

氏名	栗 田 泰 生
学位の種類	博士 (人間・環境学)
学位記番号	人博第 223 号
学位授与の日付	平成 16 年 3 月 23 日
学位授与の要件	学位規則第 4 条第 1 項該当
研究科・専攻	人間・環境学研究科 人間・環境学専攻
学位論文題目	CFT description of three-dimensional Hawking-Page phase transition (3次元ホーキング・ページ相転移の共形場理論による記述について)

論文調査委員 (主査) 教授 富田博之 教授 宮本嘉久 助教授 阪上雅昭

### 論 文 内 容 の 要 旨

ブラックホールとは、古典論的には無限遠方の観測者にいかなる信号も送ることができない時空領域である。しかし、ブラックホールは量子効果を考慮すると、ホーキング輻射とよばれる輻射を放出することが知られている。これは、ブラックホールが温度などの熱力学的な性質をもつ存在であり、ブラックホールと同じ温度の熱浴の中で平衡状態が実現できることを意味する。この事実は、有限温度での時空の安定性を議論する場合に重要な意味をもつ。時空の性質を記述するアインシュタイン方程式を直接扱わなくても、熱力学的な議論から時空の安定性について、ある程度知ることが出来るのである。その典型的な例が、本学位申請論文で扱っているホーキング・ページ相転移である。負の宇宙項をもつAdS時空 (Anti de Sitter時空) に有限温度の輻射をみたと、ある温度以上では輻射が重力崩壊を起こしブラックホールが形成されることが、熱力学的な議論から予言されている。

このホーキング・ページ相転移の理論的基礎は、有限温度での重力場の経路積分を時空に対する統計力学的正準分布の分配関数と解釈することにある。ところが、重力場の量子理論は確立しておらず、重力場の経路積分を量子効果まで含めて評価することは、極めて困難である。したがって、これまでホーキング・ページ相転移については、準古典近似によって評価された分配関数でのみ議論されてきた。AdS時空、ブラックホール時空、それぞれの時空に対応する熱力学的状態は、準古典近似で評価された分配関数で記述されるが、2つの状態の遷移が起こる臨界温度近傍では準古典近似が破れている可能性が高く、より厳密な計算を行う必要があった。

本学位申請論文では、ホーキング・ページ相転移について厳密な議論を行うため、3次元での転移、すなわち3次元AdS時空とBTZ (Banados-Teitelboim-Zanelli) ブラックホールの間での転移に注目している。ところで、BTZブラックホールは、中心付近のブラックホール領域から充分離れると、AdS時空と区別がつかなくなる。このためBTZブラックホールと3次元AdS時空は、漸近的AdS時空という範疇にまとめられる。この3次元漸近的AdS時空には、以下の際だった特徴があることが知られている。

- (1) 局所的な重力場の物理的自由度が存在せず無限遠方の境界での自由度が物理的意味をもつ。
- (2) 漸近的対称性という重力場の量子ゆらぎまで含んだ、時空の境界での対称性が、2次元の共形対称性であるという事実が調べられている。このことは、3次元AdS時空を背景とする重力場の量子論が、2次元の共形場理論であることを強く示唆する。
- (3) 時空の無限遠方での境界は共形変換により2次元トーラスで記述される。

申請者は、これらの特徴から3次元漸近的AdS時空を記述する重力の量子論として、トーラス上の2次元共形場理論の現象論的モデルを構成した。

上の特徴から、3次元でのホーキング・ページ相転移は2次元共形場理論で記述されることはわかるが、実は2次元共形場理論には幾つかの種類があり、どれがこの相転移を特徴づける理論であるかはわかっていなかった。そこで本研究では、

それぞれのモデルについて2次元共形場理論の処方を用いて分配関数を計算した。それらの結果を、準古典近似による3次元ホーキング・ページ相転移の特徴である、低温でのAdS時空とBTZブラックホールのmass gapの存在およびその温度依存性に注目して、比較を行った。それらをもとに、自由フェルミオン共形場理論が最も適したモデルであることを結論づけた。さらに、このモデルが3次元AdS時空、BTZブラックホールをともに極限で含み、この2つの時空が共存し遷移が起こっている状況をも正しく記述できる、非常に優れたモデルであることも示している。

