット変換により、正規直交系で時間軸と振動数軸に相当する平面に展開された地震波を低振動数の帯域から順次高振動数域へ作成していくことである。分解された波形は、正規直交系を形成しているので波の加工が容易である特徴をもっている。この場合、ウェレット変換による地震波の分解係数ごとのウェレットトフォーリエスペクトルにおいて、地震波の位相特性は、分解係数が1次のみ元の地震波のものを保持した形で作成する。1次以外の分解係数での位相は、主要動の生じる時刻に相当する位相勾配により与える。このように、本研究では、原波形の位相特性と異なる場合のウェレット変換法による合成波形を作成し、そして、本地震波動の合成法が、簡便で有効な一手法であることを示す。

## 4. 2 数値計算におけるウェレット変換の基本特性

### 4. 2. 1 ウェレット変換のための計算アルゴリズム

ウェレット変換についての基本式は、文献13),14)に示している。ここでは、地震動の合成のために必要な数値演算を詳述する。

まず、与えられた離散データ  $f(t)$  に対して、ウェレット関数  $\psi(t)$  から定義されるウェレット変換は、

$$D_{jm} = \langle f(u), \psi_{j,m}(u) \rangle \quad (4.1)$$

ここに、

$$\psi_{j,m}(t) = 2^{-j/2} \psi_j(t - 2^{-j} m), \psi_j(t) = 2^j \psi(2^j t) \quad (4.2)$$

となる。ただし、演算  $\langle \rangle$  は、合積を意味する。数値的に式(4.1)を計算するためには、式(4.1)を直接計算するのではなく、次のようなフーリエ変換された関係式を用いて行う。すなわち、

$$F(Y) \Psi_j(Y) = F(Y) \Phi_{j+1}(Y) G(2^{-j-1} Y) \quad (4.3)$$

ここに、 $F(Y)$ ,  $\Psi_j(Y)$  は、それぞれ  $f(t)$ ,  $\psi_j(t)$  に関するフーリエ変換されたものである。 $\Phi_{j+1}(Y)$  は、ファザーウェレット関数  $\phi(t)$  から次のように定義される。

$$\phi_j(t) = 2^j \phi(2^j t) \quad (4.4)$$

に関するフーリエ変換されたものである。また、 $G(Y)$  は、次の関数のフーリエ変換されたものである。すなわち、

$$g(m) = \langle \psi_{-1}(u), \phi(m-u) \rangle \quad (4.5)$$

また、 $\Phi_{j+1}(Y)$ に対しては、次のような漸化式が成立している。

$$\Phi_j(Y) = \Phi_{j+1}(Y)H(2^{-j-1}Y) \quad (4.6)$$

ここに、 $H(Y)$ は、次の関数に関するフーリエ変換されたものである。

$$h(m) = \langle \phi_{-1}(u), \phi(m-u) \rangle \quad (4.7)$$

以上より、式(4.3)の左辺が、式(4.1)をフーリエ変換したものに相当している。式(4.3)の漸化式を計算するためには、式(4.6)の漸化式を最初に計算する必要がある。まず、分解係数 $j=-1$ の場合、式(4.6)の右辺の $\Phi_{j+1}(Y) = \Phi_0(Y)$ で、 $H(2^{-j-1}Y) = H(Y)$ となる。ファーザーウエブレット関数 $\phi(t)$ は、実数関数であるので、離散データ数が $2N (= 2^n)$ 個なら、その引数が $Y_1 \sim Y_{2N}$ の $2N$ 個となり、 $\Phi_0(Y)$ が $(N+1)$ 個の独立した値が求められる。同様に、 $H(Y)$ についても $(N+1)$ 番目の引数で共役複素数となる関数で、 $(N+1)$ 個の独立した値が求まり、これを $\Phi_0(Y)$ に乗じることにより式(4.6)の左辺の離散量 $\Phi_1(Y)$ が求められる。

次に、 $j=-2$ の場合、式(4.6)の右辺は、 $\Phi_1(Y)$ の引数が $Y$ で、 $H(2^{-j-1}Y)$ の引数が $2Y$ となるので、 $Y_1 \sim Y_{N/2+1}$ が独立の引数に対応し、左辺の離散量 $\Phi_2(Y)$ が求められる。したがって、関数 $H$ と合積する関数 $\Phi_{j+1}$ の場合、 $\Phi_{j+1}$ の引数が $H$ の引数の $1/2$ のものを乗じることを意味している。以上の過程を $j=-n$ まで繰り返すことにより、式(4.6)の漸化式が順次決まっていく。

一方、式(4.3)の $j=-1$ における右辺は、 $\Phi_0(Y)$ に離散データのフーリエ変換された関数 $F(Y)$ と矩形鏡像関数 $G(Y)$ を乗じて左辺の離散量 $F(Y)\Psi_j(Y)$ が求められる。さらに、 $j=-2$ に対しては、上述したように $F$ と $\Phi_{j+1}$ の引数が $G$ の引数の $1/2$ のものを乗じることにより $F(Y)\Psi_j(Y)$ が求められる。そして、式(4.1)は、各次数に対して逆フーリエ変換することにより求められる。

以上の式(4.6)および(4.3)の2つの漸化式を離散的な表示をすると、 $j=-1 \sim -n$ で次式のようなになる。

$$\Phi_k^{[j]} = \Phi_k^{[j+1]}H_{2^{-j-1}k} \quad (k = 1, 2, \dots, 2^{j+1}N + 1) \quad (4.8)$$

$$F_k\Psi_k^{[j]} = F_k\Phi_k^{[j+1]}G_{2^{-j-1}k} \quad (k = 1, 2, \dots, 2^{j+1}N + 1) \quad (4.9)$$

ここに、上添字 $[ ]$ は、分解係数の次数を意味し、下添字は、分解された離散データで引数を意味し、換言すれば、振動数成分を意味する。

次に、離散的にフーリエウエブレット変換された特性は、具体的なデータ処理の流れを示すことにより説明する。いま、 $f(t)$ の離散データ数を16 ( $N=8, n=4$ )の場合についてデータの流れを図示すると図4.1のようになる。なお、図中各分解フロー中の $j=-1$ での $k$ に相当する数字1~16が、基になるデータをフーリエ変換された量を意味している。また、時刻歴のデータは、実数を扱うので、フーリエ変換されたデータ $F_k$ は、Nyquist振動数に相当したデータで共役複素数の関係になっており、 $j$

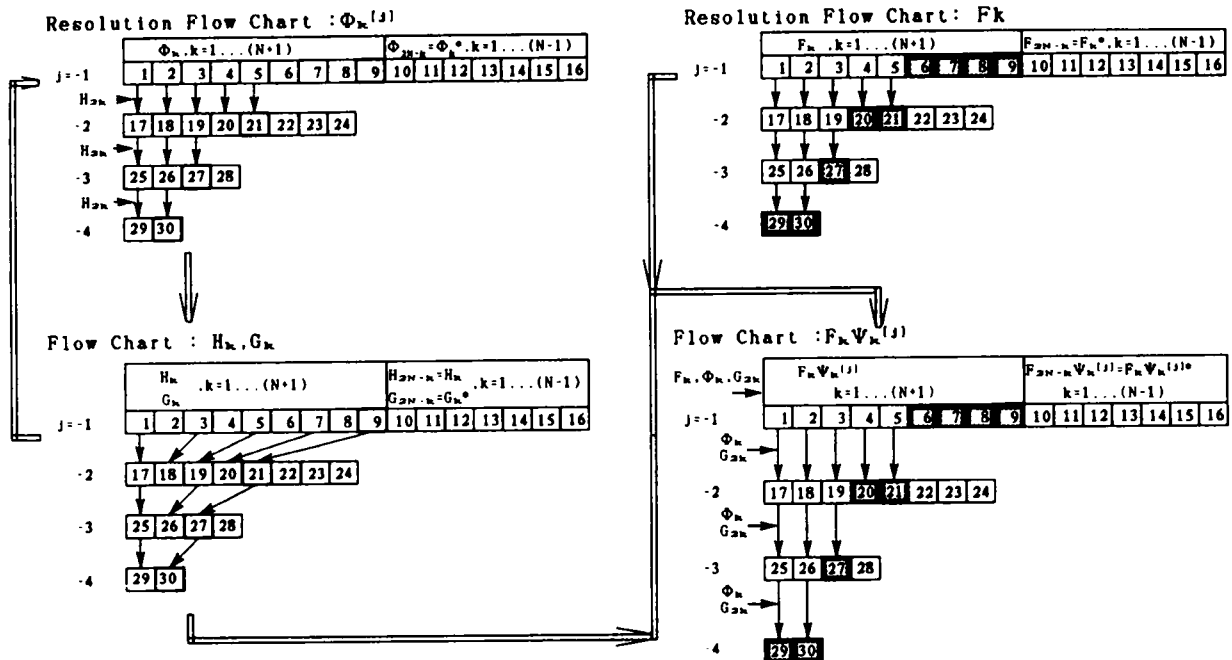


図 4.1 ウエレット変換の演算フローチャート (データ要素の演算関係)

の各段階においてもこの関係をもっている。

まず、図 4.1 に示すように分解係数が、 $j=-1$  から順次分解されていくことにより、データ数は  $1/2$  ずつ減っていく。そして、負の次数が増すごとに低振動数の変動特性を示している。また、図中  $F_k \Psi_k^{(j)}$  の分解フローの陰影を施したデータを見ればわかるように、各次数における分解されたデータは、1つ前の負の次数によって低振動数の特性が順次定義された形となっている。このようなウエレットの分解フローは、ウエレット係数のフーリエ変換された特性を示している。例えば、 $F_k \Psi_k^{(j)}$  のフローの分解係数  $j=-1$  で  $k=1 \sim 9$  の成分は、低い振動数から順に高い振動数に対応しており、 $\Psi_k^{(j)}$  のバンドパスフィルターの特性は、図 4.1 に示すようにデータ数 9 の  $1/2$  付近の帯域を抽出していることになる。同様の処理が  $j$  の各段階ごとに行われているものとなる。さらに、各段階において低振動数域に相当する部分の  $1/2$  ずつ重なりながら分解している様子がわかる。また、ウエレット変換によって分解された係数により逆に基の波形を構築する場合、各次数の陰影を施したデータ特性がわかれば可能となる。

#### 4. 2. 2 逆ウエレット変換のための計算アルゴリズム

次に、分解されたウエレットフーリエスペクトルから逆に基の波形データを構築する数値計算手法について述べる。なお、ここでは基の波形を構築する過程を「逆」という語句を用い、「再構成」という語句は用いないことにする。

一般にウエレット解析で扱うベクトル空間  $V_{j+1}, V_j, W_j$  は、

$$V_j \subset V_{j+1} \quad (4.10)$$

$$V_{j+1} = V_j \oplus W_j \quad (4.11)$$

の性質を持つ。いま、 $\psi_{j,m} \in W$ ,  $\phi_{j,m} \in V_j$  および  $\phi_{j+1,m} \in V_{j+1}$  は、正規直交系を形成しているように作られているので、式(4.11)は、

$$\phi_{j+1,m}(x) = \sum_k \langle \phi_{j,k}(u), \phi_{j+1,m}(u) \rangle \phi_{j,k}(x) + \sum_k \langle \psi_{j,k}(u), \phi_{j+1,m}(u) \rangle \psi_{j,k}(x) \quad (4.12)$$

と展開できる。式(4.9)に離散データとの内積をとり、両辺にフーリエ変換を施すと逆ウェレット変換の次のような基本的関係式が得られる（付録 A 3）。すなわち、

$$F(Y)\Phi_{j+1}(Y) = 2F(Y)H(2^{-j-1}Y)\Phi_j(Y) + 2F(Y)G(2^{-j-1}Y)\Psi_j(Y) \quad (4.13)$$

ここで、扱う離散データは、 $2N(=2^n)$ の偶数個であるとする。このとき、ウェレット変換によって分解されたウェレットフーリエスペクトルは、各分解係数ごとに高振動数域区間の1/4のデータが保持されているとする。一方、式(4.13)の数値計算は、 $j=-n$ の分解係数から逆に計算していく。この場合、右辺の $\Phi_j(Y)$ ,  $\Psi_j(Y)$ ,  $F(Y)$ の引数に対して、 $H(2^{-j-1}Y)$ ,  $G(2^{-j-1}Y)$ の引数は、 $2^{-j-1}Y_j$ が、 $Y_n$ に対応している。したがって、式(4.13)の関係式により $F(Y)\Phi_{j+1}(Y)$ が定まるのは、1個である。これは、図4.1に示した計算アルゴリズムからわかるように、分解ステップが1段階進むごとに基のデータ情報が1/2づつ減っていっているため、逆演算を行う場合、式(4.13)のみから復元できない。そこで、本研究においては、逆ウェレット変換のための計算アルゴリズムは、 $j=-n-2$ に対して次式のような漸化式によって行う。

$$F_k \Phi_k^{[j+1]} = 2F_k \Phi_k^{[j]} H_{2^{-j-1}k} + 2iF_k \Psi_j^{[j]} G_{2^{-j-1}k} \quad (k = 1 \sim 2^{n+j}) \quad (4.14)$$

$$\Psi_k^{[j+1]} = F_k \Phi_k^{[j+1]} G_{2^{-j-1}k} / H_{2^{-j-1}k} \quad (k = 1 \sim 2^{n+j}) \quad (4.15)$$

$$F_k \Phi_k^{[j+1]} = F_k \Psi_k^{[j+1]} H_{2^{-j-1}k} / G_{2^{-j-1}k} \quad (k = 2^{n+j} + 1 \sim 2^{n+j+1}) \quad (4.16)$$

$$F_k \Phi_k^{[j+1]} = -F_k \Psi_k^{[j+1]} \quad (k = 2^{n+j+1} + 1) \quad (4.17)$$

ここに、 $i$ : 虚数単位

そして、基のデータは、

$$F_k = F_k \Phi_k^{[1]} / \Phi_k^{[0]} H_k \quad (k = 1 \sim 2^{n-1}) \quad (4.18)$$

と求められる。ここに、上添字 [ ] は、分解係数の次数を意味し、下添字は、分解された離散データで引数を意味する。式(4.14)は、 $[j+1]$ の段階において、1/4の部分が定まり、式(4.16)が残り1/4の部分を定める。さらに、扱っている離散データは、実数を対象としているので $[j+1]$ のウェレットフーリエスペクトルの残りの1/2は、フーリエ変換の性質より定まる。

以上の計算アルゴリズムの流れは、図4.2に示すように再帰的な代入となっている。また、図中の陰影を施した要素は、各計算ステップの始めに既知の値である。

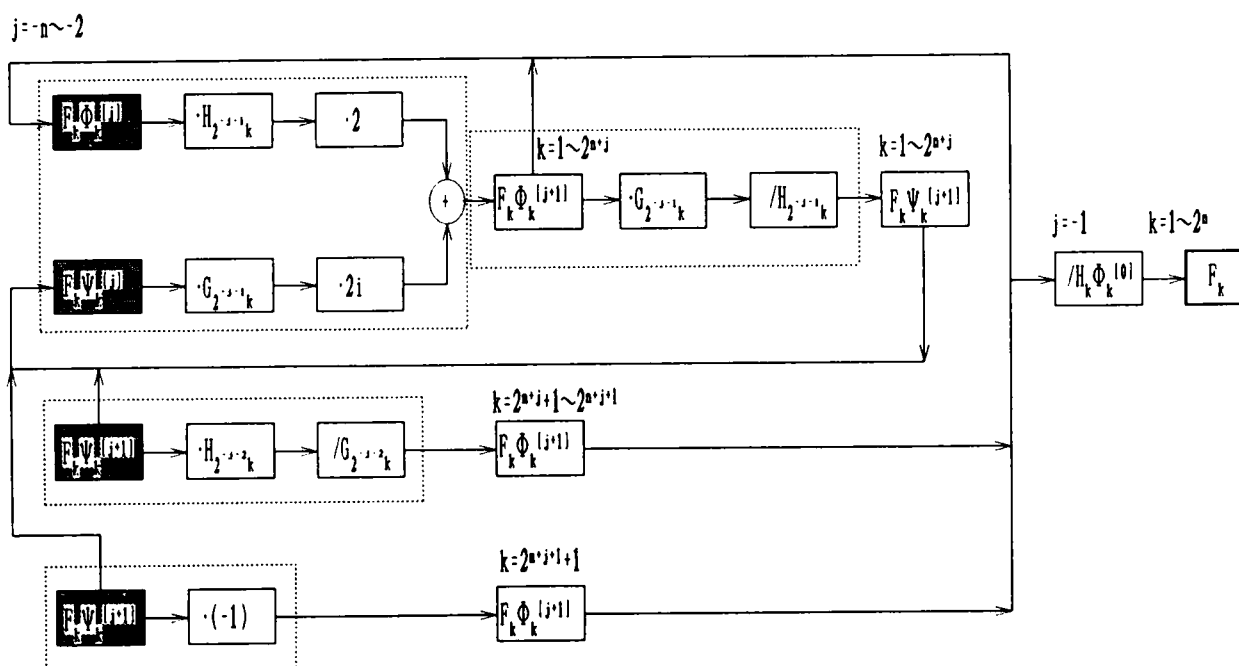


図4. 2 逆ウェレット変換の演算フローチャート

#### 4. 3 地震波動の合成法の基本アルゴリズムの誘導

##### 4. 3. 1 波形作成基本アルゴリズム

本研究における地震波動の合成法の基本アルゴリズムは、一様リスクスペクトルを用いる方法に属する。すなわち、地震危険度解析により一様リスクスペクトルを求め、これに等しい応答スペクトルを持つ地震波形を作成する。この際、ウェレットフーリエスペクトルを用いて簡易的に地震応答スペクトルを等しくなるように作成する。

ここでは、ウェレットスペクトルをどのように構築して地震波動の合成を作成するかを述べる。まず、分解係数  $j$  ごとにウェレットスペクトルが定まっている。この方法では、ウェレットスペクトルは、離散データの時間刻みを  $\Delta t$  とすれば、中心振動数  $f_j = 2^{j-1} / \Delta t$  ( $j = -1, \dots, -n$ ) でバンド幅  $\Delta f_j = 2^{j-2} / \Delta t$  のバンドパスフィルターを作用させたときのスペクトルとなっている。しかも、ウェレットスペクトルによって構成される波は、低振動数域から順次構築されたものとなる。したがって、いま任意の代表的な地震動波形に対して、その位相特性は原波形のものを全面的に、あるいは、部分的に保持しつつ、地震応答スペクトルに一致するようウェレットスペクトルを補正して波形を構築する。位相の一致する領域は、各分解係数ごとに有するウェレットスペクトルの全ウェレットスペクトルに対する量を設定して定める。以下にその手順を示す。

まず、代表とする地震に対する加速度波形  $a(t)$  が、次式のようなウェレット展開した形で示されている。



$$a^{(0)}(t) = \sum_j \sum_m D_{jm}^{(0)} \psi_{j,m}(t) \quad (4.19)$$

また、時刻歴波形 $a^{(0)}(t)$ に対して、減衰定数 $h$ を一定にしたときの地震応答スペクトルが、 $S_a^{(0)}(T)$ と求められる。

一方、減衰定数 $h$ における設定地震応答スペクトルが $S_a(T)$ と与えられているとする。このとき、 $S_a(T)$ と $S_a^{(0)}(T)$ との差を補正するためウェブレット変換での分解係数 $j$ ごとに周期 $T_j (= 1/f_j)$ に対応する次式のような補正係数を求める。

$$\zeta_j^{(0)} = \frac{S_a(T_j)}{S_a^{(0)}(T_j)} \quad (4.20)$$

この補正係数 $\zeta_j^{(0)}$ を用いて、ウェブレットフーリエスペクトル $\hat{D}_{jm}^{(0)}$ は、次式のように補正する。

$$\hat{D}_{jm}^{(1)} = \zeta_j^{(0)} \hat{D}_{jm}^{(0)} \quad (4.21)$$

このとき、原波形の位相特性を完全に保持する場合は、すべての $j$ に対して式(4.18)を満足すればよい。一方、部分的に保持する場合は、任意の $j$ に対して式(4.21)を満足すればよい。ここでは、ウェブレットスペクトル量の累積量によって変化させている。そして、補正された係数を用いて新たな波形、

$$a^{(1)}(t) = \sum_j \sum_m D_{jm}^{(1)} \psi_{j,m}(t) \quad (4.22)$$

が求められる。このように修正された波形 $a^{(1)}(t)$ による応答スペクトルが設定応答スペクトルに十分近似されるまで同様の手順を繰り返す。

本波形作成アルゴリズムの特徴は、式(4.19)、あるいは、(4.22)のようにウェブレット展開した形式で波形を表現した場合、分解係数ごとに表現されたウェブレット係数 $D_{jm}$ が、各固有周期に対応する応答スペクトルを与える波形に相当している特性を用いていることである。さらに、位相特性を原波形に完全に一致させる場合、あるいは、部分的に一致させる場合、合成波形の作成において、本手法は、有効な方法の一つとなる。

#### 4. 3. 2 地震波動合成の基本構成

前節で述べたように本地震波動の合成の基本構成は、一様リスクスペクトルによる地震波動合成法に属し、各作成要素が構成されている。したがって、一様リスクスペクトルは、例えば片山<sup>15)</sup>が定義したものが一般的であるが、本研究では、次のような簡易的な方法によって作成する。

まず、設定位置における最大加速度は、過去の地震来襲歴より時系列的にアテニューエーション式より求められる。このときハザード曲線がデータの時系列期間 $t$ （年）におけるランクごとの年間累積頻度より求められる。ここで地震発生過程がポアソン過程と見なせるなら、その再現期間 $T_R$ は平均年間発

生率 $\nu$ の逆数で与えらる。そして、 $T_R$ 年間確率最大加速度以上の地震動が発生する確率は、0.632であることもよく知られている。そこで、地震動の発生確率を0.632とする最大加速度 $a_R$ が定まる。

次に、最大加速度 $a_R$ と応答スペクトル $S_a$ との対応で、応答スペクトル倍率 $\beta$ は、マグニチュード、震央距離、地盤種別のそれぞれの重み係数 $C(M), C(\Delta), C(G)$ の積で求められる<sup>16)</sup>。さらに、応答スペクトル倍率の実測値のばらつきが対数正規分布と見なせる<sup>17)</sup>なら、応答スペクトル倍率値の超過確率に対応する値は、測定値と予測値の比 $\alpha_p$ により求められる。したがって、求めようとする応答スペクトル $S_a$ は、次式のように与えられる。

$$S_a(T) = \beta_p \cdot a_R \quad (4.23)$$

ここに、

$$\beta_p = \alpha_p \cdot C(M) \cdot C(\Delta) \cdot C(G) \quad (4.24)$$

上式での $a_R$ は、マグニチュード、震央距離、地盤種別のアテニュエーション式により推定された時系列から求められた地動最大加速度であり、 $\alpha_p$ は、固有周期ごとの応答スペクトルの超過確率より求められる係数である(図4.3参照)。 $a_R$ の時系列のデータのばらつきと $\alpha_p$ のデータのばらつきは、その対象期間が異なるが、ここでは、両者のばらつきを応答スペクトルによるばらつきで評価していることになる。このように求められた応答スペクトル $S_a(T)$ が、本地震動の合成における基準スペクトルになる。そして、次のステップは、ウェブレット解析における分解係数 $j$ によって定まる周期を応答スペクトルの固有周期 $T_j$ とみなして前節で説明したような修正方法により合成波形を作成する。このとき、分解係数 $j$ によって定まる周期は、応答スペクトルの周期に比べて疎であるので、本研究では、 $j$ に対応する中心振動数以外にバンドパスフィルターの帯域の中間点での振動数も補間的に用いて繰り返す。

### 4. 3. 3 位相スペクトルの導入法

地震波形に非定常な振動数特性を付与するには、フーリエスペクトルにより規定される個々の振動数成分波を時間軸上の特定された区間に出現されるように操作すればよい。たとえば、振幅1で位相 $-a\omega$ の特性は、時間空間において $\delta(t-a)$ なる関数を意味する。このことは、位相の傾きが $-a$ をもつとき、時

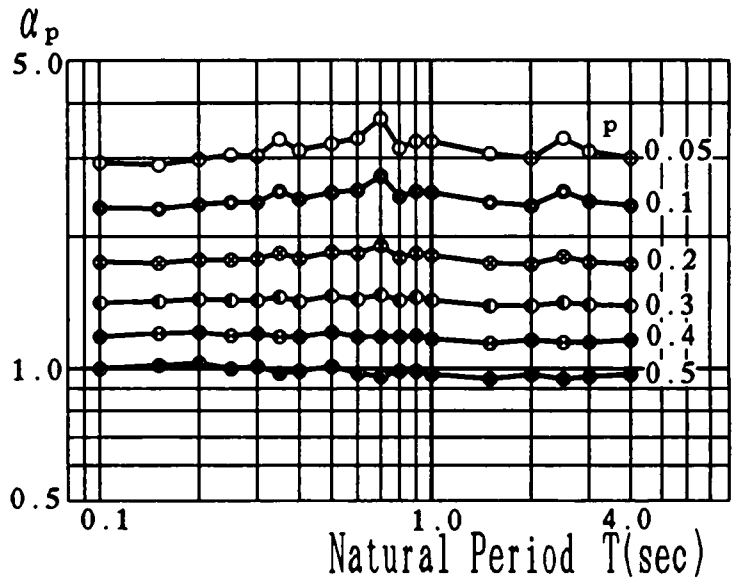


図4.3  $\alpha_p$ - $T$  の関係

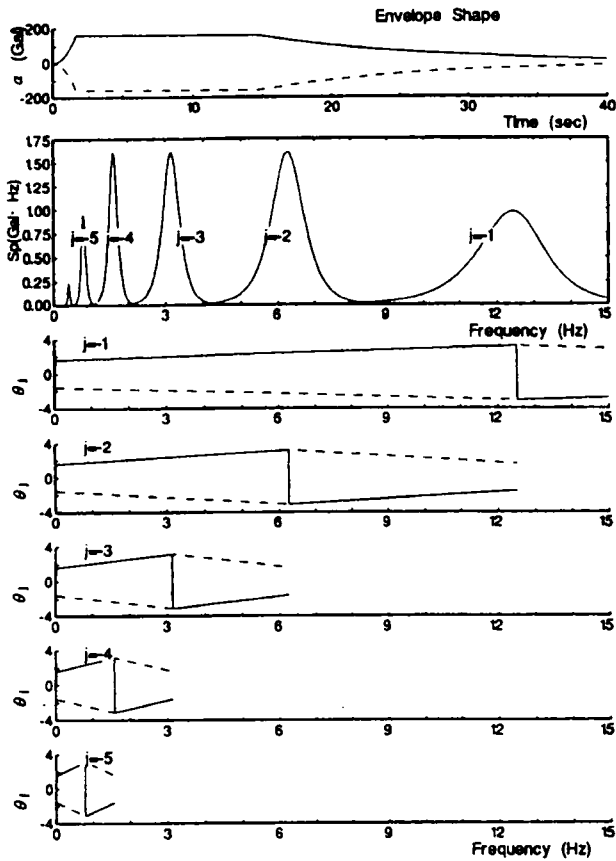


図 4. 4 包絡線のウェブレットフーリエ  
スペクトル特性

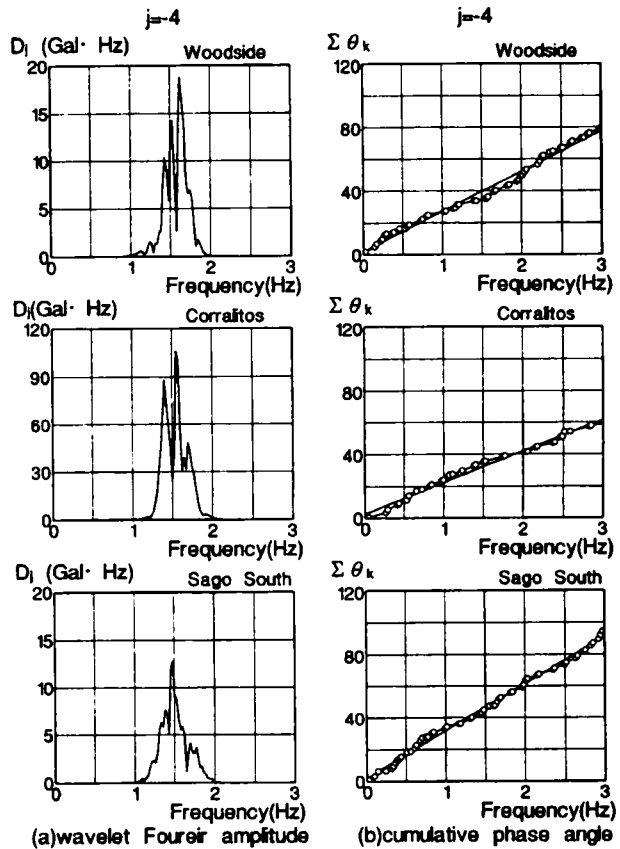


図 4. 5 地震波のウェブレットフーリエ  
スペクトル特性

刻  $a$  にデルタ関数の特性をもつことになる。すなわち、すべての振動数領域で位相の振動数に関する傾きは、時間空間において時刻  $a$  での振幅を示すことになる。したがって、フーリエ変換の取り扱いの場合、対応する位相勾配の波の合積を採ることにより合成波形の作成が可能となる。

いま、ウェブレット変換法で位相スペクトルを取り扱うには、地震波形の包絡線と位相波形の性質が必要である。まず、Jenning らが定義したような地震波形の包絡線に対するウェブレットフーリエ振幅スペクトルの特徴は、分解係数ごとに中心振動数付近に滑らかな山をもち、ウェブレットフーリエ位相スペクトルは、初期位相が  $\pm\pi/2$  で、中心振動数での位相が  $\pm\pi$  なるような位相勾配を呈する (図 4. 4)。

一方、実際の地震波の位相特性は、記録された位置によって異なる。たとえば、断層上での記録の場合、負の分解係数が小さい部分は、主要動の生じている時刻に相当し、群遅延時間の位相勾配をもつ。大きい部分は、断層から離れた記録での位相勾配をもつ。さらに、断層から少し離れた記録では位相勾配は、分解係数により、あまり大きな変化をしていない。その他に、位相勾配は、震源と観測点との経路の影響を受けている (図 4. 5)。

さらに本合成波形作成法の場合、個々の振動数成分の振幅は、応答スペクトルによって定まってくる。

また、本方法は、ウェレット変換の負の分解係数の大きい方から順次定まるアルゴリズムの特徴をもっているため、中心振動数の低い方から構築される。ここで、中心振動数成分は、時間軸上の $2^j m \Delta t$ の位相ずれをもつ合積の結果を表している。ここに、 $j, m$ は整数である。

以上のような本構築法の特徴より、負の分解係数 $j$ が2より大きい部分のウェレットフーリエ振幅スペクトルの重み付けは、分解係数ごとに定める。そして、位相スペクトルは、群遅延振動数 $f_g$ のモードで次式のように定める。

$$\theta_j(f) = \text{MOD}[a_j(f)/f, f_g] \quad (4.25)$$

ここに、

$$a_j = a_0 \cdot (1 + \delta \cdot U) \quad (4.26)$$

$$p_j(f) = \left| \frac{3f_j - f}{2(f_{j+1} - f_j)} \right| \quad (4.27)$$

$$f_g = 1/a_0 \quad (4.28)$$

なお、 $f$ は、振動数であり、 $a_0$ は、(主要動)出現時間を意味する。 $U$ は、一様乱数で、 $\delta$ はその変動の影響係数を意味している。さらに、式(4.27)は、包絡線の効果を意味している。

#### 4. 4 数値シミュレーションによる検討

##### 4. 4. 1 設定諸元

本研究で提案した簡易的な波形作成法が、地震波動の合成波形としてどの程度有効であるか検討するために数値シミュレーションを行った。本数値シミュレーションにおいて用いた設定諸元は次のようになっている。

まず、地震波動の合成を行う位置は、具体的な例として、和歌山県御坊市火力発電所 (E135.2° N33.9°) で地盤種別は、第4種であるとした。また、再現期間  $T_R=75$  年での超過確率が0.632であ

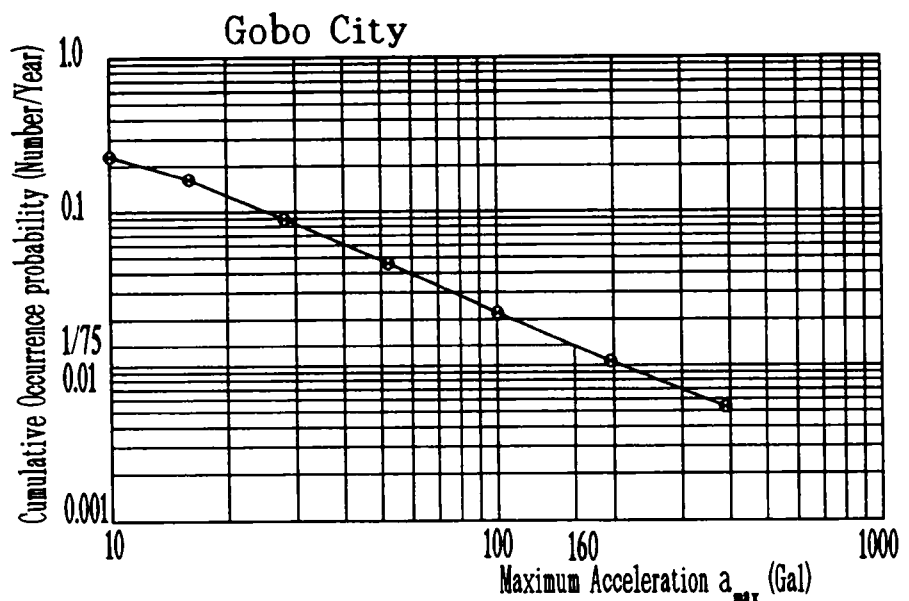


図4. 6 ハザード曲線 (御坊市)

るような地震動の最大加速度 $a_{max}$ を用いることにした。すなわち、当該地点のハザード曲線は、図4.6に示すようになり、 $a_{max} = 160 Gal$ と地動最大加速度が推定された。

さらに、作成合成波形は、マグニチュード $M = 7.5 \sim 7.9$ 、震央距離 $\Delta = 60 \sim 119 Km$ に対し、超過確率が0.2のリスク応答倍率 $\beta_p$ を図4.7の太実線のように作成した。位相特性を規定する原波形は、継続時間が約50秒に設定し、区間定常正弦波(図4.8)と後藤・亀田が提案したパワースペクトル<sup>18)</sup>をもつ定常(図4.9)および非定常不規則波(図4.10)とロマブリータ実地震記録波(図4.11)の4ケースを採用した。区間定常での正弦波の振動数は、分解係数 $j$ に因る中心振動数を採った。採用した区間正弦波は、あらかじめ継続時間の前半に振動数の高く、後半に低くなるように設定している。なお、振幅も区間ごとに变化させているので、分解係数ごとのウェブレットフーリエスペクトルの形状は、崩れたものとなっている。次に、設定した不規則波は、定常な原波形は滑らかなパワースペクトルを持った確率過程として作成された波なので、分解係数ごとのウェブレットフーリエスペクトルも滑らかな形状を有している。一方、非定常な不規則波は、定常な不規則波にJenningsらの時間に関する確定関数を掛けて作成された波であり、このときの分解係数ごとのウェブレットフーリエスペクトルは、崩れた形状となっている。最後の地震波記録の波形は、合成波形作成のための設定応答スペクトルと大きく異なる応答スペクトルを持つ波形を採用している。

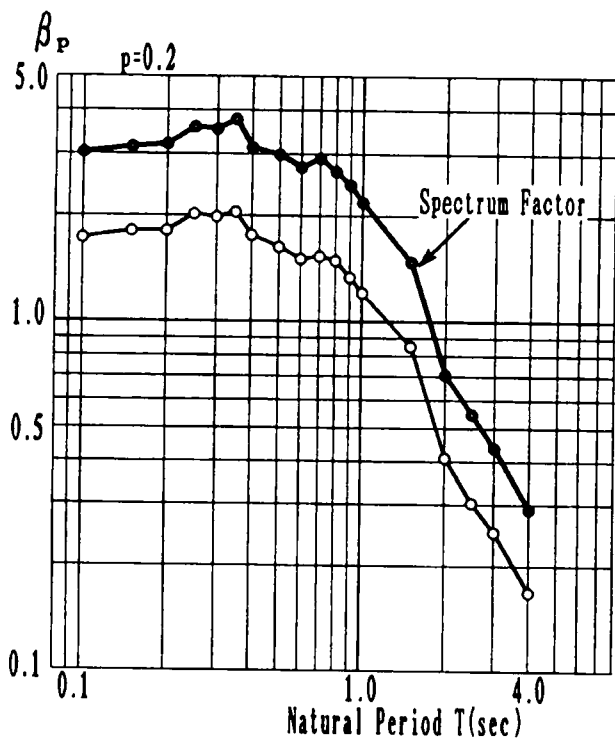


図4.7 リスク応答倍率 $\beta_p$

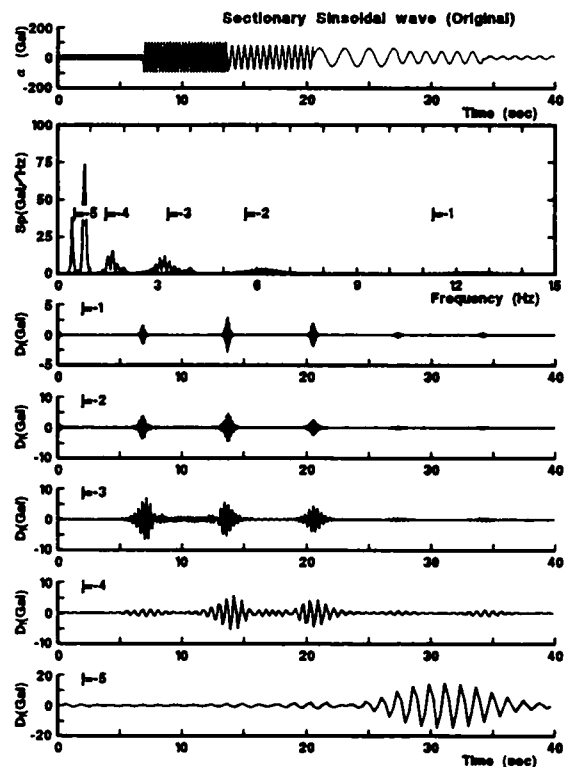


図4.8 区間定常正弦波の原波形

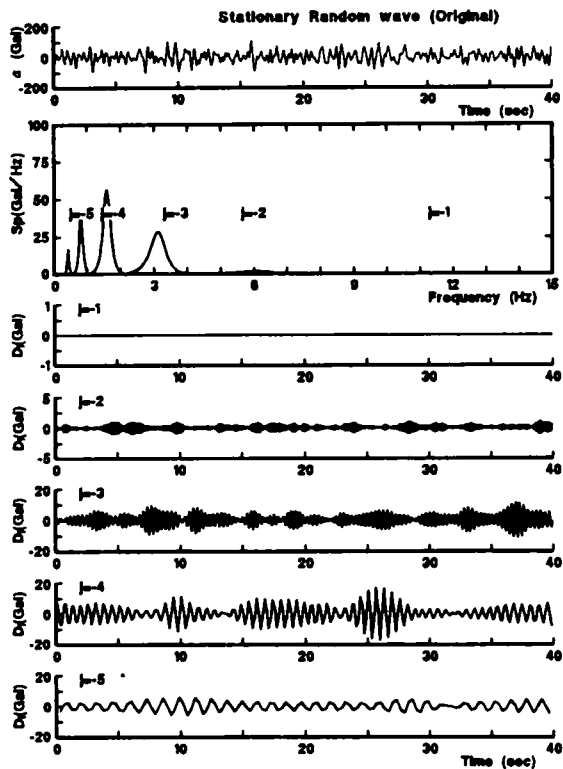


図 4. 9 定常不規則波の原波形

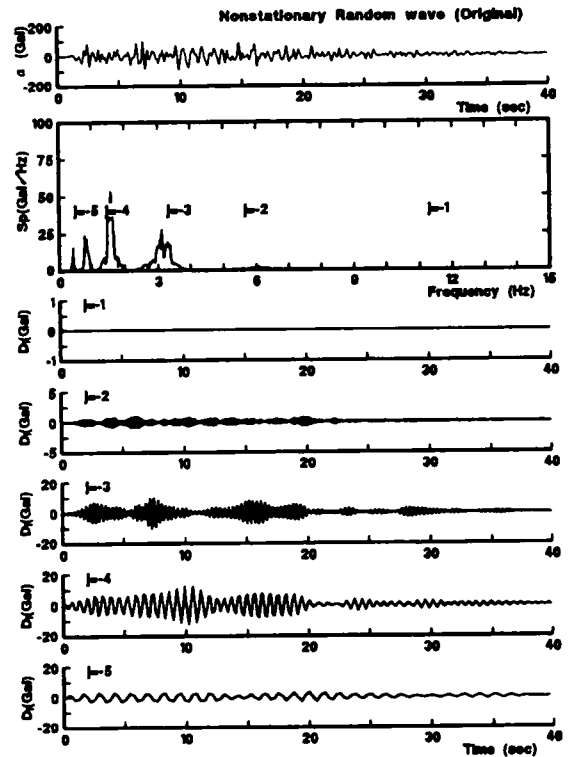


図 4. 10 非定常不規則波の原波形

#### 4. 4. 2 数値計算のパラメター解析結果 (1) 位相特性が一致する場合

まず、位相特性が一致し、原波形が定常波に対する計算結果を図 4. 12, 13 に示し、非定常不規則波に対するものを図 4. 14 に示し、地震波記録に対するものを図 4. 15 に示す。図は、繰り返し回数の変化による修正波形の時刻歴の図 (a) と応答スペクトル収束過程の図 (b) とを示す。繰り返し回数に対する結果は、分解係数の次数によって定まる中心振動数の位置と道路橋耐震設計指針で定められた振動数の位置の値を示している。応答スペクトルの図中、◎印の曲線は、設定された応答スペクトルであり、○印の曲線は、原波形の応答スペクトルである。

図 4. 12 の結果から合成波形は、繰り返し回

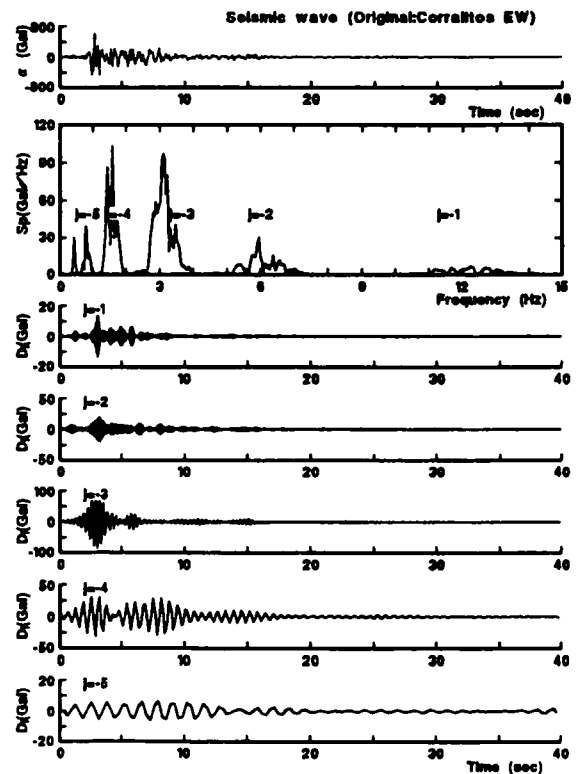


図 4. 11 地震記録波の原波形

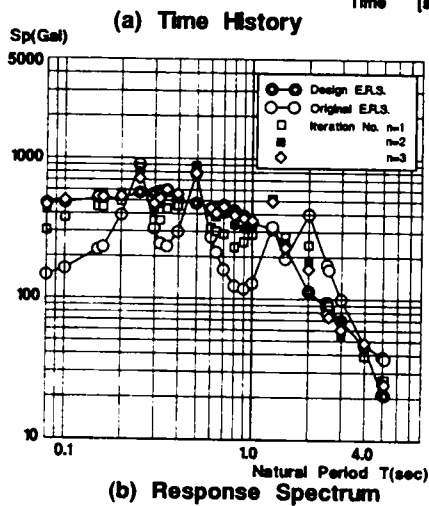
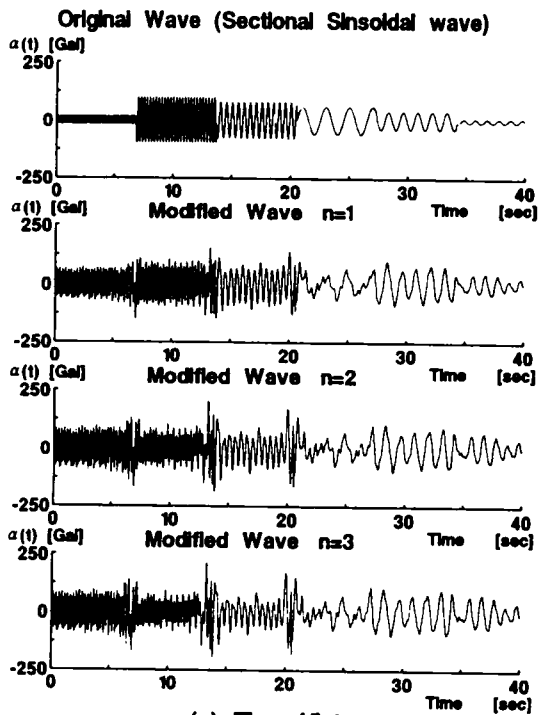


図4. 12 区間定常正弦波を原波形とした結果  
(全位相一致の場合)

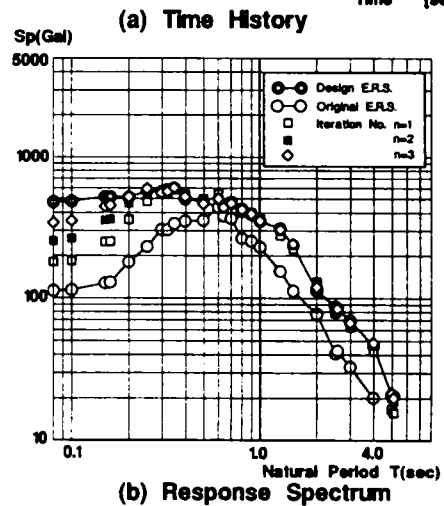
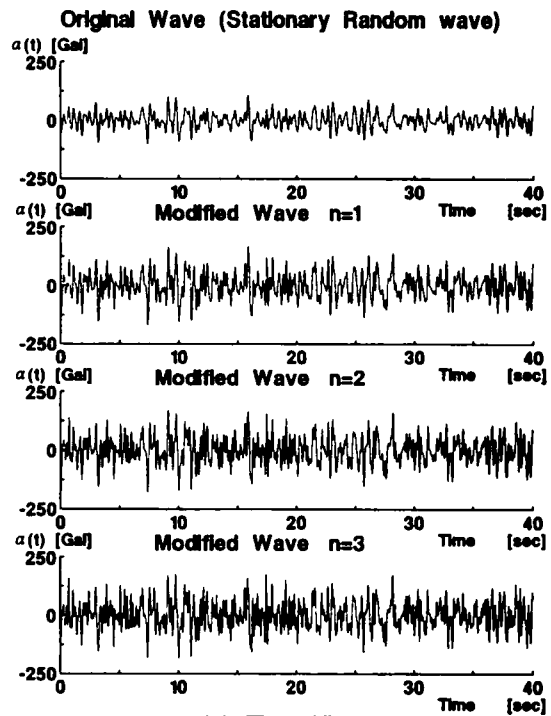
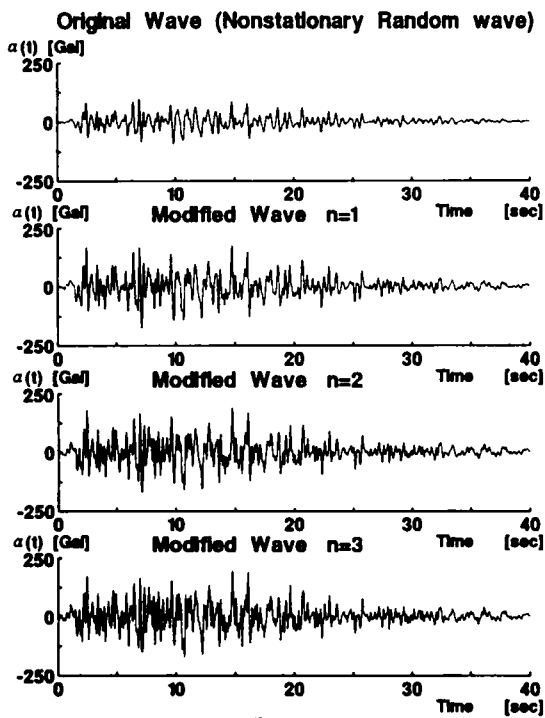


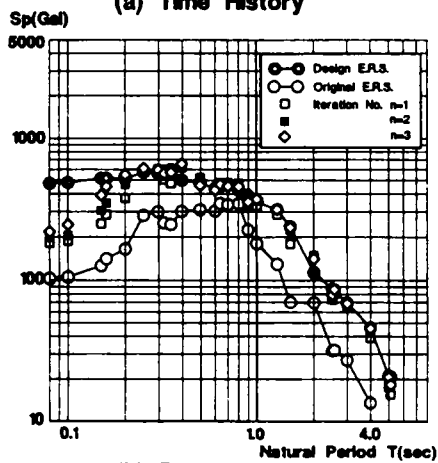
図4. 13 定常不規則波を原波形とした結果  
(全位相一致の場合)

数が3回程度でほぼ設定した応答スペクトルと等しい波形の作成されているのがわかる。対象の固有周期の大部分で収束性は、非常に良い。また、図4. 16は、繰り返し回数が3回するとき、図4. 8の原波形の修正された合成波形をウェレット変換し、ウェレット係数とウェレットフーリエスペクトル表示したものである。図4. 8と4. 16との対比で、ウェレットフーリエスペクトルの修正過程がおよびで特に明瞭に認められる。これに伴うウェレット係数の波形の修正される様子が認められる。

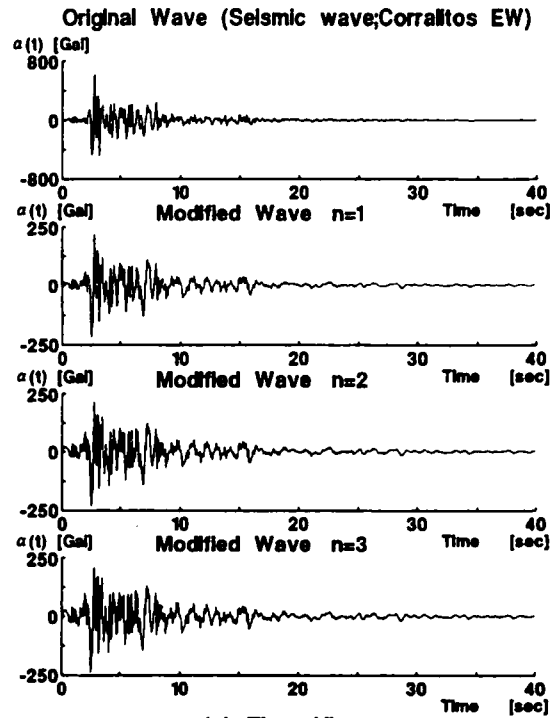
図4. 13の結果から、定常な不規則波形が原波形の場合も、設定応答スペクトルに収束させるため



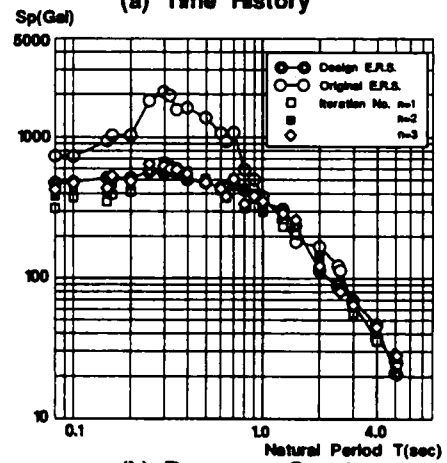
(a) Time History



(b) Response Spectrum



(a) Time History



(b) Response Spectrum

図4.14 非定常不規則波を原波形とした結果  
(全位相一致の場合)

図4.15 地震記録波を原波形とした結果  
(全位相一致の場合)

の繰返回数、ほぼ3回程度である。なお、周期の短い部分で若干収束が悪いが、その他の部分では収束性がよい。ここで、図4.17は、繰返し回数が3回のとき、図4.13の修正された合成波形をウェブレット変換し、ウェブレット係数とウェブレットフーリエスペクトル表示したものである。図4.9と対比してみると、ウェブレットフーリエスペクトルは、図4.13の応答スペクトルの関係からわかるように修正されたものがどの分解係数に対しても大きくなっている。さらに、原波形のウェブレットフーリエスペクトルは、すべての分解係数で滑らかなスペクトル曲線を持つが、修正された波形のウ



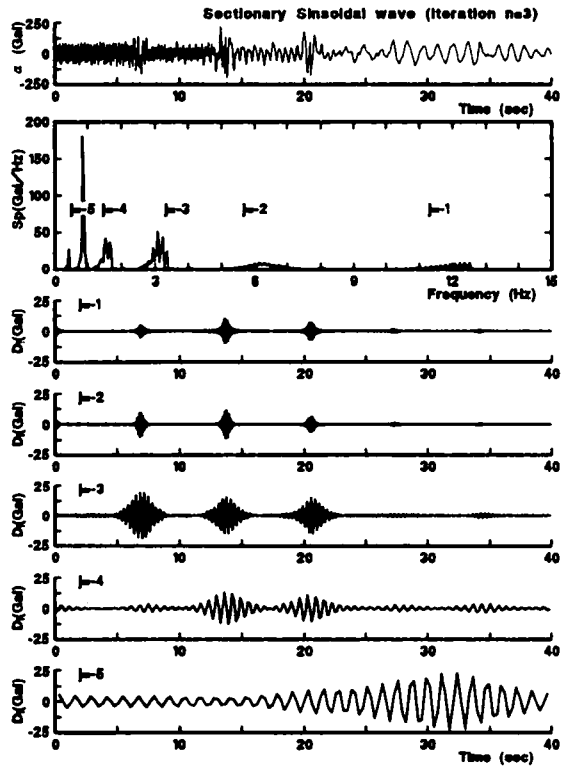


図4. 16 区間定常正弦波の修正波に対するウェレット変換 ( $n = 3$ )

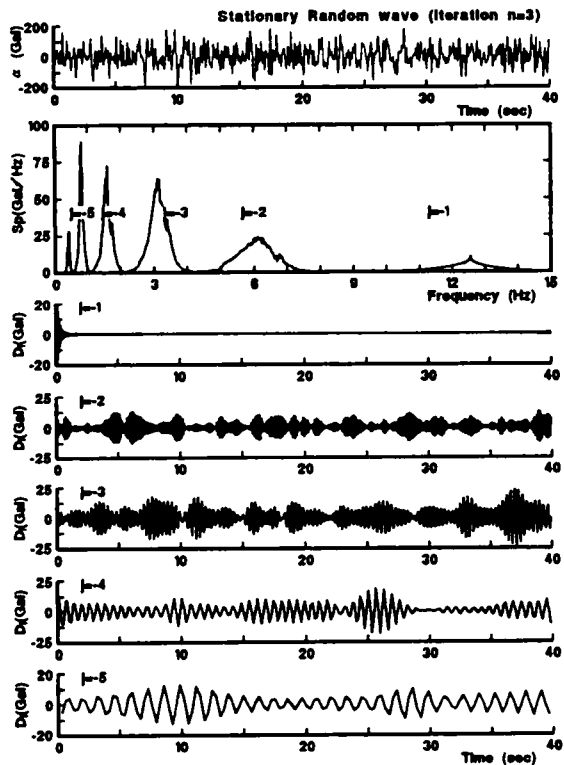


図4. 17 定常不規則波の修正波に対するウェレット変換 ( $n = 3$ )

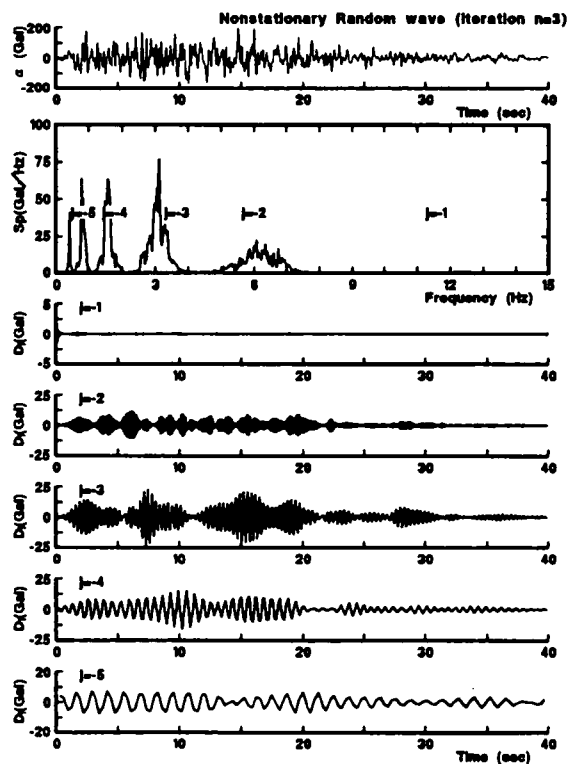


図4. 18 非定常不規則波の修正波に対するウェレット変換 ( $n = 3$ )

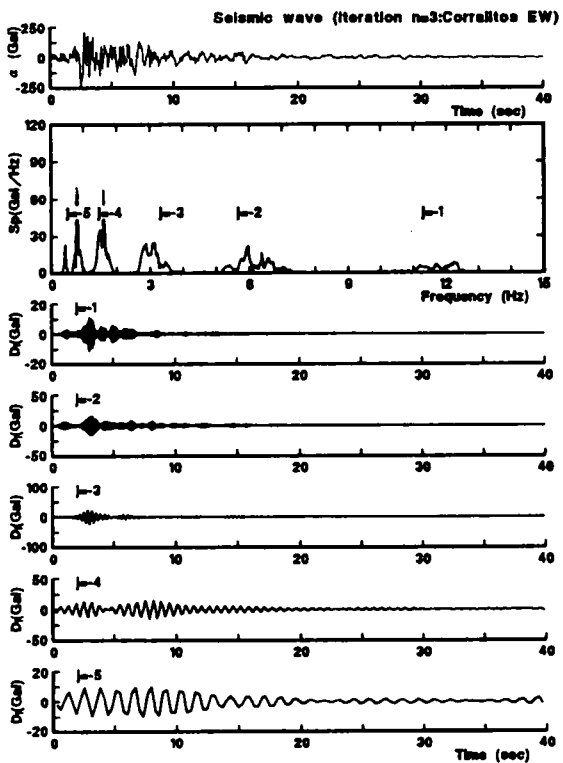


図4. 19 地震記録波の修正波に対するウェレット変換 ( $n = 3$ )

ウェレットフーリエスペクトルは、少しひずみを持ったスペクトルに変形しているのがわかる。

図4.14の応答スペクトルの結果から、非定常不規則波が原波形の場合においても定常な波形の結果と似た傾向を示している。すなわち、固有周期の短い部分では少し、収束が悪いが、対象の固有周期の大部分で収束性は非常に良い。また、図4.18は、繰り返し回数が3回のとき、図4.14の修正された合成波形をウェレット変換し、ウェレット係数とウェレットフーリエスペクトル表示したものである。図4.10と図4.18と対比してみると、ウェレットフーリエスペクトルは、応答スペクトルの関係からもわかるように修正されたものがどの分解係数に対しても大きくなっている。

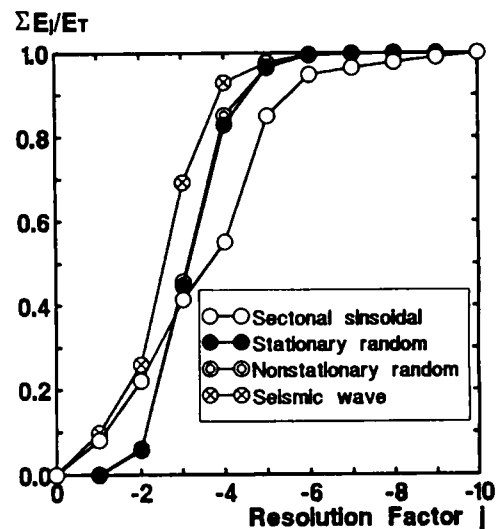


図4.20 分解係数に対する累積エネルギー

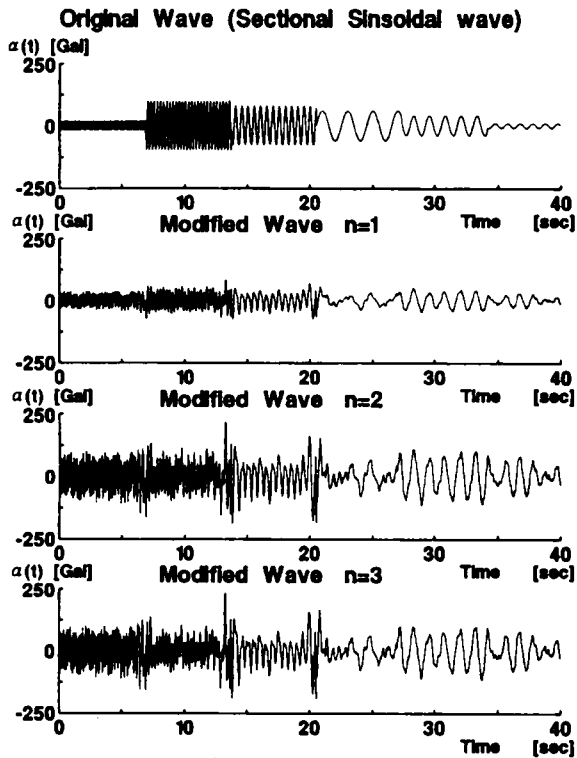
図4.15の応答スペクトルの結果の場合も、設定応答スペクトルに比べて、比較的大きい原波形の応答スペクトルが3回程度で収束している様子が認められる。さらに、図4.11と図4.19との対比で、 $j = -1$ でのウェレットフーリエスペクトルの修正過程が明瞭に認められる。これに伴うウェレット係数の波形が大きく修正された様子が認められる。

## (2) 部分的に位相特性が一致する場合

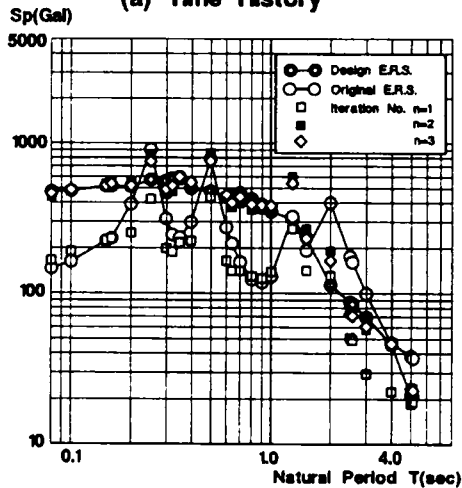
まず、図4.8～11の原波形の分解係数ごとのウェレットフーリエ振幅スペクトルの絶対総和をウェレットスペクトルとし、これの累積したものを図示したのが、図4.20である。この図は、原波形の分解係数の次数での累積エネルギー量の割合を表している。これを参考に部分的に位相特性が一致する領域を分解係数が1次に設定し、他の分解係数に対しては、位相勾配を不規則とし、50%の一樣乱数を付加して作成した。図4.8～11に対する計算結果は、図4.21～24に示す。

図4.21～4.24の結果をみると、応答スペクトルの収束過程は、位相が全体的に一致する場合と大きく変わらない。時刻歴波形については、位相特性の効果が少し認められる。なお、非定常不規則波の原波形に対する結果は、周期の短い部分で若干収束が悪い。

次に、図4.21～4.24のそれぞれの第3回目の修正合成波形に対するウェレット変換の結果は、図4.25～4.28のようになる。これらの結果は、図4.16～4.19の場合と似た傾向をもっている。なお、ウェレット係数の対比により、部分位相一致の波形合成法の特徴は、若干元の波形より継続時間が長くなるように修正されている。

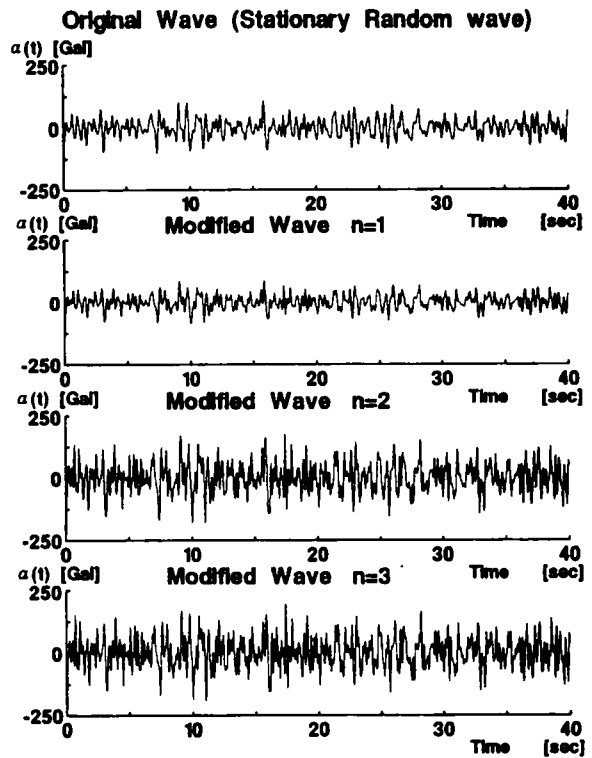


(a) Time History

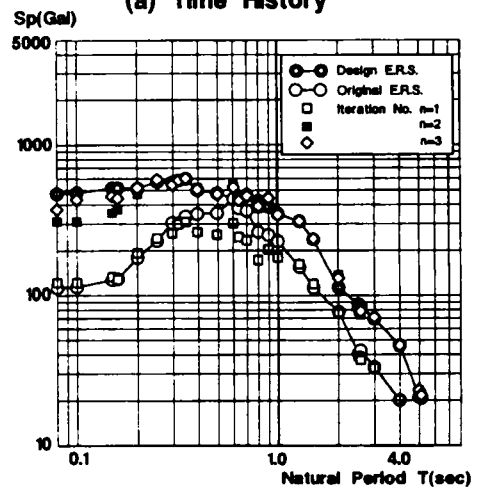


(b) Response Spectrum

図 4. 2 1 区間定常正弦波を原波形とした結果 (部分位相一致の場合)



(a) Time History



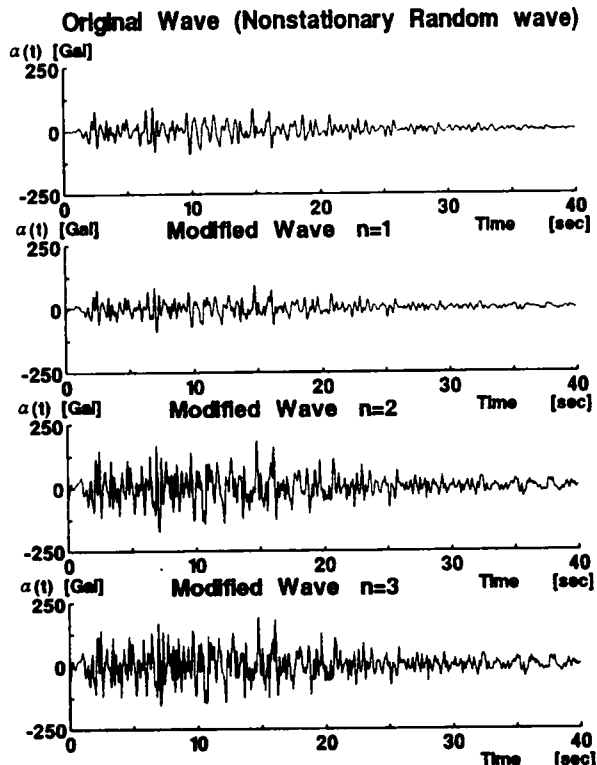
(b) Response Spectrum

図 4. 2 2 定常不規則波を原波形とした結果 (部分位相一致の場合)

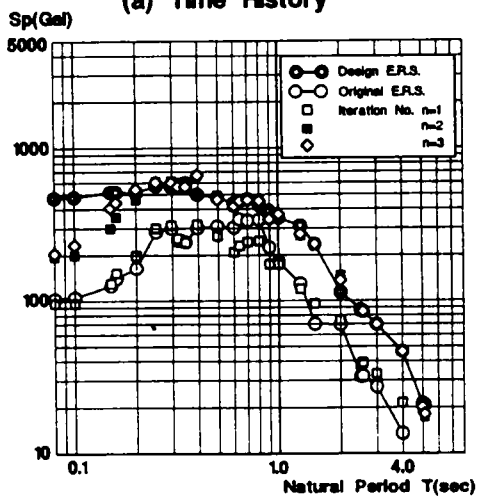
#### 4. 4. 3 合成地震波形特性の検討

##### (1) 原波形による影響

まず、本合成波形の作成法は、採用される原波形により、図 4. 1 2 ~ 4. 1 5, 図 4. 2 1 ~ 4. 2 4 の結果のように、その時刻歴の波形が規定される。また、図 4. 1 3, 1 4, 図 4. 2 2, 2 3 の不規則波の結果に対して周期の短い部分で若干収束が悪くなっている。これは、データの時間刻み秒の場合、周期の 0.04 秒から 0.1 秒に対する成分の影響が設定応答スペクトルの固有周期成分から修正できて

