経済論叢（京都大学）第179巻第2号，2007年2月

消費外部性を伴う内生成長モデル：ノート*

塚　原　伸　也

I 序　論

Becker [1974] は，その冒頭で，Seneca の「人間は社会的動物である」という有名な言葉を引用している。現実において，経済主体は孤立しては存在し得ず，様々な依存関係の下に行動することは言うまでもない。本稿では，特に各経済主体の消費行動を通じた心理的な依存関係（**消費外部性：consumption externalities**）の存在に注目する。もちろん，「慈愛」や「嫉妬」等の心理的な消費外部性の存在は古典的な問題のひとつであり，目新しくはないが[1]，少なくともマクロ経済動学では，（次節で定義する意味での）心理的な消費外部性に関する問題が十分な関心を集めてきたとは言い難い。近年に至り，消費外部性を含む経済成長モデルが幾つか提出され始めているが，本稿もこれらに連なるものと位置づけられる。本稿では，経済主体間の心理的な消費外部性の存在が経済成長に与える影響について考察するため，微分ゲーム（differential game）の枠組みを用いたシンプルな内生成長モデルが提示される。本節では，先ず，幾つかの既存文献を列挙し，本稿との関連性および本稿のモデルの特徴を概説する。

本稿は，微分ゲームの枠組みを用いた内生成長モデルを提示するという点では，Tornell and Velasco [1992]，Tornell and Lane [1999]，Lindner and

＊　本稿は，第10回公共選択学会（2006年7月：於京都大学）における報告論文を加筆修正したものである。旧稿に対し，岑智偉氏（京都産業大学）から貴重なコメントを頂戴した。ここに記して感謝申し上げる。もちろん，本稿に残存し得る一切の過誤は，筆者の責任に帰される。

1)　例えば，Becker [1974] 及び，その引用文献を参照されたい。

Strulik [2006] 等と関連する。これらは，経済成長に対する財産権（property rights）の影響を中心に考察しており，確固たる財産権が存在しないとき（ある経済主体が他の経済主体の財産権を侵害できるとき），資本蓄積の誘因が弱まるために，経済成長が抑制されることを示した。ただし，これらの文献では，各経済主体の効用は自己消費（の絶対水準）のみから生じるとしている。ごく最近，Long and Sorger [2006] は，Tornell and Lane [1999] のモデルを拡張し，経済主体が自己消費だけでなく，私的に蓄積可能な資産（の絶対水準）からも効用を得るという富効果と私的資産の秘匿費用が存在する場合について考察している。Shibata [2002] も，モデルの解釈は異なるものの，Long and Sorger [2006] と本質的に同様のモデルを提示している。Shibata [2002] は，経済成長のエンジンたる公共資本が，経済主体の自発的投資により蓄積される微分ゲームモデルを考え，経済主体の採用する戦略の如何によっては，公共資本の限界生産性が逓減しないにも関らず経済成長が有限時間中に停止する可能性を指摘している。ただし，本稿のモデルは，消費外部性の存在を加味する点において，これらの拡張である。

大瀧 [1997] も述べる通り，これまでのマクロ経済動学では，消費外部性の存在は十分に扱われていないが，近年では，消費外部性を伴う経済成長モデルが積極的に提示され始めており，マクロ経済動学におけるホットな研究テーマのひとつと考えられる。Rausher [1997]，Grossmann [1998] 及び，Fisher and Hof [2000] 等は，自己の消費と社会の平均消費との比較から効用が生じるとして，社会的地位選好（status seeking）の経済成長への影響を考察している[2)]。ただし，彼等のモデルでは，選好が同質的である経済主体が十分多く存在することが想定され，経済主体間の戦略的な相互依存関係には，あまり注意は払われていない。

---

2) これらの他に，例えば，Futagami and Shibata [1998]，Ono [2001]，Long and Shimomura [2004] 等がある。ただし，これらの文献では，自己の保有資産残高と社会の平均資産残高との比較から効用が生じるとして，社会的地位選好をモデル化している。

戦略的な相互依存関係を明示的に記述しつつ，異質的（であり得る）経済主体を含む内生成長モデルを用いて消費外部性の持つ経済成長への含意を示した文献は，筆者の知る限り，大瀧［1997］と本稿のみである。大瀧［1997］は，人的資本生産性の異なる二つの社会階層より成る内生成長モデルを提示している。大瀧モデルでは，外生的な生産性上昇により経済成長は加速するが，社会的地位選好の存在ゆえ，社会厚生は逆に低下することが示される。すなわち，高い経済成長率と「実感される豊かさ」とが相反し得ることが示されており，非常に興味深い。

