プラント既知情報を利用した
モデル規範適応制御系のロバスト性改善に関する研究

水戸部和久

目次

1 はじめに

1.1 適応制御の研究動向

適応制御系は，制御対象が未知パラメータや変動パラメータなどの不確定な要素を含む場合であっても，制御系が要求される性能を十分に維持できるように考案された制御手法のひとつである．適応制御の初期の考え方は１９５０年代後半に出され，戦闘用航空機の自動操縦装置が飛行速度や姿勢の影響をうけずに性能を維持することを目的として研究が行われた [1-1][1-32]．それ以降広い応用分野での理論的および実際的な研究が行われている．１９６０年代には適当な評価関数を最適化する方向に制御系内の可変ゲインを調節する方法 [1-33] や，制御対象と並列に規範モデルを設け２つのシステムの間の出力信号の誤差を用いて制御系の可変ゲインを調節するＭＩＴ規則 [1-34] などの考え方が提案され，現在に至るまで広く研究される適応制御系の原型となった．しかし，初期の研究におけるこれらの方法は制御対象モデルの摂動を必要とし，制御系の安定性が局所的にしか保証されていないため，適応制御系において重要な問題である制御系の大域的な安定性の問題は解決されなかった．一方で，この年代には制御系の設計理論や制御系への応用を目指した安定性理論の整備が進み，適応制御系の安定性理論の構築に影響を及ぼしたものと考えられる．６０年代の後半には，リアプノフの方法やポポフの超安定理論を用いて安定な適応制御系を構成する方法が検討され始めている．７０年代には，リヤプノフ，ルーリエ，ポポフ，カルマン，ヤクボビッチらの安定性の理論の適用により，大域的な漸近安定性を有する適応制御系がいくつかの定式化に従って提案され [1-2] [1-3]，適応制御系の安定性に関する問題の解決および理論の一般化が次々になされていった．そこでは制御対象として線形時不変システムを想定し，その入出力間伝達関数の次数のみが既知であるとして問題の設定がなされて研究が進められた．このようにして，適応制御系の大域的な一様漸近安定性の保証の問題は１９７０年代の後半に理論的に解決された [1-4][1-5][1-6]．しかし，この年代に完成された適応制御系は実用的な安定性を有するには至っておらず，また，応用可能な制御対象の範囲が狭すぎることが，まもなく多くの研究者に認識された．

１９８０年代以降，適応制御系の適用範囲を拡大することおよび適応制御系に実用的な安定性を持たせるための研究がさかんに行われている．１９７０年代に完成された適応制御系の安定性の証明においては，制御

対象に対して以下の仮定が課されている [1-7].

- 制御対象は線形時不変システムである.
- 制御対象の伝達関数の次数は有限であり，極および零点の数は既知である.
- 制御対象の伝達関数の高周波ゲインの符号は既知である.
- 制御対象の伝達関数は最小位相である（零点が複素平面上で左半平面内に存在する）.

これらの仮定を満足する場合の適応制御系の安定性解析は理想状態における安定性解析と呼ばれる．実用的な観点からは，制御対象に関する既知情報がより少ない場合ほど適応制御系の需要は大きいと言える．しかし，安定な適応制御系を構成するための事前情報は上述の条件を満足するという厳しいものである．このことは，適応制御系の実用化に際しての大きな障害になっている．これらの条件の緩和に関する研究として，時変パラメータへの対応に関する研究 [1-23][1-24]，高周波ゲインの符号が未知である場合への対応 [1-25] などがある．