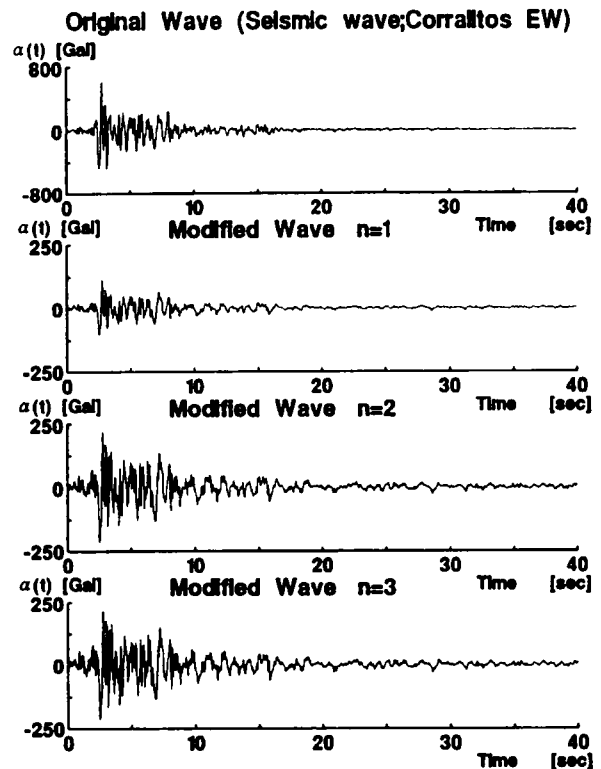


(a) Time History

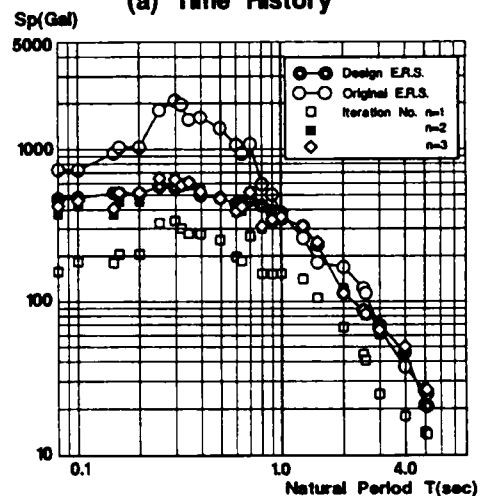


(b) Response Spectrum

図4. 23 非定常不規則波を原波形とした結果  
(部分位相一致の場合)



(a) Time History



(b) Response Spectrum

図4. 24 地震記録波を原波形とした結果  
(部分位相一致の場合)

いない。これは、図4. 10に示すように原波形の高振動数成分が極端に少ないためと考えられ、原波形の特性の影響を受けている。本方法においては、振幅は応答スペクトルによって規定され、位相は、分解係数  $j = -1$  のみ一致させ、他の次数を一致で一様乱数で与えて規定している。この場合、全位相特性を原波形と大きく変化がないのは、ウェレット分解によるデータの1/2が  $j = -1$  の分解係数に依存した解析法によるためと考えられる。したがって、原波形として採用する波形は、対象とする振動数帯域の応答スペクトルに一致するものは、任意に定められる。そして、設定帯域以外の効果については、

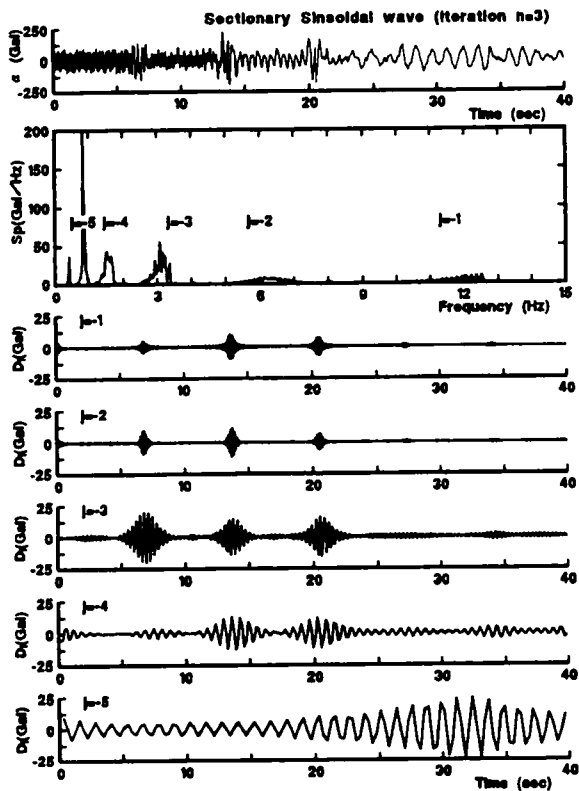


図 4. 25 区間定常正弦波の修正波に対する  
ウェレット変換 ( $n = 3$ )

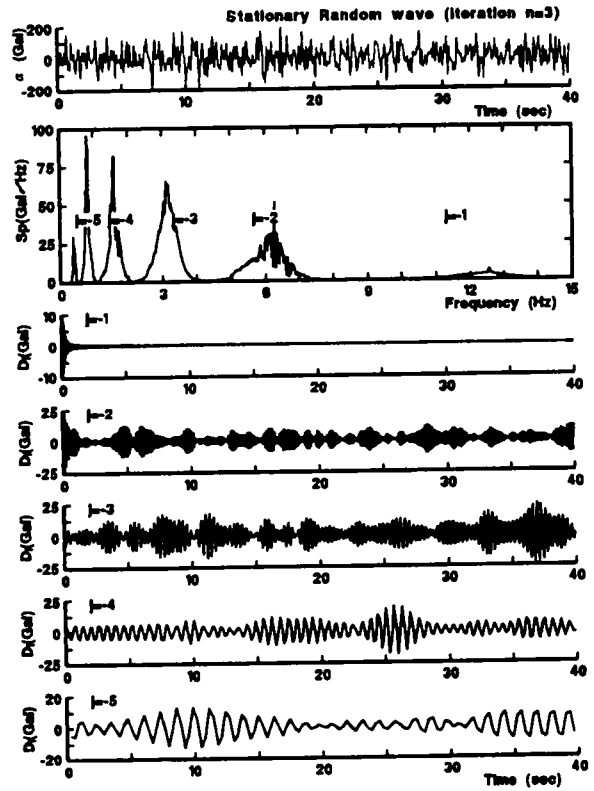


図 4. 26 定常不規則波の修正波に対する  
ウェレット変換 ( $n = 3$ )

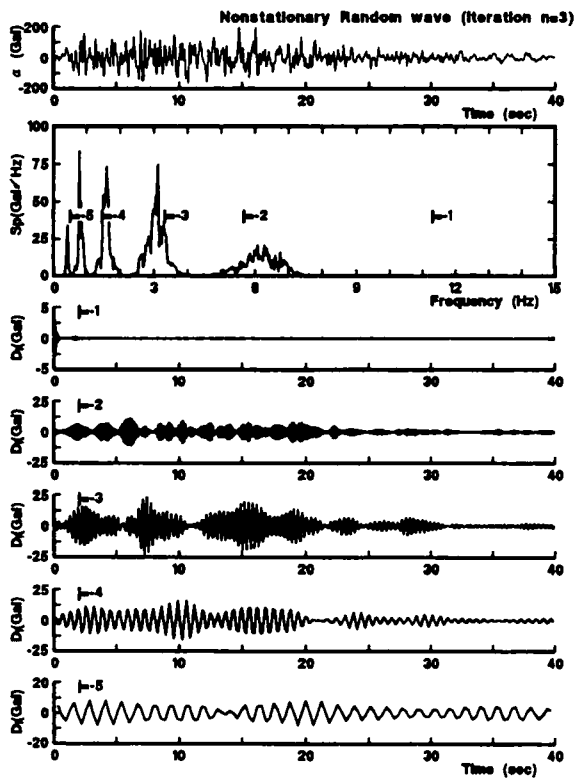


図 4. 27 非定常不規則波の修正波に対する  
ウェレット変換 ( $n = 3$ )

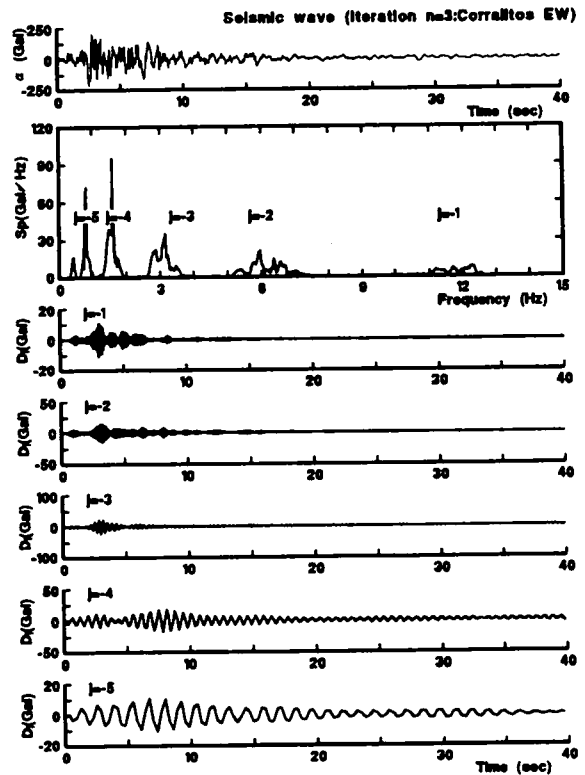


図 4. 28 地震記録波の修正波に対する  
ウェレット変換 ( $n = 3$ )

保証されていないので、採用原波形としては、記録された地震動波形を用いた方が、帯域外の構造物への効果もある程度考慮されたものを保持しているため、設計用として良いと考えられる。

## (2) エネルギー依存度

さらに、部分位相一致の合成波形作成法の特徴は、ウェレットスペクトルのエネルギー面での考察をしてみる。基になる波形のウェレットスペクトルの累積曲線は、図4.20のようになっている。たとえば、採用した地震波の場合、 $j = -1$ でエネルギー的に約10%の状態であるが、応答スペクトルの収束性はよい。そして、現れている時刻歴波形は、高振動数成分が若干卓越して現れているが、基の波形に似ている。このように、上述したように時刻歴波形が似た結果になるのは、本合成波形作成の計算アルゴリズムの特徴である。いま、ウェレット変換の分解過程は、有限離散化された項が、図4.1の図中の陰影を施した部分を決定されていく過程である。したがって、合成波形の構築は、この逆の過程を形式的には決定していく。このとき、分解係数がでのウェレットフーリエスペクトルで、図4.1の陰影の施された部分と陰影の施されていない部分は1/2づつの関係で、決定される。 $j = -1$ でエネルギー的に小さくとも波形を決定する項目は、全離散データの半分となっている。また、各分解係数での陰影を施した部分は、振動数成分の高い成分を意味しており、作成さ

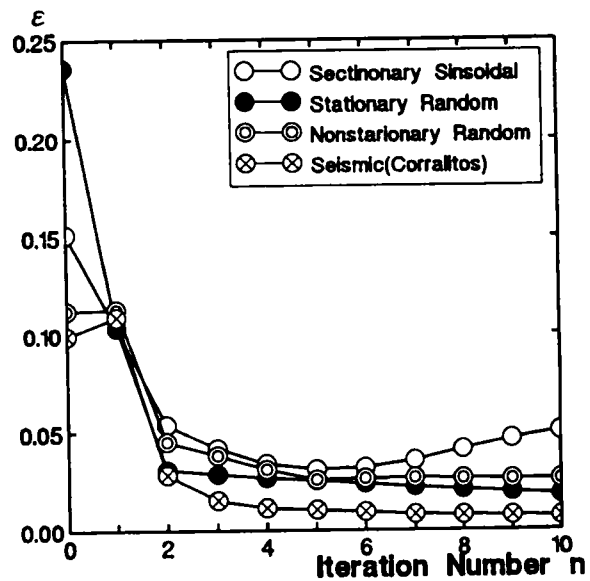


図4.29 収束誤差と繰り返し回数の関係

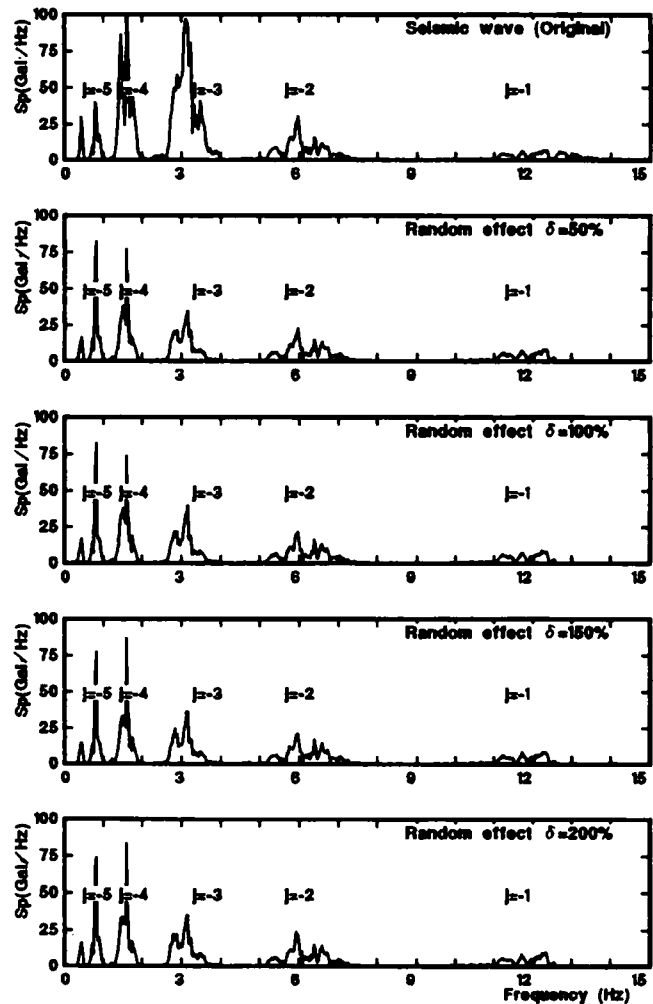


図4.30 不規則性によるウェレットフーリエスペクトルの影響 (n = 3)

れる合成波形の振動数の高い成分が原波形の位相を保持した状態で作成されるためである。

### (3) 繰り返し計算誤差の収束性

合成波形の修正過程を評価するために設定応答スペクトルとの誤差で行い、次式のように定義する。

$$\varepsilon = \frac{1}{n} \sqrt{\sum_k \left\{ 1 - \frac{S_a^{(i)}(T_k)}{S_a(T_k)} \right\}^2} \quad (4.29)$$

ここに、 $n$  ; 収束判定選定数

$i$  ; 繰り返し数

$S_a(T_k)$  ; 設定応答スペクトル

$S_a^{(i)}(T_k)$  ;  $i$  回めの修正応答スペクトル

定義された  $\varepsilon$  と繰り返し回数との関係を図 4. 29 に示す。図の結果より、1 回の繰り返しでいずれの場合も大体 10% まで収束し、約 2 回で誤差は、5% 以下に収束している。このように本方法は、比較的収束性の良いことがわかる。なお、基の波形により、収束性が、少し異なっている。すなわち、区間正弦波の場合は、繰り返しが、7 回以後若干誤差が、増加しているが、地震波の場合は、収束性が非常によく 1% 以下で収束している。これは、区間正弦波の場合、基になる波形の振動数が、限定されているが、地震記録の波形は、低振動数から高振動数まで含まれた波であるためと考えられる。

### (4) 部分位相の不規則性の効果

式(4.26)に導入している  $\delta$  は、主要動の出現時間の不規則性を現している。この  $\delta$  の影響を検討するために、繰り返し回数 3 回での各係数のウェブレットフーリエ振幅スペクトルで描いたのが、図 4. 30 である。図の結果より、分解係数  $\nu=3$  すなわち、中心振動数 3.125 Hz 付近のウェブレットフーリエスペクトルが、大きく修正されている。これは、設定応答スペクトルと原波形の応答スペクトルの差が大きい振動数帯域に対応している。図に示すようにウェブレットフーリエスペクトルの形状は、不規則性の変動に対して大きな変動が認められない。換言すると、本手法では、位相勾配の変動の影響が小さいことを示している。

## 4. 5 結言

本章での研究は、ウェブレット変換および逆変換の計算アルゴリズムを用いて耐震設計用の合成地震波形の作成に関する数値計算法を扱った。その特徴は、地震によるウェブレット変換の特性を分解係数ごとにウェブレットフーリエスペクトル (WFS) として求め、得られた WFS を逆変換することにより原波形復元するための基本アルゴリズムが用いられていることである。また、リスクスペクトル法にしたがって設定地震応答スペクトル (ERS) は、地震規模、震央距離、地盤種別および超過確率の値により推定した。合成波形は、任意の地震波の強度特性と位相特性のうち位相特性が基の地震波のもの

を全体的に、あるいは、部分的に保持し、ERSが合同なものを作成した。

そして本合成波形作成の数値シミュレーション結果は、次のような特性をもっている。

- (1) 本合成波形作成法は、分解係数ごとに定まる振動数帯域の応答スペクトルの修正を行っている。すなわち、長周期成分に対する応答スペクトルから順次短周期成分の波形を構築している。
- (2) 原波形として、定常な区間正弦波と不規則波、非定常な不規則波および記録地震波に対しては、合成波形は、繰り返し回数が3回程度でほぼ設定した応答スペクトルと等しい波形が作成される。すなわち、演算繰り返しに対する収束性は良い。
- (3) 原波形の位相特性を分解係数一次のみ一致させた場合、ウェブレットフーリエスペクトルのピーク形状・時刻歴の波形形状は、全分解係数一致の場合と継続時間で若干異なる波形を構築される。すなわち、原波形の一次のエネルギー依存性が高い。
- (4) 本方法は、用いる地震波の影響が直接現れる。したがって、採用する原波形は、記録地震波の方が望ましい。
- (5) 一次以外の分解係数を導入した不規則性の影響は、原波形が記録地震波の場合、余り大きくない。一方、ウェブレット変換に関する結果は、本合成波形作成法と関連して次のような事項を示している。
  - (1) ウェブレット変換あるいは逆変換は、分解係数毎にデータを分解した量を取り出しているが、負の分解係数が順次上がると振動数成分が $1/2$ ずつ下がった成分のデータを扱っていることになる。
  - (2) 各分解係数で取り出されたデータのエネルギー量は、対象分解係数の中心振動数より低い振動数成分のエネルギー量が、対象分解係数の次数より上の成分により構成されているので、データの加工が容易になる。

本章での問題点、今後の課題について述べる。本合成波形は、設定された応答スペクトルに一致するように作成されるが、原波形の時刻歴特性がそのまま現れるので、原波形の特性が重要な要素となる。すなわち、今後の課題としては設計用の合成波を作成するには、地震の規模、震央距離（断層との位置関係）、地盤特性などの地震記録における要素ごとの特性が、ウェブレット分解ごとに検討される必要がある。



## 参考文献 (第4章)

- 1) Haskell,N.A: "Total Energy and Energy Spectral Density of Elastic Wave Radiation from Propagating Faults", *Bull. Seism. Soc. Am.*, pp.1181-1842,1964.
- 2) 佐藤俊明: "理論地震動による堆積盆地上のやや長周期地震動のシミュレーションー1961年北美濃地震(M7.0)の神戸と大阪の気象庁一倍変位強震計記録の例ー", 第8回日本地震工学シンポジウム論文集, 1, pp.193-198,1990.
- 3) Bolotin,V.V.: "Statistical Theory of the Aseismic Design of Structures", *2WCEE*,1960.
- 4) Tajimi,H.: "Statistical Method of Determining The Maximum Responses of Building During an Earthquake", *2WCEE*,1960.
- 5) Goto,H. and H.Kameda: "Statistical Inference of the Futere Earthquake Ground Motion", *4WCEE*,1969.
- 6) 後藤尚男・土岐憲三・秋吉卓: "電子計算機による耐震設計用の人工地震波に関する研究", 第2回日本地震工学シンポジウム, 1966.
- 7) Goldberg, J.E.,J.L.Bogdanolf and D.R.Sharpe: "The Response of Simple Non-linear Systems to A Random Disturbance of the Earthquake Type", *BSSA*,Vol.54,No.1,Feb.,1964.
- 8) Jennings, P.C.,G.W.Housner and N.C.Tsai: "Simulated Earhquake Motions for Design Purposes", *4 WCEE*, Vol.1, 1969.
- 9) 土木学会編: "動的解析と耐震設計第1巻地震動・動的特性", 技報堂出版, pp.47-50,1989.
- 10) 荒川・川島・相沢: "応答スペクトル特性を調整した時刻歴地震応答解析用入力地震動波形" 土木技術資料, 26巻, 7号, pp.46-51, 1984.
- 11) Kameda,H and N.Nojima: "Simulation of Risk-consistent Structural Dynamics", Vol.16,pp.1007-1019,1988.
- 12) 宮脇幸治郎: "ウェブレット変換による耐震設計用の模擬地震波に関する研究", 大阪府立工業高等専門学校研究紀要, 27巻, pp.65-75, 1994.
- 13) Mallat,S.G.: "A Theory for Multiresolution Signal Decomposition: The Wavelet Representation", *IEEE Trans. on Patter Analysis and Machine Intelligence*,Vol.11,No.7,pp.674-693, 1989
- 14) 宮脇幸治郎: "地震波に関するウェブレット解析", 大阪府立工業高等専門学校研究紀要, 26巻, pp.53-61,1992.
- 15) Katayama,T:"An Engineering Prediction Model of Acceleration Response Spectra and Its Application to Seismic Hazard Mapping", *EESD*, Vol.19, pp.149-163,1982.

- 16) 日本道路協会編：“道路橋示法書・同解説V耐震設計編”，日本道路協会，pp.111-125,1979.
- 17) 片山恒雄・岩崎敏男・佐伯光昭：“地震動加速度応答スペクトルの統計解析”，土木学会論文集，第275号，pp.29-40.1978.
- 18) 前出5) ,pp.1-12.

## 第5章 ウエブレット変換による兵庫県南部地震動記録 に対する解析

### 5. 1 概説

1995. 1. 17に発生したM7. 2の兵庫県南部地震は、震源に近い淡路島北西部や神戸市、芦屋市、西宮市等を中心にした大地震災害を起こした。特に気象庁震度階7と指定された地域でのライフライン関係の電気・ガス・水道・道路・鉄道や建築物の被害は激しかった。これらの被害状況は、官・民・研究機関より、報告書類<sup>1),2),3)</sup>が公表され、さらに、工学上の問題となる各対象物ごとの被害メカニズムについて各研究分野ですでに数多く研究成果<sup>4),5),6)</sup>が発表されてきている。

これらの報告の中で対象構造物を神戸市内の屋外タンクについて概観してみる。屋外タンク貯蔵所での被害をみると、687基中236基を調べ、なんらかの被害の認められたタンク数は222基にも及ぶと報告<sup>7)</sup>されている。被害の延べ数では997件にもなっているが、1964年の新潟地震のような内容物の大量流出はなかった。しかし、タンク側板内側に設置されているウエザーシールドによる擦過痕の振幅が1m以上あるタンクがあったことも報告されている。このことは、いわゆる貯蔵液体のスロッシング現象に伴う被害である。スロッシングに関しては、その入力となる地震動の周期が長いと大被害の危険をはらむことになり、本研究において取り扱っている地震動周期にも関係し、十分の検討が必要となる。

一方、本地震については、各研究および公共機関の他に民間において貴重な地震記録が観測されている。そして、これらの被害をもたらした入力地震動の特性は、地震の発震機構ならびに六甲山系南側に広がる神戸市街の地層を考慮したモデルによる強震動の評価<sup>8),9)</sup>も行われるなど、理学面での考察も行われてきている。

ところで、地震波記録に対する最近のアレー観測の研究には、時松・新井・酒井・仲條<sup>10)</sup>や末富・松原・山口・稲童・吉田<sup>11)</sup>は、微動のアレー観測により、レイリー波分散曲線を求め、逆解析により表層地盤のS波速度構造を推定している。玉井・堀家・竹内・鈴木・植竹<sup>12)</sup>は、鉛直アレー観測記録を用いて強震時の表層地盤の液状化に伴うものは考慮しないで非線形性を確認している。盛川・亀田<sup>13)</sup>は、確率論的に一様とみなされる地中で観測される波形をもとに、未観測点におけるパワースペクトルを確率論的推定する手法の妥当性を検討するためアレー観測記録を用いている。岡本・沢田・平尾・辻原<sup>14)</sup>は、鉛直アレー観測記録から地盤のS波速度およびQ値の部分同定を行い、S波速度の同定は良い結果を得ているが、Q値についてはばらつきをもつことを示している。安中・都築・増田・嶋田・岡留<sup>15)</sup>は、鉛直アレー記録を用いてベイズ的インバージョン手法で表層地盤の剛性率と減衰定数のひずみ依存性を検討している。中村・山崎<sup>16)</sup>は、地震動の空間変動に着目し、地中での地震動の空間変動パラメータについてアレー観測データを用いて、コヒレンス関数および空間相関係数を推定して考察している。川上・西・茂木<sup>17)</sup>は、最大加速度の空間分布をアレー観測データを用いて、調べている。泉谷・杉村<sup>18)</sup>は、ア

レーサイトの地盤によるS波増幅の震動方向依存性について調べている。

さらに本研究と関係するアレー観測データの処理には、各観測データのアンサンブル平均をビーム波として扱われ、振動数-波数(F-K)スペクトルの処理が行われる。堀家<sup>19)</sup>は、京都盆地南部での観測された微動から位相速度と伝達関数を求め、地下構造を推定するためビーム波による処理を行っている。石川・家村・五十嵐・高橋・中西<sup>20)</sup>は、明石海峡大橋近傍におけるアレー観測データをビームフォーミング手法によって処理し、入射地震波の時系列上での伝播速度および入射角の推定を行っている。

本地震における鉛直アレー観測データに対する考察には、田中<sup>21)</sup>が、埋め立て地盤の間隙水圧の上昇、地盤の剛性低下を余震記録も含めた時系列で考察している。液状化現象の面から岡・八嶋・田口・立石・古川・福島<sup>22)</sup>、Sugito・Sekiguchi・Yashima・Oka・Taguchi・Oka<sup>23)</sup>は、連成3次元液状化解析により検討している。Cubrinovsk・Ishihara<sup>24)</sup>、仙頭・鈴木<sup>25)</sup>、鄭・大保<sup>26)</sup>は、1次元有効応力解析を行って、考察している。

関西地震観測研究協議会(CERKA)より公表されている地震記録は、鉛直アレーおよび水平アレーの観測データの基本的な波動特性がすでに報告<sup>27)</sup>されている。著者らは、これらの波動特性を解析するため、ウェレット相互相関関数およびウェレットF-Kスペクトルを定義し、検討を行う。ここで定義された関数は、ウェレット変換の特徴であるが、分解係数によって定まる抽出される振動数帯域での波形特性を表している。さらに、ウェレット相互相関関数は、基準とする位置で各時刻に対する時間遅れの関係を抽出している。また、ウェレットF-Kスペクトルは、分解係数による中心振動数近傍の波数スペクトルを抽出している。このことは、連続的な振動数との関係が得られないが、原波形の有する全振動数域での概略的な特性が把握できる。

具体的な適用例として鉛直アレーのデータに対しては、ウェレット相互相関関数の結果より軟弱な埋め立て地盤での液状化現象に伴う平均的な伝播速度の低下現象を調べる。一方、水平アレーに関するデータに対しては、地震波の見かけ上の位相速度およびその入射方向について調べる。考察には、アレー観測点間の距離が大きく、アレー観測点に波源を含んだ広域的な地形特性を考慮して行う必要がある。そのため本研究では、3次元有限要素で簡略化した断層モデルを設定し、震源要素から断層破壊を伝播させて数値シミュレーションによる特性を求める。この簡単なモデルによる波動特性とF-Kスペクトルによって抽出される長周期成分の特性とが比較されている。その結果、アンサンブル平均される観測地と波源との影響が調べられている。

## 5. 2 ウェレット変換による基礎式

### 5. 2. 1 ウェレット相互相関関数

いま、ウェレット関数 $\psi(\xi)$ を用いて、直交ウェレット基底関数は、

$$\psi_{j,m}(u) = 2^{-j/2} \psi_j(u - 2^{-j}m), \psi_j(u) = 2^j \psi(2^j u) \quad (5.1)$$

と定義<sup>2\*)</sup>されている。このとき、

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi_{j,m}(u) \overline{\psi_{j',m'}(u)} du = \delta_{jj'} \delta_{mm'} \quad (5.2)$$

なる関係になっている。一方、任意の2つの関数  $x(t), y(t)$  は、式(5.1)の基底で次式のように展開表示が可能である。

$$\left. \begin{aligned} x(t) &= \sum_j \sum_m D_{jm}^x \psi_{jm}(t) \\ y(t) &= \sum_{j'} \sum_{m'} D_{j'm'}^y \psi_{j'm'}(t) \end{aligned} \right\} \quad (5.3)$$

これらの2つの関数の相互相関関数 (CCF)は、次式のように定義できる。

$$R_{xy}(\tau) = \langle x(t), \bar{y}(t + \tau) \rangle \quad (5.4)$$

ここに、 $\langle \quad \rangle$  は内積を意味する。

式(5.4)は、式(5.2)の関係を用いると、

$$\begin{aligned} R_{xy}(\tau) &= \sum_j \sum_m \sum_{j'} \sum_{m'} D_{jm}^x \bar{D}_{j'm'}^y \delta_{j,j'} \delta_{m,m'-2^j\tau} \\ &= \sum_j \sum_m D_{j,m+2^{j-1}\tau}^x \bar{D}_{j,m-2^{j-1}\tau}^y \\ &= \sum_j W_{xy,j}(\tau) \end{aligned} \quad (5.5)$$

ここに、

$$W_{xy,j}(\tau) = \sum_m D_{j,m+2^{j-1}\tau}^x \bar{D}_{j,m-2^{j-1}\tau}^y \quad (5.6)$$

となる。

式(5.6)は、分解係数  $j$  におけるウェレット相関関数関数(WCCF)であり、時刻  $m$  に対する時間遅れ  $\tau$  との関係を示している。ここで、式(5.6)の下添字部を次のようにおく。

$$\left. \begin{aligned} t_x &= m + 2^{j-1}\tau \\ t_y &= m - 2^{j-1}\tau \end{aligned} \right\} \quad (5.7)$$

式(5.7)の変数  $m$  は時刻を意味するが、具体的な解釈に際しては、分解係数  $j$  での時刻は式(5.1)からもわかるように  $2^j m$  が実際の時刻に対応している。さらに  $2^j m$  の  $\sqrt{2}$  倍ごとの  $t_x, t_y$  を用いて式(5.6)を算定し、 $t_x-t_y$  面上にその値の等高線表示すると図5.1のような関係図が得られる。すなわち、 $t_x, t_y$  軸に対する対角な方向が時刻  $t$  を意味し、この軸と直角方向の距離が時間遅れ  $\tau$  でその等高線の値が  $W_{xy,j}(\tau)$  を示している。

### 5.2.2 ウエレットF-Kスペクトル

地震動は、定常な確率過程ではないが、記録された継続時間のものが繰り返される不規則波として取り扱うならば、従来のF-Kスペクトルに対応するウエレット変換によるウエレットF-Kスペクトルが形式的に得られる。

いま、2次元空間の任意な地点kでの波動 $\alpha_k(t)$ が式(5.3)と同様の展開表示ができる。

$$\alpha_k(t+\tau_k) = \sum_j \sum_m D_{jm}^k \psi_{jm}(t+\tau_k) \quad (5.8)$$

ここに、 $\tau_k$ :地点kでの時間遅れ  
さらに空間的に観測地点がn箇所ある場合、その平均としてのビーム波は、次式のように評価できる。

$$G(t) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \alpha_k(t+\tau_k) \quad (5.9)$$

式(5.9)の波動の自己相関関数は、次式のようになる。

$$\begin{aligned} R(\tau) &= \langle G(t), \bar{G}(t+\tau) \rangle \\ &= \frac{1}{n^2} \langle \{ \sum_{k=1}^n \alpha_k(t+\tau_k) \}, \{ \sum_{l=1}^n \bar{\alpha}_l(t+\tau_l+\tau) \} \rangle \end{aligned} \quad (5.10)$$

ここで、式(5.10)の逆フーリエ変換の演算を行えば、ビーム波のスペクトルが得られる。すなわち、

$$\begin{aligned} S(\omega) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R(\tau) e^{i\omega\tau} d\tau \\ &= \frac{1}{2\pi n^2} \sum_k \sum_l \sum_j \sum_m \sum_{j'} \sum_{m'} D_{jm}^k \bar{D}_{j'm'}^l \\ &\quad \cdot \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega\tau} \int_{-\infty}^{\infty} \psi_{jm}(t+\tau_k) \bar{\psi}_{j'm'}(t+\tau_l+\tau) dt d\tau \end{aligned} \quad (5.11)$$

式(5.11)における積分部分の演算は、次式のように評価できる。

$$\begin{aligned} &\int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega\tau} \int_{-\infty}^{\infty} \psi_{jm}(t+\tau_k) \bar{\psi}_{j'm'}(t+\tau_l+\tau) dt d\tau \\ &= e^{i\omega(\tau_l-\tau_k)} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega\tau} \int_{-\infty}^{\infty} \psi_{jm}(t) \bar{\psi}_{j'm'}(t+\tau) dt d\tau \end{aligned}$$

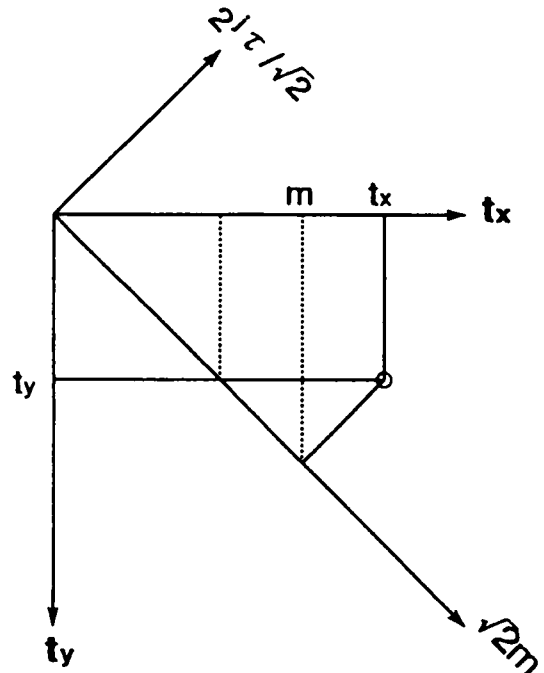


図5.1 ウエレット相互相関関数に対する表示座標系

$$\begin{aligned}
&= e^{i\omega(\tau_k - \tau_l)} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega\tau} \delta_{j,j'} \delta_{m,m'-2^j\tau} d\tau \\
&= e^{i\omega(\tau_k - \tau_l)} \delta_{j,j'} e^{i(m-m')2^{-j}\omega}
\end{aligned} \tag{5.12}$$

さらに，地点  $k$  での位置ベクトル  $\mathbf{X}_k$ ，波数ベクトル  $\mathbf{k}$  を用いるとその時間遅れ  $\tau_k = \mathbf{X}_k \cdot \mathbf{k} / \omega$  と表されるので，式(5.11)は，次式のように表現できる。

$$\begin{aligned}
S(\omega) &= \sum_j \sum_m \left[ \frac{1}{2\pi n^2} \sum_k \sum_{j'} \hat{D}_{jm}^k \hat{D}_{jm'}^{j'} e^{i(\mathbf{X}_k - \mathbf{X}_{j'}) \cdot \mathbf{k}} \right] \\
&= \sum_j S_j(\omega)
\end{aligned} \tag{5.13}$$

ここに，

$$S_j(\omega) = \sum_m \left[ \frac{1}{2\pi n^2} \sum_k \sum_{j'} \hat{D}_{jm}^k \hat{D}_{jm'}^{j'} e^{i(\mathbf{X}_k - \mathbf{X}_{j'}) \cdot \mathbf{k}} \right] \tag{5.14}$$

上式中の  $\hat{D}_{jm}^k$  は  $D_{jm}^k$  のフーリエ変換されたものである。また， $\hat{D}_{jm}^k \hat{D}_{jm'}^{j'}$  は，分解係数  $j$  における相互スペクトルを意味し， $S_j(\omega)$  は，ウェレット F-K スペクトルを意味している。なお，実際の推定においては有限長の記録を用いるので振動数ウィンドウにより平滑化して評価する。また，ウェレット変換によるウェレット F-K スペクトルの振動数は，分解係数  $j$  によってそのバンドパスの中心振動数が決まる。そして，その中心振動数近傍において相互スペクトルの最大値が現れるので分解次数ごとに  $S_j(\omega)$  が推定されることになる。

### 5. 3 兵庫県南部地震時のアレー観測記録への適用

#### 5. 3. 1 観測地域および諸元

地震の記録は，CERKA より配布されたデータを用いることとした。観測地点は，図 5. 2 に示す場所にある。まず神戸ポートアイランド (KPI) での鉛直アレーの地震波記録は，ポートア

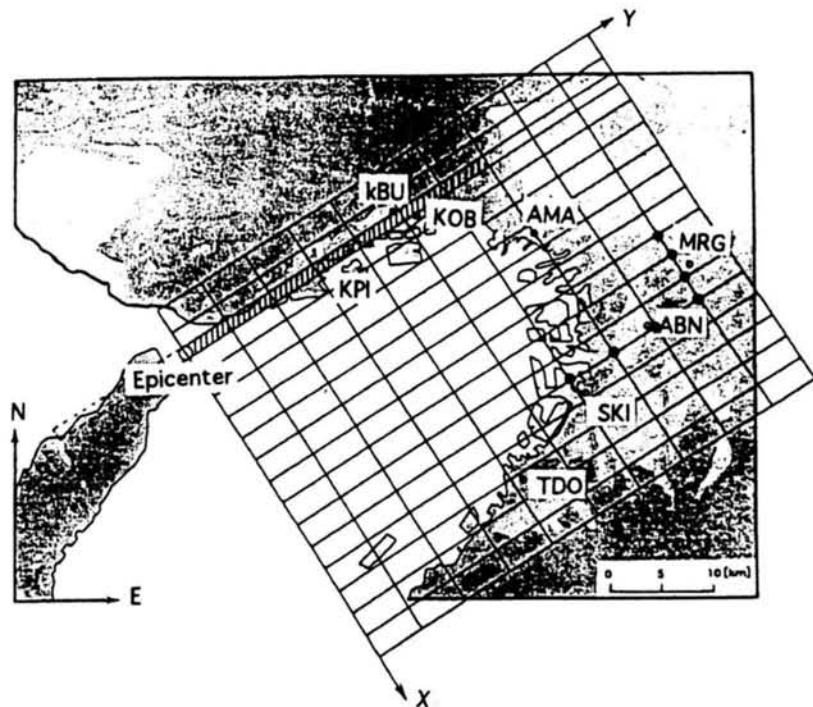


図 5. 2 対象地域および観測記録位置

イランドにおいて多発した液状化に伴う周波数変化に注目して解析してみる。鉛直アレーに関するものは、深さが-83mから-32,-16,0mの4カ所の加速度記録である。これらの記録の3次元の軌跡を描いたものが図5.3である。この図より-83m付近のEW成分の卓越した波動が地表面0mでその卓越性が明瞭に認め難くなっている。ただし、-83mでの水平方向成分に対するSugitoら<sup>29)</sup>の指摘した補正は、行っていない。また、-16mでの上下動成分にパルス状の大きな値のものが認められる。これは、観測上のノイズと思われるが、これらのノイズ除去は、行っていない。

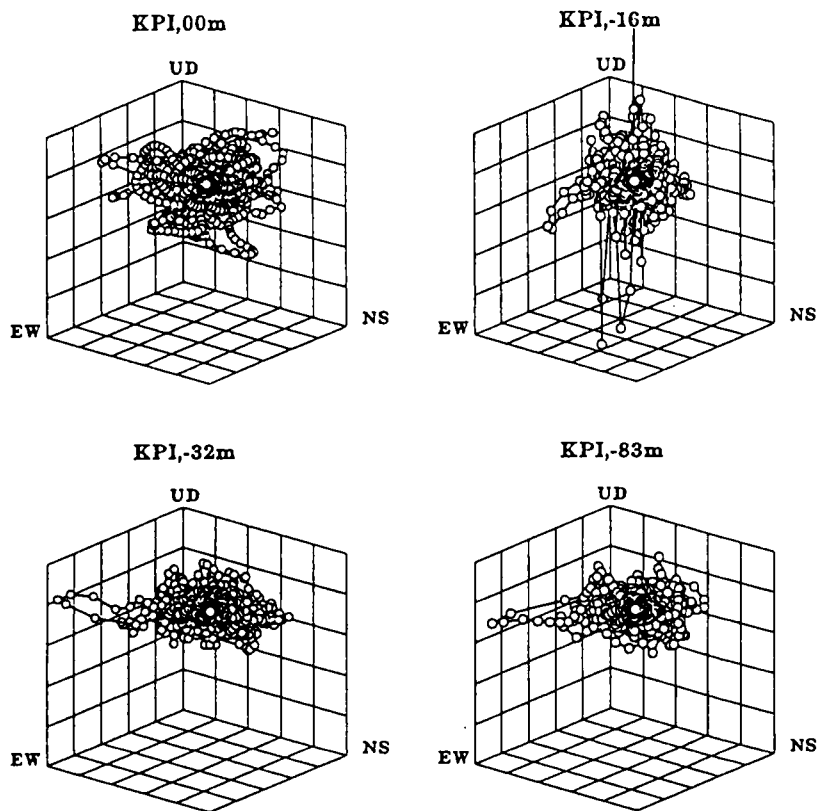


図5.3 鉛直アレー記録による3次元加速度軌跡  
[軸目盛：±1000ガル]

表5.1 各観測位置に対する関係

Location	Latitude Longitude	Coordinate (at MRG)		Ground Condition
		EW(km)	NS(km)	
KBU	N34.725E135.240	-30.4	5.0	Bedrock
KOB	N34.725E135.281	-26.7	5.0	sedimentary layer
AMA	N34.718E135.408	-15.0	4.2	Alluvial layer
MRG	N34.680E135.572	0.0	0.0	Alluvial layer
ABN	N34.636E135.519	-4.9	-4.9	Alluvial layer
SKI	N34.564E135.469	-9.5	-12.9	Alluvial layer
TDO	N34.480E135.408	-15.1	-22.2	Diluvial layer

い。このように生データを用いたのは、データの解析手法としてウェブレット解析の特性からフィルター処理されると考えたからである。

次に神戸大学 (KBU), 神戸本山 (KOB), 尼崎 (AMA), 森河内 (MRG), 阿倍野 (ABN), 堺 (SKI) および忠岡 (TDO) での水平アレー地震波記録特性は、比較的周期の長い波動の水平アレー伝播特性に



注目して解析してみる。水平アレー観測点間の関係は、表 5. 1 のようになっている。なお、観測点 KOB, AMA の記録は、一部飽和状態で記録が振り切れた状態になっている。この部分の復元には、松島・川瀬<sup>30)</sup>が KOB の記録に対して KBU の記録と KOB の余震等を用いて復元している。また山下・土岐・澤田<sup>31)</sup>が、KOB の記録に対してカット・アンド・ペースト法で復元している。本解析においては、復元された波形の位相のことを考えて、3 次スプライン関数近似で行っている (表 5. 2)。

表 5. 2 復元速度および加速度

		NS	EW	UD
KOB	CERKA	40.0	40.0	40.0
		421.0	774.9	379.3
	Matushima-Kawase	57.9	51.9	37.9
	426.6	583.3	613.3	
Yamashita-Toki-Sawada	61	----	----	
	474			
This study	56.9	74.6	49.4	
	407.5	762.4	363.3	
AMA	CERKA	40.0	40.0	26.1
		271.4	321.5	327.9
	This study	56.5	44.1	26.1
	270.1	317.9	327.9	

upper:velocity [kine]  
lower:acceleration [gal]

### 5. 3. 2 鉛直アレー観測記録に対する解析結果

#### (1) 相関関数

まず、相互相関関数に対応する量をウェレット相互相関数により求めてみる。例えば、分解係数  $j=5$  において -83m を基準とした EW 成分に対する結果が図 5. 4 である。なお、これらの図は、横軸は、基準とした -83m でのデータの時間 (10 ~ 22 秒) を意味し、縦軸は相関を採るデータとの遅延時間を採っている。さらに、これらの図において、縦軸の正の遅延時間は、相関をとられるものの方が、その事象が遅れて生起している領域であり、負の遅延時間は、逆に、先に生起している領域である。-83m でのウェレットの自己相関を表している EW 成分

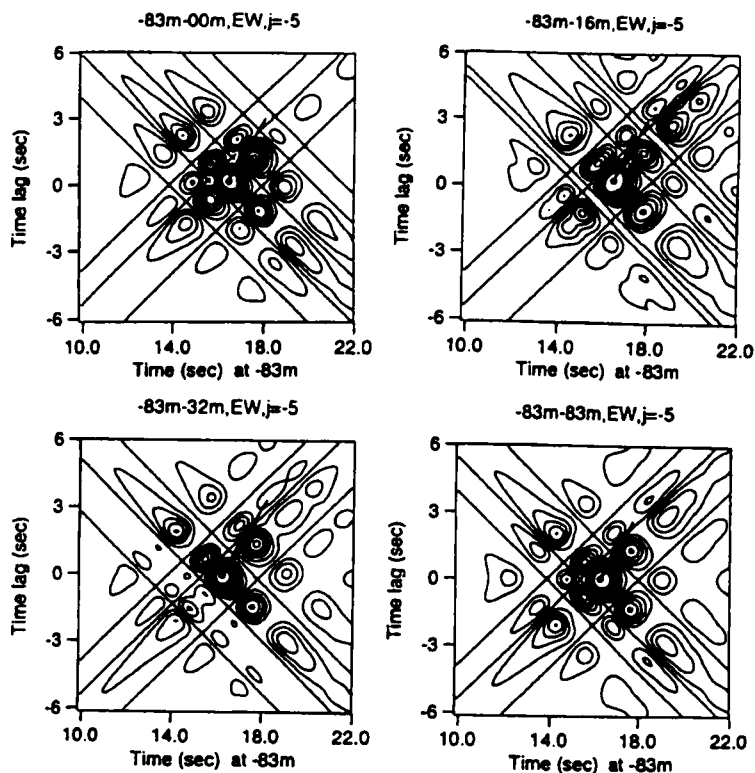


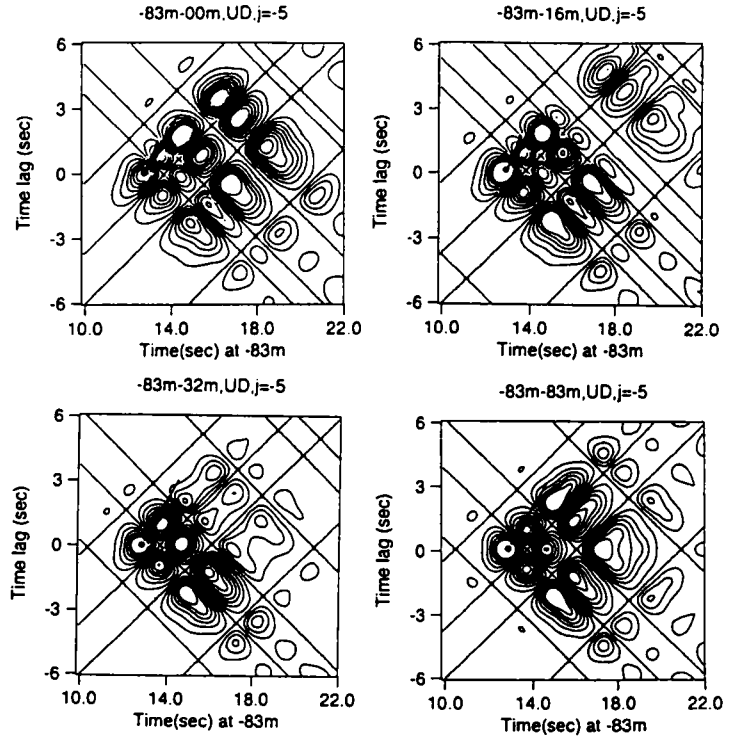
図 5. 4 EW 成分に対するウェレット相互相関関数

は、右上がりの斜めの3本の線が左下がりの同じく3本の線と交わっている。これらの線は等高線の節にあっている。また、図の結果より、時間の進行にしたがい正の遅延時間に等高線が移動しているのがわかる。ここで、もう少し深さ方向の相関の推移をみると、-83mから-16mまでは、正の領域で同じような相関特性を示している。しかし、地表面0mでの少し大きい正の時間遅れにおいて相関が急激に小さくなっている。

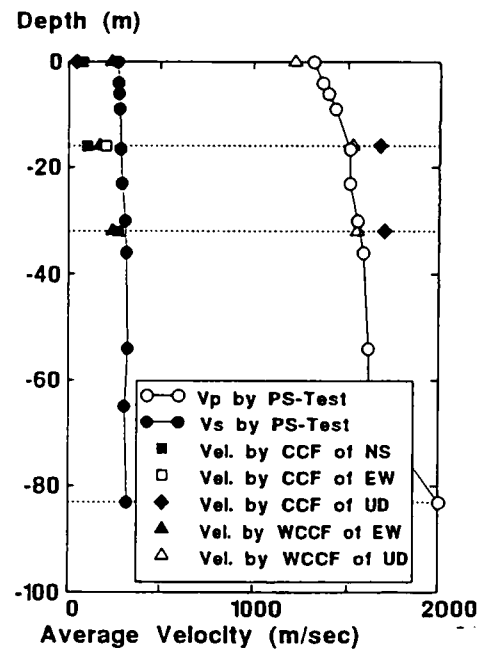
同様に、UD成分に対する結果は、**図5.5**である。これらの結果は、EW成分において相関の強くなる時刻(約15.4秒)より早い時刻(約13.7秒)に相関の強くなっているのが認められる。このことは、UD成分がEW成分より早く到着した波動成分を現し

ており、この時間領域では、水平成分が、S波的成分を意味し、上下成分が、P波的成分の波動を意味している。

以上の相関関係の中で代表的な時間に関するデータの処理した結果が、**図5.6**である。図中●印はPS検層でのS波伝播速度であり、○印はP波伝播速度による平均速度である。また相互相関関数(CCF)の遅延時間による平均速度で、水平成分に関するものは、■、□印により示している。これらの結果は、S波速度より若干小さい値を示しているが、近い値を示している。さらに、上下成分に関するものは、◆印により示している。これらの結果は、-16mまではP波速度に近い値を示しているが、若干大きい値を与えている。



**図5.5** UD成分に対するウェレット相互相関関数



**図5.6** 相関関数より推定された伝播速度

一方、ウェレット相互相関関数による平均速度の中でEW成分に関するものは、▲印により示し、上下成分に関するものは、△印により示している。具体的な値の読み取りは、相関の最も強い時間遅れの位置を認識(図4.4および5.5中の矢印で示した●印の位置の値を採用)して求めている。この結果によると、地表面までの平均速度の低下が、非常に大きくなっている。これらの結果は、相互相関関数での結果と似た傾向を示している。

ここで得られているPS検層の結果とウェレット相関関数の時間差に関する結果とは、-83mから-32mまで比較的似た値を示し、地表面0mで波形処理の結果が、非常に小さくなっている。一般に、PS検層での地層の伝播速度は、ひずみレベルが小さいので大きな値を示すが、

地震時での地盤のひずみレベルは大きくなり、伝播速度は、小さめの値が期待される。その影響は、地表面において顕著に現れている。S波に相当する伝播速度に対しては、-16mの位置においても伝播速度の低下が認められるが、P波に相当する伝播速度は、低下が認められない。これは、対象とする地層の地下水面が高く液状化した可能性があったとしても、土粒子と水を含んだ地層でのP波の伝播速度は、媒体の水の伝播速度が大きく現れているためと思われる。

## (2) スペクトル

次にフーリエスペクトルに対応する解析としてウェレットフーリエスペクトルを表したのが、図5.7である。図は、左側にEW成分、右側にUD成分を示し、分解係数 $j=2 \sim -7$ までを示している。

EW成分をみると、-83mにおいて $j=-4$ の中心振動数(3.125Hz)に強いスペクトルをもっている

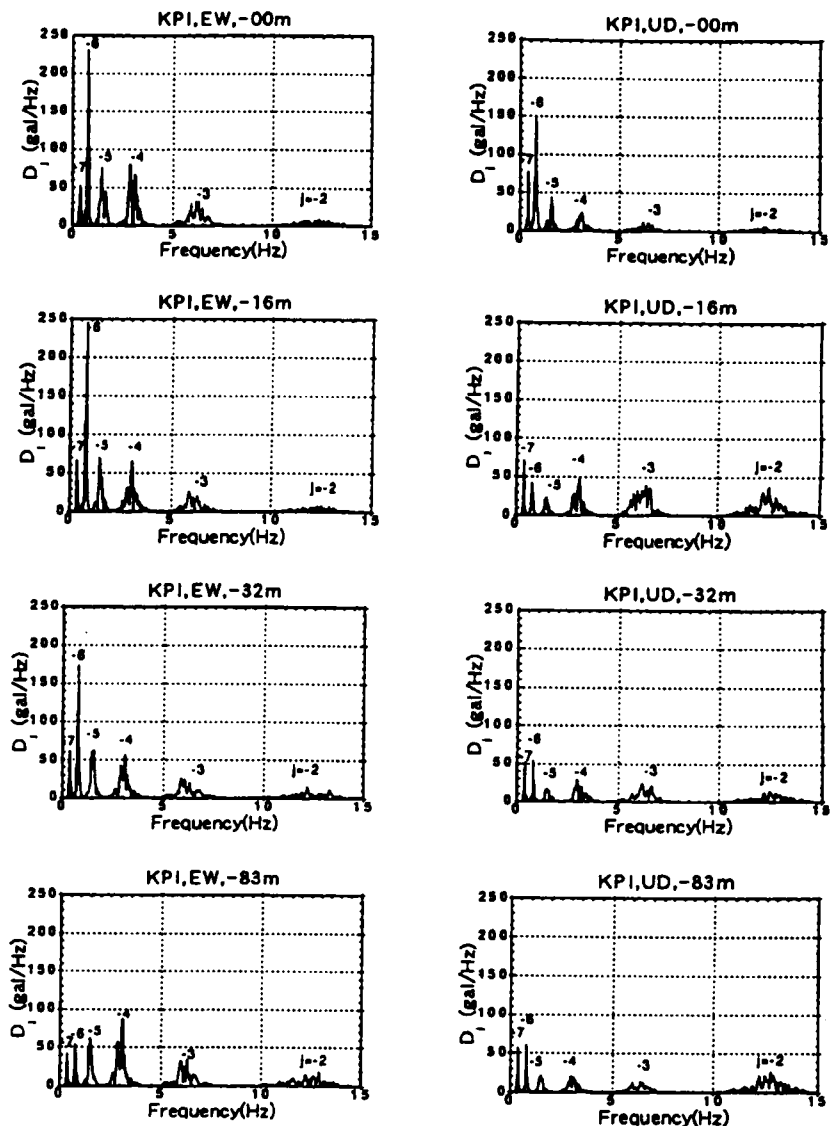


図5.7 鉛直アレー記録に対するウェレットフーリエスペクトル

が、-32mより浅い部分では、 $j=-6$ の0.78125 Hz付近に移動している。UD成分については、 $j=-6$ または-7に強いスペクトルがあるが、-16mまではほぼ同じくらいの強さのスペクトル特性で下方から伝播しており、地表面0mにおいて $j=-6$ に鋭いスペクトルを呈しているのがわかる。これらのウェブレットフーリエスペクトルの結果は、従来のフーリエスペクトルとの対応がとれており、このスペクトルを用いた応答スペクトルのモデル化の基本量として意味をもつことになる。

### 5. 3. 3 水平アレー観測記録 に対する解析結果

#### (1) 相関関数

ウェブレット相互相関の結果に対しては、分解係数 $j=-3$ のEW成分の東西方向のアレー結果例が、図5.8である。図は、KBUとのウェブレット相関をとっている。負の分解係数が小さくなると、対象とする振動数帯域が高くなり、時間領域の窓が小さくなる。そして、等高線表示によるピーク値の

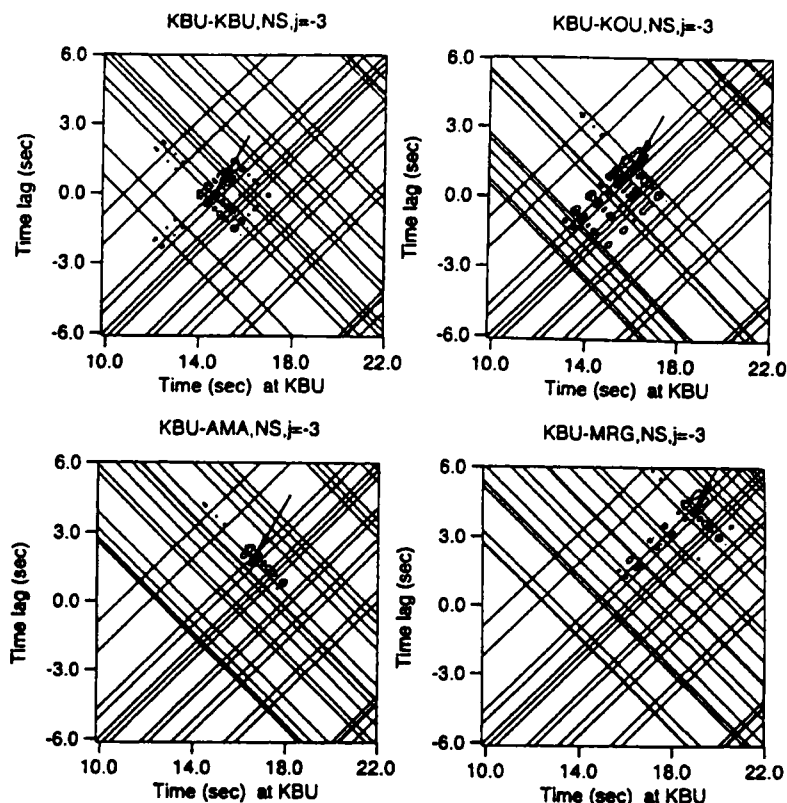


図5.8 水平アレー記録に対するKBUとのウェブレット相互相関関数 ( $j=-3$ )

表5.3 水平アレーにおける2観測点間の相互時間差

	Time History			CCF	WCCF
	td	$\Delta tp$	$\Delta ts$	$\Delta \tau_{pcc}$	$\Delta \tau_{pwc}$
KBU	3.4	0.00	0.00	0.00	0.00
KOB	3.6	0.83	1.42	1.10	1.22
AMA	5.4	2.25	5.31	1.30	2.30
MRG	7.0	4.42	8.13	7.60	4.44

td:Initial minute duration time  
 $\Delta tp$ :Time difference of starting points on a part of minute waves  
 $\Delta ts$ :Time difference of main peaks  
 $\Delta \tau_{pcc}$ :Delay time on the first peak point of the CCF  
 $\Delta \tau_{pwc}$ :Delay time on the maximum point of the WCCF

読みとりが難しくなる。実際の値の読み取りには、矢印で示した●印の位置の値を採用するが、カラー表示により確認している。図の結果によれば、KBUとの相関の領域は、正の遅延時間に現れており、波動が遅れて到達してきてきているのがわかる。

これらの2点間の相互関係は、表5.3に示す(ただし、KBUを基準とする)。

この表の微動継続時間  $t_d$  は、震源までの距離に比例した量であり、微動開始時間  $\Delta t_p$  は、P波の到着時間に相当し、その時間差がウェレット相互相関関数から求めた遅延時間  $\Delta t_{pwc}$  とよく一致している。これは、P波に関する時刻の情報をウェレット相互相関が抽出していることを意味していると思われる。また、この表のピーク時間差  $\Delta t_s$  は、S波または表面波の到着時間差に相当した量と考えられる。

ここで、得られたこれらの値より、地層の媒体が一様であるとし、この媒体の伝播速度を推定してみる。震源位置と各観測位置との距離の差を各観測サイトで観測された時間差で除することにより、平均的な伝播速度は、推定でき、その結果は表5.4に表される。得られた結果よ

表5.4 大阪湾地域での平均伝播速度

	Difference Distance(km)	Velocity by $\Delta t_{pwc}$ (km/s)	Velocity by $\Delta t_s$ (km/s)
KBU-KOB	2.844	2.331	2.003
KBU-AMA	11.679	5.078	2.199
KBU-MRG	24.277	5.468	2.986

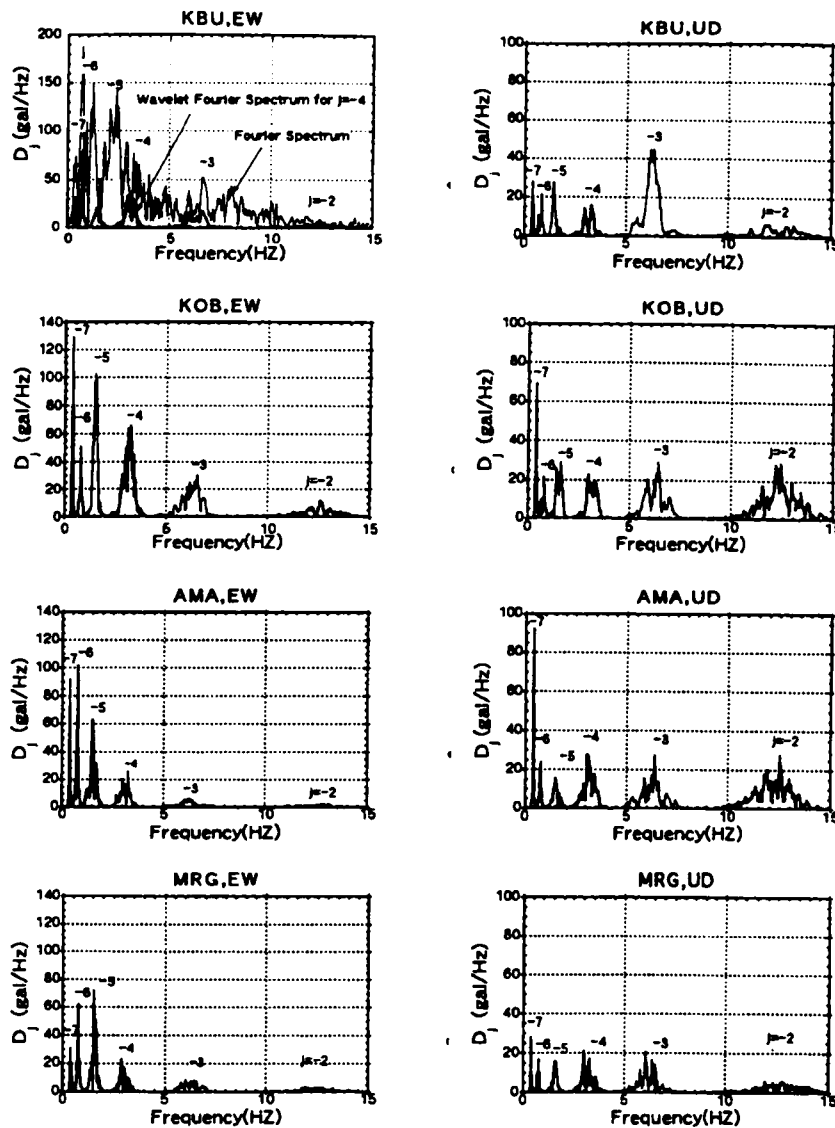


図5.9 水平東西方向アレーに対するウェレットフーリエスペクトル

り、ウェレット相関関数による時間差を用いたものが、大阪湾内の基盤層のP波速度に近い値を示し、記録波形の主要動の時間差を用いたものが、S波速度に近い値を示している。

## (2) スペクトル

次に各観測地での振動数特性を意味するウェレットフーリエスペクトル結果は、図5.9および10に示す。なお、一般のフーリエスペクトルとウェレットフーリエスペクトルとの関係は、図5.9のKBUに対して示しているように、フーリエスペクトルの振動数特性に対して分解係数により定まる振動数帯域ごとに抽出された振動数特性に相当するものとなっている。

図5.9の結果より、東西方向のアレー特性は、 $j=-5\sim-7$ においてEW成分の方がUD成分より低振動数域のスペクトルがや

や強い傾向を持っている。ただし、もう少しUD成分を詳細に見るとKBUの場合は、 $j=-3$ の分解係数においてEW成分に較べUD成分が卓越している。そして、他の観測サイトの結果と比較してそのピークの形状が、単純な形をしている。これは、KBUの観測サイトが岩盤上であり、他の観測サイトが、沖積あるいは洪積層のような表層地盤をもっているためと考えられる。次に、KOB、AMAの場合は、低振動数域の $j=-7$ において、UD成分も、卓越している。

一方、図5.10の結果より、南北方向のアレー特性は、EW成分が、同じ傾向を示し、UD成分が、全振動数域に渡って一様な強さを示している。南北の観測サイトは、震源を含む断層面からほぼ等距離の位置にあり、これらの傾向は、図5.2に示した各観測位置と断層への方向および距離とが関係する。

さらに、これらの水平方向に配置された観測点によるウェレットF-Kスペクトルの結果について示

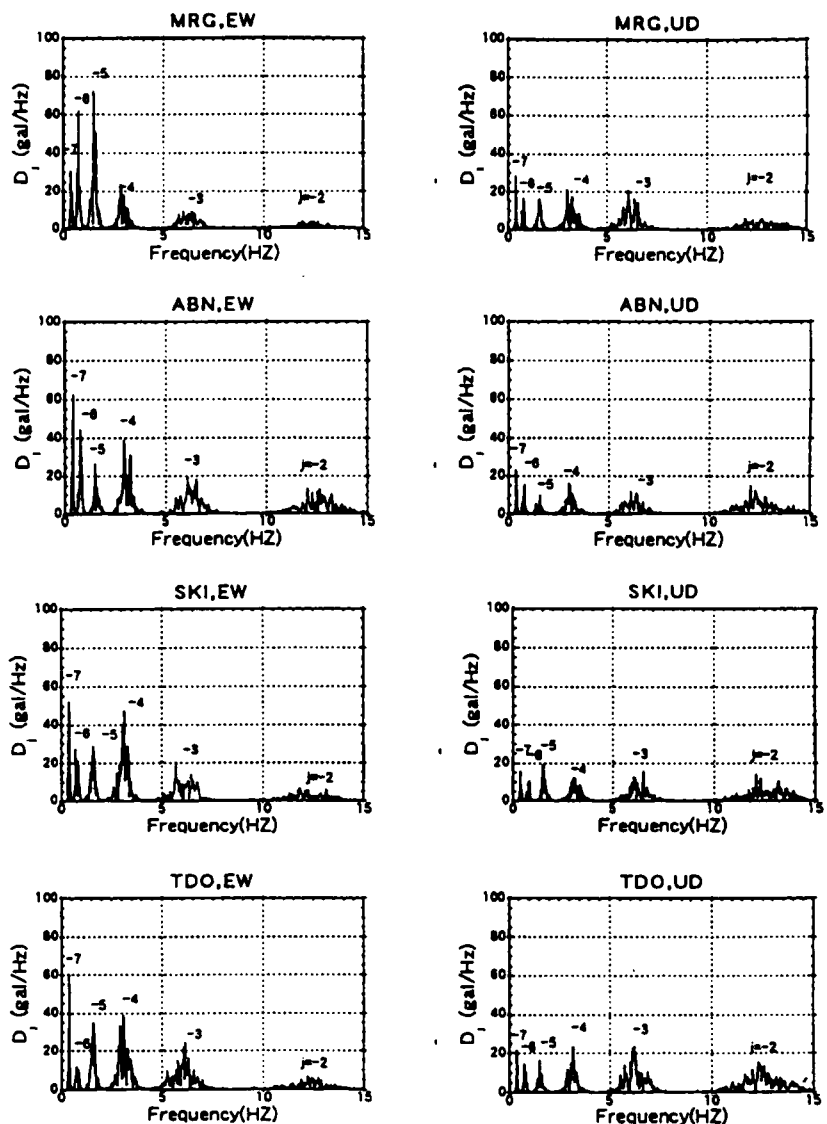


図5.10 水平南北方向アレーに対するウェレットフーリエスペクトル

す。まず、対象とする観測網は、観測点間距離が、比較的長く、最小のものでも約4kmになっているため波数の分解能は、 $0.125(1/\text{km})$  までとなりそれ以上は、空間的エイリアジングを生じる可能性を含む。したがって、式(5.14)の平滑化のためのウインドウ間隔は、 $[-0.2, 0.2](1/\text{km})$ として計算する。ところで水平アレー観測では、地質構造等の同定に表面波を用いるが、表面波のうちレイリー波を検出するためには、UD成分が用いられる。そこで、MRGを座標原点とし、UD成分の分解係数 $j=-6, -8, -10$ に対して、東西・南北方向の座標軸に対する結果は、図5.11のようなになる。ただし、各分解係数に対する振動数は、各分解係数の中心振動数を用いず、各分解係数での相互スペクトルが最大を示す振動数を用いている。図5.11は、等高線の頂部までの距離が、見かけ上の伝播速度の逆数に比例した量を与えることになり、原点から頂部の方向が、その波の伝播方向を意味している。また、NS、EW成分に対するウェレットF-Kスペクトルの結果に対してもUD成分とほぼ同じ傾向を示していた。これらを、分解係数との関係で図示したのが、図5.12および5.13である。各観測位置は、断層域を一部含んだアレーを構成している。このことは、図5.12に示されたウェレットF-Kスペクトルによる観測波の入射方向が振動数（分解係数）により大きく支配されることに対応しているものと考えられる。図5.13は、見かけ上の位相速度は、その波が、一般に、震源から離れているならば表面波であると期待できるが、対象地域は、50km以内であり、表面波か、実体波かは不明である。一方、表面波の位相速度は、基盤と考える最下層のS波速度と最上層の地表面層のS波速度の間にある。そして、実体波の見かけ速度は、基盤層の速度より必ず大きくなるので、香川ら<sup>32)</sup>が与えている大阪湾岸での基盤層のP波速度 $5.4\text{km/sec}$ 、S波速度 $3.2\text{km/sec}$ を参考値となる。

