

**水面上に風シアーを伴う開水路における  
組織乱流構造と気体輸送に関する基礎的研究**

**2005年3月**

**吉田 圭介**

**水面上に風シアを伴う開水路における  
組織乱流構造と気体輸送に関する基礎的研究**

**2005年3月**

**吉田 圭介**

# 目次

第1章 結論	1
1. 1 研究の背景	2
1. 2 研究動機および研究目的	2
1. 3 本論文の概要	4
参考文献	6
第2章 風波乱流場における空気流と水流の相互作用および水層内大規模渦構造の特性	9
2. 1 概説	10
2. 2 風波乱流場に関する既往研究および本章の目的	10
2. 3 実験装置, 実験方法および実験条件	14
2. 3. 1 実験水路	14
2. 3. 2 計測方法	14
2. 3. 3 実験条件	17
2. 4 実験結果と考察	18
2. 4. 1 瞬間流特性	18
2. 4. 2 平均流特性	22
2. 4. 3 風波界面の諸特性と界面運動量輸送	23
2. 4. 4 乱れ特性	27
2. 4. 5 水層流速に対する Fourier 解析および Wavelet 解析	29
2. 4. 6 水流と空気流の相関構造	33
2. 4. 7 PIV 法による流体瞬間挙動と位相平均構造	35
2. 4. 8 水層内大規模渦特性解析	39
2. 4. 9 2次流の影響の検討	44
2. 5 結語	47
参考文献	47

### 第3章 水面上に風応力を伴う開水路乱流場における

#### 組織乱流構造と水・空気間気体輸送特性

51

3. 1	概説	52
3. 2	水・空気2層流に関する既往研究及び本章の目的	53
3. 2. 1	水・空気2層流における乱流構造と組織構造に関する既往研究	53
3. 2. 2	気液界面におけるガス交換現象に関する既往研究	55
3. 2. 3	本章の目的	60
3. 3	実験装置、実験方法および実験条件	61
3. 3. 1	実験水路	61
3. 3. 2	計測方法	61
3. 3. 3	実験条件	63
3. 4	実験結果と考察	63
3. 4. 1	平均流特性	63
3. 4. 2	乱れ特性	68
3. 4. 3	レイノルズ応力特性	70
3. 4. 4	フーリエ解析	70
3. 4. 5	乱れエネルギー収支関係	76
3. 4. 6	界面変動と流速変動特性	78
3. 4. 7	混合距離特性	79
3. 4. 8	LFT解析	83
3. 4. 9	水素気泡法を用いた組織渦構造の可視化	86
3. 4. 10	時間周波数解析による界面組織構造特性	89
3. 4. 11	2点同時計測による組織構造解析	93
3. 4. 12	気体輸送と組織構造	95
3. 5	結語	102
	参考文献	104

### 第4章 混和しない非圧縮性気液混相場における

#### 数値流体計算手法の構築とその適用性

109

4. 1	概説	110
------	----	-----

4. 2	気液混相場に関する既往計算の手法および本研究の目的	111
4. 3	混和しない非圧縮性気液混相場における数値計算手法	114
4. 3. 1	基礎方程式	114
4. 3. 2	流速と圧力の解法	116
4. 3. 3	界面の扱い	120
4. 4	数値計算手法の適用性	125
4. 4. 1	ダム崩壊現象	126
4. 4. 2	水とシリコンオイルからなる成層流	128
4. 5	単相平行平板乱流場の直接数値計算	133
4. 5. 1	基礎方程式	134
4. 5. 2	流速と圧力の解法	134
4. 5. 3	計算条件	135
4. 5. 4	計算結果	140
4. 6	水・空気混相乱流場の直接数値計算	144
4. 6. 1	3次元 MARS 法	144
4. 6. 2	計算条件	146
4. 6. 3	計算結果	148
4. 7	結語	154
	参考文献	154

**第5章 結論** 157

補遺 A	ウェーブレット解析	163
補遺 B	気体輸送過程に関する概念モデル	175
補遺 C	MARS 法の計算アルゴリズム	181
補遺 D	CIP 法および VOF 法の計算アルゴリズム	185
謝辞		190
付録(1)	本論文に関連のある査読付き論文	191
付録(2)	移流方程式に対する MARS 法のサンプルプログラム	193

# 第 1 章

## 緒論

### 1. 1 研究の背景

現代の最先端科学技術は深刻な地球環境問題に直面して、重大な岐路にたっている。言うまでもなく、我々が住む「宇宙船地球号」は産業革命以降の様々な形態での累積的な環境負荷によって危機に瀕している。歴史を振り返ると、科学技術の進歩はデカルトやニュートンらの機械的自然観に裏打ちされており、“スピノザ的な神の存在”の下、我々人類は無限であると錯覚した自然との一方的な契約を行い、大量生産および消費を繰り返してきた。すなわち、西洋思想の延長としてのフロンティア精神はそれをもつ人類のエリート欲や物質欲を満足させるべく、次々と地球を搾取・開発する方向へと向けられるに至った。一方、近年見られる地球環境問題の異変を素早く見だし、この重大な状況を認識させたのも科学技術の成果であるが、科学者および研究者は科学的知見の功罪（生活の安定や充実、戦禍や環境問題など）について十分に理解する必要がある。特に、環境問題を扱う際には、周知のように、物理学が提示した保存則とエントロピー増大の法則が、技術というものに如何に影響を与えるかを配慮しなければならない。すなわち、保存則は量の保存を約束するが、質的問題を解決はしてくれない。内藤<sup>1)</sup>が指摘するように、高いレベルの技術は常に外部経済に「ツケ」を残し、問題の解決は更に厳しさを増すことを念頭に置く必要がある。

最近、M.ギボンズ<sup>2)</sup>は科学研究のモード論と題して、現在は科学的研究の発想転換期にあると指摘している。その中で、科学者同士がお互いの業績を評価しあう基礎科学的問題はさておき、環境・医療などの現代的な研究課題ではその研究の有用性が社会的な観点で評価されるべきだと論じられている。すなわち、近年盛んに取り上げられている環境問題などは問題解決型の研究課題であり、自然科学の領域だけではなく、経済的・社会的・倫理的な枠組みで捉える必要がある。よって、自然科学者や研究者が環境問題に従事する際には、その問題点を純粋な科学的視点のみで考察し、危機的状況を報告するだけでなく、積極的に他分野の研究者らと議論し、協力して問題解決に貢献することが望まれる。これに際して、研究者は実際的な技術的問題はもとより、自然と人類が調和的な関係を築くために、あるがままの自然のメカニズムについてより詳細に精力的に解明し、正確な知見を基に結果として現れる現象を試算し、社会に提示・還元することで社会的な存在意義を再確認する必要がある。

### 1. 2 研究動機および研究目的

日本の近代土木に貢献したオランダ人技術者デレーケは日本の河川を評して、「これは川ではない、滝である」と述べたという。日本の河川は大陸の穏やかな大河とは異なり、山間部から河口部へと急勾配を流れ落ちる特徴があり、比較的狭い流域を流れる。また、河況係数（河川の最大流量を最小流量で割った値）は大きいために、洪水・土石流・河川の洗掘や堆砂が比較的短い時間スケールで起こる<sup>3)</sup>。そのため、現在まで社会基盤となる河川流域の治水・利水対策は河相に合わせて、ダム・河口堰・

護岸と多岐にわたりなされた。戦後、社会的要請の下、河床せん断力及びそれに付随する流砂現象を取り扱う潤辺水理学は確立して詳細な研究が精力的になされ、現象の解明及びそこから派生する河川の総合治水対策に貢献した。一方、近年、貴重な水と緑の空間(景観)として人々に潤いを与え、様々な生物の多用な生息・生育環境を提供するものとして河川の役割が大きく見直され、旧建設省は平成9年度に河川法を改正し、「河川環境の整備と保全」にも重点を置き、「治水」・「利水」・「環境」を目的とする現在の河川法に改正された。この趨勢の中、土木における流体研究も対象とする範疇を広げ、従来のような力学的な研究課題はもとより、魚道設計や「わんど」および多自然型河川や海浜といった自然生態系と水域流れ場の関連性に関する研究が精力的になされ始めている。

現在、土木分野で検討すべき重要な水域環境問題は、従来から指摘されている水域中の有機水銀、PCBやダイオキシン等の環境微量汚染の他に、赤潮などの生物プランクトンの異常発生(富栄養化問題)、湖沼などの閉鎖水域における酸欠問題(貧栄養化)、人工河川構造物による不連続的な河床形態、等が挙げられる。特に、富栄養化問題は流域の生物の大量死をもたらし、生態系維持や第一次産業に対して大きなダメージを与えるものと危惧されている。富栄養化は河川などにおける微生物の自浄メカニズムと関連性が深く、水・空気を介した酸素曝気と微生物の酸素消費の不釣り合いが要因で問題が発生することが知られている。一般に、自然河川・湖沼における酸素収支は、水中の食物連鎖に関与する多様な生物群の呼吸や微生物の好気性分解(生物化学的酸素要求量、BOD量)および水・空気界面からの酸素の再曝気過程によって絶妙なバランスで平衡状態が保たれている<sup>4)</sup>。しかし、生活・工場排水に起因する過剰な栄養塩(リン・窒素)が流域に流れることで、それを好む植物性プランクトンや藻類が異常増殖して、この平衡関係は崩れることが知られている。よって、非人為的な自然の浄化作用として重要な水・空気界面の再曝気速度がどの程度かを知ることで、自然河川の自浄能力と協調して、我々は必要な対応策を決定することができる。

河川や湖沼における酸素輸送過程は以前より河川の再曝気能力を解明する上で重要な研究課題として挙げられてきたが、水中の他の乱流輸送現象(流砂、塩分、有機汚濁物質の輸送論)と比較してその解明が遅れている。これは酸素が難溶解性物質であるために、その水・空気間輸送過程を解明するためには、実験において計測が困難な水層界面近傍の乱流構造を解明する必要があるためである。

従来は諸々の気体輸送概念モデルが提案されたが、モデルの定数値の決定に際して実河川計測値には大きなばらつきが存在し、現象の解明が困難であった。近年、いくつかの研究グループが比較的精度よい計測機器を用いて界面近傍の乱流構造を解明し始めており、水・空気間気体輸送モデルの構築において水・空気間ガス交換現象と乱流現象に関する有用な知見が得られ始めている<sup>5)</sup>。ここで、最も重要なことは近年の研究は従来型の経験則(河川の平均流や河床勾配と関連付けを行うもの)を延長したものではなく、界面における組織渦運動がガス交換現象にいかに関係しているかという点を流体力学的に解明していることである。つまり、現象をブラックボックスとして結果のみを扱うのではなく、原因と結果の関係を乱流渦のメカニズムに求めている点が本質的と考えられる。しかし、実河川

や湖沼では底面粗度や風応力などの様々な要因によって界面ガス輸送過程が変化することが想定される。したがって、これらの要因が実際にどのような乱流渦を生成し、ガス交換現象にどのような影響を与えるかを詳細に解明する必要がある。

一方、水・空気界面ではガス交換のみならず、熱輸送、水と水蒸気間の相変化、運動量輸送、といった物理現象が複雑な界面を介して行われており、それに付随する物質の移流拡散現象も重要な工学的課題となる<sup>6)</sup>。近年、実験や理論に代わる第3の物理現象解明方法として、現象の基礎方程式を数値的に近似的に解く数値流体力学が注目されている。これは理学分野や工学分野での基礎学理のみならず、宇宙・気象・航空・機械・医療分野等、様々な流体関連の応用研究で用いられており、その有用性が認知されている。特に、界面現象では実験での計測やデータ出力に困難が伴う場合が多いが、数値流体力学は複雑な混相現象の解明に際して威力を発揮するものと考えられる。しかし、現状の課題として、流体の基礎式である偏微分方程式を保存則や計算精度を十分に満足して解き進めることは重要であるにも関わらず、あまり検討されていない。また、実現象を対象とした実験との比較を通じた計算手法の適用性についてもあまりなされていないのが現状である。よって、数値計算手法のみを独立して用いて、現象解明を行うことは非常に慎重になる必要がある。

本論文の研究目的は上述のような研究背景の中で、自由水面上に風応力を伴う開水路流れ場における乱流現象とそれに伴う水・空気間のガス交換現象の解明、および数値流体力学手法を用いた現象の解明に際して、現時点での計算手法の適用性を明らかにすることである。その目的のために、まずフルード数ゼロの静止水面上に風応力が働く風波乱流場の乱流構造を詳細に検討した。得られた知見を基にして、自由水面上に風応力を伴う開水路乱流場の界面流体挙動を実験的に解明した。また、ガス交換現象において支配因子と考えられる組織乱流構造とガス交換現象の関連性について実験的に検討した。さらに、近年その発展が目覚ましい数値流体解析手法を水・空気混相場を対象として適用し、高精度に計算する手法を開発して、その実現象への適用性について考察を行った。

### 1. 3 本論文の概要

本論文は5つの章から構成される。図-1.1に各章の関連性を模式的に表した。本研究では水面上に風シアを伴う開水路乱流場を対象として、実験的手法および数値解析的手法を用いて、流れ場の乱流構造とガス交換現象のメカニズムの検討を行った。第2章と第3章では水・空気2層乱流場の乱流構造とガス交換現象についての実験的な検討を行った。第4章では水・空気2層乱流場の高精度数値解法を目指して、数値流体力学的検討を行った。以下、具体的な論文の要旨について記す。

第1章では本論文に関連する研究背景、研究動機や研究目的および論文構成について纏めた。

第2章では静止水面上に風応力が働く風波乱流場における界面での水流と空気流との乱流相互作用や、水層界面の乱流境界層における乱流特性スケールおよび組織構造の特性に関して、実験的な検討

を行った。実験では、2成分アルゴンイオンレーザー流速計(LDA)を鉛直方向に離して水・空気層に各々1台ずつ設置し、2台の同時乱流計測を行った。その後、水槽風洞風波流れの水・空気流の時間平均構造および相関構造を考察した。また、PIV法を用いて風波下の水層の流体場をデジタル可視化し、瞬間的な乱れ場の構造を計測した。次に、水層界面近傍の局所的な乱流構造を位相平均手法を用いて考察した。一方、既往の研究では下方バースト境界層(Downward·Bursting Boundary Layer, DBBL)<sup>6)</sup>における大規模渦構造は点計測による実験がほとんどであり、渦構造の可視化があまり行われておらず、その実体は不明な点が多い。そこで、本章では明確な波立ちが存在する2次元風波場における水層流体挙動を2次元PIV法によって可視化し、時間周波数解析手法を利用して、界面近傍流体の挙動および組織構造に対する風波の影響について考察を試みた。すなわち、本章では静止水面上に風応力が働く風波乱流場の界面乱流特性スケールと大規模渦運動について考察して、水面波が発生するせん断乱流場の乱流構造について解明を試みた。

第3章では自由水面上に風シアが存在する開水路流れ場(以下では、水・空気混成乱流場という)を対象として、順流方向に系統的に実験条件を変化させて、水路中央鉛直断面における水・空気流をレーザー流速計(LDA)で2次元計測を行い、両層の乱流構造に関して実験的な検討を行った。また、水素気泡法を用いて水層界面近傍の組織渦運動の可視化により組織渦運動の定性的な考察を行った。さらに、LDA計測データに対して、条件付きサンプリング法とWavelet解析・LFT解析を併用して、水・空気混成乱流場における組織渦構造について定量的な考察を加えた。これに付け加えて、溶存酸素計(DOメーター)を用いた水槽内の酸素濃度計測を行い、混成場の気体輸送速度の評価を行った。最後に、これらの得られた知見に基づいて、水・空気混成場における水層内組織乱流構造と気体輸送の関連性について検討を加えた。すなわち、本章では自由水面上に風シアが存在する開水路流れ場における乱流渦構造とそれが水・空気間酸素ガス交換のメカニズムに及ぼす影響について解明を試みたものである。

第4章では混和しない非圧縮性Newton流体を対象として、有限差分法によって流体界面現象に関する高精度な数値計算手法を構築した。また、並行して行った水・シリコンオイル成層流に関する実験結果との比較を行うことで、計算手法の検証と適用性について考察を加えた。さらに、本計算手法の応用例として、水・空気混相乱流場の直接数値計算(DNS)を行い、第3章で得られた実験結果との比較を通じて計算手法の適用性について考察した。また、混相乱流計算に先んじて、本研究で行うDNSの計算精度を確認するために単相流の平行平板乱流現象の数値計算を行って、既往研究との比較を通じてDNSの計算精度を検証し、現時点での計算法の適用性について考察した。すなわち、本章では混和しない気液・液液界面を含む混相乱流現象を数値的に解明するための方法を高精度に構築し、水・空気混成乱流場へと適用することで計算精度を検証し、混相乱流現象解明に寄与するものである。

第5章では前章までに得られた研究成果を基に、水面上に風応力が働く開水路流れにおける乱流構造と気体輸送現象に関して総括を行った。また、今後の研究上の検討課題や進展課題について述べた。

## 第1章 結論

---

最後に、補遺 A～D では第 2 章～4 章で扱った実験データの解析手法や数値解法に関する具体的な計算アルゴリズムやその背景についてまとめた。また、本論文に関連する筆者の既出学術論文（査読付き論文）の一覧を掲載した。本研究の一部はその一覧に記した論文にて発表済みであり、これらをまとめたものである。

### 参考文献

- 1) 内藤正明(1992): エコトピア:環境調和型社会の提案, 日刊工業新聞社.
- 2) マイケル・ギボンズ編著;小林信一監訳(1997): 現代社会と知の創造:モード論とは何か, 丸善出版.
- 3) 高橋裕(1990): 河川工学, 東京大学出版会.
- 4) 有田正光編著(1998): 水圏の環境, 東京電機大学出版局.
- 5) 角野昇八ら(2000): 水表面での気体輸送に関する研究の最新の動向, 土木学会論文集, No.656/II-52, pp.269-287.
- 6) 鳥羽良明(1993): 大気・海洋の相互作用, 東京大学出版会.

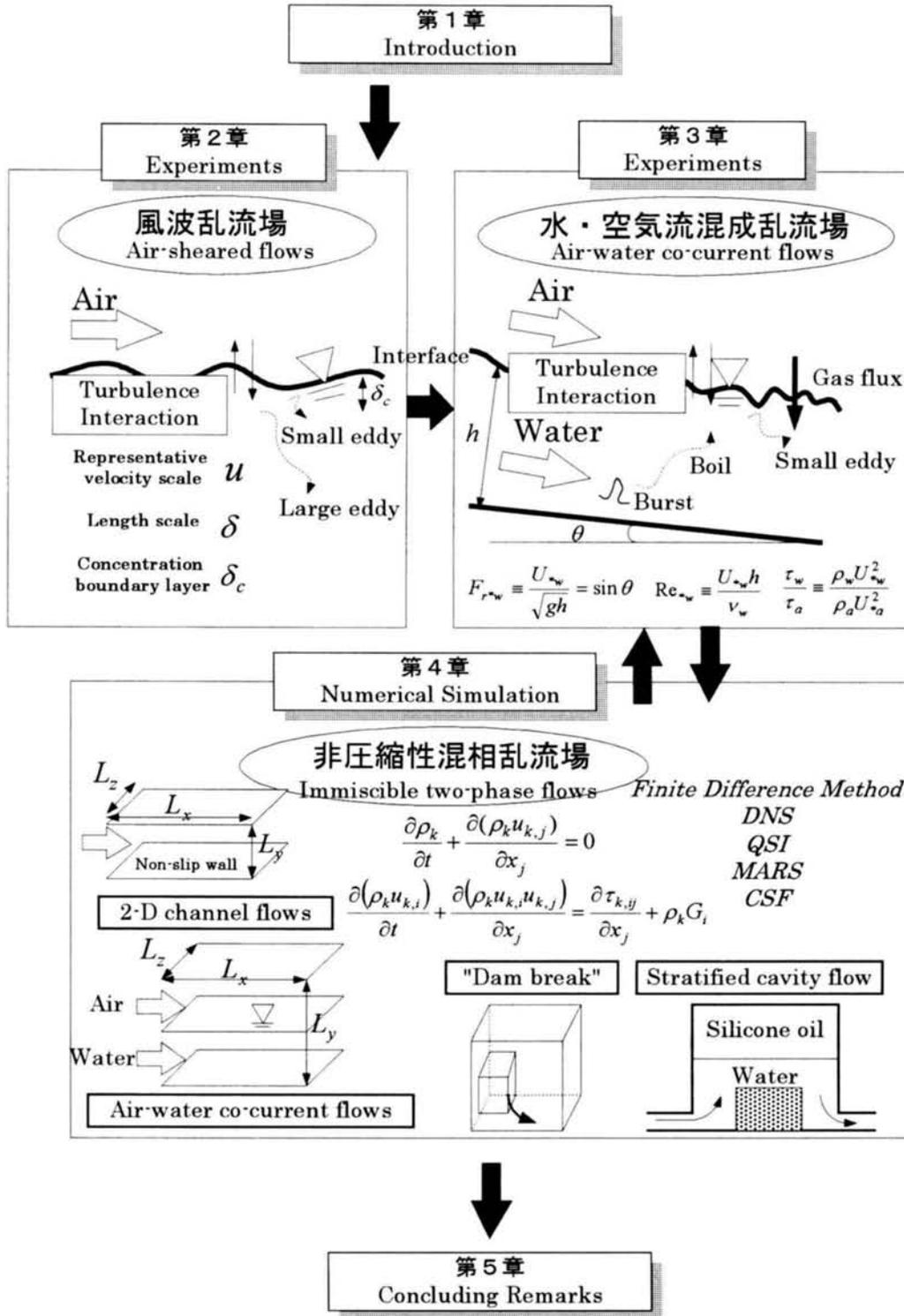


図-1.1 本論文で取り扱う各章の関連概説図

## 第2章

風波乱流場における空気流と水流の相互作用

および水層内大規模渦構造の特性

### 2. 1 概説

大気と海洋は地球上で大気圏と水圏を形成しており、従来は別々の研究対象であったが、近年、大気と海洋が相互作用を介して影響を及ぼしあう1つのシステムとしての取り扱いがなされている。また、大気・海洋間の相互作用は様々な時空間スケール上で行われており、その結果、我々を取り囲む地球環境をダイナミックなものとしている。気候変動や水循環などは大気・海洋間相互作用の影響を直接受けるために、第一次産業への経済的な効果は大きく、大気・海洋間システムの解明が求められている。一方、大気と海洋との直接的な相互作用は海面での大気と海との間の運動量やエネルギーの交換を通じて行われる。その過程を担っているのが、海面に風が吹いて起こる風波現象である。海洋学や海岸工学の分野では波浪現象は古くから経験的にはその法則性が知られ、その予測精度も向上している。しかし、波浪現象は流体力学的にはきわめて困難な研究対象であり、純理論的な解決には至っておらず、重要な研究課題である。

局所的かつ、より基本的な研究課題として捉えた場合、水・空気界面における乱流輸送現象は河川・湖沼・海洋などの自然界の広範囲な水圏で観察される現象で、各種水域環境と密接に絡んだ現在最も解明が必要な学問分野である。特に、大気・海洋間の物質・運動量・エネルギー輸送現象を理解することは局所的水圏の健全な生態系の保全に貢献するのみならず、地球規模の各種スカラー循環過程の解明にとっても不可欠な課題とされている。第1章で述べたように、現在、水・空気界面において、環境問題と密接に関連のある温室効果ガスの乱流輸送現象は多くの場合比較的高いシュミット数 ( $Sc$  数) を有し、水層の乱流現象が支配要因であることが指摘されている。特に、界面直下の乱流境界層の組織構造が輸送現象へ寄与していることが知られている。また、界面水層での乱流現象は空気層の乱流現象との相関が指摘されており、両層の相互作用を評価することも重要である。本章では、静止水面上に風応力が作用する、風波乱流場での水・空気界面近傍における空気層および水層の乱流構造について検討し、界面乱流境界層における特性スケールと大規模組織渦構造について実験的に検討する。

### 2. 2 風波乱流場に関する既往研究および本章の目的

静止水面上を風が吹くと、水面には非定常な吹送流が発達し、小さな風波がいくつも発生することが日常的によく知られているが、初めて理論的に説明されたのは Phillips (1957)の共鳴理論<sup>1)</sup>および Miles (1957)の不安定理論<sup>2)</sup>においてである。Phillips(1957)の理論<sup>1)</sup>は、非粘性を仮定した水層の静止界面上を乱れの含んだ空気流が吹き始め、圧力変動が移動していくときに圧力変動の速度と波長とが水面の波の位相速度と一致するときに、共鳴機構によって波が発達することを論じたものである。Miles (1957)の理論<sup>2)</sup>では、水面に微小な波があり、その上の空気にシア一流がある場合に、基本流の

シアーと水面の波との間に不安定性が生じ、波の振幅が増大する機構で波が発達するとしている。一方、実際の気・海洋上では粘性を有する空気流と水流が乱流状態で混在しており、実験および現地観測による現象解明がなされている。海岸工学および海洋科学などの分野では、早くから気・海洋における平均流やせん断応力を対象とした現地観測や室内計測および物理モデルの構築が行われている。Shemdin (1972)<sup>3)</sup>および Wu (1975)<sup>4)</sup>は室内実験の結果、風波乱流場の水面下の吹送流では対数則が成立すること、および造波機によって発生した波の位相速度が風シアーによって変化することを明らかにした。Wu (1975)<sup>4)</sup>は室内実験において水面上の空気流を計測し、空気層では対数則が成立すること、及び吹送流 (Eulerian current drift) とストークスドリフト(風方向の質量輸送速度)<sup>5)</sup>の関連性を指摘した。また、Wu(1969)<sup>6)</sup>は海洋における異なる30箇所の現地観測結果をまとめた上で、Schlichting(1968)<sup>7)</sup>の境界層理論の知見を踏まえて、海洋上の空気流の摩擦係数と海上10m風速の関連性を見だし、境界層の粗度状態による流れ場の分類を行った。加藤ら(1975)<sup>8)</sup>も水層対数則について言及している。一方、Wu(1981)<sup>9)</sup>は水表面の粗度の状態に応じて、粗度レイノルズ数により風波乱流場を3通りに分類した。これに関して、Kitaigorodskii & Donelan(1984)<sup>10)</sup>は風速がある程度大きくなると、水面変動強度と粗度高さに比例関係が成り立つことを指摘している。また、気から海洋への運動量輸送現象は興味深い問題として精力的な研究がなされてきた。Wu(1975)<sup>4)</sup>は気から海洋への運動量輸送は風シアーの約半分であることを指摘している。Mitsuyasu(1985)<sup>11)</sup>は室内実験の結果、風波発生の有無に関わらず、空気流から水流への運動量輸送は風シアーの約半分であることを指摘し、残りは波の運動量および砕波に消費されることを指摘した。さらに、Mitsuyasu & Kusaba(1985)<sup>12)</sup>は水面から下向きの運動量輸送フラックスは水中の速度成分の中でも特に低周波成分であることを指摘している。ただし、彼らは運動量輸送の算定に際して、水面下のレイノルズ応力の平方根をせん断応力としている。安田ら(2000a,b)<sup>13), 14)</sup>は、高風速下での吹送流の発達と運動量輸送の関連性に関して、砕波による調節作用について論じている。

風波乱流場における吹送流と波の相互作用に関する研究は、水面境界近傍の乱流構造と密接に関連しており、ポテンシャル流理論を応用した解析や Reynolds 分解とスペクトル解析を併用した解析により精力的に研究がなされている(表-2.1参照)。Dean(1965)<sup>15)</sup>はポテンシャル流理論を用いて実海洋における保存波を計算し、海洋波の非線形効果について論じている。この手法を流れ関数法(Stream Function Method, SFM)と呼ぶ。この手法では流れ場の2次元性および非粘性流体を仮定し、かつ、風波の分散性を無視した解析を行っている。Jiang *et al.* (1990)<sup>16)</sup>は SFM を用いて波と乱れの相互作用が水面下のエネルギー輸送の原因であると論じた。また、Hussain & Reynolds (1970)<sup>17)</sup>は弱い周期波を伴うせん断乱流場に対して位相平均手法を適用し、周期波が乱れに及ぼす影響について論じた。この手法を援用して、Benilov *et al.* (1974)<sup>18)</sup>はカスピ海を対象とした風波乱流場の現地観測の後、風波下の流速の卓越波成分が乱れ成分と分離できることを示した。Chang *et al.* (1971)<sup>19)</sup>は、風波の空気層乱流場における位相平均構造について論じている。一方、Reynolds 分解に基づく乱れ成分に対してフ

## 第2章 風波乱流場における空気流と水流の相互作用および水層内大規模渦構造の特性

算定手法	方法概要	方法の特徴	参考文献
SFM	ポテンシャル流理論	微小振幅波理論を応用している。	Dean (1965), <i>J. Geophys. Res.</i>
LFT	スペクトル理論	水面変動と流速変動のコヒーレンスに注目している。	Benilov <i>et al.</i> (1974), <i>Bound. Lay. Meteor.</i>
TDM	SFM と LFT の混合	2次元場での波の非分散性の仮定で、SFM と LFT を援用している。	Thais and Magnaudet (1996), <i>J. Fluid Mech.</i>
Wavelet analysis	多重解像度解析	計測データの時間周波数解析が可能である。	多数

表-2.1 水面波を伴う流れ場における波動流速変動の主要な評価手法

ーリエ解析を併用した解析により, Yefimov & Khristorov (1969)<sup>20)</sup>および Shonting (1970)<sup>21)</sup>は現地観測の結果, 水面波による水層内部の乱れ構造が線形理論と異なり, それに伴って水面下方への運動量輸送が生じると指摘した. Benilov *et al.*(1974)<sup>18)</sup> および Kitaigorodskii *et al.*(1983)<sup>22)</sup>は現地計測結果を対象として, 線形フィルター法(Linear Filtering Technique, LFT)により水層内部流速場を波動成分と乱れ成分とに分離した結果, 乱れ成分が卓越波周辺で誘発されることを指摘した. Howe *et al.*(1982)<sup>23)</sup>および Cheung & Street(1988)<sup>24)</sup>は室内実験計測を行い, LFT 解析から風波乱流場における水層内の流速分布が滑面乱流場と異なること, 波に誘発された水層内の流速乱れ成分によるレイノルズ応力が負値を示すこと, および波のエネルギーが平均流特性に影響を及ぼすことを示した. 最近, Thais & Magnaudet(1995, 1996)<sup>25), 26)</sup> は SFM および LFT の考え方を併用して非線形3重分離法(Triple Decomposition Method, TDM)を構築し, それを用いて実験室規模の風波乱流場における波と乱れの相互作用について論じている. また, 加藤ら(2000)<sup>27)</sup>は PIV による画像処理計測結果を対象として TDM を適用し, 風波のトラフレベルより上部を含む吹送流場の解析を行っている.

風波乱流場は空気流と水流の相互作用によって, 一種の局所的な平衡状態を形成しており, 空気層および水層に乱流境界層が存在することが知られている. 風波にはそのエネルギースペクトルにピークがあり, その両端にスペクトルの相似構造が観察されることが指摘されており<sup>28)</sup>, Sverdrup & Munk(1947)<sup>29)</sup>以来有義波(近似的にスペクトルピーク波)などの代表波法(SMB 法)による扱いが可能となっている. Toba(1988)<sup>30)</sup>は Wilson(1965)<sup>31)</sup>による有義波公式に基づいて, 現地観測結果から局所平衡下の風波乱流場における3/2乗相似則を提案した. この相似則によると, 乱流境界層は波のパラメータであるストークスドリフト流速 $u_0$ と有義波高 $H_s$ (もしくは, 空気層摩擦速度 $U_{*a}$ と平均波高 $\bar{H}$ )に支配されていることが半理論的に導かれた.

一方, 風波乱流場での水・空気界面乱流境界層における組織構造に関する研究も精力的に行われている. Kawamura & Toba (1988)<sup>32)</sup>は, Kawai(1982,1980)<sup>33), 34)</sup>による風波乱流場の空気層可視化計測結果を踏まえ, 水・空気界面における空気層の乱流構造を計測し, 空気層界面で観察された組織構造

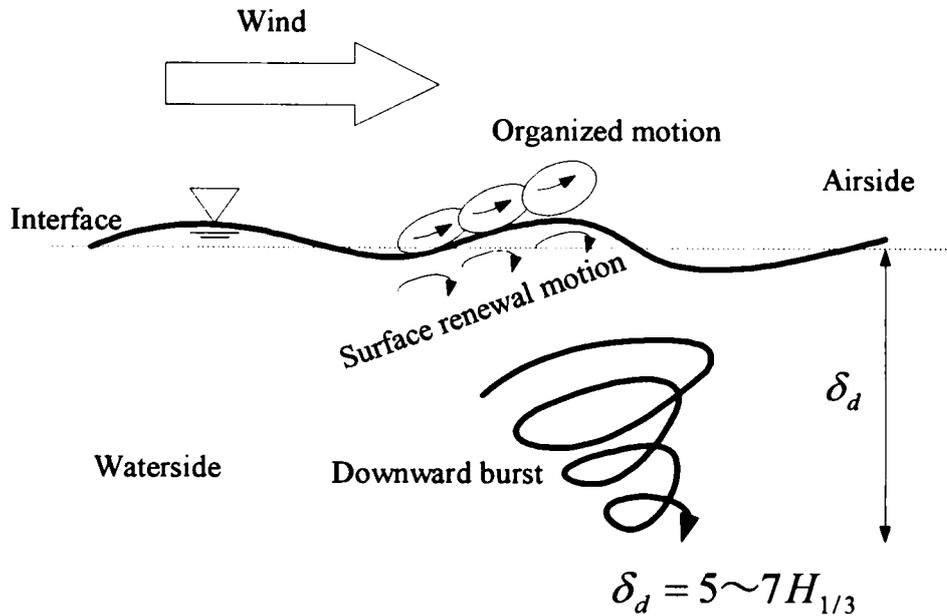


図-2.1 風波乱流場における水・空気界面近傍の各種組織渦構造の模式図  
(文献 39) および 40)を参考に再作成した.)

の挙動を考察した。その結果、風波クレスト近傍では組織的な運動が活発に発生することを指摘した。Okuda(1982a,b)<sup>35),36)</sup>は風波乱流場水面下の可視化計測を行い、その結果、クレスト近傍で高渦度領域が存在することを指摘した。Yoshikawa *et al.* (1988)<sup>37)</sup>は水面下での秩序的な運動を解明するために、温度を passive scalar として温度と流速の同時測定を行った。その結果、風波の卓越周期より十分長い周期のバースト現象が存在することを指摘した。Ebuchi *et al.*(1993)<sup>38)</sup>は、風波水面下の乱流境界層における可視化計測結果から、高渦度を有するバースト現象を観察し、モデル化した。Komori *et al.* (1993)<sup>39)</sup>は、界面近傍の水・空気組織乱流構造とその周波数特性について調べた。彼らはクレスト近傍の空気層での間欠的な組織構造が水層の表面更新を誘発し、水・空気界面での気体輸送現象の支配要素であると考え、渦セルモデルにより界面輸送現象を考察した。さらに、Toba & Kawamura (1996)<sup>40)</sup>は局所平衡下の風波の相似則に基づいて風波乱流境界層に関する既往の界面研究のレビューを行った。彼らは鉛直方向に乱流特性量に変化しない等方的な領域を見出し、下方バースト層 (Downward-bursting boundary layer, DBBL)と名づけた。杉原ら(1999)<sup>41)</sup>は風波下の乱流境界層の構造を低周波成分のみを抽出して検討し、乱れ構造が風波の相似則に規定されることを確認した。Osborn *et al.*(1992)<sup>42)</sup>、Thorpe (1992)<sup>43)</sup>および吉岡ら(1998)<sup>44)</sup>は実海洋の海面境界層において、砕波発生時の海面の気泡分布を音響観測(ADCP)で計測した。その結果、現地データから得られた気泡の貫入深が有義波高の約4~5倍程度であり、室内実験でのDBBLの厚さと一致するとした。しかし、うねりが伴う際には貫入深が有義波高の2倍程度であり、実現象での乱流境界層は一概には決定できないと指摘している。

## 第2章 風波乱流場における空気流と水流の相互作用および水層内大規模渦構造の特性

水・空気界面における既往の研究では乱流境界層に関してある程度の解明がなされてきたが、空気流と水流の相互作用や、水層乱流境界層における特性スケールおよび組織構造の特性は不明な点が多い。そこで、本章では静止水面上に風応力が働く風波乱流場の界面乱流特性スケールと大規模渦運動について考察して、水面波が発生するせん断乱流場の乱流構造について実験的な解明を試みた。実験では、2成分アルゴンイオンレーザー流速計(Laser Doppler Anemometer, LDA)を鉛直方向に離して水・空気層に各々1台ずつ設置し、2台の同時乱流計測を行った。その後、水槽風洞風波流れの水・空気層の時間平均構造および相関構造を考察した。また、画像処理流速計(Particle Image Velocimetry, PIV)を用いて風波下の水層の流体場をデジタル可視化し、瞬間的な乱れ場の構造を計測した。次に、位相平均手法を用いて水層界面近傍の局所的な乱流構造を考察した。一方、既往の研究ではDBBLにおける大規模渦構造は点計測による実験がほとんどで、渦構造の可視化がなされておらず、その実体は不明な点が多い。そこで、本章では明確な波立ちが存在する2次元風波場における水層流体挙動を2次元PIV法によって可視化し、時間周波数解析手法を利用して、界面近傍流体の挙動および組織構造に対する風波の影響について考察を試みる。

### 2. 3 実験装置, 実験方法および実験条件

#### 2. 3. 1 実験水路

本実験で用いた水路は、全長16m、幅40cm、高さ50cmの可変勾配型循環式直線風洞水槽である。図-2.2に概要図を示す。計測部は風波が十分発達している、空気流吹き込み口上流端から約9mの地点であり、水路両側壁と底面が光学ガラス製で、LDA・PIV計測が容易にできる。また、風下側水路端には消波板を設置し、波の反射による流体の振動乱れを抑制した。

#### 2. 3. 2 計測方法

水流の瞬間流速計測には、Dantec社製PIVシステムを用いた。システムの概要図を図-2.3(a)に示す。出力15mJのダブルパルスNd:YAGレーザー(New Wave社製)を水路底面もしくは上方から照射し、水路側壁方向に設置したCCDカメラ(ES1.0,ピクセル分解能(1008(H)×1018(V)),Kodak社製)で水路中央断面における乱流計測を行った。PIV計測部は、風波が十分発達している水路上端から約9mの地点とした。PIVのCCDカメラの撮影領域は約10cm×10cmであり、41×42のベクトル格子を形成した。CCDカメラの撮影時間間隔は、最短0.133secである。実験時でのレーザー光のパルス間隔は約1/100secとした。CCDカメラはレーザーと同期させて2枚の画像を撮影する相関方式で、Dantec特性処理機でリアルタイムに処理できる。水流のトレーサー粒径は比重1.02で直径約65 $\mu$ m以下の微

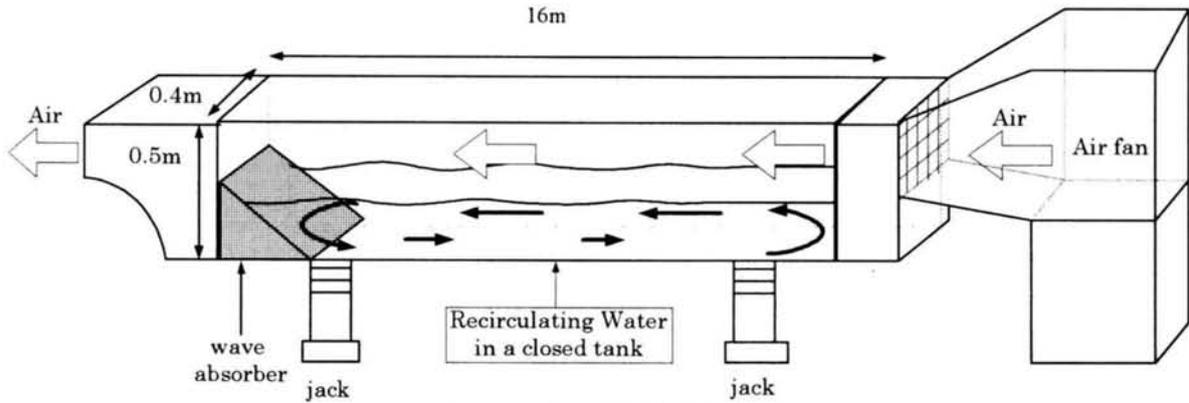


図-2.2 風洞付き閉鎖水槽

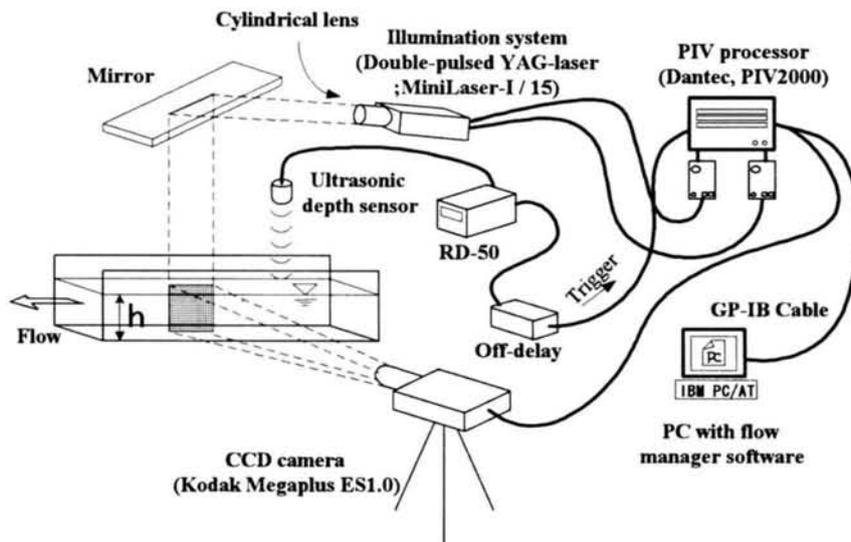


図-2.3(a) PIV 計測装置

細粒子（ナイロン12）を用いた。本研究では、超音波波高計(Keyence 社製)および Off-delay 器(同社製)を PIV とシステム化して、波の特定の位相領域のみを抽出して PIV 計測を行った。一方、Yag-Laser は水流の長時間連続撮影には適さないため、連続的な組織渦構造の計測にアルゴンイオン光源の PIV システムを用いた。図-2.3(b)に可視化及び画像解析装置を示す。直径約 $100\ \mu\text{m}$ 、比重が約1.02のナイロン12粒子をトレーサー粒子としてエチルアルコール液で十分に攪拌した後、浮遊粒子のみを水中に一樣に混入し、厚さ約2mm のレーザーライトシート(LLS)を水路底面から垂直にパルス的に照射して、水路中央断面における約 $12\text{cm} \times 12\text{cm}$  の範囲を水路側壁方向から CCD カメラ（解像度 $512 \times 480$  pixels）で撮影した。撮影された画像は30 (Hz)で光ディスクに記憶され、フレームメモリーボードを介して濃度相関 PIV 法により処理され、LLS 平面内の瞬時の多点速度情報を得た。

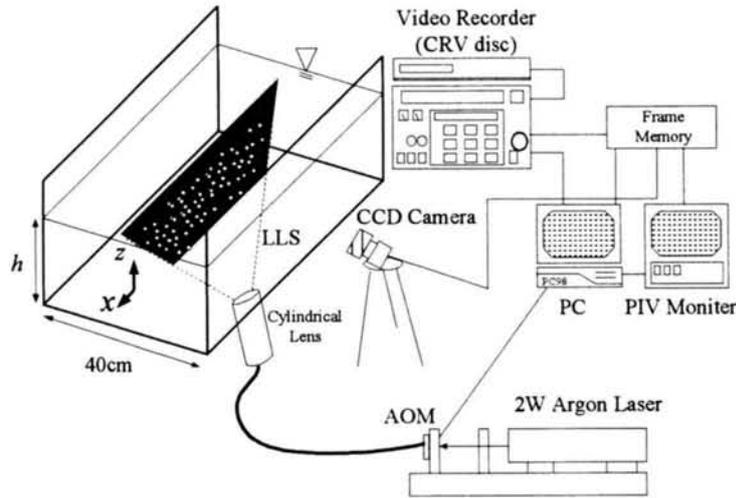


図-2.3(b) PIV 計測装置

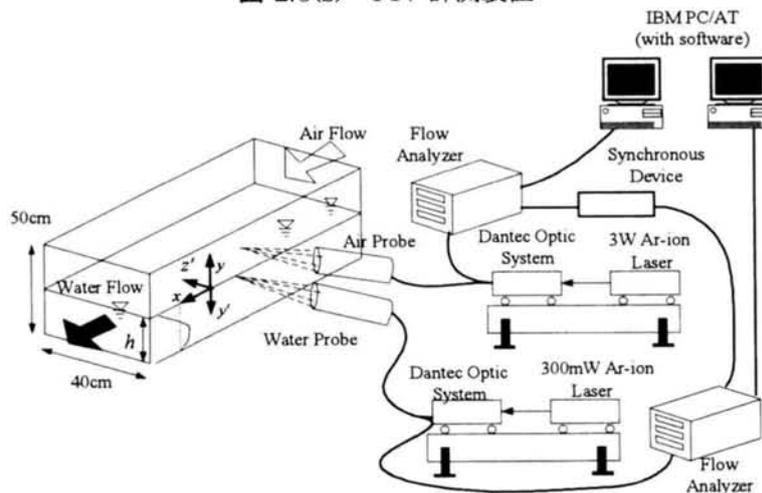


図-2.3(c) LDA 計測装置

水流および空気流の時間平均構造の点計測には、後方散乱型2成分アルゴンイオンレーザー流速計(LDA, Dantec 社製)を用いた(図-2.3(c)参照)。空気流のトレーサ散乱粒径は平均 $1.5 \mu\text{m}$ 、比重は1.02であり、霧発生装置(Dantec 社製)を用いた。水流の散乱粒子は、市販の水溶性ペンキを用いた。LDAのトラバース装置は水路に直付けで $1/100\text{mm}$ の精度を有する。測定時間は60秒、測定周波数は200Hzであった。水層では空冷式300mWの後方散乱型2成分アルゴンイオンレーザー流速計(LDA, Dantec 社製)を、空気層では水冷式2Wの後方散乱型2成分アルゴンイオンレーザー流速計(Dantec 社製)をそれぞれ用いた(図-2.3(c))。LDA計測部は風波が十分発達している水路上流端から約9mの位置とし、水路中央断面において水・空気層の乱流計測を同時に行った。空気層の計測点は一点に固定し、水層の計測点を水層内の底面から水・空気界面近傍まで鉛直方向にトラバースさせた。このとき、水層・空気層ともに界面での波の干渉がない計測地点を選んだ。ただし、本研究における界面とは上記のような波による障害がない(気液が混在しない)、連続的な流速計測が可能な水層内の点であり、水・空

表-2.2 風波乱流場の実験条件表

CASE	$h$ (cm)	$U_{a,max}$ (m/s)	$U_{*a}$ (cm/s)	$U_{*s}$ (cm/s)	$U_s$ (cm/s)	$\eta'$ (cm)	$H_s$ (cm)	$\lambda$ (cm)	$f_p$ (Hz)
H11	4	2.06	10.8	0.12	0.48	0.011	**	**	4.7
H12		4.24	19.9	0.62	0.54	0.011	0.65	9.24	4.5
H13		6.80	33.0	1.1	3.74	0.015	1.18	20.5	2.8
H21	8	2.07	12.4	0.2	0.48	0.104	**	**	4.5
H22		4.58	22.5	0.62	0.54	0.05	0.71	10.2	4.3
H23		7.18	39.9	1.35	3.95	0.146	1.42	19.8	2.9
H31	12	2.31	13.2	0.21	0.5	0.011	**	**	5.2
H32		4.31	22.7	0.54	0.54	0.044	0.74	9.81	4.4
H33		6.67	40.4	1.32	3.67	0.156	1.24	17.2	3.1
H41	20	2.33	15.8	0.25	0.5	0.008	**	**	6.3
H42		4.24	18.5	0.45	0.54	0.035	1.17	8.16	4.9
H43		6.55	37.1	1.15	3.6	0.147	2.59	16.9	3.1
H44		9.06	54.0	1.73	4.98	0.763	3.48	22.4	2.6
H45		11.6	95.2	3.09	6.38	0.95	5.43	30.74	2.1

\*\*）可視化計測のため、風速の穏やかな場合には、有義波高および波長のデータはない。

気境界面の極薄い界面拡散層(Surface Diffusion Boundary Layer, DBL<sup>45</sup>)を指していない。また、2台の LDA が干渉を起こすことによって生じる誤データが存在するのか確認するために、水・空気層の各々において単独で LDA を使用した際に得られる乱流統計量と2台稼働時の統計量データを比較して、実験データへの影響がないことを確認した。また、同時刻から空気流・水流の同時計測を開始するために、流速計測同期装置(Synchronous device)を利用した。一方、風波の平均波長 $\lambda$ 、平均波高 $\bar{H}$ の計測にはデジタルカメラを用いた。

座標系は流下方向に $x$ 軸、鉛直上向きに水路底面から $z$ 軸(静水面から上向きに $y$ 軸、下向きに $y'$ 軸)、横断方向に $z'$ 軸をとる。また、 $x$ 軸、 $y$ 軸(もしくは $z$ 軸)および $z'$ 方向の瞬間流速成分を $\tilde{u}, \tilde{v}$ および $\tilde{w}$ 、流速変動成分を $u, v$ および $w$ と定義する。また、後述の位相平均手法における流下方向位相に $\theta$ 軸( $0 \leq \theta < 2\pi$ 、風波のクレストを $\theta = 0$ )と定義した。以下では、空気層での物理量には添え字 $a$ を、水層では $w$ を、界面では $s$ を付すものとする。

### 2. 3. 3 実験条件

実験条件を表-2.2に示す。本実験では、水深 $h$ を4通りに変化させ、水路底面は平坦で滑面とした。水面状態は最大風速 $U_{a,max}$ を変えることで、目視によって、滑面、3次元リップル波、2次元重力波と変化させた。 $U_{*a}, U_{*s}$ はそれぞれ空気層、水層での時間平均流速に対数則分布を適用して求めた界面摩擦速度であり、 $U_s$ は近似表面流速<sup>46)</sup>である。ただし、定義上の表面流速 $U_s$ はEuler的に求めるものだが、本研究で定義した表面流速とは発泡スチロール製の小片フロート(直径2mm程度)を実験条

件下で 10cm ほど移流させた際のフロートの移動速度を指し、近似的に  $U_s$  を求めた。また、表-2.2 の  $\eta'$  は界面変動強度である。一方、風波の卓越周波数  $f_p$  は静水面からの水面変動  $\eta(t)$  を容量式波高計 (Kenek 社製) で計測した後にスペクトル解析から求めた。有義波高  $H_s$  は Rayleigh 分布から求めた。ここで記述した Rayleigh 分布とは Rayleigh が音の強さの分布に対して示したものを、Longuet-Higgins(1952)<sup>47)</sup> が海面波に対して応用したものであり、狭い周波数帯の風波に対して実用上以下のようによく用いられる。

$$p(H) = \frac{\pi}{2} \frac{H}{\bar{H}^2} \exp\left[-\frac{\pi}{4} \left(\frac{H}{\bar{H}}\right)^2\right] \quad (2.1)$$

ここで、 $p(H)$  は波高  $H$  の確率密度関数、 $\bar{H}$  は平均波高である。これより、任意の波高  $H$  よりもっと大きな波高が出現する確率、すなわち超過発生確率  $P(H)$  は

$$P(H) = 1 - \int_0^H p(H) dH = \exp\left[-\frac{\pi}{4} \left(\frac{H}{\bar{H}}\right)^2\right] \quad (2.2)$$

と表現できる。したがって、有義波高  $H_s$  の定義が 1/3 最大波であるので、 $P(H) = 1/3$  を満足する波高の期待値を概算すればよく、

$$H_s \cong 1.6\bar{H} \quad (2.3)$$

と評価できる<sup>47)</sup>。同様に、Rayleigh 分布を仮定すると、水面変動強度  $\eta'$  と有義波高  $H_s$  との関係は以下のように導かれる。

$$H_s \cong 4\eta' \quad (2.4)$$

## 2. 4 実験結果と考察

### 2. 4. 1 瞬間流速特性

図-2.4(a)は PIV(Dantec 社製)による可視化計測によって撮影された生画像である。水層界面近傍の典型的な PIV 画像 (2 枚組の 1 枚) である。図中における白点はトレーサー粒子を示す。トレーサー粒子は程良く混在しており、界面極近傍におけるレーザー光の水面散乱光 (ハレーション) によるもの以外では、エラーベクトルは観察されなかった。空気流におけるトレーサーはないため、かつ空気流と水流との速度比は 10 倍であるため、空気流トレーサー (埃など) によるエラーベクトルは存在しないものと考えられる。また、仮に、ベクトル図において異常値が存在した場合には、計測解析ソフ

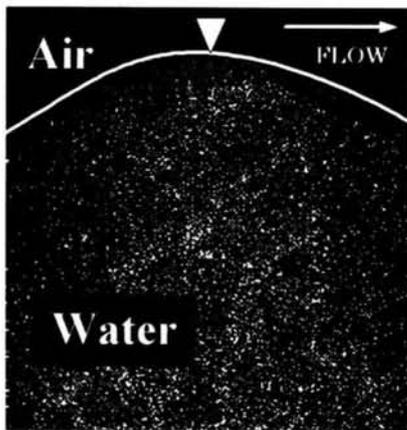


図-2.4(a) PIV 原画像  
(白点は散乱粒子を示す)

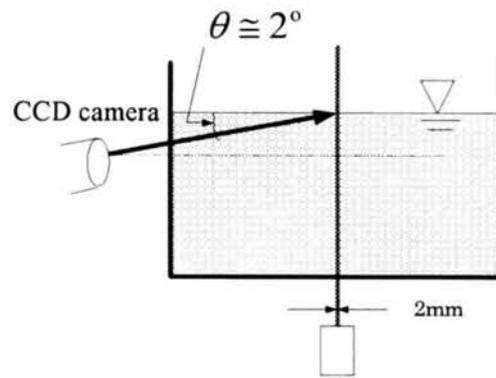


図-2.4(b) CCDカメラとLLSの立体配置

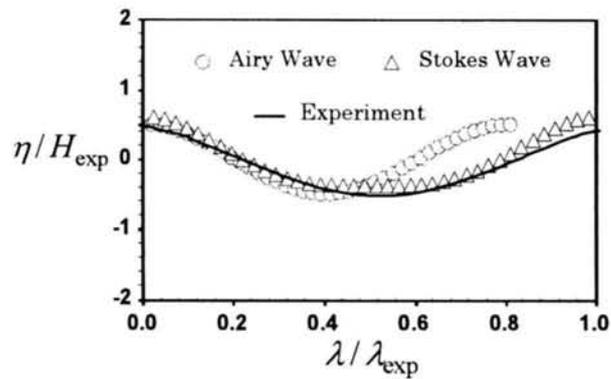


図-2.5 水面波の波形勾配 (実験値と解析解)

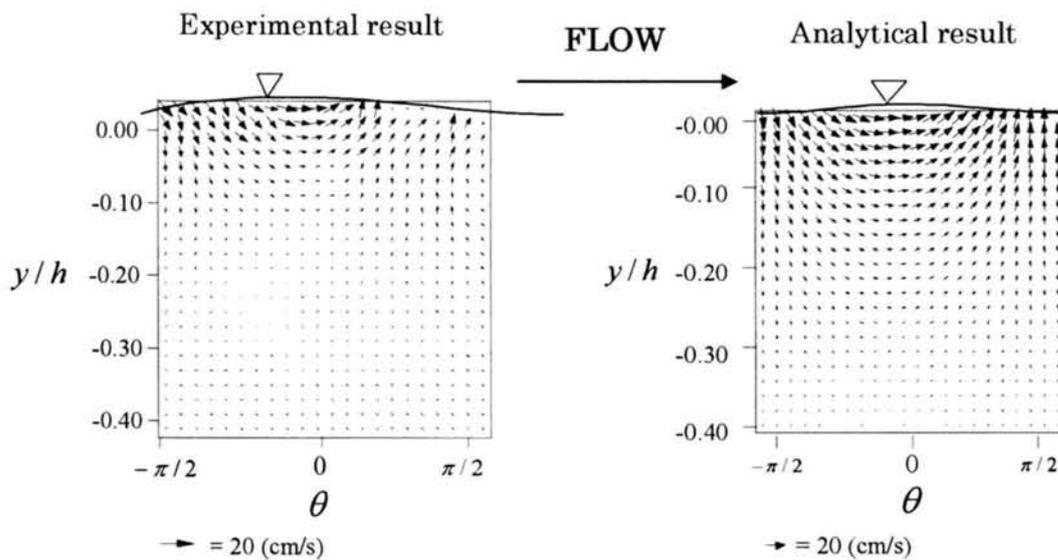


図-2.6 風波場の瞬間ベクトル (PIV 計測による実験値と Stokes 波の解析解)

## 第2章 風波乱流場における空気流と水流の相互作用および水層内大規模渦構造の特性

ト上のプログラムを用いて、周囲点による適当な補間データを作成した。図-2.4(b)は LLS (Laser Light Sheet) に対する CCD カメラの撮影角度の関連を示した模式図である。LLS は水路底面より水路中央断面を照射し、CCD カメラは水路側壁面より水路中央断面に対して上方に 2 度傾けて設置した。これは水路中央断面の界面近傍を撮影するためである。

図-2.5 には、風波の波形勾配を風シアーの存在しない水面波と比較するために、ケース H43 の波形分布を画像解析により示した。図-2.5 では、実験で得られた波高・卓越周波数・水深のデータから解析的に求められる微小振幅波(Airy 波)と有限振幅波(ストークス波)の波形分布と、実験で得られた波形分布を、波高  $H_{exp}$  および波長  $\lambda_{exp}$  (添字  $exp$  は実験値を示す) で規格化して示した。なお、有限振幅波の計算に際しては実験室場における計測であることを考慮して、波速の第 2 定義(質量輸送がゼロとなるように負の一様流を加える。)による次式の計算式を用いた。ストークス波を計算する際には通常、水面条件に対する非線形方程式の未知量に対して摂動法を用いて展開する。本研究では以下のように磯部の研究<sup>48)</sup>に習った。

$$\eta = (1/k) \sum_{j=1}^3 A_j \cos j(kx - \omega t) \quad (2.5)$$

$$u = C_s \left( -B_0 + \sum_{j=1}^3 B_j \cosh jk(h+y) \cos j(kx - \omega t) \right) \quad (2.6)$$

$$v = C_s \sum_{j=1}^3 B_j \sinh jk(h+y) \sin j(kx - \omega t) \quad (2.7)$$

$$C_s = \sqrt{(g/k) \tanh kh} \quad (2.8)$$

ここで、 $(x, y)$  はそれぞれ流下方向、鉛直方向の直交座標を、 $k$  は波数、 $h$  は水深、 $\omega$  は角周波数、 $C_s$  は波速であり、 $A_j (j=1,2,3)$ 、 $B_j (j=0,1,2,3)$  は波数・波高・水深より決定される定数である。なお、水深・波高・周期(角周波数)から波数を決定するためには、次式の分散方程式を用いる。

$$\left. \begin{aligned} \omega^2 = gk \tanh k \left( 1 + \left( \frac{kH}{2} \right)^2 \left( \frac{9c^4 - 10c^2 + 9}{16} - \frac{c}{2kh} \right) \right)^2 \\ c = \coth kh \end{aligned} \right\} \quad (2.9)$$

ここで、 $H$  は波高である。波数を決定する際には、式(2.9)に微小振幅波の解  $k_0$  を初期値として代入した後、適当な誤差範囲を設定して繰り返し計算により式(2.9)の数値解を求めた。

さて、図-2.5 より、実験で得られた風波はストークス波が適用でき、波の峰は尖り、谷は平坦化することがわかる。すなわち、ここで対象とした風波は非線形性の強い波動であると言える。図-2.6 はケース H43 における典型的な瞬間流速ベクトル図 (Experimental result) とその実験条件下での波高、周期のデータにより計算された同一位相でのストークス波による瞬間流速ベクトル図 (Analytical

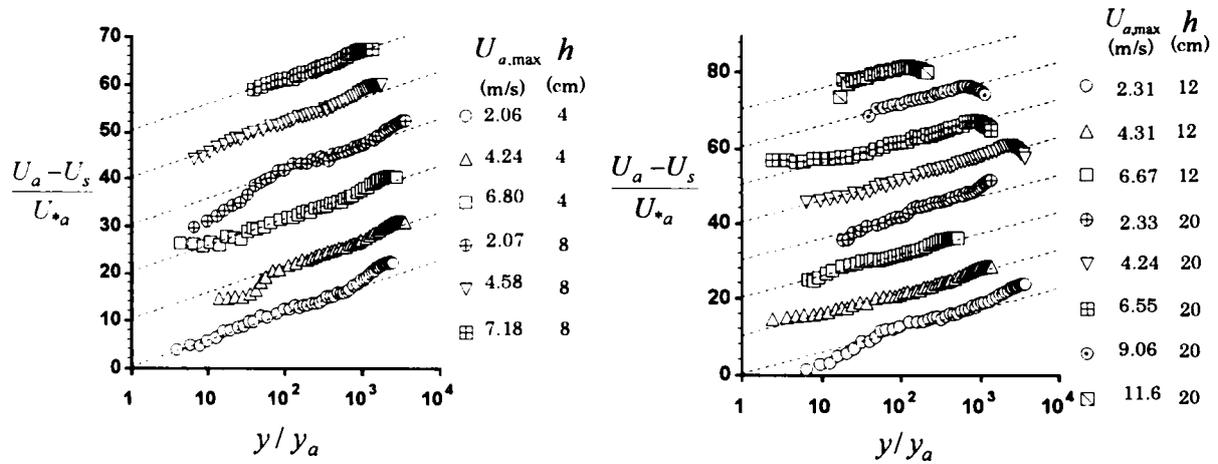


図-2.7 空気層の主流速分布

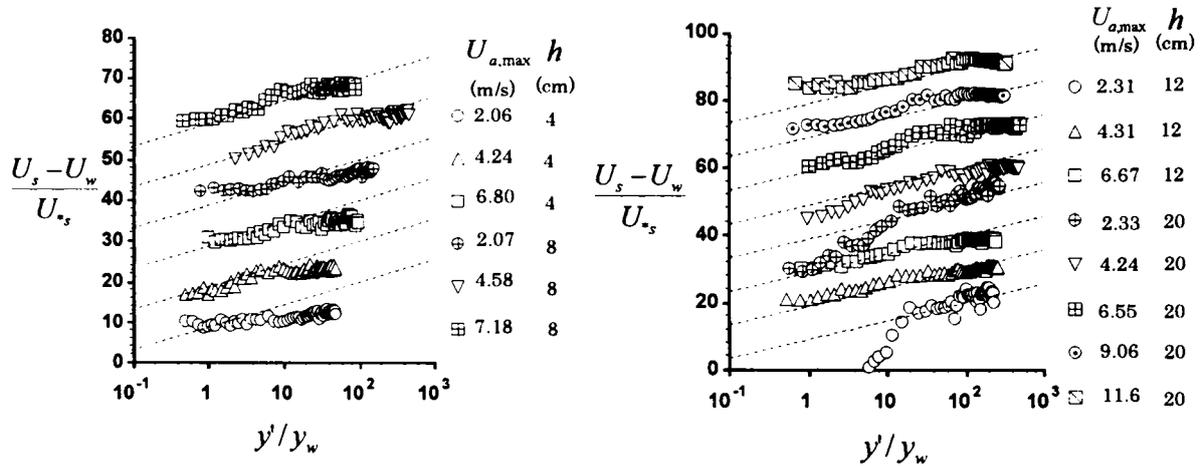


図-2.8 水層の主流速分布

result) である。ただし、流れ場は図中で左から右となっている。水面形状は実験値では PIV 画像から、計算値では波高分布から概略的に示した。同図より、実験から得られる流速ベクトル図と、数値解析による流速ベクトル図を比較すると、ほぼ似通った流体場であることがわかる。しかし、界面近傍の波のクレスト風下側( $0 < \theta < \pi/2$ )では異なった流体場が存在し、実験値では渦度が存在することが推察される。これは、ポテンシャル波では非粘性・非回転の仮定があるために生じた相違であると推測される。つまり、造波装置などによる規則波と異なって、実際の風波では界面近傍で大きな渦度が存在することが示唆される<sup>49)</sup>。また、この結果は Okuda(1982a,b)<sup>35),36)</sup> や Thais & Magnaudet (1995,1996)<sup>25),26)</sup> も指摘している。

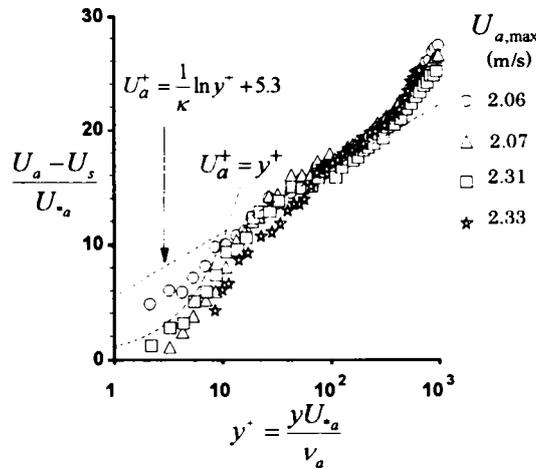


図-2.9 滑面主流速分布(Case: H11,21,31,41)

### 2. 4. 2 平均流特性

図-2.7, 図-2.8には, 全ケースにおける空気層および水層での主流速 $U_a$ および $U_w$ の分布を示した。ただし, データは10ずつ上方へ平行移動して示しており, 図中には次式の粗面对数則を併示した。

$$\frac{U_a - U_s}{U_{*a}} = \frac{1}{\kappa} \ln \left( \frac{y}{y_a} \right) \quad (y > 0) \quad (2.10)$$

$$\frac{U_s - U_w}{U_{*s}} = \frac{1}{\kappa} \ln \left( \frac{y'}{y_w} \right) + 8.5 \quad (y' = -y < 0) \quad (2.11)$$

ここで,  $\kappa$ はカルマン定数,  $y_a, y_w$ はそれぞれ空気層および水層での粗度高さを示す。式(2.10)は Wu (1975)<sup>4)</sup>によって, 式(2.11)は Shemdin (1972)<sup>3)</sup>によって半理論的に示され, 特に水層の流速分布は Nikuradse 型である。同図より, 空気層では  $y/y_a \cong 100$  付近で, 水層では  $y'/y_w \cong 10$  付近で両層ともにほぼ対数則が成立することがわかる。Howe *et al.*(1982)<sup>23)</sup> や Cheung & Street (1988)<sup>24)</sup> は風波下における水層平均流分布の対数則の傾きが  $1/\kappa$  からずれることを指摘しているが, それは彼らが水層界面の摩擦速度をレイノルズ応力から評価して, 滑面对数則の表示をしているためと考えられる。なお, 水層の分布値は空気層と比較して対数則の成立が明瞭でないケースが観察される。すなわち, 風波発生時には波の寄与によって, 吹送流が大きく影響を受けていることが指摘できる。

図-2.9は空気層の滑面状態における風速分布を示す。図中には, 次式の滑面对数則を併示した。

$$\frac{U_a - U_s}{U_{*a}} = \frac{y U_{*a}}{\nu_a} \quad (\text{粘性底層}) \quad (2.12)$$

$$\frac{U_a - U_s}{U_{*a}} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{y U_{*a}}{\nu_a} + A \quad (\text{対数則層}) \quad (2.13)$$

ここで,  $\nu_a$ は空気の動粘性係数,  $A$ は積分定数である。開水路乱流では  $\kappa = 0.41, A = 5.3$ が推奨値であ

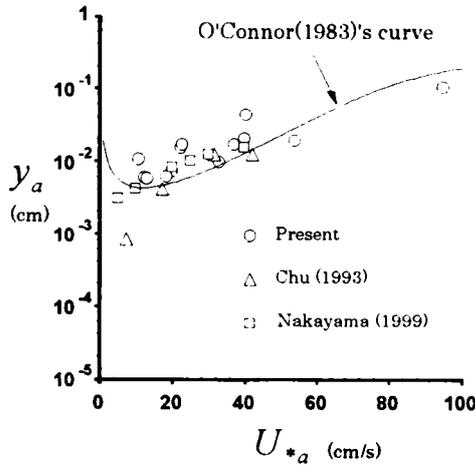


図-2.10 界面粗度要素

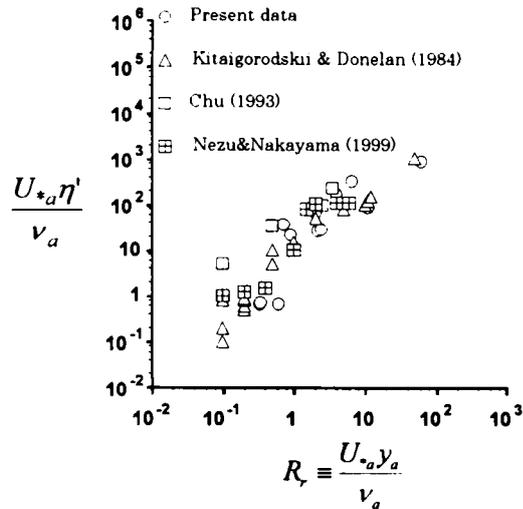


図-2.11 水面変動と粗度要素

る<sup>50)</sup>。図-2.9より、 $A$ の最適値は若干変化するが、滑面对数則が風波上の空気層で成立することがわかる。また、外層ではウェイク成分が見られる<sup>50)</sup>。

### 2. 4. 3 風波界面の諸特性と界面運動量輸送

図-2.10は空気層摩擦速度 $U_{*a}$ に対する空気層の粗度高さ $y_a$ を示す。図中には、Chu(1993)<sup>51)</sup>およびNakayama(2000)<sup>52)</sup>の室内実験結果、およびO'Connor(1983)<sup>53)</sup>の半理論曲線も併示した。図より、最大風速が大きくなるにしたがって、粗度高さは増大する様子がわかる。これは、風速の相違によって界面状態が動的に変化するからであり、風波の界面状態はレイノルズ数に応じて粗度要素が変容する移動床流れと類似していると指摘できる。そこで、図-2.11には水面変動強度 $\eta'$ (水面変動のRMS値)を粗度レイノルズ数 $R_r(=y_a U_{*a} / \nu_a)$ に対して図示した。図中には、Kitaigorodskii & Donelan(1984)<sup>10)</sup>、Chu(1993)<sup>51)</sup>および楠津ら(1999)<sup>54)</sup>の実験結果も併示した。図-2.11より、 $\eta'$ と $R_r$ とは一意的な関係があることがわかる。このような解釈はWu(1981)<sup>9)</sup>も行っており、固定床上の境界層と類似な概念を用いて界面の粗度状態を粗度レイノルズ数 $R_r$ により分類し、滑面・不完全粗面・完全粗面というように3つに区分している。よって、風波における水面変動強度が流れ場のパラメータであると指摘できる。図-2.12は空気層摩擦速度 $U_{*a}$ とストークスドリフト流速 $u_0$ との関係を示す。ここで、 $u_0$ は風波の渦なし成分によるストークス流における代表波(卓越波成分)の質量輸送速度であり、高次の項を省略して、 $u_0 \equiv 2\pi^3 \bar{H}^2 / g T_p^3$ ( $\bar{H}$ は平均波高、 $T_p$ は代表波の周期)と定義した<sup>30)</sup>。図-2.12より、摩擦速度 $U_{*a}$ とドリフト流速 $u_0$ はほぼ比例することが観察でき、Tobaらの研究結果<sup>30)</sup>と一致することがわかる。図-2.13には計測から得られた水面変動強度 $\eta'$ に対して有義波高 $H_s$ を図示した。図中には、

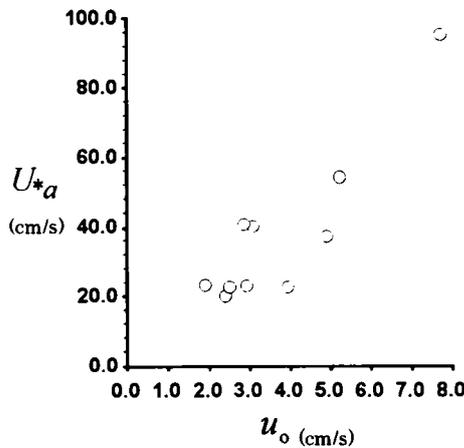


図-2.12 空気層摩擦速度とストークスドリフト流速

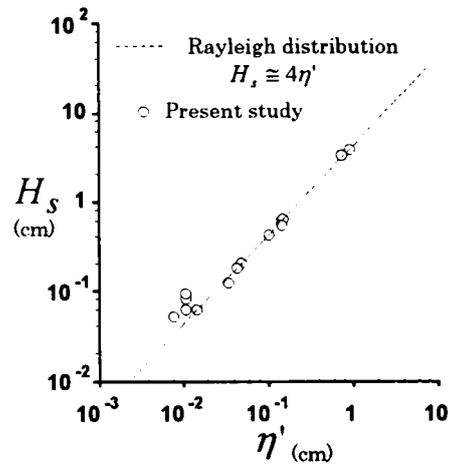
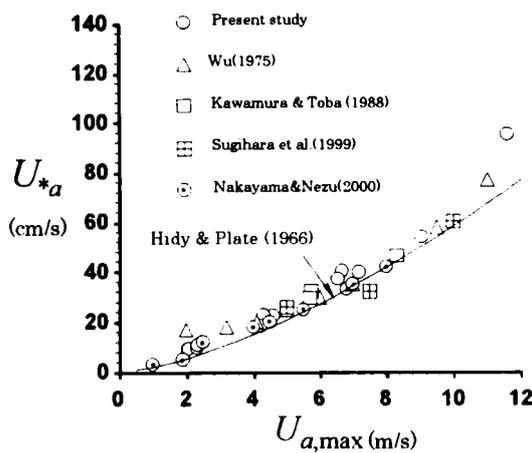


図-2.13 水面変動強度と有義波高

(a) Air side



(b) Water side

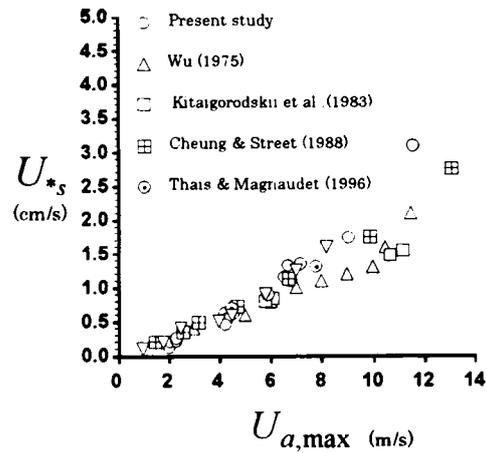


図-2.14 空気層界面摩擦速度と水層界面摩擦速度

狭い周波数帯域の風波で成立する Rayleigh 分布から算定される理論式(2.4)を併示した。水面変動強度と有義波高の関係には Rayleigh 分布の理論値とほぼ同様の比例関係が成立することがわかる。

図-2.14(a),(b)には最大風速  $U_{a,max}$  に対して、全ケースにおける空気層界面摩擦速度  $U_{*a}$  と水層界面摩擦速度  $U_{*s}$  を示した。また、図中には、風波流れに対する実験結果 (Wu (1975)<sup>4)</sup>, Kitaigorodskii *et al.*(1983)<sup>22)</sup>, Cheung & Street(1988)<sup>24)</sup>, Kawamura & Toba(1988)<sup>32)</sup>, Thais & Magnaudet(1996)<sup>26)</sup>, 杉原ら(1999)<sup>41)</sup>および禰津ら(1999)<sup>54)</sup>と実験曲線 (Hidy & Plate (1966)<sup>55)</sup>) を併示した。同図より、風速の増大とともに、比例して界面における摩擦速度は放物線状に増大することがわかる。

図-2.15 は最大風速  $U_{a,max}$  に対して Case-H4( $h=20\text{cm}$ )シリーズにおける水・空気界面でのせん断応力比  $\tau_s/\tau_a$  を示す。ここで、 $\tau_s/\tau_a$  は定義式より次式で計算できる。

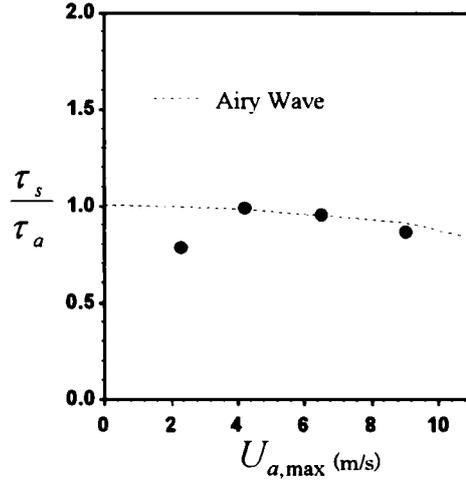


図-2.15 界面せん断応力

$$\frac{\tau_s}{\tau_a} = \frac{\rho_w U_{*s}^2}{\rho_a U_{*a}^2} \quad (2.14)$$

ここで、 $\rho_a$  および  $\rho_w$  はそれぞれ空気および水の密度である。一方、定常状態における界面での流下方向運動量保存則より次式が成立する。

$$\tau_a = \tau_s + \tau_{wave} \quad (2.15)$$

ここで、 $\tau_{wave}$  は波の生成に消費される運動量輸送成分である。ところで、水・空気界面における運動量輸送現象を検討するために、海浜流などの水流と波が共存する場での保存式として質量保存式および運動量保存式を記すと以下となる<sup>48)</sup>。

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_w (h + \bar{\eta})) + \frac{\partial \bar{M}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.16)$$

$$\frac{\partial \bar{M}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{U}_j \bar{M}_i + S_{ij}) = -\rho_w g (h + \bar{\eta}) \frac{\partial \bar{\eta}}{\partial x_i} + \tau_i^{(R)} + \tau_i^{(S)} - \tau_i^{(B)} \quad (2.17)$$

ここで、 $i(=1,2,3)$  は直交座標を、 $j$  はダミーインデックスを示し、 $h$  は静水深、 $\eta$  は水面変動、 $\bar{\quad}$  は時間平均を示す。式(2.16)、(2.17)の方程式系は連続式および完全流体に対する Euler の運動方程式を底面から水面まで空間的に鉛直方向に積分して、さらにその周期平均をとると得られる。ここで、

$$M_i = \int_{-h}^{\eta} \rho_w u'_i dz \quad (2.18)$$

$$\bar{M}_i = \rho_w (h + \bar{\eta}) U_i + M_i \quad (2.19)$$

$$\bar{U}_i = \frac{\bar{M}_i}{\rho_w (h + \bar{\eta})} \quad (2.20)$$

$$S_{ij} = \int_{-h}^{\eta} (\rho_w u'_i u'_j + p_{ij}) dz - \frac{1}{2} \rho_w g (h + \bar{\eta})^2 - \frac{M_i M_j}{\rho_w (h + \bar{\eta})} \quad (2.21)$$

$z$  は鉛直方向の直交座標を示し,  $M_i$  は波による質量輸送,  $\bar{M}_i$  は断面平均の全体の運動量,  $U_i$  は鉛直方向に一様な海浜流成分,  $S_{ij}$  はラディエーション応力,  $u'_i$  は流速の内の周期的な波動成分である. また,  $\tau_i^{(R)}$ ,  $\tau_i^{(S)}$  および  $\tau_i^{(B)}$  は, 水平拡散項 (乱れによる運動量交換による), 海面摩擦応力, 底面摩擦応力を示す. ただし, 式(2.17)の第三項を含まない場合があり, かつ海面摩擦応力  $\tau_i^{(S)}$  は通常は無視されることが多いが, 風波発生時には無視できないとされている. 上式より, ラディエーション応力  $S_{ij}$  は水域を伝搬する波が存在する場合の波による運動量輸送への寄与分であるといえる.

この波による運動量輸送効果  $\tau_{wave}$  を調べるために, 仮に Airy 波理論における流下方向のラディエーション応力  $S_{xx}$  を用いて  $\tau_{wave}$  を評価すると以下となる<sup>56)</sup>.

$$\tau_{wave} = \frac{\partial S_{xx}}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ \left\{ \frac{C_g}{C} \cos^2 \theta_a + \frac{1}{2} \left( \frac{2C_g}{C} - 1 \right) \right\} E \right] \quad (2.22)$$

ここで,  $E \equiv \frac{1}{8} \rho_w g H_s^2$  は単位面積当たりの有義波のエネルギー,  $C_g$  は群速度,  $C$  は波の位相速度,  $\theta_a$  は波向き角である. また, Airy 波を仮定すると, 群速度  $C_g$  および位相速度  $C$  は, 次式で与えられる.

$$C_g = nC, \quad n = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{2kh}{\sinh 2kh} \right), \quad C = \sqrt{\left( \frac{gL}{2\pi} + \frac{2\pi\sigma}{\rho L} \right) \tanh \left( \frac{2\pi h}{L} \right)} \quad (2.23)$$

ここで,  $n$  は浅水係数,  $L$  は波長,  $\sigma$  は表面張力係数,  $\rho$  は密度である. 風洞実験場では,  $\theta_a = 0$  および  $C_g/C = 0.5$  と仮定できる.

