経済論叢（京都大学）第182巻第5・6号，2008年11・12月

「マルクス派最適成長論」の現実性と価値・価格問題

金　江　　　亮

I　は　じ　め　に

本稿は，大西・山下［2003］，山下・大西［2003］が提起した「マルクス派最適成長論」モデルの現実性に関わる論点と，それが「マルクス・モデル」と呼ぶにふさわしいものかを評価する重要ポイントとしての価値・価格問題を論じる。この「マルクス派最適成長論」モデルは，産業革命による技術変化が「資本蓄積を第一義的課題とする社会」として定義された資本主義を必然化するが，その後の長期に亘る資本蓄積の進行がやがてその課題を不要化し，したがって資本主義の終焉をもたらすということを主張する壮大な「史的唯物論モデル」として構成されている。こうした「史的唯物論」的内容をモデルの形で定式化しようとしたものは過去に存在しないので，これがそれにふさわしいものであるかを検討することは極めて重大な意義を有する。そして，実際に，これらのモデルには，いくつかの非現実的な課題があり，その解消は不可欠である。また，「マルクス・モデル」と呼ぶためには価格体系と価値体系との対応を求めなければならない。

さらに具体的に表現すると次のようになる。この「マルクス派最適成長論」モデルは，(1) 本源的生産要素は労働のみ　(2) 資本財部門と消費財部門の2部門モデル　(3) 個人の長期の最適化行動によって特徴付けられるモデルである。そして，これらの先行研究で得られた主要な結果をまとめると，次のようになる。

『社会には消費財生産部門と資本財生産部門があり，消費財部門では資本と労働を用いて消費財を生産する。資本財部門では労働のみを用いて資本財を生産する。(i) 減価償却のない場合には，労働は資本財・消費財の生産にそれぞれ用いるのであるが，その比率は初期には資本財生産の比率が高いが，時間が進むにつれ消費財生産の比率が高くなっていき，定常状態ではすべての労働が消費財生産にまわされ，資本蓄積は停止する。(ii) 減価償却のある場合には，同様に初期には資本財生産の比率が高く，時間が進むにつれ消費財生産の比率が高くなっていき，定常状態では減価償却補填分の資本財生産のみ行われる。』

ここで，疑問が湧く。第一に，資本財生産が労働のみによってなされると仮定されているが，これは非現実的である。資本財生産においてこそ，より多くの資本財が使用されているので，この非現実的仮定は放棄されねばならない。また第二に，この定式化は社会計画者の最適化行動としての定式化であり，これもまた現実の資本主義にとって非現実的である。現実経済では，企業が利潤極大化原理で行動しているのであるから，その仮定に転換されなければならない。最後に第三に，「マルクス・モデル」と呼ぶためには労働価値説との関係もより明確化し，よって価値・価格の両体系の整合性問題が論じられなければならない。

そこで，資本財生産が労働のみによってなされる「マルクス派最適成長論」モデル（基本モデル）とは異なり，資本と労働でなされるモデルを「拡張モデル」と呼ぶことにし，第Ⅱ節において分権経済を考える。そして，それらの結果から価値と価格の関係を調べることとする。最後に第Ⅲ節で結論を述べる。

ただし，本論文では価値・価格の関係はすべて定常状態でのみ考える。また本文中で，各変数は時間 t の関数であるが，煩雑さを避けるため t は省略する。

II 資本財が資本と労働によって生産される場合（拡張モデル）

先行研究の大西・山下 [2003]，山下・大西 [2003] のモデル（基本モデル）では，資本財が労働のみによって生産されると仮定されていた。しかし通常，

資本財生産部門の方が資本の有機的構成が高く，資本が労働のみで生産されるとの仮定は強すぎるので，それを考慮してみたい。すなわち，本節では資本財生産が資本と労働によってなされる拡張モデルを考える。