各観測位置は、断層域を一部含んだアレーを構成している。このことは、図5.12に示されたウェレットF-Kスペクトルによる観測波の入射方向が振動数（分解係数）により大きく変わっていることに対応しているものと考えられる。

各観測位置での基盤までの表層厚さは、KBUでは、ほぼ0mであるが、他の観測点においては、800m～1800mにひろがっており、また、断層近傍のKBU、KOB、AMAのスペクトルを強く受けていると考えられる。図5.13の結果は、振動数軸に対して右上がりとなり、逆分散の特性となっている。ここで図中には表層厚を変化させた場合のレイリー波の基本分散曲線を示しているが、この結果をみると分解係数 $j=-7 \sim -10$ （約 $0.4 \sim 0.05\text{Hz}$ ）において、表面波の伝播特性の可能性を示している。

図5.14は、UD成分の分解係数（ $j=-5 \sim -10$ ）をパラメータにした見かけの伝播速度と伝播方向を描いている。分解係数 $j=-5$ においてその入射方向が、東方向から入射し、 $j=-6$ で西方向に変化し、その後、負の分解係数が大きくなるにしたがい時計方向に入射方向を変えながら伝播速度が小さくなっている。分解係数によって定まる中心振動数付近の波動特性に対応するF-Kスペクトルの特性が、現れているものと考えられる。

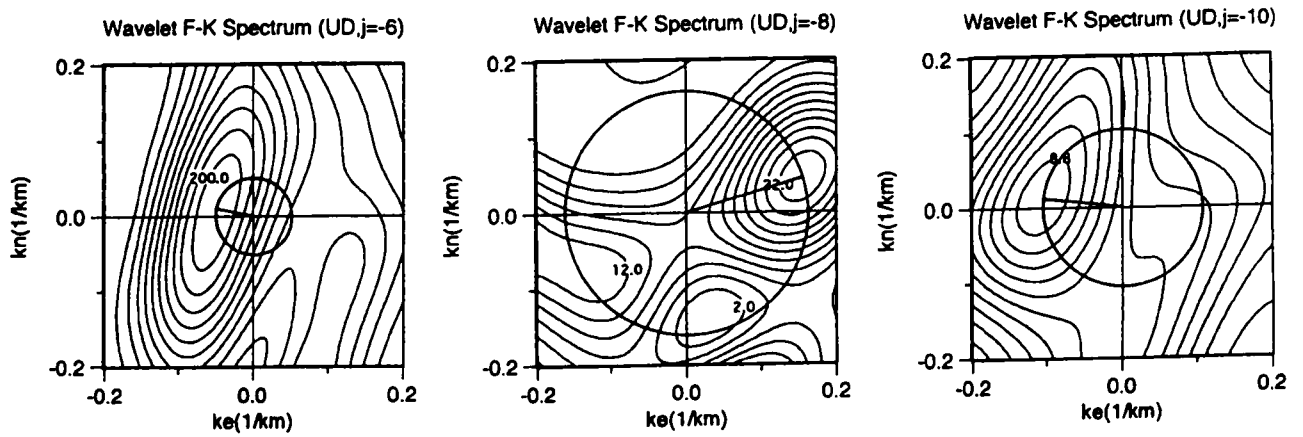


図5. 1 1 水平アレーに対するウェレットF-Kスペクトル

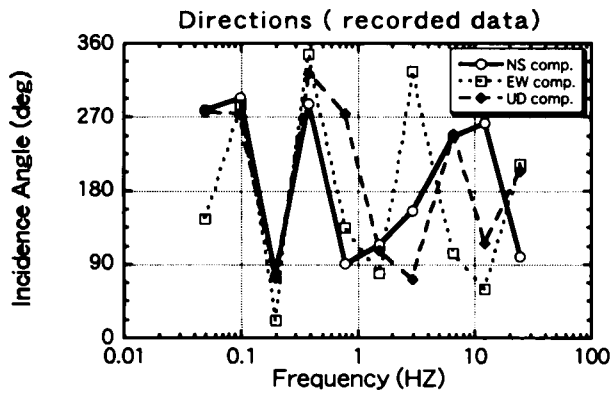


図5. 1 2 ウェレットF-Kスペクトルから求めた伝播方向

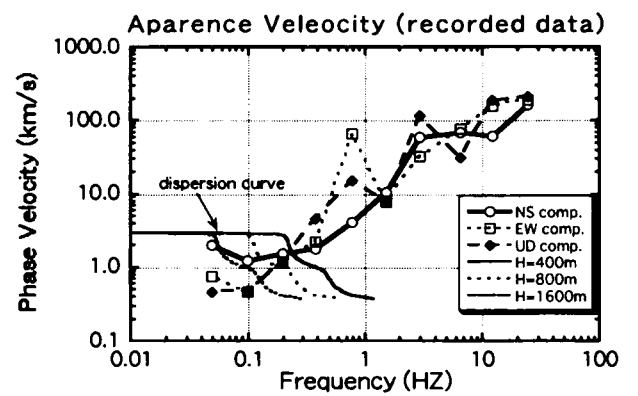


図5. 1 3 ウェレットF-Kスペクトルから求めた見かけ上の伝播速度

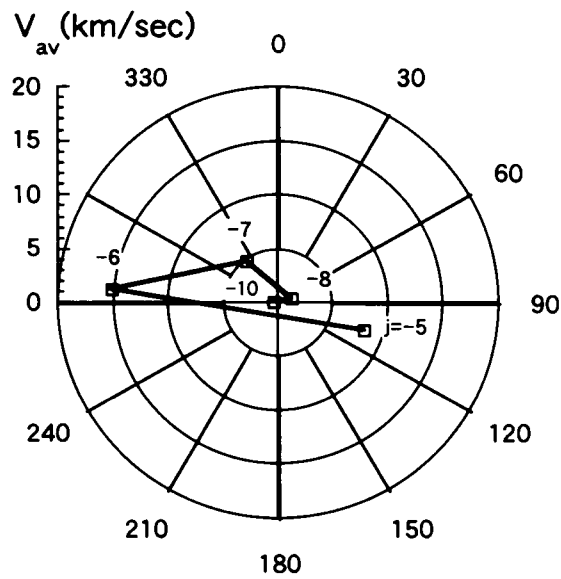


図5. 1 4 分解係数による伝播速度およびその方向特性



## 5. 4 地震波動の空間的特性

### 5. 4. 1 液状化現象の効果

前節での波形処理は、加速度に対して時刻歴波形、相互相関関数、ウエブレット相互相関関数の処理を行った。これらの処理により時間遅れ量が伝播速度の大小に関係するが、これは媒体としての土要素の剛性の非線形挙動（液状化）の結果として現れたものかどうか考察して見る。土要素が液状化したかどうかは、要素内の過剰間隙水圧の挙動がどのようになっているという情報が必要になる。KPI地域での液状化が生じたという証拠は、地表面上に大規模な墳砂の跡があり、また、KPI内の第2期埋め立て坑内での間隙水圧の急激な上昇記録などの間接的な情報がある。さらに、仙頭ら<sup>33)</sup>による改良SLP法による同定解析の結果によると-60m~-80mの深さまで大きな剛性の低下が現れている。一方、余震による観測データとの比較は、液状化に伴う土要素の再構成が生じている可能性があるため、土要素の非線形性の具体的な検証には、観測位置において、本地震の前に微小地震波による観測データが必要となる。現在のところ公表されているこのようなデータはない。このような条件のもとで考察することになる。

まず、図5.7の結果をみれば、EW成分の $j=-6$ で-32mからスペクトル特性が変化するのは、地盤中の相当深い部分にまで液状化領域が達していたという可能性を示している。しかし、地震前での観測位置の土質定数を用いた表層地盤の伝達関数（設定基盤-83m）は、0.9Hz付近に1次の卓越振動数をもっており、表層地盤の増幅特性の可能性もある。

次に、本解析において用いたウエブレット相互相関の図5.4および図5.5の結果は、基準としている-83mの波動の時刻歴に対する時間遅れとの関係を表している。これらの結果は、対象とする分解係数において各時刻の相関の強さを表しているが、負の分解係数が小さくなると時間軸上の分解能が上がることによる全体的な相関が見つけ難くなる。そこで、各分解係数に対して時間軸上の和をとることにより平均的な遅延時間の特性を表示してみる。分解係数 $j=-3\sim-5$ でのEW成分の結果が、図5.15である。ここで、正の遅延時間の関係は、波動の上昇波の特性を抽出し、負の遅延時間は、下降波の特性を抽出している。水平動の下方からの波動特性においては、中心振動数がそれぞれ6.25, 3.125, 1.5625Hzの波動に対する相関を抽出した結果を表したものである。

このような波動での-83mにおいて自己相関のピーク間の時間遅れ量を分解係数 $j=-3\sim-5$ でみると、EW成分では、1.60, 1.84, 2.24秒である。次に図中の●の結果から、大体-83mから上方に向かって波動が伝播している様子がよみとれるが、分解係数 $j=-5$ の結果では、-32mの波動が逆位相の伝播特性となっているのがわかる。この状態は、2点間での上昇・下降波の相関が $j=-5$ の対応する振動数で逆位相となっていることを示している。また、分解係数 $j=-4$ の結果においては、地表面に相当する波動が、他の分解係数での時間遅れの値に較べ非常に大きな値となっている。ここで分解係数 $j=-4$ および-3の場合、0m, -

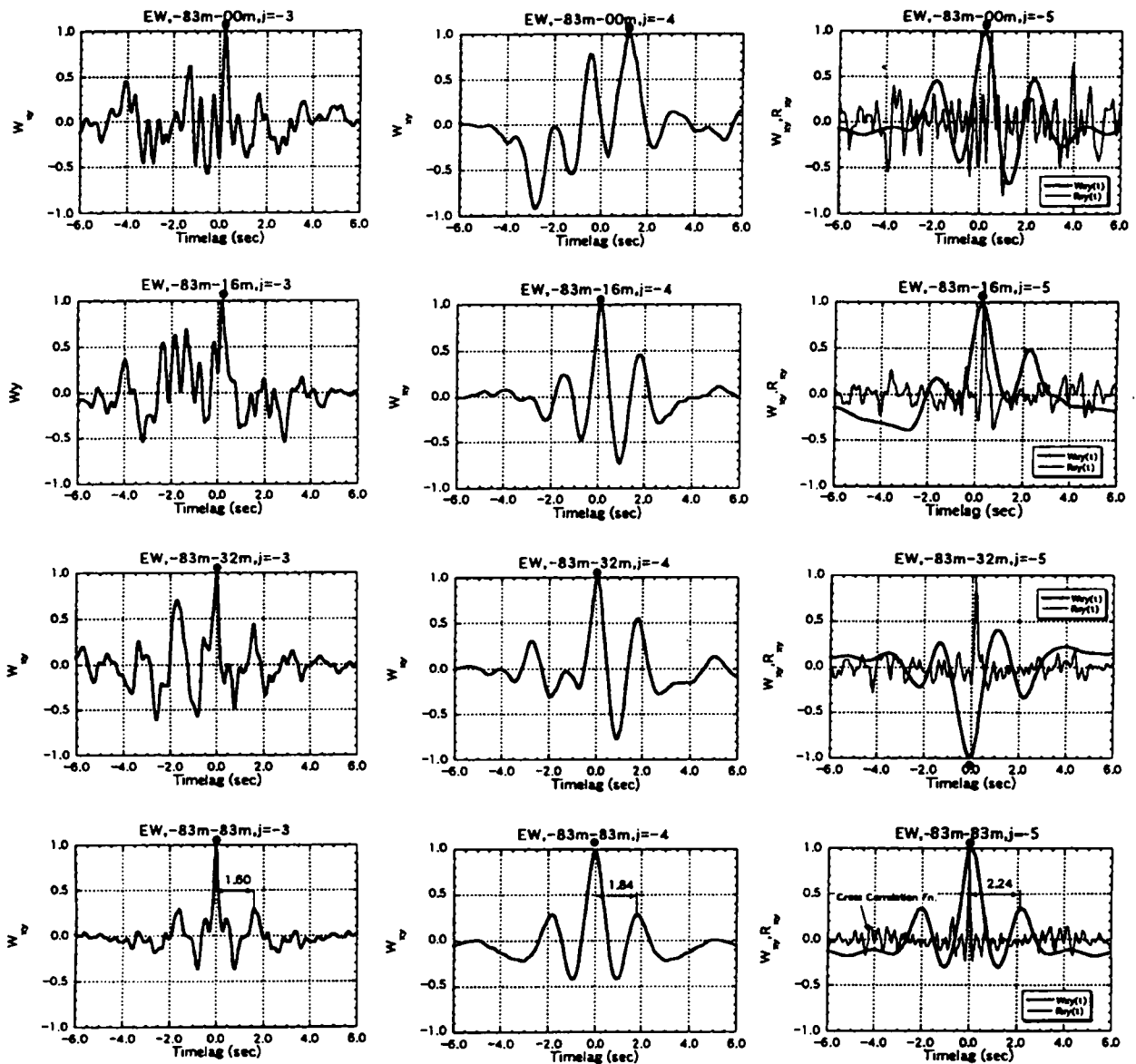


図5. 15 分解係数ごとのEW成分のウェレット相互相関関数特性

16m,-32mの結果をみれば、-83mの結果と負の遅延時間の相関が大きく異なっている。すなわち、上昇してきた波動成分が反射して下降する波動成分となることにより、その特性が変化したことを意味する。換言すれば、 $j=-4, -3$ では、上昇波の最初の部分は弾性的な領域にあり、下降波の波頭は非線形状態の媒質中を伝播している様子を-32mぐらまで示していると考えられる。

一方、 $j=-5$ 、すなわち、1.6Hz近傍に中心振動数をもつバンドパスフィルターを通過した波の特性の場合は、上昇波の波形特性と下降波の波形特性がほぼ同じ形となっていることを示している。換言すれば、振動数の高い（波長の短い）領域の波動成分は対象とする地盤内に液状化による土要素の非線形挙動の波動が現れる。しかし、振動数が少し低い（波長の長い）領域の波動では非線形応答の影響をあまり受け

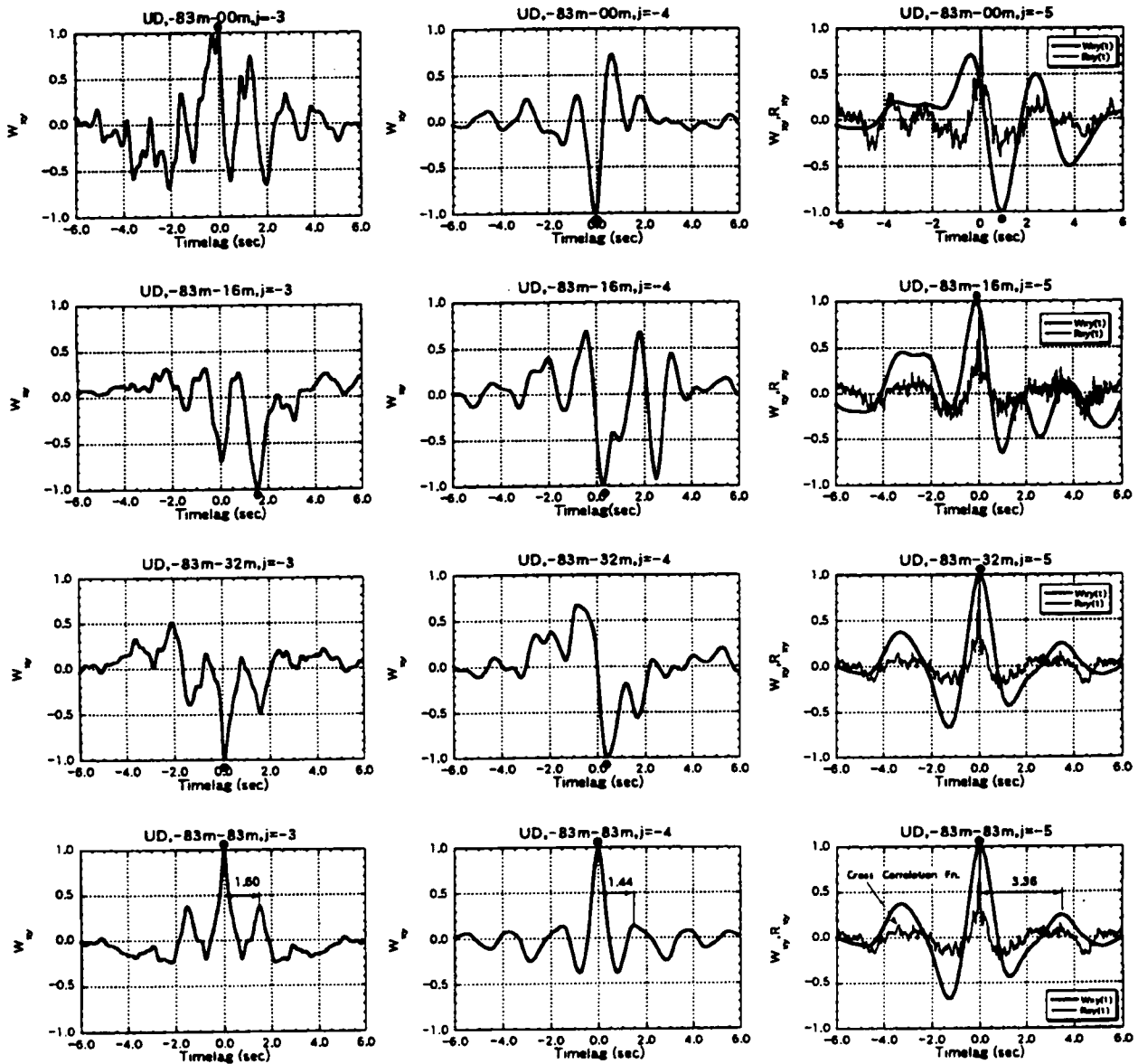


図5. 16 分解係数ごとのUD成分のウェレット相互相関関数特性

ていない特性が現れていると推察される。

分解係数の中で $j=3 \sim 5$ のUD成分の結果が、図5. 16である。UD成分の波動で-83m位置での自己相関のピーク間の時間遅れ量を分解係数 $j=3 \sim 5$ でみると、1.60, 1.44, 3.36秒という結果になっている。同じようなバンドパスフィルター処理された波形であるが、 $j=4, 5$ においてEW成分とUD成分での相関の強い時間遅れ量が異なっている。

UD成分の結果では、分解係数 $j=5$ でのピークの時間遅れは、下方から-16mまで最大のピーク値の位相の変化は、ほとんど無いが、地表面において逆位相で約1秒の時間遅れを生じている。さらに、 $j=4$ では、-32m, -16m, 0mに対しては、逆位相の状態で下方に伝播しながら正の時間遅れ量が少し大き

くなって伝播している。この状態は、地表から下方に向かうほど波が遅れて伝播している様子を示しており、表面波の影響の可能性も考えられるが確定できない。さらに、負の時間遅れと正の時間遅れの特性が大きく異なっており、液状化の影響を受けているようにみえる。次に、 $j=-3$ の結果は、表層の中間部-16m、-32mにおいて逆位相の相関を示し、 $j=-4$ と同じように正負の時間遅れの特性を示している。このように逆位相の相関が振動数の高い各分解係数において生じているのは、EW成分の結果と大きく異なり、水平動と上下動において波の種類が異なる可能性を示している。

以上の図5.15および図5.16における挙動をまとめて説明すると次のようになる。ウェブレット分解処理された波形の相互相関関数をみれば、下方から上方に伝播した波動が、地表面で反射し、逆に下降波となって伝播する様子をよく現している。液状化による下降波の波形の乱れは、分解係数の小さい方、すなわち、中心振動数の高い方において比較的明瞭に現れていた。その深さ方向の影響は、-32mにまで達していたと推察される。

#### 5.4.2 やや長周期の波動特性

ここで得られた水平アレー観測の結果を考察するため、簡単な3次元有限要素法(3D FEM)を用いて数値シミュレーションを実施した。ここで3D FEMによる数値シミュレーションを用いたのは、水平アレー観測データが少なく、また、観測位置が断層のごく近傍のものもあり、これらの影響の概略的な把握に有効であると考えたからである。ところで、図5.11~14に示した結果は、分解係数 $j=-7\sim-10$ での中心振動数が約0.4Hz~0.05Hzに対して有為な値を与えている。このような周期の長い地震動の特性は、タ

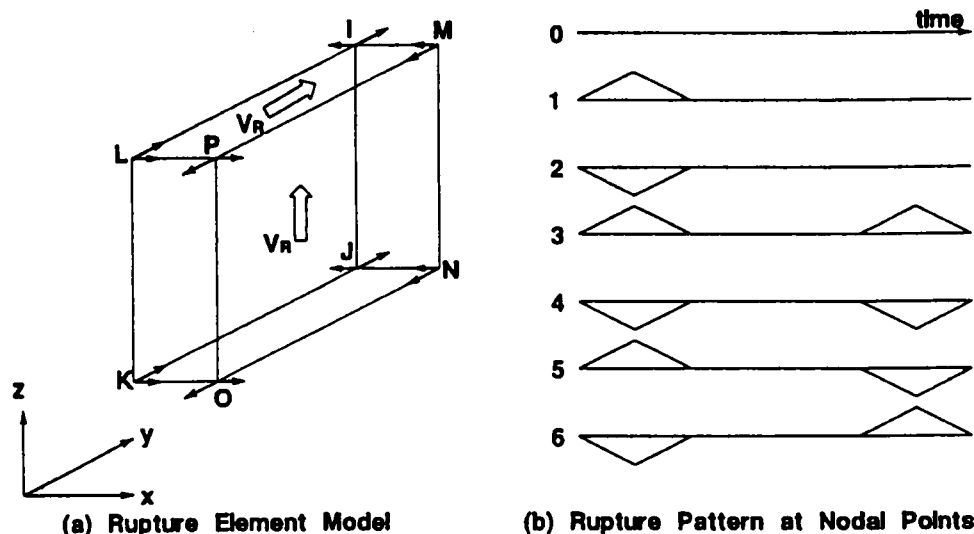


図5.17 水平アレーによる波動伝播特性検討のための断層モデル

表5.5 3DFEMで用いられた地盤定数

	P-velocity [km/sec]	S-velocity [km/sec]	Specific Gravity
Surface Layer	1.6	0.35	1.7
Bedrock	5.4	3.20	2.7

ンク構造物のスロッシング現象において重要な意味をもっている。したがって、対象とする3DFEMは、深さ方向には、20kmまでとし、図5.2に示した領域に対して行う。対象地域の基盤は、香川ら<sup>39)</sup>の2次元3次Bスプライン曲線により評価されたものを用いた。表層は、単層のものでモデル化し、材料定数は、表5.5のような値に設定している。平面での要素のメッシュ間隔は、用いた基盤が、12kmx12kmのデータから曲線近似されており、また、大阪湾の基盤形状からx方向には2.5km間隔で、y方向には、5km間隔にしている。ただし、断層域の部分は、1.25kmに採っている。断層域の設定は、いくつかの提案があるが、ここでは、入倉<sup>39)</sup>が提案しているモデルを少し簡略化した領域を設定している。次に、要素に作用させる断層モデルについても、図5.17(a)に示すような比較的矩形要素に矢印方向の双モーメントを作用させている簡単なものを作成している。そして、断層要素での作用させる強制加速度は、図5.17(b)に示すような三角波とし、最大変位は、2.0mに設定している。破壊伝播速度は、3.0km/secとして、震源の要素から水平と鉛直上方に向かって伝播させている。三角波の継続時間は、対象要素が比較的寸法であるため5秒としている。なお、図5.17(b)は、断層要素に相当する節点での強制加速度パターンを示している。

このような簡単なモデルによる数値シミュレーションを実施することにより、水平アレーにより求められた波動特性を考察してみる。

まず図5.18は、観測位置KBU, KOB, TDOでの水平加速度軌跡を観測値と対比させたものである。FEMモデルの断層破壊パターンは、簡単な三角波であり、長周期を対象にした数値シミュレーショ

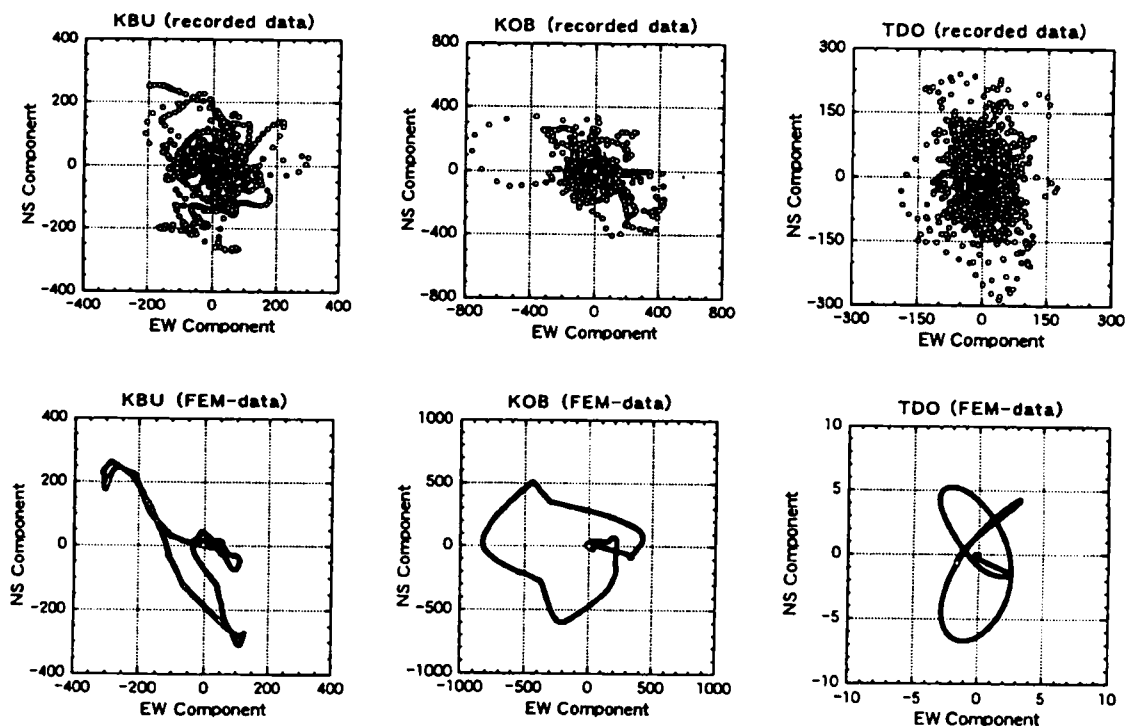


図5.18 数値シミュレーションによる水平アレー観測位置での加速度軌跡

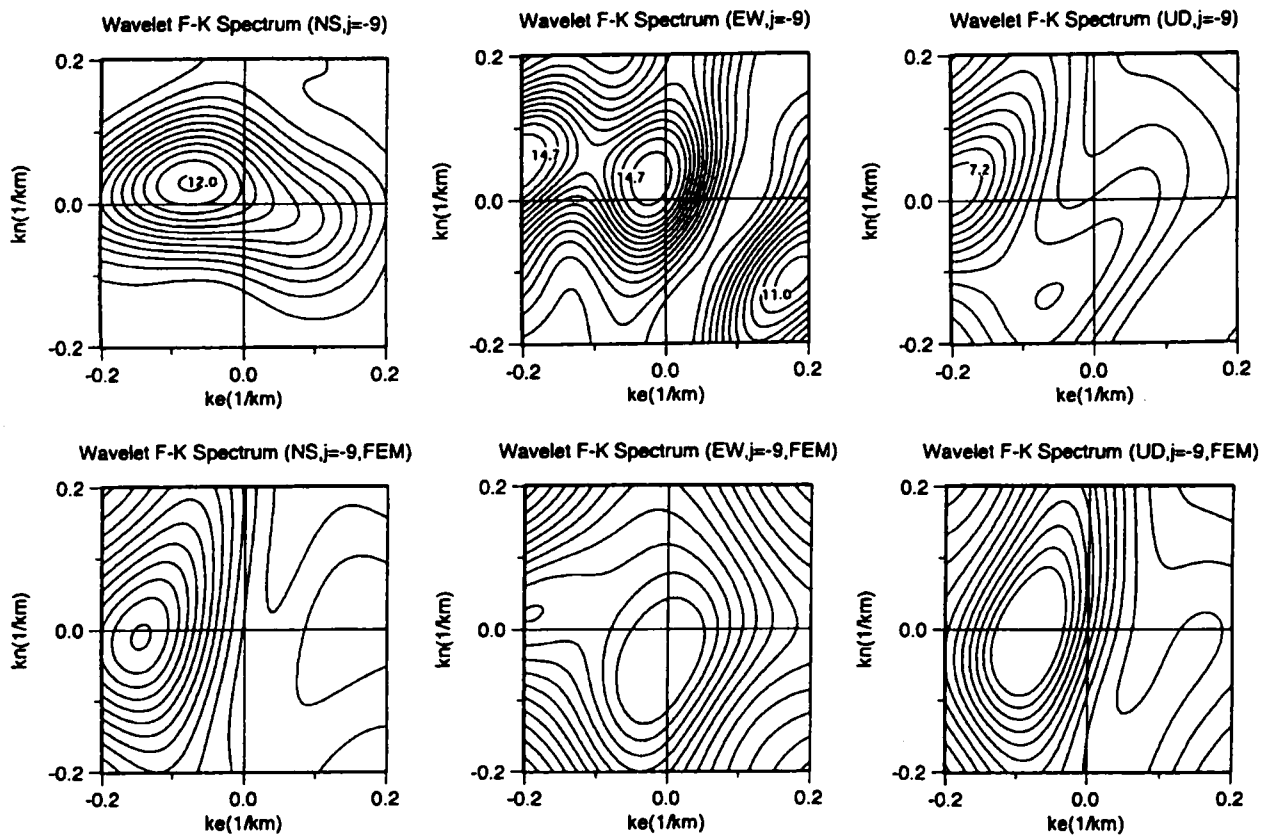


図5. 19 数値シミュレーションにおける各成分方向のウェレットF-Kスペクトル例 (j=-9)

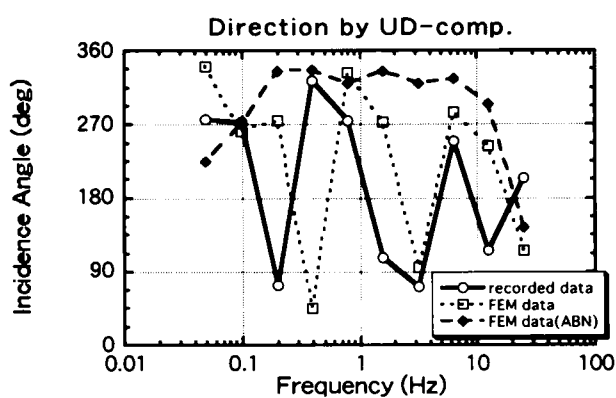


図5. 20 UD成分による見かけ上の伝播方向

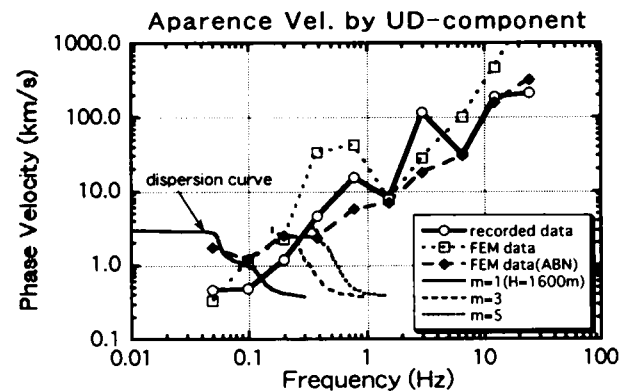


図5. 21 UD成分による見かけ上の位相速度

ンであるが、大きく揺れている方向は比較的似た傾向を示している。

次に、各観測位置での時刻歴応答を観測データ (FEM-data) としてウェレットF-Kスペクトルを求める。この結果は、断層を含んだ水平アレーのモデルであり、実測データと対比できる。一方、断層の東側のABN近傍に7点の水平アレー (図5. 2中の●) を組んだ時刻歴応答のデータ (FEM,ABN-

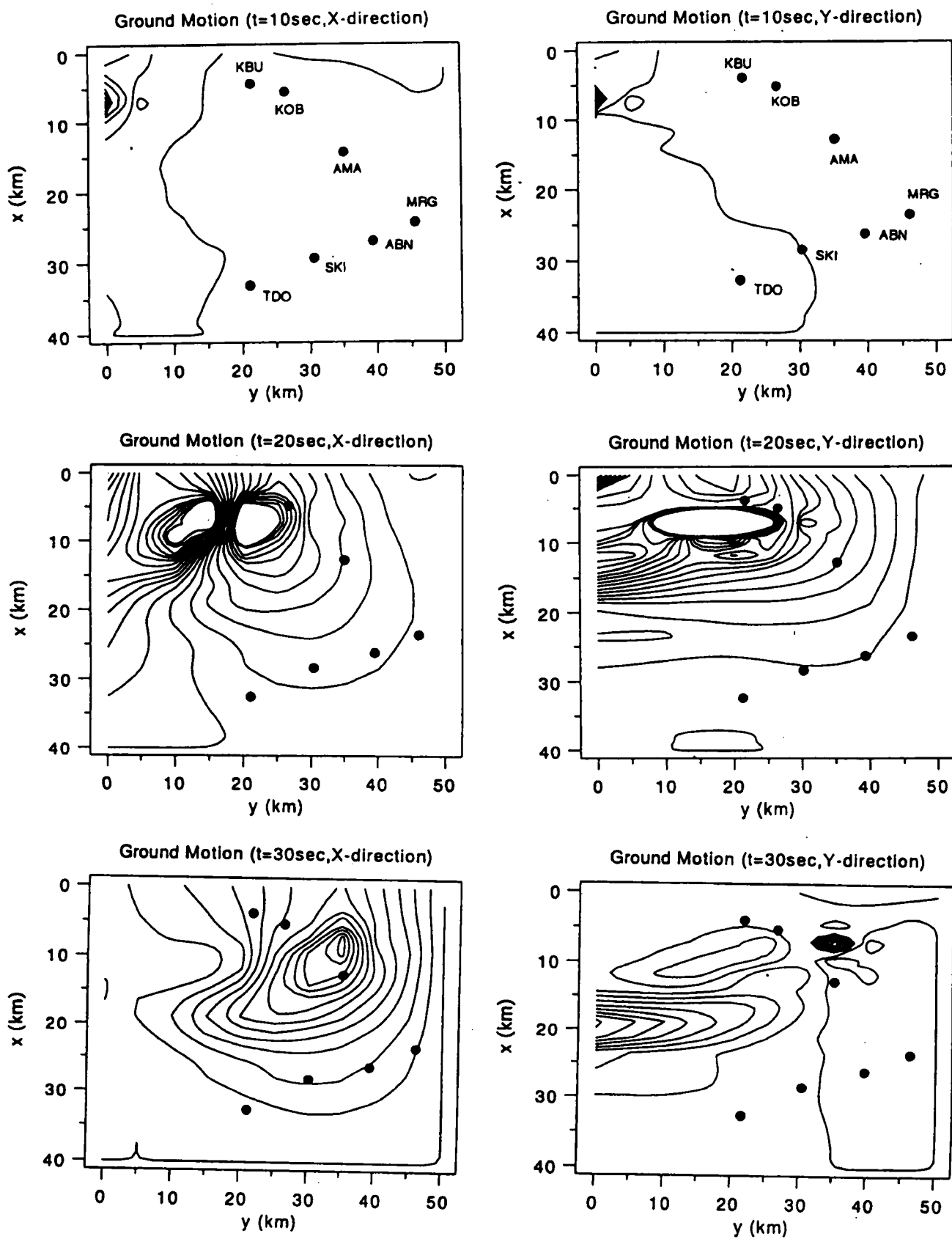


図5. 2.2 数値シミュレーションによる平面上の波動伝播

data) は、アレー観測データに断層による分断の影響を除いたものとして用いる。

図5.19は、分解係数 $j=-9$ での数値シミュレーションによるウェブレットF-Kスペクトル例を観測値と対比させたものである。この場合についても概略的には似た特性が得られている。

ここで図5.12および13の結果を考察するためこれに対応したUD成分の図5.20および図5.21を数値シミュレーションより求めた。

ウェブレットF-Kスペクトルから求められた観測位置への入射方向の図5.12は、観測位置が波源となる断層域を含んでいるので、断層域の破壊によりその伝播してくる方向が変化する。また、式(5.10)によって評価されるビーム波は、MRGを座標原点とした重み付けのあるアンサンブル平均でスムージング処理されるが、断層近傍における観測位置のスペクトル特性の影響がビーム波の特性として支配的になると推測される。

いま図5.20の結果をみるとビーム波動の入射角度は約 $90^\circ \sim 330^\circ$ に変動している。観測位置KB UやKBOが断層での波源からの入射角は約 $50^\circ \sim 240^\circ$ であるが、SKIやTDOでは約 $260^\circ \sim 355^\circ$ となる。一方、ABN-dataによるビーム波の入射角は $j=-1$ に相当する振動数を除いて約 $225^\circ \sim 335^\circ$ となっている。この場合の各観測位置での入射角度は、約 $240^\circ \sim 340^\circ$ となる。このようにビーム波のアンサンブル平均される観測データが断層域を含む場合、入射角度はその影響を強く受ける。また、入射角度は大体断層での波源と観測位置との位置関係からその範囲を推定できるが、断層でのラディエーションパターンの影響と思われる差が認められる。たとえば、この様子は、図5.22に示すように地表面上の波動成分の分布の変化に認められる。なお、図中は、対象地域でのX方向波動成分を左の列に、Y方向波動成分を右の列に示している。震源において最初に破壊が始まってから10,20,30秒後の様子である。等高線は、 $[-1000,1000]$  galの範囲で表示している。シミュレーションの結果、断層上を破壊が進むにつれて、XおよびY方向の成分は、ともに、東の方向に波動が伝播している様子がわかる。そして、30秒後のY方向の成分は、大阪湾の堆積層の深い領域の揺れの様子も示している。このような波動の伝播は、各観測位置での伝播方向が断層との直線的な関係の他にそのラディエーションパターンにより影響を受けている。

次に図5.21には、表層厚1600mにおけるモード $m=1,3,5$ でのレイリー波の分散曲線を見かけ上の位相速度と重ねて図示している。図中のABN-dataによる $j=-10 \sim -7$ に相当する振動数においてこのレイリー波の分散曲線とよく合っており、表面波に相当する特性結果とみなせる。したがって、記録されたデータによる見かけ上のこの部分の位相速度は、表面波による特性を表していると推測される。なお、それ以外の振動数の高い領域で見かけ上の位相速度が基盤でのP波速度 $5.4\text{km/s}$ より大きくなるのは、地震波が各観測位置へ下方からほとんど同時に入射することにより位相遅れをほとんど生じないためである。



## 5. 5 結言

本研究においては、兵庫県南部地震において観測された鉛直アレーおよび水平アレーの記録を用いて、その波動特性を調べてみた。解析手法は、ウェブレット解析による波動解析であり、具体的には、ウェブレット相互相関関数およびウェブレットF-Kスペクトルによる特性抽出を行った。本解析法は、分解係数によって定まる振動数帯域ごとの波動特性の抽出であり、従来の相互相関関数やF-Kスペクトルによる解析法に対してその優位性をもった解析法としての位置づけでなく、これらの解析法の補完的な特性抽出法である。ただし、一般にウェブレット解析においては、解析されるデータの不連続の生じる時刻の抽出などに振動数の高い分解係数での有用性が示されている。一方、本研究においては、表面波と推測される抽出には、振動数の低い分解係数での有用性を示している。

本研究で得られた結果には、次のようなことが挙げられる。

- (1) 鉛直アレー記録においてウェブレット相互相関関数を検討した結果、波動は、上下方向の実体波の上昇波および下降波の存在が認められた。
- (2) 鉛直アレー記録のウェブレット相互相関関数を検討した結果、下降波の波形の乱れが認められ、液状化による非線形挙動と推察できた。液状化の深さ方向の拡がりには、振動数帯域が高いところで-32mの深さまで影響していた。
- (3) 水平アレー記録においてウェブレットF-Kスペクトルを検討した結果、振動数の低いところで表面波によると推測される波動特性が抽出された。
- (4) 水平アレー記録のウェブレットF-Kスペクトルを検討した結果、断層からの距離および断層の破壊する走向、入射角度に影響していた。

なお、ウェブレット解析に関する結果は、本地震波解析と関連して次のような特性を示している。

- (1) ウェブレット相互相関関数は、分解係数によって定まる中心振動数付近の波動同士の相関を抽出し、従来の相互相関関数では確認し難い波動の伝播特性を抽出している。
- (2) ウェブレットF-Kスペクトルは、分解係数によって定まる中心振動数付近の振動数-波数スペクトルを抽出していることになる。抽出する振動数は、連続的でないが、振動数の高い領域から低い領域までその特性を把握できる。

## 参考文献 (第5章)

- 1) 東京都："阪神・淡路大震災調査報告書"，1995.
- 2) (社)建設コンサルタント協会："阪神・淡路大震災被害調査報告書"，1995.
- 3) 神戸大学工学部建設学科土木系教室兵庫県南部地震学術調査団："神戸大学兵庫県南部地震緊急被害調査報告書(第1報)"，1995，
- 4) 日本建築学会："1995年兵庫県南部地震災害調査速報"，1995.
- 5) 土木学会："阪神・淡路大震災に関する学術講演会論文集"，1996.
- 6) 土木学会関西支部："阪神・淡路大震災調査研究委員会中間報告書講演集"，1996.
- 7) 自治省消防庁消防研究所：兵庫県南部地震に関する危険物施設の被害調査報告書，1995.
- 8) Iwata,T.,K.Hatayama,H.Kawase,K.Irikura,and K. Masunami:"Array observation of after-shocks of the 1995 Hyogo-ken Nanbu earthquake at Higashi-nada Ward,Kobe city",Journal of Natral Disaster Science,Vol.16,No.2,pp.41-48,1995.
- 9) Ide,S. ,M.Takeo, and Y.Yoshida: Source Process of the 1995 Kobe Earthquake : "Determination of Spatio-Temporal Slip Distribution by Bayesian Modeling",Bulletin of the Seismological Society of America,Vol.8,No.3,pp.547-566,1996.
- 10) 時松孝次・新井洋・酒井潤也・仲條有二："微動アレイ観測から推定した釧路気象台と釧路港湾の地震特性と地震動特性"，第9回日本地震工学シンポジウム ,pp.163-168, 1994.
- 11) 末富岩雄・松原智樹・山口勝弘・稲童丸征巳・吉田望："釧路市緑ヶ丘～三原地区における常時微動アレイ観測により求めた浅層地盤構造"，第9回日本地震工学シンポジウム， pp.151-156, 1994.
- 12) 玉井政人・堀家正則・竹内吉弘・鈴木英世・植竹富一："鉛直アレイ記録による強震時の表層地盤の非線形性の確認"，第9回日本地震工学シンポジウム， pp.229-234, 1994.
- 13) 盛川仁・亀田弘行："地震動場におけるパワースペクトルの確率論的内挿"，第9回日本地震工学シンポジウム， pp.259-264, 1994.
- 14) 岡本康・澤田勉・平尾潔・辻原治：2鉛直アレイ観測記録による地盤のS波速度とQ値の部分同定"，第9回日本地震工学シンポジウム， pp.289-294, 1994.
- 15) 安中正・都築富雄・増田民夫・嶋田昌義・岡留孝一："鉛直アレイ記録から推定した表層地盤の剛性率及び減衰定数のひずみ依存性"，第9回日本地震工学シンポジウム， pp.493-498, 1994.
- 16) 中村博一・山崎文雄："アレイ観測記録に基づく表層地盤内の水平空間変数パラメータ"，第23回地震工学研究発表会講演概要， pp.21-124, 1995.
- 17) 川上英二・西一彦・茂木秀則："アレイ観測記録を用いた最大加速度の空間分布に関する研究"，第

23回地震工学研究発表会講演概要, pp.125-128, 1995.

- 18) 泉谷恭男:"千葉アレーにおけるS波の震動卓越方向とその空間的変動", 土木学会論文集, No.531/I-32, pp.87-92, 1996.
- 19) 堀家正則: 微動の位相速度及び伝達関数の推定, 地震, 第2, 第33巻, pp.425-442, 1980.
- 20) 石川滝二・家村浩和・五十嵐晃・高橋卓也・中西伸二:"明石海峡大橋近傍におけるアレー地震観測記録のビームフォーミングに基づく地震動伝播解析と地震動波形の推定", 第23回地震工学研究発表会講演概要, pp.129-132, 1995.
- 21) 田中泰雄:"埋め立て地盤の地震時の挙動についての一考察", 建設工学研究所報告, 阪神・淡路大震災特集号, pp.19-28, 1995.
- 22) 岡二三生・八嶋厚・田口洋輔・立石章・古川浩司・福嶋研一:"鉛直アレー観測記録を用いたポートアイランドの連成3次元液状化解析", 阪神・淡路大震災に関する学術講演会論文集, 土木学会, pp.137-144, 1996.
- 23) Sugito, M., K. Sekiguchi, A. Yashima, F. Oka, Y. Taguchi, and Y. Kato: "Correction of orientation error of borehole strong motion array records during the South Hyogo Earthquake of Jan. 17", 1995, 土木学会論文集, No.531/I-34 pp.41-63, 1996.
- 24) Cubrinovski, M. and K. Ishihara: "Assessment of the Kobe Port Island Liquefaction Through Analytical Simulation of the Vertical Array Records", 阪神・淡路大震災に関する学術講演会論文集, 土木学会, pp.157-164, 1996.
- 25) 仙頭紀明・鈴木猛康:"ポートアイランドの鉛直アレー観測記録を用いた1次元有効応力解析", 阪神・淡路大震災に関する学術講演会論文集, 土木学会, pp.165-168, 1996.
- 26) 鄭京哲・大保直人:"兵庫県南部地震におけるポートアイランド地震応答の有効応力解析2, 阪神・淡路大震災に関する学術講演会論文集, 土木学会, pp.169-174, 1996.
- 27) 土岐憲三・入倉孝次郎・岩崎好規・香川敬生:"平成7年度兵庫県南部地震による関西地震観測協議会の観測記録", 第30回土質工学研究発表会, Vol, pp.97-98, 1996.
- 28) 宮脇幸治郎・土岐憲三:"ウェブレット解析による地震波動特性に関する一考察", 土木学会論文集, No.525/I-33, pp.261-274, 1995.
- 29) 香川敬生・澤田純男・岩崎好規・南荘淳:"大阪堆積盆地における深部地盤構造のモデル化", 第22回地震工学研究発表会講演概要, pp.199-202, 1993.
- 30) 松島信一・川瀬博:"兵庫県南部地震の関西地震観測協議会の阪神観測点の飽和記録の復元に関する検討", 清水建設和泉研究室, 1995.
- 31) 山下典彦・土岐憲三・澤田純男:"兵庫県南部地震の神戸本山における振り切れ記録再現に関する基礎的検討", 土木学会第50回年次学術講演会講演概要集第I部(B), I-613, 1995.

32) 前出 29).

33) 前出 25).

34) 前出 29).

35) 入倉孝次郎:"強震動生成メカニズム", 阪神・淡路大震災調査研究委員会中間報告会講演集, pp.15-22,1996.

## 第6章 ウエブレット解析による非弾性特性の同定

### 6.1 概説

構造系の運動学的挙動は、変位、速度および加速度によって定義づけられる。このことは、動的な現象において実験、あるいは、観測での測定量は、種々のその系の情報を含んでいることになる。そして、観測された物理量から対象とする系の物理量を同定するということが行われる。

この、系の同定方法には数多く提案されているが、系の仮想モデルが同定された上でパラメータ評価決定し、パラメータの領域内を検討するパラメトリック法（構成的モデル）と系のモデルについての先験的な仮定を設けずに、特性面の最適関数表現をし、関数領域を検討する非パラメトリック法（非構成的モデル）とがある。

先験的な構成的モデルと誤差を含まない場合のパラメータ同定の各方法についてHartとYao<sup>1)</sup>を中心に研究している。また、Collins,YoungとKieflingら<sup>2)</sup>は、パラメータ同定法での振動数領域と時間領域についての計算法を分類し、行っている。LiuとYao<sup>3)</sup>は、構造系の時間的に変化する場合の同定法を扱っている。さらに、土岐・佐藤<sup>4)</sup>は、不確定なランダム外力が作用している構造物の応答観測値を用いてその系の固有振動数や減衰定数を決定する方法論を考察している。このときの方法は、自己回帰移動平均（ARMA）法である。同様の手法に属するものにShinozuka,YunとImaiら<sup>5)</sup>の研究がある。すなわち、外力と応答との観測値より線形多自由度系に対するパラメータ推定がARMA過程で実施されている。さらに、拡張カルマンフィルターアルゴリズムを基本とした構造同定手法には、星谷らを中心とした文献<sup>6)~9)</sup>が数多くある。さらに、Toki,SatoとKiyonoら<sup>10)</sup>は、構造物の応答値より系の構造同定と入力地動を同定している。LouとChaung<sup>11)</sup>は、Bouc-Wenの履歴復元力モデルの系に対して、3段階の同定法を実施している。まず、第1段階では、回帰解析により等価線形系に同定し、第2段階では時間領域で最小自乗法とGauss-Newton法が用いられ、第3段階では、拡張カルマンフィルター法を用いて同定している。

先験的な構成的モデルを有しない場合の系のパラメータ同定として、MasriとCaughey<sup>12)</sup>は、非パラメトリック的な手法により非線形1自由度系のパラメータを同定し、良い結果を得ている。このときの手法はTchebycheff多項式近似でパラメータを推定している。また、多自由度系への拡張したものには、Masri,SassiとCaugheyら<sup>13)</sup>の文献がある。

一方、一般にひずみのオーダーが、0.1%以上になると材料の非線形性を考慮する必要がある<sup>14)</sup>といわれている。構造部材の非線形性は、数多くの実験により調べられ<sup>15)~17)</sup>、変位に関して履歴復元力特性を示し、構造材料により種々のモデル化がなされている。たとえば、鋼材は、比較的簡略化された双線形の履歴でモデル化<sup>18)</sup>される。しかし、RC材は、ひびわれを伴う動的解析を行う場合、一般に複雑な履歴経路を説明するモデル化が提案されている<sup>19)~21)</sup>。なお、構造物の耐震的検討には、構造材料の履歴復

元力特性ばかりでなく構造物と地盤との履歴復元力の特性についても数多く調べられている<sup>22)</sup>。そして、提案されたモデルにより、動的解析による評価量の結果が大きく変わるので、適切なモデル化が要求される。

次にウェレット解析は、すでいくつかまとまった文献<sup>23),24),25)</sup>として著され、体系化されてきている。ウェレット解析による最近の応用例については、伊藤・杵築・北川・堀畑・石光<sup>26)</sup>による信号解析、鄭・相澤・斉藤・鳥羽<sup>27)</sup>による信号処理、桧山・花田・今井<sup>28)</sup>によるデータの圧縮などのデータ処理への応用がある。さらに、佐々木・前田<sup>29)</sup>、佐々木・山田<sup>30)</sup>による方程式の数値解法への適用、曾根・山本・増田・中岡・芦野<sup>31),32)</sup>らによる強震動記録を含めた波動への解析例がある。

ところで、ウェレット解析における多次元への拡張の最も簡単なものとして2次元ウェレット変換がある。Mallat<sup>33)</sup>は、画像をこの2次元ウェレット変換し、その基礎的な表現法について述べている。ウェレット変換の多次元への拡張は、ここに述べられている議論により容易に行える。

以上のような系の同定ならびにウェレット解析による手法を基に、本研究では、履歴復元力特性をもつ系の動特性ならびに評価法を試みた。

まず、1質点系でモデル化される地盤上の構造物が地動を受けた場合、構造物に作用する単位質量当たりの慣性力は、変位および速度による非パラメトリックの特性面で表示される。この非パラメトリック特性面は、系が非線形応答することにより変形し、ひずむことになる。一方、ウェレット変換でのデータ処理は、分解係数の小さいところでデータの不連続性を顕在化して表現できる。したがって、本研究では、この特性を用いてひずんだ非パラメトリック特性面を2次元のウェレット変換(2DWT)により調べた。すなわち、非パラメトリック面の特性は、視覚的に把握するため4種類の2次元ウェレット係数の表示をし、履歴復元力モデルの特徴をパターン化して示された。

次に、等価な固有周期ならびに減衰定数は、構造物の動特性を支配する量として特性面より評価した。この場合、同定された量は、初期剛性による固有周期と明確な相関関係が認められなかった。さらに、応答スペクトルは、地震波による構造物への影響を評価するが、履歴復元力特性をもつ系の応答スペクトルは、その復元力モデルにより大きく変化する。

そこで、著者は、このような履歴復元力特性をもつ系の応答量を評価するために、初期剛性をもった線形系における慣性力項、減衰力項、復元力項および入力項を評価する要因として採用した。すなわち、本研究は、応答加速度あるいは入力加速度のパワー(分散)が一定という条件において応答量を極値化して評価し、これを等応答スペクトルとして取り扱った。ここで、評価式の誘導は、変量をウェレット分解し、このときのウェレット係数を変化させることにより行われた。

最後に、等応答スペクトルは、若干の地震データに対して、履歴復元力系の応答スペクトルと比較することにより考察された。

## 6. 2 動的力学系に対する非パラメトリック特性面

### 6. 2. 1 非パラメトリック面表示

いま、地動変位を受ける1自由度非線形系の運動方程式は、応答変位を  $x$ 、応答速度を  $y$  と表すと、

$$f(x,y) = -(\ddot{x} + \ddot{z}) = 2\beta\omega_0 y + \tilde{F}(x) \quad (6.1)$$

ここに、 $\tilde{F}(x)$  : 復元力特性を表す関数

$\omega_0$  : 構造系の初期剛性による固有円振動数

$\beta$  : 減衰定数

$\ddot{z}$  : 地動加速度

と表現できる。構造系に作用する単位質量あたりの慣性力  $f(x,y)$  は、速度と変位とによって与えられ、速度  $y$  に関しては線形（一般的には非線形も可）と仮定し、復元力特性に対しては、変位  $x$  によってモデル化されるとする。このような部材構造系は、慣性力、変位、速度の3成分によりその動的な挙動を非パラメトリック的に表現できる。すなわち、これらの成分が時刻歴データとして何らかの方法で観測されるならば、この系の構造特性が同定できる。

### 6. 2. 2 2次元ウエブレット変換表示

いま、一次元に対するマザーウエブレット  $\psi$  から生成される基底  $\psi_{j,k}$  ( $j$  は固定,  $k \in \mathbb{Z}$ ) の線形結合の関数全体を  $W_j$  とし、さらにこの  $W_j$  の関数の和の

$$V_j = \bigoplus_{i=1}^{j-1} W_i$$

を用いて、

$$V_{j+1} = V_j \oplus W_j$$

が定義されているとする。ここに  $V_j \subset V_{j+1}$  の関係を持っており、これらの関数は、多重解像度関数を意味している。このとき、2次元として、 $x$ 、 $y$  成分とすると、

$$V_{j+1}^x = V_j^x \oplus W_j^x$$

$$V_{j+1}^y = V_j^y \oplus W_j^y$$

と表示できる。この関数  $V_{j+1}^x$  と  $V_{j+1}^y$  との積は、

$$\begin{aligned} V_{j+1}^x \otimes V_{j+1}^y &= (V_j^x \oplus W_j^x) \otimes (V_j^y \oplus W_j^y) \\ &= (V_j^x \otimes V_j^y) \oplus (V_j^x \otimes W_j^y) \oplus (W_j^x \otimes V_j^y) \oplus (W_j^x \otimes W_j^y) \end{aligned} \quad (6.2)$$

と定義できる。式 (6.2) の右辺第1項は、2次元のファザーウエブレット関数を意味し、第2～4項は、2次元のマザーウエブレット関数を意味する。式 (6.2) により、1次元のファザーウエブレット  $\phi$

およびマザーウェレット $\psi$ 関数を用いて2次元基底が、積の形で定義できる。

非パラメトリック面によって表示された慣性力は、変位と速度によって与えられている。したがって、慣性力は、変位と速度の2成分による2次元ウェレット変換でその特性を抽出することができる。なお、ここで取り扱う2次元ウェレット変換は、有限離散な変換を対象にして扱う。そして、2次元の場合には、広い意味でウェレット関数は、式(6.2)のように形式上4種類から構成される。すなわち、1次元ウェレット変換におけるマザーウェレット関数とファーザウエレット関数の組み合わせにより、

$$f(x, y) = \sum_j \left\{ \sum_{pq} \sum_m \sum_n D_j^{[pq]} \Psi_j^{[pq]}(x - 2^{-j}m, y - 2^{-j}n) \right\} \quad (6.3)$$

と表示できる。ここに、右辺のウェレット係数の上添字 $[pq]$ は、ファーザウエレット関数によるものをA、マザーウェレット関数によるものをDという記号で表すと次式のようにになっている。

$$D_j^{[AA]} f = \langle f(u, v), \phi_j(u - 2^{-j}m) \phi_j(v - 2^{-j}n) \rangle \quad (6.4)$$

$$D_j^{[AD]} f = \langle f(u, v), \phi_j(u - 2^{-j}m) \psi_j(v - 2^{-j}n) \rangle \quad (6.5)$$

$$D_j^{[DA]} f = \langle f(u, v), \psi_j(u - 2^{-j}m) \phi_j(v - 2^{-j}n) \rangle \quad (6.6)$$

$$D_j^{[DD]} f = \langle f(u, v), \psi_j(u - 2^{-j}m) \psi_j(v - 2^{-j}n) \rangle \quad (6.7)$$

ここに、 $\langle \quad \rangle$ は内積(合積)を意味する。上式の意味は、式(6.4)がx, y両成分ともローパスフィルターを掛けた場合の係数を与える。さらに、式(6.5)が、x成分はローパスフィルターを、y成分はバンドパスフィルターを掛けた場合の係数を与え、式(6.6)が、逆にx成分はバンドパスフィルターを、y成分はローパスフィルターを掛けた場合の係数を与える。最後の式(6.7)が、x, y両成分ともバンドパスフィルターを掛けた場合の係数を与える。さらに、ここで用いている関数 $\phi_j, \psi_j$ は、それぞれ関数 $\phi$ と $\psi$ によって定義される2進表示による離散的な直交関数である。したがって、式(6.4)~(6.7)のフーリエ変換したものはそれぞれの係数の2次元のスペクトルを与えられる。これらは、各記号の上に $\wedge$ を付けることによって示すことにする。以上のように非パラメトリック面が表示されることにより、非線形の構造系の動特性はウェレット係数 $D_j^{[pq]} f$ 、あるいは、ウェレットフーリエスペクトル $D_j^{[pq]} f$ によって把握できることになる。

### 6. 2. 3 エネルギー表示

全エネルギーは、時刻 $t$ において運動エネルギーとひずみエネルギーの和を継続時間で累積したものが一般的である。一方、非パラメトリック面は、時刻歴応答の経路がこの面上を移動して形成された面であるが、変位および速度のそれぞれの最大・最小での値が同時に生じる値も含めて表現されている。このような特性を考慮して、ウェレットフーリエスペクトルは、次式のように分解係数 $j$ ごとに無次元化された成分のひずみ振動数領域でのエネルギーを示している。ここでは、非パラメトリック面の変



形ひずみを対象としたスペクトルを意味しているのでひずみ「振動数」と呼び、時間変動量に対する振動数とは異なる。すなわち、ウエブレットフーリエスペクトルによる  $j$  ごとのエネルギーは、

$$E_j = \iint_D D_j^{(i,j)} f dudv \quad (6.8)$$

ここに、 $D$ :  $0 \leq u \leq u_N$   
 $0 \leq v \leq v_N$

と定義する。添字  $N$  は、Nyquist 振動数を意味する。以上、式(6.8)は、運動している系の構造特性を反映した量を表している。

#### 6. 2. 4 等価固有振動数および等価減衰定数

Masri-Caughey は、この特性曲面を表示するために Tchebycheff 多項式表示を提案した<sup>34)</sup>。すなわち、この曲面の特性を与える関数として、

$$f(x, y) = \sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^n C_{ij} T_i(x) T_j(y) \quad (6.9)$$

ここに、 $T_i(\xi)$ : Tchebycheff 多項式

$$C_{ij} = \begin{cases} \left(\frac{2}{\pi}\right)^2 v & i, j \neq 0 \\ \left(\frac{2}{\pi^2}\right) v & i \text{ or } j = 0 \\ \left(\frac{1}{\pi^2}\right) v & i = j = 0 \end{cases} \quad (6.10)$$

$$v = \iint_{-1,1}^{-1,1} f(x, y) T_i(x) T_j(y) w(x) w(y) dx dy \quad (6.11)$$

$$w(\xi) = \frac{1}{\sqrt{1 - \xi^2}} \quad (6.12)$$

式(6.9)によって表現された慣性力  $f(x, y)$  は、 $x$  と  $y$  方向に Tchebycheff 多項式関数の直交展開となっている。さらに、ここでの式の表現は、 $x$  と  $y$  のデータを最大値で基準化して  $[-1, 1]$  領域の表現に変換され、これを展開表示する際、重み関数  $w(\xi)$  を乗じることにより対象とする領域で等誤差の近似となっている。また、Tchebycheff 多項式関数の各展開次数より、このときの係数  $C_{10}$  が等価な固有円振動数、 $C_{01}$  が等価な減衰定数に比例した量を与えている。ただし、第 1 添字は、 $x$  方向の次数、第 2 添字は、 $y$  方向の次数を意味している。

なお、式(6.1)で表現された曲面は、平面で近似することによって、次式のような形で表現される。

$$f(x, y) = ax + by \quad (6.13)$$

このとき、この系の等価固有円振動数 $\omega_{eq} = \sqrt{a}$ 、等価減衰定数 $\beta_{eq} = b/2\sqrt{a}$ という関係になっている。ここで、式(6.1)によって表現される非パラメトリック特性面は、構造系が線形なら速度・変位面上に広がる平面を形成し、非線形性なら平面が変形し、ひずんだ曲面を形成することになる。したがって、構造系の非線形性を非パラメトリック面で評価する場合、非パラメトリック面の平面からのひずみ量に相当する量で評価すればよい。

ただし、2次元のウェブレット展開表示の場合、直交基底を形成しているウェブレット関数とスケール関数の特性より、データの抽出特性が、異なる。本研究においては、非パラメトリック面に現れる非線形応答特性の違いの抽出を主眼において評価するので、等価な固有円振動数を評価する場合は、曲面の変位方向のひずみをより顕在化させるウェブレット関数による展開で、逆に、曲面の速度方向のひずみをスケール関数による展開で評価する。一方、等価な減衰定数を評価する場合は、曲面の速度方向のひずみをウェブレット関数により展開した値で評価することを考える。

非パラメトリック面を有限離散の2次元ウェブレット変換処理された場合、等価な剛性(固有振動数)および減衰定数の特性は $D_j^{DA}f$ 、 $D_j^{AD}f$ に対してそれぞれ速度、変位が0に対する特性より評価できる。いま、線形系の関数なら、式(6.13)であるので、速度、あるいは、変位が0における境界でのウェブレット係数は、次式のように評価される。

$$\begin{aligned} D_j^{DA}f &= \langle au + bv, \psi_j(u - 2^{-j}m)\phi_j(v - 2^{-j}n) \rangle \\ &= 2^{j/2} a \langle u, \psi_j(u - 2^{-j}m) \rangle \\ &\equiv 2^{j/2} a U_m \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D_j^{AD}f &= \langle au + bv, \phi_j(u - 2^{-j}m)\psi_j(v - 2^{-j}n) \rangle \\ &= 2^{j/2} b \langle v, \psi_j(v - 2^{-j}n) \rangle \\ &\equiv 2^{j/2} b V_n \end{aligned}$$

一方、非線形系に対する関数形を $\tilde{f}(x, y)$ とおくと、同様の次のような表現ができる。

$$\begin{aligned} D_j^{DA}\tilde{f} &= \langle \tilde{f}(u, 0), \psi_j(u - 2^{-j}m)\phi_j(v - 2^{-j}n) \rangle \\ &= 2^{j/2} \langle \tilde{f}(u, 0), \psi_j(u - 2^{-j}m) \rangle \\ &\equiv 2^{j/2} \tilde{U}_m \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D_j^{AD}\tilde{f} &= \langle \tilde{f}(0, v), \psi_j(u - 2^{-j}m)\phi_j(v - 2^{-j}n) \rangle \\ &= 2^{j/2} \langle \tilde{f}(0, v), \psi_j(v - 2^{-j}n) \rangle \\ &\equiv 2^{j/2} \tilde{V}_n \end{aligned}$$

上述の記号を用いると、等価固有振動数および等価減衰定数は、次式のように評価できる。

$$\left(\frac{\omega_{eq}}{\omega_0}\right)^2 = \frac{D_j^{DA} \tilde{f}}{D_j^{DA} f} = \left[ \frac{\tilde{U}_m}{aU_m} \right]_{m=m_{max}} \quad (6.14)$$

および、

$$\frac{\beta_{eq}}{\beta_0} = \left( \frac{D_j^{AD} \tilde{f}}{D_j^{AD} f} \right) / \left( \frac{\omega_{eq}}{\omega_0} \right) = \left[ \frac{\tilde{V}_n}{bV_n} \right]_{n=n_{max}} / \left( \frac{\omega_{eq}}{\omega_0} \right) \quad (6.15)$$

[ ]外の添字m, nは、それぞれ変位、速度を意味し、それぞれの最大での値である。すなわち、式(6.14)および(6.15)は、非パラメトリック面の境界点での評価となっている。

### 6. 2. 5 等応答スペクトル

一般に加速度に関する地震応答スペクトルは、式(6.1)における応答において、

$$S_a(T_0, \beta_0) = \max_t |\ddot{x} + \ddot{z}| \quad (6.16)$$

と定義されている。ここに、 $T_0$ は、系の固有周期である。そこで、本研究においては、PhilippacopoulosとWang<sup>35)</sup>による評価と同じように、非線形系の応答スペクトルを以下の手順にしたがって算定する。

まず、式(6.1)の非線形系は、式(6.14)、(6.15)のように非パラメトリック面の2次元ウエブレット変換により、等価な固有円振動数および減衰定数が求められる。ところが特性面の等価なこれらの評価量は、系の初期剛性と一定の相関を一般に示さない。そこで式(6.1)の非線形系を次の固有円振動数（初期剛性により定義されたもの）の線形系との関係において考える。

$$\ddot{\tilde{x}} + 2\beta_0\omega_0\dot{\tilde{x}} + \omega_0^2\tilde{x} = -\ddot{z} \quad (6.17)$$

いま、式(6.1)の復元力項の $\tilde{F}(x)$ が降伏点を越えた領域で塑性の強い特性を持った履歴を扱う場合、慣性力項が一定レベルに押さえられる傾向を持つのでその影響量を次のように評価してみる。

いま、式(6.17)の単位質量当たりの慣性力は、ウエブレット分解により次式のように表示される。

$$\alpha(t) \equiv \ddot{\tilde{x}}(t) + \ddot{z}(t) = \sum_j \sum_m D_{jm} \psi_{jm}(t) \quad (6.18)$$

そうすると、このパワー（分散）に相当する量を算定すると次式のようになる。

$$\begin{aligned} \int \alpha^2(t) dt &= \sum_j \sum_m D_{jm}^2 \\ &\equiv \sum_j I_j^2 \end{aligned} \quad (6.19)$$

また、

$$\ddot{z}(t) = \sum_j \sum_m D_{jm} \theta_{jm}(t) \quad (6.20)$$

とおくと、式 (6.17) より、

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= \alpha(t) - \ddot{z} \\ &= \sum_j \sum_m D_{jm} (\psi_{jm} - \theta_{jm}) \end{aligned} \quad (6.21)$$