ただし，大瀧モデルにおいては，個別の経済主体が意思決定に際して参照する他の経済主体の行動（社会の平均消費水準）は，所与とされる。これとは異なり，本稿では，各経済主体は，参照する他主体の消費水準が将来的に変化することも考慮に入れて最適な消費行動を決定すると想定される。すなわち，各経済主体が利用可能な情報構造に関する想定が，大瀧モデルとは異なる。加えて，本稿における経済主体は，必ずしも社会的地位の追求のみに動機付けられるとは限らず，より現実的に，複数の経済主体間で異質的な選好を有することが許容される。

本稿では，微分ゲームの枠組みを用い，消費外部性を伴うシンプルな内生成長モデルを構築する。結果として，非協調均衡での経済成長率は，他主体の行う消費に対する経済主体の選好に依存して変化することが示される。すなわち，他主体に対する慈愛心（嫉妬心）の強さは，経済成長を加速（抑制）する要因となる。また，ある経済主体の僅かな嫉妬心が，他主体の選好に関わらず，経済成長率を大幅に低下させる可能性にも言及する。

本稿の構成は次の通りである。まず，第Ⅱ節は，二つの経済主体より成る基本モデルの記述に充てられる。第Ⅲ節では，Woo［2005］と同様の手法により[3]，前節のモデルの均衡を導出し，基本的な結果を提示する。第Ⅳ節では，

3) Woo［2005］は，政府内部の利害関係に起因して発生する財政赤字の経済成長に対する影響について考察している。Woo［2005］と本稿では，取り扱われる主題は異なるが，非協調解（マ↗

二主体を前提とした第Ⅱ節のモデルが，比較的容易に$n(\geq 3)$主体の場合へと拡張できることを示す。第Ⅴ節は結語である。補遺では，技術的な詳細を纏める。

II 基本モデル

時間は連続的であり，$t \in [0, \infty]$ で表す。本節では，経済主体の数は2であるとし（後に一般化される），下添字 $i \in \{1, 2\}$ でインデックスされる。標準的な経済成長理論の文献と同様に，経済主体は無限期間にわたり生存すると想定する。c_{it} は，第t時点での経済主体iの消費を表す。本稿では，消費外部性が存在する状況を想定するため，経済主体iの第t時点での実効消費は，乗法的（multiplicative）に，

$$c_{it} \cdot (c_{ji})^{\lambda_i}, \qquad i, j \in \{1, 2\}, \ i \neq j,$$

で与えられるとする[4)]。ここで，λ_i は経済主体iの心理的選好を表すパラメータであり，時間を通じて一定である。また，$\lambda_i \in (-1, 1)$, $(\lambda_1, \lambda_2) \neq (0, 0)$ とする。$\lambda_i > 0$ のとき，経済主体iは，経済主体$j(\neq i)$に対して**慈愛的**であり，$\lambda_i < 0$ のとき，経済主体iは，経済主体$j(\neq i)$に対して**嫉妬的**である（または，**社会的地位選好**が存在する）と呼ぶ。また，$|\lambda_i|$ の大きさを以って，ある経済主体が他の経済主体に抱く，慈愛心（嫉妬心）の程度が測られる。つまり，λ_i の値が1に近い（-1に近い）ほど，強い慈愛心（強い嫉妬心）を意味する。

なお，既存文献の多くが，同質的な経済主体を前提として対称均衡を導出するのに対し，本稿では，$\lambda_1 \neq \lambda_2$ の可能性を必ずしも排除しない。つまり，経済主体の選好は異質的であり得る。ここでは，一般性を失うことなく，$\lambda_1 \geq \lambda_2$ とする。

本稿では，各時点における双方の経済主体の瞬時的効用関数を次に特定化す

↘ルコフ完全均衡）の導出に際して，共通の手法が用いられる。

4） 本稿の消費外部性の定式化は，大瀧［1997］や Grossmann［1998］のそれに倣うものであり，特異ではない。

る[5)]：

$$u_i[c_i(c_j)^{\lambda_i}]\equiv\log[c_i(c_j)^{\lambda_i}]=\log c_i+\lambda_i\log c_j.$$

よって，各経済主体の通時的効用関数は,

$$U_i\equiv\int_0^{\infty}u_i[c_i(c_j)^{\lambda_i}]e^{-\delta t}dt=\int_0^{\infty}[\log c_i+\lambda_i\log c_j]e^{-\delta t}dt, \quad (1)$$

