

②

機械学習によるファジィ推論知識の  
自動獲得に関する研究

野村 竜也

1998年

## 論文要旨

システムの設計・制御を行う上で、人間による直接的方法はシステムが大規模かつ複雑になると非常に困難となる。このため、与えられたデータから自動的に問題となる設計・制御の問題を解決する手法、いわゆる機械学習のアルゴリズムが研究されている。

中でも、複数の入力属性から成るデータの分類規則を例題となる入出力データから自動的に抽出する方法として、ID3 に代表される決定木生成アルゴリズムが研究されている。これは、与えられた出力データの集合を特定の入力属性に着目して入力属性値ごとに分割することにより、帰納的に分類木を生成することで最終的に分類規則を抽出する手法である。しかし、オリジナルの ID3 では入力属性値、出力値共に離散値もしくは記号などの非数値データである場合にしか適用出来ないという制限がある。一方、ファジィ理論の特性を取り入れることにより入力属性値が数値である場合も扱えるように、ファジィ決定木を生成することでファジィ If-Then ルールを抽出するファジィ ID3 が提案されている。しかし、知識抽出の対象である入出力データに内在する規則の傾向が動的に変化する場合には、ID3 のような従来のアルゴリズムでは適用が難しい。

このような動的環境における適応システムの構築法として、近年ニューラルネットワークや遺伝的アルゴリズムなどの生物の情報処理を模倣した機械学習アルゴリズム、いわゆる“Biologically Inspired Methods”を用いた手法が提案されている。とくに、近年の大きい流れとして、ファジィの持つ言語的表現能力と Biologically Inspired Methods を組み合わせた適応的知識抽出法の研究が盛んに行われている。本稿では、従来の ID3 が扱えなかった数値入力属性を持つ入出力データにおいて、存在する規則の傾向が動的に変化する場合での、データからのファジィ推論知識の抽出を目標とし、ニューラルネットワーク、遺伝的アルゴリズム、およびそのハイブリッドモデルによるファジィルールの適応的ファジィデータ抽出の手法を与える。

# 目次

第1章 はじめに	4
1.1 概論	4
1.2 入出力データとファジィIf-Then ルールの形式	5
1.3 本稿の構成	7
第2章 数値確信度付きファジィルールの数学的性質	8
2.1 はじめに	8
2.2 直接確信度と間接確信度	9
2.2.1 基本記述	9
2.2.2 数値確信度の解釈	12
2.3 直接・間接確信度による各種推論法の性質	13
2.3.1 直接確信度における各種推論法の性質	14
2.3.2 間接確信度における各種推論法の性質	18
2.4 シングルトン形式ルールと従来形式ルールとの比較	21
2.5 考察	26
第3章 Fuzzy Self Organizing Map を用いた適応的ファジィルール抽出	28
3.1 はじめに	28
3.2 SOM と FSOM	29
3.2.1 SOM と競合学習	29
3.2.2 FSOM	30

3.2.3	ESOMにおける染色体の導入	33
3.3	FINの導入によるルール抽出	36
3.3.1	FIN	36
3.3.2	Radial Basis Functionによる方式との比較検討	39
3.3.3	遺伝的アルゴリズムによる方式との比較検討	42
3.4	評価関数に対するシミュレーションと評価	43
3.4.1	他方式との比較実験	44
3.4.2	ESOMにおける学習アルゴリズムの比較実験	49
3.5	まとめ	53
<b>第4章</b>	<b>実数値染色体と偏平均交叉による遺伝的アルゴリズムを用いたファジィルール抽出</b>	<b>56</b>
4.1	はじめに	56
4.2	ファジィルール抽出のための遺伝的アルゴリズムにおける実数値染色体符号化と偏平均交叉	57
4.2.1	実数値符号化	57
4.2.2	偏平均交叉	58
4.2.3	ファジィルール抽出への応用	60
4.3	評価関数に対するシミュレーションと評価	61
4.3.1	実験1	61
4.3.2	実験2	67
4.4	まとめ	72
<b>第5章</b>	<b>ハイブリッドシステムを用いたファジィルール抽出</b>	<b>75</b>
5.1	はじめに	75
5.2	ハイブリッドシステムを用いたファジィルール抽出	76
5.2.1	ESOM-実数値染色体GA-ハイブリッドシステム	76
5.2.2	遺伝的交叉法-マルコフ連鎖モンテカルロシステムを用いたファジィルール抽出	79
5.3	評価関数に対するシミュレーションと評価	81

5.4	考察	81
<b>第6章</b>	<b>おわりに</b>	<b>85</b>
6.1	まとめ	85
6.2	今後の課題	86
	<b>参考文献</b>	<b>88</b>
	<b>本研究に関する公表文献</b>	<b>93</b>
	<b>謝辞</b>	<b>96</b>

# 第1章 はじめに

## 1.1 概論

システムの設計・制御を行う上で、人間による直接的方法はシステムが大規模かつ複雑になるにつれて非常に困難となる。このため、与えられたデータから自動的に問題となる設計・制御の問題を解決する方法、いわゆる機械学習アルゴリズムが研究されている。

機械学習は非常に多様な分野であり、その目的も多様である。その1つの流れとして、システムが自分のパフォーマンスをモニターし、それに応じて内部パラメータを自動的に修正する適応システムがあり、別の流れとして、システム外部から与えられたデータに内在する規則性を構造化し、明示的な知識を獲得する知識抽出システムがある。この2つの流れは独立なものではなく、一方がその目的のために他方を利用するものも考えられる。

複数の入力属性から成るデータの分類規則を例題となる入出力データから自動的に抽出する方法は、主に人工知能分野において研究されている。このような手法の主流の1つに、ID3 [27] に代表される決定木生成アルゴリズムがある。これは、与えられた入出力データの集合を特定の入力属性に着目して入力属性値ごとに分割することにより、帰納的に分類木を生成することで最終的に分類規則を抽出する手法である。ID3の特徴は、相互情報量を用いて最も分類効率の良い入力属性を選択することにある。しかし、連続値のID3には、入力属性値、出力値共に離散値もしくは記号などの非数値データである場合、その適用出来ないという制限がある。

一方、人間が用いる曖昧な知識を数理的に表現する手法として、ファジ理論が30年以上前に提唱されている。このファジ理論の特性を取り入れることにより上記の弱点を補い、入力属性値が数値である場合に拡張された方法として、与えられたデータ集合により入出力集合をファジ分割し、ファジ決定木を生成する手法として、Fuzzy If-Thenルールによる知識抽出法として、ID3-IF [50] が提案されている。入

出力集合をファジ分割する際のファジ集合を入力属性数値の分布によって自動的に決定するアルゴリズムを含めたファジID3 “IDF” [50] も提案されている。

しかし、上記の知識抽出システムと適応システムを同時に実現しなければならない場合、とくに、知識抽出の対象である入出力データに内在する規則の傾向が動的に変化する場合には、ID3のような従来のアルゴリズムでは適用が難しい。つまり、ID3などの決定木方式では、規則の傾向が変化する度に最初から決定木を組み直す必要があり、適応性に欠けるからである。

このような動的環境における適応システムの構築法として、近年ニューラルネットワークや遺伝的アルゴリズムなどの生物の情報処理を模倣した機械学習アルゴリズム、いわゆる“Biologically Inspired Methods”を用いた手法が提案されている。これは、生物の適応能力を何らかの形で実現し柔軟な適応システムを構築する試みであるが、それぞれの手法の理論的解析が難しいため、工学分野では実証的研究が急がれている。とくに、近年の大きい流れとして、ファジ理論の持つ言語的表現能力と Biologically Inspired Methods を組み合わせた適応的知識抽出法の研究が盛んに行われている。これは、ファジ理論自体には無い学習能力を、上記手法によって補うことを特徴としている。

本稿では、従来のID3が扱えなかった数値入力属性を持つ入出力データにおいて、内在する規則の傾向が動的に変化する場合での、データからのファジ推論知識の抽出を目標としている。具体的には、与えられた複数の数値入力属性から成る入出力データの集合から、ファジID3と同様にファジIf-Thenルール形式で知識抽出を行うことを目的として、ニューラルネットワーク、遺伝的アルゴリズム、およびそのハイブリッドモデルによるファジルール適応的パラメータ抽出の手法を与える。

## 1.2 入出力データとファジIf-Thenルールの形式

本稿では、 $n$ 個の実数値入力属性を持ち、1個の出力値を持つ入出力データとその集合

$$S^{(t)} = (a_{t1}, a_{t2}, \dots, a_{tm}; c_t) \quad (t = 1, \dots, N) \tag{1.1}$$
$$S = \{S^{(1)}, S^{(2)}, \dots, S^{(N)}\} \quad (N: \text{入出力データの総数})$$

を考える。ここで、入力属性ベクトル  $a_t = (a_{t1}, \dots, a_{tm})$  は  $n$ 次元ユークリッド空間  $R^n$  に属し、出力値は  $L$ 種類より離散値もしくは記号の値  $\{C_1, C_2, \dots, C_L\}$  のいずれかをとるものとする。また、上記

出力値集合 \$S\$ を出力値が同一データの部分集合に分割したもの

$$S_k = \{S^l \in S : c_l = C_k\} \quad (k = 1, \dots, L) \quad (1.2)$$

考慮. このデータ構造はフジID3が扱うのと同じものであるが, 本稿では各出力値に対応する入力値の傾向が動的に変化する場合, つまり各 \$S\_k\$ に属する \$S^l\$ の入力属性ベクトル \$a\_l = (a\_{l1}, \dots, a\_{lm})\$ の分布が時間的, 変化する場合を想定する.

フジID3では, 各数値属性において幾つかのファジイ集合が, つまり1次元ユークリッド空間上の複数のファジイ集合 \$\{F\_1^k, \dots, F\_m^k\} (k = 1, \dots, m)\$ が予め定義されており, それによって, 式(1.2)に示す入出力データ集合の分割を相互情報量を用いて行う. この手法では, 最終的に以下の形式の数値確信度付きのシングルトン型後件部を持つファジイIf-Thenルールが抽出される.

$$\text{If } I_1 \text{ is } I_{j_1}^{t_1} \text{ and } I_2 \text{ is } I_{j_2}^{t_2} \text{ and } \dots \text{ and } I_d \text{ is } I_{j_d}^{t_d}, \text{ Then } c \text{ is } C_h \text{ with weight } \omega$$

$$(1 \leq i_1 \leq \dots \leq i_d \leq n, 1 \leq j_l \leq n_l (l = 1, \dots, d))$$

ここで, 前件部は有限集合 \$C = \{C\_1, \dots, C\_L\}\$ 上のシングルトン型ファジイ集合 (\$C\_k\$ 上で1, それ以外では0の値を持つ) であり, また, \$\omega\$ はルールに対する数値確信度であり, ルールの信頼性を表している.

本稿ではフジID3での知識表現を踏襲する形で, 式(1.2)に示す入出力データから以下の形式の数値確信度付きのシングルトン型後件部を持つファジイIf-Thenルールを抽出する.

$$\text{If } I_1 \text{ is } I_{ki1} \text{ and } I_2 \text{ is } I_{ki2} \text{ and } \dots \text{ and } I_n \text{ is } I_{kin}, \text{ Then } c \text{ is } C_k \text{ with weight } \omega_{ki} \quad (1.3)$$

$$\sum \omega_{ki} = 1 \quad (k = 1, \dots, L, i = 1, \dots, m)$$

ここで, 前件部の各 \$I\_k\$ は1次元ユークリッド空間上のファジイ集合であり, 後件部は有限集合 \$C = \{C\_1, \dots, C\_L\}\$ 上のシングルトン型ファジイ集合 (\$C\_k\$ 上で1, それ以外では0の値を持つ) である. また, \$\omega\$ はルールに対する数値確信度である. このルール群においては, 各出力値を後件部に持つルールが \$m\$ 個ずつ, 合計 \$L \times m\$ 個のルールが存在し, 数値確信度はこの \$m\$ 個のルール内で正規化条件を満たしている. また, 今後, なくともここから推察する限り, \$I\_k\$ は以下ガウス型メンバシップ関数

$$I_k(x) = \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{\mu - x}{\sigma}\right)^2\right) \quad (k = 1, \dots, L, i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, m) \quad (1.4)$$

を持つとする.

ここで問題となるのは, 式(1.3)のファジイ推論規則群で表現される知識の利便性の普遍性を持っているかということ, および式(1.3), (1.4)における数値パラメータ \$\mu\_{ki}, \sigma\_{ki}, \omega\_{ki}\$ のデータの傾向変動に追尾しながらどのように適応的に調整することである. 本稿では, 前者の問題は, 従来形式のファジイ推論規則との数値的対比により検証し, 後者の問題に対しては, 遺伝的アルゴリズムを用いた進化的アルゴリズムによる適応的機械学習の手法を提案することにより対処する.

### 1.3 本稿の構成

本稿の構成は以下の通りである.

まず, 第2章において, 前章の式(1.3)の形式の数値確信度付きファジイIf-Thenルールの形式が従来のファジイIf-Thenルールとどのような関係にあるかを数値的に解析し, 知識抽出の形式として妥当なものであるかどうかを検証する.

次に, 第3章において, ファジイクラスタリングの手法として Kohonen's Self Organizing Map を拡張したファジイニューラルネットワーク "Fuzzy Self Organizing Map" を用いて, 式(1.3)の形式のルールを直接表現するニューラルネットワークを構成する. また, このニューラルネットワークを用いて前章の式(1.1)の形式の学習データから学習を行い, 他の比較方式と対比しながら, その性能を検証する.

第4章においては, 式(1.3)のルールを遺伝的アルゴリズムによって抽出する手法を用いて, この手法では, 従来の染色体符号化と異なる実数値染色体表現を採用し, さらにそれに適した交叉 (偏平均交叉) を用いる. また, これらを用いた遺伝的アルゴリズムと従来方式との比較実験を行い, その性能を検証する.

さらに, 第5章では第3章におけるニューラルネットワークと第4章における遺伝的アルゴリズムを併用した遺伝的進化のハイブリッドモデルを用いて, 単体方式との比較実験を行い, その性能を検証する.

最後に, 第6章において本方式の問題点および今後のあり方について議論する.

## 第2章 数値確信度付きファジィルールの数学的性質

### 2.1 はじめに

近年、スマートシステムにおいて、確信度を示す数値もしくはファジィ数が付与された形式のファジィルールが使用されている事例が存在する [41, 42, 41, 39, 48, 21]. とくに、ニューラルネットワークや遺伝的アルゴリズムによるファジィ If-Then ルールの抽出において、数値確信度が与えられているルールが用いられている事例が存在する [42, 39, 48, 21].

このような数値確信度付きルールの推論合成においては、基本的に Zadeh の直接法による  $\max$ - $\min$  推論,  $\max$  代数積推論などが用いられている. しかし, 一般的な T-ノルムによる推論合成における性質 [39, 48, 21] について, Zadeh 法以外の推論法における数値確信度の解釈に関する議論は為されていない. また, 文献 [39, 48, 21] では, 多次元データのクラスタリングを目的としたファジィ If-Then ルールにおいて, 後件部メンバシップ関数がシングルトン形式のものを取り扱っているが, この形式のルールと従来の形式のルールの表現能力の比較は為されていない.

文献 [38] では, クリフ入力に対して複数の規則に対する  $\max$  代数積による推論結果を加算合成し, 重心値を出力する方法. つまり, 確信度関数を代数積とした直接推論と加算, 重心法による合成を用いた場合, 従来の形式のルールに後件部がシングルトン型のルールが価値であることが示されている. 本章では, 後件部メンバシップ関数の定義域集合が有限集合の場合に, 数値確信度の付与された後件部がシングルトン形式のファジィ If-Then ルールと従来の形式のルールが価値となるための T-ノルム, 確信度関数の条件を, 数値確信度の解釈, 各解釈における Zadeh の直接法, Baldwin, 塚本の間接法による各推論法について検討する. つまり, 前章で式 (1.3) で示される形式のファジィ推論規則

について, [41, 42, 41, 39, 48, 21].

の一般性に関する検証を行う. ただし, 本章では式 (1.4) のガウス型メンバシップ関数を仮定しない.

そのため, まず後件部メンバシップ関数の定義域集合が有限とは限らない一般的な場合において, ルールに付与された数値確信度に2通りの解釈, 直接確信度と間接確信度の場合を考え, 各々の場合において, Zadeh, Baldwin, 塚本の各推論法を適用し, 各推論法による結論の間の関係, 確信度を持たない従来の形式のルールによる結論との関係について検証する. その後, 後件部がシングルトン形式の数値確信度付きファジィ If-Then ルールと従来の形式のルールが価値となるための条件を導出し, それに基づいて, 本稿で採用する式 (1.3) のファジィ If-Then ルールの一般性について議論する.

### 2.2 直接確信度と間接確信度

#### 2.2.1 基本記述

本章に限り, 以下の記述を使用する.

$F(S)$  : 任意の集合  $S$  上のファジィ集合の全体

$\mu_{FS} : S \rightarrow [0, 1] : FS \in F(S)$  のメンバシップ関数

以降,  $X_i$  を  $i$  番目の入力の全体集合 ( $i = 1, \dots, n$ ),  $X = X_1 \times \dots \times X_n$ ,  $Y$  を出力の全体集合とする. 本章では, 以下の形式の多次元ファジィ If-Then ルールの群

$$H_i : \text{If } x_1 \text{ is } A_{i1} \text{ and } \dots \text{ and } x_n \text{ is } A_{in}, \text{ then } y \text{ is } B_i \quad (i = 1, \dots, m)$$

と,  $H_i$  に数値確信度  $W_i$  ( $i = 1, \dots, m$ ) が付与されたルールの群

$$R_i : \text{If } x_1 \text{ is } A_{i1} \text{ and } \dots \text{ and } x_n \text{ is } A_{in}, \text{ then } y \text{ is } B_i \text{ with } W_i \quad (i = 1, \dots, m)$$

を考え. ここで,  $x_j \in X_j$ ,  $y \in Y$ ,  $A_{ij} \in F(X_j)$ ,  $B_i \in F(Y)$ ,  $W_i \in [0, 1]$  である.

また,  $Y$  が有限集合  $\{y_1, y_2, \dots, y_L\}$  の場合におけるシングルトン形式ルールの群

$$H_i : \text{If } x_1 \text{ is } A_{k1} \text{ and } \dots \text{ and } x_n \text{ is } A_{kn}, \text{ then } y \text{ is } y_k$$

$$(A_{kj} \in F(X_j) \quad k = 1, \dots, L, i = 1, \dots, m)$$

に各  $i$  個の真値確信度  $W_k$  ( $k=1, \dots, L, i=1, \dots, m_k$ ) が付与されたルール群

$$R_i: \text{If } x_1 \text{ is } A_{k1} \text{ and } \dots \text{ and } x_n \text{ is } A_{kn}, \text{ then } y \text{ is } y_k \text{ with } W_{ki} \\ (k=1, \dots, L, i=1, \dots, m_k)$$

を考慮し、式(13)のルールはこの型に属し、各入力属性が実数区間であり、ガウス型メンバシップ関数を持つ特別な場合に対応している。

推論過程において、含意関数

$$I: [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$$

を用い、 $I$  ノルム

$$I: [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$$

が与えられているとする。  $I$  は、  $I(a, b) = a * b$  と記述する時、以下の条件を満たす2項関数  $*$  により規定される[51]。

$$(T1) \ a * 1 = a \ (\forall a \in [0, 1])$$

$$(T2) \ a * c, b * d = a * b * c * d$$

$$(T3) \ a * b = b * a \ (\forall a, b \in [0, 1])$$

$$(T4) \ a * (b * c) = (a * b) * c \ (\forall a, b, c \in [0, 1])$$

$$((T1)(T2) \text{ より}), \ 0 * b = 0 \ (\forall b \in [0, 1])$$

ここで、含意関数  $I$  にはとくに与わらない限り条件は付けないとする。

また、真値置換  $[0, 1]$  上の  $r$  : 集合  $[0, 1]$  の真値値と呼び、  $FV \in F([0, 1])$  に対するメンバシップ関数  $\tau_{FV} : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$  を、例えば、

$$\tau_{FV}(r) = r \ (\forall r \in [0, 1]), \ \tau_{V * u \text{ is } V}(r) = \begin{cases} 1 - (r - 1) \\ 0 \text{ otherwise} \end{cases}$$

とする。

今、任意の前提フジ集合  $A'_i \in F(X) (i=1, \dots, n)$  が与えられているとする。以下、  $A' = A'_1 * \dots * A'_n \in F(X)$  を  $A'_1, \dots, A'_n$  の  $I$  ノルム  $*$  による直積

$$\mu_{A'}(x) = \mu_{A'_1}(x_1) * \mu_{A'_2}(x_2) * \dots * \mu_{A'_n}(x_n) \ (\forall x = (x_1, \dots, x_n) \in X)$$

とする。また、各ルール  $H_i, R_i, H_k, R_{ki}$  において、  $A_i = A_{i1} * \dots * A_{in}$ ,  $A_k = A_{k1} * \dots * A_{kn}$  と略記する。以下の各推論の規則モダスハーネンス

$$\begin{array}{l} \text{前提: } \ x_1 \text{ is } A'_1, \dots, x_n \text{ is } A'_n \\ \text{規則: } \ H_i \\ \hline \text{結論: } \ y \text{ is } B'_i \end{array}$$

において結論のフジ集合  $B'_i$  を置くために、Zadeh の推論法(直接法)、Baldwin の推論法、塚本の推論法(間接法)が提案されている[35]。

Zadeh の直接推論法では、規則  $H_i$  は  $X \times Y$  上のファシイ関係  $A_i \Rightarrow B_i$  を与え、推論結果を以下の式で与える。

$$\mu_{B'_i}(y) = \sup_{x \in X} \mu_{A'}(x) * I(\mu_{A'}(x), \mu_{B_i}(y)) \quad (2.1)$$

一方、Baldwin、塚本の間接推論法では、前提  $x$  is  $A'$  から  $R_i$  の前提  $x$  is  $A_i$  に対する含意真値  $\tau_{A_i} \in F([0, 1])$  を逆真値限定により以下の式で定める。

$$\tau_{A_i}(a) = \sup_{\substack{x \in X \\ \mu_{A_i}(x)=a}} \mu_{A'}(x) \ (\forall a \in [0, 1]) \quad (2.2)$$

この  $\tau_{A_i}$  と含意関数から  $R_i$  の後件部  $y$  is  $B_i$  に対するフシイ真値  $\tau_{B_i} \in F([0, 1])$  を定め、真値限定により以下の推論結果を与える。

$$\mu_{B'_i}(y) = \tau_{B_i}(\mu_{B_i}(y)) \ (\forall y \in Y) \quad (2.3)$$

Baldwin の推論法では、

$$\tau_B(b) = \sup_{a \in [0, 1]} \tau_A(a) * I(a, b) \quad (2.4)$$

と定められる。また、塚本の推論法では、任意の命題  $\text{"If } P \text{ is } P, \text{ then } y \text{ is } Q"$  ( $P \in F(X), Q \in F(Y)$ ) に対するフシイ真値  $\tau_{P \Rightarrow Q} \in F([0, 1])$  を

$$\tau(r) = \tau_{P \Rightarrow Q}(r) = \sup_{\substack{a \in [0, 1] \\ I(a, r)}} \tau_P(a) * \tau_Q(r) \ (\tau_P, \tau_Q \in F([0, 1])) \quad (2.5)$$



一定め,

$$\tau_{B_i}(b) = \sup_{\substack{a, c \in [0, 1] \\ I(a, b) = \tau_{A_i}(a) * \tau_{A_i \Rightarrow B_i}(c)}} \tau_{A_i}(a) * \tau_{A_i \Rightarrow B_i}(c) = \sup_{\substack{a, c \in [0, 1]^2 \\ I(a, b) = \tau_{A_i}(a) * \tau(c)}} \tau_{A_i}(a) * \tau(c) \quad (2.6)$$

すなわち,

また, 合計  $m$  個の Modus Ponens の結論  $B'_1, B'_2, \dots, B'_m$  を最終的に 1 つの結論に合成する手法として, 本章では以下の  $max$  による合成  $B'_{\max}$  と加算による合成  $B'_{\text{sum}}$  の 2 つの場合を取り扱う.

$$\mu_{B'_{\max}}(y) = \max_{i=1, \dots, m} \mu_{B'_i}(y) \quad (y \in Y) \quad (2.7)$$

$$\mu_{B'_{\text{sum}}}(y) = \sum_{i=1}^m \mu_{B'_i}(y) \quad (y \in Y) \quad (2.8)$$

### 2.2.2 数値確信度の解釈

この章では, 上記の数値確信度付きファジィ If Then ルール  $R_i$  における確信度の解釈について議論を進める.

#### 直接確信度

この解釈は, 数値確信度を従来形式のルールに埋め込む形のものである. つまり, ルール  $R_i$  において, 以下のように  $W_i$  が後件部にかかる解釈をする.

$$R_i: \text{If } x_1 \text{ is } A_{i1} \text{ and } \dots \text{ and } x_n \text{ is } A_{in}, \text{ then } y \text{ is } C_i = W_i * B_i$$

ここで,  $C_i$  は集合  $C_i \subseteq I(Y)$  を以て定義する.

$$\mu_{W_i * B}(y) = W_i * \mu_B(y) \quad (\forall y \in Y) \quad (2.9)$$

つまり,  $C_i$  は  $\mu_{W_i}(y) = W_i$  ( $\forall y \in Y$ ) なるファジィ集合  $\overline{W_i}$  と  $B_i$  の  $*$  による結合である.

この解釈では,  $R_i$  は従来形式のルールと見なせるので, Zadeh, Baldwin, 塚本の推論法をそのまま適用出来る.

#### 間接確信度

この解釈では, 確信度なしの従来形式のルールに対する推論において, 推論の段階で数値確信度が影響する.

Zadeh の推論法では,  $R_i$  から確信度を取り去った従来形式のルール  $H_i$  に対して,  $\tau_{A_i}$  の関数を新たに

$$J_{W_i}(a, b) = W_i * I(a, b) \quad (2.10)$$

として, 式 (2.1) において  $I$  を  $J_{W_i}$  に置き換えて推論法を適用する.

Baldwin, 塚本の推論法では, 式 (2.3) における  $\tau_{B_i}$  において数値確信度が影響する. Baldwin の推論法では, 式 (2.4) において  $I$  を上記  $J_{W_i}$  に置き換えて推論法を適用する. また, 塚本の推論法においては, 式 (2.6) の  $I$  を  $J_{W_i}$  に,  $\tau = \tau_{A_i \Rightarrow B_i}$  を新たに定義される  $\tau_{(A_i \Rightarrow B_i) = W_i}$  に置き換えて適用する. ここで, 任意の命題

“If  $x$  is  $P$ , then  $y$  is  $Q$  with  $W$ ” ( $P \in F(X), Q \in F(Y), W \in [0, 1]$ ) に対するフーシイ真理値  $\tau_{(P \Rightarrow Q) = W} \in F([0, 1])$  の定義は, 以下の 3 種類を考える.

$$\tau_W^1(r) = \sup_{\substack{(a, b) \in [0, 1]^2 \\ J_W(a, b) = r}} (W * \tau_1(a) * \tau_2(b)) \quad (2.11)$$

$$\tau_W^2(r) = \tau_{P \Rightarrow Q}(r) = \tau(r) \quad (2.12)$$

$$\tau_W^3(r) = \sup_{\substack{c \in [0, 1] \\ W * c = r}} W * \tau(c) \quad (2.13)$$

Zadeh の直接法, Baldwin の間接法における直接確信度, 間接確信度の推論への影響を, 図 2.1, 2.2 に示す. これらの図においては,  $*$  = min を想定している.

### 2.3 直接・間接確信度による各種推論法の性質

以降, 前提  $A'$  と数値確信度付きルール  $R_i$  が与えられた時の, 直接確信度による Zadeh, Baldwin, 塚本の推論法による結論を, それぞれ  $ZC_i, B_i, IC_i$ , 間接確信度による Zadeh, Baldwin, 塚本の推論法による結論を, それぞれ  $IZC_i, IBC_i, IdIC_i$  ( $d = 1, 2, 3$ ) とする. ここで,  $IdIC_i$  は塚本の推論法において  $\tau_W$  を使用したときの推論結果である. また, 前提  $A'$  と  $R_i$  から確信度を取り去った従来型ル

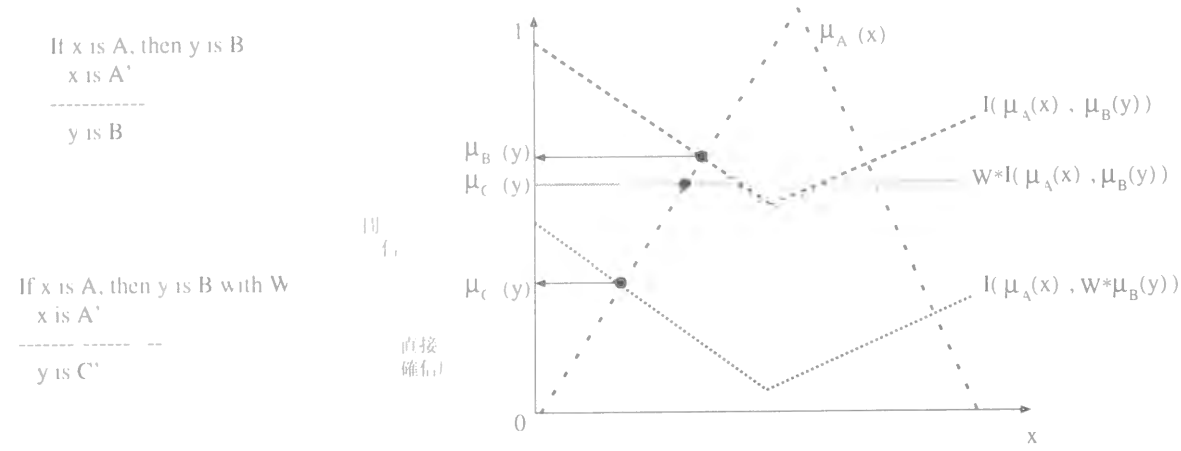


図 2.1: 直接法による推論での直接, 間接確信度の影響

ル  $H_i$  が  $H_j$  なられたときの, Zadeh, Baldwin, 塚本の推論法による結論を,  $ZB_i, BB_i, TB_i$  とする. 本稿では, これら各種推論による結果の間の関係について示す.