となる。

式 (6.17) に式 (6.18), (6.20), (6.21) の関係を用い、両辺にフーリエ変換を施せば、

$$\theta_{jm} = \frac{\{\omega_0^4 - (1 - 4\beta_0^2)\omega_0^2\omega^2\} - i2\beta_0\omega_0\omega^3}{\omega_0^4 + 4\beta_0^2\omega_0^2\omega^2} \Psi_{jm} \quad (6.22)$$

ここに、

$$\Psi_{jm}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega t} \psi_{jm}(t) dt \quad (6.23)$$

と表現できる。

次に応答加速度  $\alpha(t)$  のパワーを一定にして、入力加速度が最大になるように特性面を変動させるには、次式の  $D_{jm}$  を解けばよい。

$$\max_{D_{jm}} \left| \sum_j \sum_m D_{jm} \theta_{jm} \right|; \quad \sum_j \sum_m D_{jm}^2 \leq \sum_j I_j^2 \quad (6.24)$$

すなわち、

$$\frac{\partial}{\partial D_{jm}} \left( \sum_j \sum_m D_{jm} \theta_{jm} - \lambda \sum_j \sum_m D_{jm}^2 \right) = 0 \quad (6.25)$$

ここに、 $\lambda$  は Lagrange の乗数

を算定すると次式のようにになる。

$$D_{jm} = -I_j \frac{\theta_{jm}}{\sqrt{\sum_m \theta_{jm}^2}} \quad (6.26)$$

したがって、分解係数  $j$  において応答加速度のパワーが等しいという意味においての等応答スペクトルは、次式のように定義できる。

$$\begin{aligned} S_a(T_0, \beta_0) &= \max_t |\alpha(t)| \\ &= \max_t \left| \sum_j I_j \sum_m \frac{\theta_{jm} \psi_{jm}}{\sqrt{\sum_m \theta_{jm}^2}} \right| \end{aligned} \quad (6.27)$$

ここに、

$$\theta_{jm}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Theta_{jm}(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (6.28)$$

同様の手順により、入力加速度のパワーが一定という意味での等応答スペクトルは、

$$S_a(T_0, \beta_0) = \max_t \left| \sum_j \tilde{I}_j \sqrt{\sum_m \tilde{\theta}_{jm}^2} \right| \quad (6.29)$$

ここに、

$$\tilde{\theta}_{jm} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{\Theta}_{jm}(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (6.30)$$

$$\tilde{\Theta}_{jm} = \frac{\{\omega_0^4 - (1 - 4\beta_0^2)\omega_0^2\omega^2\} + i2\beta_0\omega_0\omega^3}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta_0^2\omega_0^2\omega^2} \Psi_{jm} \quad (6.31)$$

$$\sum_j \tilde{I}_j^2 = \int \ddot{z}^2(t) dt \quad (6.32)$$

となる。

以上のような基礎式の誘導において式(6.27)は、 $S_a$ が絶対応答加速度のウェブレット分解されたパワーと線形系の応答倍率とに分離して評価できることを示している。ただし、ここでの線形系の応答倍率は、式(6.21)からわかるようにウェブレット関数から定義される基底のフーリエ変換された $\Psi_{jm}$ を含めて表現されている。さらに、式の誘導過程からわかるように、式(6.19)で示される分解係数ごとの応答のパワーが、同じ応答であっても、その応答スペクトルが極値化することによって式(6.27)のように表現されている。換言すると、応答のパワーが同じであっても系の剛性と減衰の違いにより、応答の最大値がウェブレット係数を変動させて極大の状態または極小の状態となる。すなわち、この $S_a$ は、分解係数ごとの慣性力（単位質量当たり）のパワーを一定として、特性面の極値により評価した量を意味する。

なお、式(6.29)は、入力加速度のパワーを分解係数ごと同じにして、その応答が極値をとるように評価されている。

上述の誘導は、線形系での議論であるので、非線形系への評価には、直接適用できない。履歴系の応答については、入力の違いによって剛性劣化や履歴減衰の効果が異なり、さらに、その系の履歴復元力モデルの違いによってもこれらの効果が大きく異なってくる。ところで、これらの非線形系での慣性力項および入力項のパワーは、線形系の場合においても同じであるので、非線形の効果は、剛性劣化および履歴減衰の項となる。そこで、著者らは、非線形性の応答特性を応答スペクトルで評価する場合、ここで定義した線形系での等応答スペクトルを評価量として採用してみる。なお、ここでの評価量とは、線形系で非線形系の応答スペクトルの変動する部分を押さえる量という意味である。この場合、どの程度の非線形性ま

で評価できるかが問題となる。ここで、構造部材が完全に破壊に至っていない程度の非線形性を対象にして議論しても、工学的には、意義があると考え。たとえば、塑性率が10以下であり、耐力劣化後の勾配が大きく負とならないような履歴復元力特性をもつ系に対しては、これらの一定パワー内の極値で評価する。

### 6. 3 履歴復元力系の地震応答

#### 6. 3. 1 検討する対象構造物

いま、対象構造物として図6.1(a)に示すような単柱式のRCおよび鋼製のT形橋脚である場合、橋脚は、横ばり、柱およびフーチングの各部から成り立っている。しかし、解析の際に計算を簡単にするためにT形橋脚は、図6.1(b)に示すように基礎(フーチング)のロッキングの影響を考慮しない躯体モデルとし、さらに動的な弾塑性解析に用いるために図6.1(c)のように、橋脚の部分をばねと考え、橋脚の天端部分に質量を集中させた1自由度系にモデル化する。

運動方程式は、一般に慣性力、減衰力、復元力および外力の各項で表示でき、本モデルは、次のように考える。外力は地動外乱により生じ、復元力は、入力の大きさが大きくなると非線形振動を呈するモデルで表示する。このとき運動方程式は、すでに示した式(6.1)のようになる。この式を変形すれば、一般の次式のようになる。

$$\ddot{x} + 2\beta\omega_0\dot{x} + \omega_0^2 F(x) = -\ddot{z} \quad (6.33)$$

復元力特性 $F(x)$ は、復元力を無次元化し、変位 $x$ の関数としている。

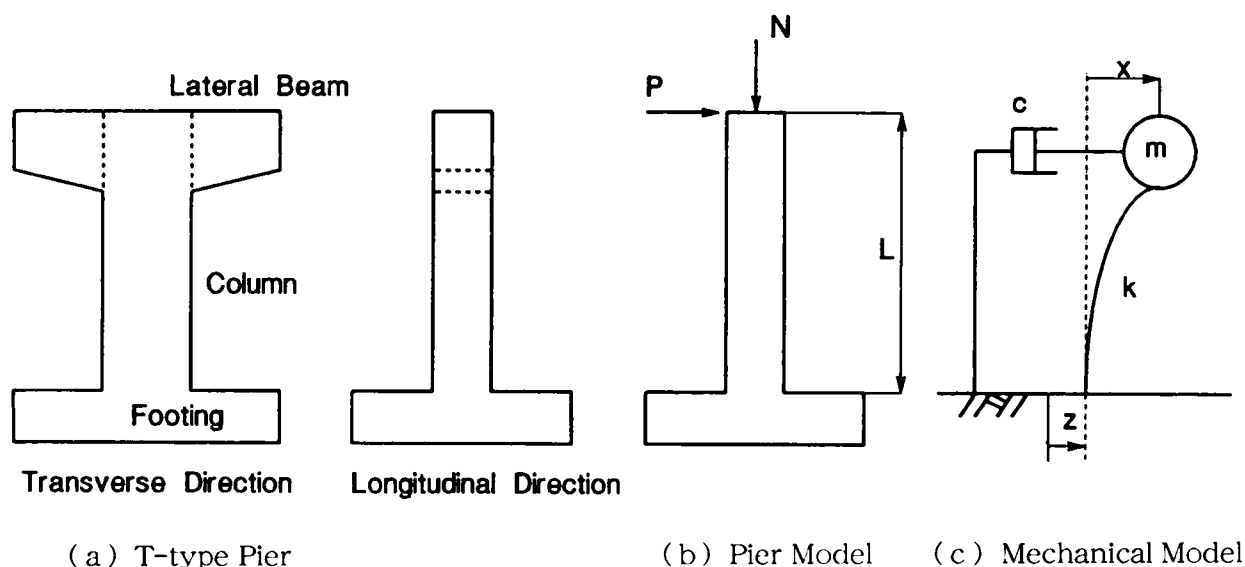


図6.1 橋脚基礎のモデル

ところで、単一柱式鉄筋コンクリート橋脚のような構造物の場合、復元力特性が、応答を直接規定するので、耐震設計上これらの評価が極めて重要な値である。すなわち、構造系のうちその部材特性の非線形性による応答特性を検討するには、この復元力特性 $F(x)$ をモデル化すればよい。

ただし、このような履歴復元力による応答値をデータ量として与えるため、本研究においては、応答計算を行っている。

### 6. 3. 2 履歴復元力特性のモデル化

時刻歴応答解析を行う場合、復元力-変位曲線の復元力モデルが用いられる。 $x$ を変位、 $\phi(x)$ を復元力とすれば、復元力モデルは、図6. 2に示すようなモデルを用いて、応答の数値シミュレーションを行う。RC材でこれらの復元力のモデル化は、コンクリート強度、鉄筋比等の材料特性による表現が工学的に重要であるが、現在のところ動的検討のための定式化がないので次のようにする。復元力モデルは、応答解析をする対象物によって与えられるが、ここでは基本的な量を与える線形型モデル(LS)、鋼材の部材特性を与える双線形型モデル(BL)、RC部材の特性を与える原点復帰型(OBL)、剛性劣化型(DB)、修正剛性劣化型(MDB)、耐力劣化型モデル(SDB)を用いる。後の3モデルは、RC構造での載荷を次のように説明するモデルである。荷重が徐荷された後にひびわれが残る。再び荷重が反転してひびわれを生じた側が圧縮される場合、変形が小さい間、ひびわれが閉じず、圧縮力は圧縮鉄筋のみで受け持たれる。この間の剛性は小さく、変形が増大する(ピンチ効果)ような復元力関係を表現している。さらに塑性変形が大きくなるほど徐荷時の剛性が低下する現象を考慮したり、ある変位で最大耐力に達すると、その後変位が大きくなるにしたがい耐荷力が徐々に低下する現象を考慮したりしている。

計算アルゴリズムは、耐力劣化型復元力特性なら、応答が最大耐力時の変位 $x_d$ を超える(耐力低下領域)と、スケルトン曲線の形状が異なり、勾配 $\alpha_d$ は(-)となる。さらに、 $x_y$ は降伏変位、 $x_p$ は塑性変位( $x=0$ のときの変位)、 $x_{pp}$ は正方向の最大塑性変位、 $x_{pn}$ は負方向の最大塑性変位、 $\alpha$ は降伏比などの時点において時々刻々判定していく。すなわち、運動方程式(6.33)を4次のRunge-Kutta法により時々刻々直接数値計算して求める。入力地震波の時間刻みは、一定に与えられているが、応答計算における剛性の変化点あるいは速度の反転点などの各モデルの特異点近傍の収束計算は、時間刻みを入力波の時間刻みの1/10に採り、最大収束繰り返し回数を200回で打ち切るようにして求めている。

## 6. 4 同定のアルゴリズム

### 6. 4. 1 非パラメトリック面処理

まず変位・速度の時刻歴データは、全データの継続時間中最大および最小値を用いて、次のように基準化した量に変換する。

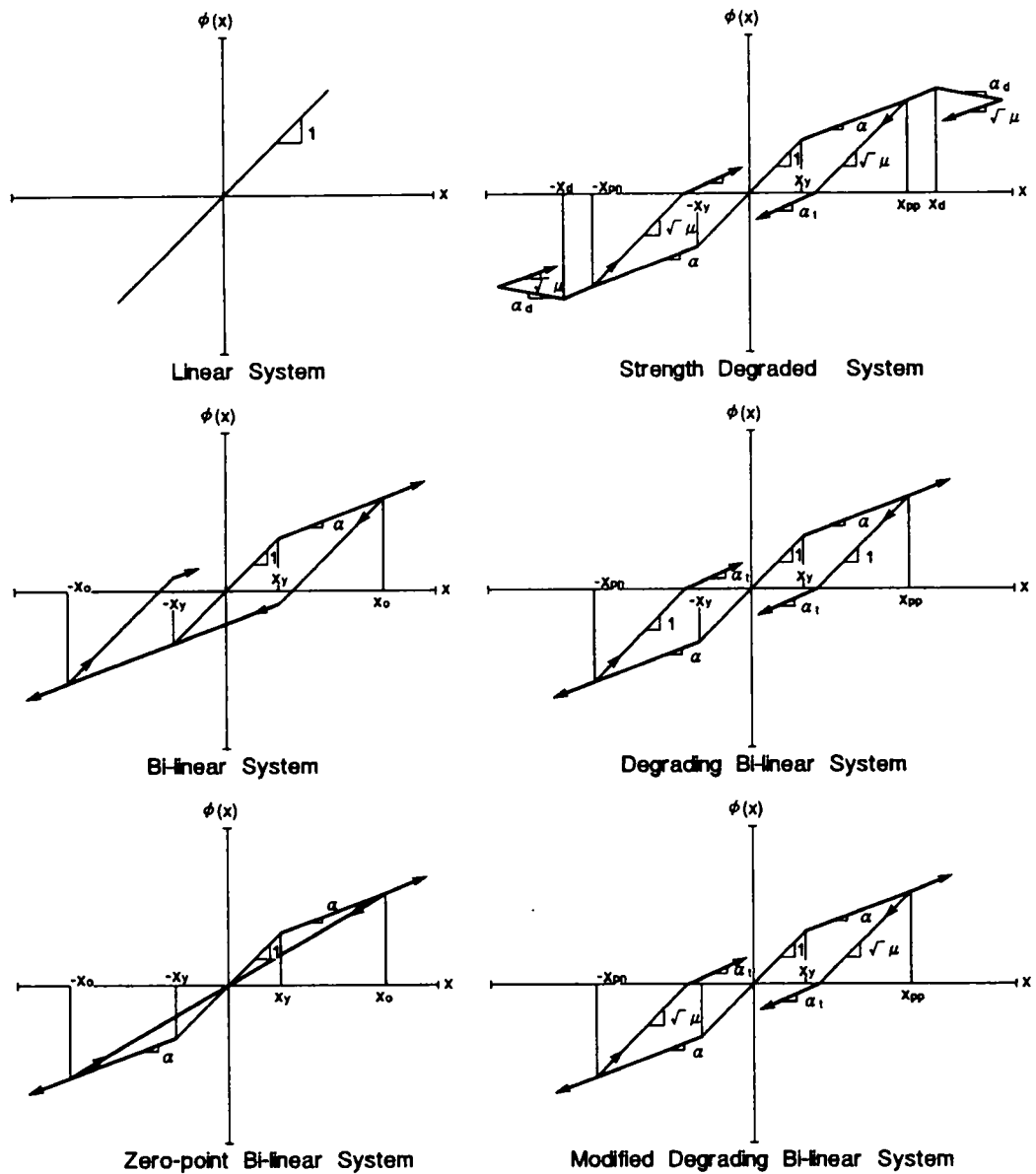


図 6. 2 履歴復元力モデル

$$\left. \begin{aligned} x_i &= \frac{x'_i - (x'_{\max} + x'_{\min})/2}{(x'_{\max} - x'_{\min})/2} \\ y_i &= \frac{y'_i - (y'_{\max} + y'_{\min})/2}{(y'_{\max} - y'_{\min})/2} \end{aligned} \right\} \quad (i = 1, \dots, N) \quad (6.34)$$

このように基準化すると  $x, y$  の域値は,  $[-1, +1]$  の範囲で表せる. 次に単位質量あたりの慣性力を変位, 速度による曲面で表示させるためには, 等間隔の網目状の節点に対する値に変換する. ここでは, 網目の 4 節点で構成される部分の曲面は, 最小自乗法で平面として値を決定する. また, 系の応答は, 平均



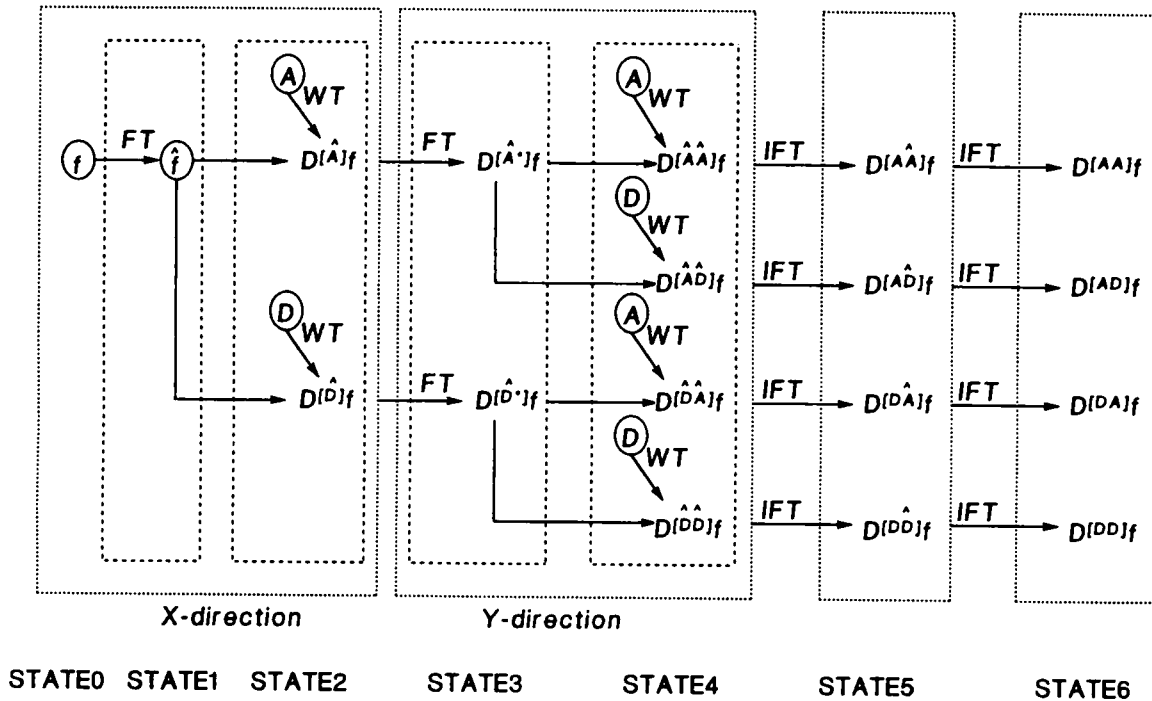


図 6. 3 2次元ウェレット変換のフローチャート

値近傍から曲面の形状を螺旋状に決めるアルゴリズムを作成する。さらに、初期値は、系の平均軸からシフトした状態で応答していることを考慮して処理する。

なお、網目の数は、x、yの両方向とも同数で、しかも、2のべき乗の個数に分割している。これは、非パラメトリック面の特性把握のため離散有限ウェレット変換の方法を用いるためである。

#### 6. 4. 2 2次元ウェレット変換の処理

2次元ウェレット変換関数は、式(6.3)における、 $D_j^{pq}f$ の係数を直接計算する方法を用いず、式(6.3)の2次元フーリエ変換された量に対して演算する方法を用いて求める。すなわち、式(6.4)~(6.7)のウェレット係数は、分解係数ごとに再帰的に図6.3に示す流れ図にしたがって求める。なお、図中、WT: Wavelet Transform, FT:Fourier Transform, IFT:Inverse Fourier Transformを意味している。

まず、STATE0は、与えられた2次元関数データである。STATE1は、これをy方向一定の状態でのx方向のフーリエ変換した状態であり、さらに同じ方向にウェレット変換を施した状態がSTATE2である。次に、X方向一定の状態でy方向にフーリエ変換した(STATE3)後、ウェレット変換を施した状態がSTATE4であり、この値がウェレットフーリエスペクトルを与える。以上の結果をY方向(STATE5)、X方向(STATE6)へとフーリエ逆変換を施すことにより2次元ウェレット係数が求められる。なお、分解係数jに対する演算方法は、1次元の場合と同様の処理<sup>36)</sup>を施すが、2次元の演算の場合、直交関係により対角ブロックに相当する項のみの演算すればよい。

STATE4の結果は、 $x$   $y$  面での分割数については変換された $XY$ 面での値が求められる。そして、独立した結果は、 $XY$ 面の $1/4$ の部分の値であり、他の部分は対称関係より与えられる。本研究での表示は、 $x$   $y$  方向のデータを $[-1,+1]$ に対応した表現とし、フーリエ変換面での値を $[-f_N,+f_N]$ (ここに $f_N$ : Nyquist 振動数)で表示する。

### 6. 4. 3 等応答スペクトル計算

等応答スペクトルの計算アルゴリズムは、最初にウェブレット変換における分解係数  $j$  ごとの一定条件にするパワーおよびウェブレット関数を含んだ応答倍率の量をフーリエ変換する。そして、求めようとする諸量は、フーリエ逆変換により算定している。

## 6. 5 構造特性の同定とスペクトル解析

### 6. 5. 1 設定諸元

本研究では、時刻歴応答解析の地震動は、表 6. 1 に示す地震記録を用いる。なお、ウェブレットの特性面を調べる場合には、1968年の十勝沖地震 (M7.9) の室蘭の記録 A0010 (第2種地盤上の最大加速度 245.136Gal, 時間刻 0.02 秒) を主に用いた。入力レベルごとの応答特性を検討する場合は、0.25 ~ 3.0 倍(0.25 刻み)して用い、標準値としては、 $\zeta = 2.0$  を用いた。ここに、 $\zeta$  は、記録された波形の最大値を基準にし、その比率で定義している。一方、履歴復元力モデルは、図 6. 2 に示すようなものを用いている。そして、その構造特性のパラメータは、次のような値を用いた。まず、微小変形振動時の固有周期  $T_0$  は、一般の RC および鋼橋脚の固有周期が 1 秒前後であるので標準値として  $T_0 = 1$  秒とし、固有周期の応答特性の検討には、0.1 ~ 5.0 秒を用いた。また、微小変形時の減衰定数  $\beta$  は、一般に鋼構造の上部構造で 0.02 ~ 0.03、下部構造では 0.03 ~ 0.05 であり、RC 構造の上部構造で 0.03 ~ 0.05、下部構造では 0.05 ~ 0.1 である。したがって、減衰による応答特性を検討する場合は、0.02 ~ 0.2 の値を用い、標準値としては、 $\beta = 0.05$  を用いた。

次に降伏比  $\alpha$  は、各モデルとも RC 部材の荷重-変形曲線を参考にして 0.024 または 0.048 と

表 6. 1 数値計算に用いた地震記録

Member name	Earthquake	Magnitude	Max.Acc. (cms/s <sup>2</sup> )
ELC-NS	1940ImperialValley	7.1	341
TFT-EW	1952KernKounty	7.7	176
HCH-EW	1968Tokachi-oki	8.0	180
A0010		8.0	245
A0012		8.0	192
A0015		8.0	160
A0022	1968Tokachi-oki after shock	7.4	99
A0030		5.1	61
A0006	1969Hyuganada	7.5	104
COR-NS	1989LomaPrieta	7.1	617
KSR-EW	1993Kushiro-oki	7.8	922
TRZ-EW	1994Northridge	6.7	1745
KBU-EW	1995Hyogoken-nanbu	7.2	305
KSH-EW		7.2	818

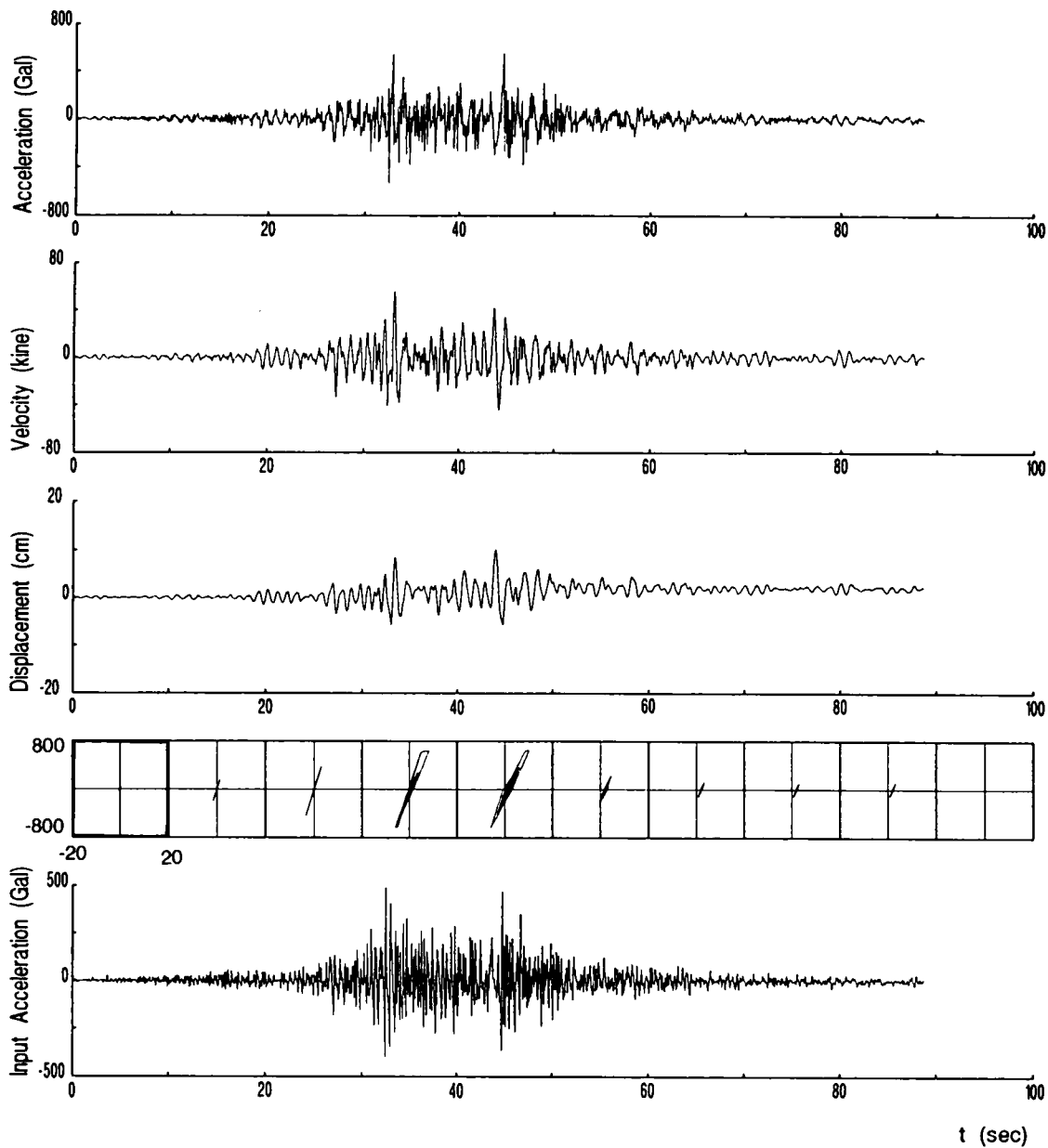


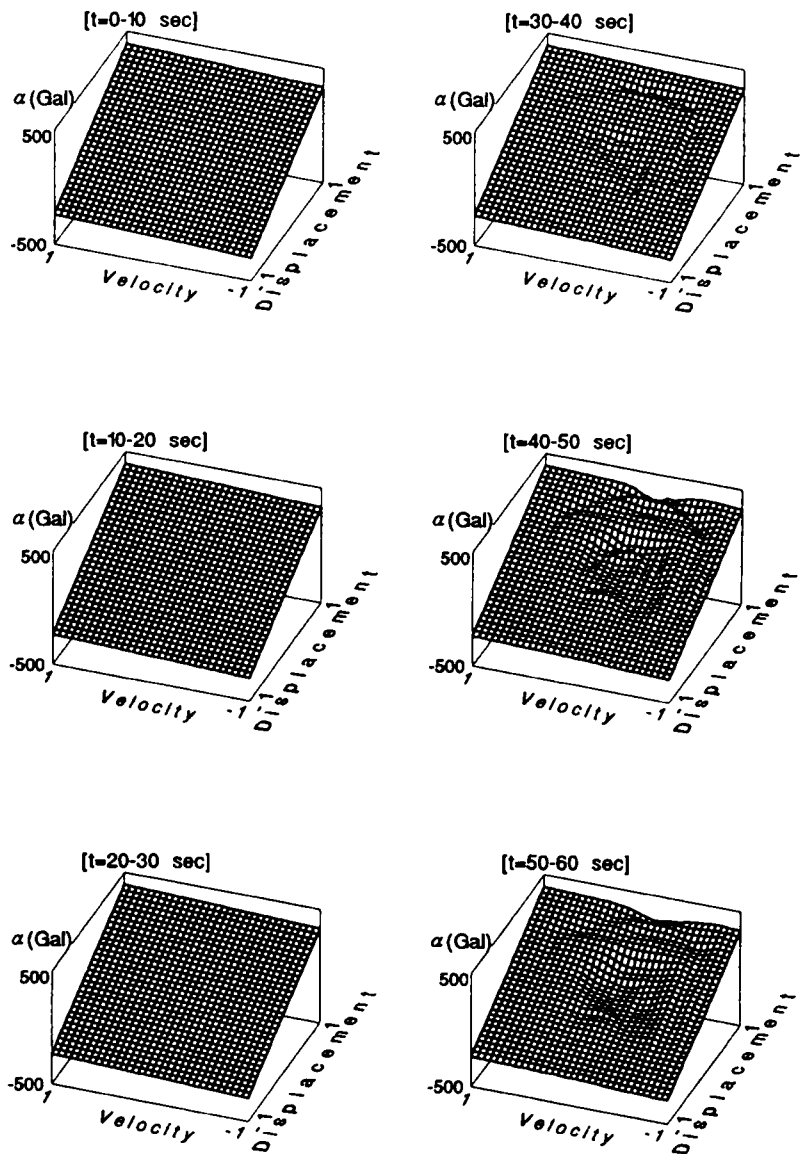
図 6. 4 時刻歴応答と復元力特性

定めた。降伏変位  $x_y$  は、入力外乱の大きさと応答の塑性率との関係を考えて 5 cm とした。さらに、耐力劣化型モデルの最大耐力時の変位  $x_d$  は、降伏時の 2 倍の値とし、耐力劣化後降伏比  $\alpha_d = -0.024$  を用いた。

### 6. 5. 2 非パラメトリック面の特徴

まず、与えられた履歴復元力モデルに対して時刻歴応答が、図 6. 4 のように求められる。この計算例は、耐力劣化型モデルに対する応答の変位、速度、加速度および 10 秒間隔の復元力履歴を示している。この例では、変位の中立軸の移動が少し認められる。この結果を 3 次元の非パラメトリック面で表示したのが、図 6. 5 である。ただし、変位および速度に対する式(6.33)の規準化は、地震の継続時

間中の最大・最小値を用い、各時間区間ごとの最大・最小値を用いていない。時間が30秒を経過すると、復元力が非線形応答を呈し、非パラメトリック面の平面がひずみを生じており、**図6.4**の復元力特性の時間経過と対応している。また、平面のひずみの大きさが履歴復元力の非線形性の大きさに対応している。 $t=30\sim 40$ 秒の間では変位の中立軸の移動はあまり認められないが、正の領域での履歴が多く、平面のひずみもこれに対応している。さらに $t=40\sim 50, 50\sim 60$ 秒では変位の中立軸の移動があり、平面のひずみの中心が少し移動しているのが認められる。次に、同じ入力波形による履歴復元力モデルの違いによる非パラメトリック面の違いは、**図6.6**に示すようになる。ただし、この結果は、時間区間が40～50秒に対するものである。図では、OBLモデルが、変位および速度軸に対してほぼ対



**図6.5** 時間経過による非パラメトリック特性面  
(SDB, A0010,  $T_0=1.0\text{sec}$ ,  $\beta_0=0.05$ ,  $\zeta=2.0$ )

称ひずみを呈しているが、その他の履歴復元力を持つモデルは、平面のひずみ中心の移動がある。さらに、BLモデルが非常に大きな平面のひずみを生じさせている。他のモデルに対する特徴は、比較的よく似たパラメトリック面を形成している。

### 6.5.3 2次元ウエブレット変換の基本特性

**図6.5**や**6.6**に示したような非パラメトリック面の特性を2次元のウエブレット変換による非パラメトリック表示で示す。

まず、式(6.3)~(6.6)のウエブレット係数は、分解係数 $j=1$ で線形型モデルの応答に対して図6.7のように表せる。また、これらのウエブレットフーリエスペクトルは、図6.8のようになっている。図の結果よりウエブレット係数(2DWC)あるいはウエブレットフーリエスペクトル(2DWFS)は、平面の非パラメトリック面を特性づけている。そのうち、変位・速度の両成分を顕在化した表現は $D_j^{DDI}f$ あるいは $D_j^{\hat{D}\hat{D}}f$ によって可能となる。

非パラメトリック面によって表された応答の特性は、その面の傾きが等価な構造特性を示している。しかし、この面の変形によるひずみの大きさは、明瞭に読み取り難い。一方、これをウエブレット変換した2DWC、あるいは、2DWFSは、そのひずみの凹凸を顕在化して示している。

特に2DWFSのうち $D_j^{DDI}f$ は、無次元化された変位・速度の振動数方向のバンドパスフィルター成分が表されている。なお、図表示においては、4個のピーク値をもっているが、1つの象限に実質的には、1個のピーク値が独立的に定まっており、このピーク値を用いることにより、この非パラメトリック面の特性を把握できる。

2DWFSのうち $D_j^{\hat{D}\hat{D}}f$ は、分解係数を変化させると、図6.9のような結果になる。図は、LS型モ

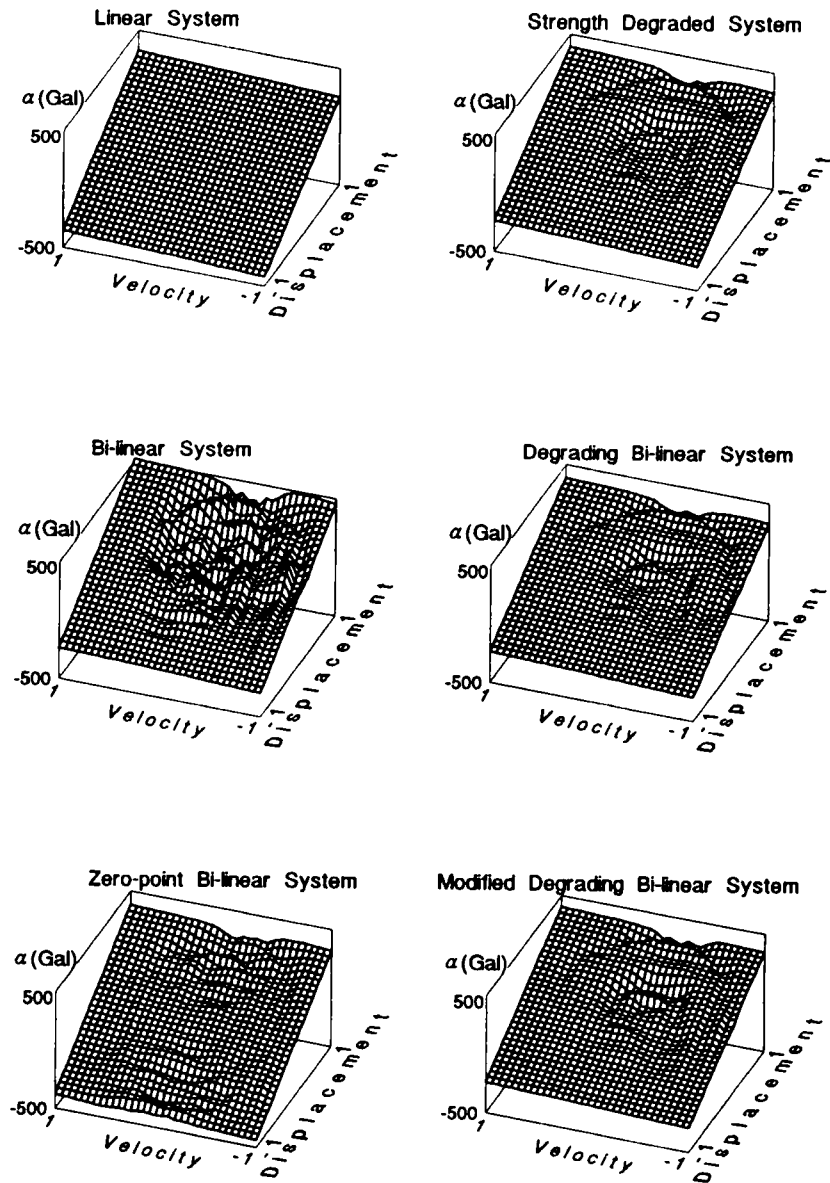


図6.6 モデル別非パラメトリック特性面  
(A0010,  $T_0=1.0\text{sec}$ ,  $\beta_0=0.05$ ,  $\zeta=2.0$ )

デルとSDB型モデルとについて表示しているが、分解係数  $j$  が  $-1$  から  $-2$  に負の次数を上げると分解する振動数を下げている（一般の時間軸に対する振動数軸とは異なるが、ここでは、「振動数」と呼ぶことにする）。図の結果よりLS型モデルは、 $j=-1$  のとき最大値を示すピーク値が  $1.568 \times 10^{-5}$  であり、 $j=-2$  のときピーク値が  $0.84028$  である。

一方、SDB型モデルは、 $j=-1, -2$  のときのそれぞれのピーク値が  $0.01571, 0.13468$  を示している。すなわちLS型モデルは、非パラメトリック面が平面であるので、負の分解係数が小さい場合、高振動数域でのバンドパスフィルターの値が小さく、負の分解係数が上がると低振動数域でのバンドパスフィルターの値が大きく現れていることを示している。

一方、SDB型モデルは、非パラメトリック面が履歴復元力応答の結果、平面がひずみを生じており、負の分解係数が小さい場合、高振動数域での値が大きく、負の分解係数が上がると低振動数域での値が逆に余り大きく現れてないことを示している。したがって、本研究では、非パラメトリック面の非線形応答の特性を負の分解係

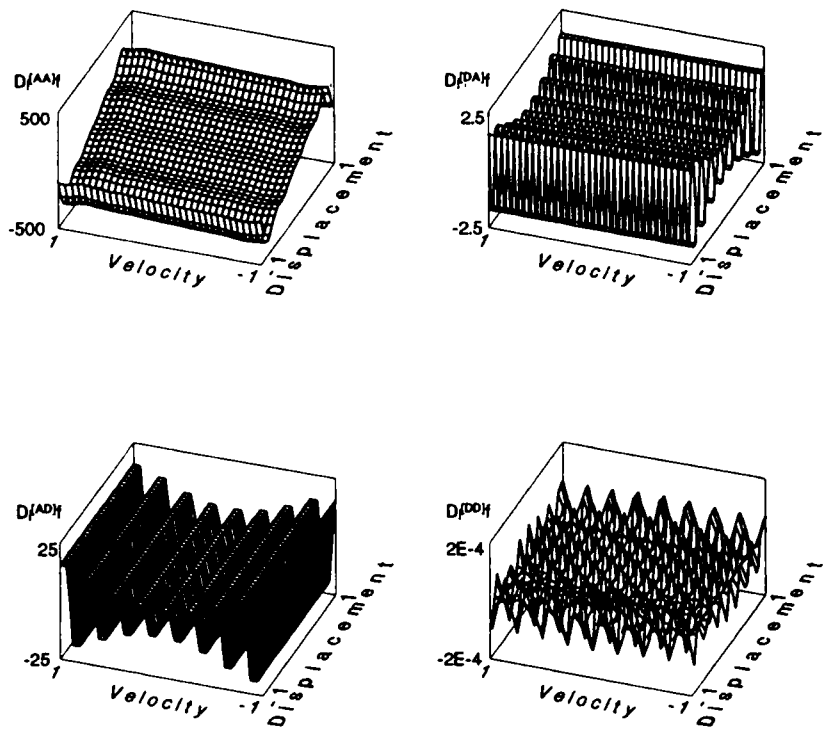


図 6. 7 ウエレット係数  
(LS, A0010,  $T_0=1.0\text{sec}$ ,  $\beta_0=0.05$ ,  $\zeta=2.0$ )

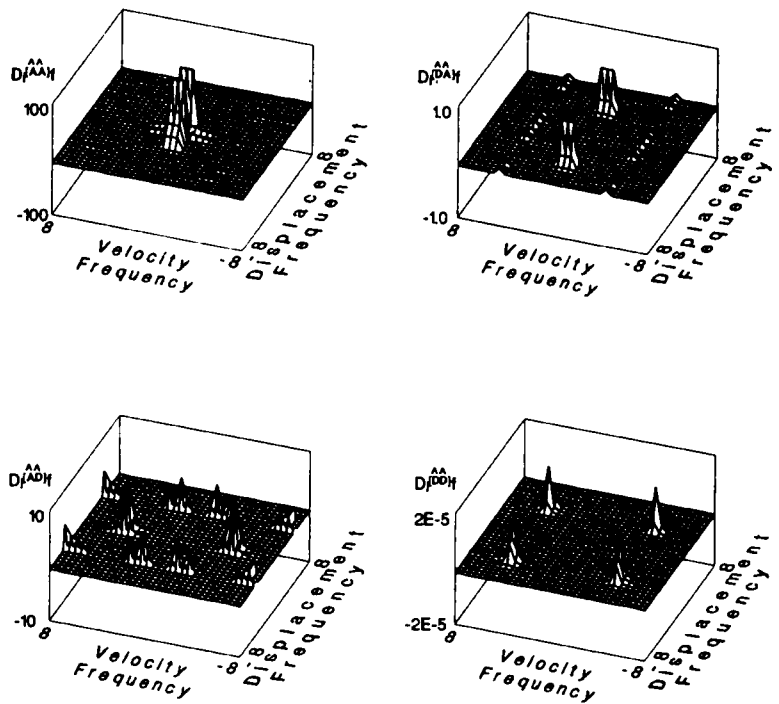


図 6. 8 ウエレットフーリエスペクトル  
(LS, A0010,  $T_0=1.0\text{sec}$ ,  $\beta_0=0.05$ ,  $\zeta=2.0$ )

数が1について把握することとする。

また、図6.10は、復元力モデルをLS, BL, OBLおよびSDBについての $D_j^{DD1}f$ の結果を示している。この計算例では、図から明らかなように復元力モデルの非線形性の大きいのは、BL>OBL>SDB>LSとなっている。

#### 6.5.4 2次元ウエブレット係数と復元力モデルの関係

まず、履歴復元力モデルの特性を2次元ウエブレット係数で把握するために、履歴減衰効果および剛性劣化効果について考えてみる。非線形系で応答が降伏変位を越えるとばね定数が急激に小さく、すなわち、剛性が劣化するので、この結果、応答は急激に大きくなる。しかし、地震動のような正負交番载荷に対して、非線形履歴系では荷重-変形においてループを描き、これによって生じるひずみエネルギーの消費によって振動エネルギーの緩和させる作用がある。これが履歴減衰と呼ばれているものであり、応答は小さくなる。剛性が劣化して応

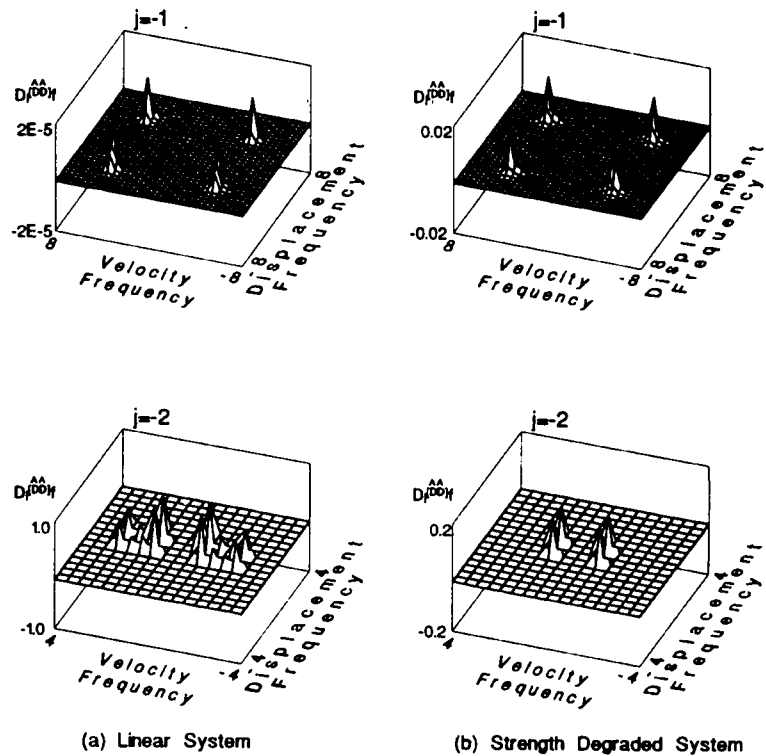


図6.9 分解係数別2DWFSの特性  
(A0010,  $T_0=1.0\text{sec}$ ,  $\beta_0=0.05$ ,  $\zeta=2.0$ )

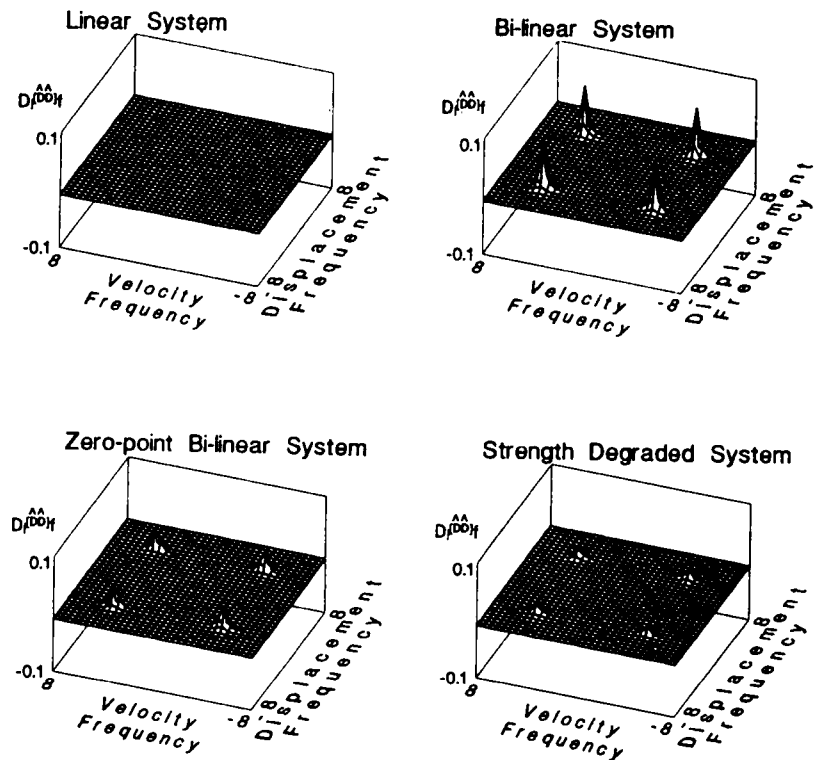


図6.10 モデル別2DWFSの特性  
(A0010,  $T_0=1.0\text{sec}$ ,  $\beta_0=0.05$ ,  $\zeta=2.0$ )

答が大きくなると、それだけ履歴ループの面積が大きくなり、履歴減衰が期待できるので応答が小さくなる。このように剛性劣化および履歴減衰という相反する効果が履歴復元力を持つ系に生じている。

一方、復元力モデルの特性は、図6.5や6.6に視覚的に表示するが、ここでは2次元ウェレット係数によってこの非パラメトリック面を顕在化して把握するため、図6.11および6.12に示す。

ところで、図6.11は、 $D_i^{DAH} f$ を図示したものであり、変位成分にバンドパスフィルターを掛け、速度成分にローパスフィルターを掛けた結果に相当している。このような非パラメトリック面へのウェレット処理は、ある速度レベルに対する変位方向の復元力の変動（ひずみ）の特性の抽出に相当する。図からわかるように速度一定で変位軸に平行な特性が、各復元

力モデルによって特徴づけられている。すなわち、この場合、履歴復元力モデルの剛性劣化効果は、各モデルによって大きく異なる様子がわかる。たとえば、2種類の剛性をもつBLモデルが、地震波外乱に対して応答した場合をみる。このとき、系は、復元力の第1剛性と第2剛性の折れ曲がり部分の応答が非パラメトリック面のひずみを現す。この非パラメトリック面のウェレット係数表示は、変位変化

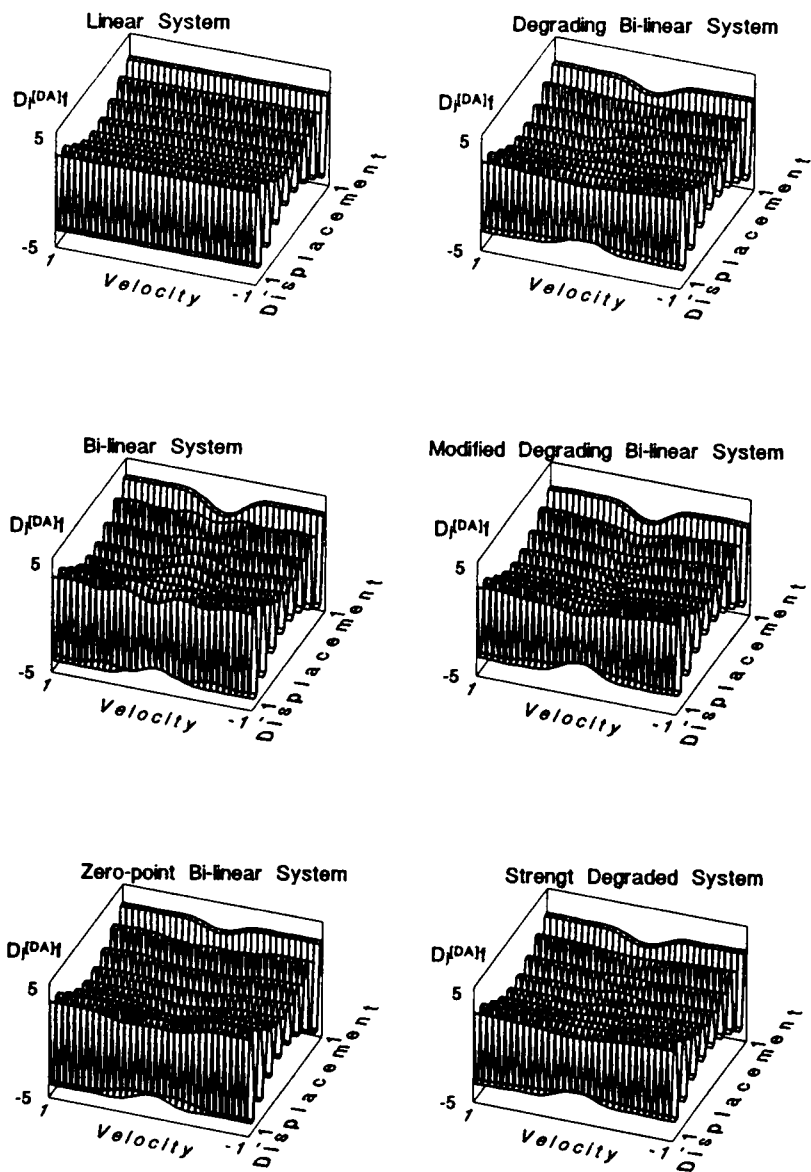


図6.11 ウェレット係数  $D_i^{DAH} f$  の特性  
(A0010,  $T_0=1.0\text{sec}$ ,  $\beta_0=0.05$ ,  $\zeta=2.0$ )



分布の偏りを持ち、速度変化のレベルからの凹凸が、明瞭に現れた図となっている。この図の結果より、変位のレベルが大きき部分では、フラットの形状を経て、凹の形状を呈している。この速度が0で、変位が最大位置での値は、平均的な剛性劣化の応答結果が現れている。一方、速度が0の近傍で、かつ、変位のレベルの小さい部分では、凸の形状を呈している。BLモデルの場合、復元力は、第1勾配での応答が第2勾配で挟まれる領域の応答となり、応答の軌跡を示す  $D_j^{DAI} f$  は、第1勾配と第2勾配との変化する応答を抽出する結果となっている。このようにBLモデルは、復元力の特徴に応じた応答になっている。

○BLとMDBモデルの場合、第2剛性から反転して除荷状態になるとその勾配は、第1勾配より小さくなるルールをもつ復元力特性をもって

いるので、速度および変位のレベルが小さい部分で小さくなり、凹の形状を呈している。DBおよびSDBモデルは、BLモデルと同様に変位・速度が小さい部分で凸の形状を呈して、剛性劣化の小さい特性が現れている。すなわち  $D_j^{DAI} f$  の変位・速度軸に対して原点近傍で凸になるのは、第2剛性から反転して除荷状態のときの勾配があまり劣化しない場合、第1剛性と第2剛性との変化する点の特性が原点近傍で現れている。このように、復元力モデルの除荷時の勾配の違いによる非パラメトリック面の特性

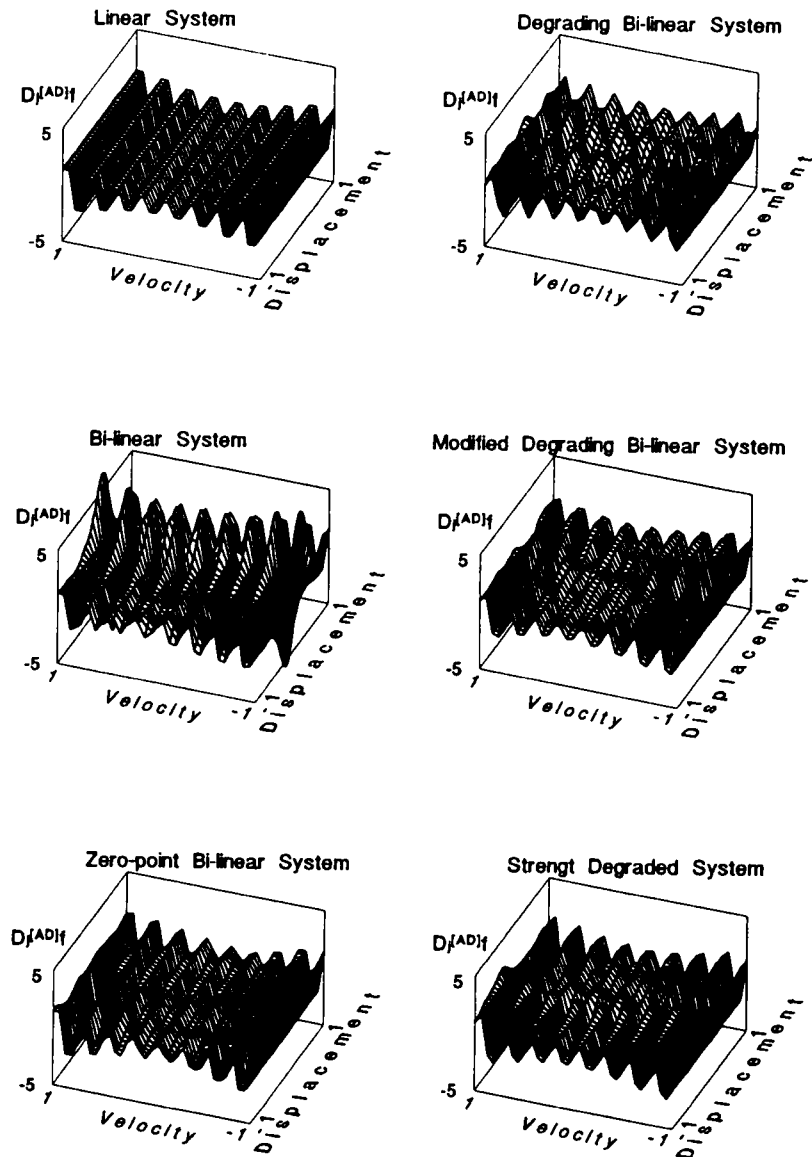


図6.12 ウェブレット係数  $D_j^{DAI} f$  の特性  
(A0010,  $T_0=1.0\text{sec}$ ,  $\beta_0=0.05$ ,  $\zeta=2.0$ )

が変化している。RC材のような材質の場合、除荷時の勾配は、そのモデル化に大きく左右し、重要な要因となることを意味している。

一方、図6.12は、 $D_i^{AD}f$ を図示したものであり、図6.11とは逆のフィルターを掛けたものであり、変位一定で速度軸に平行な特性が各復元力モデルによって特徴づけられている。この場合の特徴は、履歴復元力モデルの履歴減衰効果を抽出して、各モデルによって異なる様子がわかる。すなわち、BLモデルは、剛性を2種類持ち、応答レベルにより、各剛性の劣化は生じない。その特性により、初期剛性のレベルの結果と第2剛性の傾きの結果とによる減衰効果は図中に示すようになる。ここで、図中において、速度一定レベルに対する変位方向の勾配は、LSモデルと似た勾配のものと、非常に大きな勾配のものとの2種類が認められる。これらのそれぞれの変位一定レベルに対する速度方向の勾配が系の減衰効果を意味している。したがって、第2剛性に伴うものと思われる減衰効果が、非常に大きく現れている。

一方、他の履歴復元力モデルの場合、応答レベルにより、除荷時の第1剛性の勾配が変化し、速度変化分布の偏りが小さくなり、凹凸が小さくなっている。この結果は、モデルの履歴に伴う減衰効果あまり大きくなく、その効果は、変位のレベルによって変わるが、粘性減衰の効果に比べて小さい。このように、復元力特性が、第2剛性から反転して除荷される時その剛性が、応答レベルによって変化しない場合、履歴に伴う減衰効果が、大きく期待できる。一方、除荷時に剛性が応答レベルにより変化する場合には、履歴の減衰効果が小さいことを意味している。すなわち、構造系として持つ剛性が平均化した応答結果となっている。

### 6.5.5 等価固有振動数および等価減衰定数

上述の特性は、図6.5の非パラメトリック面を平面近似したときの等価な固有円振動数 $\omega_{eq}$ および減衰定数 $\beta_{eq}$ で示すと図6.13(a)のようになる。図は、横軸に時間100秒間の10秒刻みの時刻を、縦軸にそれぞれの初期微小変形時の値で無次元化した等価な値を示している。この図からもBLモデルの非線形応答は、剛性劣化の効果より履歴減衰の効果が非常に大きい結果を示している。

さらにTchebycheff多項式による係数 $C_{10}$ と $C_{01}$ より評価した等価固有円振動数 $\omega_{eq}$ 、等価減衰定数 $\beta_{eq}$ の結果は、図6.13(b)に示すような結果となっている。等価減衰の結果は、非パラメトリック面が継続時間中の最大値で基準化されており、物理的な中立軸からの移動量に相当した効果が現れている。中立軸からの移動量を除くと図(a)と同じ傾向を示している。

また、時刻歴における確率過程的な取り扱いとの関係において $\omega_{eq}$ 、 $\beta_{eq}$ なる構造特性の定数は、次式のような関係となっている<sup>36)</sup>。ただし、適用条件として、非線形の構造系に定常なホワイトノイズの入力が作用した場合である。

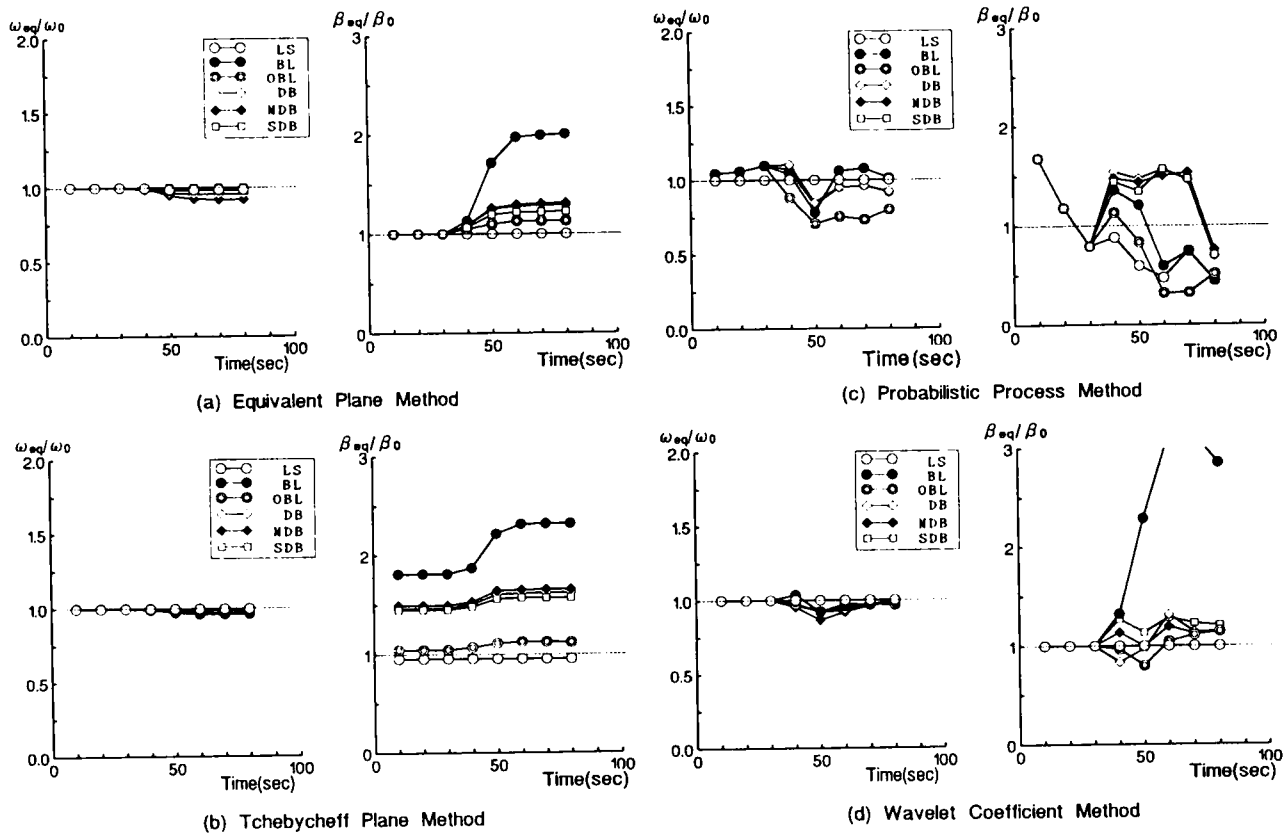


図 6. 13 手法別等価固有円振動数および等価減衰定数 (A0010, T<sub>0</sub>=1.0sec, β<sub>0</sub>=0.05, ζ=2)

$$\omega_{eq} = \frac{\sigma_x}{\sigma_v} \quad (6.35)$$

$$\beta_{eq} = \frac{1}{2\omega_{eq}^2} \sqrt{\left(\frac{\sigma_z}{\sigma_x}\right)^2 - \omega_{eq}^4} \quad (6.36)$$

ここに,

$\sigma_x^2, \sigma_v^2$ : 変位, 速度応答の分散

$\sigma_z^2$ : 入力加速度の分散

ただし, 式(6.35),(6.36)により評価された $\omega_{eq}$ ,  $\beta_{eq}$ は, ホワイトノイズのスペクトル密度を次式のような値をもつ入力波によって推定されたものとなっている。

$$S_o = \frac{2\sigma_z^2 \beta_{eq}}{\pi \omega_{eq} (1 + 4\beta_{eq}^2)} \quad (6.37)$$

地震波は, 有限で非定常な不規則波であるが, このように近似して推定された $\omega_{eq}$ ,  $\beta_{eq}$ は, 図 6. 1

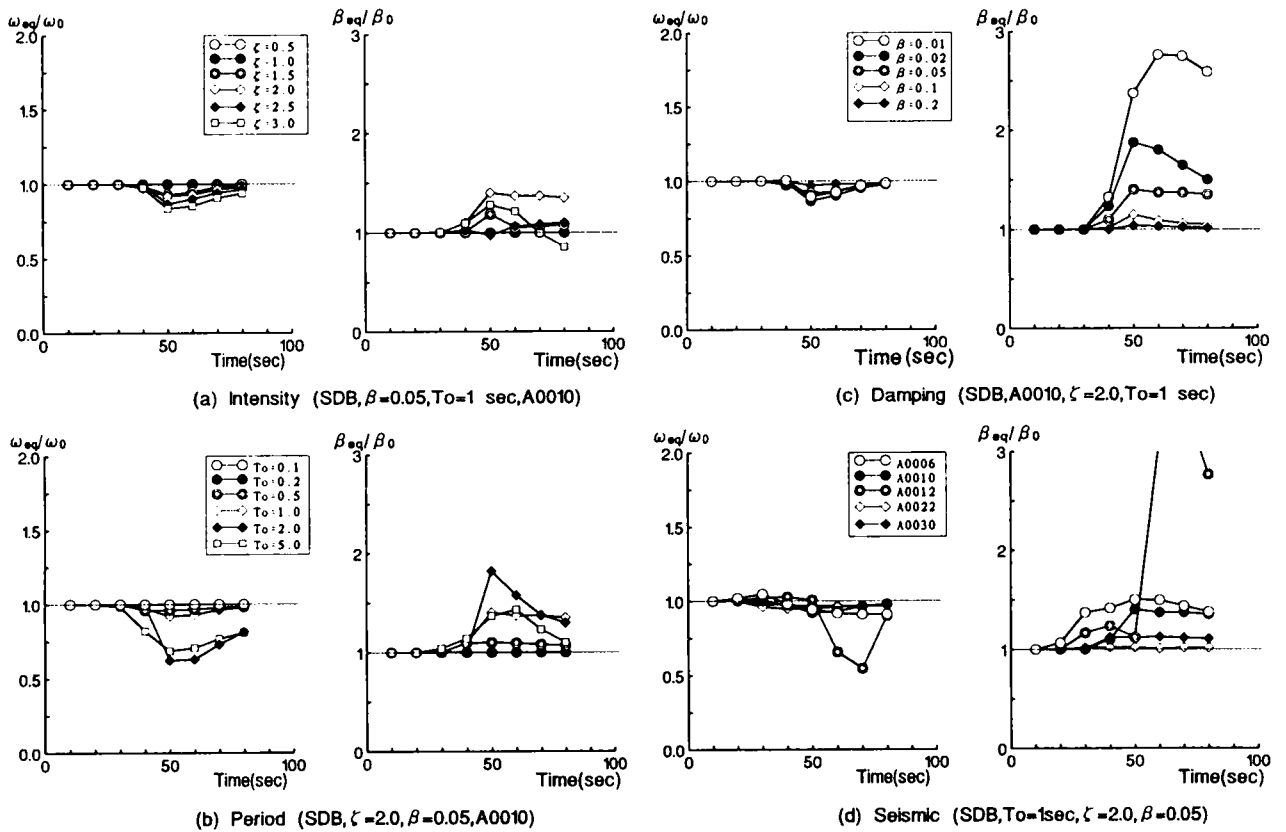


図 6. 1 4 2次元ウェブレット係数による固有円振動数および等価減衰定数 (SDB モデル)

3(c)に示す。図の結果から剛性劣化の効果が40秒以降に大きく現れ、減衰効果も40秒以降大きくなるモデルと小さくなるモデルの2タイプが現れている。さらに、得られた結果は、ばらつきが大きくなっている。これは、データの取扱に問題があるからである。たとえば、線形系の減衰評価が、最初の10秒において大きな値を示しているのは、線形系の過渡応答の部分のデータを定常な波形データとして扱ったためと考えられる。さらに、40秒を超えた時間においても線形系の場合、減衰効果が低下した結果になっている。このような結果に対する原因は、定常確率過程として評価するにはデータ数が少なすぎるものと考えられる。しかし、固有振動数に対する結果は、50秒付近において剛性の劣化によると思われる低下が認められる。

次に、式(6.13),(6.14)に示した2次元ウェブレット変換処理による $\omega_{eq}$ 、 $\beta_{eq}$ の特性は、図6.13(d)に示すような結果になっている。等価固有振動数は、どのモデルも50秒前後で下がっているのがわかる。一方、等価減衰定数は、BLモデルのみ50秒付近から非常に大きくなっているが、他のモデルは、BLモデルに比べて小さい変化をしている。

評価方法を較べると、等価減衰定数の結果は、図6.13の(a),(b)の特徴とよく似ている。一方、等価固有振動数の結果は、図6.13の(c)の特徴と似ている。このウェブレット係数の方法は、時間的な特

性面の特徴を速度方向と変位方向の特性面のひずみを顕在化させ、明瞭にしている。このように履歴減衰効果と剛性劣化効果の時間的な特徴が、この方法で把握されている。

次に、非パラメトリック面のウェブレット変換による評価は、入力強度と、固有周期 $T_0$ 、減衰定数 $\beta_0$ 、地震波入力Aの違いによって図6.14のようになる。ただし、履歴復元力モデルは、SDBモデルである。図(a)より、5.0秒付近において、入力強度の増加による履歴減衰の増加が認められる。図(b)の初期剛性による固有周期の違いにより、 $T_0=2.0, 5.0$ 秒に対して、剛性劣化と履歴減衰が大きく現れている。図(c)より、粘性減衰が大きいほど履歴復元力の剛性劣化と履歴減衰が小さくなっている。図(d)より、地震の種類によりその剛性劣化、履歴減衰の効果は異なるが、剛性劣化より履歴減衰効果の方が大きい傾向をもっている。

