経済論叢（京都大学）第179巻第2号，2007年2月

消費者の多品種購入

——N財のケース——

石　井　良　輔
中　川　訓　範

I　はじめに

独占的競争モデルでしばしば取り上げられる Dixit and Stiglitz [1977] における代表的消費者は，市場において差別化された多様な財が需要されている状況を表す集計された仮想的な消費者と一般的に解釈される。それに対して，本研究は，差別化された財のすべてを一人一人の消費者が購入している状況が現実的であるようなモデルを示すことを1つの目的とする。

中川 [2002] では，このような状況を消費者が選好に関して情報を欠く状況としてモデル化した。具体的には Hotelling [1929] のような空間的アプローチで想定される理想点（ideal point）を持つ消費者を考え，ホテリングタイプの立地と価格の2段階空間競争モデルをつかって分析した。本稿では企業数Nへの拡張をし，2企業の場合に得られた結果と同様の結果が得られることを示す[1]。2企業の場合に企業の立地点が消費者の観点から最適なものになるが，Nの場合にもそれが成り立つことを示す。さらに2段階ゲームの前段階

1）この拡張はごく自然なものであるが，実際の導出ははるかに複雑になる。まず全ての財が購入される価格が一意に決まり，それが価格サブゲームにおけるナッシュ均衡であることを2財のケース同様に解かなければいけないが，比較する購入パターンが2財では3通りだったのに対して3財のケースでも18通りに増える。(N財ではさらに増える) この比較を見通しよく扱うことが拡張の1つ目のキーである。また立地ゲームにおけるサブゲーム完全な立地点を求める際にも，一階条件の式で表現される各企業の最適反応が等差数列の一般項として表現できることに着目し，その性質を利用するなど煩雑な拡張にあたって解き方にはさまざまな工夫をしている。

での参入の意思決定のステージを，前論文とは違い一般的なNのケースで考慮し，均衡における企業の数を内生的に決定した。

なお，本論文では生産費用までは考慮できていない[2]。ところで上で述べたように均衡での企業の立地点は消費者の観点から最適であるが，均衡における企業数すなわちバラエティの数は社会的に望ましい数に比べて過小供給になっている[3]。

空間競争の文脈では，Casado-Izaga [2000] や Meagher and Zauner [2004], [2005] が企業が消費者の理想点について不確実性を持つモデルを考えている。彼らは流行などの要因によって消費者の理想点の分布が偏ることが企業の利潤に不確実性をもたらすと考え，2企業のケースについて企業の利潤に不確実性があるモデルを解いている[4]。

しかしながら，彼らの考える不確実性は企業の利潤に影響を及ぼすのみであり，たとえ流行によって理想点分布が偏っても消費者の理想点は常に確定しており1つの財しか購入しない。それに対して，このモデルでは消費者が自分自身の理想点について事前の意味において不確実であることが企業の利潤に影響を及ぼすのみならず，結果としての消費者の多品種購入に繋がるという側面において異なる。

本論の構成は次のようである。まず第Ⅱ節においてモデルを示す。第Ⅲ節では価格サブゲームにおける均衡をもとめ，第Ⅳ節においてサブゲーム完全な立地ゲームの均衡点を求める。第Ⅴ節ではこれらの市場に於ける参入と退出を考え均衡での企業数を考察する。そして最後に今後の研究の方向性について述べたい。

2) 2財のケースでの参入ステージは生産費用のある場合の複数均衡の問題を解決するために導入されたが，生産費用のないN財の場合には均衡における企業数を内生的に決定するために導入される。すなわち，参入費用によってゼロ利潤条件から参入・退出を締め切る役割である。

3) この結果は Dixit and Stiglitz [1977] の結果と同じである。ここでの社会的に望ましいの意味は消費者の総交通費用と企業の総参入費用の和を最小にするという意味で使用している。

4) 解を導出する過程のキーとなるのが企業の期待利潤の計算である。一方でこれらは解析的に解くのが難しい問題でもあり，数値計算によって問題を解くアプローチも試みられている，例えば企業数3以上のケースについて Harter [1996] がいくつかの数値計算例を示している。

II モデル

以下で述べるモデルは中川 [2002] の n 企業への拡張である。第一段階で企業は特性を同時に選び，2段階目でその価格を同時に決定する。最後に消費者は，企業の製品の特性と価格を見て，どの製品を買うのかを決定する。企業 $i(i=1, 2, \ldots, n)$ の製品特性 $z\in[0, 1](i=1, 2, \ldots, n)$ とし，$Z=(z_1, z_2, \ldots, z_n)$ とする。また z_i の価格を p_i とする。$p_i: Z\to[0, \infty)$ である。
$P(Z)=(p_1(Z), p_2(Z), \ldots, p_n(Z))$ とする。

消費者の効用関数 u は消費者の選好の理想点を t によって定義される。特性 z を消費した時，$z=t$ で得られる効用を $\bar{u}$ とし，$z\neq t$ の時の効用の損失を2次関数 $(t-z)^2$ で表す。を1単位消費することで得られる効用は $\bar{u}-(t-z)^2$ である。

消費時点において消費者は [0, 1] の区間のどこかに自らの理想点を持つことになるのは知っているが，どこになるかはわからない。財購入時点に理想点が実現し，そこから一番近い特性を持つ製品を一単位消費する。消費者の理想点 x を確率変数 t とし，t は区間 [0, 1] に一様分布しているとする。消費者の効用の損失の期待値は $E[(t-z_i)^2]$. と書ける。

ここでは事前には自分自身の理想点が不確定な状況にあるが，事後には理想点が決まる状況を考えている。このため事前の状況では複数の製品を購入する可能性はあるが，事後での消費は1つのみである。