### 2.3.1 直接確信度における各種推論法の性質

式 (2.1) (2.6) および (2.9) より, フォーシ集合  $ZB_i, BB_i, TB_i, ZC_i, BC_i, TC_i$  は以下の式で定義される.

$$\mu_{ZB_i}(y) = \sup_{x \in X} \mu_A(x) * I(\mu_A(x), \mu_B(y)) \quad (2.11)$$

$$\mu_{BB_i}(y) = \sup_{a \in [0, 1]} \tau_A(a) * I(a, \mu_B(y)) \quad (2.15)$$

$$\mu_{TB_i}(y) = \sup_{\substack{a \in [0, 1] \\ I(a, \mu_B(y)) = 1}} \tau_A(a) * \tau(c) \quad (2.16)$$

$$\mu_{ZC'}(y) = \sup_{x \in X} \mu_A(x) * I(\mu_A(x), \mu_C(y)) = \sup_{x \in X} \mu_A(x) * I(\mu_A(x), W * \mu_B(y)) \quad (2.17)$$

$$\mu_{BC'}(y) = \sup_{a \in [0, 1]} \tau_A(a) * I(a, \mu_C(y)) = \sup_{a \in [0, 1]} \tau_A(a) * I(a, W * \mu_B(y)) \quad (2.18)$$

$$\mu_{TC'}(y) = \sup_{\substack{a \in [0, 1] \\ I(a, \mu_C(y)) = 1}} \tau_A(a) * \tau(c) = \sup_{\substack{a \in [0, 1] \\ I(a, W * \mu_B(y)) = 1}} \tau_A(a) * \tau(c) \quad (2.19)$$

ここで, 式 [51] より, 次の重要な結果として定理を引用する.

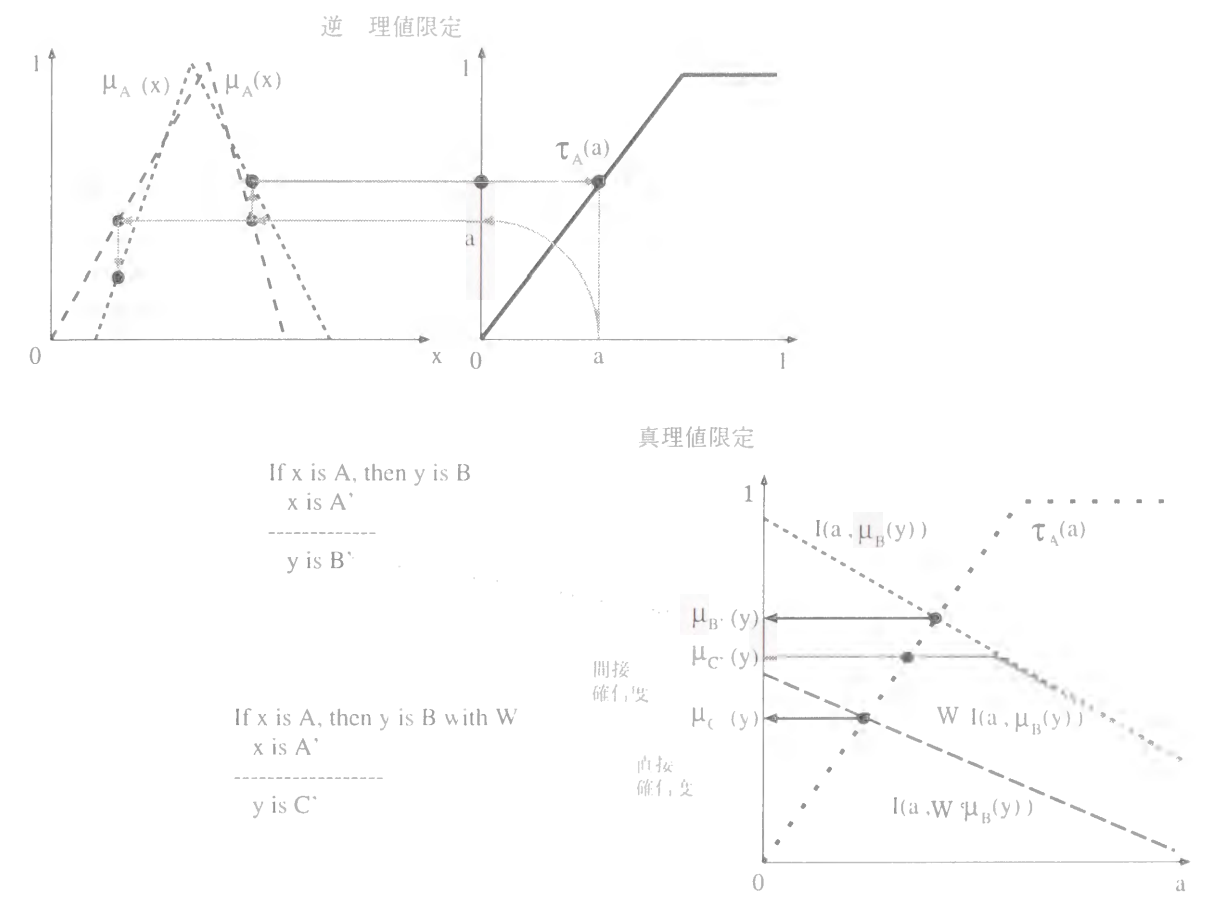


図 2.2: 間接法による推論での直接, 間接確信度の影響

補題 1  $\{a_i : i \in M\} \subset [0, 1]$  ( $M$ : 任意のインデックス集合) に対して,

$$\sup_{i \in M} (a_i * b) = (\sup_{i \in M} a_i) * b \quad (\forall b \in [0, 1])$$

また,  $f$  が左連続,  $f$  より  $f_b : [0, 1] \rightarrow [0, 1] (f_b(a) = a * b)$  が任意の  $b \in [0, 1]$  に対し連続ならば,

$$\sup_{i \in M} (a_i * b) = (\sup_{i \in M} a_i) * b \quad (\forall b \in [0, 1])$$

定理 1 (川瀬・柳原の定理 [51])  $ZB_i \subset BB_i$  (i.e.  $\mu_{ZB_i}(y) \leq \mu_{BB_i}(y) \quad (\forall y \in Y)$ ).

また,  $f$  が左連続ならば,  $ZB = BB$ .

注 1 この定理の対象とするルールの後件部ファシイ集合  $B_i \in F(Y)$  は任意であるから,  $ZC_i, BC_i$  についても同じことが成立する.

また, 文献 [35] から以下の補題を拡張引用する.

補題 2 式 (2.5) において以下の条件が成立すれば,  $\tau = \tau_{Tru}$ .

1.  $I(1, b) \leq I(a, b) (\forall a, b)$
2.  $I(1, b) = b (\forall b \in [0, 1])$
3.  $\tau_1 = \tau_2 = \tau_{Tru}$

(証明 ([35] 参照)) 条件 (2) より,  $I(1, r) = r$ . よって, 条件 (3) および (T1)(T3) より,

$$\tau(r) = \sup_{I(a,b)=r} (a * b) \geq 1 * r = r$$

条件 (1)(2) および (T2) より,

$$I(a, b) = r \quad b = I(1, b) \leq I(a, b) = r \Rightarrow a * b \leq 1 * r = r$$

よって,  $\tau(r) = r$  が得られる.

(証明終)

上記補題は, 文献 [35] における補題を一般の  $I$ -ノルムにまで拡張したものである.

定理 2 (陳・柳原・川瀬の定理 [35] の拡張)  $\tau = \tau_{Tru}$  ならば,  $BB_i = TB_i$ .

(証明 ([35] 参照)) 式 (2.16) より

$$\begin{aligned} \mu_{TB_i}(y) &= \sup_{\substack{a \in [0,1] \\ I(a, \mu_{B_i}(y)) = r}} \tau_{A_i}(a) * \tau(c) \\ &= \sup_{\substack{a \in [0,1] \\ I(a, r) = r}} \tau_{A_i}(a) * c = \sup_{r \in [0,1]} \tau_{A_i}(a) * I(a, \mu_{B_i}(y)) \\ &= \mu_{BB_i}(y) \end{aligned}$$

となる.

(証明終)

また, 以下の補題を準備する.

補題 3 以下の条件が成立すれば,  $\tau = \tau_I$ .

$$1. \tau_1 = \tau_2 = \tau_{Tru}$$

$$2. I(a, b) = a * b (\forall a, b \in [0, 1])$$

(証明) (T1) より  $\{(a, b) \in [0, 1]^2 : a * b = r\} \neq \emptyset (\forall r \in [0, 1])$ . よって, 条件 (1)(2) より

$$\tau(r) = \sup_{\substack{(a,b) \in [0,1]^2 \\ a*b=r}} a * b = r$$

となる.

(証明終)

補題 2 および 3 より, 以下の系が成り立つ.

系 1 以下の条件が成立すれば,  $BB_i = TB_i$ .

$$1. I(1, b) \leq I(a, b) (\forall a, b)$$

$$2. I(1, b) = b (\forall b \in [0, 1])$$

$$3. \tau_1 = \tau_2 = \tau_{Tru}$$

系 2 以下の条件が成立すれば,  $BB_i = IB_i$ .

$$1. \tau_1 = \tau_2 = \tau_{Tru}$$

$$2. I(a, b) = a * b (\forall a, b \in [0, 1])$$

注 2 この定理および系の対象とするルールの後件部ファシイ集合  $B_i \in F(Y)$  は任意であるから,  $BC_i, TC_i$  についても同じことが成立する.

Zadeh の推論法による  $R_i$  の結論と  $H_i$  の結論との間には, 以下の関係が成立する.

定理 3 以下の条件が成立すれば,  $ZC_i = W_i * ZB_i = W_i * BB_i = BC_i$ .

1.  $*$  が左連続

$$2. I(a, u * b) = u * I(a, b) (\forall a, b, u \in [0, 1])$$

(証明) (T3)(T4), 補題 (1) および条件 (1)(2) より, 式 (2.17), (2.18) から

$$\mu_{ZC_i}(y) = W_i * \sup_{r \in X} \mu_{A_i}(x) * I(\mu_{A_i}(x), \mu_{B_i}(y)) = W_i * \mu_{ZB_i}(y)$$

$$\mu_{BC}(y) = W * \sup_{a \in [0,1]} \tau_{A_i}(a) * I(a, \mu_{B_i}(y)) = W_i * \mu_{BB_i}(y)$$

また、定理1およびその注より、 $ZB_i = BB_i$ ,  $ZC_i = BC_i$  となる。(証明終)

定理2およびその系2より、次の系が得られる。

系1 以下の条件が成立すれば、 $ZC_i = BC_i = IC_i = W_i * ZB_i = W_i * BB_i = W_i * IB_i$  .

1. \* が左連続
2.  $\tau = \tau_{Iu}$
3.  $I(a, u * b) = u * I(a, b) \quad (\forall a, b, u \in [0, 1])$

系2 以下の条件が成立すれば、 $ZC_i = BC_i = IC_i = W_i * ZB_i = W_i * BB_i = W_i * IB_i$  .

1. \* が左連続
2.  $\tau_1 = \tau_2 = \tau_{Iru}$
3.  $I(a, b) = a * b \quad (\forall a, b \in [0, 1])$

定理3の条件を満たすとして、 $I(a, b) = a * b$  が挙げられる。

### 2.3.2 間接確信度における各種推論法の性質

式(2.1) (2.6)および(2.10) (2.13)より、 $IZC_i, IBC_i, ITC_i (d=1, 2, 3)$  は以下の式で定義される。

$$\mu_{ITC_i}(y) = \sup_{x \in X} \mu_{A_i}(x) * W * I(\mu_{A_i}(x), \mu_{B_i}(y)) \quad (2.20)$$

$$\mu_{IBC_i}(y) = \sup_{a \in [0,1]} \tau_{A_i}(a) * W * I(a, \mu_{B_i}(y)) \quad (2.21)$$

$$\mu_{ITC_i}(y) = \sup_{\substack{c \in [0,1] \\ W * I(\mu_{A_i}(y), c) = r}} \tau_{A_i}(a) * \tau_{W_i}(c) \quad (d=1, 2, 3) \quad (2.22)$$

補題1および定理1より、以下の定理が導かれる。

定理4 \* が左連続ならば、 $ITC_i = W * IB_i = W * BB_i = IBC_i$  .

また、定理4および定理3より以下の定理が導かれる。

定理5 以下の条件が成立すれば、 $IZC_i = W_i * ZB_i = W_i * BB_i = IBC_i = ZC_i = BC_i$  .

1. \* が左連続
2.  $I(a, u * b) = u * I(a, b) \quad (\forall a, b, u \in [0, 1])$

また、以下の定理が導かれる。

定理6  $\{c \in [0, 1] : W_i * c = r\} \neq \emptyset$  なる  $r$  に対して、

$$\tau_{W_i}^d(r) = \tau_{Iru}(r) = r \text{ が成り立つならば、} I_dTC_i = IBC_i .$$

さらに、\* が左連続ならば、 $I_dTC_i = IBC_i = W_i * BB_i = W_i * ZB_i = IZC_i$  .

(証明)

$$\begin{aligned} \mu_{I_dTC_i}(y) &= \sup_{a \in [0,1]} \tau_{A_i}(a) * \tau_{W_i}^d(W_i * I(a, \mu_{B_i}(y))) = \sup_{a \in [0,1]} \tau_{A_i}(a) * W_i * I(a, \mu_{B_i}(y)) \\ &= \mu_{IBC_i} \end{aligned}$$

後半は定理1より明らか。(証明終)

ここで、以下の補題を準備する。

補題4  $\tau = \tau_{Iru}$  ならば、 $\{c \in [0, 1] : W_i * c = r\} \neq \emptyset$  なる  $r$  に対して、 $\tau_{W_i}^3(r) = \tau_{Iru}(r)$  .

(証明)  $\tau_{W_i}^3(r) = \sup_{\substack{c \in [0,1] \\ W_i * c = r}} W_i * c = r$  . (証明終)

補題5 以下の条件が成立すれば、 $\{c \in [0, 1] : W_i * c = r\} \neq \emptyset$  なる  $r$  に対して、 $\tau_{W_i}^1(r) = \tau_{Iru}(r)$  .

1.  $I(1, b) \leq I(a, b) \quad (\forall a, b)$
2.  $I(1, b) = b \quad (\forall b \in [0, 1])$
3.  $\tau_1 = \tau_2 = \tau_{Iru}$

(証明) 条件(2)より、 $W * c = r$  ならば  $W * I(1, c) = r$  . よって、条件(3)および(1)(2)より、

$$\tau_{W_i}^1(r) = \sup_{W * I(1, c) = r} W * I(1, c) = W * I(1, c) = r$$

条件 (1)(2) および (T1) (I4) より,

$$W_i * I(a, b) = r \Rightarrow W_i * b = W_i * I(1, b) \leq W_i * I(a, b) = r \Rightarrow W_i * a * b \leq 1 * r = r$$

よって,  $\tau(r) = r$  が得られる. (証明終)

補題 6 以下の条件が成立すれば,  $\{c \in [0, 1] : W_i * c = r\} \neq \emptyset$  なる  $r$  に対して,  $\tau_{W_i}^1(r) = \tau_{Tru}(r)$ .

1.  $\tau_1 = \tau_2 = \tau_{Tru}$
2.  $I(a, b) = a * b \ (\forall a, b \in [0, 1])$

(証明) (T1) より  $\{(a, b) \in [0, 1]^2 : W_i * a * b = r\} \neq \emptyset \ (\forall r \in [0, 1])$ . よって, 条件 (1)(2) より

$$\tau(r) = \sup_{\substack{(a, b) \in [0, 1]^2 \\ W_i * a * b = r}} W_i * a * b = r$$

補題 2, 3, 4, 5, 6 と定理 2, 3, 6 より, 以下の系が導かれる. (証明終)

系 1  $\tau = \tau_{Tru}$  ならば,  $I_2IC_i = I_3IC_i = IBC_i$ .

さらに,  $*$  が左連続ならば,  $I_1IC_i = I_3IC_i = IZC_i = IBC_i = W_i * ZB_i = W_i * BB_i = W_i * TB_i$ .

系 2 以下の条件が成立すれば,  $I_1IC_i = I_2IC_i = I_3IC_i = IBC_i$ .

1.  $I(1, b) = I(a, b) \ (\forall a, b)$
2.  $I(1, b) = b \ (\forall b \in [0, 1])$
3.  $\tau_1 = \tau_2 = \tau_{Tru}$

さらに,  $*$  が左連続ならば,  $I_1IC_i = I_2IC_i = I_3IC_i = IBC_i = IZC_i = W_i * BB_i = W_i * ZB = W_i * IB$ .

系 3 以下の条件が成立すれば,  $I_1IC_i = I_2IC_i = I_3IC_i = IBC_i$ .

1.  $\tau_1 = \tau_2 = \tau_{Tru}$
2.  $I(a, b) = a * b \ (\forall a, b \in [0, 1])$

さらに,  $*$  が左連続ならば,  $I_1TC_i = I_2TC_i = I_3TC_i = IBC_i = IZC_i = W_i * BB_i = W_i * ZB = W_i * TB_i = ZC_i = BC_i = TC_i$ .

## 2.4 シングルトン形式ルールと従来形式ルールとの比較

この章では,  $Y$  は有限集合  $\{y_1, y_2, \dots, y_L\}$  とする. 以降, 前提  $A'$  と 2.2.1 で定義した確信度付きシングルトン形式ルールの群  $R_{ki}$  が与えられた時の, 直接確信度による Zadeh, Baldwin, 塚本の推論法による結論を, それぞれ  $ZC_{ki}, BC_{ki}, TC_{ki}$ , 間接確信度による Zadeh, Baldwin, 塚本の推論法による結論を, それぞれ  $IZC_k, IBC_{ki}, IdTC_k \ (d = 1, 2, 3)$  とする. また, 前提  $A'$  と  $R_{ki}$  から確信度を取り去ったルール  $H_{ki}$  が与えられたときの, Zadeh, Baldwin, 塚本の推論法による結論を,  $ZB_{ki}, BB_{ki}, TB_{ki}$  とする. 式 (2.1) (2.6) および (2.9) (2.13) より, 各方式による  $y_l \in Y$  に対するメンバシップ値は, 以下の式で与えられる.

$$\mu_{ZC_{ki}}(y_l) = \sup_{x \in X^n} \mu_{A'}(x) * I(\mu_{A_i}(x), W_{ki} \delta_{kl}) \quad (2.23)$$

$$\mu_{BC_{ki}}(y_l) = \sup_{a \in [0, 1]} \tau_{A_i}(a) * I(a, W_{ki} \delta_{kl}) \quad (2.24)$$

$$\mu_{TC_{ki}}(y_l) = \sup_{\substack{(a, c) \in [0, 1]^2 \\ I(a, W_{ki} \delta_{kl}) = c}} \tau_{A_i}(a) * \tau(c) \quad (2.25)$$

$$\mu_{IZC_{ki}}(y_l) = \sup_{x \in X^n} \mu_{A'}(x) * W_{ki} * I(\mu_{A_i}(x), \delta_{kl}) \quad (2.26)$$

$$\mu_{IBC_{ki}}(y_l) = \sup_{a \in [0, 1]} \tau_{A_{ki}}(a) * W_{ki} * I(a, \delta_{kl}) \quad (2.27)$$

$$\mu_{IdTC_{ki}}(y_l) = \sup_{\substack{(a, c) \in [0, 1]^2 \\ W_{ki} * I(a, \delta_{kl}) = c}} \tau_{A_{ki}}(a) * \tau_{W_{ki}}^d(c) \quad (2.28)$$

$(k = 1, \dots, L, i = 1, \dots, m_k)$

ここで,  $\delta_{kl}$  はクロネッカーのデルタである. また,  $\tau_{A_i}$  は (2.2) で定義される, 前提  $A_i$  に対する命題 " $x$  is  $A_i$ " のファジィ真理値である.

2.2.1 において,  $R_{ki}$  は合計  $D = \sum_{k=1}^L m_k$  個与えられているので, 合計  $D$  個の Modus Ponense の結論が与えられる. 各  $R_k$  の Modus Ponense の結論を  $C_{ki} \ (k = 1, \dots, L, i = 1, \dots, m_k)$  とすると, これ

らの結論は、(2.7), (2.8) により1つの結論  $C_{\max}$ , もしくは  $C_{\text{sum}}(\in F(Y))$  に合成される.

$$\mu_{C_{\max}}(y) = \max_{k=1, \dots, L} \mu_{C_{k_i}}(y) \quad (\forall y \in Y) \quad (2.29)$$

$$\mu_{C_{\text{sum}}}(y) = \sum_{k=1}^L \mu_{C_{k_i}}(y) \quad (\forall y \in Y) \quad (2.30)$$

今,  $R_{k_i}$  の特殊な場合として, 従来形式のルール群  $\{H_i\}_{i=1}^m$  から導かれる以下の数値確度付きシングルトン形式のルールの群

$$R_{k_i}: \text{If } x_1 \text{ is } A_{i1} \text{ and } \dots \text{ and } x_m \text{ is } A_{im}, \text{ Then } y \text{ is } y_k \text{ with } W_{k_i} = \mu_{B_i}(y_k) \quad (k = 1, \dots, L, i = 1, \dots, m)$$

を考慮し, [2.3] に示されるように, このシングルトン形式ルールは, 各  $H_i$  をその後件部ファジィ集合  $B_i$  の各要素  $y$  での値ごとに分解して得られるものである.

また,  $C_{\max}^{(i)}, C_{\text{sum}}^{(i)} \in F(Y)$  を以下の式で定義する.

$$\mu_{C_{\max}^{(i)}}(y) = \max_{k=1, \dots, L} \mu_{C_{k_i}}(y) \quad (\forall y \in Y) \quad (2.31)$$

$$\mu_{C_{\text{sum}}^{(i)}}(y) = \sum_{k=1}^L \mu_{C_{k_i}}(y) \quad (\forall y \in Y) \quad (2.32)$$

式(2.29), (2.30) より,

$$\mu_{C_{\max}}(y) = \max_{i=1, \dots, m} \mu_{C_{\max}^{(i)}}(y) \quad (\forall y \in Y) \quad (2.33)$$

$$\mu_{C_{\text{sum}}}(y) = \sum_{i=1}^m \mu_{C_{\text{sum}}^{(i)}}(y) \quad (\forall y \in Y) \quad (2.34)$$

なる.

以下の定理が導かれる.

#### 定理 7

1.  $I(a, 0) = I(a, b)$  ( $\forall a, b \in [0, 1]$ ) ならば,

$$C_k = ZC_k \quad (k = 1, \dots, L, i = 1, \dots, m) \text{ の時, } BB = C_{\max}^{(i)} \quad (i = 1, \dots, m),$$

$$C_k = BC_k \quad (k = 1, \dots, L, i = 1, \dots, m) \text{ の時, } BB = C_{\text{sum}}^{(i)} \quad (i = 1, \dots, m).$$

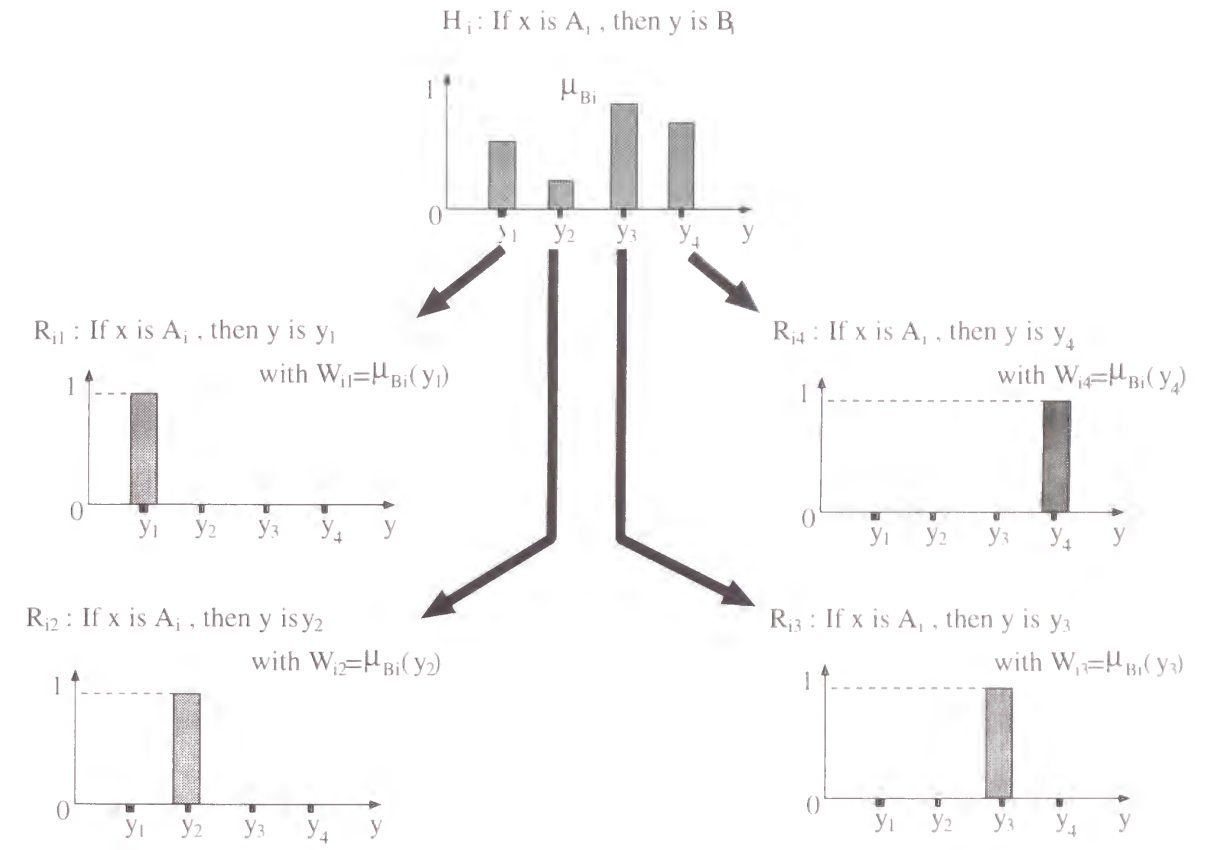


図 2.3: 従来型ルールの数値確度付きシングルトン型ルールへの分解

2. (i)  $I(a, 0) = 0$  ( $\forall a > 0$ ) かつ  $\mu_{A_i}(x) > 0$  ( $\forall x \in X^n$ )

または,

(ii)  $I(a, 0) = 0$  ( $\forall a$ )

ならば,

$$C_{k_i} = ZC_{k_i} \quad (k = 1, \dots, L, i = 1, \dots, m) \text{ の時, } BB = C_{\text{sum}}^{(i)} \quad (i = 1, \dots, m),$$

$$C_{k_i} = BC_{k_i} \quad (k = 1, \dots, L, i = 1, \dots, m) \text{ の時, } BB = C_{\max}^{(i)} \quad (i = 1, \dots, m).$$

(証明) (2.23), (2.24) および  $W_{k_i} = \mu_{B_i}(y_k)$  ( $\forall k, i$ ) より,

$$\mu_{ZC_{k_i}}(y) = \sup_{x \in X^n} \mu_{A_i}(x) * I(\mu_{A_i}(x), \mu_{B_i}(y)) = \mu_{B_i}(y)$$

$$\mu_{BB_i}(y_i) = \sup_{a \in [0,1]} \tau_{A_i}(a) * I(a, \mu_{B_i}(y_i)) = \mu_{BB_i}(y_i)$$

これより,

(1) 条件より  $I(r, 0) = I(r, \mu_{B_i}(y_i)) (\forall r, y_i)$ . よって, (12) より,  $k \neq l$  に対して,

$$\begin{aligned} \mu_{ZC_k}(y_l) &= \sup_{x \in X^n} \mu_{A_i}(x) * I(\mu_{A_i}(x), \mu_{B_i}(y_l)) \\ &= \sup_{x \in X^n} \mu_{A_i}(x) * I(\mu_{A_i}(x), 0) = \mu_{ZC_k}(y_l) \\ \mu_{BB_i}(y_l) &= \sup_{r \in [0,1]} \tau_{A_i}(r) * I(r, \mu_{B_i}(y_l)) \\ &\geq \sup_{r \in [0,1]} \tau_{A_i}(r) * I(r, 0) = \mu_{BC_k}(y_l) \end{aligned}$$

これより結果の式が導かれる.

(2) 条件 (i)(ii) のいずれかが成り立てば,  $k \neq l$  に対して

$$\mu_{ZC_k}(y_l) = \sup_{x \in X^n} \mu_{A_i}(x) * I(\mu_{A_i}(x), 0) = 0$$

また, 条件 (i) の時,  $\tau_{A_i}$  の定義より  $\tau_{A_i}(0) = 0$ . よって, 条件 (i)(ii) のいずれかが成り立てば,  $k \neq l$  に対し

$$\mu_{BC_k}(y_l) = \sup_{r \in [0,1]} \tau_{A_i}(r) * I(r, 0) = 0$$

これより結果の式が導かれる.

(証明終)

定理 1, 定理 2 系 1 より, 以下の系が導かれる.

系 1 以下の条件が成立すれば, 従来形式のルール群  $\{H_i\}_{i=1}^m$  に対する Zadeh, Baldwin, 塚本の推論法の \* max 合成による結論と,  $\{H_i\}_{i=1}^m$  から得られる確信度付きシングルトン形式のルール群  $\{R_{ki}\}_{k=1}^L, \{m\}$  に対する直接・間接確信度の Zadeh, Baldwin, 塚本の推論法の \* max 合成による結論とは, すべて一致する.

1. \* が左連続
2.  $I(a, 0) = I(a, b) (\forall a, b \in [0, 1])$
3.  $I(1, b) = I(a, b) (\forall a, b)$
4.  $I(1, b) = b (\forall b \in [0, 1])$
5.  $\tau_1 = \tau_2 = \tau_{True}$

系 2 以下の条件が成立すれば, 従来形式のルール群  $\{H_i\}_{i=1}^m$  に対する Zadeh, Baldwin, 塚本の推論法の \* 加算合成による結論と,  $\{H_i\}_{i=1}^m$  から得られる確信度付きシングルトン形式のルール群  $\{R_k\}_{k=1}^L, \{m\}$  に対する直接確信度の Zadeh, Baldwin, 塚本の推論法の \* 加算合成による結論とは, すべて一致する.

1. \* が左連続
2. (i)  $I(a, 0) = 0 (\forall a > 0)$  かつ  $\mu_{A_i}(x) > 0 (\forall x \in X)$   
または,  
(ii)  $I(a, 0) = 0 (\forall a)$
3.  $I(1, b) \leq I(a, b) (\forall a, b)$
4.  $I(1, b) = b (\forall b \in [0, 1])$
5.  $\tau_1 = \tau_2 = \tau_{True}$

また, 定理 6 系 3 より, 以下の系が導かれる.