一方, 有義波に関する各種文献<sup>57)</sup>より, 以下の経験式が得られている.

$$\frac{gH_s}{U_{*a}^2} = A_0 \left( \frac{gF(x)}{U_{*a}^2} \right)^{B_0} \quad (2.24)$$

ここで,  $g$  は重力加速度,  $F(x)$  はフェッチ距離,  $A_0, B_0$  は経験定数であり, 本研究では,  $A_0 = 0.374, B_0 = 0.1622$  となった. 式(2.22)および(2.24)より, 次式が導出できる.

$$\frac{\tau_s}{\tau_a} = 1 - \frac{\rho_w A_0^2 B_0}{4\rho_a} \left( \frac{gF(x)}{U_{*a}^2} \right)^{2B_0-1} \quad (2.25)$$

図-2.15 には, 式(2.25)を点線で表示した. 図より, 最大風速が増大するとき, 波による運動量輸送は増加することがわかる. 式(2.25)より評価される運動量輸送率  $\tau_s/\tau_a$  と実験値はほぼ一致している. また, 風速が増大した場合には波の運動量への輸送は全体の 10%程度であることが観察でき, 既往の研

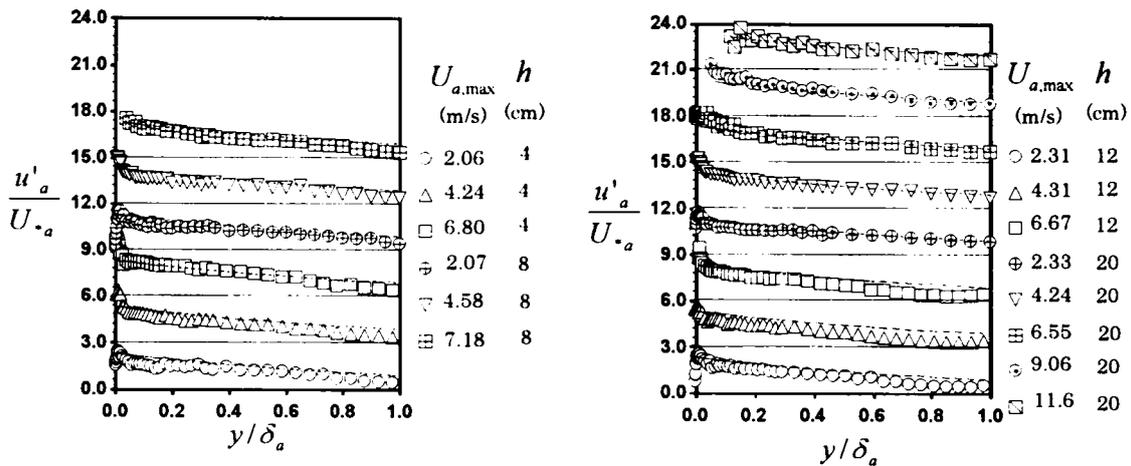


図-2.16 空気層乱れ強度  $u'_a$

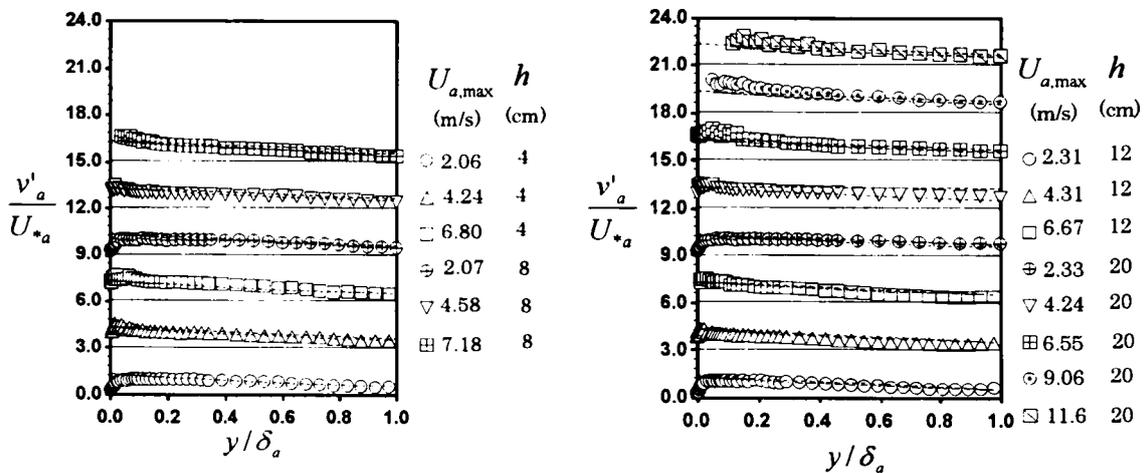


図-2.17 空気層乱れ強度  $v'_a$

究結果と一致する<sup>58)</sup>。これより、界面の状態の相違が運動量輸送の形態を変化させていると考えられる。つまり、砕波を伴わない場合には、風から波への運動量輸送効果が増すことがわかる。最大風速  $U_{a,max}$  が小さい場合に実験値と式(2.25)とが一致しないのは、水層での対数則領域が明確でなく、 $U_{*s}$  の評価に問題があると考えられる。

#### 2. 4. 4 乱れ特性

図-2.16、図-2.17 および図-2.18 は空気層の流下方向乱れ強度  $u'$ 、鉛直方向乱れ強度  $v'$  およびレイノルズ応力  $-\overline{uv}$  の分布をそれぞれ示した。また、同図には次の普遍関数式<sup>50)</sup>を示した。

$$\frac{u'}{U_{*a}} = 2.30 \exp(-y/\delta) \quad (2.26)$$

$$\frac{v'}{U_{*a}} = 1.27 \exp(-y/\delta) \quad (2.27)$$

$$\frac{-\overline{uv}}{U_{*a}^2} = (1 - y/\delta) - \frac{\delta}{\kappa R_* y} \quad (2.28)$$

第2章 風波乱流場における空気流と水流の相互作用および水層内大規模渦構造の特性

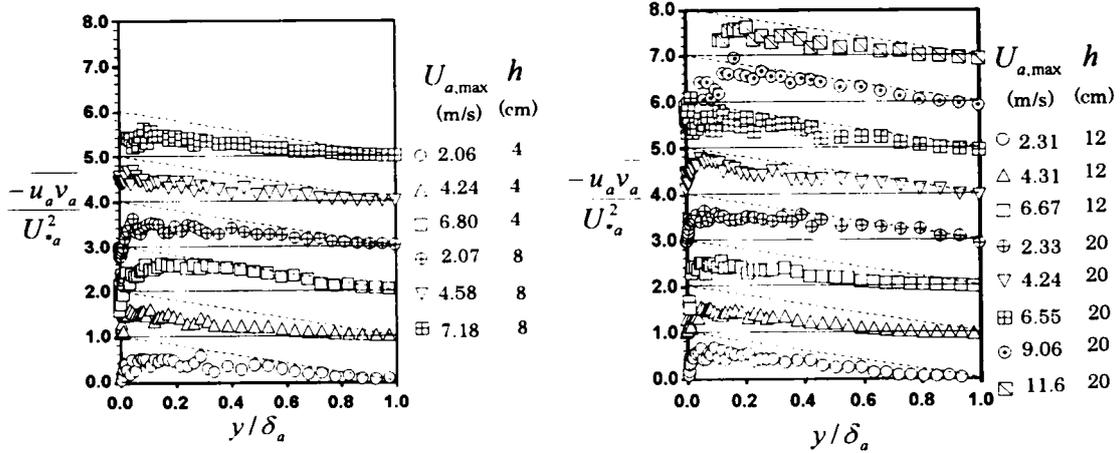


図-2.18 空気層レイノルズ応力  $-\overline{u'_a v'_a}$

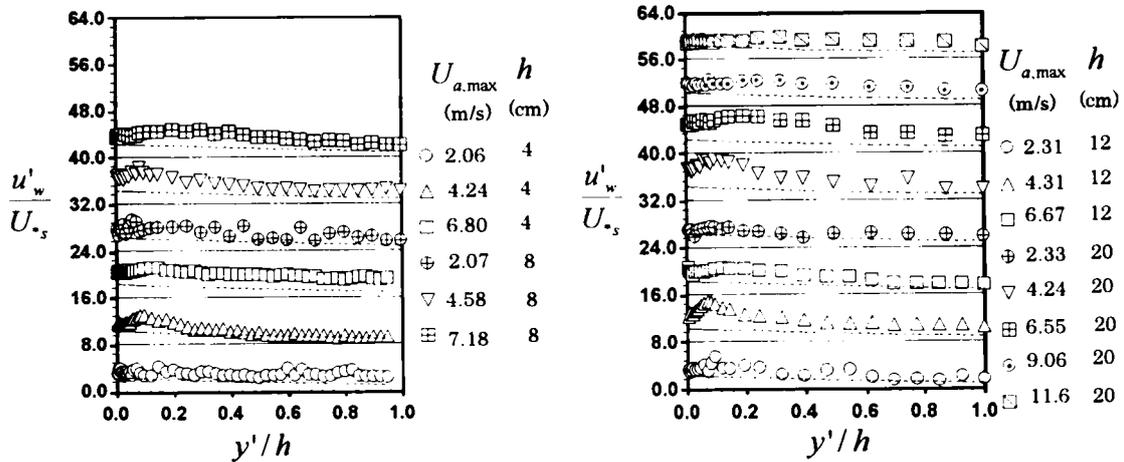


図-2.19 水層乱れ強度  $u'_w$

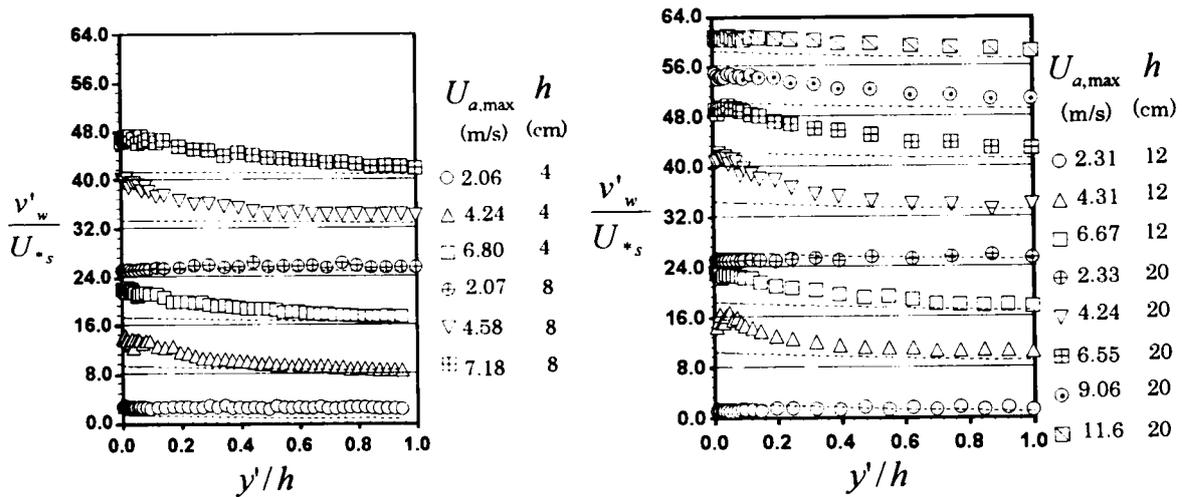


図-2.20 水層乱れ強度  $v'_w$

ここで、 $R_* (= \delta U_* / \nu_a)$  は摩擦速度によるレイノルズ数、 $\delta$  は空気層での乱流境界層厚である。本研究では各ケースにおいてレイノルズ応力がゼロとなる点を  $y = \delta$  とした。式(2.26)、(2.27)は滑面開水路の底面近傍を除く外層で成立するが、図-2.16 および図-2.17 より、水理条件が大きく変化するにも関わらず、界面近傍を除く外層で、乱れ強度はほぼ普遍的な表示が可能であることがわかる。これは、界面近傍では境界の粗度要素によって局所的な波動場が起きて普遍表示からずれるのに対して、界面より少し離れた外層では粗面流れと同様の流れ場が成立すると考えられる。これらの示唆は、Cheung & Street (1988)<sup>24)</sup> も与えている。一方、図-2.18 より、レイノルズ応力は滑面開水路と異なる様子を示しており、普遍式から下方へずれている。同様な結果は光易・草場(1988)<sup>46)</sup>、禰津ら(1999)<sup>54)</sup> も指摘している。これは、界面で空気層から水層へと運動量輸送が行われているためであると考えられるが、データのばらつきが大きく、さらに詳細な計測が必要である。図-2.19、図-2.20 には水層の流下方向乱れ強度  $u'$ 、鉛直方向乱れ強度  $v'$  をそれぞれ示した。図中には、式(2.26)および(2.27)を併示した。図より、風速が 2m/s 程度の穏やかなケースでは、乱れ強度は開水路流れ（壁面せん断流）による乱れ強度分布とほぼ一致する。一方、風速が大きくなると、水・空気界面近傍 ( $y=0$ ) では乱れは非常に大きな値を有することがわかる。また、水層内レイノルズ応力は式(2.28)とは大きく逸脱することがわかった。これは、風速の増大により、水流と空気流の相互作用によって、Airy 波とは異なる流速変動が発生するためである。つまり、線形波では流速変動  $u, v$  間の位相差が全ての周波数帯に対して  $90^\circ$  であるため、このときレイノルズ応力は常にゼロとなるが、風波場での計測結果は線形波とは異なる変動を示したことを意味する。この要因は以下のフーリエ解析により明らかにされる。

#### 2. 4. 5 水層流速に対する Fourier 解析および Wavelet 解析

図-2.21(a),(b)は FFT（高速フーリエ変換）解析により得られた、Case-H4 ( $h=20\text{cm}$ )における界面近傍 ( $y'/h=0.1$ ) での流速変動の無次元周波数パワースペクトル  $\hat{S}$  である。図-2.21(a)は主流速変動  $u_w$ 、図-2.21(b)は鉛直方向流速変動  $v_w$  を対象としており、周波数  $f$  は卓越波周波数  $f_p$  で、パワースペクトル  $S$  は乱れ強度により規格化されている。また、各データは  $10^\circ$  ずつ上方へ平行移動して示した。図中には、慣性小領域で成立する Kolmogorov の  $-5/3$  乗則の傾きを併示した。図-2.21(a),(b)より、風速に関わらず、卓越周波数帯では水面波に対応してパワーが卓越しており、図-2.21(a)では、周波数帯の両側では  $-5/3$  乗則が成立していることがわかる<sup>28)</sup>。すなわち、前節での乱れ特性における普遍式からのずれは、卓越波周辺での乱れの増大に原因があることがわかる。一方、風速に依存せず、風波の卓越周波数帯の両側では  $-5/3$  乗則が成立していることから、乱れ変動が卓越波を除けば普遍化できる可能性が示唆される。

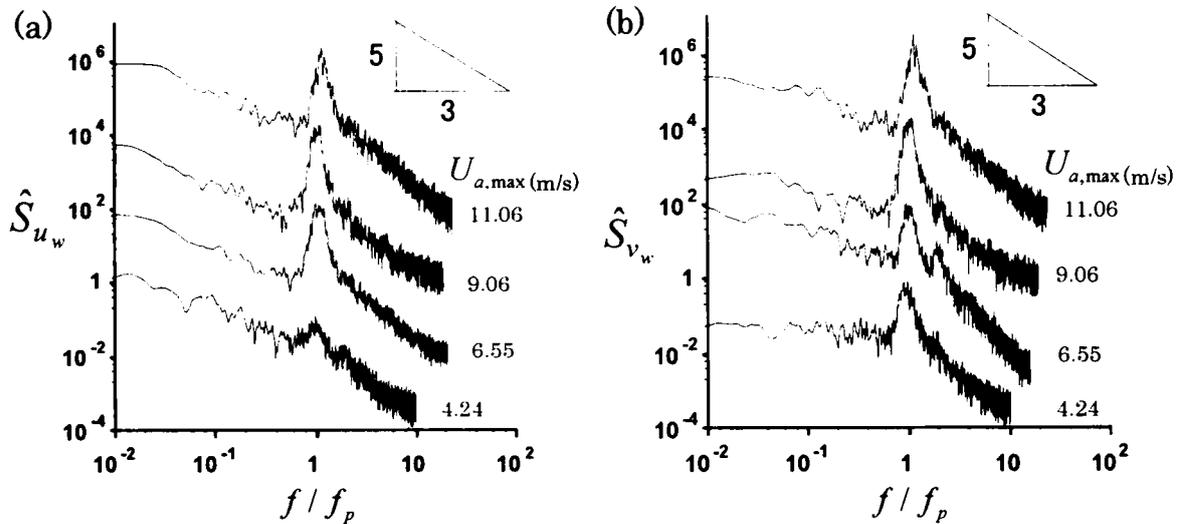


図-2.21 水層流速変動の無次元パワースペクトル(a:主流速変動 $u_w$ とb:鉛直方向流速変動 $v_w$ )

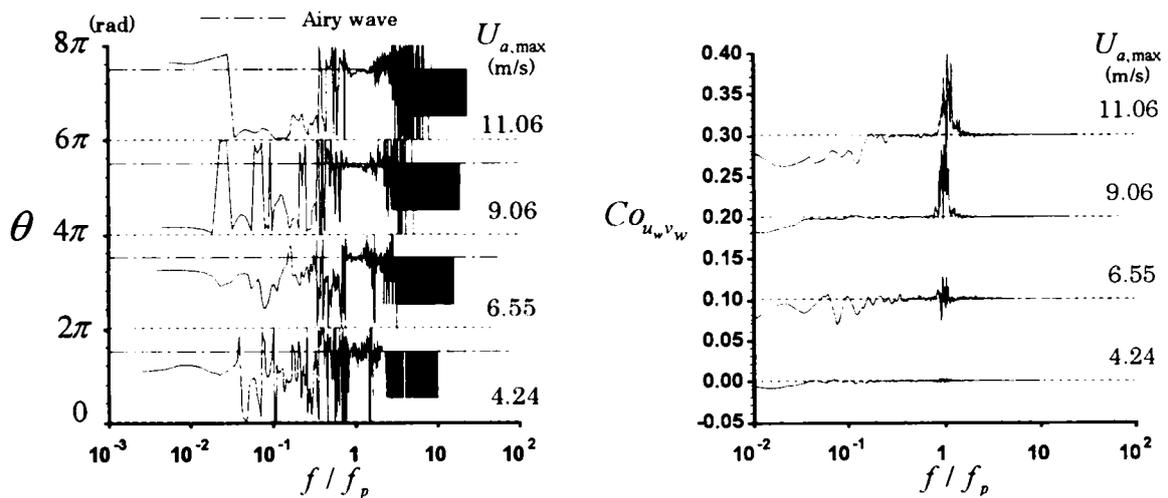


図-2.22 水層流速変動のフェイズ

図-2.23 水層流速変動のコスペクトル

図-2.22 は図-2.21 と同じデータに対する流速変動 $u, v$ 間の位相差(フェイズ) $\theta$ を示した. 図中には, Airy 波に対する位相差も示した. ここで, 実験との比較を行うために, 線形波理論の位相差 $\theta$ は以下のように算出される. 2次元渦なしのポテンシャル流理論より,

$$\Phi = \frac{\omega}{k} \frac{\cosh k(h+z)}{\sinh kh} \sin(kx - \omega t) \quad u = \frac{\partial \Phi}{\partial x} \quad v = \frac{\partial \Phi}{\partial z} \quad (2.29)$$

が得られる. ここで,  $\Phi$  は速度ポテンシャル,  $k$  は波数,  $\omega$  は角周波数である. すなわち, Airy 波では, 流速間の位相差は  $90^\circ$  である. 図-2.22 より, 水層流速変動間の位相差は卓越周波数帯で線形波のものと若干ずれることがわかる. また, 図-2.23 は図-2.21 と同様のデータに対する流速変動 $u, v$ 間のコスペクトル $Co_{uv}$ を図示した. ここで, 定義から, コスペクトル $Co_{uv}$ は遅れ時間 $\tau=0$ における流速

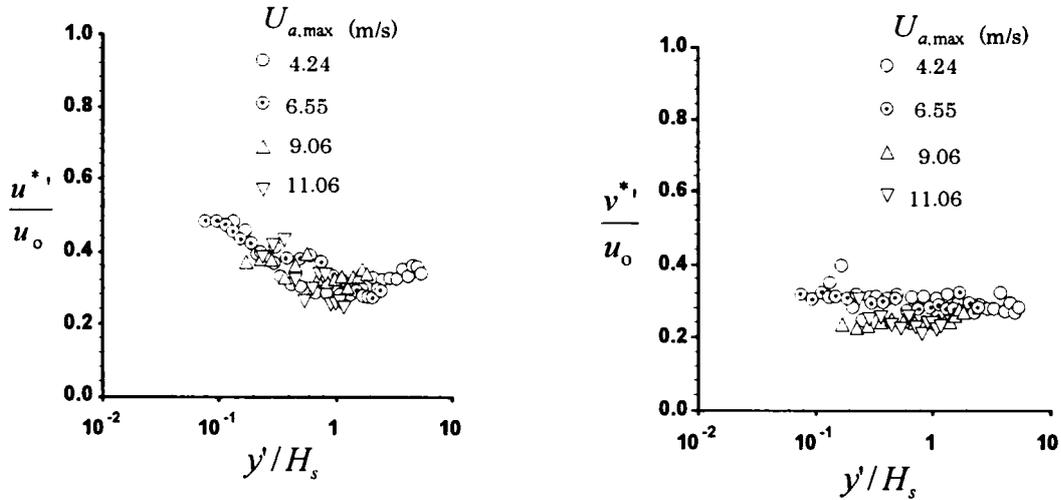


図-2.24 水層乱れ強度（低周波成分）

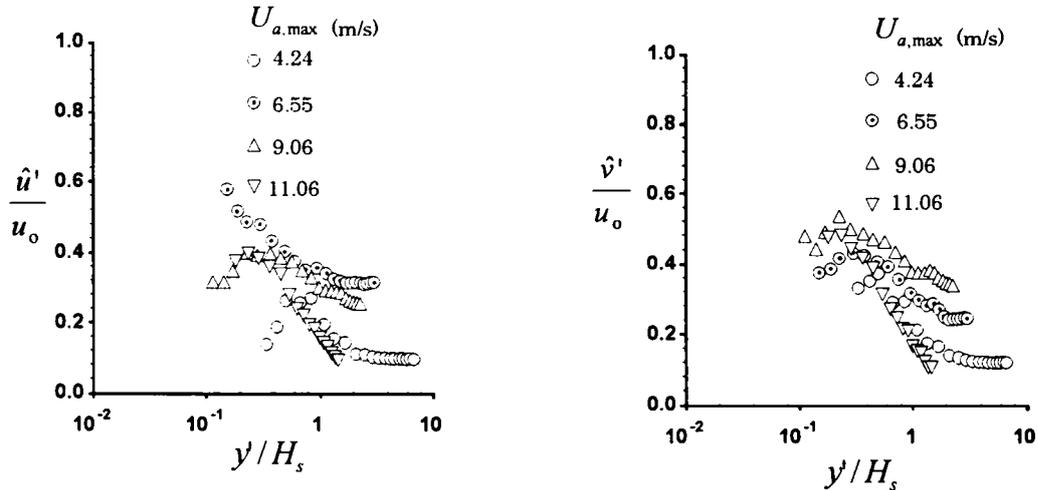


図-2.25 水層乱れ強度（波動成分）

変動  $u, v$  の相互相関関数  $R_{uv}$  と以下の関係式で結ばれている。すなわち、

$$\overline{uv} = R_{uv}(\tau = 0) = \int_0^{\infty} C_{0uv} df \cong \int_{f_0}^{f_n} C_{0uv} df \quad (2.30)$$

$$R_{uv}(\tau) = \overline{u(t)v(t+\tau)} \quad (2.31)$$

ここで、 $f_0$  は計測時間から決定される最低周波数、 $f_n$  は計測周波数の半分となるナイキスト周波数である。つまり、コスペクトルはレイノルズ応力に対する周波数帯の寄与分布を示している。図-2.23 より、低周波数帯では、レイノルズ応力  $-\overline{uv}$  の正值 ( $\overline{uv} < 0$ ) に寄与し、卓越周波数帯（以下、波動周波数帯とも呼ぶ）では、レイノルズ応力  $-\overline{uv}$  の負値 ( $\overline{uv} > 0$ ) に寄与することがわかる。こうした現象は、LFT解析による Cheung & Street(1988)<sup>24)</sup>の研究結果によっても指摘されている。図-2.21、図

-2.22 および図-2.23 から、非常に大きなパワーを有する波動周波数帯では線形波からの位相のずれに伴い、負の大きなレイノルズ応力すなわち  $\overline{uv} > 0$  を生成することがわかる。

以上より、水層内流速変動は線形波とは異なる水面変動によって大きな影響を受けて、波動周波数帯でレイノルズ応力が負となること、及び波動周波数帯を除いては、 $-5/3$  乗則がほぼ成立することが確認された。以下では、水層内乱れ構造を周波数バンドに分離して評価する。ここでは、Daubechies の Wavelet filter<sup>59)</sup> (補遺 A 参照) を用いて乱れ構造の評価を行った。図-2.24, 図-2.25 はそれぞれ Case-H4 ( $h=20\text{cm}$ ) における低周波成分および波動成分 (波動周波数帯成分) に対する水層内流速変動成分から算定された乱れ強度分布を示した。ここで、任意の物理変動量  $f$  は wavelet filter を用いて、以下のように線形に分離した。

$$f = f^* + \hat{f} + f^{**} \quad (2.32)$$

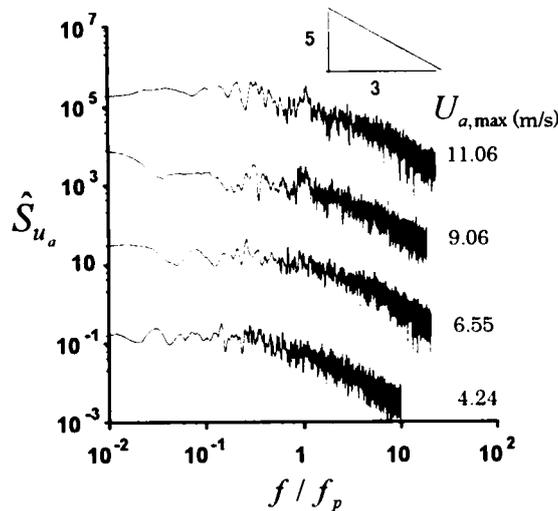


図-2.26 空気層主流速変動無次元パワースペクトル

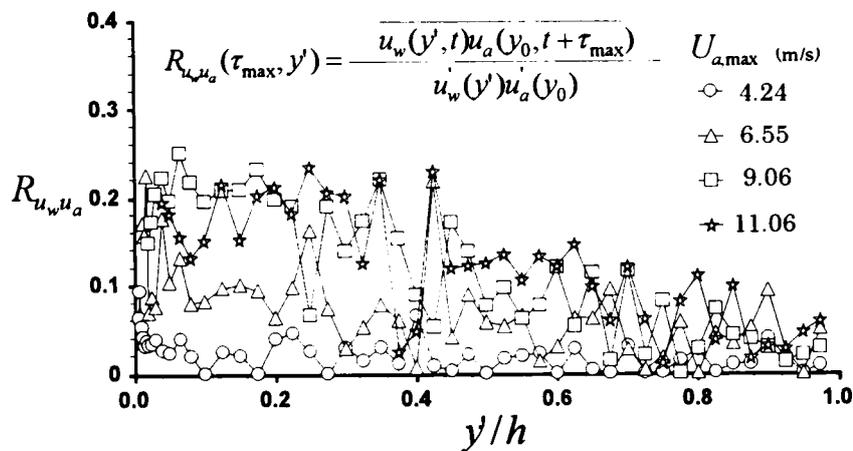


図-2.27 水流と空気流の相関係数の鉛直分布

$f^*$  は卓越波成分よりも低周波数帯の成分,  $\hat{f}$  は卓越波帯の成分,  $f^{**}$  は卓越波よりも高周波数帯の成分である. 図より, 低周波数帯成分の乱れ強度はストークスドリフト流速  $u_0$  と有義波高  $H_s$  によって普遍表示化されることがわかる. このことは, 風波乱流場における乱流境界層では低周波数帯での乱れがストークスドリフト流速  $u_0$  と有義波高  $H_s$  (もしくは空気層摩擦速度  $U_{*a}$  と水面変動強度  $\eta$ ) に支配されていることを意味している.

### 2. 4. 6 水流と空気流の相関構造

本節では風波乱流場における水流と空気流の相関構造について解明する. 図-2.26 は Case-H4( $h=20\text{cm}$ ) シリーズにおける空気層主流速の流速変動から算定した無次元パワースペクトルである. スペクトルおよび周波数は各々乱れ強度と卓越周波数で規格化されている. 空気層のスペクトルでは水層の図-2.21 と異なり, 顕著な卓越成分が観察されない. また, 慣性小領域が明確に存在することもわかる.

水・空気層を同時計測した際の相互相関係数  $R_{u_w u_a}$  は次式で定義される.

$$R_{u_w u_a}(\tau, y') = \frac{\overline{u_w(y', t) u_a(y_0, t + \tau)}}{u_w'(y') u_a'(y_0)} \quad (2.33)$$

ここで,  $\tau$  は遅れ時間,  $u_w'(y')$  は水層乱れ強度,  $u_a'(y_0)$  は空気層固定座標  $y_0 (\cong 0.5H_s)$  での乱れ強度,  $y' \equiv -y$  を示す. 図-2.27 は Case-H4( $h=20\text{cm}$ ) における相互相関係数が最大値を示すとき ( $\tau = \tau_{\max}$ ) の  $R_{u_w u_a}$  を示す. なお, 水流および空気流の相関が最大値を示すのは  $\tau = 0$  とは限らないので, 同図における相関係数  $R_{u_w u_a}$  は  $\tau < 0.5T_p$  ( $T_p \equiv 1/f_p$ ) の条件内での最大値となる  $\tau_{\max}$  をとった. 図-2.27 より, 界面近傍で相関係数が大きく, 半水深以下でケース間の相違がなくなることがわかり, 滑面, 3次元リ

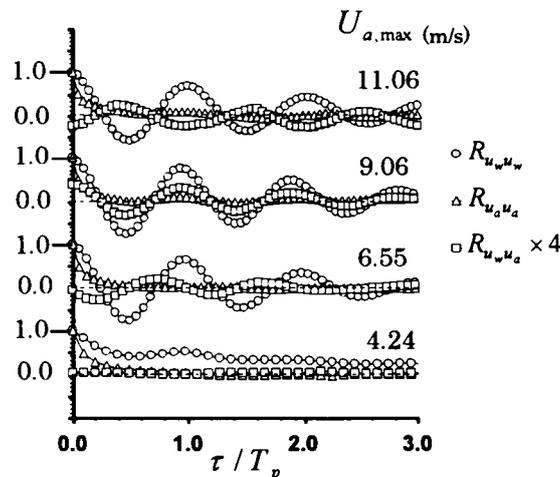


図-2.28 自己相関係数と相互相関係数の時間遅れ分布

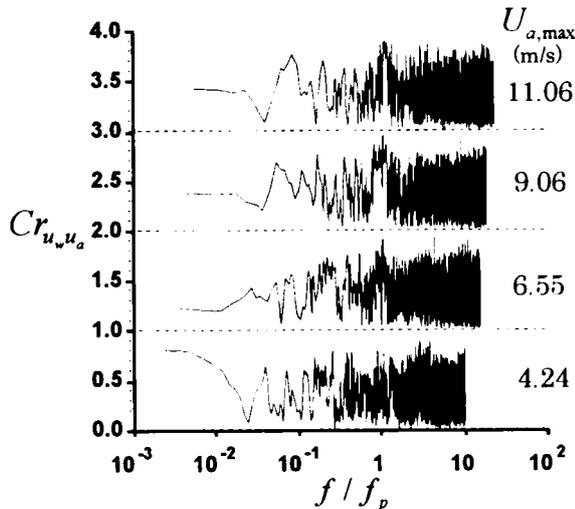


図-2.29 水流変動と空気流変動のコヒーレンス

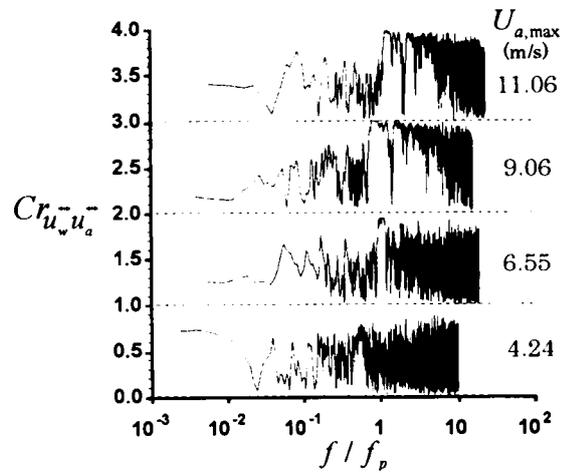


図-2.30 水流の高周波変動と空気流の高周波変動のコヒーレンス

ップル波から 2 次元重力波へと界面状態が変化すると、相関係数は増大していく様子が観察される。これは、空気層から水層への運動量輸送形態の変化を示し、水・空気の相互作用の風速による効果を顕著に示している。図-2.28 には遅れ時間  $\tau$  に対する自己相関係数  $R_{u_w u_w}$ ,  $R_{u_a u_a}$  と相互相関係数  $R_{u_w u_a}$  を図示した。上述の考察を支持している結果で、滑面 ( $U_{a,max}=4.24\text{m/s}$ ) ではほぼ相関はなく、 $U_{a,max}$  が増加して 3 次元リップル, 2 次元重力波となるに従い、遅れ時間に対して振動的となる。これは卓越波の影響と考えられる。また、図-2.29 には Case-H4 ( $h=20\text{cm}$ ) における水流変動と空気流変動のコヒーレンスを図示した。最大風速が  $4.0\text{m/s}$  となるケースを除く高風速場では卓越波付近での相関が最も高いことがわかる。これは、Kawamura & Toba(1988)<sup>32)</sup> が指摘したように、風波の局所的な運動の形態が周期性を有したものであり、風から波への運動量輸送がまず波動成分を介して行われることを示唆している。一方、図-2.30 には Case ( $h=20\text{cm}$ ) における水流変動の高周波成分と空気流変動の高周波成分のコヒーレンスを図示した。流速の高周波成分間の相関が比較的大きいことがわかる。これは、Komori ら(1993)<sup>39)</sup> が指摘するように、界面近傍では風波の局所的なせん断作用による表面更新作用によって、高周波成分間の相関が大きくなったものと考えられる。一方、空気流と水流に対して組織構造解析を行ったところ、空気層でバースト現象が生じている際には、水層において必ずしも組織構造が観察されないことが確認された。これに関しては、今後詳細に検討する必要があると思われる。ここで、水・空気間には波動成分間および高周波成分間で相関構造が観察されたことは注目に値する。

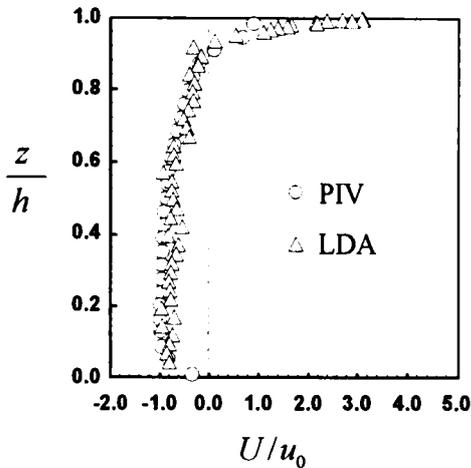


図-2.31 PIV 精度検証(平均流速)

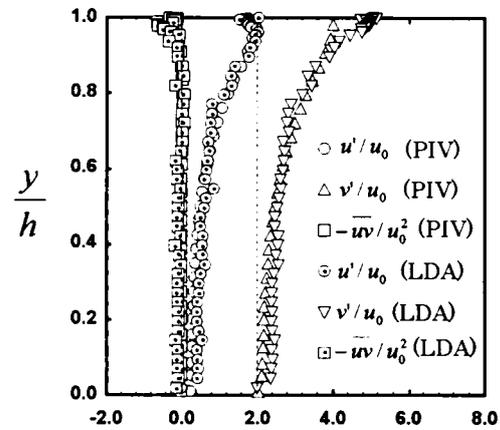


図-2.32 PIV 精度検証(乱れ統計量)

## 2. 4. 7 PIV 法による流体瞬間挙動と位相平均構造

### (1) PIV の精度検証

PIV 法は同一平面内の多点での瞬間流速場が得られるという長所をもつ反面、トレーサー粒子の流れへの追隨性の問題点や、パルス間隔  $\Delta t$ 、また流れの 3 次元性などによる誤差を検討する必要がある。そこで、本研究における PIV 法の妥当性を検証するために、同一実験条件場における LDA 計測値との比較検討を行った。図-2.31 および図-2.32 は、Case-H33 における水層内の平均主流速  $U$  および乱れ強度  $u', v'$ 、レイノルズ応力  $-\overline{uv}$  に関する LDA による計測値と PIV による計測値を比較したものである。図面中で  $z/h$  は水路底面からの無次元化座標、 $u_0$  はストークスドリフト流速を示し、 $u'$  は 2.0 だけ横軸を平行移動して図示した。両図より、本 PIV 計測は平均値および乱れにおいて LDA と同程度の精度であることがわかる。また、主流速分布を観察すると、界面以外では戻り流れ ( $U < 0$ ) が存在することがわかる。一方、乱れ強度は杉原ら<sup>41)</sup>と比較して大きな値を有しているが、これは波の変動に起因する流速変動を含むからと考えられる。

### (2) 瞬間的流れ構造

図-2.33 は Case-H33 における PIV 画像を解析して得られた、瞬間流速ベクトル、それに対応する渦度コンター及び瞬間レイノルズ応力コンターの時系列である。ただし、時系列の基準時間を  $t_s$  sec、時間間隔は 1/30sec である。渦度は時計回りを正とし、 $u_0$  及び有義波高  $H_s$  で、瞬間レイノルズ応力は  $u_0^2$  で無次元化している。同図より、本 PIV 解析は光の乱反射によるエラーベクトルが存在する界面極近

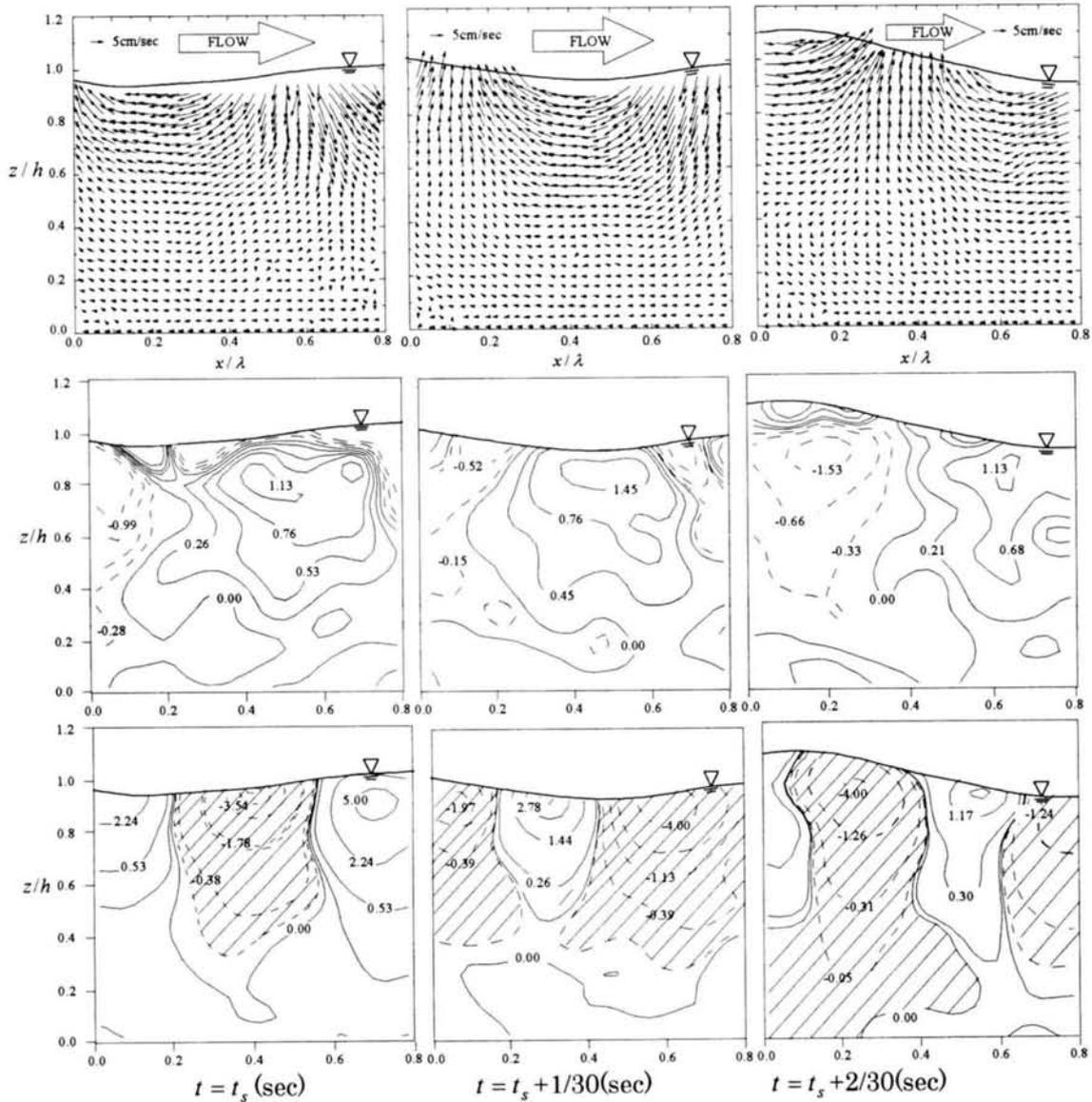


図-2.33 風波乱流場における瞬間構造 (上から, 流速ベクトル図, 瞬間渦度コンター図および瞬間レイノルズ応力コンター図)

傍を除いて的確に流速ベクトルを算定している様子が伺える。また、渦度コンター及び瞬間レイノルズ応力を観察すると、渦度は界面近傍で吹送流により図面上で左から右へと移流され、瞬間レイノルズ応力は界面近傍で比較的大きな値を有することがわかる。また、風波の位相によりレイノルズ応力の正負が規則的に交代している様子も観察される<sup>49)</sup>。

### (3) 位相平均特性

位相平均手法の理論的論拠は、Hussain & Reynolds (1970)<sup>17)</sup>の研究にある。彼らは水層の瞬間物理量  $\tilde{f}(t)$  は以下のように3成分に分離できると仮定した。

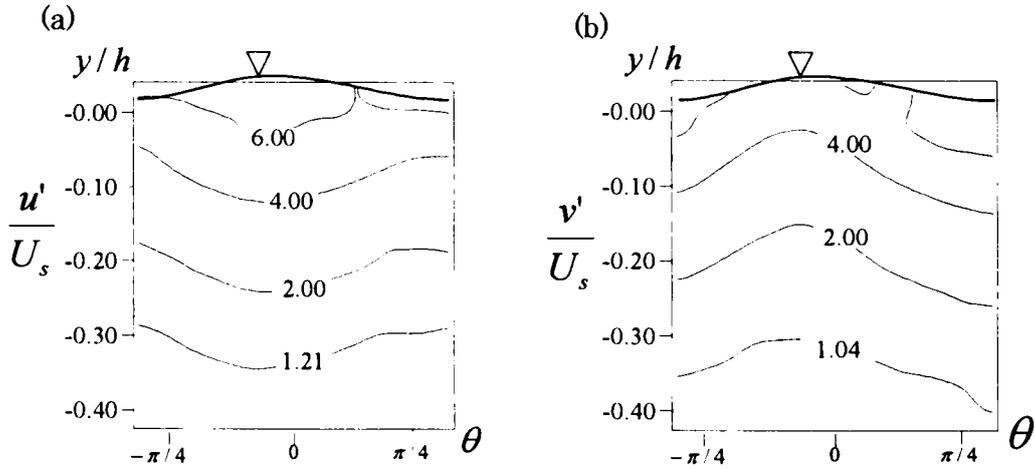


図-2.34 PIV法計測によって得られた位相毎の乱れ強度のコンター  
(a:  $u'/U_s$  および b:  $v'/U_s$ , ただし,  $0 \leq \theta < 2\pi$  であり,  $\theta=0$  を波のクレストとする)

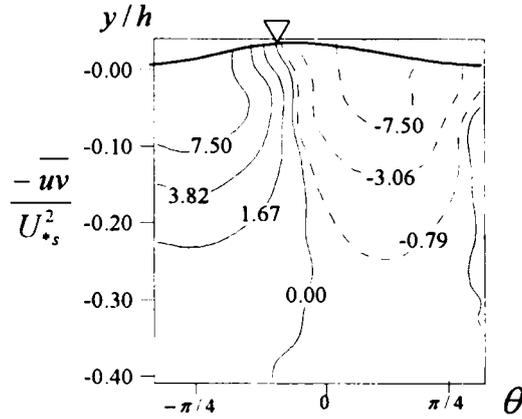


図-2.35 PIV法計測によって得られた位相毎のレイノルズ応力  $-uv/U_s^2$  のコンター

$$\tilde{f}(t) = F + \langle f(\tau) \rangle + f(t) \quad (2.34)$$

ここで,  $F(\equiv \overline{\tilde{f}})$ ,  $\langle f(\tau) \rangle$ ,  $f(t)$  はそれぞれ時間平均, 波に誘発される成分, 乱れ成分である. Benilov *et al.*(1974)<sup>18)</sup> は風波乱流場における準周期成分  $\langle f \rangle$  を抽出するために位相平均を以下のように定義した.

$$f_\tau \equiv \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=0}^N \tilde{f}(\tau + nT_p) = F + \langle f(\tau) \rangle \quad (2.35)$$

ここで,  $T_p$  は卓越波の周期であり,  $\tau$  は位相遅れである. 位相平均  $f_\tau$  は平均値  $F$  と周期成分  $\langle f \rangle$  の和である. よって, 変動乱れ成分が以下のように抽出される.

$$f(t) = \tilde{f}(t) - f_\tau \quad (2.36)$$

本研究では, この位相平均手法を用いて Case-H33 における PIV データから式(2.36)を使って乱れ成分を分離した. なお, 本実験では集合平均の回数は,  $N=500$  とした. デジタルカメラによる界面の可

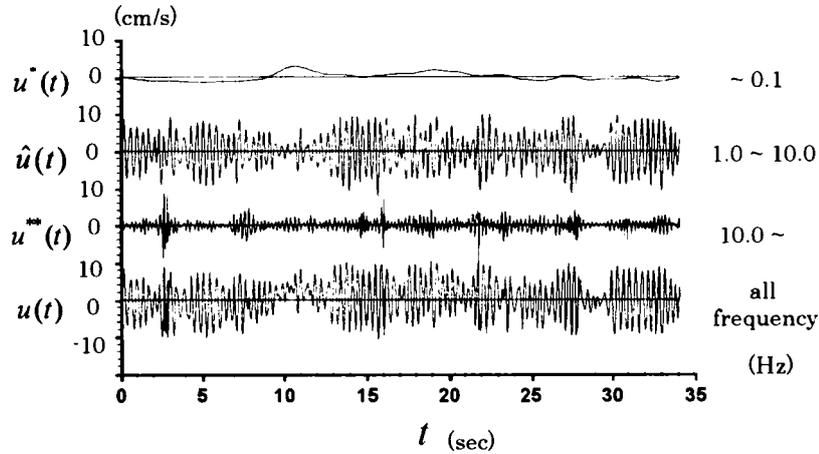


図-2.36 ウェーブレット解析による流速変動  $u$  の周波数分離

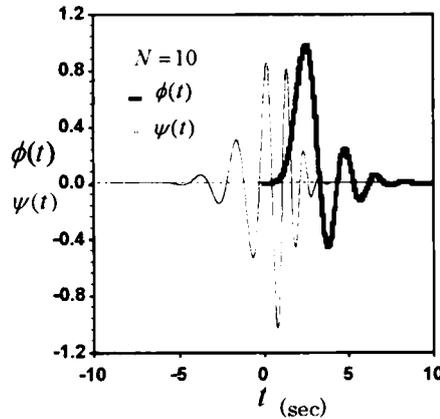


図-2.37 Daubechies ウェーブレットのスケーリング関数とマザーウェーブレット関数

視化や目視により、このケースにおける風波は2次元的な重力波と判断された。よって、卓越周波数  $f_p$  を有する波動はほぼ同一の波形をしており、位相平均手法が適用できる。流速成分を分離する手法は数多く提案されているが、本研究では Plate & Friedrich (1984)<sup>60)</sup> が用いた簡易的な手法（卓越周波数を有する波のみ計測する手法）を適用した。つまり、通常位相平均手法は造波装置などによる規則波に対して適用される手法であるが、本研究では流速パワースペクトルにおいて卓越周波数周辺のエネルギーが卓越している条件下でこの手法を用いることができると仮定した。図-2.34～35は、式(2.36)より計算した Case-H43 での乱れ強度  $u'/U_{*s}$ ,  $v'/U_{*s}$  およびレイノルズ応力  $-\overline{uv}/U_{*s}^2$  のコンターを示す。同図より、界面に近づくにつれて乱れは増加する様子がわかる。すなわち、開水路流れと異なり、鉛直方向乱れ成分  $v'$  は界面近傍まで減衰しない点が注目される。一方、レイノルズ応力はクレスト風上側で大きな正値を、クレスト風下側で大きな負値をとることわかる。これは、波動成分により界面近傍で活発な運動量輸送が行われている証拠と考えられる。

## 2. 4. 8 水層内大規模渦特性解析

Toba and Kawamura(1996)<sup>40)</sup>のアイデアによる局所平衡下の風波の相似則に基づくと、風波場における水層乱流構造は波と結合した特別な乱流境界層(DBBL, 有義波高の5~7倍のオーダー)において、卓越周波数よりも低周波のバースト構造に支配されていると論じている。また、Komoriら(1993)<sup>39)</sup>および中山・瀬津(2000)<sup>49)</sup>によれば、水層における組織構造は空気層における組織構造に誘発されていることが指摘されている。一方、先に示した流速変動パワースペクトル $\hat{S}_u(f)$ を観察すると、卓越周波数 $f_p$ 周辺の流速変動パワーは大きく、水面波の変動が界面近傍のスカラー輸送を担う乱流構造を支配する要因のひとつとして考えられる。そこで、本節では既往研究で指摘されている比較的大規模なバースト構造をより明白に解明するために、画像可視化による定性的観察と、PIV法より算定された流速変動時系列の時間周波数解析による定量的観察を併用して、組織構造の解析を試みた。

風波場における水層流速変動に対する波の影響を解析する手法には、現在まで主にThaisら(1996)<sup>26)</sup>の準解析的手法(TDM, Triple Decomposition Method)およびBenilovら(1974)<sup>18)</sup>のスペクトル解析手法(LFT, Linear Filtering Technique)が提案されており、これらの手法を風波場に適用した研究例は数多く挙げられる<sup>16)</sup>。Thaisらの手法はDean(1965)の流れ関数法<sup>15)</sup>を風波場に初めて応用したもので、流速変動と水面変動の同時計測を行うことで、以下のように流速変動を分解している。

$$\tilde{u}(t) = \bar{u} + u_p(t) + u_r(t) + u'(t) \quad (2.37)$$

ただし、 $\bar{u}$ は吹送流速、 $u_p(t)$ は波のpotential成分、 $u_r(t)$ はrotational成分、そして $u'(t)$ はランダムな変動を示す。本研究では、 $\bar{u}$ は平均流速 $U$ に、 $u_p(t) + u_r(t)$ は波の軌道流速 $\hat{u}$ に対応するものと考え

られる。なお、 $u_p(t)$ の算定には計測値と解析的予測値の残差を最小にする方法で評価し、また $u_r(t)$ の算定にはBenilovらのスペクトル解析の考えを援用する。また、スペクトル解析手法では波による変動強度は算定されるが、変動時系列は算定されない。一方、本研究では組織構造検出の定量的解析を行うために、Daubechiesのwavelet filter<sup>59)</sup>(図-2.36, 補遺A参照)による時間周波数解析を行っている。Daubechiesのwavelet filterによって、変動流速は以下のように分解される。

$$u(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \langle \phi_m | u \rangle \phi_m(t) + \sum_{j=-\infty}^{-1} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \langle \psi_j | u \rangle \psi_j(t) \quad (2.38)$$

ここで、 $\phi_j, \psi_j$  ( $i, j$ は整数、 $m$ は計測時間 $T$ に依存する整数で、 $m = \text{int}(\log_2 T)$ )はそれぞれ2のべき乗に離散化されたスケーリング関数及びマザーウェーブレット関数である。式(2.38)で第1項が最低周波成分、第2項が周波数帯に分離された変動流速の総和を示す。図-2.37は図-2.21における流速変動を上記フィルタを用いたウェーブレット解析によって分解した結果である。ただし、流速変動 $u(t)$  (all frequency)は線形に以下のように分離した。

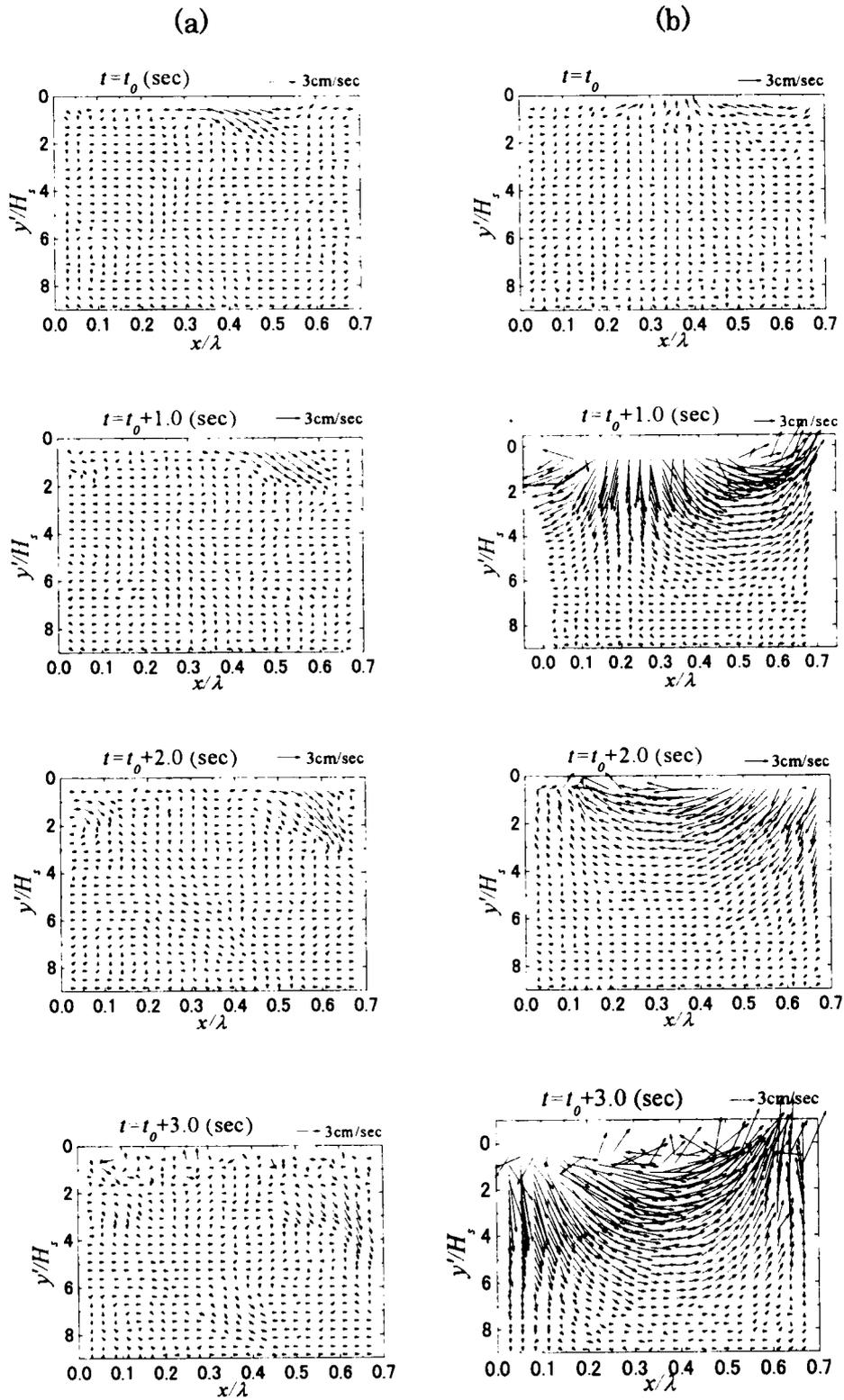


図-2.38 ウェーブレット変換によるベクトル成分の分離 (a: 低周波成分, b: 波動成分)

$$u(t) = u^*(t) + \hat{u}(t) + u^{**}(t) \quad (2.39)$$

ここで、 $u^*(t)$ 、 $\hat{u}(t)$ 、 $u^{**}(t)$ はそれぞれ概算で3つの周波数帯（領域 1.0~10.0(Hz), ③高周波領域 10.0 ~  $f_{\max}$  (Hz)) に分離された変動流速である。図-2.36 より、卓越周波数近傍の変動が流速変動の大部分を占めていることがわかる。また、これは先に示したスペクトル解析の結果と一致している。さらに、風波の卓越周波数近傍の流速変動は非定常性が非常に強く、かつ比較的振幅の大きな位相の異なる波動が重なっていることもわかる。これは風波が非線形性を有することを示唆しており、バースト構造の解析上、こういった波動成分の非定常性もしくは非線形性を十分に考慮する必要があることを示唆している。

図-2.38はCase-H33( $U_{a,\max}=6.67\text{m/s}$ ,  $h=12\text{cm}$ )でのPIV計測において、PIV画像を目視した際に、界面直下にて周囲の流体と比較して相対的に急激な下降流が観察された領域のベクトル図を示した。ここで、図-2.38(a)は流速変動成分中の低周波成分から算定されたベクトル図を示し、図-2.38(b)は波動成分から算定したものである。図中、流れは左から右であり、 $t_0$ は基準時間である。図-2.38(a)より、点( $x/\lambda=0.6$ ,  $y/H_s=2.0$ , ただし、 $\lambda$ は卓越波の波長)付近では弱い下降流が観察される。一方、波動成分は時空間に対して周期的な変動を示している。図-2.39には図-2.38の領域からの代表点において、ウェーブレットフィルタを作用させた時の低周波流速変動 $u^*(t)$ 、 $v^*(t)$ およびその相関値 $u^*v^*(t)$ の時系列を鉛直方向に各々5だけずらして示したものである。図-2.39より、時刻 $t=10\text{sec}$ 近傍で負の大きな相関値が観察される。また、この時刻においては目視によって下降流が観察されていた。この結果から、下降流が観察された際には低周波バースト変動( $u^*(t)>0$ ,  $v^*(t)<0$ )が存在することがわかった。このときレイノルズ応力 $-\overline{u^*v^*}$ は大きな正值をとることもわかる。

一方、PIV法によってこの下降流の速度は数cm/sオーダーで界面摩擦速度 $U_{*a}$ の10分の1程度で、到達深度はばらつきがあるが概数で波高の数倍程度であった。また、本研究で観察されたバースト構造の発生頻度は20秒~30秒に一度程度のものであった。これらの結果は風波直下の組織構造に関する杉原らの既往の研究と一致し、低周波変動のレイノルズ応力 $-\overline{u^*v^*}$ は正值を有し、界面近傍での通常のレイノルズ応力 $-\overline{uv}$ が負値となる原因が波動によるものと指摘できる。

次に、図-2.40には上述のバーストが観察された際の変動流速 $u(t)$ 、 $v(t)$ およびストークスドリフト流速で正規化した相関値 $uv(t)/u_0^2$ の時系列を示した。同図より、図-2.38にてバースト現象が観察された時刻 $t_0$ 近傍では、変動流速相関値 $uv(t)/u_0^2$ は比較的小さいことがわかる。よって、風波直下の低周波バースト構造が運動量輸送には相対的にあまり寄与しないことがわかる。界面からの瞬間的な運動量輸送においては卓越波近傍の波動成分が支配的であるが、その一方で上下方向の時間平均的な質量輸送においては低周波変動も効果的な働きがあることを示唆している。また、低周波成分が大きな値を

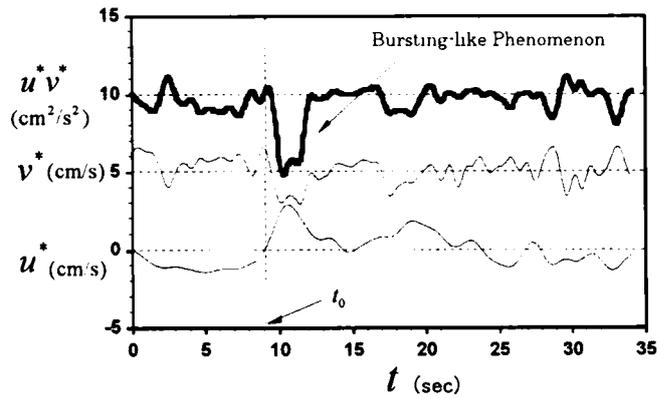


図-2.39 バースト発生時における低周波変動流速成分

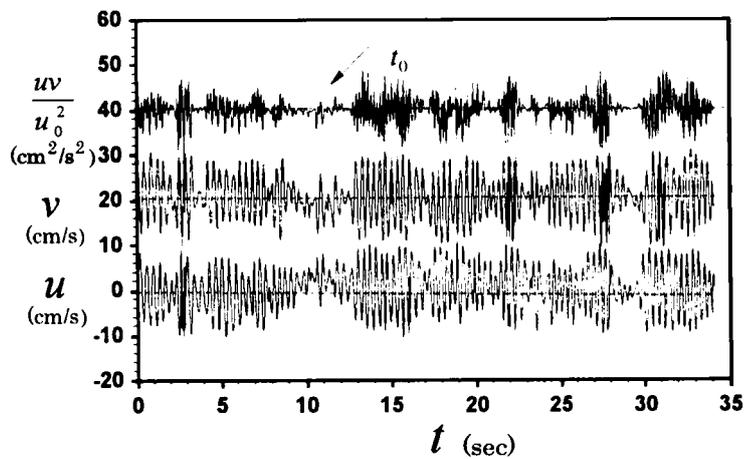


図-2.40 バースト発生時における乱れ変動流速成分

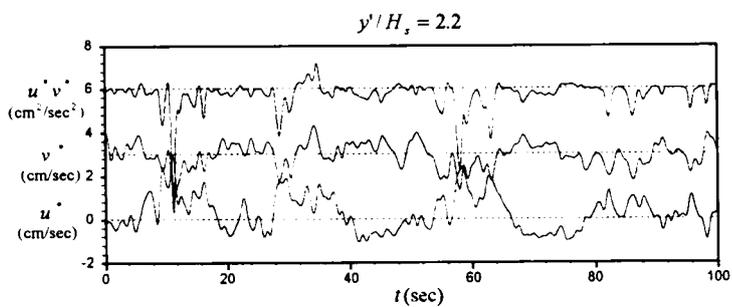
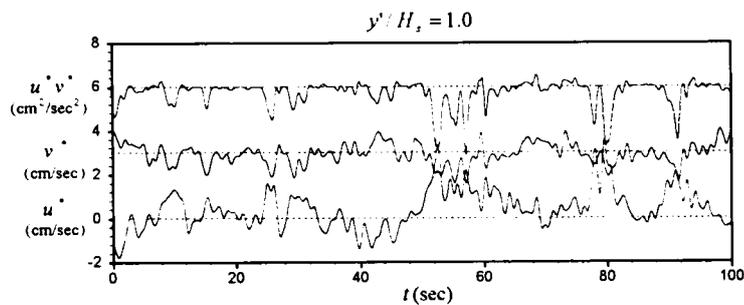


図-2.41 バースト発生時における乱れ変動流速成分(H32)

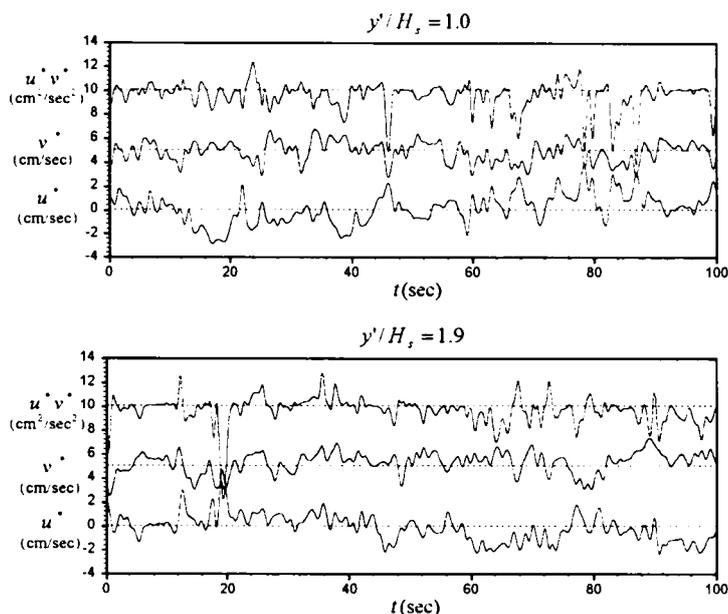


図-2.42 バースト発生時における乱れ変動流速成分(H33)

示す時には卓越波周波数成分（波動成分）は小さくなることも観察できる。つまり、バースト構造が観察されるときには、波の運動が比較的弱まっており、界面が一種の弱い壁<sup>61)</sup>として働くことで界面近傍流体が鉛直上向きの運動が抑制され、その結果、下向きのせん断バーストが引き起こされるものと推察される。

図-2.41および図-2.42にはCase-H32( $U_{a,max}=4.31\text{m/s}$ ,  $h=12\text{cm}$ )およびCase-H33( $U_{a,max}=6.67\text{m/s}$ ,  $h=12\text{cm}$ )における界面近傍での乱れ変動の低周波成分の時系列を示した。図より各ケースともに風波乱流場の卓越波周期よりも大きな周期で低周波バースト運動が観察され、このような低周波バースト現象は普遍的に観察されるものと考えられる。

図-2.43にはCase-H33における界面近傍点における流速変動成分( $u, v$ )を低周波成分 $f^*$ と卓越波周辺成分 $\hat{f}$ に関して4象限区分して示した。同図より、 $u$ と $v$ の積は卓越波周辺成分 $\hat{f}$ の方が大きいことがわかる。また、低周波成分 $f^*$ では第2象限と第4象限が卓越しているが、 $\hat{f}$ では総時間内でほぼ均等であり等方的に分布している。よって、低周波成分による運動量輸送は下方に卓越し( $u^* > 0, v^* < 0$ )、波動成分による運動量輸送には卓越性や偏りがほとんど存在しないことがわかる。一方、図-2.44には界面近傍( $y=h-z$ ,  $\delta_w$ はレイノルズ応力がゼロ値となる界面からの位置)における流下方向及び鉛直方向のスキューネス $S_u, S_v$ (ただし、 $S_u \equiv \overline{u^3}/u^3$ )とフラットネス $F_u, F_v$ ( $F_u \equiv \overline{u^4}/u^4$ )を卓越波成分と低周波成分に分離して示した。同図より、界面近傍で卓越波に比べて低周波成分は歪度が観察され、特に鉛直方向成分は負値への偏りが観察される。また、低周波の $F_v$ はガウス分布を

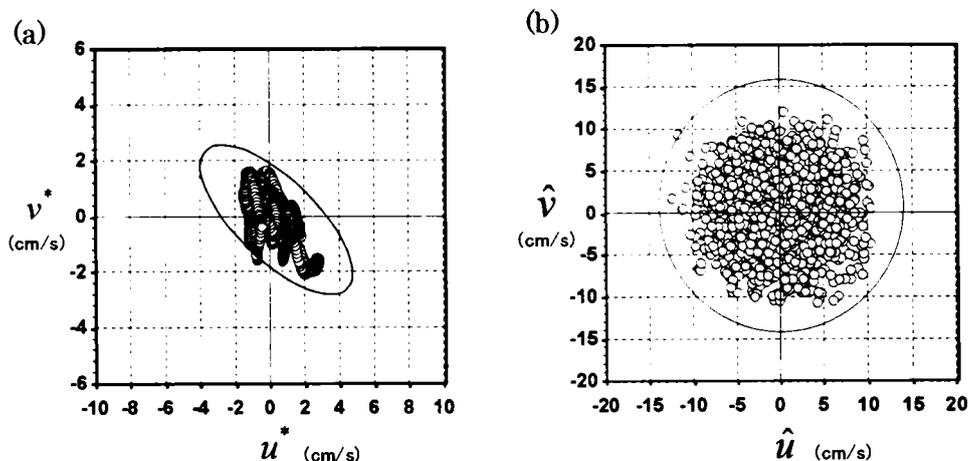


図-2.43 各周波数帯流速変動成分の4象限に対する寄与 (a:低周波成分, b:波動成分)

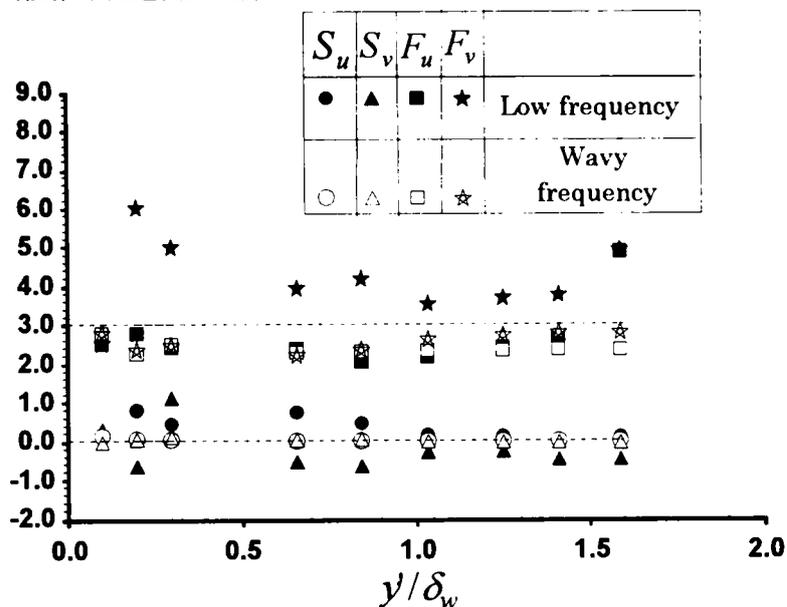


図-2.44 界面近傍のスキューネスとフラットネス (低周波成分と波動成分の比較)

表すライン ( $F=3.0$ ) より大きい。これは、低周波成分  $f^*$  が界面近傍で瞬間的な流体運動によって、組織的に界面下方へと運動していることを示しているものと考えられる。

### 2. 4. 9 2次流の影響の検討

本章で扱っている閉鎖領域場 (タンク場) における風波現象の解明は既往の研究で精力的に行われてきたが、タンク内の戻り流れ (逆流) が乱流現象に及ぼす影響について明確にする必要がある<sup>62)</sup>。特に、ここでは、本節で解明された低周波バースト構造に対するタンク内の戻り流れおよびタンク固

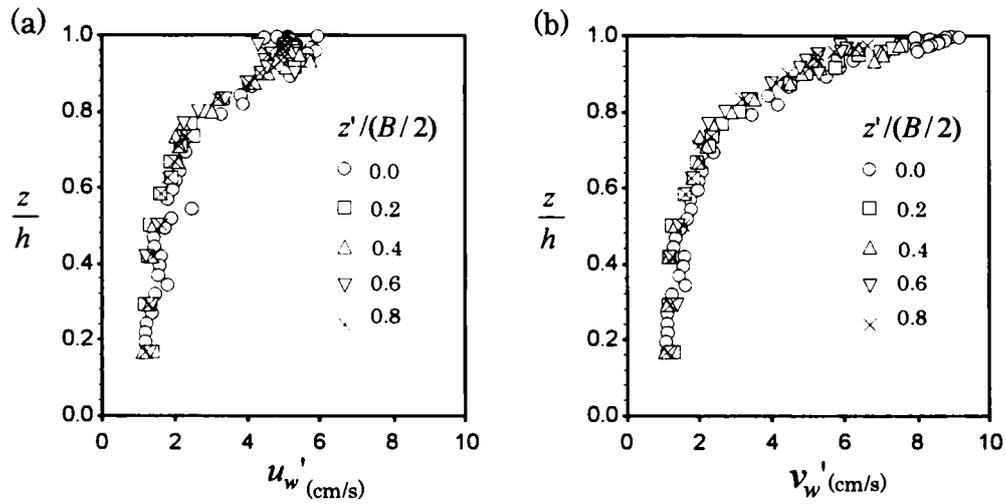


図-2.45 乱れ変動強度（横断方向における相違）

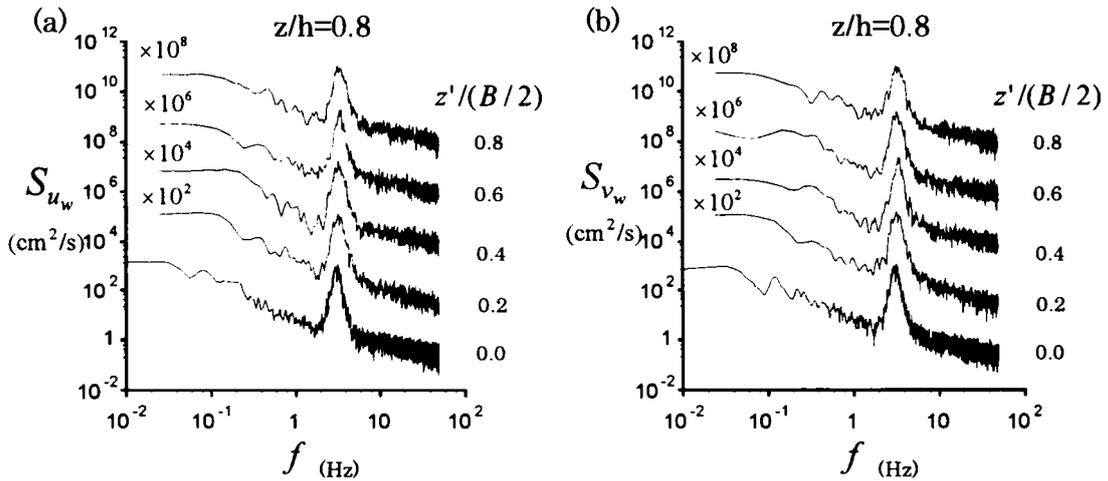


図-2.46 流速変動の周波数パワースペクトル  
（各々のデータは100ずつ上方へ平行移動している）

有の2次流の影響を考察する。図-2.45(a),(b)にはCase-H33での横断方向（ $z'$ 方向）の鉛直5断面における乱れ強度分布を図示した。また、図-2.46(a),(b)には界面近傍( $z/h = 0.8$ )での横断方向5断面におけるパワースペクトルを図示した。両図より、横断方向には乱れ統計量の変化はないことがわかる。一方、図-2.47には、横断面内でLDAを2台同時計測することによって得られた、横断面内における低周波変動流速成分間の相関係数 $C_{uu}^*$ および $C_{vv}^*$ を図示した。図中、 $C_{uu}^*$ は次式を指す。

$$C_{uu}^* = \frac{\overline{u^*(z, z', t) u^*(z + \Delta z, z' + \Delta z', t + \Delta \tau)}}{\overline{u^*(z, z') u^*(z + \Delta z, z' + \Delta z')}} \quad (35)$$

ここで、 $\Delta z$ および $\Delta z'$ は2台のLDA間の距離を示し、 $\Delta \tau$ は遅れ時間を示す。同図より、横断面内での相関値は界面近傍を除いて比較的小さく、低周波バースト構造への影響はほぼないと考えられる。

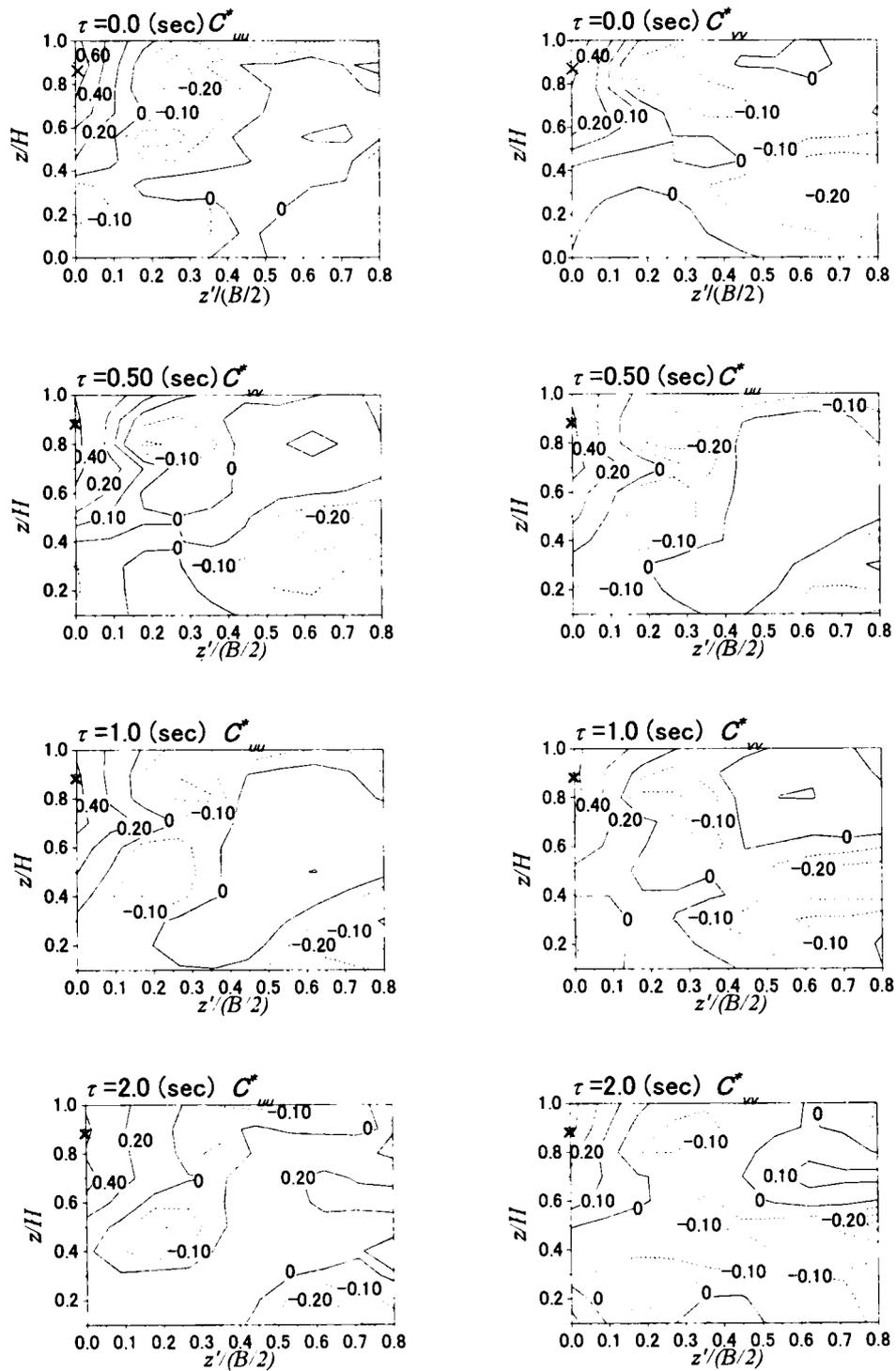


図-2.47 横断面内における低周波変動流速成分間の相関係数 (図中  $\tau = \Delta\tau$  は遅れ時間)

## 2. 5 結語

本章では静止水面上に風応力が働く風波乱流場の界面乱流特性スケールと大規模渦運動について考察して、水面波が発生するせん断乱流場の乱流構造について実験的に解明を試みた。以下に本章で得られた知見を示す。

- 1) 水層・空気層ともに風波発達時には界面よりほぼ粗面对数則が成立した。しかし、水層においてはその適用が必ずしも妥当でない。また、水・空気層における運動量は風応力の強度に依存し、界面が滑面状態ではほぼ完全に輸送され、粗面状態では10%程度未満は波の運動量となることがわかった。
- 2) 風波の水層乱流構造は界面摩擦速度、水面変動強度に基づく粗度レイノルズ数で記述できる。また、明瞭な風波発生時には水層における乱流構造は、Tobaらの有義波高やストークスドリフトによる記述が可能である。これは流速のパワースペクトルの低周波帯に相似構造が存在するためである。
- 3) Wavelet解析を併用したPIV可視化計測の結果、風波直下では表面更新を及ぼすと考えられる低周波の下降流（第4象限）が観察された。しかし、全体の運動量輸送に及ぼす影響は比較的小さく、界面拡散層における表面更新渦との関連性は明確ではなく、今後詳細に検討する必要がある。
- 4) 風波は非線形の強い現象である。波形および流速場は有限振幅波によりほぼ記述できる。しかし、風波においては界面近傍で高渦度領域が存在し、流速成分間の位相のずれによる運動量輸送が存在する。つまり、波の効果を完全に無視することはできない。これは波と水流との相互作用によって乱れが発生するためと考えられる。

## 参考文献

- 1) Phillips, O. M. (1957): On the generation of waves by turbulent wind, *J. Fluid Mech.*, Vol.2, pp.417-445.
- 2) Miles, J. W. (1957): On the generation of surface waves by shear flows, *J. Fluid Mech.*, Vol.3, pp.185-204.
- 3) Shemdin, O. H. (1972): Wind-generated current and phase speed of wind waves, *J. Physical Ocean.*, No.2, pp.411-419.
- 4) Wu, J. (1975): Wind-induced drift currents, *J. Fluid Mech.*, Vol.68, pp.49-70.
- 5) Longuet-Higgins, M. S. (1957): Mass transport in water waves, *Phil. Trans. Roy. Soc.*, A245 pp.535-581.
- 6) Wu, J. (1969): Wind stress and surface roughness at air-sea interface, *J. Geophys. Res.*, Vol.74, No.2, pp.444-455.
- 7) Schlichting, H. (1968): *Boundary Layer Theory*. McGraw-Hill.
- 8) 加藤始(1975): 対数分布の吹送流に対する波速の計算, 土木学会論文報告集, 第239号, pp.37-46.
- 9) Wu, J. (1981): On critical roughness Reynolds number of the atmospheric surface layer, *J. Geophys. Res.*, Vol.86, No.C7, pp.6661-6665.
- 10) Kitaigorodskii, S. A. and Donelan, M.A. (1984): Wind-wave effects on gas transfer, *Gas Transfer at Air-Water Interface*, W. Brutsaert and G. H. Jirka (eds.), pp.147-170.
- 11) Mituyasu, H. (1985): A note on the momentum transfer from wind to waves, *J. Geophys. Res.*,

- Vol.90, No.C2, pp.3343-3345.
- 12) Mituyasu, H. and Kusaba, T. (1985): Wind waves and wind-generated turbulence in the water, *The Ocean Surface*, Y. Toba and H. Mituyasu (eds.), D. Reidel Pub., pp.389-394.
  - 13) 安田孝志・水谷夏樹・板野誠司・井坂健司・川越雄太・小野田武: 強風下に生成される水面バースト層とその乱流特性, 海岸工学論文集, 第47巻, pp.106-110.
  - 14) 安田孝志・水谷夏樹・板野誠司・井坂健司・西部義彦・小林智尚: 吹送流の発達と流速分布に及ぼす風波砕波の影響について, 海岸工学論文集, 第47巻, pp.441-445.
  - 15) Dean, R.G. (1965): Stream function representation of non linear ocean waves, *J. Geophys. Res.*, Vol.70, No.18, pp.4561-4572.
  - 16) Jiang, J.Y., Street, R. L. and Klotz, S. P. (1990): A study of wave-turbulence interaction by use of a nonlinear water wave decomposition technique, *J. Geophys. Res.*, Vol.95, No.C9, pp.16037-16054.
  - 17) Hussain, A.K.M.F. and Reynolds, W.C. (1970): The mechanism of an organized wave in turbulent shear flow, *J. Fluid Mech.*, Vol.41(2), pp.241-258.
  - 18) Benilov, A.Y., Kouznetsov, O.A. and Panin, G.N. (1974): On the analysis of wind wave-induced disturbances in the atmospheric turbulent surface layer, *Boundary Layer Meteo.*, Vol.6, pp.269-285.
  - 19) Chang, P. C., Plate, E. J. and Hidy, G. M. (1971): Turbulent air flow over the dominant component of wind-generated water waves, *J. Fluid Mech.*, Vol.47(1), pp.183-208.
  - 20) Yefimov, V. V. and Khristoforov, G. N. (1969): Some features of the velocity field in the layer of wind-driven swell, *Izv. Akad. Nauk. SSSR, Atmos. Ocean Phys.*, Vol.5, pp.569-602.
  - 21) Shonting, D. H. (1970): Observation of Reynolds stresses in wind waves. *Pure Appl. Geophys.*, Vol.81, pp.202-210.
  - 22) Kitaigorodskii, S. A., Donelan, M. A., Lumley, J. L. and Terray, E. A. (1983): Wave-turbulence interaction in the upper ocean, Part. II. Statistical characteristics of wave and turbulent components of the random velocity field in the marine surface layer, *J. Phys. Oceanogr.* Vol.13, pp.1988-1999.
  - 23) Howe, B. M., Chambers, A. J., Klotz, S. P., Cheung, T. K. and Street, R. L. (1982): Comparison of profiles and fluxes of heat and momentum above and below an air-water interface, *J. Heat Trans.*, Vol.104, pp.34-39.
  - 24) Cheung, T. K. and Street, R. L. (1988): The turbulent layer in the water at an air-water interface, *J. Fluid Mech.*, Vol.194, pp.133-151.
  - 25) Thais, L. and Magnaudet, J. (1995): A triple decomposition of the fluctuating motion below laboratory wind water waves *J. Geophys. Res.*, Vol.100, No.C1, pp.741-755.
  - 26) Thais, L. and Magnaudet, J. (1996): Turbulent structure beneath surface gravity waves sheared by the wind, *J. Fluid Mech.*, Vol.328, pp.313-344.
  - 27) 加藤始・大島直樹・信岡尚道: 画像流速計を用いた吹送流の鉛直分布に関する実験的研究, 海岸工学論文集, 第47巻, pp.241-245.
  - 28) Toba, Y. (1972): Local balance in the air-sea boundary processes, I. On the growth process of wind waves, *J. Oceanogr. Soc. Japan*, Vol.28, pp.109-120.
  - 29) Sverdrup, H. U. and W. H. Munk. (1947): Wind, sea and swell, Theory of relation for forecasting, *U.S. Navy Hydrogr. Office. Wash.. Pub. No.601*, pp.44.
  - 30) Toba, Y. (1988): Similarity laws of the wind wave and the coupling process of the air and water turbulent boundary layers, *Fluid Dyn. Res.*, Vol.2, pp.263-279.
  - 31) Wilson, B. (1965): Numerical prediction of ocean waves in the North Atlantic for December 1959, *Deut. Hydrogr. Zeit.*, Vol.18, pp.114-130.
  - 32) Kawamura, H. and Toba, Y. (1988): Ordered motion in the turbulent boundary layer over wind waves, *J. Fluid Mech.*, Vol.197, pp.105-138.
  - 33) Kawai, S. (1981): Visualization of airflow separation over wind-wave crests under moderate wind, *Boundary Layer Meteo.*, Vol.21, pp.93-104.
  - 34) Kawai, S. (1982): Structure of air flow separation over wind wave crests, *Boundary Layer Meteo.*, Vol.23, pp.503-521.

