

氏名	わか さ ゆう じ 若 佐 裕 治
学位(専攻分野)	博 士 (情 報 学)
学位記番号	論 情 博 第 6 号
学位授与の日付	平 成 12 年 9 月 25 日
学位授与の要件	学 位 規 則 第 4 条 第 2 項 該 当
学位論文題目	Control System Analysis and Synthesis Based on Matrix Inequalities (行列不等式による制御系解析および設計)

論文調査委員 (主 査)  
教 授 山 本 裕 教 授 磯 祐 介 教 授 片 山 徹

### 論 文 内 容 の 要 旨

本論文は制御理論に重要な役割を果たす行列不等式の理論と応用についての研究をまとめたものである。

従来から制御理論における結果として、多くの制御問題が行列不等式によって記述できることが知られていたが、一般にかなり小規模の行列不等式を除いて十分短い時間で数値的に解くことは困難であると考えられていた。しかし近年、計算機の演算速度が向上したことで行列不等式の中でも特に線形行列不等式を解くための効率の良いアルゴリズムが開発されたことにより、線形行列不等式で記述される制御問題は可解と認識されるようになった。これを契機に制御問題を線形行列不等式で記述するさまざまな手法が研究された。ここでいう線形行列不等式とは対称行列のアフィン結合が半正定値であるという形式の不等式である。

一方で、線形行列不等式と比べてより一般的である双線形行列不等式は、制御系設計問題をより自然にかつ柔軟に記述できることから、その数値解法が注目を集めてきた。しかし、双線形行列不等式は双凸性の性質を有し、そのために線形行列不等式に比べ数値的に解くことが困難となっている。

本論文は、このような最近の行列不等式に基づく制御系の解析・設計に関するもので、特に

1. 線形行列不等式に基づく制御系の解析および設計 (第3章～第5章)
2. 双線形行列不等式の数値解法 (第6章)

に関する研究成果をまとめたもので以下の7章からなる。

まず、第1章の序論で制御理論における行列不等式の歴史的背景をまとめ、続く第2章で後で必要となる行列不等式に対するいくつかの補題、および線形行列不等式、双線形行列不等式の性質をそれぞれ述べている。

第3章では、線形行列不等式に基づく制御系解析の研究として、不確かさをもつ制御系の性能の感度を計算する方法を示す。ここでは、多くの制御系の性能解析問題が半正定値計画問題、すなわち線形行列不等式制約のもとで線形汎関数を最小化するという最適化問題に帰着されることに注意して、

1. 半正定値計画問題における新しい相補性条件を導入し、半正定値計画問題の感度解析の結果を導く。
2. 得られた感度解析の結果を制御性能の感度解析に応用する。

というステップをとっている。

続く第4章と第5章では、線形行列不等式に基づく二つの制御系設計法を提案している。

ロバスト制御は与えられた不確かさに対する最悪ケースの安定性、制御性能を保証する制御である。しかし、このような最悪ケース設計は保守的な制御結果を与えることがしばしばある。そこで第4章では、不確かさの範囲と制御性能の間のトレードオフを考慮し、最悪ケース設計よりも現実にもっと制御系設計法を提案する。設計問題は双線形行列不等式制約をもつ半無限計画問題に帰着されるが、その近似解法を提案するとともにその収束性の証明を与えている。

制御問題に対する線形行列不等式アプローチはモデル予測制御へも近年応用されている。しかし、そこでは通常のモデル予測制御で考慮されている制御入力、制御出力の変化率に関する制約が考慮されていない。第5章では、このような入出力

の変化率に関する線形行列不等式条件を導出している。導出した線形行列不等式条件は変化率制約の十分条件であるが、実際に良い制御性能を与えることを数値例で示している。

第6章では双線形行列不等式の解法として、大域的最適化の一つの手法である主緩和双対法の応用を提案する。主緩和双対法は目的関数と制約関数が双凸関数であるような数理計画問題に対する解法であり、双線形行列不等式の求解問題をこの種の問題に定式化することにより、適用することが可能となる。さらに、実用上の計算効率の観点から改善法を提案している。

最後に第7章で本論文の成果をまとめ、将来の研究課題を検討している。

### 論文審査の結果の要旨

本論文は行列不等式の制御問題における解析、設計における性質、応用についての研究成果をまとめたものであり、得られた主な成果は次の通りである。

1) 線形行列不等式制約の下での線形汎関数最小化問題、いわゆる半正定値計画問題に対して、新しい相補性条件を導入することにより、その感度解析の手法を導いている。この結果はそれまでなかったもので、制御系のパラメータが制御性能にどのように影響するかを明らかにするものである。

2) ロバスト制御問題に対して、保守的になりやすい最悪ケースの性能保証に代わるものとして、不確かさの範囲と制御性能のトレードオフを考察する設計法を提案し、その近似解法と収束性を証明している。

3) さらにモデル予測制御への線形行列不等式の応用として、制御入力、制御出力の変化率に関する制約を取り入れた設計法を提案し、従来の設計に比べて制御性能の改善が得られることを示した。

4) 最後に、線形行列不等式で記述されない、より一般的な問題の記述力を持つ双線形行列不等式に対し、主緩和双対法と呼ばれる大域的最適化手法の適用を可能にし、このクラスの問題の解法に新しい方向性を示した。これは世界的にもそれまでなかったもので、学術的な価値が高い。

本研究における成果は、制御系の解析、設計において重要な役割を果たす、行列不等式を用いた手法とその解法、応用を明らかにしたものであり、学術上、実際上寄与するところが少なくない。よって、本論文は博士(情報学)の学位論文として価値あるものと認める。また、平成12年8月8日、論文内容とそれに関連した事項について試問を行った結果、合格と認められた。