また，実際の制御対象は，厳密にモデル化すれば，多くの場合何らかの時変パラメータ，不感帯やヒステリシスなどの非線形要素を含む．さらに，制御装置の実装においては信号の観測ノイズなどの外乱の存在は避けることができない．通常のフィードバック制御系においては，制御系の安定性に大きな影響を及ぼさなかった外乱や測定ノイズ，モデル化されない高周波ダイナミクスなどの要素が適応制御系においては致命的な不安定化を引き起こす可能性が大きいことが示されている [1-8]．このことは，通常の線形フィードバック制御系が理論上は指数的な安定性を有するのに対して，適応制御系は理想状態においても指数的な安定性を有さず，また，非線形システムであるためと理解することができる．１９８０年以降，適応制御系の不安定性に関する研究が数多く発表されており，理想状態において安定性が証明されている適応制御系が任意の小さな外乱やモデル化されない動特性の影響により不安定化し得ることが明らかになっている [1-10][1-11][1-16]．実際の条件下においても実用的な安定性を失わないような適応制御系を構築することが１９８０年代以降の適応制御研究の課題となっている．外乱やモデル化誤差が存在しても安定性を保つ性質はロバスト性と呼ばれ，ロバストな性質を持つ適応制御系は一連の研究の中でロバスト適応制御系と呼ばれている．本論文は，適応制御系のロバスト性改善のための一手法に関するものである．

適応制御系の構成要素の中で，システムの未知パラメータを推定するパラメータ推定器の安定性は適応制御系全体の性能および安定性に大きく影響すると考えられ，ロバスト適応制御に関する多くの研究において，外乱などにより引き起こされる適応制御系の不安定現象をパラメータ推定器における調整パラメータの発散現象と関係づけて説明している．特に，外乱やノイズにより生じるパラメータのドリフト現象に対しては，平均化法や特異摂動法などの解析手法を用いて多くの解析がなされており，それらの解析結果に基づいてこれまでにさまざまな安定性の改善方法が提案されている．それらのうち主なものを以下にまとめる．

(適応則の変更によるもの)

調整パラメータの発散を防ぐことを目的として，パラメータの更新規則である適応則を変更する方法がある．代表的なものとして以下のものが知られている．

- 不感帯の導入 [1-9][1-17]
  パラメータ推定器内の誤差信号があらかじめ定めたある値以下になった時に調整パラメータの更新を止めることにより，システム内の信号の大きさがノイズの大きさと区別できないほど小さい場合の適応動作を禁止する方法である．不感帯の大きさを設計するためにいくつかの方法が提案されている．

- 減衰項の導入 (σ-修正法および e_1-修正法 [1-15][1-13])
  調整パラメータのドリフト現象により，調整パラメータがシステム全体の不安定域に入ることを防ぐことを目的として，適応則に小さな減衰項を付加する方法である．代表的なものにσ-修正法およびe_1-修正法がある．この方法の問題点は，外乱が取り除かれた場合であっても調整パラメータが正しい値に収束すると限らないこと，およびシステムの非線形性が強くなるために解の爆発現象などを引き起こす可能性があることである．そのため，調整パラメータのノルムがある値以上になった場合にのみ減衰項を付加する方法が提案されている．

- ハイブリッド適応則 [1-19]
  調整パラメータの推定動作を連続的に行いながら制御に用いる可変ゲインの更新は離散的に行う方法である．この方法は，パラメータ

推定の積分動作の性質を利用することにより，ノイズや高周波の外乱を平均化してその影響を取り除くことを目的とする．

(信号の特性の利用)
適応則の変更による安定性の改善方法が種々提案される一方で，パラメータ推定器内の調整パラメータの収束性はシステム内部の信号の特性と深く関係しているという事実に基づき [1-14][1-18]，適応制御系の安定性とシステムの内部信号の特性とを関係づけた研究が多くなされている [1-12]．一般に，外乱などの存在下においては調整パラメータの有界性はパラメータ推定器の内部信号が持続的に励振的である場合保証される．この特性はＰＥ特性と一般に呼ばれている．