となる。ただし，$\delta>0$ は主観的割引率を表し，その値は双方の経済主体に共通であると仮定する。

次に，第 t 時点における，いわゆる「広義資本」(以下，資本）を k_t で表す。資本 k の動学は，Lindner and Strulik [2006] や Shibata [2002] 等と同様に,

$$\dot{k}\equiv\frac{dk_t}{dt}=Ak-c_1-c_2, \quad (2)$$

に従うとする[6)]。なお，大瀧 [1997] や Lindner and Strulik [2006] 等と同様に，生産関数には Ak 技術が仮定されている。資本減耗は存在しないとするが，正の資本減耗を考えても，結果に本質的な変更はない。k の初期値は k_0 である。生産性 A は時間を通じ一定である。

以上の設定によれば，各経済主体は共通の動学的制約(2)に服し，通時的効用関数(1)は自らの消費経路のみならず，他主体の消費経路にも依存する。つまり，本稿のモデルは，典型的な微分ゲームを構成する。微分ゲームでは，経済主体の利用可能な情報構造に応じて様々な戦略が定義される。本稿では，操作変数である各時点の消費 c_i を当該時点の状態変数（資本）k の水準のみを利用して決定する，（定常）**マルコフ戦略**（[stationary] Markovian strategy）を想定する。よって，各々の経済主体は，資本の動学(2)に服し，他の経済主体がマルコフ戦略に基づいて行動することを考慮しつつ，自らの通時的効用関数(1)を最大化する様に戦略的に消費を決定することになる。

5) これ以降は，混乱の生じない限り，時間を表す下添字 t の表記を省略する。

6) すなわち，本稿では財産権が不明確（insecure）であることが想定される。Shibata [2002] と同様に，k_t を（私的投資により蓄積される）公共資本と捉えても良い。

III　均衡の導出：結果と考察

本節では，Woo [2005] と同様の手続きに従い，本稿のゲームモデルの非協調均衡を導出する。使用する解概念は，**マルコフ完全均衡**（Markov perfect equilibrium）である[7]。既存文献の多くに倣い，本稿でも，線形マルコフ戦略のみを考える。すなわち，各時点の消費は，状態変数である資本 k の当該時点での値のみに依存し，次の通り書かれるとする：

$$c_1=\theta_1 k, \tag{3}$$

$$c_2=\theta_2 k, \tag{4}$$

ここで，$\theta_1, \theta_2>0$ は未定係数である。

新たに，$\kappa\equiv\log k$ と定義する。式(3)(4)の下で，各経済主体の通時的効用関数(1)及び，資本の動学(2)は，それぞれ，次の様に書き直される：

$$U_i=\int_0^\infty\{\log\theta_i+\lambda_i\log\theta_j+(1+\lambda_i)\kappa\}e^{-\delta t}dt,\quad i,j\in\{1,2\},\quad i\neq j, \tag{5}$$

$$\dot{\kappa}=A-(\theta_1+\theta_2). \tag{6}$$

ゆえに，経済主体 i が直面する動学的最適化問題は，他の経済主体 j の戦略 θ_j，及び κ_0 を所与の初期値とする $\kappa(\equiv\log k)$ の動学(6)の制約の下で，自らの通時的効用関数(5)を最大化する θ_i を定めることになる。

補遺において導出される通り，経済主体 i の均衡マルコフ戦略は，

$$c_i=\frac{\delta}{1+\lambda_i}k, \tag{7}$$

と導かれる[8]。上式より，明らかに，経済主体の均衡マルコフ戦略は消費外部性の存在に依存する。解釈のために，一旦，上式を書き直すと，

7)　ここでは，マルコフ完全均衡の厳密な定義は述べない。詳細は，例えば，Dockner et al. [2000] の第4章を参照されたい。粗く言えば，マルコフ完全均衡とは，全ての可能な状態変数の値に対して，全主体のマルコフ戦略が互いに最適反応となっている状態のことである。

8)　本稿では，$\lambda_1\neq\lambda_2$ の可能性を排除しないので，均衡戦略は双方の主体で異なり得る。

$$\frac{c_i}{k}=\delta+\left[-\frac{\lambda_i}{1+\lambda_i}\right]\delta\equiv\delta+\chi_i\,\delta,$$

となる。上式の最右辺第二項が消費外部性の存在（$\lambda_i\neq 0 \Leftrightarrow \chi_i\neq 0$）により出現する項である。他の経済主体に対して慈愛的ならば，右辺第二項は負となり（$\lambda_i>0 \Leftrightarrow \chi_i<0$），自らの消費は低く抑えられる。一方，他の経済主体に対して，嫉妬的ならば，右辺第二項は正となり（$\lambda_i<0 \Leftrightarrow \chi_i>0$），消費外部性により誘発される追加的な消費（**顕示的消費**（conspicuous consumption），または，**見せびらかしの消費**）と解釈される。ここで，他主体への嫉妬が強い（λ_i が -1 に近い）ほど，追加的な消費 χ_i は大きくなることも示せる。