また，本稿では本源的生産要素は労働のみと考えているが，それは生産=労働の主体である人間が最終的に保有している「投入要素」が労働であり，それと対比される資本がその二次的生産物であるからである。自然界には人間の意志とは独立に様々な物理的化学的生物的運動が日々生じているが，その「運動＝変化」自体はここで対象とする「生産活動」ではない。人間が人間の意志であるものを自然界に投入し，それによってある有益なものを取りだす。その際に「投入するもの」は本源的には労働のみであるという趣旨である。

この意味で，資本が資本と労働で生産されるとしても，本源的生産要素は労働のみであると考えられる。

1 分権経済

基本モデルでは，資本財生産が労働のみでなされている。この条件を緩和して，資本財が資本と労働によって生産される拡張モデルにおいて価値と価格との関係を調べる。以下の数式において時刻 t を省略するが，説明上の都合で明記することもある。また，定常状態での値を＊をつけて表す。

各企業の生産関数を

資本財生産企業

$$I(K_1, L_1)=AK_1^{\alpha}L_1^{1-\alpha} \tag{1}$$

$$\dot{K}=I-\delta K \tag{2}$$

消費財生産企業

$$C(K_2, L_2)=BK_2^{\beta}L_2^{1-\beta} \tag{3}$$

とし，資源制約を

資本供給

$$K_1+K_2=K \tag{4}$$

労働供給

$$L_1+L_2=L \tag{5}$$

とする。

家計の単期ごとの効用は $\log C$ であり，通時的効用は単期ごとの効用の割引価値の総和（積分）である。

$$U=\int_0^\infty e^{-\rho t}\log C dt \tag{6}$$

ここで C：消費財　I：投資財　K：資本財　L：労働（定数）　$\delta>0$：減価償却率　$\rho>0$：時間選好率（定数）であり，$\dot{K}$ は時間微分を表す。また，$0\leq L_1,\ L_2\leq L,\ 0\leq K_1,\ K_2\leq K$ である。家計は通時的効用を最大化するように行動する。

消費財価格を1に基準化し，p：資本財価格　R：資本のレンタル率　w：賃金率とする。

各企業は以下の最適化行動を行う。各時刻 t において，資本財企業は価格・要素価格 $\{p(t),\ R(t),\ w(t)\}$ を所与として，投入 $K_1(t),\ L_1(t)$ を，単期の利潤 $\pi_1(t)$ が最大になるように選択する。

$$\max_{K_1(t),\ L_1(t)}\pi_1(t)=\max_{K_1(t),\ L_1(t)}\{p(t)I(t)-R(t)K_1(t)-w(t)L_1(t)\} \tag{7}$$

また各時刻 t において消費財企業は，要素価格 $\{R(t),\ w(t)\}$ を所与として，投入 $K_2(t),\ L_2(t)$ を，単期の利潤 $\pi_2(t)$ が最大になるように選択する。

$$\max_{K_2(t),\ L_2(t)}\pi_2(t)=\max_{K_2(t),\ L_2(t)}\{C(t)-R(t)K_2(t)-w(t)L_2(t)\} \tag{8}$$

ここでは簡単のため，両企業共に投資の調整費用を考えていない。

単期の利潤最大化の1階条件より，

$$\frac{\partial\pi_1}{\partial K_1}=0,\ \frac{\partial\pi_2}{\partial K_2}=0\ \Leftrightarrow\ pI_{K_1}=C_{K_2}=R \tag{9}$$

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial L_1}=0,\ \frac{\partial \pi_2}{\partial L_2}=0 \Leftrightarrow pI_{L_1}=C_{L_2}=w \tag{10}$$

が得られる。生産関数が一次同次であることから，均衡では両企業共に利潤は0になることが分かる。(9)の右辺の意味は，「資本の限界1単位当たりの資本財生産額＝資本の限界1単位当たりの消費財生産額＝資本のレンタル率」であり，(10)の右辺の意味は「労働の限界1単位当たりの資本財生産額＝労働の限界1単位当たりの消費財生産額＝賃金率」である。