(制御対象の既知情報の利用)
実際の問題においては適応制御がのぞまれる制御対象はその未知部分を制御対象全体の一部分として内在させていることが多い．しかし，一般論での適応制御系の設計方法によれば，制御対象のパラメータ全体が未知であるものとして問題を定式化するのが通常である．したがって，本質的に未知なパラメータ数以上の調整パラメータを推定する必要があり，パラメータの収束性およびシステムの安定性の観点からは好ましくない．その様な場合に伝達関数の次数以外の制御対象の既知情報を利用することにより調整パラメータ数を減少することが可能な場合があり，いくつかの研究がなされている [1-20]．パラメータ数が減少し調節するシステムの自由度が下がることは信号の励振性の面からも安定性に対して好ましい影響を与えることが期待できる．

(その他の方法)
これらの方法以外にこれまで発表されている研究のうち代表的なものとして，外乱補償入力により外乱を打ち消す方法 [1-21][1-22]，入力制限がある場合への対応 [1-26] などの研究が行われている．

１９８０年代後半以降の研究において，上述の制御対象の拡大，ロバスト安定性の向上と並行して，適応制御系の過渡応答の評価および改善に関する研究が多くなされている．適応制御における過渡応答とはパラメータ推定の初期段階での応答を意味する．適応制御系の過渡応答においては出力偏差や追従誤差が非常に大きくなる場合が多く，たとえ制御対象が理想状態にある場合であっても実用上許容できない程度に劣化する場合がある．しかし，このことは，これまでは理論的に問題とされることは少なかった．近年になり伝達関数のノルムの評価に基づく線形制御系の設計手

法が整備されてきたことから，この方法を応用して積極的に適応制御系の過渡応答を評価および改善する研究が行われている [1-27][1-28][1-29]．また，これまでの適応制御理論において，未知パラメータの推定機構の設計および制御系の設計はそれぞれ独立になされ，その後に制御系の安定性保証の問題が議論されてきた．このことは Certainty Equivalence Principle とよばれ，１９６０年代以降の適応制御系の基礎的な原理である．最近になりこの原理に基づいて適応制御系を設計することへの疑問点が指摘されており，この原理への依存を少なくした適応制御系の設計法がいくつか提案されている．これらの中には可変構造制御系の考え方を利用した VS-MRAC[1-30]，およびバックステッピング法による設計法 [1-31] などがある．

1.2 本研究の目的と内容

適応制御系はセルフチューニング方式制御系とモデル規範型適応制御系に分類することができる．本論文では，未知プラントの同定を行いながら同時に制御を行うモデル規範型適応制御系を問題として議論を行う．

本論文は，制御対象の既知情報を利用し未知パラメータの推定効率を向上することにより適応制御系の安定性の改善を図る方法について検討する．検討する方法は既知情報の種類によって大きく二通りに分かれる．

第一の方法は，制御対象の構造に関する既知情報を利用する方法である．この方法は適応制御系の構造の変更により行う．この場合，推定する未知パラメータがどの様な形式で制御対象に含まれるかによって，幾通りかの方法が従来から提案されている．本論文では，制御対象の既知情報に応じて規範モデルの設定方法を変更し，パラメータの推定効率を向上する方法について検討を行う．制御対象が未知部分と既知部分とに分離可能であり，未知部分の入出力信号が測定可能な場合には，未知部分のみに対して規範モデルを設けることにより，調整パラメータ数を減少し，パラメータの推定効率を改善できる．また，このように制御対象の構造に関する既知情報を利用し，規範モデルの設け方に柔軟性を持たせることは，非線形性を有する制御対象であるロボットマニピュレータの適応制御系に応用することが可能である．ロボットマニピュレータの適応制御系においてはパラメータ推定器と制御系を分離することが難しく，入力飽和がパラメータの正しい推定を妨げるという問題があるが，上述の考え方によりこの問題を回避することが可能である．この方法についても検討を行う．