式(2)(7)より，マルコフ完全均衡における経済成長率 γ は，

$$\gamma=A-\frac{\lambda_1+\lambda_2+2}{(1+\lambda_1)(1+\lambda_2)}\delta, \tag{8}$$

となる。もちろん，資本の時間的な挙動は，$k=k_0e^{\gamma t}$ で与えられる。既述の通り，もし，他の経済主体への慈愛心（嫉妬心）が強ければ，経済成長率 γ はより高くなる（低くなる）ことが，容易に確認される[9]。また，比較の対象として，消費外部性が全く存在しない場合（$\lambda_1=\lambda_2=0$）を考えると[10]，経済成長率は，$\hat{\gamma}\equiv A-2\delta$ である。

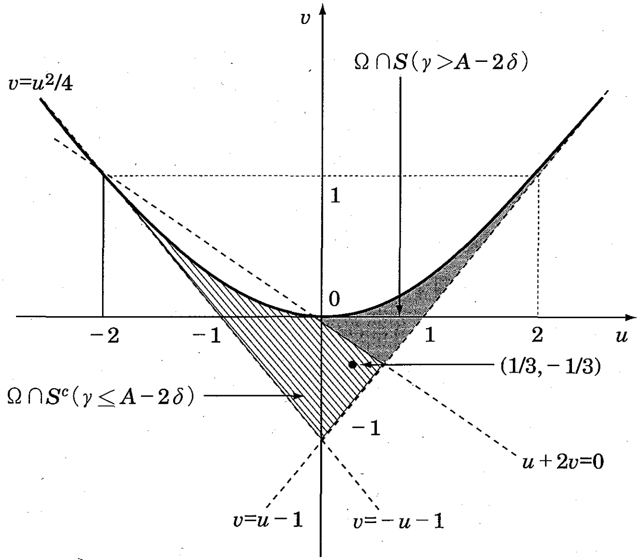
ここで，γ と $\hat{\gamma}$ の比較を分かりやすく行うために，$u\equiv\lambda_1+\lambda_2$, $v\equiv\lambda_1\cdot\lambda_2$ と定義すれば，式(8)の経済成長率 γ は，$\gamma=A-\dfrac{u+2}{u+v+1}\delta$ と表される。よって，明らかに，

$$\gamma\gtreqless\hat{\gamma}\Leftrightarrow(u+2v)(u+v+1)\gtreqless 0\ \text{（複合同順）}, \tag{9}$$

9) 本稿では，瞬時的効用関数を自然対数型に特定化したことを思い出されたい。大瀧［1997］では，経済主体の瞬時的効用関数が自然対数型（相対的危険回避度が1で一定となる特殊ケース）で表されるとき，消費外部性の存在は，モデルの帰結に何ら影響しないことが示される。事実，結果の導出に際して，彼は相対的危険回避度が1より大であると仮定している。これと本稿における結果との差異は，序論で述べた通り，意思決定に際して各経済主体が利用可能な情報構造に関する想定の違いに起因して生じる。

10) 以下の叙述で，$\lambda_1=\lambda_2=0$ の場合を経済主体が純粋に利己的と表現することがある。このとき，本稿のモデルは，Lindner and Strulik［2006］のそれに帰着される。

第1図



注：各集合は実線上の点を含むが，点線上の点，原点および $(u, v)=(\pm 2, 1)$ は含まない。ただし，$\Omega\cap S^c$ は，$v=-(1/2)u$ 上の点を含む。

である。

ところで，λ_1，λ_2 は，二次方程式 $x^2-ux+v=0$ の2つの実数解と見なせる。λ_1，λ_2 は実数であり，$\lambda_1, \lambda_2\in(-1, 1)$ であるので，(u, v) に関して，次の3つの条件，

$$v\leq\frac{u^2}{4},\ v>u-1,\ v>-u-1, \tag{10}$$

が同時に満たされる必要がある[11]。最後の不等式によれば，式(9)は，

$$\gamma\gtreqless\hat{\gamma}\Leftrightarrow u+2v\gtreqless 0\ \text{（複合同順）}, \tag{11}$$

と改められる。

ここで，式(10)の不等式により表される領域を Ω とする。すなわち，

11)　補遺を参照されたい。

$$\Omega \equiv \left\{(u,\ v) \mid v \leq \frac{u^2}{4},\ v > u-1,\ v > -u-1\right\},$$

である。更に，集合 $S \equiv \{(u,\ v) \mid u+2v>0\}$ を定義し，S^c を集合 S の補集合とする。$\Omega \cap S$ 及び $\Omega \cap S^c$ が表す領域は，先の第1図に示す通りである。