消費者は集合 $M=\{1, 2, \ldots, n\}$ に含まれる部分集合 $I\subseteq M$ を選択する。消費者の需要行動 $\boldsymbol{D}(\boldsymbol{Z}, \boldsymbol{P})$ は $\boldsymbol{D}:[0, 1]^n\times[0, \infty)^n\to\{0, 1\}^n$ と定義できる。

消費者の需要行動を各企業の製品を買った場合を1とし，買わなかった場合を0とする。以下，$\boldsymbol{D}$ と略記する。例えば，全ての企業の製品を購入する場合に $\boldsymbol{D}=(1, 1, \ldots, 1)$ または $D=1\ \forall i$ とかき，企業1の製品のみ購入する場合には $\boldsymbol{D}=(1, 0, \ldots, 0)$ または $D_i=1, D_i=0(i\neq1)$ とかく。

消費者の効用最大化問題は，

$$\max_{I \subseteq M}\{\bar{u}-(\sum_{i\in I} p_i + E[\min_{i \in I}(t-z_I)^2])\}.$$

と定式化できる[5)]。ここで $\bar{u}=const$ より，消費者の費用最小化問題は次のように定式化できる。

$$\min_{I \subseteq M}\{\sum_{i\in I} p_i + E[\min_{i \in I}(t-z)^2]\}.$$

最後に各企業の利潤 π_i を次のように定義する。参入費用を F とする。

$$\pi_i(\boldsymbol{Z},\boldsymbol{P},\boldsymbol{D})=\begin{cases} p_i-F & \text{if} \quad D_i=1 \\ 0 & \text{if} \quad D_i=0 \end{cases}$$

当面 $F=0$ とする。均衡の定義は次のように書ける。

$$((z_1^*,\ \ldots,\ z_n^*),\ (p_1^*(\boldsymbol{Z}),\ \ldots,\ p_1^*(\boldsymbol{Z}),\ \boldsymbol{D}^*))$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \forall \boldsymbol{Z},\ \forall \boldsymbol{P},\ E[u(\boldsymbol{Z},\boldsymbol{P},\boldsymbol{D}^*)] \geq E[u(\boldsymbol{Z},\boldsymbol{P},\boldsymbol{D})] \\ \forall i,\ \forall \boldsymbol{Z},\ \pi_i(\boldsymbol{Z},\ (p_i^*,\ p_{-i}^*),\ \boldsymbol{D}^*) \geq \pi_i(\boldsymbol{Z},\ (p_i^*,\ p_{-i}^*),\ \boldsymbol{D}^*] \\ \forall i,\ \pi_i((z_i^*,\ z_{-i}^*,\ \boldsymbol{P}^*,\ \boldsymbol{D}^*) \geq \pi_i((z_i,\ z_{-i}^*),\ )\ \boldsymbol{P}^*,\ \boldsymbol{D}^*] \end{cases}$$

ただし $u(\boldsymbol{Z},\boldsymbol{P},\boldsymbol{D})$ は消費者の効用である。

注意 1　均衡においては全ての企業が正の価格をつける。実際，仮に企業 i が $p_i=0$ を選択する均衡が存在したとすると，均衡において i の利潤は 0 である。ここから i が逸脱して（必要ならば製品特性を変更し）十分小さい価格 $\varepsilon>0$ をつけると，i の製品を消費者が購入し，i は正の利潤を得ることができるので，均衡であることに矛盾する。

注意 2　均衡においては $0 \leq z_1^* < z_2^* < \ldots < z_n^* \leq 1$ が成り立っている。実際，仮に複数企業が同じ特性の製品を供給する状態が均衡になっているとすると，消費者はこの特性の製品を 1 単位しか購入しないため[6)]，企業が価格を決めるところから始まるサブゲームにおいて，この特性の製品を供給する企業間で同質財のベルトラン競争が生じる。結果，サブゲームでのナッ

---

5)　次節の命題で述べるように，$\bar{u}$ を十分に大きいと仮定すれば消費者がどの企業の製品も購入しないというオプションは考えなくてよい。

6)　なぜなら式より同じ製品を 2 つ購入することは費用を 2 倍にするだけなので，消費者はどれかを 1 つ購入する。

シュ均衡において価格をつける企業が存在してしまうため，上の議論に矛盾する。

以下において，一般性を失うことなく $0<z_1<z_2\ldots<z_n\leq 1$ と仮定し，全ての企業が異なる特性の製品に正の価格をつける均衡について考える。ゲームは後ろ向きに解き，サブゲーム完全な均衡を求める。

III 価格ゲーム

この節では企業が価格決定するところから始まるサブゲーム（価格ゲーム）の均衡を求める。全ての企業の製品が購入されるような価格でパレート効率的な価格の組を $\boldsymbol{P}^*=(p_1^*, \ldots, p_n^*)$ とする。

ここで，$\boldsymbol{P}^*=(p_1^*, \ldots, p_n^*)$ が，全ての企業の製品が購入されるような価格の組の中で，パレート効率的であるとは，$\boldsymbol{D}=(1, 1, \ldots, 1)$ かつ全ての企業に対して $p_i\geq p_i^*$ かつある i について $p_i>p_i^*$ となる $\boldsymbol{P}=(p_1, \ldots, p_n)$ が存在しないことである。

命題1 価格ゲームのナッシュ均衡では全ての企業の製品が需要され，その均衡価格は $\boldsymbol{P}^*$ である。

証明：均衡において，ある i が購入されないとすると i は自分の製品が購入されるように，より低い価格へと価格を変更するインセンティブがある。よって均衡が存在するならば全ての企業の製品が需要される。