第二の方法は，制御系の未知パラメータに関する既知情報を利用する方法である．この方法では，制御系の構造を変更せずに，パラメータの更新規則である適応則を変更する．この方法は制御対象にどのような形で未知パラメータが含まれているかに依存しないので，一般の適応制御系に広く応用することが可能である．一般に，適応制御系における推定パラメータ数は制御対象の伝達関数の次数に依存して決定される．従って，多くの場合には，制御対象が実際に含む物理的な未知パラメータの数より調整パラメータ数が多くなる．そのような場合，本質的な未知パラメータ数に対して，実際の制御系は冗長な調整パラメータを含むと考えることができる．従って，制御対象の既知情報を有効に利用すれば，調整パラメータの推定効率を向上させ，適応制御系の安定性を改善することが可能になるものと考えられる．

本論文の具体的な内容を以下に整理する．

1. 適応ＤＣサーボ系の実際的な条件下での安定性に関して理論的および実験的な解析を行う．得られた結果に基づき制御系の構造を変更し安定性を改善する方法を示す．

2. 制御系の一部分のみを適応制御系の構造とする場合のシステム全体の安定性の問題を定式化し，その安定性の証明を与える．

3. ロボットマニピュレータの適応制御系において，ロボットと平行にパラメータ推定のためのモデルを設けることにより間接法による適応制御系を構成する方法を示し，軌道追従制御へ適用した場合の安定性の証明を与える．

4. 制御対象の既知情報を利用した適応則を提案し，その安定性に関する性質を明らかにする．

1.3 本論文の構成

本論文の構成は以下の通りである．

２章では，ＤＣサーボモータを用いた位置決め制御系において慣性負荷変動の補償を目的として適応制御系を構成した場合を問題とし，システムの実際的な条件下での安定性に関して実験的な検討および理論的な解析を行う．実験において観測された調整パラメータのドリフト現象を特異摂動の手法を用いて解析する．未知パラメータが慣性負荷のみであることを仮定して，制御系内の調整パラメータ数を減少することによりシステムの安定性を改善する方法について検討する．この方法は制御対象を未知部分と既知部分に分離することが可能であり，未知部分の入力出力信号が観測可能である場合に適用が可能である．２章の最後では，外乱などに対するロバスト性を改善するために提案されている適応則の一つであるσ-修正法を，問題とする適応サーボ系に適用した場合のシステムの安定性に関する検討を行う．問題とするシステムにおいて発生する非線形現象を分岐解析の手法を用いて解析する．

３章では，２章で検討した制御系を局所的な適応フィードバックループを有する制御系として一般的に定式化し，理想状態での安定性の証明を行う．

４章では，間接法によるロボットマニピュレータの適応制御系の一構成法を提案し，安定性の証明を行う．

５章では，制御系の構造の変更を伴わずにプラント既知情報を利用する方法として，適応則にプラント情報を取り込む一方法を提案する．調整パラメータの正しい値がパラメータ空間内で存在する範囲を拘束条件として適応則に付加する．提案した方法がパラメータの収束条件を改善することを示す．

６章では本論文の結論をまとめる．

1.4 数式の記述について

本論文中の数式で用いる記号について以下にまとめる．

線形伝達関数を持つ要素への入出力関係を以下の通り表す．

$$y(t) = H(s)u(t), \tag{1.1}$$

ここで，$H(s)$ は要素の伝達関数，$y(t)$ は出力信号，$u(t)$ は入力信号をそれぞれ表す．

ベクトル，行列および関数のノルムに関しては主に文献 [1-7] に従い以下の記号を用いる．スカラー値 x に対して $|x|$ は x の絶対値をあらわし，ベクトル値 x に対して $\|x\|$ により x のユークリッドノルムを表す．行列 A に対して，適当な次元のベクトル x を用いて，導入ノルムを次式で定義する．