資本市場の裁定条件は，以下のようになる。pを銀行に預けた場合の利子はrpであり，pで資本財を買った場合は，資本を貸すことによる収入Rと，キャピタルゲインまたはキャピタルロス$\dot{p}$を得る。また，減価償却はδだが，これは価格ではδpなので，$rp=R-\delta p+\dot{p}$がなりたつ。これを書き直して，

$$r=\frac{R}{p}-\delta+\frac{\dot{p}}{p} \tag{11}$$

である。

家計の予算制約式は

$$\dot{a}(t)=r(t)a(t)+w(t)L-C(t) \tag{12}$$

である。ただし，資産を $a(t)(=p(t)K(t))$ で表している。資産の増分は，利子と労賃から消費を差し引いたものに等しいということである。

各時点tにおいて，家計は当期の資産・利子率・賃金率 $\{a(t),\ r(t),\ w(t)\}$ を所与として，この予算制約式(12)の下に，通時的効用(6)を最大化するように，消費量$C(t)$を選択する。

$$\begin{aligned}&\max_{C(t)}\int_0^\infty e^{-\rho t}\log C(t)\,dt\\ &s.t.\quad \dot{a}(t)=r(t)a(t)+w(t)L-C(t)\end{aligned} \tag{13}$$

経常価値ハミルトニアンは

$$H=\log C+\mu(ra+wL-C) \tag{14}$$

となる。ここでμは資産aのシャドウプライスである。

1階条件は

$$\frac{\partial H}{\partial C}=0 \Leftrightarrow \frac{1}{C}=\mu \tag{15}$$

$$\frac{\partial H}{\partial a}=\rho\mu-\dot{\mu} \Leftrightarrow \frac{\dot{\mu}}{\mu}=\rho-r \tag{16}$$

この2式から，各時点で $\rho=r(t)-\frac{\dot{C}(t)}{C(t)}$ となることが導かれる。(定常状態では $\frac{\dot{C}}{C}=0$ となるため，$\rho=r$ となり時間選好率が利子率と等しくなることに注意。)

このことと，資本市場の裁定条件から各時点で

$$\rho+\frac{\dot{C}}{C}=\frac{R}{p}-\delta+\frac{\dot{p}}{p} \tag{17}$$

が成り立つが，特に定常状態では $\frac{\dot{C}}{C}$，$\frac{\dot{p}}{p}$ が0になるので，

$$\rho=\frac{R^*}{p^*}-\delta \tag{18}$$

となるが，$R=pI_K$ なので，

$$I_K^*=\rho+\delta \tag{19}$$

が成立する。一方，(9)(10)を辺々割ると，企業間での技術的限界代替率均等を意味する

$$\frac{C_K}{C_L}=\frac{I_K}{I_L}=\frac{R}{w} \tag{20}$$

が得られるので，これに(19)を代入すると，

$$\frac{1}{\rho+\delta}C_K^*I_L^*=C_L^* \tag{21}$$

が成立する。大西［2005］，大西・藤山［2003］でも同様の式があるが，減価償却率が入っていないため，この式は若干の拡張になっている。

(4)(5)(20)(21)から定常状態での資本財・労働の各生産部門における比率

が求まる。

$$K^*:K_1^*:K_2^*$$
$$=\{\delta(1-\alpha)+\rho(1-\beta)\}:\beta\delta(1-\alpha):(1-\beta)(\rho+\delta-\alpha\delta)$$
$$L^*:L_1^*:L_2^*$$
$$=(\rho+\delta):\alpha\delta:(\rho+\delta-\alpha\delta) \tag{22}$$

この式と，定常状態では $\dot{K}=0$ であることから得られる資本財生産の式 $\delta K=I(K_1, L_1)$ から，資本労働比率が求まる。

$$\left(\frac{K}{L}\right)^*=\frac{\beta(1-\alpha)(\rho+\delta)}{\alpha\{\rho(1-\beta)+\delta(1-\alpha)\}}\left(\frac{A\alpha}{\rho+\delta}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \tag{23}$$