図6.13と図6.14との結果より、用いた履歴復元力モデルは、耐力低下特性より履歴減衰特性が卓越した応答となっているのがわかる。すなわち、履歴復元力特性の剛性比 $\alpha$ が0.024とかなり小さい場合、非パラメトリック面の時間的な履歴応答によるひずみは、平均的な $\omega_{eq}$ 、 $\beta_{eq}$ で評価すると $\beta_{eq}$ の方が顕著に現れ、 $\omega_{eq}$ には大きく現れない。

次に、剛性劣化の効果を初期剛性との関係で検討してみる。図6.15は、BLモデルにおいて横軸に固有周期 $T_0$ をとり、縦軸に等価固有振動数 $\omega_{eq}/\omega_0$ の結果を示している。なお、BLモデルの最大変位 $x_{bl}$ は、完全弾塑性ではないが、図中の塑性率 $\mu$ とLSモデルの最大値変位 $x_{ls}$ を用いて、 $x_{ls}/\sqrt{2\mu-1}$ と設定している。図の結果より、等価固有振動数 $\omega_{eq}/\omega_0$ は、 $T_0$ が0.05~0.3秒の間、約1/10~8/10に増加の傾向を現している。しかし、塑性率の違いによる固有周期に対する結果が大きく異なっている。

### 6.5.6 ウェブレットエネルギーと構造特性の関係

運動する構造系のエネルギーは、時刻 $t$ において運動エネルギーとひずみエネルギーの和を継続時間で累積して得られる。そこで図6.16(a)の $(E_s)/(E_s)_{ls}$ は、1.0秒の各区分毎の運動エネルギーとひずみエネルギーの和を扱った構造系の全エネルギーとして示している。さらに、式(6.7)によって定義した非パラメトリック面が有するエネルギーは、時刻歴経過によって図6.16(b)のようになる。結果は、BLモデルが大きな値を示している。これは、BLモデルの最終応答結果が変位の中立軸の移動量を大きく引き起こし、残留ひずみに相当するエネルギーが現されている。逆に、OBLのモデルは、

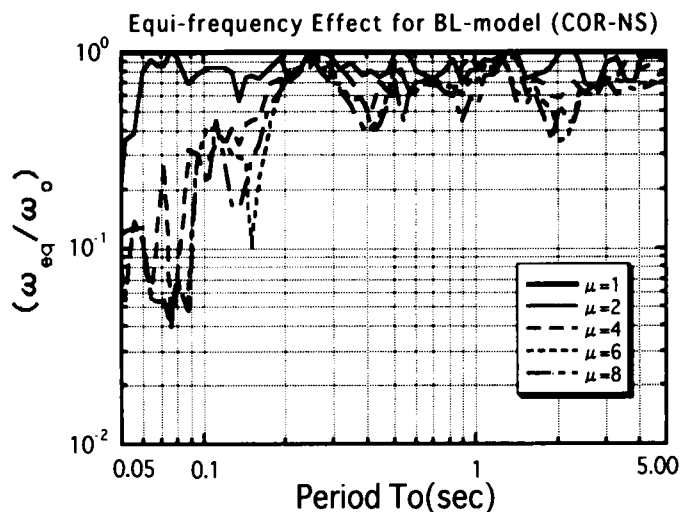


図6.15 固有周期に対する等価固有円振動数

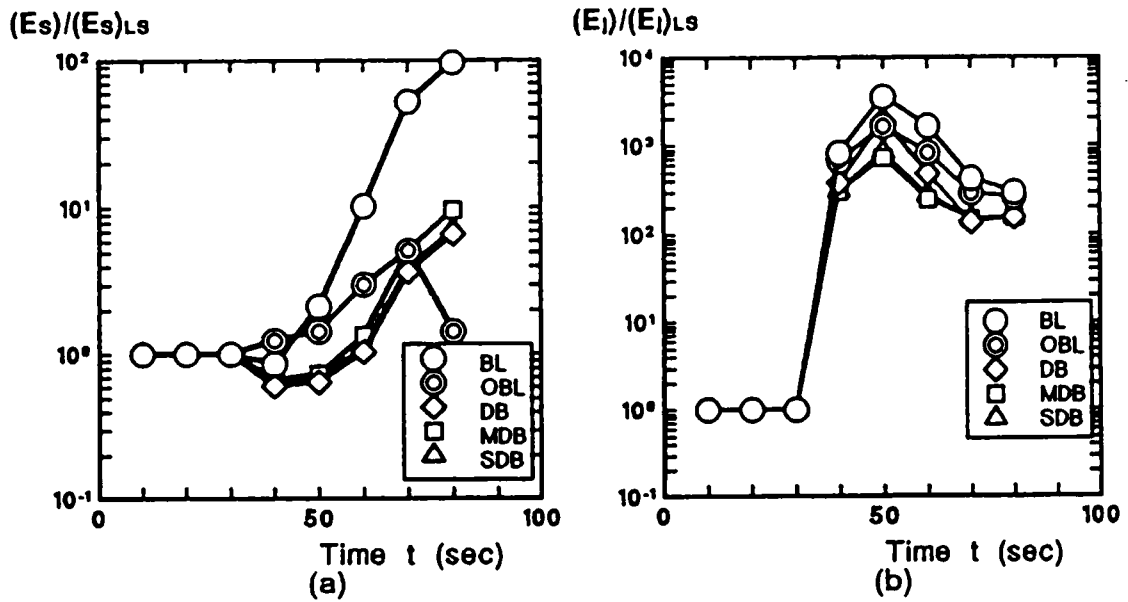


図6. 16 時間経過に対するエネルギー変動特性

原点に復帰するため、入力地震動が小さくなると1に収束している。他のモデルも、残留ひずみの影響があらわれている。一方、図(b)より  $j = -1$  の2DWFSによるエネルギー量は、ピーク数が1個であるので、ピークの大きさに比例した形で評価されている。前半の30秒で  $(E_j)/(E_j)_{LS}$  の値は1で、後半40秒以降の値は急激に大きな値となっており、図6. 5での非パラメトリック面特性の時間経過と良い対応をしている。

図6. 17(a)は、 $E_j$ と入力強度とに対する結果を示している。入力強度が小さい場合、応答は小さく、線形応答を示して、復元力モデルによる違いはない。入力強度が増加して大きくなるに従い、非線形履歴応答を呈し、 $E_j$ の値が比例的に大きな値を示している。履歴モデルによる相違は、BLモデルが他のモデルに比べて少し大きめの結果を示している。

初期剛性での固有周期  $T_0$  による  $E_j$  は、図6. 17(b)のようになる。  $T_0$  が0.4秒より小さい場合と0.8秒の場合、応答が小さく非線形特性が表れていない。しかし、1～5秒の周期の構造での応答は、非線形特性を有し、大きな値を示している。なお、履歴モデルによる相違は、明瞭には認め難い。

次に、減衰定数  $\beta_0$  に対する  $E_j$  は、図6. 17(c)のような結果を示している。減衰定数が大きくなるにしたがい若干減少する傾向を示す。なお、復元力モデルによる相違は、入力強度の場合と同様にBLモデルが少し大きくなる傾向をもっている。

入力地震波形の違いによる  $E_j$  特性は、図6. 17(d)に示すようになっている。なお、復元力モデルは、粘性減衰が0.05で初期剛性による固有周期が1秒に設定したものである。

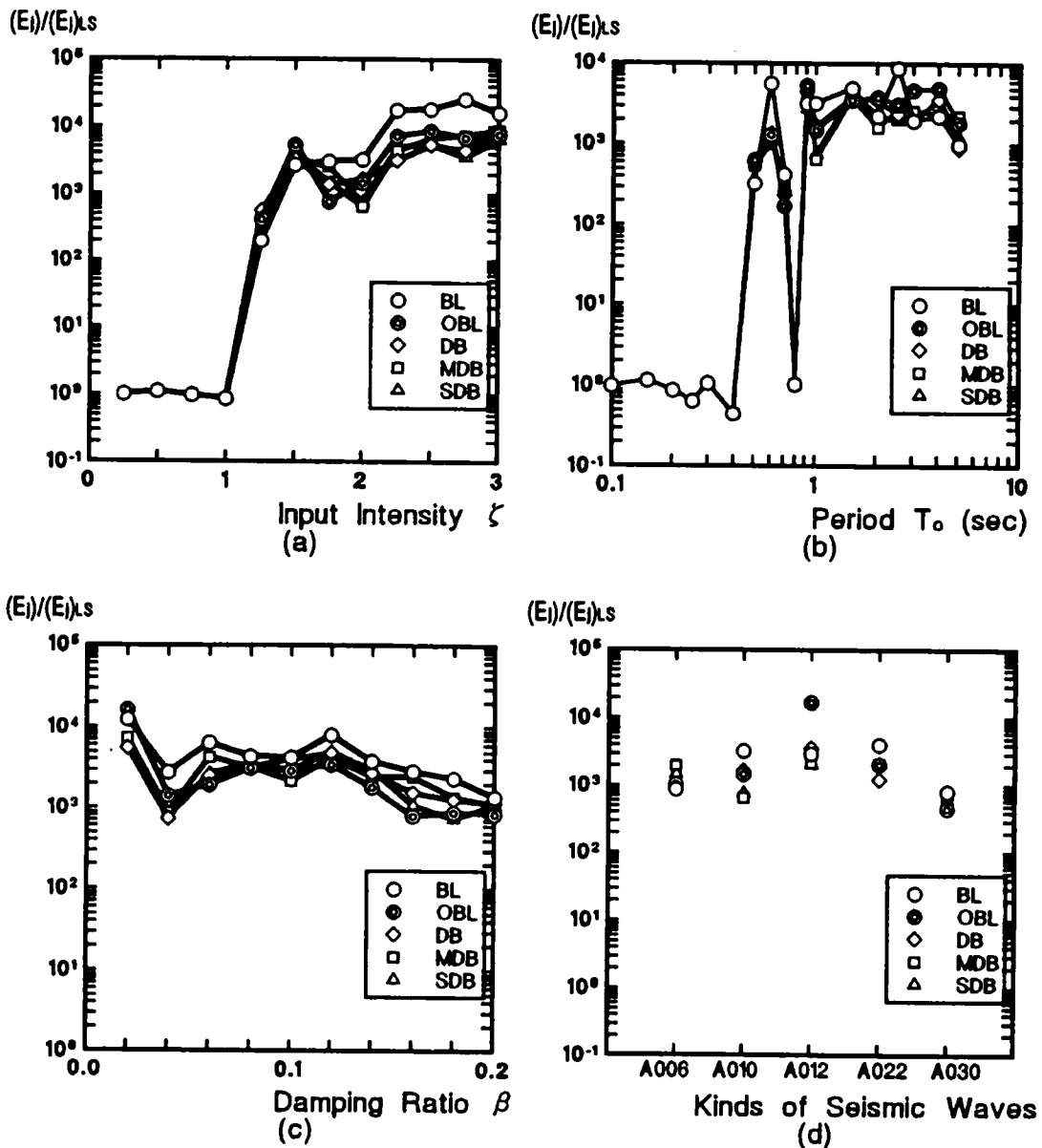
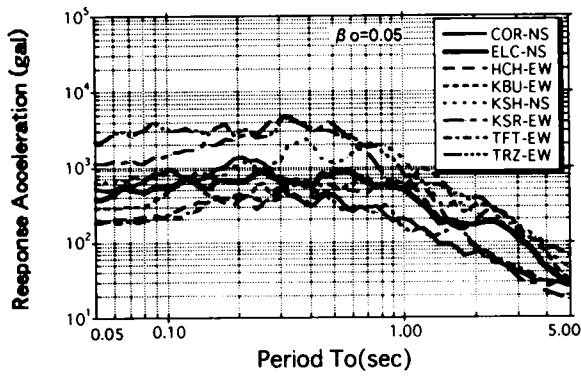


図6. 17 ウエレットフーリエスペクトルに対するエネルギー変動特性

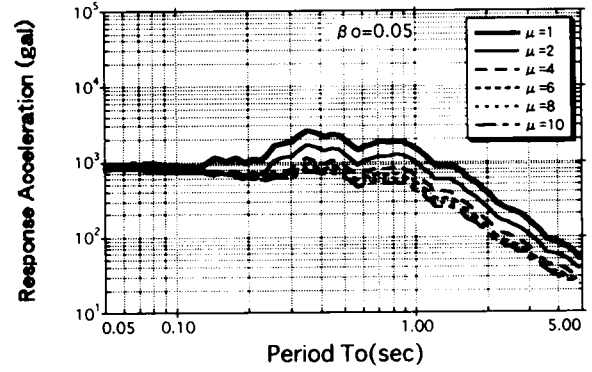
### 6. 5. 7 等応答スペクトル

図6. 18(a)は、対象とした地震の線形系の応答スペクトルである。このうちKSH-EWの地震に対し、BLモデルの降伏変位を塑性率により  $\mu = 1 \sim 10$  まで変化させた場合、非線形系の応答スペクトルの変動の状態は、図6. 18(b)に示したようになっている。図の結果より、固有周期の長い領域の応答スペクトルの低下が大きい傾向を示している。また、固有周期が0.15～1.5秒で上に凸の応答スペクトルが塑性率が大きくなるほど平坦になっている。これは、この区間における履歴減衰効果が大きく現れていると思われる。

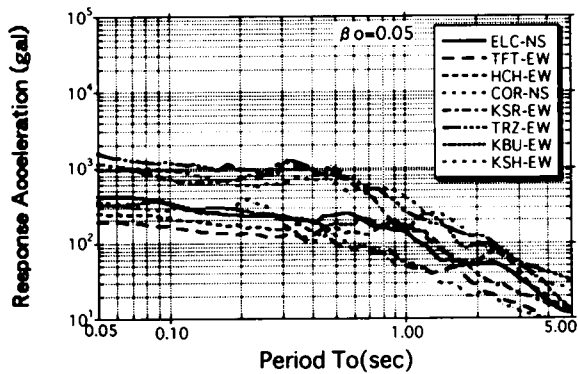
図6. 18(c)は、BLモデルで塑性率  $\mu = 10$  の場合の応答スペクトルを示し、固有周期約0.3秒付近で勾配が変化している。固有周期0.3秒より長い区間での応答スペクトルは、短い区間より負の勾配が大



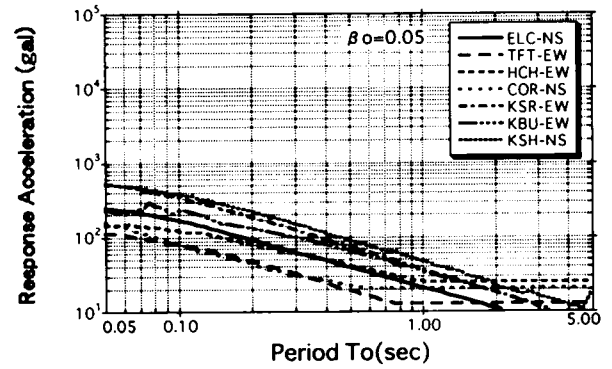
(a) Response Spectra



(b) Nonlinear Resp. Abs. Acc. for BL(KSH-EW)



(c) Nonlinear Resp. Abs. Acc. for BL-model



(d) Nonlinear Resp. Abs. Acc. for SDB-model

図 6. 1 8 復元力モデル別応答スペクトルの特性

となっている。

一方、図 6. 1 8 (d) に示す SDB モデルに対する結果は、対象とする固有周期の区間で応答スペクトルの大幅な低下が認められ、同じような勾配を呈している。

式(6.26)あるいは(6.28)で定義された等応答スペクトルを KSH-EW の地震記録に対して算定した結果が、図 6. 1 9 である。図中太い実線が、線形系の応答スペクトルであり、細い実線が、式(6.28)の等応答スペクトルであり、一点鎖線が、式(6.26)の等応答スペクトルである。なお、図には、塑性率  $\mu=10$  の BL モデルおよび SDB モデルの応答スペクトルも合わせて表示している。パワーを一定の条件にして特性面の極大化あるいは極小化により誘導した等応答スペクトルは、式(6.21)あるいは(6.30)の関数の特性に依存している。これらの式からわかるように、構造系の応答倍率とウェブレット関数の特性が関係している。ここに、ウェブレット変換によるデータ処理では、分解係数  $j$  により中心振動数と振動数帯域が定義される。もう少し具体的に記述すれば、中心固有周期  $T_1$  が時間刻み 0.02 秒の  $2^j$  ( $j=1,2,\dots$ ) ごとになり、この中心周期においてバンドパスフィルターのかかった応答倍率が、データに作用することになり、等応答スペクトルが、求められる。したがって、入力のパワーを一定に設定した場合、等応答スペクトルは、



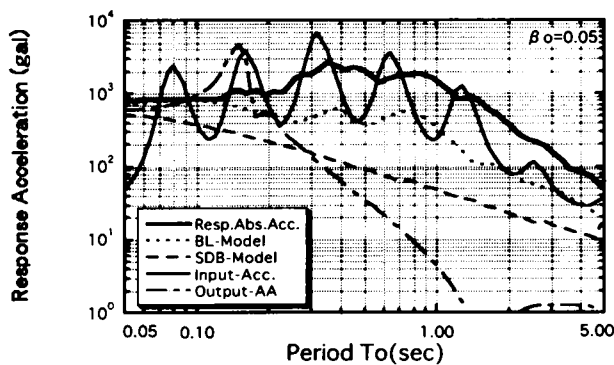


図 6. 19 等応答スペクトルの特性(KSH-EW)

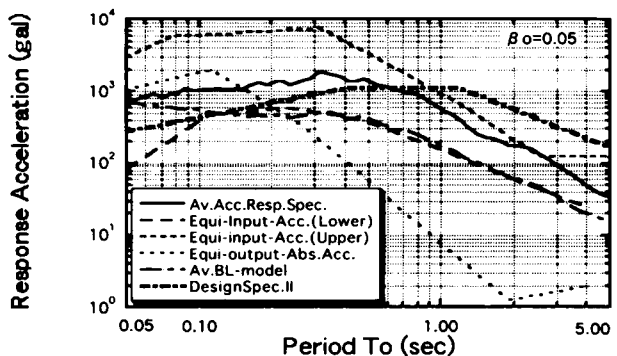


図 6. 20 平均等応答スペクトル特性

中心固有周期ごとに変動している。一方、応答一定での結果も、分解係数に関係する固有周期に対応して変動しているが、入力一定の場合とは、異なっている。

これらのスペクトルと履歴復元力をもつ系のスペクトルとの比較をすれば、BLモデルの結果は、入力一定の場合の下限値にほぼ等しくなっている。ところが、SDBモデルの場合、耐力劣化後の剛性比が負となっているため、その応答スペクトルは長周期領域においてかなり低い値となっている。しかし、SDBモデルの結果は、入力一定の場合と応答一定の場合との間の値となっている。

いま、図 6. 18 において用いた対象地震は、地震の規模、観測サイトの地盤条件等の異なったものが混ざっている。実際の設計等の評価には、数多くの地震データによる検討が必要となるが、これの地震の種類やサイトの条件を考慮せずに平均化して等応答スペクトルとの関係のみをみる。その結果は、図 6. 20 のようになる。なお、図中には、太い一点鎖線で、兵庫県南部地震の道路橋復旧に関する資料<sup>38)</sup>に表された設計震度（地盤種別Ⅱ）を本数値計算で用いた地震の平均値に換算して表示している。図 6. 20 の結果は、当然ながら、図 6. 19 の個別の地震の場合と同様の対応した結果となっている。この結果をみると、固有周期が 0.128 秒より長い領域で、BLモデルの場合、入力一定条件での等応答の下限値評価が塑性率 10 の結果とほぼ対応している。一方、復旧に関する設計用のスペクトルは、0.9 秒を超える固有周期の範囲で約 3 倍近い値となっている。数値計算に用いた地震の多くは、HCH-EW を除いてその震央距離が 50km 未満の近地地震であるが、図 6. 19 の兵庫県南部地震の特性が、平均化することによってかなり小さくなっていると考えられる。すなわち、復旧仕様に表されたスペクトル（設計震度）は、約 1 秒を超える周期において従来の地震特性と大きく異なっていたことを示している。

なお、本研究で用いている他の履歴モデルの特性は、SDBモデルを除いてBLモデルとほぼ似た結果となっていた。

入力一定条件での等応答スペクトルの上限値評価は、固有周期が 0.05 ～ 0.5 秒の短い領域で線形系の応答スペクトルの約 2 ～ 6 倍の値を示している。すなわち、地震の入力パワーが、同じであっても固有周期の短い領域でその地震応答スペクトルは 2 倍を超える可能性を示している。このように 0.05 ～ 0.5

秒の短周期において上限値が大きく現れているのは、解析した地震波の式(6.31)で示されるパワーが対応する分解係数  $j$  で大きいためと考えられる。次に、等応答スペクトルの下限値は、初期剛性による固有周期が0.5秒より大きい周期でBLモデルの塑性率10に対する応答スペクトルの値に近い評価となっている。

一方、応答一定条件での等応答スペクトルは、上下限值に分離して評価していないが、平均値の評価によれば固有周期が0.128秒で上に凸のピークを持ち、1.92秒で下に凹のピークの特性をもっている。そして、固有周期が約0.15秒まではほぼ応答スペクトルに近い値を示し、約0.15秒より長い領域で応答スペクトルより低い値を呈している。いま、SDBモデルのスペクトルは、負の勾配を有する非線形応答スペクトルとなる。このとき、この等応答スペクトルの特性は、図6.20からもわかるように固有周期0.3秒を挟む形で等応答スペクトルが過大から過小の評価に変化し、その差がかなり大きくなっている。しかし、SDBモデルの応答スペクトルが、この等応答スペクトルで大体の評価範囲を押さえているように見える。

## 6.6 結言

本研究は、1自由度部材構造系の種々の履歴復元力が非線形の動的応答を呈した場合、変位、速度および絶対加速度の応答量を用いた非パラメトリック面により構造系の特性を調べた。すなわち、構造系の特性を、変位、速度および加速度などの状態量を観測量として扱い、これによって形成される非パラメトリック特性面を、2次元ウエブレット変換による解析によって調べた。2次元ウエブレット変換による非パラメトリック面の変形量、すなわち構造系の非線形性の抽出は、非パラメトリック面の特徴をより顕在化して把握できた。具体的には、非線形応答による非パラメトリック面のひずみを顕在化させて2次元ウエブレット係数および2次元ウエブレットフーリエスペクトルで評価し、これをパターン化して視覚的に表示した。また、構造系の等価な固有円振動数および等価な減衰定数の特性値評価するのに、平面としての把握、Tchebyscheff多項式近似による把握および2次元ウエブレット係数  $D_j^{pq1}f$  特性面としての把握の方法により行った。次に、構造物の耐震設計においてよく用いられる地震応答スペクトルを非線形系に対して評価する場合、ウエブレット分解による等応答スペクトルが比較的容易に定義でき、このスペクトルの有用性を示した。

本研究で得られた2次元ウエブレット解析による非パラメトリック特性面の抽出に関する主な結果をまとめると次のようになる。

- (1) 非パラメトリック面の2次元ウエブレット変換は、形式上4種類のタイプから構成され、これらの変換により、非パラメトリック面のひずみを顕在化して表示できる。
- (2) 非パラメトリック面の2次元ウエブレット係数による特性面  $D_j^{pq1}f$  は、それぞれの軸方向の傾

きが系の等価剛性（固有円振動数）と等価減衰を与えている。しかし、応答の部分的な特性把握に、特性面の  $D_j^{AD1}f$  および  $D_j^{DA1}f$  による系の等価な固有振動数および減衰定数は、Tchebyscheff 多項式近似などの特性とよい対応を示す。

- (3) また、2次元ウェレット係数のうち、 $D_j^{AD1}f$  は、その系の履歴減衰効果の特徴を示し、 $D_j^{DA1}f$  は、剛性劣化効果の特徴を示しており、これを視覚的に把握できる。
- (4) 2次元ウェレットフーリエスペクトル  $D_j^{\hat{AD1}}f$  は、非パラメトリック面の変形をバンドパスあるいはローパスフィルターの演算操作が施されて特性を抽出している。そのうち、 $D_j^{\hat{DD1}}f$  は、変位および速度の両成分にバンドパスフィルターを掛けたものである。したがって、系の構造特性を1つの指標で評価する場合、2次元ウェレットフーリエスペクトルのうち  $D_j^{\hat{DD1}}f$  のピークの大きさが非パラメトリック面のひずみの大きさに対応した量を示す。
- (5) 系の構造特性を1つの指標で評価する場合、非パラメトリック面の平面からのひずみ量がその系の非線形性を表現しているため、その2次元ウェレットフーリエスペクトル  $D_j^{\hat{DD1}}f$  の和をウェレットスペクトル  $E_j$  とした場合、線形型モデルに対する比  $(E_j)/(E_j)_{LS}$  が系の非線形性の度合を表す量を示している。
- (6) 復元力特性において除荷時の剛性劣化の有無が、 $D_j^{DA1}f$  の特徴とよい対応関係を示す。
- (7) 第2剛性が小さい復元力をもつ場合、用いた履歴復元力モデルは、剛性劣化効果より履歴減衰効果が卓越した応答となる。

次に、履歴復元力モデルによる応答特性の結果は、以下ようになる。

- (1)  $D_j^{AD1}f$  の分解係数が1のとき、履歴復元力モデルは、剛性劣化効果より履歴減衰効果が卓越した応答となっている。
- (2) 剛性劣化の増加を生じないBL型モデルと剛性劣化の増加を生じるSDB、DB、MDB、OBL型モデルとの応答特性は、大きく異なることを示している。すなわち、 $D_j^{AD1}f$  は、系の第1剛性と劣化する第2剛性を持っている系の特徴が、明瞭に認められる。
- (3) ウェレットスペクトル比  $(E_j)/(E_j)_{LS}$  は、系の非線形応答特性をよく反映した量を与え、BL型モデルが他のモデルと大きく異なることを示している。RC材料をモデル化したSDB、DB、MDB型モデルは、応答特性1つの指標で表した  $(E_j)/(E_j)_{LS}$  にあまり大きな違いが、認められない。
- (4) 劣化型の履歴減衰の効果が、応答結果に大きく影響している。したがって、構造系の応答を精度よく把握するための履歴復元力のモデルは、その重要性を示している。
- (5) 入力一定の等応答スペクトルでの下限値は、塑性率10程度のBL型履歴復元力系に対する非線

形応答スペクトルに対応している。

- (6) 入力一定の等応答スペクトルの上限値より、地震の入力パワーが同じであっても、応答スペクトルが、2倍を超える可能性を示している。ただし、用いた地震波の数が少ないため、さらに多くの地震波による検討が必要である。

今後の課題等としては、次の事項が挙げられる。

- (1) 履歴復元力モデルに関しては、構造物の損傷評価における瞬時的損傷と累積的損傷の抽出法の開発が実設計へ反映させるために必要と考えられる。
- (2) ウエブレット解析に関しては、多自由度構造物に対する非パラメトリック特性面の表示ならびにこれらに対するウエブレット変換による適用手法の開発が必要となる。

## 参考文献 (第6章)

- 1) Hart,G.C. and T.P.Yao:"System Identification in Structural Dynamics", ASCE,Vol.103,No.EM,pp.1089-1091,1977.
- 2) Liu,S.C. and J.T.Yao:"Structural Identification Concept", ASCE, Vol.104,No.ST12,pp.1845-1858,1979.
- 3) Collins,J.D.:"Statistical Identification of structures", American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal,Vol.12,pp.185-190,1970.
- 4) 上岐憲三・佐藤忠信："時系列理論による構造物特性の推定", 京都大学防災研究所年報, 22号 B, pp.1009-1016,1979.
- 5) Sinozuka,M.,C-B.Yun,H.Imai:"Identification of Linear Structural Dynamic Systems", ASCE,Vol.108, No.EM6, pp.1371-1396,1983.
- 6) 星谷勝・丸山収："非線形構造系の地震時挙動特性の同定", 土木学会論文集, 第386号, I-8, pp.397-405,1987.
- 7) 星谷勝・丸山収："多変量一次元ARモデルの逐次同定法", 土木学会論文集, 第416号, I-13,pp.349-355,1990.
- 8) 丸山収・相沢旬・星谷勝："ARMAモデルによる既存構造物の動特性の同定", 土木学会論文集, 第416号, I-13, pp.439-447,1990.
- 9) 須藤篤史・星谷勝："E K - W L I - F E Mを用いた動的パラメータ同定", 土木学会論文集, No.477,I 25,pp.97-100,1993.
- 10) Toki,K,T.Sato and J.Kiyono:"Identification of Structural Parameters and Input Ground Motion From Response Time Histories",Structural Eng./Earthquake Eng. Vol.6,No.2,413-421,1989.
- 11) Lou ,C-H and S-T Chung:"A Three-stage Identification Approach for Hysteric Systems",EESD,Vol.22,pp.129-150,1993.
- 12) Masri,S.F. and T.K.Caughey : "A Nonparametric Identification Identification Technique for Nonlinear Dynamic Problems",Transaction of ASME,Vol.46,pp.433-447,1979.
- 13) Masri,S.F.,H.Sassi and T.K.Caughey: "Nonparametric Identification of Nearly Arbitrary Nonlinear Systems",Transaction of ASCE,Vol.49,pp.619-628,1982.
- 14) 土木学会編：「動的解析と耐震設計第2巻動的解析の方法」, 技報堂出版, pp. 99-108,1989.
- 15) 川島一彦・長谷川金二・小山達彦・吉田武史："等価エネルギー鉄筋コンクリート橋脚の非線形地震応答変位の推定精度", 土木技術資料, 29-5,pp.15-20,1987.
- 16) Kawasima,K. and T. Koyama:"Effect of Number of Loading Cycles on Dynamic Character-

- istics of Reinforced Concrete Bridge Piler Columns", Proc., of JSCE, No.392/I-9, pp.183-191, 1988.
- 17) 川島一彦・長谷川金二："鉄筋コンクリート橋脚の非線形地震応答特性及びエネルギー一定則の適用性に関する実験的研究", 土木学会論文集, No.483/I-26, pp.137-146, 1994.
  - 18) 小高昭夫：耐震構造の総合研究 [ I ], 宇野書店, pp.403-412, 1964.
  - 19) 土岐憲三：「構造物の耐震解析, 新体系土木工学 1」, 技報堂出版, p.136, 1981.
  - 20) Baber T.T. and Y.K.Wen: "Random Vibration of Hysteretic Degrading Systems", ASCE, Vol.107, No.EM6, pp.1069- 1087, 1981.
  - 21) 大場新哉・睦好宏史・町田篤彦："材料の応力-歪関係に基づいたRC部材の地震応答解析手法に関する研究", 土木学会第45回年次学術講演会V, 1990.
  - 22) 後藤尚男・北浦勝・宮脇幸治郎："砂層中に根入れされた構造物基礎の動的挙動に関する実験的研究", 土木学会論文報告集, 第219号, pp.15-25, 1973.
  - 23) Combes, J.M. Ed.: "Wavelets", Springer, 1989.
  - 24) Mayer, Y.: "ondelettes et operateurs I, II", Hermann, 1990.
  - 25) ベネデット, J.J., M.W. フレージャー編/山田昌哉山田道夫鑑訳："ウェーブレット理論と応用", シュプリンガーフェアラーク東京, 1995.
  - 26) 伊藤忠宏, 杵築兼史, 北川孟, 堀畑聡, 石光俊介："振動・音響信号の時間-振動数2次元解析(代表的解析法の相互比較)", 日本応用数理学会論文誌, Vol.4, No.1, pp.41-52, 1994.
  - 27) 鄭且根, 相澤清晴, 斉藤隆弘, 鳥羽光俊："ウェーブレット変換のゼロ交差表現に基づく非線形雑音除去", 電子情報通信学会論文誌, Vol.J77-A, No.11, pp.1546-1554, 1994.
  - 28) 桧山澄子, 花田孝郎, 今井仁司："Wavelet 変換による海岸線データの間引き", 日本応用数理学会論文誌, Vol.6, No.1, pp.83-99, 1996.
  - 29) 佐々木文夫, 前田達哉："データ解析におけるウェーブレット変換の基礎的性状の検討", 日本建築学会構造系論文報告集, 第53号, pp.197-206, 1993.
  - 30) 佐々木文夫, 山田道夫："双直交ウェーブレットを用いた方程式の数値解法", 日本シミュレーション学会第15回計算電気・電子工学シンポジウム, pp.137-142, 1995.
  - 31) 曾根彰, 山本鎮男, 増田新, 中岡明, 芦野隆一："出力のウェーブレット変換と印加入力および物理系間の正則性(Daubechiesの正規直交ウェーブレットについて)", 日本機械学会論文集(C編), 61巻, 589号, pp.108-114, 1995.
  - 32) 曾根彰, 山本鎮男, 増田新, 中岡明, 芦野隆一："強震記録のウェーブレット解析による履歴復元力特性を有する建築物の累積損傷の推定", 日本建築学会構造系論文集, 第76号, pp.67-74, 1995.
  - 33) Mallat, S.G.: "A Theory for Multiresolution Signal Decomposition: The Wavelet Representation", IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine

Intelligence, Vol.11, No.7, pp.674-693, 1989.

- 34) 前出 13).
- 35) Philippacopoulos, A.J. and P.C.Wang: " Seismic Inputs For Nonlinear Structures", ASCE, Vol.110, No.EM5, pp.828-836, 1984.
- 36) 宮脇幸治郎・土岐憲三: " ウエブレット解析の地震波特性に関する一考察", 土木学会論文集, No.525/I, 33, pp.261-274, 1995.
- 37) Crandall, S.H. and W.D.Mark: "Random Vibration in Mechanical Systems", Academic Press, pp.83-85. 1963.
- 38) (社団) 日本道路協会: "「兵庫県南部地震による被災した道路橋の復旧に係わる仕様」の準用に関する参考資料(案)", p. II -1, 1995.

## 第7章 液体貯蔵タンクの動的相互作用に関する振動実験結果のウェブレット解析

### 7.1 概説

現在、石油業界は安定供給の必要性から、原油および石油製品の備蓄の行政指導を受けている。また、輸送タンカーなどの大型化に伴い、臨海工業地域に林立する貯蔵タンク群は容量・規模ともに、大型化の傾向にある。このように大量の可燃性液体を貯蔵しているタンクは、静的には安定していても、いったん大地震などに見舞われると基礎地盤および貯蔵液体と動的に連成し、個々の特性と違った振動特性を示す。大規模な石油基地において地震被害が発生すれば、一事業所にとどまらず広域の災害を引き起こすことになる。

いま、自立式タンクの動的挙動について考えてみると、次のような現象が一般に見られ、研究がなされている。①貯蔵液体については、スロッシング現象がある。この現象によって液面の上下動を生じ、タンク全体に作用する転倒モーメントが生じ、側板直下部における基礎地盤からのリフティングが生じる。また、タンク全体が並進することによるスライディングを生じる。②円筒形シェルについては、バルジィング現象がある。この現象によって、シェルのブリージングが生じ、円周方向の過剰な応力が生じる。また、この現象によって同心円の表面波が生じる。③基礎地盤については、表層間の重複反射波現象等がある。これらの現象による地表層の卓越振動の増幅、あるいは、盛土破壊が生じる。④円形底面スラブについては、タンク全体の転倒モーメントによるスラブの浮き上り（剥離）を呈し、地盤反力の再配分現象がある。また側板との接続部分（アニュラープレート部）での半径方向の急激な曲げ応力の変動を生じる。⑤浮屋根については、液面動揺による座屈現象ならびに側板への乗り上げが生じる。

このような現象に関する研究には、次のようなものがある。①のスロッシング現象については、Housner<sup>1)</sup>、曾我部・柴田<sup>2),3)</sup>、坂田・木村・内海<sup>4)</sup>、Okamoto・Kawahara<sup>5)</sup>、など数多く研究している。②の円筒形シェルのバルジィング現象については、石井・多田・川井・岡田・大谷<sup>6)</sup>による実験的な研究をはじめ、Wu・Mouzakiis・Nash・Colonell<sup>7)</sup>、岡田・坂井・迫田<sup>8)</sup>、岡田・坂井・迫田・多田<sup>9)</sup>、Shaaban<sup>10)</sup>、Edwards<sup>11)</sup>などの研究がある。③のタンク盛土部についての検討には、国分・江刺・鈴木・田村・村上・小沢<sup>12),13)</sup>の研究があり、地盤上のタンクの動的実験には、宮脇・小国・土岐<sup>14)</sup>、宮脇<sup>15)</sup>の研究がある。④の滑動・剥離については、Clough<sup>16)</sup>、山口・秋山・小林・佐々木<sup>17)</sup>、鬼東・磯江・秋山・坂井<sup>18)</sup>、山口・秋山<sup>19)</sup>、宮脇・遠藤・土井<sup>20)</sup>、宮脇<sup>21)</sup>などの実験的研究がある。⑤浮屋根については、小川・関本・奥村<sup>22)</sup>、坂井<sup>23)</sup>の研究があるが、数は少ない。

一方、構造系に関する動的応答を考える場合、入力と出力（応答）の関係は重要な特性になる。特に、多入力に対する応答とか、空間的に広がりを持つ場合、その相互の関係がその構造系の特性を規定する



ことになり、これらの基本量として一般に相互相関関数、相互スペクトル密度<sup>24)</sup>が用いられる。地上式液体貯蔵タンクの場合、地盤は比較的軟弱な表層地盤であり、タンク内には原油等の液体があり、その容器としてのタンクの動的な挙動は、基盤に入射する地震動により地盤との相互作用および、貯蔵液体との相互作用の結果として現れる。これを、基盤での入力地震動との相互関係によって考察することにより、地盤-タンク-液体系の応答特性が解明される。

そこで、本研究では、弾性地盤上にある地上式円筒形貯油タンクを対象にして、タンクと地盤の動的性状を応答の加速度、地盤反力、タンク本体のひずみ、動液圧などによって捉えた。すなわち、地盤、タンク、液体という剛性の極端に異なる構造系の動的挙動について、実験を実施し、4種類の測定量と解析解と比較し、このタンク系の基本特性を把握した。そして、具体的に次のような項目を検討した。

- ① 柔な円筒タンクシェルに作用するスロッシングによる動流体圧に関する検討
- ② 底面スラブに作用する圧力分布および変形に関する検討
- ③ タンクに作用する慣性力の動的挙動に関する検討
- ④ 地盤-タンク系の空間の相関に関する検討
- ⑤ 柔な底面スラブにおける側板下部での浮上がりおよび変形に関する検討

まず、項目①は、貯油タンクにおいてスロッシングによる動流体圧が大きな設計要因となるので、これを解析解と実験による結果と比較し、評価した。また、実験時のタンクシェルのひずみ特性も流体圧との関係でその特性を調べた。項目②は、タンクと地盤との相互作用の挙動に関係する底面スラブの変形特性と地盤反力特性について、実験的に把握し、検討した。なお、このときの地盤反力による抵抗モーメントについても調べた。項目③は、タンク全体の動的安定に関係する底面でのベースシャーおよび転倒モーメントおよび、側面での転倒モーメントを実験的に評価した。そして、解析解およびばね-質点系の置換による評価との比較検討をした。項目④は、地盤-タンクの系における空間的な相関関係の特性を調べるのに従来の相互相関関数の他に、新たに、ウェブレット相互相関関数を定義した。そして、空間的な相互相関を視覚的に表現し、実験における相関特性を把握した。項目⑤は、自立式の貯油タンクにおいて、動的な水平動によりタンク底面での滑動および剥離が重要な検討要因となるので、これを実験的に現象把握し、その特性を簡単なジョイント要素で評価した。

以上のような実験項目により、スロッシング、底面スラブの反力特性、滑動・剥離特性が、地盤上タンク系の設計基本量を与えていることを示した。また、ウェブレット相互相関関数は、分解係数によって定まる中心振動数付近の成分で2点間の相互相関を与え、入力波の振動数特性による応答の特性を把握するのに視覚的に有効な表示であることを示した。

## 7. 2 地盤-タンク-液体系に関する基本量

### 7. 2. 1 動流体圧とスロッシング

まず、液体貯蔵タンク系における基本量は、タンク円筒シェルに作用する動流体圧である。これに関する解析解は、数多く示されている。ここでは<sup>25),26)</sup>、座標系を、図7.1に示すようにとり、円筒シェルは、Love-Timoshenkoの基本式を用い、流体は、完全流体として扱う。そして、流体の伝播速度を  $c$ 、地動の入力を  $k_0 \exp(i \omega t)$  したときの定常解は、次式のように表される。

$$\begin{aligned}
 p_d = 4k_0 \left\{ \cos \theta \left[ \frac{A_0}{X_{1,0}} J_1(\lambda_0 a) \cosh(\alpha_0 \frac{z}{H}) + \sum_{n=1}^s \frac{A_n}{X_{1,n}} J_1(\lambda_n a) \cos(\alpha_n \frac{z}{H}) + \sum_{n=s+1}^{\infty} \frac{A_n}{X_{1,n}} I_1(\bar{\lambda}_n a) \cos(\alpha_n \frac{z}{H}) \right] \right. \\
 + \sum_{m=1}^{\infty} \cos m\theta \left\{ \frac{B_0}{X_{m,0}} J_m(\lambda_0 a) \cosh(\alpha_0 \frac{z}{H}) \int_0^H \zeta_m \cosh(\alpha_0 \frac{z}{H}) dz \right. \\
 + \sum_{n=1}^s \frac{B_n}{X_{m,n}} J_m(\lambda_n a) \cos(\alpha_n \frac{z}{H}) \int_0^H \zeta_m \cos(\alpha_n \frac{z}{H}) dz \\
 \left. \left. + \sum_{n=s+1}^{\infty} \frac{B_n}{X_{m,n}} I_m(\bar{\lambda}_n a) \cos(\alpha_n \frac{z}{H}) \int_0^H \zeta_m \cos(\alpha_n \frac{z}{H}) dz \right\} \right\} \quad (7.1)
 \end{aligned}$$

上式の右辺 [ ] の第1項は、円筒シェルが剛としたときの効果を意味し、第2項は、円筒シェルの撓み変形による効果を意味している。なお、上式中の記号は、次のとおりである。まず、 $\alpha_0, \alpha_n$  は、次式の根である。

$$\left. \begin{aligned}
 \tanh(\alpha_0) - \frac{H\omega^2}{g\alpha_0} &= 0 \\
 \tan(\alpha_n) + \frac{H\omega^2}{g\alpha_n} &= 0
 \end{aligned} \right\} \quad (7.2)$$

さらに、

$$\left. \begin{aligned}
 \lambda_0 &= \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} + \frac{\alpha_0^2}{H^2}} \\
 \lambda_n &= \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - \frac{\alpha_n^2}{H^2}} \\
 \bar{\lambda}_n &= \sqrt{\frac{\alpha_n^2}{H^2} - \frac{\omega^2}{c^2}}
 \end{aligned} \right\} \quad (7.3)$$

であり、 $s$  は、 $(\omega/c)^2 - (\alpha_n/H)^2 > 0$  を満たす最大の整数である。さらに、

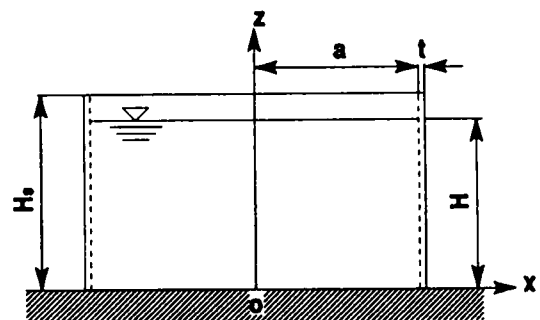
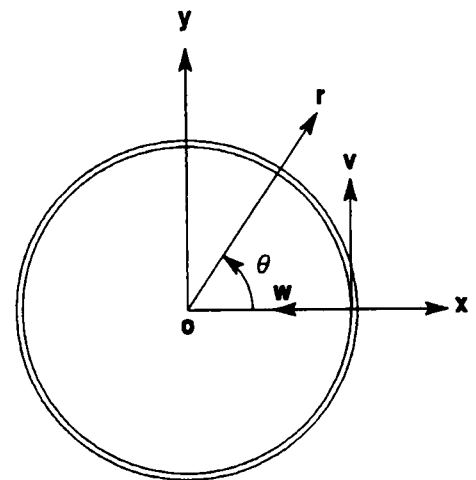


図7.1 貯蔵液体タンクの座標系

$$\left. \begin{aligned}
A_0 &= \frac{\sinh(\alpha_0)}{\sinh(2\alpha_0) + 2\alpha_0} \\
A_n &= \frac{\sin(\alpha_n)}{\sin(2\alpha_n) + 2\alpha_n} \\
B_0 &= \frac{\alpha_0 / H}{\sinh(2\alpha_0) + 2\alpha_0} \\
B_n &= \frac{\alpha_n / H}{\sin(2\alpha_n) + 2\alpha_n} \\
X_{mn} &= \frac{\lambda_n}{2} \{J_{m-1}(\lambda_n a) - J_{m+1}(\lambda_n a)\} \\
\bar{X}_{mn} &= \frac{\bar{\lambda}_n}{2} \{I_{m-1}(\bar{\lambda}_n a) + I_{m+1}(\bar{\lambda}_n a)\}
\end{aligned} \right\} \quad (7.4)$$

を表している。以上が、貯蔵流体の固有値の展開して誘導される係数となっている。一方、変形する円筒タンクシェルによる固有値の展開に伴う係数が、 $s_m$ であり、タンクシェルの法線方向の変位 $w_0(z)$ と次式のような関係になっている（付録A4）。

$$w_0(x) = - \sum_{m=1}^{\infty} s_m \cos m\theta \quad (7.5)$$

ここに、

$$s_m = \sum_{k=1}^{\infty} C_{mk} \eta_{mk} \quad (7.6)$$

式(7.6)中の $\eta_{mk}$ は、円筒シェルの円周方向に余弦展開したときの母線方向のk次のモードを表している。また、 $C_{mk}$ は、刺激係数を意味し、この係数は、貯蔵流体圧との相互作用に伴う影響をうける。そしてこの係数は、円筒シェルが剛とした効果の部分と柔とした効果の部分に分けて求められるが、実際の計算においては、繰り返し計算により求める。

## 7. 2. 2 タンクに作用するベースシャーおよび転倒モーメント

タンク全体の安定をタンク底面に作用するベースシャーおよび底面および側面の転倒モーメントで評価する場合、タンクシェルの変形効果は、無視し、剛な円筒タンクとして行う。すなわち、タンク応答の定常解<sup>27)</sup>は、次式のように表される。

$$\begin{aligned}
Q_b &= \int_0^H \int_{-\pi}^{\pi} p \cos \theta \Big|_{r=a} a d\theta dz \\
&= \rho g a^2 \pi H k_0 \left\{ \frac{\bar{A}_0}{\alpha_0} e^{\pi \nu} J_1\left(\alpha_0 \frac{a}{H}\right) \sinh(\alpha_0 z) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\bar{A}_n}{\alpha_n} e^{i \nu} I_1\left(\alpha_n \frac{a}{H}\right) \sin(\alpha_n z) \right\}
\end{aligned} \quad (7.7)$$

$$\begin{aligned}
M_b &= \int_0^H \int_{-\pi}^{\pi} p r \cos \theta \Big|_{r=0} r d\theta dr \\
&= \rho g a^3 \pi H k_0 \left\{ \frac{\bar{A}_0}{\alpha_0} e^{\pi \nu} J_1\left(\alpha_0 \frac{a}{H}\right) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\bar{A}_n}{\alpha_n} e^{i \nu} I_1\left(\alpha_n \frac{a}{H}\right) \right\}
\end{aligned} \quad (7.8)$$

$$\begin{aligned}
M_z &= \int_0^H z \int_{-\pi}^{\pi} p \cos \theta |_{r=a} ad\theta dz \\
&= \rho g a^2 \pi H^2 k_0 \left\{ \frac{\tilde{A}_0 J_1(\alpha_0 \frac{a}{H})}{\alpha_0^2} e^{i\alpha_0} (\alpha_0 \sinh \alpha_0 - \cosh \alpha_0 + 1) \right. \\
&\quad \left. + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\tilde{A}_n I_1(\alpha_n \frac{a}{H})}{\alpha_n} e^{i\alpha_n} (\alpha_n \sin \alpha_n + \cos \alpha_n - 1) \right\} \quad (7.9)
\end{aligned}$$

ここに,

$$\begin{aligned}
\tilde{A}_0 &= \frac{4 \sinh \alpha_0}{\sinh 2\alpha_0 + 2\alpha_0} \sqrt{\frac{1 + v^{*2} \omega^2 a^2}{a^2 J_1'^2 + v^{*2} \omega^2 J_1^2}} \\
\tilde{A}_n &= \frac{4 \sin \alpha_n}{\sin 2\alpha_n + 2\alpha_n} \sqrt{\frac{1 + v^{*2} \omega^2 a^2}{a^2 I_1'^2 + v^{*2} \omega^2 I_1^2}} \quad (7.10)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\varphi_0 &= \tan^{-1} \left( \frac{v^* \omega a (a J_1' - J_1)}{v^{*2} \omega^2 a^2 J_1 + a J_1'} \right) \\
\varphi_n &= \tan^{-1} \left( \frac{v^* \omega a (a I_1' - I_1)}{v^{*2} \omega^2 a^2 I_1 + a I_1'} \right) \quad (7.11)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
J_1 &= \frac{\partial \xi}{\partial r} \frac{\partial J_1}{\partial \xi} \quad ; \quad \xi = \alpha \frac{r}{H} \\
a J_1 &= J_1(\xi) - \xi J_2(\xi) \quad ; \quad r = a
\end{aligned}$$

なお、上式での流体に対する動流体圧は、7. 2. 1における扱いと異なっている。すなわち、流体は、非圧縮・非回転の粘性流体の運動とする。このときの境界条件は、円筒シェルと底面スラブとの位置において、流体の相対速度がゼロであると考えられることができる。しかし、ここでは、円筒シェルと流体との境界面においては、流れに何らかの抵抗を示すであろうから、これを円筒シェルと流体との間の相対速度が速度の2乗に相当する量に比例した相対速度の遅れ量としてモデル化して、減衰効果を導入している。

### 7. 2. 3 地盤とタンクの滑動・剥離現象

#### (1) 静的実験に関する基本量の算定

まず、震度法的な地震力の取扱は、いま対象としている液体貯蔵タンクに対してできない。しかし、ここでは、図7. 2のもとの水面（破線）に示すように、貯蔵液体が剛体と仮定されるならば、通常の地震力の評価ができる。すなわち、水平地震動 $\alpha$ により構造物は地盤と一緒に、

$$\theta = \tan^{-1}(\alpha/g)$$

だけ傾斜する。タンク内の液体が、図7.2の水平面(実線)に示すように変化する場合、液体部の重心は、移動する。すなわち液体を剛体とみなしたときの重心をG、流体とみなしてθ角傾けた場合の重心をG'とすれば、z方向、x方向の重心の移動量は、それぞれ次のようになる。

$$z_g = \frac{H}{2} + \frac{R^2 \tan \theta}{8H} \quad (7.12)$$

$$x_g = \frac{R^2 \tan \theta}{4H} \quad (7.13)$$

さらに、液体の質量をmと考えると、タンク底面中心において、剛体と考えた場合の水平地震力mαによる転倒モーメントは、

$$M_1 = \frac{H}{2} m \alpha \quad (7.14)$$

となり、一方重心移動後の転倒モーメントは、

$$M_2 = z_g \cdot m \alpha + x_g \cdot mg \quad (7.15)$$

より求められる。すなわち、重心が移動したことにより転倒モーメントは、(M<sub>2</sub>-M<sub>1</sub>)が増加することになり、この増加量を考慮する必要がある。この影響をみるために(M<sub>2</sub>-M<sub>1</sub>)/M<sub>1</sub>とθとの関係を図7.3に示す。図中のパラメータは、H/Rの比である。

## (2) ジョイント要素

動的な取扱におけるジョイント要素は、土岐・三浦<sup>28)</sup>の詳細な議論があるが、以下のような簡単なモデルで基礎式を導く。

タンク底面スラブにおける地盤との滑動・剥離を扱うには、ジョイント要素が簡便である。そこで、本研究では、実験の動的挙動をジョイント要素を含むばね-質点系モデルで考察する。すなわち、対象としているタンク系は、図7.4のような集中質量系モデルで表現できるものとする。このとき、タンク底面のみに滑動・剥離のジョイント要素が接触しているものとする。節点I, J, K, Lにはそれぞれx,y方向にu<sub>i</sub>,v<sub>i</sub>の変位をとり、Mには、x方向にu<sub>M</sub>の変位をとる。また、ジョイント要素の要素変位は、

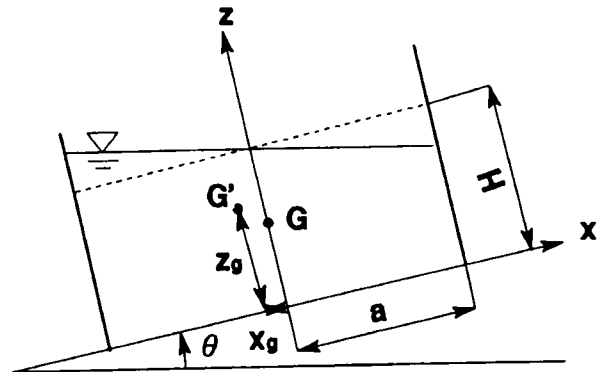


図7.2 重心移動効果の説明図

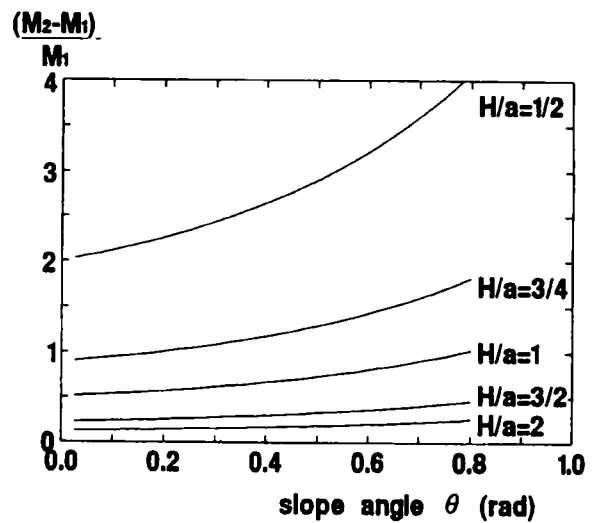


図7.3 基盤傾斜による重心移動効果

u, v,  $\theta$  とする.

まず, ジョイント要素の部材力  $\bar{P}$  と部材変位  $\bar{Z}$  を関係付ける部材剛性  $\bar{K}$  は, ジョイント要素のせん断方向の剛性を  $k_s$ , 垂直方向の剛性を  $k_n$ , 回転方向の剛性を  $R^2 k_n$  とすると次式のような関係にある.

$$\bar{P} = \bar{K} \bar{Z} \quad (7.16)$$

ここに,

$$\bar{P} = \{Q, P, M\}^T \quad (7.17)$$

$$\bar{Z} = \{u, v, \theta\}^T \quad (7.18)$$

$$\bar{K} = \begin{bmatrix} k_s & 0 & 0 \\ 0 & k_n & 0 \\ 0 & 0 & R^2 k_n \end{bmatrix} \quad (7.19)$$

一方, 部材変位  $\bar{Z}$  と節点変位  $\bar{X}$  を関係付ける変位伝達マトリックス  $\bar{A}$  は, 次式のような関係にある.

$$\bar{Z} = \bar{A} \bar{X} \quad (7.20)$$

ここに,

$$\bar{X} = \{u_J, v_J, u_J, v_J, u_K, v_K, u_L, v_L\}^T \quad (7.21)$$

$$\bar{A} = -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} -1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1/R & 0 & -1/R & 0 & 1/R & 0 & -1/R \end{bmatrix} \quad (7.22)$$

以上の関係を用いると, 節点外力  $\bar{L}$  と節点変位  $\bar{X}$  を関係付ける構造剛性  $\bar{S}$  は, エネルギー保存則より次式の関係にある.

$$\bar{L} = \bar{S} \bar{X} \quad (7.23)$$

ここに,

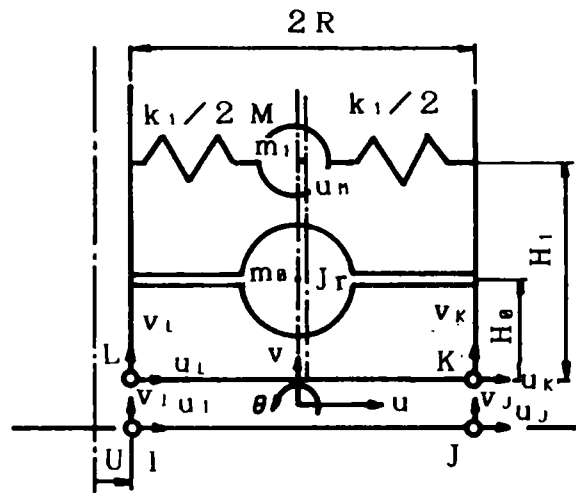
$$\bar{L} = \{L_{XJ}, L_{YJ}, L_{XJ}, L_{YJ}, L_{XK}, L_{YK}, L_{XL}, L_{YL}\}^T \quad (7.24)$$

$$\bar{S} = \bar{A}^T \bar{K} \bar{A} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} k_s & 0 & k_s & 0 & -k_s & 0 & -k_s & 0 \\ & 2k_n & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2k_s \\ & & k_s & 0 & -k_s & 0 & -k_s & 0 \\ & & & 2k_n & 0 & -2k_n & 0 & 0 \\ & & & & k_s & 0 & k_s & 0 \\ sym. & & & & & 2k_n & 0 & 0 \\ & & & & & & k_s & 0 \\ & & & & & & & 2k_n \end{bmatrix} \quad (7.25)$$

次に, ジョイント要素の構成関係は, ジョイントに垂直な方向, および, 平行な方向における応力変位関係である. すなわち, 垂直方向に関しては, ジョイントの変位が正 (剥離) の場合応力の伝達は行われず, 負 (接触) の場合には, ばね係数  $k_n$  の線形関係をもつ. また, せん断方向に関しては, 発生し

ているせん断応力の絶対値が降伏応力を越すと滑動を生じ、それ以下であれば線形関係にあるという完全弾塑性としての挙動を呈するものとする。なお、降伏応力は、Mohr-Coulomb 型の降伏条件を仮定し、垂直応力が正の場合 0 であり、負の場合  $F_c$  の値をもつとする。

なお、本タンクモデルの運動方程式の基本関係は、付録 A 5 に示す。



### 7. 2. 4 ウエブレット相互相関関数

一般に 2 地点の情報  $x(t), y(t)$  から相互間の関係をみるには、次式のような相互相関関数が用いられる。

$$R_{xy}(\tau) = \langle x(t), y(t-\tau) \rangle \quad (7.26)$$

ここに、 $\langle \quad \rangle$  は内積である。上式は、2 点間の時間遅れ  $\tau$  により相互間の特性を抽出している。

いま、2 地点の相関をみるため第 5 章で定義された次のようなウェブレット相互相関関数を用いる。

$$W_{xy,j}(\tau) = \sum_m D_{j,im}^x D_{j,om}^y \quad (7.27)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} t_{im} &= m - 2^{-j-1} \tau \\ t_{om} &= m + 2^{-j-1} \tau \end{aligned} \right\} \quad (7.28a)$$

$$\left. \begin{aligned} D_{j,i}^x &= \langle x(u), \psi_{j,i}(u) \rangle \\ \psi_{j,i}(u) &= 2^{-j/2} \psi_j(u - 2^{-j} t) \\ \psi_j(u) &= 2^j \psi(2^j u) \end{aligned} \right\} \quad (7.28b)$$

なお、 $\psi(t)$  は、ウェブレット関数である。式(7.27) は、2 つの事象  $x(t), y(t)$  の空間を  $\psi_{j,i}(u)$  のフィルター関数で  $2^{-j} t$  ごとの時間遅れの 2 次元的な特性を抽出している。

式(7.26)は、2 つの事象の時間遅れのみ相関の特性を現している。一方、式(7.27)は、分解係数によって定まっている中心振動数付近の成分による 2 つのそれぞれの時刻における相関の特性を現している。したがって、式(7.27)によって定義されたウェブレット相関係数は、2 つの事象に含まれている情報をより詳細に抽出している。

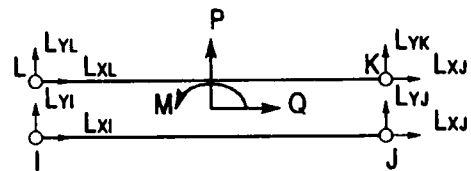


図 7. 4 ジョイント要素をもつタンクモデル

表 7. 1 模型に対する諸元

Liquid (Water)		$H_l$ (cm)		$R_l$ (cm)		$\rho_l$ (g/cm <sup>3</sup> )		
		15		15		1.0		
Container	Plate	Cylindrical Shell		$L_s$ (cm)	$R_s$ (cm)	$t_s$ (cm)	$\rho_s$ (g/cm <sup>3</sup> )	
				30	15	0.02	8.9	
		Circular		$R_b$ (cm)	$t_b$ (cm)	$\rho_b$ (g/cm <sup>3</sup> )	$E_b$ (Kg/cm <sup>2</sup> )	$\nu_b$
	I	Rigid (Steel)	17	0.5	7.9	$2.1 \times 10^4$	0.30	
	II	Flexible (Copper)	17	0.02	8.9	$1.2 \times 10^4$	0.34	
	Circular Rib Ring (Steel)		$R_r$ (cm)	$b_r$ (cm)	$\rho_r$ (g/cm <sup>3</sup> )	$E_r$ (Kg/cm <sup>2</sup> )	$\nu_r$	
			29.75	0.5	7.9	$2.1 \times 10^4$	0.30	
Floating	Roof	Deck Plate (Copper)		$R_d$ (cm)	$t_d$ (cm)	$\rho_d$ (g/cm <sup>3</sup> )	$E_d$ (Kg/cm <sup>2</sup> )	$\nu_d$
				13.5	0.01	8.9	$1.2 \times 10^4$	0.34
	Pontoon		$R_p$ (cm)	$b_p$ (cm)	$\rho_p$ (g/cm <sup>3</sup> )	$E_p$ (Kg/cm <sup>2</sup> )	$\nu_p$	
		28.25	1.5	-	-	-		
Ground (Chemical Grout)		$H_g$ (cm)		$V_g$ (m/s)		$\nu_g$		
		30		3.31		0.49		

### 7. 3 模型実験の概要<sup>29)-31)</sup>

#### 7. 3. 1 実験のシステム

##### (1) 対象タンク系の諸元

まず、模型実験を行う場合、模型の挙動から実物のそれを推定できるように、これらの間に成立する相似関係が考慮される。すなわち、模型現象が、原型現象と相似になるための相似律を求める必要がある。対象とする現象は、基本的には弾性振動に限定して扱うことにする。ここでは、動的現象を扱うので貯蔵液体、クンタシエル、基礎地盤についてそれぞれの固有周期を考え、相似律を合わせ基本量の誘導を行うことにした。なお、実際の模型製作には、さらに材料等の制約を受けたものが、製作された。

対象とする実建造物の諸量は、日本におけるコンビナート地区で一般に建設されているタンクを参考にして、模型に対する幾何学比を 1/100 におき、振動数比が約 10 になるような材料を使用することを目標に製作しようとした。しかし、クンタシエルの肉厚等の製作上の制約のためタンクシエル材料は、銅製の板を用いた。さらに模型地盤のグラウト剤は、弾性定数を小さめのものを製作し、振動台ならびに加速度計の性能に制約された。模型に対する諸元の結果は、表 7. 1 に示すようなクンタ模型を製作した。

##### (2) 実験装置

模型タンクとその設置方法は、次の 3 種類について行った。

まず、振動台に鋼製の振動箱（長さ 2200mmx 幅 1200mmx 高さ 1000mm）を固定し、その中心部に円筒形模型タンク（銅製、側板  $\phi$  150mmx300mmx0.2mm、底板  $\phi$  170mmx5mm）を接着剤で固定



した。この装置による実験をタンクシリーズ（図7.5）とした。

次に、振動台に固定された振動箱内にアクリルアמיד系グラウト剤（日東化学，NITTO\_SS30R，15%濃度）で製作された層厚30cmの弾性地盤を設け，地盤中央の表面に円筒形模型タンク（銅製，側板φ150mmx300mmx0.2mm，底板φ170mmx0.2mm）を設置した。なお，模型地盤の伝播速度を測定するために，模型地盤端部より，約10cmの場所に深さ20cmまで厚さ5mmの塩化ビニール板を振動箱の壁体と平行に埋設し，板たたき法を行った。この装置による実験をグランドータンクシリーズ（図7.6）とした。なお，以上の実験シリーズにおける振動台は，京都大学防災研究所に設置されている動電型（明石製作所製，ASE-91T型）の人為地震発生装置を使用した。

次に，静的傾斜実験に対して用いた実験装置は，簡単な図7.7に示すようなものである。モデル地盤は，傾斜台の板に15mm厚のゴムマットを敷き，これを固定する。この上にモデルタンクを設置し，傾斜台をリフトで傾斜させる。モデルタンクは，銅（側板φ150mmx300mmx0.2mm，底板φ170mmx0.2mm），OHP用フィルム（厚さ107μ）の材質で製作した。動的加振実験に用いた主な実験装置は，振動試験装置（IMV製 VS-3202C），モデル地盤（ゴム盤50cmx50cmx1cm），モデルタンク（銅製）である。振動台の上にモデル地盤を固定し，その上にモデルタンクを設置してこれを加振する（図7.8）。これらの装置による実験をタンクーリフトスライドシリーズとした。

### （3）測定機器

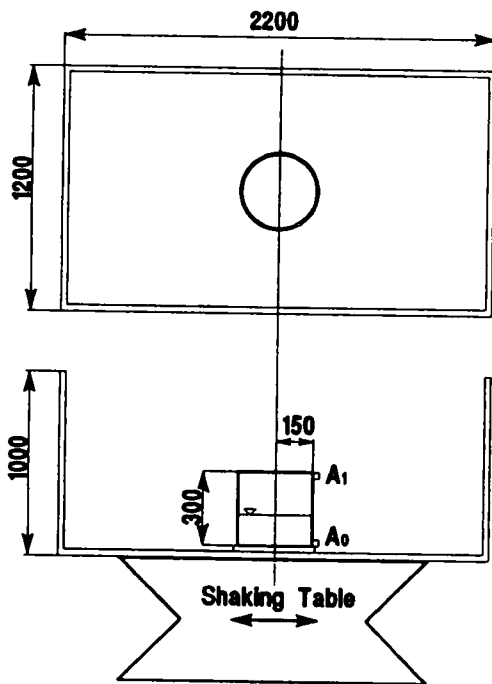


図 7. 5 タンクシリーズ実験

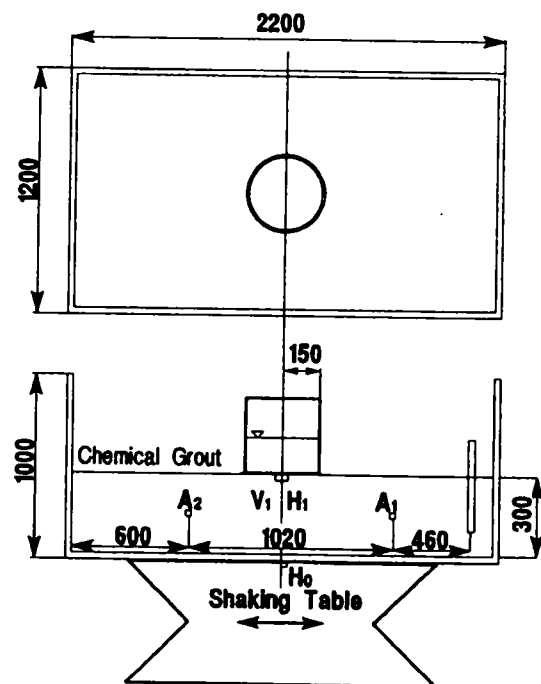


図 7. 6 グランドータンクシリーズ実験

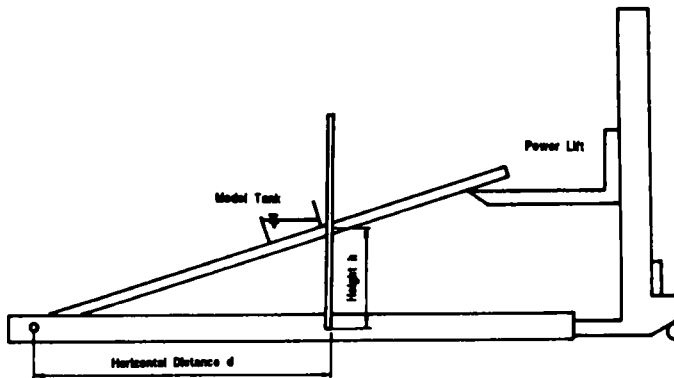


図 7. 7 静的傾斜実験

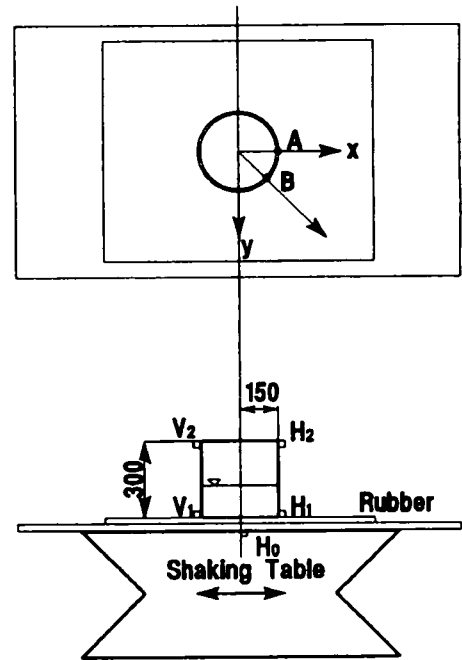


図7. 8 タンク-リフトスライドシリーズ実験

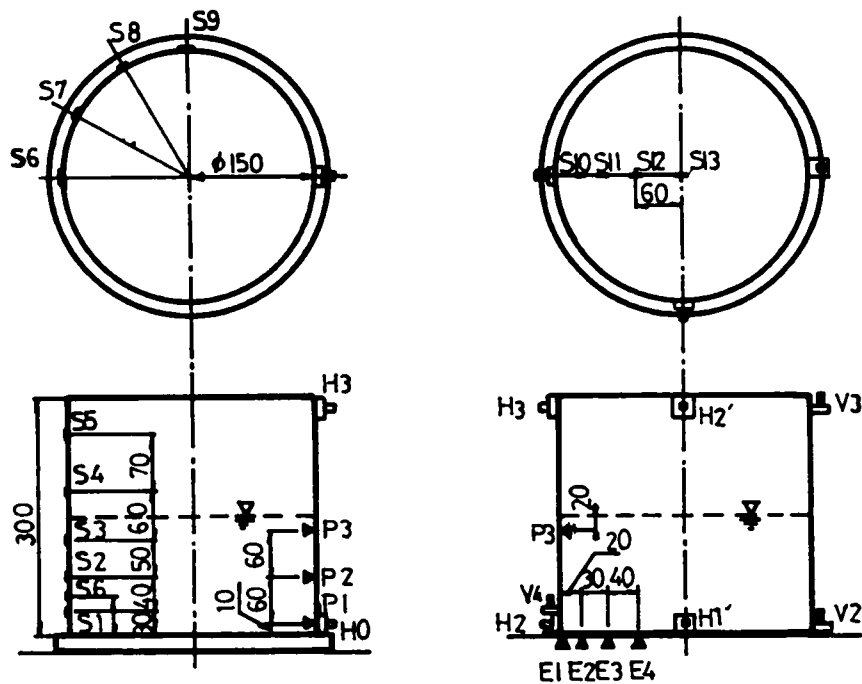
本実験には、加速度成分を測定するために、加速度計（新興通信工業製、非接着型、BA-2L:2G用、BA 5L:5G用）を、液圧および地盤反力を測定するための圧力センサー（共和電業製、PS-A型、2Kg/cm<sup>2</sup>）を、タンクシェルおよび底面スラブのひずみを測定するためのひずみゲージ（新興通信工業製、B-FAE-4 12,T11WP型）をそれぞれ図7. 9に示す位置に接着された。ここで、ひずみゲージで温度補償用ゲージは、実験に使用したタンクと同一形状の別のタンクと同位置に接着した。

