

氏名	寺前 順之介
学位(専攻分野)	博士(理学)
学位記番号	理博第2578号
学位授与の日付	平成15年3月24日
学位授与の要件	学位規則第4条第1項該当
研究科・専攻	理学研究科物理学・宇宙物理学専攻
学位論文題目	確率的発火素子集団における有限素子数効果

論文調査委員 (主査) 教授 蔵本由紀 教授 吉川研一 助教授 篠本 滋

### 論文内容の要旨

本論文は、神経細胞のようなパルスの事象（発火とよぶ）から成る時系列を確率的に生成する素子の集団を理論的に扱い、それが示すダイナミクスについて詳細な考察を行ったものである。理論的関心の焦点は、集団の挙動、およびそれに支配される個別素子の挙動が集団のサイズ  $N$  に強く依存するという点にある。特に、系のサイズの変化とともに相転移に類似の転移現象を示すことが明らかとなった。培養心筋細胞の実験においても示されているこのような現象を理解するために、申請者は単純化された確率的数理モデルとそのさまざまな拡張を提案し、それらの理論的および数値的解析を行った。理論解析は適当に定義された巨視的秩序変数に対するマスター方程式に基づいている。そこで用いた主な近似は、 $N^{-1}$  展開による低次近似であるが、有限の  $N$  の効果を含むため、 $N$  の臨界値の存在など意味のある結果をあたえる。

まず、ある場を介して相互作用するポアソン発火素子集団を解析した。各素子には独立な白色ガウスのノイズがかかるとする。場の秩序変数が従うマスター方程式を近似することにより、その定常確率分布を求めた。その結果、分布の形状が  $N$  の変化とともに定性的に変化することが見出された。すなわち、十分大なる  $N$  では、分布は単一のピークをもつが、 $N$  を減少させると、ある臨界値以下で既存のピークに加えて、小さな値をもつ第二のピークが出現する。システムサイズは秩序変数に対する実効的なノイズ強度を制御するから、このような転移はいわゆる *noise-induced transition* の一種とも見ることができる。

個別素子の平均発火頻度は場の値によって直接的に決まる。したがって上のような結果は個別素子の発火頻度分布が系のサイズによって定性的に変化することを示しており、大集団では早い発火に対応する単一ピーク、小集団では早い発火と遅い発火に対応するダブルピークが見られるという先の実験結果とも整合する。

申請者はこの単純なモデルとその結果を出発点として、それらのさまざまな拡張、一般化を行った。具体的には、素子の発火が力学モデルによってあたえられる場合を考察した。その重要な具体例としては、神経発火のモデルとして広く知られている積分発火モデルがある。内部的なダイナミクスをもつこのような素子に対しては、その発火時系列は一般にポアソン過程に従わない。しかし、集団全体としてはポアソン過程が回復することが理論的に示された。集団のこのような統計的性質は、個別素子の発火ダイナミクスの詳細に依存しない結果であることも同時に示された。また、このように拡張された系では、あたえられた場の強度の下で個別素子の発火頻度の期待値は平衡値に有限時間で緩和するが、その緩和時間がノイズ強度に比例すること、また緩和時間の値が小さいことが目下の転移現象を生じる上できわめて重要であることが示された。また、モデルの拡張の一つとして、素子間結合が場によって介されるのではなく、直接的な大域結合によってあたえられる場合も考察された。結合はパルスの場合と異なり、デルタ関数的相互作用の場合と、その拡張としていわゆるアルファ関数的結合の場合が考察された。その結果、いずれの場合も適当な条件の下で、系は場を介した相互作用系と定性的に同一の挙動を示すことが明らかとなった。

以上の理論的結果は、モデル系の直接の数値シミュレーションによってもその妥当性が確認された。

モデルのさまざまな拡張、一般化によっても、このような転移現象が可能であることから、申請者は、本現象が発火素子集団に普遍的な現象であるとの結論に達した。

### 論文審査の結果の要旨

振動性、興奮性を示す多数の要素から成る集団のダイナミクスは、非線形科学における近年の最も興味あるテーマの一つであり、化学反応系、細胞集団、レーザー、神経ネットワークなど多くの現実の系と関係している。したがって、比較的単純な動的特性をもつ素子の集団モデルに関する多くの理論的研究がなされている。それらは高度な非線形系であるため理論的解析が一般に困難であり、したがって、個別素子のダイナミクスに加えて、いくつかの点で極度に単純化されたモデルに研究が集中している。単純化の第一点は、大域結合の仮定、すなわち、個々の素子が他のすべてと同一の強度で結合するという仮定である。第二点は、系のサイズ  $N$  が無限大の極限を仮定することである。

本論文においては、素子間に大域結合を仮定する点では従来のモデルを踏襲している。しかし、第二点、すなわち  $N$  の有限性をあらわに考慮し、それによって引き起こされる新しい現象のクラスに着目した点が高く評価される。統計物理学で扱われるマクロな系とは異なり、現実の動的素子集団の多くは限られた数の要素からなっており、場合によってはその有限性が系の重要な機能を担うという可能性は十分に考えられる。したがって、有限サイズ効果に着目した理論的研究は今後大いに発展するものと期待され、申請者の研究はその先鞭をつけるものと評価される。

有限サイズ効果を理論的に扱う場合、単一要素から出発するか  $N=\infty$  から出発するかの二つの可能性が考えられる。申請者は後者の立場をとり、物理量を微小パラメタ  $N^{-1}$  によって摂動的に取り扱う標準的方法を採用した。場の秩序変数に対するマスター方程式の導出、その Kramers-Moyal 展開、Fokker-Planck 近似等、申請者の用いた方法は通常的手法であるが、大なる  $N$  に対して妥当なこれらの近似を、必ずしも大ではない  $N$  に外挿することで転移現象を導き出したことは興味深い。

N. Cohen 達は、新生児ラットの培養心筋細胞の集団において、個々の細胞の発火頻度の統計を観察したが、本研究の動機の一つはこの実験にあり、ごく定性的ではあるが理論の結果は実験と整合している。すなわち、集団の構成要素数が大きければ個別細胞の発火頻度の分布は高頻度領域に単一のピークをもつのみであるが、ある臨界サイズ以下になると低頻度領域に別のピークが現れる、という実験の結果は本理論によっても支持されている。本研究が今後、類似の実験への刺激剤となることが期待される。

本理論の限界についても二つの点において指摘されなければならない。第一点は、大域的結合のモデルを用いた点である。このような系では、マクロな秩序変数を介して素子が相互作用するために平均場近似が成り立つことから簡明な理論が定式化でき、それは本研究が評価されるべきポイントの一つでもある。しかし、多くの現実系、たとえば上記の細胞集団においても、結合は大域的でなく局所的である。このような場合への拡張は今後の大きな課題である。第二点は、本研究において用いられたモデルによれば、素子の発火は互いに同期することができない。したがって、振動ないし興奮性素子集団においてしばしば見られる集団振動という現象は起こり得ない。このような集団現象の複雑性を回避する上ではモデルの選択は賢明であるが、それによってモデルの現実性が弱まっていることも指摘されなければならない。

上記の制約にもかかわらず、本研究の独創性と今後への期待されるインパクトは高く評価されるべきである。よって、本論文は、博士（理学）の学位論文として価値あるものと認める。なお、主論文および参考論文に報告されている研究業績を中心として、これらに関連した分野について諮問した結果、合格と認めた。