時間選好率 ρ が低いほど，減価償却率 δ が低いほど，資本財生産部門の生産性 A が高いほど，定常状態での資本量が多くなることが分かる。また，この拡張モデルにおける資本労働比率は基本モデルと比べて，消費財生産部門の生産性 B が資本蓄積水準に影響を及ぼしていないのは同様であるが，一方で消費財生産部門のパラメータ β が影響しているのが異なる。基本モデルでは資本財生産部門のパラメータのみによって資本労働比率が決まっていた。(23) から，消費財生産関数において資本の生産に対する弾力性 β が大きいほど，資本蓄積水準が大きくなることが分かる。消費財生産に用いられる資本は，直接には資本財生産には関わらないが，長期定常状態における資本蓄積水準に関わってくることが分かる。

ただし基本モデルの場合と違って，移行経路を具体的に計算するのは難しい。また，時間選好率が高いと経路が不安定となる。ここでは簡単に，時間選好率は十分 0 に近いとしておく。

補足　安定性について

(22) (23) から，定常状態の存在が分かるが，初期資本量に依存せずに (i) 定常状態における資本量が一意に決まること (ii) 定常状態に近づいていくこと (安定性) が問題である。これは，Benhabib, Nishimura [1979] において一

般的な n 部門モデルで，社会計画者の最適化解の場合に示されている。

本稿の2部門モデルでの競争均衡解は，

(a) 価格・要素価格 $\{p(t), R(t), w(t)\}$ を所与として資本財企業が最適化((7)式)

(b) 要素価格 $\{R(t), w(t)\}$ を所与として消費財企業が最適化((8)式)

(c) 資産・利子率・賃金率 $\{a(t), r(t), w(t)\}$ を所与として家計が最適化((12)式)

上記3つをみたす配分

$\{p(t), r(t), R(t), w(t), a(t), K_1(t), K_2(t), K(t), L_1(t), L_2(t), C(t), I(t)\}_{t=0}^{\infty}$

として求まるが，本モデルでは外部性が存在しないため，そのうちの実物財の資源配分 $\{K_1(t), K_2(t), K(t), L_1(t), L_2(t), L(t), C(t), I(t)\}_{t=0}^{\infty}$

が社会計画者の最適化解と一致するので，Benhabib, Nishimura [1979] の結果から時間選好率が十分0に近いと前提すれば，(i)(ii)が成り立つことが分かる。また，各時点での実物財の資源配分から，(9)(10)(11)より名目変数である価格・要素価格 $\{p(t), r(t), R(t), w(t)\}_{t=0}^{\infty}$ の配分も決まる。

2 価格と価値

さて，定常状態において価値・価格の関係を求めよう。

(7)(8)は均衡では0になるので，資本レンタル率 $R^*=p^*(r^*+\delta)$ に注意すると

$$p^*(r^*+\delta)K_1^*+w^*L_1^*=p^*\delta K^* \tag{24}$$

$$p^*(r^*+\delta)K_2^*+w^*L_2^*=C^* \tag{25}$$

となる。これは以下のことを意味している。

資本財生産部門では，資本 K_1^* と労働 L_1^* を投入して資本財 δK^* を産出する。価格で表すと，資本のレンタル費用が $R^*K_1^*$，労働への支払いが $w^*L_1^*$，産出は $p^*\delta K^*$ となるが，レンタル費用 $R^*K_1^*$ はさらに調達費用 $p^*\delta K_1^*$ と利子 $p^*r^*K_1^*$ に分解できる。消費財生産部門も同様に解せる。

(24) (25) より

$$\frac{1}{p^*}=\frac{(r^*+\delta)K_2^*L_1^*-(r^*K_1^*-\delta K_2^*)L_2^*}{C^*L_1^*} \tag{26}$$

次に価値を考えよう。資本財1単位当たりの価値を t_1，消費財1単位当たりの価値を t_2 とする。

資本財生産部門では，生産において移転される資本財の価値が $t_1^*\delta K_1^*$であり，労働が L_1^*だけ投入され，産出される資本財の価値は $t_1^*\delta K^*$ である。消費財生産部門では，生産において移転される資本財の価値が $t_1^*\delta K_2^*$であり，労働が L_2^*だけ投入され，産出される消費財の価値は $t_2^*C^*$ である。