次に、ピックアップされた測定量を増減させるための機器を用いた。測定量は、いずれもひずみ量がホイストブリッジを通して電圧変化としてピックアップされ、動ひずみ計（新興通信工業製、6001-F型、DS/6002型）で増幅された。圧力センサーおよびひずみゲージは、さらに直流増幅器（渡辺測器製、WA227-6C製）で増幅した。実験データは、すべてデータレコーダ（TEAC社製、R-280型、14CH）に記録した。データレコーダからの再生には、ペン書レコーダ（渡辺測器製、WTR211-6C型）、ミニライター（渡辺測器製WTR751）ならびにAD変換器（TEAC社製、DR-100）によりデジタル磁気テープに変換して解析した。さらに、滑動および剥離のための実験には、ビデオカメラ（ナショナル製マックロードM3）を用いた。

### 7. 3. 2 実験の種類および加振条件

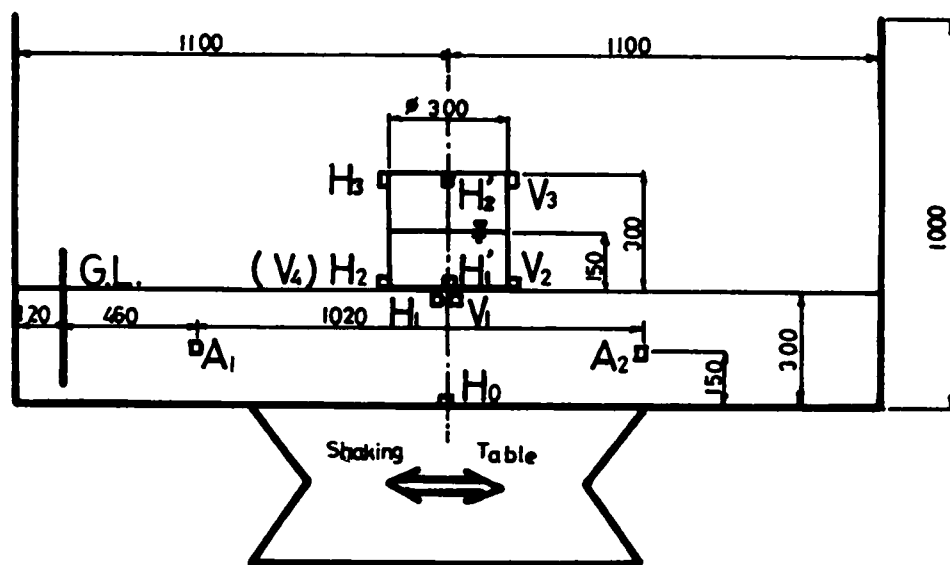
#### (1) 実験の種類

本実験における種類は、大別して3種類となる。



(a) pick up points for T-Test

(b) pick up points for LT- or LTG-Test



(c) pick up points for LTG- or FLTG-Test

図 7. 9 センサー設置位置

まず①タンクシリーズ実験は、模型タンクを振動箱に固着させ、加速度レベル、加振振動数、波形等を変化させて加振させた実験（T）と、模型タンク内に水を15cmまで注入して同様な実験（LT）との2ケースを行った。これらの実験によって空タンクに対する振動特性および液体とタンク円筒シェル

との連成振動の特性を検討した。

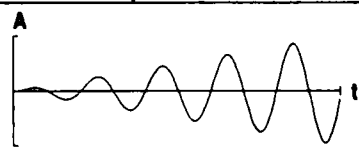
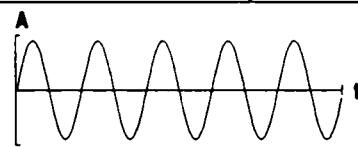

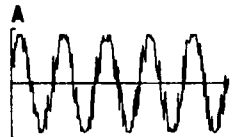

②グラントータシリーズ実験は、模型地盤だけを加振させたもの(G)、模型地盤上に中空模型タンクを設置して加振させたもの(TG)、さらに模型タンク内に15cmの水深まで注入してTG実験と同様の加振させたもの(LTG)の3ケースを行った。これらの実験によって、ベースシャー・転倒モーメントによるタンク本体と地盤との連成挙動を検討した。さらに、基盤、地表面、タンク本体の空間的な相関関係をウェブレット相関関数により若干検討した。以上の実験により地盤上のタンクの動的挙動の基本特性を調べた。

最後に③タンク・リフトスライドシリーズ実験は、模型地盤上のタンクを傾斜させて滑動・剥離の特性を調べたもの(SLTS)、振動台上に固定したモデル地盤にモデルタンクを設置して加振し、滑動・剥離の特性を調べたもの(DLTS)の2ケースを行った。

## (2) 実験の加振条件

本実験において振動台に作用させた入力加振は、水平一方向成分のみであり、加振の波形は、表7.2に示すものを用いた。正弦波加振は、まず加振振動数を設定し、振動台加速度振幅を徐々に増加させ(振幅漸変)、設定レベルまで増加した後は一定に保って加振させた(定常)。不規則波加振は、ホワイトノイズをローパスフィルターとハイパスフィルターで設定した振動数帯の波を加振させた。

表 7. 2 加振波形の種類

Input Excitation Sinusoidal Wave		
Proportional	Stationary	
		
Input Excitation Random Wave		
Wide Band White Noise	Narrow Band White Noise	Nonstationary White Noise
		

## 7. 4 地盤上にある模型タンクの振動実験

### 7. 4. 1 貯蔵液体のスロッシングに対する実験

#### (1) 実験方法

図7.5は、タンクシリーズの実験概要を図示したものであり、タンク模型は、0.2mm厚の銅製で、上端に鋼製の円形リブが接着され、下端に5mm厚の鋼製円板と固着されている。

この装置による、動的応答量は、加速度、タンクひずみ、動液体圧によって検出した。すなわち、測定量は、振動台の加振方向の加速度 $A_0$ 、タンク模型頂部での同方向での加速度 $A_1$ 、タンクシェル母線方向のひずみ $S_1 \sim S_3$ 、および、円周方向のひずみ $S_6 \sim S_9$ とがある。さらに、LT実験でのタンク内の動液体圧 $p_1 \sim p_3$ を測定した(図7.9)。

実験は、振動台を水平方向に定常正弦波を作用させ測定を行った。ここでの加振は、あらかじめ1~60Hzの振動数領域で正弦波対数掃引を行い、応答量の顕著な振動数領域を把握し、定常実験を行った。

### (2) タンクシェル上での流体圧

図7.10は、LT実験において、入力加速度に対する動液体圧 $p_3$ の応答倍率の結果である。図中○印は、50gal、●印は75gal、◎印は100galの入力加速度に対するものであり、いずれも、貯蔵液体のスロッシング共振時1.7Hz付近において鋭いピーク値をもった応答性状を示している。

図7.11は、入力加速度75galに対する $p_1 \sim p_3$ の応答を比較するための図である。スロッシング共振時において、 $p_3, p_2, p_1$ の順に応答値は小さくなっており、これを分布図で示したのが、図7.12である。この図には、5Hzに対する実験値の分布も示しており、このとき分布は、一様な分布を呈している。

### (3) タンクシェルのひずみ

図7.13は、400galの定常正弦波加振の場合の空タンクシェル母線方向のひずみ $S_1 \sim S_3$ の単位入力加速度あたりの振動数応答の結果であり、図7.14は、液体貯蔵タンクに対する結果である。図中○印は $S_1$ 、●印は $S_2$ 、◎印は $S_3$ 、◐印は $S_6$ 、⊗印は $S_9$ のひずみ量を示す。

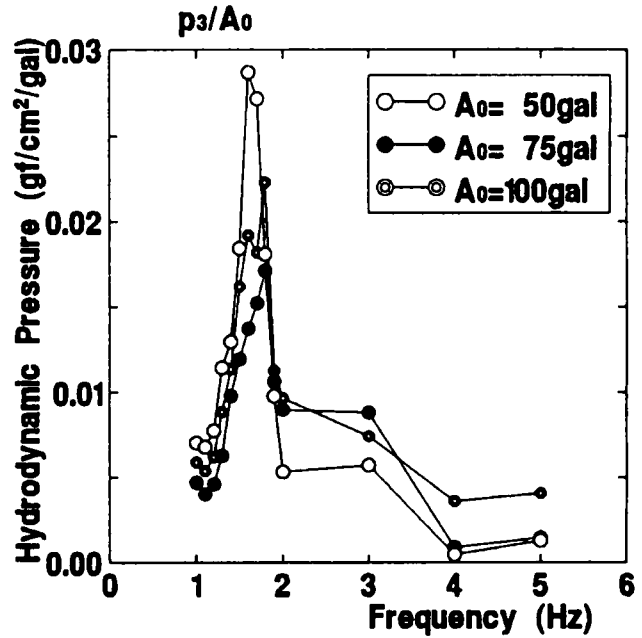


図7.10 入力レベルによる動液体圧の周波数応答

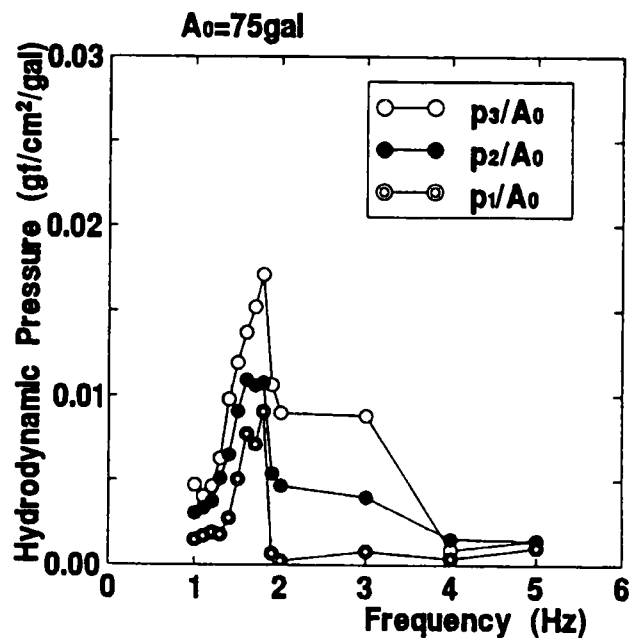


図7.11 測定位置による動液体圧の周波数応答

図より、T実験では、ひずみ $S_1$ は、30Hzまでに顕著なピークが6カ所現れているが、他のひずみの成分には、ほとんど現れていない。一方、LT実験では、ひずみ $S_1$ は、振動数が低い領域でT実験と同様のピークをもっているが、高い領域では滑らかな応答値を示している。ひずみ $S_1$ は、振動数が高くなるにしたがっていくつかのピークをもって徐々に大きくなっているが、他の成分は、ほとんど現れていない。

図7.15(a)は、T実験に対するひずみ分布であり、(b)は、LT実験に対するひずみ分布である。図中○印は4Hz、●印は10Hz、◎印は20Hz、⊙印は40Hzに対する単位加速度あたりのひずみを示す。

図より、ひずみの分布は、タンクシェル下端部近傍に大きな値を、発生しているのがわかる。また、円周方向の分布で、加振直角位置でも比較的大きな値が生じている。すなわち、水平加振される下端固定のタンクシェルは、下端部近傍に大きな曲げおよびフープ応力を生じている。

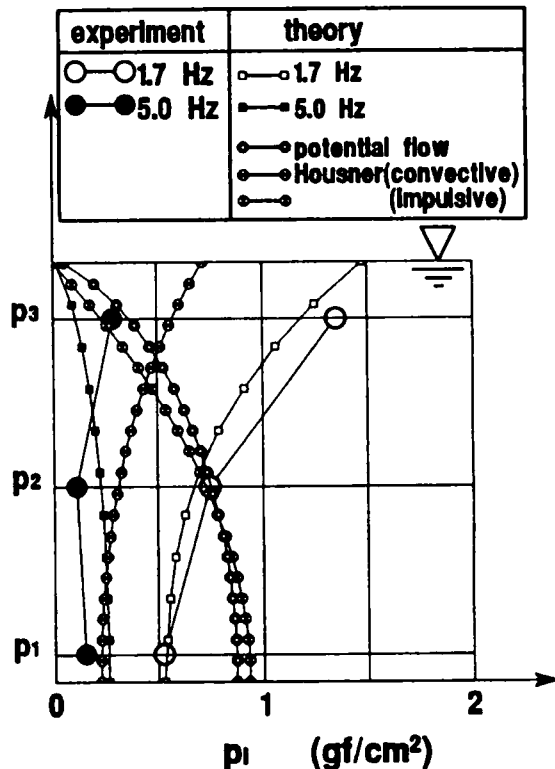


図7.12 動流体圧分布(LT)

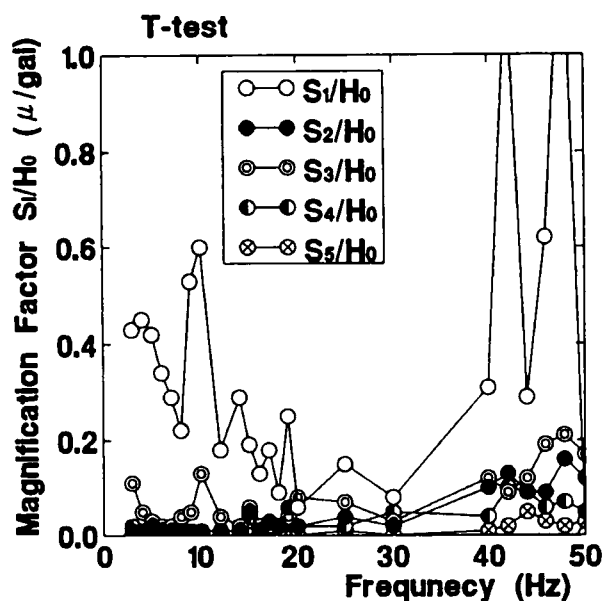


図7.13 ひずみの周波数応答(T)

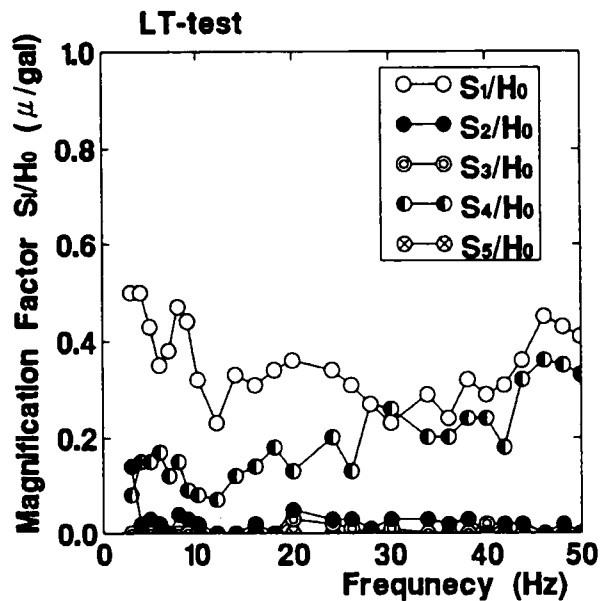


図7.14 ひずみの周波数応答(LT)

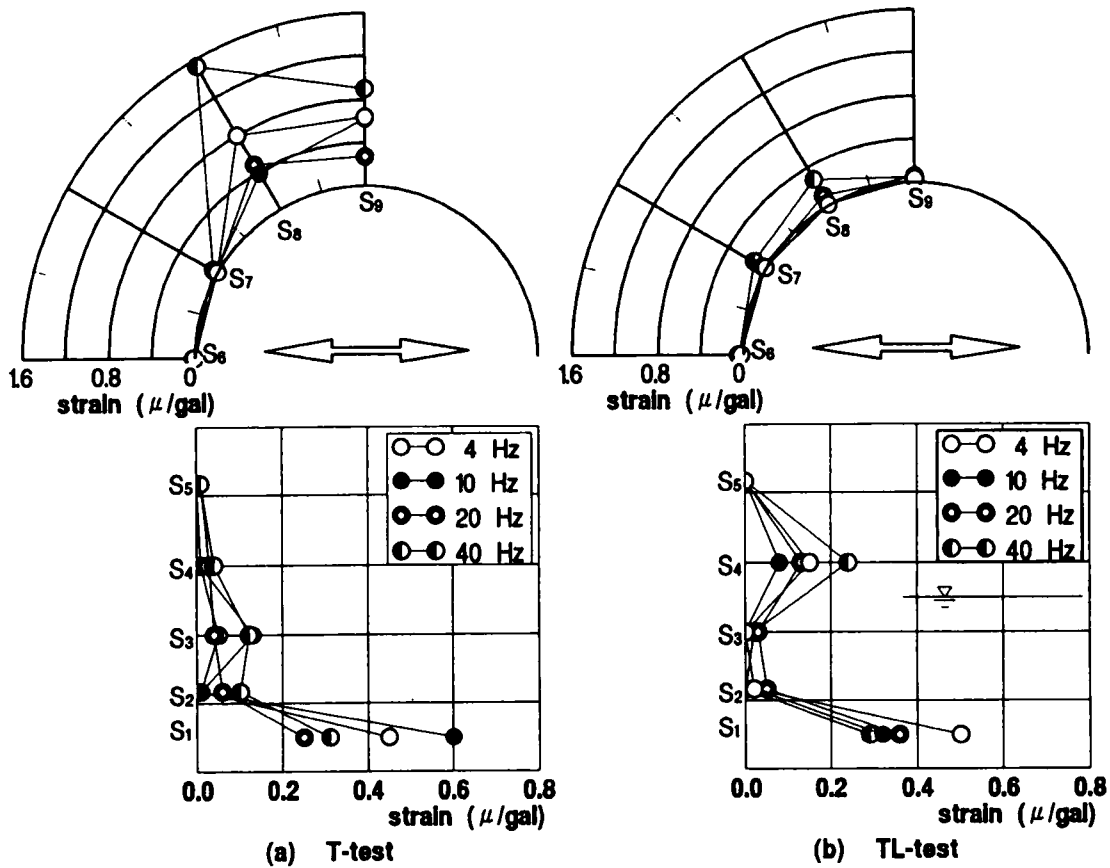


図 7. 15 タンクシェルのひずみ分布

#### 7. 4. 2 模型タンクのベースシャー・転倒モーメントに対する実験

##### (1) 正弦波加振に対する実験結果

###### 1) 振動槽内の模型地盤に対する加速度

図 7. 16 は、G 実験における模型地盤中央部での水平 (○印) および鉛直 (●印) の加速度応答倍率  $H_1/H_0$ ,  $V_1/H_0$  を図示したものである。

ここに、 $H_0$  は、振動台の加振方向の水平加速度成分である。図より水平および鉛直成分によってそれぞれ振動特性が異なっており、水平成分は、4, 6, 11Hz に顕著なピークを示し、鉛直成分は、7, 13, 24Hz にピークを示している。

模型地盤の振動特性を検討するため、表 7. 1 に示した模型地盤の材料定数を用いて、要素数 128, 節点数 198 で 3 次元 F E M の固有値解析を行った。その結果、表面中央部の水平成分が卓越する固有モードと、鉛直成分が、卓越する固有モードを図 7. 17 に図示した。また、表 7. 3 には、それぞれの成分の 1 ~ 5 次までの固有振動数を示した。

図 7. 16 より、水平成分および鉛直成分の卓越振動数は、3 次元 F E M の固有値解析の結果とほぼ

表 7. 3 T, TL, G, TLG実験に対する固有振動数

Storage Liquid	Ground	Model	Empty Tank		Liquid Tank	
	Horizontal	Vertical	Methods	Frequency	Methods	Frequency
1.7022	4.0125	5.8092	Veletsos		Veletsos	168.4
	5.5403	6.9247	Yang		Yang	
	8.5462	9.3616	Iijima		Iijima	199.5
	9.4735	9.5718	Hagiwara		Hagiwara	
	9.6106	10.2610	Dym	$f_1$	1461	Sakai
		$f_A$		1797	Sakoda	
		$f_p$		3857	Ogawa	

よい対応を示していたが、FEMの結果では、6Hz付近は水平より鉛直の方が卓越する結果を示している。

2) 地盤上の空タンクに対する加速度

図 7. 18 (a) は、加速度成分で水平成分に関する応答倍率の結果である。図中、○印は $H_1$ 、●印は $H_2$ 、●印は $H_3$ の成分に対するものであり、いずれも4Hz付近に鋭いピークをもった応答を示しており、 $H_3$ の応答は、さらに6~7Hz, 10, 12Hz付近にもピークをもった結果となっている。

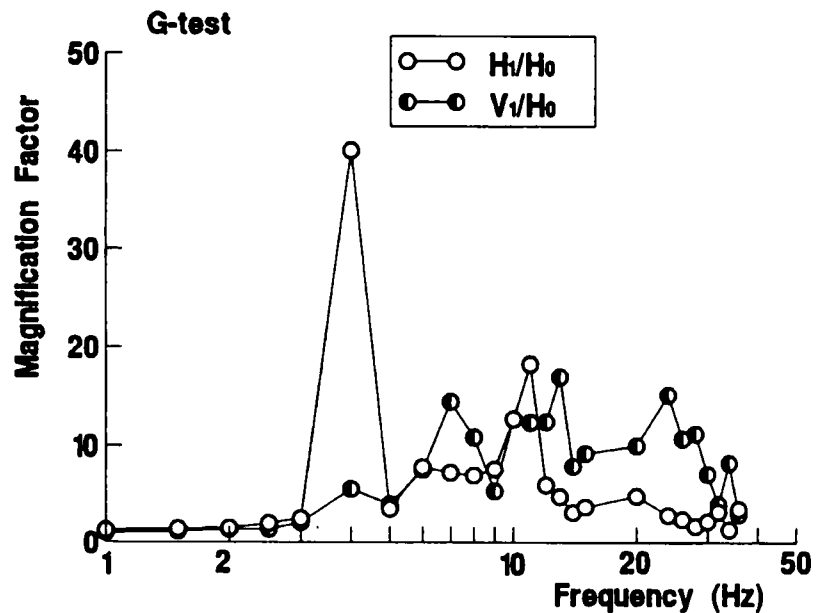


図 7. 16 地盤の加速度に対する周波数応答



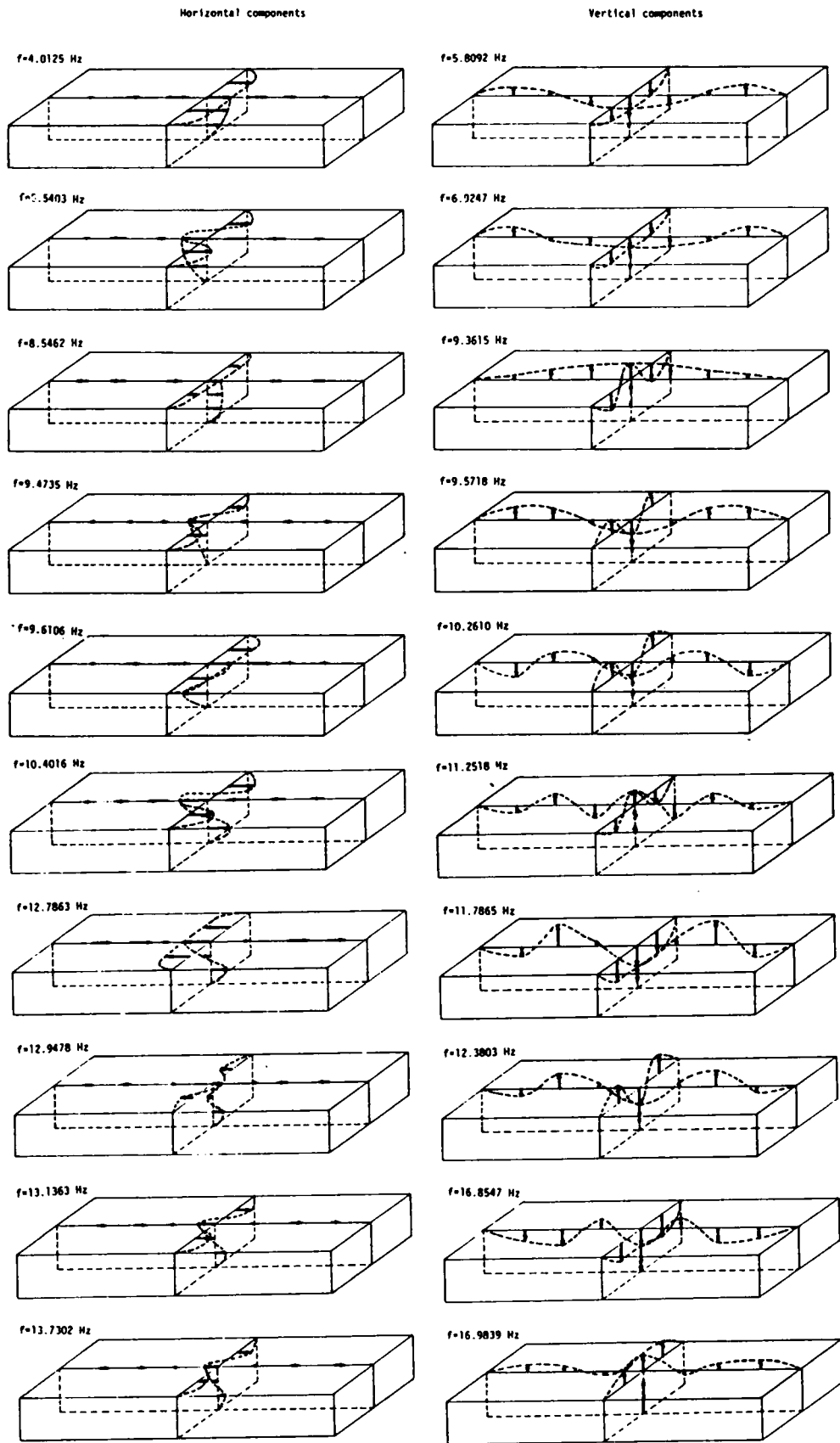


図 7. 17 3次元FEMによる地盤の固有モード

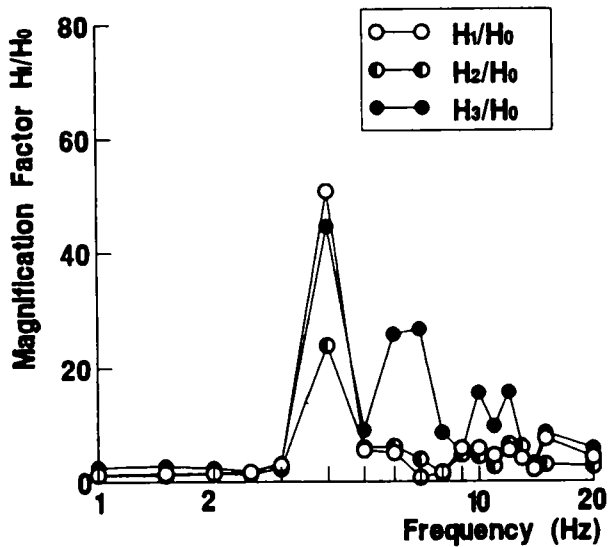


図 7. 18 (a) 加速度応答倍率  
(加振水平方向, TG)

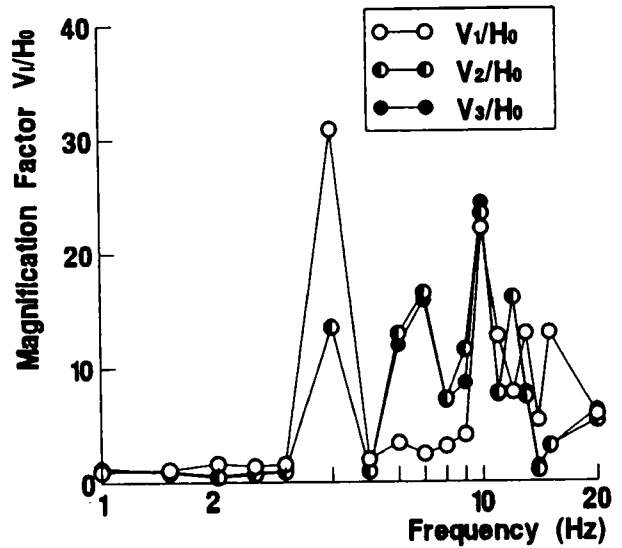


図 7. 18 (b) 加速度応答倍率  
(鉛直方向, TG)

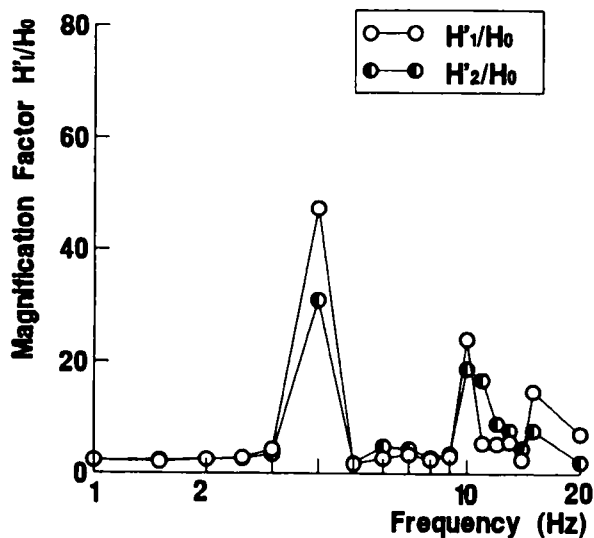


図 7. 18 (c) 加速度応答倍率  
(加振水平直角方向, TG)

一方鉛直成分の加速度は、図 7. 18 (b) に示すような結果となった。図中において、○印は  $V_1$ 、●印は  $V_2$ 、●印は  $V_3$  の応答倍率を示しており、4, 7, 10 Hz 付近に大きな応答を呈している。

さらに、加振直角成分のタンクの応答は、図 7. 18 (c) に示すような結果となった。図中、○印は  $H'_1$ 、●印は  $H'_2$  成分を示しており、4, 10, 15 Hz に大きな値となっている。いずれのピーク値も地盤の卓越振動数近くに生じており、基礎地盤の挙動が大きくタンクに影響している。

次に底面スラブに作用する地盤反力の応答倍率は、図 7. 19 に示すような結果となった。ここで、○印、●印、●印は、それぞれ  $E_1$ 、 $E_2$ 、 $E_3$  の応答値を示している。円筒シェル直下の  $E_1$  の値は、4, 6~7, 9~10 Hz 付近に非常に大きな応答を示す結果となっている。これを分布図の形で示すと、図 7. 20 のような分布となる。4, 10 Hz のいずれの場合も円筒シェル直下での反力分担量が大きくなっている。

### 3) 地盤上の液体貯蔵タンクに対する加速度

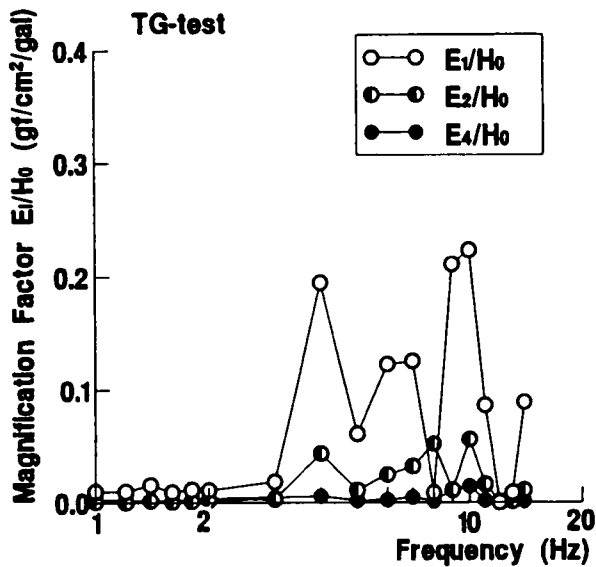


図 7. 19 地盤反力応答倍率 (TG)

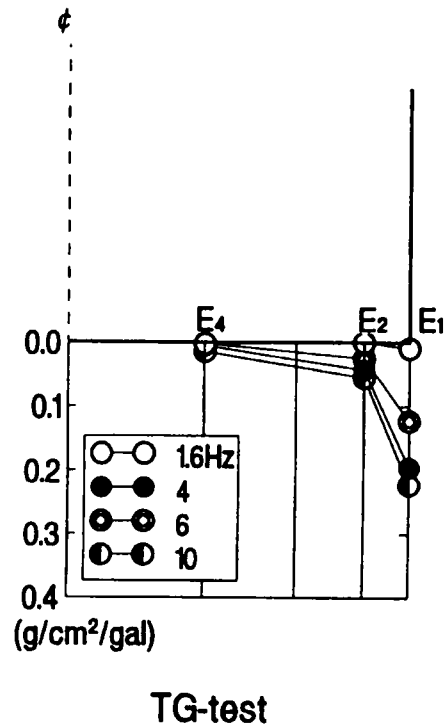


図 7. 20 地盤反力分布 (TG)

図 7. 21 (a) は、水平成分の加速度応答倍率  $H_1/H_0$  を図示したものである。ここで、○印は  $H_1$ 、●印は  $H_2$ 、●印は  $H_3$  の結果である。図より  $H_1$ 、 $H_2$  では、4Hz 付近にピークをもっているが、 $H_3$  は、4、10、12Hz の地盤の卓越越振動数のほかに、1.7Hz にもピークが生じている。

一方、図 7. 21 (b) は、鉛直成分に対する結果であるが、図中の記号は、○印、●印、●印がそれぞれ  $V_1$ 、 $V_2$ 、 $V_3$  に相当している。図より、6、10、12Hz にピークを持っているのがわかる。そして、6Hz 以外は、ほぼ  $V_1$ 、 $V_2$ 、 $V_3$  の値が同じ程度の結果となっている。

加振直角方向の結果は、図 7. 21 (c) に示している。図より  $H_1'$  (○印) も  $H_2'$  (●印) もあまり大きな変動はないが、ほぼ地盤・液体の卓越振動数付近に山が現れている。

図 7. 22 は、水平・鉛直の  $H_0$  に対する応答倍率分布を液体のスロッシング共振付近 1.6Hz (理論値 1.702Hz)、模型地盤の卓越振動数 4、6、10Hz について示したものである。(a) 図は、水平・鉛直のほぼ等しい地盤振動が模型タンクに作用した結果であり、(b) 図は、水平 動の卓越する地動が模型タンクに作用した結果であり、(c)、(d) 図は、鉛直動の卓越する地動がタンクに作用した結果である。このような加速度分布は、模型タンクの円筒シェルを剛とみなして、地盤とタンク全体の挙動を説明できる。

タンク本体のロッキングの度合いが  $(H_3-H_0)/(H_2-H_0)$  の比に比例すると考えると、いずれの場合も相当量ロッキング振動が生じている。したがって、側板直下付近での浮き上がりの生じている可能性が非常に大きい結果となっている。また、タンク本体のスウェイの度合いが  $(H_2-H_0)/(H_1-H_0)$  の比に比例すると

考えると、10, 6, 4, 1.6Hzに対してそれぞれ1.10, 0.68, 0.81, 0.77となり、地盤と底面スラブとに滑りが生じていると考えられる。

#### 4) 地盤上の液体貯蔵タンクの底面スラブに対する変形変動

図7. 23は、水平加振したときの動ひずみの応答倍率 $S_i/H_0$ を加振振動数の関係で図示したものである。図中、○, ●, ○, ●印は、それぞれ $S_{10}$ ,  $S_{11}$ ,  $S_{12}$ ,  $S_{13}$ の応答値を示している。結果は、いずれも1.6, 4, 6, 10Hz付近にピークを有している。

図7. 24は、ひずみよりスラブの変位を推定して約0.7~1.8周期を11分割したときのスラブの動的な変位分布の変動推移を図示したものである。な

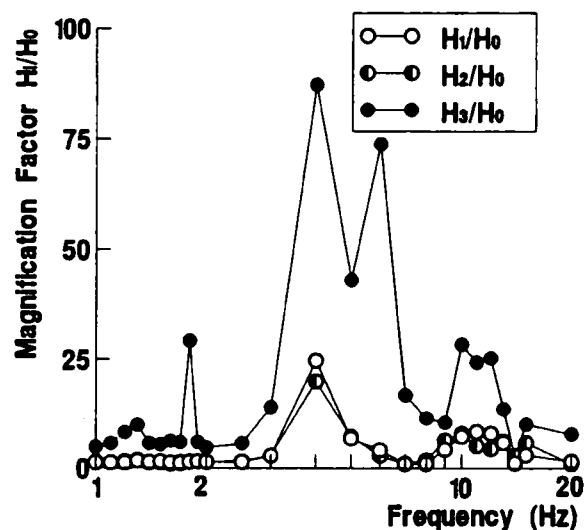


図6. 21 (a) 加速度応答倍率  
(加振水平方向, LTG)

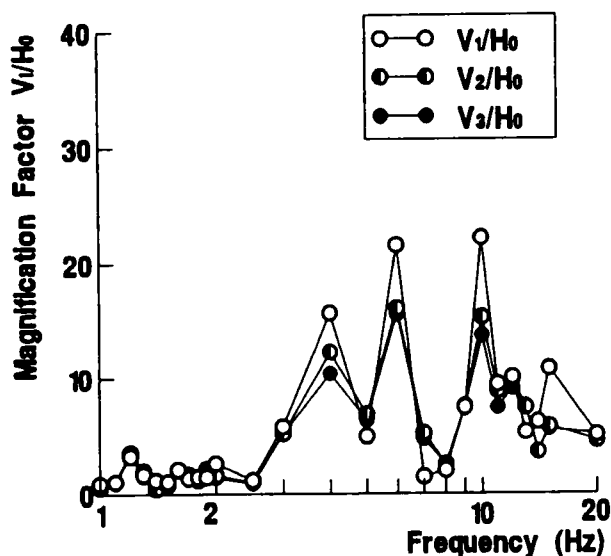


図6. 21 (b) 加速度応答倍率  
(鉛直方向, LTG)

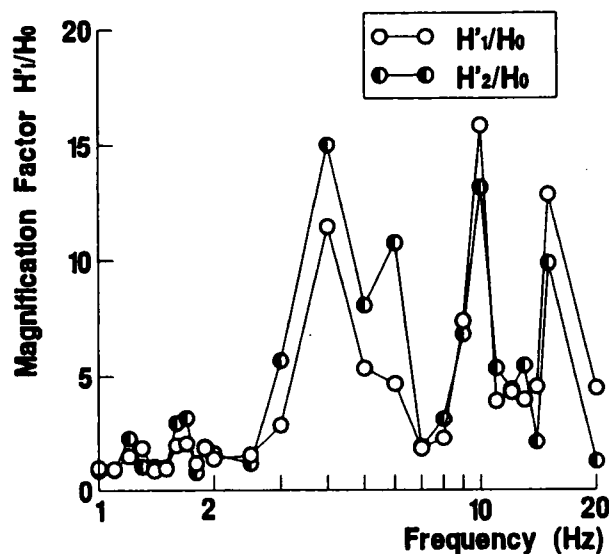


図6. 21 (c) 加速度応答倍率  
(加振水平直角方向, LTG)

お、分割周期が振動数によって異なるのは、測定データをAD変換する際のサンプリング時間によるためである。動的時の底面スラブの変形モードは、液体の挙動および円筒シェルの上下動、回転動に影響されている。たとえば、10Hzの変形モードは、地盤の上下動によりタンク本体および貯蔵液体が上下動することにより、円筒シェルのバルジングを生じ、地盤の上下動と連成したモードとなっている。6Hzの変形は、タンク本体の回転と連成したモードとなっており、4, 1.6Hzは、貯蔵液体の動揺とタンク本

体の回転の効果を受けており、  
1.0Hzは、地盤の上下動の変形  
モードとなっている。

5) 地盤上の液体貯蔵タンクの底  
面スラブに対する反力

図7.25(a)は、底面スラブ  
へ作用する地盤反力の応答倍率  
 $E_i/H_0$ を加振振動数との関係で図  
示したものである。図より、円筒  
シェル直下の $E_1$  (○印)が大きな  
応答値を示しているが、このとき  
液体のスロッシング共振時にも相  
当大きな値を示している。なお、図  
(b)に浮き屋根を付けた場合に  
ついての結果も示している。

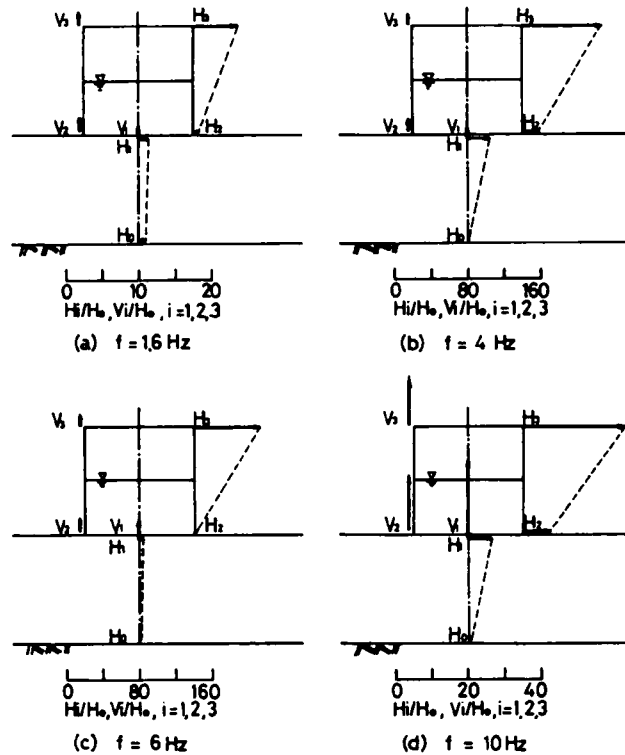


図7.22 LTG実験による加速度分布

また、図7.26は、地盤反力  
の分布の時間的な変動を図示したものである。さらに、位  
相差を考慮しない場合の反力分布を図5.27に示す。地  
盤反力は、側板直下にかなり大きな応答を示している。こ  
れは、タンク全体がロッキングするとき、円筒シェル直下  
部は、剛な状態であるのに対して、底面スラブ中央部は柔  
な状態のため、地盤反力が小さく現われている。したがっ  
て、底面に生じる復元力モーメントは円筒シェル直下で生  
じる鉛直力の貢献度が高くなっている。また、円筒シェル  
直下での地盤反力が相当大きいということは、底面のロッ  
キング(角)も大きいことを示しており、地盤と底面との  
剥離が生じる可能性をもつ。これについては、地盤反力の  
応答波形によって確認できる。しかし、図の結果の場合、剥  
離は、認められなかった。

(2) 不規則波に対する実験結果

1) 定常不規則波加振の場合

次に不規則波加振を行ったときの応答結果について示す。

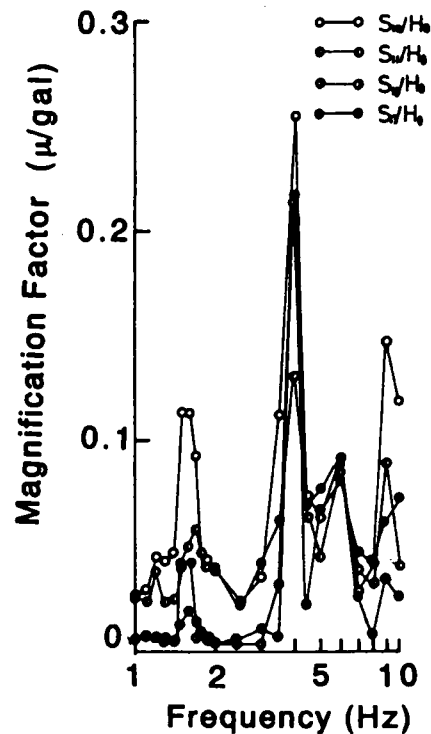


図7.23 ひずみ応答倍率

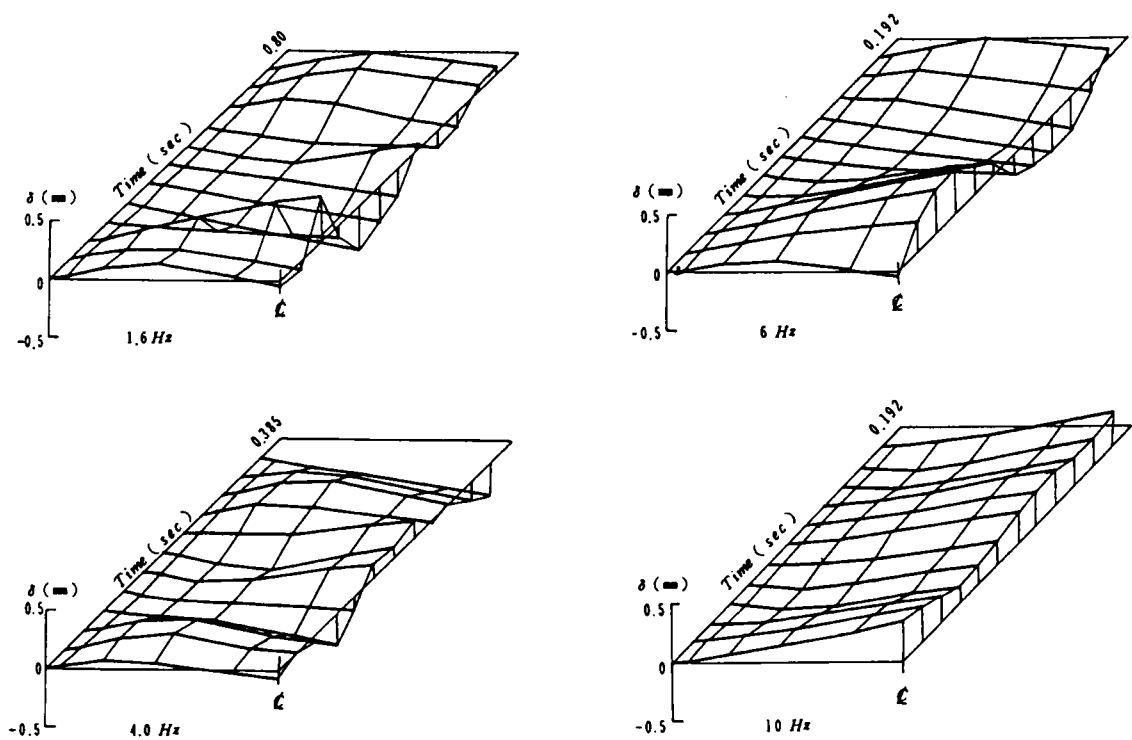


図 7. 2 4 底面スラブの変形特性 (LTG)

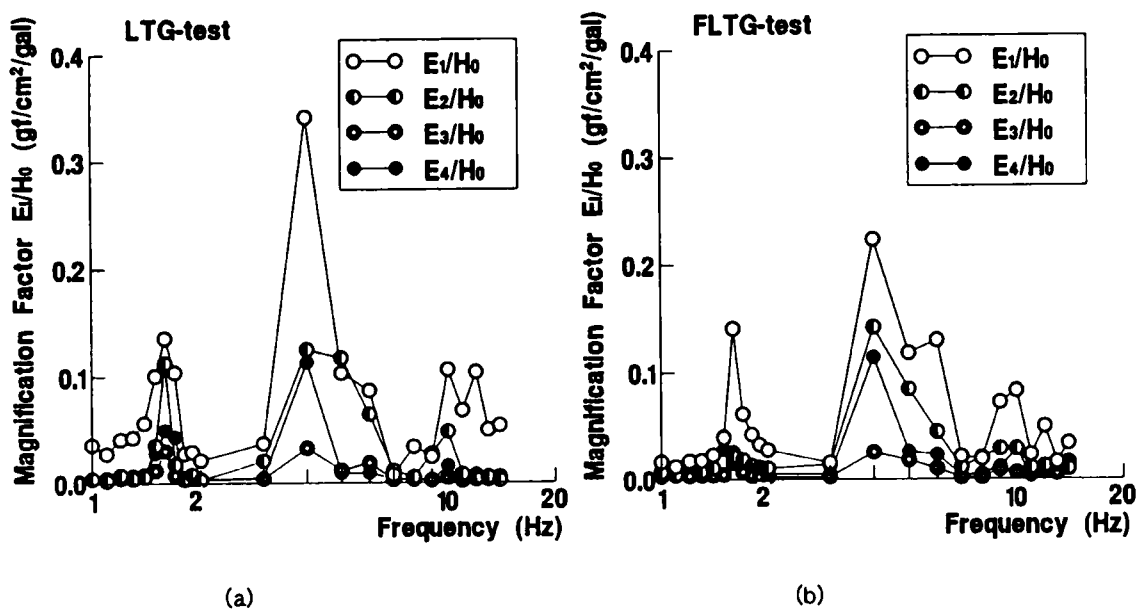


図 7. 2 5 地盤反力に関する周波数応答関数

振動数帯域が、2~40Hzに設定された有限な広帯域ホワイトノイズの加速度波形を入力として加振した場合（ケース I），図 7. 2 8（a），（b）は， $H_0$  に対するフーリエスペクトルならびに自己相関関数

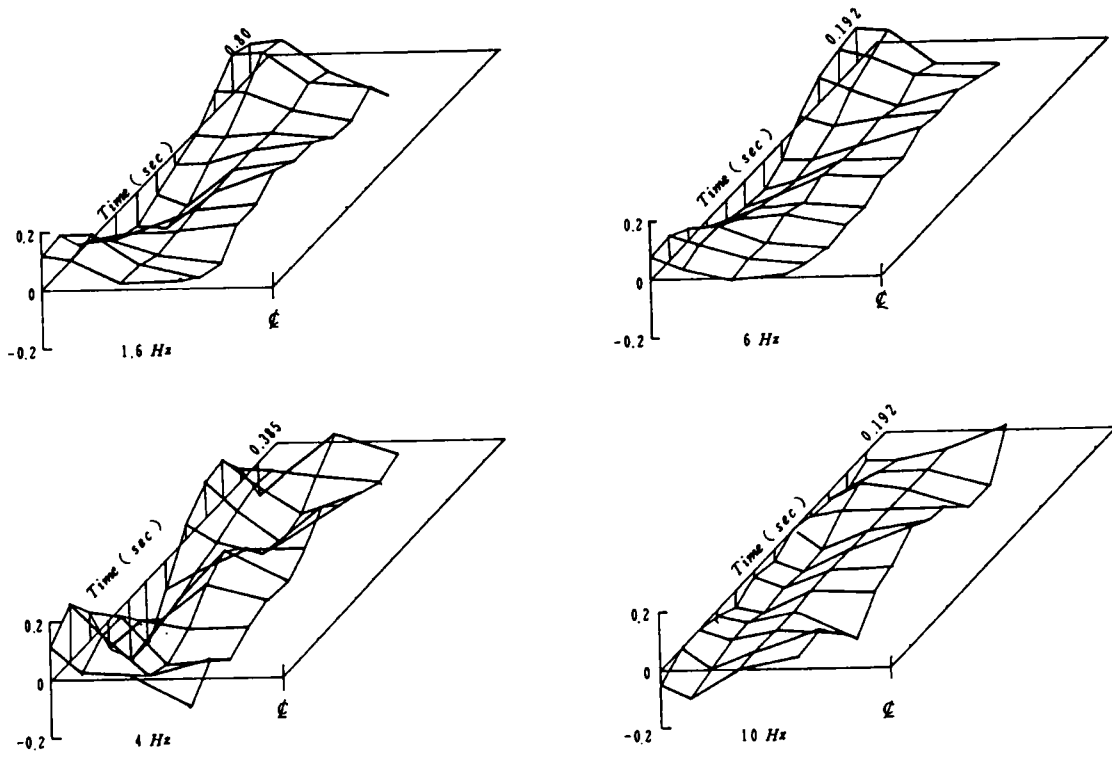


図7. 26 底面スラブの地盤反力特性 (LTG)

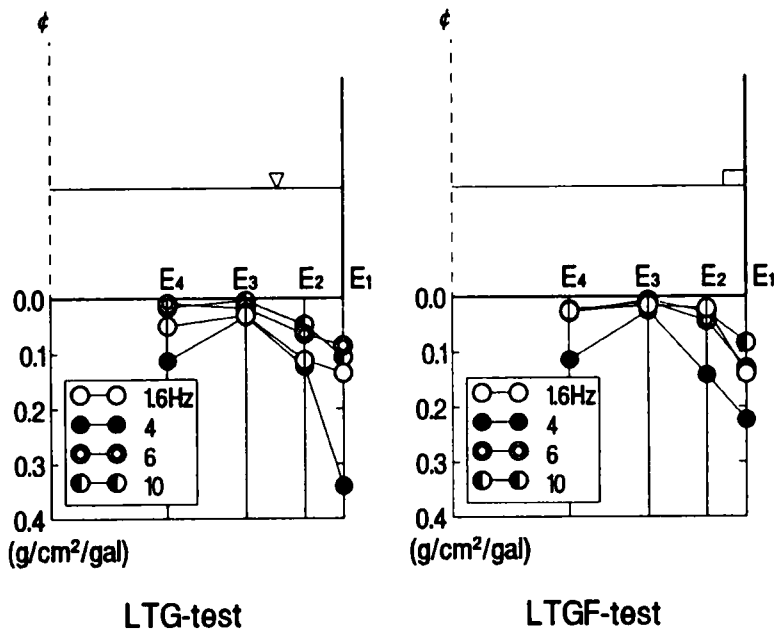


図7. 27 地盤反力分布

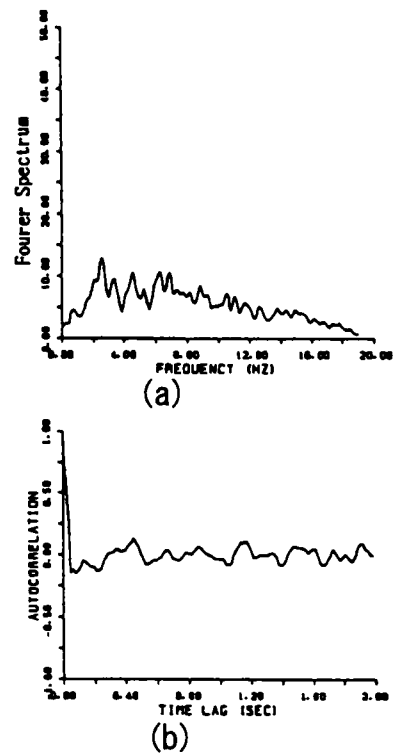


図7. 28 不規則波加振の入力特性  
(2 ~ 40Hz: ケース I)

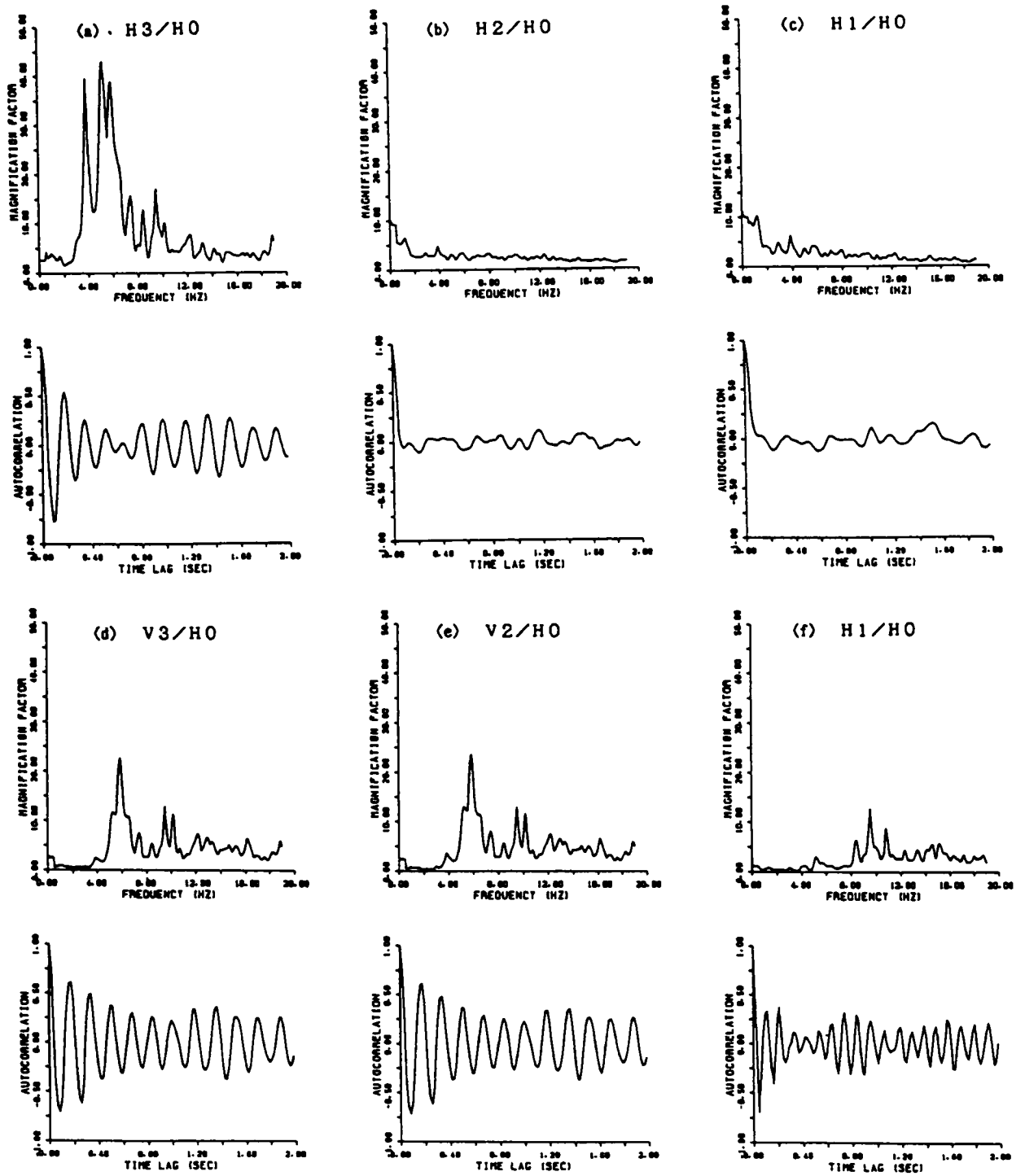


図 7. 29 不規則波加振による加速度応答倍率および自己相関関数 (ケース I)

を示している。図 7. 29 (a), (b), (c) は、それぞれ  $H_3/H_0$ ,  $H_2/H_0$ ,  $H_1/H_0$  の応答倍率を、(d), (e) 図は、 $V_2/H_0$ ,  $V_3/H_0$  の応答倍率を、(f) 図は、 $H_1'/H_0$  の応答倍率の結果である。図 7. 29 (d) および図 7. 28 (a), (b) より入力加振は、ほぼホワイトノイズ的な波形に



なっている。H<sub>1</sub>、H<sub>2</sub>成分は、入力振動の特性をほぼそのまま現しているが、H<sub>3</sub>成分およびV<sub>2</sub>、V<sub>3</sub>成分は、顕著な振動数特性を現している。すなわち、H<sub>3</sub>成分は、3.9、5.2、5.9、7.3、8.6、9.6Hz付近に卓越したピークをもち、V<sub>2</sub>、V<sub>3</sub>成分は、5.9、9.6、10.2Hz付近に卓越ピークをもった応答結果となっている。加振直角方向については、8.6、9.6、10.8Hz付近に少しピークをもった結果となっている。

同様に、図7.30(a)、(b)は、振動数帯域を3.15～6.3Hz、25～40Hz、2～3.15Hz(ケースII～IV)に設定したときの入力波形のフーリエスペクトルと自己相関関数を示している。

振動数帯域を3.15～6.3Hzに設定した場合、図7.31よりH<sub>3</sub>成分は、広帯域ホワイトノイズ入力の場合と同様の振動数の位置でピークをもっている。V<sub>3</sub>成分は、ほぼ6.0Hz以上の振動数領域でほぼ一様な応答特性を示している。H<sub>1</sub>成分は、約15.6Hz付近に鋭いピークをもっている。

加振振動数領域を25～40Hzに設定した場合、H<sub>3</sub>が1.7、2.3Hz付近にピークをもつがその他の領域(4～20Hz)は、低く平坦な振動数特性を示している。またV<sub>3</sub>成分は、0～20Hzの全領域に渡って一様な低いレベルの応答特性となっている。加振振動数領域を2～3.15Hzに設定した場合、H<sub>3</sub>の応答倍率は、3.9、5.2、5.9Hzでの振動数において鋭いピークを持った応答特性となっている。また、V<sub>3</sub>成分は、5.9Hzの振動数で鋭いピーク値をもっている。

不規則波による応答結果より、タンクなどの応答特性は、地盤の振動数特性を大きく受けるが、タンク自体の動的挙動としては、回転運動によると思われる結果を示し、振動数領域においてそのフィルター特性が、顕著に現れている。

## 2) 非定常不規則波加振の場合

基盤に約10～20秒間の非定常な不規則波を入力として作用させた場合、H<sub>2</sub>、H<sub>3</sub>の応答加速度に注目してその動的挙動を把握するのにウェブレット分解したものが、図7.32である。H<sub>2</sub>での入力の振動数帯域の違いが、ウェブレットフーリエスペクトルおよびウェブレット係数によく現れている。一方、タンク頂部でのH<sub>3</sub>のこれらの結果は、分解係数j=-3のみの振動数帯域が卓越した応答を示している。すなわち、3.125Hz付近の応答のみ卓越し、タンク本体の応答のフィルター現象が明瞭に現れ、定常な応答と異なった結果を示している。

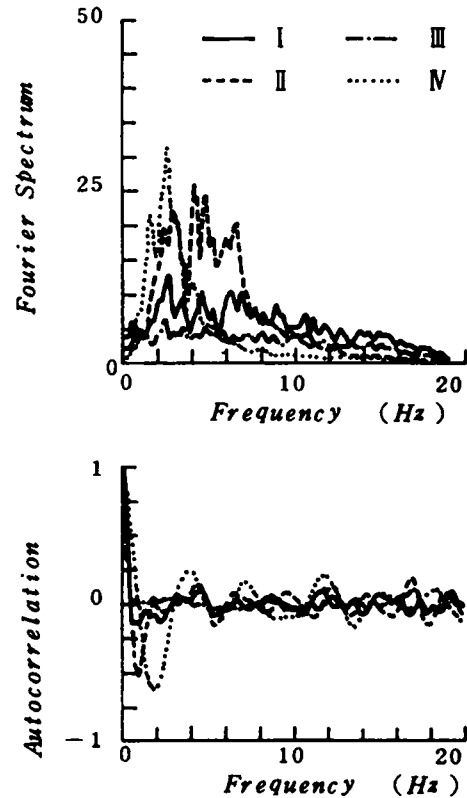


図7.30 不規則波加振の入力特性  
(ケースII～IV)