$$\|A\| = \sup_{\|x\|=1} \|Ax\|. \tag{1.2}$$

時刻 $t \in [0, \infty)$ で定義されるスカラ関数 $u(t)$ に対して，自然数 p を用い

て，L_p ノルム $\|u\|_p$ を次式で定義する．

$$\|u\|_p = \left(\int_0^\infty |u(\tau)|^p d\tau\right)^{1/p}, \tag{1.3}$$

$$\|u_t\|_p = \left(\int_0^t |u(\tau)|^p d\tau\right)^{1/p}, \tag{1.4}$$

ただし，$p = \infty$ に対しは次式のとおりとする．

$$\|u\|_\infty = \sup_{\tau \geq 0} |u(\tau)|, \tag{1.5}$$

$$\|u_t\|_\infty = \sup_{t \geq \tau \geq 0} |u(\tau)|. \tag{1.6}$$

$u(t) \in R^{n\times 1}$ に対しては以下のとおり定義する．

$$\|u\|_\infty = \left(\sum_{i=1}^n \|u_i\|_\infty^2\right)^{1/2}, \tag{1.7}$$

$$\|u_t\|_\infty = \left(\sum_{i=1}^n \|u_{it}\|_\infty^2\right)^{1/2}. \tag{1.8}$$

L_p ノルム $\|u\|_p$ が存在するときに $u(\cdot) \in L_p$ と書く．また，$\|u_t\|_p$ が存在するときに $u(\cdot) \in L_{pe}$ と書く．

参考文献

[1-1] H. P. Whitaker : An adaptive system for control of the dynamic performance of aircraft and spacecraft; Paper No. 59-100, Institute of the Aeronautical Sciences (1959)

[1-2] K. J. Aström and B. Wittenmark : On self-tuning regulators ; Automatica, Vol. 9, No. 2, pp. 185〜199 (1973)

[1-3] G. Luders and K. S. Narendra : An adaptive observer and identifier for a linear system ; IEEE Trans. Automat. Contr., Vol. 18, No. 5, pp. 496〜499 (1973)

[1-4] A. S. Morse : Global stability of parameter-adaptive control systems ; IEEE Trans., Automat. Contr., Vol. 25, No. 3, 433〜439 (1980)

[1-5] K. S. Narendra, Y. H. Lin and L. S. Valavani : Stable adaptive controller design ; IEEE Trans., Automat. Contr., Vol. 25, No. 3, pp. 440〜448 (1980)

[1-6] I. D. Landau : Adaptive control-The model reference approach ; Marcel Dekker, New York (1979)

[1-7] S. Sastry and M. Bodson : Adaptive control, stability, convergence, and robustness ; Prentice-Hall (1989)

[1-8] C. E. Rohrs, L. Valavani, M. Athans and G. Stein : Robustness of continuous-time adaptive control algorithms in the presence of unmodeled dynamics ; IEEE Trans. Automat. Contr., Vol. 30, No. 9, pp. 881〜889 (1985)

[1-9] B. B. Peterson and K. S. Narendra : Bounded error adaptive control ; IEEE Trans. Automat. Contr., Vol. 27, No. 6, pp. 1161〜1168 (1982)

[1-10] B. D. Riedle and P. V. Kokotovic : Disturbance instability in an adaptive system ; IEEE Trans. Automat. Contr., Vol. 29, No. 9, pp. 822〜824 (1984)

[1-11] B. D. Riedle and P. V. Kokotovic : A stability-instability boundary for disturbance-free slow adaptation with unmodeled dynamics ; IEEE Trans. Automat. Contr., Vol. 30, No. 10, pp. 1027〜1030 (1985)

[1-12] K. S. Narendra and A. M. Annaswamy : Robust adaptive control in the presence of bounded disturbances ; IEEE Trans. Automat. Contr., Vol. 31, No. 4, pp. 306〜315 (1986)

[1-13] K. S. Narendra and A. M. Annaswamy : A new adaptive law for robust adaptation without persistent excitation ; IEEE Trans. Automat. Contr., Vol. 32, No. 2, pp. 134〜145 (1987)

[1-14] A. P. Morgan and K. S. Narendra : On the uniform asymptotic stability of certain linear nonautonomous differential equations ; SIAM J. Control and Optimization, Vol. 15, No. 1, pp. 5〜24 (1977)