次に全ての企業が $\boldsymbol{P}^*=(p_1^*, \ldots, p_n^*)$ をつけることが均衡になることを示す。まず消費者が全製品を買う条件について考える[7]。消費者が全製品を買うときに（1）式が満たされていなければならない。

$$^\forall I\subseteq M$$

7) $\bar{u}$ が小さくなると，以下で考える $\boldsymbol{P}^*$ 以下の価格が均衡になる可能性が生じる。さらに小さくなったときには，価格0でも購入されることすらなくなり，もとよりその場合消費されることもない。なお，ここで考えている均衡は $\bar{u}\geq 13/48$ であれば十分である。

$$\sum_{i\in I} p_i^* \leq E[\min_{i\in M\setminus I}(t-z)^2]-E[\min_{i\in M}(t-z)^2]\equiv C_I \qquad (1)$$

(1)式は(to buy all)$\succ$(to buy $M\setminus I$)を意味する。右辺の期待値の計算をC_Iで略記する。添え字は当該の購入される財の組み合わせIをあらわす[8]。C_Iは「全ての企業の製品を購入したときと比較して，Iの製品を購入しなかった場合の，消費者の理想点と消費する製品の特性との違いによる純損失の期待値」と解釈できる。

企業iが$p_i \neq p_i^*$を選択したときについて考える。例えば企業1が$(p_1^*, p_2^*, \ldots, p_n^*)$から逸脱して$p_1(<p_1^*)$をつけた場合，全ての式は引き続き満たされるので消費者は$(p_1, p_2^*, \ldots, p_n^*)$の下でも企業1の財を購入する。しかし$\pi_i=p_i$ $(i\in N)$より$p_1<p_1^*$のとき$\pi_1<\pi_1^*$である。したがって，$p_1(<p_1^*)$となる価格へ逸脱するインセンティブはない。他の企業についても同様である。次に企業1が$(p_1^*, p_2^*, \ldots, p_n^*)$から逸脱して$p_1(>p_1^*)$をつけた場合を考える。$\boldsymbol{P}^*$のもとでは$p_1^*$を含む式と含まない式に分類できる。

$$(1, \ldots)\succ(0, \ldots) \Leftrightarrow p_1^*+(p_1^*\text{を含まない式})\leq C_I \quad (1\in I)$$
$$(1, \ldots)\succ(1, \ldots) \Leftrightarrow (p_1^*\text{を含まない式})\leq C_I \quad (I\notin I) \qquad (2)$$

(2)式が満たされている状態で$(p_1^*, p_2^*, \ldots, p_n^*)$からの一企業の逸脱を考える。$p_1$が含まれない式は依然として満たされているが，$p_1$を含む式のいずれかが満たされなくなる。なぜなら，もしすべてのp_1を含む式が満たされているとしたら，$\boldsymbol{P}^*$のプロファイルから逸脱して企業1がp_1にすることでも引き続き全ての企業の財が需要される。このことは$\boldsymbol{P}^*$がパレート効率的であることに矛盾する。

満たされなくなる式が対応している需要を考える。不等号が逆転すると$(1, \ldots)\prec(0, \ldots)$となる。そこでは企業1の財は需要されないことがわかる。よって企業1は$p_1(>p_1^*)$をつけると利潤がゼロになるので，そのインセンティブ

8) 本来ならば（例えば$I=\{1, 2, 4\}$とすると），$C_I=C_{\{1,2,4\}}$と書くべきであるが，以下では$C_I=C_{124}$のように略記する。

はない。他の企業についても同様である。 証明終

均衡価格を求める。バインドしている n 本について考える。バインドしている式は(3)式であることを示す。(1)式において I が singleton である場合は

$$\begin{cases} p_1 \leq & E(\min\{(t-z_2)^2, \ldots, (t-z_n)^2\}) - E(\min\{(t-z_1)^2, \ldots, (t-z_n)^2\}) \\ p_k \leq & E(\min\{(t-z_1)^2, \ldots, (t-z_{i-1})^2, (t-z_{i-1})^2, \ldots, (t-z_n)^2\}) \\ & -E(\min\{(t-z_1)^2, \ldots, (t-z_n)^2\}) \\ p_n \leq & E(\min\{(t-z_1)^2, \ldots, (t-z_{n-1})^2\}) - E(\min\{(t-z_1)^2, \ldots, (t-z_n)^2\}) \end{cases}$$

を利用して,

$$\Leftrightarrow \begin{cases} p_1 \leq & \frac{1}{12}[4z_2^3 - (z_2-z_1)^3 - 4z_1^3] = C_1 \\ p_k \leq & \frac{1}{12}[(z_{i+1}-z_{i-1})^3 - (z_{i+1}-z_k)^3 - (z_k - z_{i-1})^3] = C_k \\ p_n \leq & \frac{1}{12}[4(1-z_{n-1})^3 - (z_n - z_{n-1})^3 - 4(1-z_n)^3] = C_n \end{cases} \qquad (3)$$

とかける。$2 \leq k \leq n-1$ である。

補題1 任意の I について $\sum_{i\in I} C_i \leq C_I$ である。

証明:I の分割を次のように定義する。$I = I_1 \cup I_2 \cup \ldots \cup I_J$ として,

$$\begin{cases} I_1 = \{i_1, i_1+1, \ldots, i_1+k_1\} \\ I_2 = \{i_2, i_2+1, \ldots, i_2+k_2\} \\ \quad \vdots \\ I_J = \{i_J, i_J+1, \ldots, i_J+k_J\} \end{cases}$$

