学 位 審 査 報 告 書

（ふりがな） 氏名	なかしま　まこと 中島　誠
学位（専攻分野）	博　士　（　理　学　）
学位記番号	理　博　　第　　　　号
学位授与の日付	平成　　年　　月　　日
学位授与の要件	学位規則第４条第１項該当
研究科・専攻	理学研究科　数学・数理解析　専攻

（学位論文題目）

Almost sure central limit theorem for branching random walks in random environment

（ランダム環境中の分枝ランダムウォークの中心極限定理）

論文調査委員	（主査）　吉田伸生　准教授 重川一郎　教授 宍倉光広　教授

理 学 研 究 科

（ 続紙 1 ）

京都大学	博士（理　学）	氏名	中島　誠
論文題目	Almost sure central limit theorem for branching random walks in random environment		

（論文内容の要旨）

本学位論文ではランダム環境中の分枝過程の分枝ランダムウォークへの拡張の一種である「ランダム環境中の分枝ランダムウォーク」について空間における人口密度に着目し研究したものをまとめた．特に人口の増大度の「ある相転移」と人口密度の挙動の関係について取り込んだ．

本学位論文で扱われているランダム環境中の分枝ランダムウォークは次のように定義される: (1) 時刻 0 のとき原点に一つの個体だけが存在する．(2) 時刻 n で $\mathbb{Z}^d$ 上の点 x にいる個体はそれぞれ独立に等確率で隣接点を選択し移動する．(3) 点 x から移動してきた個体はそれぞれ独立に分枝確率 $q_{n,x}$ に従って分裂する．(4) 分枝確率 $q_{n,x}$ は時刻 n, 点 x に関して独立にある分布 Q に従って与えられる．

このようなランダム環境中の分枝ランダムウォークは Birkner(2005) らによって導入された．特に人口の増大度は $q_{n,x}$ を定める Q によって大きく挙動が異なること (相転移) が示された．この相転移は次のように与えられる．(i) 時刻 n での総個体数 Z_n がその期待値 $[Z_n]$ と同じオーダーである (正規成長)．(ii) 時刻 n での総個体数 Z_n がその期待値よりもずっと少ない（人口の増大度がその期待値よりも非常に小さい, 緩成長）

本学位論文は過程が「正規成長」であるときの人口密度の挙動について研究したことをまとめたものである．その内容はまず「正規成長」であるための十分条件を与えた．さらにその条件の下で人口密度が分枝ランダムウォークと同じスケーリングをとることで d 次元正規分布に弱収束することを示した．また参考論文 “Branching random walks in random environment are diffusive in the regular growth phase”では「正規成長」であるための十分条件を仮定せずに, 過程が「正規成長」であれば同様に人口密度が d 次元正規分布に弱収束することも示した．

一方で過程が「緩成長」であるときの人口密度の挙動についても研究されている．「緩成長」であるときには人口密度は中心極限定理がなりたたず、局在化が起こることが知られている．ここで言う「局在化」とは人口密度がある定数 $c > 0$ よりも大きくなるような点が無限回現れることを意味している．局在化の結果は「分裂の際に各個体が常に 1 つ以上に分裂する」という仮定の下で Hu-吉田 (2009) により示された．また参考論文 “A remark on localization for branching random walks in random environment ”では「分裂の際に各個体が常に 1 つ以上に分裂する」という仮定を除いた条件の下での局在化を示した．

これらの結果をまとめるとランダム環境中の分枝ランダムウォークに関して

次のことがわかる. (i) 人口の増大度について総個体数 Z_n とその期待値 $[Z_n]$ を比較し相転移の存在. (正規成長, 緩成長) (ii) 相転移のそれぞれの相が人口密度の挙動 (中心極限定理, 局在化) と 1 対 1 対応している. このようにそれぞれの相の特徴付けに成功したということである.

以上が本論文の主要結果である。

（ 続紙 3 ）

（論文審査の結果の要旨）

申請者，中島誠君は申請論文：
Almost sure central limit theorem for branching random walks in random environment
において，ランダム環境中の分枝ランダムウォークという確率模型を考察した．この確率模型は，例えば，予期できぬ気象条件の変化といった，ランダムな環境中での生物の個体数の増減と空間的拡散を考察するという点で極めて自然で興味深い．この模型には「正規成長相」と「緩成長相」の相転移があるが，このうち,「正規成長相」は空間三次元以上かつ環境のランダムさがあまり強くない場合に起こり,「緩成長相」は空間二次元以下，あるいは環境のランダムさが大変強い場合に起こる.「正規成長相」において個体数の空間的な分布（従って，ランダムな確率測度）が長時間後に正規分布に漸近すること（中心極限定理）については，吉田伸生による先行結果がある．ここで問題となるのは「漸近」の正確な意味であるが，吉田の結果は確率収束による漸近であった．申請者，中島誠君は申請論文において，上記の漸近が概収束という，より強い意味で起こることを証明し，論文は学術誌 Annals of Applied Probability に掲載された． 申請者は概収束による中心極限定理を証明する際に，ランダム環境中の分枝ランダムウォークの幾何学的構造に関する深い考察を行い，この模型を「線形確率成長」と呼ばれる別の模型の枠組みに照らし再定式化した．この再定式化により，申請者自身が修士論文で取り組んだ線形確率成長に対する概中心極限定理の技法が適用可能となり，申請者はランダム環境中の分枝ランダムウォークに対する概中心極限定理の証明に到達した．このように，申請論文には申請者独自の着想や技法が存分に発揮されている．

したがって，本論文は博士（理学）の学位論文として価値あるものと認める。また、論文内容とそれに関連した事項について平成１２年1月１２日に試問を行った結果、合格と認めた。

要旨公開可能日：　　　　年　　　月