[1-15] P. A. Ioannou and P. V. Kokotovic : Robust redesign of adaptive control ; IEEE Trans. Automat. Contr., Vol. 29, No. 3, pp. 202〜211 (1984)

[1-16] S. Boyd and S. Sastry : Necessary and sufficient conditions for parameter convergence in adaptive control ; Automatica, Vol. 22, No. 6, pp. 629～639 (1986)

[1-17] G. Kreisselmeier and K. S. Narendra : Stable model reference adaptive control in the presence of bounded disturbances ; IEEE Trans. Automat. Contr., Vol. 27, No. 6, pp. 1169～1175 (1982)

[1-18] B. D. O. Anderson and C. R. Johnson : Exponential convergence of adaptive identification and control algorithm ; Automatica, Vol. 18, No.1, pp.1～13 (1982)

[1-19] K. S. Narendra and A. M. Annaswamy : Stable adaptive control; Prentice Hall (1989)

[1-20] E. W. Bai and S. Sastry : Parameter identification using prior information ; Int. J. Control, Vol. 44, No. 2, pp. 455～473 (1986)

[1-21] 藤井, 水野：未知確定外乱を考慮した離散時間モデル規範適応制御；計測自動制御学会論文集, Vol. 21, No. 2, pp. 914～920 (1985)

[1-22] 内門, 金井, 長：外乱を考慮する連続時間適応制御系の一設計；計測自動制御学会論文集, Vol. 22, No. 6, pp. 706～708 (1986)

[1-23] 大川不二夫：ある種の線形時変系に対するモデル規範適応制御系の一構成法；計測自動制御学会論文集, Vol. 20, No. 9, pp. 801～806 (1984)

[1-24] R. H. Middleton and G. C. Goodwin : Adaptive control of time-varying linear system ; IEEE Trans. Automat. Contr., Vol. 33, No. 2, pp. 150～155 (1988)

[1-25] D. R. Mudgett and A. S. Morse : Adaptive stabilization of linear systems with unknown high frequency gains ; IEEE Trans. Automat. Contr., Vol. 30, No. 6, pp. 549～664 (1985)

[1-26] 藤井, 水野：プラント入力に振幅制限がある場合のモデル規範適応制御系の構成；計測自動制御学会論文集, Vol. 19, No. 5, pp. 8367～373 (1983)

[1-27] R. Ortega : Transient bounds of dynamic certainty equivalent adaptive controllers ; Int. J. Adaptive control and signal processing, Vol. 7, No. 4, pp. 291～295 (1933)

[1-28] J. Sun : A modified model reference adaptive control scheme for improved transient performance ; IEEE Trans. Automat. Control, Vol. 38, No.8, pp. 1255～59 (1993)

[1-29] A. Datta : Transient performance improvement in continuous-time model reference adaptive control, An L1 formulation ; Proc. 1993 American Contr. Conf., pp. 294～295 (1993)

[1-30] L. Hsu : Variable structure model-reference adaptive control (VS-MRAC) using only input and output measurements, the general case ; IEEE Trans. Automat. Control, Vol. 35, No. 11, pp. 1238～1243 (1990)

[1-31] M. Krestic, I. Kanellakopoulos and P. V. Kokotovic : Passivity and parametric robustness of a new class of adaptive systems ; Automatica, Vol. 30, No. 11, pp. 1703～1716 (1994)

[1-32] C. S. Drenick and R. A. Shahbender, Adaptive servomechanisms : AIEE Trans. Vol. 76, pp. 286～292 (1957)

[1-33] M. L. Bykhovskiy, Sensitivity and dynamic accuracy of control systems : Engineering Cybernetics 1964, Nov.-Dec., pp. 121～134 (1964)

[1-34] P. V. Osburn, H. P. Whitaker and A. Kezer : New developments in the design of model reference adaptive control systems ; Proc. IAS 29th Annual Meeting, NY (1961)