ただし $i_j + k_j + 1 < i_{j+1}$ $(j=1, 2, \ldots, J-1)$, $i_J + k_J < n$ である。$C_I = \sum_{j=1}^{J} C_{I_j}$ であることをまず示す。

$$C_{I_j} = E[\min_{i\in M\setminus I_j}(t-z_i)] - E[\min_{i\in M}(t-z_i)] = \frac{1}{12}[(z_{i_j+k_j+1} - z_{i_j-1}) - \sum_{k=-1}^{k_j+1}(z_{i_j+k+1} - z_{i_j+k})^3]$$

である。

$$C_I = \frac{1}{12}[(z_{i_1+k+1} - z_{I_1-1})^3 + (z_{i_2+k_2+1} - z_{i_2-1})^3 + \cdots + (z_{i_j+k_j+1} - z_{i_j-1})^3$$

$$-\sum_{k=-1}^{k_1+1}(z_{i_1+k+1}-z_{i_1-k})^3-\sum_{k=-1}^{k_2+1}(z_{i_2+k+1}-z_{i_2-k})^3-\cdots-\sum_{k=-1}^{k_J+1}(z_{i_J+k+1}-z_{i_J+k})^3]$$

$$=\frac{1}{12}[(z_{i_1+k_1+1}-z_{i_1-1})^3-\sum_{k=-1}^{k_1+1}(z_{i_1+k+1}-z_{i_1-k})^3+(z_{i_2+k_2+1}-z_{i_2-1})^3$$

$$-\sum_{k=-1}^{k_2+1}(z_{i_2+k+1}-z_{i_2-k})^3+\cdots+(z_{i_J+k_J+1}-z_{i_J-1})^3-\sum_{k=-1}^{k_J+1}(z_{i_J+k+1}-z_{i_J+k})^3]$$

$$=\sum_{j=1}^{J}\frac{1}{12}[(z_{i_j+k_j+1}-z_{i_j-1})^3-\sum_{k=-1}^{k_j+1}(z_{i_j+k+1}-z_{i_j+k})^3]=\sum_{j=1}^{J}C_{I_j}$$

次に，任意の $I_j=\{i_j,\ i_j+_1,\ \ldots,\ i_j+k_j\}$ について $\sum_{i\in I_j}C_i\leq C_{I_j}$ であることを証明する。連続していて両端の l と n を両方含むことは全部を意味し自明なので残りの3通りを証明する。帰納法で証明する。まず両端の $l,\ n$ を含まない場合から考える。添え字 j を省略して考える。$I=\{i,\ i+l,\ i+2,\ \ldots,\ i+k\}$ とする。一般的に

$$p_i+p_{i+1}+\cdots+p_{i+k}\leq\frac{1}{12}[(z_{i+k+1}-z_{i-1})^3-(z_{i+k+1}-z_{i-1})^3$$
$$-(z_{i+k}-z_{i+k-1})^3-(z_{i+k-1}-z_{i+k-2})^3-\cdots-(z_{i+2}-z_{i+1})^3$$
$$-(z_{i+1}-z_i)^3-(z_k-z_{i-1})^3]=C_I$$

とかける。一方(3)式より

$$p_i+p_{i+1}+\cdots+p_{i+k}\leq\frac{1}{12}[(z_{i+k+1}-z_{i+k-1})^3+(z_{i+k}-z_{i+k-2})^3+\cdots$$
$$+(z_{i+2}-z_i)^3+(z_{i+1}-z_{i-1})^3-\{(z_{i+k+1}-z_{i+k})^3+2(z_{i+k+1}-z_{i+k-1})^3$$
$$+\cdots+2(z_{i+k}-z_i)^3+(z_k-z_{i-1})^3\}]=\sum_{i\in I}C_i$$

である。

$$C_I-\sum_{i\in I}C_i=\frac{1}{12}[(z_{i+k+1}-z_{i-1})^3+\{(z_{i+k}-z_{i+k-2})^3+\cdots+(z_{i+2}-z_{i+1})^3$$
$$+(z_{i+1}-z_i)^3\}-\{(z_{i+k+1}-z_{i+k-1})^3+(z_{i+k}-z_{i+k-2})^3$$
$$+\cdots+(z_{i+2}-z_i)^3+(z_{i+1}-z_{i-1})^3\}]\geq 0$$

であることを帰納法によって証明する。$l=1$ のとき，

$$\frac{1}{12}[(z_{i+2}-z_{i-1})^3+(z_{i+1}-z_k)^3-\{(z_{i+2}-z_k)^3+(z_{i+1})\}]\geq 0$$

$k=m$ のとき，

$$\frac{1}{12}[(z_{i+m+1}-z_{i-1})^3+\{(z_{i+m}-z_{i+m-1})^3+(z_{i+m-1}-z_{i+m-2})^3+\cdots$$

$$+(z_{i+2}-z_{i-1})^3+(z_{i+1}-z_i)^3\}-\{(z_{i+m+1}-z_{i+m-1})^3$$

$$+(z_{i+m}-z_{i+m-2})^3+\cdots+(z_{i+2}-z_k)^3+(z_{i+1}-z_{i-1})^3\}]$$

$$=\frac{1}{12}[\{(z_{i+m+1}-z_{i-1})^3+\sum_{x=1}^{m}(z_{i+x}-z_{i+x+1})^3-\sum_{x=0}^{m}(z_{i+x+1}-z_{i+x-1})^3\}]\geq 0.$$