系 3 \* が左連続,  $\tau_1 = \tau_2 = \tau_{True}$ , かつ  $I(a, b) = a * b (\forall a, b \in [0, 1])$  ならば,

1. 従来形式のルール群  $\{H_i\}_{i=1}^m$  に対する Zadeh, Baldwin, 塚本の推論法の \* max 合成による結論と,  $\{H_i\}_{i=1}^m$  から得られる確信度付きシングルトン形式のルール群  $\{R_{ki}\}_{k=1}^L, \{m\}$  に対する直接・間接確信度の Zadeh, Baldwin, 塚本の推論法の \* max 合成による結論とは, すべて一致する.
2. 従来形式のルール群  $\{H_i\}_{i=1}^m$  に対する Zadeh, Baldwin, 塚本の推論法の \* 加算合成による結論と,  $\{H_i\}_{i=1}^m$  から得られる確信度付きシングルトン形式のルール群  $\{R_{ki}\}_{k=1}^L, \{m\}$  に対する直接・間接確信度の Zadeh, Baldwin, 塚本の推論法の \* 加算合成による結論とは, すべて一致する.

注 3 系 1 の条件が満たされていても, 系 3 の条件が満たされていないならば, 直接確信度による推論結果と間接確信度による推論結果は必ずしも一致しない.

例えば, 今,  $L = 2, n = 1, X = [0, 1], m = 1$  の場合で, ルール  $H_1$  において

$$\mu_{A_1}(x) = \begin{cases} 1 & (x \in [0, 1]) \\ 0 & (x = 1) \end{cases}, \mu_{B_1}(y_1) = p, \mu_{B_1}(y_2) = q$$

とする.  $\tau_1 = \min, I(a, b) = \min((1-a) \cdot b, 1)$  の時, 前述の  $\mu_{A_1}(x) = 1 (\forall x) \neq \tau_1$ ,  $\tau_1 = \max(p, q)$

ならば,

$$\mu_{ZB_1}(y_1) = \mu_{ZB_1}(y_2) = u$$

$$\mu_{ZC_{11}}(y_1) = \mu_{ZC_{11}}(y_2) = v$$

$$\mu_{ZC_{21}}(y_1) = \mu_{ZC_{21}}(y_2) = u$$

であり、 $C_{11}$ と $C_{21}$ の $\max$ 合成による結論は $B_1$ と一致するが,

$$\mu_{IZC_{11}}(y_1) = \mu_{IZC_{11}}(y_2) = p$$

$$\mu_{IZC_{21}}(y_1) = \mu_{IZC_{21}}(y_2) = q$$

となり、 $\max$ 合成による結論は $B_1$ とは異なる。

## 2.5 考察

以上の結果は、 $I$ ノルムかつ連続(例えば、 $\min, \times$ )で結合関数が $I(a, b) = a * b$ で与えられていれば、従来形式のルール-数値確信度付キントン型ルールは、推論法にZadeh, Baldwin, 塚本のいずれの方式を用いても等価であることを示している。つまり、式(1.3)のファジィルールが従来型ルールに等価であるという意味で、知識表現の形式として一般性を有していることを示しており、その計算処理はZadeh, Baldwin, 塚本のいずれの推論法、本章で与えた数値確信度のいずれの解釈にも依存しない。

以降の第3章、第4章、第5章では、この形式のルールに基づいて適応的な知識抽出を行う。とくに、推論の計算処理の簡便化を考慮して、積 $\times$ を $I$ ノルム、 $I(a, b) = a * b$ を結合関数としたZadehの直接法(直接確信度による加算合成)に基づく推論処理を用いる。式(2.23), (2.30)より、クリスフ入力 $I = (I_1, \dots, I_l) \in \mathbf{R}^l$ に対するルール $C_k$ の出力メンバシップ関数 $P_k$ は、

$$P_k(C) = \sum_{k=1}^l \omega_k \left( \prod_{i=1}^l F_{k_i}(I_i) \right) \quad (2.35)$$

$$\sum_{k=1}^m \omega_k \exp \left( -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^l \frac{(\mu_i - I_i)^2}{\sigma_i^2} \right) \quad (k=1, \dots, l)$$

となる。ここで、 $\omega_k$ は数値は、与えられた入力 $I$ に各ルール $C_k$ の適合度 $\mu_k$ を結合して、

次章においても触れることであるが、この推論処理はガウス基底を用いたRadial Basis Function(RBF)と同じものであり、RBFの全体の関数空間が連続関数の空間の中で密[24]、つまり、任意の連続関数任意の精度で近似可能であるという意味でも、式(1.3), (1.4)で表されるファジィ推論規則群の一般性を表していると考えられる。ただし、第3章、第4章、第5章ではこのメンバシップ関数を正規化して得られるメンバシップ関数

$$P'_I(C_k) = \frac{P_I(C_k)}{\sum_{d=1}^L P_I(C_d)} \quad (2.36)$$

を最終出力として用いる。



# 第3章 Fuzzy Self-Organizing Mapを用いた 適応的ファジィルール抽出

## 3.1 はじめに

ルールを適応的に抽出するための方式として、ニューラルネットワーク、とくに Kohonen の Self-Organizing Map (自己組織化写像, 以降 SOM と略称) を用いた入出力空間のクラスタリングが考えられる [14]. SOM を基本とするファジィクラスタリングの手法は既に幾つか提案されている [3, 5, 34]. [3] で提案されている “Fuzzy Kohonen Clustering Network” (以降, FKCN と略称) は Fuzzy c-means アルゴリズムの拡張であり, SOM の競合学習における勝利ノードの概念をファジィ化したものと考えられる. また, [5] においては, FKCN と呼ばれたファジィ競合学習の一般化がなされている. [34] においては, “If-Then” ルールの前件部 1 つのメンバシップ関数を 1 つの SOM で表し, 競合学習によるクラスタリング終了後のノードの入力に対するマッチ度をメンバシップ値としている.

しかし, [3-5] のネットワークでは入力空間をカバーするファジィ集合の明示的な形式が与えられておらず, “If-Then” ルールの構造も持っていない. また, [34] のネットワークでは 1 つのメンバシップ関数の表現に 1 つの SOM が必要であり, ルールおよびその前件部の数が増える分だけネットワークが必要となる.

上述の弱点を克服し, 式 (1.3), (1.4) で示されるファジィ推論規則群の前件部のファジィメンバシップ関数の調整を行うために, 本章では, SOM にファジィメンバシップ関数の処理部を導入し, 入力空間の適応的クラスタリングを行うニューロモデル “Fuzzy Self-Organizing Map” (ファジィ自己組織化写像, 以降 FSOM と略称), および競合学習に基づくその推論規則を与える. そして, この FSOM を基に, 式 (1.3), (1.4) で示されるファジィ推論規則群を表現する “Fuzzy Inference Network” (ファジィ推論

<sup>1) 参考 [17, 16] 等参照.</sup>

ネットワーク, 以降 FIN と略称) を構成し, 式 (1.1) の入出力データから適応的推論規則を適応的に抽出する手法を与える.

## 3.2 SOM と FSOM

### 3.2.1 SOM と競合学習

オリジナルの SOM は, 一定の分布に従う入力ベクトルに対し, 競合学習によりその分布を近似するニューラルネットワークである [13]. 図 3.1 では,  $n$  個の入力ノードと  $m$  個の出力ノードを持ち,  $j$  番目の入力

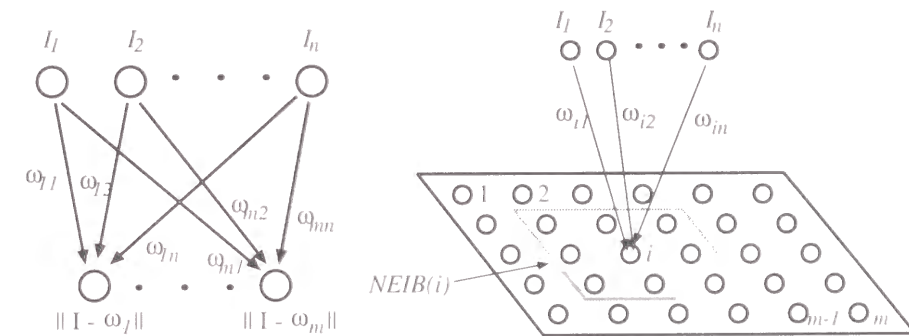


図 3.1: SOM の構成

ノードから  $i$  番目の出力ノードに対し, 実数値  $\omega_{ij}$  が結合係数として与えられている. また, 出力ノードの集合は空間的に配置され, 各ノードは空間における近傍を持つ. 図 3.1 では, 出力ノードは 2次元平面上に配置され, 平面上の近傍  $NEIB(i)$  ( $i = 1, \dots, m$ ) を持つ.  $n$  次元入力ベクトル  $I = (I_1, \dots, I_n) \in \mathbf{R}^n$  に対して, SOM の各出力ノードにおいてその対応する結合係数ベクトル  $\omega = (\omega_{11}, \dots, \omega_{m1}, \dots, \omega_{1n}, \dots, \omega_{mn}) \in \mathbf{R}^m$  のマッチ度が計算され, 最もマッチ度の高い出力ノードが決定される. 具体的には,

$$\|\omega_i - I\| = \min(\|\omega_i - I\|; i = 1, \dots, m)$$

を満たす  $i$  番目のノードを競合における勝利ノードとする. ここで,  $\|\cdot\|$  は  $n$  次元ユークリッド距離として, 図 3.1 合図では, この勝利ノード  $i$  とその近傍に属するノード  $j$  に対して,  $\|I - \omega_j\| < \|I - \omega_i\|$

結合係数を更新する.

$$\Delta\omega_{ij} = \begin{cases} \gamma(I_j - \omega_{ij}) & (i \in NEIB(i_0)) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases} \quad (j = 1, \dots, n)$$

ここで,  $\gamma$  は学習係数である. この更新則は,  $i \in NEIB(i_0)$  に対する評価関数

$$J(I; \omega_i) = \frac{1}{2}(\omega_{ij} - I_j)^2$$

に対する最急降下法, つまりベクトル  $I$  とのマッチ度を高める方向へベクトル  $\omega_i$  を更新している. また, 各近傍  $NEIB(i)$  を学習が進むにつれ縮小することにより, 良好な学習結果が得られる.

この処理を入力かたがた繰り返すことにより, SOM は多次元ベクトル空間における入力ベクトルの分布を教師信号無しにクラスタリングする. つまり, 入力  $I$  に対して競合で勝利するノードのラベルか  $I$  の属するクラスタのラベルとなる.

また, FKCN などのファジィ競合学習ネットワークでは, SOM の競合学習における勝利ノードの近傍の概念をフuzzy化することによりクラスタリングを行う. つまり, 各ノードごとに学習係数  $\gamma_i$  を

$$\gamma_i = u_i^m, \quad u_i = \frac{1}{\sum_j \left( \frac{\|\omega_j - I\|}{\|\omega_i - I\|} \right)^{\frac{m}{m-1}}}$$

設定することにより, 入力  $I$  とのマッチ度に応じて係数更新の度合いを決定する. また, 乗数  $m$  を 1 に近づけることにより, SOM の近傍縮小と同じ効果を得る.

### 3.2.2 FSOM

本稿の FSOM は, SOM の結合係数をフuzzy化したものであり, 基本的に SOM と同じクリスプな競合学習を用いて入力空間をフuzzyクラスタリングを行う. SOM および FKCN が入力データにおけるクラスターの代表点の位置のみを学習する場合に対し, FSOM は代表点の位置と同時にその周りの分散も学習する. 図 3.2 に FSOM の基本構成を示す.

本構成では, FSOM は  $n$  個の入力ノードと  $m$  個の出力ノードを持つ. 基本的なネットワーク構造は SOM と同じであるが,  $j$  番目の入力ノードと  $i$  番目の出力ノードに対し, 1次元のガウス型フuzzy

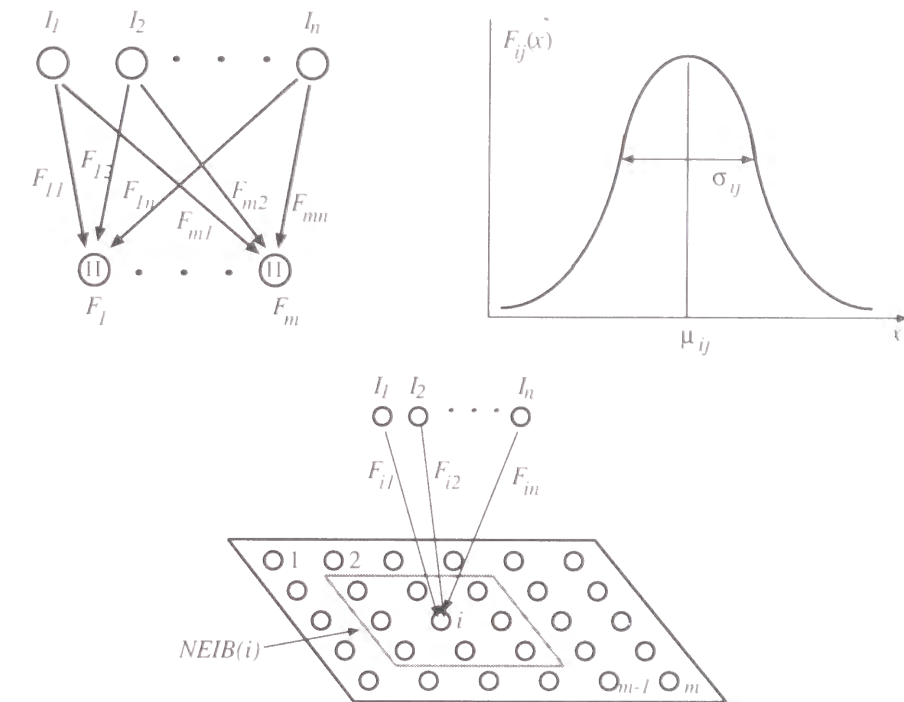


図 3.2: FSOM の構成

メンバシップ関数

$$F_{ij}(x) = \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{(\mu_{ij} - x)^2}{\sigma_{ij}^2}\right) \quad (i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, n) \quad (3.1)$$

を結合係数として持つ.  $n$  次元入力ベクトル  $I = (I_1, \dots, I_n) \in \mathbf{R}^n$  に対し, 各出力ノードの出力は  $I$  の各成分に対する式 (3.1) で表されるファジィメンバシップ関数  $F_{ij}$  の出力の積

$$\begin{aligned} F_i(I) &= \prod_j F_{ij}(I_j) \\ &= \exp\left(-\frac{1}{2} \sum_j \frac{(\mu_{ij} - I_j)^2}{\sigma_{ij}^2}\right) \quad (i = 1, \dots, m) \end{aligned} \quad (3.2)$$

で表される.  $F_i$  は  $\mu_i = (\mu_{i1}, \dots, \mu_{in})$  を中心,  $\sigma_i = (\sigma_{i1}, \dots, \sigma_{in})$  を各座標での幅とするガウス型フuzzyメンバシップ関数であり, 入力ベクトル  $I$  に対する各ノードの出力を,  $F_i$  をメンバシップ関数として  $n$  次元ユークリッド空間上のフuzzy集合への  $I$  の帰属度と見なすことが出来る. また, SOM と同

様に出力ノードは空間構造を持つ。

SOM の出力ノードの競合においては、入力ベクトルと結合係数ベクトルとの距離の最も近いノードが勝利ノードとされている。これに対し、FSOM における競合はノードに対応するファジィ集合への帰属度を用いて勝利ノードを決定する。具体的には、入力ベクトル  $I = (I_1, \dots, I_n)$  に対し、

$$F_i(I) = \max(F_i(I) : i = 1, \dots, m) \quad (3.3)$$

となる  $i_0$  番目の出力ノードを勝利ノードとし、2次元出力ノード空間における勝利ノード  $i_0$  の近傍  $NEIB(i_0)$  に属するノード  $i$  に対してのみ、以下の評価関数を最急降下法により最小化するように中心ベクトル  $\mu_i$  と分散ベクトル  $\sigma_i$  を更新する。

$$E_1(I, \mu_i) = \frac{1}{2} \sum_j (\mu_{ij} - I_j)^2 \quad (3.4)$$

$$E_2(I, \sigma_i) = \frac{1}{2} \sum_j (\sigma_{ij}^2 - (\mu_{ij} - I_j)^2)^2 \quad (3.5)$$

従って、更新則は以下のように定められる。

$$\Delta \mu_i = \begin{cases} \gamma \frac{\partial E_1(I, \mu_i)}{\partial \mu_{ij}} = \gamma (I_j - \mu_{ij}) & (i \in NEIB(i_0)) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases} \quad (3.6)$$

$$\Delta \sigma_{ij} = \begin{cases} \gamma \frac{\partial E_2(I, \sigma_i)}{\partial \sigma_{ij}} = 2\gamma \sigma_{ij} ((\mu_{ij} - I_j)^2 - \sigma_{ij}^2) & (i \in NEIB(i_0)) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases} \quad (3.7)$$

( $j = 1, \dots, n$ )

ここで、(3.4) の評価関数は SOM の学習に用いられたのと同じもの、つまりガウス型ファジィメンバシップ関数  $F_i$  の中心  $\mu_i$  と入力ベクトル  $I$  とのマッチングを表す。(3.5) の評価関数は  $F_i$  の分散  $\sigma_i$  と  $I$  の中心  $\mu_i$  から実際の分散とのマッチングを表している。つまり、この更新則は、入力データのファジィ集合の精度が高くなるようにメンバシップ関数のパラメータを調整することに対応する。また、SOM と同様に FSOM においても、学習の初期にはノードの近傍を大きめにとり、学習が進むにつれて近傍を縮小する。

### 3.2.3 FSOM におけるファジィ競合学習の導入

第 3.2.2 章の FSOM の学習則におけるノードの競合は、元となった SOM におけるベクトル間距離による競合をメンバシップ関数の出力値に置き換えたものであり、出力ノードの近傍に 2次元平面の構造を導入し、各ノードに 2次元平面上のクリスプなノード近傍を導入して用いている。本稿ではもう 1つの学習則として、第 3.2.1 章でも触れたファジィ競合学習 [5] の概念に基づき、入力データに対する各ノードの出力の大きさに応じたファジィ近傍を用いた学習則を与える。

ファジィ競合学習ネットワークでは、Fuzzy c Means クラスタリングの考えに基づき SOM の競合学習における勝利ノードの近傍の概念をファジィ化することによりクラスタリングを行う。この方式では、入力  $I$  に対する各代表点ベクトルの差異の重み付き評価関数

$$E(I, \mu, f) = \frac{1}{2} \sum_i f_i^h \sum_j (\mu_{ij} - I_j)^2 \quad (f_i > 0) \quad (3.8)$$

を制約条件  $\sum_i f_i = 1$  の下で最小化する。各重み  $f_i$  ( $i = 1, \dots, m$ ) は、入力  $I$  が  $\mu_i$  の代表するクラスに帰属する度合いを表す。ここで、乗数  $h$  は 1 を超える実数である。この評価関数に制約条件  $\sum_i f_i = 1$  を加えたラグランジュ乗数法による全体の評価関数

$$L(I, \mu, f, \lambda) = E(I, \mu, f) + \lambda \left( \sum_i f_i - 1 \right) \quad (3.9)$$

に対して、 $f_i$  を固定し、最急降下法により  $\mu_{ij}$  の更新則

$$\Delta \mu_{ij} = -\gamma \frac{\partial E}{\partial \mu_{ij}} = \gamma f_i^h (I_j - \mu_{ij}) \quad (i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, n) \quad (3.10)$$

を得る。また、 $f_i$  は、 $\mu$  を固定し、 $\frac{\partial L}{\partial f_i} = 0$  ( $i = 1, \dots, m$ )、 $\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0$  とすることにより、

$$\begin{aligned} \lambda \left( \sum_i f_i - 1 \right) &= 0 \\ h f_i^{h-1} \sum_j (\mu_{ij} - I_j)^2 + \lambda &= 0 \\ f_i &= \frac{\lambda}{h \left( \sum_j (\mu_{ij} - I_j)^2 \right)^{\frac{1}{h-1}}} = \frac{\left( \sum_j (\mu_{ij} - I_j)^2 \right)^{\frac{1}{h-1}}}{\sum_d \left( \sum_j (\mu_{dj} - I_j)^2 \right)^{\frac{1}{h-1}}} \quad (i = 1, \dots, m) \end{aligned} \quad (3.11)$$

と定められる。(3.10)、(3.11) に示されるように、代表点  $\mu_i$  が入力  $I$  に近いほど  $f_i$  は大きくなり、 $\mu_i$  の更新におけるステップ幅が大きくなる。元の SOM においては、ノード集合の間にお互いに近

して、その空間での近傍への帰属に基づいて代表点の更新幅を決めていたのに対して、この学習則では、ノード集合の空間構造は考えず、入力に対する代表点の近さの度合いに応じて代表点の更新幅を調整する、いわばフジイ近傍を実現している。さらに、学習が進むにつれて  $h \rightarrow 1$  とすることにより  $f_i \rightarrow 0$  or  $1$  となるため、クリスプな場合の近傍縮小と同じ効果を得る。しかし、この学習則は近傍設定に FSOM 自身を表すファジイメンバシップ関数の出力値  $F_i(I)$  を全く考慮していない。

一方、ガウシアンクラスタリング [16] では、フジイ競合型ネットワークと同様の評価関数にエンタロピー項を導入した

$$E(I, \mu, f) = \frac{1}{\alpha} \sum_i f_i \sum_j (\mu_{ij} - I_j)^2 + \sum_i f_i \log(f_i) \quad (f_i > 0) \quad (3.12)$$

を評価関数とし、制約条件  $\sum_i f_i = 1$  の下で最小化することにより代表点  $\mu_i$  および重み  $f_i$  の学習則を得る。式 (3.9) のラグランシ乗数法による全体の評価関数を考え、 $\mu$  を固定して  $\frac{\partial E}{\partial f_i} = 0$  ( $i = 1, \dots, m$ )、 $\frac{\partial E}{\partial f_i} = 0$  とすることにより、

$$\begin{aligned} \frac{1}{\alpha} \sum_j (\mu_{ij} - I_j)^2 + \log(f_i) + 1 + \lambda &= 0 \\ f_i &= \exp(-1 - \lambda) \exp\left(-\frac{1}{\alpha} \sum_j (\mu_{ij} - I_j)^2\right) \\ &= \frac{\exp\left(-\frac{1}{\alpha} \sum_j (\mu_{ij} - I_j)^2\right)}{\sum_d \exp\left(-\frac{1}{\alpha} \sum_j (\mu_{dj} - I_j)^2\right)} \quad (i = 1, \dots, m) \end{aligned} \quad (3.13)$$

と定められる。

FSOM のフジイ競合学習においては、上記 2 つのクラスタリング手法の考え方を融合し、分散の影響を取り入れた

$$I(I, \mu, f) = \frac{1}{2} \sum_i f_i \sum_j \frac{(\mu_{ij} - I_j)^2}{\sigma_{ij}^2} + \sum_i f_i \log(f_i^h) \quad (f_i > 0) \quad (3.14)$$

を評価関数とし、制約条件  $\sum_i f_i = 1$  の下で最小化する。この場合、ラグランシ乗数法による全体の評価関数

$$I(I, \mu, f, \lambda) = I(I, \mu, \sigma, f) + \lambda \left( \sum_i f_i - 1 \right)^2 \quad (3.15)$$

に対する最急降下法により、 $\mu_{ij}$  の更新則

$$\Delta \mu_{ij} = -\gamma \frac{\partial E}{\partial \mu_{ij}} = -\gamma f_i^h \frac{I_j - \mu_{ij}}{\sigma_{ij}^2} \quad (i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, n) \quad (3.16)$$

を得る。また、 $\mu$  を固定して  $\frac{\partial E}{\partial f_i} = 0$  ( $i = 1, \dots, m$ )、 $\frac{\partial E}{\partial \lambda} = 0$  とすることにより、

$$\begin{aligned} \lambda \left( \sum_i f_i - 1 \right)^2 &= 0 \\ \frac{h}{2} f_i^{h-1} \sum_j \frac{(\mu_{ij} - I_j)^2}{\sigma_{ij}^2} + h f_i^{h-1} \log(f_i^h) + h f_i^{h-1} + 2\lambda \left( \sum_i f_i - 1 \right) &= 0 \\ \frac{1}{2} \sum_j \frac{(\mu_{ij} - I_j)^2}{\sigma_{ij}^2} + \log(f_i^h) + 1 &= 0 \end{aligned}$$

$$f_i^h = \epsilon^{-1} \exp\left(-\frac{1}{2} \sum_j \frac{(\mu_{ij} - I_j)^2}{\sigma_{ij}^2}\right) = \epsilon^{-1} F_i(I) \quad (3.17)$$

$$f_i = \epsilon^{-\frac{1}{h}} F_i(I)^{\frac{1}{h}} = \frac{F_i(I)^{\frac{1}{h}}}{\sum_d F_d(I)^{\frac{1}{h}}} \quad (i = 1, \dots, m) \quad (3.18)$$

が得られる。式 (3.16)、(3.18) の学習則は、ファジイメンバシップ関数の出力値  $F_i(I)$  を考慮したものがとなっている。学習が進むにつれて  $h \rightarrow 0$  とすることにより  $f_i \rightarrow 0$  or  $1$  となるが、式 (3.17) より、 $f_i^h$  は  $F_i(I)$  の 1 次関数であるため、ファジイ近傍の縮小進行が遅い。そのため、 $\mu_{ij}$  に対しては以下の単純化された学習則

$$\Delta \mu_{ij} = \gamma f_i (I_j - \mu_{ij}) \quad (i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, n) \quad (3.19)$$

を用いる。これは、式 (3.10) のファジイ競合学習の簡略版でもある。 $\sigma_{ij}$  に対しては、単純に

$$E(I, \sigma) = \frac{1}{2} \sum_i f_i \sum_j (\sigma_{ij}^2 - (\mu_{ij} - I_j)^2) \quad (3.20)$$

を評価関数とし、最急降下法による

$$\Delta \sigma_{ij} = 2\gamma f_i \sigma_{ij} ((\mu_{ij} - I_j)^2 - \sigma_{ij}^2) \quad (i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, n) \quad (3.21)$$

を学習則とする。

### 3.3 FINの導入によるルール抽出

本章では、3.2.3 で述べた FSOM を基に、式 (1.3), (1.4) で示されるファジィ推論規則群を表現するニューラルネットワーク FIN を構成し、それを用いた適応的ファジィ推論規則抽出の方式を与える。また、FIN の構造が RBF と類似していることを踏まえて、RBF によるファジィ推論規則抽出の方式との比較検討を行う。さらに、ニューラルネットワークによる方式と対比して、遺伝的アルゴリズムによるファジィ推論規則抽出の方式との比較検討も行う。

#### 3.3.1 FIN

FIN は多入力 1 出力、3 層構造の Feedforward 型ニューラルネットワークであり、上位層は FSOM の構造を有する。入力ノード数は、式 (1.3) の推論規則の前件部の入力数と同じ  $n$ 、中間ノード数は、後件部が同じシングルトン形式を持つ規則の数  $m$  である。1 つの FIN は、式 (1.3) に示される合計  $m \times L$  個のファジィルールより、後件部が同じシングルトン形式を持つ  $m$  個のルール群をまとめて表現する。図 3.3(a) に、推論規則群と FIN の構造との関係を示す。図 3.3 において、上位層の FSOM 部は各ルール前件部に対応し、下層は後件部と数値確信度に対応する。

FIN と式 (1.3), (1.4) に示されるファジィ推論規則の対応関係は、以下のように構成される。式 (1.3) の推論規則群より、後件部が同じシングルトン構造を持つ  $m$  個の規則

$$\text{If } I_1 \text{ is } F_{k11} \text{ and } I_2 \text{ is } F_{k12} \text{ and } \dots \text{ and } I_n \text{ is } F_{k1n}, \text{ Then } c \text{ is } C_k \text{ with weight } \omega_{k1} \quad (3.22)$$

$$\sum_i \omega_{ki} = 1 \quad (i = 1, \dots, m)$$

に対して、1 つの FIN に対応する。この FIN (以降、 $FIN_k$  と略称) は、 $F_{kij}$  を  $i$  番目の中間ノードと  $j$  番目の入力ノード間の結合係数として持つ。また、各規則の数値確信度  $\omega_k$  を  $i$  番目の中間ノードと出力ノード間の数値結合係数として持つ。式 (1.3) の推論規則群において、異なるシングルトン形式の後件部は合計  $L$  個存在するので、規則群全体に対して合計  $L$  個の FIN  $\{FIN_1, \dots, FIN_L\}$  に対応する。入力ベクトル  $I = (I_1, \dots, I_n)$  に対する  $FIN_k$  の中間ノードの出力、つまり FSOM の出力

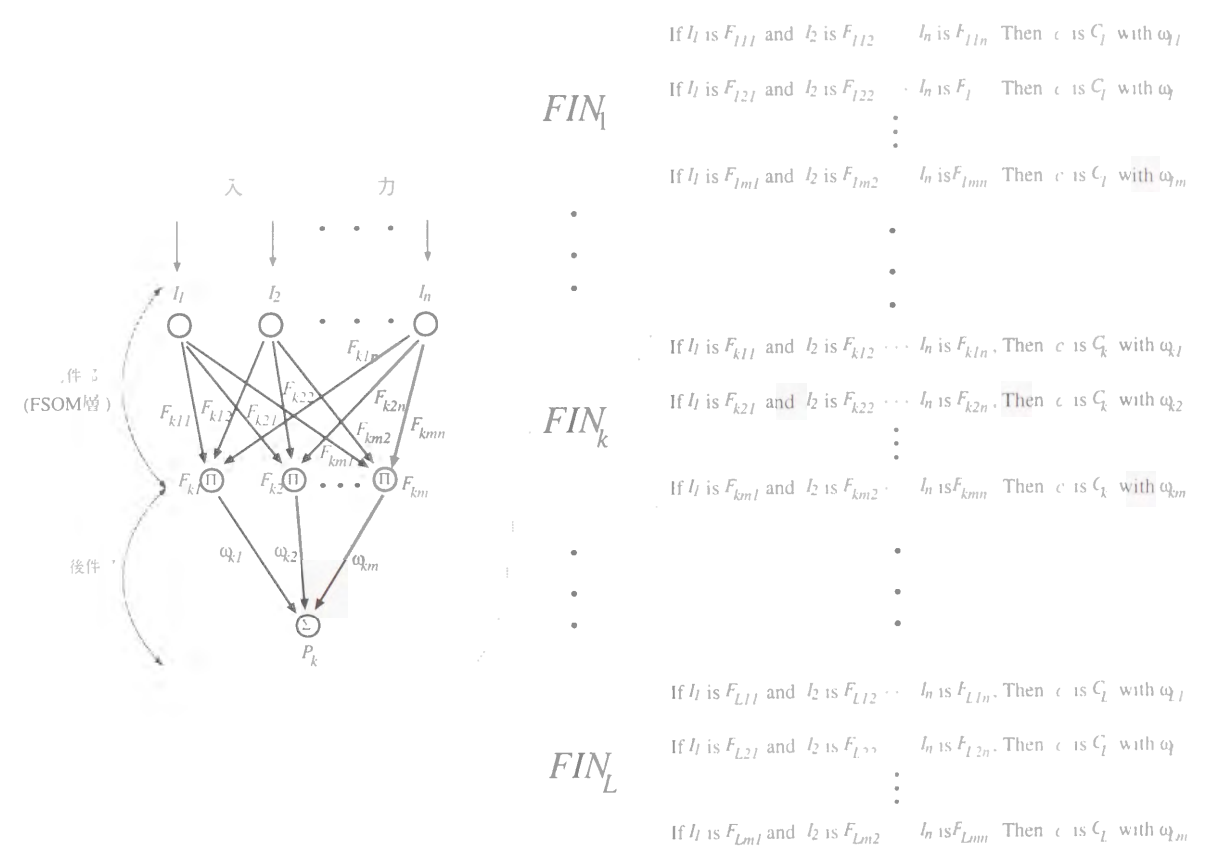


図 3.3: FIN の構造と推論規則群との関係

ノードにおける値

$$F_{ki}(I) = \prod_j F_{kij}(I_j) \quad (k = 1, \dots, L, i = 1, \dots, m) \quad (3.23)$$