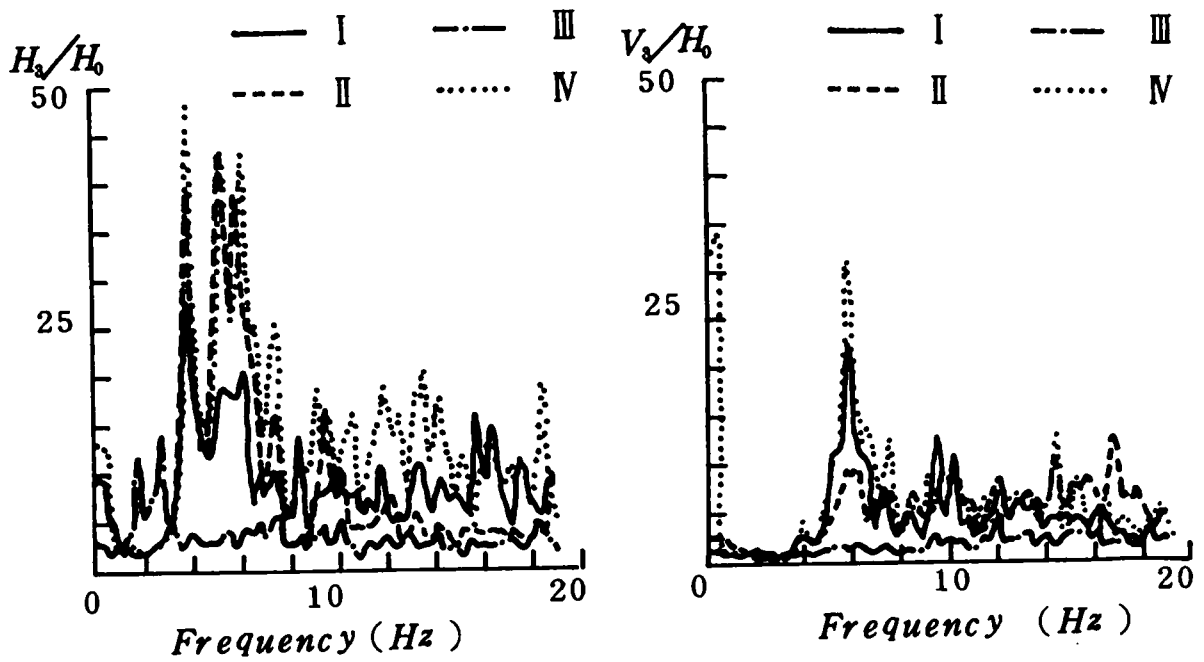
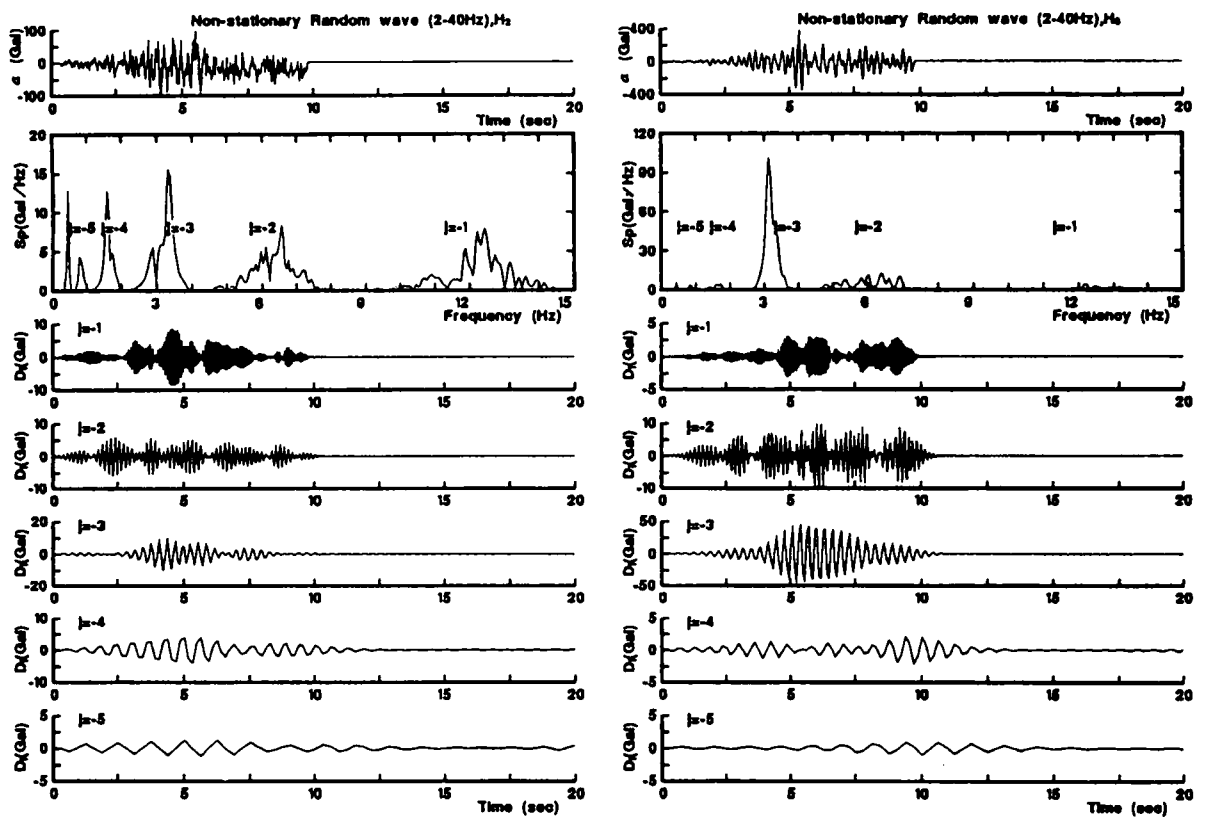
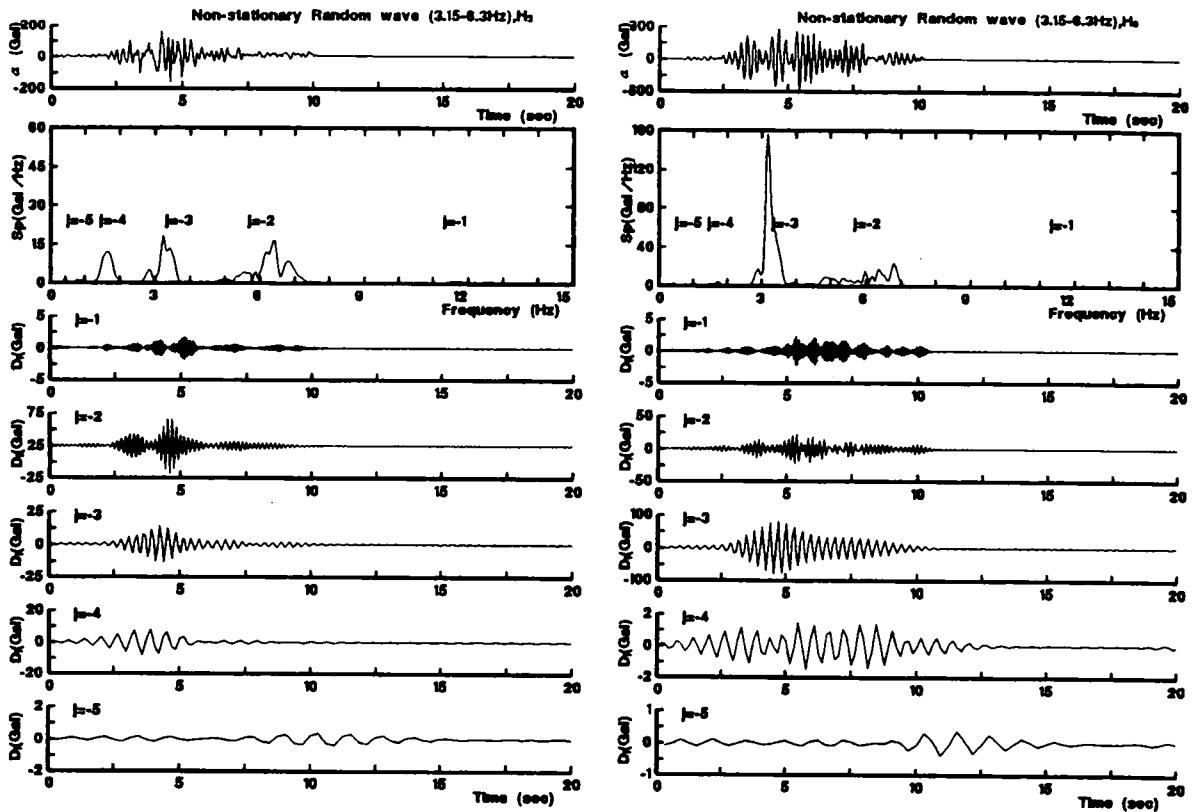


図 7. 31 不規則波加振による加速度応答倍率

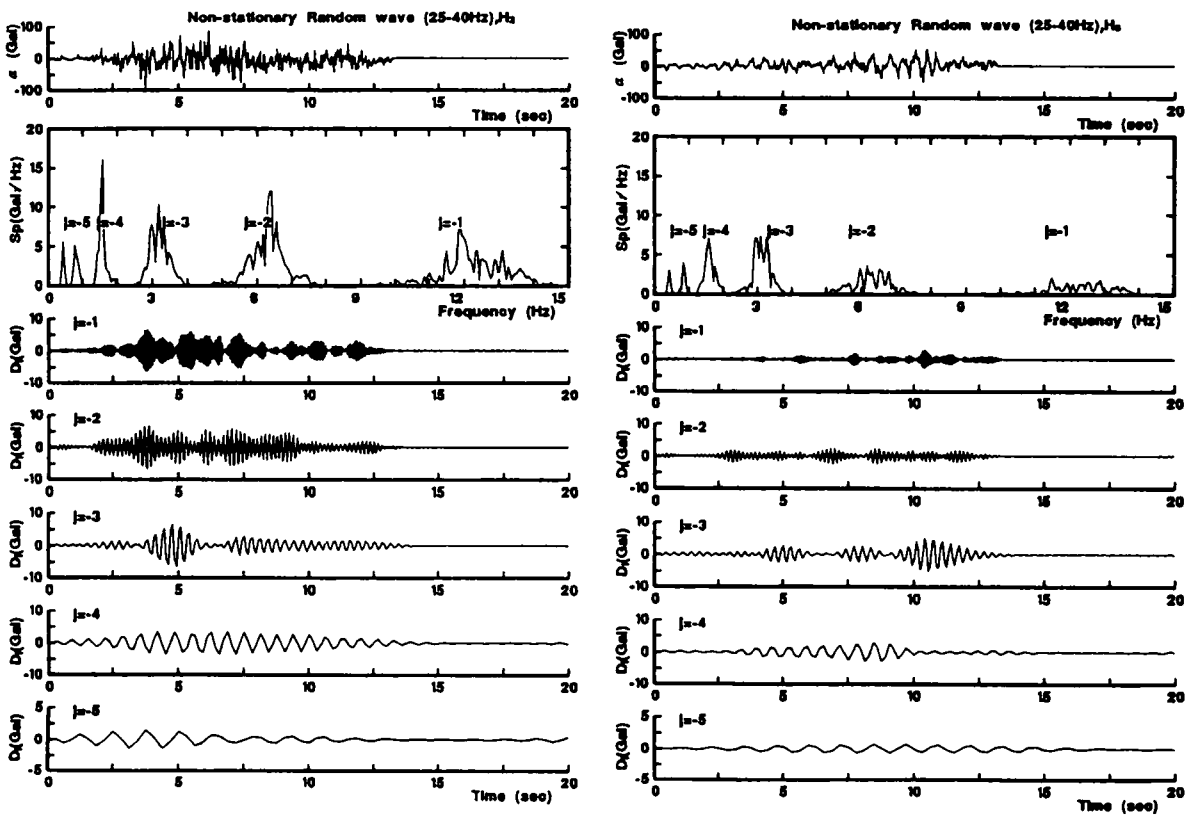


(a) CASE 1 (2~40 Hz)

図 7. 32 ウエレットフーリエスペクトルおよびウエレット係数

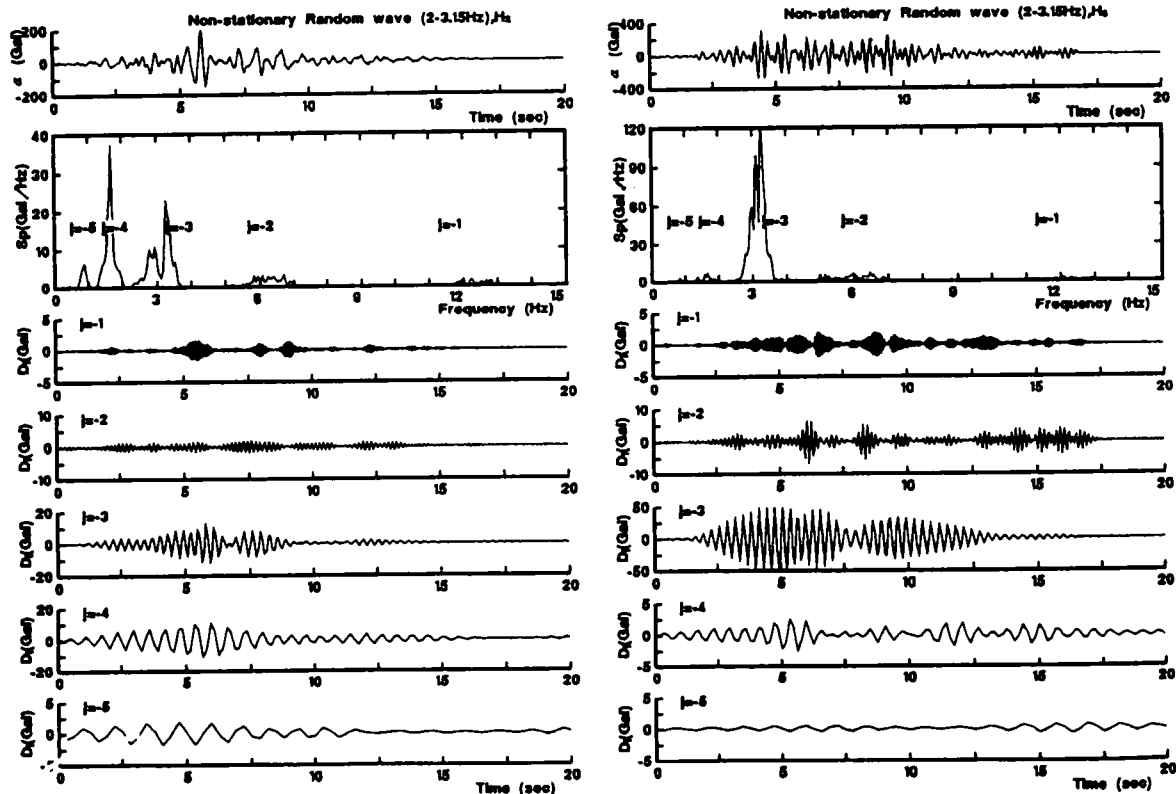


(b) CASE II (3.15 ~ 6.3Hz)



(c) CASE III (25 ~ 40Hz)

図 7. 32 ウエレットフーリエスペクトルおよびウエレット係数 (続き)



(d) CASE IV (2~3.15Hz)

図7. 32 ウェレットフーリエスペクトルおよびウェレット係数 (続き)

### 7. 4. 3 模型タンクの滑動・剥離に対する実験

#### (1) 静的傾斜実験における滑動・剥離

##### 1) 実験方法

まず、本実験は、図7. 7に示す装置を用いて次の手順に従って行う。

- ① まずモデルタンクを水平に保った傾斜台の中心に設置する。このとき剥離現象を明確にするためフィルム製のモデルタンクは、その底面とゴムマットの間に水を敷き、剥離が始まれば、その間に空気が入り込み、剥離の状態を目で観察できるようにしておく。
- ② 次にモデルタンクに、所定の水深まで水を注入する。この状態から傾斜台をパワーリフトで持ち上げ、剥離が生じるまで静かに傾斜を増加させていく。剥離の生じた傾斜角を記録し、写真でその剥離の状態を記録する。
- ③ さらに、傾斜角を増加させ、底面の剥離状態が拡大していくのを写真撮影する。この作業はモデルタンクが滑動、転倒、あるいは貯蔵液体のオーバーフローするまで行う。
- ④ 上述の手順をモデルタンクのタイプを代えて繰り返し行う。

##### 2) 実験結果

フィルム製モデルタンクに対する傾斜実験から得られた結果は、次のように分類された。底面に剥離の生じる現象（現象Aと呼ぶ）、底面全体に滑動の生じる現象（現象Bと呼ぶ）、貯蔵液体が円筒シェル上端よりオーバーフローするまで傾斜させたが滑動転倒の生じなかった現象（現象Cと呼ぶ）の3種類となる。またタンク高さ $H_s$ 、液深 $H$ をタンク半径 $R$ で基準化し、現象A、B、Cの始まる傾斜角 $\theta$ との関係は、図7.33のようになった。

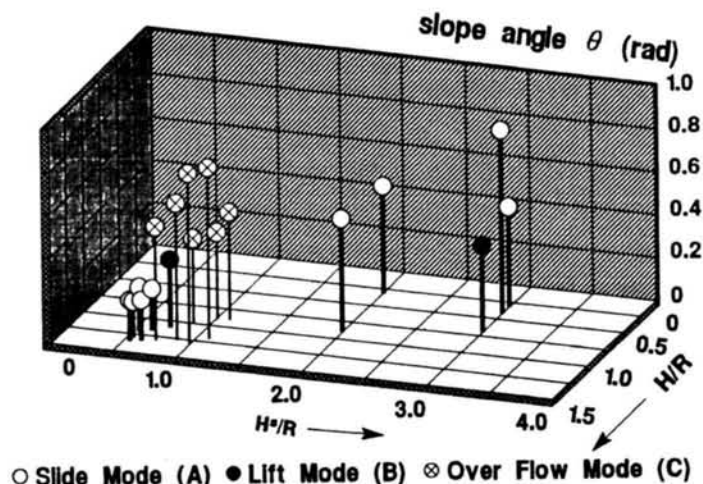


図7.33 剥離・滑動の生じる傾斜角

銅製のモデルタンクは、底面の剥離の状態が観察できないので、底面の滑動し始める傾斜角を測定した。この結果より、底面の静的摩擦係数は、0.48～0.56のような値となった。

## (2) 動的水平加振実験における滑動・剥離

### 1) 実験方法

まず、実験は、図7.8の装置を用いて次の手順に従って行う。

- ① モデルタンクには、加速度計、圧力計などのセンサーを取り付け、アンプおよび記録計に接続する。さらに加振方向と一致する内側のタンク母線方向に1mm目盛りのスケールを貼り付ける。
- ② モデル地盤とモデルタンクには、基準線をつける。タンクと地盤は、目印が一致するように設置する。さらにモデル地盤にも1mm目盛りのスケールを貼り付ける。
- ③ 振動台は、加振振動数を設定し、最初の5秒まで加速度振幅を漸増させ、所定の振幅に設定し、その後10～15秒間定常な正弦波加振し記録する。タンク底面の滑動が認められる場合は、ビデオカメラで撮影記録する。
- ④ 振動数、液深を変化させて、繰り返し実験を行う。
- ⑤ 滑動時の挙動は、撮影されたものをビデオディスプレイ上に再生し、2点の加振方向と加振直角方向の成分の移動量を読み取る。なお時間の経過は、撮影時のデジタルストップウォッチの時刻を記録する。
- ⑥ 自由水面の変動量は、ビデオカメラによる撮影記録の再生より測定する。
- ⑦ 加速度および圧力は、デターレコーダーからのADコンバーターされた記録、あるいは、ミニライターの記録により換算する。

## 2) 実験結果

実験により得られた測定結果は、次のようになった。

図 7. 3 4 は、モデルタンクの円筒シェル直下付近に設置された圧力センサーによる圧力  $E_0$  を入力加速度  $H_0$  で規準化した値と振動数  $f$  との関係で示したものである。パラメーターは、液深  $H$  で与えている。液深が、22.5cm の場合には明瞭なピークを 13Hz に有している。図 7. 3 5 は、タンク頂部  $H_2$  と底部  $H_1$  との水平加速度比を加振振動数との関係で示したものである。図 7. 3 6 は、位相差を考慮せず正弦波加速度応答値よりモデルタンクの回転角を評価し、加振振動数との関係で示している。図 7. 3 7 は、液深  $H=22.5\text{cm}$  のときの円筒シェル頂部  $V_2$  と底部  $V_1$  との鉛直加速度比を加振振動数との関係で示している。パラメーターは、入力加速度レベルで与えている。図 7. 3 8 は、液深が 0cm で入力加速度が、500gal の場合のタンク底面の移動量の加振方向  $X$  の成分で表し、振動数との関係で与えている。図 7. 3 9 は、液深 22.5cm の 500 gal の加振によるタンク底面の移動量を加振方向  $X$  で表し、振動数との関係で与えている。図 7. 4 0 (a), (b) は、液深 22.5cm の 1000 gal の加振によるタンク底

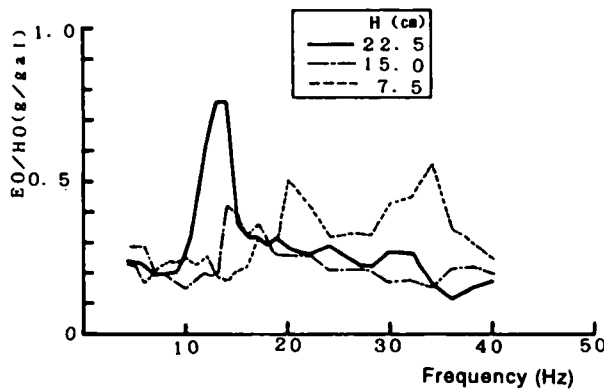


図 7. 3 4  $E_0/H_0-f$  の関係

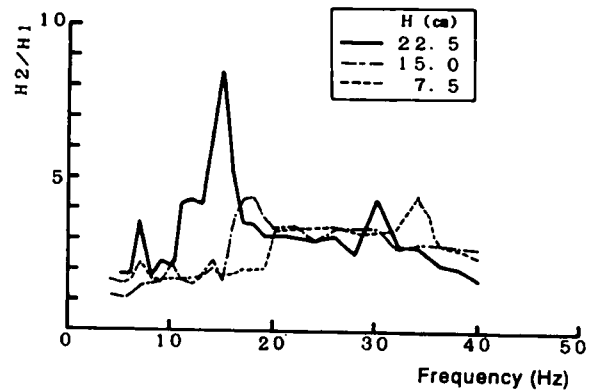


図 7. 3 5  $H_2/H_1-f$  の関係

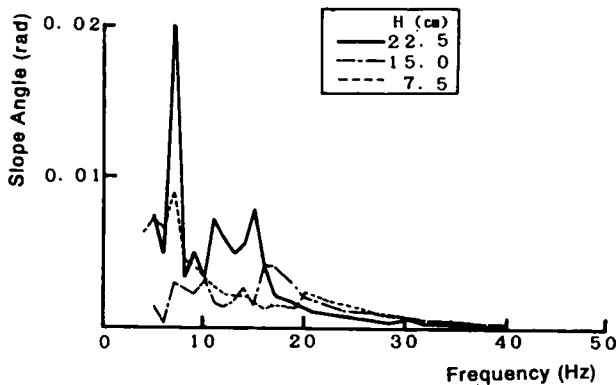


図 7. 3 6  $\theta-f$  の関係

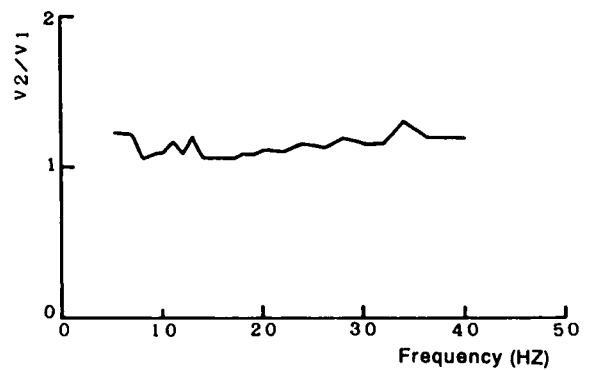


図 7. 3 7  $V_2/V_1-f$  の関係

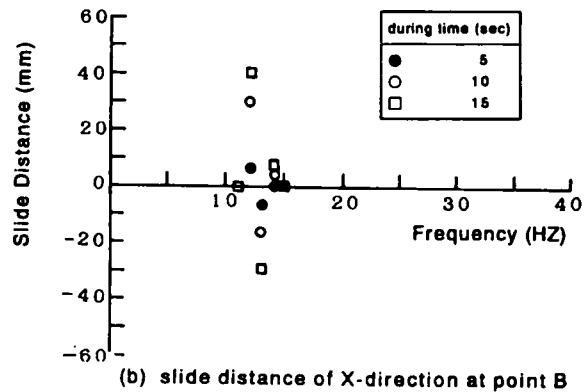
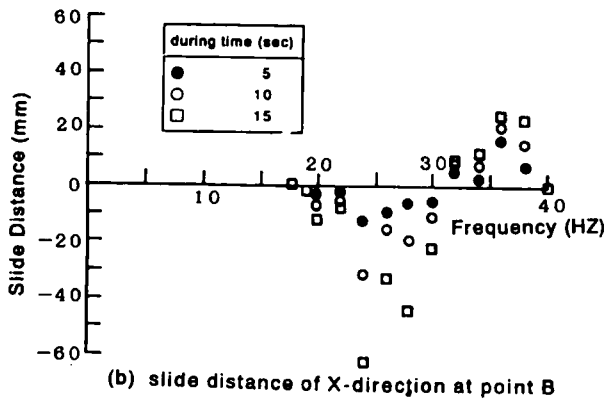
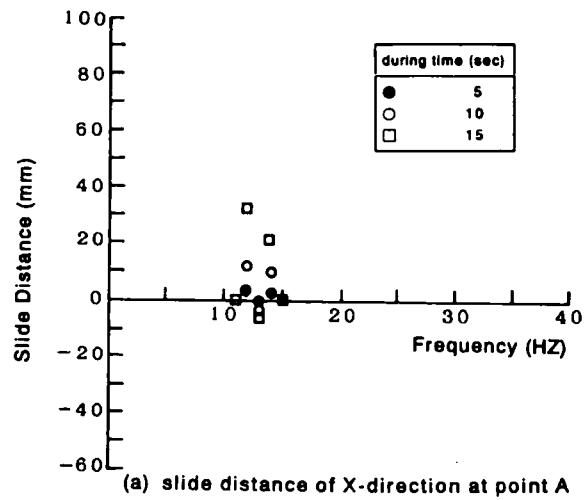
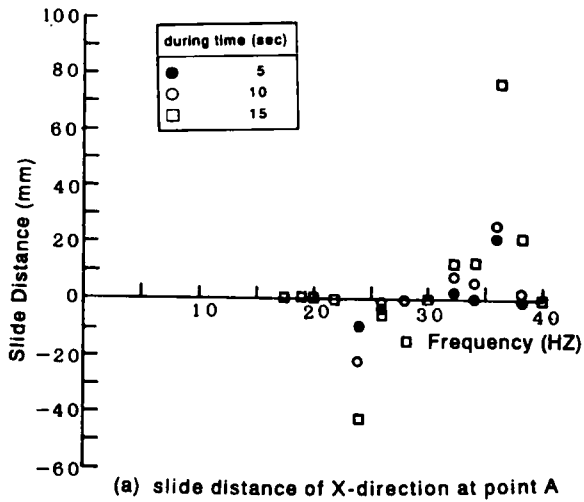


図7. 38 タンク底面の滑動による移動量  
( $H=0\text{ cm}$ ,  $\alpha=500\text{ gal}$ )

図7. 39 タンク底面の滑動による移動量  
( $H=22.5\text{ cm}$ ,  $\alpha=500\text{ gal}$ )

面の移動量を加振方向Xの成分で表し、振動数との関係で与えている。結果より、モデルタンク内に液体の無い場合には、20～40Hzの領域にわたり底面の滑動が生じている。一方、液体がモデルタンク内に有ると10～20Hzの振動数の低い領域において滑動が生じている。図7. 41は、加振加速度1000galに設定し、加振継続時間を5秒後のタンク底面の移動量を図示したものである。液深の大きくなるほどその滑動する振動数の値は、低くなっている。このことは、タンク内の液体の質量の増加とともに慣性力のベースシャーが増大し、タンク全体の転倒モーメントの大きな振動数において滑動が生じている。

図7. 42は、11Hzと13Hzにおけるタンク底面の平面的移動量を15秒まで5秒ごとの時間経過で図示したものである。これは、滑動の様子の代表的な結果である。

## 7. 5 液体貯蔵タンク系の振動特性

### 7. 5. 1 スロッシングの動流体圧

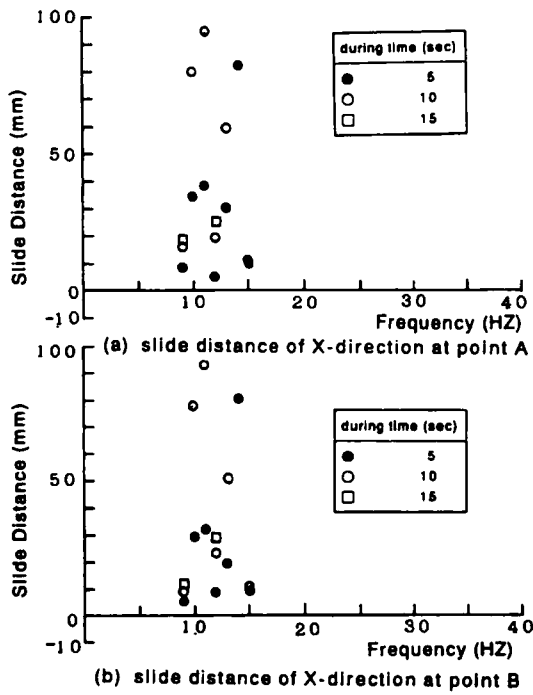


図 7. 40 タンク底面の滑動による移動量  
( $H=22.5\text{ cm}$ ,  $\alpha=1000\text{ gal}$ )

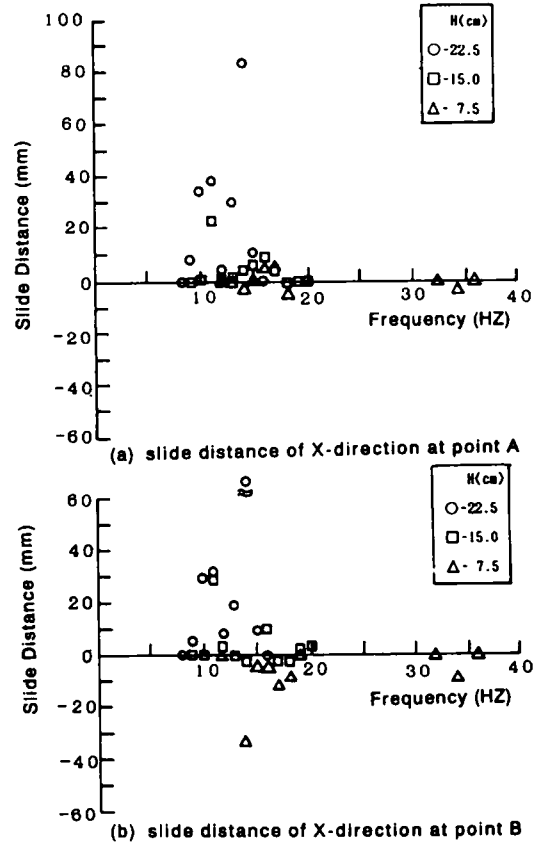


図 7. 41 タンク底面の滑動による移動量  
( $\alpha=1000\text{ gal}$ ,  $t=5\text{ sec}$ )

円筒シェルに作用する動流体圧は、その効果によって種々な呼び方がある。たとえば、Housner<sup>32)</sup>は、impulsive pressure, convective pressure と呼び、坂井・迫田・小川<sup>33)</sup>は、流体圧を衝撃圧、波動圧、変形圧の3つの効果で評価し、Housner Haroun<sup>34)</sup>は、さらに、タンクシェルの円周方向の変形効果を2種類に分けて評価している。これらの効果の

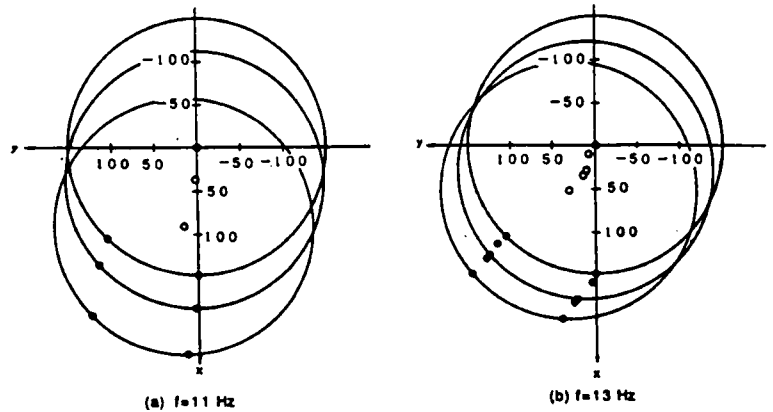


図 7. 42 タンク底面の時間経過の移動量動数

うちスロッシングについて示したのが、図 7. 12 である。図中、加振振動数が 1.7 Hz のスロッシング振動数以外にも 5 Hz の結果も示している。これらの結果は、式(7.1)の計算結果と比較すると、スロッシング振動の結果とは良い対応をしているが、衝撃圧と変形圧の合わさった振動での結果は、あまり良く



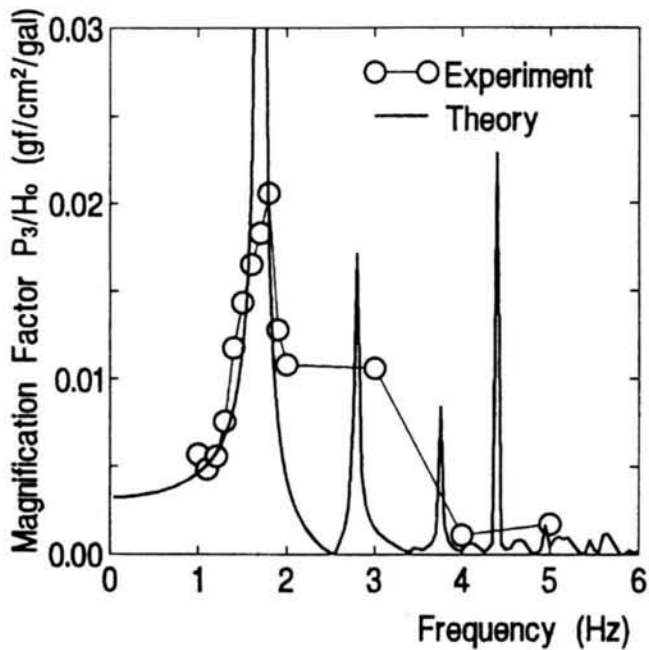


図 7. 4 3 動流体圧の周波数応答

ない。なお、図中には、Housner の波動圧と衝撃圧の分布とポテンシャル流の結果も示している。これによると、スロッシング評価が、過小評価になり、5Hz での衝撃圧は過大評価となっているのがわかる。図 7. 4 3 は、 $p_3$  に対する振動数応答の計算結果と比較したものであり、良い対応を示している。なお、計算結果は、タンク変形の効果を加味しているが、計算上非常に小さい値となっていたので、本実験においても、タンクシェルの変形効果は、小さくものと考えられる。

### 7. 5. 2 地盤反力および慣性力によるベースシャー・転倒モーメント

#### (1) ベースシャーおよび転倒モーメントに対する算定方法

タンク本体に働くベースシャー  $Q_b$  は、タンクシェル上・下端に作用する平均水平加速度  $H_2 + H (H_3 - H_2) / 2 H_3$  と質量  $m$  の積に比例すると評価できる。ただし、 $H$  は、液高を示し、 $H_3$  は、タンクシェル高を示す。すなわち、慣性力は、タンク底部と頂部との間が線形に分布しているとし、タンクシェル部の質量は、無視し、液体は、剛な挙動をし、質量を  $m$  として求めると次式のようなになる。

$$Q_b = m \left\{ H_2 + (H_3 - H_2) \frac{H}{2H_3} \right\} \quad (7.29)$$

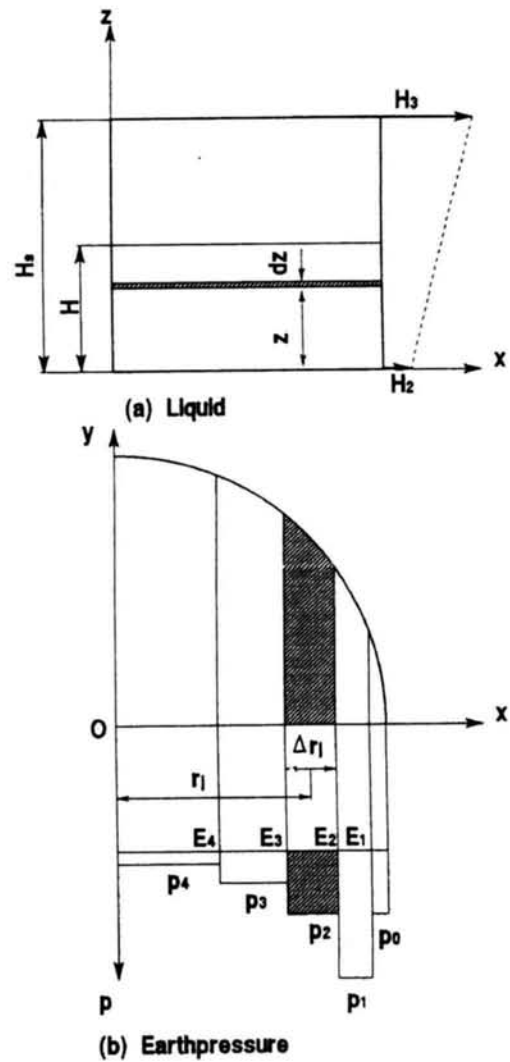


図 7. 4 4 復元力モーメント算定説明図

次に、タンク全体に働くモーメント量で評価する。タンクシェルに作用する慣性力によるモーメント $M_{sl}$ は、タンクシェルの上端と下端に作用する水平加速度 $H_3$ 、 $H_2$ により近似的に次式のように評価できる。

$$M_{sl} = m \frac{H}{2} \left\{ H_2 + \frac{2H}{3H_s} (H_3 - H_2) \right\} \quad (7.30)$$

同様に、タンクスラブに作用するモーメント $M_{bl}$ は、底面の回転慣性モーメント $J_{bo}$ とし、タンクシェルの下端に作用する鉛直加速度 $V_2$ により近似的に次式のように評価できる。

$$M_{bl} = J_{bo} (V_2 - V_1) \quad (7.31)$$

次に、タンク底部に作用する地盤反力による復元力モーメント $M_R$ を算定するため反力分布 $p_j$ より底面全体の分布は、図7.44のように仮定して次式のように計算する。

$$M_R = \sum_j b_j \Delta r_j p_j r_j \quad (7.32)$$

ここに、 $b_j$ は、細片 $j$ の幅、

$\Delta r_j$ は、細片 $j$ の刻み

一方、図7.21の $H_3$ 、 $H_2$ の実験値は、 $H_0$ に対する比で表示されているので、式(7.7)の解析評価は、 $H_1$ の入力補正をして図7.45のように示される。同様に、式(7.8)および(7.9)の入力加速度は、 $H_1$ に換算して算定して図7.46のように示される。

## (2) ベースシャーおよび転倒モーメントに対する考察

タンク底面に作用するベースシャーは、タンクの滑動に対する力の評価量となる。これを実験的に求めた図7.45は、1.7Hzでのスロッシングの効果と4,10Hz付近の卓越振動数に相当する地動の効果が大きく現れている。図中の計算は、3%の減衰を与えたときの結果であり、実験と比較的良好な対応を示している。

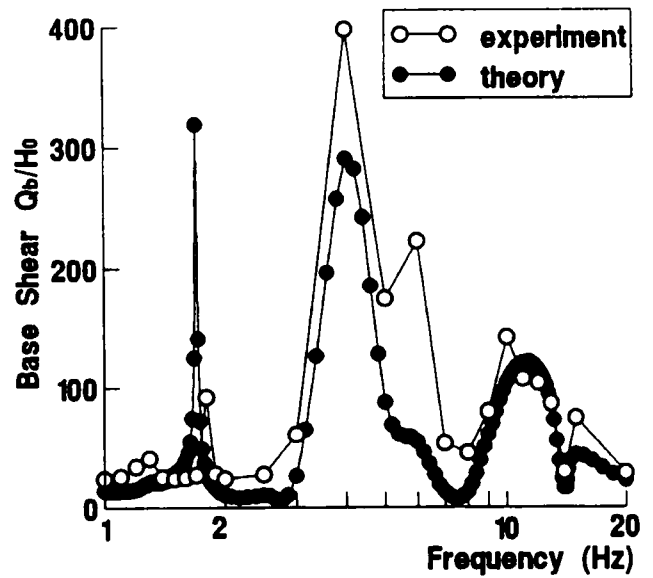


図7.45 ベースシャーの周波数応答特性

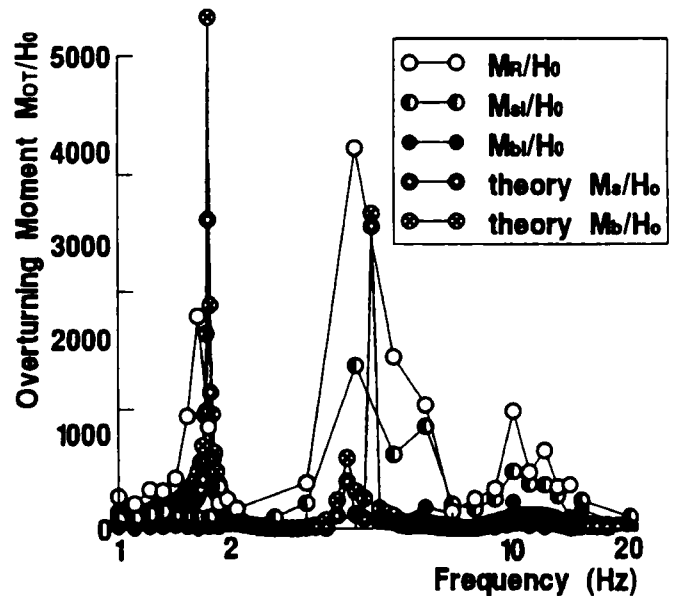


図7.46 転倒モーメントの周波数応答特性

一方、図7.46は、実験による評価においてベースシャーと同様の応答特性を示し、1.7, 4, 10Hzにピークをもっている。しかし、計算結果は、スロッシングおよび地盤の卓越する振動数に対し、少しずれた振動数においてピークが現れている。実験において、底面スラブに働く地盤反力による復元力モーメントは、底面での反力分布を底面での回転軸からの距離によって算定しているが、タンクの剥離実験等の結果では、円周上に三日月状の剥離形状が現れることから、少し、改良の余地があると思われる。ただし、実験結果において、復元力のモーメントが、タンク底面および円筒シェルに働く慣性モーメントの和と比較的良好な対応を示している。

以上、タンク本体に作用するベースシャーおよび転倒モーメントは、貯蔵液体のスロッシングおよび基礎地盤の振動特性を大きく受けた挙動を呈する。その評価は、円筒タンクシェルの上・下端での加速度より推定できる。したがって、地盤入力、定常な不規則外乱の場合、これらの力によるタンク全体の変位特性もタンク本体において測定された加速度成分により次式のように推定できる。

$$\left. \begin{aligned} \delta_H &= (H_3 - H_2) / \omega^2 \\ \delta_V &= (V_3 - V_2) / \omega^2 \\ \theta &= \delta_H / (H_s + \delta_V) \end{aligned} \right\} \quad (7.33)$$

ここに、

- $H_3, H_2$  : タンク円筒シェルの上部と下部での水平加速度
- $V_3, V_2$  : タンク円筒シェルの上部と下部での鉛直加速度
- $H_s$  : タンク円筒シェル高さ
- $\omega$  : 加振円振動数

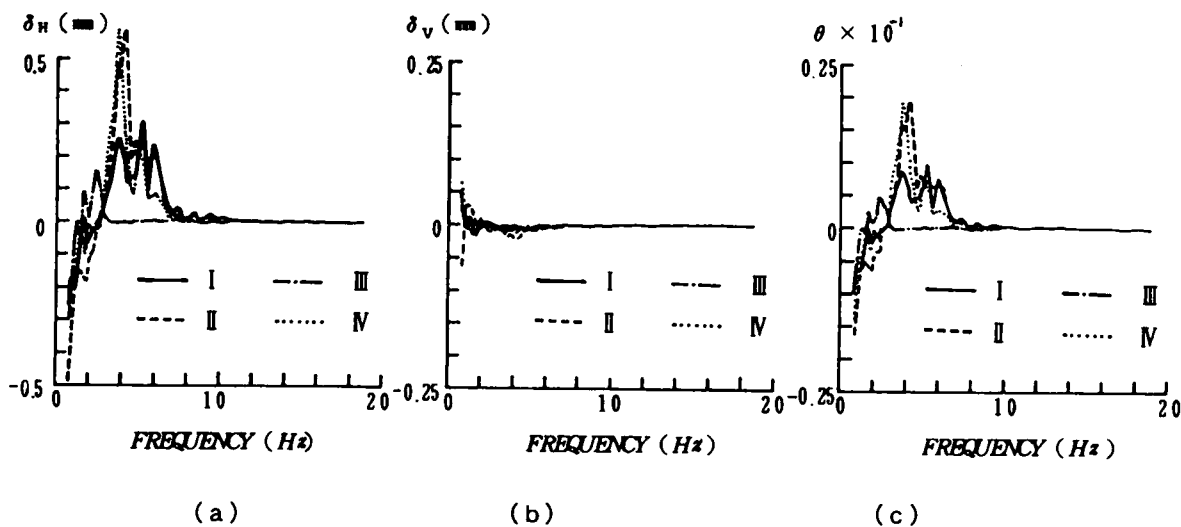


図7.47 タンク全体の変位量 $\delta_H, \delta_V, \theta$ の周波数応答

図7.47(a), (b), (c)は、の振動数応答を図示している。図の結果より、不規則な定常外乱が作用した場合、タンク底面スラブ付近に回転中心をもち、上下動成分の変動は、1 Hz以上においてはほとんど現れていない。このことは、タンクが、底面スラブで回転中心をもち、円筒シェル直下付近の地盤との浮き上がり現象の検討において比較的簡単な取扱いとなることを示している。さらに、スロッシング振動の効果より地盤振動の効果が、タンク全体の安定には大きく影響していることを示す。

### 7.5.3 動的な滑動・剥離の特性

#### (1) 静的傾斜による滑動・剥離に関する特性

フィルム製のモデルタンクの場合は、底面の三日月状の剥離が滑動より最初に発生し易い(図7.48参照)。すなわち、作用する静液圧が側板にフープテンションを発生させ、基盤の傾斜により、静的な地震力が作用することになる。このとき静的地震力は、円筒シェルを曲げ、あるいは、せん断変形させるよりは、断面のオーバリング変形として作用している。これに伴って底面スラブの変形が液深の浅い方に剥離となって現れる。このことは底面全体が滑るより側板の変形による底板の変形のほうが生じ易く、しかも剥離の領域が一瞬のうちに相当広範囲に広がる。銅製のモデルタンクの場合は、底面の剛性がフィルム製に比べて相当大きく外観から観察できないので滑動現象のみ考える。図7.49は、傾斜角と各成分の力の関係を図示したものである。この図より、タンク内の液深が増すと滑動に対する抵抗が少し増している。言い換えると摩擦係数が液深の増加によって増加している。このことは液体の変形による転倒モーメントの増加率は、液深の増加により減少する図7.3に対応する。さらに、液深の増加による垂直力の増加が底面のモデル地盤への沈下を生じ、接触面での摩擦係数の増加となって現れている。静的傾斜実験から液体貯蔵タンクは、約

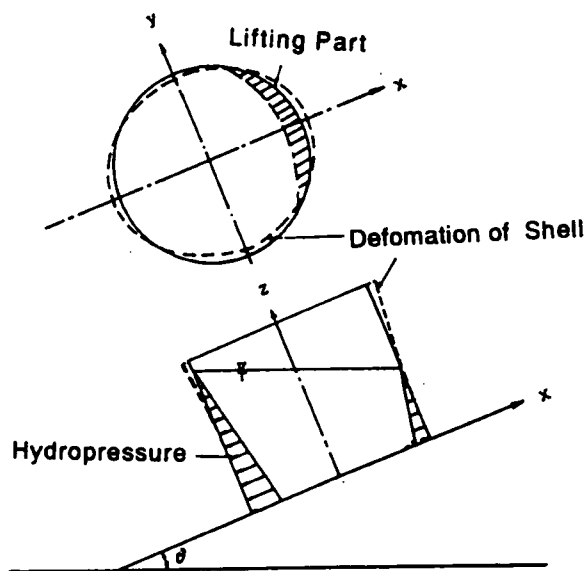


図7.48 底面スラブ剥離時変形の模式図

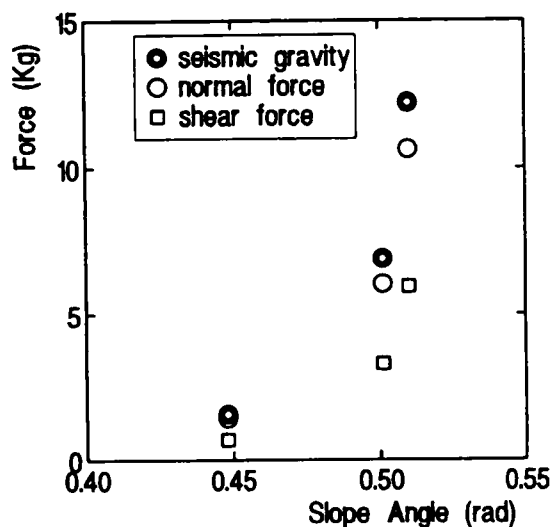


図7.49 傾斜角と作用力との関係

表 7. 4 バルジング振動数

Proposal Equation's Name	f (Hz) at R=15 cm			
	H=7.5cm	H=15.0cm	H=22.5cm	H=30.0 cm
Sakai, Sakoda,Ogawa	741	440	300	216
Haroun,Ellaithy	785	413	244	148

0.3～0.7 程度の相当大的な震度により剥離・滑動が生じる。しかし、実際の地震動においてのスロッシング振動のような非常に振動数の低い場合以外自由液面は、傾斜実験のような液面の変形とならず、定常な高い振動数なら液体が、剛体のような挙動になると考えられる。

(2) 動的水平加振による滑動・剥離に関する特性

1) 考察のための基本量の算定

まず対象としている液体貯蔵タンク系の動的な基本量は、固有振動数であるので、これらの理論や満水時での小川・坂井<sup>35)</sup>、Veletsos<sup>36)</sup>などの理論があり、これらの方法を用いて求める。その結果は、表 7. 4 のように求められる。

なお、滑動剥離を含んだDTLS実験を説明するため、図 7. 4 のような機械的アナロジーで液体-

タンク系をモデル化してみる。すなわち、貯蔵液体は、円筒タンクシェルの剛性を考慮した固定質量と自由質量に集中質量し、図 7. 4 に示すように底面スラブと地盤との間にジョイント要素を挿入し、図 7. 50 のようなモードが得られる。ただし、式(7.25)などの要素は、 $k_s=1.0 \times 10^8 \text{ g/cm}$ ,  $k_n=1.0 \times 10^8 \text{ g/cm}$  であり、Mohr-Coulomb の降伏条件の定数は、 $C=0.1W$ ,  $F=mW$ ,  $f=0.785$  であり、減衰定数は、5%を用いた。

2) 剥離に対する特性

まず側板直下の底板に貼り付けられた圧力計の応答波形は、モデル地盤に接触している場合、中立

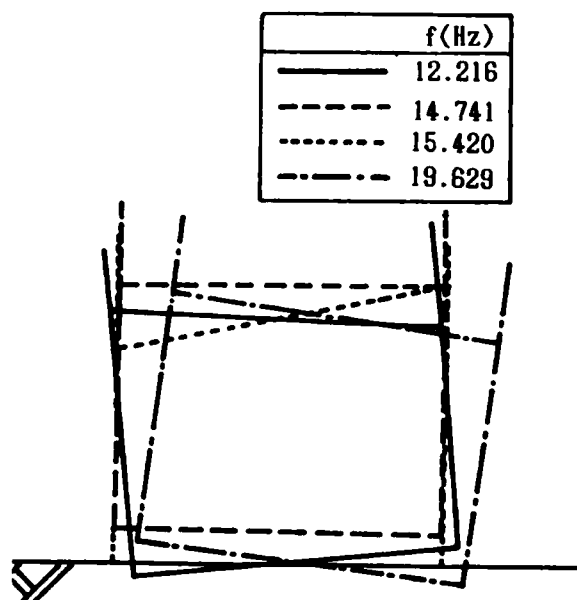


図 7. 50 タンク-液体系の固有モード

軸を中心にして対称な振幅を呈することになる( $y/y_0 = 1$  :  $y_0$ は限界振幅).  
 ところが剥離が生じている場合には、非対称な応答波形となり、 $y/y_0 > 1$ となる(図7.51). このときの $y_0$ は、モデルタンクが空の状態から液体を注入していき、そのときの液深と圧力より定められる。しかし、実際の動的時にタンク底面は円筒シェル直下部と中央部とで剛性が異なり、またモデル地盤の地盤反力分布が一様とならない。したがって、 $y/y_0 = 1$ より剥離の判定ができることになるが、実験データにはタンク底面のロッキング状態とスウエー状態が同時に記録され、 $y/y_0 = 1$ で剥離状態にない。そこでミニライターの波形記録ならびにビデオ記録により明らかに浮き上がりが生じているとみなされる  $y/y_0$  は1.7となっていたのでこれを判定基準とした。

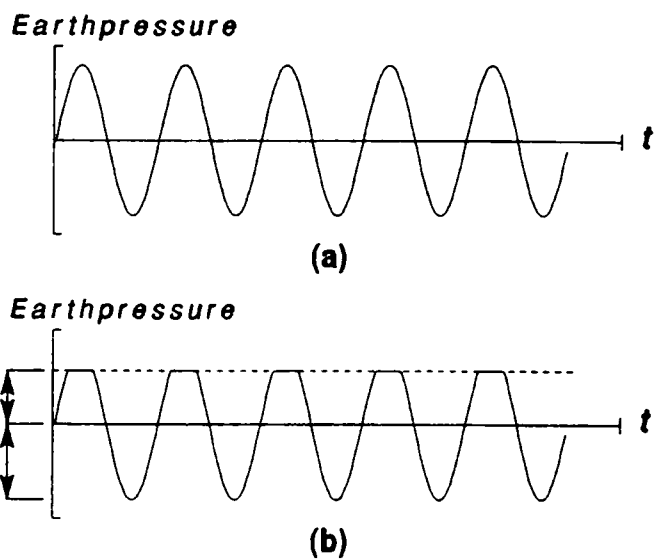


図7.51 剥離時の地盤反力波形模式図

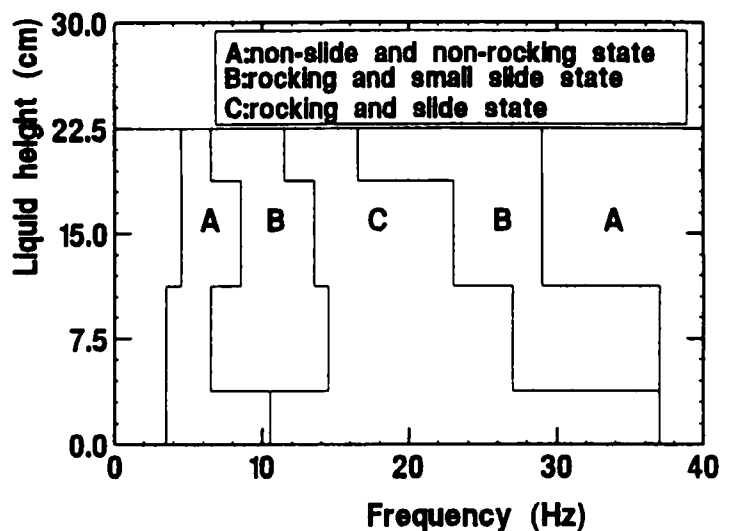


図7.52 液深と剥離・滑動の関係

次に圧力波形の記録は、次の3タイプが現れていた。すなわち、Aタイプ:中立軸に対して左右対称な振幅記録を呈するもの、Bタイプ:中立軸に

対して左右非対称で2ヶ所で波形の乱れが現れているもの、Cタイプ:中立軸に対して左右非対称で1ヶ所で波形の乱れが現れているものに大別できた。これらのタイプは実験中の現象より、Aタイプは剥離ならびに滑動も発生せず、タンク底面は地盤に接触して振動している。Bタイプは、スウエー振動の影響が小さくロッキング振動による剥離が発生して振動している。Cタイプは、ロッキングとスウエーの両方が作用し、ロッキングとスウエーとの位相のずれおよび剥離が生じて、振動している。これを振動数と液深によって表示すると図7.52のような結果となる。ただし、入力加速度は、500galである。

図7.39のロッキング応答曲線から上述のことを検討すると、8Hz付近に鋭いピークを持ってい

るのがわかるが、これはタンク本体のロッキング振動が現れたものである。次に液深22.5cmでの応答では、16Hz付近にピークが現れている。これは、ロッキングとスウエー振動が現れ、内液の動揺したものと思われる。さらに、本実験では、20Hz以上の振動数であまり大きな応答は、現れていない。すなわち、20Hzを越える振動数に対し、液体の入ったタンクは、自由表面ならびにロッキングの振動の影響が少なく、スウエーの振動が、卓越することになると考えられる。

### 3) 滑動に対する特性

図7.38～41の結果からわかるように、空タンクと内液が少しでも入ったタンクとでは滑動する振動数領域が大きくかわる。すなわち、空のタンクの場合、タンクの固有振動数が非常に高い領域にあり、液体貯蔵されたタンクの振動数は非常に下がる。液深が円筒シェル高の1/4, 2/4, 3/4と高くすると、滑る振動数は15～20Hzから10～15Hzへ低下していく。また、入力レベルが500galから1000galに増大すると同じ振動数領域で滑りが生じその移動量は非常に増大する。

ところで、この振動数領域での表面波のスロッシング振動数は、10次以上の高次モードに相当し、水面の動揺が大きくなっている。さらに図7.36のロッキングの回転角は、7～20Hz付近に大きな応答を示している。したがって、滑動は、貯蔵された液体の動揺とタンク本体のロッキングとの相互作用によって助長されていると考えられる。

次に、滑動のモードは、液深22.5Hzで入力加速度1000galでの結果を図7.42に示しているが、大別すると次の2種類になる。タイプAは、タンク底面が回転しながら加振方向と少しずれ一方へ移動していくものであり、タイプBは、タンク底面が加振方向へ平行移動していくものである。タイプAは、空タンクで30Hz以上の高振動数とか、貯蔵液体が有り滑動している振動数領域の高い部分での振動数で生じている。タイプBは、貯蔵液体が多い場合で滑動している振動数域の低い部分での振動数で生じている。

### 4) 加速度応答に対する特性

図7.35は、タンク模型の頂部と底部との加振水平方向の加速度比 $H_2/H_1$ と振動数との関係を現しているが、液深22.5cmの場合には、タンクと液体動揺振動の固有値付近(15.4Hz)にピークを有する。また液深が小さい場合には、あまり明瞭なピークは、認められない。図7.35の $H_2/H_1$ での液深22.5cmのみの結果と、図7.37の $V_2/V_1$ の結果と比較すると次のようなことが分かる。すなわち、モデルタンクは水平加振されてロッキング振動を生じる場合、その回転中心は、タンク底面付近に有することがわかる。

一方、ジョイント要素のモデルの液体タンク系の固有モードは、12.216Hzのときタンクの並進回転と液体の動揺とを伴ったモード、14.741Hzのとき、タンクの上下運動のモード、15.42Hzのとき液体の動揺のモード、19.629Hzのときタンクの並進・回転と液体の動揺の伴ったモードとなっている。

### 7. 5. 4 ウエレット相互相関関数による空間的特性

#### (1) 相関位置の違いによる特性

基盤において入力された外乱が、表層地盤を伝播し、タンク直下に達しタンクを励振し、タンクが、応答する。このような入力から応答までの各位置における波動の相関をウェレット相互相関関数によって表示してみる。基盤外乱に相当する波動は、継続時間が約10～20秒間の非定常不規則波とする。

まず、図7. 5 3は、振動数帯域を2～40Hzのホワイトノイズに設定した場合の非定常に対する分解係数 $j=-3$ の結果である。図の表示は、ウェレット相互相関の最大と最小を8階級にランク付けして等高線表示したものである。またこの場合、中心振動数が3.125Hzとし、それぞれの成分との相関を時刻歴として表示している。図の結果より、基盤 $H_0$ と地盤表層 $H_1$ との加速度の時間的な相関は、 $H_0$ の6秒付近の4秒間の成分が、 $H_1$ の4.5,5,7.5秒に約1秒間の強い相関を示している。さらに、タンク下端 $H_2$ の位置に対しては、5秒付近に3秒間強い相関をもち、タンク上端 $H_3$ の位置に対しては、1,5,8秒付近に1,3,2秒間相関をもっているのがわかる。このタンク上端 $H_3$ の相関は、3.125Hz付近の成分が時刻6秒近傍で大きく現れる基盤入力の波形に対して、3カ所の時刻で大

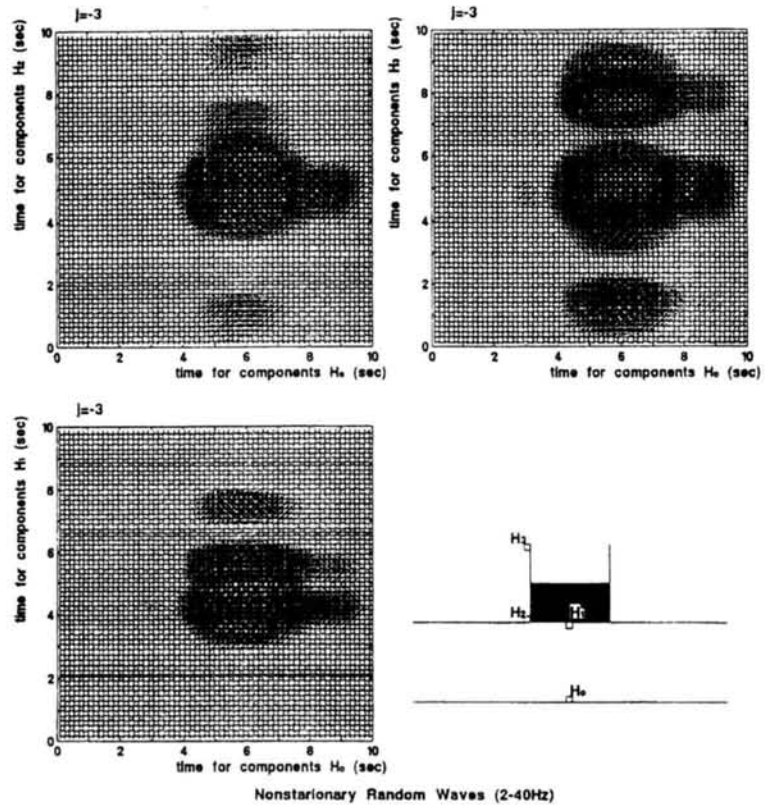


図7. 5 3 ウエレット相互相関関数 ( $j=-3$ , 2～40Hz)

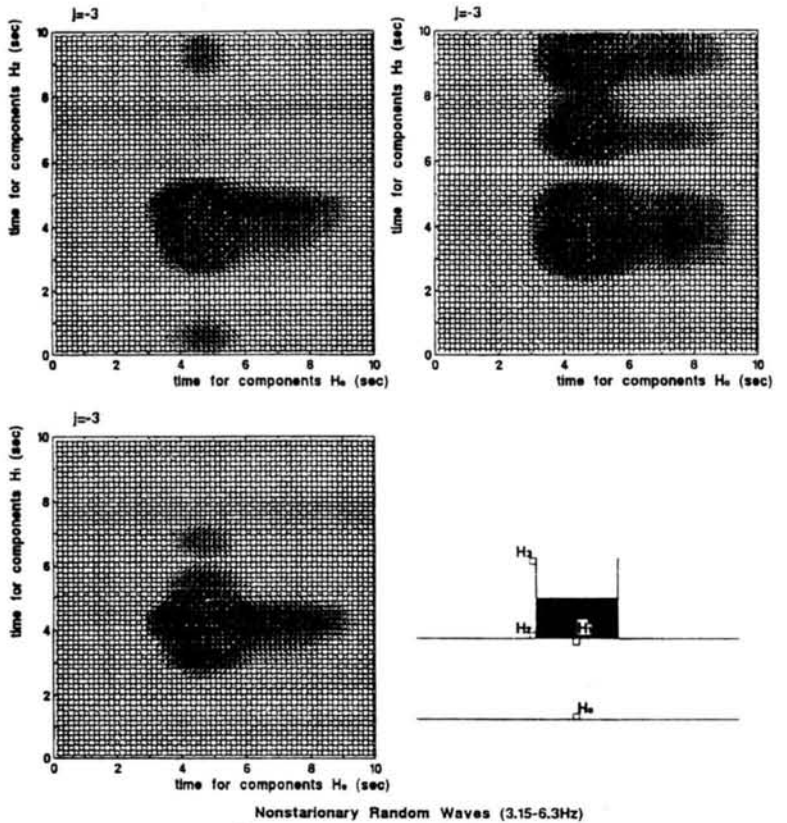


図7. 5 4 ウエレット相互相関関数 ( $j=-3$ , 3.15～6.3Hz)



きい。そのうち、 $H_1, H_2, H_3$ の5秒近傍の相関の強い部分は、入力地動の特性によるものであり、 $H_3$ の他の2カ所の時刻における相関の強い部分は、タンク本体の応答特性による相関を現している。

(2) 入力波の振動数特性の違いによる特性

次に、図7.54~56は、入力波の振動数帯域が、3.15~6.3Hz、25~40Hz、2~3.15Hzに対する結果である。図の $H_3$ と $H_0$ の相関の結果より、入力の振動数帯域が表層地盤の卓越振動数より低い領域にある場合、タンクの応答が大きくなり入力波の特性の他に、タンク自体の動特性の相関が現れている。一方、25~40Hzの帯域の入力の場合、表層地盤の卓越振動数より高くなり、タンク自体の応答量が小さくなり、ウェレットの相互相関も小さくなっている。

(3) 分解係数の違いによる特性

次に分解係数の違いによる特性は、図7.53, 57, 58によって $j=-3, -4, -5$ の比較ができる。2カ所の相互の相関の強弱は、図中の等高線で示されているが、相関の間は、各成分の節の形状として現れ、強あるいは弱は、山(腹)の形状として現れる。いま、分解係数 $j=-3$ では、 $H_0$ に対する成分 $H_2$ の2秒と6.5秒に少し節が認められる。さらに、 $j=-4$ では、 $H_3$ の成分の2.2秒、 $H_2$

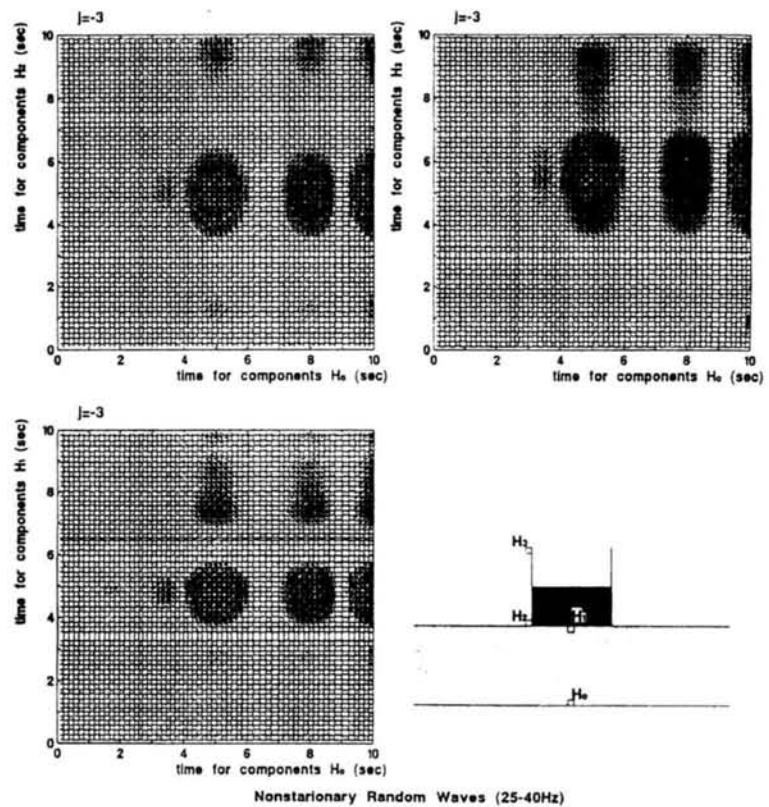


図7.55 ウェレット相互相関関数 ( $j=-3, 25 \sim 40\text{Hz}$ )

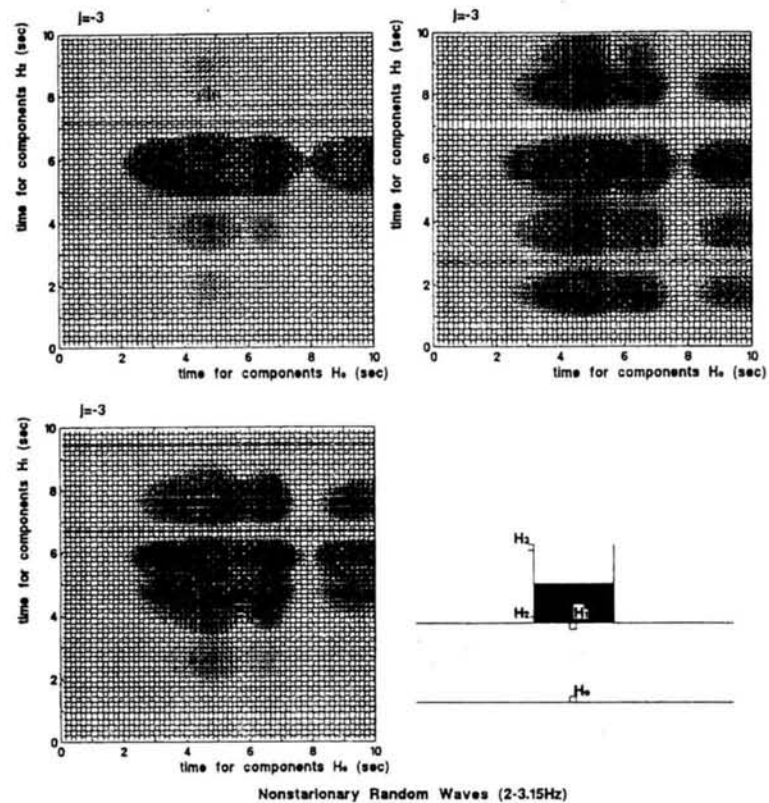


図7.56 ウェレット相互相関関数 ( $j=-3, 2 \sim 3.15\text{Hz}$ )

の成分の6.5秒と $H_0$ の成分の5.5秒に節があり、 $j=-5$ では、 $H_3$ の成分の6秒に節がある。このように分解係数を-3~-5に変化させる、すなわち、中心振動数を3.125Hz、1.5625Hz、0.78125Hzと変化させると、 $H_0$ と $H_3$ との相関の $H_0$ の6秒付近の強い相関が、節となり、分離され、さらに、10秒付近に中心をもつ相関へと移行しているのがわかる。このように、分解係数の変化による相互相関の時間的な伝播過程が比較的明瞭に読みとれる。

## 7. 6 結言

本研究は、スロッシング、底面スラブの反力特性、滑動・剥離特性が、地盤上タンク系の設計基本量として実験的に検討した。まず、スロッシングによる動流体圧を解析解と実験による結果と比較し、評価した。また、タンクと地盤との相互作用の挙動に関する底面スラブの変形特性と地盤反力特性について、実験的に把握し、検討した。なお、このときの地盤反力による抵抗モーメントについても調べた。タンク全体の動的安定に関する底面でのベースシャーおよび転倒モーメントおよび、側面での転倒モーメントを実験的に評価した。地盤-タンクの系における空間的な相関関係の特性をウェレット相互相関関数により評価し、空