が成り立っているとする。$k=m+1$ の時を考える。

$$\frac{1}{12}[(z_{i+m+2}-z_{i+m+1})+(z_{i+m+1}-z_{i-1})\}^3$$

$$+\{(z_{i+m+1}-z_{i+m})^3+(z_{i+m}-z_{i+m-1})^3+\cdots+(z_{i+2}-z_{i+1})^3+(z_{i+1}-z_{i-1})^3\}$$

$$-\{(z_{i+m+2}-z_{i+m})^3+(z_{i+m+1}-z_{i+m-1})^3\}+\cdots+(z_{i+2}-z_k)^3+(z_{i+1}-z_{i-1})^3\}]$$

$$=\frac{1}{12}[\{(z_{i+m+2}-z_{i+m+1})+(z_{i+m+1}-z_{i-1})\}^3+\{(z_{i+m+1}-z_{i+m})^3$$

$$+\sum_{x=1}^{m}(z_{i+x}-z_{i+x-1})^3\}-\{(z_{i+m+2}-z_{i+m})^3+\sum_{x=0}^{m}(z_{i+x+1}-z_{i+x-1})\}]$$

$$=\frac{1}{12}[\{(z_{i+m+2}-z_{i+m+1})^3$$

$$+3(z_{i+m+2}-z_{i+m+1})^2(z_{i+m+1}-z_{i-1})+3(z_{i+m+2}-z_{i+m+1})$$

$$(z_{i+m+1}-z_{i-1})^2+(z_{i+m+1}-{}_{i+m})^3$$

$$-(z_{i+m+2}-z_{i+m})^3+\{(z_{i+m+1}-z_{i-1})^3+\sum_{x=1}^{m}(z_{i+x}-z_{i+x-1})^2$$

$$-\sum_{x=0}^{m}(z_{i+x+1}-z_{i+x-1})^3\}]$$

$(z_{i+m+1}-z_{i+m+1})+3(z_{i+m+2}-z_{i+m+1})^2(z_{i+m+1}-z_{i-1})+3(z_{i+m+2}-z_{i+m+1}-z_{i-1})^2$ $+(z_{i+m+1}-z_{i+m})^3-(z_{i+m+2}-z_{i+m})^3\geq 0$ なので帰納法より証明された。

企業1を含む場合を考える。1を含み $k(k<n-1)$ で成り立っているとする。

$$p_1+p_2+\cdots+p_k\leq\frac{1}{12}[4z_{k+1}^3-(z_{k+1}-z_k)^3-\cdots-(z_2-z_1)^2-4z_1^3]$$

このとき

$$p_i+p_{i+1}+\cdots+p_{i+k}$$

$$\leq\frac{1}{12}[4z_{k+1}^3-(z_{k+1}-z_k)^3-\cdots-(z_2-z_1)^2-4z_1^3]$$

$$+\frac{1}{12}[(z_{k+2}-z_k)^3-(z_{k\ 1}\ {}_{+2}-z_{k+1})^3-(z_{k+1}-z_k)^3]$$

$$=\frac{1}{12}[4z_{k+1}^3+(z_{k+2}-z_k)^3-(z_{k+1}-z_k)^3-4z_{k+2}^3]$$

$$+\frac{1}{12}[4_{k+2}^3-(z_{k+2}-z_{k+1})^3-\cdots-(z_2-z_1)^3-4_1^3]$$

$$\leq\frac{1}{12}[4z_{K+2}^3-(z_{K+2}-z_{K+1})^3-\cdots-(z_2-z_1)^3-4z_1^3]$$

よって，帰納法によりすべての $k(<n-1)$ について証明された。

企業 n を含む場合を考える。

$$p_i+p_{i+1}+\cdots+p_n\leq\frac{1}{12}[4(1-z_{i-1})^3-\cdots-(z_i-z_{i-1})^3-\cdots$$
$$-(z_n-z_{n-1})^3-4(1-z_n)^3]$$

このとき

$$p_i+p_{i+1}+p_{i+2}+\cdots+p_n$$
$$=\frac{1}{12}[(z_i-z_{i-1})^3-(z_i-z_{i-1})^3-(z_{i-1}-z_{i-1})^3]$$
$$+\frac{1}{12}[4(1-z_{i-1})^3-(z_i-z_{i-1})^3-\cdots-(z_2-z_1)^3-4(1-z_n)^3]$$
$$=\frac{1}{12}[4(1-z_{i-1})^3+(z_i-z_{i-1})^3-(z_i-z_{i-1})^3-(z_{i-1}-z_{i-1})^3$$
$$-(z_i-z_{i-1})^3-\cdots-(z_n-z_{n-1})^3-4(1-z_n)^3]$$
$$=\frac{1}{12}[4(1-z_{i-1})^3+(z_i-z_{i-1})^3-4(1-z_{i-1})^3]$$
$$+\frac{1}{12}[4(1-z_{i-1})^3-(z_{i-1}-z_{i-1})^3-\cdots-(z_n-z_{n-1})^3-4(1-z_n)^3]$$
$$\leq\frac{1}{12}[4(1-z_{i-1})^3-(z_{i-1}-z_{i-1})^3-\cdots-(z_n-z_{n-1})^3-4(1-z_n)^3]$$

以上より，$\sum_{i\in I}C_i\leq\sum_{j=1}^{J}C_{I_j}=C_I$ なので証明された。 **証明終**

補題1より，バインドする n 本の式は(3)式であることがわかった。ここから以下の命題が直ちに導かれる。

命題2 価格ゲームの均衡価格は

$$\begin{cases} p_1=\dfrac{1}{12}[4z_2^1-(z_2-z_1)^3-4_1^2] \\ p_i=\dfrac{1}{12}[(z_{i+1}-z_{i-1})^3-(z_{i+1}-z_i)^3-(z_i-z_{i-1})^3] \\ p_n=\dfrac{1}{12}[4(1-z_{n-1})^3-(z_n-z_{n-1})^3-4(1-z_n)^3] \end{cases}$$