式(10)(11)より，もし $(u,\ v) \in \Omega \cap S$ ならば，消費外部性が存在する下での経済成長率 γ は，経済主体が純粋に利己的な場合の経済成長率 $\hat{\gamma}$ を上回る。つまり，$\gamma > A-2\delta$ である。第1図を見よ。もし，$A \geq 2\delta$ ならば，$\gamma > 0$ となり，持続的な経済成長が実現する。

一方，第1図において，$(u,\ v) \in \Omega \cap S^c$ ならば，消費外部性が存在する下での経済成長率 γ は，経済主体が純粋に利己的な場合の経済成長率 $\hat{\gamma}$ を上回ることはない。すなわち，$\gamma \leq A-2\delta$ である。よって，$A \cong 2\delta$ ならば，経済成長率 γ は負値を取り，次第に経済は縮小するかもしれない。いま，全ての経済主体が嫉妬的である場合（$\lambda_1<0,\ \lambda_2<0$）を考えると，$u<0,\ v>0$ ゆえ，$(u,\ v) \in \Omega \cap S^c$ である[12)]。これは，互いに嫉妬し合うために，双方の主体が消費を大きく増加させて張り合い（emulate）を行う結果，資本蓄積が抑制されて経済成長が減速することを意味する。

ところで，第1図において，経済主体1は経済主体2に対して慈愛的（$\lambda_1>0$）であるが，経済主体2は経済主体1に対して嫉妬的（$\lambda_2<0$）である場合（$v=\lambda_1 \cdot \lambda_2<0$）には，嫉妬の度合いが比較的小さい場合ですら（$u>0 \Leftrightarrow \lambda_1>|\lambda_2|$），$(u,\ v) \in \Omega \cap S^c$ となる $(u,\ v)$ が存在することに注意せよ。すなわち，慈愛的な経済主体（$\lambda_1>0$）と嫉妬的な経済主体（$\lambda_2<0$）から混成される経済の成長率は，純粋に利己的な主体のみが存在している場合（$\lambda_1=\lambda_2=0$）のそれ

12) これは第1図から直ちに判明するが，形式的には次の通り証明される：まず，$\lambda_1,\ \lambda_2 \in (-1,\ 1)$ ゆえ，$(u,\ v) \in \Omega$ は明らか。よって，

$$v \leq \frac{u^2}{4} \Leftrightarrow (u+2\sqrt{v})(u-2\sqrt{v}) \geq 0,$$

が成り立つ。$\lambda_1,\ \lambda_2<0$ のとき，$u<0,\ v>0$ より $u-2\sqrt{v}<0$ である。ゆえに，上の不等式から，$u+2\sqrt{v} \leq 0$ である必要がある。$\sqrt{v}>v(\because v<1)$ なので，$u+2v<u+2\sqrt{v} \leq 0$ である。すなわち，$(u,\ v) \in S^c$ である。以上より，$u<0,\ v>0$ なる任意のペア $(u,\ v)$ について，$(u,\ v) \in \Omega \Rightarrow (u,\ v) \in S^c$ となるので，$(u,\ v) \in \Omega \cap S^c$ である。

よりも悪化する可能性がある[13]。換言すれば，$\gamma<\hat{\gamma}$ であっても，「慈愛的な経済主体が存在しない」とは，必ずしも言い切れない。

纏めれば，両主体が嫉妬的であるとき（$\lambda_1<0$, $\lambda_2<0$）は勿論だが，どちらか一方の経済主体が嫉妬的でありさえすれば，持続的な経済成長が実現し難くなると言える。

最後に，マルコフ完全均衡における経済主体 i の生涯厚生は，

$$V_i(\lambda_i,\ \lambda_j)=\frac{1}{\delta}\left\{\log\left[\frac{\delta}{1+\lambda_i}k_0\right]+\lambda_i\log\left[\frac{\delta}{1+\lambda_j}k_0\right]+\frac{(1+\lambda_i)\gamma}{\delta}\right\},$$

となる。経済成長率 γ が高い（低い）ほど，経済主体の生涯厚生も高く（低く）なることは容易に確認できる。また，他の経済主体 j が慈愛（嫉妬）的であれば，（自らの選好に関わりなく）経済主体 i の生涯厚生 V_i は改善（悪化）することも，次の通り示される：

$$\begin{aligned}V_i(\lambda_i,\ \lambda_j)-V_i(\lambda_i,\ 0)&=\frac{1}{\delta}\left\{\lambda_i\log\left[\frac{1}{1+\lambda_i}\right]+\frac{\lambda_i(1+\lambda_i)}{1+\lambda_j}\right\}\\&\equiv\frac{1}{\delta}\cdot f(\lambda_j),\end{aligned}$$