2 速度規範モデルを有する適応ＤＣサーボ系のロバスト性解析

2.1 はじめに

モデル規範適応制御系 (MRACS) の安定性の問題は長年の理論的課題であったが，1980年に，理想化された条件のもとで解決された [2-1][2-2][2-3][2-4]．しかしその後，理想的条件を前提とした適応制御系は外乱，モデル化されない動特性などが存在するときには不安定化する場合があることが明らかとなり，近年ロバストな適応制御系に関連した研究が活発におこなわれている．

適応制御方式が現実のシステムに対して有効となるためにはこのロバスト性を保証する条件を明らかにすることが不可欠である．現在までに多くのロバスト適応制御方式が提案されている [2-5]．しかし，これらの制御方式については信号の有界性などの一般的性質については明らかにされているものの現実的な条件のもとでの挙動については未知の部分が多いように思われる．たとえ，プラント自体は低次の単純な比較的単純なものであっても，調整則を含めた制御系全体は高次の非線形方程式によって記述されることになり，そのダイナミクスは非常に複雑となりうるのである [2-6]．適応制御方式が実用化されるためには，現在までに提案されている種々の適応則について現実的な条件のもとでの特性を明らかにすることが重要である．

本章においては，ＤＣモータを用いた位置制御系において，負荷の変動が制御系の動特性に与える影響を取り除くために，モデル規範適応制御 (MRAC) 方式により負荷変動の補償を行った場合の系の安定性を解析し，理論的および実際的な検討を行う．サーボ系の適応制御についてはロボットマニピュレータ，船舶，航空機などについて応用例が報告されている．ＤＣサーボ系についても速度制御，位置制御に対するモデル規範適応制御の適用が試みられている [2-7][2-8][2-9][2-10]．

ところで，位置制御の場合は対象となるプラントは速度応答のブロック（速度ブロックと呼ぶ）と積分に分けられ，負荷などにより変動するパラメータは速度ブロックのみに含まれる．したがって，速度ブロックが一次遅れと近似できるなら，プラントは全体として２次系としてモデル化できる．未知あるいは変動パラメータを含む部分は１次系と考えることができるので，モデル規範適応制御系を構成するにあたっては，位置制御系全体に対して規範モデルを設けることはせず速度ブロックに対して規範モデルを設けうることが考えられる．この規範モデルを速度規範モデルと呼ぶことにする．この様な構成によって規範モデルが単純なものとなり調整パラメータの数も減少する．したがって，適応制御系全体の構成も単純化される．こうした考えに基づく適応サーボ系は望遠鏡 [2-11]，船舶のオートパイロット [2-12]，ロボットマニピュレータ [2-13] などに試みられている．

しかし，このようにして構成した適応制御系に対してはその安定性と適応系としての性質に新しい問題が生ずる．

第一は，この速度規範モデルをもつ適応サーボ系においては規範モデルと速度ブロックに与えられる目標信号が，位置の目標値と位置のフィードバック信号との偏差によって生成されるため，普通の適応制御系の安定性の証明において前提とされる目標信号の有界性が保証されないことである．第二に位置の出力が目標値に整定したあとは規範モデル，速度ブロックに対する入力はゼロとなり，調整パラメータが期待される値から大きくはずれた値に収束する可能性があることである．また，外乱などに対するロバスト性も適応ブロックが位置ループの内部にあることによる影響を受けるものと考えられる．

本章ではこのような問題について以下のような構成によって解析を行うことにする．

２．２では本論文で対象とする速度規範モデルを有する適応サーボ系の定式化を行い，いわゆる積分型調整則を用いた場合について安定性の解析を行う．制御系が一定目標入力への追従制御を行っている状態で一定値入力外乱が加わった場合，系の平衡点が失われ，調整パラメータの発散現象が起こる．この不安定現象を適応則度が十分に小さいと仮定して，特異摂動の手法 [2-15] [2-16] により動的特性の解析を行う．さらに，ここで問題としている，システム内部信号の持続的な励振特性が保証されない場合においても調整パラメータの有界性を保証するために提案されている，σ-修正法 [2-22] および，e_1-修正法 [2-23] による調整則を用いた場合についても同様に特異摂動の手法によって動的特性の解析を行いこれらの適応則における問題点を明らかにする．