- 35) Okuda, K. (1982a): Internal flow structure of short wind waves, Part I. On the internal vorticity structure, *J. Oceanogr. Soc. Japan*, Vol.38, pp.28-42.
- 36) Okuda, K. (1982a): Internal flow structure of short wind waves, Part II. The streamline pattern, *J. Oceanogr. Soc. Japan*, Vol.38, pp.313-322.
- 37) Yoshikawa, I., Kawamura, H., Okuda, K. and Toba, Y. (1988): Turbulent structure in water under laboratory wind waves, *J. Oceanogr. Soc. Japan*, Vol.44, pp.143-156.
- 38) Ebuchi, H., Kawamura, H. and Toba, Y. (1993): Bursting phenomena in the turbulent boundary layer beneath the laboratory wind-wave surface, *Natural Physical Sources of Underwater Sound*, B. R. Kerman (ed.), pp.263-276.
- 39) Komori, S., Nagaosa, R. and Murakami, Y. (1993): Turbulence structure and mass transfer across a sheared air-water interface in wind-driven turbulence, *J. Fluid Mech.*, Vol.249, pp.161-183.
- 40) Toba, Y. and Kawamura, H. (1996): Wind-wave coupled downward-busting boundary layer (DBBL) beneath the sea surface, *J. Oceanogr.*, Vol.52, pp.409-419.
- 41) 杉原祐司, 高崎敦彦, 松永信博 (1999): 風波下における乱流境界層の構造, 海岸工学論文集, 第46巻, pp.96-100.
- 42) Osborn, T., Farmer, D. M., Vagle, S., Thorpe, S. A. and Cure, M. (1992): Measurements bubble plumes and turbulence from a submarine, *Atomos. Ocean*, Vol.30(3), pp.419-440.
- 43) Thorpe, S. A. (1992): Bubbles clouds and the dynamics of the upper ocean, *Quart. J. Roy. Meteo. Soc.*, Vol.118, No.503, pp.1-22.
- 44) 吉岡洋, 芦沢重厚, 高山知司 (1998): 超音波による海面境界層の観測 (風波砕波による気泡の取り込み), 海岸工学論文集, 第45巻, pp.71-75.
- 45) Donelan, M. A. and Wanninkhof, R (2002): Gas transfer at water surfaces – Concepts and Issues, *Gas Transfer at Water Surfaces*, Donelan *et al.* (eds.), American Geophys. Union.
- 46) 光易恒・草場忠夫 (1988): 大気海洋間の運動量交換(2), 九州大学応力研究所報, 第66号, pp.21-35.
- 47) Longuet-Higgins, M. S. (1952): On the statistical distribution of sea waves, *J. Marine Res.*, XI, pp.245-265.
- 48) 磯部雅彦 (1985): 有限振幅波の諸理論と適用範囲, 第21回水工学に関する夏期研修会講義集 B, pp.B-1~B-25.
- 49) 禰津家久・中山忠暢 (2000): 風波発生下における空気層及び水層における瞬間構造に関する研究, 水工学論文集, 第44巻, pp.897-902.
- 50) Nezu, I. and Nakagawa, H. (1993): Turbulence in Open-Channel Flows, IAHR-Monograph, Balkema.
- 51) Chu, C.R. (1993): Experiments on gas transfer and turbulence structure in free surface flows with combined wind/bottom shear, *Ph.D Thesis presented to Cornell University*.
- 52) Nakayama (2000): Turbulence and coherent structures across air-water interface and relationship with gas transfer, *Ph.D Thesis presented to Kyoto University*.
- 53) O'Connor, D. J. (1983): Wind effects on gas-liquid transfer coefficients, *J. Environ. Eng.*, ASCE, Vol. 109, No.3, pp.731-752.
- 54) 禰津家久, 中山忠暢, 井上理恵 (1999): 風波発生下における水・空気界面での乱流構造に関する研究, 水工学論文集, Vol.43, pp.413-418.
- 55) Hidy, G. M. and Plate, E. J. (1966): Wind action on water standing in a laboratory channel, *J. Fluid Mech.*, Vol.26, pp.651-687.
- 56) Longuet-Higgins, M.S. and Stewart, R. W. (1961): The changes in amplitude of short gravity waves on long waves and tidal currents, *J. Fluid Mech.*, Vol.10, pp.529-549.
- 57) Mitsuyasu, H. and K. Rikiishi (1975): On the growth duration-limited wave spectra, *Rep. Res. Inst. Appl. Mech., Kyushu Univ.*, Vol.23, No.72, pp.31-60.
- 58) 鶴谷広一 (1987): 海域における乱れと物質輸送に与える風の効果に関する研究, 東京工業大学学位論文.
- 59) I. Daubechies (1992): Ten lectures on wavelets, SIAM, Philadelphia.
- 60) Plate, E.J. and Friedrich, R. (1984): Reaeration of open channel flow, *Gas Transfer at Air-Water Interface* (eds. W.Brutsaert and G.H.Jirka), pp.333-346.

## 第2章 風波乱流場における空気流と水流の相互作用および水層内大規模渦構造の特性

---

- 61) Rashidi, M. and Banerjee, S. (1990): Turbulent structure in free-stream channel flows, *Phys. Fluids A*, Vol.31, No.9, pp.1827-1838.
- 62) 小笠原敏紀・安田孝志 (2002): 吹送流の乱流構造と碎波によって生成される乱流成分について, 海岸工学論文集, 第49巻, pp.326-330.

## 第3章

# 水面上に風応力を伴う開水路乱流場における 組織乱流構造と水・空気間気体輸送特性

#### 3. 1 概説

緩やかな勾配を有する河川流では水面上の風の影響が無視できない場合がある。また、湖沼や海岸・海洋では界面近傍における風シアーによる界面近傍流体挙動への影響が水底面シアーよりも相対的に大きい場合が多いため、水域乱流場における風応力、吹送流およびそれに付随する波の相互作用に関して精力的に研究されている。たとえば、閉鎖性水域における吹送流は密度成層上層に擾乱を起し、水面を通しての熱の交換や水層内の流体混合を引き起こすことが知られ、水面上の風応力の効果について研究がなされている<sup>1),2),3)</sup>。一方、開水路流れにおける壁面(底面)乱流構造は精力的な既往研究により明らかにされ<sup>4),5)</sup>、流砂機構や河床抵抗則といった実用的な潤辺力学の解明に大いに寄与した。しかし、開水路流れを力学的に支配する境界条件には自由水面が存在し、界面乱流場に及ぼす特性に関して未解明な点が多い。近年、自由水面近傍の乱流構造に関して、実験および数値解析による研究が本格的になされはじめており<sup>6),7)</sup>、新たな界面水理学的問題として提起されている。

乱流場における組織渦運動は、実験室ならびに現地レベルで、水中での物質濃度などのスカラー量、運動量および熱エネルギーの輸送現象において非常に重要な役割を担っていることが以前から知られており<sup>8)</sup>、河川・湖沼・海岸海洋など実現象における乱流輸送現象の解明を目指した精力的な研究がなされてきた。特に、本研究と関連性のある平板せん断乱流境界層における組織渦に関する基礎研究は数多くなされ、解明手法についても、1)実験による組織渦の可視化手法、2)hot-filmなどの実験計器による組織構造の点計測手法、3)数値計算による可視化手法と幅広く検討されている。これら平板せん断乱流境界層における組織渦に関する現在までの知見はRobinson(1991)<sup>9)</sup>によって包括的にまとめられている。一般に、染料や気泡などを用いた可視化手法は定量的な評価に曖昧さが残るものの、現象の直感的な理解には有効であり、未知の現象を解明する際には初期において非常に有効と考えられる。また、計器を用いた点計測と条件付きサンプリング法を用いた解明手法には評価方法には恣意性があるが、組織的構造が乱流現象に及ぼす影響を定量的に解明する上で有効な方法であることが知られている。一方、数値計算手法は実現象を想定したレイノルズ数よりもはるかに小さく限られた範囲内で、壁面近傍の3次元組織渦構造の解明に寄与しており、実験的手法を相補することで今後の発展が期待されている。つまり、乱流場における組織渦運動の解明に際して、実験的手法は現在でも有効であり、特に本章で扱うような水流と空気流が混在する複雑かつ未解明な乱流現象に関しては多くの知見を与えるものと考えられる。

自由水面での乱流輸送現象に関して、水・空気を介しての気体輸送現象は地球環境問題と相まって現在最も興味深い研究課題の一つであると言える。地球温暖化問題を考える際には温室効果ガスの地球規模での循環過程を詳細に解明する必要があるが、現時点での地球規模での収支を試算すると、“漏れ(Missing sink)”が存在することが指摘されている。これは大気・海洋間の炭酸ガス輸送過程が未解明であることが要因であり、現在、現象の解明に向けて地球規模での現地観測・調査、室内実験および数値シミュレーションが世界規模で行われている。また、現象のモデル化に際しても、現地での海

洋上の10m風速と気体輸送速度の関連性といった単純な相関関係の枠組みだけではなく、流体力学的な観点で詳細に研究されるべきである。すなわち、水・空気界面での乱れ構造（組織渦構造）とガス輸送現象の関連性については詳細に検討する必要がある。さらに、地球規模での水環境に目を向けると、現在、河川や湖沼などの水域環境は我々を取り囲む身近な生態系に大きく関与し、注目されている。一般に、河川や湖沼などの陸水は地球上の水系の数%しか含まず、かつ海洋がその大半を占めることで、循環過程で無視されることが多い。しかし、河川や湖沼は流域単位で大規模な水循環の一端を担い、山地や大地が有する有機物・無機物などの栄養源を海洋へと運ぶ重要な輸送路であり、生態系の重要な生息・生育地であることを認識する必要があると思われる。また、河川・湖沼は人為的な操作による環境保護や環境創造が比較的可能な領域であるために、近年盛んに取り上げられている多自然型河川といった生態系保全に向けた水域施工法においては、自然の力を駆使した水質浄化方法を工学的な面から解明し、設計に活かすことも重要である。

本章では上記研究背景を踏まえて、実験的手法によって、開水路流れにおける底面シアーと水面に働く風による界面シアーが共存する乱流場（以下では「水・空気混成乱流場」とよぶ）の水層・空気層の乱れ構造と組織乱流渦の特性の解明を試みる。また、その知見に基づいて水・空気混成乱流場における界面乱れ特性と水・空気間のガス交換特性について検討を加える。

## 3. 2 水・空気2層流に関する既往研究及び本章の目的

### 3. 2. 1 水・空気2層流における乱流構造と組織渦構造に関する既往研究

水・空気2層流に関する研究は原子核工学，機械工学，化学工学などの分野で，原子炉や化学プラント等の各種工業装置の設計の際に必須であり，従来より精力的に現象解明がなされている。一般に，気液2層流においては流れ場の条件によって，気液2相の界面が時空間で複雑に変形（気泡流，スラッグ流，環状流，など）することが知られている。Hanratty & Egan (1957)<sup>10)</sup>は水・空気2層流を対象として両層でのレイノルズ数をパラメータとした場合の水面形状の変化特性について，滑面/2次元波/3次元波/巻き波/消散波の5種類に分類して，検討を行っている。Akai et al. (1977,1980)<sup>11),12)</sup>は上記の水面形状に関して，水面変動の自己相関関数の相違について検討を行った。また，水面波が発生している界面近傍での渦拡散が固定床上よりも大きいことから，界面近傍では運動量輸送が活発に行われていること，および波に起因するレイノルズ応力が空気層での最大風速地点の移動と関連していることを解析的に検討している。このような水・空気2層流の乱流構造を検討する場合，従来より水流及び空気流の流速分布の予測が主に行われてきた。空気流に関しては主に海洋学の分野で，風波に関して非粘性流を対象とした Miles (1957)<sup>13)</sup>の界面不安定性機構と実験値が一致しないことから

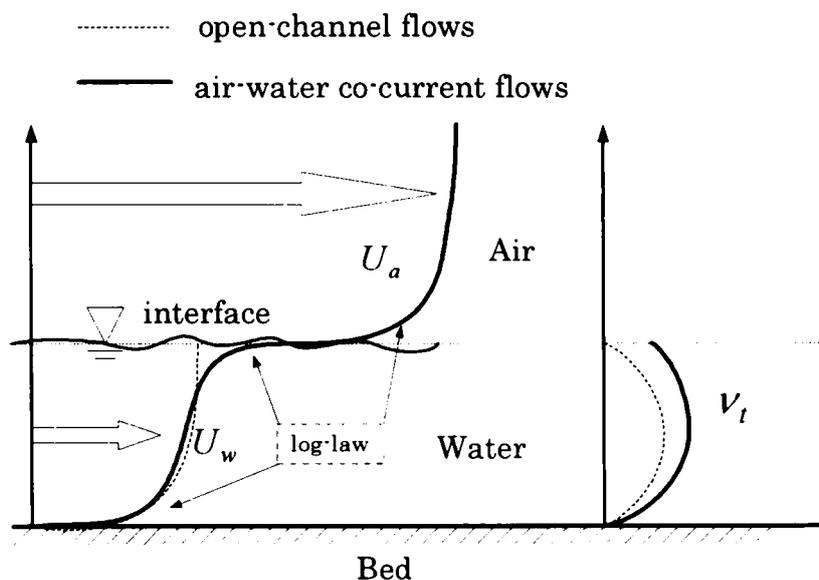


図-3.1 開水路流および水・空気2層順流 (Air-water co-current flow)における各層の平均流速分布 $U$ と水層の渦動粘性係数 $\nu_t$ の分布

粗度高さと風速分布の関連性に関する研究が数多く行われてきた。流速分布を決定する上では混合距離もしくは渦動粘性係数をいかにうまくモデル化するかが課題であり、Riley *et al.* (1982)<sup>14)</sup>は van Driest (1956)<sup>15)</sup>による滑面流れでの混合距離モデル、Rotta (1962)<sup>16)</sup>による粗面流れでのモデルとの比較を通して、風波上での混合距離モデルを提案している。一方、水流に関して Reid (1957)<sup>17)</sup>は開水路流れの水面上に風シアが働いた場合について、水中のせん断応力を直線分布と仮定して混合距離が水深方向に放物線になると仮定して、底面シア及び水面シアの比に応じた流速分布の式を導いている。しかしながら、未知の混合距離とせん断応力の分布を仮定して流速分布を導く場合、予測に妥当性を欠く可能性がある。これに対して、鶴谷(1987)<sup>18)</sup>は底面および水面からそれぞれ対数則分布が成立すると仮定して、境界条件および連続式の条件を用いて2つの対数則を連結した分布を導出し、実験値と比較的によく一致することを指摘している。さらに、Hughes & Duffey (1991)<sup>19)</sup>は無次元流速勾配の式を数値的に積分することによって、Reid (1957)<sup>17)</sup>の式を拡張した一般形を求め、底面シア及び水面シアの相対的な大きさ、および界面での渦動粘性の減衰度合いに応じた流速分布の比較を行っている (図-3.1 参照)。

乱れ強度分布に関しては、鶴谷(1987)<sup>18)</sup>は水面上に風が吹いている場合について底面から発達する乱れ強度と水面からの乱れ強度を線形的に加えることができるという仮定を用いて経験式を与え、実験値とよく一致することを指摘している。しかしながら、開水路流れの乱れ強度は指数関数で普遍的に表示できるものの、水面上に風応力が働くことによって、半水深での乱れ強度は風速の増加とともに減少し、非線形的な挙動を示すことが中山・禰津(2001)<sup>20)</sup>によって指摘されている。よって、鶴谷(1987)<sup>18)</sup>のような単純な普遍的表示は一般的に困難であると予想される。さらに、Fabre *et al.* (1984)<sup>21)</sup>

は2層流における2次流の存在, およびシアアの非線形性について実験的に検討を行っている. Banat (1992)<sup>22)</sup>はこれより, 水・空気2層流の水層中の下部ではブシネスク則を運動方程式に適用することが可能であるが, 界面近傍では適用不可であり, 2次流が界面近傍での過剰なエネルギーを水面下に輸送するのに重要な役割を果たしていることを指摘している. このように, 2層流では底面シアアおよび界面シアアのみ状態を線形的に加えることは一般に不可能であり, 両者の相互作用が発生することがきわめて重要であると考えられる.

水面上に風シアアを伴わない滑面開水路乱流場における底面および自由水面近傍の乱流構造や乱流統計量を考察する上で, Nakagawa & Nezu(1981)<sup>23)</sup>や Komori et al.(1989)<sup>24)</sup>の実験的研究成果は多くの知見を与えた. Nakagawa & Nezu(1981)<sup>23)</sup>は4象限半値しきい値法を用いた条件付きサンプリング手法により開水路底面組織乱流渦と自由水面近傍の表面更新渦(ボイル渦)の関連性について検討を行い, 底面で発生した組織渦(バースト)が自己組織化を伴って発達・移流し自由水面へと上昇することを解明した. Rashidi & Banerjee(1988, 1990)<sup>25), 26)</sup>は彼らの研究成果<sup>23), 24)</sup>をレビューし, 開水路乱流場および風シアアを伴う開水路乱流場に関して一連の可視化計測を行い, 流速勾配(shear rate)に起因する自由水面境界組織構造を説明するメカニズムを提案し, 表面更新渦が水・空気界面近傍で引き伸ばされて, 回転を伴って再び水中へ向かって降下することを論述した. また, Komori et al.(1989)<sup>24)</sup>はVITA法による条件付きサンプリングにより表面更新渦の発生周期について調べ, さらに二酸化炭素の吸収率と表面更新渦の関連性についても検討を加えている. さらに, 中山・禰津(1999)<sup>27)</sup>は自由水面における組織構造の時空間相関構造をフルード数( $Fr$ )の観点から考察を行い,  $Fr$ 数の相違による組織渦運動について論及している. 一方, 自由水面上に風応力が存在する吹送乱流場での組織渦運動に関する従来の研究ではおおまかに, 水面下の微細な乱流構造とその乱流輸送をせん断乱流理論に基づいて論じたKomori et al.(1993)<sup>28)</sup>やRashidi & Banerjee(1990)の研究<sup>26)</sup>と, 有義波高のようなマクロスケールを対象とした比較的大規模な乱流構造を指摘したToba & Kawamura(1996)<sup>29)</sup>の研究に大別できる. しかし, 対象とする組織渦のスケールが異なり, これらは吹送乱流場における異なったアプローチとも考えられ, 更なる検討が必要である.

#### 3. 2. 2 気液界面におけるガス交換現象に関する既往研究

従来, 流体間(気体-液体)の気体輸送は, 化学工学や機械工学におけるスカラー輸送問題として精力的に研究された. 化学工学では, 蒸留・吸収・液液抽出などは物質移動操作として極めて重要である. また, 原子核工学においては, 混相流体の乱流輸送過程を正確に見積もることが原子力エネルギーを安全に扱う上で非常に大切である. ガス交換に関する初期の研究では2種類の概念的モデル(補遺B参照)が提案された. 代表的なものは気液界面を薄い境膜での定常性モデルである「境膜モデル」と非定常性モデルである「浸透モデル」である. 近年では, これらの概念を流体中の乱流渦と関連づけ, 実用上のモデル構築を目指している.

(1) 概念モデル

Lewis & Whitman (1924)<sup>30)</sup>の「境膜モデル」では、気液境界層の両側にそれぞれ存在する非常に薄い静止境界膜を考え、この境界膜を通じてガスが分子拡散により移動するという2重境膜説(two-film theory)を考えた。一般に、一方の相が純粋物質の場合、例えば、純液体の蒸発には、界面の分圧はその温度における液体の蒸気圧、純ガスの吸収の場合には界面の濃度はその温度における飽和溶解度を用いればよいが、空気中のガスが水に溶ける場合には、簡単ではない。そこで、多くの場合は総括物質移動係数を用いることによって、移動物質フラックスを求める。ここでは、最も簡単な相平衡関係としてHenryの法則が成り立つものとする、結果として次式が得られる。

$$\frac{1}{K_g} = \frac{1}{1/k_g + H/k_l} \quad \text{and} \quad \frac{1}{K_l} = \frac{1}{1/k_g + 1/Hk_l} \quad (3.1)$$

ここで、 $k_l$ は液境膜物質移動係数、 $k_g$ は気相境膜物質移動係数、 $K_g$ は気相基準の総括物質移動係数、 $K_l$ は液相基準の総括物質移動係数である。総括の物質移動抵抗は、気相境膜と液相境膜の移動抵抗の和によって表現できるとする。現実的には、注目しているガスの性質により、溶解度(Henry定数 $H$ )が異なる。つまり、難溶性ガスの場合には $H$ が大きくなり、気相境膜抵抗が液相境膜に比べて無視できる。よって、水・空気での気液界面を介した難溶性ガスの輸送は液相(水層)の界面状態、つまり界面流体の挙動に依存することがわかる。

一方、Higbie(1935)<sup>31)</sup>は流体界面での物質移動は非定常現象として考え、物質移動は界面に新しい流体面が現れ、接触を開始した瞬間から分子拡散によって流体へと浸透するものと論じた。これを浸透説(Higbie理論, Penetration Model)と呼ぶ。拡散が気層から液相へと一方向のみに生じ、気液界面における接触時間が十分に短く、ガスの浸透深さが液層厚(水深)に比べて十分に小さいものとするれば、この物質移動過程は半無限に広がった静止液層への非定常拡散と考えることができる。基礎式にはFickの1次元非定常拡散方程式が適用でき、結果として次式を得る。

$$k_l = 2\sqrt{\frac{D_l}{t_c\pi}} \quad (3.2)$$

ここで、 $t_c$ は気液接触時間であり、 $D_l$ は気体の分子拡散係数である。

Dankwerts (1951)<sup>32)</sup>は浸透説を拡張して、2相が接触する界面は多数の流体エレメントから構成されており、それらは界面に現れている時間に関係なく、ある頻度をもって流体本体からの新しいエレメントにより絶えず更新されるものと考え、物質移動は流体エレメントが界面にとどまっている間に非定常の分子拡散によって行われるものと考えた。これを表面更新説(表面更新理論, Surface Renewal Theory)という。気液界面の単位接触面積のうち、単位時間あたりに平均的にランダムに $r$ の面積だけ更新されるものとする。また、局所的な瞬間物質移動フラックスを浸透説と同じく考え、液エレメントが界面に滞留している間の単位接触面積あたりの瞬間物質移動フラックスを考えることで、次式が

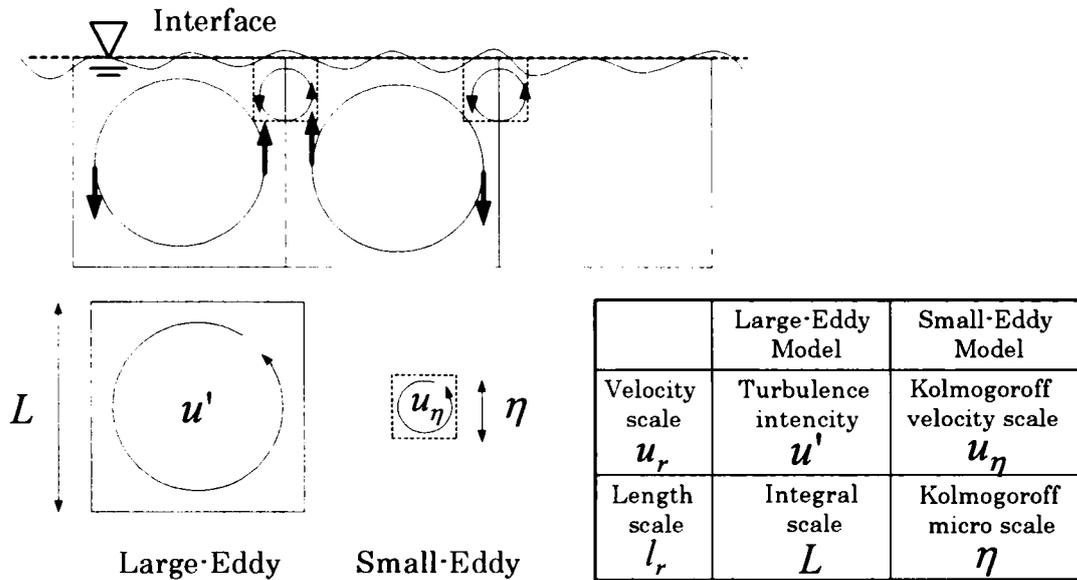


図-3.2 渦セルモデル(Roll Cell Model)とその代表スケールの模式図

得られる。

$$k_l = \sqrt{D_l r} \quad (3.3)$$

すなわち、表面更新説における液側物質移動係数 $k_l$ は分子拡散係数 $D_l$ の1/2乗に比例し、Higbieの浸透説の場合と一致する。ここで注意すべきことは、式(3.3)の $r$ は界面における液側エレメントの影響を受けることである。

## (2) 渦セルモデル(Roll Cell Model)

以上に示した概念的モデルは界面における境界層の存在を明確にしているが、計算項における液側境界層厚や表面更新周波数 $r$ については与えられた変数を用いて陽的に表現できない。すなわち、実際の流れ場における界面近傍での条件から求める必要がある。そのため、既往の気体輸送現象に関する研究では、現象のモデル化に際して振動格子乱流場を対象とした気体輸送の素過程に関する基礎研究が数多くなされている<sup>33),34),35)</sup>。一方、河川や海洋などの実際の流れ場を考慮する際には、界面近傍の流体力学的な知見に基づいた定量的な評価が必要となる。そこで、以下では河川を想定した開水路流れや、海洋や湖沼を想定した風波流れを対象とする際に、界面での流体運動を支配する最も重要な因子と考えられる界面乱流渦構造とそれに関係のある底面・界面境界でのせん断流に基づいた、代表的な流体力学的知見についてレビューする。O'Connor & Dobbins (1958)<sup>36)</sup>や Fortescue and Pearson (1967)<sup>37)</sup>は界面濃度境界層を大規模な複数セルで分割して表現する渦セルモデル(Roll Cell Model)を提案した。一方、Lamont and Scott (1970)<sup>38)</sup>は界面での乱れ減衰に着目して、表面更新に寄与する小規模の渦構造を提案した。彼らのモデルは表面更新理論に基づいて整理すると、以下のように2種類

のモデル(大規模渦モデルと小規模渦モデル)としてまとめることができる (図-3.2 参照).

$$\left. \begin{aligned} r &\propto \frac{u'}{L} \\ K_L^+ &= \frac{K_L}{u'} \propto Sc^{-1/2} Re^{-1/2} \end{aligned} \right\} \text{大規模渦モデル(Large Eddy Model)} \quad (3.4)$$

$$\left. \begin{aligned} r &\propto \frac{u_\eta}{\eta} = \frac{(\nu\varepsilon)^{1/4}}{(\nu^3/\varepsilon)^{1/4}} = \sqrt{\varepsilon\nu} \\ K_L^+ &= \frac{K_L}{u'} \propto Sc^{-1/2} Re^{-1/4} \end{aligned} \right\} \text{小規模渦モデル(Small Eddy Model)} \quad (3.5)$$

ここで,  $K_L$  は式(3.1)の  $K_2$  であり,  $\nu$  は水の動粘性係数,  $Sc \equiv \nu/D_l$  はシュミット数,  $u'$  は乱れ強度で大規模渦モデルの代表流速スケール,  $L$  は積分長さで代表長さスケール,  $u_\eta$  は小規模渦モデルの代表流速スケール,  $\eta$  は Kolmogoroff の逸散長さで小規模渦モデルの代表長さスケール,  $\varepsilon \propto u'^3/L$  は乱れ逸散率,  $Re \equiv Lu'/\nu$  は乱れレイノルズ数である.

図-3.3 には底面シア (水流) と界面シア (空気流) の有無による代表的な流れ場の分類を示した. 河川では溶存酸素濃度が河川における水質環境を支配するひとつの要因であり, 古くから酸素輸送速度 (河川工学や環境工学では「再曝気係数」とも呼ぶ. 気体輸送速度  $K_L$  を水深  $h$  で除したものを再曝気係数  $K_2 \equiv K_L/h$  と定義する) の測定が数多く行われてきた. Dobbins (1964)<sup>39)</sup> や Thackton & Krenkel(1969)<sup>40)</sup> は開水路流れにおいて表面更新モデルを適用する際に, 界面での表面張力と乱れエネルギーから, 更新渦の発生周波数とスケールを提案し, 再曝気係数  $K_2$  における  $Fr$  数の効果について論じている. Theofanous *et al.* (1976)<sup>41)</sup> は開水路流れにおいて, 乱流レイノルズ数  $R_{*w} \equiv U_{*w}h/\nu = 500$  ( $U_{*w}$  は底面摩擦速度) を遷移区間として,  $R_{*w} < 500$  で Large Eddy Model が,  $R_{*w} > 500$  で Small Eddy Model が成り立つと論じている. Gulliver & Halverson (1989)<sup>42)</sup> および Tamburrino & Gulliver (2002)<sup>43)</sup> は開水路流れにおける水深規模の組織渦および界面発散値と気体輸送係数との関連性について指摘している. 平山ら (1995)<sup>44)</sup> は現地観測および実験室規模の開水路流れでの酸素輸送速度を再整理し, 大規模渦モデルに基づく乱れ強度 1.25 乗モデルが妥当であるとの結論を得て, 河川における再曝気係数を提案した. しかし, 既往研究のデータは現地観測結果を含むため非常にばらつきが大きい. Moog & Jirka (1996)<sup>45)</sup> はこれまで提案された再曝気係数  $K_2$  を  $K_2 = CU^a S^b h^c$  ( $C$ : 定数,  $U$ : 断面平均流速,  $S$ : 河床勾配,  $a, b, c$  は係数)<sup>46)</sup> の形式で再整理し, 現在まで提案された経験式に含まれる誤差の原因が現地観測における Macro Roughness であると指摘した. また, Moog & Jirka (1999)<sup>47)</sup> は開水路滑面等流における再曝気係数を整理し, Small-eddy Model が成立すると指摘した.

風波流れでは, O'Connor(1983)<sup>48)</sup> が水・空気界面が滑面状態では境界膜モデルを, 粗面状態では表面更新モデルを適用して, 半理論的公式を導いている. 特に風波流れにおける気体輸送現象に関しては,

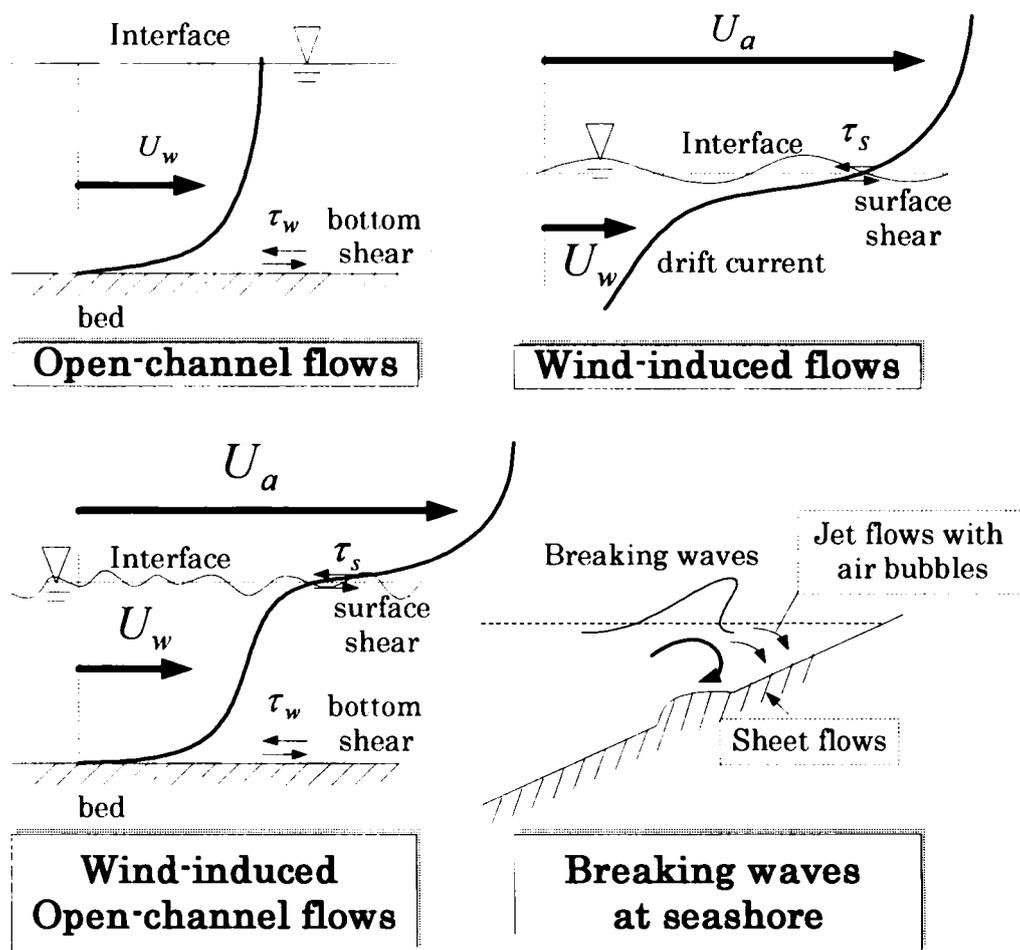


図-3.3 底面シアアと界面シアアによる流れ場の分類

全地球規模の炭素吸収問題との関連性から、海上 10m 高さ風速  $U_{10}$  と気体輸送の相関について欧米の海洋科学者を中心として議論がなされている<sup>49),50),51)</sup>。一方、Komori & Shimada(1989)<sup>52)</sup>や Komori *et al.*(1993)<sup>28)</sup>は上述のような風速  $U_{10}$  との単純な相関ではなく、局所的な流体挙動（水層の表面更新渦）の観点から気体輸送の解明を試み、風速や界面状態に依存した気体輸送機構を論じている。また、海水と淡水における気体輸送現象の相違についても重要な指摘をしている。風波流れに関連して、海岸海洋においては風波砕波現象による気泡の影響が気体輸送現象において重要となり、気泡を伴う流れ場における気体輸送現象も精力的に研究がなされている<sup>53),54)</sup>。界面での代表速度スケールは界面摩擦速度と考えられるが、代表長さには諸説（有義波高<sup>29)</sup>、波形勾配、水面変動強度<sup>55)</sup>など界面波の諸量や、テイラーのミクロスケール<sup>56)</sup>等）があり、ガス交換現象における乱れスケールは明確ではない。

開水路流れの上に風シアアを伴う混成乱流場においては、Eloubaidy & Plate (1972)<sup>57)</sup>や Mattingly (1977)<sup>58)</sup>は開水路流れにおける気体輸送特性を踏まえて、フェッチに依存した定性的なガス交換特性について論じている。Jirka & Brutsaert (1984)<sup>59)</sup>は底面と風シアアのどちらが支配的要因になってい

るかを逸散率を用いて評価した。しかし、界面近傍における逸散率算定に際しては、通常、凍結乱流の仮定を用いるため、逸散率の値を精度よく求めることは困難である。Cerco (1989)<sup>60)</sup>は汽水域における気体輸送特性を底面シアーと界面シアーの両面から考察し、O'Connor & Dobbins (1958)<sup>36)</sup>およびO'Connor(1983)<sup>48)</sup>の知見を考慮して、両シアー共存下の気体輸送特性を定性的に論じている。Chu (1993)<sup>61)</sup>はJirka & Brutsaert (1984)<sup>32)</sup>の知見を基にして、水面近傍での逸散率比 $\varepsilon_s / \varepsilon_b$  ( $\varepsilon_s$ は風シアーによる水面近傍の逸散率、 $\varepsilon_b$ は底面シアーによる水面近傍の逸散率)と $K_L / K_{Lb}$  ( $K_{Lb}$ は底面シアーが卓越する流れの気体輸送速度)の値によって気体輸送速度を評価した。

#### 3. 2. 3 本章の目的

以上、既往の研究では水・空気2層流に関して、各層の平均流速特性や乱れ特性について論じられてきたが、両層の乱流構造の関連性および水層内部流動場と水面波の関連性について検討したものはあまりない。また、底面シアーに支配された風シアーを伴わない開水路乱流場における組織構造、および界面シアー(風シアー)に支配された吹送乱流場における組織構造に関する研究がほとんどであり、両シアーが共存する乱流場(「混成乱流場」)における水層内組織構造に関する研究はあまり行われていないのが現状である。一方、気体輸送に関する既往の研究では開水路乱流場(底面シアー)、風波乱流場(界面シアー)、沿岸部砕波帯などにおける気泡を含んだ乱流場<sup>62)</sup>、などにおける乱れ統計量と気体輸送速度についての研究が数多くなされているが、底面シアーと界面シアーが共存した混成流場での乱流渦構造と気体輸送の関連性についてはあまり研究がなされていない<sup>63)</sup>。

そこで、本章では水面上に風シアーが存在する開水路流れ場(水・空気混成乱流場)を対象として、水層・空気層両層の乱流渦構造とそれが水・空気間のガス交換現象に及ぼす影響について実験的に解明することを試みた。実験では、系統的に実験条件を変化させて、水路中央鉛直断面における水・空気流をレーザー流速計(LDA)で2次元計測を行い、両層の乱流構造に関して実験的に検討を行う。また、水素気泡法を用いて水層界面近傍の組織渦運動の可視化により組織渦運動の定性的な考察を行う。さらに、LDA計測データに対して、条件付きサンプリング法とWavelet解析およびLFT解析を併用して、水・空気混成乱流場における組織渦構造について定量的な考察を加える。これに付け加えて、溶存酸素計(DOメーター)を用いた水槽内の酸素濃度計測を行い、混成場の気体輸送速度の評価を行う。これらの得られた知見に基づいて、混成場における水層内組織乱流構造と気体輸送の関連性について検討を加える。

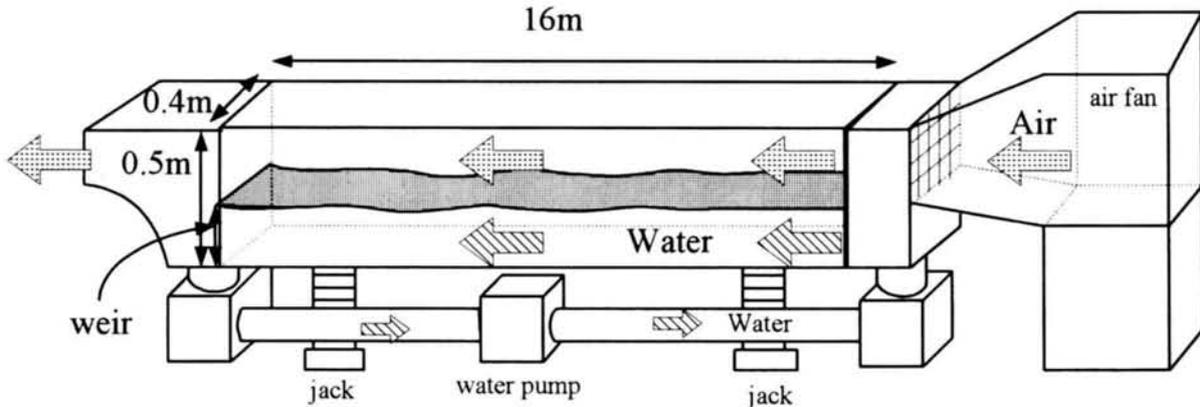


図-3.4 可変勾配型循環式直線風洞水槽

### 3. 3 実験装置, 実験方法および実験条件

#### 3. 3. 1 実験水路

本実験で用いた水路は, 全長16m, 幅40cm, 高さ50cm の可変勾配型循環式直線風洞水槽であり, 第2章で示したものと同様である. 計測部は水路両側壁と底面が光学ガラス製で, LDA・PIV 計測が容易にできる (図-3.4参照). 本実験で用いた水槽では, 空気流は下流端から水路外部へ流出するが, 水流は水路下部のパイプを通して循環する仕組みとなっている.

#### 3. 3. 2 計測方法

乱流の時間平均構造の点計測には, 後方散乱型 2 成分アルゴンイオンレーザー流速計(LDA, Dantec 社製)を用いた (図-3.5 参照). LDA の計測手法は第 2 章と同様である. 水層を LDA で計測する時は超音波波高計を水路上部に設置して, 流速と水面変動の同時計測を行った. 座標系は, 流下方向に  $x$  軸, 鉛直上向きに静水面から  $y$  軸, 底面から上向きに  $z$  軸を定義した. また, 流速成分系は流下方向  $x$  軸および鉛直方向  $y$  軸(or  $z$  軸)方向の平均流速成分を  $(U, V)$ , 乱れ変動成分を  $(u, v)$  と定義し, 空気流を扱う際には添え字  $a$  を, 水流を扱う際には  $w$  を付した. また, 超音波波高計と LDA を同期させて, 水流と波高の同時計測を行った. また, 流速計測部の鉛直上方に超音波波高計(Keyence 社製)を設置して流速変動と水面変動の同時計測を行った. しかし, 水面変動が大きく, 音波の散乱などで超音波波高計が使用できない場合には, 容量式波高計(Kenek 社製)を使用して同時計測を行った. その際, 流速計測点と容量式波高計測部は横断方向に 2cm ずらし, 擾乱の影響を除去した. 一方, 吹送流の表面流速  $U_s$  は, 3mm 径のフロートを用いて計測した.

水中での溶存酸素(Dissolved Oxygen, DO)の濃度計測にはポーラロ方式の DO センサによる溶存酸

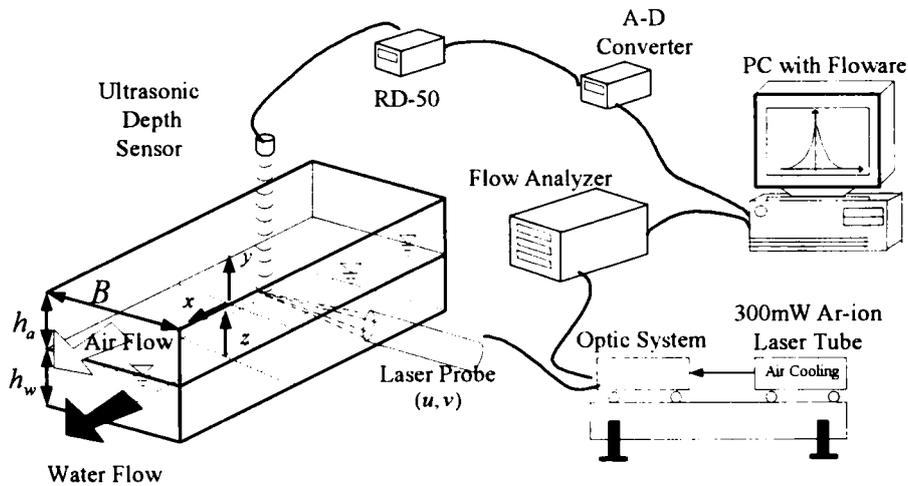


図-3.5 LDA 計測装置(Dantec 社製)と超音波波高系(Keyence 社製)の同時計測

表-3.1 風応力を伴う開水路乱流場の実験条件表

RUN	Air		Water		
	$U_{a,max}$ (m/s)	$U_{*a}$ (cm/s)	$U_m$ (cm/s)	$Fr$	$U_{*w}$ (cm/s)
COM21	1.58	5.80	16.6	0.20	1.12
COM22	2.23	6.91	16.6	0.20	1.10
COM23	3.58	12.5	16.6	0.20	1.09
COM24	4.31	17.0	16.6	0.20	1.15
COM25	5.06	17.6	16.6	0.20	1.31
COM26	5.83	23.8	17.4	0.21	1.46
COM27	6.56	26.9	17.4	0.21	1.41
COM28	7.24	29.1	18.2	0.22	1.48
COM51	1.58	5.70	41.4	0.50	1.35
COM52	2.23	6.80	42.2	0.51	1.31
COM53	4.31	15.6	43.1	0.52	1.29
COM81	1.58	5.65	66.3	0.80	2.78
COM82	2.23	6.70	66.3	0.80	2.76
COM83	4.31	13.6	67.1	0.81	2.70
OPEN1	0.0	0.0	8.3	0.10	0.39
OPEN2	0.0	0.0	15.6	0.20	1.15
OPEN3	0.0	0.0	24.8	0.30	1.30
OPEN4	0.0	0.0	33.1	0.40	1.58
OPEN5	0.0	0.0	41.4	0.50	1.97
OPEN6	0.0	0.0	49.7	0.60	2.37
OPEN8	0.0	0.0	66.3	0.80	2.78
WIND1	1.58	5.90	0.0	0.0	**
WIND2	2.23	7.90	0.0	0.0	**
WIND3	4.31	17.4	0.0	0.0	**

\*\*）水層底面までの詳細な計測を行っておらず、データはない。

素計(セントラル科学社製)を用いた。ポーラロ方式の溶存酸素計では、DO センサ先端に酸素分子のみを透過させる半透膜と電解液(KCl)が内蔵されており、一定の流水中の酸素濃度(mg/l)を小数点以下2桁の精度で計測できる。実験では始めに水路流一様に亜硝酸ナトリウム(触媒:塩化コバルト)を十分混入して水中酸素濃度をゼロまで落とした(脱酸素化)後に測定周波数1Hzで溶存酸素濃度の計測を開始した。これは現実には水表面での乱流拡散による水中の再曝気過程を計測することに相当する。実験では水路上下端で空気の巻き込みがないように十分注意を払った。

#### 3. 3. 3 実験条件

実験条件を表-3.1に示す。本実験では静水時における水層厚 $h_w$ ( $h=7.0\text{cm}$ )と空気層厚 $h_a$ ( $=43.0\text{cm}$ )を固定し( $z=y+h_w$ )、水路底面は平坦な滑面(ガラス板)とした。本研究では水路アスペクト比 $B/h_w=5.7$ 、開水路等流(以下では、「OPEN」と略記する)を基本流とし、空気層の最大風速を系統的に変化・印加させて、水面上に風シアを与え、一連の界面波(開水路流と風波の混成流となり、ケースCOM21~COM28, COM51~53, COM81~83と略記する)を発生させた。また、混成流との比較のために、閉鎖タンク場での風波流れの実験条件も加えた(以下では、「WIND」と略記する, WIND1~3)。なお、風シアの効果を明確に検討するために、COM2シリーズでは風量の条件を8段階に分けている。すなわち、実験条件は、(A)底面シアが卓越する開水路乱流場(OPEN)、(B)風による界面シアが卓越した風波乱流場(WIND)および(C)両者が混在する混成乱流場(COM)の3種類である。実験(A)および(C)では水流の $Fr$ 数に合わせて、水路の河床勾配を調整した。一方、実験(B)では、第2章で示した閉鎖タンク場において最大風速を3通り変化させて、水面状態を①滑面、②さざ波、③2次元重力波と変化させた。これらを組み合わせて、実験(C)では合計14通りの混成乱流場を設定した。 $U_{*a}$ 、 $U_{*w}$ はそれぞれ空気層界面、水層底面での平均流速に対数則分布を適用して求めた摩擦速度である(第2章参照)。また、 $U_m$ は水層内の断面平均流速である。なお、本実験条件では砕波は観察されなかった。

#### 3. 4 実験結果と考察

##### 3. 4. 1 平均流特性

図-3.6は風波乱流場WIND1, WIND2における空気層の主流速 $U_a$ の分布を示す。ただし、ケースWIND2のデータは図中で上方に10だけ平行移動させている。図中には、次式の滑面对数則および粘性底層における線形式を併示した。

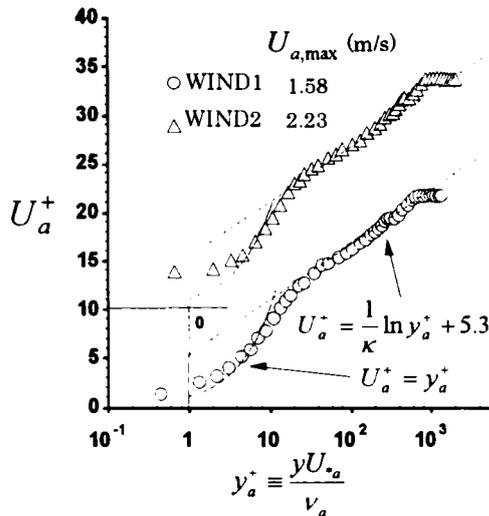


図-3.6 風波場の空気層平均風速  $U_a$   
(滑面内部変数表示)

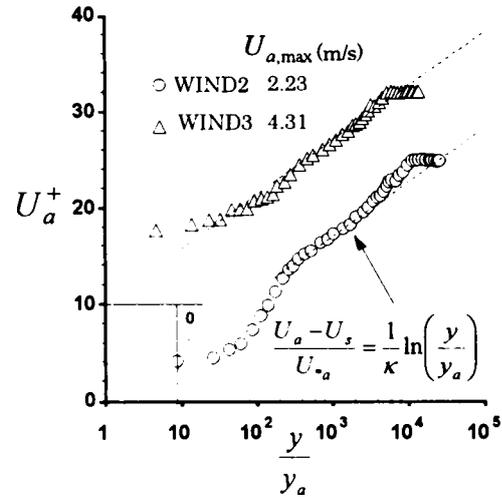


図-3.7 風波場の空気層平均風速  $U_a$   
(粗面表示)

(データは縦軸を10ずつ上方へ平行移動して表示)

$$U_a^+ \equiv \frac{U_a - U_s}{U_{*a}} = \frac{1}{\kappa} \ln \left( \frac{yU_{*a}}{\nu_a} \right) + A \quad (3.6)$$

$$U_a^+ \equiv \frac{U_a - U_s}{U_{*a}} = \frac{yU_{*a}}{\nu_a} \quad (3.7)$$

ここで、 $\nu_a$  は空気 の 動 粘 性 係 数、 $\kappa$  はカルマン定数、 $A$  は積分定数を示す。開水路乱流では  $\kappa=0.41, A=5.3$  が推奨値である<sup>4)</sup>。式(3.6)は風波場空気流に関して Wu(1975)<sup>64)</sup>によって理論的に示されている。同図より、 $A$  の最適値は若干変化するが、風速が弱い場合には滑面对数則が風波上の空気層で成立することがわかり、Wu(1975)<sup>64)</sup>や中山・禰津(2000)<sup>65)</sup>の結果と一致する。これらの結果は第2章で得られた研究結果と同様である。一方、図-3.7には風波場 WIND2, WIND3 における空気層の主流速  $U_a$  の分布を示した。ただし、ケース WIND3 のデータは図中で上方に10だけ平行移動させている。図中には次式の粗面对数則を併示した。

$$U_a^+ \equiv \frac{U_a - U_s}{U_{*a}} = \frac{1}{\kappa} \ln \left( \frac{y}{y_a} \right) \quad (3.8)$$

ここで、 $y_a$  は空気層での粗度高さであり、平均風速分布より算定される。図-3.7より、風速の増大(WIND2→WIND3)とともに空気層界面近傍( $y/y_a < 10^2$ )では風速勾配が小さくなり、移動境界層の流速分布特性が現れるようである。図-3.8は混成場の風速分布を粗面表示で示す。ただし、ケース COM21 以外のデータは図中で上方に20ずつ平行移動させている。同図より水流と空気流の混成場でも  $y/y_a = 10^2 \sim 10^4$  付近で対数則が成立することがわかる。一方、界面近傍では水流と空気流の相対的な

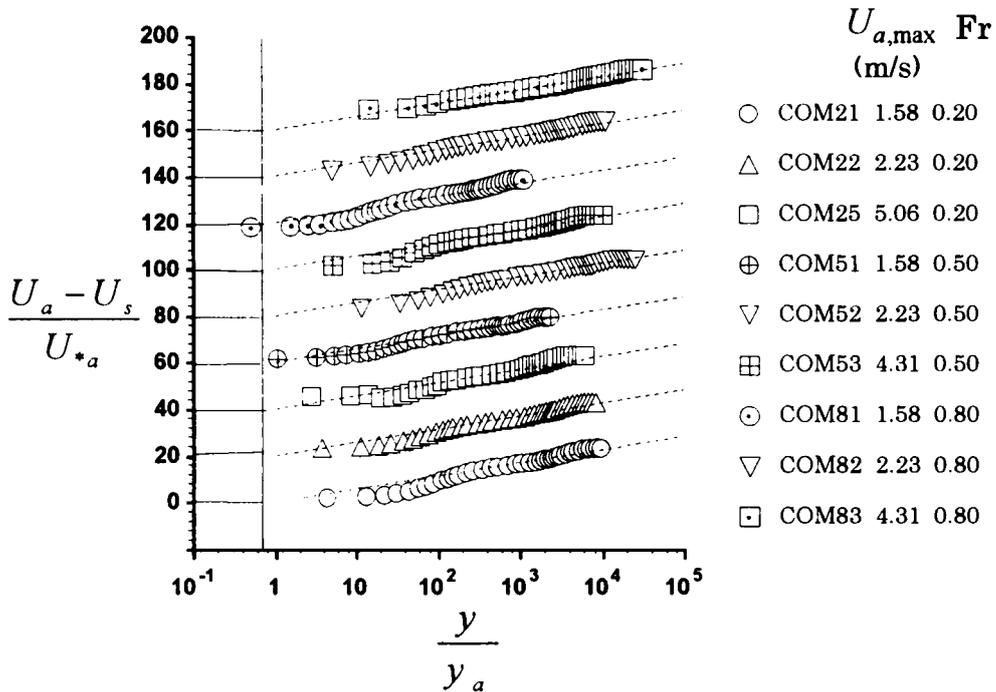


図-3.8 混成場の空気層平均風速  $U_a$  (粗面表示)

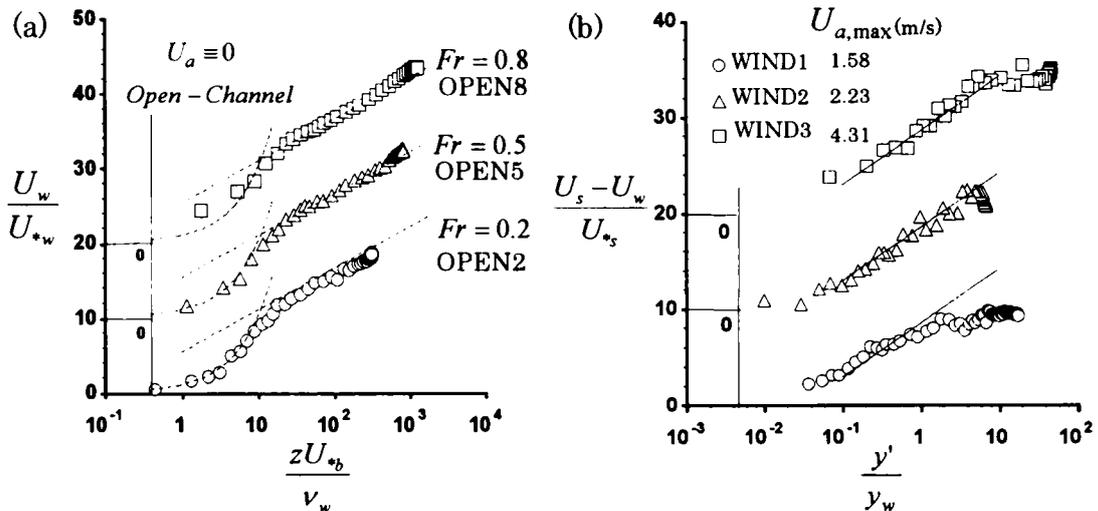


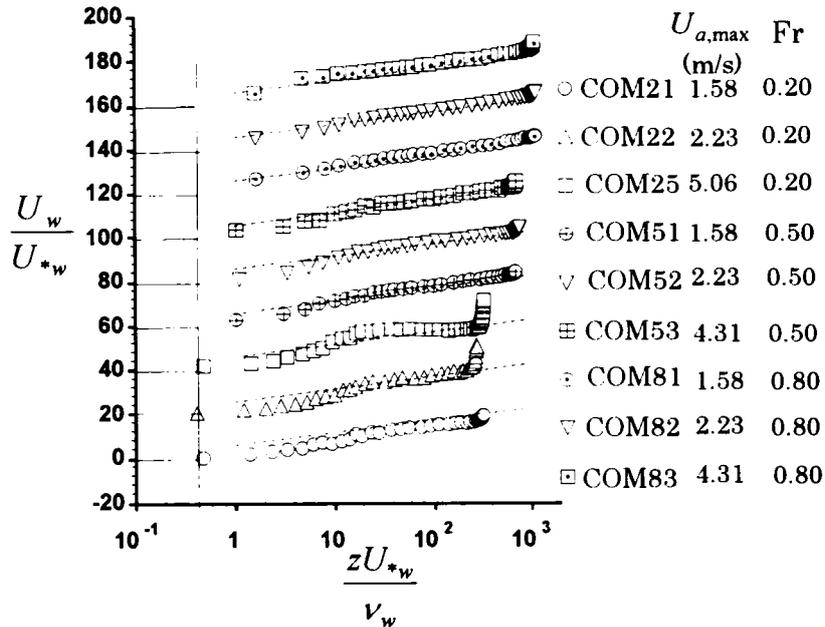
図-3.9(a) 開水路場の水層平均流速  $U_w$   
(データは 10 ずつ上方へ平行移動)

図-3.9(b) 風波場の水層平均流速  $U_w$   
(データは 10 ずつ上方へ平行移動)

局所速度に応じて流速分布が低減し、粘性効果が現れるようである。

図-3.9(a)は開水路単相流れ (OPEN2, OPEN5, OPEN8) における水層平均流速  $U_w$  の分布を、図-3.9(b)は風波流れ (WIND1, WIND 2, WIND 3) における水層平均流速  $U_w$  の分布を、また、図-3.10は混成場における  $U_w$  の分布を示した。ただし、データは図-3.9 で上方に 10 ずつ、図-3.10 で上方に 20 ずつ各々平行移動させている。なお、図-3.10(b)はフルード数  $Fr = 0.2$  のケースのみを図示している。

(a)  $Fr = 0.2, 0.5$  および  $0.8$



(b)  $Fr = 0.2$  のみ

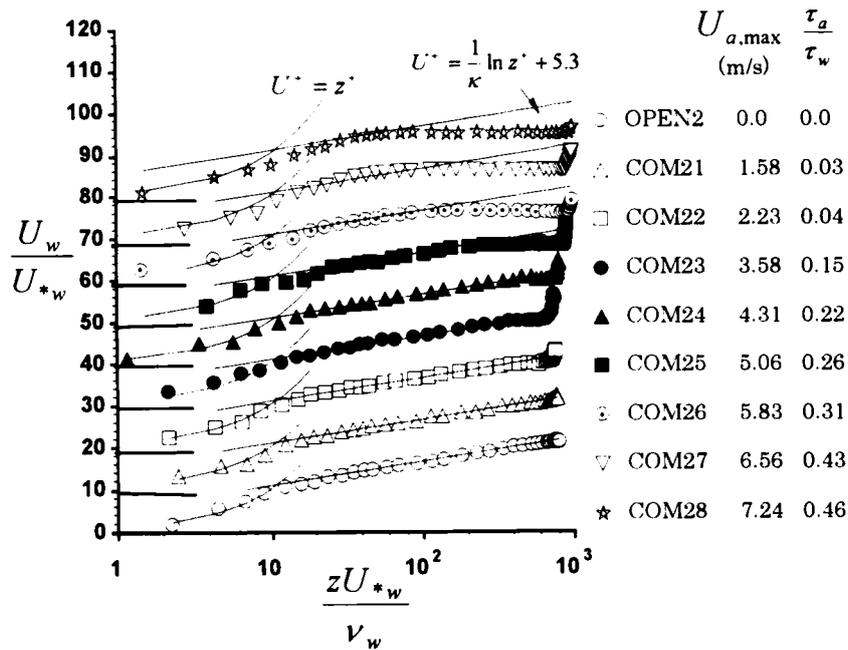


図-3.10 混成場の水層平均流速  $U_w$  (各データは 20 ずつ上方へ平行移動)

また、図-3.10(b)中の  $\tau_a$  は空気層界面せん断応力、 $\tau_w$  は水層底面せん断応力である。図-3.12(a)(b)には次式のと数則を直線で併示した。

$$\text{開水路底面对数則} \quad \frac{U_w}{U_{*w}} = \frac{1}{\kappa} \ln \left( \frac{zU_{*w}}{v_w} \right) + A \quad (3.9)$$

$$\text{風波場界面对数則} \quad \frac{U_s - U_w}{U_{*w}} = \frac{1}{\kappa} \ln \left( \frac{y'}{y_w} \right) + 8.5 \quad (3.10)$$

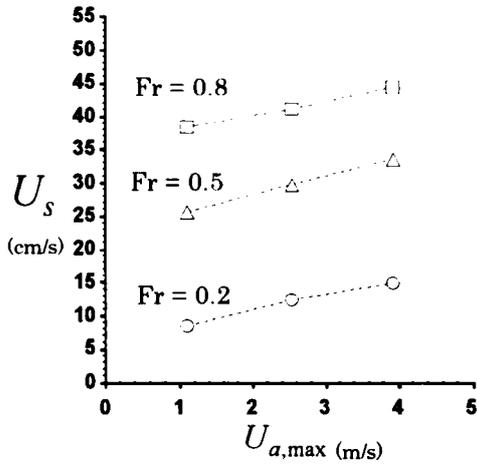


図-3.11 表面流速  $U_s$

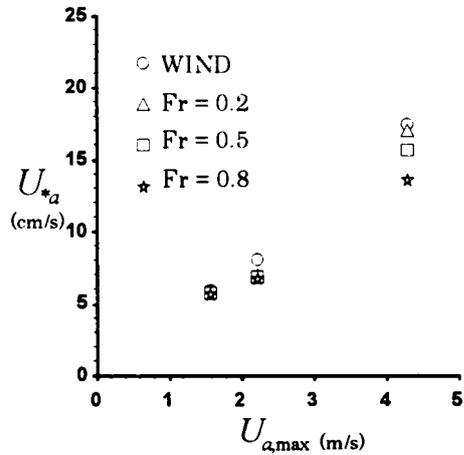


図-3.12(a) 空気層界面摩擦速度  $U_{*a}$

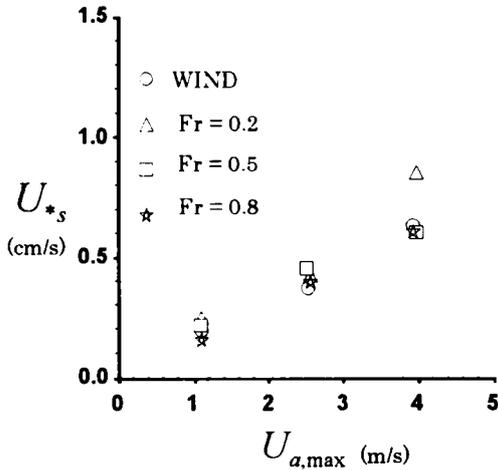


図-3.12(b) 水層界面摩擦速度  $U_{*s}$

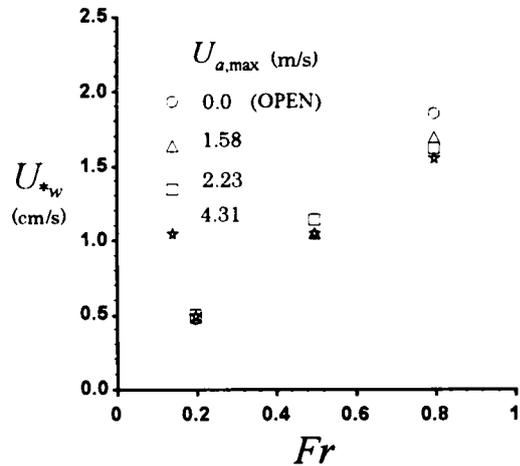


図-3.13 水層底面摩擦速度  $U_{*w}$

ここで、 $U_{*w}$ は水路底面における摩擦速度、 $y' = -y$ 、 $A$ は積分定数、また、 $y_w$ は水層界面粗度高さである。式(3.10)は Shemdin(1972)<sup>66)</sup>による半理論式である。同図より、開水路場および混成場では底面から対数則がほぼ成立し、風波場では Shemdin<sup>66)</sup>が指摘するように、界面近傍では界面から対数則が成立することがわかる。しかし、 $Fr = 0.2$ の混成場では、せん断応力比 $\tau_a / \tau_w$ が25%を超える条件で、半水深で流速分布が平坦化し、界面近傍では界面流速は急激に増大し対数則からずれる。これは、風による界面シアが水層界面近傍で卓越しており底面の影響を受けないで、風波流れと同様に界面シアの影響が大きく表れたためと考えられる。

図-3.11には混成場表面流速 $U_s$ と最大風速 $U_{a,max}$ との関係を示した。同図より、 $U_s$ は $Fr$ が一定のとき $U_{a,max}$ に対してほぼ線形に増加し、例えば風速が1(m/s)から4倍になると、 $U_s$ は10(cm/s)程度増大する。一方、最大風速が一定のとき、水流が増加して $Fr$ が増加すれば $U_s$ は増大する。例えば、

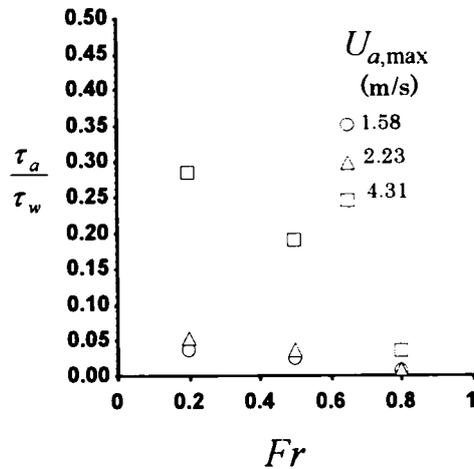


図-3.14 せん断応力比

最大風速が 1(m/s)のとき  $Fr$  が 0.2 から 4 倍増加すれば  $U_s$  は 30(cm/s)程度増大する。よって、空気流よりも水流の方が表面流速に及ぼす影響が大きいことが推察される。

図-3.12(a)は最大風速  $U_{a,max}$  に対して空気層界面摩擦速度  $U_{*a}$  を、図-3.12(b)は最大風速  $U_{a,max}$  に対して水層界面摩擦速度  $U_{*s}$  を、図-3.13 はフルード数  $Fr$  に対して水層底面摩擦速度  $U_{*w}$  を示した。図-3.12(a)、図-3.12(b)および図-3.13 より、界面摩擦速度は最大風速とフルード数に比例していることがわかる。最大風速が同じ場合ではフルード数が大きいほど  $U_{*a}$  および  $U_{*s}$  は若干減少する。これは、水流が小さいほど、界面シアの影響が大きいことを示している。一方、同じフルード数の場合には最大風速が大きいほど底面での摩擦速度  $U_{*w}$  が減少する。これは界面シアにより水層流速分布が影響を受けることを示している。図-3.14 は  $Fr$  に対して界面せん断応力  $\tau_a$  と底面せん断応力  $\tau_w$  の比を示す。 $\tau_a / \tau_w$  は次式で算定した。

$$\frac{\tau_a}{\tau_w} = \frac{\rho_a U_{*a}^2}{\rho_w U_{*w}^2} \quad (3.11)$$

ここで、 $\rho_a, \rho_w$  はそれぞれ空気層、水層の密度である。 $\tau_a / \tau_w$  が大きい場合(COM22, COM23)には先述のように風シアの影響で水層内での乱れ構造が通常の開水路単相流と異なり、このことから、せん断応力比  $\tau_a / \tau_w$  と乱流構造との関連性が示唆される。

### 3. 4. 2 乱れ特性

図-3.15, 図-3.16 は風波乱流場(Wind)および混成乱流場における空気層の流下方向乱れ強度  $u'_a$  および鉛直方向乱れ強度  $v'_a$  の分布を  $U_{*a}$  で無次元化してそれぞれ示す。また、図中の点線は次の開水路乱流の普遍関数式<sup>4)</sup>(界面近傍除く)である。

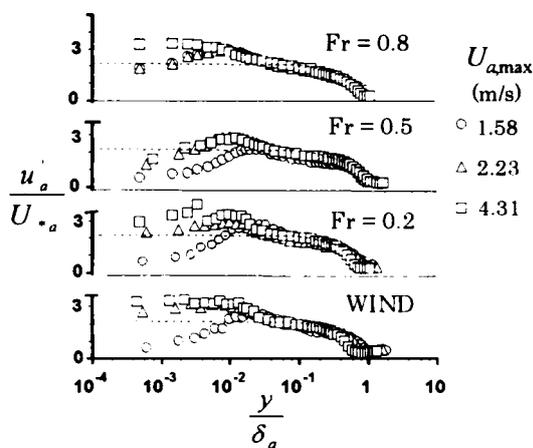


図-3.15 空気層の乱れ強度  $u'_a$

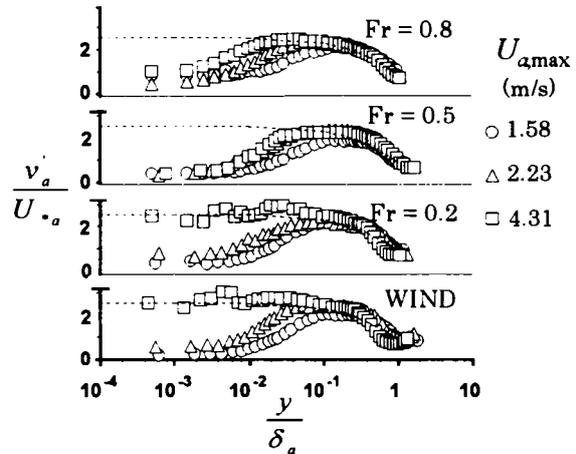


図-3.16 空気層の乱れ強度  $v'_a$

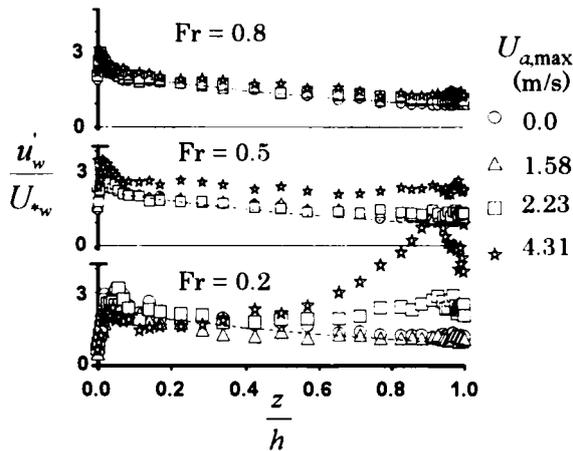


図-3.17 水層の乱れ強度  $u'_w$

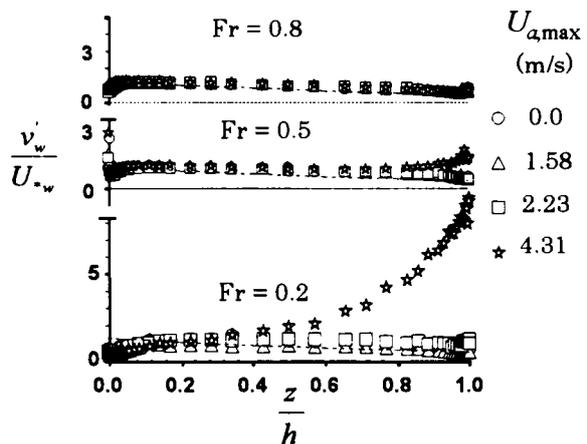


図-3.18 水層の乱れ強度  $v'_w$

$$\frac{u'_a}{U_{*a}} = 2.3 \exp(-y/\delta_a) \quad (3.12)$$

$$\frac{v'_a}{U_{*a}} = 1.27 \exp(-y/\delta_a) \quad (3.13)$$

ここで、 $\delta_a$  は空気層乱流境界層厚であり、レイノルズ応力がゼロとなる界面からの距離を示す。同図より、界面近傍を除くと空気層乱れ強度はほぼ普遍関数に従うことがわかる。一方、界面近傍では風速が大きくかつ水層流速( $Fr$ )が小さい時には乱れは減衰しないようである。同様に、図-3.17、図-3.18には開水路場(OPEN)および混成場における水層の流下方向乱れ強度  $u'_w$  および鉛直方向乱れ強度  $v'_w$  の分布を示した。また、図中に式(3.12)および式(3.13)を点線で併示した。同図より、風速が弱い場合には開水路流れにおける乱れの普遍関数によく従うことがわかる。一方、水層流速に比べて相対的に

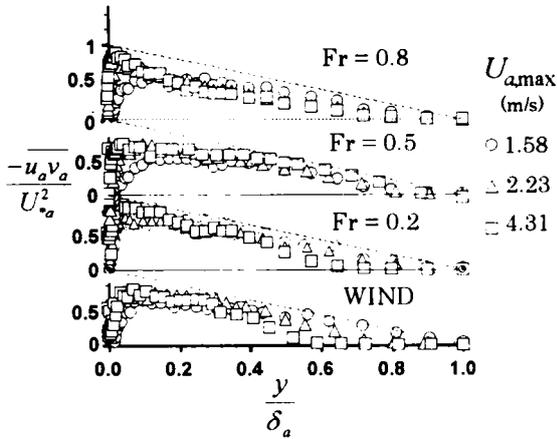


図-3.19 空気層のレイノルズ応力 $-\overline{u_a v_a}$

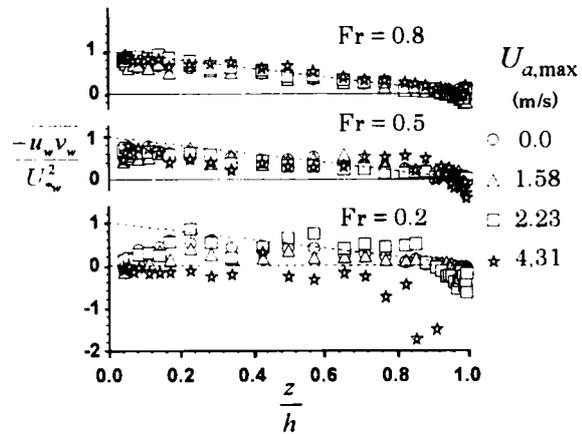


図-3.20 水層のレイノルズ応力 $-\overline{u_w v_w}$

風速が大きくなると、界面近傍で乱れ強度は増大する。これは、Huntら(1978)<sup>67)</sup>が指摘したのと同様に、鉛直方向の乱れ強度 $v_w'$ は後述の界面変動特性と相関が大きいことを示唆している。

### 3. 4. 3 レイノルズ応力特性

図-3.19, 図-3.20には空気層および水層のレイノルズ応力 $-\overline{u_a v_a}$ および $-\overline{u_w v_w}$ の分布を示した。ただし、次式の三角形分布も点線で併示した。

$$\frac{-\overline{u_a v_a}}{U_{*a}^2} = 1 - \frac{y}{\delta_a} \quad (3.14)$$

$$\frac{-\overline{u_w v_w}}{U_{*w}^2} = 1 - \frac{z}{h} \quad (3.15)$$

図-3.19より、界面近傍 ( $y/\delta_a \leq 0.1$ )を除いて空気層レイノルズ応力は式(3.14)に従うが、界面近傍では三角形分布より減少する。これは界面での粘性効果であり空気流から水流へと運動量が輸送されていると考えられる。一方、図-3.20より界面近傍 ( $z/h \geq 0.95$ )を除いて水層レイノルズ応力はほぼ式(3.15)に従う。しかし、 $Fr=0.2$ で最大風速が増大すると、界面近傍でレイノルズ応力 $-\overline{u_w v_w}$ は負値となり、注目される。この結果は既往の研究ではほぼ指摘されておらず、この理由は以下の節で後述する。

### 3. 4. 4 フーリエ解析

図-3.21, 図-3.22および図-3.23は各々 $Fr=0.2, 0.5, 0.8$ における水層界面近傍( $z/h=0.95$ )での流速変動 $u(t)$ および $v(t)$ から求めた周波数パワースペクトル $S_u(f)$ および $S_v(f)$ を示す。図-3.21より風

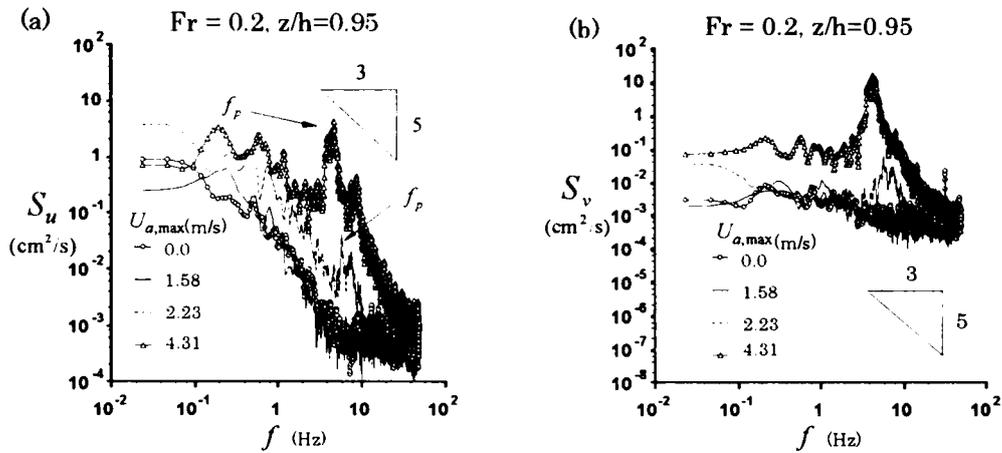


図-3.21 流速のパワースペクトル(a:  $S_u(f)$  および b:  $S_v(f)$ ) ( $Fr=0.2, z/h=0.95$ )

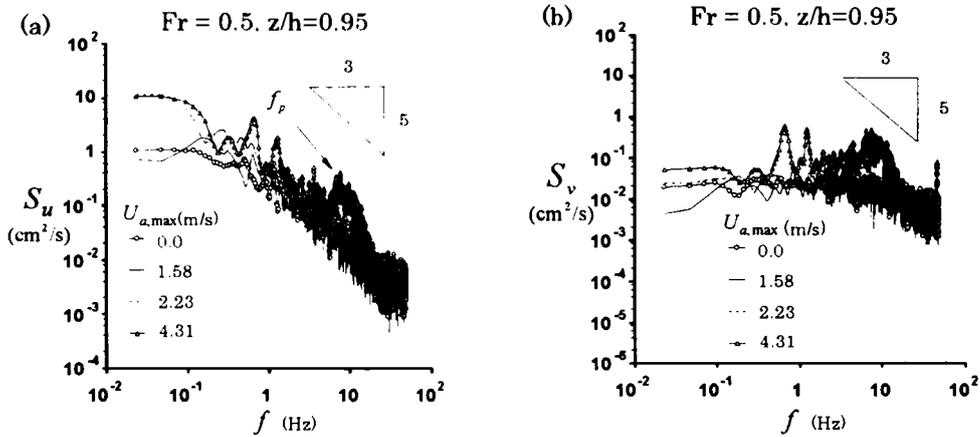


図-3.22 流速のパワースペクトル(a:  $S_u(f)$  および b:  $S_v(f)$ ) ( $Fr=0.5, z/h=0.95$ )

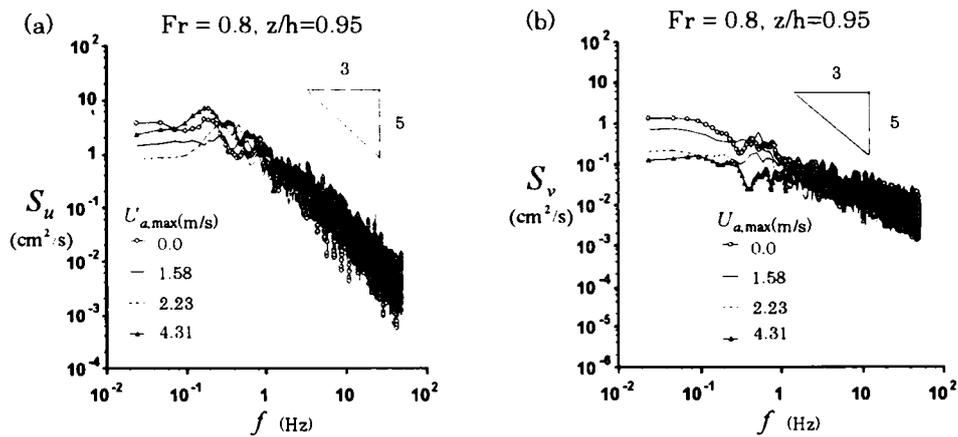


図-3.23 流速のパワースペクトル(a:  $S_u(f)$  および b:  $S_v(f)$ ) ( $Fr=0.8, z/h=0.95$ )

速が増大すると、界面近傍の流速変動は風波固有の卓越周波数  $f_p$  近傍で増大し、準周期的な界面波の影響による流速変動スペクトル分布が観察され、第2章で示した風波場での変動と同様の特性を示す。逆に、風速が弱い場合には界面近傍でも流速変動は開水路单相流によるものと同じである。一方、図

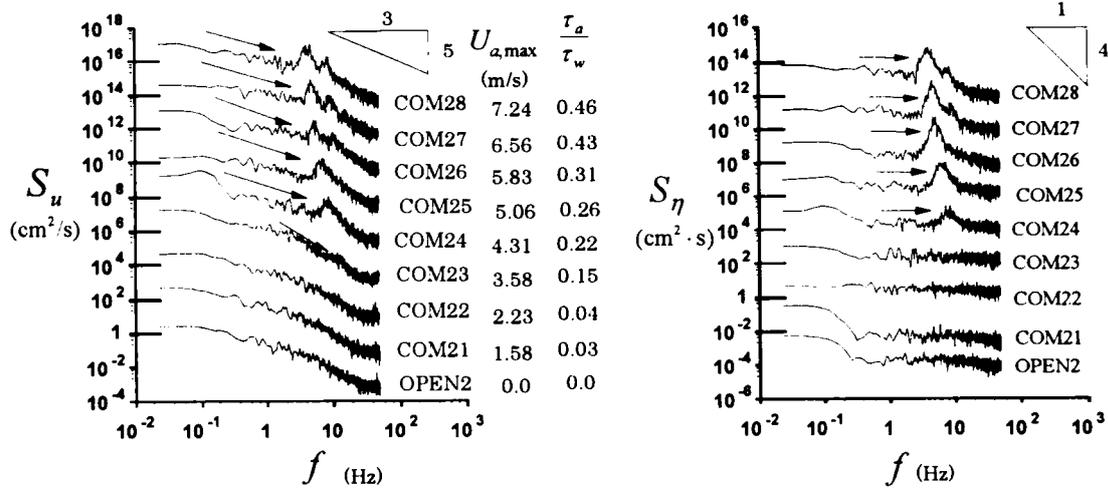


図-3.24 流速のパワースペクトル(a:  $S_u(f)$  および b:  $S_\eta(f)$ ) ( $Fr=0.8, z/h=0.95$ )

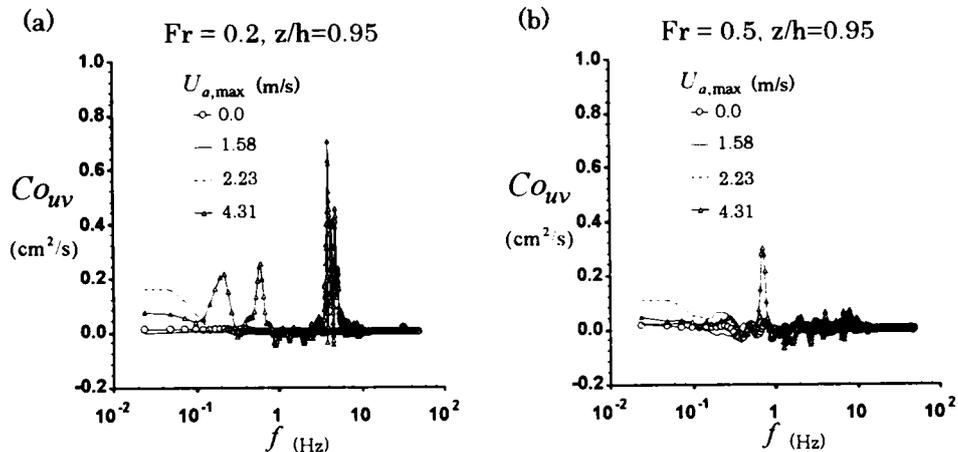


図-3.25 流速のコスペクトル  $Co_{uv}(f)$  ( $z/h=0.95$ ) (a:  $Fr=0.2$ , b:  $Fr=0.5$ )