であり，$f(\lambda_j)$ について，$\dfrac{df(\lambda_j)}{d\lambda_j}=(1-\lambda_i\lambda_j)(1+\lambda_j)^{-2}>0(\because\ \lambda_i,\ \lambda_j\in(-1,\ 1))$，かつ $f(0)=0$ だから，$\forall\lambda_i\in(-1,\ 1)$ に対して，

$$V_i(\lambda_i,\ \lambda_j)\gtreqless V_i(\lambda_i,\ 0)\Leftrightarrow\lambda_j\gtreqless 0\ （複合同順）.$$

IV　多主体 ($n\geq3$) への拡張

前節の二主体を前提とするモデルは，ある種の想定の下で，容易に $n\geq3$ 主体の場合に拡張される。いま，経済主体 $i\in\{1,\ 2,\ ...,\ n\}$ の瞬時的効用関数が，

$$u_i=u_i[c_i\cdot(\tilde{c}_{-i})^{\lambda_i}],\tag{12}$$

で与えられ，選好パラメータ λ_i は同時にはゼロにならないとする。さらに，

---

13)　例えば，$\lambda_1=\dfrac{1+\sqrt{13}}{6}>0$, $\lambda_2=\dfrac{1-\sqrt{13}}{6}<0$ ならば，$u=\lambda_1+\lambda_2=\dfrac{1}{3}$, $v=\lambda_1\lambda_2=-\dfrac{1}{3}$ ゆえ（第1図も見よ），$\gamma=A-\dfrac{7}{3}\delta(<A-2\delta)$ である。

$\tilde{c}_{-i}$は，i以外の経済主体の平均的な消費水準を表し，彼(女)等の消費の幾何平均，

$$\tilde{c}_{-i}\equiv[\prod_{j\neq i}c_j]^{\frac{1}{n-1}},$$

で与えられるとする。

前節に引き続き，瞬時的効用関数u_iが自然対数型であると仮定すれば，式(12)は，

$$u_i=\log c_i+\frac{\lambda_i}{n-1}\sum_{j\neq i}\log c_j, \tag{13}$$

となる。経済主体の数がnのとき，資本kの動学は，

$$\dot{k}=Ak-\sum_{i=1}^{n}c_i, \tag{14}$$

である。

ここでも，線形マルコフ戦略のみを考え，各時点の消費は状態変数kの当該時点での値のみに依存し，次の様に書けるものとする：

$$c_i=\theta_i k, \qquad i\in\{1, 2, \ldots, n\}.$$

ただし，θ_iは未定係数である。前節と同様に，$\kappa\equiv\log k$ である。

各経済主体の瞬時的効用関数(13)および，資本の動学(14)は，それぞれ，次の様に書き直される：

$$u_i=\log\theta_i+\frac{\lambda_i}{n-1}\sum_{j\neq i}\log\theta_j+(1+\lambda_i)\kappa, \tag{15}$$

$$\dot{\kappa}=A-\sum_{i=1}^{n}\theta_i. \tag{16}$$

したがって，経済主体iが直面する動学的最適化問題とは，他の経済主体jの戦略θ_j，及び，κ_0を所与の初期値とする$\kappa(\equiv\log k)$に関する動学(16)の制約の下で，式(15)を用いた自らの通時的効用関数，

$$U_i=\int_0^{\infty}\left\{\log\theta_i+\frac{\lambda_i}{n-1}\sum_{j\neq i}\log\theta_j+(1+\lambda_i)\kappa\right\}e^{-\delta t}dt,$$

を最大化するθ_iを定めることになる。

補遺で示される様に，経済主体 i の均衡マルコフ戦略は，

$$c_i=\frac{\delta}{1+\lambda_i}k,$$

と導かれる。すなわち，ある種の妥当な想定の下で，前節の結果は保存される。よって，経済成長率 γ は，

$$\gamma=A-\sum_{i=1}^{n}\frac{\delta}{1+\lambda_i},$$

となる。明らかに，他主体の行う消費に対する経済主体の選好の分布 $\{\lambda_i\}_{i=1}^{n}$ に依存して，経済成長率 γ は，様々な値を取り得る。ちなみに，消費外部性が存在しない（$\lambda_i=0,\ \forall i$）ときには，均衡マルコフ戦略は，$c_i=\delta k$ となり，経済成長率は，$\hat{\gamma}=A-n\delta$ となる[14)]。