は、各ルール前件部に対する適合度を表す。 $FIN_k$  の出力  $P_k$  は、

$$P_k(I) = \sum_i \omega_{ki} F_{ki}(I) \quad (k = 1, \dots, L) \quad (3.24)$$

のように、FSOM によって得られた各ルール前件部の適合度の重みとの積和によって得られる。この出力値は、式 (1.3) のファジィルール群の入力  $I$  に対する直接法による推論結果の出力メンバーシップ関数値 (2.35) に他ならず、入力  $I$  に対する出力値が  $C_k$  である可能性を示している。また、最終的な推論

結果として、 $FIN_k$  の出力  $P_k$  ( $k = 1, \dots, L$ ) を,

$$P'_k(I) = \frac{P_k(I)}{\sum_d P_d(I)} \quad (k = 1, \dots, L) \quad (3.25)$$

の形で正規化する。これは式 (2.36) で表される値に他ならない。

$FIN$  の FSOM における競争学習によって、入出力データから式 (1.3), (1.4) の推論規則の前件部のパラメータを直接抽出することか可能となる。また、数値確度  $\omega_{ki}$  の学習は、競争学習の過程において、対応する中間ノードがどれだけデータに対して反応したかを記録する反応頻度パラメータ  $W_{ki}$  ( $k = 1, \dots, L, i = 1, \dots, m$ ) を用意しておき、学習終了時に正規化することによって行う。式 (1.1) の入出力データ集合  $S$  からのファジィ推論規則抽出の手順は、以下のように行なう。

(0): 式 (1.1) の入出力データ集合  $S$  に対して、式 (1.3) で与えられるファジィルール群に対応する  $FIN$  を出力値  $c_k$  ごとに合計  $L$  個用意し、前件部メンバシップ関数のパラメータ  $\mu_{kij}, \sigma_{kij}$  をランダムに初期化する。また、反応頻度パラメータ  $W_k$  を全て 0 に設定する。

(1): 式 (1.2) の  $S$  の出力値による分割  $\{S_k : k = 1, \dots, L\}$  に対して、 $S^{(l)} \in S_k$  の入力データ部分の数値ベクトル  $a_l = (a_{l1}, a_{l2}, \dots, a_{lm})$  を  $FIN_k$  に入力として与える。

(注:  $FIN_k$  に入力として与えるのは、 $S_k$  に属するデータのみであり、 $c_k$  以外の出力値を持つ入出力データは無視する。)

(2):  $FIN_k$  の FSOM において、上記  $a_l$  に対して第 3.2.2 章の競争学習、もしくは 3.2.3 のファジィ競争学習のアルゴリズムにより、ファジィメンバシップ関数のパラメータ  $\mu_{kij}, \sigma_{kij}$  を更新する。

(3): 第 3.2.2 章の競争学習アルゴリズムの場合、(2) の出力ノードの競争における勝利ノードを  $i_0$  とする。反応頻度パラメータ  $W_k$  を以下のように更新する。

$$\Delta W_k = \begin{cases} 1 & (i = i_0) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases} \quad (k = 1, \dots, L, i = 1, \dots, m) \quad (3.26)$$

第 3.2.3 章のファジィ競争学習アルゴリズムの場合、反応頻度パラメータ  $W_{ki}$  を以下のように更新する。

$$\Delta W_{ki} = F(a) \quad (k = 1, \dots, L, i = 1, \dots, m) \quad (3.27)$$

(4): 各  $S^{(l)}$  に対して 1-3 を行い、それを指定回数繰り返す。

(5):  $W_{ki}$  を

$$\omega_{ki} = \frac{W_{ki}}{\sum_d W_{kd}} \quad (l = 1, \dots, L, i = 1, \dots, m) \quad (3.28)$$

の形で正規化し、ファジィルールの確度  $\omega_k$  を決定する。

$FIN$  によるルール抽出の手法を、図 3.4(a) に示す。

$FIN$  によるルール抽出の利点としては、主に以下の 2 点が挙げられる。

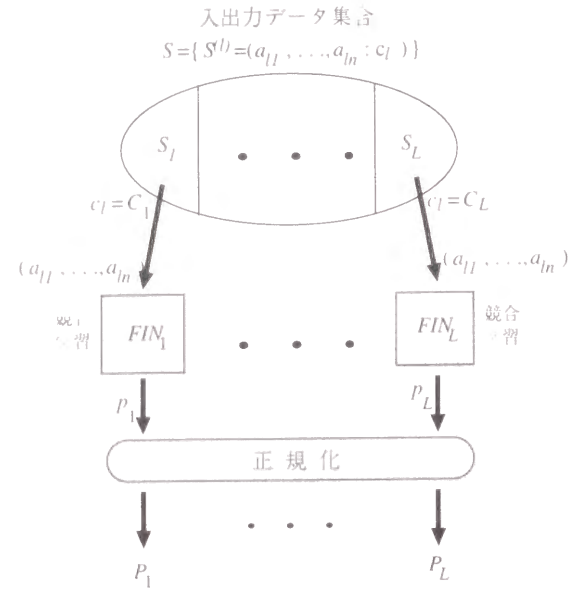
1. FSOM を用いた入力空間のクラスタリングにより、数値データの取り扱いと適応的なルール抽出、および  $FIN$  による推論が同時に可能となる。
2. Back Propagation などの入出力自乗誤差学習則を基本とする Feedforward 型ネットワークは、1 つのネットワークに総ての入出力データを学習サンプルとして与える必要がある。 $FIN$  では入出力データ集合の出力値による分割と FSOM の教師無し学習により、1 つの  $FIN$  にそれぞれこの入出力データを与える必要はなく、学習処理も低減される。

逆に、欠点としては、式 (1.3) にあるように全ての属性値を評価する必要があるため、ID3 のように出力値の識別に意味のある属性のみを選択するルール抽出が出来ないことである。この欠点は  $FIN$  による方式のみならず、後に示す GA を用いる方式についても、いえることである。

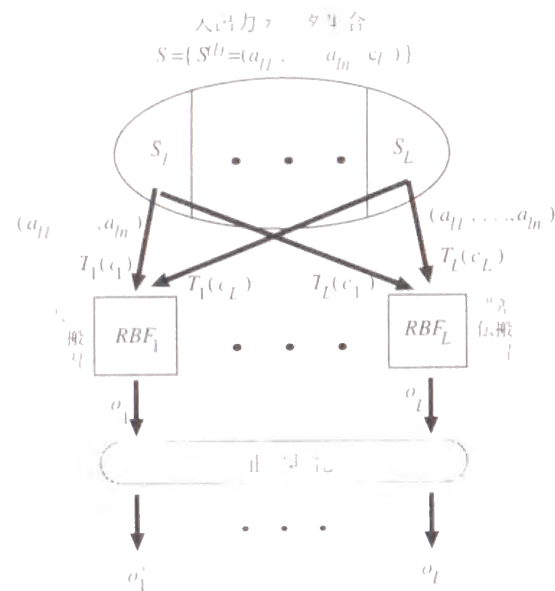
### 3.3.2 Radial Basis Function による方式との比較検討

前章で与えられた  $FIN$  の構造は、本能的にガウス基底を用いた Radial Basis Function [24](以降 RBF と略称) と同じものである。そのため、式 (1.3), (1.4) のファジィ推論規則の抽出において、RBF を用いた方式を構成し、前章の  $FIN$  を用いた方式と比較検討する必要がある。

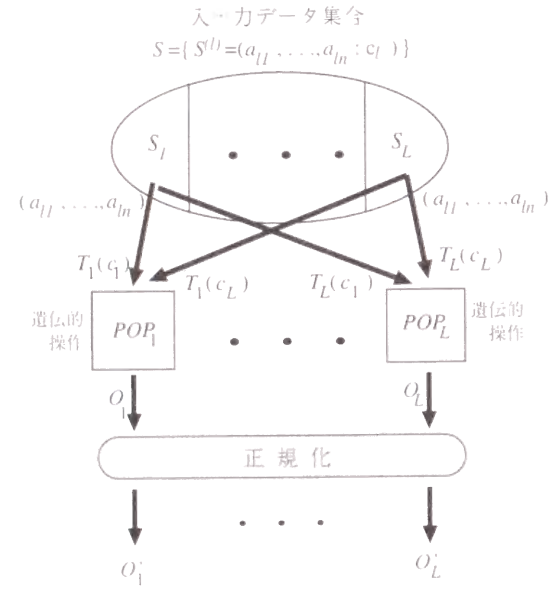
RBF による適応的ルール抽出法は、 $FIN$  の場合と同様に、同じシングルトン形式の後件部を持つ  $m$  個の推論規則に対して、 $n$  個の入力ノード、 $m$  個の中間ノード、1 個の出力ノードを持つ RBF を 1 つ対応させることにより実現出来る。つまり、 $m$  個の推論規則に付随する  $m$  個の  $n$  次元ガウス型メンバシップ関数  $F_{k1}, \dots, F_{km}$  をガウス基底とし、 $m$  個の数値確度  $\omega_{k1}, \dots, \omega_{km}$  を中間出力ノード間の結合



(a) FINによる入出力データからのルール抽出



(b) RBFによる入出力データからのルール抽出



(c) GAによる入出力データからのルール抽出

図 3.4. FIN, RBF および GA による入出力データからのルール抽出

係数とすることで,

$$o_k(I) = \sum_i \omega_{ki} \exp\left(-\frac{1}{2} \sum_j \frac{(\mu_{kij} - I_j)^2}{\sigma_{kij}^2}\right) \quad (k = 1, \dots, L) \quad (3.29)$$

の形式の RBF を  $L$  個構成する (以降, 出力値  $C_k$  に対応する RBF を  $RBF_k$  と略称). また, FIN の場合と同様に, 最終的出力は上記  $o_k$  を正規化した値

$$o'_k(I) = \frac{o_k(I)}{\sum_d o_d(I)} \quad (k = 1, \dots, L) \quad (3.30)$$

とする. 式 (3.29) の出力形式は, 式 (2.35) で示されるルール (1.3) の出力と同じ, つまり FIN の推論出力と全く同じである. このことは, RBF の形式が持つ関数近似能力を, FIN, つまり式 (1.3), (1.4) のファジィ推論規則も有していることを示している.

RBF における学習は, 基本的に入出力自乗誤差に基づいて行われる. そのため, FSOM 層の教師無し学習を用いる FIN とは異なり, 式 (1.1) の入出力データをそのまま用いることは出来ない. そのため,  $RBF_k$  に与える教師データを以下のように構成する.

入力:  $(a_{1l}, a_{12}, \dots, a_{ln})$ , 教師出力:  $T_k(c_l)$

$$T_k(c_l) = \begin{cases} 1.0 & (c_l = C_k) \\ 0.0 & (\text{otherwise}) \end{cases} \quad (k = 1, \dots, L, l = 1, \dots, N) \quad (3.31)$$

各  $RBF_k$  の学習則は, この教師データにおける自乗誤差に係数  $\omega_{ki}$  に対する正規化条件を加えたもの

$$Error_k = \frac{1}{2} \sum_l (o_k(a_l) - T_k(c_l))^2 + \left(\sum_i \omega_{ki} - 1\right)^2 \quad (k = 1, \dots, L) \quad (3.32)$$

に対する最急降下法によって行われる.  $\omega_{ki}$  の正規化条件は, ファジィルールの重みの正規性を実現するためである.

図 3.4(b) に RBF によるルール抽出の構成を示す. FIN による方式では, 1 つの FIN に与える入出力データはその対応する出力値を持つデータに限定されていたのに対し, RBF による方式では, 1 つの RBF に総ての入出力データを与える必要があり, 学習処理の負荷が  $L$  倍になる欠点がある.

### 3.3.3 遺伝的アルゴリズムによる方式との比較検討

もう1つの比較検討対象として、最近多くの研究例が報告されている遺伝的アルゴリズム (Genetic Algorithm, 以降GAと略称) を用いたルール抽出 [40] を取り上げる。この方式は後に第4章、第5章において扱う。本稿でのGAによるフジシ推論規則抽出の基本手順は以下の通りである。

- (0 1): 式(1.3), (1.4)に示す1つのフジシルールのパラメータ  $\mu_{kij}, \sigma_{kij} (j=1, \dots, n)$  をビット列もしくは実数値配列で表現し、1つの個体染色体とする。つまり、1つのルールに1つの個体を対応させる。
- (0 2): 同じシングルトン形式の後件部 "is  $c_k$ " を持つフジシルールに対応する  $m$  個の個体で1つの集団 (以降  $POP_k$  と略称) を形成し、合計  $L$  個の集団を作る。
- (1): 各  $POP_k$  において独立に選択、交叉、突然変異を行う。つまり、異なる集団間の遺伝子の移動は無いものとする。選択は、個体の評価値および適応度を以下の式(3.33), (3.34)により計算し、ルーレット戦略を用いて行う。

$$\epsilon_{ki} = \sum_l \frac{1}{2} (F_{ki}(a_l) - T_k(c_l))^2 \quad (3.33)$$

$$F_{ki}(a_l) = \exp\left(-\frac{1}{2} \sum_j \frac{(\mu_{kij} - a_{lj})^2}{\sigma_{kij}^2}\right)$$

$$f_{ki} = \max(\epsilon_{ki} : i=1, \dots, m) - \epsilon_{ki} + sp \cdot \min(\epsilon_{ki} : i=1, \dots, m) \quad (3.34)$$

$$(k=1, \dots, L, i=1, \dots, m)$$

ここで、 $T_k(c_l)$  は式(3.31)で定義されているものとする。式(3.33)は全入出力データに対する個体に対応するフジシルールの前件部適合度の自乗誤差がある。式(3.34)における  $sp$  は選択圧力であり、この値が大きいほど、ルーレット選択における個体間の生存確率の差が減少し、評価値の近い個体も選択において生存しやすくなる。

- (2): 各  $POP_k$  において与えられた回数だけ世代交代を行った後、ルールの重みを対応する個体の集団における適応度で正規化

$$\omega_k = \frac{f_{ki}}{\sum_l f_{li}} \quad (k=1, \dots, L, i=1, \dots, m) \quad (3.35)$$

により定める。得られたルールの入力ベクトル  $I = (I_1, \dots, I_n)$  に対する出力は、FIN, RBF と同様に、ルール(1.3)出力

$$O_k(I) = \sum_l \omega_k F_k(I) \quad (k=1, \dots, L) \quad (3.36)$$

を正規化したもの

$$O'_k(I) = \frac{O_k(I)}{\sum_d O_d(I)} \quad (k=1, \dots, L) \quad (3.37)$$

とする。

図3.4(c)にGAによるルール抽出の構成を示す。本方式による個体適応度は、ルールの入出力データに対する自乗誤差が低いほど高くなるように定義しており、適応度の計算に総ての入出力データが必要となるため、RBFの場合と同様にルール抽出の負荷がFINに比べて  $L$  倍高い欠点がある。しかし、FINやRBFなどのニューラルネットワークとは異なるGAの性質が、第1章で触れた本稿の目的である動的環境での規則抽出の面で活用される可能性がある。

第3.1章でのシミュレーションでは、Simple GAによる適応的ルール抽出を比較対象とする。ここでは、1つのフジシルールのパラメータ  $\mu_{kij}, \sigma_{kij}$  を各々16ビットの0-1のグレイコードによるビット列で表現し、1直線に並べた  $2 \times 16 \times n$  ビットから成る0-1のビット列を1つの個体染色体とする。また、交叉法としては1点交叉、突然変異としてはビット突然変異を採用する。後に第4章、第5章では、進化の対象となるパラメータが実数値であることを踏まえた手法を与える。

### 3.4 動的環境におけるシミュレーションと評価

FINによる適応型ルール抽出法の有効性を示すシミュレーションとして、入力データの分布が時間的に変化する入出力サンプリングデータを用い、フジシ推論結果に対する正解率を評価する実験を行った。なお、本稿においては2種類の比較実験を行っている。1つは、FINそのものの有効性を検証するため、第3.3.2章、第3.3.3章で議論したRBF, GAによる方式との比較実験であり、もう1つは、FINにおけるFSOM [36]での第3.2.2章で与えた規則と第3.2.3章で与えたフジシ観音の優劣を検証するための比較実験である。



### 3.4.1 他方式との比較実験

本実験では、他の適応的ルール抽出法と比較することにより FIN の有効性を検証するため、第 3.3.2 章、第 3.3.3 章で与えた入出力自乗誤差学習則を基本とする RBF、および同じく入出力自乗誤差を適応度計算に用いた GA と、FIN 方式との間で性能比較を行った。

#### 実験データ

実験データは、3次元の入力値ベクトルと3種類の出力値を持ち(式(1.1), (1.2)において  $n = 3, l = 3$ )、同じ出力値を持つ入出力データの入力値ベクトルの平均が段階的に変化するものと想定した。また、以下の3種類の実験を行った。

- 1:  $C_1$  を出力値に持つ ( $S^{(1)}$  に属する) データの入力属性ベクトル平均のみ変化
- 2:  $C_1$  と  $C_2$  を出力値に持つ ( $S^{(1)}$  と  $S^{(2)}$  に属する) データの入力属性ベクトル平均のみ変化
- 3: すべての入力属性ベクトル平均が変化

表 3.1 および図 3.5 に、各出力値を持つ入出力データの入力値ベクトルの平均の変化を示す。

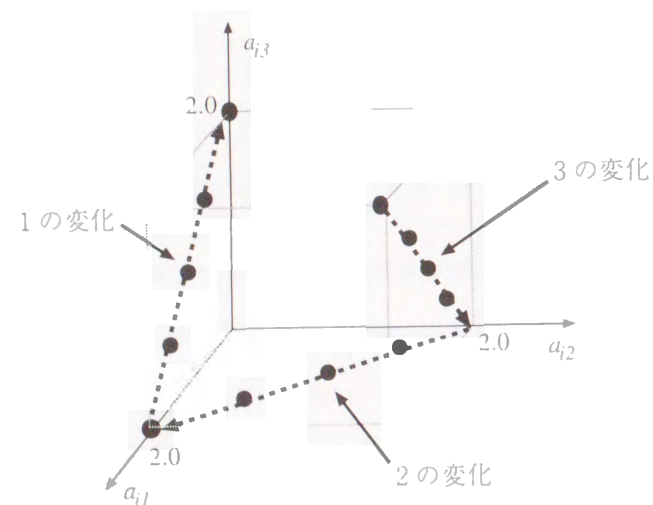


図 3.5: 実験用入出力データにおける中心の変化

	step 0	step 1	step 2	step 3	step 4
$S_1$ 平均	(2.0, 0.0, 0.0)	(1.5, 0.0, 0.5)	(1.0, 0.0, 1.0)	(0.5, 0.0, 1.5)	(0.0, 0.0, 2.0)
$S_2$ 平均	(0.0, 2.0, 0.0)	(0.5, 1.5, 0.0)	(1.0, 1.0, 0.0)	(1.5, 0.5, 0.0)	(2.0, 0.0, 0.0)
$S_3$ 平均	(2.0, 2.0, 2.0)	(1.5, 2.0, 1.5)	(1.0, 2.0, 1.0)	(0.5, 2.0, 0.5)	(0.0, 2.0, 0.0)

表 3.1: 実験用入出力データにおける中心の変化

実験データは、表 3.1 および図 3.5 に示す各ステップのベクトルを平均とする分散 1 の正規分布に従って発生させた。データ数は、1つの出力値に対し学習用に 20 個、評価用に 20 個、合計 5 ステップで 60 個の学習データ、60 個の未学習データを用意した ( $N = 60$ , 各  $S_k$  の要素数=20)。実際の実験では、上記データを  $[0, 1]$  区間に正規化して行なった。本実験データは、中間のステップでは各出力を持つデータの入力ベクトル平均のユークリッド距離がステップの最初および最後に比べて小さいという特徴を持つ。

実験は、各ステップにおける入出力データに対する正答率を評価項目とした。まず、ステップ 0 の初期状態から 60 個のデータを学習、60 個の未学習データに対する正答率を評価した。その後、各ステップの新たな傾向のデータに対して、学習データに対する学習前の正答率、学習後の正答率、未学習データに対する正答率を評価した。ステップ 0 以降では、各ステップにおけるハフマンの初期値は前ステップにおける学習後の値をそのまま継続した。また、出力  $C_k$  を持つ入出力データに対する正答率を式(3.25), (3.30), (3.37)により以下で定義する。

$$\text{FIN 方式} : P'_k = 100 \times \sum_{a_l \in S_k} \frac{P'_k(a_l)}{|S_k|} \quad (k = 1, \dots, L) \quad (3.38)$$

$$\text{RBF 方式} : o'_k = 100 \times \sum_{a_l \in S_k} \frac{o'_k(a_l)}{|S_k|} \quad (k = 1, \dots, L) \quad (3.39)$$

$$\text{GA 方式} : O'_k = 100 \times \sum_{a_l \in S_k} \frac{O'_k(a_l)}{|S_k|} \quad (k = 1, \dots, L) \quad (3.40)$$

なお、各実験における FIN 方式、RBF 方式、GA 方式におけるハフマンは以下の通りである。

**FIN:** 学習係数  $\gamma = 0.001$ , 1 入出力データに対する学習回数 = 1000, FSOM の出力ノード数  $m$  (FIN の中間ノード数) = 9 (総ルール数 =  $9 \times 3 = 27$ )

**RBF:** 学習係数 = 0.001, 1 入出力データに対する学習回数 = 1000, 中間ノード数  $m$  (総ルール数 =  $9 \times 3 = 27$ )

GA: 学習率 = 0.6, 変異率 = 0.1,  $\sigma = 0.1$  のデータ, 世代交代数 = 100, 選択圧力  $sp = 0.1$  (個体数  $m = 20$  (ルール数 =  $20 \times 3 = 60$ )).

ここで, 変異率は  $\sigma$  で用いられている値に設定している. 突然変異確率は, 環境が動的に動かない限り, 通常より高い値に設定している. また, 個体数, つまりルール数を抑え, なるべく少ない. 言い換えば, GA と言われる遺伝的移動 [19], つまり確率によるある種の偏りのない移動の中の一つである.

### 実験結果

各出力値の持つ意味, 各実験における正答率 (図 3.6(1 の場合), 図 3.7(2 の場合), 図 3.8(3 の場合)) を示す.

1) の場合, 言い換えば, 図 3.6 が示すように, FIN 方式では入力ベクトルの平均が変動する  $C_1$  に対応するデータの正答率は低い, 平均り変化しない  $C_2$  に対応するデータに対しては, 前半のステップで正答率が 100% になる場合があるが, 後半のステップ 3 以降では 80% 前後, 他の方式, つまり 10% 以上の正答率を持ち, 前半の平均正答率でも他方式と対峙する. 逆に, RBE 方式では前半のステップ, つまり  $C_1$  に対応するデータの正答率が低く,  $C_2, C_3$  に対応するデータに対する正答率の他方式, 言い換えば, 図 3.6 の場合, 平均正答率では 3 つの方式の中で最低である. GA 方式はどのデータ, つまり 70% 前後の正答率を持ち, 平均正答率においても他方式に比べて安定している. 入力ベクトルの平均が変動しないデータでの後半の正答率は FIN 方式に劣る.

2) の場合, 言い換えば, 図 3.7 が示すように, 入力ベクトルの平均が変動する  $C_1, C_2$  に対応するデータの正答率は 3 以上の FIN 方式の正答率とほぼ同等, ステップ 4 では 70% 前後の正答率を示している. また, 入力ベクトルの平均が変動しない  $C_3$  に対応するデータに対しては, 前半で 90% を超える正答率を持ち, RBE 方式の正答率 (前半のステップ) より, 平均正答率でも FIN 方式に比べて 10% 以上上回る. また, このデータにおいては GA 方式は FIN 方式に比べて正答率の変動が小さく, 後半のステップで 80% 以上の正答率を示し, 平均正答率では FIN 方式を上回る.

3) の場合, 言い換えば, 図 3.8 が示すように, 2) の場合と同様, FIN 方式は  $C_1$  に対応するデータの正答率が低く,  $C_2, C_3$  に対応するデータでは, 90% 以上を示す. RBE 方式に比べて 20% 以上, GA 方式

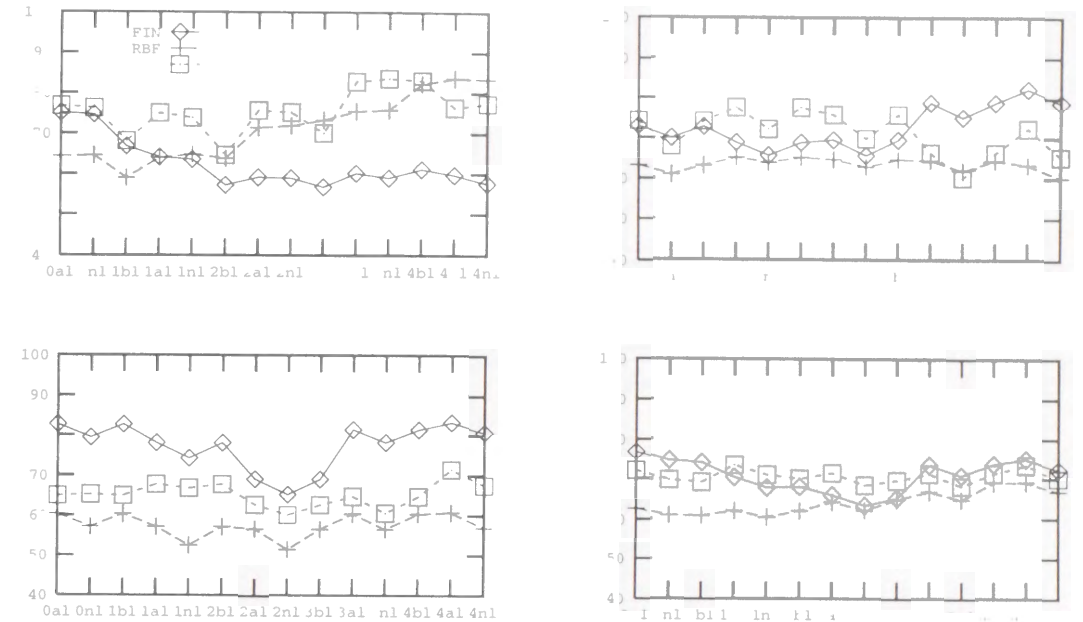


図 3.6: 1) の場合での各方式における正答率: 上左図:  $C_1$  に対する正答率, 上右図:  $C_2$  に対する正答率, 下左図:  $C_3$  に対する正答率, 下右図: 平均正答率. (iat:  $i$  番目の step の直後にに対する正答率, ibt:  $i$  番目の step の直前における正答率, imt:  $i$  番目の step の未学習データに対する正答率 ( $i = 0, \dots, 4$ )).

式と比べても 10% 前後上回る.

また, 前述の本実験におけるデータの特性から, ステップの中間では入出力データの分布の境界が曖昧になるため, どのデータにおいても正答率が下がっている. その中で, FIN 方式は入力ベクトルと出力距離に依存して正答率が大きく変化する傾向があり, ベクトル平均と距離が大きく異なる場合, 他の方式よりも正答率が低くなる. 上述したように, GA 方式は FIN 方式, 言い換えば入力ベクトルと出力距離の変化に対して安定した正答率を持つ. ただし, 1) の場合および 3) の場合において, 入力ベクトルの平均距離が大きくなるステップ 0 や 4 では, 正答率は FIN 方式に比べて劣る.