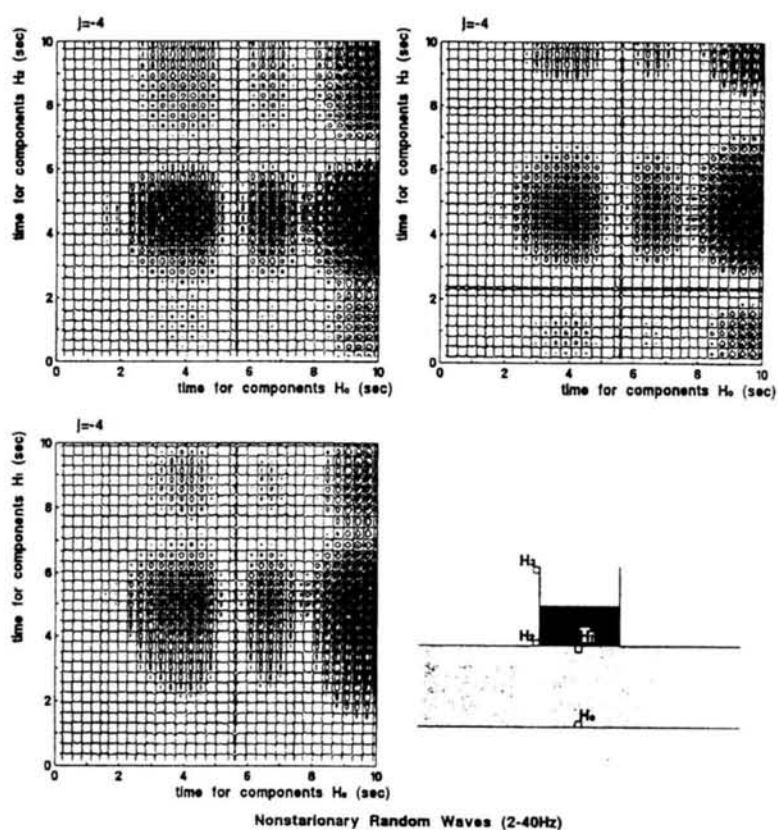


図 7. 5 7 ウェレット相互相関関数 ( $j=-4$ , 2~40Hz)

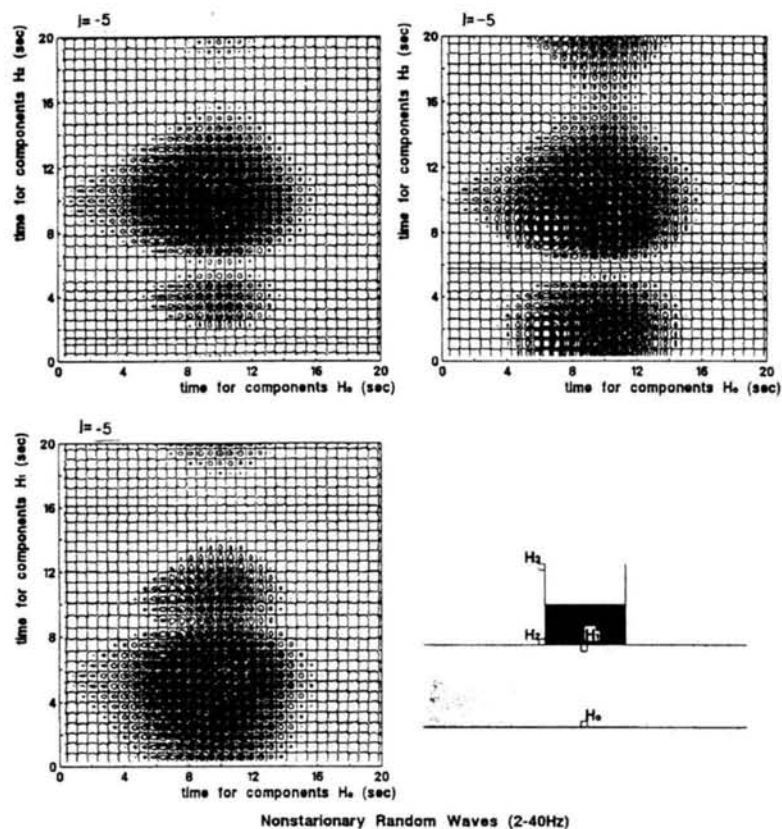


図 7. 5 8 ウェレット相互相関関数 ( $j=-5$ , 2~40Hz)

間的な相互相関を視覚的に表現し、実験における相関特性を把握した。動的な水平動によりタンク底面での滑動および剥離を実験的に現象把握し、その特性を簡単なジョイント要素で評価した。

本実験によって得られた成果を列挙すると以下ようになる。

- (1) タンク内の貯蔵液体によるスロッシング振動は、その圧力分布に明瞭に現れ、速度ポテンシャルの分布および振動数応答の解析結果とよい一致を示す。
- (2) 下端固定のタンクシェルのひずみ分布は、空および部分液体貯蔵の場合、下端近傍に大きな値を示し、大きな応力が生じる。また、液体部分貯蔵の場合、自由水面位置より少し上部にもひずみが大きくなり、貯蔵液体の質量効果が認められる。
- (3) 底面スラブに作用する振動地盤反力分布は、貯蔵液体の有無、浮屋根の有無によらず、円筒シェル直下部に大きな値を示す分布となる。さらに、基礎地盤の卓越振動数時には、貯蔵液体が有る場合、底面スラブ中央部においても大きな値を生じる。
- (4) 底面スラブのひずみあるいは変形は、貯蔵液体のスロッシング振動数および地盤の卓越振動数において大きな値を生じる。特に、地盤の水平および鉛直方向の卓越する各1次の固有振動数においては、大きな値となる。
- (5) タンク本体に生じるベースシャー・転倒モーメントは、タンク本体の加速度応答で推定でき、さらに、転倒モーメントは、地盤反力分布からも推定できる。これらの応答特性は、貯蔵液体のスロッシング振動数および地盤の卓越振動数において大きな値が現れ、解析結果とよい対応を示す。
- (6) 定常不規則波入力によるタンク本体の加速度応答は、水平成分に対して地盤の固有値解析の固有振動数に対応する応答が、卓越する。一方、鉛直成分に対しては、1次の固有振動数が大きく現れるが、高次のモードになるとあまり明瞭に把握し難い。
- (7) 定常不規則波によるタンク本体の変位および回転は、水平および回転の成分が卓越し、地盤の固有振動数が3次までの影響が現れている。
- (8) 非定常不規則波によるタンク本体の挙動は、タンク本体のロッキング振動モードの卓越した振動のみ大きく現れ、定常な入力の場合と大きく異なる。すなわち、実験模型が完全に相似則を満たしていないが、継続時間が、大きな設計要因となる。
- (9) ウエブレット相互相関関数により、入力基盤、タンク底面スラブ直下、タンク円筒シェル上下端部の相関特性について、入力基盤の加速度応答特性がタンク円筒シェルの上端部以外そのまま伝播している様子が認められる。すなわち、上端部は、タンク本体のロッキング振動と思われる特性と強い相関をもっているのが明瞭に認められる。
- (10) 静的傾斜実験によれば、地上式タンクのような肉厚の薄い場合、円筒シェル直下での底面スラブの剥離現象は、液高 $H$ と半径 $R$ の比 $H/R$ が、小さい方が発生し易い。これは、貯蔵液体の重心移動による転倒モーメントの影響が大きい。

- (1 1) 一方、静的傾斜実験によれば、滑動は、 $H/R$ が0.5～1.0の形状比で発生し易く、滑動の発生する傾斜角は、0.3～0.5となっている。
- (1 2) 動的水平振動実験によれば、滑動は、傾斜実験より決まる震度（あるいはこれ以上）で加振するとタンクのロッキング振動時に相当する振動数領域で発生する。このときの底面スラブの滑動モードは、加振方向に対して、並進運動するものと回転運動するものがある。
- (1 3) 動的水平振動実験における底面スラブの剥離モードは、貯蔵液体の液深と加振振動数とによりロッキング振動のみが卓越するモードとロッキングとスウエー振動の両方が卓越するモードとの2種類が比較的明瞭に現れる。

以上本実験によって得られた成果を述べた。次に本章での問題点、今後の課題について簡単に以下に記述する。

- (1) 模型地盤、模型タンクの規模が種々の制限によって十分でなく、模型地盤と模型タンクに対する相似則の不完全性がある。したがって、実模型と基礎地盤を含めた地上式液体貯蔵タンクの実験を実施して両者の結果を比較検討をする必要がある。
- (2) 加振方向として上下動を含めた水平動との検討がなされていない。これは、滑動・剥離実験での非線形挙動に関する対応が、十分でなく、今後の検討が必要である。
- (3) 耐震を考慮した設計には、タンクシェルおよびスラブにおける各成分の応力の定量的な側面での検討が望まれる。

## 参考文献 (第7章)

- 1) Housner,G.W.: "Dynamic Pressures on Accelerated Fluid Containers", *Bull. of the Seis. Soc. of Amer.*, Vol.47, No.1, pp.15-35, 1957.
- 2) 曾我部潔・柴田碧: "円筒液他貯槽の液面動揺の応答第1報, 生産研究, Vol.26, No.8, pp.31-34, 1974.
- 3) 曾我部潔・柴田碧: "円筒液他貯槽の液面動揺の応答第2報, 生産研究, Vol.26, No.9, pp.22-24, 1974.
- 4) 坂田勝・木村康治・内海雅彦: "円筒タンクの非線形液面動揺の非定常不規則応答解析", 日本機械学会論文集, C編, 第49巻, 第442号, pp.963-970, 1983.6.
- 5) 石井宏治・多田敬幸・川井忠彦・岡田恒男・大谷圭一: "大型円筒形貯槽の振動特性 [1]", 第5回日本地震工学シンポジウム, pp.1193-1200, 1978.11.
- 6) Okamoto, T. and M. Kawahara: "Two-dimensional Sloshing Analysis by The Arbitrary Lagrangian-Eulerian Finite Element Method", *Proc. of JSCE*, No.441/I-18, 1992.
- 7) Wu, C.I., T. Mouzakiis, W.A. Nash and J.M. Colonell: "Natural Frequencies of Cylindrical Liquid Storage Containers", National Science Foundation, NSF-RA-E-75-134, June, 1975.
- 8) 岡田克夫・坂井藤一・迫田治行: "有限要素法による大型液体タンクの地震応答解析 (第一報)", 川崎重工技報, Vol.59, pp.69-74, 1975.
- 9) 岡田克夫・坂井藤一・迫田治行・多田文三: "有限要素法による大型液体タンクの地震応答解析 (第二報)", 川崎重工技報, Vol.61, pp.120-125, 1976.
- 10) Shaaban, S.H.: "Response of Partially Filled Liquid-Storage Circular Cylindrical Tank with or without on Interior Cylindrical Babble Under Seismic Actions Using Finite Element Technics", Ph.D. Dissertation Univ. of Massachusetts, 1976.
- 11) Edwards, N.W.: "A Procedure for The Dynamic Analysis of Thin Walled Cylindrical Liquid Storage Tanks Subjected to Lateral Ground Motions", Ph.D. Dissertation Univ. of Michigan, 1969.
- 12) 田村滋美・鈴木和三郎・江刺靖行・国生剛治・小沢良夫・村上秀平: "貯油タンク基礎の地震時安定について—数値解析的検討", 第12回土質工学研究発表会, 1977.
- 13) 国生剛治・江刺靖行・鈴木和三郎・田村滋美・村上秀平・小沢良夫: "貯油タンク基礎の地震時安定性", 土と基礎, Vol.25, No.12, pp.39-46, 1977.
- 14) 宮脇幸治郎・小国嘉之・土岐憲三: "弾性地盤上にあるタンク模型の動的実験について", 昭和55年度土木学会関西支部年次学術講演会, I-55, 1980

- 15) 宮脇幸治郎：“地盤上の隣接する2基の模型タンクに関する動的実験”，大阪府立工業高等専門学校研究紀要，Vol.14，pp.73-80,1980.
- 16) Clough, D.P：“Experimental Evaluation of Seismic Design Methods for Braosd Cylindrical Tanks”,University of California,EERC-77/10,1977.
- 17) 山口広樹，秋山成興，小林宏光，佐々木秀敏：“フレキシブルタンクの地震時浮き上がりに関する基礎的研究”，土木学会第39回年次講演概要集I，p.689～690，1984.
- 18) 鬼束博文，磯江暁，秋山成興，坂井藤一：“地震時における平板円筒タンクの浮き上がり挙動に関する研究（その一）”，土木学会第39回年次講演概要集I，pp.691-692，1984.
- 19) 山口広樹，秋山成興：“地上タンクの地震時浮き上がり挙動に関する基礎的研究”，構造工学論文集Vol.31A,pp.529-536,1985.
- 20) 宮脇幸治郎・遠藤洋一・土井智史：“地上式タンク底面の滑動剥離に関する実験的研究”，土木学会第41回年次学術講演会，I-542，1986.11.
- 21) 宮脇幸治郎：“地上式タンクの滑動・剥離に関する実験的研究”，大阪府立工業高等専門学校研究紀要，Vol.20，pp.49-56，1986.10.
- 22) 小川浩・関本道尚・奥村敏恵：“円筒形浮屋根式タンクの振動実験”，土木学会第34回年次学術講演概要集，I-189，pp.376-377，1979.
- 23) 坂井藤一：“液体タンクの流体弾性振動解析法”，土木学会第43回年次学術講演概要集，pp.330-331，1988
- 24) Newland,D.E. 著，坂田勝・木村康治訳：“不規則振動とスペクトル解析”，オーム社,pp.73-87，1991.
- 25) 後藤尚男・宮脇幸治郎：“液体貯蔵用円筒タンクの動的応答について”，土木学会第29回年次学術講演会，I-277，1974.
- 26) 宮脇幸治郎：“液体貯蔵用円筒タンクの動的挙動に関する基礎的研究”，大阪府立工業高等専門学校研究紀要，pp.71-82，1979.
- 27) 宮脇幸治郎：“比較的剛な円筒タンクの動的挙動”，第4回日本地震工学シンポジウム，pp.599-606,1975.
- 28) 土岐憲三・三浦房紀：“強震時における杭基礎の非線形挙動に関する研究”，防災研究協会，1980.3
- 29) 宮脇幸治郎・小国嘉之・土岐憲三：“弾性地盤上にあるタンク模型の動的実験について”，昭和55年度土木学会関西支部年次学術講演会，I-55，1980.
- 30) 前出 20)
- 31) 前出 21)
- 32) 前出 1)

- 33) 坂井藤一・迫田治行・小川浩：“石油タンクの耐震設計法”，川崎重工技報，Vol.71,pp.52-59,1979.
- 34) Haroun ,M.A. and G.W.Housner:"Earthquake Response of Deformable Liquid Storage Tanks",*J.appl. mech. ASME*,48,pp.411-418,1981.
- 35) 小川浩，坂井藤一：“円筒形液体タンク地震荷重の近似計算式について”，土木学会第38回年次講演概要集 I， pp.557-558,1983.
- 36) Veletsos,A.S. and J.Y.Yang:"Dynamic of Fixed-Base-Liquid-StorageTanks",U.S.-Japan Seminar for Earthquake Engineering Research with Emphasis on Lifeline Systems,Nov.,1976.

## 第8章 結論

本論文の研究は、ウェブレット解析の耐震工学への応用により、その解析法の有用性ならびに各テーマに対する耐震設計上の有用な資料を得ることを目的として実施したものである。

ウェブレット解析は、時系列データの多重解像度解析および関数のもつ特異性の位置を特定できるスペクトル解析である。そして、この解析法は、フーリエ解析に代わる数学的手法の一つである。一方、地震波特性の解明、設計用地震動の作成、非線形特性を有する構造物の同定ならびに応答スペクトル特性、構造物の変形に伴う相互作用としての地盤-タンク-液体系の動的挙動の相互相関は、耐震工学上の基礎的な研究テーマである。このような基礎的な耐震工学上のテーマに対してその特性を把握することは、実設計における基礎的資料を与えるのに重要である。本研究を実施するにあたっては、個々のテーマに含まれる工学的意義を踏まえつつ、数学上の解析手法の応用面で展開した。そして、いくつかの新しい理論解析手法、実験的手法を用いることによって、地震波動特性、地震波動の合成、アレー観測データによる地震波動特性、非パラメトリック面による履歴復元力の動特性の把握、地盤-タンク-液体系の応答に対する相互相関を検討するなどの事項での有益な資料が得られたものと考えられる。

各章における研究成果については各章の結言の中ですでに詳しく列挙したが、本章においては、さらに、各章の研究概要を取りまとめるとともに、ウェブレット解析法の耐震工学の応用という観点から研究成果を整理し直して記述し、同時に今後課された課題等に言及することにする。

緒論は、本論文の研究の分野における各種研究の紹介とその背景についてふれ、研究目的・意義について述べるとともに研究課題との関係を明らかにしようとした。

第2章では、ウェブレット解析の基本特性を述べ、非定常な不規則振動として地震波を解析対象にとり、フーリエ解析とウェブレット解析を対比しながら考察を加えた。その結果、ウェブレット変換による地震波の情報抽出例としては、十勝沖地震での宮古および室蘭のデータから2つの時間差あるいはウェブレット係数を求めると地震波のデレクティビティ効果を明瞭に把握できた。さらに、フーリエスペクトルの結果では、明瞭な特性把握ができないが、ウェブレット変換では把握できた情報抽出例としては、青森の本震・余震のデータから地震波の地盤内のひずみの変化の影響がある。すなわち、地盤内のひずみの大きさによる影響と思われる地震波特性は、ウェブレット変換より本震の地震波が低振動数域へ、余震の地震波が高振動数へシフトした卓越振動数特性を示していた。断層近傍の地震波に対するウェブレットフーリエ位相スペクトルは、断層破壊が比較的単純なら、伝播経路の効果と破壊伝播の効果とが異なった振動数領域に現れていた。各分解係数におけるウェブレット係数のフーリエ変換のスペクトルの総和をウェブレットスペクトルと定義した場合、耐震工学上の地震応答スペクトルが、分解係数



のかなりの範囲までよい対応を示している。また、室蘭での記録の場合、負の分解係数7を境にして地震波のエネルギー特性が変化しているのが明瞭にわかり、パワースペクトルの振動数に対するべき法則が成立している場合、ウェレットスペクトルとの一定の対応関係が成立していた。

以上のことより、地震波特性を把握するには、まず、すでに多くの研究からも指摘されていることであるが、空間的な同時地震観測（アレー観測）に対する解析の重要性が確認された。次に、地震の規模に伴う地盤内の挙動特性の把握には、本震・余震のような同一震源地域に伴う地震記録に対する解析が重要となる。また、地震波の位相特性は、伝播経路・破壊伝播の効果に依存し、断層の破壊形態が比較的単純な場合には、これらの効果が認められる。このようなウェレット解析による地震波特徴が把握できるが、取り上げた解析例の数が少なくさらに多くの事例による検証が必要である。

第3章は、地震波等に混入するインパルス性雑音とガウス性雑音を提案したウェレット変換による手法で除去した。すなわち、本雑音除去の方法は、ウェレット変換による2種類のフィルタによる2段階の処理を行った。インパルス性雑音については、その雑音除去は、ウェレット変換による逆有限インパルス応答(IFIR)フィルタに相当する操作により行なった。その際のインパルスの発生時刻の推定は、ウェレット係数における偶あるいは奇数部に相当する係数のゼロ交差特性によって行った。一方、ガウス性雑音においては、その処理は、ウェレットフーリエスペクトル(WFS)に滑らかなローパスフィルタを乗じて行った。原波形の振動数とNyquist振動数と比が0.032より低い振動数域に原波形がある場合、雑音除去の効果が大きかった。インパルス性雑音の混入割合は約1000個以上に1個程度のデータにおいて、雑音除去に対して効果が大きかった。インパルス性雑音が混入した地震波記録においても本手法は有効であった。

以上より、本手法は、比較的簡単なアルゴリズムによる雑音処理の方法であり、その有効性が、簡単な数値計算を行い調べられた。

第4章は、第2章に関連してウェレット変換および逆変換の計算アルゴリズムを用いて耐震設計用地震波動の合成に関する数値計算を取り扱った。耐震設計用の合成波形の作成は、地震記録の充実により種々のタイプの記録が得られるようになり、その工学的意義が少なくなってきたが、耐震設計という構造物のあらゆる固有周期に対して同じ影響を持っている波形での照査には、地震波動の合成の意義があるものといえる。ここでの結果として、本地震波動の合成法は、分解係数ごとに定まる振動数帯域の応答スペクトルの修正を行った。すなわち、長周期成分に対する応答スペクトルから順次短周期成分の波形を構築した。原波形として、定常な区間正弦波と不規則波、非定常な不規則波および記録地震波に対しては、合成波形は、繰り返し回数が3回程度でほぼ設定した応答スペクトルと等しい波形が作成された。すなわち、演算繰り返しに対する収束性は良かった。原波形の位相特性を分解係数一次のみ一致させた場合、ウェレットフーリエスペクトルのピーク形状・時刻歴の波形形状は、全分解係数一致の場合と継続時間で若干異なる波形を構築された。すなわち、原波形の一次のエネルギー依存性が高かった。本方法は、用いる地震波の影響が直接現れる。したがって、採用する原波形は、記録地震波の

方が望ましい。一次以外の分解係数を導入した不規則性の影響は、原波形が記録地震波の場合、余り大きくなかった。

以上より、ウェブレット解析がもっている多重解像度解析の特性が、うまく応用された地震波動の合成法となっている。すなわち、正規直交系で時間軸と振動数軸に相当する平面に展開された地震波を低振動数の帯域から順次高振動数域へ構築されている。

なお、本地震波動の合成法は、リスクスペクトル法に属する手法であり、設計基準として応答スペクトルが一致するように作成されている。この場合、仮定された原波形が、対象振動数を区間正弦波的に含んでいればどのような場合においても基準となる応答スペクトルになるような波形を作成でき、時経列的な応答の履歴をあまりうまく規定できない。すなわち、問題は、第2章で議論した実地震波に関する時経列的な特性の詳細な把握が必要となる。

第5章は、兵庫県南部地震でのアレー観測データを用いて、ウェブレット相互相関関数およびウェブレットF-Kスペクトルによる地震波特性を取り扱った。アレー観測データは、地震波の伝播特性が検討される。すなわち、地中に配列された観測データにより、鉛直方向の伝播特性が調べられ、地表面に配列された観測データにより、水平方向の伝播特性が調べられた。その結果、鉛直アレー記録でのウェブレット相互相関関数より、波動は、上下方向の実体波の上昇波および下降波の存在が認められた。さらに、下降波の波形の乱れが認められ、液状化による非線形挙動と推察できた。液状化の深さ方向の拡がりには、振動数帯域が高いところで-32mの深さまで影響していると推察された。また、水平アレー記録でのウェブレットF-Kスペクトルより、振動数の低いところで表面波によると推測される波動特性が抽出された。さらに、断層からの距離および断層の破壊する走向、分解係数が、スペクトルに影響していると推察された。これらの特性を比較するための3DFEMの簡単な断層モデルでの数値シミュレーション結果より、振動数の低い部分での水平アレー特性は、観測位置での時刻歴および水平方向の波動軌跡と比較的よい対応を示していた。

第6章では、部材構造系の特性を、変位、速度および加速度などの状態量を観測量として扱い、これによって形成される非パラメトリック特性面を、2次元ウェブレット変換による非パラメトリック面の変形量の顕在化により把握した。その結果、履歴復元力モデルの特性については、 $D_j^{pq} f$ の分解係数が1次のとき、履歴復元力モデルは、剛性劣化効果より履歴減衰効果が卓越した応答となった。剛性劣化の増加を生じないBL型モデルと剛性劣化の増加を生じるSDB、DB、MDB、OBL型モデルとの応答特性は、大きく異なることを示した。すなわち、 $D_j^{AD} f$ は、系の第1剛性と劣化する第2剛性を持っている系の特徴が、明瞭に認められた。ウェブレットスペクトル比 $(E_j)/(E_j)_{1s}$ は、系の非線形応答特性をよく反映した量を与え、BL型モデルが他のモデルと大きく異なることを示した。RC材料をモデル化したSDB、DB、MDB型モデルは、応答特性を1つの指標で表した $(E_j)/(E_j)_{1s}$ にあまり大きな違いが認められなかった。劣化型の履歴減衰の効果が、応答結果に大きく影響していた。したがって、構造系の

応答を精度よく把握するための履歴復元力のモデルは、その重要性を示していた。

また、応答加速度あるいは入力加速度のパワー(分散)が一定という条件において応答量を極値化して評価し、これを等応答スペクトルとして取り扱った。ここで、評価式の誘導は、変量をウェブレット分解し、このときのウェブレット係数を変化させることにより行われた。その結果、入力一定の等応答スペクトルでの下限値は、塑性率10程度のBL型履歴復元力系に対する非線形応答スペクトルに対応していた。入力一定の等応答スペクトルの上限値より、地震の入力パワーが同じであっても、応答スペクトルが、2倍を超える可能性を示していた。

以上より、等価エネルギー法などによる非線形最大変位の推定には、履歴復元力モデルの影響が大きく、モデルごとの十分な検討の必要性がある。また、履歴復元力モデルの初期の固有周期が大きい場合、その等価な固有周期および減衰に大きく影響するので、初期剛性の特性が応答量の重要な要素となっていると考えられる。

第7章では、スロッシング、底面スラブの反力特性、滑動・剥離特性が、地上式タンク系の設計基本量を構成しており、これを実験的に検討した。このとき、地盤-タンク-液体系における空間的な相関関係の特性をウェブレット相互相関関数により評価し、空間的な相互相関を視覚的に表現し、実験における相関特性を把握した。その結果、ウェブレット相互相関関数により、入力基盤、タンク底面スラブ直下、タンク円筒シェル上下端部の相関特性について、入力基盤の加速度応答特性がタンク円筒シェルの上端部以外そのまま伝播している様子が認められた。すなわち、上端部は、タンク本体のロッキング振動と思われる特性と強い相関をもっているのが明瞭に認められた。

また、タンク内の貯蔵液体によるスロッシング振動は、その圧力分布に明瞭に現れ、速度ポテンシャルの分布および振動数応答の解析結果とよい一致を示した。そして、下端固定のタンクシェルのひずみ分布は、空および部分液体貯蔵の場合、下端近傍に大きな値を示し、大きな応力が生じた。さらに、液体部分貯蔵の場合、自由水面位置より少し上部にもひずみが大きくなり、貯蔵液体の質量効果が認められた。

次に、タンク底面スラブに作用する振動地盤反力分布は、貯蔵液体の有無、浮屋根の有無によらず、円筒シェル直下部に大きな値を示す分布となっていた。さらに、基礎地盤の卓越振動数時には、貯蔵液体が有る場合、底面スラブ中央部においても大きな値を生じた。底面スラブのひずみあるいは変形は、貯蔵液体のスロッシング振動数および地盤の卓越振動数において大きな値を生じた。特に、地盤の水平および鉛直方向の卓越する各1次の固有振動数においては、大きな値となった。これらの変形特性および反力特性の結果により、タンク本体に生じるベースシャー・転倒モーメントは、タンク本体の加速度応答で推定でき、さらに、転倒モーメントは、地盤反力分布からも推定できた。これらの応答特性は、貯蔵液体のスロッシング振動数および地盤の卓越振動数において大きな値が現れ、解析結果とよい対応を示した。

さらに、加振する入力波形に対して定常不規則波入力によるタンク本体の加速度応答は、水平成分に

対して地盤の固有値解析の固有振動数に対応する応答が、卓越した。一方、鉛直成分に対しては、1次の固有振動数が大きく現れるが、高次のモードになるとあまり明瞭に把握し難かった。定常不規則波によるタンク本体の変位および回転は、水平および回転の成分が卓越し、地盤の固有振動数が3次までの影響が現れていた。非定常不規則波によるタンク本体の挙動は、タンク本体のロッキング振動モードの卓越した振動のみ大きく現れ、定常な入力の場合と大きく異なった。すなわち、実験模型が完全に相似則を満たしていないが、継続時間が、大きな設計要因となっていた。

タンク底面での滑動・剥離現象に関しては、静的傾斜実験によれば、地上式タンクのような肉厚の薄い場合、円筒シェル直下での底面スラブの剥離現象は、液高 $H$ と半径 $R$ の比 $H/R$ が、小さい方が発生し易かった。これは、貯蔵液体の重心移動による転倒モーメントの影響が大きかった。一方、静的傾斜実験によれば、滑動は、 $H/R$ が $0.5 \sim 1.0$ の形状比で発生し易く、滑動の発生する傾斜角は、 $0.3 \sim 0.5$ となっていた。動的水平振動実験によれば、滑動は、傾斜実験より決まる震度（あるいはこれ以上）で加振するとタンクのロッキング振動時に相当する振動数領域で発生する。このときの底面スラブの滑動モードは、加振方向に対して、並進運動するものと回転運動するものとが現れた。さらに、動的水平振動実験における底面スラブの剥離モードは、貯蔵液体の液深と加振振動数とによりロッキング振動のみが卓越するモードとロッキングとスウエー振動の両方が卓越するモードとの2種類が比較的明瞭に現れた。

以上より、基礎地盤を含めた地上式液体貯蔵タンクの基礎的な動的挙動が再現され、耐震設計において重要な要因の挙動が確認できた。ただし、これを実際の耐震設計に適用するための資料とするためには、模型と実物との間の相似則の不完全さが、今後の課題として残っている。

本研究の解析の中核を担ったウェレット変換の基礎的特性についてまとめると以下ようになる。

まず、離散的な有限ウェレット変換は、データにバンドパスフィルターの演算子の処理を施したものとなる。ウェレット係数は、分解係数が小さい場合、時刻歴データの不連続点において大きな値を示し、不連続点の抽出に有効である。すなわち、負の分解係数が小さい場合、中心振動数が高く振動数領域でのバンド幅が広くなり、逆に時間領域では時間幅が非常に狭くなるためである。ウェレット変換あるいは逆変換は、分解係数ごとにデータを分解した量を取り出しているが、負の分解係数が順次上がると振動数成分が $1/2$ ずつ下がった成分のデータを扱っていることになる。各分解係数で取り出されたデータのエネルギー量は、対象分解係数の中心振動数より低い振動数成分のエネルギー量が、対象分解係数の次数より上の成分により構成されているので、データの加工が容易になる。

次に空間での2地点でのデータの相関を抽出するためのウェレット相互相関関数は、分解係数により定まるバンドパスフィルターを濾過したデータの相互相関となる。これは、空間的な状態量の移動が、視覚的に把握し易い。例えば、タンク上端部の応答特性は、タンク本体のロッキング振動と思われる特性と強い相関をもっているのが明瞭に認められる。一方、これをスペクトル上の表現にしたウェレッ

トF-Kスペクトルは、波動の場合、見かけ上の位相速度とその方向を与える。

さらに、2成分に対する状態量の表現において2次元ウエブレット解析の特性は、次のような表現もある。まず、動的応答の状態量を表す非パラメトリック面は、変位と速度の2つの成分で表現されている。そして、この非パラメトリック面を表現するのに直交関数展開したもののひとつにTchebyscheff多項式があるが、これは、特性面をそのまま近似表現したものである。一方、これを2種類の直交基底による展開表示した2次元ウエブレット変換は、形式上4種類のタイプに分けた表示となり、さらに、分解係数により特性面のひずみの大きさを顕在化した表示となる。具体的には、非パラメトリック面の2次元ウエブレット係数による特性面 $D_j^{AA}f$ は、それぞれの軸方向の傾きが系の等価剛性(固有円振動数)と等価減衰を与えている。しかし、応答の部分的な特性把握に、特性面の $D_j^{AD}f$ および $D_j^{DA}f$ による系の等価な固有振動数および減衰定数は、Tchebyscheff多項式近似などの特性とよい対応を示す。また、2次元ウエブレット係数のうち、 $D_j^{AD}f$ は、その系の履歴減衰効果の特徴を示し、 $D_j^{DA}f$ は、剛性劣化効果の特徴を示しており、これを視覚的に把握できる。

以上のように離散ウエブレット変換に関する応用として1次元データの分解、再構築、2成分の相関およびスペクトル、2次元平面データの4種類の分解について各データに含まれる特性抽出の議論した。

今後の課題としては、現在土木学会地震工学委員会で「耐震設計に用いるレベル2地震動(案)」(1999年7月)にも取り上げられているレベル2地震動に経済的な側面を考慮した地震動合成へのウエブレット変換の適用や、波動方程式に対する波動特性の抽出にウエブレット変換を適用することである。

特にレベル2地震動は、現在震源断層の破壊プロセスが確定すればかなりの精度で評価されるが、将来の地震に対しこれらの破壊プロセスに不確定要因が多くあり、ばらつきが伴うという理由により、耐震機能と経済性のバランスが要求されている。これは、経済性を地域耐震性能で評価し、断層モデルを考慮したウエブレット変換による地震動の合成法の課題である。

## 謝辞

本論文は、著者が昭和54年から昭和59年の6年間にわたる大型液体貯蔵タンクの耐震設計に関する研究、平成2年から平成11年の10年間にわたるウエブレット変換による解析で平成2年から平成7年での地震波評価および耐震設計用合成地震波に関する研究、平成5年から平成9年での履歴復元力系の動特性評価に関する研究、平成7年から平成10年までの兵庫県南部地震動特性に関する研究、平成10年から平成11年での雑音除去に関する研究をとりまとめたものである。この間に大変多くの方々からご指導、ご鞭撻、ご協力を賜りました。

京都大学大学院土木システム工学教室教授 土岐憲三先生には、著者が昭和54年から現在まで、研究の進め方から論文の書き方まで論文の研究内容すべての細部にわたってご指導・ご討議頂きました。甚大な謝意を表す次第である。

京都大学大学院土木システム工学教室教授 家村浩和先生には、本論文をまとめるにあたって貴重なご意見を頂きました。京都大学大学院電気電子工学教室教授 奥村浩士先生には、丁寧に本論文を読んで頂き、著者の気付かなかった不備な点についてご指摘を頂きました。

大阪府立工業高等専門学校システム制御工学科教授 片山登揚先生には、著者がウエブレットに関する数理工学的な研究のきっかけを与えていただきました。その際、貴重な文献の提供もいただき深く感謝する次第である。また、RCの履歴復元力特性に関して貴重な資料をいただいた大阪府立工業高等専門学校建設工学科教授 武市康裕先生に感謝の意を表す次第である。

本論文は、大阪府立工業高等専門学校の卒業生のご協力によりまとめることができました。数値解析については、東洋建設の大塚伸一郎氏、新日本製鉄の浅野秀敏氏、大阪市の野田徳明氏、実験については、大阪府の遠藤洋一氏、関西電力の土井智史氏に感謝する次第である。

また、第7章に関する研究を遂行するにあたりご指導ご鞭撻賜った故京都大学名誉教授 後藤尚男先生に甚大な謝意を表す次第である。その他に本研究を行うに際して多方面でご指導頂いた金沢大学大学院教授 北浦勝先生、京都大学防災研究所助教授 澤田純男先生には、感謝の意を表す次第である。

本論文に用いた地震記録データは、京都大学防災研究所教授 亀田弘行先生、岐阜大学大学院教授 杉戸真太先生および関西地震観測研究協議会の好意のものを用いた。ここに、謝意を表す次第である。

なお、本研究の実験および論文をとりまとめるに際して、大阪府教育委員会の研修制度により京都大学での研修を受けたことを記し、関係各位に感謝するものである。

付録 A1 式 (2.31) の誘導

最初に, 任意の関数  $P(t)$  について  $\{P(t-k) \mid k \in \mathbb{Z}\}$  が正規直交系となるための必要十分条件は,

$$\sum_{\ell} |\hat{P}(\omega + 2\ell\pi)|^2 = 1 \quad (\text{A1.1})$$

であることを示す.

まず, 必要条件は, 次のように記述できる.

$$\begin{aligned} \delta_{0,k} &= \int \overline{P(t)} P(t-k) dt \\ &= \frac{1}{2\pi} \int \overline{\hat{P}(\omega)} e^{-ik\omega} \hat{P}(\omega) d\omega \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |\hat{P}(\omega)|^2 e^{-ik\omega} d\omega \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{-ik\omega} \sum_{\ell=-\infty}^{\infty} |\hat{P}(\omega + 2\ell\pi)|^2 d\omega \\ \therefore \sum_{\ell=-\infty}^{\infty} |\hat{P}(\omega + 2\ell\pi)|^2 &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta_{0,k} e^{ik\omega} \\ &= 1 \end{aligned}$$

上述の議論は, 逆に辿ることができるので十分条件を満足している.

式(A1.1)の関係式をファージウエブレット関数に適用する. すなわち,

$$1 = \sum_{\ell} |\hat{\phi}(\omega + 2\ell\pi)|^2 \quad (\text{A1.2})$$

次に, 上式を変形していく. まず,  $\omega$  を  $2\omega$  と書直し, 1 を偶奇数に分離して表現する.

$$\begin{aligned} 1 &= \sum_{\ell} |\hat{\phi}(\omega + 2\ell\pi)|^2 \\ &= \sum_{\ell} |\hat{\phi}(2\omega + 4\ell\pi)|^2 + \sum_{\ell} |\hat{\phi}(2\omega + 4\ell\pi + 2\pi)|^2 \end{aligned}$$

さらに, 式(2.2a)の関係を用いたのち,  $m_0(\omega)$  が周期  $2\pi$  なる性質を持ち, 式(A1.2)を用いて変形する.

$$\begin{aligned} 1 &= \sum_{\ell} |m_0(\omega + 2\ell\pi) \hat{\phi}(\omega + 2\ell\pi)|^2 + \sum_{\ell} |m_0(\omega + 2\ell\pi + \pi) \hat{\phi}(\omega + 2\ell\pi + \pi)|^2 \\ &= |m_0(\omega)|^2 \sum_{\ell} |\hat{\phi}(\omega + 2\ell\pi)|^2 + |m_0(\omega + \pi)|^2 \sum_{\ell} |\hat{\phi}(\omega + 2\ell\pi + \pi)|^2 \\ &= |m_0(\omega)|^2 + |m_0(\omega + \pi)|^2 \end{aligned}$$

よって,

$$|m_0(\omega)|^2 + |m_0(\omega + \pi)|^2 = 1 \quad (\text{A1.3})$$

となる. 同様に変形をマザーウェレット関数  $\psi(t)$  に対して実行すれば,

$$|m_1(\omega)|^2 + |m_1(\omega + \pi)|^2 = 1 \quad (\text{A1.4})$$

となる.

次に,  $\phi(t-k) \in V_0, \psi(t-k) \in W_0$  は,  $\hat{\phi}(\omega), \hat{\psi}(\omega)$  直交している性質を用い, が周期  $2\pi$  の関数とすると,

$$\begin{aligned} 0 &= \int_{-\infty}^{\infty} \overline{\hat{\phi}(t)} \hat{\psi}(t-l) dt \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \overline{\hat{\phi}(\omega)} e^{-i\omega l} \hat{\psi}(\omega) d\omega \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \overline{\hat{\phi}(\omega + 2m\pi)} \hat{\psi}(\omega + 2m\pi) d\omega \\ &\therefore \sum_{m=-\infty}^{\infty} \overline{\hat{\phi}(\omega + 2m\pi)} \hat{\psi}(\omega + 2m\pi) = 0 \end{aligned} \quad (\text{A1.5})$$

となる. 式(A1.2)を式(A1.3)に変形する過程と同じように変形する. すなわち, 式(A1.5)の  $\omega$  を  $2\omega$  に書き直し,  $m_0(\omega), m_1(\omega)$  が周期  $2\pi$  の関数であることより,

$$\begin{aligned} 0 &= \sum_m \overline{\hat{\phi}(2\omega + 2m\pi)} \hat{\psi}(2\omega + 2m\pi) \\ &= \sum_{m'} \overline{\hat{\phi}(2\omega + 4m'\pi)} \hat{\psi}(2\omega + 4m'\pi) + \overline{\hat{\phi}(2\omega + 4m'\pi + 2\pi)} \hat{\psi}(2\omega + 4m'\pi + 2\pi) \\ &= \sum_{m'} \overline{m_0(\omega) \hat{\phi}(\omega + 2m'\pi)} m_1(\omega) \hat{\phi}(\omega + 2m'\pi) \\ &\quad + \sum_{m'} \overline{m_0(\omega + \pi) \hat{\phi}(\omega + 2m'\pi + \pi)} m_1(\omega + \pi) \hat{\phi}(\omega + 2m'\pi + \pi) \\ &= \overline{m_0(\omega)} m_1(\omega) \sum_{m'} |\hat{\phi}(\omega + 2m'\pi)|^2 + \overline{m_0(\omega + \pi)} m_1(\omega + \pi) \sum_{m'} |\hat{\phi}(\omega + 2m'\pi + \pi)|^2 \\ &= \overline{m_0(\omega)} m_1(\omega) + \overline{m_0(\omega + \pi)} m_1(\omega + \pi) \\ &\therefore \overline{m_0(\omega)} m_1(\omega) + \overline{m_0(\omega + \pi)} m_1(\omega + \pi) = 0 \end{aligned} \quad (\text{A1.6})$$

以上, 式(A1.4)および式(A1.6)の条件を満たす解は,

$$m_1(\omega) = e^{-(N+1)i\omega} \overline{m_0(\omega + \pi)} \quad (\text{A1.7})$$

となる. ここに,  $N$  は任意の整数である.



付録 A2 式 (2.47) の誘導

いま,  $\phi_j \in V_j, \phi_{j+1} \in V_{j+1}$  で  $\phi_j \subset \phi_{j+1}$  より,

$$\phi_{j,m} = \sum_k \langle \phi_{j,m}(u), \phi_{j+1,k}(u) \rangle \phi_{j+1,k}(x) \quad (\text{A2.1})$$

と表示できる. ここに,

$$\begin{aligned} \langle \phi_{j,m}(u), \phi_{j+1,k}(u) \rangle &= 2^{j/2} 2^{(j+1)/2} \int \phi(2^j u - m) \phi(2^{j+1} u - k) du \\ &= 2^{1/2} \int \phi(y - m) \phi(2y - k) dy \\ &= 2^{1/2} \int \sum_k h_k \sqrt{2} \phi(2(y - m) - k') \phi(2y - k) dy \\ &= \int \sum_k h_{2m-k'} \sqrt{2} \phi(2y - k'') \sqrt{2} \phi(2y - k) dy \\ &= \sum_{k''} h_{2m-k''} \delta_{kk''} \\ &= h_{2m-k} \\ \therefore \phi_{j,m}(x) &= \sum_k h_{2m-k} \phi_{j+1,k}(x) \end{aligned} \quad (\text{A2.2})$$

なお,  $h_{2m-k}$  は, ツースケール関数係数より定められる. すなわち,

$$\phi(t) = \sum_k h_k \sqrt{2} \phi(2t - k)$$

$t$  を  $t/2$  に変数変換し, 内積をとれば,

$$\begin{aligned} \langle \phi(t/2), \phi(t-l) \rangle &= \sqrt{2} \sum_k h_k \langle \phi(t-k), \phi(t-l) \rangle \\ &= \sqrt{2} \sum_k h_k \delta_{kl} \end{aligned}$$

$$\therefore h_l = \langle \frac{1}{\sqrt{2}} \phi\left(\frac{t}{2}\right), \phi(t-l) \rangle$$

$$h(l) = \langle \phi_{-1}(t), \phi(t-l) \rangle \quad (\text{A2.3})$$

と定義すると, 式(A2.1)は,

$$\phi_{j,m}(x) = \sum_k h(2m-k) \phi_{j+1,k}(x) \quad (\text{A2.4})$$

と求められる.

付録 A3 式(3.13)の誘導

いま,  $\psi_{j,m} \in W_j, \phi_{j,m} \in V_j, \phi_{j+1,m} \in V_{j+1}, \phi_j \subset \phi_{j+1}$  は, 正規直交系を形成しており, 離散有限ウエブレット変換に関する基本特性により,

$$V_{j+1} = V_j \oplus W_j$$

の関係にある. すなわち,

$$\phi_{j+1,m}(x) = \sqrt{2} \sum_k \langle \phi_{j,k}(u), \phi_{j+1,m}(u) \rangle \phi_{j,k}(x) + \sqrt{2} \sum_k \langle \psi_{j,k}(u), \phi_{j+1,m}(u) \rangle \psi_{j,k}(x) \quad (\text{A3.1})$$

ここで,  $f(x)$  の関数に関して, 式(A3.1)の辺々の内積をとると次のようになる.

$$\begin{aligned} \langle f(u), \phi_{j+1,m}(u) \rangle &= \sqrt{2} \sum_k \langle \phi_{j,k}(u), \phi_{j+1,m}(u) \rangle \langle f(u), \phi_{j,k}(u) \rangle \\ &\quad + \sqrt{2} \sum_k \langle \psi_{j,k}(u), \phi_{j+1,m}(u) \rangle \langle f(u), \psi_{j,k}(u) \rangle \end{aligned} \quad (\text{A3.2})$$

次に, 式(A3.2)の右辺第1項および第2項のそれぞれの係数にあたる内積は, 次のようになる.

$$\begin{aligned} \langle \phi_{j,m}(u), \phi_{j+1,k}(u) \rangle &= \int \overline{\phi_{j,m}(u)} \phi_{j+1,k}(u) du \\ &= \sum_l \int \overline{h(2m-l) \phi_{j+1,l}(u)} \phi_{j+1,k}(u) du \\ &= \sum_l \overline{h(2m-l)} \int \overline{\phi_{j+1,l}(u)} \phi_{j+1,k}(u) du \\ &= \sum_l \overline{h(2m-l)} \delta_{l,k} \\ &= \overline{h(2m-k)} \end{aligned} \quad (\text{A3.3})$$

同様に,

$$\langle \psi_{j,m}(u), \phi_{j+1,k}(u) \rangle = \overline{g(2m-k)} \quad (\text{A3.4})$$

したがって, 式(A3.3),(A3.4)を式(A3.2)に代入すると,

$$\begin{aligned} \langle f(u), \phi_{j+1,m}(u) \rangle &= \sqrt{2} \sum_k \overline{h(2m-k)} \langle f(u), \phi_{j,k}(u) \rangle \\ &\quad + \sqrt{2} \sum_k \overline{g(2m-k)} \langle f(u), \psi_{j,k}(u) \rangle \end{aligned} \quad (\text{A3.5})$$

となる.

式(A3.5)の両辺に,  $m$ に関するフーリエ変換を施す.

$$\begin{aligned} \text{左辺} &= 2^{-(j+1)/2} \sum_m e^{-imy} \int f(u) \phi_{j+1}(u - 2^{-j-1}m) du \\ &= 2^{-(j+1)/2} \int f(u) du \sum_m e^{-imy} \phi_{j+1}(u - 2^{-j-1}m) \end{aligned}$$

ここで,

$$\begin{aligned} e^{-imy} &= e^{-i(2^{j+1}2^{-j-1}m-2^{j+1}u+2^{j+1}u)y} \\ &= e^{-i2^{j+1}(2^{-j-1}m-u)y-i2^{j+1}uy} \end{aligned}$$

さらに,  $m' = u - 2^{-j-1} \quad \therefore m = 2^{j+1}(u - m')$  であるから,

$$\begin{aligned} &= 2^{-(j+1)/2} \int f(u) e^{-i2^{j+1}uy} du \sum_m e^{-i2^{j+1}(2^{-j-1}m-u)y} \phi_{j+1}(u - 2^{-j-1}m) \\ &= 2^{-(j+1)/2} \int f(u) e^{-i2^{j+1}uy} du \sum_m e^{i2^{j+1}m'y} \phi_{j+1}(m') \\ &= -2^{-(j+1)/2} F(2^{j+1}y) \Phi_{j+1}(-2^{j+1}y) \end{aligned}$$

となる.

$$\begin{aligned} \text{右辺第1項} &= 2^{-j/2} \sum_m e^{-imy} \sum_k \bar{h}(2m-k) \int f(u) \phi_j(u - 2^{-j}k) du \\ &= 2^{-j/2} \sum_k \int f(u) \phi_j(u - 2^{-j}k) du \sum_k e^{-imy} \bar{h}(2m-k) \end{aligned}$$

ここで,

$$\begin{aligned} e^{-imy} &= e^{-i(m-2k)y-i2ky} \\ m' &= m - 2k \quad \therefore m = m' + 2k \end{aligned}$$

であるから,

$$\begin{aligned} &= 2^{-j/2} \sum_k \int f(u) \phi_j(u - 2^{-j}k) e^{-i2ky} du \sum_{m'} e^{-im'y} \bar{h}(m') \\ &= 2^{-j/2} \int f(u) du \sum_k \phi_j(u - 2^{-j}k) e^{-i2ky} \sum_{m'} e^{-im'y} \bar{h}(m') \end{aligned}$$

さらに,

$$\begin{aligned} e^{-i2ky} &= e^{-i2(2^{-j}2^j k - 2^j u + 2^j u)y} \\ &= e^{-i2^{j+1}(2^{-j}k-u)y-i2^{j+1}uy} \end{aligned}$$

$$k' = u - 2^{-j}k \quad \therefore k = 2^j(u - k')$$

であるから,

$$\begin{aligned} &= 2^{-j/2} \int f(u) e^{-i2^{j+1}uy} du \sum_k \phi_j(u - 2^{-j}k) e^{-i2^{j+1}(2^{-j}k-u)y} \sum_{m'} e^{-im'y} \bar{h}(m') \\ &= 2^{-j/2} \int f(u) e^{-i2^{j+1}uy} du \sum_{k'} \phi_j(k') e^{-i2^{j+1}k'y} \sum_{m'} e^{-im'y} \bar{h}(m') \\ &= -2^{-j/2} F(2^{j+1}y) \Phi(-2^{j+1}y) \bar{H}(y) \end{aligned}$$

となる. 同様に,

$$\text{右辺第2項} = 2^{-j/2} F(2^{j+1}y) \Psi_j(-2^{j+1}y) \bar{H}(y)$$

ここで、 $\Phi_j, \Phi_{j+1}, \Psi_j$ は偶関数であり、 $Y = 2^{j+1}y$ と変数変換をすると次のようになる。

$$F(Y)\Phi_{j+1}(Y) = 2F(Y)\Phi_j(Y)H(2^{-j-1}Y) + 2F(Y)\Psi_j(Y)G(2^{-j-1}Y) \quad (\text{A3.6})$$

## 付録 A 4 液体貯蔵円筒タンクの基礎式

### A 4. 1 動水圧に関する基礎式

円筒座標系で示した Navier-Stokes 式は、液体の流れの連続式、圧力と密度との示性方程式および、密度の場所的な変化が小さいとし、速度ポテンシャル  $\phi$  を用いれば、次式のようなよく知られた基礎式が得られる。

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = c^2 \nabla^2 \phi + \mu^* \nabla^2 \left( \frac{\partial \phi}{\partial t} \right) \quad (\text{A4.1})$$

ここに、 $c$  は液体の伝搬速度であり、 $\mu^*$  は、粘性係数である。

式(A4.1)は、液体が粘性減衰を無視できると仮定できるなら、右辺第1項が、無視された液体の波動方程式となる。

なお、液体中の任意点での圧力は、次式のように与えられる。

$$p = \rho \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (\text{A4.2})$$

式(A4.1)は、次のような境界条件により求められる。

$$(1) \quad z=0: \left. \frac{\partial \phi}{\partial z} \right|_{z=0} = 0 \quad (\text{A4.3})$$

$$(2) \quad z=H: g \frac{\partial \phi}{\partial z} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{A4.4})$$

$$(3) \quad \theta = 0, \pi: \frac{\partial \phi}{r \partial \theta} = 0 \quad (\text{A4.5})$$

$$(4) \quad r=a: \frac{\partial \phi}{\partial r} = \frac{\partial w}{\partial t} \quad (\text{A4.6})$$

なお、式(A4.6)の  $w$  は、タンクシェルの半径方向の変位である。

ここで、式(A4.1)は、連続条件式で、密度の変化が、空間的に変化しないが、時間的には、変化があるとした。すなわち、

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla^2 \phi = 0 \quad (\text{A4.7})$$

を採用して求められている。しかし、対象構造物が、地上式液体燃料の貯蔵タンクである場合、液高は、最大 22～25m、直径 100m 程度のものとなる。スロッシング現象および地震動の卓越振動数は、高い場合でもせいぜい 10～20Hz ということを考えてみると、時間的な密度変化を無視して取り扱っても工学的

な対象の現象は説明できる。この場合、連続式は、

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad (\text{A4.8})$$

なる関係式を用いることになる。そして、液体の波動方程式(A4.1)は、連続式(A6.7)を解くことによって満足される。

いま、水平加振の場合の境界条件において、 $z=H$ における自由表面は、

$$\text{a) } \frac{\partial \phi}{\partial t} = 0 \quad (\text{A4.9})$$

$$\text{b) } g \frac{\partial \phi}{\partial z} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{A4.10})$$

なる表現がある。a)なる表現は、自由表面波の波高の影響が無視できる場合の表現とであり、b)の表現は、Bernoulli式での自由表面波高での関係より求められる。一方、 $r=a$ において、構造物の変形を除いた表現に次のようなものがある。

$$\text{a) } -\frac{\partial \phi}{\partial r} = v_g(t) \cos \theta \quad (\text{A4.11})$$

ただし、 $v_g(t)$ は地動の速度

$$\text{b) } -\frac{\partial \phi}{\partial r} = 0 \quad (\text{A4.12})$$

a)なる表現は、速度ポテンシャル $\phi$ の座標を加振されている基盤においていることになる。したがって、もし、円筒シェルが剛なら円筒シェルでの速度が地動速度と同じになる。一方、b)なる表現は、 $\phi$ の座標を液体においていることになる。よって、円筒シェルでの相対速度は生じないという意味になる。なお、円筒シェルの撓みを加味しようとしたときの境界条件は、a),b)ともに、右辺に円筒シェルの撓み速度 $-\partial w / \partial t$ を加えればよい。ただし、 $w$ は円筒シェルの撓みで、内側への撓み量を正としている。

式(A4.11)の表現は、運動方程式を式(A4.8)の連続方程式で表現する場合、外力項の影響を導入したことになる。

最後に、減衰条件について少し考える。まず減衰効果を加味する形式として、大別して流体内のひずみ速度に比例した量として評価する方法と境界条件に速度の2乗に比例した量で評価する方法がある。すなわち、

$$\text{a) } E_{rs} = \tilde{E}_{rs} + \dot{E}_{rs} \quad (\text{A4.13})$$

ここに、 $E_{rs}$ ：応力テンソル

$\tilde{E}_{rs}$ ：流体としての応力テンソル

$\dot{E}_{rs}$ ：粘性テンソル

b) ①  $z=H$ :

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} + \mu \frac{\partial \phi}{\partial t} + g \frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \quad (\text{A6.14})$$

②  $r=a$ :

$$-\frac{\partial \phi}{\partial r} - \nu \frac{\partial \phi}{\partial t} = 0 \quad (\text{A4.15})$$

a)の表現は、粘性テンソルがひずみ速度テンソルの線形関数であると仮定した形式であるが、この場合、粘性項を考慮しないで、完全流体として取扱ができる。一方、b)–①の表現は、式を変形すれば、

$$\frac{1}{g} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} + \frac{\mu}{g} \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\partial \phi}{\partial z} = 0$$

という形になり、この形式により物理的に次のような減衰効果を意味するのがわかる。第3項は、 $z=H$ における鉛直速度であるから、第2項は、自由変動波の速度が速度の2乗に比例する抵抗（比例定数 $\mu/g$ ）を受けているというモデルになっている。b)–②の表現は、①の場合と同様に円筒シェル部における速度の2乗に比例する抵抗によって位相差が生じるモデルになっている。

#### A 4. 2 円筒シェルに関する基礎式

円筒シェルに関する基礎式は、Love-Timoshenkoの基礎式を用いる。すなわち、図7. 2に示すように円筒シェル上の座標軸 $\xi$ 、 $\eta$ および $\zeta$ 軸方向の変位を $u$ 、 $v$ および $w$ とすると、次式のようになる。

$$\rho_0 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + 2\varepsilon \frac{\partial u}{\partial t} + \beta \left( \frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2} + \frac{1-\nu}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} + \frac{1+\nu}{2} \frac{\partial^2 v}{\partial \xi \partial \theta} - \nu \frac{\partial w}{\partial \xi} \right) = 0 \quad (\text{A4.16})$$

$$\rho_0 \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + 2\varepsilon \frac{\partial v}{\partial t} + \beta \left( \frac{1+\nu}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial \xi \partial \theta} + \frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2} + \frac{1-\nu}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2} - \frac{\partial w}{\partial \theta} \right) = -\rho_0 k g \sin \theta e^{i\omega t} \quad (\text{A4.17})$$

$$\rho_0 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + 2\varepsilon \frac{\partial w}{\partial t} + \beta \left( \nu \frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{\partial v}{\partial \theta} - w - \gamma^2 \Delta \Delta w \right) = \rho_0 k g \cos \theta e^{i\omega t} - p(a, \xi, \theta; t) \quad (\text{A4.18})$$

ここに、

$$\gamma^2 = \frac{h^2}{12a^2}, \xi = \frac{z}{a}, \beta = \frac{Eh}{(1-\nu^2)a^2}, \Delta = \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \quad (\text{A4.19})$$

また、 $\rho_0$ は、円筒シェルの肉厚を乗じた密度であり、 $\nu$ はそのポアソン比である。さらに、 $\varepsilon$ は減衰指数である。定常振動解のみを対象にし、Vlasovの近似解法より、 $u=0$ として、次のような境界条件を満足す

る解を求めればよい。

$$(1) \xi = 0; u = 0 \quad (A4.20)$$

$$(2) \quad w = 0 \quad (A4.21)$$

$$(3) \xi = H; w = 0 \quad (A4.22)$$

$$(4) \quad N_{\xi} = \frac{Eh}{(1-\nu^2)} (\varepsilon_{\xi\xi} + \nu\varepsilon_{\theta\theta}) = 0 \quad (A4.23)$$

$$(5) \quad M_{\xi} = -D(\kappa_{\xi\xi} + \nu\kappa_{\theta\theta}) = 0 \quad (A4.24)$$

$$(6) \quad Q_{\xi} = -D \frac{\partial}{\partial \xi} (\kappa_{\xi\xi} + \nu\kappa_{\theta\theta}) = \frac{M_r kg}{2\pi h} \cos \theta \quad (A4.25)$$

ここに、

$$\varepsilon_{\xi\xi} = \frac{1}{a} \frac{\partial u}{\partial \xi} = 0 \quad (A4.26)$$

$$\varepsilon_{\theta\theta} = \frac{1}{a} \left( \frac{\partial v}{\partial \theta} - w \right) \quad (A4.27)$$

$$\kappa_{\xi\xi} = \frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} \quad (A4.28)$$

$$\kappa_{\theta\theta} = \frac{1}{a^2} \left( \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right) \quad (A4.29)$$

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \quad (A4.30)$$

wの基礎方程式は、次式のようになる。

$$\Delta \Delta w + \left\{ \frac{(1-\nu)}{\gamma^2(1+\nu)} - \frac{\omega^2}{\gamma^2 \beta / \rho_0} + 2i \frac{\varepsilon}{\gamma^2 \beta} \omega \right\} w = \frac{\rho_0 kg \cos \theta}{\gamma^2 \beta} + \frac{1}{\gamma^2 \beta} P(\xi) \quad (A4.31)$$

式(A4.31)は、解を方向余弦の級数展開形式に仮定し、境界条件を満足するwの自由振動解の固有値を求め、式(7.5)のような固有値展開で表現すればよい。刺激係数の具体的な関係は、次式を解けばよい。

$$C_{li} = \frac{4\rho\omega^2}{\beta(\omega_{li}^2 - \omega^2)\bar{r}_{li}^2} \left[ kg\Psi_i - \sum_{j=1}^{\infty} \Omega_{lij} C_{lj} \right] \quad (A4.32)$$

$$C_{mi} = \frac{4\rho\omega^2}{\beta(\omega_{li}^2 - \omega^2)\bar{r}_{mi}^2} \sum_{j=1}^{\infty} \Omega_{mij} C_{mj} \quad (m \geq 2) \quad (A4.33)$$

ここに、



$$\int_0^1 \tau_{mi} \tau_{mj} d\xi = \begin{cases} \bar{\tau}_{mi}^2 & (i = j) \\ 0 & (i \neq j) \end{cases} \quad (\text{A4.34})$$

$\Psi_i, \Omega_{mij}$  は、液体の1次のモードと2次以降の項に対してそれぞれ式(7.1)のcosh, およびcosの項に固有モードの関数との積の $\xi$ 方向の積分を演算した関数である。

付録 A5 ジョイント要素を含む液体タンク系の基礎式

(a) ジョイント要素

ジョイント要素に対する部材変位および構造剛性は、それぞれ式(7.21),(7.28)に示されているとおりである。このとき、ポテンシャルエネルギーは、次式のように表示される。

$$\begin{aligned}\tilde{S} &= \frac{1}{2} \tilde{Z}^T \tilde{K} \tilde{Z} \\ &= \frac{1}{2} \tilde{X}^T \tilde{S} \tilde{X}\end{aligned}\tag{A5.1}$$

(b) 固着液体要素および自由液体要素の構成

まず、固着液体要素に対する運動エネルギーは、次式のように表示される。

$$\begin{aligned}\tilde{T}_0 &= \frac{1}{2} \dot{\tilde{Z}}^T \tilde{M}_0 \dot{\tilde{Z}} \\ &= \frac{1}{2} \dot{\tilde{X}}^T \tilde{C}_0 \dot{\tilde{X}}\end{aligned}\tag{A5.2}$$

ここに、

$$\dot{\tilde{X}}_0 = \{\dot{u}_K, \dot{v}_K, \dot{u}_L, \dot{v}_L\}^T\tag{A5.3}$$

$$\tilde{C}_0 = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} m_0 & \frac{H_0}{R} m_0 & m_0 & -\frac{H_0}{R} m_0 \\ \frac{H_0}{R} m_0 & \left\{1 + \left(\frac{H_0}{R}\right)^2\right\} m_0 + \frac{J}{R^2} & \frac{H_0}{R} m_0 & \left\{1 - \left(\frac{H_0}{R}\right)^2\right\} m_0 - \frac{J}{R^2} \\ m_0 & \frac{H_0}{R} m_0 & m_0 & -\frac{H_0}{R} m_0 \\ -\frac{H_0}{R} m_0 & \left\{1 - \left(\frac{H_0}{R}\right)^2\right\} m_0 - \frac{J}{R^2} & -\frac{H_0}{R} m_0 & \left\{1 + \left(\frac{H_0}{R}\right)^2\right\} m_0 + \frac{J}{R^2} \end{bmatrix}\tag{A5.4}$$

次に、自由液体要素に対する運動エネルギーは、次式のように表示される。

$$\begin{aligned}\tilde{T}_1 &= \frac{1}{2} \dot{\tilde{Z}}^T \tilde{M}_1 \dot{\tilde{Z}} \\ &= \frac{1}{2} \dot{\tilde{X}}_1^T \tilde{C}_1 \dot{\tilde{X}}_1\end{aligned}\tag{A5.5}$$

ここに、

$$\dot{\tilde{X}}_1 = \{\dot{u}_K, \dot{v}_K, \dot{u}_L, \dot{v}_L, \dot{u}_M\}^T\tag{A5.6}$$

$$\tilde{C}_1 = \frac{m}{4} \begin{bmatrix} 1 & \frac{H}{R} & 1 & -\frac{H}{R} & -2 \\ \frac{H}{R} & \left(\frac{H}{R}\right)^2 & \frac{H}{R} & -\left(\frac{H}{R}\right)^2 & \frac{H}{R} \\ 1 & \frac{H}{R} & 1 & -\frac{H}{R} & -2 \\ -\frac{H}{R} & -\left(\frac{H}{R}\right)^2 & -\frac{H}{R} & \left(\frac{H}{R}\right)^2 & \frac{H}{R} \\ -2 & -2\frac{H}{R} & -2 & 2\frac{H}{R} & 4 \end{bmatrix}\tag{A5.7}$$

さらに、ポテンシャルエネルギーは、次式のように表示される。

$$\begin{aligned} V_1 &= \frac{1}{2} \bar{Z}^T \bar{K}_1 \bar{Z} \\ &= \frac{1}{2} \bar{X}_1^T \bar{S}_1 \bar{X} \end{aligned} \quad (\text{A5.8})$$

ここに、

$$\bar{S}_1 = \frac{k_v}{m_v} \bar{C}_1 \quad (\text{A5.9})$$

式(A5.4), (A5.9)に現れている等価な液体の諸定数は、次のように与えられる。

$$m_0 = m \left\{ 1 - \sum_{i=1}^{\infty} \left[ \frac{2 \tanh \beta_i}{\beta_i (\varepsilon_i^2 - 1)} \right] + \frac{2 \rho_s H_s t}{\rho H R} \right\} \quad (\text{A5.10})$$

$$\begin{aligned} m_1 &= m \left\{ \frac{2}{\pi} - \sum_{i=1}^{\infty} \left[ \frac{2(\beta_i \sinh \beta_i + \frac{\pi}{2})}{(\varepsilon_i^2 - 1)(\beta_i^2 + \frac{\pi^2}{4}) \cosh \beta_i} \right] + \frac{2 \rho_s t}{\rho R} \left( \frac{2}{\pi} + \frac{H_s}{H} - 1 \right) \right\} \Bigg/ \left\{ \left( \frac{4}{(R/H)\pi^3} \right) \right. \\ &\quad \left. \sum_{i=1}^{\infty} \left[ \left( \frac{I_1(\lambda_i R)}{I_1'(\lambda_i R)(2i-1)} \right) + \left( \frac{I_1(\lambda_{i+1} R)}{I_1'(\lambda_{i+1} R)(2i+1)} \right) \right] \left( \frac{1}{t^2} \right) + \left( \frac{2 \rho_s t}{\rho R} \right) \left( \frac{H_s}{H} - \frac{1}{2} \right) \right\} \end{aligned} \quad (\text{A5.11})$$

$$\begin{aligned} J_r &= m_0 H_0^2 + J_0 \\ &= m H^2 \left\{ 0.33 - \sum_{i=1}^{\infty} \left[ \frac{2 \tanh \beta_i}{(\varepsilon_i^2 - 1) \beta_i} \right] + \sum_{i=1}^{\infty} \left[ \frac{8 \tanh \beta_i}{(\varepsilon_i^2 - 1) \beta_i^3} \right] - \sum_{i=1}^{\infty} \left[ \frac{2(4 - \cosh \beta_i)}{(\varepsilon_i^2 - 1) \beta_i^2 \cosh \beta_i} \right] \right. \\ &\quad \left. + \left( \frac{2 \rho_s t H_s^3}{3 \rho R H^3} \right) \right\} \end{aligned} \quad (\text{A5.12})$$

$$k_v = \left( \frac{4\pi^2 E m}{m} \right) \left[ 0.01205 \left( \frac{H}{R} \right)^2 - 0.08466 \left( \frac{H}{R} \right) + 0.17042 \right] \quad (\text{A5.13})$$

さらに、

$$\begin{aligned} \beta_i &= \varepsilon_i \frac{H}{R} \\ \lambda_i &= \frac{(2i-1)\pi}{2H} \end{aligned}$$

$I_1$ : 第1種1時変形ベッセル関数

### (c)運動方程式の誘導

形式的には、次式の Lagrange の運動方程式より求められる。すなわち、

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} \right) - \left( \frac{\partial T}{\partial q_j} \right) = - \frac{\partial F}{\partial q_j} - \frac{\partial V}{\partial q_j} + Q_j \quad (\text{A5.14})$$

ここに,

T : 運動エネルギー

V : ポテンシャルエネルギー

F : Rayleigh の散逸関数

$Q_j$  : 外力関数

対象としている構造系では,  $F = 0$  として,

$$T = \frac{1}{2} \dot{\bar{X}}_0^T \bar{C}_0 \dot{\bar{X}}_0 + \frac{1}{2} \dot{\bar{X}}_1^T \bar{C}_1 \dot{\bar{X}}_1 \quad (\text{A5.15})$$

$$V = \frac{1}{2} \bar{X}^T \bar{S} \bar{X} + \frac{1}{2} \bar{X}_1^T \bar{S}_1 \bar{X}_1 \quad (\text{A5.16})$$

であり,  $Q_j$  は,  $-[m]\{1\}\ddot{u}$  という形で評価できる. このモデルの場合には, 次のような簡単な形にまとめられる. すなわち,

$$[M]\{\ddot{X}\} + [S]\{X\} = -[M]\{1\}\ddot{u} \quad (\text{A5.17})$$

ここに,

$$[M] = \begin{bmatrix} m_0 + m_1 & 0 & \frac{1}{R}(H_0 m_0 + H_1 m_1) & -m_1 \\ 0 & m_0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{R}(H_0 m_0 + H_1 m_1) & 0 & \frac{1}{R}(J_r + H_0^2 m_0 + H_1^2 m_1) & -2\frac{H_1}{R} m_1 \\ -m_1 & 0 & -2\frac{H_1}{R} m_1 & m_1 \end{bmatrix} \quad (\text{A5.18})$$

$$[S] = \begin{bmatrix} k_s + k_v & 0 & 2\frac{H_1 k_v}{R} & -k_v \\ 0 & k_n & 0 & 0 \\ \frac{1}{R}(H_0 m_0 + H_1 m_1) & 0 & 2\left\{k_n + 4\left(\frac{H_1}{R}\right)^2 k_v\right\} & -2\frac{H_1}{R} k_v \\ -k_v & 0 & -2\frac{H_1}{R} k_v & k_v \end{bmatrix} \quad (\text{A5.19})$$

$$\{X\} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}(u_K + u_L) \\ \frac{1}{2}(v_K + v_L) \\ \frac{1}{2}(v_K - v_L) \\ u_M \end{bmatrix}, \quad \{1\} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A5.20a,b})$$