よって，次が成り立つ。

$$t_1^*\delta K_1^*+L_1^*=t_1^*\delta K^* \tag{27}$$

$$t_1^*\delta K_2^*+L_2^*=t_2^*C^* \tag{28}$$

この2式から，

$$t_1^*=\frac{L_1^*}{\delta K_2^*} \tag{29}$$

$$t_2^*=\frac{L}{C^*} \tag{30}$$

となる。

(29) (30) より

$$\frac{t_2^*}{t_1^*}=\frac{\delta K_2^*}{C^*}\frac{L}{L_1^*} \tag{31}$$

よって

$$\frac{1}{p^*}\Big/\frac{t_2^*}{t_1^*}=\frac{(r^*+\delta)K_2^*L_1^*-(r^*K_1^*-\delta K_2^*)L_2^*}{\delta K_2^*L} \tag{32}$$

となるが，(22) より

$$\frac{1}{p^*}\Big/\frac{t_2^*}{t_1^*}=\frac{\rho(1-\alpha)+\delta(1-\alpha)}{\rho(1-\beta)+\delta(1-\alpha)}$$

$$=\frac{1-\alpha}{1-\beta}+\frac{1-\alpha}{1-\beta}\frac{\delta(1-\beta)-(1-\alpha)}{\rho(1-\beta)+\delta(1-\alpha)} \tag{33}$$

となる。(33)より，価値と価格が一致するとき，

$$\begin{aligned}\frac{1}{p^*}/\frac{t_2^*}{t_1^*}=1 &\Leftrightarrow \rho(\alpha-\beta)=0\\ &\Leftrightarrow \rho=0 \text{ または } \alpha=\beta\end{aligned} \tag{34}$$

となる。このことと $\frac{1}{p^*}/\frac{t_2^*}{t_1^*}$ が ρ に関して単調減少であり，$\rho\to 0$ のとき $\frac{1}{p^*}/\frac{t_2^*}{t_1^*}\to 1$ となることから，(i) 利子率＝時間選好率 ρ が0に近ければ近いほど，価値と価格が近似的に等しくなる (ii) 資本財部門，消費財部門の両部門において資本の有機的構成が等しいとき価値と価格は一致するという2つのことが分かる。最適成長モデルの定常状態は従来の数理マルクス研究における線型モデルと解することができることが分かる。

従って，時間選好率が0に十分近いと前提すれば，価値と価格は定常状態において近似的に等しいと考えられる。(一般に最適成長論においては最適経路の安定性の条件を満たすために，時間選好率は0に近いと仮定するのが普通である。) つまり，マルクスの労働価値説は時間選好がなければ成立している。しかし時間選好率が0でなければ，厳密には価値と価格は一致しない。価値と価格との乖離の原因が時間選好にある可能性があることが分かる。

なお，本稿では定常状態でしか価値と価格の関係を考えていない。これは簡単化のためであるが，たとえば日本のように資本蓄積の歴史的課題を終了したと考えられる社会はすでにこの段階に達しているという意味で[1]，現実に存在しない社会を対象としているわけではない。つまり，本稿のここでの結論は資本蓄積の課題を終了した先進諸国ないし共産主義において価値と価格は一致しないことを示したものと言える。それに到る過程でももちろん一致しないから，価値と価格は成長経路でも，またこのような定常状態でもともに一致しないことを本稿は導いたことになる。

1) これは大西 [2007] の認識である。

III 結　語

本稿で得られた帰結は次の通りである。

(1) 資本財生産に資本財が用いられる拡張モデルでは，基本モデルとは違って定常状態における資本労働比率に，消費財生産関数のパラメータが影響してくる。しかし，その場合でも消費財生産における資本の弾力性βが大きいほど資本蓄積水準が大きくなる。消費財生産に用いられる資本は，直接には資本財生産には関わらないが，長期定常状態における資本蓄積水準に関わってくる。