図-3.22, 図-3.23より, 水流が大きなケース( $Fr = 0.5, 0.8$ )では風シアの影響をあまり受けないことがわかる。風応力の効果を詳細に検討するために, 図-3.24には OPEN2 および COM2 シリーズにおける水層界面近傍点( $z/h=0.9$ )での主流速変動パワースペクトル  $S_u$  および水面変動パワースペクトル  $S_\eta$  を示した。ここで,  $\eta$  は静止水面から鉛直上方への変位を示す。また, 図中のデータは各々  $10^2$  ずつ上方へ平行移動し, 図-3.24(a)には慣性小領域における  $-5/3$  乗則を, 図-3.24(b)には十分に発達した風波における Toba の  $-4$  乗則<sup>29)</sup>を併示した。両図より,  $1 \sim 10$  Hz において卓越した変動パワー (図面上の矢印) が観察される。これは風波固有の卓越周波数  $f_p$  と見なせる。また, スペクトルピークの低周波側および高周波側には,  $f^{-5/3}$  が成立する周波数領域が観察される。すなわち, 第2章で示したように, 風波場における水流挙動が吹送流による界面せん断流と波による回転軌道変動によって構成されていることを示唆している。したがって, 風速の増大により, 界面近傍の流体挙動は開水路による変動から風波流れ固有の変動へと遷移することがわかる。

図-3.25(a),(b),(c)は  $Fr = 0.2, 0.5, 0.8$  における水層界面近傍 ( $z/h=0.95$ ) での流速変動  $u(t)$  および  $v(t)$

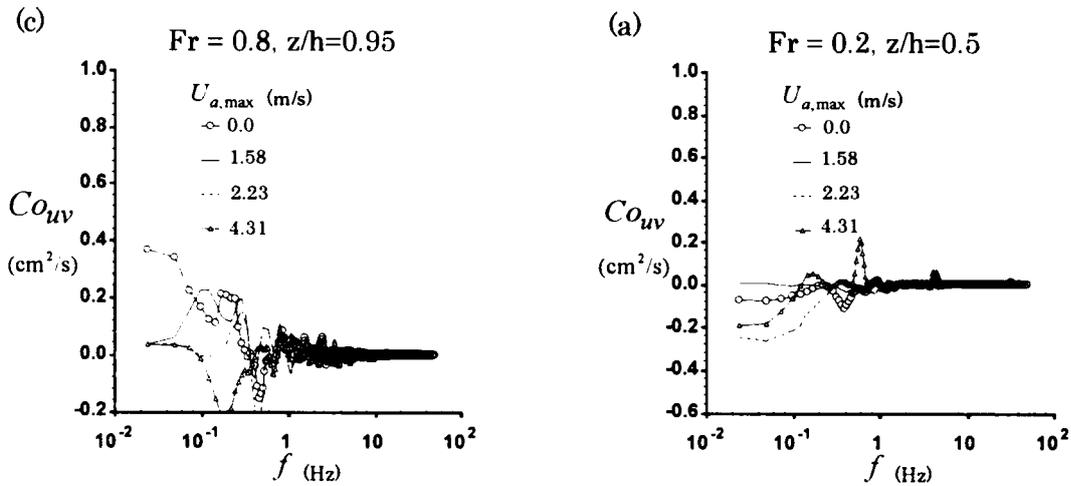


図-3.25(c) 流速のコスペクトル  $Co_{uv}(f)$  ( $z/h=0.95, Fr=0.8$ )

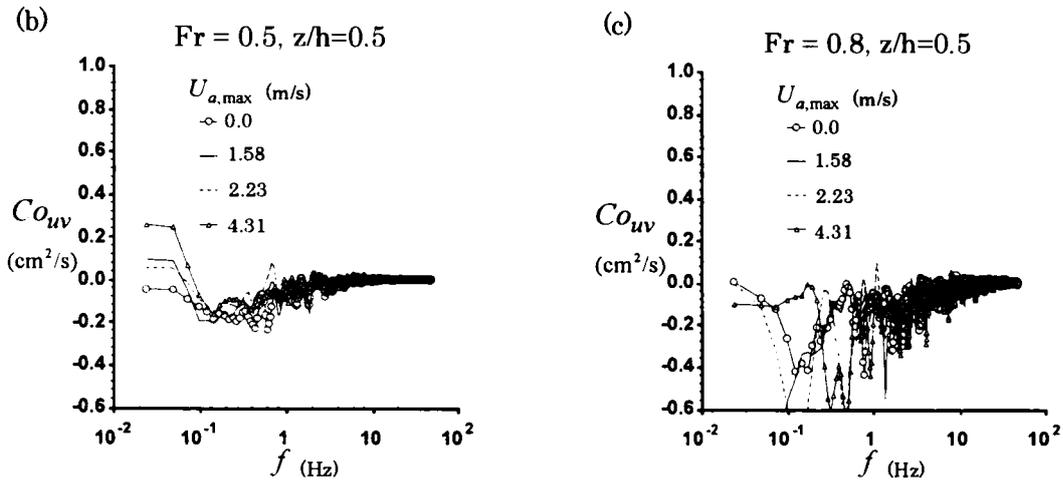


図-3.26 流速のコスペクトル  $Co_{uv}(f)$  ( $z/h=0.5$ ) (a:  $Fr=0.2$ , b:  $Fr=0.5$  および c:  $Fr=0.8$ )

から求めたコスペクトルを示した。ただし、コスペクトル  $Co_{uv}$  は次式から求めた。

$$Co_{uv} \equiv \text{real}(S_{uv}(f)) \quad (3.16)$$

ここで、 $S_{uv}(f)$  はクロススペクトルである。第2章で示したように、コスペクトルはレイノルズ応力の周波数分解であり、運動量輸送における各々のスケールの寄与を示している。図-3.25より、低フールド数 ( $Fr=0.2$ ) のケースでは、風量が多い場合には先に示した風波固有の卓越周波数近傍で非常に大きな正の値を示している。その結果、風速が大きい場合に水層界面近傍のレイノルズ応力が負の値を示す理由は風波に起因する変動によるものであることが第2章の結果よりわかる。同様に、図-3.26(a),(b),(c)は  $Fr=0.2, 0.5, 0.8$  における水層界面近傍 ( $z/h=0.5$ ) でのコスペクトルを示した。図より、あらゆる周波数スケールでコスペクトルは負の値を示していることがわかる。その結果、せん断応力比  $\tau_a/\tau_w$  が大きい COM23 を除くケースでレイノルズ応力は正の値 ( $\overline{uv} < 0$ ) を示すことがわかる。

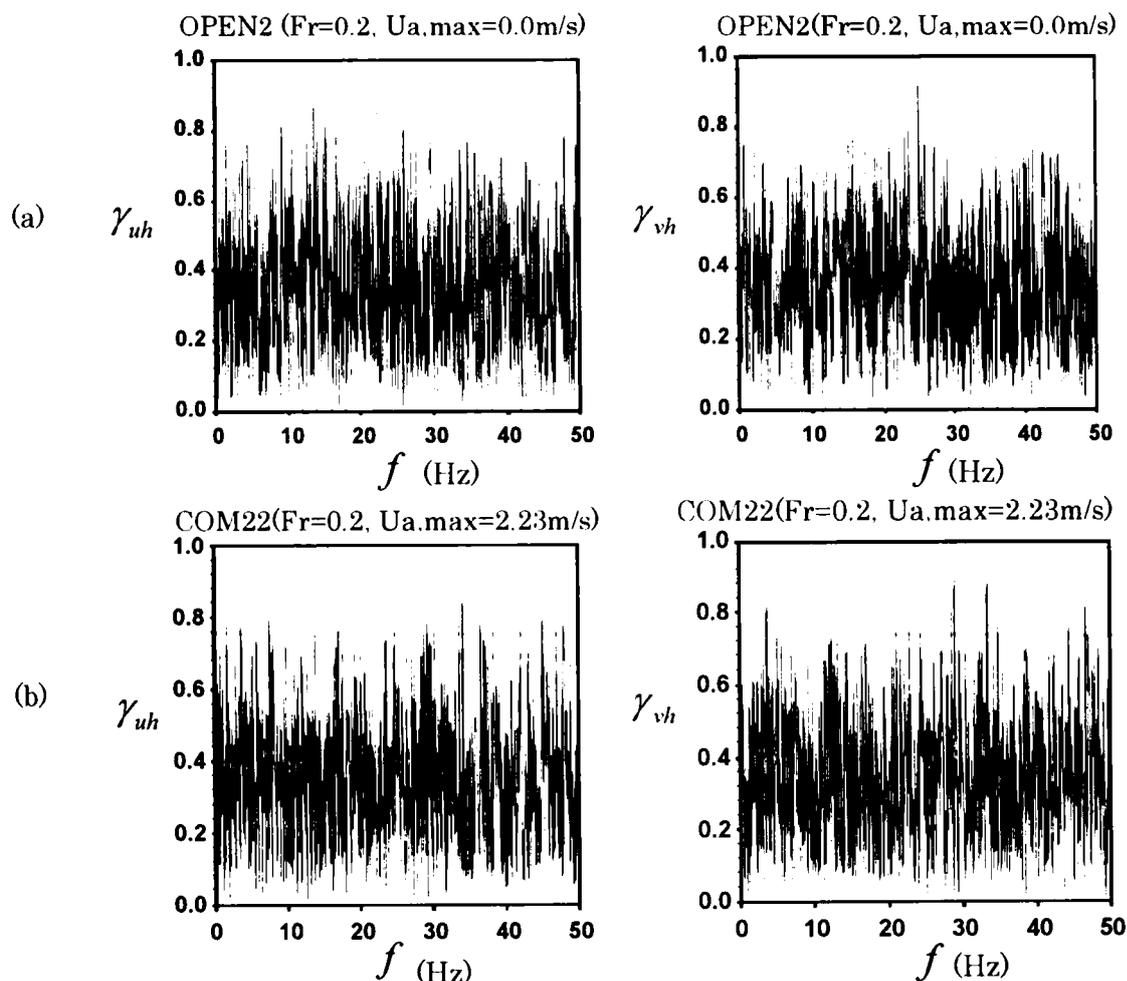


図-3.27 流速変動と水面変動のコヒーレンス( $z/h=0.9$ ) (a: OPEN2, b: COM22)

一方、図-3.27 および図-3.28 には開水路流れのみ(OPEN2)および混成場(COM22,24,28)における界面近傍点( $z/h=0.9$ )での流速変動 $u$  および $v$  と水面変動 $h$  との周波数空間での相関量であるコヒーレンス $\gamma_{uh}$  および $\gamma_{vh}$  と、流速変動 $u,v$  間の位相差フェイズ $\theta_{uv}$  を示した。同図より、開水路流れおよび風速の弱いケース COM2 では界面変動と流速変動には周波数帯に依存しない弱い相関関係が存在することがわかる。一方、風シアーが大きくなったケース COM24, COM28 では卓越周波数帯で大きな相関が観察され、このときの位相差は線形波理論の  $90^\circ$  に近い値を示していることがわかる。このことは、ある一定以上の風シアーが開水路流れの水面上に加わると、卓越周波数を有する水面波が水層の流速変動を大きく支配し、流速成分中には風シアーに対応した楕円軌道成分(波動成分)を発生させることがわかる。

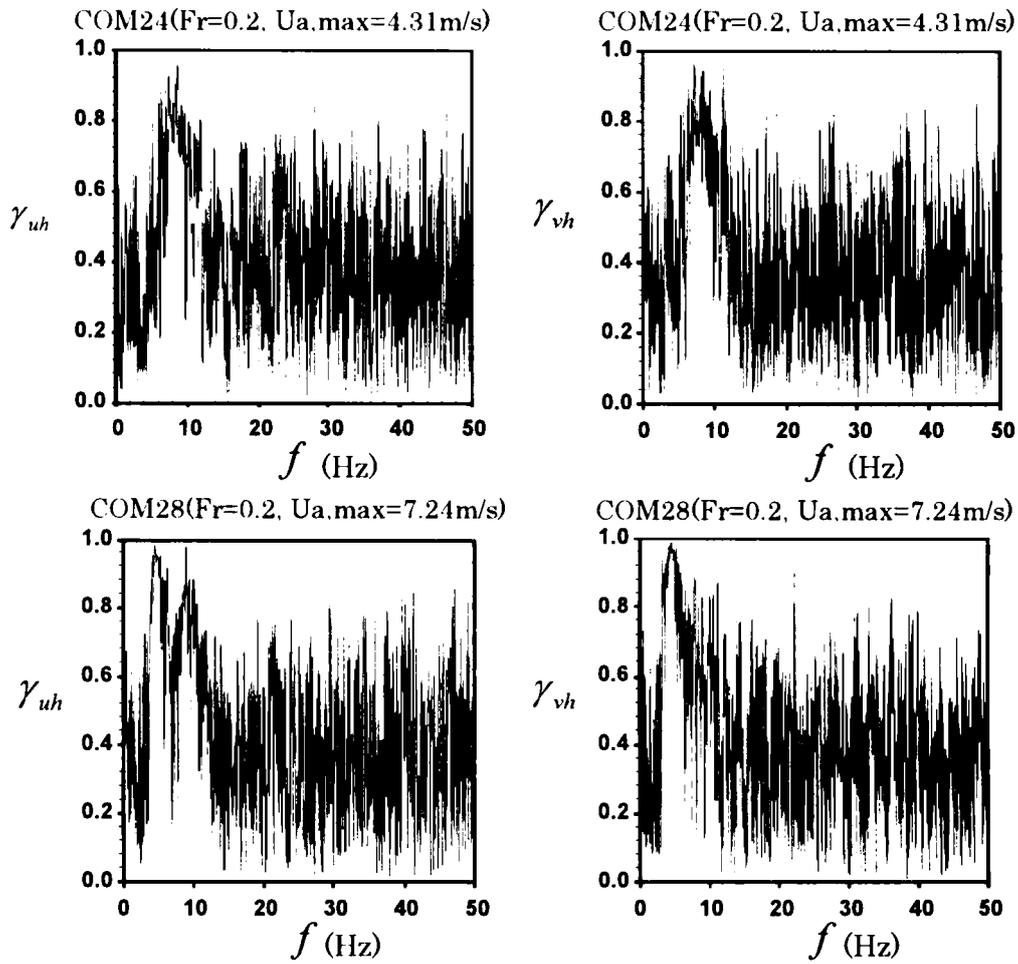


図-3.27 流速変動と水面変動のコヒーレンス( $z/h=0.9$ ) (c: COM24, d: COM28)

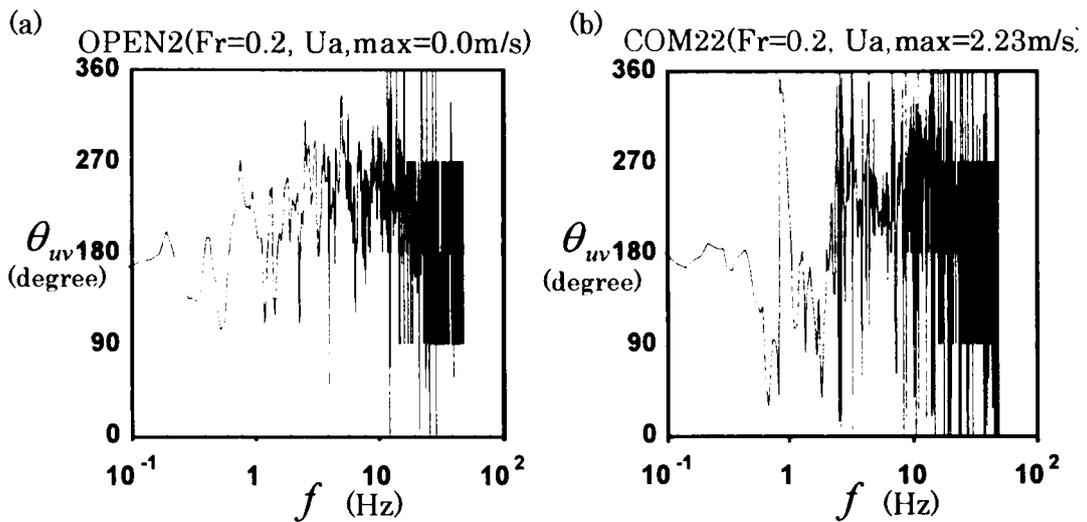


図-3.28 流速変動と水面変動のフェイズ( $z/h=0.9$ ) (a: OPEN2, b: COM22)

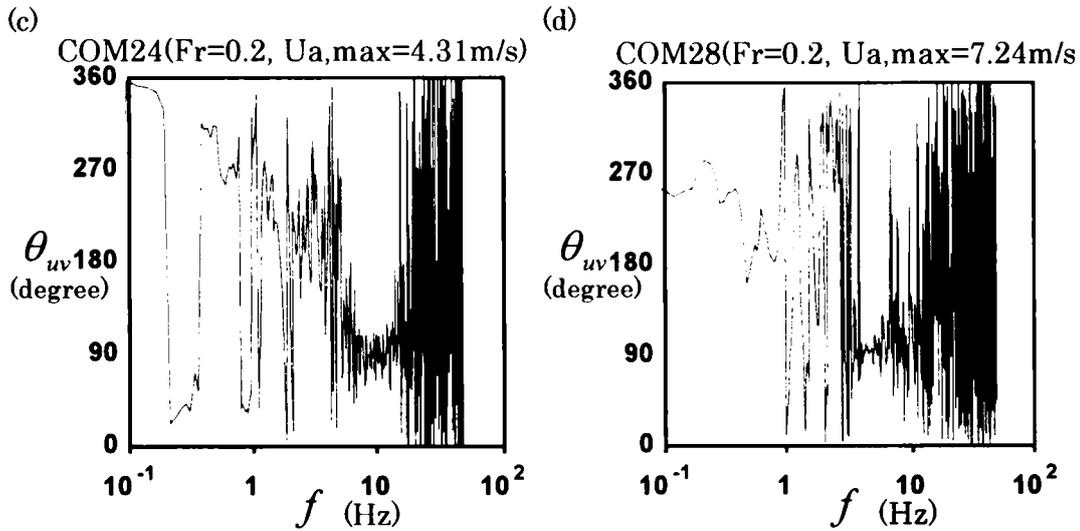


図-3.28 流速変動と水面変動のフェイズ(z/h=0.9) (c: COM24,d: COM28)

### 3. 4. 5 乱れエネルギー収支関係

2層流における乱れの収支は乱れエネルギーの輸送を考慮する上で重要である。本研究では、特に乱れの発生率と逸散率を算定し、乱れの収支を考察する。図-3.29には、水層における  $Fr=0.2, 0.5$  および  $0.8$  での乱れエネルギーの発生率  $G_w$  の鉛直方向分布を図示した。  $G_w$  の値は次式で算定でき、水深  $h$  と底面摩擦速度  $U_{*w}$  で無次元化して図示した。

$$G_w = -uv \frac{\partial U}{\partial y} \quad (3.17)$$

ただし、レイノルズ応力が負値となる場合には先述の波動成分を除去するフィルタを施した後に算定した。図より、底面シアーおよび界面シアーに対応して、底面近傍および界面近傍にて乱れは発生することがわかる。

一方、図-3.30には水層における乱れエネルギー逸散率  $\varepsilon_w$  の鉛直方向分布を図示した。  $\varepsilon_w$  の値はスペクトル分布で慣性小領域の  $-5/3$  乗則を確認した後、次式で算定して、無次元化して図示した。

$$\varepsilon_w = \frac{U}{2\pi} \left( \frac{1}{C} f^{5/3} S_u(f) \right) \quad (3.18)$$

ここで、  $U$  は乱流渦の移流速度を示すが、ここでは算定点における時間平均主流速  $U_w$  で近似し、  $C (=0.5)$  はコルモゴロフ定数である。なお、図中には楕円の普遍関数<sup>4)</sup>を示した。

$$\frac{\varepsilon_w h}{U_{*w}^3} = 9.8 \left( \frac{z}{h} \right)^{-1.2} \exp\left( -\frac{3z}{h} \right) \quad (3.19)$$

図-3.30より、風速が増大するにつれて乱れ逸散率は界面近傍にて増大することがわかる。また、低フルード数ほどその傾向が大きい。

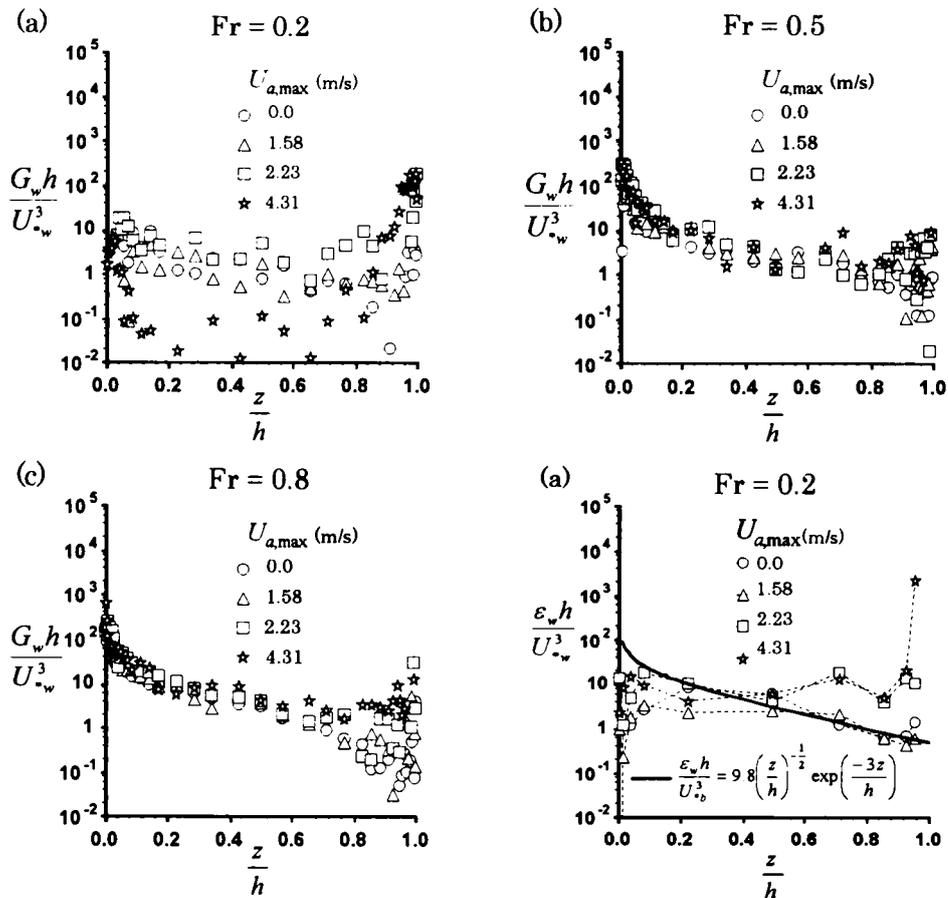


図-3.29 乱れの発生率  $G_w$

(a:  $Fr=0.2$ , b:  $Fr=0.5$  および c:  $Fr=0.8$ )

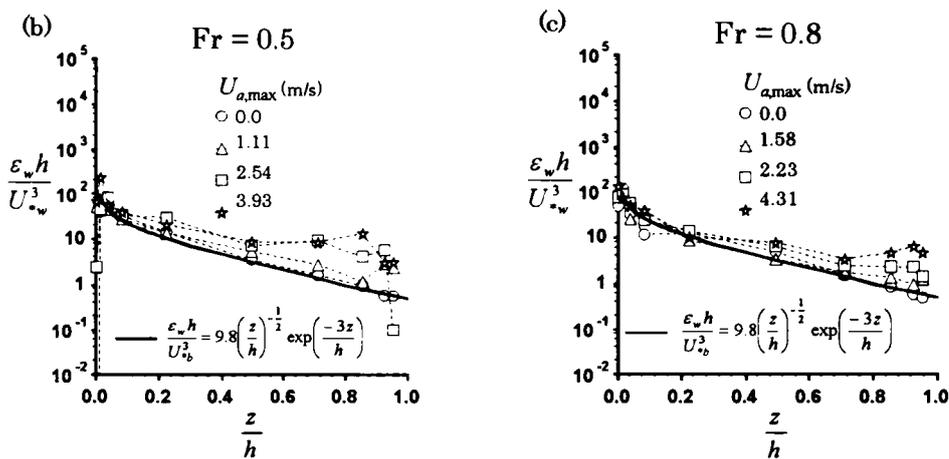


図-3.30 乱れ逸散率  $\epsilon_w$  (a:  $Fr=0.2$ , b:  $Fr=0.5$  および c:  $Fr=0.8$ )

図-3.31 には水層における乱れ発生率  $G_w$  と逸散率  $\epsilon_w$  の比を図示した。乱れ発生率  $G_w$  と逸散率  $\epsilon_w$  とを比較すると、底面近傍では発生率が逸散率よりも卓越するが、一方、水層内部や界面近傍では風シアーと底面シアーの相対的な大きさによって乱れの発生(generation)と逸散(dissipation)の大小が変

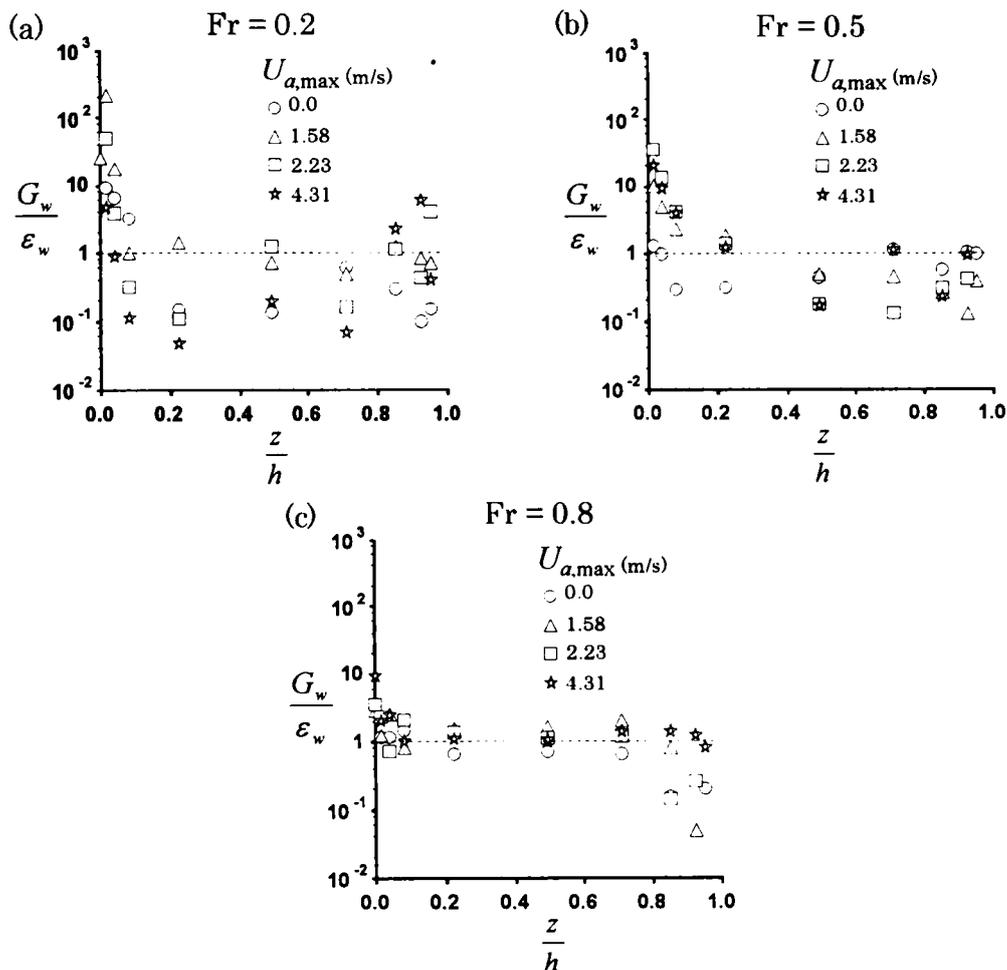


図-3.31 乱れの発生率 $G_w$ と逸散率 $\epsilon_w$ の比 (a:  $Fr=0.2$ , b:  $Fr=0.5$  および c:  $Fr=0.8$ )

化することがわかり，乱れエネルギーの収支関係に底面シアーと界面シアーが深く関与することが推測される．つまり，界面シアーが相対的に大きい場合には界面で乱れは発生し水層内部では逸散率が大きくなる．逆に界面シアーが相対的に小さい場合には界面で乱れは逸散し水層内部では乱れは平衡状態になり，開水路単相流れにおける乱れエネルギー収支関係と同様の特性となっている．

### 3. 4. 6 界面変動と流速変動特性

図-3.32 には開水路場および混成場における水面変動 $h(t)$ と水層界面近傍流速変動 $u(t), v(t)$ との相互相関係数 $\hat{C}_{uh}, \hat{C}_{vh}$ を遅れ時間 $\tau$ に対して図示した．ここで，流速変動の計測点は $z/h=0.95$ であり，超音波波高計による水面変動の計測点は流速変動計測点の鉛直上方である．COM23のケースでは超音波の乱反射により水面変動と流速変動の同時計測が困難であり，データを掲載していない．同図より，水面変動が小さな場合には $\hat{C}_{uh} < 0, \hat{C}_{vh} > 0$ であり，正の水面変動 $h(t) > 0$ の時には $u(t) < 0$ かつ $v(t) > 0$

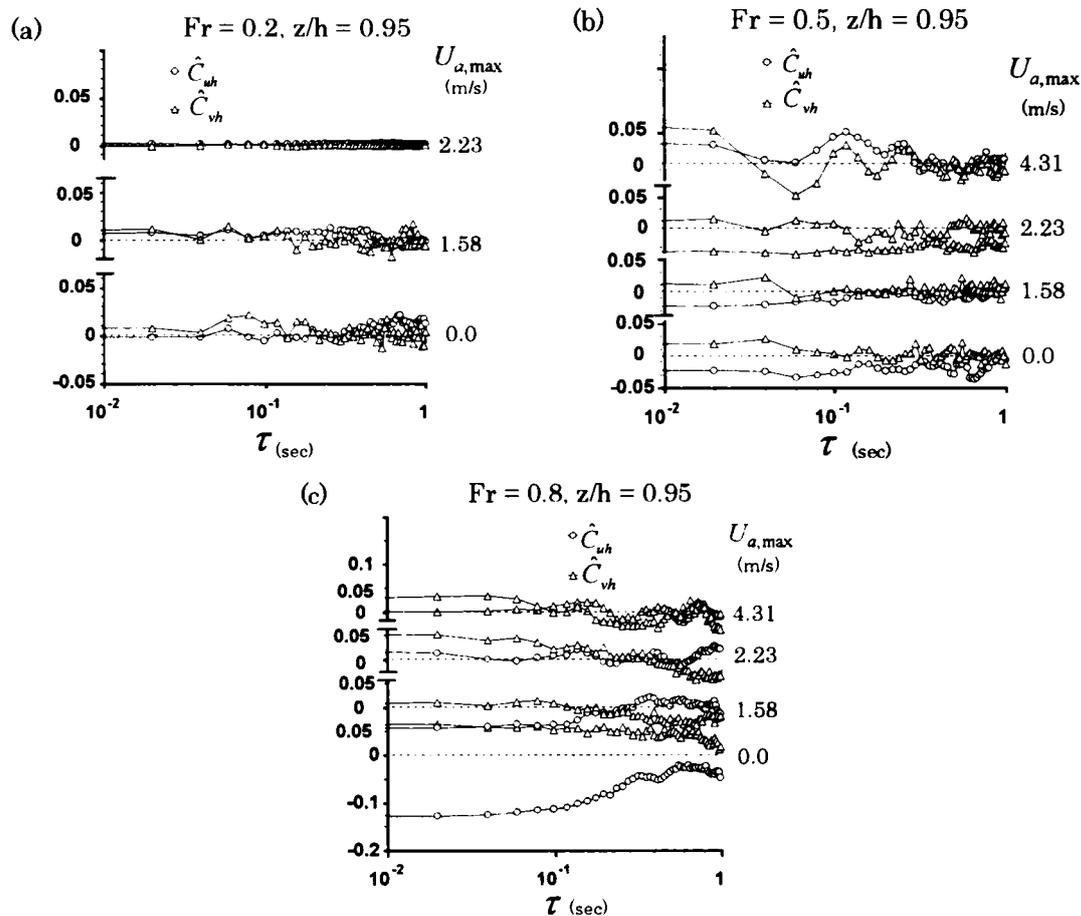


図-3.32 流速変動と水面変動の相関 ( $z/h=0.95$ ) (a;  $Fr=0.2$ , b;  $Fr=0.5$  および c;  $Fr=0.8$ )

となり、水面における局所的な流体の連続性が満足されている。一方、水面変動が大きくなると、 $\hat{C}_{uh}$ ・ $\hat{C}_{vh}$ はともに正の値を有する。これは3.4.4で示したように界面近傍の流体変動間の位相差が小さくなり水面変動と同一の準周期的な変動をするからと考えられる。また、開水路流れの自由水面を風応力が働く際には、風応力の増大と水面変動の増大は必ずしも線形ではなく、風応力が弱い場合には水面変動はあまり変化がないことがわかった。このメカニズムについては今後検討していくべき課題である。

### 3.4.7 混合距離特性

2層流において流速分布を予測する上で、混合距離を妥当にモデル化することが重要である。ここでは、既往研究で空気層の流速分布に関して提案されている以下の3つのモデルを検討する。

①van Driest (1956)<sup>15)</sup>によるモデル

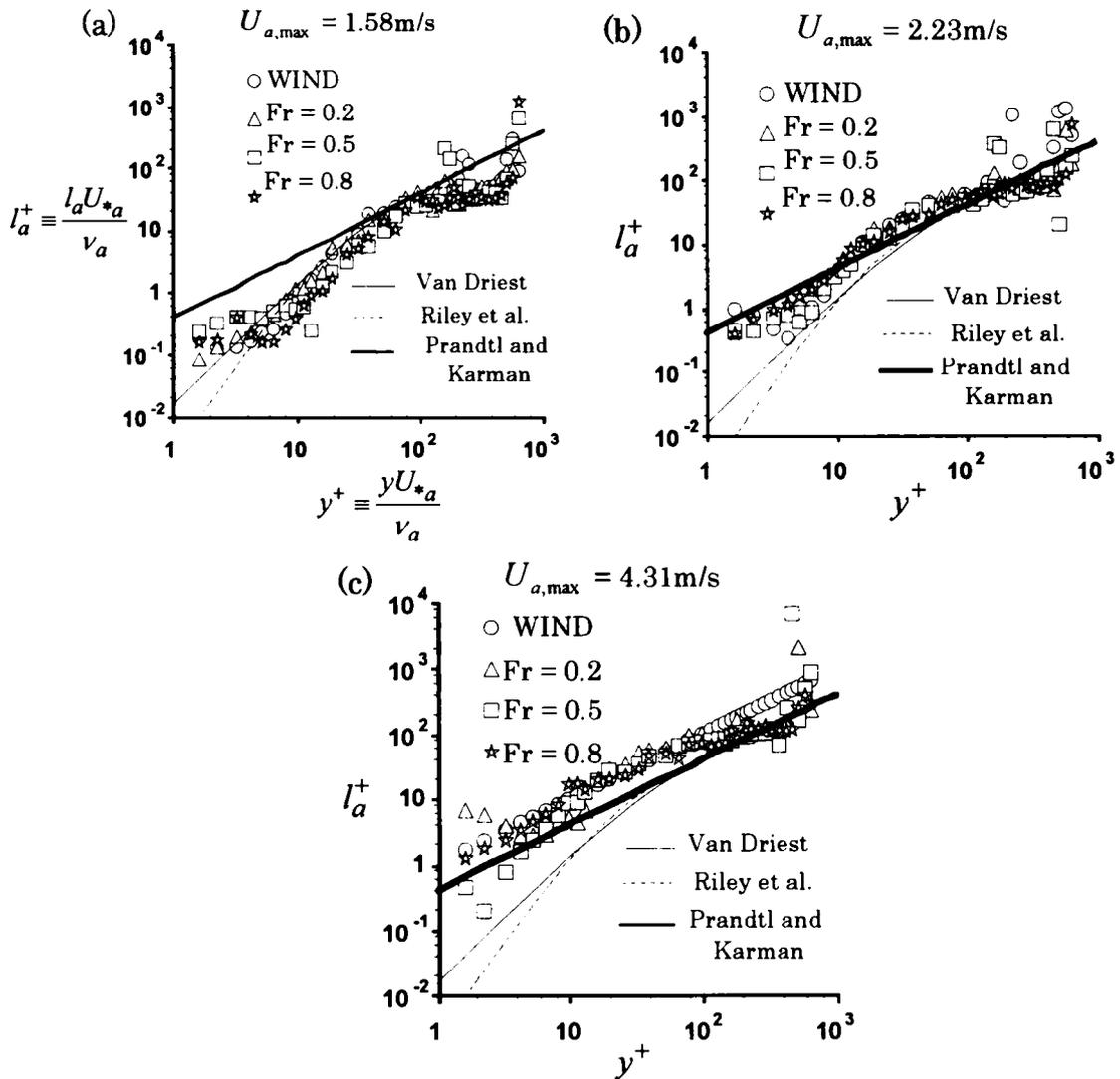


図-3.33 空気層の混合距離  $l_a$  (a;  $U_{a,max}=1.58\text{m/s}$ , b;  $2.31\text{m/s}$  および c:  $4.31\text{m/s}$ )

$$l^+ = \kappa y^+ \left( 1 - \frac{y^+}{A} \right) \quad (3.20)$$

このモデルは固定床上の滑面流れに対するモデルであり、一般に  $A = 26$  である。なお、+表示は  $\nu/U_{*a}$  による無次元化で、内部変数表示である。

②Rotta (1962)<sup>16)</sup>によるモデル

$$l^+ = l_0^+ + \kappa y^+ \quad (3.21)$$

$l_0^+$  は壁面近傍における混合距離で、壁面粗度による混合を表すため、境界で  $l_0^+$  を加えている。このモデルは粗面流れでのみ適用可能である。

③Riley et al. (1982)<sup>14)</sup>によるモデル

$$l^* = l_0^* + \kappa y^* \left( 1 - \exp\left(-\frac{y^*}{B}\right) \right)^2 \quad (3.22)$$

ここで、滑面流れでは  $l_0^* = 0$  であり、 $B = 13$  である。

図-3.33 は  $U_{a,\max} = 1.58, 2.23, 4.31 \text{ m/s}$  における空気層での混合距離を界面摩擦速度  $U_{*a}$  および動粘性係数  $\nu_a$  で無次元化して、 $y^*$  に対して示した。ただし、混合距離  $l$  は次式の定義式より逆算した。

$$-\overline{uv} \equiv l^2 \left( \frac{\partial U}{\partial y} \right)^2 \quad (3.23)$$

式(3.23)の偏微分は中央差分を用いて算定し、上記モデル2つ(①, ③)と Prandtl & Karman の線形混合距離( $l^* = \kappa y^*$ )も併示した。同図より、空気層界面における混合距離は界面極近傍の層で線形関係からはずれ、粘性による減衰傾向が観察される。また、分布形は式(3.20)および(3.22)の表示が実験値とよく一致することがわかる。また、風速が増大して界面状態が粗面になると、粗度の影響により上方にシフトして大きな値をとる傾向があることも示唆され、粘性の効果が出てこない。

一方、Hughes & Duffey(1991)<sup>19)</sup>は以下に示すように、混成場における水層内の混合距離を放物型モデルで提案した。

$$l = \kappa y \left[ 1 + \left( \frac{\kappa_l}{\kappa} - 1 \right) \frac{z}{h} \right] \quad (3.24)$$

ここで、 $l_l = \kappa_l h$  は界面における混合距離である。図-3.34 は  $Fr = 0.2, 0.5, 0.8$  における水層での混合距離  $l_w$  を底面摩擦速度  $U_{*w}$  および動粘性係数  $\nu_w$  で無次元化して、無次元距離  $z/h$  に対して示した。図-3.34 より低フルード数( $Fr = 0.2$ )では風速が大きくなると、混合距離は減少することがわかる。これは、水・空気界面において風シアーが大きくなると、水層内の流速勾配が平坦化することと密接に関連があると考えられる。一方、風シアーが存在しない2次元滑面開水路乱流場におけるせん断応力、および式(3.9)の平均流速  $U_w$  は外層も含めて一般に以下のように表される。

$$\frac{\tau}{\rho_w} \equiv -\overline{uv} + \nu_w \frac{\partial U}{\partial z} = U_{*w}^2 (1 - \xi) \quad (3.25)$$

$$\frac{U_w}{U_{*w}} \equiv U_w^+ = \frac{1}{\kappa} \ln z^+ + A + \frac{2\Pi}{\kappa} \sin\left(\frac{\pi\xi}{2}\right) \quad (3.26)$$

ここで、 $\xi \equiv z/h$  は無次元化した座標、 $A$  は積分定数(開水路流れにおける推奨値は  $A = 5.3$ )、 $\Pi$  値はウェークパラメータ、 $\pi$  は円周率である。 $\Pi$  値は摩擦レイノルズ数の関数として Nezu & Rodi (1986)<sup>68)</sup> によって実験的に求められており、本研究では流れ場の条件より 0.15 とする。なお、上付き添字+は内部変数を示し、プラス表示である。一方、渦動粘性係数は、式(3.25)、(3.26)より以下のように求められる。

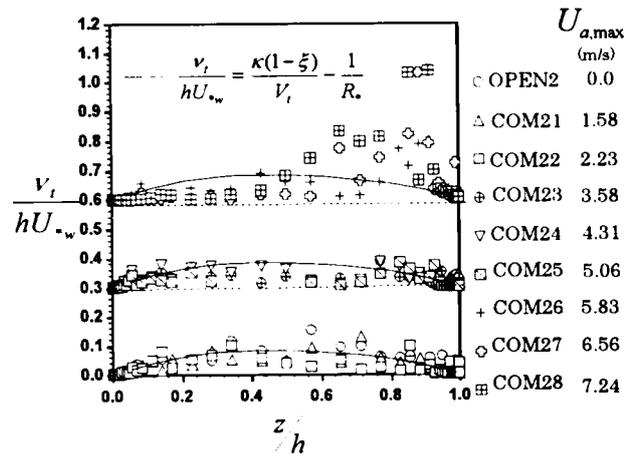
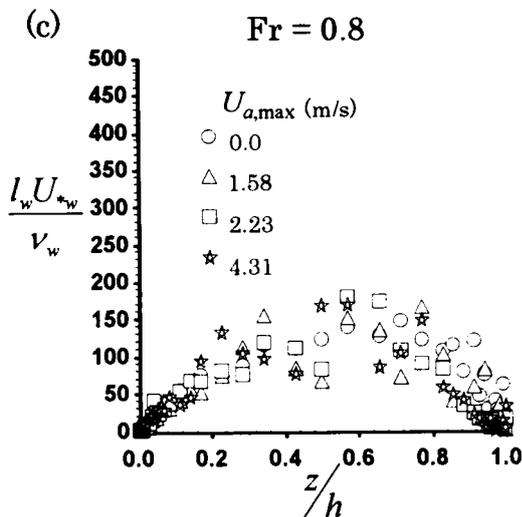
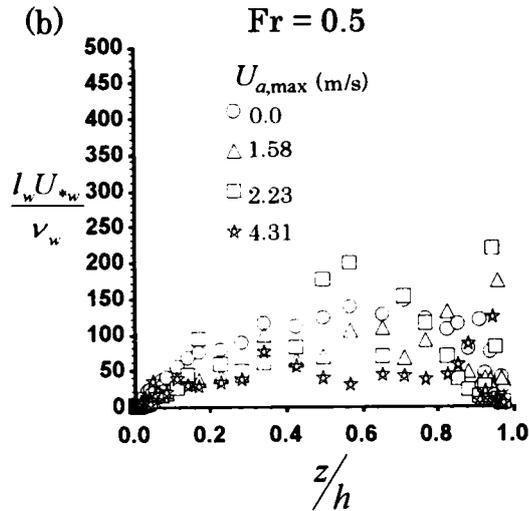
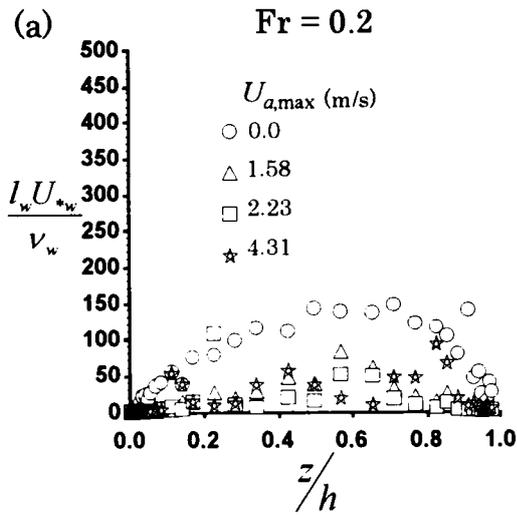


図-3.34 水層の混合距離  $l_w$   
(a;  $Fr = 0.2$ , b;  $0.5$  および c;  $0.8$ )

図-3.35 渦動粘性係数  $v_t$

$$\frac{v_t}{hU_{*w}} = \frac{-\overline{uv}}{hU_{*w}\partial U/\partial y} = \frac{\kappa(1-\xi)}{V_t} - \frac{1}{R_*} \quad (3.27)$$

ここで、 $V_t = \xi^{-1} + \pi I \sin \pi \xi$  である。図-3.35 には各ケースにおける渦動粘性係数  $v_t$  の実測値を無次元座標に対して示した。ただし、データ COM3~5, COM6~8 は各々 0.3 ずつ縦軸を上方へずらしている。図中には  $Fr = 0.2$  のケース OPEN の条件に対応する理論式(3.27)を併示した。低風速のケース (COM21~COM23) では開水路流場における傾向と同様だが、COM24~26 では半水深で  $v_t$  が減少し、COM26~28 では界面近傍で非常に大きな値を有することがわかる。これは風速の増大により界面近傍ではシアとは直接関係のない波動成分による乱流渦が発生しているためと考えられる。一方、COM24~28 で半水深における  $v_t$  が減少しているのは、底面近傍から界面へと上昇する乱流渦構造が

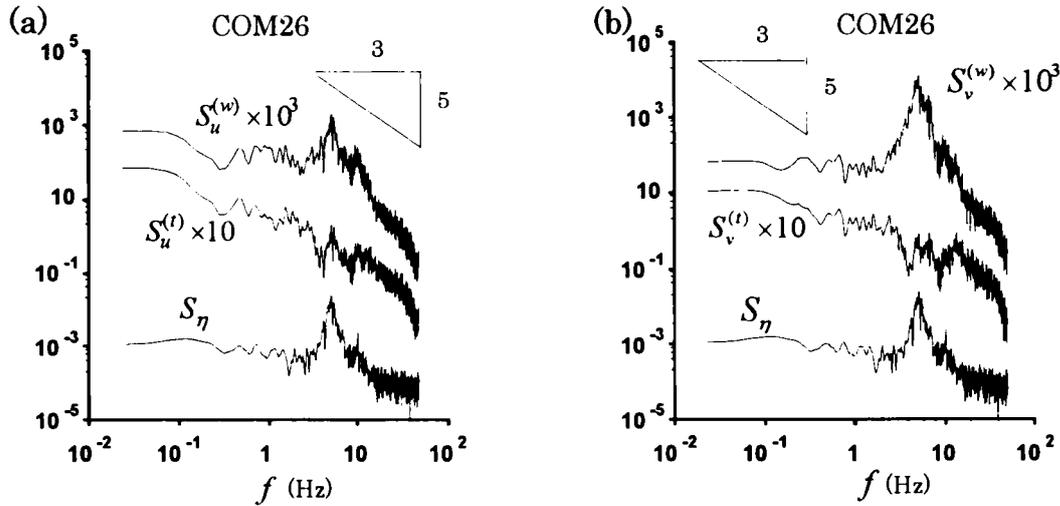


図-3.36 LFTによるスペクトルパワーの分解(COM26,  $z/h=0.9$ , a;流速変動 $u$ , b;流速変動 $v$ )

弱められているためと推測される。

### 3. 4. 8 LFT 解析

本研究では流速成分における楕円軌道の波動成分を除去し、非定常な吹送流と底面せん断流に起因する乱れ変動を考察するために、線形 filtering 手法(Linear Filtering Technique, LFT)<sup>69)</sup>の適用を試みた。この LFT は、線形フィルタにより水面変動に線形な流速変動成分を周波数空間で抽出できる。Benilov *et al.* (1974)<sup>69)</sup>は以下の2点の仮定を設けて、次式のように流速変動成分を分離した。

①流速変動に占める波動成分  $u^w(t)$  は水面変動  $\eta(t)$  に依存する。

$$u^w(t) = L[\eta(t)] \quad (3.28)$$

②流速変動に占める波動成分  $u^w(t)$  とその他の乱れ成分  $u^t(t)$  には相関がない。

$$\overline{u^w(t)u^t(t)} = 0 \quad (3.29)$$

したがって、瞬間流速  $\tilde{u}(t)$  は次のようになる。

$$\tilde{u}(t) = U + u(t) = U + u^w(t) + u^t(t) \quad (3.30)$$

ここで、 $u(t)$  はいわゆるレイノルズ分解による乱れ、 $L$  は線形作用素である。ただし、原著論文と異なり、ここでは1次元表示をしている。上記仮定を設けた上で、彼らは次式で各乱れを評価している。

$$\overline{(u^w)^2} = \int_{f \approx 0}^{f_N} S_{u\eta}(f) df \quad (3.31)$$

$$\overline{(u^t)^2} = \int_{f \approx 0}^{f_N} (S_{uu}(f) - S_{u\eta}(f)) df \quad (3.32)$$

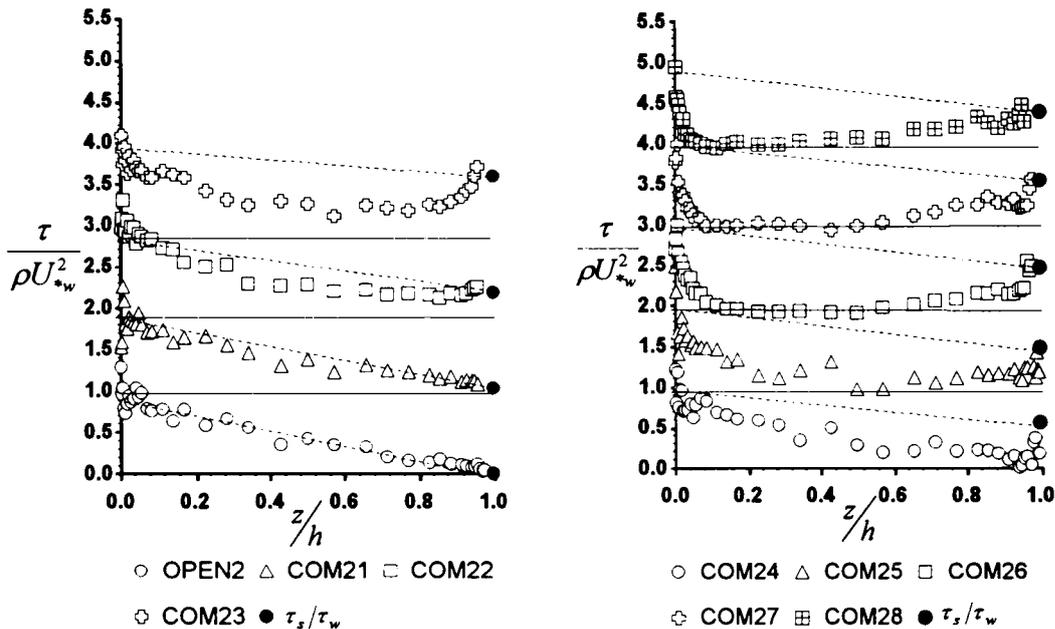


図-3.37 LFT 解析によるせん断応力分布

ただし、 $f_N$  はナイキスト周波数であり、クロススペクトル  $S_{ij}$  は次式で定義される。

$$S_{ij}(f) = \frac{S_{i\eta}(f) \cdot S_{j\eta}^*(f)}{S_{\eta\eta}(f)} \quad (3.33)$$

通常、この手法を線形フィルタリング手法(LFT)と呼び、波動成分を除去した乱れの分離評価手法として用いられている。この手法では流速変動の時系列自体を求めることはできず、乱れ強度のみが算定される。Cheung & Street (1988)<sup>70)</sup>は、風波流れの水層界面近傍での主流速勾配が対数則よりも穏やかになる現象について、この LFT を用いて波動成分  $u^w(t)$  と乱れ成分  $u^t(t)$  の乱れ強度の大小関係と関連づけて、波が平均流へ及ぼす影響を指摘している。図-3.36 は LFT により算定した、ケース COM26 における界面近傍点での流速変動スペクトル  $S_u, S_v$  および水面変動スペクトル  $S_\eta$  を示す。図-3.36 (a) は流速変動  $u$  に関して、図-3.36 (b) は流速変動  $v$  に関して図示した。図中で、添え字  $w$  を付した  $S_u^{(w)}$  および  $S_v^{(w)}$  は流速変動において水面変動に線形な成分(wave component)であり、添え字  $t$  を付した  $S_u^{(t)} (= S_u - S_u^{(w)})$  はそれ以外の乱流変動成分(turbulent component)である。図より、風波に固有の水面変動が生じている場合には、卓越周波数帯で特に影響が大きいことがわかる。一方、水面変動に直接関係しない乱流変動成分  $S_u^{(t)}$  および  $S_v^{(t)}$  には、水面振動  $f_p$  に対応した領域で卓越したパワーを有する領域が存在しないことがわかる。この結果は Cheng & Street(1988)<sup>70)</sup>と同様である。図-3.37 は風波に起因する流速成分を LFT で除去した後に算定したせん断応力分布を示す。図中の界面せん断応力  $\tau_s (= \rho_w U_*s^2)$  は水層界面での摩擦速度より算定した。図中、各データは 10 ずつ上下に平行移動してプ

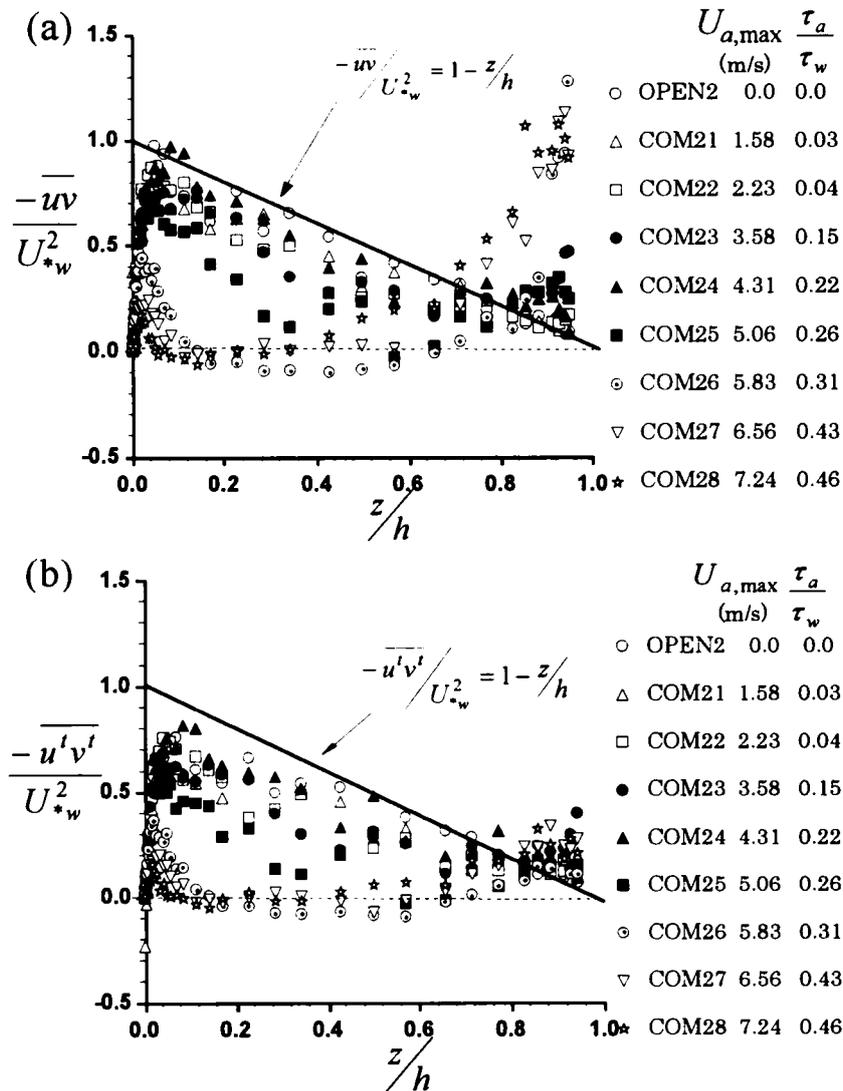


図-3.38 LFT 解析によるレイノルズ応力特性(a;全変動成分, b;水面変動と関係のない変動成分)

ロットした。同図より、水面上の風シアーが強くなると、せん断応力  $\tau$  は底面シアーと吹送流シアーを境界条件として放物形の特性を示し、せん断応力に関する線形仮定<sup>19)</sup> (図中の破線) が破綻することがわかる。また、界面では、LFT 解析により算定したせん断応力  $\tau$  と摩擦速度より算定した  $\tau_s$  がほぼ一致することがわかる。

図-3.38 には各ケースにおけるレイノルズ応力を、無次元化した座標  $z/h$  に対して示した。図-3.38 (a) には、通常の Reynolds 分解に基づく流速変動による乱れ  $-\overline{uv}$  から算定したものを、図-3.38 (b) には LFT 分解した後の流速変動による乱れから算定したものの  $-\overline{u^t v^t}$  を示した。図-3.38 (a) より、COM21~24 では界面近傍では  $-\overline{uv}$  はゼロとならず若干大きい値が観察され、風シアーにより乱流輸送が促進されていることがわかる。また、COM25~28 では界面近傍で非常に大きな運動量輸送が行われており、かつ半水深ではレイノルズ応力がほぼゼロとなり運動量輸送がほとんど行われていないことがわかる。

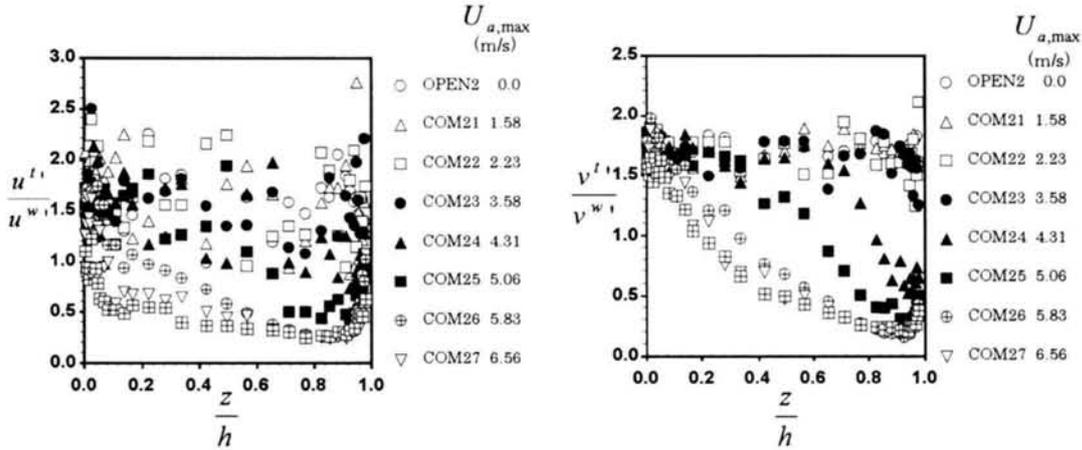


図-3.39 LFT 解析による乱れ強度分布特性

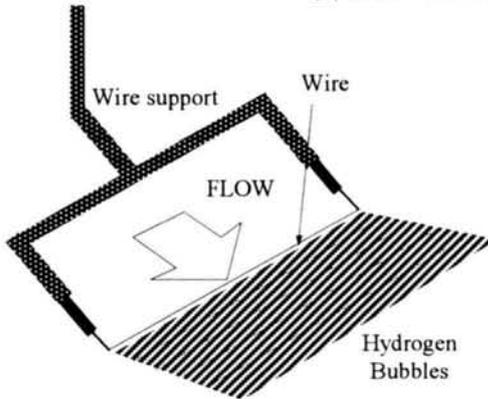


図-3.40 水素気泡法，気泡発生装置

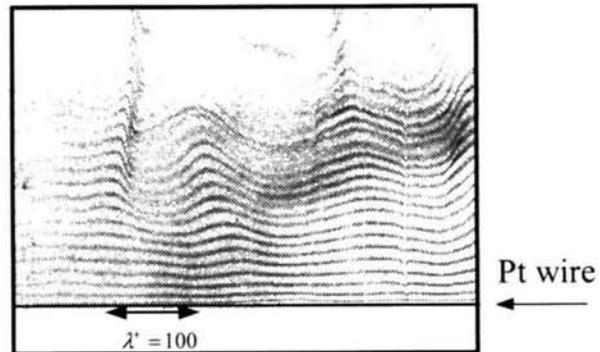


図-3.41 混成流界面近傍の低速・高速縞構造の可視化例( $z/h \cong 0.9$ ,  $Fr = 0.05$ ,  $U_{a,max} = 2.0\text{m/s}$ )

一方、図-3.38 (b)では界面近傍での特性が低減している様子が観察できる。これは界面近傍での乱流輸送が波動成分により誘発されたことを示しており、吹送流シアーによる乱流輸送よりも大きいことがわかる。また、風シアーの存在下では波動成分に非線形な運動量輸送が存在することがわかる。図-3.39 には、LFT によって算定された乱れ強度比  $u''/u_w$  および  $v''/v_w$  を示した。図-3.39 より COM25~28 では半水深より上方で  $u''/u_w$  および  $v''/v_w$  は 1.0 より小さく、流速変動における準周期的な水面変動の効果が大きいことがわかる。よって、風シアーによる水面変動と関連性のある波動成分をたとえば LFT で除去した上で乱流渦現象を評価すべきことが示唆される。

### 3. 4. 9 水素気泡法を用いた組織構造の可視化

図-3.40 は水層界面近傍の組織構造を可視化するために用いた水素気泡法(発生装置は Kenek 社製)の模式図を示す。水素気泡法の陰極には直径  $50 \mu\text{m}$  の白金線を用い、陽極には銅板を用いた。本計測では白金線を主流方向に対して直角水平に張り、横断方向における低速・高速縞構造の可視化を行っ

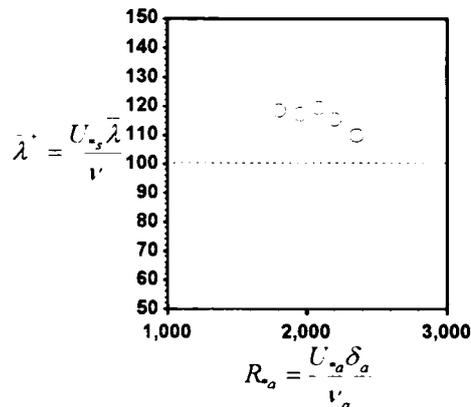


図-3.42 高速・低速縞構造の横断方向の平均間隔( $z/h \cong 0.9$ )

た. この手法は, 壁面乱流のバースト現象の低速・高速縞構造の可視化と同様である<sup>4)</sup>. パルス電圧の時間間隔やその大きさは計測流れ場に応じて適切に調整を行い, 陽極の銅板は白金線よりも数 10cm 下流に配置し擾乱の影響をなくした. 気泡撮影には PIV 計測で用いられるレーザーライトシートを光源として用い, ガラス製の河床底面よりデジタルビデオカメラ(30 コマ/秒)で動画・静止画を撮影した. なお, 可視化計測では Kline *et al.*(1967)<sup>71)</sup>, 日野ら(1985)<sup>72)</sup>の計測を参考に, 比較的低いレイノルズ数領域のケースのみを対象としている. 図-3.41 はフルード数  $Fr = 0.05$ , 最大風速  $U_{a,max} = 2.0$  (m/s)の条件下( $R_{*s} = U_* h / \nu_w \cong 400$ )で, 水層界面近傍 ( $z/h \cong 0.9$ ) において可視化された高速・低速縞構造の写真の一例である. 既往研究では吹送流場 ( $Fr = 0$ )でも界面近傍で縞構造の存在が指摘されている<sup>72)</sup>. 図-3.41 より, 開水路流に加えて水面上に風シアが作用してもすなわち混成流でも, 界面近傍で低速・高速縞が観察できる. また, 動画像より界面近傍には縦渦構造が存在し, 界面近傍の高速流により流下方向へ伸張される様子も観察された. これは, 低レイノルズ数条件下では界面がほぼ滑面準固定状態であり, 壁面せん断流と同様のメカニズムで組織渦運動が発生すると推察される. なお, 本研究において吹送流  $Fr = 0$ でも, 風シアによって高速・低速縞構造が存在することを確認している.

図-3.42 は  $Fr$  を 0.05 と一定にし, 空気流のレイノルズ数  $R_{*a} = U_* \delta_a / \nu_a$  に対して, 動画データから算定した高速・低速縞の平均横断間隔  $\bar{\lambda}^+ \cong U_* \bar{\lambda} / \nu$  を示した. ここで,  $\delta_a$  は空気層のレイノルズ応力がゼロとなる界面からの距離で, 境界層厚である. 図-3.42 より,  $\bar{\lambda}^+$  は空気のレイノルズ数によらずにほぼ一定値であることがわかる. これは, 固定壁面バーストと同様に, 風シアに起因する組織渦構造が風波界面近傍において存在することを示している. 本実験値は壁面バーストの  $\bar{\lambda}^+ = 100$  より若干大きくなったが, これが界面組織構造の特性であるかはデータ数も少なくさらに詳細な検討が必要である.

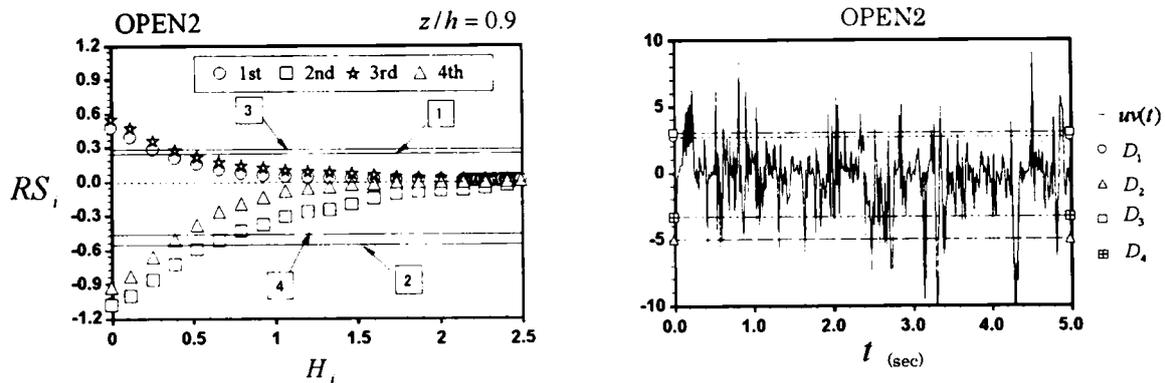


図-3.43 4象限区分半値しきい値法による解析例 ( $i$ は各象限 $i$ でのしきい値を決定する寄与率を示す。) (a;しきい値の決定法の概念図, b;瞬間レイノルズ応力変動としきい値 $D_i$ )

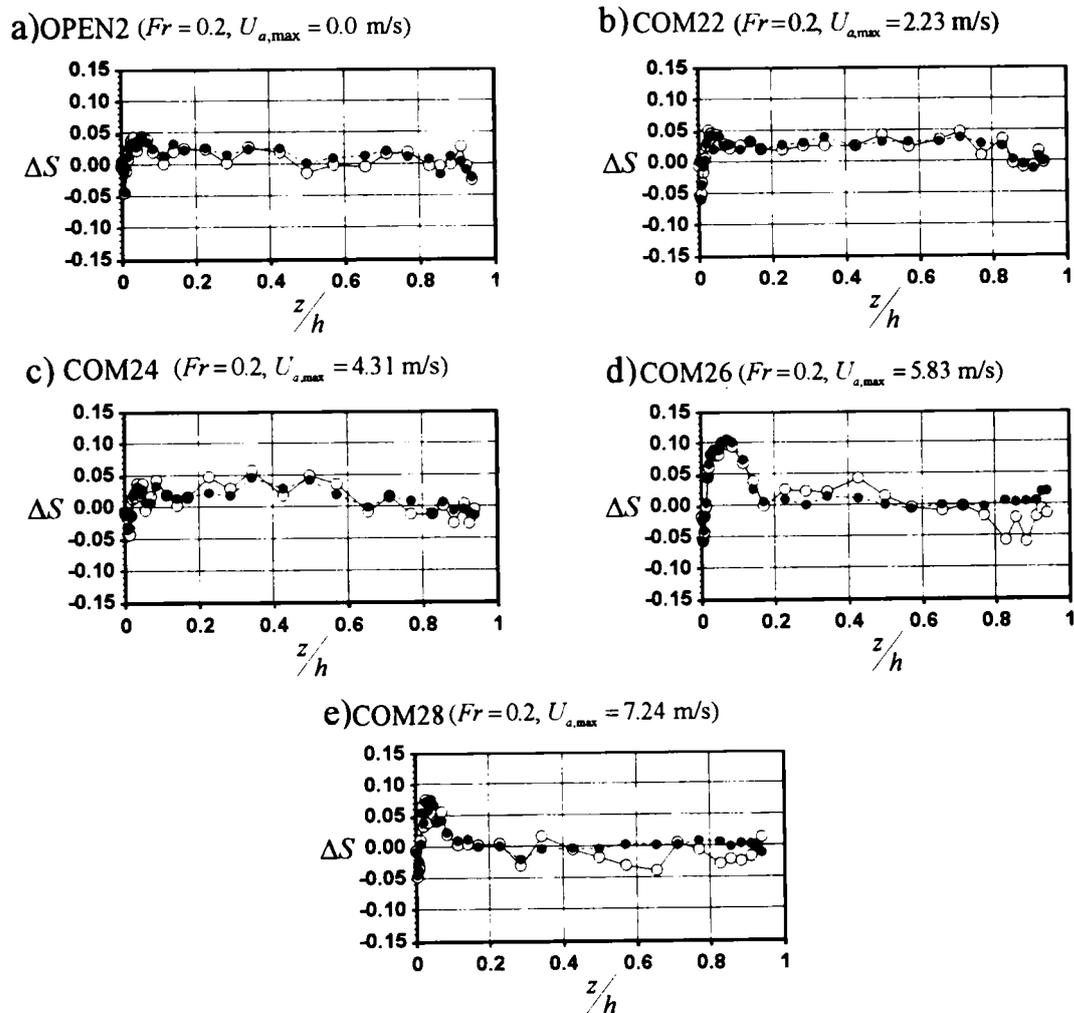


図-3.44 混成流における組織運動による鉛直方向の運動量輸送

### 3. 4. 10 時間周波数解析による界面組織構造特性

上述の可視化結果を踏まえ、以下では界面組織構造を定量的に解析する。風シアを伴う開水路混成流における界面組織構造は未解明な点が多く、また、その解析手法も一般化されていない。そこで、本研究では壁面乱流で多用されている Nezu & Nakagawa による 4 象限半値しきい値法<sup>4)</sup>を用いて組織渦の評価を行った。この手法では組織構造の抽出のために、瞬間レイノルズ応力  $w = u \cdot v$  を次のように行う。

$$\left. \begin{aligned} RS_i &= \int_H^{\infty} w p_i(w) dw \quad (i = 1, 3) \\ RS_i &= \int_{-\infty}^{-H} w p_i(w) dw \quad (i = 2, 4) \end{aligned} \right\} \quad (3.34)$$

$$\left. \begin{aligned} T_i &= \int_H^{\infty} p_i(w) dw \quad (i = 1, 3) \\ T_i &= \int_{-\infty}^{-H} p_i(w) dw \quad (i = 2, 4) \end{aligned} \right\} \quad (3.35)$$

ここで、 $i$  は象限、式(3.34)の  $RS_i$  は  $i$  象限の組織渦の寄与率、式(3.35)の  $T_i$  は  $i$  象限の組織渦の時間占有率であり、 $H$  は組織渦を識別するしきい値、 $p_i$  は  $w$  の確率密度関数である。寄与率はしきい値  $H$  の関数で、半値しきい値法では  $RS_i(H) = 0.5RS_i(0)$  を満足する  $H$  をしきい値とする方法である<sup>4)</sup>。図-3.43(a)はケース OPEN2 での界面近傍( $z/h=0.9$ )の流速場を対象として、4 象限区分半値しきい値法を適用した際の解析例である。また、図-3.43(b)は図-3.43(a)と同様の流速変動と解析に用いたしきい値を図示した。図-3.43(b)に示すように、しきい値のライン(D1~D4)の絶対値を越えるものを組織渦運動として識別を行う。なお、以下の解析に用いた流速変動は線形フィルタ法(LFT)で水面波動成分を除去した後に Wavelet 解析を用いて再合成した乱れ成分のみをである。図-3.44 に開水路流(OPEN2)および混成流(COM22,24,26,28)での組織運動による鉛直方向の無次元運動量輸送  $\Delta S \equiv (|RS_2| - |RS_4|)/u'v'$  を示した。 $\Delta S$  の正値は水層内で組織運動による上向きの運動量輸送を意味し、図中○は波動成分を除去した流速変動に関して、●は波動成分を除去しない全流速変動に関して解析した結果である。ケース OPEN2 や COM22, 24 では、底面近傍( $z/h < 0.05$ )で  $RS_4$  の Sweep が卓越し、それより上方では  $RS_2$  の Ejection が卓越しており、従来の結果に一致する<sup>4)</sup>。一方、ケース COM26, 28 における界面近傍では、波動を除去しないデータ (●) では水面波の時間平均的な鉛直方向運動量輸送はゼロに近い。そのため、 $\Delta S$  もほぼゼロになるが、この波動の影響を除去したデータ (○) では風シアによる乱れの影響で下方への運動量輸送が行われていることがわかり、注目される。すなわち、風シアを伴う開水路混成流の水面近傍では、水面変動とは無関係な水面から下方へ向かう組織的な運動が卓越して存在することが示唆される。図-3.45 に各ケースにおける鉛直方向  $v$  成分のフラットネス  $F_v \equiv \overline{v^4}/v'^4$  の分布を示した。ここで、波動成分を除去しない全流速変動成分と、波動成分を除去した乱れ流速変動

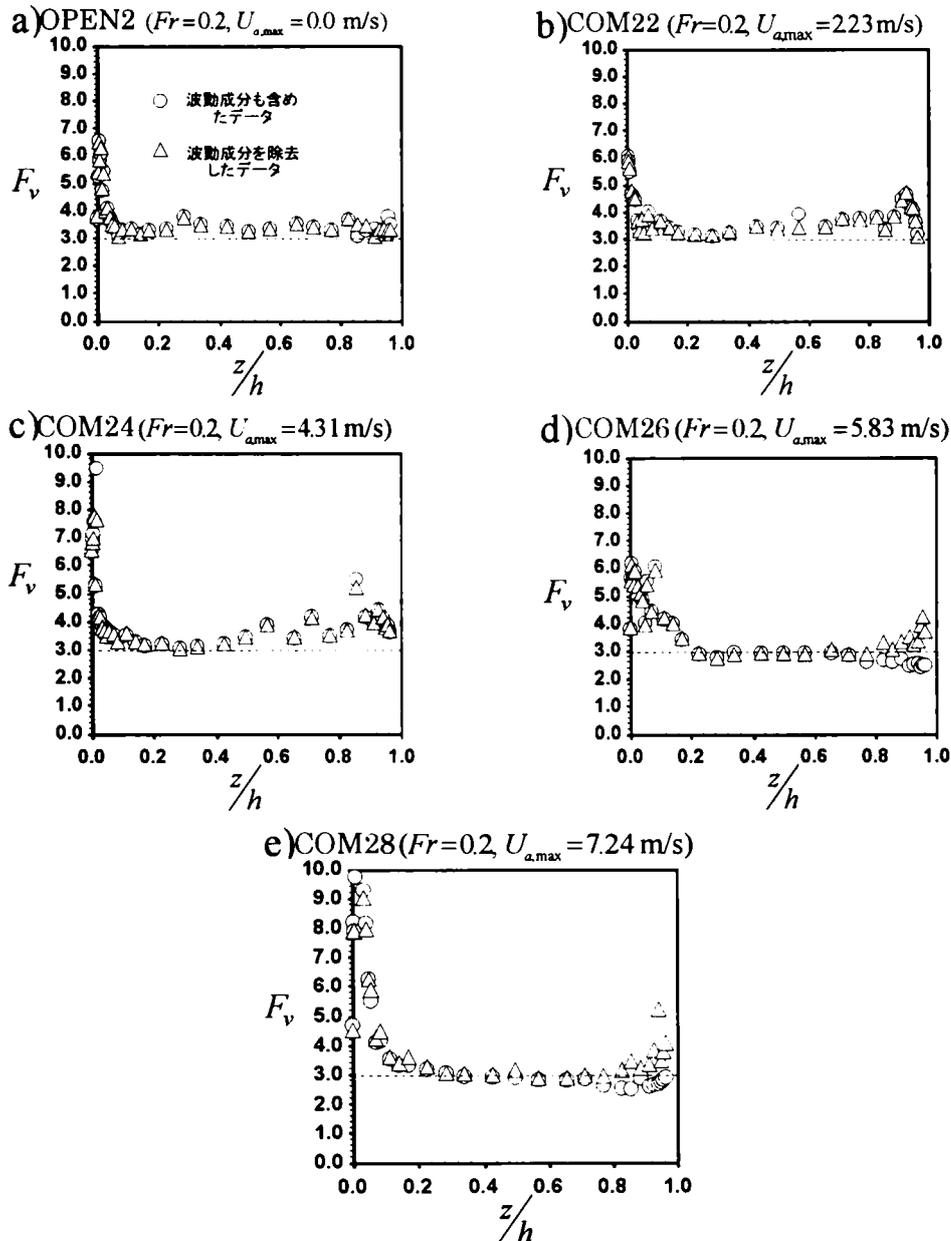


図-3.45 Flatness factor(ケース OPEN2, COM22, 24, 26 および 28)

のみに関して  $F_v$  を計算し、区分して図示した。なお、流速変動  $v$  がガウス分布では  $F_v = 3$  となり、これを図に記入した。同図より、開水路場 (OPEN) と比較して、混成流の界面近傍では比較的大きな  $F_v$  が観察され、界面せん断流による組織渦構造の存在が指摘される。また、ケース COM26, 28 では波動を含めた全流速変動の  $F_v$  は界面近傍で 3 に近くなっている。これは界面近傍での運動が準周期的な波動運動に支配されていることが推測される。したがって、界面組織渦の解析には波動成分を除去することが必要である。

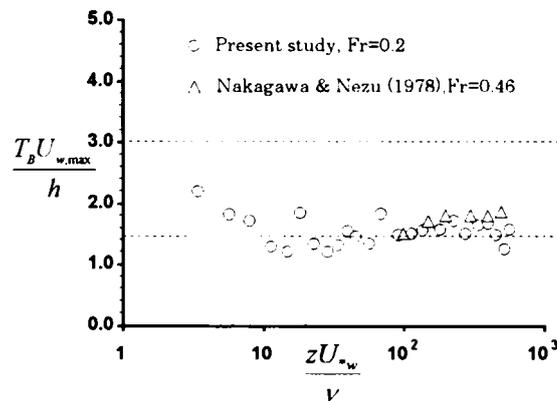


図-3.46 開水路乱流における底面近傍のバースト発生周期

図-3.46 は開水路乱流(OPEN)における組織渦(バースト)の発生周期 $T_B$ を示すものである。 $T_B$ の値は4象限半値しきい値法<sup>2)</sup>より算定された。この $T_B$ を水層最大流速 $U_{w,max}$ および水深 $h$ の外部変数表示で無次元表示した。図中には、Nakagawa & Nezu(1981)<sup>23)</sup>のデータも併示した。図-3.46より、開水路底面近傍における組織渦の発生周期は既往の結果 $T_B U_{w,max} / h = 1.5 \sim 3.0$ <sup>4)</sup>と一致する。一方、図-3.47は混成流(COM)における組織渦の発生周期 $T_B$ と $T_S$ ( $T_B$ は第2象限、 $T_S$ は第4象限のデータを示す)を開水路流での組織渦の発生周期 $T_{B,open}$ および $T_{S,open}$ で比を取ったものである。ここで、混成流の $T_B$ と $T_S$ の算定に用いたデータは波動成分を除去している。図-3.47より、風速 $U_{a,max}$ が6m/s以下では $T_B / T_{B,open}$ の値はほぼ1.0であり、底面で発生する組織渦に及ぼす風シアの影響はほぼないようである。一方、風速 $U_{a,max}$ が6m/s以上では $T_B$ は開水路の値よりも顕著に大きくなり、風シアの影響を受けると考えられ、注目される。一方、界面近く( $z^+ \cong 10^3$ )では $T_S$ は開水路流と比較して減少しており、風シアによる組織渦運動が発生していることがわかる。

図-3.48は開水路乱流(OPEN)における組織渦の発生周期 $T_B$ を内部変数表示 $T_B^+ \equiv T_B U_{*w}^2 / \nu_w$ したもので、摩擦レイノルズ数 $R_* \equiv U_{*w} h / \nu_w$ に対して示した。図中、底面近傍( $z^+ = 30$ )と界面近傍( $z/h = 0.95$ )の実測値を示し、Nakagawa & Nezu<sup>23)</sup>のデータも併示した。図より、底面近傍と界面近傍のバースト発生周期はほぼ一致することがわかる。また、 $T_B^+$ の $R_*$ に対する依存性はほぼ1/2乗から1乗であることがわかる<sup>2)</sup>。

図-3.49は混成流(COM)の界面近傍( $z/h = 0.95$ )における組織渦(バースト)の無次元発生周期 $T_B^+ \equiv T_B U_{*s}^2 / \nu_w$ を摩擦レイノルズ数 $R_{*h} \equiv U_{*s} h' / \nu_w$ に対して図示した。ここで、界面での長さスケールを水面変動のRMS値 $h'$ にとってデータを整理した。図中には、全周波数変動(all-frequency)からなる流速変動から算定したデータと、水面での卓越波よりも周波数が大きい高周波変動成分

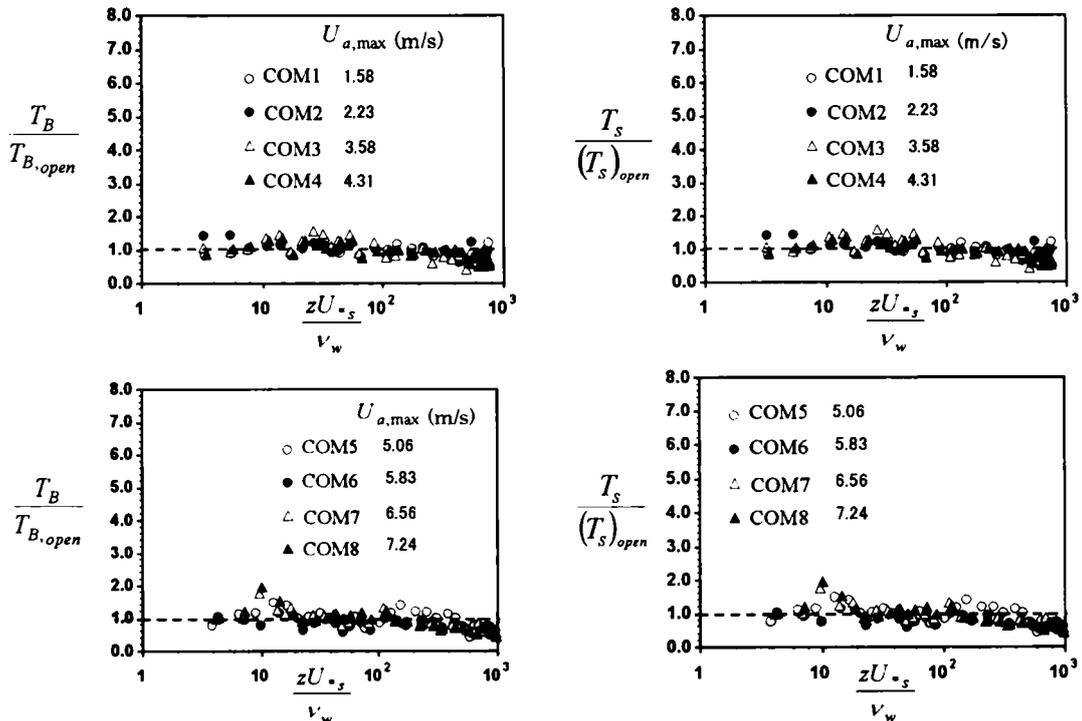


図-3.47 混成流の底面近傍のバースト発生周期

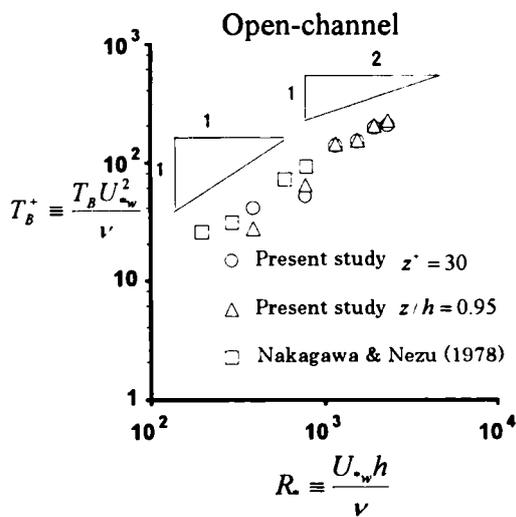


図-3.48 開水路流のバースト発生周期とレイノルズ数の関係

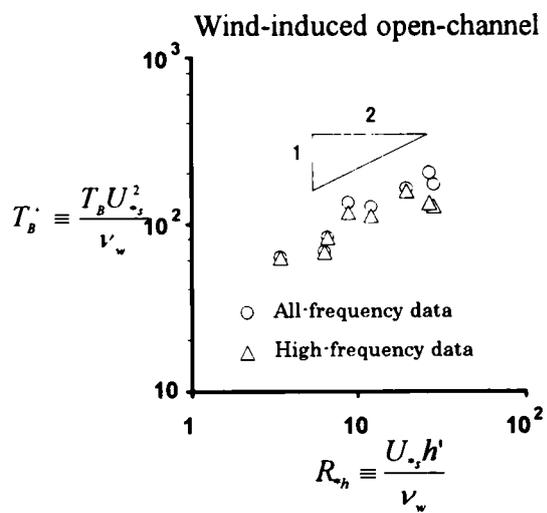


図-3.49 混成流の界面近傍のバースト発生周期とレイノルズ数の関係

(High-frequency)のみからなる流速変動から算定したデータを併示した。実験値にはばらつきがあるが、 $T_B^+$  は  $R_{*h}$  のほぼ 1/2 乗に従って増加するようであり、図-3.47 の開水路の結果に類似している。また、低いレイノルズ数帯ではデータ間に差がないが、高いレイノルズ数帯では無次元バースト周期が現象している。これは、低レイノルズ数帯では開水路流れの底面組織渦に起因する乱流渦が表面更新渦となるのに対して、高レイノルズ数帯では風波流れによる微細な乱流渦が表面更新渦となるためと考えら