である。$2 \leq i \leq n-1$

IV　特性選択ステージ

特性の選択（以下“立地”と書く）のステージを解く。命題2より $\pi_i(2 \leq i \leq n-1)$ は次のようになる。

$$\pi_i=p_i=\frac{1}{12}[(z_{i+1}-z_{i-1})^3-(z_{i+1}-z_k)^3-(z_k-z_{i-1})^3]$$

$$=\frac{(z_{i-1}-z_{i+1})}{4}\left[z_i-\frac{z_{i+1}+z_{i-1}}{2}\right]^2-\left(\frac{z_{i-1}-z_{i+1}}{16}\right)z_{i+1}^2$$

$$-\left(\frac{z_{i-1}-z_{i+1}}{8}\right)z_{i+1}z_{i-1}-\left(\frac{z_{i-1}z_{i+1}}{16}\right)z_{i-1}^2+\frac{z_{i-1}^2z_{i+1}-z_{i-1}z_{i+1}^2}{4}$$

最大値は $z_i=\dfrac{z_{i+1}+z_{i-1}}{2}$ で与えられる。

企業1と n について考える。(2)式より，

$$\pi_1=\frac{1}{12}[4z_2^3-(z_2-z_1)^3-4z_1^3]$$

$$\pi_n=\frac{1}{12}[4(1-z_{n-1})^3-(z_n-z_{n-1})^3-4(1-z_n)^3]$$

一階条件より

$$\begin{cases} z_2=3z_1 \\ \cdots \\ z_{i+1}-z_i=z_i-z_{i-1} \\ \cdots \\ 3z_n=z_{n-1}+2 \end{cases}$$

$z_n-z_{n-1}=z_{n-1}-z_{n-2}=\cdots=z_2-z_1=2z_1$ から，これは公差が $2z_1$ の等差数列になっていることがわかる。この数列の一般項は $z_i=2z_1i-z_1$,　$i=1, 2, \ldots, n$ で

ある。

$3z_n=z_{n-1}+2 \leftrightarrow 3(2z_1n-z_1)=2(n-1)z_1+2 \leftrightarrow z_1=\dfrac{1}{2n}$ なので $z_1=2z_1i-z_1=\dfrac{2i-1}{2n}$ $i=1, 2, \ldots, n$ である。$z_i=\dfrac{2i-1}{2n}$ を代入する。

$$\begin{cases} \pi_1=p_1=\dfrac{1}{12}\left[4\left(\dfrac{3}{2n}\right)^3-\left(\dfrac{3}{2n}-\dfrac{1}{2n}\right)-4\left(\dfrac{1}{2n}\right)^3\right] \\ \pi_i=p_i=\dfrac{1}{12}\left[\left(\dfrac{2i+1}{2n}-\dfrac{2i-3}{2n}\right)^3-\left(\dfrac{2i+1}{2n}-\dfrac{2i-1}{2n}\right)-\left(\dfrac{2i-1}{2n}-\dfrac{2i-3}{2n}\right)^3\right] \\ \pi_n=p_n=\dfrac{1}{12}\left[4\left(1-\dfrac{2n-3}{2n}\right)^3-\left(\dfrac{2n-1}{2n}-\dfrac{2n-3}{2n}\right)-4\left(1-\dfrac{2n-1}{2n}\right)\right] \end{cases} \tag{4}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \pi_1=\dfrac{1}{n^3} \\ \pi_i=\dfrac{2}{n^3} \\ \pi_n=\dfrac{1}{n^3} \end{cases}$$

なお上の議論は，立地の均衡の必要条件に過ぎない。企業 $l(1\leq l\leq n)$ が (4)式から $z_l\in[0, 1]\backslash(z_{i-1}, z_{i+1})$ に逸脱するインセンティブがあるかどうかをチェックする。

$$\pi_l'=\frac{1}{12}\left[\left(\frac{1}{n}\right)^3-\left(\frac{2i+1}{2n}-z_l'\right)^3-\left(z_l'-\frac{2i-1}{2n}\right)^3\right]<\frac{1}{12n^3}<\pi_l$$

$i\neq l$ について $z_l'\in[0, 1]\backslash(z_{i-1}, z_{i+1})$ に逸脱するインセンティブはない。次に $z_l'\in[0, z_1)$ に逸脱するインセンティブがないことをチェックする。

$$\pi_l'=\frac{1}{12}\left[4\left(\frac{1}{2n}\right)^3-\left(\frac{1}{2n}-z_l'\right)^3-4z_l'^3\right]=\frac{1}{24n^3}<\pi_l$$

同様に $z_l'\in(z_1, 1]$ に逸脱するインセンティブがない。よって均衡における立地は $z_i^*=\dfrac{2i-1}{2n}i=1, 2, \ldots, n$ である[9]。

9) この結果は Dixit-Stiglitz 型の独占的競争モデルの特徴の1つとされてきた差別化された製品間の対称性の性質を明示的に均衡として示したものと考えられる。

V　参入費用を入れた場合

前節までの仮定 $F=0$ の下では，均衡において全ての企業が正の利潤を得ていたが，市場に参入するときに費用がかかる $F>0$ の場合には，参入費用が大きすぎて，均衡において利潤が負になる企業が出てくる可能性がある。どの企業に関しても市場へ参入しなければ留保利潤0が得られるものとすると，企業が立地を決める前に市場に参入するか否かを決定するステージが存在し，参入したら利潤が負になると予想する企業は「参入しない」という選択が出来ると仮定するのが自然である。