実際に抽出されたフィジカルルールのフィジカルメンハンシップ関数のパラメータを表 3.2, 図 3.10 および図 3.9 に示す. 表 3.2 のパラメータ推移は, 後述の出力  $C_j$  の出力ルールの最大値 (大きい出力メンハンシップ関数は  $f_j(x) (j = 1, 2, 3)$  の中心と幅) の場合, フィジカルメンハンシップ関数のパラメータ

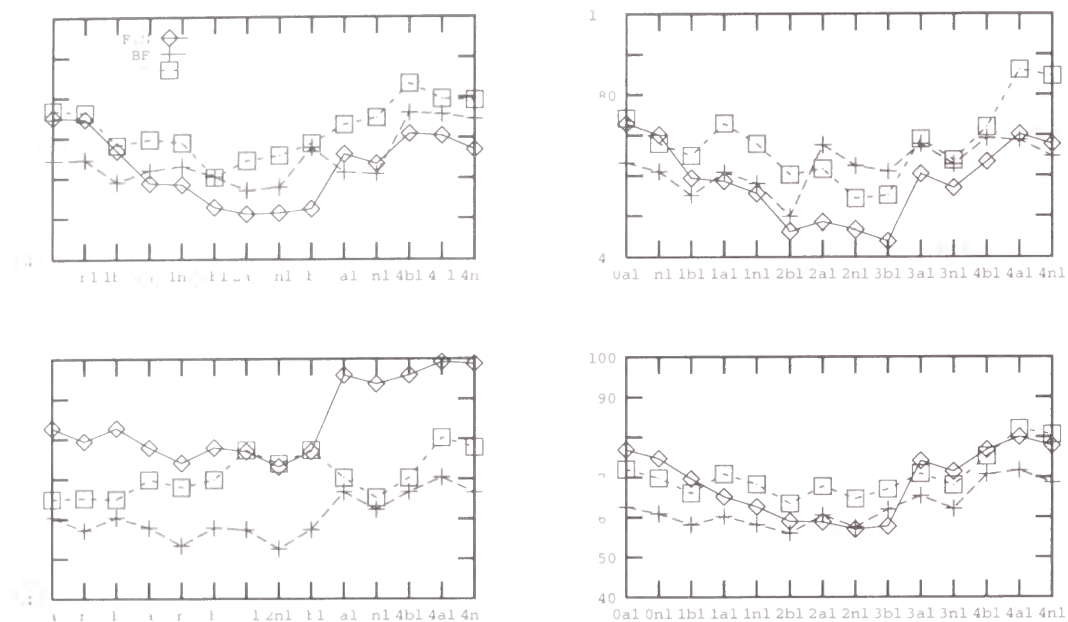


図 3.7: 2 の場合での各方式における正当率: 上左図:  $C_1$  に対する正当率, 上右図:  $C_2$  に対する正当率, 下左図:  $C_3$  に対する正当率, 下右図: 平均正当率

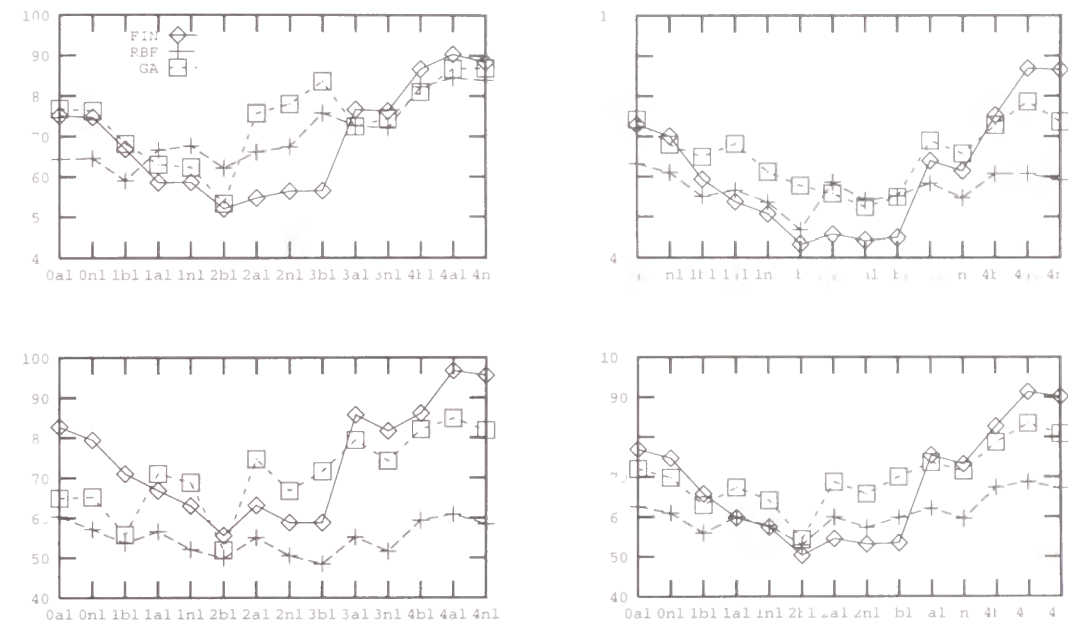


図 3.8: 3 の場合での各方式における正当率: 上左図:  $C_1$  に対する正当率, 上右図:  $C_2$  に対する正当率, 下左図:  $C_3$  に対する正当率, 下右図: 平均正当率

		FIN 方式					
		$\mu_i$			幅		
		$\mu_{11}$	$\mu_{12}$	$\mu_{13}$	$\sigma_{11}$	$\sigma_{12}$	$\sigma_{13}$
step 0		2	0.09	0.08	1.05	0.4	1.04
step 1		1.52	0.07	0.1	1.09	1.14	1.1
step 2		1.38	0.3	1	1.71	1.7	1.73
step 3		0.43	0.04	1.45	1.09	1.37	1.03
step 4		0.07	0.1	2.37	0.07	0.03	0.03

		RBF 方式			GA 方式									
		$\mu_1$	$\mu_2$	$\mu_3$	$\mu_i$			幅						
		$\mu_{11}$	$\mu_{12}$	$\mu_{13}$	$\mu_{11}$	$\mu_{12}$	$\mu_{13}$	$\sigma_{11}$	$\sigma_{12}$	$\sigma_{13}$				
step 0		1.1	0.33	0.3	0.83	3.1	0.3	3.1	2.12	1.85	1.1	8.3	2.11	4.39
step 1		1.11	0.7	0.7	0.82	3.7	0.4	3.4	2.98	1.77	0.1	8.45	2.13	2.2
step 2		1.37	0.46	0.7	1.12	3.81	0.43	1.07	2.8	1.73	1.2	1.04	2.18	2.31
step 3		1.1	0.71	0.7	1.32	3.85	0.24	1.07	2.12	1.7	1.58	7.55	2.25	2.38
step 4		0.85	0.7	0.7	1.47	3.4	0.29	1.5	3.1	-1.18	2.3	5.4	2.8	2.5

表 3.2: 1 の場合における各方式でのメンバシップ関数のパラメータ推移

における各方式のメンバシップ関数を対比させたものである。また、図 3.10 は各ステップでの各方式におけるメンバシップ関数の中心 ( $\mu_{11}, \mu_{12}, \mu_{13}$ ) の推移を表したものである。表 3.2 および図 3.10 に小さられるように、入力データベクトルの平均が (2.0, 0.0, 0.0) から (0.0, 0.0, 2.0) に移動するにつれて、FIN 方式ではメンバシップ関数の中心も同じ方向に移動している。また、表 3.2 に示すように、FIN 方式では FSOM 章の学習により、メンバシップ関数の幅も 1.0 に近いものとなっている。図 3.9 における対比からも、他の方式に比べて FIN 方式がデータの傾向を確実に捉えていることがわかる。

### 3.4.2 FSOM における学習アルゴリズムの比較実験

本実験では、FSOM 章において第 3.2.2 章で与えた学習則と第 3.2.3 章で与えたフーリエ変換を用いた学習則を用いた、FIN によるルール抽出に対する比較を行った。

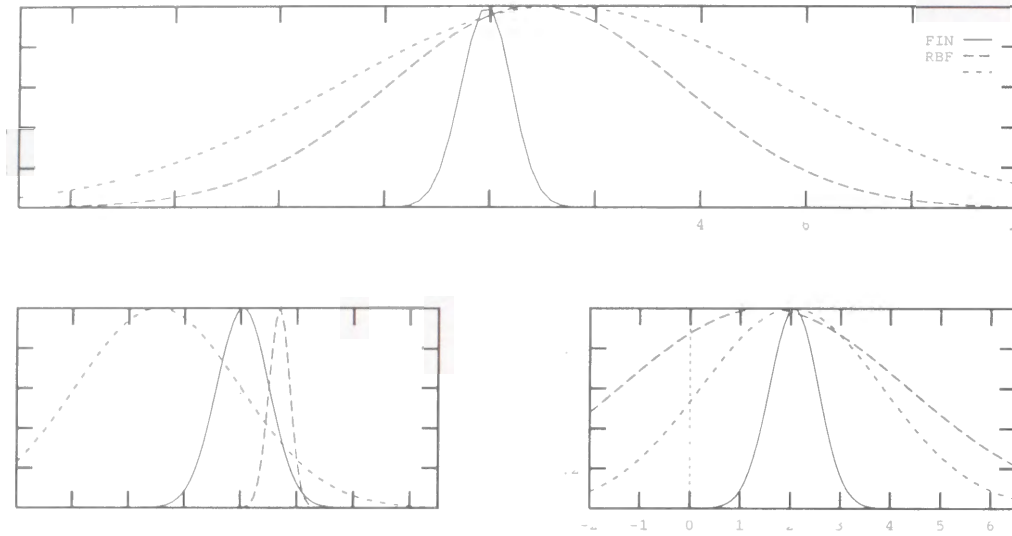


図 3.9: 1 の場合における各方式での step 1 のメンバシップ関数の対比 (上図:  $F_{11}$ , 下左図:  $F_{12}$ , 下右図:  $F_{13}$ )

#### 実験データ

実験データは、第 3.4.1 節と同様に 3 次元の入力値ベクトルと 3 種類の出力値を持ち (式 (1.1), (1.2) において  $n = 3, l = 3$ ), 同じ出力値を持つ入出力データの入力値ベクトルのガウス分布が段階的に変化するものを用いた。第 3.4.1 節の実験データは平均のみが変化するものであったが、本実験では分散も同時に変化するものと仮定した。表 3.3 および図 3.11 に、各出力値を持つ入出力データの入力値ベクトルごとの分散の変化を示す。

データ数は、1 つの出力値に対して学習用に 30 個、評価用に 30 個、合計 1 ステップで 90 個の学習データ、90 個の評価データを用いる ( $N = 90$ , 各  $S_i$  の要素数 = 30)。実験の実行では、上記データを  $[0, 1]$  区間に正規化して行った。本実験のデータは、中間のステップでは各出力を持つデータの入力ベクトルごとの平均ユークリッド距離がステップの最初および最終に比べて小さく、それに応じて分散も小さいという特徴を持つ。

本実験は、第 3.4.1 節と同様に、ステップ 0 からステップ 4 まで、学習データと評価データの両方を

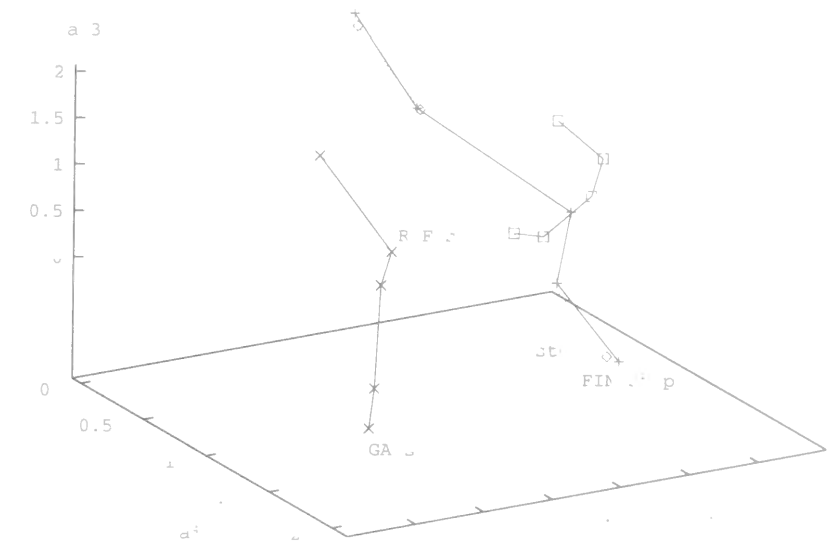


図 3.10: 1 の場合における各方式でのメンバシップ関数の中心の推移

	step 0	step 1	step 2	step 3	step 4
$S_1$ 平均	(2.0, 0.0, 0.0)	(1.5, 0.5, 0.5)	(1.0, 1.0, 1.0)	(0.7, 1.5, 1.5)	(0.0, 2.0, 2.0)
$S_2$ 平均	(0.0, 0.0, 2.0)	(0.5, 0.0, 1.5)	(1.0, 0.0, 1.0)	(1.5, 0.0, 0.7)	(2.0, 0.0, 0.0)
$S_3$ 平均	(0.0, 2.0, 2.0)	(0.0, 1.5, 2.0)	(0.0, 1.0, 2.0)	(0.0, 0.5, 2.0)	(0.0, 0.0, 2.0)
各分布の分散	1.0	0.75	0.5	0.61	1.0

表 3.3: 実験用の出力データにおける入力値ベクトルの分布変化

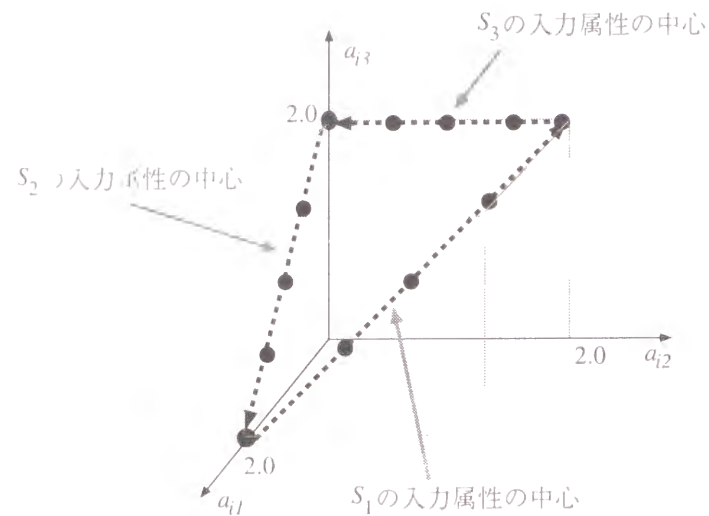


図 3.11: 実験用入出力データにおける中心の変化

タに対する正答率を評価した。その後、各ステップの新たな傾向のデータに対して、学習データに対する前ステップの正答率、学習後の正答率、未学習データに対する正答率を評価した。ステップ 0 以降では、各方式におけるパラメータの初期値は前ステップにおける学習後の値をそのまま継続した。また、出力  $C_k$  を持つ出力データに対する正答率は式 (3.38) で定義されるものとした。

なお、本実験における FIN におけるパラメータは、いずれのアルゴリズムについても以下の通りである。

- 学習係数  $\eta = 0.01$ , 1 入出力データに対する学習回数 = 1000, FSOM の出力ノード数  $m (= \text{FIN}$  の中間ノード数) = 25 (総ルール数 =  $25 \times 3 = 75$ )

### 実験結果

上記実験データに対する正答率の遷移を図 3.12 に示す。各グラフにおいて、先にも述べたように、FIN1 は式 (3.6), (3.7) の学習則を用いた FIN による手法、FIN2 は式 (3.18), (3.19), (3.21) のフジィ競合学習則を用いた手法である。

この手法において、各入力層（ベクトル層）の間のユークリッド距離の分散が小さくな

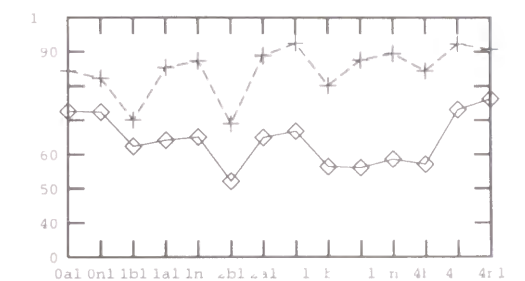
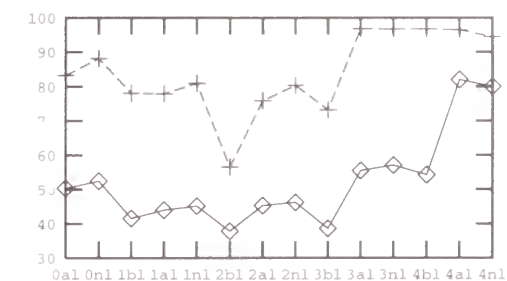
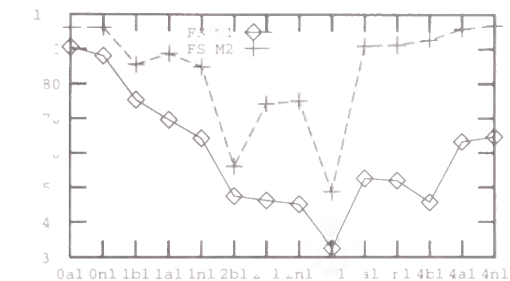


図 3.12: 各アルゴリズムにおける正答率 (上図:  $C_1$  に対する正答率, 左下図:  $C_2$  に対する正答率, 右下図:  $C_3$  に対する正答率)

る中間ステップにおいて、正答率が減少した。その中で、学習後の学習データおよび未学習データに対する正答率は、フジィ競合学習を用いた手法のほうが安定しており、このステップにおいても 70% 以上を保った。初期と最終ステップではどちらの手法でも正答率は高く、フジィ競合学習を用いた手法では 90% 前後を示したが、クリスな学習則を用いた手法では中間ステップでの正答率がかなり劣る結果となった。

### 3.5 考察

以上の実験から以下の考察が得られる。

FIN 方式は FSOM の教師無し学習により他のノードに依存しないクラスターリングを行う。つまり、FIN の方式には  $S_1$  以外のノードの分布は全く関係ない。このため、上記実験でフジィ競合学習を用いた

各メンバシップ関数の中心値が異なる場合、各メンバシップ関数の中心ベクトルの距離が小さくなるにつれ、各メンバシップ関数の分布が重なり、各  $FIN_k$  の出力が高くなると思われる。逆に、分布の重なりが少なくなると、各メンバシップ関数の中心値が、他の方式に比べて「答」が高いと考えられる。

また、各メンバシップ関数の分布が変動する場合、メンバシップ関数の形状はデータの分布に適した形で形状が鋭くなる傾向がある。この場合、 $FIN_k$  の  $S_k$  に対する出力が大きい程度大きいと同時に、 $S_k$  以外のデータに対する出力は非常に小さい。この場合、 $S_k$  の分布が変動しない場合はメンバシップ関数の形状はそれほど鋭くならない。この場合、 $S_k$  に対する  $FIN_k$  の出力が大きいと同時に、 $S_k$  以外のデータに対する出力も、ある程度大きくなる。これは、分布が変化しない場合は  $S_k$  がローカルミニマムに囚われていることが原因と考えられる。

4.3.1.1 章の図 4.3.1.1 の場合においては  $FIN_2$ 、 $FIN_3$  の出力が  $FIN_1$  に影響するため、正規化後の正答率は、見かけ上  $S_1$  に対しては低く、 $S_2$  と  $S_3$  に対しては高い。1 の場合においても  $FIN_3$  の出力が  $FIN_1$ 、 $FIN_2$  に影響するため、正規化後の正答率は、見かけ上  $S_1$  と  $S_2$  に対しては低く、 $S_3$  に対しては高い。3 例の場合、各データの傾向変動する場合、各  $FIN$  の出力自体は低いか、傾向は異なるが、捉え方の違いで、正規化した時点で他方式よりも高い正答率を示すと認められる。

次に、RBF 方式と GA 方式では、各  $RBI_k$ 、 $POP$  の空間に  $S$  以外のデータの分布も用いているため、異なる  $S$  の間でも分布の重なりのある程度の正答率を出していると考えられる。とくに、GA 方式は、この非定常環境に対する安定性 [19] により、RBF 方式よりもデータの傾向変動の度合いに依存せず安定した傾向抽出を行っていると考えられる。しかし、FIN 方式に比べて、抽出されるメンバシップ関数の形状は、データの分布のより変化を正確に反映したものではない。実際、図 3.2 に示すように、RBF 方式のメンバシップ関数の中心値が  $S_1$ 、 $S_2$ 、 $S_3$  の分布の中心ベクトルが載っている平面第 2 成分 = 2 の方向にずれ、この成分の方向の幅が非常に小さく狭まっている。GA ではメンバシップ関数の中心が 2 方向にずれ、この成分の方向の幅が非常に大きく広がっている。また、RBF、GA 共に、残りの 2 つの成分の方向の変動は  $FIN$  の場合はほとんどないが、この幅が外端に大きくなっている。

これは、式 (3.32) と式 (3.33) などの分布に対する単純な自乗乗積関数を用いているためであると考えられる。 $S_k$  に対して大きい出力、 $S_1$ 、 $S_2$ 、 $S_3$  に対して小さい出力を実現するためには、結果として、図 1.5.1.1 と図 3.2.1.1 の方向のずれ、このずれの大きさ、また、RBF 方式では、 $S_2$  と

$S_3$  に対して小さい出力を実現させるために、第 2 成分の幅が小さく狭まっている。RBF 方式と GA 方式の場合、逆にこの自乗乗積関数の影響により、実際のデータの分布を正確に反映しない可能性がある。ある程度の正答率を得ているものと考えられる。

また、フジィ競合方式がクリスプな競合方式に勝つ結果になる原因としては、自乗乗積関数にエンタロピー項の導入により、FSOM 方式の出力データのメンバシップ関数の効率が非常に高い。これは、原則に比べてデータの分布の変動、この分散の変動に強いことが原因と考えられる。

# 第4章 実数値染色体と偏平均交叉による遺伝的アルゴリズムを用いたファジィルール抽出

## 4.1 はじめに

従来、この推論ルールの構築は手作業により成されていたが、第3章においても触れたように、ニューラルネットワークや遺伝的アルゴリズムなどの機械学習を用いて入出力データサンプルから自動的にルール抽出を行う手法が、近年多数提案されている。とくに、最近では遺伝的アルゴリズム(GA)を用いた手法が多数提案されている[10, 15, 32]。

これらの手法は、あらかじめ与えられたルールの中で入力データの分割に最も適したものを選ぶ、もしくは簡略化されたファジィ推論ルールにおける後件部の数値を決定することを目的としており、バイナリ符号化された離散値染色体を用いて、選択されるメンバシップ関数のラベルや、決定されるべき後件部の数値を表現している。しかし、入力空間のファジィクラスタリングの観点からは、データの分布に合わせてメンバシップ関数のパラメータの厳密な調整に難しさがある。また、これらの手法ではビット列に対する1点もしくは多点交叉が用いられており、交叉処理そのものや個体適応度の計算に負荷が生ずる。連続値表現された染色体と平均値に基づく交叉を採用しているGAも存在する[7]が、この平均交叉は集団の多様性を保持しない。

本章では、実数値染色体符号化を用いたファジィクラスタリングに適した交叉「偏平均交叉」をおおむね採用したGAによる自動的ファジィルール抽出法を与える。また、第3章と同様に、傾向が動的に変化するデータに対する既存手法[10]と本実験の結果を比較する。

## 4.2 ファジィルール抽出のための遺伝的アルゴリズムにおける実数値染色体符号化と偏平均交叉

### 4.2.1 実数値符号化

本章で与えるファジィルール抽出法は、第3章と同様に、(1.1)で与えられる入出力データから式(1.3)、(1.4)の形式のルールを抽出することを前提とする。つまり、 $k$ 番目のラベル $C_k$ を持つ $n$ 次元数値ベクトルの集合を $m$ 個のガウス型ファジィ集合を用いてクラスタリングする。

既存のGAによるこの種のファジィクラスタリングでは、ルール前件部において事前に行きわたった有限個のメンバシップ関数の離散的ラベル、もしくは第3.1.1におけるFSOMとの比較実験で用いられたSimple GAによる手法のように、メンバシップ関数の数値パラメータを離散化(カビット列)染色体として使い、これらのビット列に対してビット操作を行う。また、個体適応度は、与えられたベクトルが染色体に対応するファジィ集合に属する割合に基づいて計算される。この種のGAでは、ビット列が数値パラメータに対応していることは意識されず、数値としては扱われない。

本章における手法は、基本的に第3.3.3章で示されたGAによるルール抽出法(同じく)あつか、染色体符号化法として、以下に示される、1つのルール前件部における式(1.4)のガウス型メンバシップ関数のパラメータ群の配列を1つの染色体として扱う。

$$Ind_{ki} = (\mu_{ki1} \sigma_{ki1} \mu_{ki2} \sigma_{ki2} \dots \mu_{kin} \sigma_{kin}) \quad (i = 1, \dots, m, k = 1, \dots, L) \quad (1.1)$$

つまり、この場合においても1つのルールが1つの個体に対応する。また、同シングルトン形式の後件部 $c$  is  $C_k$ を持つ $m$ 個のルール群 $\{Ind_{ki} : i = 1, \dots, m\}$ を1つの集団 $POP_k$ とし、合計 $L$ 個の集団 $\{POP_1, \dots, POP_L\}$ を用いる。ここで、 $k$ 番目の集団 $POP_k$ は $k$ 番目のラベル $C_k$ を持つ数値ベクトルをクラスタリングするためのファジィメンバシップ関数に対応する全ての個体から成る。図1.1に、1つの集団構成を示す。

第3.3.3章でも示されたように、これらの各集団に対して、独立に遺伝的操作を行う。つまり、式(3.33)、(3.34)に示された適応度に基づくルーレット戦略によって行われる。

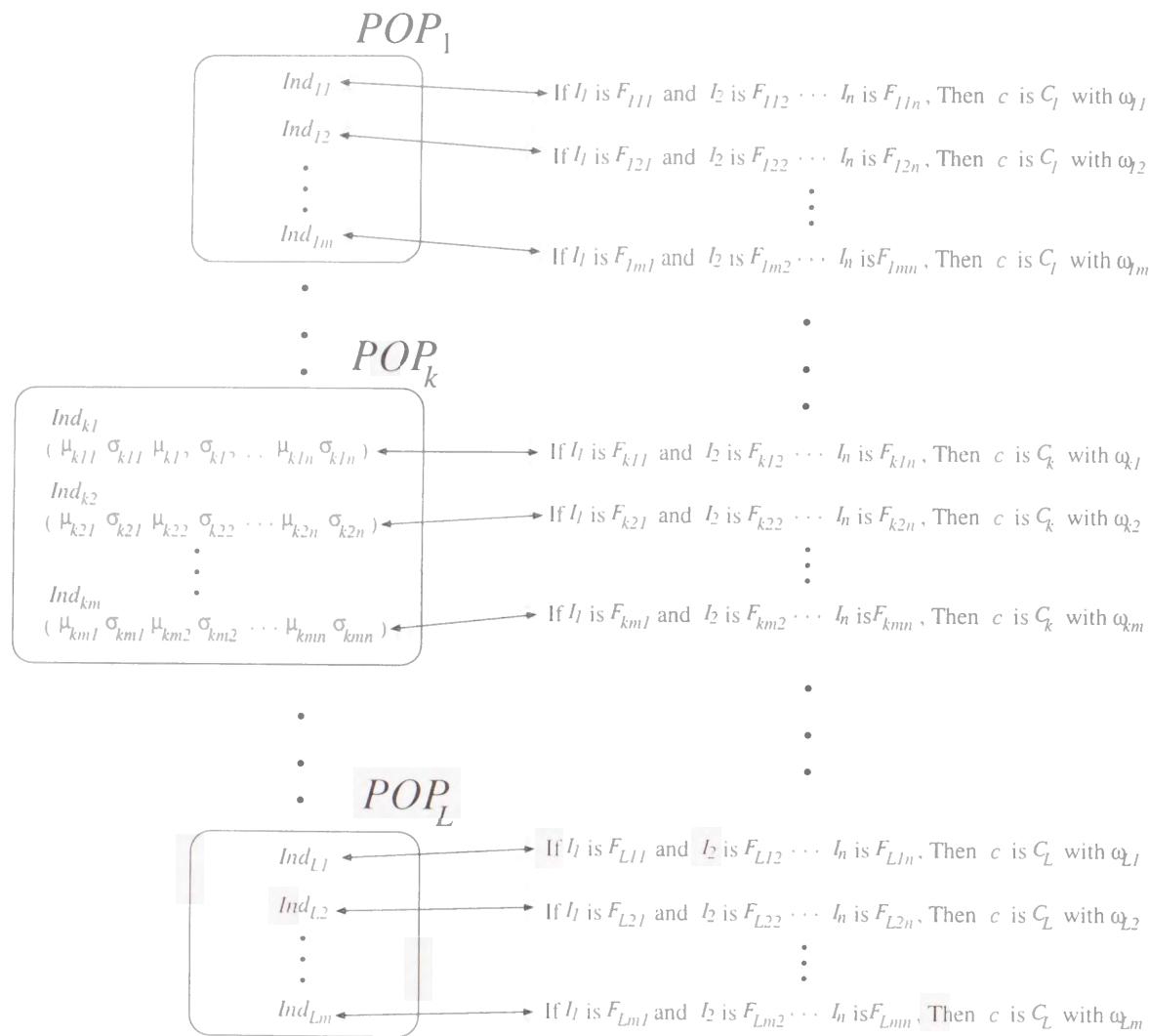


図 4.1: 実数値染色体 (GA) における集団構成

#### 4.2.2 偏平均交叉

既存の GA においては、上記の配列は各数値パラメータを離散化することによりビット列に変換され、交叉は2つの親ビット列に対し1点もしくは多点を基点とする部分列入れ換えとして行われる。親の数値配列染色体の各遺伝子座における値を平均化することにより1つの子孫の配列の値を決定する平均値交叉を採用している GA も存在する [7]。しかし、このジネクスティングの観点から考えた場合、こ

れらの交叉法には、親のファジイメンバシップ関数の適切な形状が次世代に継承されないという問題がある。

偏平均交叉 (Unfair Average Crossover: 以降 U'FAC と略称) は上記の問題の1つの解決法として与えられる。上記の平均値交叉では、2つの親個体から1つの子孫が生成されるが、U'FAC においては2つの親個体から2つの子孫が生成される。

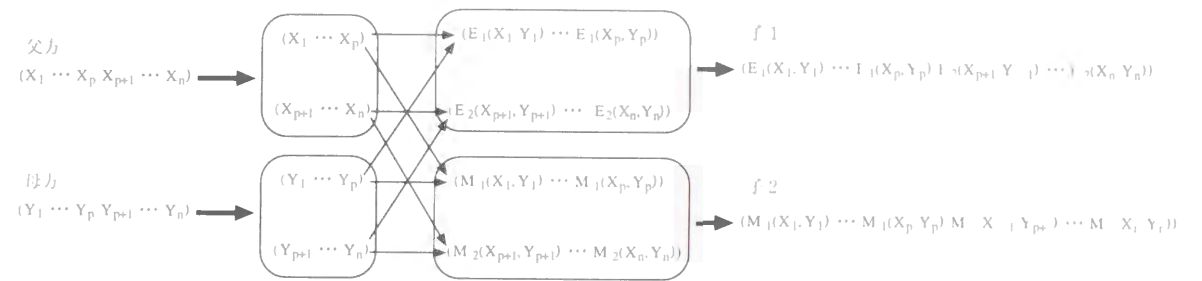


図 4.2: 偏平均交叉

U'FAC では以下の4種類の2実変数関数  $E_1, E_2, M_1, M_2$  を用いる。

$$\left. \begin{aligned} E_1(f, m) &= (1 + (1/a))f - (1/a)m \\ E_2(f, m) &= -(1/a)f + (1 + (1/a))m \\ M_1(f, m) &= (1 - (1/a))f + (1/a)m \\ M_2(f, m) &= (1/a)f + (1 - (1/a))m \end{aligned} \right\} (a: \text{実数値}, a > 2) \quad (4.2)$$

式 (4.2) におけるパラメータ  $a$  を遺伝率と呼ぶ。この遺伝率という語は量的遺伝学における「狭義の遺伝率」からのアナロジーである [6] が、厳密な定義は異なることを注記しておく。 $f$  を父方個体染色体のある遺伝子座における値、 $m$  を母方個体染色体の同じ遺伝子座における値とすると、 $E_1(f, m)$  は平均値から父方の値の方向に偏った値、 $M_1(f, m)$  は父方の値の方向から平均値に近付いた値、 $E_2(f, m)$  は平均値から母方の値の方向に偏った値、 $M_2(f, m)$  は母方の値の方向から平均値に近付いた値である。