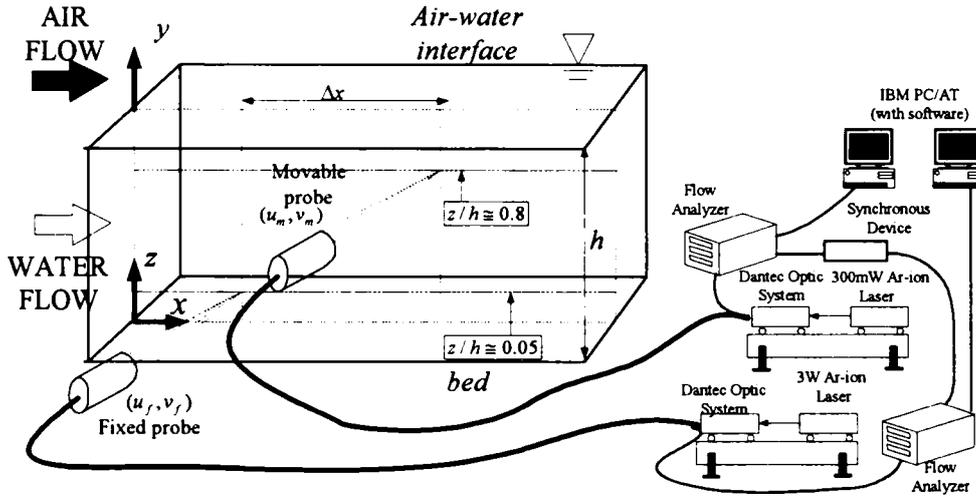


図-3.50 LDAの2点同時計測

れる。この結果は後述のLDA点計測による2点相関により明らかとなる。

### 3. 4. 1 1 2点同時計測による組織構造解析

前節で確認された組織構造はLDA単一点の計測における解析結果であり、その発生要因が底面シア一および界面シアの何れのものかは明確でない。そこで、以下では風シア下の開水路乱流場における底面近傍組織渦構造と水・空気界面近傍組織渦構造の関連性について検討する。図-3.50はLDAの2点同時計測を行う際のLDAの設置を模式的に表したものである。乱流構造の点計測には、移動点(movable probe)では空冷式300mWの後方散乱型2成分アルゴンイオンレーザー流速計(LDA, Dantec社製)を、固定点(fixed probe)では水冷式2Wの後方散乱型2成分アルゴンイオンレーザー流速計(Dantec社製)をそれぞれ使い、同期装置を用いて水層内の2点においてLDAの同時計測を行った。また、2台のLDAが干渉を起こすことによって生じる誤データが存在するのか確認するために、水・空気層の各々において単独でLDAを使用した際に得られる乱流統計量と2台稼働時の統計量データを比較して、実験データへの影響がない範囲で計測を行うようにした。

図-3.51は開水路流場(OPEN2)における無条件相関係数 $C$ および条件付き時空間相関 $C^c$ を流下方向無次元座標 $\Delta x/h$ に対して示した。ここで、相関係数の定義は以下のようである。

$$\left. \begin{aligned} C_{u_f u_m}(\Delta x, \Delta \tau) &\equiv \frac{\overline{u_f u_m}}{\overline{u'_f u'_m}} \\ C_{u_f u_m}^c(\Delta x, \Delta \tau) &\equiv \frac{I(t) \overline{u_f u_m}}{\overline{u'_f u'_m} \sum I} \end{aligned} \right\} \quad (3.36)$$

ただし、図-3.51に示すように、 $u_f = u(x_f, z_f, t)$ は時刻 $t$ における水路中央固定点 $(x_f, z_f)$ における流

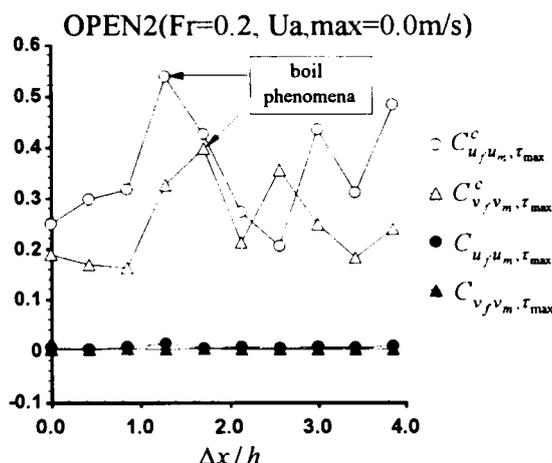


図-3.51 無条件相関係数と条件付き相関係数

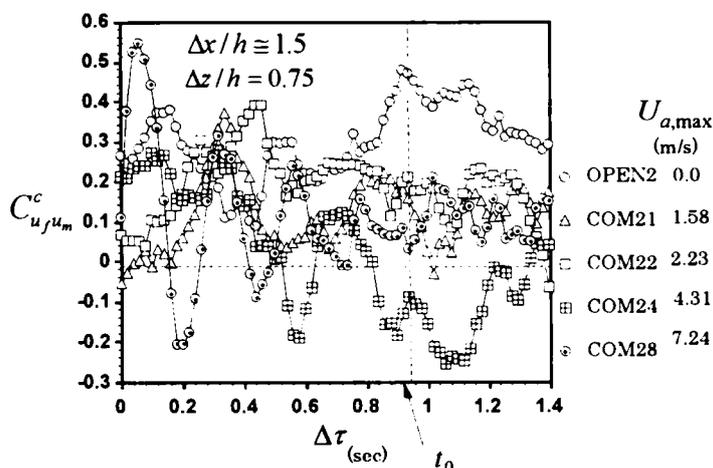


図-3.52 条件付き相関係数

速変動であり,  $u_m = u(x_f + \Delta x, z_f + \Delta z, t + \Delta \tau)$  は 2次元場移動点の流速変動である.  $\Delta \tau$  は遅れ時間,  $I(t)$  は乱流場における組織渦運動の識別関数である. つまり, 条件付き時空間相関では固定床近傍で抽出された組織渦構造と関連性が大きい界面近傍の流体変動のみが相関値として識別される. 本研究では  $\Delta z/h = 0.75$  と固定した. 図中の  $\tau_{max}$  は相関値の中で最大値を示した場合の遅れ時間  $\Delta \tau$  を示す. 図-3.51 より, 無条件相関係数はほぼゼロ値であり, 底面現象と界面現象は時間平均的には相関がほぼないことがわかる. 一方, 条件付き時空間相関は  $\Delta x/h \cong 1.5$  付近で最大値を有し, 底面 bursting 現象と界面付近の boil 現象が密接に関連していることがわかる. これは, 開水路乱流場特有の組織渦運動を示すものである. 図-5.49 には開水路流場 (ケース OPEN2), 混成場 (ケース COM21, 22, 24, 28) における無条件相関係数  $C$  および条件付き時空間相関  $C^c$  を遅れ時間  $\Delta \tau$  に対して示した. 図中の  $t_0$  は開水路流場 (OPEN) における固定点  $(x_f, z_f)$  の流体塊が断面平均流速により移動点 ( $\Delta x/h \cong 1.5, \Delta z/h \cong 0.75$ ) へ移流される時間を示す. 開水路流場 (OPEN) では  $\Delta \tau = 1.0$  (sec) 付近で大きな相関が観察され, 図-3.52

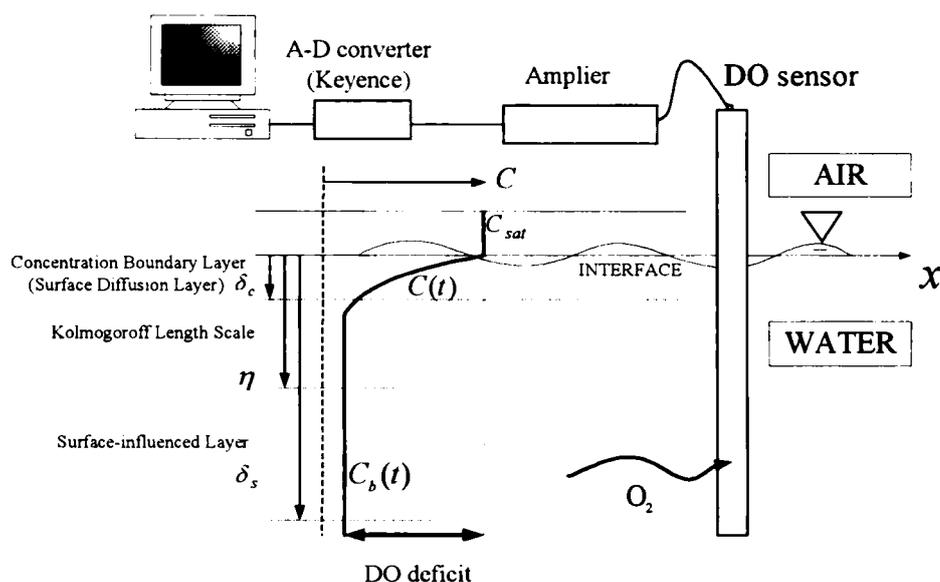


図-3.53 濃度分布  $C(t)$  と DO メータによる水中酸素濃度計測

に示したような boil 現象が観察される。一方、ケース COM24,28 では相関係数が振動しており、底面組織渦と界面組織渦運動との相関がないことがわかる。ケース COM21 では、ケース OPEN2 よりも小さい遅れ時間で比較的大きな相関値が観察される。これは界面近傍の移流効果によってボイル渦が流下方向へ引き伸ばされ、明確でなくなったものと推察される<sup>4)</sup>。また、ケース COM22 では、COM21 より若干大きな相関値を示すが、開水路流れのケースと比較して減衰している。これより、本実験において、風速が増大した場合において界面近傍で観察された組織渦運動は底面 bursting 現象とは関連性がなく、界面シアによって生成された組織渦構造であると考えられる。

### 3. 4. 1 2 気体輸送と組織構造

#### (1) 気体輸送速度の評価手法

自然河川での溶存酸素濃度は河川の水域環境に大きな影響を及ぼす。通常、酸素は空気中から水中への再曝気によって供給され、生態系における無機物・有機物循環の一役を担っている。環境工学や河川工学などの既往研究では、河川の曝気能力は再曝気係数  $K_2$  として評価されてきた<sup>45)</sup>。再曝気係数  $K_2$  (1/s) は、次式で定義される。

$$\frac{\partial C}{\partial t} \equiv K_2 (C_s - C) \quad (3.37)$$

ここで、 $C$  は水深平均の溶存酸素濃度 (mg/l)、 $C_s$  は空気中の酸素分圧と平衡状態であるときの飽和溶存酸素濃度 (mg/l)、 $t$  は時間 (sec) である。一方、物質輸送の基本概念であるフラックスは移動現象論で多用されており、物質輸送速度  $K_L$  (cm/s) が次式で定義されている。

$$J \equiv K_L (C_s - C) \quad (3.38)$$

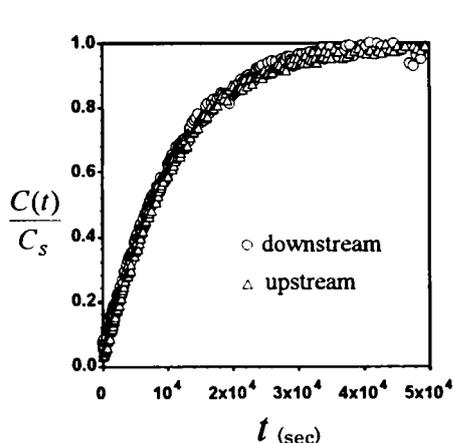


図-3.54 酸素濃度の時系列の一例  
(ケース OPEN5)

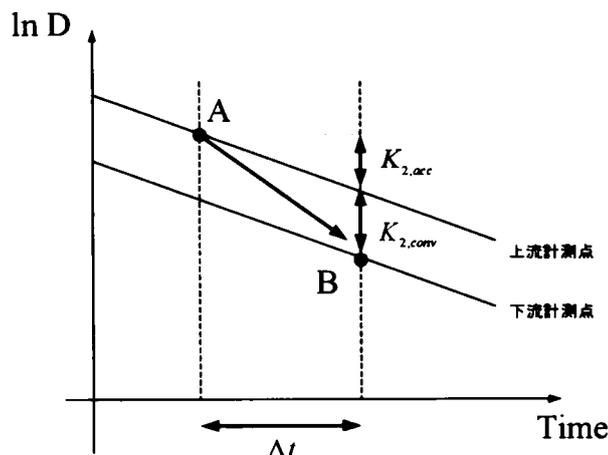


図-3.55 上下流の濃度2点計測における  
不飽和濃度  $D$  の時系列

ここで、 $J$  は単位時間単位面積あたりの物質輸送フラックス ( $\text{mg/s/cm}^2$ ) である。式(3.37)と(3.38)より、

$$K_L = K_2 \cdot (V/A) \cong K_2 \cdot H \quad (3.39)$$

と関係づけられる<sup>73)</sup>。ここに、 $V$  は流域の水体积、 $A$  は接触面積、 $h$  は水深である。式(3.39)の近似式の右辺は水表面に風波が生じた場合に接触面積が静水での値にほぼ等しいという仮定から導かれる<sup>73)</sup>。中山・禰津<sup>74)</sup>は、風速が小さい場合には風波による接触面積の増加は数%程度であり、あまり大きくないと指摘している。平均流が存在する流域での気体輸送速度  $K_L$  の評価には以下に示す Rathbun<sup>75)</sup> や Moog & Jirka<sup>45)</sup> による Two-station method (2点間計測手法) があり、本研究でもこの手法から気体輸送速度を算定する。なお、本手法では DO センサで計測する濃度は水層平均濃度  $C_m$  であり、水層界面近傍の濃度境界層の外側では乱流混合により濃度は一様分布の  $C_m$  に等しいと仮定する。これは濃度境界層厚  $\delta_c$  がコルモゴロフのミクロスケール  $\eta$  と比較して数倍小さいことに基づいている (図-3.53 参照)<sup>45)</sup>。本研究では流下方向 (フェッチ方向) で風波が発達していることを風波のスペクトルの-4乗則で確認し、乱流諸量があまり変化しない短い流下方向の距離  $\Delta x$  間で、2台の DO センサによる溶存酸素計測を行った (図-3.54)。その後、主流方向の移流過程のみ考慮して、式(3.40)を次式のように変形して  $K_2$  を求めた<sup>75)</sup>。

$$K_2 = -\frac{d \ln D}{dt} \cong -\frac{\partial \ln D}{\partial t} - U_m \frac{\partial \ln D}{\partial x} \cong -\frac{\Delta(\ln D)}{\Delta t} - U_m \frac{\Delta(\ln D)}{\Delta x} \quad (3.40)$$

ここで、 $D (= C_s - C)$  は不飽和濃度、 $U_m$  は水流の断面平均流速である。すなわち、バルク濃度を有する流体塊の移流速度が平均的には水流の断面平均流速  $U_m$  であると仮定して、DO メータを設置している距離  $\Delta x$  を流体塊が移流する時間間隔  $\Delta t$  における不飽和濃度差を求めて、式(3.40)より  $K_2$  を求めた。式(3.40)の第1項は局所加速度項  $K_{2,acc}$ 、第2項は移流項  $K_{2,conv}$  を示す。この模式図を図-3.55 に示した<sup>45)</sup>。

以上まとめると、溶存酸素濃度と平均流速の計測により式(3.40)から $K_2$ を求め、式(3.39)から $K_L$ を算出した。なお、気体輸送速度 $K_L$ は温度に依存するため、次式<sup>76)</sup>より水温20°Cでの値 $K_{L,20}$ に変換している。以下、 $K_L$ は $K_{L,20}$ を示すものとする。

$$K_{L,20} = K_{L,T} \sigma_T^{20-T} \quad (3.41)$$

ここで、 $K_{L,T}$ は計測時の温度 $T$ °Cでの気体輸送速度、 $\sigma_T$ は温度係数(=1.0241)である。

## (2) 気体輸送速度と乱流統計量

水域環境における気体輸送で重要な気体の大半は溶解性の低いもの（ヘンリー係数が大きいもの）であり、界面を通しての酸素輸送を考慮する際には水側界面の乱流挙動や界面表面の状態が気体輸送に大きな影響を及ぼすものと考えられる。また、酸素は界面近傍の濃度境界層 $\delta_c$ （図-3.53参照）で分子拡散により空気から水中へ取り込まれる際には、水表面の更新膜の影響を考慮する必要がある。表面更新理論<sup>32)</sup>に従うと、気体輸送速度 $K_L$ が界面における流体塊の表面更新率 $r$ と分子拡散係数 $D_L$ とに関係づけられ、式(3.3)となる。また、表面更新渦の速度スケールと長さスケールを $u_r$ および $l_r$ とすると、式(3.3)から

$$\frac{K_L}{u_r} \sqrt{Sc} \propto \sqrt{\frac{\nu}{u_r l_r}} \quad (3.42)$$

と与えられる<sup>29)</sup>。既往研究では、表面更新膜の代表スケールをエネルギー保有渦の特性（代表長さは積分スケール $L$ 、代表速度は乱れ強度 $u'$ ）と関連づけた大規模渦モデル（Large Eddy Model<sup>37)</sup>、および、最小渦の特性（代表長さはコルモゴロフのマイクロスケール $\eta \equiv (\nu^3 / \varepsilon)^{1/4}$ 、代表速度は $u_r \equiv (\nu \varepsilon)^{1/4}$ 、ここで $\varepsilon$ は乱れエネルギー逸散率）と関連づけた小規模渦モデル（Small Eddy Model<sup>38)</sup>の2つのモデルがあるが、どのモデルが妥当かは対象とする流れ場に関して様々な議論がある<sup>44),45)</sup>。本研究ではまず風シアーを伴わない開水路乱流場および風シアーを伴う開水路混成流場を対象として、水層界面近傍の乱流統計量と水・空気界面酸素輸送の関連性について検討し、その後、界面近傍の組織渦の発生周期と気体輸送現象との関連性について考察する。

図-3.56は開水路乱流場における底面摩擦速度 $U_{*w}$ と気体輸送速度 $K_L$ の関係について図示した。図中には開水路乱流場におけるThackston & Krenkel (1969)<sup>40)</sup>、Gulliver & Halverson (1989)<sup>42)</sup>、Moog (1995)<sup>77)</sup>、Chu & Jirka (1995)<sup>63)</sup>および中山・禰津 (1999)<sup>78)</sup>のデータも併示した。図-3.56より本計測データはほぼ彼らのデータと一致していることがわかる。室内計測と現地観測結果のデータの相違は、Chu & Jirka (1995)<sup>63)</sup>が指摘するように、河川における底面粗度(Macro roughness)の存在や計測センサーによるものと推察され、実河川での現象解明には今後検討が必要である。図-3.57には開水路乱流場において、式(3.42)より、速度スケールに $u_r$ として $U_{*w}$ を選んで、無次元化した気体輸送速度

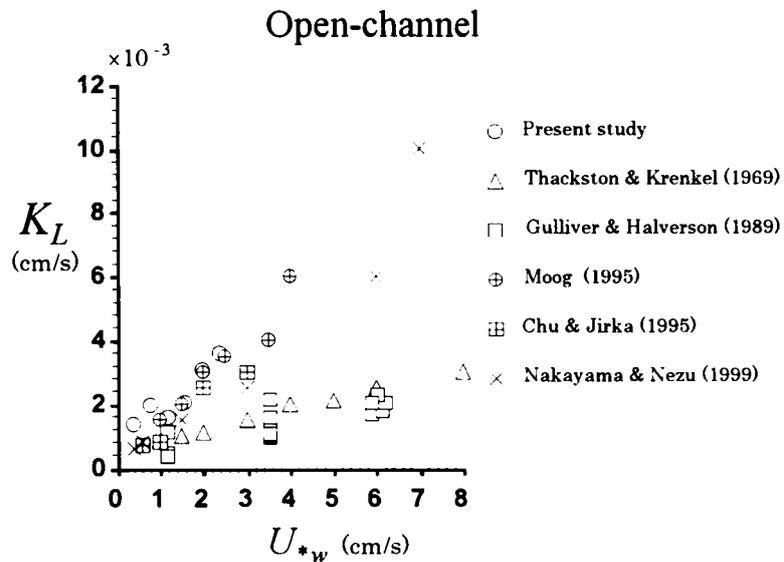


図-3.56 開水路流における底面摩擦速度と気体輸送速度

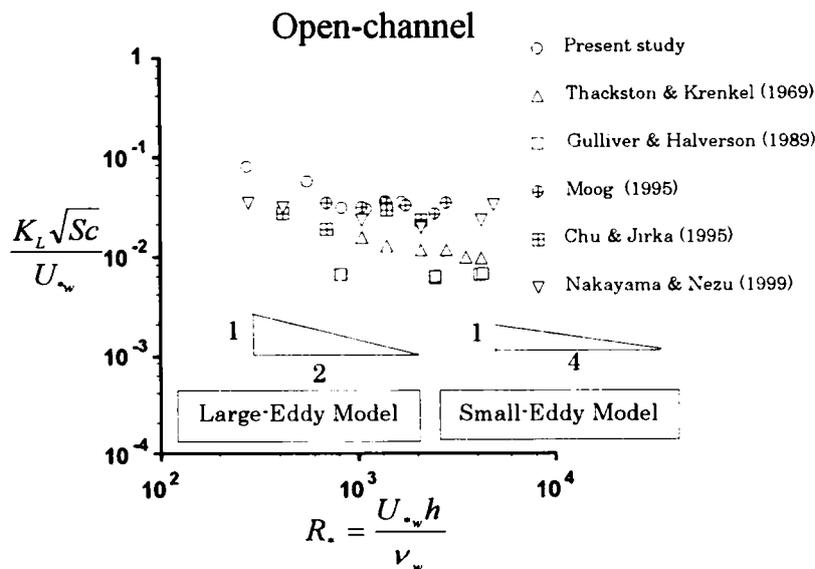


図-3.57 開水路流における摩擦レイノルズ数と気体輸送速度

$(K_L / U_{*w})\sqrt{Sc}$  を摩擦レイノルズ数  $R_* \equiv U_{*w}h / \nu_w$  に対して図示した。図中には、図-3.56 と同様のデータを併示した。なお、酸素ガスの  $Sc$  数は 500 と仮定した。実験値は少ないが、プロットしたデータは高レイノルズ数では  $R_*$  の  $1/4$  乗則に従う Small Eddy Model, 低レイノルズ数では  $R_*$  の  $1/2$  乗則に従う Large Eddy Model が妥当なようである<sup>41)</sup>。

図-3.58(a)では混成流(COMシリーズ)における気体輸送速度  $K_L$  と空気側摩擦速度  $U_{*a}$  の関連性を検討した。図中には混成乱流場における Eloubaidy & Plate(1972)<sup>57)</sup>, 中山・禰津(1999)<sup>78)</sup>, Chu<sup>61)</sup>の結果を併示した。また、比較のため、純風波乱流場での二酸化炭素ガスの水・空気間輸送に関する Liss &

Merlivat(1986)<sup>49)</sup>の経験式( $K_L = 2.85U_{10} - 9.65 \cdot U_{10}$  は海上 10m 平均風速)に, Wu(1975)<sup>64)</sup>の摩擦係数  $C_f$ に関する経験則および  $Sc$  数の影響を加味してデータを併示した. ここで, 二酸化炭素ガスの  $Sc$  数を 600 と仮定した. 図-3.58(a)より, フルード数  $Fr$  が大きい場合( $Fr = 0.5$  と  $0.8$ )では風速の影響はほとんどないことがわかる. 一方,  $Fr = 0.2$  のケースでは  $U_{*a}$  が増大すれば  $K_L$  が増大し, Liss & Merlivat (1986)<sup>49)</sup>の風波流れの経験則に一致することがわかる. また, 図-3.58(a)より, 気体輸送現象において  $Fr = 0.2$  の開水路流れによる支配から風波流れによる支配へと遷移するのは  $\tau_a / \tau_w$  が 0.26 程度である. これは, 先に示した混成乱流場の乱流構造が風波流れへと遷移した条件と一致し, 注目される. このように, 開水路底面シアと界面風シアが共存する混成流では気体輸送速度は水流と空気流の相対的な差に大きく関連することが示唆される. そこで, 図-3.58(a)の混成流(COM シリーズ,  $Fr = 0.2$ )における気体輸送速度  $K_L$  が Liss & Merlivat (1986)<sup>49)</sup>の純風波場の  $K_L$  にほぼ一致するときの  $U_{*a}$  を算定し, このときの無次元せん断応力比  $\tau_c^* \equiv \tau_a / \tau_w = \rho_a U_{*a}^2 / \rho_w U_{*w}^2$  を計算した. データは少ないが,  $Fr$  数に関わらず, せん断応力比が 0.25 程度であることがわかる. すなわち, 混成流ではこの限界シア比  $\tau_c^*$  の時に, 混成流の  $K_L$  が純風波場の  $K_L$  に漸近すると考えられる. 図-3.58(b)は  $Fr$  数と  $\tau_c^*$  の関係性について図示した. 図中には, 中山・禰津(1999)<sup>78)</sup>, Chu<sup>61)</sup>データを併示した. 図-3.58(b)より, 混成流の気体輸送では大まかにせん断応力比がほぼ 0.25 以上ならば, 風波流れの気体輸送特性を示し, 0.25 未満ならばほぼ開水路流れの特性を示すものと考えられる. また,  $Fr$  数に関係なく, 界面/底面せん断応力比によって, 流れ場に対する気体輸送の特性が決定されることがわかり, 注目される. しかし, データが少ないために, 今後この妥当性について検討する必要がある. 以下では, COM2 シリーズ( $Fr = 0.2$ )の混成流を対象とした解析結果を示す.

中山・禰津<sup>78)</sup>は, Dobbins(1964)<sup>39)</sup>が次元解析によって提案した表面更新率と流れスケールに付け加

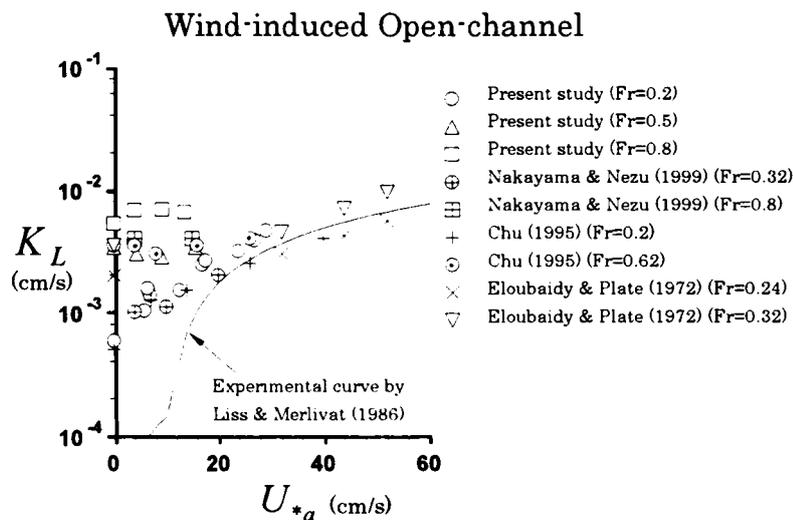


図-3.58(a) 混成乱流場の空気層摩擦速度と気体輸送速度

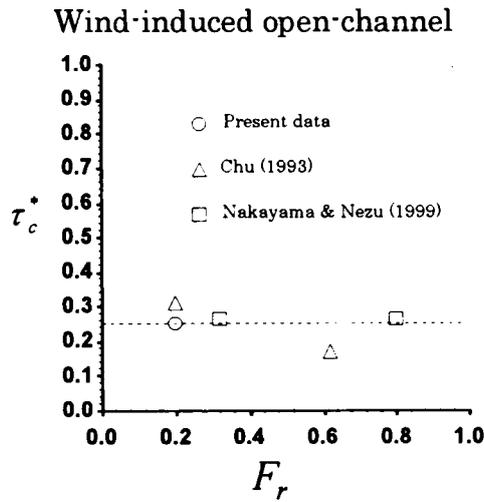


図-3.58(b) 混成乱流場での限界せん断応力比と  $Fr$  数

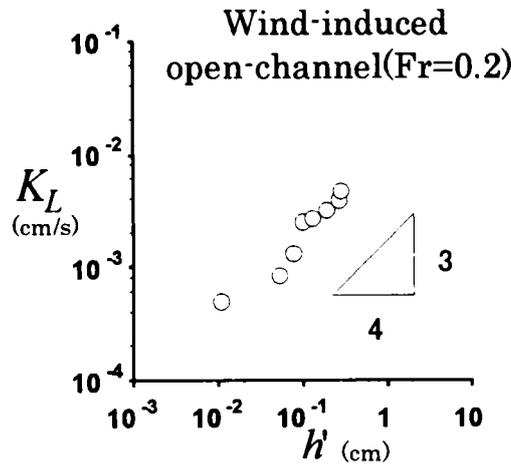


図-3.59 混成乱流場 ( $Fr = 0.2$ ) における水面変動強度と気体輸送速度

えて、水面変動の影響を考慮して以下のように実験的に気体輸送式を提案した。

$$K_L \propto \left(\frac{D_l}{\sigma}\right)^{1/2} \rho_w^{7/8} (g\nu)^{3/8} \left[1 + A\left(\frac{h'}{h}\right)^2\right] h'^{3/4} \propto \left[1 + A\left(\frac{h'}{h}\right)^2\right] h'^{3/4} \quad (3.43)$$

ここで、 $\sigma$  は表面張力係数、 $g$  は重力加速度である。式(3.43)より、

$$K_L \propto h'^{3/4} \quad (A \ll h^2) \quad (3.44)$$

ここで、式(3.44)は風波流れにおいて適用可能である。図-3.59には混成乱流場 ( $Fr = 0.2$ ) の水面変動強度  $h'$  と気体輸送速度  $K_L$  を図示した。データは少ないが式(3.44)の比例関係はほぼ成立し、風波流れが卓越している流れ場において、水面変動強度が気体輸送現象を支配するパラメータとして示唆される。

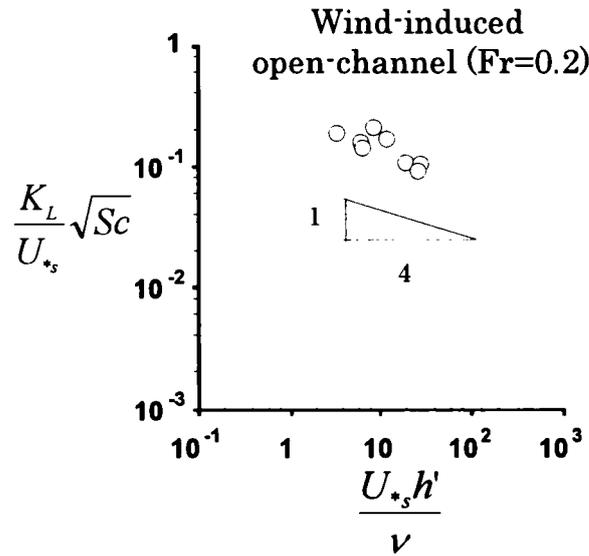


図-3.60 混成乱流場( $Fr = 0.2$ )におけるレイノルズ数と気体輸送速度

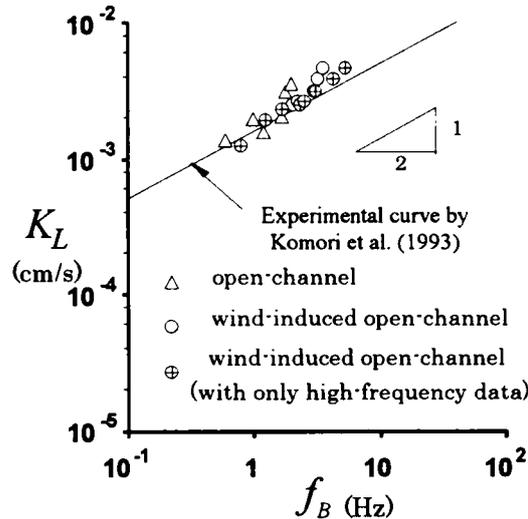


図-3.61 開水路乱流場および混成乱流場( $Fr = 0.2$ )での組織渦発生周波数と気体輸送速度

### (3) 気体輸送速度のレイノルズ数依存性

以下では気体輸送速度  $K_L$  に対するレイノルズ数依存性について表面更新渦の観点から考察を行う。図-3.60 は開水路乱流場および混成乱流場 ( $Fr = 0.2$ ) における界面近傍の組織渦の発生周波数  $f_B$  と気体輸送速度  $K_L$  の関係性について図示した。図中には、卓越波成分よりも高周波の成分 ( $f \geq f_p$ ) のみから算定された  $f_B$  も併示した。また、二酸化炭素を対象とした、Komori *et al.*<sup>28)</sup> の実験曲線も併示した。図-3.60 より、開水路乱流場および混成場における組織渦の発生周波数と気体輸送速度の関係はほぼ Komori *et al.* (1993)<sup>28)</sup> の結果と一致することがわかる。また、界面における組織渦構造と気体輸送の関連性は既往の表面更新モデルに従うとすれば、シアアの相違によらずほぼ  $K_L \propto \sqrt{f_B}$  と表すことが

できることがわかる。図-3.61は $Fr=0.2$ の混成流での無次元気体輸送速度 $(K_L/U_{*s})\sqrt{Sc}$ と摩擦レイノルズ数 $R_{*h} \equiv U_{*s}h/\nu$ の関連性関連性を検討したものである。図より、データの幅は小さいが、気体輸送速度のレイノルズ依存性はほぼ $1/4$ 乗であることが示唆される。

図-3.48, 図-3.49より、 $T_B^+$ のレイノルズ数依存性は $1/2$ 乗からほぼ $1$ 乗であった。すなわち、

$$\frac{T_B^+ U_{*s}^2}{\nu_w} \propto R_{*h}^n \quad (3.45)$$

ここで、低レイノルズ数では $n=1$ 、高レイノルズ数で $n=1/2$ である。気体輸送速度 $K_L$ は表面更新説に従うと、代表速度スケール $u_r$ を界面摩擦速度 $U_{*s}$ 、長さスケール $l_r$ を $U_{*s}T_B$ と仮定すれば、

$$\frac{K_L}{U_{*s}}\sqrt{Sc} = \sqrt{\frac{\nu_w}{U_{*s}^2 T_B}} = (T_B^+)^{-1/2} \quad (3.46)$$

式(3.45)を使うと、

$$\frac{K_L}{U_{*s}}\sqrt{Sc} \propto R_{*h}^{-n/2} \quad (3.47)$$

となる。高レイノルズ数では $n=1/2$ であることが実験的に示唆されたため、このとき式(3.47)より界面での気体輸送速度はレイノルズ数の $1/4$ 乗則に依存すると考えられ図-3.61の結果をうまく説明できる。すなわち、気体輸送速度のレイノルズ数依存性が界面バーストの発生周期から説明できると示唆される。

### 3. 5 結語

本章は水面上に風シアが存在する開水路流れ場（水・空気混成乱流場）を対象として、系統的に実験条件を変化させて、水路中央鉛直断面における水・空気流をレーザー流速計(LDA)で2次元計測を行い、両層の乱流構造に関して実験的に検討を行った。また、水素気泡法を用いて水層界面近傍の組織渦運動の可視化により組織渦運動の定性的な考察を行い、さらに、LDA計測データの条件付きサンプリング法とWavelet解析とLFT解析を併用して、水・空気混成乱流場における組織渦構造について定量的な考察を加えた。これに付け加えて、溶存酸素計(DOメーター)を用いた水槽内の酸素濃度計測を行い、混成場の気体輸送速度の評価を行った。以下に得られた知見をまとめる。

- 1) 空気層風速分布については、開水路の粗面流れと同様に界面から上向きに対数則が成り立つ。一方、水層流速については従来から指摘されているように底面から対数則が成り立つことが判明した。2層流の場合、界面では風シアにより平均流速が増すが、この急増特性は水流と空気流の相対速度差が大

きいほど顕著になることがわかった。

2) 空気層の乱れ強度について、界面に近づくにつれて $u'_a$ 、 $v'_a$ ともに増加し、界面のごく近傍では $v'_a$ は減少する。しかし、水面が粗面状態に近づくにつれて $v'_a$ は増加する傾向が得られた。一方、水層の乱れ強度について、開水路の場合には乱れ強度比 $v'_w/u'_w$ の値がほぼ 0.55 となるのに対し、水面波が発生している場合には界面近傍において $v'_w$ が急激に増加するため、 $v'_w/u'_w$ の値が 1.0 よりも大きくなる。

3) 空気層のレイノルズ応力について、波が発生している場合に界面近傍においてレイノルズ応力は三角形分布からずれる。これは水層へ運動量を輸送しているためであると考えられる。一方、水層のレイノルズ応力については風波固有の水面振動が発生している時は界面近傍において負の値を示す。これは閉鎖領域風波場に関しての PIV による位相平均構造でも観察され、風下における負値が対応する。これに関しては LDA コスペクトル解析により明瞭となった。空気層のせん断応力については、レイノルズ応力と同様に水面形状が界面におけるせん断作用に大きく影響してくる。水層のせん断応力について、2次元開水路等流微小振幅の仮定から算定された場合には、水流が弱い場合には界面シアアが底面近くにまで影響を及ぼし、三角形分布からずれることが示された。一方、界面シアアが卓越してくると、水層界面近傍での渦動粘性係数が増大し、活発な運動量輸送が行われることがわかった。

4) 空気層の乱れ発生率と逸散率について、風速が大きい場合ほど逸散率が減少し、界面近傍では乱れ発生率が卓越する。一方、水層の乱れ発生率と逸散率について、流速の大きい場合には風の影響を受けにくいので、界面近傍における乱れ発生率が小さくなり $G/\varepsilon$ の値が小さくなる。流速の小さい場合には風の影響を受けて界面においても乱れが発生するため、 $G/\varepsilon$ の値は界面近傍において増加する。

5) 水層パワースペクトルについて、流速の小さい場合には底面近傍にまで界面シアアの影響が及んでいるのに対し、流速の大きい場合には界面近傍においても開水路との違いはほとんど観察されない。また、流下方向の乱れよりも鉛直方向の乱れの方が波の影響を大きく受ける。水層における風による界面シアアの影響は主に鉛直方向で効果的に働き、半水深においても風波卓越周波数帯の変動を増大していることが判明した。

6) 水面に風波が発生する時には水面変動に起因する流速の波動成分が界面近傍で卓越し、組織渦構造を判別する際には線形フィルタ(LFT)により水面変動に線形な波動成分を除去する必要がある。また、水層界面近傍では界面シアアに基づく組織渦構造の存在が指摘され、界面摩擦速度と動粘性係数で現象をほぼ統一的に記述できることがわかった。この組織構造は風シアアが大きい場合には開水路乱流

場特有の底面組織渦構造に起因するボイル現象とは無関係で、発生周期はボイルのものよりも大きいことが示唆された。

7) 開水路乱流場における気体輸送は、底面摩擦速度 $U_{*w}$ と水深 $h$ に基づくレイノルズ数を用いると、低レイノルズ数では Large-eddy Model, 高レイノルズ数では Small-eddy Model に支配されることがわかった。一方、混成流場における気体輸送は、水流と空気流の相対的な速度差によって支配される。風応力が弱い場合には開水路流れにおける底面由来の組織渦に気体輸送現象が支配され、風速が増大することで風波流れにおける界面由来の組織渦が支配的となる。これらは界面と底面のせん断応力比によって支配されていると示唆された。また、組織渦が気体輸送現象に及ぼす影響を界面摩擦速度 $U_{*s}$ と水面変動強度 $h'$ に基づくレイノルズ数の観点から定量的に示すことができた。

#### 参考文献

- 1) 石川忠晴・田中昌宏・小関昌信(1988): 湖面に働く風応力の現地観測, 第 32 回水理講演会論文集, pp.305-310.
- 2) 道奥康治・辻本剛三・宮本仁志(1993): 吹送密度流の流動・混合特性, 水工学論文集, 第 37 巻, pp.293-298.
- 3) 新谷哲也・梅山元彦(2000): 風応力下における閉鎖二成層水域内での中間密度層の混合特性, 水工学論文集, 第 44 巻, pp.981-986.
- 4) Nezu, I. and Nakagawa, H. (1993): Turbulence in Open-Channel Flows, IAHR-Monograph, Balkema.
- 5) Grass, A. J., Stuart, R. J. and Mansour-Tehrani, M (1991): Vortical Structures and coherent motion in turbulent flow over smooth and rough boundaries, *Phil. Trans. R. Soc. Lond. A*, Vol.336, pp.35-65.
- 6) 禰津家久・中山忠暢(1998): 自由水面近傍における組織渦の時空間相関構造に関する研究, 土木学会論文集, No.586, II-42, pp.51-60.
- 7) 例えば, 横嶋 哲・中山 昭彦(2001): DNS による水面近傍の乱流構造に対する Froude 数の影響の検討, 応用力学論文集, Vol.4, pp.619-628.
- 8) Jackson, R. G. (1976): Sedimentological and fluid-dynamic implications of the turbulent bursting phenomenon in geophysical flows, *J. Fluid Mech.*, Vol.77, pp.531-560.
- 9) Robinson, S. K. (1991): Coherent motion in the turbulent boundary layer, *Ann. Rev. Fluid Mech.*, Vol.23, pp.601-639.
- 10) Hanratty, T.J. and Engen, J.M.(1957) : Interaction between a turbulent air stream and a moving surface, *AIChE J.*, Vol.3, No.3,pp.299-304.
- 11) Akai, M., Inoue, A. and Aoki, S. (1977): Structure of a co-current stratified two-phase flow with wavy surface, *Theor. Appl. Mech.*, Vol.25, pp.445-456.
- 12) Akai, M., Inoue, A. and Aoki, S. and Endo, K. (1980): A co-current stratified two-phase flow with wavy interface, *Int. J. multiphase Flow*, Vol.6,pp.173-190.
- 13) Miles, J. W. (1957): On the generation of surface waves by shear flows, *J. Fluid Mech.*, Vol.3, pp.185-204.
- 14) Riley, D.S., Donelan, M.A. and Hui, W.H. (1982): An extended Miles' theory for wave generation by wind, *Boundary Layer Meteo.* No.22,pp.209-225.
- 15) van Driest, E.R.: On turbulent flow near a wall, *J. Aero. Sci.*, No.23, pp1007-1011, 1956.

- 16) Rotta, J. C.(1962): Turbulent boundary layers in incompressible flow, *Progresses in aerospace Sci.*, No.2, pp.1-219.
- 17) Reid, R.O.(1957): Modification of the quadratic bottom-stress law for turbulent channel flow in the presence of surface wind-stress, *Tech. Memo.*, No.93, Beach Erosion Board, U.S. Corps of Engineers.
- 18) 鶴谷広一(1987): 海域における乱れと物質輸送に与える風の効果に関する研究, 東京工業大学学位論文.
- 19) Huges, E.D. and Duffy, R.B.(1991) : Direct contact condensation and momentum transfer in turbulent separated flows, *J. Multiphase Flow*, Vol.17, No.5, pp.599-619.
- 20) 中山忠暢・瀬津家久(2001): 水・空気2層流の乱流構造について, 土木学会論文集, No.670/II-54, pp.1-12.
- 21) Fabre, J., Marion, D., Masbernat, L. and Suzanne, C.(1984): Turbulent structure of wavy stratified air-water flow, *Gas Transfer at Air-Water Interfaces*, eds. W. Brutsaert and G.H. Jirka, pp.113-123.
- 22) Banat, M.(1992): Two-phase stratified gas-water fully developed wavy flow, *Int. J. Engineering Fluid Mech.*, Vol.5, No.3, pp.329-372.
- 23) Nakagawa, H. and Nezu, I.(1981): Structure of space-time correlations of bursting phenomena in an open-channel flow, *J. Fluid Mech.*, Vol.104, pp.1-43.
- 24) Komori, S., Murakami, Y. and Ueda, H. (1989): The relationship between surface-renewal and bursting motions in an open-channel flow, *J. Fluid Mech.*, Vol.203, pp.103-123.
- 25) Rashidi, M. and Banerjee, S.(1988): Turbulent structure in free-surface channel flows, *Phys. Fluids*, Vol.31 (9), pp.2491-2503.
- 26) Rashidi, M. and Banerjee, S.(1990): The effect of boundary conditions and shear rate on streak formation and breakdown in turbulent channel flows, *Phys. Fluids*, A2, 10.
- 27) 中山忠暢・瀬津家久(1999): 開水路流れにおけるバーストの水面近傍での挙動および乱れ構造との関連性について, 土木学会論文集, No.635/II-49, pp.31-40.
- 28) Komori, S., Nagaosa, R. and Murakami, Y. (1993): Turbulence structure and mass transfer across a sheared air-water interface in wind-driven turbulence, *J. Fluid Mech.*, Vol.249, pp.161-183.
- 29) Toba, Y. and Kawamura, H. (1996): Wind-wave coupled downward-busting boundary layer (DBBL) beneath the sea surface, *J. Oceanogr.*, Vol.52, pp.409-419.
- 30) Lewis, W. K. and Whitman, W.G. (1924): Principles of gas absorption, *Indus. and Eng. Chem.*, Vol.16, No.12, pp.1215-1220.
- 31) Higbie, R. (1935): The rate of absorption of a pure gas into a still liquid during short periods of exposure, *Trans. Am. Inst. Chem. Engrs.*, Vol.31, pp.365-390.
- 32) Danckwerts, P.V. (1951): Significance of liquid-film coefficients in gas absorption, *Indust. and Eng. Chem.*, Vol.43, No.16, pp.1460-1467.
- 33) Chu, C. R. and Jirka, G. H.(1992): Turbulent gas flux measurements below the air-water interface of a grid-stirred tank, *Int. J. Heat Mass Trans.*, Vol.35, pp.1957-1968.
- 34) 杉原裕司・松永信博・本地弘之(1997): 水表面近傍の乱れが気体輸送速度に及ぼす影響, 九州大学大学院総合理工学府研究科報告, 第19巻, 第1号, pp.55-60.
- 35) 中村由行・村井大亨(1999): 水表面におけるガス交換の流体力学的モデル化とガス輸送機構について, 海岸工学論文集, 第46巻, pp.111-115.
- 36) O'Connor, D. J. and Dobbins, W. E. (1958): Mechanism of reaeration in natural rivers, *ASCE Trans.*, Vol.123, pp641-684.
- 37) Fortescue, G. E. and Pearson, J. R. A. (1967): On gas absorption into a turbulent liquid, *Chem. Engineering Science*, Vol.22, pp.1163-1176.
- 38) Lamont, J. C. and Scott, D. S. (1970): An eddy cell model of mass transfer into the surface of an turbulent liquid, *J. Am. Inst. Chem. Engrg.*, Vol.16, pp.513-519.
- 39) Dobbins, W. E. (1964): BOD and oxygen relationship in streams, *J. Sanitary Eng.*, ASCE, pp.53-78.
- 40) Thackton, E. L. and Krenkel, P. A. (1969): Reaeration prediction in natural streams, *J.*

- Sanitary Eng.*, ASCE, pp.65-93.
- 41) Theofanous, T.G., Houze, R.N. and Brumfield, L.K. (1976): Turbulent mass transfer at free, gas-liquid interfaces, with applications to open-channel, bubbles and jet flow, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol.19, pp.613-624.
  - 42) Gulliver, J. S. and Halverson, M. J. (1989): Air-water gas transfer in open channels, *Water Resources Res.*, Vol.25, No.8, pp.1783-1793.
  - 43) Tamburrino, A. and Gulliver, J. S. (2002): Free-surface turbulence and mass transfer in a channel flow, *AIChE J.*, Vol.48, No.48, pp.2732-2743.
  - 44) 平山公明・松尾知矩・今岡正美・平山けい子(1995): 乱れ強度モデルに基づく河川の再ばつき係数の推定式, 土木学会論文集, No.521/II-32, pp.181-191.
  - 45) Moog, D. B. and Jirka, G. H. (1996): Analysis of reaeration equations using mean multiplicative error, *Air-Water Gas Transfer*, Jähne, B. and Monahan, E. C. (eds), AEON, Verlag & Studio, pp.100-111.
  - 46) Rathbun, R. E. (1977): Reaeration coefficients of stream-state of the art, *Proc. ASCE (HY4)*, Vol.103, pp.409-424.
  - 47) Moog, D. B. and Jirka, G. H. (1999): Air-water gas transfer in uniform channel flow, *J. Hydr. Eng.*, ASCE, Vol.125, No.1, pp.3-10.
  - 48) O'Connor, D. J. (1983): Wind effects on gas-liquid transfer coefficients, *J. Environ. Eng.*, ASCE, Vol. 109, No.3, pp.731-752.
  - 49) Liss, P. S. and Merlivat, L. (1986): Air-sea gas exchange rates: *Introduction and synthesis, in The Role of Air-Sea Exchange in Geo-chemical Cycling*, P. Buat-Menard (ed.), pp.113-129. Reidel, Boston.
  - 50) Jähne, B. and Haußecker, H. (1998): Air-water gas exchange, *Annu. Rev. Fluid Mech.*, Vol.30, pp.443-468.
  - 51) Wanninkhof, R and McGillis, W. M. (1999): A cubic relationship between gas transfer and wind speed, *Geophys. Res. Lett.*, Vol.26, pp.1889-1893.
  - 52) Komori, S. and Shimada, T. (1996): Gas transfer across a wind-driven air-water interface and the effects of sea water on CO<sub>2</sub> transfer, *Air-Water Gas Transfer*, Jähne, B. and Monahan, E. C. (eds), AEON, Verlag & Studio, pp.553-569.
  - 53) 森信人・今村正裕・山本亮介(2000): 水表面における気泡群によるガス交換過程のモデル化, 海岸工学論文集, 第47巻, pp.111-115.
  - 54) 三角隆太・石津正央・小森悟(2000): 崩壊する風波気液界面を通しての物質輸送に及ぼす気泡の影響, 日本機械学会論文集, 66巻, 649号, pp.2327-2334.
  - 55) Kitaigorodskii, S. A. and Donelan, M.A. (1984): Wind-wave effects on gas transfer, *Gas Transfer at Air-Water Interface*, W. Brutsaert and G. H. Jirka (eds.), pp.147-170.
  - 56) 津守博通・小寺大悟・杉原裕司(2002): 風波パラメータを用いたガス交換係数の実験式, 海岸工学論文集, 第49巻, pp.86-90.
  - 57) Eloubaidy, A. F. and Plate, E. J. (1972): Wind shear turbulence and reaeration coefficient, *J. Hydr. Eng.*, ASCE, Vol.98, HY1, pp.153-170.
  - 58) Mattingly, G. E. (1977): Experimental study of wind effects on reaeration, *J. Hydr. Eng.*, ASCE, Vol.103, HY3, pp.311-323.
  - 59) Jirka, G.H. and Brutsaert, W. (1984): Measurements of wind effects on water-side controlled gas exchange in riverine systems, *Air-Water Gas Transfer*, B. Jähne and E.S. Monahan (eds), AEON Verlag, pp.437-446.
  - 60) Cerco, C. F. (1989): Estimating estuarine reaeration rates, *J. Environ. Eng.*, ASCE, Vol.103, No.5 pp.1066-1070.
  - 61) Chu, C. R. (1993): Experiments on gas transfer and turbulence structure in free surface flows with combined wind/bottom shear, *Ph.D Thesis presented to Cornell University*.
  - 62) 角野昇八・Moog, D. B.・舘川徹也・新谷尚弘・重松孝昌(1998): エネルギー逸散率の各種モデルに基づく海浜砕波の酸素取り込み機能の解析, 海岸工学論文集, 第45巻, pp.66-70.
  - 63) Chu, C.R and Jirka, G.H.: Reaeration in combined wind/stream driven flows, *Air-Water Gas Transfer*, B. Jähne and E.S.Monahan eds., AEON Verlag, pp.553-569, 1995.

- 64) Wu, J. (1975): Wind-induced drift currents. *J. Fluid Mech.*, Vol.68, pp.49-70.
- 65) 中山忠暢・禰津家久(2000): 風波の乱流構造について, 土木学会論文集, No.642/II-50, pp.45-56
- 66) Shemdin, O. H. (1972): Wind-generated current and phase speed of wind waves, *J. Physical Ocean.*, No.2, pp.411-419.
- 67) Hunt, J. C. R. and Graham, J. M. R. (1978): Free-stream turbulence near plane boundaries, *J. Fluid Mech.*, Vol.84, pp.209-235.
- 68) Nezu, I. and Rodi, W. (1986): Open-channel flow measurements with a laser Doppler anemometer, *J. Hydr. Eng.*, Vol. 112, No. 5, pp. 335-355.
- 69) Benilov, A.Y., Kouznetsov, O.A. and Panin, G.N. (1974): On the analysis of wind wave-induced disturbances in the atmospheric turbulent surface layer, *Boundary Layer Meteo.*, Vol.6, pp.269-285.
- 70) Cheung, T. K. and Street, R. L. (1988): The turbulent layer in the water at an air-water interface, *J. Fluid Mech.*, Vol.194, pp.133-151.
- 71) Kline, S. J., Reynolds, W.C., Schraub, F.A. and Runstadler, P.W. (1967): The structure of turbulent boundary layers, *J. Fluid Mech.*, Vol.30, pp.741-773.
- 72) 日野幹雄・灘岡和夫・須見徹太郎 (1985): 吹送流の組織的渦構造の可視化, 土木学会論文集, 第357号/II-3, pp.75-80.
- 73) 橋本奨・藤田正憲(1970): 下水処理における総括酸素移動容量係数算出法の理論的研究, 水処理技術, Vol.11, No.6, pp.25-38.
- 74) 中山忠暢・禰津家久(2000): 水・空気2層流における界面での表面積の増加率及びその他の因子が気体輸送特性に及ぼす影響, 水工学論文集, 第44巻, pp.891-896.
- 75) Rathbun, R. E. (1986): Discussion of "Flume tests on hydrocarbon reaeration tracer cases", by Bales, J. D. and Holly, E. R., *J. Environ. Eng.*, ASCE, Vol.114, No.2, pp.473-475.
- 76) Elmore, H. L. and West, W. F. (1961): Effects of water temperature on stream reaeration, *J. Sanitary Eng. Div.*, Proc. ASCE, Vol.87, SA6, pp.59-71.
- 77) Moog, D.B. (1995): Stream reaeration and the effects of large-scale roughness and bedforms, *Ph.D Thesis presented to Cornell University*.
- 78) 中山忠暢・禰津家久(1999): 水・空気界面での乱流構造と気体輸送の関連性に関する研究, 土木学会論文集, No.635/II-49, pp.85-95.

## 第4章

# 混合しない非圧縮性気液混相場における 数値流体計算手法の構築とその適用性

### 4. 1 概説

水と空気の界面現象として生ずる風波や自由水面の変動、あるいは水表面付近の油の流動などは、分子的なスケールではなく、水理学で通常用いられるマクロなスケールから見た場合には、混ざり合わない2種類の流体から構成される混相流現象と考えることができる。このような混合しない流体により形成される気液あるいは液液混相場では、流れとともに変形する界面を通じて運動量や物質の輸送が行われるため、複雑な現象となる。このため、水域の汚染物の拡散や海洋での熱フラックス等に見られるように、現象解明とその予測手法の確立が重要な研究課題と位置づけられている。このような多相流現象は、相間の界面が存在することが大きな特徴であるが、現象を数値的に予測する場合には、数値解法において界面の挙動を適切に扱うことや保存則を満足させることが重要となる。水工学において最も重要な気液混相流のひとつは自由水面流れであるが、これは空気と水という2種類の非圧縮性流体から構成される混相流と考えることができる。この自由水面流れの数値的扱いに関しては、これまで多くの検討が進められてきた。また、計算領域における質量や運動量の保存則を満足させる方法についても諸々の提案がある。さらに、最近では固体・液体・気体を同時に計算する手法も提案されており、近年の数値計算手法の発展は、土石流や洗掘現象、波動による構造物の安定性解析といった、土木分野で実際的な混相流現象の素過程の解明に貢献するものと期待されている。

気液混相乱流場に関する研究は研究分野を問わず多数行われてきた。それは、現在まで原子炉や化学プラント等の各種工業装置をはじめとして、より大規模な河川や海洋といった広範囲な工学分野で広く観察されるために、その乱流構造や付随する物質や熱の輸送現象を解析することが極めて重要だからである。現在では気液界面を通しての乱流物質移動現象の代表例として、大気海洋の相互作用による海洋への二酸化炭素の吸収問題が重要な課題として挙げられる。この問題は地球環境問題と密接に関わっているため、海洋物理学における大気海洋循環モデルによる数値計算や、世界規模での現地観測が精力的に行われ、現象解明に向けて取り組まれている。一方、基礎学理として、化学工学や環境工学における表面更新モデル等のモデルの実現象への適用性に関する課題も挙げられる。気液界面における物質移動現象は乱流現象に支配されていることが指摘されており、それぞれの分野で個々の研究成果が報告されているが、工業設計や施工に寄与する汎用性や精度の高い物理モデルは未だ確立されていない。このことは、各分野で用いられている解析手法の背景には、基礎的な現象のメカニズムよりも個々の分野での応用問題の解決に力が注がれているためと考えられる。

気液混相乱流現象は従来より実験的手法および理論的手法を用いて精力的に解明がなされてきたが、近年では計算機技術の進歩に伴って、混相現象を数値的に扱う数値計算手法が発達している。既往の数値解析的研究は実現象の1次元もしくは2次元場の定常解析を主な目的としており、経験則により気液間の相互作用を規定して簡易に計算を進める。その解析結果は工業装置内の設計に活かされている。しかし、こういった計算手法では乱流の時空間領域が平均化され、気体・液体間の界面構造が全く消去されるために、流れ場の平均化スケールは界面構造よりも大きくなり、気泡や界面波の構造の

スケールよりも小規模の計算格子を用いても、界面に由来する間欠的な運動が本質的に解明されない。

一方、乱流のモデル化を一切行わない直接数値計算(Direct Numerical Simulation, DNS)は計算機資源を要するものの、高精度な数値解析手法によって現象解明に際してある面では実験的手法と同等以上の能力を有するようになりつつある。つまり、数値計算手法は適用範囲や計算対象などに制限はあるが、適切な離散化を行って高精度に計算を行うことで、乱流現象の素過程の解明に役立つことが知られている。とりわけ、混相流現象では実験時に混相界面に極めて近い箇所の計測が困難であることが知られ、現在でも計測装置の改良や計測手法の開発が行われており、数値計算による現象予測に期待が寄せられている。また、大気海洋間の二酸化炭素ガス吸収問題では水・空気界面での混相乱流現象の解明が本質的に重要であるため、界面数値計算手法が非常に有用であると考えられる。

本章では気液あるいは液液混相流を混合しない非圧縮性 2 流体から構成される流動場として捉え、その数値解法と適用性に関して実験との比較を通じて考察を行い、土木分野で観察される非混和性 2 流体現象の解明に寄与するものである。

### 4. 2 気液混相場に関する既往の計算手法および本研究の目的

本研究では従来型の実験的経験則に基づく混相流体間相互作用モデル(1 流体モデル, 2 流体モデル, 等)ではなく、界面構造を直接的に取り扱う数値計算手法を検討する。気液混相場における数値計算手法は、従来より移動境界問題として取り扱われてきた。ここで、移動境界問題とは、異なる物性を持つ連続体と別の連続体が接触して共に運動する際に、その接触面が界面と定義され、その界面を介した連続体の運動に関する問題を指すものとする。液体と空気が接触する際には、特に界面を自由水面と呼ぶ。移動境界問題は具体的には、河川や海洋で発生する様々な時空間スケールを有する波、密度成層流における内部波動、化学プラントから外部への噴流放射、円筒容器内のスロッシング現象、船体周囲の水面波、流体と弾性体の連成運動などが挙げられ、我々を取り巻く自然環境だけでなく工学的な分野で広く観察できる重要な研究課題と考えられる。これらの課題は各々の工学分野で構造物の信頼性設計に向けた物理現象の予測シミュレーションなどを用いて解析されている。気液界面現象に限定すると、気液混相乱流場に関する研究は研究分野を問わず多数行われ、原子炉や化学プラント等の各種工業装置をはじめとして、より大規模な河川や海洋環境中の人工的構造物周辺における流体現象の解析に寄与しており、気液界面現象における数値計算の貢献は大きいものと考えられる。

#### (1) 移動境界問題の扱い

現在、連続体としての移動境界面(固体, 液体, 気体)を同時に取り扱う数値計算手法には、有限差分法(FDM, Finite Differential Method), 有限体積法(FVM, Finite Volume Method), 有限要素法(FEM, Finite Element Method), 境界要素法(BEM, Boundary Element Method), 個別要素法(DEM,

Distinct Element Method)などの従来型計算手法の他に、最近では SPH(Smoothed Particle Hydrodynamics)法<sup>1)</sup>を基にした粒子法(MPS, Moving Particle Semi-implicit Method)<sup>2)</sup>や格子ボルツマン法(LBM, Lattice Boltzmann Method)<sup>3)</sup>なども開発され、現象解明に向けて計算精度や利便性の向上が精力的に行われている。以下では、2流体間の移動境界現象を扱う数値計算手法について述べる。

移動境界問題を扱う際には連続的な界面を計算格子中でどのように物理的に扱うかが問題である。従来の界面計算手法には大きく分けて直接的表現法(Lagrange 法, 界面追跡法)と間接的表現法(Euler 法, 界面捕獲法)が存在し、これら手法には一長一短がある。直接的表現法とは界面形状を用いた関数や有限個の点(計算格子点)を界面上に配置し、それを Lagrange 的に追跡する手法である。BFC 法(Boundary Fitted Coordinate Method)<sup>4)</sup>は Lagrange 法の一例である。この手法の長所は移動境界面を容易に表現でき、境界での力学的条件を導入できる点であるが、流体と共に計算格子が移動するために計算格子の再生成を行う点や、碎波など移動境界の大きな変形や移動を伴う際には計算格子に歪みや捻れが生じ、計算が破綻する点が短所として挙げられる。この欠点を解消した ALE(Arbitrary Lagrangian-Eulerian)法<sup>5)</sup>では、界面が多価関数となる場合や界面が飛散・分裂する場合にはこの問題に対する扱いは困難になる。一方、間接的表現法では移動境界を固定計算格子で表現する。高さ関数法・線分法や密度関数法は Euler 法の代表例である。この計算方法では計算格子を空間に固定するために計算格子の歪みに起因する計算の破綻はないが、移動境界面を固定座標系で精度よく移動させたり、境界面での力学的な扱いに問題が生ずる場合がある。現在、流体解析を扱う有限差分法や有限体積法をベースに用いた数値計算手法において、移動境界問題を取り扱う上で多用されている手法には、MAC(Marker and Cell)法<sup>6)</sup>、VOF(Volume of Fluid)法<sup>7)</sup>、Level-set 法<sup>8)</sup>、C-CUP(CIP-Combined Unified Procedure)法<sup>9)</sup>、および本研究で取り扱う MARS(Multi-interfaces Advection and Reconstruction Solver)法<sup>10)</sup>が挙げられる。MAC 法は Los Alamos 研究所で開発された初期の数値計算手法であり、質量ゼロの Marker 粒子を点在させ、固定座標系で計算物理量を基にして、この粒子を Lagrange 的に追跡する手法である。この手法では Lagrange 手法の短所である Marker 粒子の追加や除去といった手間が必要となる。現在では、MAC 法は本来の目的である Marker 粒子の移動は無視され、非圧縮性流体解析手法の基礎となっている。VOF 法は計算格子毎に VOF 関数を定義し、その関数値によって界面を捕獲する。界面は VOF 関数によって決定され、界面の移動は VOF 関数の移流方程式を解くことで行われる。移流方程式は特別な有限体積的な扱い(Donor-Acceptor 法)により計算され、界面が複雑に変形する際にも基本的に適用可能である。しかし、Donor-Acceptor 法は原理的に数値拡散が避けられず、セル境界面に斜め方向の移動界面の精度が悪く、精度の向上に伴う計算コードの煩雑さや計算時間の増大が問題となっており、その改良がなされている<sup>11),12)</sup>。一方、Level-set 法は界面を無限小の厚みで定義し、界面を Level-set 関数で捕獲する。この手法では界面を挟む流体間の物性値を滑らかな曲線で補間する。この手法の最大の欠点は、Level-set 関数による界面の再初期化の方法が流体の保存性や界面の再構成法と密接に関連し、その取り扱いが非常に困難なことである。

最近, 多用されている C-CUP 法は非圧縮性流体と圧縮性流体を同時に扱うことが可能な手法であり, 固気液といった多相・多成分流体場の統一計算法として注目されている手法である. この手法では移流計算に CIP(Cubic Interpolated Pseudo-Particle)法<sup>13)</sup>を用いており, 比較的保存性のよい計算が可能である. しかし, 保存性を確保するために流体の移流計算では *tangent* 関数を用いた変換を行っているため, 長時間の計算では数値拡散が避けられず, 界面の高次近似に起因するアンダーシュートやオーバーシュートも発生する. 本研究で取り扱う MARS 法は VOF 法を進展させたものであり, 計算格子において周囲の流体配置から界面の法線を決定し, 格子中の界面が格子境界面に対して斜めであるような, 自然な流体配置も認めている. MARS 法は相固定の流体现象のみならず, 蒸発散などの様々な実際の流れ場にも適用され, 今後の進展が期待されている.

## (2) 成層状気液界面を有する気液混相場の乱流計算

ここでは, 気液流体を水・空気に限定し, 特にその層状性乱流場(開水路乱流場, 風波乱流場)における近年の研究成果についてレビューを行う. 開水路乱流場に関する初期の数値計算は管路流との比較から自由水面の効果を無視して, 開水路底面乱流現象に着目して行われてきた. 従来は特に,  $k-\epsilon$  モデルや RANS(Reynolds Averaged Navier-Stokes Simulation)を用いた時間平均構造の解明が精力的に行われ, 河川における 2 次流や洗掘・堆積などの乱流輸送現象<sup>14)</sup>などに計算手法が適用され, 成功を収めている. 最近では, 自由水面におけるガス交換現象, 熱フラックスといった界面水理学的問題も検討され始め, 自由水面の乱流統計量特性を議論の中心として行われている<sup>15)</sup>. 一方, 風波乱流場に関する数値計算では, 以前から完全流体の渦なし運動を前提としたポテンシャル流の解析が行われてきたが, 最近では海岸構造物に及ぼす波動場の影響や, 気泡を伴う砕波現象を扱った, 多相流動場の非定常数値解析手法(Dynamic Large Eddy Simulation, D-LES)の開発<sup>16)</sup>や, 固体を含む気液混相流の計算法の提案も行われている<sup>17), 18)</sup>. しかし, 混相場では乱流の時空間スケールのみならず, 密度のスケールも同時に扱う必要があるため, 基礎式のスケール分離には充分注意する必要がある.

乱流モデルを用いない直接数値計算(DNS)では, 自由水面での乱流統計量に関する境界条件に任意性がなくなり, 開水路乱流場における界面現象の素過程の解明を行う目的で DNS は多く行われてきた. Lam & Banerjee(1992)<sup>19)</sup>はスペクトル法による開水路等流の計算を初めて試みた. ただし, 多くの研究と同様に, 自由水面では界面変動は無視され, すべり境界面近似 (*free-slip* 境界条件) が適用されている. Komori *et al.*(1993)<sup>20)</sup>は境界適合座標を用いて低 Fr 数の計算を行った. Handler *et al.*(1993)<sup>21)</sup>はスペクトル法を用いてチャンネル流および *free-slip* 境界条件下のチャンネル流の DNS を行い, 自由水面近傍の乱流統計量の境界条件について言及した. 最近では, 自由水面に微小振幅波理論を適用し, 自由水面の変動を考慮した開水路乱流場の DNS (たとえば, Borue *et al.*(1995)<sup>22)</sup>, Shen *et al.*(1999)<sup>23)</sup>, 横嶋・中山(2002)<sup>24)</sup>, など) も行われるようになった. しかし, これらの研究は現象解明というよりも実用的な数値計算手法 (LES, RANS, など) の開発に寄与するといったものが多く, 実現象での

高レイノルズ数下の組織乱流構造の解明には至っていない。一方、水・空気2相乱流場に関するDNSは最近になって研究がなされはじめた。Lombardi *et al.*(1996)<sup>25)</sup>は界面での水面変動を無視した仮定の下、擬スペクトル法を用いて水・空気界面の乱流構造について考察している。また、長谷川・笠木<sup>26)</sup>はLombardi *et al.*(1996)と同様の計算手法で、Lagrange法を用いて波状気液界面における乱流物質輸送機構について考察を行っている。さらに、山本ら(2004a,b)<sup>27), 28)</sup>はMARS法を用いて界面構造を直接扱い、発達した風波乱流場での界面波特性とそれが乱流構造に及ぼす影響について議論している。

### (3) 本研究の目的

以上、既往研究では混相乱流計算手法が提案されたが、その実現象への適用性についてはあまり議論がなされていない。また、自由水面を有する開水路流れに関する数値計算が精力的に行われてきたが、界面構造を直接的に取り扱う風波流れに関する数値計算、特にDNSは計算自体が資源的に困難なこともあり、あまりなされていないのが実情である。また、水・空気流が共存する流れ場のメカニズムは未解明である。さらには、数値計算スキーム自体の精度に関しても明確に示したものは少ない。よって、本章では主に水・空気混相乱流場を対象として、基礎式を有限差分法に基づき離散化し、流体界面現象に関する高精度な数値計算手法を構築するものである。また、並行して行った実験結果との比較を行うことで、計算手法の検証と適用性について考察を加える。最後に、本計算手法の応用例として、水・空気混相成層乱流場の計算を行い、計算手法の適用性について考察する。また、混相乱流計算に先んじて、本研究で行う直接数値計算(DNS)の計算精度を確認するために単相流の平行平板乱流現象の数値計算を行って、既往研究との比較を通じて本研究のDNSの計算精度を検証し、現時点での計算法の適用性について考察する。

## 4. 3 混合しない非圧縮性気液混相場における数値計算手法

### 4. 3. 1 基礎方程式

化学変化を伴わない非混合性の気液・液液混相流に関する基礎方程式を以下に示す。気液2流体をそれぞれ流体1,2とする。このとき、各流体の質量保存則と運動量保存則は以下で表現される<sup>29)</sup>。

$$\frac{\partial \rho_k}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_k u_{k,j})}{\partial x_j} = 0 \quad (4.1)$$

$$\frac{\partial(\rho_k u_{k,i})}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_k u_{k,i} u_{k,j})}{\partial x_j} = \frac{\partial \tau_{k,ij}}{\partial x_j} + \rho_k G_i \quad (4.2)$$

ここで、 $k=1,2$ はそれぞれの流体を表す(以下、指標 $k$ に対しては縮約は行わない)。 $t$ は時間、 $x_j$ は

直交座標系における座標成分,  $u_i$  は  $x_i$  方向の流速成分. また,  $\rho_k$  は流体  $k$  の密度,  $\tau_{k,ij}$  は流体  $k$  の応力テンソル,  $G_i$  は重力などの体積力の加速度である. ニュートン流体に対しては,  $\tau_{k,ij}$  は次式で与えられる.

$$\tau_{k,ij} = -p_k \delta_{ij} + \mu_k e_{k,ij} \quad (4.3)$$

ここで,  $p_k$  は流体  $k$  の圧力,  $\delta_{ij}$  はクロネッカーのデルタ記号,  $\mu_k$  は流体  $k$  の粘性係数である.  $e_{k,ij}$  は次式で与えられる歪み速度テンソルである.

$$e_{k,ij} = \frac{\partial u_{k,i}}{\partial x_j} + \frac{\partial u_{k,j}}{\partial x_i} \quad (4.4)$$

さらに, 有限の領域で各相の各流体が質量中心流速  $u_i$  で移動するという“一流体の”仮定を設け<sup>30)</sup>, 体積平均された圧力を  $p$  とすると, 質量保存則および運動方程式は次式となる.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j)}{\partial x_j} = 0 \quad (4.5)$$

$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i u_j)}{\partial x_j} = \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + \rho f_i \quad (4.6)$$

$$\tau_{ij} = -p \delta_{ij} + \mu e_{ij} \quad (4.7)$$

ただし,  $e_{ij} \left( = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$  は質量平均歪み速度テンソルである. ここで, 密度  $\rho$  は次式で与えられる.

$$\rho = \sum f_k \rho_k \quad (4.8)$$

式(4.5), 式(4.6)と式(4.7)から, 次式の Navier-Stokes 式が得られる.

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right\} + G_i \quad (4.9)$$

また, 式(4.5)と式(4.8)より, 流体率 (VOF 率) に関する式が得られる.

$$\frac{\partial f_k}{\partial t} + u_j \frac{\partial f_k}{\partial x_j} = 0 \quad (4.10)$$

ここで, 流体率  $f_k$  は以下で定義される.

$$f_k = \begin{cases} 1, & \text{流体}k\text{内} \\ > 0, < 1, & \text{界面} \\ 0, & \text{流体}k\text{外} \end{cases} \quad (4.11)$$

一方, 2 流体は非圧縮性を有するため, 式(4.5)から次式 of 非圧縮条件が成立する.

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 \quad (4.12)$$

したがって、本研究における基礎式は式(4.12)の連続式、式(4.9)の Navier-Stokes 式、および、密度を正規化した質量保存則である式(4.10)のカラー関数（流体占有率 VOF 関数）に対する移流方程式である。運動方程式では水と空気のように 2 流体の密度差が非常に大きい場合を考慮して、運動方程式にはブシネスク近似を用いない。

### 4. 3. 2 流速と圧力の解法

本研究では工学的な観点およびプログラミングの簡便さから、有限差分法を用いて基礎式の時空間上の離散化を行う。

#### (1) 流速と圧力の解法

圧力と流速の同時解法に SMAC(Simplified Marker and Cell)法<sup>31)</sup>を用いて Euler 格子で基礎式の離散化を行う。ここでは簡単に、空間方向の離散化では、移流項に QSI 法<sup>32)</sup>、その他の項は 2 次精度中央差分を用い、時間方向の離散化では、圧力勾配項に Euler 陰解法を、その他の項には Euler 陽解法を用いる。このとき、連続式および運動方程式は以下のように離散化される。

$$\frac{\partial u_j^{n+1}}{\partial x_j} = 0 \quad (4.13)$$

$$\frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{\Delta t} + Conv_i^n = F_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p^{n+1}}{\partial x_i} + Dif_i^n \quad (4.14)$$

ただし、 $\Delta t$  は時間刻み、 $F_i$  は外力項であり、上付き添字  $n$  は計算ステップ数を示す。また、

$$Conv_i^n = u_j^n \frac{\partial u_i^n}{\partial x_j} \quad (4.15)$$

$$Dif_i^n = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \mu \left( \frac{\partial u_i^n}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j^n}{\partial x_i} \right) \right] \quad (4.16)$$

は各々、移流項と拡散項である。SMAC 法では式(4.14)において、流速の予測値  $u_i^*$  を導入する。

$$\frac{u_i^* - u_i^n}{\Delta t} + Conv_i^n = F_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p^n}{\partial x_i} + Dif_i^n \quad (4.17)$$

式(4.14)および式(4.17)より、

$$\frac{u_i^{n+1} - u_i^*}{\Delta t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \quad (4.18)$$

となる。式(4.18)の両辺を  $x_i$  で偏微分し、式(4.13)を用いて整理すると、次式の圧力変化分  $\phi$  に関する Poisson 式が導かれる。

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{\Delta t}{\rho} \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \right) = \frac{\partial u_i^*}{\partial x_i} \quad (4.19)$$

ここで、密度の空間勾配を考慮して、密度  $\rho$  の空間微分は保持する。式(4.19)は  $\phi$  に関する楕円型微分方程式であり、適切な解法を用いてこの境界値問題を解くと、次ステップの流速と圧力は次式で求められる。

$$u_i^{n+1} = u_i^* - \frac{\Delta t}{\rho} \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \quad (4.20)$$

$$p^{n+1} = p^n + \phi \quad (4.21)$$

## (2) Poisson 式の解法

計算格子系を直交等間隔構造格子とし、圧力をセル中心、流速をセル境界に配置する Staggered 格子を用いる。このとき、式(4.19)式の計算法として、

$$\gamma_i = \frac{\Delta t}{\rho} \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \quad (4.22)$$

を流速と同様のセル境界に配置する。これは、式(19)の離散化を行う際に、連続式(13)を満足させるためである。また、Poisson 式を中央差分により離散化すると、楕円型偏微分方程式の境界値問題は多元連立 1 次方程式の解法に帰着する。Poisson 式を解く手法として、①ポテンシャル  $\phi$  に対してグリーン関数の公式を利用したもの、②FFT を利用したもの、③連立方程式の直接・反復解法を利用するものがあるが、本研究では数値的に連立方程式を解く方法③を採用する。数値的に連立 1 次方程式を解く方法には大きく分けて直接法と反復法がある。直接法にはガウスの消去法、LU 分解法等があるが、いずれも計算スピードが遅く桁落ちなどの精度落ちがあり、メモリ（記憶容量）が大幅に必要な。一方、反復法にはヤコビ法、ガウス・ザイデル法、SOR 法、共役勾配法、等が挙げられる。これらの手法は直接法に比べて計算スピードが速く、メモリも比較的少なく済む利点がある。実際にどの程度の差があるのかは対象とする問題に依存すると考えられるが、中でも前処理付きの共役勾配系解法が特に優れていると指摘されている。本論文では計算の 3 次元化およびメモリ増大に伴い、ノイマン条件下の Poisson 式を解く際に SOR 法では実用に耐えないため、不完全 LU 分解付きの安定化双共役勾配法 (ILU-BiCGSTAB)<sup>33)</sup>を用いた。

式(4.19)を式(4.22)に従って適切に離散化することで、以下の行列方程式が得られる。

$$A_{ij} p_j = m_i \quad (4.23)$$

ここで、 $A_{ij}$  は差分格子幅および密度を含む係数行列要素であり、 $p_j$  は式(4.23)の離散化された  $\phi$  を 1 次元的に並べた列ベクトルである。SOR 法では係数行列  $A$  を対角成分  $D$ 、対角成分を除いた下三角行列  $L$  および上三角行列  $U$  に分解した上で、次式による反復計算を行う。

$$\mathbf{p}^{n+1} = \mathbf{p}^n + \omega \mathbf{D}^{-1} (\mathbf{m} - \mathbf{L} \mathbf{p}^{n+1} - \mathbf{D} \mathbf{p}^n - \mathbf{U} \mathbf{p}^n) \quad (4.24)$$

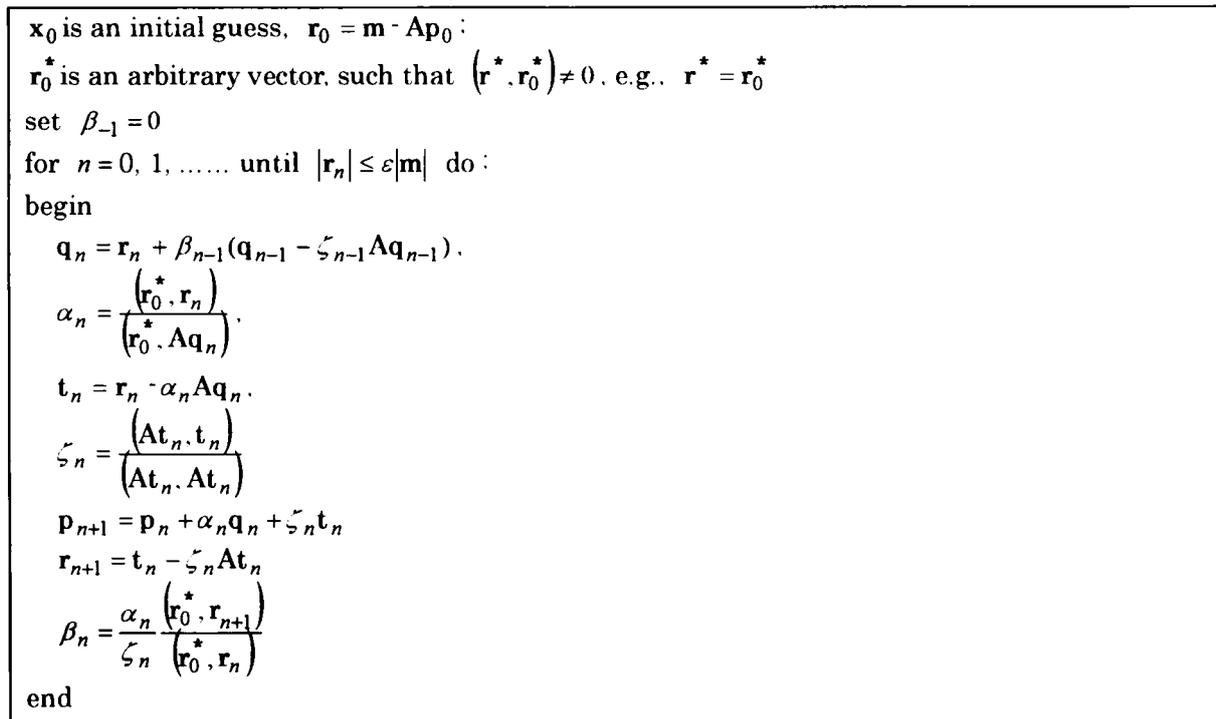


図-4.1 Bi-CGSTAB 法による行列解法の手順

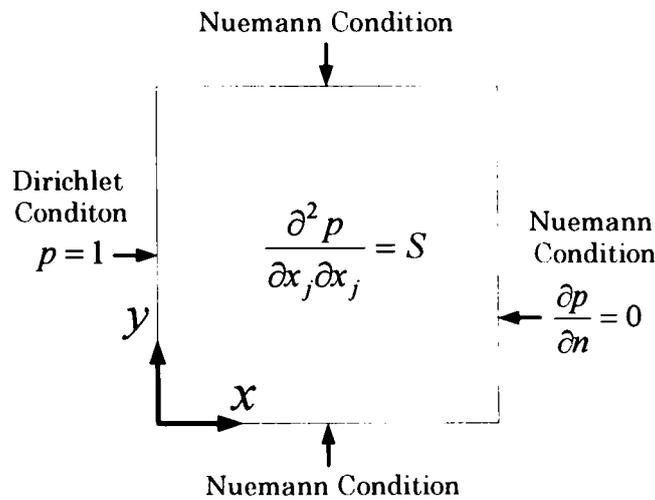


図-4.2 Poisson 方程式の境界値問題の境界条件

ただし、 $\omega$  は緩和係数であり、上付き添字  $n$  は  $n$  回目の反復計算を示す。一方、安定化双共役勾配法 (ILU-BiCGSTAB 法、以下 IB 法と呼ぶ) では図-4.1 (図中、添字は反復計算回数を示す) に示す計算手順により式(4.23)における  $p_j$  を反復的に求める。また、一般に式(4.23)における行列  $A$  が単位行列に近い場合には、共役勾配法の反復回数は小さいことが知られており、行列  $A$  に前処理を施すことにより行列方程式の解が速く得られることがある。本研究では直接法で用いられる LU 分解法を不完全な形でこの前処理に用いることとする。

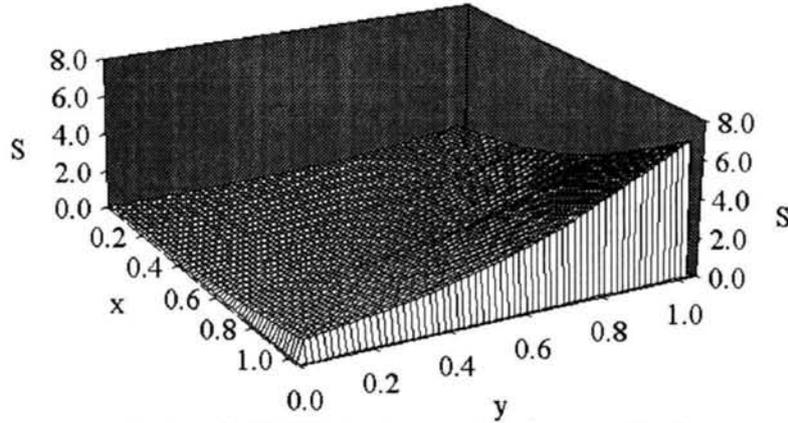


図-4.3 境界値問題の Source 分布(64×64 格子)

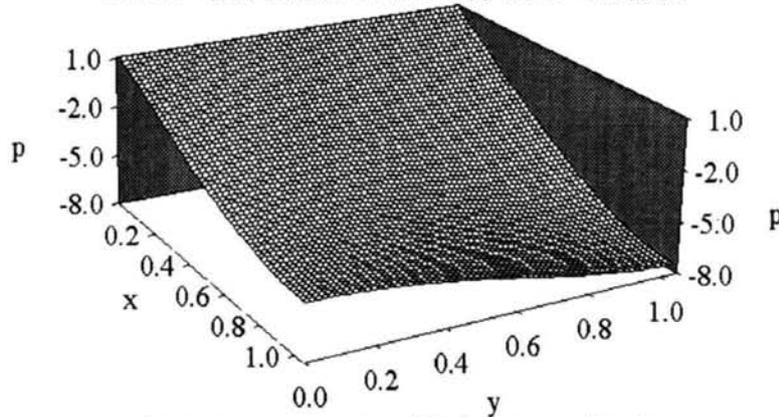


図-4.4 Poisson 式の数値解(64×64 格子)

$$A(LU)^{-1}(LU)p = m \quad (4.25)$$

$$\leftrightarrow Bs = m \quad (4.26)$$

ただし,

$$s = (LU)p \quad (4.27)$$

であり,  $B = A(LU)^{-1}$  は行列係数が単位行列に近い行列である. つまり,  $A \cong (LU)^{-1}$  である. IB 法では式(4.26)に対して Bi-CGSTAB 法(以下, BC 法と呼ぶ)を適用し, 求めるべき解  $p$  は式(4.27)を反復的に解くことにより得られる. このとき, LU 分解は不完全に行われることを前提としているので, 直接法のような計算精度の遜色を考慮しなくてもよい.