ここで，立地を決める前に企業が同時に参入するか否かを同時に決定するように拡張したゲームを考える。すなわち，潜在的に十分多い有限個の潜在的な企業が存在しており，各企業が同時に参入するか否かの決定を行う。参入しない企業は留保利潤0を得，参入する企業は（この企業を順に1, 2, ..., n と名前をつけて）前節までに分析してきたゲームをプレイするのである。この拡張したゲームでの部分ゲーム完全均衡を考える。参入した後の部分ゲームにおいては前節までの議論がそのまま成り立ち，各企業の利潤は

$$\pi_1=\frac{1}{n^3}-F,$$

$$\pi_i=\frac{2}{n^3}-F, \qquad i=2,\ 3,\ n-1,$$

$$\pi_n=\frac{1}{n^3}-F,$$

となる。これを踏まえて参入するか否かの意思決定を考えると，均衡において端の企業1, n の利潤が0付近になっていることが必要であることが分かる[10)]。

10)　均衡では n^* 以上または以下の参入が起こる可能性もある。たとえば参入後にくじを引き順番を決定する手番を導入する拡張をした場合には過剰参入が起こる。また，はじめに述べたように消費者の総交通費用と企業の総参入費用を最小にするような n^{soc} を考えた場合 $n^{soc}>n^*$ となり，競争的な状況では企業数すなわちバラエティ数が社会的に望ましい水準より過小になっている可能性がある。はじめに述べたように，この結果は Dixit and Stiglitz の結果と同じである。n^{soc} における各企業の利潤は n^* での利潤よりも減少しており，さらに少なくとも両端の1, n の企業に関して利潤は常にマイナスとなっている。よって n^{soc} を実現するためには政府の介入↗

補題2 均衡での参入企業数を n^* とすると，端の企業1, n^* の利潤はともに非負であり，参入していない企業が逸脱して参入企業数 n^{*+1} になった後から始まる全ての部分ゲームでは少なくとも1つの企業の利潤が非正になっている。

証明：端の企業1, n のうちいずれかの利潤が負であると仮定すると，利潤が負の企業が参入しないように戦略を変更することによって利潤を厳密に改善することが出来るため均衡であることに矛盾する。また，非参入企業が逸脱した後のいずれかの部分ゲームで全ての企業の利潤が正になっていると仮定すると，均衡で参入していない企業が参入するように戦略を変更することによって利潤を厳密に増加させることが出来るため均衡であることに矛盾する。 **証明終**

均衡では，参入企業の中で最も利潤が小さいのは端の企業であり，参入企業数 n^{*+1} の全ての部分ゲームで端に立地している企業は利潤が非正になっている。この補題により，均衡における企業数が求まる。

命題2 均衡における参入企業数 n^* は以下を満たす。

$$\begin{cases} n^*=3\sqrt{\dfrac{1}{F}},\ \text{or}\ 3\sqrt{\dfrac{1}{F}}-1, & \text{if}\quad \left[3\sqrt{\dfrac{1}{F}}\right]=3\sqrt{\dfrac{1}{F}} \\ n^*=\left[3\sqrt{\dfrac{1}{F}}\right], & \text{otherwise} \end{cases}$$

ただし，$[x]$ は x を超えない最大の整数とする。

証明：補題の条件を満たすのは，参入企業数が上に挙げた n^* のときだけである。参入企業数が n^* のときの具体的な戦略プロファイルを示して均衡となることを示す。参入企業数が上のどのケースであっても，参入する企業は，非参入企業が逸脱した後の全ての部分ゲームで逸脱企業が端の製品特性を選択するように，それ以外の均衡行動をとるとする。経路外を含む他の全ての意思決定点では，前節まで議論した均衡が実現されるような行動をとるとする。このとき，参入企業が，逸脱して参入しなかったとすると利潤が0になるので逸脱

↘によって企業の利潤を補填するなどの処置が必要である。

のインセンティブはない。また，非参入企業が逸脱して参入したとすると，実現される部分ゲームにおいては，逸脱企業は端の製品特性を選択することになる。このとき利潤が非正になるので，逸脱するインセンティブはないことが分かる。また，各部分ゲームでは，均衡戦略がプレイされているので，ここでも逸脱のインセンティブはない。以上より，定義した戦略プロファイルは部分ゲーム完全均衡になっている。 **証明終**

VI おわりに

本研究では2企業の場合と同様にN企業の場合にも消費者がすべての財を購入する均衡が存在することを示した。また本論においてはゼロ利潤条件で参入を締め切った均衡におけるバラエティ数を考察したが，その結果バラエティ数が均衡において社会的に望ましい水準よりも過少になる可能性があることもわかった。社会的に望ましい水準では各企業の利潤は減少し，利潤の減少分は消費者の効用の増加分となっている。しかしながら，社会的に望ましい水準では負の利潤となる企業が出現する[11]。そのため，独占により生じているこの死加重を解消するには企業への利潤を補填するなどの市場への介入が必要である。

我々のモデルで得られた均衡のプロパティをDixit-Stiglitzと比較したとき，対称な均衡立地点，ゼロ利潤均衡での企業数，社会的に望ましい企業数などのプロパティにおいて共通する。本研究はDixit-Stiglitzタイプの独占的競争モデルの均衡概念をナッシュ均衡により定式化し，ゲーム論的なマイクロファウンデーションを明示的に導入したものとも解釈できる。

しかしながら消費者サイドから見ると，本モデルはD-Sモデルとは大きく異なる。消費者は事後には不要となる財を$N-1$個購入することになるため，均衡における消費者の選択は事前の意味では最適であるが，事後には明らかに非効率である。企業の製品特性の選択は，事前の意味で消費者の事前購入行動