このモデルによる解析の結果、申請者は

- (1) 共形場理論のモジュラー不変性を要求すると、ホーキング・ページ相転移は相転移現象ではなく、滑らかに時空が変化する現象である。
  - (2) 3次元AdS時空とBTZ時空は、円錐特異点をもつ時空を通過して移りあう。
  - (3) また、モジュラー不変性を破ることにより2次元相転移が現われることが可能である。
- という、従来の準古典近似による時空の相転移の描像とは異なる新たな描像を提起している。

### 論文審査の結果の要旨

ブラックホール熱力学は、有限温度における時空の安定性について議論する有効な手段である。特に負の宇宙項を持つAdS (Anti de Sitter) 時空の場合にホーキング・ページ相転移と呼ばれる現象の存在が理論的に予言されている。この現象は量子重力的な現象と考えられるが、これまで準古典近似の枠組みを超えて具体的に議論されることはなかった。

申請者は本学位論文において、具体的に3次元ホーキング・ページ相転移を記述する量子論的モデルを、2次元共形場理論により構成している。申請論文の第1章では、本研究の動機付けと目的について述べている。第2章では、本研究の舞台となる3次元漸近的AdS時空の古典解について概説している。第3章では、準古典論を基礎としたブラックホール熱力学とホーキング・ページ相転移について解説している。第4章では、3次元AdS時空と共形場理論の関係について概観した後に、トーラス上の超対称共形場理論や自由フェルミオン共形場理論により、3次元ホーキング・ページ相転移を議論している。そして自由フェルミオン共形場理論が、3次元ホーキング・ページ相転移を記述するのに適していることを述べている。第5章では、自由フェルミオン共形場理論の古典極限を調べ、準古典近似の結果と比較し、第6章では結論と考察を述べている。さらにAppendixでは、3次元AdSブラックホールのエントロピーを共形場理論から導出するために必要なCardyの公式を導き、さらに、共形場理論の分配関数の解析に必要なテータ関数の性質についてまとめている。

本学位論文の優れた点は、量子重力的な現象としてホーキング・ページ相転移に着目し、初めてホーキング・ページ相転移に対する量子論的なモデルを提示した点にある。量子重力は数多くの試みでその困難さが知られているが、3次元AdS時空の場合には、他の時空に比べて比較的量子重力理論の性質が知られている。申請者はこの点に注目し、以下の3点を基礎にして研究を進めている。

- (1) 局所的な重力場の物理的自由度は存在せず、無限遠方での境界の自由度が物理的意味を持つ。
- (2) 漸近的対称性という重力場の量子ゆらぎまで含んだ、時空の境界での対称性が、2次元の共形対称性であるという事実が知られているが、これは3次元AdS時空を背景とする重力場の量子論が2次元の共形場理論であることを強く示唆している。
- (3) 時空の無限遠方での境界は共形変換により2次元トーラスで記述される。

以上のことから、申請者はトーラス上の共形場理論をモデルとして採用し、これまで重力場経路積分の準古典論で得られていた3次元AdS時空の熱力学的な振舞いが、どのように再現されるかを調べ、以下の新たな結論を導き出している。

- (1) 自由フェルミオンからなる共形場理論が、3次元漸近的AdS時空の熱力学的振舞いをよく記述する。
- (2) 共形場理論のモジュラー不変性を要求すると、ホーキング・ページ相転移と呼ばれている現象は相転移ではなく、滑らかに時空が変化する現象である。
- (3) 3次元AdS時空とBTZ (Banados-Teitelboim-Zanelli) 時空は、円錐特異点をもつ時空を通過して遷移し合う。
- (4) またモジュラー不変性を破ることにより、2次元相転移が現われることが可能である。

このように本学位申請論文に示された研究成果は、ホーキング・ページ相転移を共形場理論で記述するという、この分野

における先鞭をつけるものである。これは、量子重力の物理という未知の領域に前進するための一つの具体的試みでもある。さらに、共形場理論による記述を介してイジング模型などの物性系との対応をつけることにより、ブラックホール熱力学の新しい展開をも期待させるものである。

以上により本学位申請論文は、人間・環境学専攻自然環境論講座・自然構造基礎論分野にふさわしい内容を備えたものである。

よって本論文は博士（人間・環境学）の学位論文として価値あるものと認める。また、平成16年1月23日、論文内容とそれに関連した事項について試問を行った結果、合格と認めた。