図-4.2 は以下に示す 2 次元場における Poisson 式の境界値問題の計算例を示す.

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x_i \partial x_i} = S \quad (4.28)$$

ここで,  $S$  は source 項であり, 図-4.3 に示す形状を有する (単位 2 次元正方形領域). 図-4.4 は 64×64 格子における SOR 法による数値解であり, 図-4.5 はその数値解法を先に述べた(1) SOR 法, (2) BC 法および(3)IB 法と手法を変えて, 各々の反復回数  $N$  と Poisson 式(4.28)の残差  $\varepsilon$  についてプロットし

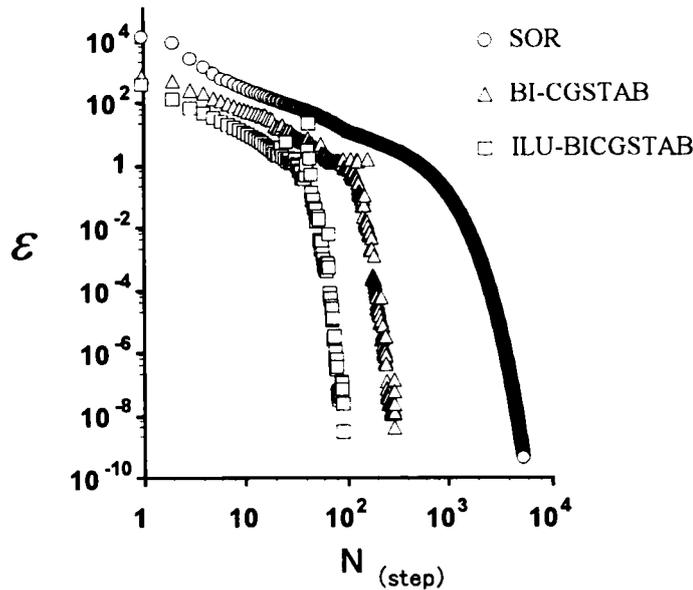


図-4.5 Poisson 式の数値解法における繰り返し計算回数と残差の関係(64×64 格子)

たものである。なお、同一の残差  $\varepsilon$  を設定すると、計算結果はどの手法を用いてもほぼ同様であった。図-4.5 より IB 法が優れた収束性を示すことがわかる。ただし、共役勾配系の解法では反復ルーチン中に行列ベクトル計算を含んでいるが、計算時間においても本問題では IB 法を用いた場合には SOR 法と比較して数倍の向上がみられた。よって、不完全 LU 分解付きの共役勾配系解法は有効であることがわかった。

### 4. 3. 3 界面の扱い

一般に、混相場界面上では質量および運動量に対する「とびの条件」<sup>29)</sup>が次式で与えられる。

$$\rho_k (u_{k,i} - u_{*,i}) n_i = 0 \quad (4.29)$$

$$\left[ \rho_k u_{k,i} (u_{k,i} - u_{*,i}) n_j - \tau_{k,ij} n_j \right] = -\sigma \kappa n_i + \frac{\partial \sigma}{\partial s_i} \quad (4.30)$$

ここで、 $[f] = f_2 - f_1$  ( $f_k$ : 流体  $k$  に対する物理量) である。 $n_i$  は界面上の単位法線ベクトルで、流体 1 から 2 へ向かう方向に取る。 $u_{*,i}$  は  $x_i$  方向の界面の速度、 $\sigma$  は表面張力係数、 $\kappa$  は界面曲率である。式(4.30)右辺の第二項は界面上の表面張力係数の変化を示す。本研究では界面の法線方向速度は流体の速度に一致すると仮定するため自動的に運動学的条件(式(4.29))は満足される。また、表面張力係数は一定であるとする、界面上で働く法線方向の圧力境界条件は、

$$[\tau_{k,ij} n_j] = \sigma \kappa n_i \quad (4.31)$$

となる。以下では、功刀らが提案した MARS 法を基礎として、混合しない非圧縮性 2 流体を同時に計算する手法について概説する。

(1) MARS 法を用いた混相流場の界面追跡法 (補遺 C 参照)

MARS 法の特徴は界面勾配を考慮した PLIC(piecewise linear interface calculation)法<sup>34),35),36)</sup>を拡張した手法であり, 界面形状の捕獲と輸送, 流体体積の保存性や連続性を保持することが可能な方法である. 図-4.6(a)に PLIC 法の概説図を示した. MARS 法では各相の各流体は局所質量中心とともに移動するという, 一流体モデルとしての取り扱いが可能であるとの仮定の下, 固定座標系(デカルト Euler 格子系)における計算格子に占める各相の体積占有率である VOF 率  $f$  を使って相界面を定義し, 物質の相空間分布を表現する. このとき, 定義より各計算セルにおいて,

$$\sum f_m = 1.0 \quad (4.32)$$

が成立し, ここに,  $f_m$  は流体  $m$  (たとえば, 気液 2 相流では,  $m=1$ : 気体,  $m=2$ : 液体) の体積率である. 着目した局所体積 (計算セル内) では各流体の流速差が微小であるとして, 流体の連続式は式(4.10)をそのまま用いることができる. そこで, 各計算セルにおける多相  $m$  流体の連続式は, 式(4.10)より以下のようになる.

$$\sum \left( \frac{\partial f_m}{\partial t} + \frac{\partial (u_i f_m)}{\partial x_i} - f_m \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \right) = 0.0 \quad (4.33)$$

よって, 各相  $m$  における界面輸送方程式は,

$$\frac{\partial f_m}{\partial t} + \frac{\partial (u_i f_m)}{\partial x_i} - f_m \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0.0 \quad (4.34)$$

と表現できる. ここで, 式(4.34)における第 3 項は連続式の誤差に相当し, 式(4.34)を有限体積的に解くことで, 流体  $m$  の体積は移流過程では計算領域内で保存される.

一方, MARS 法では, 式(4.34)を時間積分に Euler 陽解法を用いて有限体積的な考え方の下, 離散化を行う.

$$f_m^{n+1} = f_m^n - \frac{\partial (\delta f_m)_i^{n+1}}{\partial x_i} + f_m^n \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \right)^{n+1} = 0.0 \quad (4.35)$$

ここで,  $(\delta f_m)_i^{n+1}$  は次式の関係によって表現される移動体積流量である.

$$(\delta f_m)_i^{n+1} = u_i^{n+1} f_m^n \Delta t \quad (4.36)$$

MARS 法ではこの移動体積流量に対して以下のモデル化を行っている. 流速の方向に対して垂直なセル断面の流体面積率  $S_i(x_i)$  とすると,

$$(\delta f_m)_i^{n+1} = \int_{x_i - u_i \Delta t}^{x_i} S_i dx_i \quad (4.37)$$

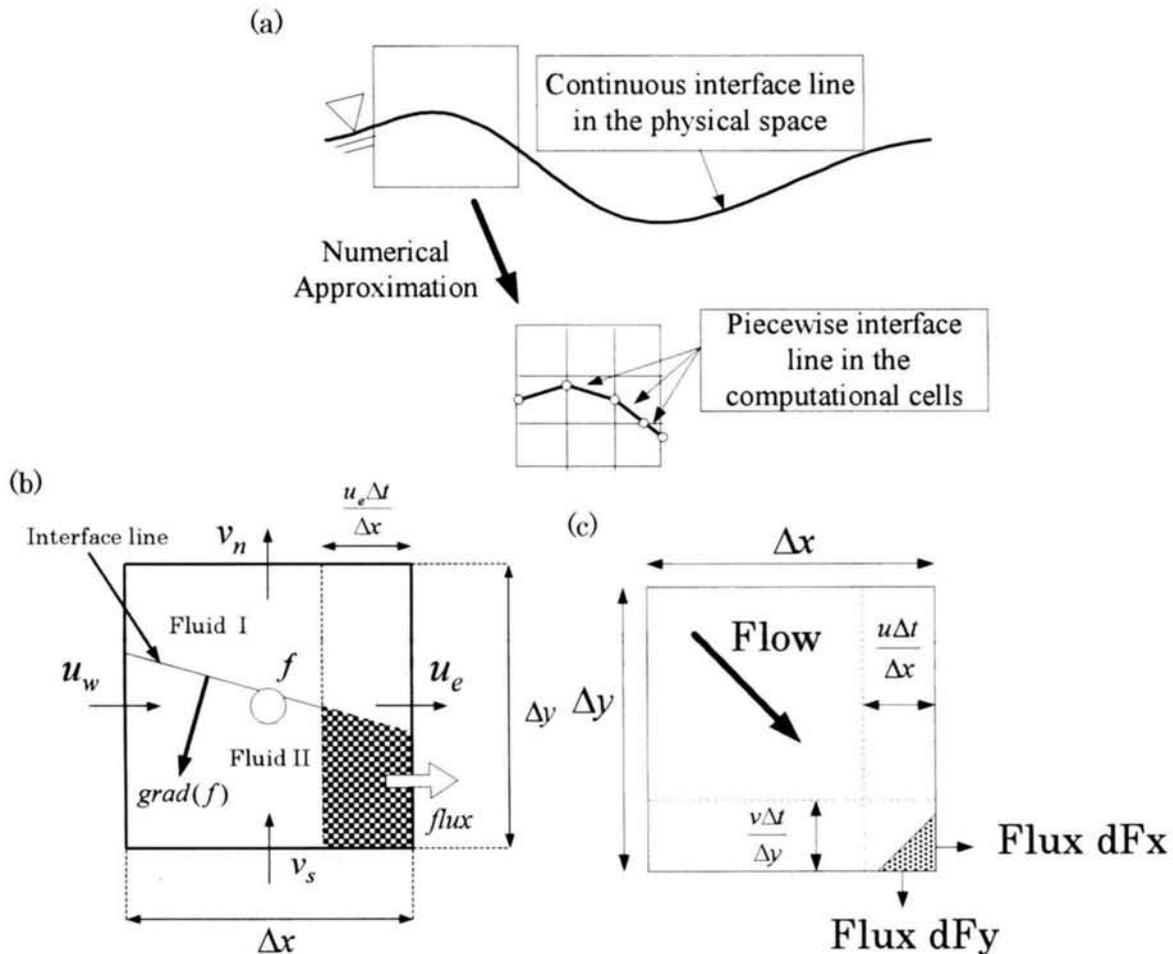


図-4.6 PLIC法による境界面近似(a), MARS法における流体の配置と Flux 算定法の概要(b)および体積保存のための Flux 制御法(c)

となる。つまり、従来型の他の移流計算スキームと異なり、MARS法では式(4.34)における界面での流体 flux の算定に際して従来型の差分操作を一切行わず、周囲の流体配置を基にして算定する。また、VOF法(DA法)と異なり、界面勾配を考慮した界面輸送を行っているため、流体面積率  $S_i(x_i)$  を求める際の界面形状を一次関数で与えている(図-4.6(b))。この界面形状は、周囲の流体配置から勾配(gradient)を用いて適切に決定される。また、MARS法では界面がセル境界に対して垂直な場合には既往の Donor Acceptor 法(以下、DA法と呼ぶ)を適用している。一方、図-4.6(c)に示すようなセルにおける流体配置と流速ベクトル場も考えられる。このとき、MARS法では過剰な Flux を算定して undershoot を伴う結果を与えてしまうため、牛島らの提案による Flux 制御法<sup>37)</sup>を用いて、局所的な保存性を維持し、非物理的な振動を制御した。

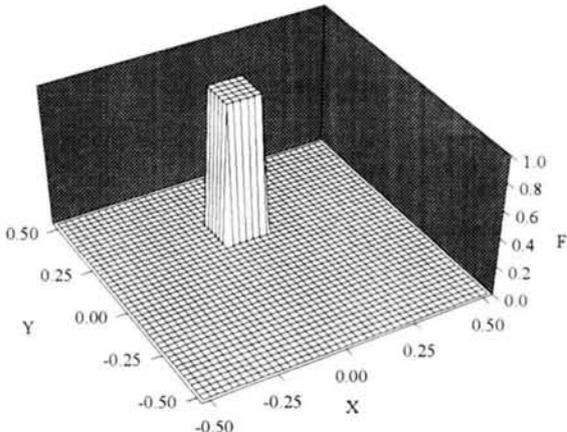


図-4.7 2次元剛体回転場におけるスカラー分布 (初期分布)

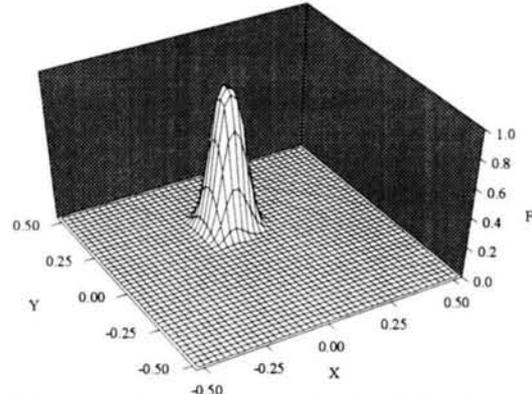


図-4.8 1回転後のスカラー分布(CIP法)

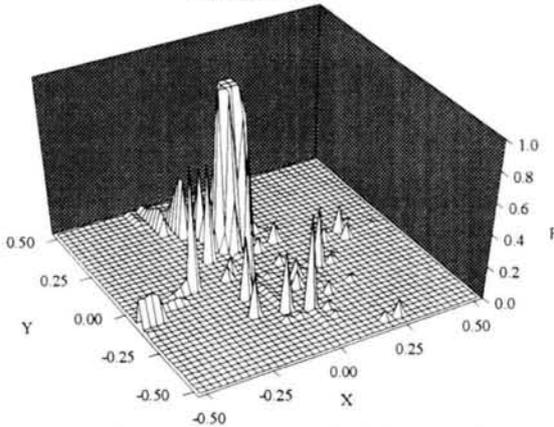


図-4.9 1回転後のスカラー分布(VOF法)

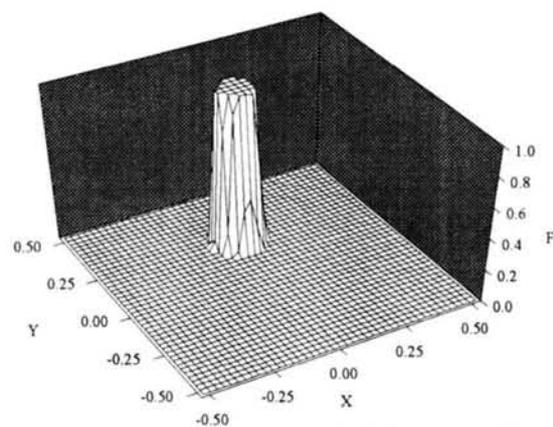


図-4.10 1回転後のスカラー分布(MARS法)

以下では Euler 格子を用いて格子間に形成される境界面の追跡手法を対象として、MARS 法と現在まで提案されてきた既往の移流計算手法 (VOF 法における DA 法, C-CUP 法で用いられている CIP 法, 補遺 D 参照) の保存性と精度検証を行う。具体的には、式(4.10)で与えられる移流方程式が時空間で定常的な流速場において適切に計算されるか比較・検討する。図-4.7 は剛体回転する流速場における 2次元スカラー輸送問題 (スカラーの初期分布) を示し、角速度  $2.0(\text{rad/s})$  で移動する初期のスカラー分布である。移流計算であるため、理論的には 1 周期後のスカラー分布は初期分布と一致する。計算ではセル数を  $40 \times 40$  とし、時間ステップ  $\Delta t$  は  $5\pi \times 10^{-4} \text{sec}$  として、一回転後のスカラー分布を求める。DA 法においてはオーバーシュートあるいはアンダーシュートが認められた。このため、 $1.0 \times 10^{-6}$  の大きさを越えるオーバーシュートあるいはアンダーシュートが生じたときにはこれを  $f$  の最大値および最小値に置き換えるという操作を加えた  $\eta$ 。また、CIP 法では非物理的な数値振動を抑制するために、MMT フィルタ<sup>38)</sup>を用いた。この操作は保存性に影響を及ぼすものと考えられる。図-4.8、図-4.9 および図-4.10 はそれぞれ DA 法、CIP 法及び MARS 法により計算された 1 周期後のスカラー分布である。既報に示されるように、DA 法では分布が空間的に散乱する傾向が見られ、斜め方向の移

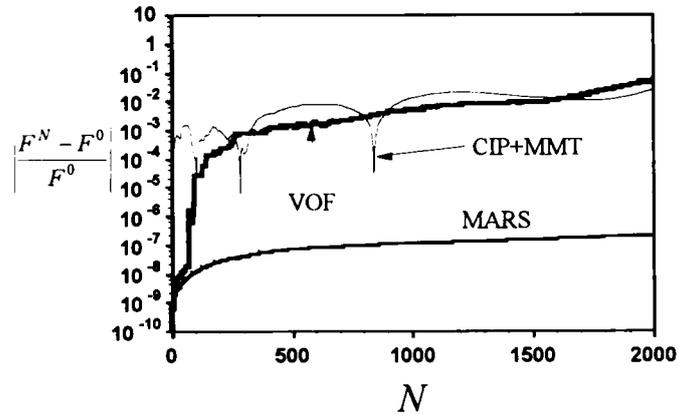


図-4.11 計算中のスカラー量の保存性( $N$ : Time step,  $F^n$ :  $n$  ステップにおける総面積)

流では精度が落ちることがわかる。また、CIP法による計算結果には数値拡散が認められるが、MARS法では数値拡散は比較的小さい。

図-4.11 は各手法に対して流体体積(2次元計算では面積)の変化を示したものである。図中で  $\Delta F = (F^N - F^0)/F^0$  であり、 $F^0$  と  $F^N$  はそれぞれ初期状態および  $N$  ステップの計算領域全体の流体体積である。流体は非圧縮性であるため、図の縦軸の  $F$  は本来体積一定となるはずであるが、DA法とCIP法では数%程度の体積誤差が発生する。これは、既往研究<sup>39)</sup>でも指摘されている傾向である。一方、MARS法では体積が比較的良好に保存されているがわかる。これらの結果から、ここで取り上げた3種類の手法では、数値的な精度および流体体積の保存性という観点からはMARS法が比較的優位であることがわかる。

## (2) CSFモデル

界面で成り立つ力学的関係式(4.31)より、非粘性流体を仮定すれば、界面での圧力差  $P_S$  は

$$P_S = P_2 - P_1 = \sigma\kappa \quad (4.38)$$

となる。本研究では界面での表面張力モデルに Brackbill *et al.* (1994)<sup>40)</sup>のCSFモデルを用いる。CSFモデルでは境界面を挟む流体の不連続的な特性を計算格子程度の遷移幅  $h$  での連続関数  $\tilde{C}$  で近似し、境界面で働く圧力差を遷移領域全域へ作用する体積力として扱う。界面上の点  $x_s$  の単位面積あたりの表面張力  $F_s(x_s)$  は、界面域での非粘性流体の仮定から界面法線ベクトル  $\mathbf{n}$  を用いて、

$$F_s(x_s) = \sigma\kappa(x_s)\mathbf{n}(x_s) \quad (4.39)$$

体積力  $F_v$  は遷移領域の幅の極限 ( $h \rightarrow 0$ ) で単位面積あたりの表面張力  $F_s(x_s)$  と釣り合う力として次式で与えられる。

$$\lim_{h \rightarrow 0} \int_{dV} F_v(\mathbf{x}_s) dV = \int_{dS} F_s(\mathbf{x}_s) dS \quad (4.40)$$

ここで、 $dV$  は距離  $h$  離れた界面に平行な二つの面と界面に垂直な四つの面に囲まれた微小体積要素を表しており、右辺は  $dV$  の界面上の微小面積  $dS$  での面積積分を表す。

式(4.39)を遷移領域のみに適用し、それ以外では  $F_v = 0$  とするために、Delta 関数  $\delta$  を導入すると、

$$\int_{dS} F_s(\mathbf{x}_s) dS = \int_{dV} F_s(\mathbf{x}_s) \delta[\mathbf{n}(\mathbf{x}) \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}_s)] dV = \int_{dV} \sigma \kappa(\mathbf{x}_s) \mathbf{n}(\mathbf{x}_s) \delta[\mathbf{n}(\mathbf{x}) \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}_s)] dV \quad (4.41)$$

となる。Brackbill *et al.* (1994)<sup>40)</sup> は  $h \rightarrow 0$  の極限でこの Delta 関数が連続関数  $\tilde{C}$  と以下の関係をもつことを示した。

$$\lim_{h \rightarrow 0} \nabla \tilde{C}(\mathbf{x}) = \mathbf{n}[C] \delta[\mathbf{n}(\mathbf{x}) \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}_s)] = \nabla C(\mathbf{x}) \quad (4.42)$$

式(4.41)と式(4.42)より、

$$\int_{dS} F_s(\mathbf{x}_s) dS = \lim_{h \rightarrow 0} \int_{dV} \sigma \kappa(\mathbf{x}_s) \frac{\nabla \tilde{C}(\mathbf{x})}{[C]} dV \quad (4.43)$$

よって、表面張力による体積力  $F_v$  は次式のようにモデル化できる。

$$F_v(\mathbf{x}_s) = \sigma \kappa(\mathbf{x}_s) \frac{\nabla \tilde{C}(\mathbf{x}_s)}{[C]} \quad (4.44)$$

非圧縮性流体への応用を考えると、 $\tilde{C}$  の代わりに流体率(VOF 率)を用いる。また、 $h \rightarrow 0$  の極限で  $\nabla \tilde{C}(\mathbf{x}) = \nabla C$  とするために、規格化関数  $g(\mathbf{x}) = \rho(\mathbf{x}) / \bar{\rho}$  を導入する。ただし、 $\bar{\rho}$  は2流体の平均密度である。

$$\nabla \tilde{C}(\mathbf{x}) = \nabla f_k \rho(\mathbf{x}) / \bar{\rho} \quad (4.45)$$

よって、

$$F_v(\mathbf{x}_s) = \sigma \kappa(\mathbf{x}_s) \frac{\nabla f_k \rho(\mathbf{x})}{\bar{\rho} [C]} \quad (4.46)$$

が得られる。

#### 4. 4 数値計算手法の適用性

本節では前節までに構築された非混和性非圧縮性流体に対する数値計算の適用性について考察する。ここでは、自由表面解析の一般的な検証問題として多用されている水柱崩壊現象と、水・シリコンオイル成層流に対して本数値計算手法の精度検証と適用性について考察する。図-4.12には前節で示した

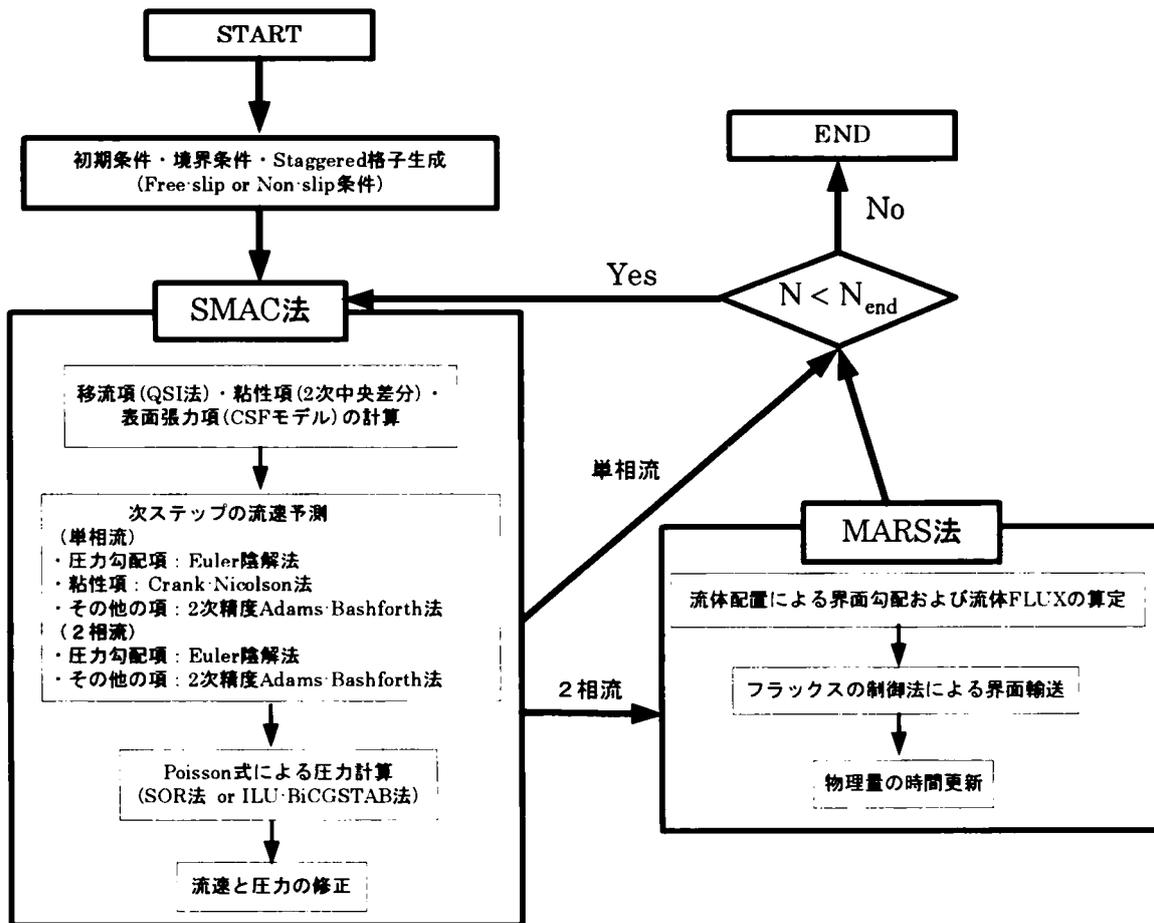


図-4.12 計算のフローチャート

数値計算手法のフローチャートを図示した。

#### 4. 4. 1 ダム崩壊現象

水柱崩壊問題（ダムブレイク問題）は多くの実験および数値解析により検討が行われており，大変形を伴う自由液面の検証に適している．図-4.13は本研究で構築した計算手法による計算結果（水面形とベクトル図）を示す．初期状態では2次元計算領域（高さ9cm，横幅20cm）の左隅（高さ6cm，横幅3cm）に水柱が固定されている．計算格子は60×40，境界条件はfree-slipおよびnon-slipの2つの条件とした．なお，本計算では簡単のため，壁面と水の接触角は90°と仮定した．図-4.13はfree-slip条件下での結果を示しており，図-4.13(a)～(d)の時間は水柱崩壊後の経過時間を示す．計算時間刻み $\Delta t$ は $1.0 \times 10^{-4}$ とした．重力加速度は980 (cm/s<sup>2</sup>)，空気の及び水の密度 $\rho_a, \rho_w$ （下付添字aは空気，wは水を示す）はそれぞれ $1.25 \times 10^{-3}, 1.0$ (g/cm<sup>3</sup>)であり，粘性係数 $\mu_a, \mu_w$ はそれぞれ $1.8 \times 10^{-4}, 1.0 \times 10^{-2}$  (g·cm/s<sup>2</sup>)とした．なお，本計算では表面張力は無視した．

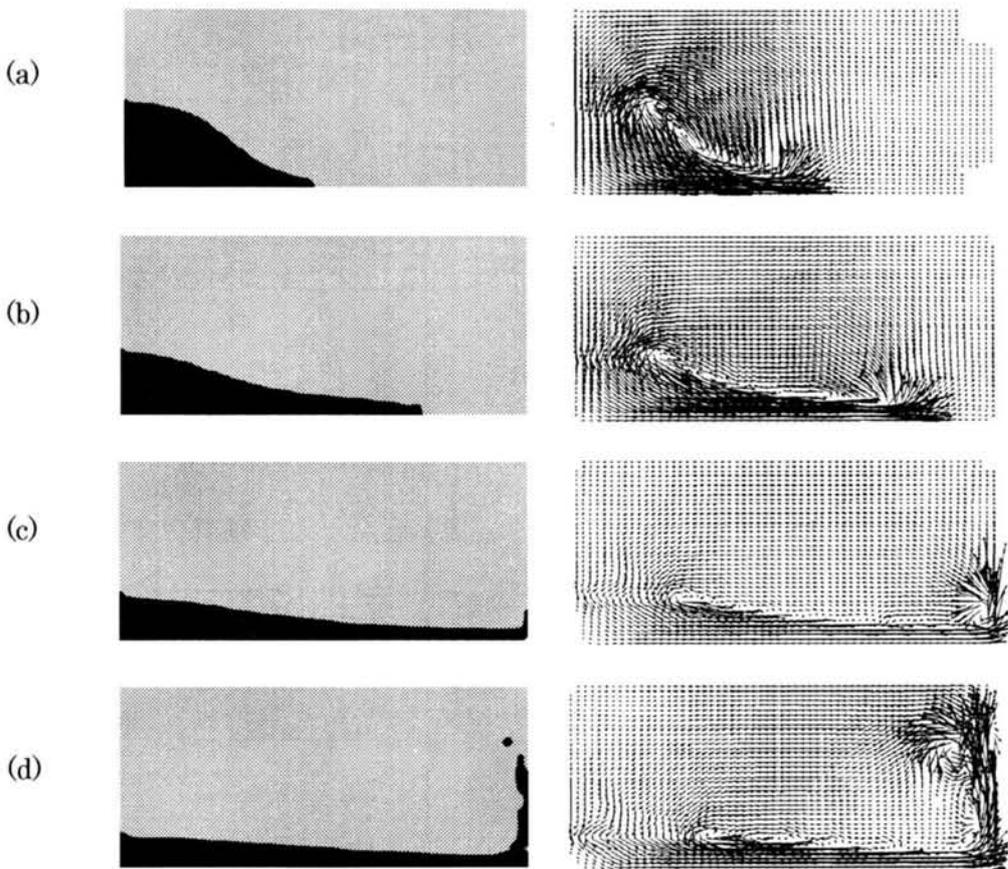
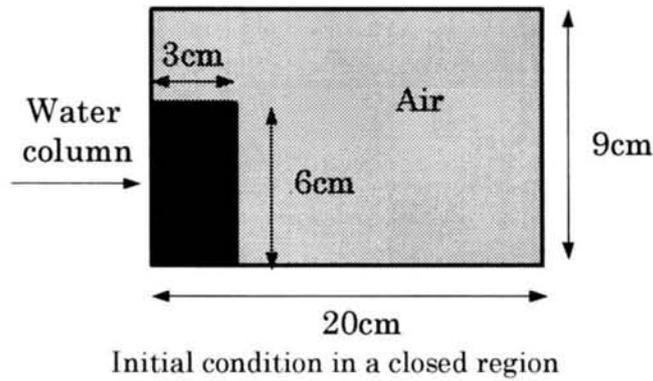


図-4.13 水柱崩壊現象におけ水面形とベクトル図 (→: 200cm/s)  
(Initial condition, a) 0.08sec b) 0.12sec c) 0.16sec d) 0.24sec)

図-4.13 より、重力によって崩壊を始めた水柱は右端壁との衝突し、その結果水滴が飛散している様子が観察できる。また、水柱崩壊に伴い、複雑な乱流場が形成されることがわかる。図-4.14(a)には水柱崩壊現象での壁面衝突までの、フロント先端部の左端壁からの距離  $Z$  と時間  $t$  との関連性を示した。同図には、Martin & Moyce(1952)<sup>41)</sup>による実験結果および C-CUP 法を用いた川崎・中辻(2002)<sup>42)</sup>の計算結果を示した。本計算手法は既往の結果とほぼ一致していることが観察でき、計算精度が良好であることがわかる。図-4.14(b)には水柱崩壊現象における体積保存性を示した。なお、図中の文字の扱

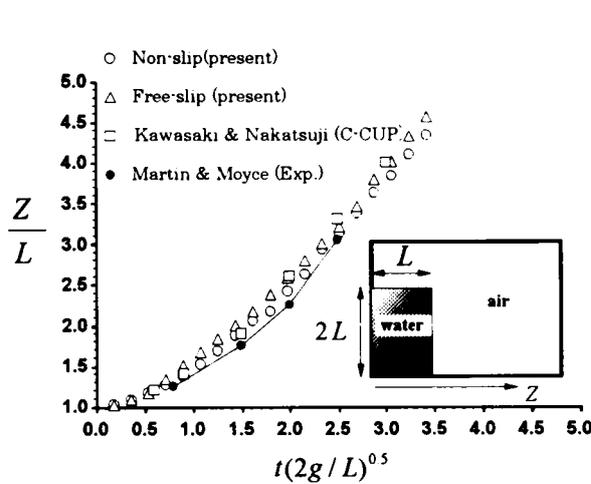


図-4.14(a) 水柱崩壊現象におけるフロント先端部の時系列

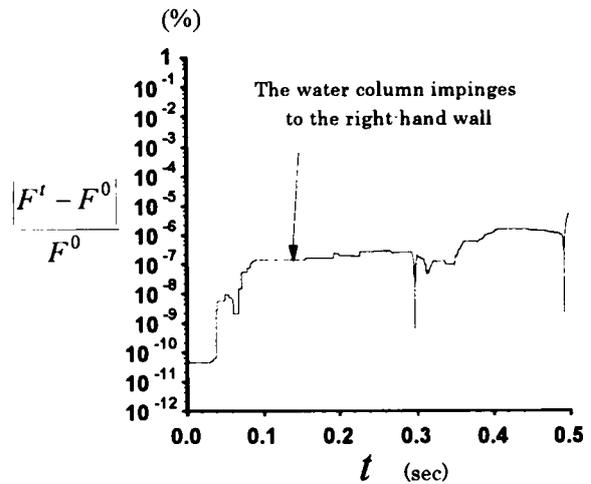


図-4.14(b) 水柱崩壊現象における体積保存性

いは図-4.11と同様である。図より、水面が大変形するような条件下においても、本計算手法を用いた計算による体積保存性はほぼ完全であることがわかる。

#### 4. 4. 2 水とシリコンオイルからなる成層流

これまで2流体を対象とした計算手法が既往研究で提案されているが、その適用性に関しては定量的な検証を行っているものは比較的少数である<sup>43)</sup>。このため、本節では水とシリコンオイルという密度の異なる混合しない2流体を用いた基礎実験を行い、この結果を用いて計算手法の妥当性を検討する。この2流体実験では、矩形構造物がおかれたキャビティ内で成層流を発生させ、界面形状や流速分布などの計測を行った。

##### (1) 実験条件

実験に用いたシリコンオイル(KF96L-2cs, 信越化学社製)の密度と粘性係数は、摂氏25℃の条件で、それぞれ水の0.873倍および2.0倍である。実験に用いたキャビティ模型を図-4.15に示す。模型はアクリル製で、シリコンオイルが上層に存在するキャビティ領域と水が流入・流出するダクトから構成させている。シリコンオイルの上部はアクリル壁で塞がれており、自由液面は存在しない。キャビティとダクトの奥行きは20mmである。また、ダクトの高さ $H_A$ は20mm、キャビティの幅 $L$ は200mmであり、その高さ( $H_w + H_s$ )は90mmである。キャビティ内には、高さ $H_0$ と幅 $L_0$ がそれぞれ50mmおよび40mmであるアクリル製の構造物が設置され、流入した水はこの構造物を乗り越えて流下し、下流側のダクトから流出する。このような水の流動に伴い、二流体の界面は構造物の周辺で複雑な形状を示す。

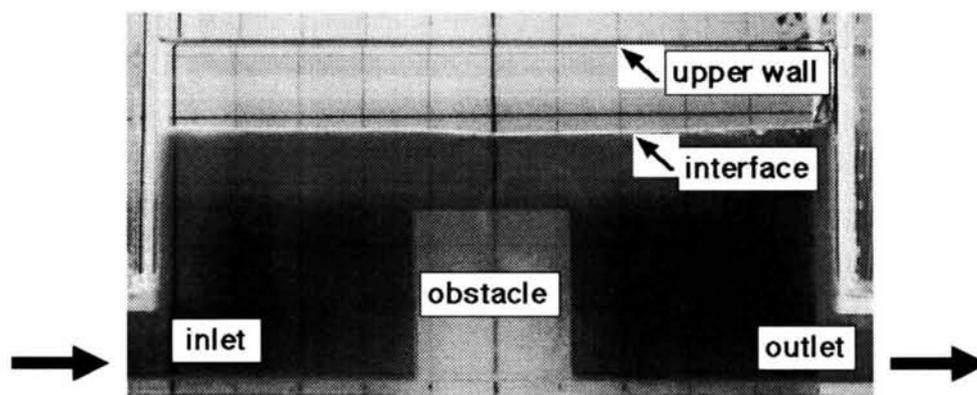


図-4.15 実験に用いたキャビティ模型

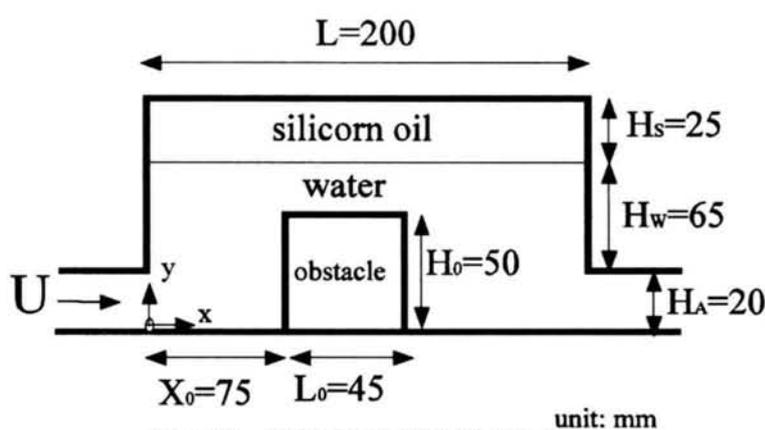


図-4.16 座標系および模型のスケール

座標系は流入口下端を原点とし、流下方向に  $x$  軸、鉛直方向に  $y$  軸をとる (図-4.15 参照)。実験では、ダクト入り口部分の平均流速を約  $4.3\text{cm/s}$ 、レイノルズ数は  $\text{Re} = U_w(H_A + H_w)/\nu_w \approx 3870$  とした。水の流動により、界面を通してシリコンオイルに運動量が輸送され、2流体が流動することが予想されたが、実際には界面の振動による圧力伝搬は生じたものの、シリコンオイルの流動はほとんど認められなかった。これは可視実験と流速計の信号から確認された結果である。これは水流中に含まれる微細な粉塵などにより、界面に滑りが発生したことが原因と考えられるが、詳細は不明である。このため、実験ではレーザー流速計(LDA)により水流のみを対象とした流速計測を行った。流速面は幅方向中央断の鉛直断面である。LDAの測定周波数は  $60\sim 100\text{Hz}$ 、サンプリング時間は  $60\text{sec}$  とし、得られたデータから2次元の平均流速成分を求めた。特に、ダクト流入部分では、境界層が発達した流速分布となるため、鉛直方向に流速分布を詳細に計測して、これを後述する数値計算の境界条件として与えた。また、界面形状は、流況を側面よりデジタルカメラで撮影した画像から求めた。図-4.16に水流に染料を注入して着色したときの可視化画像を示す。シリコンオイルはほとんど流動しないが、キャビティ内部に置かれた構造物のため、界面は構造物上流側で高くなり、下流側へ向かって低下する形状

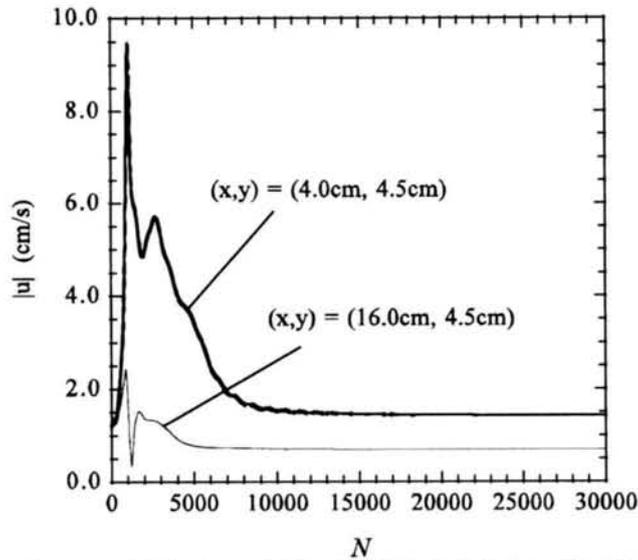


図-4.17 固定点(x,y)における流速の大きさの時系列

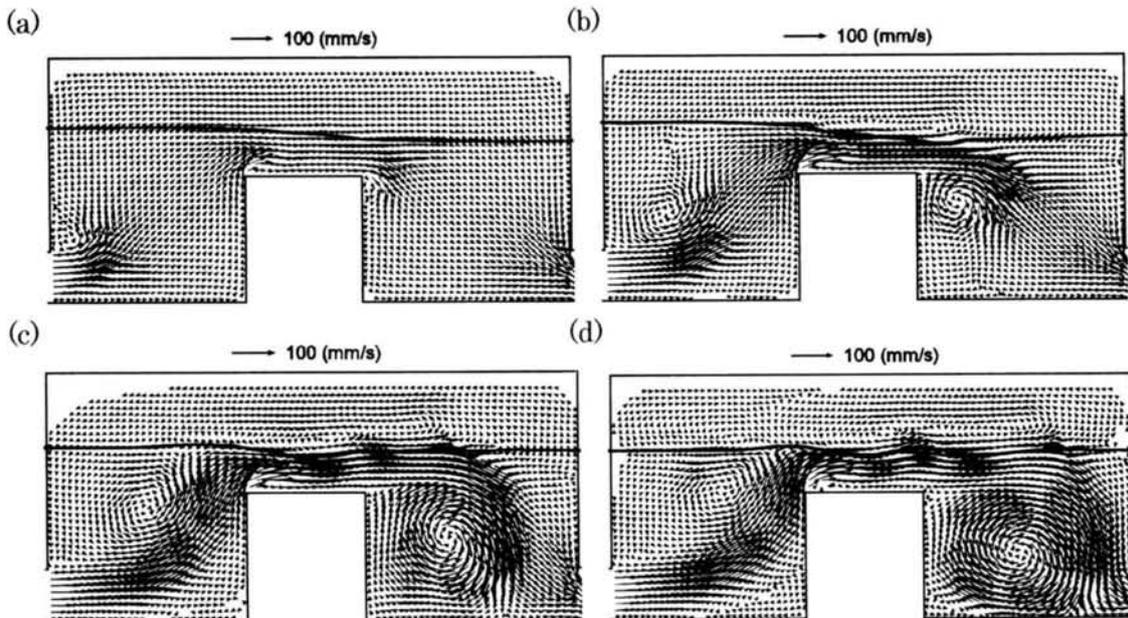


図-4.18 非定常計算における初期の界面形状とベクトル図  
(経過時間 a: 0.5s, b: 1.5s, c: 2.5s および d: 3.5s)

となる。また、界面には部分的に変動する領域が観察された。

## (2) 計算条件

キャビティ内に生ずる水とシリコンオイルの成層流に対して、本研究で構築した数値計算手法を適用する。前述のスカラー移流計算において、密度の移流計算法としてMARS法が比較的良好であったため、式(4.10)の解法にはMARS法を用いる。圧力のPoisson式の解法にはSOR法を用い、収束判定基準を $\varepsilon = 1.0 \times 10^{-10}$ とする。ここに、 $\varepsilon$ は離散化された式(4.19)の残差である。静止状態の成層場を初期条件として、流れ場がほぼ定常となるまで非定常計算を行った。境界条件としては、流入条件とし

て実験値を与え、壁面上の流速はレイノルズ数が低いためゼロとした。水とシリコンオイルの各層には各々の密度と粘性係数を与えた。ここで、摂氏 25° における水に対するシリコンオイルの密度比を 0.8、粘性係数比を 2.0 とし、界面張力係数は水とシリコンオイルの物性値の中間値（約 3.5 N/m）とした。x 及び y 軸方向の計算格子数はそれぞれ 80×36 とし、格子幅は  $\Delta x = \Delta y = 5\text{mm}$  とした。計算時間増分は CFL 条件を考慮して、 $\Delta t = 2.0 \times 10^{-3}\text{sec}$  とした。この条件では、クーラン数の最大値は約 0.1 である。また、実験ではシリコンオイルに対して界面せん断力がほとんど作用しない滑り条件が生じたため、界面ではせん断応力が生じない応力条件、すなわち粘性応力が伝達されない条件とした。なお、計算においては簡単のため、界面と壁面の接触条件は 90° となることを仮定した。

### (3) 計算結果と考察

#### (A) 流れ場の定常解への遷移

図-4.17 は計算ステップ  $N$  にたいする、キャビティ内の 2 つの固定点における流速ベクトルの絶対値の時系列を示す。同図より、計算ステップ数が 2 万ステップ（実時間 40 s）を越えた付近から、モニタリングしている固定点上では、流速ベクトルの絶対値はほぼ一定となり、流れ場が計算上の定常状態に到達したと判断される。また、図-4.18 に非定常計算初期のフローパターンの時間的な変化を示した。

#### (B) 体積の保存性

計算ステップ  $N$  に対する流体の体積の変化を求めた結果、前述の移流計算の場合と同様に定義され

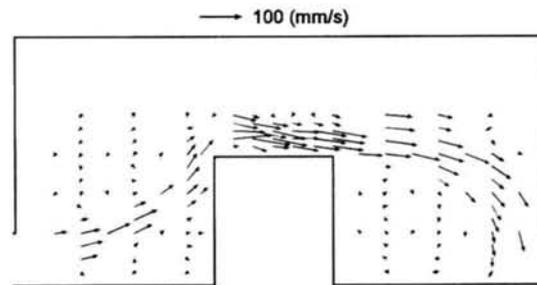


図-4.19 実験により得られたベクトル図

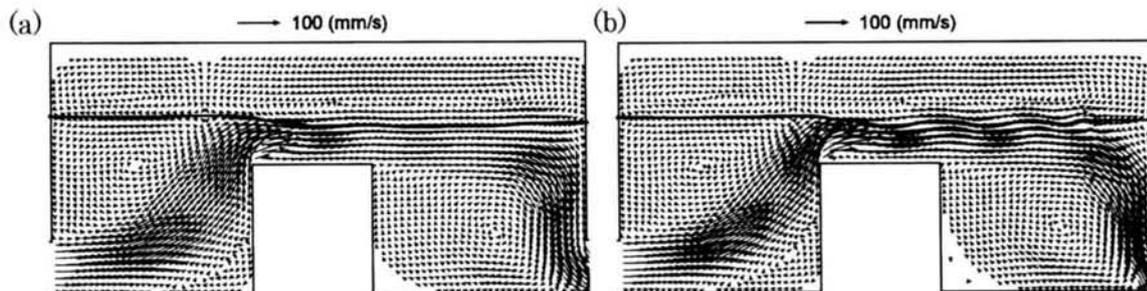


図-4.20 数値計算により得られたベクトル図(a: Iupwind, b: QSI)

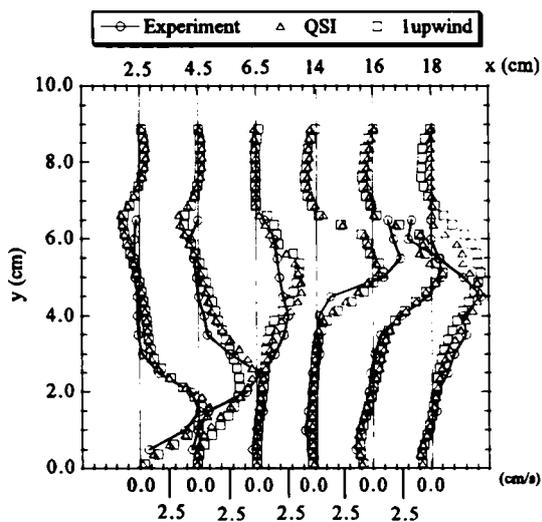


図-4.21 各断面における流速 $u$ の分布 (実験と数値計算の比較)

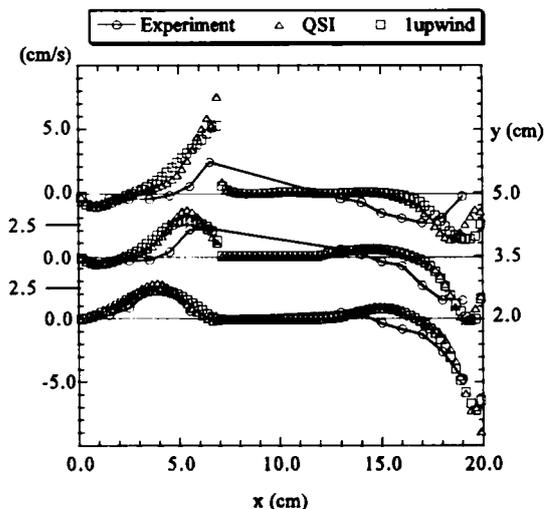


図-4.22 各断面における流速 $v$ の分布 (実験と数値計算の比較)

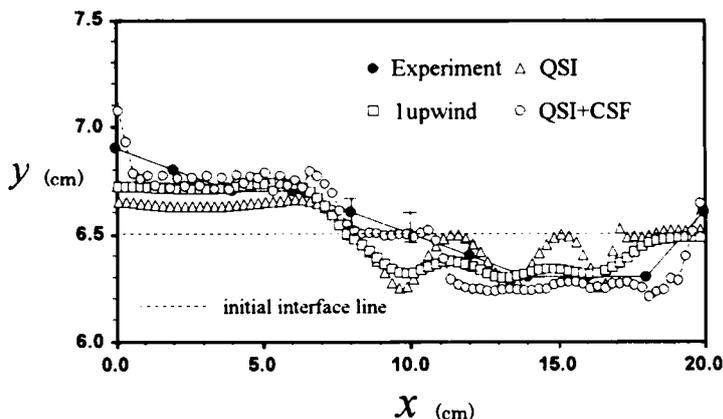


図-4.23 界面形状の比較 (実験と数値計算)

る  $\Delta F$  の値は、定常状態に至るまでに  $10^{-10}$  程度と十分小さく、流体体積が変化しない妥当な結果となることを確認した。

### (C) 定常流動場における流速ベクトルの分布

実験で計測された流速ベクトルの分布を図-4.19に示す。流入した流れは、構造物上流部で斜め上方に向かうものとなり、界面に衝突した後、構造物上を流下する。構造物上では、流れが加速されるため、後述するように界面のわずかな振動が観察された。構造物下流側では、出口に向かって下降する流れが形成される。図-4.20に計算により得られた定常時の流速ベクトルの分布を示す。図中には、QSIスキームと1次風上差分(lupwind)を運動方程式に用いた結果を示しているが、構造物上流側の流れが上昇する領域、また下流側の下降する流況に関して、QSIスキームがより良好な結果を与えている。これより、自明な結論であるが、2流体流れにおいても運動方程式の移流項には高次のスキームが必要であることが示された。

一方、図-4.21、図-4.22 は  $x=2.5, 4.5, 6.5, 14.0, 16.0, 18.0$  (cm)における  $x$  方向流速  $u$ ，および  $y=2.0, 3.5, 5.0$  (cm)における  $y$  方向流速  $v$  を示す。また、図中の  $1upwind$  は 1 次風上差分を表す。計算された流速分布は概ね実験値と一致するが、細部では両者の相違が比較的大きい部分も見られる。高次スキームを用いた場合には計算結果が改善されているが、より精度の高い解を得るためには流れ場の 3 次元性、計算セル数や不等間隔格子の導入などに関する検討が必要と考えられる。

#### (D) 界面形状

図-4.23 は水とシリコンオイルの界面の形状を比較したものである。実験では、十分発達した状態においても局所的に界面が変動する状況が観察された。このため、図中にはエラーバーの形で界面の変動範囲を示している。これより、構造物上流端より下流側で界面の振動が生ずることがわかる。図-4.23 より、CSF モデルと QSI 法を組み合わせることで計算された界面形状はほぼ適切に界面形状を予測していることがわかる。

## 4. 5 単相平行平板乱流場の直接数値計算

DNS は非圧縮性流体運動の基礎式である Navier-Stokes 式と連続式から与えられる数値解を付加的な乱流渦に関するモデル化なしに忠実に再現することを目標としており、乱流の素過程を解明したり、乱流モデル構築のためのデータベースを提供するなど、基礎研究の一環として行われている。DNS では乱流モデルは一切用いないため、数値解析手法自身の計算精度が結果に如実に表れる。よって、計算手法（基礎式の離散化）の適用に十分注意を払う必要がある。また、計算領域の設定や格子分割、時間積分や差分計算は計算結果に影響を及ぼすことがよく知られており、特に、Navier-Stokes 式中の非線形項である移流項の計算精度は乱流渦の生成や逸散と密接に関連を持つため、非線形項の離散化は極めて重要であり、梶島の研究<sup>44)</sup>や森西の研究<sup>45)</sup>に代表されるように、移流項の計算スキームの改良が精力的に行われている。

平行平板乱流（2次元チャネル流）は、壁面乱流の最も基礎的な流れ場のひとつとして古くから研究されており、数値計算精度の検証としてしばしば利用されている。Kim *et al.*(1987)<sup>46)</sup>が初めてレイノルズ数 180 の平行平板間乱流の DNS を行って以来、Kuroda *et al.*(1989)<sup>47)</sup>、Abe *et al.*(2001)<sup>48)</sup>もスペクトル法や差分法を用いて計算を行っており、現在ではレイノルズ数が 1000 を越える流体計算も行われている。本節では単相流を対象とした平行平板間乱流の直接数値計算を先述の有限差分法を基礎にした計算手法を用いて行い、既往研究との比較を通じて、本研究で用いた計算スキームによって、乱流計算において適切な乱れを再現できるか検証を行う。

## 4. 5. 1 基礎方程式

密度・粘性係数などの物性値が計算領域で一定である単相流に対する基礎方程式を以下に示す。

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 \quad (4.47)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = \delta_{i2} g_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad (4.48)$$

ここで、式(4.47)は連続式、式(4.48)は Navier-Stokes 式であり、 $\delta_{ij}$  はクロネッカーのデルタ ( $j=2$  を鉛直方向とする)、 $\nu$  は動粘性係数である。

## 4. 5. 2 流速と圧力の解法

4. 3. 2 と同様に、圧力と流速の同時解法には SMAC(Simplified Marker and Cell)法を用いて Euler 格子で基礎式の離散化を行う。空間方向の離散化では、移流項に QSI 法、その他の項は 2 次精度中央差分を用い、時間方向の離散化では、圧力勾配項に Euler 陰解法を、粘性項には半陰解法である Crank-Nicolson 法、その他の項には 2 次精度の Adams-Bashforth 法を用いる。このとき、連続式および運動方程式は以下のように離散化される。

$$\frac{\partial u_j^{n+1}}{\partial x_j} = 0 \quad (4.49)$$

$$\frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{\Delta t} + (1.5 \text{Conv}_i^n - 0.5 \text{Conv}_i^{n-1}) = F_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p^{n+1}}{\partial x_i} + 0.5 (\text{Dif}_i^{n+1} + \text{Dif}_i^n) \quad (4.50)$$

ただし、 $\Delta t$  は時間刻み、 $F_i$  は外力項であり、上付き添字  $n$  は計算ステップ数を示す。また、

$$\text{Conv}_i^n = u_j^n \frac{\partial u_i^n}{\partial x_j} \quad (4.51)$$

$$\text{Dif}_i^n = \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad (4.52)$$

は各々、移流項と拡散項である。式(4.50)において、流速の予測値  $u_i^*$  を導入すると、

$$\frac{u_i^* - u_i^n}{\Delta t} + (1.5 \text{Conv}_i^n - 0.5 \text{Conv}_i^{n-1}) = F_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p^n}{\partial x_i} + 0.5 (\text{Dif}_i^* + \text{Dif}_i^n) \quad (4.53)$$

これを変形すれば次式となる。

$$\left( 1 - 0.5\nu \frac{\partial^2}{\partial x_j \partial x_j} \right) u_i^* = u_i^n + \left[ - (1.5 \text{Conv}_i^n - 0.5 \text{Conv}_i^{n-1}) + F_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p^n}{\partial x_i} + 0.5 \text{Dif}_i^n \right] \Delta t \quad (4.54)$$

また、式(4.50)および式(4.53)より、

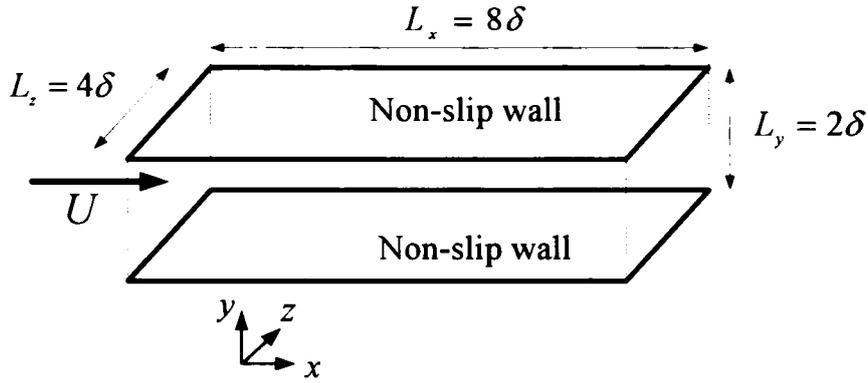


図-4.24 計算領域

$$\frac{u_i^{n+1} - u_i^*}{\Delta t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \phi'}{\partial x_i} \quad (4.55)$$

となる。ただし、 $\phi'$ はスカラーポテンシャルであり、圧力変化分 $\phi$ と以下の関係がある。

$$\phi = \phi' - 0.5\nu \frac{\partial^2 \phi'}{\partial x_j \partial x_j} \quad (4.56)$$

式(4.55)の両辺を $x_i$ で偏微分し、式(4.49)を用いて整理すると、次式のスカラーポテンシャル $\phi'$ に関する Poisson 式が導かれる。

$$\frac{\Delta t}{\rho} \frac{\partial^2 \phi'}{\partial x_j \partial x_j} = \frac{\partial u_i^*}{\partial x_i} \quad (4.57)$$

式(4.57)は $\phi'$ に関する楕円型微分方程式であり、前述の IB 法などの適切な解法を用いてこの境界値問題を解くと、次ステップの流速は次式で求められる。

$$u_i^{n+1} = u_i^* - \frac{\Delta t}{\rho} \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \quad (4.58)$$

また、式(4.58)で次ステップの流速が決定するためには、次ステップの圧力は式(4.56)より

$$p^{n+1} = p^n + \phi' - 0.5\nu \frac{\partial^2 \phi'}{\partial x_j \partial x_j} \quad (4.59)$$

となる。つまり、式(4.54)の楕円型偏微分方程式を前述の IB 法などの適切な手法によって解くことで、流速の予測値 $u_i^*$ を得る。その後、式(4.57)からスカラーポテンシャル $\phi'$ を求め、式(4.58)および式(4.59)から次ステップの流速場および圧力場を得る。

### 4. 5. 3 計算条件

図-4.24に対象とした平行平板乱流場の座標系と計算領域を示す。また、表-4.1に計算条件を示した。

表-4.1 単相平行平板乱流場の計算条件表

	CASE1	CASE 2	CASE 3
Friction Reynolds Number $R_* (\equiv U_* \delta / \nu)$	110		
Reynolds Number $Re (\equiv 2U_m \delta / \nu)$	3062	3165	3190
Velocity component ( $x, y, z$ )	$u, v, w$		
Computational volume ( $L_x, L_y, L_z$ )	$8\delta, 2\delta, 4\delta$		
Computational volume ( $L_x^+, L_y^+, L_z^+$ )	880, 220, 440		
Grid number ( $N_x, N_y, N_z$ )	60, 50, 60	64, 64, 64	80, 80, 80
Spatial resolution ( $\Delta x^+, \Delta z^+$ )	14.67, 7.33	13.75, 6.875	11.0, 5.50
Spatial resolution ( $\Delta y^+$ )	0.236~7.19	0.133~5.39	0.085~4.32
Time resolution ( $\Delta t^+$ )	0.0605		
Time integration ( $T_i^+$ )	3630		

図-4.24 に示すように、座標系は流下方向に  $x$  軸，壁面から鉛直方向に  $y$  軸，横断方向に  $z$  軸とした。計算領域は鉛直方向( $y$ )に  $L_y = 2\delta$ ，流下方向( $x$ )に  $L_x = 8\delta$ ，横断方向( $z$ )に  $L_z = 4\delta$  とした。ここで、座標系( $x, y$  および  $z$ )に対応する平均流速成分を  $U, V$  および  $W$  とし、乱れ流速成分を  $u, v$  および  $w$  と定義する。格子分割は主流( $N_x$ )，鉛直( $N_y$ )，横断方向( $N_z$ )にそれぞれ 60, 50, 60(CASE1), 64, 64, 64(CASE2), および 80, 80, 80(CASE3)とした。 $R_* \equiv U_* \delta / \nu$  は壁面摩擦速度  $U_*$  および平板間の半距離  $\delta$  から算定される摩擦レイノルズ数であり、 $Re \equiv 2U_m \delta / \nu$  は断面平均流速  $U_m$  および平板間幅  $2\delta$  から算定されるレイノルズ数である。本計算では層流から乱流へと遷移する、比較的弱い乱流場を対象としている。境界条件は、主流方向と横断方向に周期境界条件，壁面( $y=0, 2\delta$ )で Non-slip 条件とした。初期条件には平行平板流れの層流解に、一様乱数からの微小な乱れを連続式を無視して与えて生成した。粘性時間刻み  $\Delta t^+ \equiv \Delta t U_*^2 / \nu$ ，および統計量を得るための粘性積分時間  $T_i^+ \equiv T_i U_*^2 / \nu$  は既往研究<sup>48)</sup>を参考に決定した。この時間刻みにより、計算ではクーラン数は 0.2 程度となった。また、Poisson 式の収束条件として、式(4.47)の連続式誤差が  $10^{-6}$  程度以下となるように許容収束誤差を  $10^{-5}$  と定めた。

一方、流れ場を駆動させるために、流下方向には次式に示すように一定の圧力勾配を外力として加えて、平行平板の壁面せん断応力と釣り合わせた。

$$F_i = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} \delta_{i1} = \frac{\tau_w}{\delta} = \frac{\rho U_*^2}{\delta} \quad (4.60)$$

ただし、 $i=1$  を流下方向成分とし、 $\tau_w$  は壁面せん断応力である。図-4.25(a)には、 $x-y$  平面における計算格子を示した。図に示すように、 $y$  軸は不等間隔格子であり、 $x$  軸および  $z$  軸は等間隔格子である。

図-4.25(b)には CASE3 における  $y$  軸方向の格子番号と格子分割の関係を示した。図に示すように、 $y$

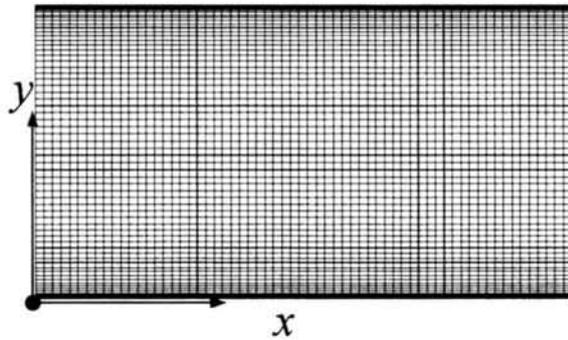


図-4.25(a) 計算領域(計算格子,  $x-y$ 平面)

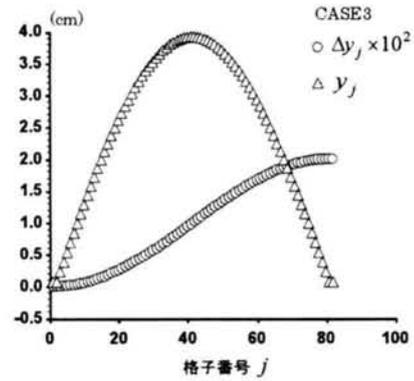


図-4.25(b) 計算格子分割 ( $y$ 軸方向, CASE3)

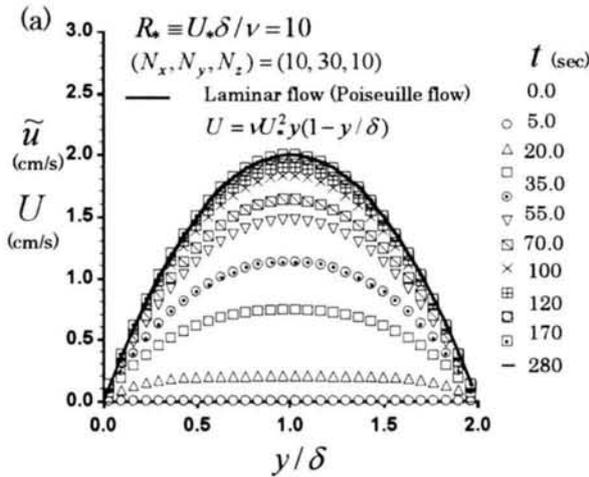


図-4.26(a) 層流条件での主流速の鉛直分布の時系列

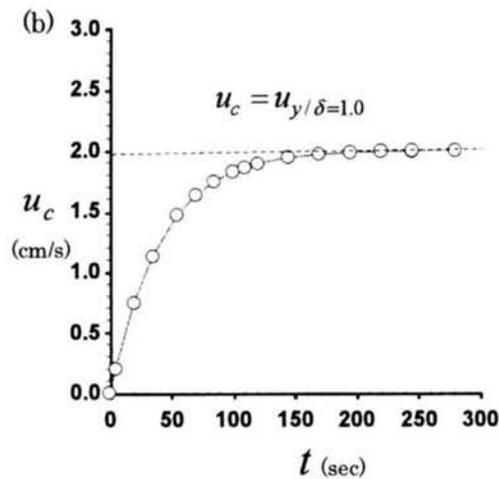


図-4.26(b) 平板間中央における主流速の漸近

軸方向の格子分割は壁面で密な不等間隔格子であり、本研究では以下に示すように Moin & Kim(1982)<sup>49)</sup>の方法に習って格子生成を行った。

$$y_j = \frac{1}{2\alpha} \tanh(\xi_j \tanh^{-1} \alpha) + 0.5 \quad \text{with} \quad \xi_j = -1 + 2j / N_y \quad (4.61)$$

ここで、 $y_j$ は格子番号  $j$ の  $y$ 座標、 $\alpha$ は変換パラメータである。本研究では、 $\alpha = 0.967$ とした。

図-4.26(a)には表-4.1に示した主計算に先立ち、同一の計算領域の粗い格子分割( $N_x, N_y, N_z = 10, 30, 10$ )において、層流条件 ( $R_* = 10$ )での試行計算結果を示す。図-4.26(a)は主流速分布鉛直分布の時系列を示す。図中には層流における放物形の解析解( $U = \tau_w y(1-y/\delta)/\mu$ )も太線で併示した。なお、計算の初期条件は流速ゼロとした。また、図-4.26(b)は平板間中央における主流速  $u_c$ の時間経過を示した。同図より、時間進行と共に、主流速は対称的な放物形の解析解に漸近することがわかる。

図-4.27(a)~(f)には平行平板流れの初期条件(層流)から乱流への発達過程を図示した。図は中央断面( $z = L_z/2$ )における  $x-y$ 平面の瞬間の乱れ流速変動成分( $u, v$ )を示した。図より、計算初期では放物形

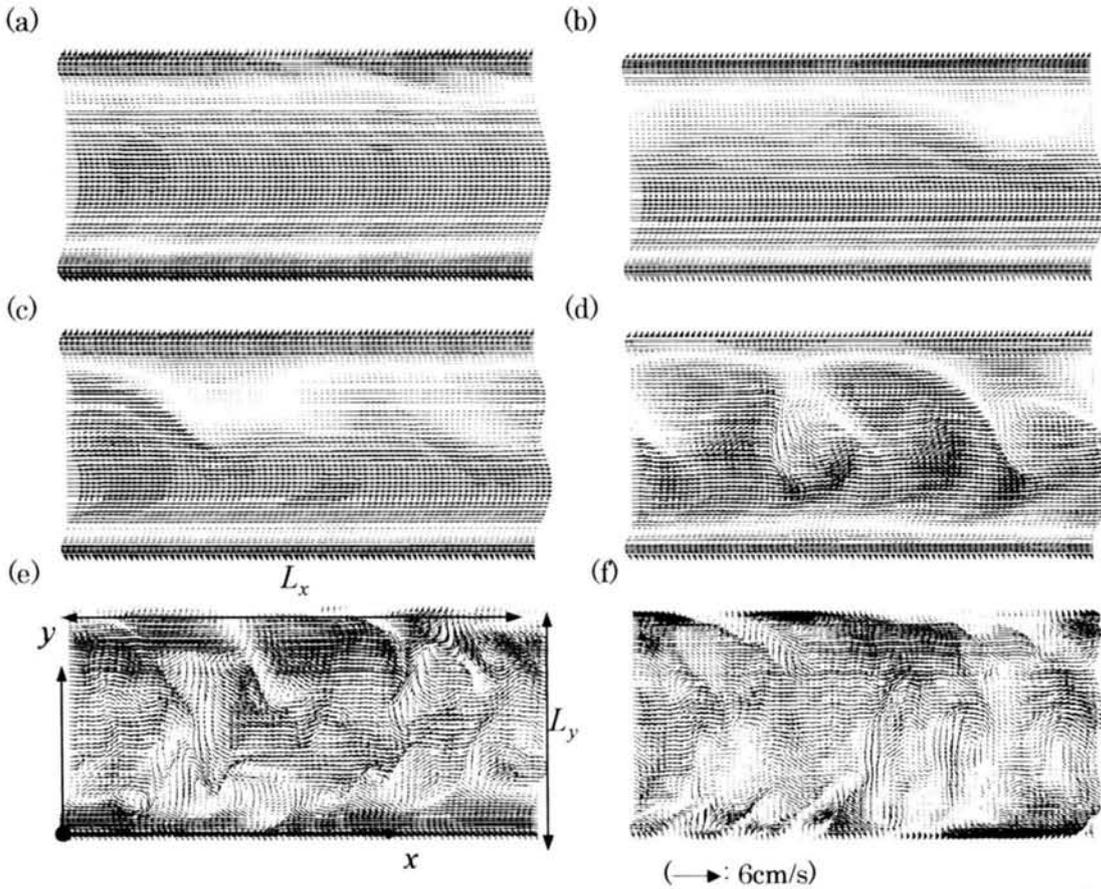


図-4.27 層流から乱流への遷移(a: 0.5s, b: 2.0s, c: 2.5s, d: 3.0s, e: 3.5s および f: 4.0s)

の流速分布が平板間中央での乱れ振動が両壁面から交互に渦運動を誘起し、乱流へと遷移する様子が観察される。図-4.28(a)~(c)には計算開始から粘性時間で $T^+ = 3000$ での各断面での瞬間構造を示した。図-(a)は $x-y$ 平面( $z = L_z/2$ )における乱れ変動流速ベクトル $(u, v)$ 、図-(b)は $y-z$ 平面( $x = L_x/2$ )における乱れ変動流速ベクトル $(w, v)$ 、および図-(c)は $x-z$ 平面( $y^+ = 6.1$ )における乱れ変動流速ベクトル $(u, w)$ をそれぞれ示している。図に示すように、渦構造は両壁面から流下方向に伸張しながら発達しており、壁面近傍では弱いストリーク構造も観察される。

図-4.29 は本計算におけるレイノルズ数 $Re \equiv 2U_m \delta / \nu$ と摩擦係数 $C_f$ の関係を示した。摩擦係数 $C_f$ は次式より求めた。

$$C_f \equiv \frac{2\tau_w}{\rho U_m^2} \quad (4.62)$$

図中には層流解から算定される分布曲線( $C_f = 12/Re_m$ )、同一の計算条件において高精度な擬スペクトル法を用いた Kasagi らの計算結果<sup>50)</sup>、Dean(1978)<sup>51)</sup>の2次元ダクト流の実験経験則および Blasius の滑面円管流公式も併示した。図より、本計算値は既往の研究結果と一致するが、粗い格子(60.50.60)

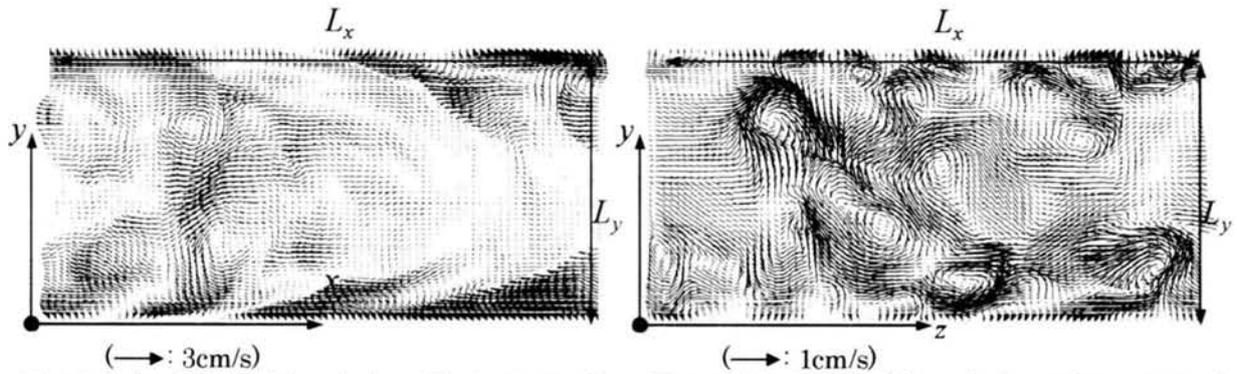


図-4.28(a) 瞬間構造( $u, v$ ) ( $x$ - $y$  平面, CASE3)

図-4.28(b) 瞬間構造( $v, w$ ) ( $y$ - $z$  平面, CASE3)

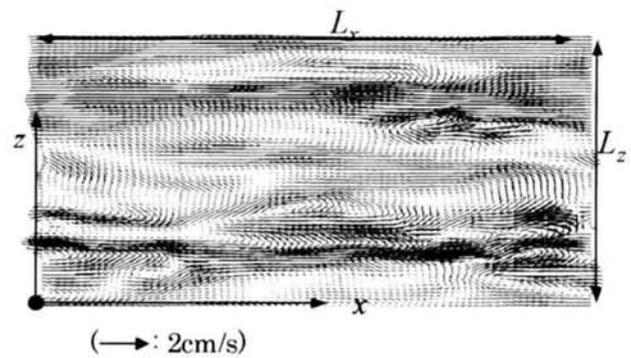


図-4.28(c) 瞬間構造( $u, w$ ) ( $x$ - $z$  平面, CASE3)

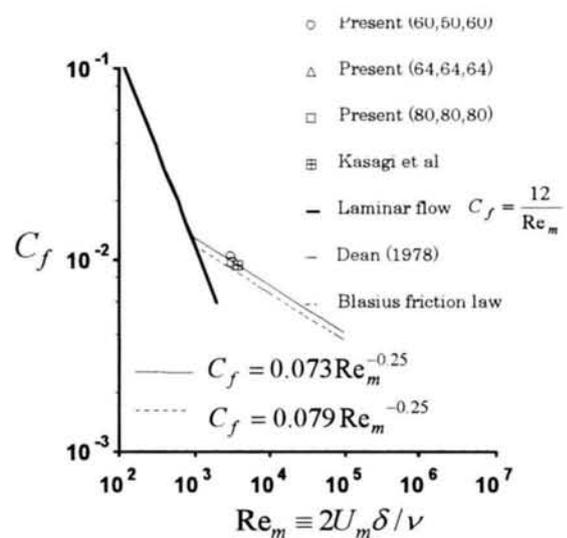


図-4.29 摩擦係数  $C_f (\equiv 2\tau_{wall} / \rho U_m^2)$  とレイノルズ数  $Re_m (\equiv 2U_m \delta / \nu)$

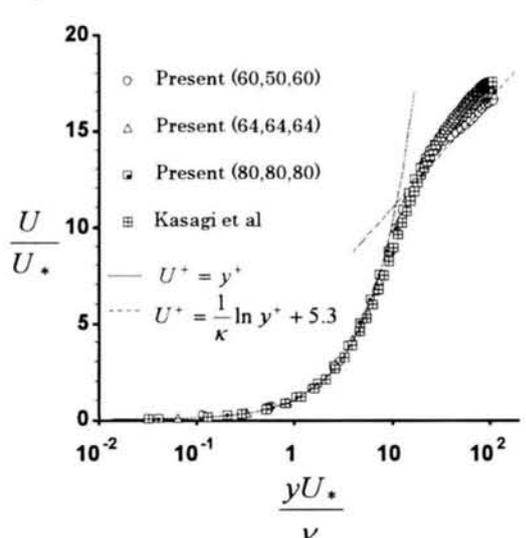


図-4.30 平均流速分布  $U$  (内部変数表示)

では若干高い値を示すことがわかる。

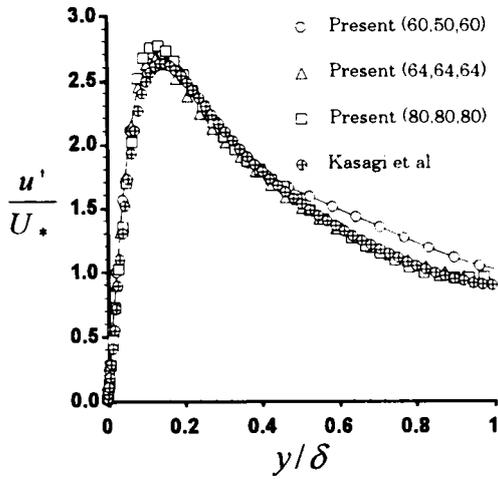


図-4.31(a) 乱れ強度分布  $u'/U_*$

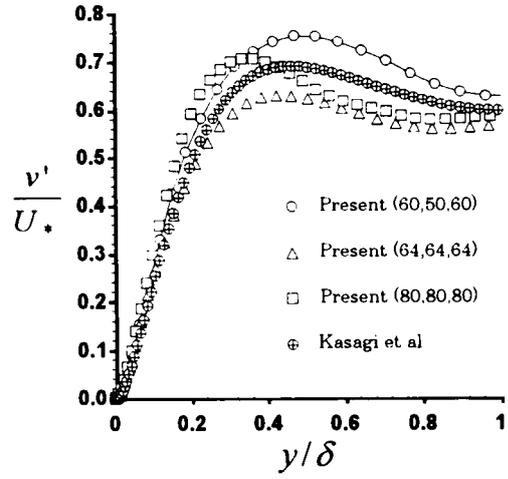


図-4.31(b) 乱れ強度分布  $v'/U_*$

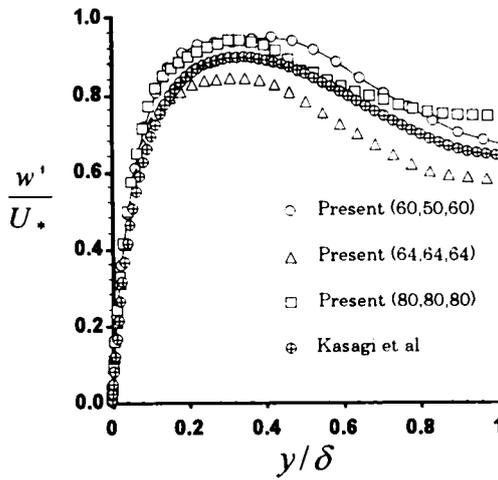


図-4.31(c) 乱れ強度分布  $w'/U_*$

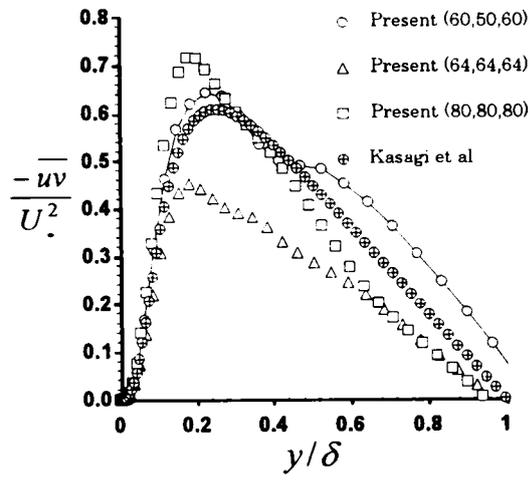


図-4.31(d) 乱れ強度分布  $-\overline{uv}/U_*^2$

#### 4. 5. 4 計算結果

##### (1) 平均流速分布

図-4.30 には本計算における平均流速分布を示した。図中にはスペクトル法を用いた Kasagi らの DNS データ<sup>52)</sup>、および次式に示すように、禰津の粘性低層および対数則層での平均流速分布を示した。

$$U^+ = y^+ \tag{4.63}$$

$$U^+ = \frac{1}{\kappa} \ln y^+ + 5.3 \tag{4.64}$$

図より、粘性低層内での分布に相違は観察されないが、対数則層では粗い格子と細かい格子に差が観察される。粗い格子では平均流が適切に計算されず、若干低い値を示すことがわかる。一方、本研究では低いレイノルズ数の流れ場を対象としているため、対数則分布とのずれが観察され、平均流速が