図 4.2 に U'FAC の手順を示す。まず、2つの親個体の数値配列染色体を任意に選択された1点で切り放す。次に、それぞれの部分配列の各座標に対して関数  $E_1, E_2, M_1, M_2$  を適用し、新たな部分配列を生成した後、部分配列を接続して2つの子孫個体染色体の数値配列を生成する。式 (4.2) のパラメータを



個体の形的形質と見なす時、個体1は親の形質を激しく、個体2は平均的に継承する形となる。

図4.3に「平均値交叉およびUFACによるメンバシップ関数の形状の変化を示す。平均値交叉では、親個体の1つが適切な特徴を持っていたとしても、子個体ではそれがぼかされる。一方UFACでは、親のメンバシップ関数とは厳密には異なるが、遺伝率に依存した形で2つの子個体のうち1つにある程度受け継がれる。また、平均から外れた子個体を生成することにより、集団の多様性が保たれる。

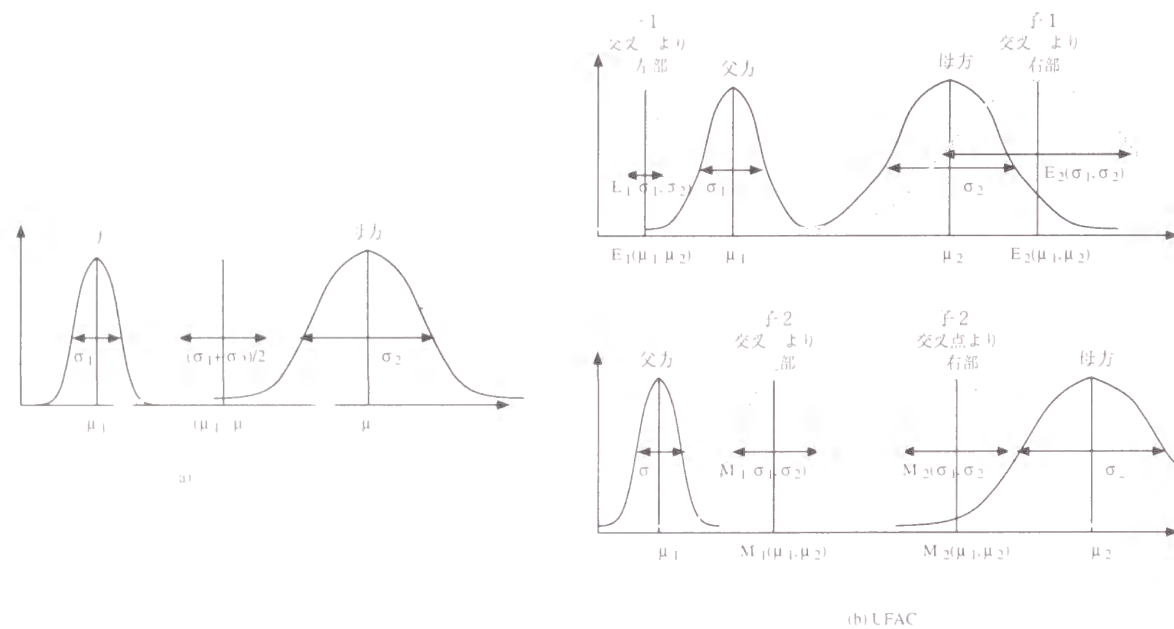


図 4.3: 平均値交叉およびUFACによる親と子とのメンバシップ関数の形状変化

#### 4.2.3 ファジイルール抽出への適用

本章のGAによるルール抽出は、基本的に第3.3.3章において示されたものと同じであり、以下に手順により行われる。

0. 式(4.1)の個体染色体の初期値をランダムに初期化する。
1. 各集団  $POP_k$  に対して、式(3.33), (3.34)の適応度に基づくルーレット選択、UFACによる交叉、

染色体数値配列中の任意の要素をランダムな値と入れ換えることによる突然変異を行い、1世代交替とする。

2. 1を  $T$  回繰り返す。ここで、 $T$  は与えられた最大世代交替回数である。
3. 最終的に得られた適応度を式(3.35)の形で正規化し、ファジイルール(1.3)の確信度を決定する。得られたルールの出力は式(3.36), (3.37)によって与えられる。

### 4.3 動的環境におけるシミュレーションと評価

ここでは、第4.2章で与えたGAによるファジイルール抽出法の有効性を示すために、既存のGAによる手法との比較実験の結果を与える。第3.4.1章と同様に、ここでは3つの入力属性と3種類の出力値を持つ式1.1の入出力データ ( $n = L = 3$ ) を用いて実験を行った。

比較手法としては、第3.4.1章と同様に2値表現の染色体によるSimple GAによる手法と、本章における数値配列染色体に対してUFACの代わりに平均値交叉を採用する手法を用いた。Simple GAの場合は、式(1.1)の染色体数値配列の各実数値を64ビットのバイナリもしくはクレンジングにより離散化した  $64 \times 2 \times n$  の長さのビット列を個体染色体とした。各集団  $POP_k$  に対する遺伝的操作として、選択は第4.2章と同様に式(3.33), (3.34)に基づくルーレット選択、交叉は1点交叉、突然変異はビット反転を採用した。

#### 4.3.1 実験1

実験1では、第1世代から第300世代までは図4.4(a)に示される入力属性分布を持つデータにGAを適用し、その後データの分布が急激に変化したと仮定して、第301世代から第600世代までは図4.4(b)に示される新たな分布を持つデータにGAを適用した。各分布は分散1のカウス分布を持つランダムな1つの出力値に対して30個の学習用データおよび30個のテスト用データ、つまり合計90個数の学習用データと90個のテスト用データを用意した。また、学習用データに対してGAを適用しファジイルールを抽出した後、学習用データとテスト用データの両方に対して、分布が変化する直前の300世代目と変化後300世代を経た600世代目における正当性を評価した。

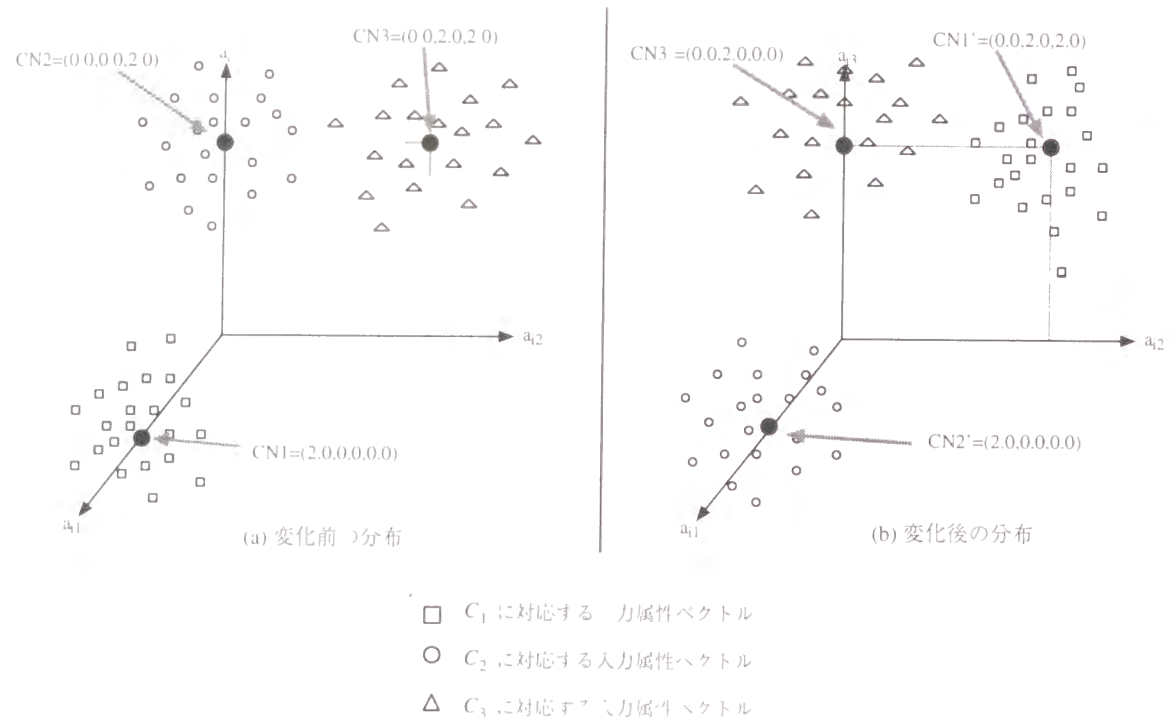


図 4.4: 実験 1 における入力属性ベクトルの分布

パラメータ設定	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
交叉確率	0.6	0.8	1.0	0.6	0.6	0.8	0.6	0.8	1.0	0.6	0.6	0.8
突然変異確率	0.01	0.01	0.01	0.1	0.5	0.1	0.01	0.01	0.01	0.1	0.5	0.1
エリート戦略の有無	無	無	無	無	無	無	有	有	有	有	有	有

表 4.1: 実験 1 において用いられたパラメータ

また、表 4.1 に示される 12 種類の遺伝操作のパラメータを用い、各パラメータでの GA に対する評価を行なった。各パラメータ設定での GA において、(3.34) における選択圧力  $sp$  (選択における個体間生存確率の差を決めるパラメータ) は 0.1、1 つの集団における個体数 (式 1.3 における  $m$ ) は 20 とした (総個体数 20 × 3)。また、正当率は第 3.4.1 の場合と同様に、

$$C = 100 \times \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 \frac{1}{30} \sum_{a_i} P(a_i) \quad (4.3)$$

と定義した。

表 4.2 に上記データに対する正当率の結果を示す。また、[5] 4.5, 4.6, 4.7, 4.8, 4.9 に、式 (3.33) で定義される評価値  $e_{ki}$  の各手法における平均値の遷移を示す。

以下に、正当率の結果における傾向に関して記述する。

#### エリート戦略を用いない場合での交叉確率の影響

表 4.2 のパラメータ設定 1 とその結果の図 4.5 に示されるように、交叉確率が小さい場合、UFAC による手法の正当率は分布変化前および変化後ともに他の手法に比べて 5 から 10% 高く、環境変動に対して高い適応能力を示した。しかし、表 4.2 のパラメータ設定 2, 3 とその結果の図 4.6 に示されるように、交叉確率が 0.8 以上の場合は、環境適応能力が低かった。Simple GA による手法の分布変化後における正当率は変化前より低く、しかも交叉確率に関係なく環境適応能力は低かった。平均値交叉による手法は、交叉確率 0.8 では UFAC による手法よりも高い正当率を示しているが、Simple GA による手法と同じ傾向を示した。

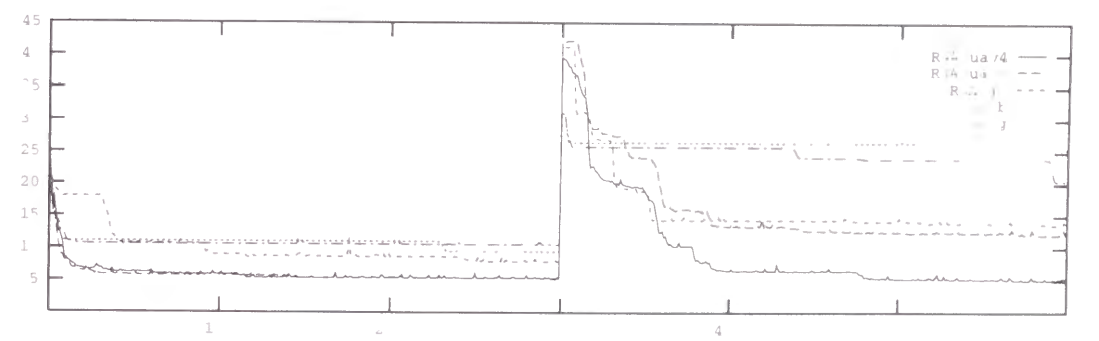


図 4.5: 実験 1 におけるパラメータ設定 1 の各 GA の評価値の遷移 (横軸: 世代数 縦軸: 評価値の平均)

手法	1				2				3			
	変化前		変化後		変化前		変化後		変化前		変化後	
	学習	テスト	学習	テスト	学習	テスト	学習	テスト	学習	テスト	学習	テスト
SGA-b	0170	0141	39.29	40.68	43.18	43.62	39.75	37.72	64.43	62.88	40.69	40.66
SGA	0170	0130	54.00	54.01	57.07	56.89	32.33	32.68	54.05	54.49	43.43	43.98
RGA-av	0100	0510	52.83	52.47	72.53	73.92	53.00	53.85	68.04	69.75	54.91	56.03
RGA-uv3	0000	0000	0135	0155	60.85	67.66	53.85	55.12	69.35	70.61	62.72	62.50
RGA-uv4	0000	0135	60.06	70.62	70.00	71.43	57.18	57.46	66.36	67.49	52.45	51.71

手法	4				5				6			
	変化前		変化後		変化前		変化後		変化前		変化後	
	学習	テスト	学習	テスト	学習	テスト	学習	テスト	学習	テスト	学習	テスト
SGA-b	0811	0784	58.69	61.37	57.78	58.14	71.63	71.37	63.28	63.11	55.23	53.72
SGA	0075	70.03	51.39	55.50	0737	66.56	73.88	75.75	64.99	65.65	61.77	62.06
RGA-av	61.84	66.00	65.85	66.48	64.42	65.00	62.08	62.34	68.52	69.83	67.86	68.86
RGA-uv3	0260	74.31	72.10	73.22	61.30	61.77	58.56	58.83	72.64	74.32	69.28	69.71
RGA-uv4	77.51	70.72	70.91	71.28	60.28	60.71	49.57	49.94	66.68	68.15	76.78	76.60

手法	7				8				9			
	変化前		変化後		変化前		変化後		変化前		変化後	
	学習	テスト	学習	テスト	学習	テスト	学習	テスト	学習	テスト	学習	テスト
SGA-b	0181	0307	33.10	33.50	50.51	50.48	32.00	32.60	52.71	52.81	35.08	30.25
SGA	50.34	50.00	40.51	50.57	0313	60.55	18.03	10.75	50.83	60.44	31.81	32.01
RGA-av	0050	0308	50.41	55.83	72.82	74.05	34.00	34.08	67.15	60.68	63.77	63.47
RGA-uv3	71.54	72.07	0007	0154	76.27	77.07	74.00	75.40	73.02	74.79	58.59	60.48
RGA-uv4	70.50	71.02	67.14	68.04	0030	70.74	72.47	73.20	68.74	0080	66.89	67.13

手法	10				11				12			
	変化前		変化後		変化前		変化後		変化前		変化後	
	学習	テスト	学習	テスト	学習	テスト	学習	テスト	学習	テスト	学習	テスト
SGA-b	55.50	51.07	0070	0273	68.04	08.04	66.37	60.28	04.07	04.14	40.17	50.63
SGA	0000	0010	0238	0101	0385	64.28	68.60	09.20	02.27	01.08	57.20	50.12
RGA-av	0000	07.83	08.50	08.70	57.38	50.51	57.75	58.12	04.71	05.05	68.20	68.70
RGA-uv3	70.00	72.10	73.00	74.80	53.20	54.14	58.08	57.41	74.32	70.01	84.10	84.85
RGA-uv4	0044	0200	0317	74.11	50.20	50.42	58.08	58.15	04.25	04.87	73.00	74.37

表 4.2: 実験1のデータにおける表 4.1 のパラメータ設定で、各 GA によるルール抽出法の正当率(%) (SGA-b: ハイブリッド染色体による Simple GA, SGA-g: グレーコード染色体による Simple GA, RGA-av: 数値配列染色体と平均値交叉による GA, RGA-uv3: 数値配列染色体と遺伝子  $a = 3.0$  の UFAC による GA, RGA-uv4: 数値配列染色体と遺伝子  $a = 4.0$  の UFAC による GA)

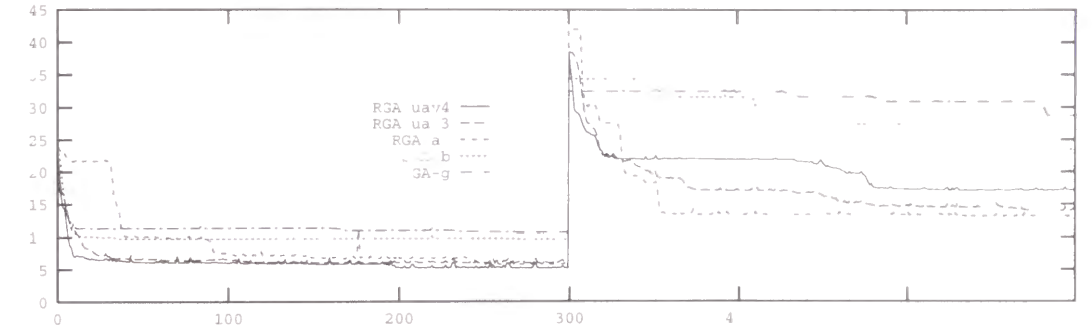


図 4.6: 実験1におけるパラメータ設定2での各 GA の評価値の遷移

#### エリート戦略を用いた場合での交叉確率の影響

表 4.2 のパラメータ設定 8 とその結果の図 4.7 に示されるように、交叉確率が 0.8 の場合、UFAC による手法の正当率は他の手法に比べて分布変化前および変化後ともに高く、環境変動に対し高い適応能力を示した。平均値交叉による手法は分布変化前において UFAC による手法と同程度の高い正当率を示したが、分布変化後は約 30% 低くなり、環境適応能力は低かった。しかし、交叉確率が非常に高い場合は、分布変化後の正当率は UFAC による手法と同じくらい高くなった。Simple GA による手法はエリート戦略の導入により環境適応能力が低くなった。

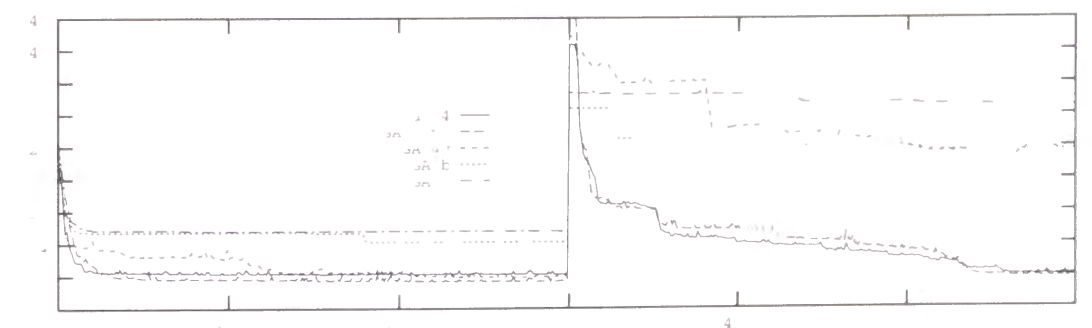


図 4.7: 実験1におけるパラメータ設定8での各 GA の評価値の遷移

### 突然変異確率の影響

表 4.2 のパラメータ設定 1, 6 とその結果の図 4.8 に示されるように、突然変異確率が 0.1 の場合、すべての手法において分布変動に対する高い適応能力が見られた。とくに、バイナリコード染色体の Simple GA による手法、平均値交叉による手法、遺伝率  $a = 3.0$  の UFAC による手法の分布変化後に対する正当率は、突然変異確率が 0.01 の場合に比べて 10% 前後高かった。しかし、表 4.2 のパラメータ設定 5 とその結果の図 4.9 に示されるように、突然変異確率が非常に高い場合は、数値配列染色体による手法の正当率は低かった。一方、Simple GA による手法の正当率は他の手法に比べて 10% 前後高かった。表 4.2 のパラメータ設定 10, 11, 12 に見られるように、エリート戦略が用いられる場合と用いられない場合の両方において、同じ傾向が見られた。

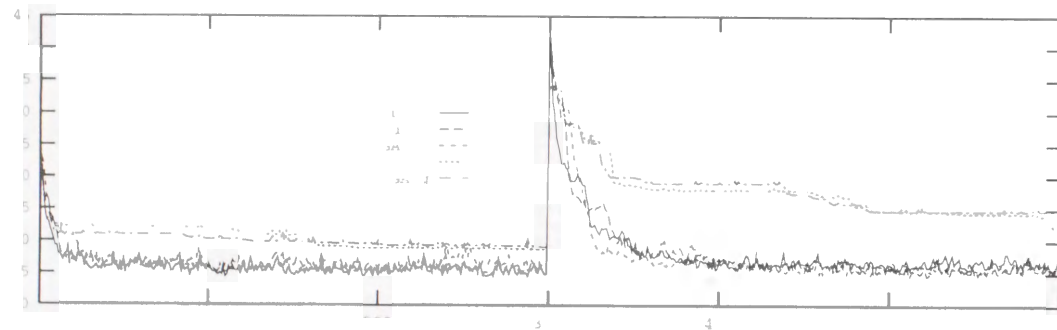


図 4.8: 実験 1 におけるパラメータ設定 1 での各 GA の評価値の遷移

### UFAC による手法における遺伝率の影響

表 4.2 のパラメータ設定 1, 6, 7, 9 に示されるように、交叉確率が小さい場合、遺伝率 3.0 の UFAC による手法は遺伝率 1.0 の同手法に比べて、分布変化後の正当率が低かった。また、交叉、突然変異確率が高くエリート戦略が用いられない場合、および、非常に高い交叉確率、低い突然変異確率でエリート戦略が用いられる場合においても、同様の結果が得られた。しかし、表 4.2 のパラメータ設定 3, 8, 12 に見られるように、非常に高い交叉確率、低い突然変異確率でエリート戦略が用いられる場合、および、低い

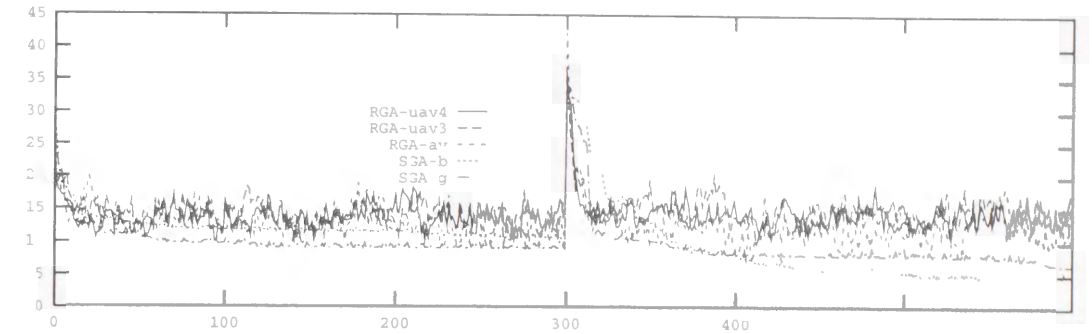


図 4.9: 実験 1 におけるパラメータ設定 5 での各 GA の評価値の遷移

突然変異確率でエリート戦略が用いられる場合では、遺伝率 3.0 の UFAC による手法は遺伝率 1.0 の同手法に比べて分布変化前、変化後ともに正当率は高かった。

### 4.3.2 実験 2

実験 2 においては、入力属性ベクトルの分布が、実験 1 の変化前の状態から徐々に実験 1 の変化後の状態まで、表 4.3 および図 4.10 に示される形で 30 世代ごとに段階的に移り変わると仮定した。これらのデータはガウス分布に基づくとした上で、各手法を適用した。表 4.3 に示される各分布に対して、実験 1 と同様に 90 個の学習用データと 90 個のテスト用データを用い、学習用データからフジシールルを抽出、入力属性分布が変化する 30 世代ごとにテスト用データに対して式 (4.3) で定義される正当率を評価した。

本実験では、まずすべての手法において交叉確率 0.6、突然変異確率 0.01 の状態で比較を行った。また、交叉確率 0.6、突然変異確率 0.5 でのバイナリコード染色体と Simple GA による方法、交叉確率 0.6、突然変異確率 0.1 での数値配列染色体と平均値交叉、UFAC による方法との間で比較を行った。各手法におけるこれらのパラメータは、実験 1 における 12 種類のパラメータの中で最も高い正当率を示すものである。

図 4.11 上図に、すべての手法において交叉確率 0.6、突然変異確率 0.01 の場合の各手法の正当率

$C_1$ に対応する 特性、トブル 性、トブル)	$C_2$ に対応する トブルの 中心	$C_3$ に対応する トブルの 中心	分散
0	(2.0, 0)	(0, 0.2)	(0.2, 2)
1	(1.9, 0.1, 0.1)	(0.1, 0.1, 0.1)	(0.1, 0.1, 0.1)
2	(1.8, 0.2, 0.2)	(0.2, 0.1, 0.1)	(0.1, 0.1, 0.1)
3	(1.7, 0.3, 0.3)	(0.3, 0.1, 0.1)	(0.1, 0.1, 0.1)
4	(1.6, 0.4, 0.4)	(0.4, 0.1, 0.1)	(0.1, 0.1, 0.1)
5	(1.5, 0.5, 0.5)	(0.5, 0.1, 0.1)	(0.1, 0.1, 0.1)
6	(1.4, 0.6, 0.6)	(0.6, 0.1, 0.1)	(0.1, 0.1, 0.1)
7	(1.3, 0.7, 0.7)	(0.7, 0.1, 0.1)	(0.1, 0.1, 0.1)
8	(1.2, 0.8, 0.8)	(0.8, 0.1, 0.1)	(0.1, 0.1, 0.1)
9	(1.1, 0.9, 0.9)	(0.9, 0.1, 0.1)	(0.1, 0.1, 0.1)
10	(1, 1, 1)	(1, 0, 1)	(0, 1, 2)
11	(0.9, 1.1, 1.1)	(1.1, 0, 0.9)	(0, 0.9, 2)
11	(0.9, 1.1, 1.1)	(1.1, 0, 0.9)	(0, 0.9, 2)
12	(0.8, 1.2, 1.2)	(1.2, 0, 0.8)	(0, 0.8, 2)
13	(0.7, 1.3, 1.3)	(1.3, 0, 0.7)	(0, 0.7, 2)
14	(0.6, 1.4, 1.4)	(1.4, 0, 0.6)	(0, 0.6, 2)
15	(0.5, 1.5, 1.5)	(1.5, 0, 0.5)	(0, 0.5, 2)
16	(0.4, 1.6, 1.6)	(1.6, 0, 0.4)	(0, 0.4, 2)
17	(0.3, 1.7, 1.7)	(1.7, 0, 0.3)	(0, 0.3, 2)
18	(0.2, 1.8, 1.8)	(1.8, 0, 0.2)	(0, 0.2, 2)
19	(0.1, 1.9, 1.9)	(1.9, 0, 0.1)	(0, 0.1, 2)
20	(0, 2, 2)	(2, 0, 0)	(0, 0, 2)

図 1.3: 図 1.2 における入力属性ベクトルの分布の遷移 (本実験では各ステップ 30 世代ずつ)

※ 図 1.2, Simple GA 方式,  $\mu$  で交叉確率 0.6, 突然変異確率 0.5, 数値配列染色体において交叉確率 0.8, 染色体異確率 0.1 場合 (各手法 21 世代) の遷移を示す。図 1.1 と同様に, Simple GA 方式で 20 世代 (トブル 5 個) を 8 世代 (トブル 2 個) として使用し, EFAC の遺伝率は 3.0 と 1.0 の 2 種類を使用し,  $\mu$  で

図 1.11 図に示されるように, 突然変異率を小さくした場合, EFAC による遷移率は 50 代か

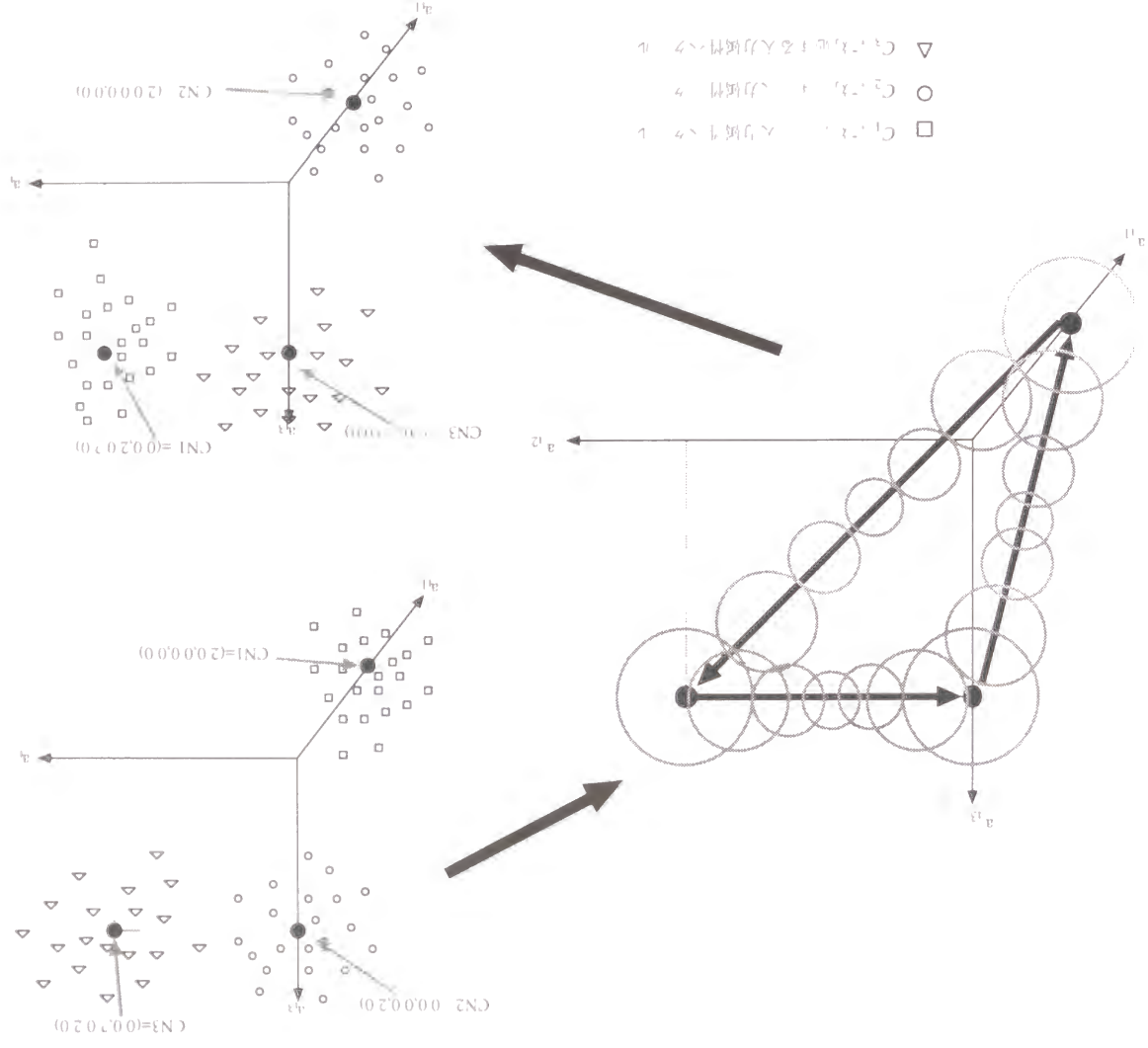


図 1.10: 入力属性ベクトルの分布の遷移

70% の間を変化させた。平均値交叉による手法では 10% から 60% の間を変化し, Simple GA では 30% 程度にまで減少した。この場合, EFAC による手法は他の手法に比べて環境変動に対する高い適応能力を示した。また, 遺伝率 3.0 の EFAC による手法は 1.0 の同手法に比べて後半の段階での平均値交叉による変化が低かった。