すべての経済主体が同質的（$\lambda_i=\lambda\neq 0,\ \forall i$）な選好を有するならば，経済成長率 γ は，$\gamma=A-\dfrac{n\delta}{1+\lambda}$ となる。よって，$A\geq n\delta$ のとき，

$$\lambda^*\equiv -1+\frac{n\delta}{A}\in(-1,\ 0],$$

なる閾値 λ^* が存在し，$\lambda<\lambda^*\leq 0$ であるほど嫉妬心が強ければ，経済成長率 γ は，生産性 A が $A\geq n\delta$ を満たすほど大きいときでも負値となり，持続的な経済成長は実現しない。

V 結論的覚書

本稿では，経済主体間に存在する心理的な消費外部性が経済成長率に及ぼす影響について，シンプルな内生成長モデルを構築して分析を行った。結果として，非協調解（マルコフ完全均衡）では，経済成長率は，他主体の行う消費に対する経済主体の選好に依存して変化する。また，二主体を想定した基本モデルでは，他の経済主体がいかなる選好を有するにせよ，他主体への慈愛心（嫉

14) これは，Linder and Strulik [2006] の Theorem 3.1 で，資本減耗をゼロとしたケースに相当する。

妬心）の強さは，経済成長の加速（抑制）要因となる。特に，ある経済主体が慈愛的な選好を持つとしても，別の経済主体が（僅かにでも）嫉妬的でありさえすれば，持続的な経済成長の可能性は大きく減殺され，（慈愛的でも嫉妬的でもない）純粋に利己的な経済主体のみから成る経済よりも経済成長率は低下し得ることが示された。

最後に，試論の域を出ないが，本稿のモデルの代替的な解釈について書き留めておく。それは，国内紛争と経済成長のモデルとしての解釈である。例えば，国内紛争により財産権を執行する統一的な権威が失われた状況を想定する[15]。上述のモデルにおける経済主体を，何らかの理由で対立する集団と考える。c_i を集団 i の軍事支出と解釈すると[16]，$\lambda_i<0$ により，集団 i が他集団から軍事的な脅威を被る状況が表現される。第Ⅳ節の結果によると，対立する集団数 n が小さくとも，$\lambda<\lambda^*\leq 0$ を満たすほど，強い軍事的脅威が存在すれば，軍事支出の増加（軍拡）により，一国の経済成長率は負値となる。その結果，生産は停滞し，紛争に投入できる資源（軍事支出）が次第に減少するので，強い軍事的緊張を伴う紛争状態は，やがては紛争自体の継続を困難にするという含意を得る[17]。

本稿を閉じるにあたり，残された課題を指摘する。まず，本稿では，経済主体の戦略のクラスを線形マルコフ戦略に限定している。この想定を緩め，非線形戦略を許した場合の考察が残されている。また，本稿では，明示的な解を導出するために，瞬時的効用関数を自然対数型に特定化した。しかし，この特定化により，分析が単純化され過ぎているかもしれない。より一般的な効用関数に改めた場合の考察は，今後の課題として残されている。

15） 現実の事例としては，ソマリア（Somalia）の国内紛争がある。ソマリアでは，1991年に内戦が勃発して以来，現在まで対立する氏族間の抗争が続いており，全土を実効的に支配する統一政府は存在しない。日本国外務省：http://www.mofa.go.jp/mofaj/area/somali/data.html による。

16） 例えば，c_i を兵器の集合的消費と解釈されたい。また，私的消費はないものとしている。

17） 軍拡競争が経済成長に与える影響を動学的に分析したモデルは，あまり存在しない。例外的に，Ihori [2004] は，本稿とは異なるモデルを用いて，同様の結果を示している。

VI 補　　遺

1 補 遺（A）

ここでは，一般的な第Ⅳ節の設定において，マルコフ完全均衡の導出を行う。経済主体 i の現在価値ハミルトニアンを次の通り定める：

$$H_i \equiv \log\theta_i + \frac{\lambda_i}{n-1}\sum_{j\neq i}\log\theta_j + (1+\lambda_i)\kappa + \xi_{it}[A - \textstyle\sum_{i=1}^{n}\theta_i].$$

ここで，ξ_{it} は状態変数 κ の制約式に係る共役変数である。最適化の1階条件は，

$$\frac{e^{-\delta t}}{\theta_i} = \xi_{it}, \tag{17}$$

$$\dot{\xi}_{it} \equiv \frac{d\xi_{it}}{dt} = -(1+\lambda_i)e^{-\delta t}, \tag{18}$$