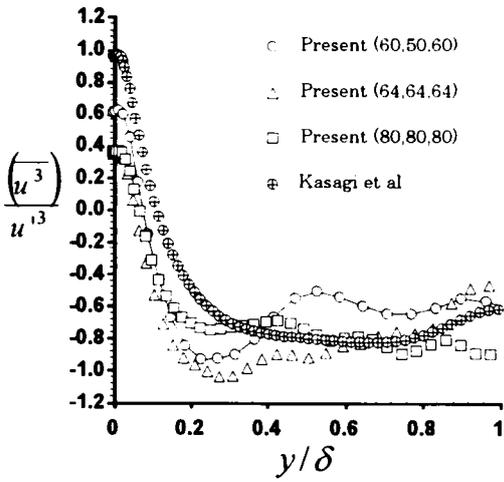


図-4.32(a) スキューネスの分布

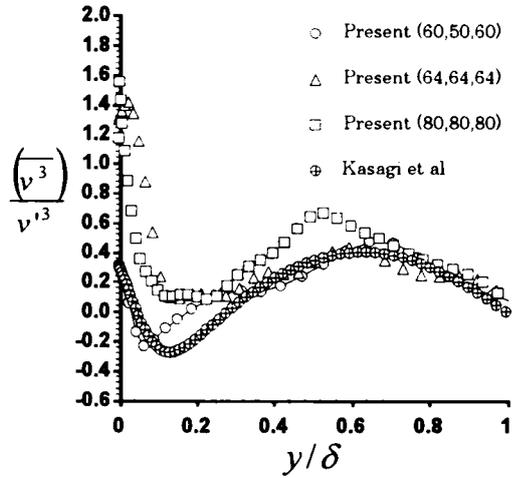


図-4.32(b) スキューネスの分布

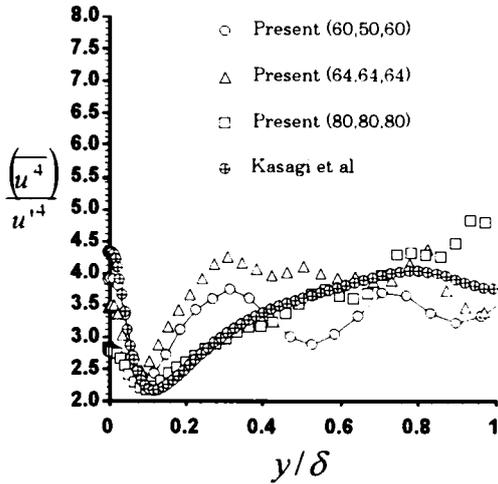


図-4.33(a) フラットネスの分布

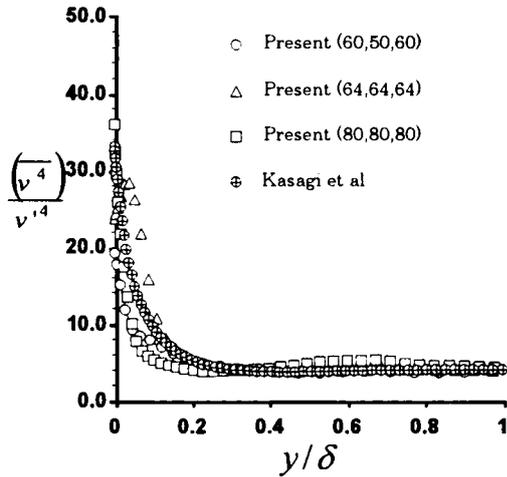


図-4.33(b) フラットネスの分布

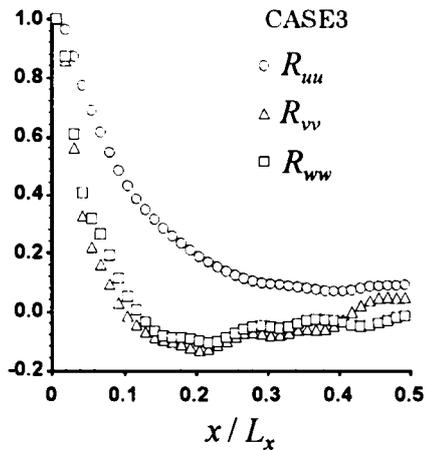


図-4.34(a) 相関係数  $R_{ii}(x)$  ( $y/\delta = 1.0$ )

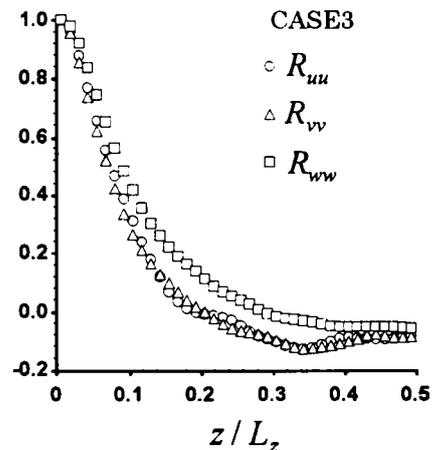


図-4.34(b) 相関係数  $R_{ii}(z)$  ( $y/\delta = 1.0$ )

大きくなることがわかる。

### (2) 乱れ統計量

図-4.31(a)~(d)には本計算における乱れ強度分布  $u', v', w'$  およびレイノルズ応力  $-\overline{uv}$  を壁面摩擦速度  $U_*$  で無次元化して図示した。図中には Kasagi らのデータを併示した。乱れ強度およびレイノルズ応力ともに格子の粗細変化によるデータの相違は一樣ではないが、細かい格子(80,80,80)では Kasagi らのデータとほぼ一致することがわかる。また、乱れ強度  $u'$  はほぼ一致するものの、他の量はずれが観察される。これは、格子がまだ比較的粗いために、主流速変動から他の成分への乱れの再配分が十分でないことがわかる。図-4.32 および図-4.33 には本計算におけるスキューネスおよびフラットネスを乱れ強度で無次元化して図示した。図中には Kasagi らのデータを併示した。図より、データの傾向は一致するものの、その値は Kasagi らのデータとのずれが観察され、3 次以上のモーメントなどの乱流統計諸量を計算して得るためには、現時点の格子の粗さでは精度的に問題があることがわかる。

### (3) 波数スペクトルおよび相関係数

図-4.34 には本計算での鉛直方向中央断面 ( $y/\delta = 1.0$ ) における細格子(80,80,80)での自己相関係数  $R_{ii}(\Delta x)$  および  $R_{ii}(\Delta z)$  を示した。ここで、自己相関係数  $R_{ii}(\Delta x)$  は次式で算定した。

$$R_{ii}(\Delta x) = \frac{\overline{u_i(x)u_i(x+\Delta x)}}{u_i^2(x)} \quad (4.65)$$

本研究では流下方向および横断方向に周期境界条件を課しているため、鉛直方向中央断面での自己相関係数は平板間内で最大の渦運動が計算領域内で計算可能かどうか調べるための指標となる。図より、 $R_{ii}$  はほぼゼロに漸近しているが完全ではなく、計算領域は十分ではないことがわかる。一方、図-4.35 には本計算での鉛直方向中央断面 ( $y/\delta = 1.0$ ) における細格子(80,80,80)での無次元 1 次元波数スペクトル  $\hat{S}_{ii}(k_x)$  および  $\hat{S}_{ii}(k_z)$  を示した。なお、スペクトルは空間方向の乱れ変動から算定した乱れ強度から無次元化している。図中には Kolmogorov の  $-5/3$  乗則を併示した。図より、スペクトルは波数の増大に伴い十分に減衰しており、格子分割が適切であることを示している。

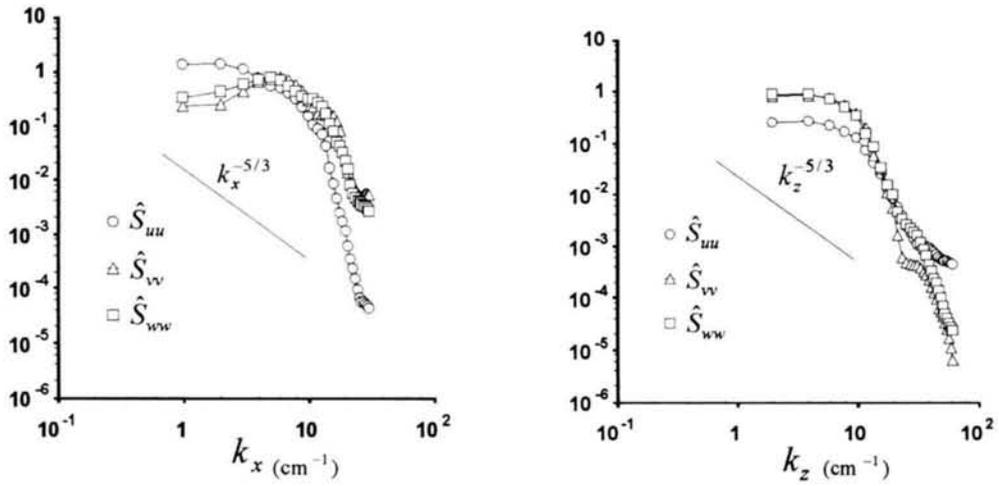


図-4.35 無次元1次元波数スペクトル $\hat{S}_{ii}(k_x)$ と $\hat{S}_{ii}(k_z)$  ( $y/\delta = 1.0$ )

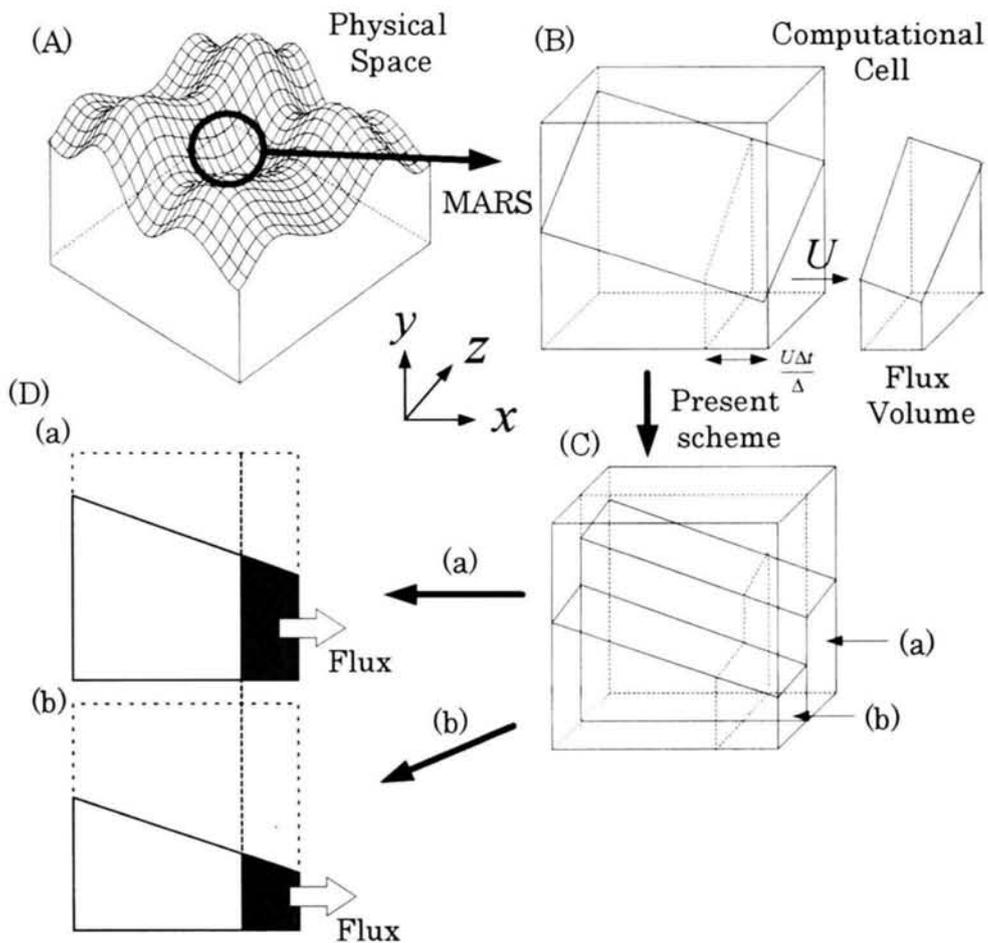


図-4.36 3次元MARS法におけるフラックス算定の概説図  
 $U$ :セル境界流速,  $\Delta$ :セル幅,  $\Delta t$ :計算時間刻み

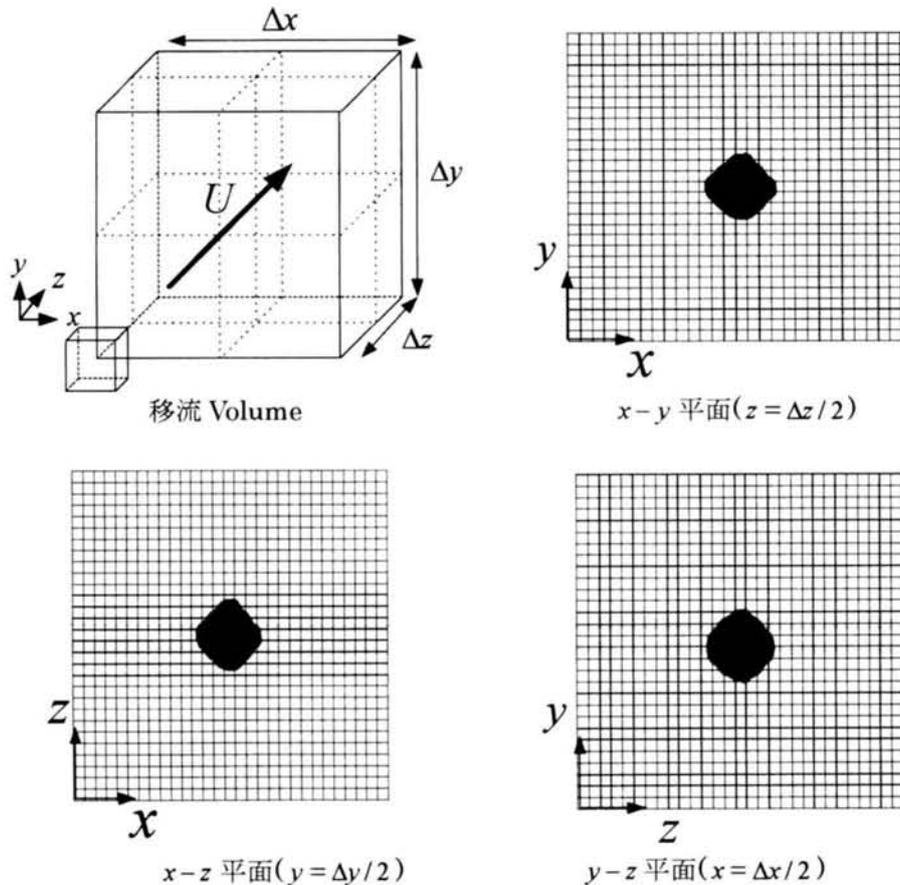


図-4.37 3次元 MARS 法による斜め方向の移流計算結果  
(中央断面  $(x, y, z) = (\Delta x/2, \Delta y/2, \Delta z/2)$  での表示)

## 4. 6 水・空気混相乱流場の直接数値計算

本節では前節までに構築された非混和性非圧縮性流体に対する直数値数値計算を、水・空気成層 2 層乱流場へ適用し、第 3 章で得られた実験結果との比較を通じて、本計算手法の適用性について考察する。また、現象解明に向けた現計算手法の問題点について検討を加える。

### 4. 6. 1 3次元 MARS 法

功刀らの MARS 法は 2 次元的な計算手法を提示しており、その 3 次元化は論文中で明示していない。そこで、本節では次節の水・空気 2 層乱流計算で用いる MARS 法の 3 次元化に関する計算スキームを提示する。ただし、ここで提案している功刀らの MARS 法とは一致していないことに注意願いたい。

図-4.36 には 3 次元 MARS 法におけるフラックス算定の概説図を示した。図-4.36 (A) は 3 次元物理空間内の界面形状を示す。図-4.36 (B) は図-4.36 (A) の物理空間内の界面を含む代表的な計算セルを示し、MARS 法では局面である物理空間内の界面形状を 1 次元的な平面で近似している。一方、図-4.36

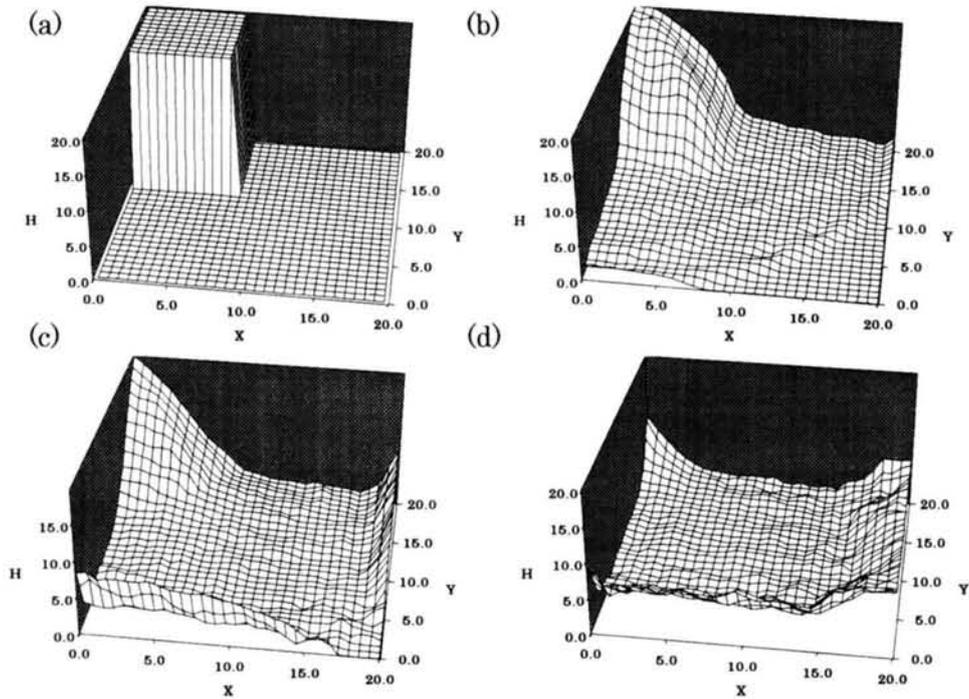


図-4.38 3次元場のダム崩壊現象(a:0.0s, b:0.3s, c:0.45s および d:0.75s)

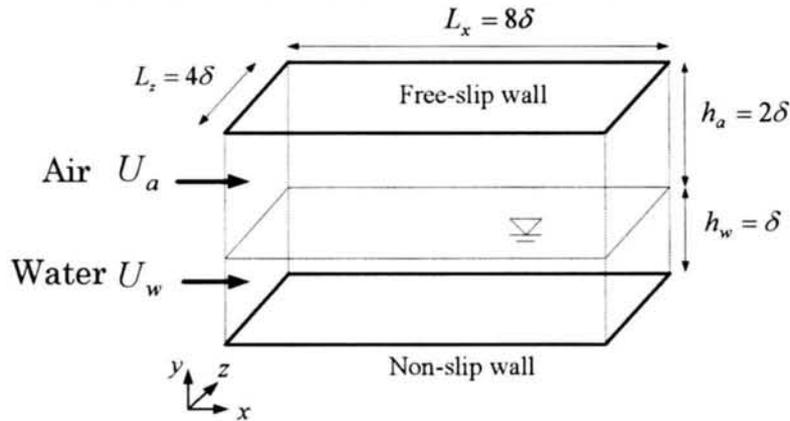


図-4.39 水・空気2層流の計算領域

(C)では本研究で用いた手法を図示しており、図-4.36 (B)のように近似した1次元平面をさらに横断方向に2分割している。一方、セル右端境界面( $y-z$ 平面)における $x$ 方向のフラックスは、分割された断面(a)および(b)に分離して算定する(図-4.36 (D))。図-4.36 (C)に示すようにセル内でさらに流体を2分割する際には、 $x-y$ 平面内における流体の $x$ 軸に対する勾配は、図-4.36 (B)のときと一致させるように決定している。本来のFluxは図-4.36 (B)に示すFlux Volumeであるが、図-4.36 (B)は3次元平面を示すために図-4.36 (C)のように分割して、図-4.36 (D)のように移流させても同様のFluxが得られることがわかる。しかし、図-4.36 (B)で示す界面セル内に流体がほとんどない場合や、流体セルでほぼ占有されているときには、格子分割による流体量の偏りに相違が表れる。よって、本研究では $x$ 方向の移流を計算する際には、図-4.36 (C)に示すような横断方向セル中央での分割と鉛直方向セル中央

の分割の、2通りの手法で算定されたフラックスの平均をとる方法を採用した。

図-4.37には本研究で提示した3次元MARS法を用いて計算した移流計算結果を示す。図-4.37(a)に示すように、移流計算では手前端的の小立方体を計算領域( $\Delta = \Delta x = \Delta y = \Delta z$ ,  $30 \times 30 \times 30$  格子)の端から端まで斜め方向に一定の流速で移動させた。図-4.37(b),(c)および(d)には時刻  $t = \sqrt{3}\Delta/2U$  における各中央断面における小立方体のスカラー値の分布形状を示した。ここで、各図では黒色領域はスカラー値が0.5以上の領域を図示した。図より、3次元空間内での斜め方向の移流では若干の形状の変化が観察されるが、ほぼ良好に移流していることがわかる。また、このときの体積保存性もほぼ完全であった。図-4.38には本研究で構築した計算手法による3次元計算結果(水面形)を示す。初期状態(a)では3次元閉鎖計算領域(高さ  $H=20\text{cm}$ 、横幅  $X=20\text{cm}$ 、奥行き  $Y=20\text{cm}$ )の左奥隅に水柱( $20\text{cm} \times 10\text{cm} \times 10\text{cm}$ )が固定され、他の領域は空気が充満している。計算格子はH方向、X方向およびY方向にそれぞれ  $20 \times 30 \times 30$  であり、その他の条件は先に提示した2次元計算と同一の条件とした。図より、重力によって崩壊を始めた水柱は閉鎖空間内で対称的に広がっていく様子が観察され、本手法の妥当性が確認できる。

#### 4.6.2 計算条件

本計算では、等流開水路流れの自由水面上に風応力が働くような水・空気2層流を対象とした。本計算の基礎式は連続式(4.12)、Navier-Stokes式(4.9)およびスカラーの保存式(4.10)である。計算条件として、第3章における実験条件であるCOM22と $Fr$ 数およびせん断応力比がほぼ等しい条件を設定した。図-4.39には対象とした水・空気2層乱流場計算の座標系と計算領域を示す。また、表-4.2には計算条件およびそれと比較するための実験条件を示した。図-4.39に示すように、座標系は流下方向に $x$ 軸、壁面から鉛直方向に $y$ 軸、横断方向に $z$ 軸とした。計算領域は鉛直方向( $y$ )に  $L_y = 3\delta$ 、流下方向( $x$ )に  $L_x = 8\delta$ 、横断方向( $z$ )に  $L_z = 4\delta$ とした。また、空気層厚  $h_a (= \delta_a)$  は  $2\delta$ 、水層厚  $h_w (= \delta_w)$  は  $\delta$ とした(以下、空気層の諸量には添字 $a$ 、水層には $w$ を付す)。ここで、座標系( $x, y$ および $z$ )に対応する平均流速成分を $U, V$ および $W$ とし、乱れ流速成分を $u, v$ および $w$ と定義する。格子分割は主流( $N_x$ )、鉛直( $N_y$ )、横断方向( $N_z$ )にそれぞれ64, 128, 64とした。 $R_{*a} (= U_{*a}\delta_a/\nu_a)$ は空気層界面摩擦速度 $U_{*a}$ および空気層厚 $\delta_a$ から算定される摩擦レイノルズ数であり、 $R_{*w} (= U_{*w}\delta_w/\nu_w)$ は水層底面摩擦速度 $U_{*w}$ および水層厚 $\delta_w$ から算定される摩擦レイノルズ数である。 $Re_w (= U_{m,w}\delta_w/\nu_w)$ は水層断面平均流速 $U_{m,w}$ および水層厚 $\delta_w$ から算定されるレイノルズ数である。また、 $Fr_{*w} (= U_{*w}/\sqrt{g\delta_w})$ は水層底面摩擦速度 $U_{*w}$ および水層厚 $\delta_w$ から算定される摩擦フルード数であり、 $Fr (= U_{m,w}/\sqrt{g\delta_w})$ は水層断面平均流速 $U_{m,w}$ および水層厚 $\delta_w$ から算定されるフルード数である。

表-4.2 水・空気2相乱流場の計算条件表

Numerical Simulation	
Density rate $\rho_a / \rho_w$	0.0012
Kinetic viscosity rate $\nu_a / \nu_w$	15.0
Surface tension coefficient $\sigma$ [N/m]	0.072
Friction Reynolds Number $R_{*a} (\equiv U_{*a} \delta_a / \nu_a)$	110
Friction Reynolds Number $R_{*w} (\equiv U_{*w} \delta_w / \nu_w)$	110
Reynolds Number $Re_w (\equiv U_{m,w} \delta_w / \nu_w)$	1758
Friction Froude Number $Fr_{*w} (\equiv U_{*w} / \sqrt{g \delta_w})$	0.0124
Froude Number $Fr (\equiv U_{m,w} / \sqrt{g \delta_w})$	0.178
Shear stress rate $\tau_a / \tau_w (\equiv \rho_a U_{*a}^2 / \rho_w U_{*w}^2)$	0.063
Velocity component $(x, y, z)$	$u, v, w$
Computational volume $(L_x, L_y, L_z)$	$8\delta, 3\delta, 4\delta$
Air Layer $h_a$ , Water Layer $h_w$	$2\delta, \delta$
Computational volume $(L_x^+, L_y^+, L_z^+)$ based on $U_{*a}$ & $\nu_a$	880, 330, 440
Grid number $(N_x, N_y, N_z)$	64, 128, 64
Spatial resolution $(\Delta x^+, \Delta z^+)$ based on $U_{*a}$ & $\nu_a$	6.67, 3.33
Spatial resolution $(\Delta y^+)$ based on $U_{*a}$ & $\nu_a$	0.037~2.69
Time resolution $(\Delta t^+)$ based on $U_{*a}$ & $\nu_a$	0.00533
Time integration $(T_i^+)$ based on $U_{*a}$ & $\nu_a$	1333
Experiment	
Maximum air velocity $U_{a,max}$ [m/s]	2.23
Friction Reynolds Number $R_{*a} (\equiv U_{*a} \delta_a / \nu_a)$	1152
Friction Reynolds Number $R_{*w} (\equiv U_{*w} \delta_w / \nu_w)$	770
Reynolds Number $Re_w (\equiv U_{m,w} \delta_w / \nu_w)$	11620
Friction Froude Number $Fr_{*w} (\equiv U_{*w} / \sqrt{g \delta_w})$	0.0133
Froude Number $Fr (\equiv U_{m,w} / \sqrt{g \delta_w})$	0.20
Shear stress rate $\tau_a / \tau_w (\equiv \rho_a U_{*a}^2 / \rho_w U_{*w}^2)$	0.047

一方、 $\tau_a / \tau_w (\equiv \rho_a U_{*a}^2 / \rho_w U_{*w}^2)$  は空気層界面せん断応力 $\tau_a$ と底面せん断応力 $\tau_w$ の比である。具体的には、水層の $Fr$ 数 0.178 の開水路流れに対して、空気層厚み約 4.0cm かつ最大風速 $U_{a,max}$ が 1.0m/s 未満である比較的穏やかな流れ場を対象としている。境界条件は主流方向と横断方向に周期境界条件、固定壁面( $y=0$ )で Non-slip 条件 (流速はゼロ、圧力変化分は対象条件)、もう片側( $y=2\delta$ )では Free-slip 条件 (鉛直方向流速はゼロ、その他の流速成分および圧力変化分は対象条件)とした。初期条件には自由水面ですべり条件を課す、摩擦レイノルズ数 110 の開水路乱流れ (slip open-channel

flow) を粘性時間で 4000 ほど進行させたものを用いた。粘性時間刻み  $\Delta t^+$ 、および統計量を得るための粘性積分時間  $T_i^+$  は既往研究<sup>27)</sup>より決定した。この時間刻みにより、計算ではクーラン数は 0.03 程度となった。このような非常に小さな時間刻みにするのは、界面変形を支配する方程式の離散化が陽的なスキームであり、かつ流体 flux 誤差を抑えるためである。また、Poisson 式の収束条件として、式(4.47)の連続式誤差が  $10^{-5}$  程度以下となるように許容収束誤差を  $10^{-4}$  と定めた。

等流開水路流れでは水路床勾配  $\theta$  と摩擦フルード数  $Fr_{*w}$  の間には次式の関係式が成立する。

$$Fr_{*w}^2 \equiv \frac{U_{*w}^2}{g\delta_w} = \sin\theta \quad (4.65)$$

よって、式(4.48)の右辺第 2 項には、水路床勾配  $\theta$  の効果を反映させた。また、空気層では界面摩擦応力  $\tau_a$  と釣り合うように、式(4.60)と同形式の圧力勾配項を外力として加えた。

### 4. 6. 3 計算結果

図-4.40、図-4.41 には、計算を初めてから空気層粘性時間で 800 および 1600 経過した時点での界面形状の瞬間的な様子を示す。図中、 $\eta$  は静止水面からの鉛直上向きの距離を示す。本計算では液層体積の欠損は  $5.0 \times 10^{-7}\%$  程度であった。界面では水深  $\delta_w$  の約 1% 程度の界面波が発生している様子が観察される。界面波の特性は多少の細かい変動が見られるものの、流下方向に大きなスケールを有するほぼ 2 次元的な変動を示しており開水路場におけるランダムな水面波の様子と異なる。一方、第 3 章で観察したような発達した 3 次元的なリップル波とも異なっている。これは本計算における条件が比

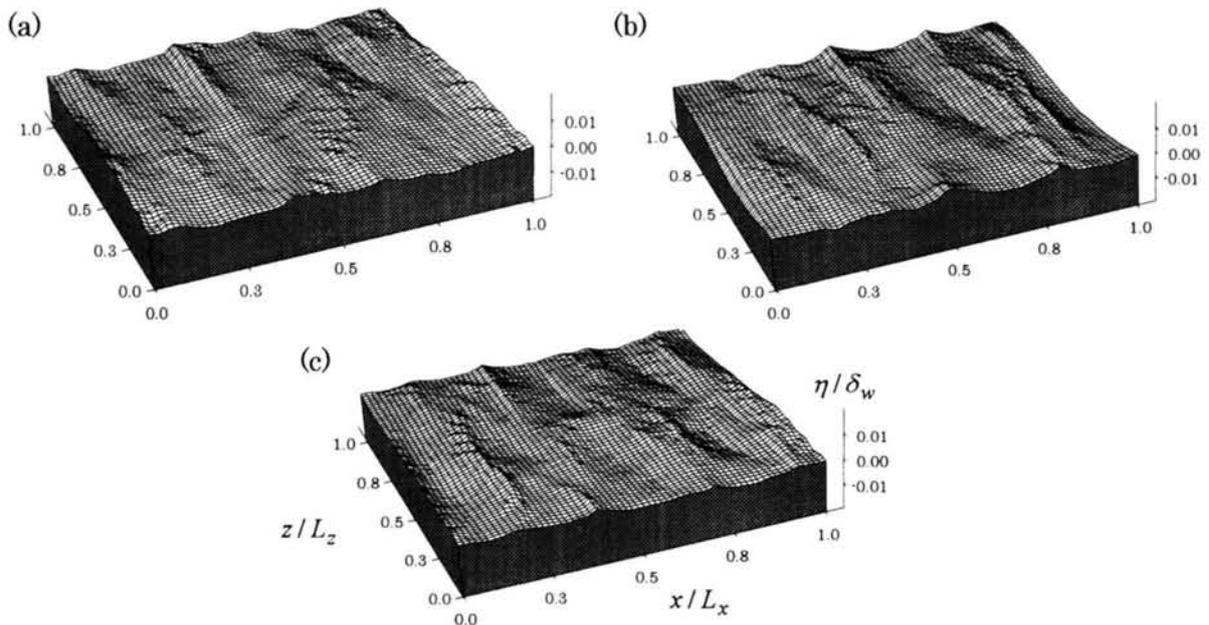


図-4.40 界面形状(a:  $t_0$  sec, b:  $t_0+0.25$  sec および c:  $t_0+0.5$  sec, ただし、 $t_{0a}^+ \cong 800$ )

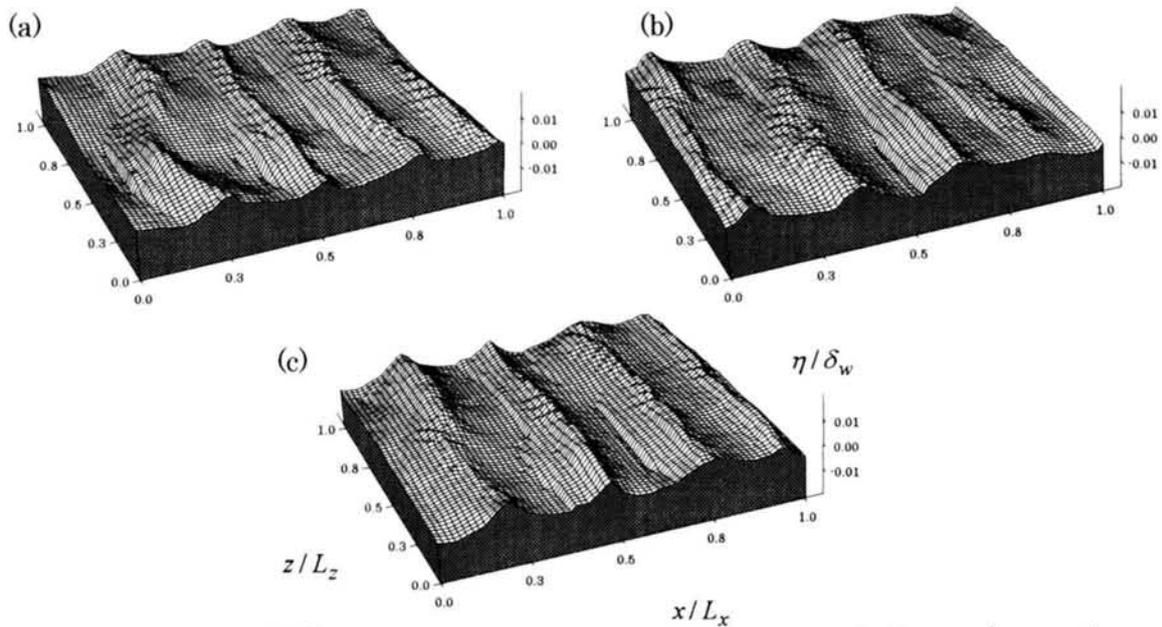


図-4.41 界面形状(a;  $t_0$  sec, b;  $t_0+0.25$  sec および c;  $t_0+0.5$  sec, ただし,  $t_0^+ \cong 1600$ )

較的穏やかなケースを対象としており、層流的な流れ場において界面波が発達していないものと考えられる。しかし、風波の発達における周期境界条件の影響も考えられ、今後鋭意に検討する必要がある。

図-4.42 は界面近傍における空気層(a)・水層(b)の  $x-z$  平面での圧力コンター図および同時刻での瞬間流速ベクトルを示した。ここで、圧力は計算空間内で平均化している。同図より、界面直下の圧力場は界面形状に依存して、静水圧分布と同様な傾向を示している。一方、瞬間流速ベクトル図から、流速ベクトルは界面波の影響はあまり受けておらず、弱い高速・低速縞構造を有する。これは、第3章で水素気泡法を用いて可視化した結果と一致し、空気層で生成した乱流渦が界面下の流体挙動に影響を与えたものと考えられる。本研究で対象とした流れ場は比較的穏やかな  $Re$  数下のものであるため、水層での高速・低速縞構造は明瞭には表れないものと考えられる。図-4.43 は流下方向中央の  $y-z$  平面における瞬間流速ベクトルを示した。界面では空気流のせん断作用によって、界面下の水流は引きずられている様子が観察される。図-4.44 は、同時刻における空気層(a)および水層(b)での、横断方向中央の  $x-y$  平面における瞬間乱れ変動流速ベクトルを示した。空気層界面では、平行平板乱流場の壁面近傍と同様に流下方向に間欠的な流体挙動が観察され、水層では底面近傍で同様の構造が、界面近傍では界面波と関連のある波長の長い流速変動が観察されることがわかる。

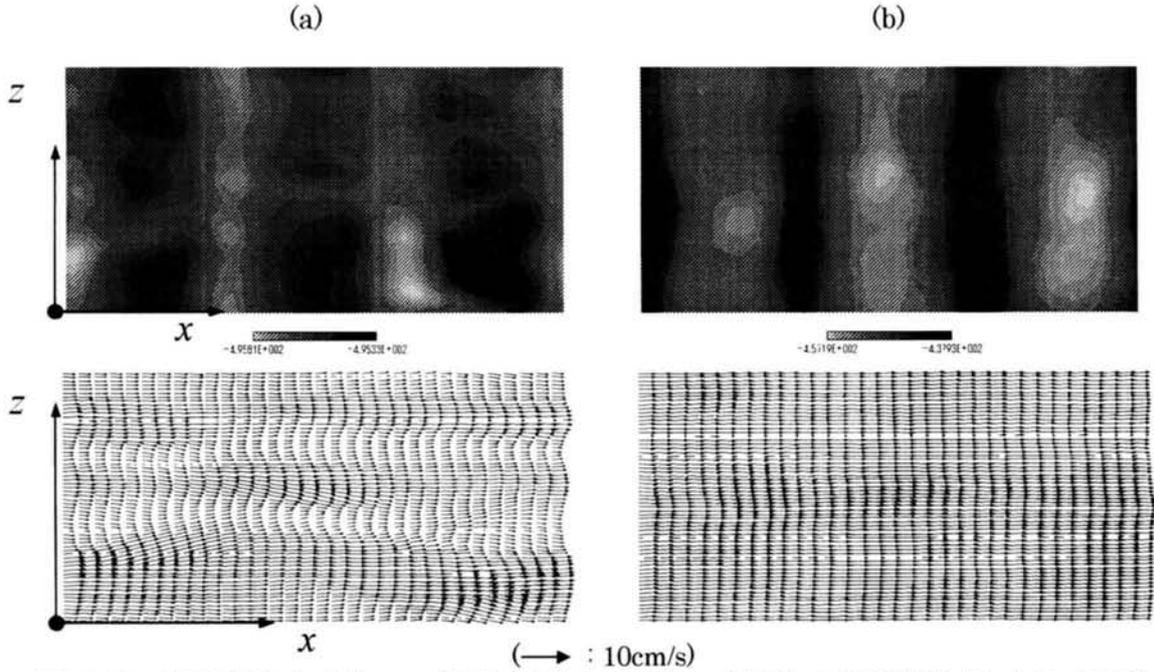


図-4.42 界面近傍における  $x-z$  平面での圧力コンター（上図）と瞬間流速ベクトル（下図）  
 (a:空気層  $y/h_w=1.05$ , b:水層  $y/h_w=0.95$ )

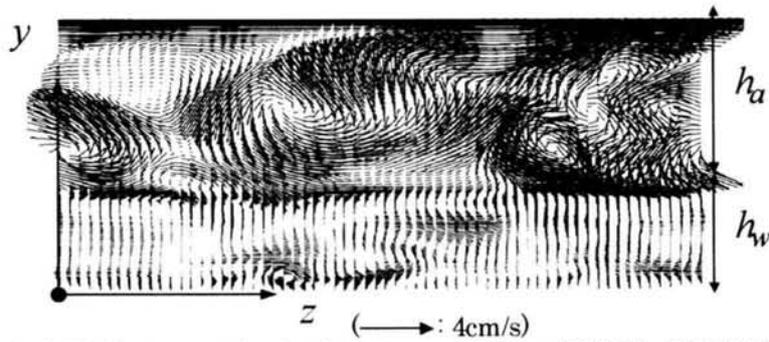


図-4.43 中央断面( $x/L_x=0.5$ )における,  $y-z$  平面での瞬間乱れ変動流速ベクトル

図-4.45 には水・空気の接触水平面( $y = h_w$ )における流下方向および横断方向の空間流速変動に対する 1次元波数パワースペクトル  $S_{ii}(k_x)$  を示した. 流下方向に対する主流速変動  $S_{uu}(k_x)$  を除いて, スペクトルパワーは比較的減衰しており, DNS を行うに際して計算格子数はある程度確保されているものと考えられる. また, 図-4.46 には本計算の初期条件として用いたスリップチャネル流における中央水平面( $y = \delta$ )における流下方向および横断方向の相関係数  $R_{ii}$  を図示した. 同図より, 相関係数はほぼゼロに漸近する様子が観察される. 一方, 水・空気 2層乱流場での周期境界条件に起因する計算空間領域が計算結果に及ぼす影響については, 積分計算時間が不足しており, 本研究では考慮できなかった. そのため, 図-4.41 に示した 3次元場の界面波が本計算領域で物理的に正しい結果を示しているかどうかは本計算では検討できず, 今後の検討課題として挙げられる.

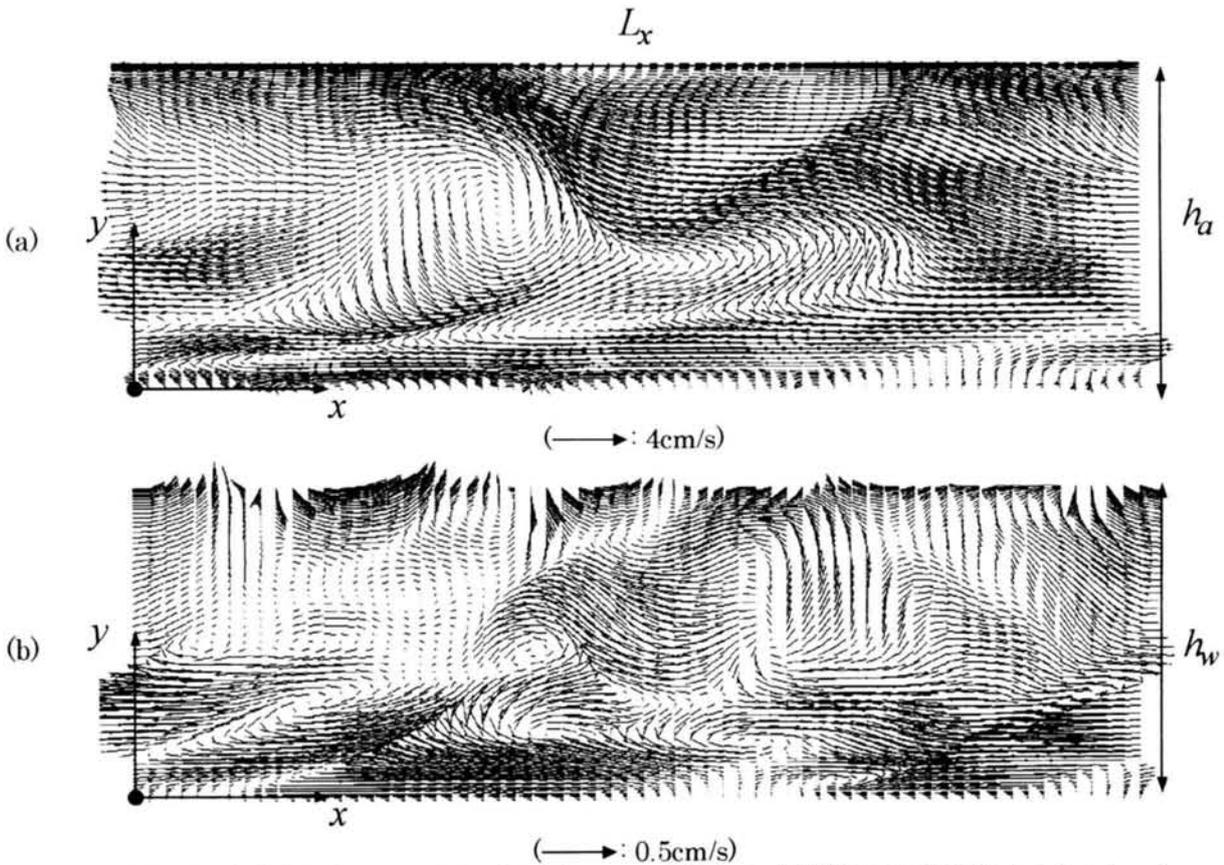


図-4.44 中央断面( $z/L_z=0.5$ )における,  $x-y$ 平面での瞬間乱れ変動流速ベクトル( $u,v$ )  
(a: 空気層, b: 水層)

図-4.47には水層および空気層における鉛直方向の平均流速分布を図示した。図中には、水・空気2層流の本計算結果(co-current flow), 第3章で得られた2相流の実験結果(experiment)および2層流の初期条件として別に計算したslipチャネル流の計算結果( $R_* = 110$ ) (slip channel flow)を併示した。同図より、水層や空気層における壁面近くの流速分布は一致するものの、Re数の相違によって計算結果と実験とのずれが観察され、計算結果は対数則領域が不明瞭であり、この影響は乱れ構造に表れるものと考えられる。図-4.48は水層および空気層における鉛直方向の乱れ統計量を図示した。図中には、第3章で得られた実験結果、slipチャネル流の計算結果およびNezuの普遍関数<sup>53)</sup>を併示した。乱れ統計量の鉛直方向分布の傾向は底面近傍および界面近傍において実験結果とほぼ一致するが、先に示した平均流速分布の結果から、半水深では数値計算の結果は精度的に不十分であると考えられる。これは、計算格子や計算領域の不足、水層での積分時間およびRe数の効果、等が影響していると考えられ、今後現象解明に向けて鋭意に検討する必要がある。

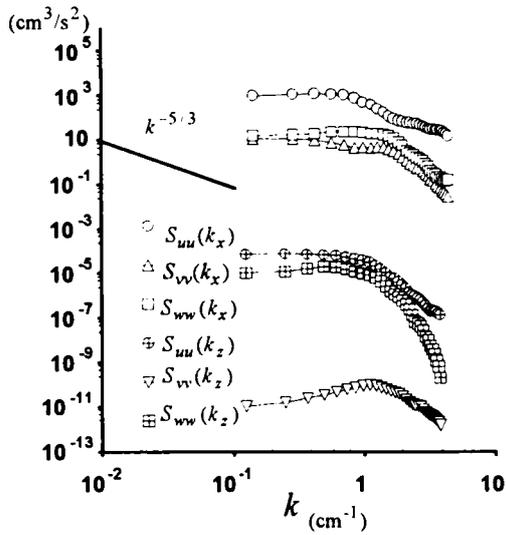


図-4.45(a) 1次元波数スペクトル

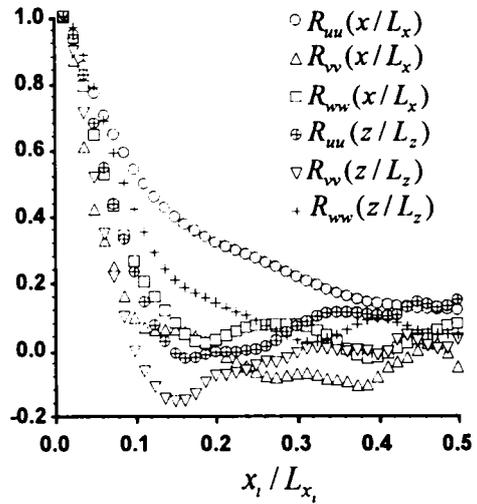


図-4.46(b) 相関係数( $y/\delta = 1.0$ , slip open-channel)

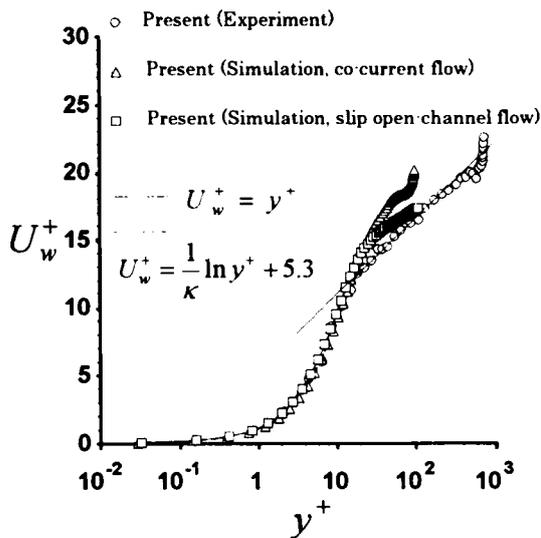


図-4.46(a) 水層平均流速分布  
(内部変数表示, 実験と計算結果の比較)

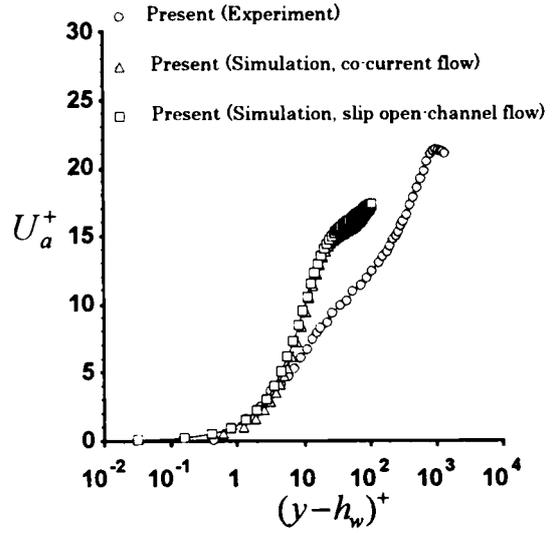


図-4.46(b) 空気層平均流速分布

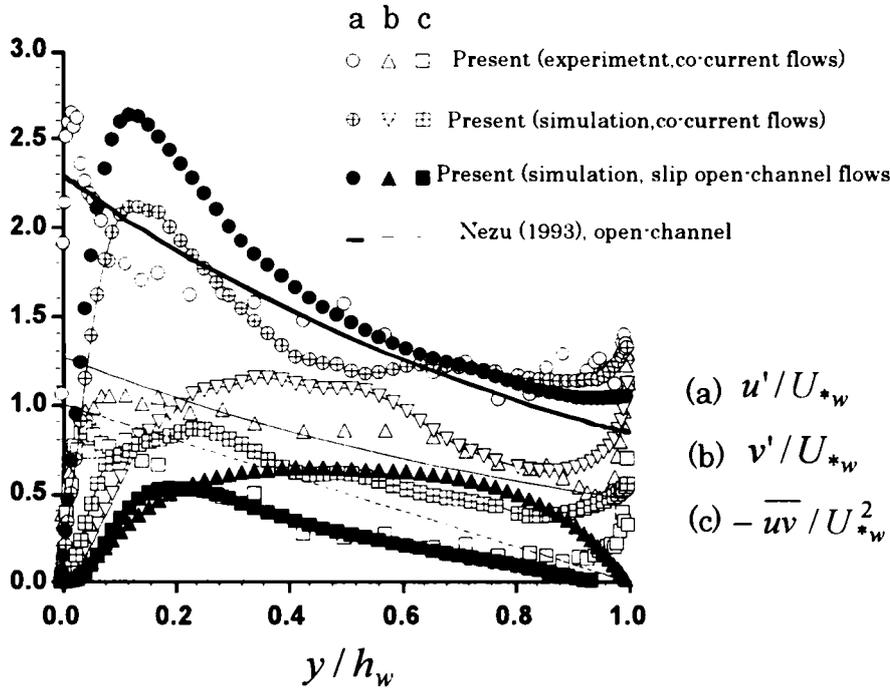


図-4.47(a) 水層乱れ統計量 (外部変数表示, 実験と計算結果の比較)

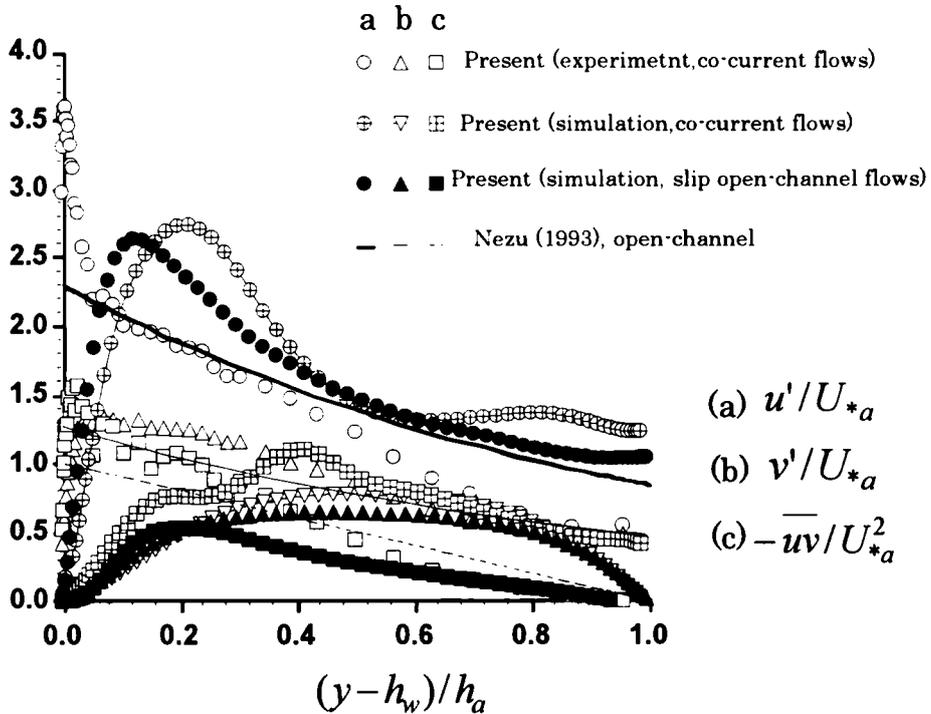


図-4.47(b) 空気層乱れ統計量 (外部変数表示, 実験と計算結果の比較)

### 4. 7 結語

本章では水・シリコン成層流場および水・空気混相乱流場を対象として、Navier-Stokes式、連続式およびVOF関数の保存式を基礎式として、Euler座標系において有限差分法に基づき離散化し、流体界面を直接的に取り扱うことで流体界面現象に関する高精度な数値計算手法を構築した。また、並行して行った実験結果や既往の数値解析結果との比較を行うことで、計算手法の検証と適用性について考察を加えた。以下に得られた知見をまとめる。

- 1) 混和しない気液混相流体が実現象において重要なプロセスとして存在し、数値計算による気液統一解法が有効な手法として挙げられる点を説明し、現象を数値計算手法で説明する上での問題点を提示した。
- 2) 既往研究で提案された固定Euler座標における気液移動境界問題を扱う手法の比較検証を行い、保存性と移流精度の観点からMARS法が有効であることを示した。既存の手法ではあまり検討できなかった液面の大変形が起こるような現象にもMARS法が適用可能であることが示唆された。
- 3) 有限差分法を基礎とし、粘性項に半陰解法を用いるSMAC法に基づいて、非圧縮性気液2流体運動の数値解法を構築した。この際、圧力のPoisson式を精度よくかつ安定・高速に解くために差分方法およびそのスキーム(ILU-BiCGSTAB法)を提示し、手法の有用性を示した。
- 4) 本研究で構築した数値計算手法を、自由液面変形の検証問題である水柱崩壊現象及び水・シリコン成層流れを対象として適用し、計算手法の有効性と適用性について検討を加えた。その結果、本数値計算手法は実現象をほぼ精度よく再現できることが示された。
- 5) 低レイノルズ数下の平行平板乱流場(2次元チャンネル流)において本計算方法を適用し、既往研究との比較を通じて、本計算法の精度や適用範囲を明確にした。その結果、本計算の計算領域および格子分割において、2次の乱流統計量については精度が確保されていることが示された。
- 6) 最後に、低レイノルズ数下の水・空気成層2相乱流を対象とした直接数値計算を行い、併せて行った実験との比較を行った。その結果、計算結果は界面変動強度や乱れ特性でほぼ実験と同様の傾向を示したが、直接数値計算では計算格子不足や計算時間などの要因で計算結果に精度的な問題点があることが判明した。また、計算領域が界面波及び乱流量に及ぼす影響を考察する必要がある。

### 参考文献

- 1) Monaghan, J. J. (1988): An introduction to SPH, *Comput. Phys. Commu.* Vol.48, pp.89-96.
- 2) 越塚誠一 (1997): 粒子法, 数値流体力学, 培風館, pp.151-194.
- 3) Grunau, D., Chen, S., and Eggert, K. (1993): A lattice Boltzmann model for multiphase fluid flows, *Phys. Fluids A*, Vol.5(10), pp.2557-2562.
- 4) Fletcher, C. A. J. (1988): *Computational Techniques for Fluid Dynamics*, Springer-Verlag.

- 5) Hirt, C. W., Amsden, A.A. and Cook, J. L. (1972): An arbitrary Lagrangian-Eulerian computing method for all flow speeds, *J. Comput. Phys.*, Vol.14, pp.227-253.
- 6) Harlow, F. H. and Welch, J. E. (1965): Numerical calculation of time dependent viscous incompressible flow with free surface, *Phys. Fluids*, Vol.8, pp.2182-2189.
- 7) Hirt, C. W. and Nichols, B. D.(1981): Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries, *J. Comput. Phys.*, Vol.39, pp.201-225.
- 8) Sussman, M., Smereka, P. and Osher, S. (1994): A level set approach for computing solutions to incompressible two-phase flow, *J. Comput. Phys.*, Vol.114, pp.146-159.
- 9) Yabe, T. and Wang, P. Y. (1991): Unified numerical procedure for compressible and incompressible fluid, *J. Phys. Soc. Japan*, Vol.60, No.7, pp.2105-2108.
- 10) 功刀資彰(1997): 自由界面を含む多相流体場の直接数値計算, 日本機械学会論文集(B編), 第63巻, 609号, pp.1576-1584.
- 11) 米山望・守屋祥一(1995): VOF法を用いた自由液面の数値解析手法, 水工学論文集, 第39巻, pp.373-378.
- 12) 白川英観・高田保之・黒木虎人・伊藤猛宏(1996): VOF法の改良, 日本機械学会論文集(B編), 第62巻, 604号, pp.4068-4075.
- 13) Takeshi, H. and Yabe, T. (1985): Cubic interpolated pseudo-particle (CIP) method for solving hyperbolic-type equations, *J. Comput. Phys.*, Vol.61, pp.261-268.
- 14) 細田尚・加藤隆彰(2000): 水深積分モデルによる砂堆の発生・発達過程の数値シミュレーション, 水工学論文集, 第44巻, pp.617-622.
- 15) たとえば, 中山忠暢・禰津家久(2001): 応力方程式モデルを用いた自由水面近傍での乱流構造の数値計算に関する研究, 土木学会論文集, No.671/II-54, pp.13-23.
- 16) 陸田秀美(2001): 乱流境界層中の砕波を伴う風波乱流場の3次元数値解析, 海岸工学論文集, 第48巻, pp.61-65.
- 17) 後藤仁志・林稔・酒井哲郎(2002): 固液二相流型粒子法による大規模土砂崩壊に伴う水面波の発生過程の数値解析, 土木学会論文集, No.719/II-61, pp.31-45.
- 18) 牛島省・竹村雅樹・山田修三・禰津家久(2003): 非圧縮性流体解析に基づく粒子-流体混合系の計算法の提案, 土木学会論文集, No.740/II-64, pp.121-130.
- 19) Lam, K. and Banerjee, S. (1992): On the condition of streak formation in a bounded turbulent flow, *Phys. Fluids A*, Vol.4, No.2, pp.306-320.
- 20) Komori, S., Nagaosa, R., Murakami, Y., Chiba, S., Ishii, K. and Kuwahara, K. (1993): Direct numerical simulation of three-dimensional open-channel flow with zero-shear gas-liquid interface, *Phys. Fluids A*, Vol.5, No.1, pp.115-125.
- 21) Handler, R. A., Swear, Jr., T. F., Leighton, R. I. and Swearingen, J. D. (1993): Length scales and the energy balance for turbulence near a free surface, *AIAA J.*, Vol.31, No.11, pp.1998-2007.
- 22) Borue, V., Orszag, S. A. and Staroselsky, I. (1995): Interaction of surface waves with turbulence: direct numerical simulations of turbulent open-channel flow, *J. Fluid Mech.* Vol.286, pp.1-23.
- 23) Shen, L., Zhang, X., Yue, D. K. P. and Triantafyllou, G. S. (1999): The surface layer for free-surface turbulent flows, *J. Fluid Mech.* Vol.386, pp.167-212.
- 24) 横嶋哲・中山昭彦(2002): 水面変動を伴う開水路乱流場の直接数値シミュレーション, 土木学会論文集, No.712/II-60, pp.57-72.
- 25) Lombardi, P., Angelis, V. D. and Banerjee, S.(1996): Direct numerical simulation of near-interface turbulence in coupled gas-liquid flow, *Phys. Fluids*, Vol.8, No.6, pp.1643-1665.
- 26) 長谷川洋介・笠木伸英: 波状気液界面における乱流物質輸送機構, 第16回数値流体力学シンポジウム, E28-3.
- 27) 山本義暢・功刀資彰・佐竹信一・芹澤昭示(2004): 発達した風波乱流場における界面波特性, 日本機械学会論文集(B編), 70巻, 690号.
- 28) 山本義暢・功刀資彰・佐竹信一・芹澤昭示(2004): 風波乱流場における気液界面近傍の乱流構造及び熱輸送特性, 日本機械学会論文集(B編), 70巻, 692号.
- 29) 日本流体力学会(1991): 混相流体の力学, 朝倉書店.

- 30) 秋山守・有富正憲(2002): 界面追跡法, 新しい気液2相流の数値解析, コロナ社.
- 31) Amsden, A. A. and Harlow, F. H. (1970): A simplified MAC technique for incompressible fluid flow calculations, *J. Comput. Phys.*, Vol.6, pp.322-325.
- 32) 牛島省・禰津家久・山上路生・坂根由季子(2001): 局所5次スプライン内挿法(QSI法)を利用したコロケート格子による流体解析手法, 土木学会論文集, No.691/II-57, pp.73-83.
- 33) 藤野清次・張紹良(1996): 反復法の数理, 朝倉書店.
- 34) Youngs, D. L. (1982): Time-dependent multi-material flow with large fluid distortion. Numerical methods for fluid dynamics, Academic Press, pp.273-285.
- 35) Ashgriz, N. and Poo, J. Y. (1990): FLAIR: Flux line-segment model for advection and interface reconstruction, *J. Comput. Phys.*, Vol.93, pp.449-468.
- 36) Lafaurie, B., Nardone, C., Scardovelli, R., Zaleski, S. and Zanetti, G. (1994): Modeling merging and fragmentation in multiphase flows with SUFER, *J. Comput. Phys.*, Vol.114, pp.134-147.
- 37) 牛島省・吉田圭介・竹村雅樹・禰津家久(2003): フラックス制御を利用する移流方程式の5次精度保存形スキーム, 土木学会論文集, No.747/II-65, pp.85-94.
- 38) Koshizuka, S., Carrico, C. B., Lomperslo, S. W., Oka, Y., Kondo, S. and Togo, Y. (1990): Min-Max Truncation: An accurate and stable filtering method for difference calculation of convection, *Comput. Mech.*, Vol.6, pp.65-76.
- 39) 人見大輔・秋山広庸・杉山均(1999): 三次元表面張力場におけるVOF関数離散化手法の評価, 日本機械学会論文集(B編), 第65巻, 633号, pp.1577-1584.
- 40) Brackbill, J. U., Kothe, D. B. and Zemach, C. (1992): A continuum method for modeling surface tension, *J. Comput. Phys.*, Vol.100, pp.335-354.
- 41) Martin, J. C. and Moyce, W. J. (1952): An experimental study of the collapse of liquid columns on a rigid horizontal plane, *Phil. Trans. Roy. Soc. London. A*, Vol.244, pp.312-324.
- 42) 川崎浩司・中辻啓二(2002): 気液相・固気液相流動場の数値実験に関する研究, 水工学論文集, 第46巻, pp.1049-1054.
- 43) 王塞光・澤田達男・棚橋隆彦(2001): 立方体容器内に共存する互いに混ざり合わない異種流体の自然対流の可視化, 可視化情報学会論文集, Vol.21, No.1, pp.6-11
- 44) 梶島岳夫(1994): 対流項の差分形式とその保存性, 日本機械学会論文集(B編), 第60巻, 574号, pp.2058-2063.
- 45) 森西洋平(1996): 非圧縮性流体解析における差分スキームの保存特性(第2報, スタガードおよびコロケート格子系の差分スキーム), 日本機械学会論文集(B編), 第62巻, 604号, pp.4098-4105.
- 46) Kim, J., Moin, P. and Moser, R. (1987): Turbulent statistics in fully developed channel flow at low Reynolds number, *J. Fluid Mech.*, Vol.177, pp.133-166.
- 47) Kuroda, A., Kasagi, N. and Hirata, M. (1989): A direct numerical simulation of the fully developed turbulent channel flow at a very low Reynolds number, *Int. Symp. Comput. Fluid Dynamics*, Nagoya, pp.1174-1179.
- 48) Abe, H., Kawamura, H. and Matsuo, Y. (2001): Direct numerical simulation of a fully developed turbulent channel flow with respect to Reynolds number dependence, *Trans. ASME, J. Fluids Eng.*, Vol.123, pp.382-393.
- 49) Moin, P. and Kim, J. (1982): Numerical investigation of turbulent channel flow, *J. Fluid Mech.*, Vol.118, pp.341-377.
- 50) Iwamoto, K., Suzuki, Y. and Kasagi, N. (2002): DNS Database of Turbulence and Heat Transfer of THTLAB internal report at Tokyo University.
- 51) Dean, R. B. (1978): Reynolds number dependence of skin friction and other bulk flow variables in two-dimensional rectangular duct flow, *J. Fluids Eng.*, Vol.100, pp.215-223.
- 52) Kasagi *et al.*: DNS database on the web site (<http://www.thtlab.t.u-tokyo.ac.jp/index.html>)
- 53) Nezu, I. and Nakagawa, H. (1993): Turbulence in Open-Channel Flows, IAHR-Monograph, Balkema.

## 第 5 章

### 結論

本論文は、自由水面上に風応力を伴う開水路流れ場における乱流現象とそれに伴う水・空気間のガス交換現象の実験的に検討を行ったものである。実験ではまずフルード数ゼロの水面上に風応力が働く風波乱流場の乱流構造を詳細に検討して、その知見を基に自由水面上に風応力を伴う開水路流れ場における乱流現象を考察した。また、溶存酸素計を用いた水中溶存酸素濃度計測を行って、ガス交換現象において支配因子と考えられる組織乱流構造とガス交換現象の関連性について実験的に検討した。さらに、近年その発展が目覚ましい数値流体解析手法を主に水・空気混相場を対象として高精度に構築し、その実現象への適用性について考察を行った。以下では各章で得られた知見を総括し、本論文の結論とする。

第1章では本論文の研究背景、概略的な研究動機や研究目的および論文構成について纏めた。

第2章では2成分アルゴンイオンレーザー流速計(LDA)を鉛直方向に離して水・空気層に各々1台ずつ設置し、2台の同時乱流計測を行って水・空気層の時間平均構造および相関構造を考察した。また、PIVを用いて風波下の水層の流体場をデジタル可視化し、瞬間的な乱れ場の構造を計測した。次に、水層界面近傍の局所的な乱流構造を位相平均手法を用いて考察した。さらに、明確な波立ちが存在する2次元風波場における水層流体挙動を2次元PIV法によって可視化し、時間周波数解析手法を利用して、界面近傍流体の挙動および組織構造に対する風波の影響について考察を試みた。以下に第2章で得られた知見を示す。

- 1) 水層・空気層ともに風波発達時には界面よりほぼ粗面対数則が成立した。しかし、水層においてはその適用が必ずしも妥当でない。また、水・空気層における運動量は風応力の強度に依存し、界面が滑面状態ではほぼ完全に輸送され、粗面状態では10%程度未満は波の運動量となることがわかった。
- 2) 風波の水層乱流構造は界面摩擦速度、水面変動強度に基づく粗度レイノルズ数で記述できる。また、明瞭な風波発生時には水層における乱流構造は、Tobaらの有義波高やストークスドリフトによる記述が可能である。これは流速のパワースペクトルの低周波帯に相似構造が存在するためである。
- 3) Wavelet解析を併用したPIV可視化計測の結果、風波直下では表面更新を及ぼすと考えられる低周波の下降流(第4象限)が観察された。しかし、全体の運動量輸送に及ぼす影響は比較的小さく、界面拡散層における表面更新渦との関連性は明確ではなく、今後詳細に検討する必要がある。
- 4) 風波は非線形の強い現象である。波形および流速場は有限振幅波によりほぼ記述できる。しかし、風波においては界面近傍で高過度領域が存在し、位相のずれによる運動量輸送が存在する。つまり、波の効果を完全に無視することはできない。これは波と水流との相互作用によって乱れが発生するためと考えられる。

第3章では水面上に風シアーが存在する開水路流れ場（水・空気混成乱流場）を対象として、系統的に実験条件を変化させて、水路中央鉛直断面における水・空気流をレーザー流速計(LDA)で2次元計測を行い、両層の乱流構造に関して実験的に検討を行った。また、水素気泡法を用いて水層界面近傍の組織渦運動の可視化により組織渦運動の定性的な考察を行い、さらに、LDA計測データの条件付きサンプリング法とWavelet解析とLFT解析を併用して、水・空気混成乱流場における組織渦構造について定量的な考察を加えた。これに付け加えて、溶存酸素計(DOメーター)を用いた水槽内の酸素濃度計測を行い、混成場の気体輸送速度の評価を行った。以下に得られた知見を示す。

- 1) 空気層風速分布については、開水路の粗面流れと同様に界面から上向きに対数則が成り立つ。一方、水層流速については従来から指摘されているように底面から対数則が成り立つことが判明した。2層流の場合、界面では風シアーにより平均流速が増すが、この急増特性は水流と空気流の相対速度差が大きいほど顕著になることがわかった。
- 2) 空気層の乱れ強度について、界面に近づくにつれて $u'_a$ 、 $v'_a$ ともに増加し、界面のごく近傍では $v'_a$ は減少する。しかし、水面が粗面状態に近づくにつれて $v'_a$ は増加する傾向が得られた。一方、水層の乱れ強度について、開水路の場合には乱れ強度比 $v'_w/u'_w$ の値がほぼ0.55となるのに対し、水面波が発生している場合には界面近傍において $v'_w$ が急激に増加するため、 $v'_w/u'_w$ の値が1.0よりも大きくなる。
- 3) 空気層のレイノルズ応力について、波が発生している場合に界面近傍においてレイノルズ応力は三角形分布からずれる。これは水層へ運動量を輸送しているためであると考えられる。一方、水層のレイノルズ応力については風波固有の水面振動が発生している時は界面近傍において負の値を示す。これは閉鎖領域風波場に関してのPIVによる位相平均構造でも観察され、風下における負値が対応する。これに関してはLDAコスプレクトル解析により明瞭となった。空気層のせん断応力については、レイノルズ応力と同様に水面形状が界面におけるせん断作用に大きく影響してくる。水層のせん断応力について、2次元開水路等流微小振幅の仮定から算定された場合には、水流が弱い場合には界面シアーが底面近くにまで影響を及ぼし、三角形分布からずれることが示された。一方、界面シアーが卓越してくると、水層界面近傍での渦動粘性係数が増大し、活発な運動量輸送が行われることがわかった。
- 4) 空気層の乱れ発生率と逸散率について、風速が大きい場合ほど逸散率が減少し、界面近傍では乱れ発生率が卓越する。一方、水層の乱れ発生率と逸散率について、流速の大きい場合には風の影響を受けにくいいため、界面近傍における乱れ発生率が小さくなり $G/\varepsilon$ の値が小さくなる。流速の小さい場合には風の影響を受けて界面においても乱れが発生するため、 $G/\varepsilon$ の値は界面近傍において増加する。
- 5) 水層パワースペクトルについて、流速の小さい場合には底面近傍にまで界面シアーの影響が

- 及んでいるのに対し、流速の大きい場合には界面近傍においても開水路との違いはほとんど観察されない。また、流下方向の乱れよりも鉛直方向の乱れの方が波の影響を大きく受ける。水層における風による界面シアの影響は主に鉛直方向で効果的に働き、半水深においても風波卓越周波数帯の変動を増大していることが判明した。
- 6) 水面に風波が発生する時には水面変動に起因する流速の波動成分が界面近傍で卓越し、組織渦構造を判別する際には線形フィルタ(LFT)により水面変動に線形な波動成分を除去する必要がある。また、水層界面近傍では界面シアに基づく組織渦構造の存在が指摘され、界面摩擦速度と動粘性係数で現象をほぼ統一的に記述できることがわかった。この組織構造は風シアが大きい場合には開水路乱流場特有の底面組織渦構造に起因するボイル現象とは無関係で、発生周期はボイルのものよりも大きいことが示唆された。
- 7) 開水路乱流場における気体輸送は、底面摩擦速度 $u_{*w}$ と水深 $h$ に基づくレイノルズ数を用いると、低レイノルズ数では Large-eddy Model, 高レイノルズ数では Small-eddy Model に支配されることがわかった。一方、混成流場における気体輸送は、水流と空気流の相対的な速度差によって支配される。風応力が弱い場合には開水路流れにおける底面由来の組織渦に気体輸送現象が支配され、風速が増大することで風波流れにおける界面由来の組織渦が支配的となる。これらは界面と底面のせん断応力比によって支配されていると示唆された。また、組織渦が気体輸送現象に及ぼす影響をレイノルズ数の観点から定量的に示すことができた。特に、風応力が働く水面では流速の高周波数成分が組織渦として作用することが示唆された。

第4章では水・シリコン成層流場および水・空気混相乱流場を対象として、Navier-Stokes 式、連続式およびVOF関数の保存式を基礎式として有限差分法に基づき離散化し、流体界面を直接的に取り扱うことで流体界面現象に関する高精度な数値計算手法を構築した。また、並行して行った実験結果や既往の数値解析結果との比較を行うことで、計算手法の検証と適用性について考察を加えた。以下に得られた知見を示す。

- 1) 混合しない気液混相流体が実現象において重要なプロセスとして存在し、数値計算による気液統一解法が有効な手法として挙げられる点を説明した。
- 2) 既往研究で提案された固定 Euler 座標における気液移動境界問題を扱う手法の比較検証を行い、保存性と移流精度の観点から MARS 法が有効であることを示した。既存の手法ではあまり検討できなかった液面の大変形が起こるような現象にも MARS 法が適用可能であることが示唆された。
- 3) 有限差分法を基礎とし、粘性項に半陰解法を用いる SMAC 法に基づいて、非圧縮性気液 2 流体運動の数値解法を構築した。この際、圧力の Poisson 式を精度よくかつ安定・高速に解くために差分方法およびそのスキーム (ILU-BiCGSTAB 法) を提示し、手法の有用性を

示した。

- 4) 本研究で構築した数値計算手法を、自由液面変形の検証問題である水柱崩壊現象及び水・シリコン成層流れを対象として適用し、計算手法の有効性と適用性について検討を加えた。その結果、本数値計算手法は実現象をほぼ精度よく再現できることが示された。
- 5) 低レイノルズ数下の平行平板乱流場（2次元チャンネル流）において本計算方法を適用し、既往研究との比較を通じて、本計算法の精度や適用範囲を明確にした。
- 6) 最後に、低レイノルズ数下の水・空気成層2相乱流を対象とした直接数値計算を行い、併せて行った実験との比較を行った。その結果、計算結果は界面変動強度や乱れ特性ではほぼ実験と同様の傾向を示したが、直接数値計算では計算格子不足や計算時間などの要因で計算結果に精度的な問題点があることが判明した。

以上、本論文では水面上に風シアが存在する開水路流れ場（水・空気混成乱流場）における界面乱流渦構造と酸素ガス交換現象に関して定量的に解明を行った。また、混合しない気液・液液混相流体に関する高精度な数値計算手法を構築し、実現象への適用性に関して問題点を指摘した。

一方、本論文においては、実際の実験やその解析および数値計算の実行に際して、ガス交換現象解明および数値計算手法の適用性における問題点も明らかとなり、以下に今後の研究課題を示した。

- 1) 本論文で対象とした酸素ガスは難溶性であり、その濃度境界層は非常に小さく、本論文ではバルク濃度を一定として乱流渦の効果水面近傍で計測可能な領域で平均化して評価した。よって、精度よい現象解明に際して、今後はガスの吸収過程を直接捕獲可能な微細センサーによる計測とそれに基づくガス交換のモデル化が必要である。
- 2) 本論文では室内実験室の直線水槽における限られたフェッチ距離での水・空気順流場における乱流構造の解明および酸素ガス交換に関して検討を行った。この成果をより具体的に実河川に適用するには河床粗度、海岸沿岸域に適用するには気泡流が各々乱流渦構造とガス交換現象に影響を及ぼすため、今後より広範囲に渡る乱流構造を検討する必要がある。
- 3) 本論文では混合しない非圧縮性気液2流体を対象として計算を行う際に、乱流モデルに起因する計算誤差を除去するために、直接数値計算(DNS)を行った。そのため、DNSを用いた計算手法では計算機資源の制約により広範囲に渡る実現象スケールを対象とした高Re数の汎用流体解析が困難であり、今後は大きな密度差に起因する乱流応力を考慮したLESや圧力解法が陽的である格子ボルツマン法といった他の計算手法も視野に入れる必要がある。また、ガス交換現象を考慮する際には高Sc数の流れ場を扱う必要があり、非常に多くのメモリと計算速度が要求される。そのため、並列計算機の導入等も積極的に試みる必要がある。

## 補遺 A ウェーブレット解析

(1) ウェーブレット変換による時間周波数解析

ウェーブレット(wavelet)とは wave (波) と let (小さい) , つまり局在している波のことを一般に指す. 一般に信号は局在的に周期的な変動であり, その周期 (周波数) が時間とともに変化するものが多い. このような局在的に周期的な信号を時間の推移の中で捉えること, つまり入力信号  $u(t)$  を時間  $t$  と周波数  $f$  (もしくは入力信号  $u(x)$  を空間  $x$  と波数  $\lambda$ ) の両面から捉えることを時間周波数解析という. 言い換えれば, 時間・周波数 (もしくは空間・波数) 解析は信号を信号平面上で表現することである. これによって, 信号を信号平面上で幾何学的に表現することができる.

ウェーブレット解析はその概要を知る目的でフーリエ解析や短時間解析と比較される. フーリエ変換は入力信号  $x(t) \in L^2(\mathfrak{R})$  (実数ヒルベルト空間,  $x(t)$  は2重可積分関数) に対して一定の周波数をもった複素関数を内積することで次式のように得られる<sup>1)</sup>.

$$\hat{x}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \exp(-i2\pi ft) dt \quad (\text{A.1})$$

また, その逆変換は次式で与えられる.

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \hat{x}(f) \exp(i2\pi ft) df \quad (\text{A.2})$$

通常, スペクトル解析を行う際には, 上記フーリエ変換式(A.1)を離散的に高速計算(Fast Fourier Transform, FFT)を施した後, 各周波数  $f$  における変動の2乗をパワースペクトルとする. スペクトル解析におけるパワースペクトル算出に関しては, 式(A.1)より明白なように, 時間積分に関して一定の複素関数  $e^{-i2\pi ft}$  を用いて変換を施している. 従って, フーリエ変換による解析では, 時間軸に沿った周波数解析はできず, ある時間範囲内での'時間平均的な'信号解析を行っていることになる.

一方, フーリエ変換の基底に使われる指数関数は時間領域で無限の広がりを持ち, フーリエ解析では時間的な情報が失われる. このような信号の時間情報が失われる欠点を補うため, 窓関数  $w(t)$  を使用して  $w(t)\exp(-i2\pi ft)$  のように時間的に局在化した関数を作る試みも行われた. このように修正された変換を短時間フーリエ変換と呼ぶ. Gabor は1946年に窓関数としてガウス関数  $e^{-t^2}$  を使って, 次のような短時間フーリエ変換を考えた<sup>2)</sup>.

$$\hat{x}(\omega, b) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2\sqrt{\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(x-b)^2}{\sigma^2}\right) \exp(-i\omega t) x(t) dt \quad (\text{A.3})$$

ここで,  $\sigma$  は適当な実数である. 上式は Gabor 変換 (図-A.1参照) と呼ばれる.  $\hat{x}(\omega, b)$  は信号  $x(t)$  の信号平面上での表現を与える. しかし, Gabor 変換は窓の幅は周波数によらず,  $\sigma$  に規定されている. よって, 信号の最小単位を与えることはできず, 信号の粗い時間周波数解析となると言える.