図 1.11 図に示されるように, 突然変異確率が低い場合, クレ

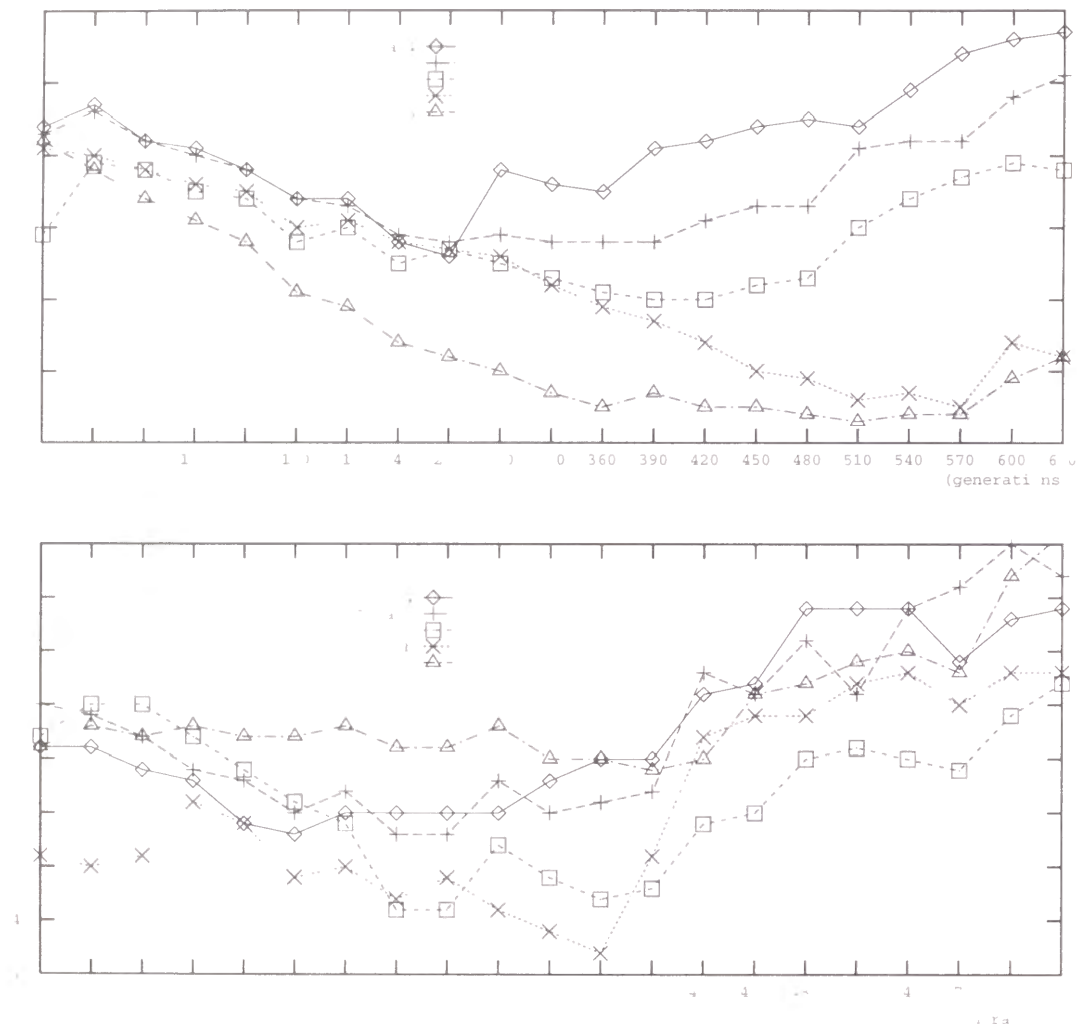


図 4.11: 表 2, 2.3.2 各手法の  $F_{121}$  の値 (100 個の手法において交叉確率 0.6, 突然変異確率 0.01 の場合, 上図 Simple GA 方式において交叉確率 0.6, 突然変異確率 0.5, 数値配列染色体において交叉確率 0.8, 突然変異確率 0.1 の場合)

方式の正当率は 60% から 80% の間を変化し, UFAC による手法では 50% から 80% の間を変化した。しかし, バイナリコード染色体での Simple GA および平均値交叉による手法では, 40% から 65% の間での変化であった。この場合, グレーコード染色体での Simple GA および UFAC による手法が他の手法に比べて環境変動に対する高い適応能力を示した。

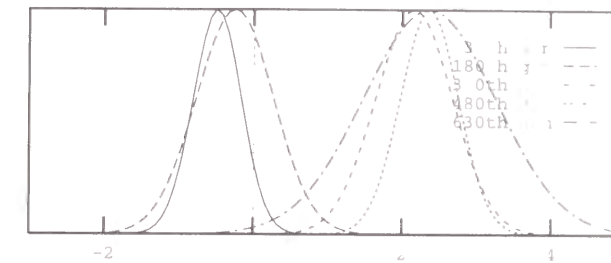


図 4.12: 遺伝率  $a = 4.0$  の UFAC による手法におけるメンバシップ関数  $F_{121}$  の遷移

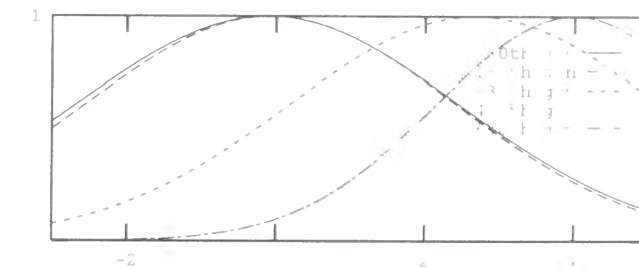


図 4.13: 遺伝率  $a = 3.0$  の UFAC による手法におけるメンバシップ関数  $F_{121}$  の遷移

図 4.12, 4.13, 4.14, 4.15 に, 交叉確率 0.6, 突然変異確率 0.01 の場合での各手法におけるメンバシップ関数  $F_{121}$  の遷移を示す。ラベル  $C_1$  に対応する入力層性ベクトルの分布の中心が (2.0, 0.0, 0.0) から (0.0, 2.0, 2.0) に移動するにつれ, UFAC による手法でのメンバシップ関数は同じ方向に移動した。平均値交叉による手法でもメンバシップ関数は同じ方向に移動したが, 関数の幅が大きく

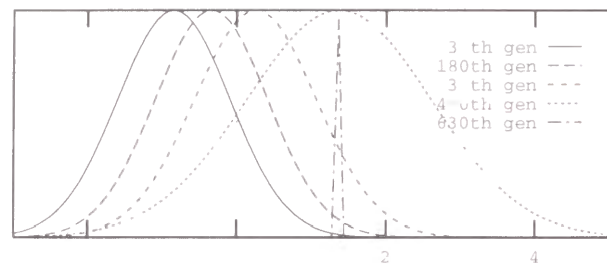


図 4.14: 平均値交叉による手法におけるメンバシップ関数  $F_{121}$  の遷移

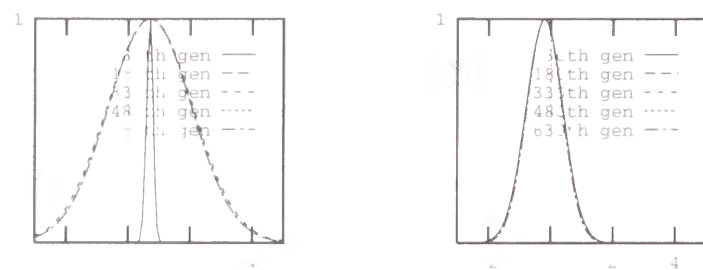


図 4.15: Simple GA による手法におけるメンバシップ関数  $F_{121}$  の遷移 (左図: バイナリ染色体, 右図: Gray Code 染色体)

言っていない。Simple GA による手法では、幅を除いて関数はほとんど移動しなかった。UFAC による手法よりメンバシップ関数を入力ベクトルの分布を厳密に反映したものであるのではないが、正当性は他の方法と比べて高い。これは、選択に用いた評価値  $c_k$  (3.33) のデータに対する単純な自乗関数であり、関数の分布、幅共に反映するものではないことが原因と考えられる。

#### 4.4 考察

以上の結果から以下の議論がなされる。

交叉確率が非常に高い、もしくは遺伝率が低い場合、UFAC は現在の環境に適した染色体の平均に近い子孫を多く生成し、それらは選択を通じて次世代に生育する。従って、平均値交叉を用いた場合と同様に集団の多様性が低くなり、ルール抽出が環境の急激な変化に追従出来ない。一方、環境が激変し平均から外れた子孫の適応度が高くなれば、エリート戦略によりそれらが生き残り、また、頻繁に変動する環境においては、交叉確率が高いことにより変化する環境に適した子孫が生成される。従って、UFAC によるルール抽出は他の手法に比べて環境変動に対する高い適応能力を持つ。平均値交叉は平均からはずれた子孫を生成しないので、エリート戦略の有無に関係無く、ルール抽出は UFAC による手法ほど高い適応能力を持たない。

また、突然変異は数値配列染色体とビット列染色体のいずれにおいても集団の多様性を保つ。さらに、UFAC による手法の場合、高い突然変異確率、高い遺伝率、およびエリート戦略の使用の組合せが環境変動に対するより高い適応能力を導く。しかし、数値配列染色体の場合、非常に高い突然変異率は図 4.9 に見られるような評価値平均の振動を引き起こし、集団が収束しない。これは、突然変異として染色体上の数値の任意の値による置き換えを行っているからである。一方、ビット列染色体の場合、今回の実験のように少ない集団数では遺伝的浮動現象が起こりやすいため、環境変動に対する適応のためには高い突然変異率が必要となる。

手法	時間
数値配列染色体と UFAC	約 2 分
数値配列染色体と平均値交叉	約 2 分
バイナリコード染色体と Simple GA	約 10 時間
グレーコード染色体と Simple GA	約 11 時間

表 4.1: 各手法において 600 世代交替に要した時間

さらに、ビット列染色体による手法では、数値配列染色体による手法に比べて非常に多くの計算時間が必要となる。表 4.1 に、SpareStation 5 を用いた上記シミュレーションで各手法において 600 世代交替に要した時間を示す。表 4.1 において示されるように、Simple GA による手法は数値配列染色体に

アルゴリズムは300行以上の計算時間を要した。これは、適応度の計算に多くの時間が費やされたためであり、各個体の fitness 計算における実数値  $\mu$  の間の変換に時間がかかっているためである。

## 第5章 ハイブリッドシステムを用いたファジィ ルール抽出

### 5.1 はじめに

生物の環境に対する適応過程には、1個体の生涯レベルでの  $\mu$  による適応と、世代を跨ぐ適応<sup>1</sup> がある進化がある。工学的には、前者はニューラルネットワークによって、後者は遺伝的アルゴリズムによって実現される。本稿においても、データからのファジィ推論規則の適応的抽出を目的として、第3章においてニューラルネットワークによる方式を、第4章において遺伝的アルゴリズムによる方式を挙げた。一方、近年、数多くのニューラルネットワークと遺伝的アルゴリズムのハイブリッドモデルが提案されている ([17], 3章を参照)。

本章<sup>1</sup> では、第3章で与えた FSOM と第4章で与えた数値配列染色体と UFACT を用いた GA の両方を組み合わせたハイブリッドシステムを提案し、両者の特性を活かした、動的環境に対する式 (1.3), (1.4) のファジィ推論規則を抽出する手法を提案し、シミュレーションによりその有効性を検証する。

SOM タイプのニューラルネットワークと GA のハイブリッドモデルは既に幾つか提案されている [12, 31] が、ここでのモデルはファジィルール抽出に特化されたものである。

また、本モデルにおいて、個体から得た特性を染色体に直接反映させるメカニズム<sup>2</sup>、 $\mu$  によって得た特性が適応度評価にのみ関連する従来のダーウィンの手法との比較についても議論する。

<sup>1</sup> これは [3] に従って用いている。



## 5.2 学習と進化のハイブリッドモデル

### 5.2.1 FSOMと実数値染色体GAのハイブリッドモデル

現在までに、数多くのニューラルネットワークと遺伝的アルゴリズムのハイブリッドモデルが提案されており、その中にSOM型のニューラルネットワークとのハイブリッド化も含まれている。

図5.1(a)にHarpとSamadによるモデル[12]を示す。このモデルでは、SOMの構造決定と結合係数の最適化にGAが用いられており、1つのSOMが1つの染色体で表現される。

図5.1(b)にTothとLorinczによるモデル[31]を示す。このモデルでは、SOMはGAの外部パラメータ(すなわち、突然変異確率等)の間をクラスタリングするために用いられており、SOMの各出力ノードがGAの1つの集団に対応する。

図5.1(c)に本章でのモデルを示す。本モデルでは、FSOM群と数値配列染色体によるGAの部分集団群との間に1対1の対応があり、さらに、各FSOMの出力ノードと対応する部分集団の個体との間に1対1対応がある。

本章の目的は、式(1.1)の入出力データから式(1.3)のファジールールを抽出することであるので、これに基づいたリアル構成となる。

まず、第3.3.1章と同様に、式(1.3)の推論規則群のうち、後件部が同じシングルトン構造を持つ  $m$  個の規則

If  $I_1$  is  $F_{k1}$  and  $I_2$  is  $F_{k2}$  and ... and  $I_j$  is  $F_{kj}$ , Then  $c$  is  $C_k$  with weight  $\omega_{ki}$

$$\sum_i \omega_{ki} = 1 \quad (i = 1, \dots, m)$$

に対して、1つのFSOMを対応させる。このFSOM(以降、 $FSOM_k$ と略称)は、 $F_{kj}$ を  $i$  番目の中間ノード、 $j$  番目の出力ノード間のファジー結合係数として持つ、式(1.3)の推論規則群において、 $c$ をシングルトン形式の後件部を含む  $L$  個存在する  $c$  規則群全体に対して合計  $L$  個のFSOM  $\{FSOM_1, \dots, FSOM_L\}$  が対応する。

次に、第4.2.1章と同様に、1つのルール前件部における式(1.4)のガウス型メンバーシップ関数(パラ

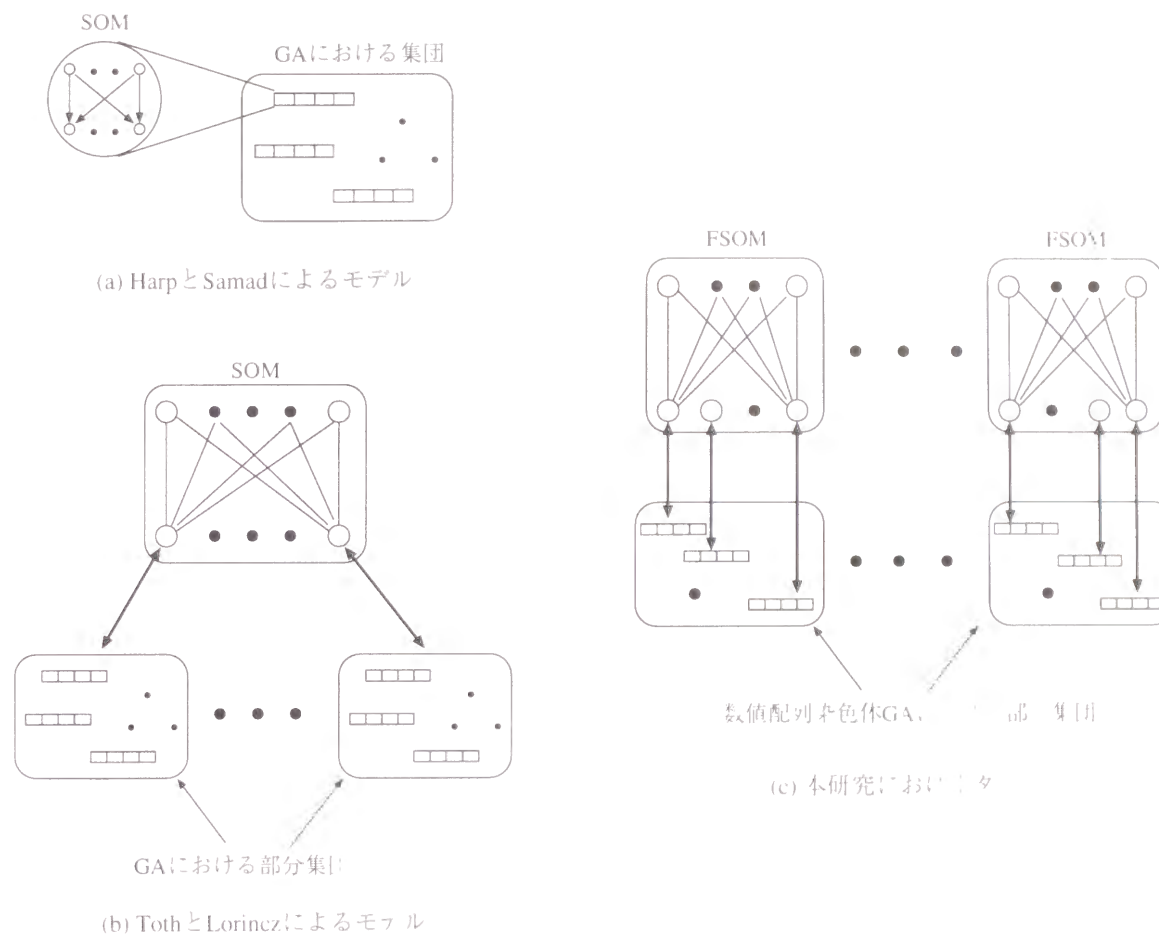


図5.1: SOM型ニューラルネットワークとGAのハイブリッドモデル

メータ群の配列を、

$$Ind_k = (\mu_{k1}, \sigma_{k1}, \mu_{k2}, \sigma_{k2}, \dots, \mu_{km}, \sigma_{km}) \quad (i = 1, \dots, m, k = 1, \dots, L)$$

をそれぞれ1つの染色体として扱う。つまり、この場合において  $m$  個のルール群、 $m$  個のメータ群、また、同じシングルトン形式の後件部  $c$  を持つ  $m$  個のルール群  $\{Ind_k \mid i = 1, \dots, m\}$  を1つの集団  $POP_k$  とし、合計  $L$  個の集団  $POP_1, \dots, POP_L$  を用意する。  $k$  番目の集団  $POP_k$  は  $k$  番目のルール群  $c$  を持つ数値ベクトルをクラスタリングするためのファジーメンバーシップ関数に対応する1つの染色体から成る。

1) (2) , (3) のFSOM 上に値配列GAのハイブリッドモデルを示す。これらの対応では、後件

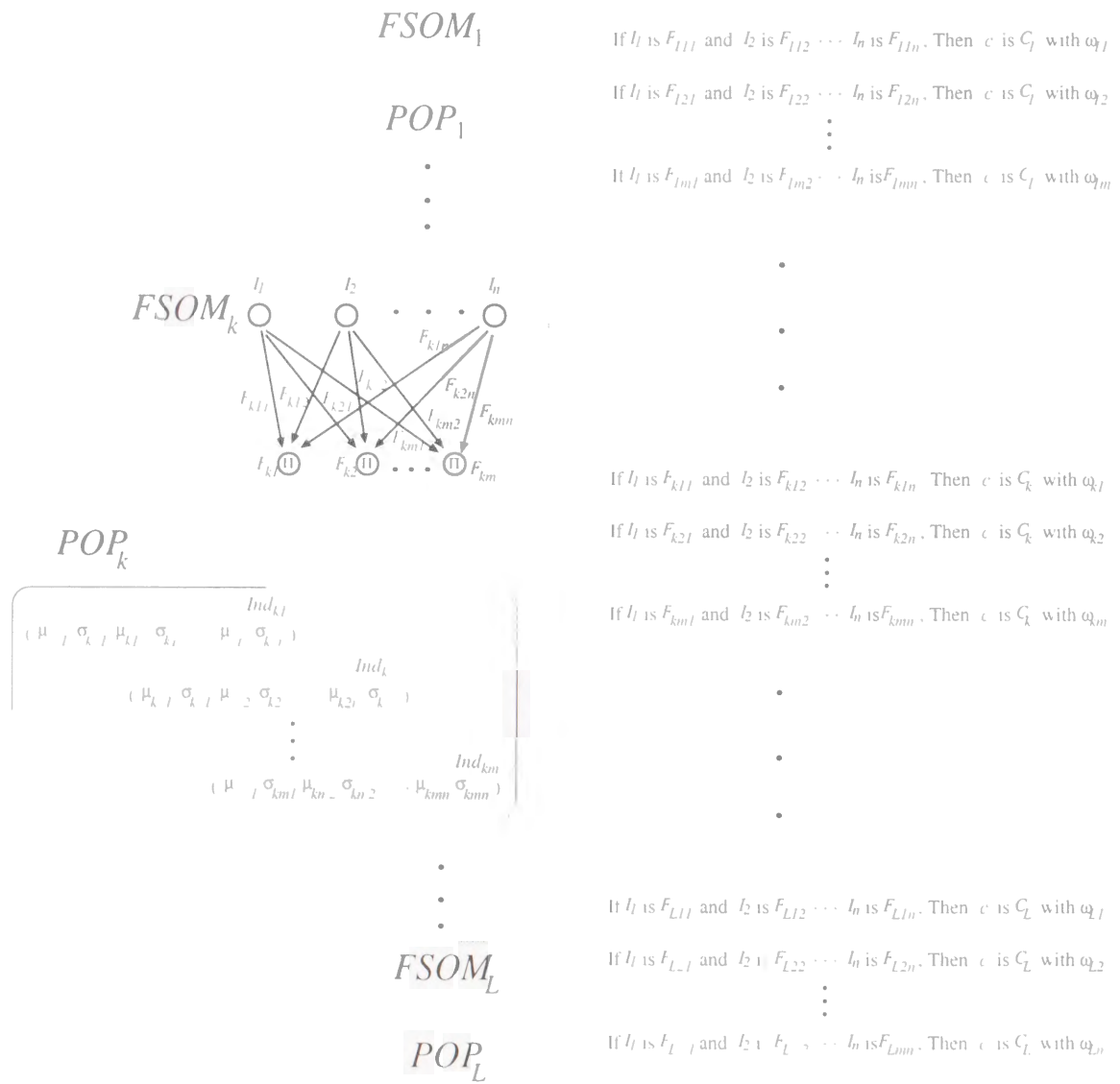


図 5.2: FSOM 上に値配列GAのハイブリッドモデル

部  $c$  is  $C_k$  とある  $i$  番目のルールを介して、FSOM の  $i$  番目の出力ノードと POP の  $i$  番目の個体  $Ind_k$  が対応付けられる。ここで、これら染色体と遺伝子型、FSOM の出力結果を表現型とみなす。つまり、値配列の個体 (FSOM の出力) の初期状態を、出力結果に基づいて個体適応度を評価し、適

行うことにより、入出力データからファジィルールを抽出する。これは、(3.33), (3.34) による適応度計算において数値配列染色体の値を用いず、数値配列染色体の値 × 初期値  $\omega_k$  が FSOM の出力の結果として得られたファジィ結合係数を用いるということである。

### 5.2.2 ダーウィンの手法とラマルク的手法によるファジィルール抽出

学習と進化のハイブリッドモデルにおいては、進化論において議論となることが「獲得形質の遺伝」が問題となる。現在の進化生物学においては、基本的に、個体が生済において環境によって獲得した特徴が次世代の遺伝子に組み込まれるというラマルキズムは誤りであるとされ、個体の遺伝子の変化と集団での遺伝子頻度の変化は、あくまでランダムな突然変異と選択によるもの、あるとするダーウィニズムが主流である。しかし、学習が間接的な形で進化に影響するという考えは Baldwin 効果として知られており、この効果の有効性に対するモデルの研究が行われている。

[1] では、各個体が環境からの入力に対して行動を決定するためのニューラルネットワークを持つマルチエージェントシステムにおいて、遺伝的アルゴリズムによるニューラルネットワークの設定・強化による係数  $\omega_k$  の組合せにより、仮想環境でのシミュレーションを行い、進化、学習各々単体の場合よりも組合せの場合がエージェントの仮想環境での生存率が高いことを示している。また、[11] では、固定長のビット列で表現された染色体個体の集団において、特定の個体のみが最大の適応度を持ち、それ以外の個体は均一に低い適応度を持つ問題を設定し、遺伝子頻度の世代に対する差分方程式を導き、最大適応度個体に対応する遺伝子頻度の変化を数値計算により求めている。この際、適応度評価の段階でランダム探索による学習の効果を取り入れ、最終的に必ずしも進化を促進する結果を明らかにしている。

一方、工学的な視点からは、必ずしも実際の進化生物学に従うことはせず、ラマルク的学習を用いたニューラルシステムも考慮される [37]。[2] では、関数最適化問題に対して、遺伝的アルゴリズム、ラマルク的手法による学習過程を取り入れた手法を用い、学習結果が遺伝子に直接反映するラマルク的手法を用いた従来のダーウィンの手法との比較実験を行い、ラマルク的手法が勝るという結果を報告している。また、[36] では、ニューラルネットワークで表現された個体 (エージェント) が進化・学習する問題において、ラマルク的手法とダーウィンの手法との比較実験を行い、静かな環境ではラマルク的手法が優り、変動的な環境ではダーウィンの手法が優る環境変動にも対応して安定であることが示されている。

4.3.21. ハイブリッドモデルにおいては、個体の染色体と学習結果との関係において、ダーウィンの手法はラマルク的手法の両方を取る。ダーウィンの手法では、FSOMの学習結果は数値染色体GAの染色体に直接反映されず、子孫に継承されない。ラマルク的手法では、FSOMの学習結果はGAの染色体に直接挿入され、子孫に継承される。

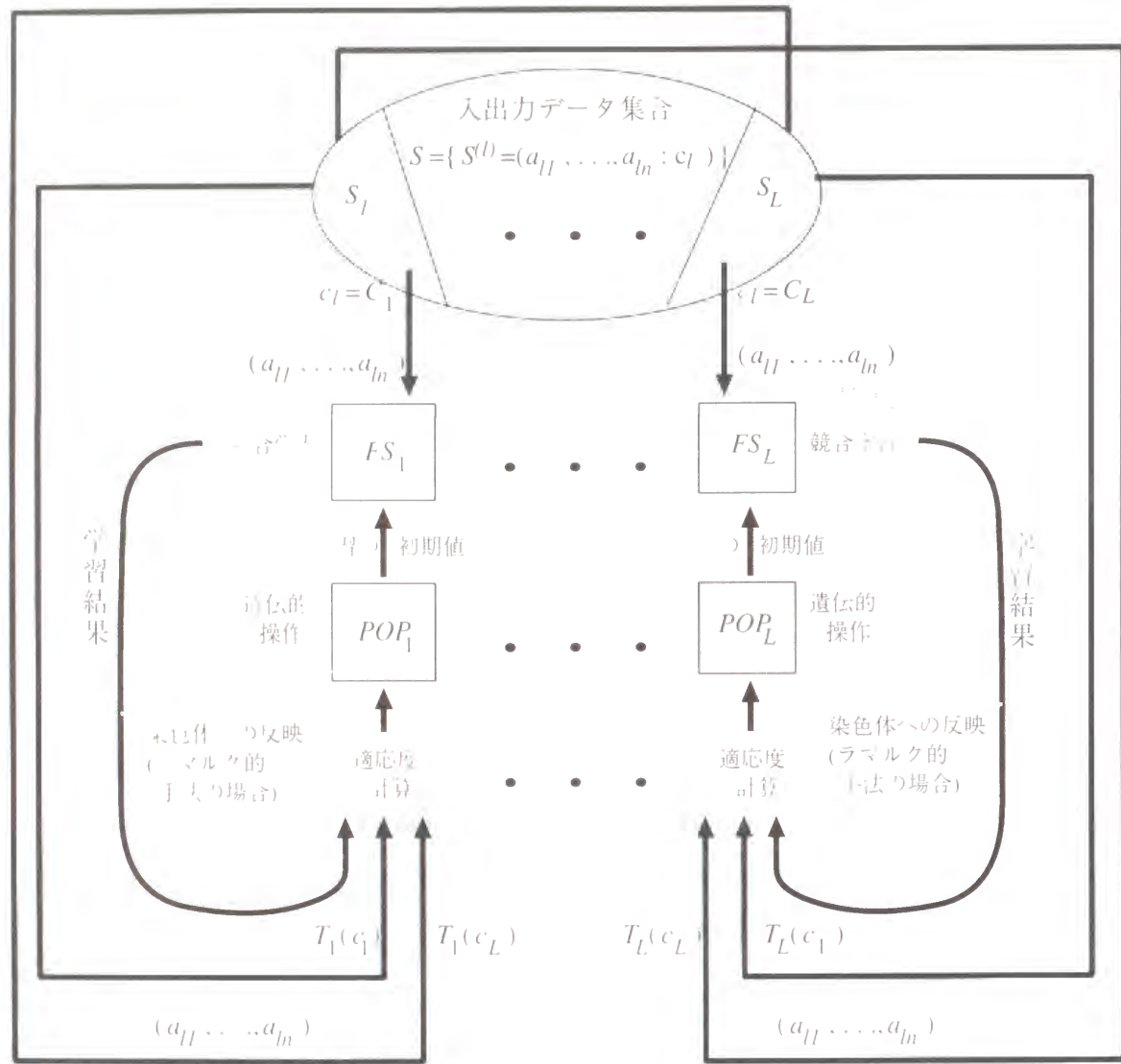


図5.3. ハイブリッドモデルによる入力データのルール抽出

図5.3に、本ハイブリッドモデルによるフジイルール抽出の構成を示す。ハイブリッドモデルによるルール抽出の手順は以下の通りである。

1. 式(4.1)の数値配列をランダムに初期化し、各  $POP_k$  の染色体の数値に対応する  $FSOM_k$  のフジイ結合係数に写す。
2. 各  $POP_k$  ( $k=1, \dots, L$ ) において、FSOMのメンバシップ関数のパラメータに基づいて適応度を計算し、ルーレット選択を行う。その後、UFACとランダム数値入れ換えによる突然変異を行う。
3. 各  $FSOM_k$  ( $k=1, \dots, L$ ) において、対応する  $POP_k$  の染色体の数値をフジイ結合係数に基づいて、ファジイ競合学習によりパラメータを  $D$  回更新する ( $D$  は与えられた学習回数)。ここで、第3.3章と同様に、 $FSOM_k$  に与えられるデータは  $S_k$  のみに属する  $S^{(l)}$  の入力属性ベクトル  $a_l$  であり、それ以外の  $a_l$  は無視する。
4. ダーウィンの手法の場合は5にjumpする。ラマルク的手法の場合は、各  $POP_k$  の染色体に対応する  $FSOM_k$  の学習後のパラメータを写す。
5. 2から4を  $T$  回繰り返す ( $T$  は与えられた世代交替回数)。
6. 最終的に行われた適応度を式(3.35)の形で正規化し、フジイルール(1.3)の確信度を決定する。得られたルールの出力は式(3.36)、(3.37)によって与えられる。