となる。また，横断条件として，$\lim_{t\to\infty}\xi_{it}=0$ を課す（Woo [2005]）。この横断条件の下で，ξ_{it} についての微分方程式(18)を解けば，

$$\xi_{it} = \frac{(1+\lambda_i)e^{-\delta t}}{\delta},$$

となる。これを，式(17)に代入して，θ_i について解けば，

$$\theta_i = \frac{\delta}{1+\lambda_i},$$

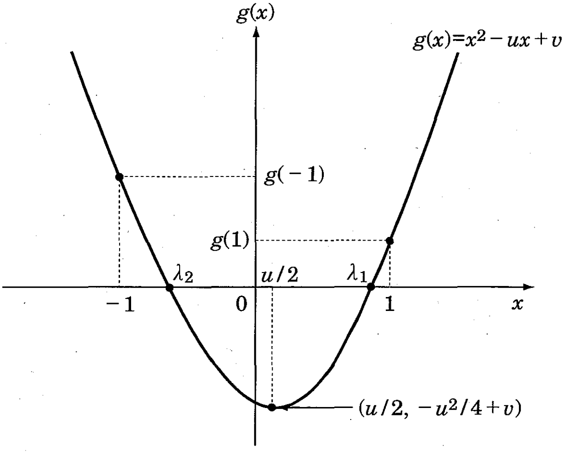
である。明らかに，これは主体数 n に依存しない。すなわち，第Ⅱ節（二主体）と第Ⅳ節（$n\geq 3$ 主体）における均衡戦略は同一である[18]。

2 補 遺（B）

ここでは，本文中の条件(10)の導出を行う。既に述べた様に，$u=\lambda_1+\lambda_2$，$v=\lambda_1\lambda_2$ と定義すれば，λ_1, $\lambda_2(\leq\lambda_1)$ は，二次方程式 $g(x)\equiv x^2-ux+v=0$ の

18) ただし，これは，経済主体の瞬時的効用関数が自然対数型との想定に依存している。

第2図



解である。λ_1, λ_2が，$g(x)=0$ の実数解であり，かつ $\lambda_1, \lambda_2 \in (-1, 1)$ であるためには，第2図からも明らかな様に，

$$\begin{cases} g(u/2) = -(u^2/4) + v \leq 0 \Leftrightarrow v \leq u^2/4, \\ g(-1) = u + v + 1 > 0 \Leftrightarrow v > -u - 1, \\ g(1) = -u + v + 1 > 0 \Leftrightarrow v > u - 1, \end{cases}$$

であることが必要十分である。

参考文献

大瀧雅之［1997］「内生的な選好と経済成長：Veblen 的内生成長モデル」『国民経済雑誌』第175巻第1号，21-34ページ。

Becker, G. [1974] "A Theory of Social Interactions," *Journal of Political Economy*, 82, pp. 1063-1093.

Dockner, E. Jorgensen, S. Long, N. V. Sorger, G. [2000] *Differential Games in Economics and Management Science*, Cambridge University Press.

Fisher, W. and F. Hof [2000] "Relative Consumption, Economic Growth, and Taxation," *Journal of Economics*, 72, pp. 241-262.

Futagami, K. and A. Shibata [1998] "Keeping One Step Ahead of Joneses: Status, the Distribution of Wealth, and Long Run Growth," *Journal of Economic Behavior & Organization*, 36, pp. 109-126.

Grossmann, V. [1998] "Are Status Concerns harmful for Growth ?," *FinanzArchiv*, 55, pp. 375-373.

Ihori, T. [2004] "Arms race and Economic Growth," *Peace and Defense Economics*, 15, pp. 27-38.

Lindner, I. and H. Strulik [2006] "Social Fractionalization, Endogenous Property Rights, and Economic Development," forthcoming in *Economica*.

Long, N. V. and G. Sorger [2006] "Inscure Property Rights and Growth : the Role of Appropriation Cost, Wealth Effects, and Heterogeneity," *Economic Theory*, 28, pp. 513-529.

Long, N. V. and K. Shimomura [2004] "Relative Wealth, Status-seeking, and Catch-up," *Journal of Economic Behavior & Organization*, 53, pp. 529-542.

Ono, Y. [2001] "Growth or Stagnation : Economic Consequences of Status Preference," *Discussion Paper*, No. 524, *ISER*, Osaka University.

Rauscher, M. [1997] "Conspicious Consumption, Economic Growth and Taxation," *Journal of Economics*, 66, pp. 35-42.

Shibata, A. [2002] "Strategic Interactions in a Growth Model with Infrastructure Capital," *Metroeconomica*, 53, pp. 434-460.

Tornell, A. and P. Lane [1999] "The Voracity Effect," *American Economic Review*, 89, pp. 22-46.

Tornell, A. and A. Velasco [1992] "The Tragedy of the Commons and Economic Growth : Why Does Capital Flow from Poor to Rich Countries ?," *Journal of Political Economy*, 100, pp. 1203-1231.

Woo, J. [2005] "Social Polarization, Fiscal Instabilities, and Growth," *European Economic Review*, 49, pp. 1451-1477.