ウェーブレット変換は上記の信号解析上の欠点を補う目的で開発された。一般に、次式の定義式で表現される。

$$(W_{\psi}f)(b,a) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{|a|}} \overline{\psi\left(\frac{t-b}{a}\right)} x(t) dt \quad (\text{A.4})$$

ここで、 $\psi(t)$  はマザーウェーブレット (Mother Wavelet) もしくはアナライジングウェーブレット (Analyzing Wavelet)、 $a, b$  は信号平面上の変数でそれぞれスケール (伸縮)、トランスレート (平行移動) と呼ばれる。また、 $|a|^{-1/2}$  は信号を基準化するために存在し、ウェーブレットの  $\bar{\phantom{x}}$  は複素共役を表し、 $\psi(t)$  が実関数である場合の区別はいらない。このウェーブレット変換を用いると、 $t = t(b)$  の近傍で信号が  $\psi((t-b)/a)$  にどれだけ似ているかに応じて、信号平面上に波立ちを生じることになる。式 (A.4) で定義される変換を連続ウェーブレット変換と呼ぶ。

フーリエ変換と同様に、ウェーブレット変換から元の信号を復元することができる。つまり、逆ウェーブレット変換が存在し、それは次式で与えられる。

$$x(t) = \frac{1}{C_{\psi}} \iint_{\mathbb{R}^2} (W_{\psi}f)(b,a) \frac{1}{\sqrt{|a|}} \overline{\psi\left(\frac{t-b}{a}\right)} \frac{da db}{a^2} \quad (\text{A.5})$$

ここで、右辺が定義できるためには、次のアドミッシブル条件が満足されなければならない。

$$C_{\psi} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\hat{\psi}(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega < \infty \quad (\text{A.6})$$

ただし、 $\hat{\psi}(\omega)$  は  $\psi(\omega)$  のフーリエ変換である。しかし、一般的に用いられるアドミッシブル条件は、次式である。

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) dt = 0 \quad (\text{A.7})$$

この式は  $\psi(t)$  が振動的であることを示している。

一方、一般に信号  $x(t)$  は時間軸に沿ってある点  $\hat{x}(t)$  を中心に幅  $\Delta_x$  の領域を占める。また、フーリエ変換  $\hat{x}(\omega)$  は周波数軸に沿ってある点  $\hat{x}(\omega)$  を中心に幅  $\Delta_{\hat{x}}$  の領域を占める。信号データに関する不確定性関係より、時間周波数幅に関しては以下の不等式が成立する。

$$\Delta_x \cdot \Delta_{\hat{x}} \geq \frac{1}{2} \quad (\text{A.8})$$

なお、不確定性に関しては Chui による文献<sup>3)</sup>に詳細な証明がなされている。上記に示した不確定性関係より、データ幅は時間周波数軸それぞれで定まっており、信号の最小単位というものが存在する。つまり、データを独立した情報として得るには、互いに同一の最小単位の領域に属さないような時間

周波数領域の代表点  $(a, b)$  を選択する必要がある。それには座標  $(b, 1/a)$  を離散化することによって得られる。通常は、2つの整数  $(j, k)$  によって、 $(b, 1/a) = (2^{-j}k, 2^j)$  と置いて離散化され、式(A.4)は以下のようになる。

$$d_k^{(j)} = \left\langle x \left| \overline{\psi(2^j t - k)} \right. \right\rangle = 2^{\frac{j}{2}} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \overline{\psi(2^j t - k)} dt \quad (\text{A.9})$$

また、上式の逆変換は

$$x(t) \sim \sum_j \sum_k d_k^{(j)} 2^{j/2} \psi(2^j t - k) \quad (\text{A.10})$$

のようになる。離散ウェーブレット変換(A.9)の信号平面上の表示の概略図は、図-A.2のようになる。信号平面は幅  $2^{-j}$ 、高さ  $\alpha 2^j$  の長方形セルに分割され、セルのそれぞれに番地  $(k, j)$  が対応する。したがって、 $d_k^{(j)}$  の値をセル  $(k, j)$  に割り当てる。 $\alpha$  の値はウェーブレットによって異なり、なるべく小さいものを選択すると信号の分解能が向上する。ただし、不確定性関係より  $\alpha$  の値は2より小さくはならない。

離散ウェーブレット逆変換の右辺に現れる2重和の一方を

$$x'_j(t) = \sum_k d_k^{(j)} \psi(2^j t - k) \quad (\text{A.11})$$

と書き、また、

$$x_j(t) = x'_{j-1}(t) + x'_{j-2}(t) + \dots \quad (\text{A.12})$$

と表現することにする。ここで、整数  $j$  はレベルと呼ばれる。また、入力信号  $x(t)$  を信号  $x_0(t)$  とみなすと、

$$x_0(t) = x'_{-1}(t) + x'_{-2}(t) + \dots \quad (\text{A.13})$$

と表現できる。これは、入力信号  $x(t)$  をウェーブレット成分  $x'_{-1}(t), x'_{-2}(t), \dots$  に分解できることになる。しかし、右辺から左辺への分解は一意的でなければならない。また右辺から左辺が正しく合成されなければならない。それには、マザーウェーブレット  $\psi(t)$  が基底関数である必要がある。つまり、連続ウェーブレット逆変換が正しく合成されるには、式(A.6)を満足する  $\psi(t)$  で十分であるが、離散ウェーブレット逆変換が正しくなされるためには  $\psi(t)$  が基底関数でなければならない。基底関数となる  $\psi(t)$  は多重解像度解析(Multi-resolution analysis, MRA)と呼ばれる関数空間の階層構造を利用して作成される。

多重解像度解析を行うための  $\psi(t)$  を構成する際には、以下のトゥースケール(two scale)関係を満足するスケーリング関数を導入する必要がある。

$$\phi(t) = \sum_k p_k \phi(2t-k) \quad (\text{A.14})$$

ここで、 $\phi(t)$  はスケーリング関数、 $p_k$  はスケーリング関数展開係数数列である。レベル  $j$  を固定して全ての整数  $k$  について  $\phi(t) = \phi(2^j t - k)$  が張る空間を  $V_j$  とすると、トウスケール関係から  $V_j \subset V_{j+1}$  が導かれる。スケーリング関数  $\phi(t)$  を使ってマザーウェーブレットを

$$\psi(t) = \sum_k q_k \phi(2t-k) \quad (\text{A.15})$$

と定義できる。 $q_k$  はマザーウェーブレット関数展開係数数列である。このように定義されたマザーウェーブレット関数は補空間  $W_0 = V_1 \setminus V_1$  の基底関数となることが示されている。また、このようなマザーウェーブレット関数による変換では、変換  $x_{j+1}(t) \rightarrow x_j(t)$  の度に解像度が半分になる。一方、レベル  $j$  の近似関数  $x_j(t)$  に関して、次式が導ける。

$$x_j(t) = \sum_k c_k^{(j)} \phi_{j,k}(t) = \sum_k c_k^{(j)} \phi(2^j t - k) \quad (\text{A.16})$$

ここで、 $c_k^{(j)}$  はスケーリング展開係数と呼ばれる。逆に、

$$c_k^{(j)} = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \overline{\phi_{j,k}(t)} dt \quad (\text{A.17})$$

も成り立つ。ここで重要なのは、全てのレベル  $x_j(t)$  は同一の  $\phi(t)$  で表現できることである。以上より、式(A.11)、(A.16)から全てのレベル  $j$  に対して、 $x_j(t), x'_j(t)$  が求められる。しかし、通常は計算の高速化を図るために、次式の分解アルゴリズムが使用される。

$$\begin{cases} c_k^{(j)} = \frac{1}{2} \sum_l p_{l-2k} c_l^{(j-1)} \\ d_k^{(j)} = \frac{1}{2} \sum_l q_{l-2k} d_l^{(j-1)} \end{cases} \quad (\text{A.18})$$

ここでも各レベルにおける分解数列  $p_{l-2k}, q_{l-2k}$  は同一であることが重要である（図-A.3参照）より、両者は一種のフィルタバンクであって、それぞれ Low-pass digital filter および High-pass digital filter となる。

以上より、式(A.10)を一般化すると、スケーリング関数  $\phi_{jk}$  およびウェーブレット関数  $\psi_{jk}$  を用いたウェーブレット変換による多重解像度近似は次式で表現できる。

$$x(t) \cong x_0(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k^{(m)} \phi_{mk}(t) + \sum_{j=mk=-\infty}^{-1} \sum_{k=-\infty}^{\infty} d_k^{(j)} \psi_{jk}(t) \quad (\text{A.19})$$

$$\Leftrightarrow x_0(t) = x_m(t) + \sum_{j=m}^{-1} x_j(t) \quad (\text{A.20})$$

ここで、 $x(t)$  はオリジナル時系列データ、 $x_0(t)$  は近似関数である。また、右辺第一項はレベル  $m$  ( $m \in Z$ ) の近似関数であり、右辺第二項はレベル  $j$  の流速変動の和を示す。 $\psi_{jk}$  および  $\phi_{jk}$  を周波数帯域フィルタと考えれば、前者は周波数帯を二分割するハイパスフィルタ、後者は周波数帯を二分割するハイパスフィルタとなる。式(A.19)はそれらフィルタを用いて  $x(t)$  を各周波数帯の階層構造に展開したものである (図-A.4参照)。

(2) Daubechies の正規直交離散ウェーブレット変換による多重解像度解析

現在、離散 Wavelet 解析に用いられる関数としては、Daubechies Wavelet<sup>4)</sup>、Meyer Wavelet<sup>5)</sup>、ガウディナル B スプライン<sup>6)</sup>などがある。実用上、離散 Wavelet 解析で使用できる関数に対する条件は、①関数が直交基底の線形和で表現できること、②関数がサポートコンパクトであること、の2点が重要である。1988年に Daubechies が作成したウェーブレットは、直交基底を作る連続かつサポートコンパクトな離散関数として初めて登場した。自然数  $N$  によって番号付けられた一連のスケーリング関数  $N\phi(t)$  と対応するウェーブレット関数  $N\psi(t)$  が存在し、 $N$  とともに関数の滑らかさが増大する。 $N=1$  の場合は、Harr 系の関数に帰着する (図-A.5参照)。Daubechies は有限個の0でない数列  $p_k$  ( $k \in (0, N)$ ) から一連の連続でコンパクトサポートのスケーリング関数を構成できることを示した<sup>7)</sup>。ここで、コンパクトサポートとは、サポート台 (関数値がゼロでない区間) が有限であることを示す。スケーリング関数とウェーブレット関数が基底関数となるためには、整数  $l, m \in Z$  に対して次式の直交関係が満足されなければならない。

$$\left. \begin{aligned} \langle \phi(t-l) | \phi(t-m) \rangle &= \delta_{l,m} \\ \langle \psi(t-l) | \psi(t-m) \rangle &= \delta_{l,m} \\ \langle \phi(t-l) | \psi(t-m) \rangle &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (\text{A.21})$$

ただし、

$$\langle \phi(t-l) | \psi(t-m) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \phi(t-l)\psi(t-m)dt \quad (\text{A.22})$$

である。つまり、自身の整数トランスレートに対して直交であることを意味する。一方、Daubechies の正規直交ウェーブレットは他の離散 Wavelet と大きく異なる条件を課している。それは次式に示すように、 $N-1$  次までのモーメントがゼロになるという条件である。

$$\int_{-\infty}^{\infty} t^l \psi(t) dt = 0 \quad l = 0, 1, \dots, N-1 \quad (\text{A.23})$$

以上より, Daubechies Wavelet の満足すべき条件が挙げられた. 以下では, Daubechies Wavelet を導出する過程を簡単に説明する.

まず, トゥースケール関係式(A.14), (A.15), 直交条件式(A.21), およびモーメント条件(A.23)より, 次式が得られる.

$$\sum_{k=0}^{2N-1} p_k = 0 \quad (\text{A.24})$$

$$\sum_{k=0}^{2N-1-2m} p_k p_{k-2m} = 0 \quad m = 1, 2, \dots, N-1 \quad (\text{A.25})$$

$$\sum_{k=0}^{2N-1} (-1)^k k^l p_k = 0 \quad l = 1, 2, \dots, N-1 \quad (\text{A.26})$$

ただし, トゥースケール関係式(A.15)における  $q_k$  は, Daubechies Wavelet の場合には,

$$q_k = (-1)^k p_{1-k} \quad (\text{A.27})$$

で与えられることを付け加える. ここで, 式(A.27)はトゥースケール関係式から, 式(25)は直交関係式(A.21)から, また, 式(A.26)はモーメント条件式(A.23)から導出できる.  $N > 1$ では上式(A.24), (A.24)および(A.26)からは一般に複数の解  $p_k$  が存在し, また,  $2N$  個の方程式系に対しては, 変換  $p_k \rightarrow p_{2N-1-k}$  が成立し,  $\{p_0, p_1, \dots, p_{2N-1}\}$  が解のひとつであれば, この順番を逆にした  $\{p_{2N-1}, p_{2N-2}, \dots, p_0\}$  もまた解となる. Daubechies はこれら解の組のうち, すべての  $p_k$  が実数となるものの片方の組解  $\{p_0, p_1, \dots, p_{2N-1}\}$  を選択した<sup>7)</sup>.  $p_k (k = 0, 1, \dots, 2N-1)$  の組が定まると, トゥースケール関係式(A.14)よりスケーリング関数  $\phi(t)$  は, 次式から求められる.

$$\phi(t) = \sum_{k=0}^{2N-1} \phi(2t-k) \quad t, 2t-k \in \text{support } \phi \quad (\text{A.28})$$

$$\sum_{k=0}^{2N-1} \phi(k) = 1 \quad (\text{A.29})$$

ここで,  $\text{support } \phi = [0, 2N-1]$  は関数  $\phi(t)$  の定義域である. ゆえに, 上式(A.28), (A.29)から整数点  $t$  で定義されたスケーリング関数  $\phi(t)$  が, および式(A.27)からウェーブレット関数  $\psi(t)$  が求められる.

以上述べたことから, 整数点で定義された Daubechies のスケーリング関数  $\phi(t)$  およびウェーブレット関数  $\psi(t)$  が求められたが, 実際の解析では整数点  $t$  以外での関数値が必要になる場合がある. トゥースケール関係式(A.14)から,  $x = 2t \quad (t \in Z)$  とおけば,

$$\phi\left(\frac{x}{2}\right) = \sum_k p_k \phi(x-k) \quad (\text{A.30})$$

となるが、この右辺は整数点における  $\phi(t)$  の値で定まる。したがって、上式より半整数点における  $\phi(t)$  の値が定まる。この関係式から、一般に

$$\phi\left(\frac{t}{2^j}\right) = \sum_k p_k^{(j)} \phi(t-k) \quad (t, j \in \mathbb{Z}, j > 0) \quad (\text{A.31})$$

と求められる。これを一般にマルチスケール関係と言う。上式(A.31)は、ウェーブレット関数についても成立する。図-A.6は  $N=10$ における整数点で定義された  $\phi(t)$  および  $\psi(t)$  である。マルチスケール関係を用いると、図-A.7のように関数の詳細がわかる。また、図-A.8は  $N=2, 4, 6, 8$ における  $\phi(t)$  および  $\psi(t)$  の組である。一般に、 $N$ が増加するごとに関数の滑らかさが増し、フィルタ遮断特性が増加することが知られている<sup>1)</sup>。以下の解析では、Daubechies の  $N=10$ における関数の組  $(\phi(t), \psi(t))$  を使用する。

一方、Daubechies のウェーブレット関数による多重解像度解析がどの程度有効なのかを調べるために、テスト計算を行った。次式には正弦波を示すテストデータを示した。

$$f(t) = \sin \frac{100}{8} \pi t \quad (\text{A.32})$$

図-A.9 は上記オリジナルデータのパワースペクトルである。ただし、テストデータのナイキスト周波数は 50Hz とした。また、図-A.10 はオリジナルデータ  $f(t)$  と近似データ  $f_0(t)$  である。近似データ  $f_0(t)$  は式(A.20)から算出した (式(A.20)の  $x_0(t)$  に対応する)。ウェーブレット展開による多重解像度近似により、元のデータはほぼ再現されていることがわかる。図-A.11 は各レベル  $j$  における成分データ  $g_j(t)$  (式(A.20)の  $x'_j(t)$  に対応する) を示した。同図で、最下端がオリジナルデータである。また、ウェーブレット分解による周波数分解により、オリジナルデータは図-A.12 のように分解が行われる。データを 2 のべき乗毎にカウントする際には、各周波数は 2 のべき乗で区分される。本論文では、このウェーブレット分解が統一的に使用される。図-A.11 より、Level -4 と -3 の間で周波数分解能に若干の短所が観察されることは否めない<sup>1)</sup>が、ウェーブレット解析による周波数分解データはほぼオリジナルデータの挙動を示している。

## 参考文献

- 1) 榊原進(1995):ウェーブレットビギナーズガイド, 東京電気大学出版局.
- 2) Gabor, D. (1946): *Theory of communication. Journ. IEE*, Vol.93, pp.429-457.
- 3) Chui, C. K. (1992): *Introduction to wavelets*. Academic Press, New York.
- 4) Daubechies, I. (1992): *Ten lectures on wavelets*. SIAM, Philadelphia.
- 5) Meyer, Y. (1993): *Wavelets, Algorithms and Application*. SIAM, Philadelphia.
- 6) Chui, C. K. and Wang, J. Z. (1992): On compactly supported spline wavelets and a duality principle. *Trans. Amer. Math. Soc.*, Vol.330, pp.903-915.
- 7) Daubechies, I. (1988): Orthogonal bases of compactly supported wavelets. *Comm. Pure and Appl. Math.*, Vol.41, pp.909-996.

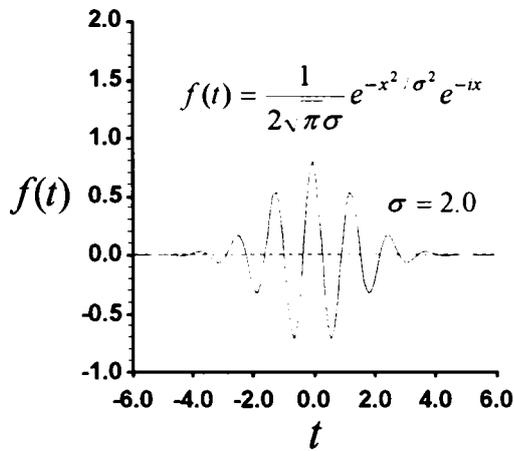


図-A.1 Gabor の変換関数

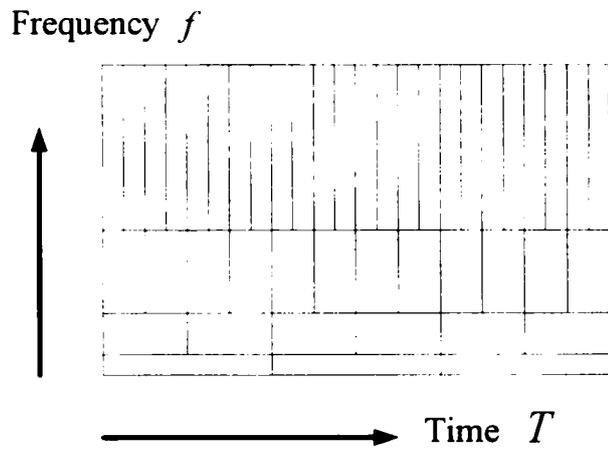


図-A.2 セルに分割された離散信号平面

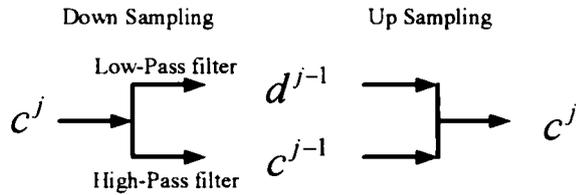


図-A.3 帯域 2 分割サブバンド分解

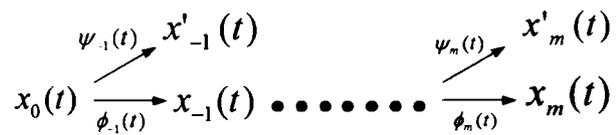


図-A.4 分解アルゴリズムの概念図

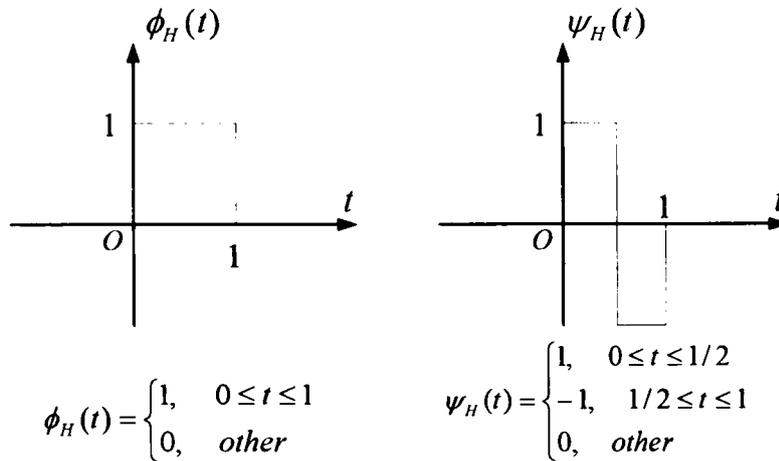


図-A.5 Harr 系のスケーリング関数とウェーブレット関数

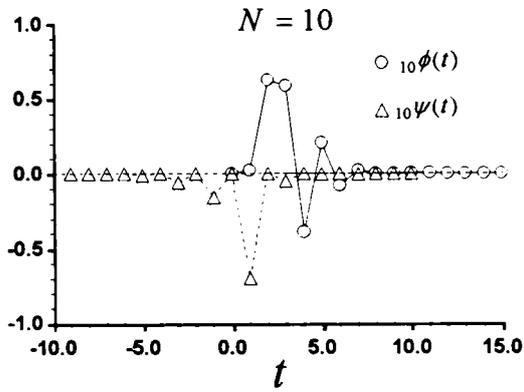


図-A.6 整数点で算定された $_{10}\phi(t)$ と $_{10}\psi(t)$

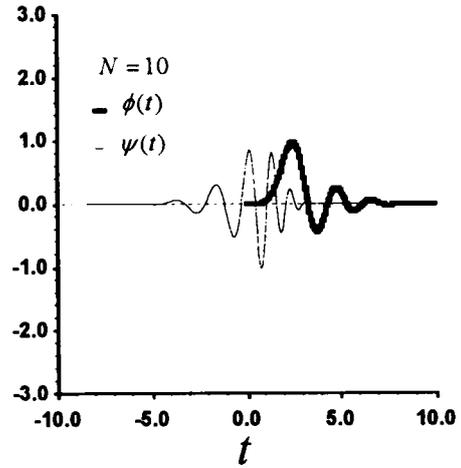


図-A.7  $_{10}\phi(t)$ と $_{10}\psi(t)$

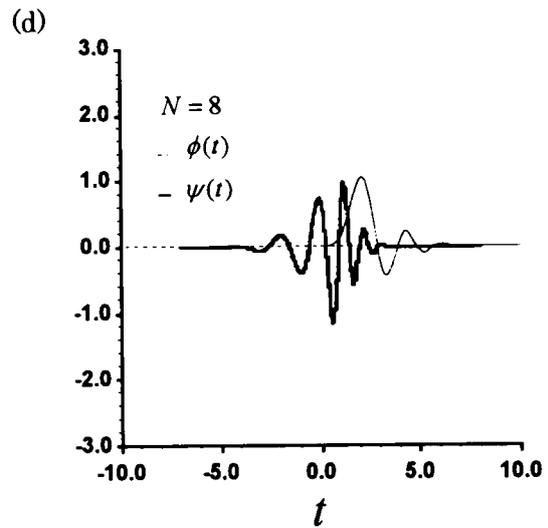
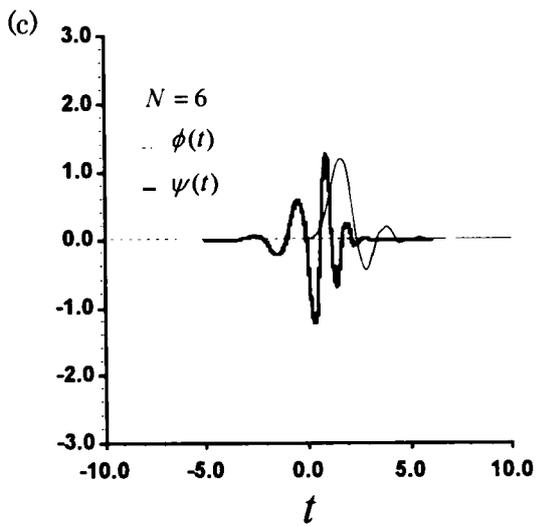
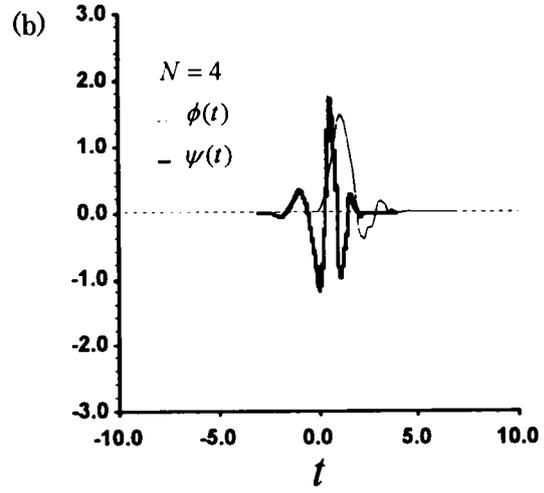
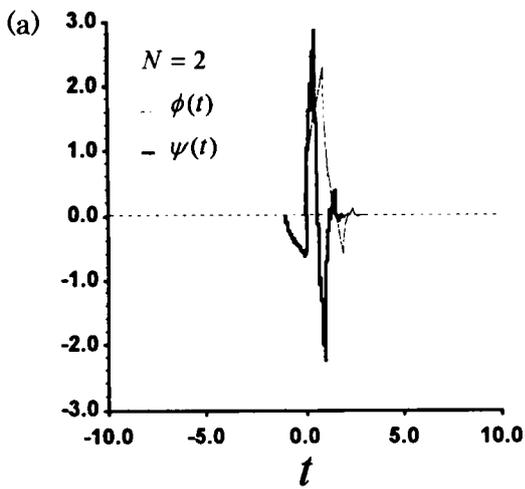


図-A.8  $_N\phi(t)$ と $_N\psi(t)$  (a;  $N=2$ , b;  $N=4$ , c;  $N=6$  および d;  $N=8$ )

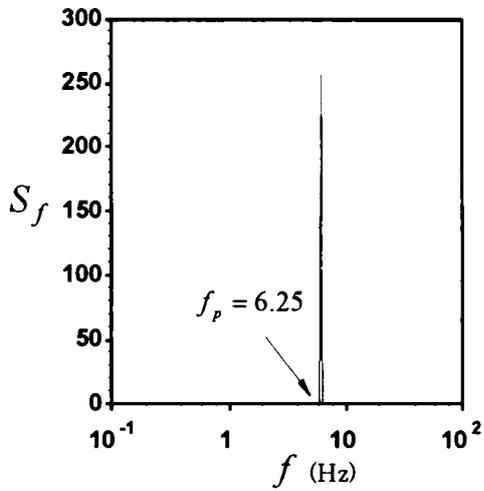


図-A.9 変動パワースペクトル

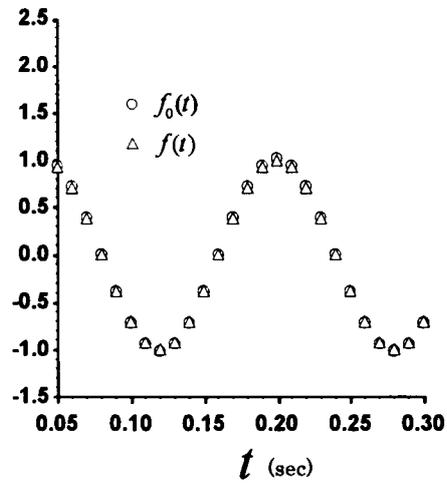


図-A.10 オリジナルデータ  $f$  と変換後の近似データ  $f_0$

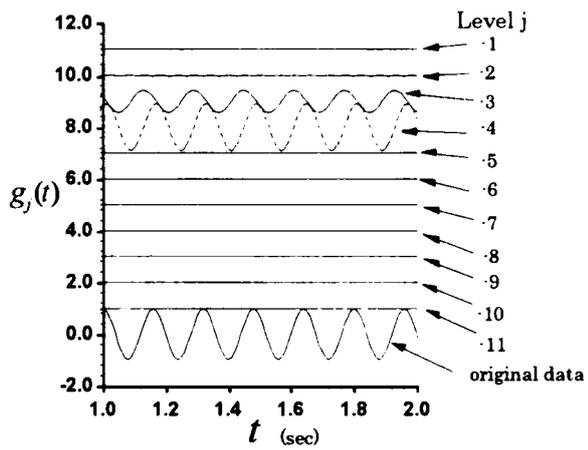


図-A.11 変動パワースペクトル

レベル j	近似成分 $x_j$	変動成分 $x'_j$
0	50Hz 以下	
-1	25Hz 以下	25Hz-50Hz
-2	12.5Hz 以下	12.5Hz-25Hz
-3	6.25Hz 以下	6.25Hz-12.5Hz
-4	3.13Hz 以下	3.13Hz-6.25Hz
-5	1.56Hz 以下	1.56Hz-3.13Hz
-6	0.8Hz 以下	0.8Hz-1.56Hz
-7	0.4Hz 以下	0.4Hz-0.8Hz
-8	0.2Hz 以下	0.2Hz-0.4Hz
-9	0.1Hz 以下	0.1Hz-0.2Hz
-10	0.05Hz 以下	0.05Hz-0.1Hz
-11	0.025Hz 以下	0.025Hz-0.05Hz
-12	0.012 Hz 以下	0.012Hz-0.025Hz

図-A.12 周波数分解表

## 補遺 B 気体輸送過程に関する概念モデル

流体中の輸送現象を支配している基礎的な方程式系は主に、Newton の粘性法則・Fourier の熱伝導法則・Fick の拡散法則が存在する。それぞれ、運動量・熱・物質の輸送過程に関する重要な基礎式である。ガス交換過程で最も重要な基礎式は Fick の拡散法則である。以下では、水・空気間の気体輸送に関する重要な概念モデルとして、(1) 境膜モデル、(2) 浸透モデルおよび (3) 表面更新モデルの導出過程を示す。

### (1) 境膜モデル (Two-film Model)

Lewis & Whitman (1924)<sup>1)</sup>の「境膜モデル」では、気液境界層の両側にそれぞれ存在する非常に薄い静止境界膜を考え、この境界膜を通じてガスが分子拡散により移動するという二重境膜説(two-film theory)を考えた(図-B.1 参照)。このモデルには、①界面両側の境膜(気相膜、液相膜)には乱流効果は存在せず、完全静止層とみなす、②界面では、両相間に平衡関係が存在する、③系は定常状態である、という仮定が存在する。Fick の拡散法則を用いると、定常状態における気相での物質移動フラックス  $J$  (g/m<sup>2</sup>/s)は、

$$J = -D_g \left( \frac{\partial c_g}{\partial z} \right) = -D_g \left( \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{p_g}{RT} \right) \right) = \frac{D_g}{RT} \frac{(p_{g0} - p_{gi})}{\delta_g} \quad (\text{B.1})$$

と表現できる。ここで、 $c_g$  は注目しているガスの濃度(g/m<sup>3</sup>)であり、 $D_g$  は気相(gas)における拡散係数(m<sup>2</sup>/s)であり、 $p_g$  は注目しているガスの分圧(Pa)、 $\delta_g$  は気相境膜厚(m)、 $R$  は理想気体の気体定数(Pa・m<sup>3</sup>/K)、 $T$  は気温(K)である。移動フラックスの概念より、

$$J = k_g (p_{g0} - p_{gi}) \quad (\text{B.2})$$

と表現できるので、境膜物質移動係数  $k_g$  は

$$k_g = \frac{D_g}{RT\delta_g} \quad (\text{B.3})$$

と表現できる。一方、液相については、

$$J = -D_l \left( \frac{\partial c_g}{\partial z} \right) = D_l \frac{(c_{gi} - c_{g0})}{\delta_l} \quad (\text{B.4})$$

となる。ここで、 $D_l$  は液相における拡散係数(m<sup>2</sup>/s)である。同様に、

$$J = k_l (c_{gi} - c_{g0}) \quad (\text{B.5})$$

より、液境膜物質移動係数  $k_l$  は

$$k_l = \frac{D_l}{\delta_l} \quad (\text{B.6})$$

となる。一方、以上の式から物質移動フラックスを求めるには、必ず界面近傍での物質濃度の値が必要である。一般に、一方の相が純粋物質の場合、例えば、純液体の蒸発には、界面の分圧はその温度

における液体の蒸気圧，純ガスの吸収の場合には界面の濃度はその温度における飽和溶解度を用いればよいが，空気中のガスが水に溶ける場合には，簡単ではない．そこで，多くの場合は総括物質移動係数を用いることによって，移動物質フラックスを求める．先述した②の仮定より，ここでは，最も簡単な相平衡関係として Henry の法則が成り立つものとする． $c_{g0}$  と平衡なガスの分圧を  $p_{g0}^*$ ， $p_{g0}$  と平衡な液相の濃度を  $c_{g0}^*$  とすれば，

$$p_{g0} = Hc_{g0}^*, p_{g0}^* = Hc_{g0} \quad (\text{B.7})$$

界面についても，

$$p_{gi} = Hc_{gi} \quad (\text{B.8})$$

となる．ここで， $H$  は Henry 定数 ( $\text{Pa} \cdot \text{m}^3/\text{g}$ ) である．よって，式(B.2), (B.5), (B.7), (B.8)より，

$$\frac{J}{Hk_g} = \frac{p_{g0} - p_{gi}}{H} = c_{g0}^* - c_{gi} \quad (\text{B.9})$$

$$\frac{HJ}{k_l} = H(c_{gi} - c_{g0}) = p_{gi} - p_{g0}^* \quad (\text{B.10})$$

これらを整理すると，

$$J = \frac{1}{1/k_g + H/k_l} (p_{g0} - p_{g0}^*) = \frac{1}{1/k_l + 1/Hk_g} (c_{g0}^* - c_{g0}) \quad (\text{B.11})$$

したがって，

$$\frac{1}{K_g} = \frac{1}{k_g} + \frac{H}{k_l}, \quad \frac{1}{K_l} = \frac{1}{k_l} + \frac{1}{Hk_g} \quad (\text{B.12})$$

ここで， $K_g$  は気相基準の総括物質移動係数， $K_l$  は液相基準の総括物質移動係数という．総括の物質移動抵抗は，気相境膜と液相境膜の移動抵抗の和によって表現できる．現実的には，注目しているガスの性質により，溶解度 (Henry 定数  $H$ ) が異なる．つまり，難溶解性ガスの場合は  $H$  が大きく，気相境膜抵抗が液相境膜に比べて無視できる．よって，水・空気での気液界面を介した難溶性ガスの輸送は液相 (水層) の界面状態，つまり界面流体の挙動に因ることがわかる．

## (2) 浸透モデル (Penetration Model)

Higbie (1935)<sup>2)</sup> は流体界面での物質移動は非定常現象として考え，物質移動は界面に新しい流体面が現れ，接触を開始した瞬間から分子拡散によって流体へと浸透するものと論じた．これを浸透説 (Higbie 理論) と呼ぶ (図-B.2参照)．拡散が一方向のみ (水面下方向  $z > 0$ ) に生じ，気液界面における接触時間が十分に短く，ガスの浸透深さが液層厚 (水深) に比べて十分に小さいものとすれば，この物質移動過程は半無限に広がった静止液層への非定常拡散と考えることができる．この場合，基礎式には Fick の 1 次元非定常拡散方程式が適用できるので，

$$\frac{\partial c_g}{\partial t} = D_l \frac{\partial^2 c_g}{\partial z^2} \quad (\text{B.13})$$

また、初期条件と境界条件として、以下を与える。

$$\begin{aligned} t = 0, \quad z > 0 & ; \quad c_g = c_{g0} \\ t \geq 0, \quad z = 0 & ; \quad c_g = c_{gi} \\ t \geq 0, \quad z = \infty & ; \quad c_g = c_{g0} \end{aligned} \quad (\text{B.14})$$

式(B.13),(B.14)より

$$\frac{c_g - c_{g0}}{c_{gi} - c_{g0}} = 1 - \operatorname{erf}\left(\frac{z}{2\sqrt{D_l t}}\right) \quad (\text{B.15})$$

ここで、 $\operatorname{erf}(x)$ はガウスの誤差関数で、次式で定義される。

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \exp(-\xi^2) d\xi \quad (\text{B.16})$$

よって、気液界面での瞬間物質移動フラックスを  $J(t, z=0)$ 、気液接触時間を  $t_c$  とすれば、時間平均物質移動フラックス  $J_c$  は

$$J_c = \frac{1}{t_c} \int_0^{t_c} J(t, 0) dt = \frac{1}{t_c} \int_0^{t_c} \left[ -D_l \left( \frac{\partial c_g}{\partial z} \right)_{z=0} \right] dt = \frac{1}{t_c} \int_0^{t_c} \sqrt{\frac{D_l}{t\pi}} (c_{gi} - c_{g0}) dt = 2\sqrt{\frac{D_l}{t_c\pi}} (c_{gi} - c_{g0}) \quad (\text{B.17})$$

よって、液側物質移動係数は

$$k_l = 2\sqrt{\frac{D_l}{t_c\pi}} \quad (\text{B.18})$$

### (3) 表面更新モデル(Surface Renewal Model)

Danckwerts(1951)<sup>3)</sup>は浸透説を拡張して、2相が接触する界面は多数の流体エレメントから構成されており、それらは界面に現れている時間に関係なく、ある頻度をもって流体本体からの新しいエレメントにより絶えず更新されるものと考え、物質移動は流体エレメントが界面にとどまっている間に非定常の分子拡散によって行われるものと考えた。これを表面更新説(Surface renewal theory)という。今、気液界面の単位接触面積のうち、単位時間あたりに  $r$  の面積だけ更新されるものとする。また、このような更新はランダムに生じ、液エレメントが界面に存在する時間、つまり接触面の年齢を分布関数  $\phi(t)$  で表現すると、年齢  $t-dt \sim t$  の液エレメントが時間  $dt$  の間に更新される割合は  $\phi(t)(r dt)$  で表現される。一方、そのときに更新されなかったエレメントの割合は  $\phi(t)(1-r dt)$  になる。したがって、 $\phi(t)(1-r dt)$  とは年齢が  $t \sim t+dt$  となって界面にとどまるので、

$$\phi(t)(1-r dt) = \phi(t+dt) \cong \phi(t) + \frac{d\phi(t)}{dt} dt \quad (\text{B.19})$$

整理すると,

$$\frac{d\phi(t)}{dt} = -r\phi(t) \quad (\text{B.20})$$

なり, 定常的更新状態では,

$$\int_0^{\infty} \phi(t) dt = 1 \quad (\text{B.21})$$

である.  $r$  を定数として, 式(B.20)を解くと,

$$\phi(t) = re^{-rt} \quad (\text{B.22})$$

が得られる. また, 局所的な瞬間物質移動フラックス  $J(t, z=0)$  を浸透説と同じく考え, 液エレメントが界面に滞留している間の単位接触面積あたりの平均物質移動フラックスを考えると,

$$J = \int_0^{\infty} J(t, z=0)\phi(t) dt = \int_0^{\infty} \sqrt{\frac{D_l}{t\pi}} (c_{gi} - c_{g0}) re^{-rt} dt = \sqrt{D_l r} (c_{gi} - c_{g0}) \quad (\text{B.23})$$

よって, これより液側物質移動フラックスは時間平均操作を行うことより,

$$k_l = \sqrt{D_l r} \quad (\text{B.24})$$

すなわち, 表面更新説における液側物質移動係数  $k_l$  は分子拡散係数  $D_l$  の1/2乗に比例し, Higbie の浸透説の場合と一致する. ここで注意すべきことは, 式(B.24)の  $r$  は界面における液側エレメントの影響をうけることである.

## 参考文献

- 1) Lewis, W. K. and Whitman, W.G. (1924): Principles of gas absorption, *Indus. and Eng. Chem.*, Vol.16, No.12, pp.1215-1220.
- 2) Higbie, R. (1935): The rate of absorption of a pure gas into a still liquid during short periods of exposure, *Trans. Am. Inst. Chem. Engrs.*, Vol.31, pp.365-390.
- 3) Danckwerts, P.V. (1951): Significance of liquid-film coefficients in gas absorption, *Indust. and Eng. Chem.*, Vol.43, No.16, pp.1460-1467.

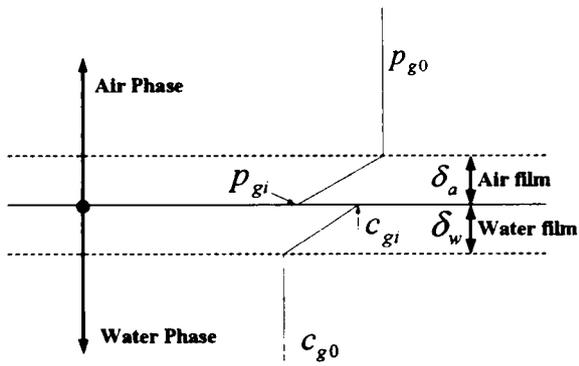


図-B.1 2重境膜モデルの概念図

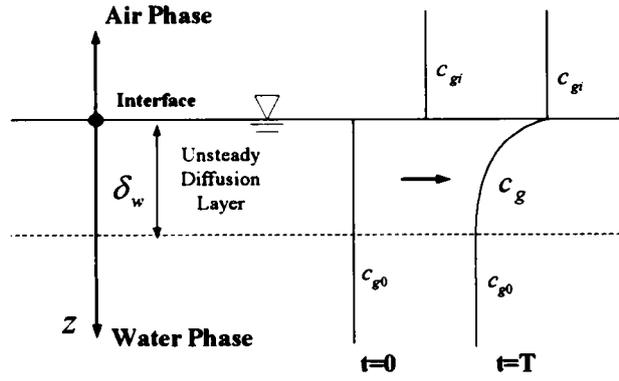


図-B.2 浸透モデルの概念図

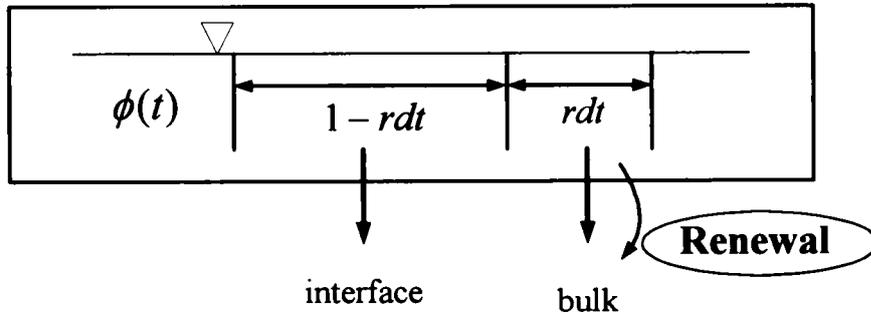


図-B.3 表面更新モデルの概念図

## 補遺 C MARS 法の計算アルゴリズム

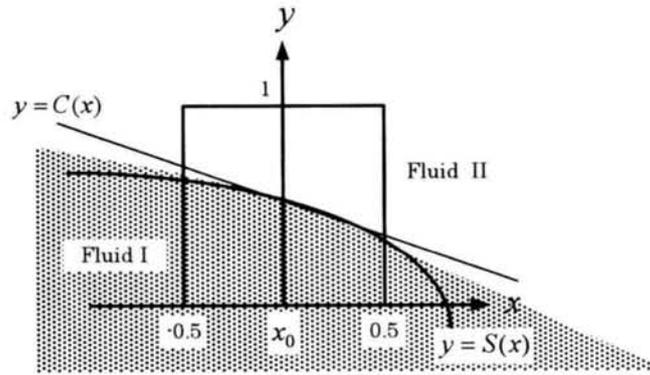


図-C.1 規格化した計算格子，流体面積 $S(x)$ および1次元 Line-segment 関数 $C(x)$

非圧縮性流体の界面輸送については，①界面形状の正確な捕獲と輸送（形状保存），②界面格子セル内の流体率の正確な輸送（体積保存）および③格子界面での流体率の連続性の保証（界面再構築），が重要な検討課題として挙げられる．功刀の MARS 法<sup>1)</sup>は VOF 法の特徴である質量の完全保存性を保ちつつ，その欠点である界面勾配輸送の不正確性を廃した新しい流体率輸送法であり，上記 3 点の課題をうまく克服したものである．最近提案された，PLIC 法を拡張した Kothe らの 3 次元非構造格子系 PLIC コード TELLURIDE<sup>2)</sup>は MARS 法と同様のスタンスを有している．以下では，MARS 法による 2 次元場での流体輸送法について示す．

第 4 章の図-4.6(a)で示したように，PLIC 法は物理空間における連続的な流体を計算空間で Line-segment 関数を用いて表現するものである．MARS 法ではこの Line-segment 関数に 1 次関数を適用している．これは，表面張力モデルの精度が格子分解能と同等のため，妥当な界面近似となる．曲率が無視できる程度の計算格子を準備するとき，次式のように，界面の法線ベクトル  $f'$  および Line-segment 関数  $C(x)$  を定義できる（図-C.1 参照）．

$$C(x) = f'x + 0.5 \quad f' = \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{x_0} \quad (\text{C.1})$$

ただし， $x_0$  は界面勾配  $f' = \text{grad}(f)$  を求めた  $x$  座標である．図-C.1 は計算格子幅で規格化した計算セルを示しており，格子内の流体 (Fluid I) が負の界面勾配をもつ場合の概念図を示している．また，実際の流体界面（流体体積） $S(x)$  を Line-segment 関数  $C(x)$  で近似した様子を示している．よって，Line-segment 関数  $C(x)$  より下方に存在する流体部分の近似断面積  $S(x)$  は，台形の面積として次式から解析的に計算できる．

$$S(x) \approx f'(x_0 + x) + \frac{1}{2} \quad (0 \leq S(x) \leq 1) \quad (\text{C.2})$$

図-C.1において，規格化した格子セルを右側に移動して右側境界が  $y=1$  となるときのセル中心点を  $x_1$ ，

同様に左側に移動して左側境界が  $y=1$  となるときのセル中心点を  $x_2$  とすると、以下に示すように、任意の  $x$  座標に対して  $x_0$  を求めることが可能である。

$$\begin{aligned}
 & sign = sign(f') \\
 & x_1 = \frac{1}{2} \left| sign \times \frac{1}{f'} - 1 \right| \quad x_2 = \frac{1}{2} \left| sign \times \frac{1}{f'} + 1 \right| \\
 & F' = Min(1, sign \times f') \quad \bar{x} = sign \times \left( f_{given} - \frac{1}{2} \right) \times \frac{1}{F'} \\
 & (i) \quad x_1 < \bar{x} \\
 & \quad \quad \quad x_0 = x_2 - \sqrt{-\frac{2}{f'} \left( f_{given} - \frac{1}{2} (1 + sign) \right)} \tag{C.3} \\
 & (ii) \quad x_1 < \bar{x} \\
 & \quad \quad \quad x_0 = sign \times \left( f_{given} - \frac{1}{2} \right) \times \frac{1}{F'} \\
 & (iii) \quad x_1 < \bar{x} \\
 & \quad \quad \quad x_0 = -x_2 + \sqrt{\frac{2}{f'} \left( f_{given} - \frac{1}{2} (1 - sign) \right)}
 \end{aligned}$$

以上より、注目している格子セルの流体率  $f_{given}$  および界面勾配  $f'$  が既知であれば、式(C.3)よりセル中心位置  $x_0$  が求められ、式(C.2)から正確な格子セルの境界面積  $S(x)$  が計算できる。ただし、 $f'=0$  の場合は  $S(x+x_0) = f_{given}$  は既知であり、 $f' = \pm\infty$  ならば Donor-Acceptor 法 (補遺 D 参照) を適用する。これによって、セル境界における流体 Flux  $dF_x$  は  $S(x)$  で構成される三角形もしくは台形の面積として、解析的に求められる (第4章 図4.6(b)参照)。最後に、付録(2)には本研究で用いた MARS 法の参考文献の後にサンプルプログラムを添付した。適宜、参考願いたい。

## 参考文献

- 1) 功刀資彰(1997): 自由界面を含む多相流体場の直接数値計算, 日本機械学会論文集(B編), 第63巻, 609号, pp.1576-1584.
- 2) Kothe, D. B., Rider, W. J., Mosso, S. J., Brock, J. S. and J.I. Hochstein (1996): Volume Tracking of Interfaces Having Surface Tension in Two and Three Dimensions . AIAA Paper 96-0859 (LANL Report LA-UR-96-88) , presented at the 34th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno, NV (January 15-18, 1996).

## 補遺 D CIP 法および VOF 法の計算アルゴリズム

CIP 法<sup>1)</sup>は流体のカラー関数 (VOF 関数とほぼ同義) に関する輸送方程式を数値的に解く際に, 従来の手法と異なり, 物理量の 1 階微分を変数として保持しながら計算を進める方法である. CIP 法は流体解析法の 1 つである C-CUP 法にも導入され, 様々な流体現象に適用されている. その計算精度は良好であると指摘されているが, フラックスを算定しないために, 保存性に難がある. 一方, VOF 法 (Volume of fluid)<sup>2)</sup>は Los Alamos 研究所の Hirt らにより開発された自由表面 (界面) がある流れを解析する手法の一つであり, MAC 法と共に広く利用されている. VOF 法では界面を挟む 2 流体のうち片側の流体 (液層) のみの移流を対象としており, 検査体積内の液体体積占有率 (VOF 関数)  $f$  の輸送方程式を特別な Donor-Acceptor(DA)法で解くことにより次時刻の界面形状を決定する. 第 4 章で示したように, VOF 法は MAC 法などと比較して必要なメモリ数が少なく, 比較的体積保存性もよいが, 適切な Flux 制御を行わない場合には VOF 関数のアンダーシュートやオーバーシュートが生じたり, 体積保存性も損なわれるために, 改善策<sup>3),4)</sup>がなされている. 以下では, 2次元場における各々の計算手法について示す.

### (1) CIP 法

2次元移流方程式は次式で表現できる.

$$\frac{\partial f}{\partial t} + u \frac{\partial f}{\partial x} + v \frac{\partial f}{\partial y} = 0 \quad (\text{D.1})$$

ここで,  $f(x, y, t)$  はスカラー量である. (D.1)式を  $x$  及び  $y$  でそれぞれ偏微分すると,

$$\frac{\partial f_{(x)}}{\partial t} + \left( u \frac{\partial f_{(x)}}{\partial x} + u_{(x)} \frac{\partial f}{\partial x} \right) + \left( v \frac{\partial f_{(x)}}{\partial y} + v_{(x)} \frac{\partial f}{\partial y} \right) = 0 \quad (\text{D.2})$$

$$\frac{\partial f_{(y)}}{\partial t} + \left( u \frac{\partial f_{(y)}}{\partial x} + u_{(y)} \frac{\partial f}{\partial x} \right) + \left( v \frac{\partial f_{(y)}}{\partial y} + v_{(y)} \frac{\partial f}{\partial y} \right) = 0 \quad (\text{D.3})$$

ただし, 下付き添字は偏微分演算子を示す. 2次元 CIP 法では 3 つの変数  $f, f_{(x)}, f_{(y)}$  の値を上式(D.1) ~ (D.3)で同時に計算を進めていく.

式(D.1)~(D.3)を時間方法に Euler 陽解法で差分すると,

$$f_{i,j}^{n+1} = f_{i,j}^n - (u f_{(x)i,j}^n + v f_{(y)i,j}^n) \Delta t \quad (\text{D.4})$$

$$f_{(x)i,j}^{n+1} = f_{(x)i,j}^n - (u f_{(xx)i,j}^n + u_{(x)} f_{(x)i,j}^n + v f_{(xy)i,j}^n + v_{(x)} f_{(y)i,j}^n) \Delta t \quad (\text{D.5})$$

$$f_{(y)i,j}^{n+1} = f_{(y)i,j}^n - (u f_{(xy)i,j}^n + u_{(y)} f_{(x)i,j}^n + v f_{(yy)i,j}^n + v_{(y)} f_{(y)i,j}^n) \Delta t \quad (\text{D.6})$$

よって,  $f_{(xx)}, f_{(xy)}, f_{(yy)}$  を算定することで, 上式 (D.4)~(D.6)を用いて次ステップのスカラー量を算定できる. 一方, スカラー量  $f$  は次式のように 3 次多項式で近似されるものとする.

$$f(x, y) = ((c_1 X + c_2 Y + c_3) X + c_4 Y + \partial f_{i,j} / \partial x) X + ((c_5 Y + c_6 X + c_7) Y + \partial f_{i,j} / \partial y) Y + f(x_i, y_j) \quad (\text{D.7})$$

ただし,  $\Delta x = x - x_i$ ,  $\Delta y = y - y_j$ ,  $\partial f_{i,j} / \partial x = \partial f(x_i, y_j) / \partial x$ ,  $\partial f_{i,j} / \partial y = \partial f(x_i, y_j) / \partial y$  であり,  $x = x_{i+1}$  かつ,  $y = y_{j+1}$  ならば, 係数  $c$  は以下のように決定される.

$$\begin{aligned}
 c_{1,i,j} &= (-2(f_{i+1,j} - f_{i,j}) + (f_{(x)i-1,j} - f_{(x)i,j})\Delta x) \\
 c_{2,i,j} &= (c_{8,i,j} - (f_{(x)i,j+1} - f_{(x)i,j})\Delta x) / (\Delta x)^2 \Delta y \\
 c_{3,i,j} &= (3(f_{i+1,j} - f_{i,j}) - (f_{(x)i-1,j} + 2f_{(x)i,j})\Delta x) / (\Delta x)^2 \\
 c_{4,i,j} &= (-c_{8,i,j} + (f_{(x)i,j+1} + 2f_{(x)i,j})\Delta x + (f_{(y)i+1,j} + 2f_{(y)i,j})\Delta y) / \Delta x \Delta y \\
 c_{5,i,j} &= (-2(f_{i,j+1} - f_{i,j}) + (f_{(y)i,j+1} + f_{(y)i,j})\Delta y) / (\Delta y)^2 \\
 c_{6,i,j} &= (c_{8,i,j} - (f_{(y)i+1,j} + f_{(y)i,j})\Delta y) / \Delta x (\Delta y)^2 \\
 c_{7,i,j} &= (3(f_{i,j+1} - f_{i,j}) - (f_{(y)i,j+1} + 2f_{(y)i,j})\Delta y) / (\Delta y)^2 \\
 c_{8,i,j} &= f_{i,j} - f_{i-1,j} - f_{i,j+1} + f_{i+1,j+1}
 \end{aligned} \tag{D.8}$$

ただし, 多項式関数  $f$  は  $x, y$  近傍で滑らかな連続微分可能関数である. また, 上式は  $u < 0, v < 0$  の条件の下で計算されている. よって, それ以外では

$$\begin{cases} i+1 \rightarrow i-1 \text{ and } \Delta x \rightarrow -\Delta x & \text{for } u \geq 0 \\ j+1 \rightarrow j-1 \text{ and } \Delta y \rightarrow -\Delta y & \text{for } v \geq 0 \end{cases} \tag{D.9}$$

とする. また, 式(D.7)から

$$f_{(xx)i,j}^n = 2c_{2,i,j} \tag{D.10}$$

$$f_{(xy)i,j}^n = c_{4,i,j} \tag{D.11}$$

$$f_{(yy)i,j}^n = 2c_{7,i,j} \tag{D.12}$$

である. したがって, 式(D.4)~(D.12)から次ステップのスカラー量及びその微分値が求められる.

## (2) DA 法

2次元場での VOF 関数の輸送方程式は, 式(D.1)から保存形の次式となる.

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial t} + u \frac{\partial f}{\partial x} + v \frac{\partial f}{\partial y} &= 0 \\ \leftrightarrow \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial(fu)}{\partial x} + \frac{\partial(fv)}{\partial y} - f \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) &= 0 \end{aligned} \right\} \tag{D.13}$$

ここで, 式(D.12)の  $\partial u_i / \partial x_i$  は連続式誤差であり, 消去しないでおく. VOF 法では, 図-D.1 に示すように, 実際の界面形状を階段状に表現する. 以下では, staggered 格子における VOF 法による流体 flux について示す<sup>3),4)</sup>. 図-D.2 に示すように, 計算セルにおける流体の Flux を算定する際には, セル境界を介して流体の輸送に関する格子にドナーセル(D1)およびアクセプターセル(A1)を名付ける. この

とき、D1 から A1 への流体 Flux は次式のように算定できる。

$$dF_x = \text{sign}[\min(f_{AD}|u|\Delta t + \delta, f_{D1}\delta x_{D1}), u] \quad \delta = \max[(1-f_{AD})|u|\Delta t - (1-f_{D1})\delta x_{D1}, 0] \quad (\text{D.14})$$

ここで、 $f_{D1}$  はドナーセル(D1)の  $f$  値であり、 $\max$  関数は移動する気体量（計算領域において液体以外の部分全て）がセル内の気体量以上になるのを防ぎ、 $\min$  関数は移動する液体量がセル内の液体量以上になるのを防ぐ。また、 $\text{sign}$  関数は移動体積の方向を示す。 $f_{AD}$  は液体移動量の推定値であり、原則として、界面がほぼ法線方向に移動する場合にはアクセプターセルの  $f$  値 ( $=f_{A1}$ ) を用い、それ以外の場合、ドナーセルの  $f$  値 ( $=f_{D1}$ ) を用いる。ゆえに、通過するセル面が界面に対して法線方向と接線方向のどちらに近いかを求める必要がある。そこで、ドナーセルとアクセプターセルの周りのセルを設定する（セル D2,H1 および H2）。結果として、Hirt らが示したように、図-D.3 に示すような3つの界面形状パターンを考慮して、表-D.1 から  $f_{AD}$  を決定して、式(D.14)から流体 Flux を算定する。

### 参考文献

- 1) Takeshi, H. and Yabe, T. (1985): Cubic interpolated pseudo-particle (CIP) method for solving hyperbolic-type equations, *J. Comput. Phys.*, Vol.61, pp.261-268.
- 2) Hirt, C. W. and Nichols, B. D.(1981): Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries, *J. Comput. Phys.*, Vol.39, pp.201-225.
- 3) FUJI-RIC/ $\alpha$ -FLOW / 富士総合研究所編 (1993): 汎用流体解析システム, 丸善出版.
- 4) 白川英観・高田保之・黒木虎人・伊藤猛宏(1996): VOF 法の改良, 日本機械学会論文集(B 編), 第 62 巻, 604 号, pp.4068-4075.

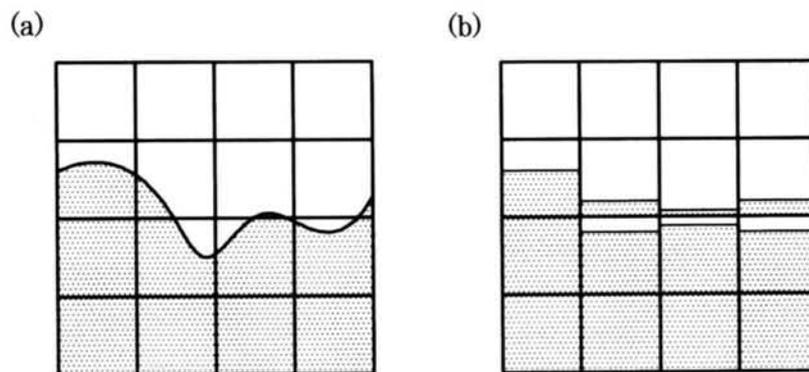


図-D.1 VOF 法における界面形状

(a; 物理空間での実際の連続的な流体界面, b; 計算空間での流体配置および界面形状)

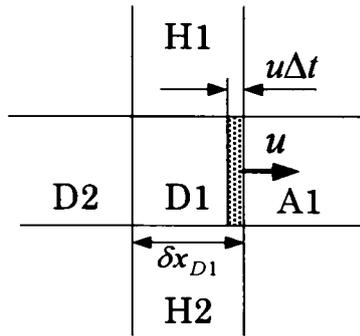


図-D.2 VOF 法におけるドナーセルとアクセプターセル

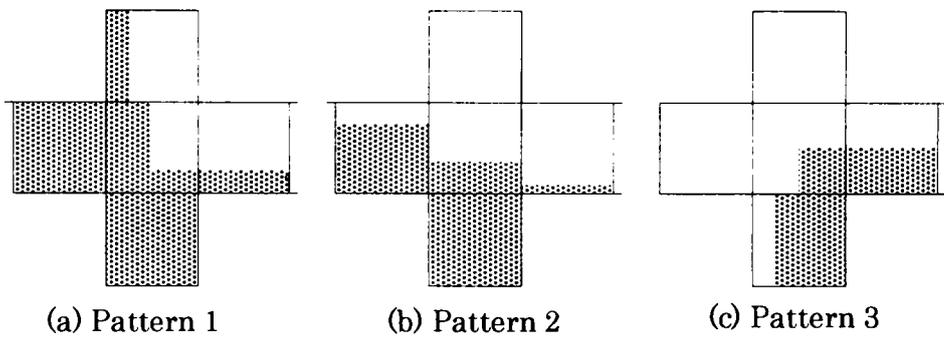


図-D.3 DA 法における界面形状パターン<sup>3)</sup>

表-D.1 界面形状パターンと流体 Flux 推定値  $f_{AD}$ <sup>3)</sup>

Conditions		Pattern No	$f_{AD}$
$f_{H1} \times f_{H2} \neq 0$		1	$f_{A1}$
$f_{H1} \times f_{H2} = 0$	$f_{D1} \times f_{D2} \neq 0$	2	$f_{D1}$
	$f_{D1} \times f_{D2} = 0$	3	$f_{A1}$

## 謝辞

本論文は筆者が京都大学大学院博士課程において行った研究成果をまとめたものであり、その間、私信、ゼミおよび学会活動等を通じて、学内外の数多くの方々に御指導・御鞭撻を賜りました。ここに記して、謝意を表します。

本研究を遂行するにあたり御多忙な中、終始適切で懇切丁寧な御指導を賜った京都大学大学院工学研究科社会基盤専攻 禰津家久教授に深甚なる謝意を表します。禰津教授には本研究で扱った重要な水理学的研究課題を御教示頂いたことのみならず、研究者としての姿勢、自然現象解明への粘りと情熱等、私が研究者として学ぶべき点について御指導賜りました。また、同専攻 牛島省助教授には本研究を行うに際して御多忙な中、絶えず貴重かつ適切な御指導を賜りました。博士課程入学当初、数値計算に関して素人同然であった私に、基礎からご親切に数値計算の面白さとその有益性について興味深く御指導頂きました。牛島先生の御指導を得たことは好機であったと感謝しております。今後、この研究室で学んだことを幅広い視点で柔軟に活かせるように精進したいと存じます。

本論文の審査をして頂いた京都大学大学院工学研究科機械工学専攻 小森悟教授には御多忙な中、気液 2 相乱流場の乱流現象およびガス交換現象に関して鋭い御指摘を賜り、また分かりやすく御教示いただきました。ここに心から感謝いたします。また、本論文をまとめるにあたり、京都大学大学院工学研究科原子核工学専攻 功刀資彰助教授には御多忙な中、気液 2 相乱流場の数値計算法に関して非常に有益な御助言を賜りました。ここに心より感謝いたします。

京都大学防災研究所 高山知司教授、間瀬肇助教授には御多忙な中、風波乱流現象に関する実現現象レベルでの適切な御助言を頂きました。ここに心より感謝いたします。また、京都大学防災研究所 石垣泰輔助教授には、可視化計測法について御丁寧に御教示頂きました。ここに謝意を表します。

九州工業大学工学部 鬼束幸樹助教授（前・京都大学大学院工学研究科 禰津研助手）には禰津研への配属当初、実験での技術的支援を得ました。ここに謝意を表します。本論文を作成する上で献身的にご協力頂いた当時京都大学大学院工学研究科修士学生 池田大輔氏（現・JCB 株式会社職員）、濱田悟氏（現・京都府高校教諭）、岡崎慎一郎氏（現・東京大学博士学生）には深く感謝致します。さらに、京都大学大学院工学研究科社会基盤専攻 水理環境ダイナミクス分野の研究室の皆様には感謝の意を表します。研究室生活で様々な角度から刺激を得たことは幸いでした。

最後に、京都大学大学院への進学を承諾し、京都大学で 9 年間勉学を勤しむ上で経済的・精神的に支えてくれた両親と姉にこの場を借りて深く謝意を表します。ありがとうございました。

## 付録(1) 学位論文に関連のある査読付き論文リスト

- 1) 禰津家久・井上理恵・吉田圭介(2000): PIV法を用いた砕波を伴う風波の界面乱流構造に関する研究, 応用力学論文集, Vol.3, pp.775-786.
- 2) Nezu, I., Ushijima, S., Onitsuka, K. and Yoshida, K. (2001): PIV measurements of turbulent structures across air-water interface in wind-driven water waves, *Proc. 6th Asian Symp. on Visualization*, Pusan, Korea, pp.363-365. (full paper in CD-ROM)
- 3) 禰津家久・牛島省・吉田圭介(2001): 砕波を伴う風波の界面乱流構造に関する研究, 土木学会論文集, No. 684/II-56, 8月, pp.69-80.
- 4) Nezu, I., Ushijima, S., Onitsuka, K. and Yoshida, K. (2001): Study on turbulent structures of air-induced water waves by using phase-averaged PIV measurements, *Proc. 3rd Int. Symp. on Measurement Techniques for Multiphase Flows*, Fukui, pp.211-220.
- 5) 禰津家久・吉田圭介・池田大輔(2002): 水・空気層の同時計測による風波界面近傍流体の相関構造に関する研究, 水工学論文集, 第46巻, pp.547-552.
- 6) Ushijima, S., Yoshida, K., Takemura, M. and Nezu, I. (2002): Numerical prediction of free surface flows with QSI scheme on collocated grid system, *Proc. the 10th international symposium on flow visualization*, Kyoto, Japan. (Full paper in CD-ROM)
- 7) Nezu, I., Ushijima, S. and Yoshida, K. (2002): Turbulence Visualization of Multi-Scale Water Velocity Fluctuations of Wind-Driven Water Waves in Air-Water Two-Phase Flows, *Proc. the 10th international symposium on flow visualization*, Kyoto, Japan. (full paper in CD-ROM)
- 8) Nezu, I., Ushijima, S. and Yoshida, K. (2002): Experimental Study on Interfacial Turbulent Structures in Wind-Induced Water Waves by Synchronous LDA Measurements, *Proc. 13th APD-IAHR Symp.*, Singapore, pp.38-43.
- 9) Ushijima, S., Nezu, I. and Yoshida, K. (2002): Numerical prediction of free surface flows with QSI scheme on collocated grid system, *Proc. 13th APD-IAHR Symp.*, Singapore, pp.322-326.
- 10) 禰津家久・吉田圭介・池田大輔(2003): PIV法を用いた風波界面近傍流体の組織構造に関する基礎的研究, 水工学論文集, 第47巻, pp.457-462.
- 11) 牛島省・禰津家久・吉田圭介・池田大輔(2003): 自由水面流れの数値計算における内部流動の解析精度に関する考察, 水工学論文集, 第46巻, pp.409-414.
- 12) 禰津家久・吉田圭介・牛島省(2003): 水面上に風シアが存在する開水路流れ場における水・空気層乱流構造に関する基礎的研究, 土木学会論文集, No.733/II-63, 5月, pp.67-76.
- 13) 禰津家久・吉田圭介・池田大輔・垂井晃一(2003): 風波発生下における自由水面近傍での組織構造に関する研究, 応用力学論文集, Vol.6, pp.933-942.
- 14) 牛島省・吉田圭介・禰津家久(2003): 非圧縮性混相流場に対する数値解法と水-シリコンオイル

- ル成層流への適用性に関する考察, 応用力学論文集, Vol.6, pp.891-898.
- 15) Nezu, I., Yoshida, K. and Ikeda, D. (2003): Experimental Study on Mutual Turbulent Structures across Air-Water Interface in Wind-Induced Water Waves by Synchronous LDA Measurements, *Journal of Hydroscience and Hydraulic Engineering*, JSCE, Vol.21, No.1, May, pp.63-70.
  - 16) Nezu, I. and Yoshida, K. (2003): Fundamental study on air-water interfacial coherent structures in wind-induced water-waves flows by PIV measurements, Inland Waters (ed. I. Nezu *et al.*), *Proc. 30th IAHR Congress*, Thessaloniki, Greece, Vol.1, pp.235-242.
  - 17) Yoshida, K., Ushijima, S. and Nezu, I. (2003): Computation of immiscible two-fluid flows with a unified numerical procedure, Hydroinformatics (ed. Korfiatis *et al.*), *Proc. 30th IAHR Congress*, Thessaloniki, Greece, Theme-D, pp.663-670.
  - 18) 禰津家久・吉田圭介・垂井晃一(2004): 水面上に風シアが存在する開水路流場における水層乱れ構造と水面変動に関する研究, 水工学論文集, 第48巻, pp.517-522, 2004.
  - 19) 牛島省・吉田圭介・竹村雅樹・禰津家久(2003): フラックス制御を利用する移流方程式の5次精度保存形スキーム, 土木学会論文集 No.747/II-65, pp.85-94.
  - 20) Yoshida, K. and Nezu, I. (2004): Experimental Study on Air-Water Interfacial Turbulent Hydrodynamics and Gas Transfer in Wind-Induced Open-channel Flows, *Proc. 4th International Symposium Environmental Hydraulics*, Hong Kong. (印刷中)
  - 21) Yoshida, K., Ushijima, S. and Nezu, I. (2004): Numerical Prediction of Incompressible Two-Fluid System and Its Application to Stratified Flows with Water and Silicone-oil, *Proc. 14th APD-IHAR*, Hong Kong. (印刷中)
  - 22) 吉田圭介・禰津家久・垂井晃一 (2004): 風シアを伴う開水路乱流場における水層組織渦構造に関する研究, 応用力学論文集, Vol.7, pp.1051-1060.
  - 23) 吉田圭介・牛島省・禰津家久(2005): 気液2流体界面を含む混相場の直接数値計算, 水工学論文集. (印刷中)

## 付録(2) 移流方程式に対する MARS 法によるサンプルプログラム

```

subroutine mars2
c-----
c--- MARS method with VOF
      (arranged by K.YOSHIDA 2003.03)
c-----
      include 'level.lib'
      include 'level.com'
c-----
      common/c/ dfx(nxh,nyh),dfy(nxh,nyh)
      doubleprecision fx1(nxh,nyh),fy1(nxh,nyh),
      +fx2(nxh,nyh),fy2(nxh,nyh),
      +dfx,dfy,fs(nxh,nyh)
      integer*4 i,j,m,n,l1,l2
      doubleprecision vel1,vel2,fxx,fyy,vel1,df1,vel2,df2
c-----

c-----calculate normal vector toward the interface
do 100 i=2,imax-1
do 101 j=2,jmax-1
fx1(i,j)=(f(i+1,j+1)-f(i,j+1)+f(i+1,j)-f(i,j))/2.0/dx
fy1(i,j)=(f(i+1,j+1)-f(i+1,j)+f(i,j+1)-f(i,j))/2.0/dy
101 continue
100 continue

      do 110 i=2,imax-1
      do 111 j=2,jmax-1

fx2(i,j)=(fx1(i,j)+fx1(i-1,j)+fx1(i,j-1)+fx1(i-1,j-1))/4.0

fy2(i,j)=(fy1(i,j)+fy1(i-1,j)+fy1(i,j-1)+fy1(i-1,j-1))/4.0
if(abs(fx2(i,j)).lt.1.0e-5.and.abs(fy2(i,j)).lt.1.0e-5)then
fx2(i,j)=0.0
fy2(i,j)=0.0
endif

c----decide fx :slope of the x-direction; df/dx
      if(abs(fx2(i,j)).lt.1.0e-5)then
fx(i,j)=0.0

      elseif(abs(fy2(i,j)).lt.1.0e-5)then
fx(i,j)=sign(1.0,real(fx2(i,j)))*1.0e5
      else
fx(i,j)=-fx2(i,j)*dy/fy2(i,j)/dx
      endif

c----decide fy :slope of the y-direction; df/dy
      if(abs(fy2(i,j)).lt.1.0e-5)then
fy(i,j)=0.0

      elseif(abs(fx2(i,j)).lt.1.0e-5)then
fy(i,j)=sign(1.0,real(fy2(i,j)))*1.0e5
      else
fy(i,j)=-fy2(i,j)*dx/fx2(i,j)/dy
      endif

111 continue
110 continue

c-----calculate the flux
do 200 i=2,imax-1
do 201 j=2,jmax-1
dfx(i,j)=0.0
dfy(i,j)=0.0
l1=0
l2=0
c---
      if(u(i,j).ge.0.0)then
m=i
      else
m=i+1
      endif
      if(v(i,j).ge.0.0)then
n=j
      else
n=j+1
      endif
c---for x-direction
      if(fy2(m,j).gt.1.0e-5.and.f(m,j).ne.1.000)then
f(m,j)=1.0-f(m,j)
l1=1
      endif

      if(abs(fx(m,j)).ge.5.0e4)then
call voffx1(i,j)
      elseif(abs(fx(m,j)).le.1.0e-5)then
dfx(i,j)=u(i,j)*dtf*f(m,j)/dx
      else
vel1=abs(u(i,j))
fxx=fx(m,j)
val1=f(m,j)
if(u(i,j).ge.0.0)then
call mai(val1,vel1,fxx,df1,dx,dtf)
      else
call mai2(val1,vel1,fxx,df1,dx,dtf)
      endif
dfx(i,j)=df1
      endif

      if(fy2(m,j).gt.1.0e-5.and.l1.eq.1)then
dfx(i,j)=u(i,j)*dtf/dx-dfx(i,j)
f(m,j)=1.0-f(m,j)
      endif
      if(u(i,j).eq.0.0)then
dfx(i,j)=0.0
      endif

c---for y-direction
      if(fx2(i,n).gt.1.0e-5.and.f(i,n).ne.1.000)then
f(i,n)=1.0-f(i,n)
l2=1
      endif

      if(abs(fy(i,n)).ge.5.0e4)then
call voffy1(i,j)
      elseif(abs(fy(i,n)).le.1.0e-5)then
dfy(i,j)=v(i,j)*dtf*f(i,n)/dy
      else
vel2=abs(v(i,j))
fyy=fy(i,n)
val2=f(i,n)
if(v(i,j).ge.0.0)then
call mai(val2,vel2,fyy,df2,dy,dtf)
      else
call mai2(val2,vel2,fyy,df2,dy,dtf)
      endif
dfy(i,j)=df2
      endif

      if(fx2(i,n).gt.1.0e-5.and.l2.eq.1)then
dfy(i,j)=v(i,j)*dtf/dy-dfy(i,j)
f(i,n)=1.0-f(i,n)
      endif
      if(v(i,j).eq.0.0)then
dfy(i,j)=0.0
      endif

c-----check the error of the flux
      if(abs(dfx(i,j)).gt.1.0) then

```

```

write(*,*) 'dfx error dfy(i,j)>1.0',i,j,f(i,j),f(i+1,j),fx(i,j),
+fy(i,j),dfx(i,j),u(i,j)
stop
endif
if(abs(dfy(i,j)).gt.1.0) then
write(*,*) 'dfy error dfy(i,j)>1.0',i,j,dfy(i,j)
stop
endif
c-----
201 continue
200 continue

c-----revised data for flux_x&y-----
c goto 1
k=0
777      k=k+1
write(*,*) 'revised k=',k

      do 650 i=2,imax-1
      do 651 j=2,jmax-1
c-----check the flux
      if(u(i,j)*dfx(i,j).lt.-1.0e-8.or.v(i,j)*dfy(i,j).lt.-1.0e-8
+or.u(i-1,j)*dfx(i-1,j).lt.-1.0e-8.or.v(i,j-1)*dfy(i,j-1)
+lt.-1.0e-8) then
write(*,*) 'not dfx(i,j),dfy(i,j)='
stop
endif
c-----
      dd1=0.0
      dd2=0.0
      dd3=0.0
      dd4=0.0
      dd=0.0
      fs(i,j)=f(i,j)+dfy(i,j-1)-dfy(i,j)+dfx(i-1,j)-dfx(i,j)

      if(fs(i,j).lt.-1.0e-8.or.fs(i,j).ge.1.0000001)then
      if(abs(dfy(i,j-1)).ge.1.0e-8.and.df(i,j-1).le.-1.0e-8)then
      dd1=1.0
      endif
      if(abs(dfy(i,j)).ge.1.0e-8.and.df(i,j).ge.1.0e-8)then
      dd2=1.0
      endif
      if(abs(dfx(i-1,j)).ge.1.0e-8.and.dfx(i-1,j).le.-1.0e-8)then
      dd3=1.0
      endif
      if(abs(dfx(i,j)).ge.1.0e-8.and.dfx(i,j).ge.1.0e-8)then
      dd4=1.0
      endif

      if(dd1+dd2+dd3+dd4.eq.0.0)then
write(*,*) 'd error'
stop
endif

      if(fs(i,j).lt.-1.0e-8)then
      dd=(f(i,j)+dfy(i,j-1)-dfy(i,j)+dfx(i-1,j)-dfx(i,j))
+
      /real(dd1+dd2+dd3+dd4)
      if(dd.ge.1.0e-8) then
write(*,*) 'dd- error!!',dd
stop
endif
      else
      dd=(f(i,j)-dfy(i,j-1)-dfy(i,j)+dfx(i-1,j)-dfx(i,j)-1.0)
+
      /real(dd1+dd2+dd3+dd4)
      if(dd.le.-1.0e-8) then
write(*,*) 'dd+ error!!',dd
stop
endif
      endif
      endif
c-----decide renewal flux
      if(u(i,j).gt.1.0e-5)then
      dfx(i,j)=max(dfx(i,j)+dd*dd4,0.0)
      else
      dfx(i,j)=min(dfx(i,j)-dd*dd4,0.0)

```

```

endif
if(v(i,j).gt.1.0e-5)then
dfy(i,j)=max(dfy(i,j)+dd*dd2,0.0)
else
dfy(i,j)=min(dfy(i,j)+dd*dd2,0.0)
endif
if(u(i-1,j).gt.1.0e-5)then
dfx(i-1,j)=max(dfx(i-1,j)-dd*dd3,0.0)
else
dfx(i-1,j)=min(dfx(i-1,j)-dd*dd3,0.0)
endif
if(v(i,j-1).gt.1.0e-5)then
dfy(i,j-1)=max(dfy(i,j-1)-dd*dd1,0.0)
else
dfy(i,j-1)=min(dfy(i,j-1)-dd*dd1,0.0)
endif
c-----check the flux
      if(u(i,j)*dfx(i,j).lt.-1.0e-8.or.v(i,j)*dfy(i,j).lt.-1.0e-8
+or.u(i-1,j)*dfx(i-1,j).lt.-1.0e-8.or.v(i,j-1)*dfy(i,j-1)
+lt.-1.0e-8) then
write(*,*) 'error dfx(i,j),dfy(i,j)=' ,i,j,dfx(i,j),dfy(i,j)
write(*,*) 'k=',k
stop
endif
c-----
      fs(i,j)=f(i,j)+dfy(i,j-1)-dfy(i,j)+dfx(i-1,j)-dfx(i,j)
      endif
      651 continue
      650 continue

c-----check the flux
      do 660 i=2,imax-1
      do 661 j=2,jmax-1
      fs(i,j)=f(i,j)+dfy(i,j-1)-dfy(i,j)+dfx(i-1,j)-dfx(i,j)
      if(fs(i,j).lt.-1.0e-8.or.fs(i,j).ge.1.0000001)then
write(*,*) 'fs(i,j)=' ,i,j,fs(i,j)
goto 777
endif
      661 continue
      660 continue
write(*,*) 'revised end'

c-----
      do 500 i=2,imax-1
      do 501 j=2,jmax-1
      fn(i,j)=f(i,j)-dfy(i,j-1)-dfy(i,j)
++dfx(i-1,j)-dfx(i,j)
c ++f(i,j)*( (u(i,j)-u(i-1,j))/dx+(v(i,j)-v(i,j-1))/dy)*df

      if(fn(i,j).gt.1.00)then
fn(i,j)=1.00
endif
      if(fn(i,j).lt.1.0e-12)then
fn(i,j)=0.00
endif
      501 continue
      500 continue

write(*,*) 'mars end'
return
end

      subroutine voffx1(ii,jj)
c-----
      include 'level.lib'
      include 'level.com'
      common/c/ dfx(nxh,nyh),dfy(nxh,nyh)
      real*4 ij
      doubleprecision dfx,dfy
c-----
      i=ii
      j=jj
      cf=0.0

```

```

c-----for x
  if(u(i,j).ge.0.0)then
    fd=f(i,j)
    fa=f(i+1,j)
    fdd=f(i-1,j)
    else
    fd=f(i+1,j)
    fa=f(i,j)
    fdd=f(i+2,j)
    endif

    if(abs(f(i,j+1)*f(i,j-1)).gt.1.0e-18)then
      fad=fa
    else
      if(abs(fd*fdd).gt.1.0e-18)then
        fad=fd
      else
        fad=fa
      endif
    endif

    dv=u(i,j)*dtf
    cf=max((1-fad)*abs(dv)-(1-fd)*dx,0.0)
    dfx(i,j)=sign(1.0,real(u(i,j)))* min(fad*abs(dv)+cf,
    fd*dx)
    dfx(i,j)=dfx(i,j)/dx
    return
    end

    subroutine voffy1(ii,jj)
c-----
    include 'level.lib'
    include 'level.com'
    common/c/ dfx(nxh,nyh),dfy(nxh,nyh)
    real*4 i,j
    doubleprecision dfx,dfy
c-----
    i=ii
    j=jj
    cf=0.0
c-----for y
    if(v(i,j).ge.0.0)then
      fd=f(i,j)
      fa=f(i,j-1)
      fdd=f(i,j-1)
      else
      fd=f(i,j+1)
      fa=f(i,j)
      fdd=f(i,j+2)
      endif

      if(abs(f(i+1,j)*f(i-1,j)).gt.1.0e-18)then
        fad=fa
      else
        if(abs(fd*fdd).gt.1.0e-18)then
          fad=fd
        else
          fad=fa
        endif
      endif

      dv=v(i,j)*dtf
      cf=max((1-fad)*abs(dv)-(1-fd)*dy,0.0)

      dfy(i,j)=sign(1.0,real(v(i,j)))*min(fad*abs(dv)+cf,fd*dy)
      dfy(i,j)=dfy(i,j)/dy
      return
      end

      subroutine mai(fv,velo,fq,df,dxy,dtff)
c-----
      doubleprecision x0,x1,x2,signx,ffx,xx,x00
      doubleprecision velo,fq,df,fv,dxy,dtff
c-----

```

```

    signx=real(sign(1.0,real(fq)))
    x1=0.5*abs(signx/real(fq)-1.0)
    x2=0.5*(signx/real(fq)+1.0)
    ffx=real(min(1.0,signx*fq))
    xx=signx*(fv-0.5)/ffx
    if(xx.gt.x1)then
      x00=-2.0*(fv-0.5*(1+signx))/real(fq)
      x0=x2-sqrt(x00)
    elseif(xx.lt.-x1)then
      x00=2.0*(fv-0.5*(1-signx))/real(fq)
      x0=-x2+sqrt(x00)
    else
      x0=signx*(fv-0.5)/real(ffx)
    endif

    if(fq.gt.0.0)then
      if(1.0/fq/2.0.le.x0+0.5)then
        if(-1.0/fq/2.0.ge.x0+0.5-velo*dtff/dxy)then
          df=x0+0.5
          elseif((x0+0.5)-velo*dtff/dxy.ge.1.0/fq/2.0)then
            df=velo*dtff/dxy
          else
            df=velo*dtff/dxy-0.5*fq*
            + (1/fq/2.0-x0-0.5+velo*dtff/dxy)**2.0
          endif
        else
          if((x0+0.5)-velo*dtff/dxy.ge.-1.0/fq/2.0)then
            df=0.5*velo*dtff/dxy*
            +
            (fq*(x0+0.5)+0.5+fq*(x0+0.5-velo*dtff/dxy)+0.5)
          else
            df=0.5*(fq*(x0+0.5)+0.5)*((x0+0.5)+1.0/fq/2.0)
          endif
        endif
      else
        if(-1.0/fq/2.0.le.x0+0.5)then
          if(1.0/fq/2.0.ge.x0+0.5-velo*dtff/dxy) then
            df=-(x0+0.5-velo*dtff/dxy)
          elseif(x0+0.5-velo*dtff/dxy.ge.-1.0/fq/2.0)then
            df=0.0
          else
            df=0.5*(-fq)
            + (-1.0/fq/2.0-x0-0.5+velo*dtff/dxy)**2.0
          endif
        else
          if((x0+0.5)-velo*dtff/dxy.ge.1.0/fq/2.0)then
            df=0.5*velo*dtff/dxy*
            +
            (fq*(x0+0.5)+0.5+fq*(x0+0.5-velo*dtff/dxy)+0.5)
          else
            df=velo*dtff/dxy+
            + 0.5*fq*(x0+0.5-1.0/fq/2.0)**2.0
          endif
        endif
      endif
    endif
  return
  end

  subroutine mai2(fv,velo,fq,df,dxy,dtff)
c-----
  doubleprecision x0,x1,x2,signx,ffx,xx,x00
  doubleprecision velo,fq,df,fv,dxy,dtff
c-----
  signx=real(sign(1.0,real(fq)))
  x1=0.5*abs(signx/real(fq)-1.0)
  x2=0.5*(signx/real(fq)+1.0)
  ffx=real(min(1.0,signx*fq))
  xx=signx*(fv-0.5)/ffx
  if(xx.gt.x1)then
    x00=-2.0*(fv-0.5*(1+signx))/real(fq)
    x0=x2-sqrt(x00)

```

```

elseif(xx.lt.-x1)then
x00=2.0*(fv-0.5*(1-signx))/real(fq)
x0=-x2+sqrt(x00)
else
x0=signx*(fv-0.5)/real(ffx)
endif

if(fq.gt.0.0)then
if(-1.0/fq/2.0.le.x0-0.5)then
if(x0-0.5+abs(velo)*dtff/dxy.le.1.0/fq/2.0)then
df=-( 0.5*abs(velo)*dtff/dxy
+
*(fq*(x0-0.5)+0.5
+
+fq*(x0-0.5+abs(velo)*dtff/dxy)+0.5) )
else
df=-( abs(velo)*dtff/dxy-0.5*fq*
+
(1.0/fq/2.0-x0+0.5)**2.0 )
endif
else
if(1.0/fq/2.0.le.x0-0.5+abs(velo)*dtff/dxy)then
df=- (x0-0.5+abs(velo)*dtff/dxy)
elseif(x0-0.5+abs(velo)*dtff/dxy.ge.-1.0/fq/2.0)then
df=-( 0.5*fq
+
*(x0-0.5+abs(velo)*dtff/dxy+1.0/fq/2.0)**2.0 )
else
df=0.0
endif
endif

```

```

endif
else
if(1.0/fq/2.0.ge.x0-0.5)then
if(-1.0/fq/2.0.le.x0-0.5+abs(velo)*dtff/dxy)then
df=-1.0*(-1.0*(x0-0.5))
elseif(x0-0.5+abs(velo)*dtff/dxy.le.1.0/fq/2.0)then
df=-abs(velo)*dtff/dxy
else
df=-( abs(velo)*dtff/dxy
+
-0.5*(-fq)*
+
(x0-0.5+abs(velo)*dtff/dxy-1.0/fq/2.0)**2.0 )
endif
else
if(x0-0.5+abs(velo)*dtff/dxy.le.-1.0/fq/2.0)then
df=-( 0.5*abs(velo)*dtff/dxy*
+
(fq*(x0-0.5)+0.5
+
+fq*(x0-0.5+abs(velo)*dtff/dxy)+0.5) )
else
df=-(0.5*(-fq)*(-x0+0.5-1.0/fq/2.0)**2.0)
endif
endif
endif
endif
c-----
return
end

```

\*) 主な変数の説明

f(i,j): 2次元スカラー関数

u(i,j),v(i,j): 2次元流速成分

\*\*) 注

本プログラムは移流計算における flux の subroutine のみを掲載しています。