11) なぜなら，ゼロ利潤で締め切った企業数n^*よりもn^{soc}のほうが企業数が多いことから，すくなくとも両端の2企業に関しては利潤が負になっていることがすぐわかるからである。

を所与として，最適である。しかしながら，この結果は消費者の事前購入の仮定に依存しており，この仮定を緩めた場合にはこの結果がどこまで成り立つのかは今後の課題である[12)]。

今後は均衡に於いて実現した資源配分の問題について分析を集中することを課題とし，我々の考えている市場を社会厚生の側面から考察していくことにしたい[13)]。考察の際にはいくつか重要な点が考えられるが，例えば消費者の理想点の実現値がある。本分析では消費者の購入パターンおよび企業の特性選択の分析にまったく関係がなかったが，この実現値は事後的な配分を評価するうえでは重要となる。さらに，このモデルでは1人の消費者しか存在しないが，複数の独立した選好をもつ消費者を導入したモデルを考えることも経済全体の評価においては重要である。

参考文献

Anderson, S., de Palma, A. and J. F. Thsse [1989] "Demand for Differentiated Products, Discrete Choice Models and the Characteristics Approah," *Review of Economic Studies*, 56, pp. 21-35.

Archibald, G. C., Eaton, B. C. and R. G. Lipsey [1986] "Address Models of Value Theory"in *New Developments in the Analysis of Market Structure*, eds. by Stig-

12) 企業の行動についていくつかの典型的な拡張を考えてみる。このモデルではN企業が市場で財を競争的に供給するが，独占企業1社でN財を供給する状況も考えることができる。しかしこのモデルではたとえ1社が独占供給しても結果は変わらない。なぜなら消費者が事前の意味で自身の理想点に不確実性を持つという状況には何の変化もないからである。企業の立地する空間については様々な拡張が考えられる。例えば，2次元またはそれ以上の多次元の特性空間や1次元でも円環立地や線分外での立地を許すなどの拡張である。円環への拡張をした場合，両端の企業の利潤だけがその他の企業の利潤より低いという現象は起こらないため参入ステージにおけるゼロ利潤の条件など細かい部分が若干変化するが，本論文で得られた結果には影響しない。また[0, 1]区間以外に企業が立地する問題を考えた場合も，消費者の費用最小化問題から後ろ向きに解くため線分外で消費者に一番近い場所が選ばれると予想される。2次元以上への拡張も，計算がより複雑になるが，対称な均衡が得られると予想される。

13) 他の残された課題としては，生産費用の問題がある。今回，N財への拡張に際して生産費用のあるケースを考察できなかった。2財のケースで例示したように，生産費用のある場合の複数均衡の問題を参入を考えることで解決することができる。N財のケースでも，複数（無限）の均衡があることが予測され，本稿で考えた参入ステージはそれらの均衡の選択においても重要な役割を果たすことが予想される。

litz, J. E. and G. F. Mathewson, MIT Press.

d'Aspremont, C., Gabszewicz, J. J. and J. F. Thisse [1979] "On Hotelling's" Stability in Competition"," *Econometrica*, 47, pp. 1145-1151.

Caplin, A and B. Nalebuff [1986] "Multi-dimensional Product Differentiation and Price Competition," *Oxford Economic Papers*, 38, pp. 129-146.

——— [1991] "Aggregation and Imperfect Competition: On the Existence of Equilibrium," *Econometrica*, 59, pp. 25-59.

Casado-Izaga, F. J. [2000] "Location Decisions: the Role of Uncertainty about Consumer Tastes," *Journal of Economics*, 71, pp. 31-46.

Dixit, A. K. and J. E. Stiglitz [1977] "Monopolistic Competition and Optimum Product Diversity," *American Economic Review*, 67, pp. 297-308.

Gabszewicz, J. J. and J. F. Thisse, [1992] "Location" in *Handbook of Game Theory*, Vol. 1, eds. by Aumann, R. J. and S. Hart, Elsevier, Ch. 9.

Harter, J. F. R. [1996] "Hotelling's Competition with Demand Uncertainty," *International Journal of Industrial Organization*, 15, pp. 327-334.

Hotelling, H. [1929] "Stability in Competition," *Economic Journal*, 39, pp. 41-57.

Mankiw, N. G. and M. D. Whinston [1986] "Free Entry and Social Inefficiency," *Rand Journal of Economics*, 17, pp. 48-58.

Meagher, K. J. and K. G. Zauner [2004] "Product Differentiation and Location Decisions under Demand Uncertainty," *Journal of Economic Theory*, 117, pp. 201-216.

——— [2005] "Location-then-Price Competition with Uncertain Consumers Tastes," *Economic Theory*, 25, pp. 799-818.

Ottaviano, G. I. P. and J. F. Thisee [1999] "Monopolistic Competition, Multiproduct Firms and Optimum Product Diversity," *CEPR Discussion Paper*, No. 2151.

Peitz, M. [1997] "Models a la Lancaster and a la Hotelling: When they are the Same," *Economic Letters*, 54, pp. 147-154.

Salop, S. C. [1979] "Monopolistic Competition with Outiside Goods," *Bell Journal of Economics*, 10, pp. 141-156.

Stiglitz, J. E. [1986] "Towards a More General Theory of Monopolistic Competition" in *Price, Competition, and Equilibrium*, eds. by Peston, M. H. and R. E. Quandt, Oxford, Philip Allen, pp. 22-69.

中川訓範 [2002] 「理想点型選好のもとでの多品種購入——消費者の理想点に不確定性が存在する場合——」『経済論叢』第170巻5・6号，2002年11・12月，20-33ページ。