(2) 定常状態の近くでは，最適成長モデルを線型モデルとみなして労働価値説を論じることができる。その結果，時間選好率が0に近ければ労働価値説が近似的に成り立っているが，時間選好率が0に近くなければ価格と価値は乖離する。価値と価格の不一致の原因は時間選好にある可能性がある。したがって価値と価格は，先進諸国ないし共産主義において一致せず，それに到る過程でももちろん一致しない。

本稿での価値の計算は，長期定常状態において行った。定常状態では，毎期の減価償却量と資本財生産量が一致しており，消費財生産量も一定である。最適成長論における定常状態において，従来の数理マルクス研究における線型モデルが成り立っていると解釈することが出来る。線型モデルはこれまで多く研究されているが，それを最適成長論の枠組みの中でも位置づけられるというのは重要である。というのは，一般に他の最適成長モデルにおいても定常状態で線型近似することにより，価値・価格の関係や，価値の動学を論じられるのではないかと予想されるからである。これは，マルクスの価値・価格に，ミクロ的な基礎付けを与えうることにもなる。

Shinkai [1960]，Uzawa [1961] では，資本家は投資し，労働者は消費すると行動が外生的に決められている。Morishima [1973] での森嶋・シートン方程式はその条件の下に成立する価値と価格の関係式である。Benhabib, Nishimura [1979] では，一次同次な生産関数をもつ多部門最適成長論が社会計画者

の最適化の場合に扱われているが，価値が扱われていない。

つまり，本稿は Benhabib, Nishimura [1979] を2部門モデルの場合に，従来の数理マルクス研究の成果との接合の可能性を示したことになる。

参考文献

大西 広 [2005]「市場と資本主義の関係についての史的唯物論的理解について」『季刊経済理論』第42巻1号。

――― [2007]「成熟社会の歴史的位置について」碓井敏正・大西広編『格差社会から成熟社会へ』大月書店。

大西 広・藤山秀樹 [2003]「マルクス派最適成長論における労働による資本の「搾取」」京都大学 Working Paper no. J-33。

大西 広・山下裕歩 [2003]「新古典派成長論型マルクス・モデルにおける資産格差と時間選好率格差」『政経研究』第81号。

高橋青天「収穫一定技術を持つ多部門経済の成長と循環の大域的分析」(西村和雄・福田慎一編著 [2004]『非線形均衡動学』東京大学出版会)。

山下裕歩 [2005]「新古典派「マルクス・モデル」における Roemer 的「搾取」の検討」『季刊経済理論』第42巻3号。

山下裕歩・大西 広 [2002]「マルクス理論の最適成長論的解釈―最適迂回生産システムとしての資本主義の数学モデル―」『政経研究』第78号。

――― [2003]「マルクス・モデルの諸性質と生産要素としての労働の本源性」京都大学『経済論叢』第172巻第3号。

Barro, Robert J. Xavier Sala-i-Martin [2004] *Economic Growth* (2nd edition), MIT Press. (大住圭介訳 [2006]『内生的経済成長論 (第2版)』九州大学出版会)。

Benhabib, J., K. Nishimura [1979] "The Hopf bifurcation and the Existence and Stability of Closed Orbits in Multi-sector Models of Optimal Economic Growth," *Journal of Economic Theory* 21, pp. 421-444.

Morishima, M. [1973] *MARX'S ECONOMICS: A Dual Theory of Value and Growth*,Cambridge University Press. (高須賀義博訳『森嶋通夫著作集第7巻 マルクスの経済学』岩波書店)。

Shinkai, Y. [1960] "On the Equilibrium Growth of Capital and Labor," *International Economic Review*, Vol. 1, pp. 107-111.

Uzawa, H. [1961] "On a Two-Sector Model of Economic Growth," *Review of Economic Studies*, Vol. 29, pp. 40-47.

(2009年7月6日受付，2009年8月31日受理，シニアエディタ：草野真樹)