（ 続紙 １ ）

京都大学	博士（工 学）	氏名	沖 野 真 也
論文題目	NONLINEAR TRAVELLING WAVE SOLUTIONS IN SQUARE DUCT FLOW （正方形ダクト内流れにおける非線形定常進行波解）		

（論文内容の要旨）

”層流から乱流への遷移はいかにして起こるか?” という問題は1883 年の Reynolds による円管内流れの実験観測以来、数多くの研究者によって取り組まれてきたものの、その完全な解明は未だになされていない。本論文では圧力勾配によって駆動される、正方形断面をもつダクト内の流れを研究対象としている。正方形ダクト内流れと円管内流れはいずれも周囲を固体壁によって囲まれた一方向流であり、その層流状態は常に線形安定、すなわち、任意の無限小擾乱に対して安定である。こうした重要な共通点をもつにも関わらず、正方形ダクト内流れに関する研究の件数は円管内流れに比べ圧倒的に少ない。本論文は正方形ダクト内流れに関する解析を通じて、乱流遷移における普遍的なメカニズムを明らかにすることを目的とし、実際に正方形ダクト内の流れにおける非線形定常進行波解を求めるための種々の手法を考案し、それによって得られた多様な非線形解の性質・振る舞いについてまとめたものであって、５章からなっている。

第１章は序論であり、研究の背景について言及している。すなわち、正方形ダクトや円管内の流れに代表されるような、任意のレイノルズ数（圧力勾配の大きさを表す）に対して線形安定である系における乱流遷移現象と非線形解との関わりについて説明し、非線形解を求める困難さと重要性について述べている。近年の研究によると、円管内流れや平面 Couette 流といった線形安定である流れにおける乱流遷移は有限振幅の擾乱が引き金となって起こり､位相空間において Navier-Stokes 方程式に対する複数個の不安定解 (定常解、定常進行波解、時間周期解など) の周りを不規則に巡回する状態こそが乱流であるのではないか、と考えられている。それゆえに Navier-Stokes 方程式の厳密な解を探し出すことは、乱流および乱流遷移を理解するうえでの第一歩として大変重要であり、これは線形安定性を共有する正方形ダクト内流れに関しても同様である。

第２章では，流体の内部発熱の強さ（グラスホフ数）をパラメータとするホモトピー法によって求められた非線形解について述べている。すなわち、鉛直に置かれた正方形ダクトの内部に一様発熱する流体が浮力と軸方向の圧力勾配により駆動される流れが無限小の擾乱に対して不安定になるという線形安定性解析の結果 (Uhlmann & Nagata, J. Fluid Mech. 212, 387-404, 2006) を拡張し、線形臨界点から分岐する非線形解を求めている。その後で、管軸方向の圧力勾配を表す Reynolds 数と熱源の強さに対応す Grashof 数を適切に変化させ、最終的に Reynolds 数を一定値に保ったまま Grashof 数を零に戻すことにより、圧力勾配によってのみ駆動される純粋な正方形ダクト内流れの定常進行波解へとホモトピー接続することに成功している。この非線形解の平均流は、向かいあう壁面近傍に位置する 4 つの大きな渦とダクト中心部の 4 つの小さな渦から成り、この流れの構造は乱流遷移領域において見られる流れ (Uhlmann et al., J. Fluid Mech. 588, 153-162, 2007) と類似していることを示している。また、得られた非線形解は saddle-node 分岐によって生じ、管摩擦係数に関して lower branch は層流状態に漸近する一方、upper branch は発達した乱流の実験データに近づくことを突き止めている。以上の結果は、発見された非線形解と正方形ダクト乱流との強い関連性を示すものである。