### 5.3 動的環境におけるシミュレーションと評価

本章においても、第3章、第4章と同様に動的環境における有効性を検証するための比較実験を行った。ここでの比較対象は、第3章、第4章で与えられたFSOM、GAの単体モデルによる方法である。実験データは、第4.3.2章において用いたデータと同じものを使用した。つまり、入出力データの入力属性ベクトルのガウス分布か、表4.3および図4.10に示される形で段階的に変化する仮定で、各ステップでの90個のテスト用データに対して、FIN単体による方式、GA単体による方式、ハイブリッドモデルによる方式を適用し、90個のテスト用データに対して4.3で定義される正当性を評価した。なお、表4.3の各ステップにおいて、FIN単体方式ではFSOMにおける結合係数の更新を30回、GA単体方式は世代交替を30回、ハイブリッドモデル方式ではFSOMにおける結合係数の更新を30回、世代交替

を3回行った。また、第3章、第4章での実験と同様に、学習および世代交替においては、前のステップでの最終状態を次のステップでの初期状態とした。各手法において、学習係数 $\gamma=0.01$ 、交叉確率 $=0.8$ 、突然変異確率 $=0.01$ 、同じ後件部を持つルールの総数 $m=25$ とした。なお、本実験ではFSOMの学習則は式(3.18)、(3.19)、(3.21)のフーシ競合学習を用いた。

図5.4に結果を示す。グラフの各数値は10回の試行における各ステップでの平均正当率を示す。

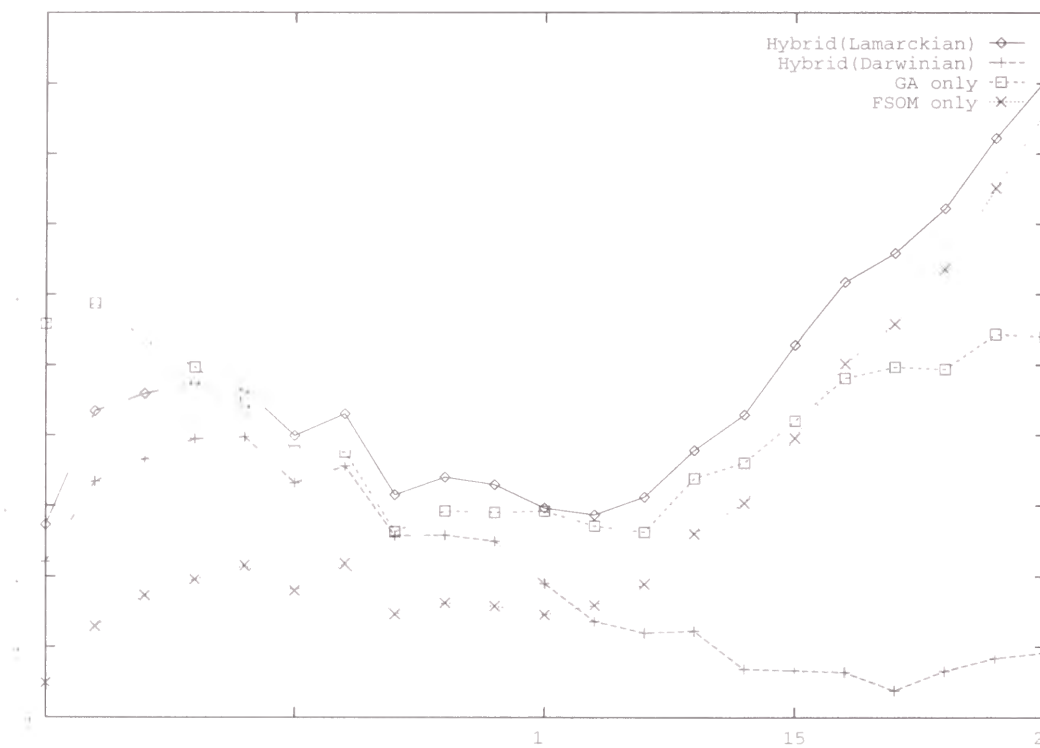


図5.4: 各手法の平均正当率

悪いデータの傾向変動に対して学習係数が小さいため、FSOM単体による方式では前半ステップで正当率が低く後半ステップで高くなり、それに対してGA単体による方式では正当率の変動が少なく、第3章、第4章における実験と同様に非定常環境における安定性が示された。

ハイブリッドモデルによる方式では、ラマルク的手法とダーウィンの手法と間で異なる結果が示さ

れた。ダーウィンの手法では、環境が変動するにつれて正当率が減少し、本実験データに対しては適応出来なかった。一方、ラマルク的手法ではFSOM単体による方式とGA単体による方式の両方の様相が現れた。FSOMによる手法と同様に、初期ステップでの正当率はGAによる方式に劣るものの、ハイブリッドにおけるGAの効果のため、ステップ3でほぼ同じ正当率を示した。その後、FSOMの学習効果により、FSOM単体方式と同様に後半ステップではGA単体方式を上回る正当率を示した。

図5.5に、各手法によるメンバシップ関数の1つ( $F_{112}$ )の遷移を示す。ラマルク的手法でのハイブリッド

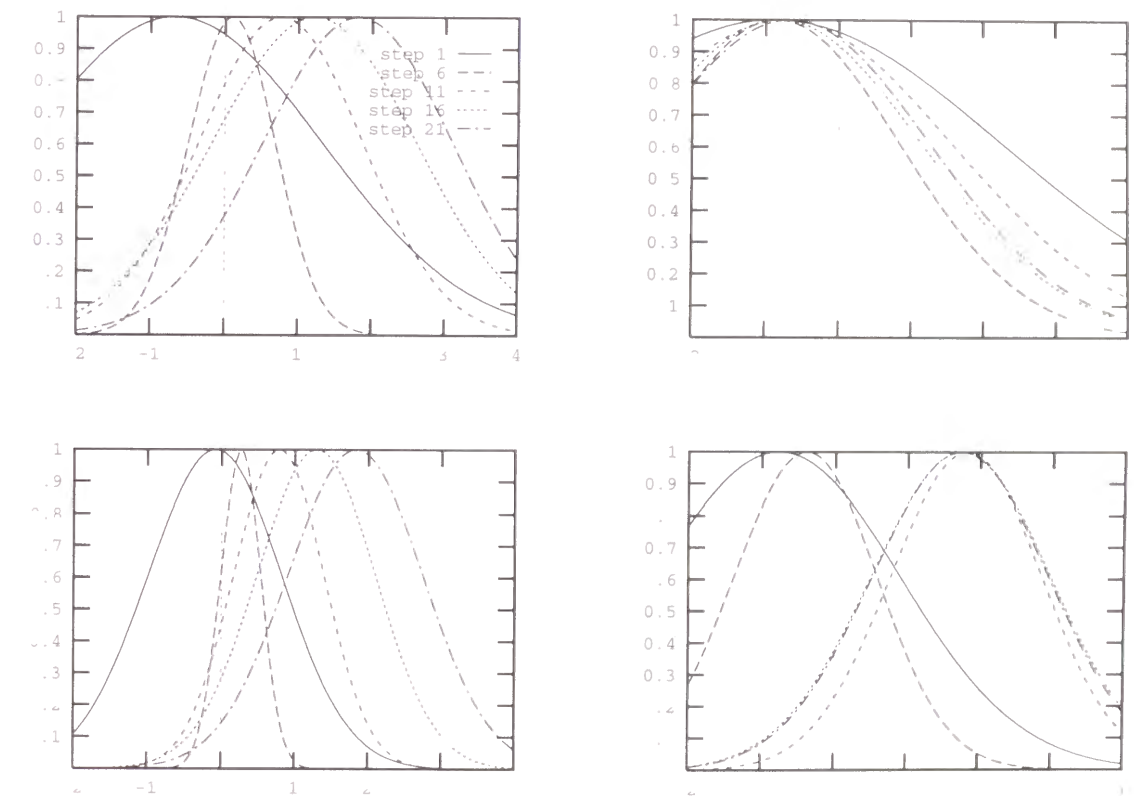


図5.5: 各手法におけるメンバシップ関数 $F_{112}$ の遷移: 上左図: ラマルク的手法でのハイブリッドモデルによる方式, 上右図: ダーウィンの手法でのハイブリッドモデルによる方式, 下左図: FSOM単体方式, 下右図: GA単体方式

モデルでは FSOM 単体方式におけるメンバシップ関数は、他の方式に比べて 4.3 に示される環境変動に沿って遷移するが、ダーウィンの手法でのハイブリッドモデルではほとんど変化せず、これが正当性の低下に繋がっている。

## 5.4 考察

以上の結果は、ラマルク的手法によるハイブリッドモデルが FSOM と GA の両方の特性を持っていることを示している。FSOM においては、データの分布を直接反映する評価関数に基づいてパラメータ調整が行われ、このメンバシップ関数がより鮮鋭となる。一方、それはローカルミニマムと過学習の問題を生み、正当性が激しく変化する。第 3.1.1 章、第 4.3 章においても触れたように、GA は動的環境に対する適応能力を持ち、この正当性はより安定的であるが、データ分布を直接的には反映しない自乗誤差関数を個体の評価に用いているため、そのメンバシップ関数の形状が実際の分布とは異なる。ラマルクのハイブリッドモデルでは、結果が染色体に直接写されるため、両者の特徴が直接的に補間し合う。一方、ダーウィンの手法では、結果は個体評価のみに用いられ、FSOM と GA が直接補間し合うことはない。ダーウィンの法を用いたモデルにおいても、Baldwin 効果などの学習と進化の協調による有効性か、静的環境 [11, 17]、動的環境 [36] の両方において示されているが、本実験ではこの種の効果は観察されなかった。原因としては、本実験においては、データ傾向の速い変動に対して学習回数や世代交替数が少なく、ダーウィンの手法による進化の相互補助が起こるには環境変動が速すぎたことが考えられる。つまり、以上の結果は、人間の嗜好の傾向を抽出するような急速な動的環境での工学的応用については、ラマルク的手法はダーウィンの法に勝る可能性を示唆している。

## 第6章 おわりに

### 6.1 まとめ

本稿では、入力属性の分布傾向が変動する入出力データから、フジィ If-Then ルール形式の知識として傾向を抽出することを目的として、Fuzzy Self Organizing Map、数値配列染色体と偏平均交叉を用いた遺伝的アルゴリズム、およびそれらのハイブリッドによる学習と進化のモデルによるフジィルール抽出法を与え、シミュレーションによりその有効性を検証した。

第 2 章では、数値確信度が付与された形式のフジィ If-Then ルールにおいて、数値確信度に対して 2 通り (直接確信度と間接確信度) の解釈を考え、各々の場合に対して T ノルムによる Zadeh, Baldwin, 塚本の推論法を適用し、その性能を検証した。また、後件部メンバシップ関数の自集合か有閉集合の場合に、複数の結論の合成規則として  $\max$  合成もしくは加算合成を用いた時、各種推論法において、後件部がシングルトン形式の確信度付きルールの結論が従来形式のルールの結論と一致するための T ノルム、含意関数の条件を示した。結論として、T ノルムが左連続 (例えば、 $\min, \times$ ) の含意関数が  $I(a, b) = a * b$  で与えられていれば、従来形式のルールと数値確信度付きシングルトン型ルールは、推論法に Zadeh, Baldwin, 塚本のいずれの方式を用いても等価であることが示され、本稿で使用する数値確信度付きシングルトン型ルールと直接法による推論法の汎用性が小さされた。

第 3 章では、適応的ルール抽出の 1 つとして、フジィクラスタリングを行なうモデルとして、ラマルク方式 FSOM とフジィルールを表現するニューラルネットワーク INN を与え、RBF, GA と比較してシミュレーションを行ない、その有効性を検証した。結果的に、INN 方式は、入出力データに各出力値に対応する入力ベクトルの分布がある程度の距離を保ちなから段階的に変化する場合には、適応的ルール抽出方式として RBF などの Feedforward 型ニューラルネットや GA より有効であると考察される。また、INN 方式は他の方式に比べてメンバシップ関数の形状がデータにしっかりと安定的に抽出される。

ルール抽出結果が人間に理解しやすいという特徴を有し、意志決定支援の観点から有効である。

第4章では、遺伝的アルゴリズムにおける染色体の数値配列表現とそれに応じた偏平均交叉、およびこれらによるフジィ If-Then ルール抽出法を与え、既存の Simple GA などとの比較シミュレーションを行い、その有効性を検証した。結果として、本稿における知識抽出などの実数値パラメータの問題に対しては、数値配列表現は Simple GA などのビット列染色体表現に比べて計算時間や環境変動に対する安定性に優れ、さらに数値配列表現に対する偏平均交叉の使用は集団の多様性を保ち、環境変動に対する集団の適応能力に優れていると考えられる。

第5章では、第3章と第4章の手法のハイブリッドモデルを与え、それぞれの単体方式との比較シミュレーションを行い、その有効性を検証した。結果として、データの傾向が急速に変動する場合には、適応能力としては個々の単体方式より優れていると考えられる。

## 6.2 今後の課題

今後の課題としては、まず全体論として、本稿で問題とするような傾向変動を持つデータのための統一的な手法の比較、現実の問題におけるデータによる有効性検証、後件部が実数値・フジィ変数の場合の拡張が考えられる。

次に、今回は FSOM の中には教師無し学習を用いたが、正答率向上のため第3.3章で主張した学習処理の低減を犠牲にして、LVQ の方法を用いた教師付き学習へ拡張することも考えられる。

また、数値配列表現と偏平均交叉における1つの理論的問題として、数値配列表現による GA の理論的挙動解析がある。Simple GA は固定長のビット列を染色体として用いるため集団の状態空間が有限集合であり、有限マルコフ連鎖の理論を用いた多くの解析結果が報告されている [33, 18, 8, 30, 28, 9]。その中で、交叉、突然変異確率の集団の収束性に対する条件などが議論されている。また、ビット列染色体における交叉の理論的解析もも行われていた [4]。数値配列表現と UFAC に対しても、同様の理論的解析がなされなければならないが、数値配列表現の場合は集団の状態空間は無限非可算集合であり、Simple GA の場合には異なる解析の困難さが付きまとう。数値配列表現の問題に対しては既に、非可算集合を包含するマルコフ過程の理論を用いた有限個体集団の収束に関する結果 [29] や、無限個

体集団を仮定した集団分布関数の遺伝的操作による変化に関する結果 [25, 26] が報告されている。著者自身も無限個体集団の仮定を用いて、交叉が集団分布関数に与える変化に関して幾つかの解析結果を出している [20, 19] が、選択なども含めた遺伝的操作全体による集団分布の変化の解析にはなっていない。現在1つの方法論として、式(4.1)の数値パラメータを個体の量的形質と考へ、集団における平均や分散を生物学の観点、つまり量的遺伝学 [10, 6] における知見を用いて解析することが考えられる。

さらに、学習と進化のハイブリッドモデルに関して幾つかの問題が残されている。本論のシミュレーションでは、ラマルク的手法がダーウィンの手法に勝るという結果となったが、[36]において指摘されているように、工学的にダーウィンの手法がラマルク的手法に勝る状況が存在する可能性は無視できない。モデルの有効性を明らかにするためには、さらなる比較実験に加えて、上記の GA における集団ダイナミクスと、[11]において行われているような学習の影響を織り込んだ集団ダイナミクスの理論的解析が必要である。

## 参考文献

- [1] D. H. Ackley and M. L. Littman. Interactions Between Learning and Evolution. In C. G. Langton, C. Taylor, J. D. Farmer, and S. Rasmussen, editors, *Artificial Life II*, pp. 487-509. Addison-Wesley, 1991.
- [2] D. H. Ackley and M. L. Littman. A Case for Lamarckian Evolution. In C. G. Langton, editor, *Artificial Life III*, pp. 3-10. Addison-Wesley, 1991.
- [3] J. C. Bezdek, E. C. Tsao, and N. R. Pal. Fuzzy Kohonen Clustering Networks. In *Proc. IEEE International Conference on Fuzzy System*, pp. 1035-1043, 1992.
- [4] I. B. Booker. Recombination Distributions for Genetic Algorithms. In *FOGA '92, Proceedings of Workshop on the Foundations of Genetic Algorithms and Classifier Systems*, pp. 29-44. Morgan Kaufmann, 1992.
- [5] I. L. Chung and I. Lee. Fuzzy Competitive Learning. *Neural Networks*, Vol. 7, No. 3, pp. 539-551, 1994.
- [6] J. F. Crow. 基礎集団遺伝学. 培風館, 1989. (安田徳一訳).
- [7] L. Davis. *HANDBOOK OF GENETIC ALGORITHMS*. Van Nostrand Reinhold, 1990.
- [8] L. F. Davis and J. C. Principe. A Markov Chain Framework for the Simple Genetic Algorithm. *Evolutionary Computation*, Vol. 1, No. 3, pp. 269-288, 1993.
- [9] H. Dawid. A Markov Chain Analysis of Genetic Algorithms with a State-Dependent Fitness Function. *Complex Systems*, Vol. 8, pp. 407-417, 1994.
- [10] D. S. Falconer. 量的遺伝学入門. 蒼樹書房, 1993. (田中嘉成・野村哲郎共訳).
- [11] J. F. Fontanari and R. Meir. The Effect of Learning on the Evolution of Asexual Populations. *Complex Systems*, Vol. 4, pp. 401-414, 1990.
- [12] S. A. Harp and T. Samad. Genetic Optimization of Self-Organizing Feature Maps. In *Proc. IJCNN'91*, Vol. 1, pp. 341-346, 1991.
- [13] T. Kohonen. 自己組織化と連想記憶. シュブリンガー・フュアラーク東京, 1993. (中谷和夫訳).
- [14] B. Kosko. *NEURAL NETWORKS AND FUZZY SYSTEMS*. Prentice Hall, 1992.
- [15] M. A. Lee. On Genetic Representation of High Dimensional Fuzzy Systems. In *Proc. ISUWA-NAFIPS'95*, pp. 752-757, Maryland, Sept. 1995.
- [16] R. P. Li and M. Mukaidono. A maximum entropy approach to fuzzy clustering. In *Proc. FUZZ-IEEE/IFES'95*, pp. 2227-2233, 1995.
- [17] M. Mitchell and S. Forrest. Genetic Algorithms and Artificial Life. *Artificial Life*, Vol. 1, pp. 267-289, 1994.
- [18] A. E. Nix and M. D. Vose. Modeling genetic algorithms with Markov chains. *Annals of Mathematics and Artificial Intelligence*, Vol. 5, pp. 79-88, 1992.
- [19] T. Nomura. An Analysis on Crossovers for Real Number Chromosomes in an Infinite Population Size. In *Proc. International Joint Conference on Artificial Intelligence (IJCAI-97)*, Vol. 2, pp. 936-941, 1997.
- [20] T. Nomura. An Analysis on Linear Crossover for Real Number Chromosomes in an Infinite Population Size. In *Proc. International Conference on Evolutionary Computation (ICEC'97)*, pp. 111-114, 1997.

- [21] T. Nomura and M. Miyoshi. An Adaptive Rule Extraction with the Fuzzy Self-Organizing Map and a Comparison with Other Methods. In *Proc. ISU/IA-VAFIPS'95*, pp. 311-316, Maryland, Sept. 1995.
- [22] T. Nomura and T. Miyoshi. Numerical Coding and Unfair Average Crossover in GA for Fuzzy Rule Extraction in Dynamic Environments. In T. Furuhashi and Y. Uchikawa, editors, *Fuzzy Logic, Neural Networks, and Evolutionary Computation (Lecture Notes in Artificial Intelligence 1152)*, pp. 55-72, Springer, 1996. (Reviewed).
- [23] T. Nomura and T. Miyoshi. An Adaptive Fuzzy Rule Extraction Using Hybrid Model of the Fuzzy Self-Organizing Map and the Genetic Algorithm with Numerical Chromosomes. *Journal of Intelligent and Fuzzy Systems*, 1998. (to appear).
- [24] L. Poggio and T. Gırosi. Networks and the Best Approximation Property. Technical report, MIT A.I. Laboratory and Center for Biological Information Processing in Whitaker College, 1989.
- [25] X. Qi and F. Palmieri. Theoretical Analysis of Evolutionary Algorithms With an Infinite Population Size in Continuous Space. Part I: Basic Properties of Selection and Mutation. *IEEE Transactions on Neural Networks*, Vol. 5, No. 1, pp. 102-118, 1994.
- [26] X. Qi and F. Palmieri. Theoretical Analysis of Evolutionary Algorithms With an Infinite Population Size in Continuous Space. Part II: Analysis of the Diversification Role of Crossover. *IEEE Transactions on Neural Networks*, Vol. 5, No. 1, pp. 120-129, 1994.
- [27] J. R. Quinlan. Induction of Decision Trees. *Machine Learning*, Vol. 1, pp. 81-106, 1986.
- [28] G. Rudolph. Convergence Analysis of Canonical Genetic Algorithms. *IEEE Transactions on Neural Networks*, Vol. 5, No. 1, pp. 96-101, 1994.
- [29] G. Rudolph. Convergence of Evolutionary Algorithms in General Search Spaces. In *Proc. ICC'96*, pp. 50-54, Nagoya, May 1996.

- [30] J. Suzuki. A Markov Chain Analysis on A Genetic Algorithm. In *Proc. ICCA'93*, pp. 146-153, 1993.
- [31] G. J. oth and A. Lorincz. Genetic Algorithm with Migration on Topology Conserving Maps. In *Proc. ICNA'93*, Vol. 3, pp. 168-171, 1993.
- [32] M. Valenzuela-Rendon. The Fuzzy Classifier System: A classifier System for Continuously Varying Variables. In *Proc. 4th ICCA*, pp. 346-353, 1991.
- [33] M. D. Vose and G. E. Licpins. Punctuated Equilibria in Genetic Search. *Complex Systems*, Vol. 5, pp. 31-44, 1991.
- [34] T. Yamaguchi, T. Takagi, and I. Mita. Self-organizing control using fuzzy neural networks. *International Journal of CONTROL*, Vol. 56, No. 2, pp. 415-439, 1992.
- [35] 陳啓浩, 柳原 二郎, 川瀬 隆. 各種フuzzy推論法の間関係について. *日本フuzzy学会誌*, Vol. 4, No. 6, pp. 1200-1208, Dec 1995.
- [36] 佐々木貴宏, 所真理雄. 進化的エージェント集団への動的環境への適応. *コンピュータソフトウェア*, Vol. 11, No. 1, pp. 33-46, 1997.
- [37] 山村雅彦, 小林重仁. 遺伝的アルゴリズムの工業的応用. *人工知能学会誌*, Vol. 9, No. 4, pp. 506-511, 1994.
- [38] 水本雅晴. フuzzy制御の改善法 (VII) - フuzzyインクルトン型推論法 (代数積 加算 重心法) の評価性 -. 第9回フuzzyシステムシンポジウム論文集, pp. 313-316, May 1993.
- [39] 行測久生, 野崎賢, 山本直久, 田中英夫. フuzzy識別システムにおけるルール拡張のための遺伝的演算. 第9回フuzzyシステムシンポジウム論文集, pp. 125-128, May 1993.
- [40] 中西 祐一郎. 遺伝的アルゴリズムによるフuzzy制御. *システム/制御/情報*, Vol. 38, No. 11, pp. 613-618, 1994.



- [11] 田中英夫. フラックネットワーク解析. システム制御情報学会セミナー「遺伝アルゴリズム・ニューラルネットワークの新しい展開を探る」テキスト, pp. 43-52, Sept. 1993.
- [12] 土屋敏夫, 松原行幸, 長町三生. 商品発注支援システムにおける知識獲得手法 - Genetic Algorithmを用いたフラックIF-THENルールのパラメータの決定-. 第8回ファジィシステムシンポジウム論文集, pp. 245-248, May 1992.
- [13] 馬野元秀, 岡本宏隆, 鳩野逸生, 田村坦之, 河内三三夫, 梅津祐久, 木下淳一. ID3に基づくファジィルールの抽出とその推論法. 第9回ファジィシステムシンポジウム予稿集, pp. 858-860, 1993.
- [14] 本多中一, 大甲有生. フラックシステム入門. 海文堂, 東京, 1989.
- [15] 野村竜也. 数値確信度付きフラックルールへの各種推論法の適用およびシングルトン型ルールと従来型ルールとの等価性に関する検証. 電子情報通信学会論文誌 A, Vol. J79-A, No. 10, pp. 1734-1741, 1996.
- [16] 野村竜也. 三好力 Fuzzy if then Rule 抽出のためのニューラルネットおよび遺伝的アルゴリズムの構成. 電気学会第4システム情報化研究会資料, No. HS-95-19, pp. 71-80, 1995.
- [17] 野村竜也. 三好力 Fuzzy Self Organizing Map を用いた適応的ルール抽出法と他方式との比較. 日本フラック学会誌, Vol. 8, No. 2, pp. 347-357, 1996.
- [18] 野村竜也. 三好力. 実数符号化と偏平均交叉を用いたGAによるファジィルール抽出. 第11回フラックシステムシンポジウム論文集, pp. 221-224, July 1995.
- [19] 和田健之介. システム進化論 - 遺伝的アルゴリズムの基礎 (1). *Computer Today*, No. 47, pp. 49-61, 1992.
- [20] 桜井茂明, 三木大. 帰納学習によるフラック決定木の生成. 電気学会論文誌 C, Vol. 113, No. 7, pp. 488-494, 1993.
- [21] 川瀬直, 柳原二郎. フラック推論における間接法について. 電子情報通信学会論文誌 A, Vol. J77-A, No. 3, pp. 530-537, 1994.

## 本研究に関する公表文献

### 学会誌論文

- 野村竜也. 三好力 Fuzzy Self Organizing Map を用いた適応的ルール抽出法と他方式との比較. 日本ファジィ学会誌, Vol. 8, No. 2, pp. 347-357, 1996.
- 野村竜也. 数値確信度付きファジィルールへの各種推論法の適用およびシングルトン型ルールと従来型ルールとの等価性に関する検証. 電子情報通信学会論文誌 A, Vol. J79-A, No. 10, pp. 1734-1741, 1996.
- T. Nomura and T. Miyoshi. An Adaptive Fuzzy Rule Extraction Using Hybrid Model of the Fuzzy Self Organizing Map and the Genetic Algorithm with Numerical Chromosomes. *Journal of Intelligent and Fuzzy Systems*, 1998. (to appear).

### 書籍

- T. Nomura and T. Miyoshi. Numerical Coding and Unfair Average Crossover in GA for Fuzzy Rule Extraction in Dynamic Environments. In T. Furubashi and Y. Uchikawa (editors), *Fuzzy Logic, Neural Networks, and Evolutionary Computation (Lecture Notes in Artificial Intelligence 1152)*, pp. 55-72. Springer, 1996. (Reviewed)

## 国際会議

- T. Nomura and M. Miyoshi. An Adaptive Rule Extraction with the Fuzzy Self Organizing Map and a Comparison with Other Methods. In *Proc. ISU/MA-VAFIPS'95*, pp. 311-316, Maryland, Sept. 1995.
- T. Nomura and T. Miyoshi. Numerical Coding and Unfair Average Crossover in GA for Fuzzy Clustering and their Applications for Automatic Fuzzy Rule Extraction. In *Proc. IEEE/Nagoya University W'W'95*, pp. 13-21, 1995.
- T. Nomura and T. Miyoshi. An Adaptive Fuzzy Rule Extraction Using Hybrid Model of the Fuzzy Self Organizing Map and the Genetic Algorithm with Numerical Chromosomes. In *Proc. Fourth International Conference on Soft Computing (IZUKA'96)*, Vol. 1, pp. 70-73, 1996.
- T. Nomura. An Analysis on Linear Crossover for Real Number Chromosomes in an Infinite Population Size. In *Proc. International Conference on Evolutionary Computation (ICEC'97)*, pp. 111-114, 1997.
- T. Nomura. A Proposal of Interpretations on Numerical Degrees of Confidence for Fuzzy If-Then Rules and a Mathematical Verification of Properties under Various Reasoning Methods. In *Proc. First International Conference on Knowledge-Based Intelligent Systems (KES'97)*, Vol. 2, pp. 542-549, 1997.
- T. Nomura. An Analysis on Crossovers for Real Number Chromosomes in an Infinite Population Size. In *Proc. International Joint Conference on Artificial Intelligence (IJCAI-97)*, Vol. 2, pp. 936-941, 1997.

## 大会・研究会等

- 野村竜也, 三好力. Fuzzy Self Organizing Map を用いた適応的ルール抽出. 電気学会論文誌C, 1994, 114(10), pp. 37-41.

- 野村竜也, 三好力. Fuzzy Self Organizing Map を用いた適応的ルール抽出. 日本神経回路学会全国大会講演論文集, pp. 78-79, 1994.
- 野村竜也, 三好力. Fuzzy if then Rule 抽出のためのニューラルネットおよび遺伝的アルゴリズムの構成. 電気学会産業システム情報化研究会資料 HS-95-19, pp. 71-80, 1995.
- 野村竜也, 三好力. 実数符合化と偏平均交叉を用いたGAによるフuzzyルール抽出. 第11回フジシステムシンポジウム予稿集, pp. 221-224, 1995.
- 野村竜也, 三好力. GAにおける数値的染色体符号化と偏平均交叉及びその自動的フuzzyルール抽出への応用. 第5回フuzzy・ワークショップ in 名手論文集, pp. 1-7, 1995.

## 謝辞

本論文の作成にあたり、終始御指導、御鞭撻を賜りました京都大学大学院情報学研究科の片井修教授に、深甚な謝意を申し上げます。

また、本論文の作成に関して様々な御支援、御指導を賜りましたATR人間情報通信研究所第6研究室の下原勝幸室長、シャープ株式会社ソフトウェア研究所の小松純一所長に、深く感謝致します。

さらに、本研究を行なうにあたり、終始御指導、御鞭撻を賜りました鳥取大学工学部の三好力助教授に、深く感謝致します。