第３章では，第２章で得られた非線形解の線形安定性を解析し、その結果、解の対称性が破れることによって現れる二種類の分岐解について述べている。すなわち、第２章で得られた非線形解自身と同じ波長をもつ擾乱に対する非線形解の線形安定性を調べ、 その結果、この非線形解は saddle-node 分岐によって現れた直後から不安定であるということ示し、さらに，擾乱の成長率が零になる中立モードを手がかりとして二種類の非線形定常進行波解を新たに求めている。 これら二種類の非線形解は pitchfork 分岐により、もとの非線形解の鏡面対称性を破ることによって生じていると述べている。また、新たな二種類の非線形解のうちの一方の分岐解について、管摩擦係数、平均流量から定義される bulk Reynolds 数、平均流の運動エネルギーを計算し、数値実験結果と比較することで、この分岐解が edge state とよばれる層流状態と乱流状態の境界上に存在している位相空間における不変集合に属していると、主張している。

第４章では、正方形ダクト内の流体層に対して仮想的な体積力を導入することで誘起される縦渦の

京都大学	博士（工　学）	氏名	沖　野　　真　也

強さをパラメータとするホモトピー法を考案し、これにより新たに得られた多様な非線形解について報告している。この章で考案された手法は、導入する縦渦の構造をあらかじめ人工的に決定することができ、その結果として多様な解が得られるという点で強力である。

第５章は結論であり、本論文で得られた成果について要約している。本論文を通じて求められた正方形ダクトにおける総計１１種類の非線形解のいずれもが、既に求められている円管における解との対応付けがなされうることを示しており、断面形状の異なる二種類の流れが共通の機構により乱流へと遷移することを通して、普遍的な乱流遷移のメカニズムの解明の可能性を示唆している。さらに、今後の研究の展望として、正方形ダクト内流れにおける数多くの非線形定常進行波解が遷移領域よりも小さい Reynolds 数において出現し、自身の不安定性によってさらなる解の分岐を起こすことが明らかになったため、本論文で得られた非線形解の安定・不安定多様体、あるいは解同士のヘテロクリニック接続やホモクリニック接続を求めることにより、位相空間の構造をより正確に捉え、非線形力学系としての観点から乱流遷移に対する説明づけがなされることが望まれると締めくくっている。

（続紙 ２ ）

氏 名	沖 野 真 也

（論文審査の結果の要旨）

本論文は、軸方向の圧力勾配によって駆動される正方形ダクト内の流れにおける非線形定常進行波解を求めるための種々の手法を考案し、それによって得られた多様な非線形解の性質・振る舞いについての解析を通して、乱流遷移における普遍的なメカニズムを明らかにすることを目標に研究した成果についてまとめたものであり、得られた主な成果は次のとおりである。

１． 一様発熱する流体で満たされた正方形ダクトを鉛直に置き、浮力と軸方向の圧力勾配により駆動されるダクト内流れが無限小の擾乱に対して不安定になるという線形安定性解析の結果を用いて線形臨界点から分岐する非線形解を求めた。その後、管方向の圧力勾配と熱源の強さを適切に変化させることで、最終的に圧力勾配によってのみ駆動される純粋な正方形ダクト内流れの定常進行波解を得ることに成功した。

２． １．で得られた非線形解の線形安定性を解析した結果、この非線形解は saddle-node 分岐によって現れた直後から不安定であるということ、さらに，擾乱の成長率が零になる中立モードを手がかりとして二種類の非線形定常進行波解を新たに求めた。

３． ２．で求められた二種類の非線形解は pitchfork 分岐により、もとの非線形解の鏡面対称性を破ることによって生じ、それら二種類の非線形解のうちの一方の分岐解について、管摩擦係数、平均流量から定義される bulk Reynolds 数、平均流の運動エネルギーを計算し、数値実験結果と比較することで、この分岐解が edge state とよばれる層流状態と乱流状態の境界上に存在している位相空間における不変集合に属していることを主張した。

４． 正方形ダクト内の流体層内部に仮想的な体積力を導入し、その結果、誘起される縦渦の強さをパラメータとするホモトピー法を考案し、これにより多様な非線形解を新たに得ることに成功した。

本論文は、乱流遷移現象における基礎的な機構を明らかにする上での手掛かりを与え、学術上、実際上寄与するところが少なくない。よって、本論文は博士（工学）の学位論文として価値あるものと認める。また、平成２３年２月２１日、論文内容とそれに関連した事項について試問を行った結果、合格と認めた。