２．３では問題とする適応ＤＣサーボ系へ持続的に変動する目標入力が与えられた場合のシステムのロバスト性に関して実験的な検討を行う．実験により得られた調整パラメータの挙動は２．２で得られた結果とは異なる種類の調整パラメータのドリフト現象であるが，２．２と同様の解析

手法により説明することができる．問題とするパラメータのドリフトの一つの解釈として，制御対象の含む未知パラメータ数に対して，制御系の調整パラメータの数が冗長であると考えることができる．そこで，制御系の若干の変更により調整パラメータ数を減少しパラメータドリフトを抑制する方法について検討する．

２．４では問題とする適応ＤＣサーボ系において，σ-修正法 および e_1-修正法を用いてパラメータの調整を行った場合に場合の問題点に関して理論的および実験的な検討を行う．これらの適応則においてはシステムの非線形性が増長され系が複雑な挙動を示す可能性がある．ここでは分岐解析の手法 [2-28] を用いて系の挙動に関する結果を示し，適応系の設計に役立てることについて検討する．

2.2 速度規範モデルを有する適応ＤＣサーボ系のロバスト性解析１

2.2.1 適応ＤＣサーボ系

ＤＣサーボモータを用いた位置制御系は，単純化すると Fig.2.1 のように表される．ここに，θ は負荷の回転角度，y は角速度である．また，負荷の変動などはパラメータ a,b に影響を与える．したがって，パラメータ a,b が未知だと仮定して Fig.2.2 のような適応制御系を構成する．Fig.2.2 の速度規範モデルとプラントを数式によって表現すると
速度規範モデル：

$$\dot{y}_m = -a_m y_m + b_m u. \tag{2.2}$$

プラント：

$$\dot{\theta} = y, \tag{2.3}$$

$$\dot{y} = -ay + b(k_y y + k_u u + d), \tag{2.4}$$

ここで，$u = r - \theta$，モデルおよびプラントのパラメータ a_m, b_m, a, b は正の定数とする．Fig.2.2 において k_y, k_u は可変ゲインであり，一定のルールに従って調整されるものとする．いわゆる積分型の調整則の場合次式のように調整される．

$$\dot{k}_y = \gamma_1 e_y y, \tag{2.5}$$

$$\dot{k}_u = \gamma_2 e_y u, \tag{2.6}$$

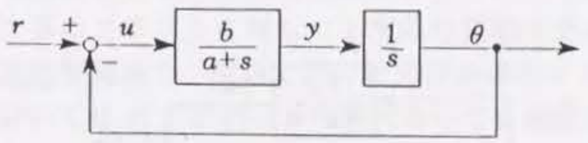


Fig.2.1 Block diagram of a simplified DC servo system

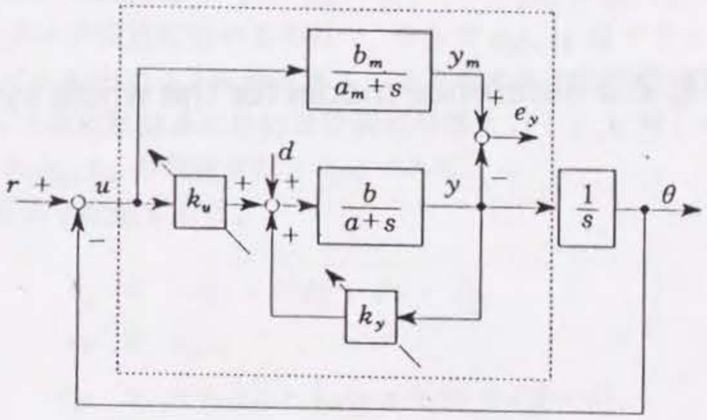


Fig.2.2 Adaptive servo system with a velocity reference model

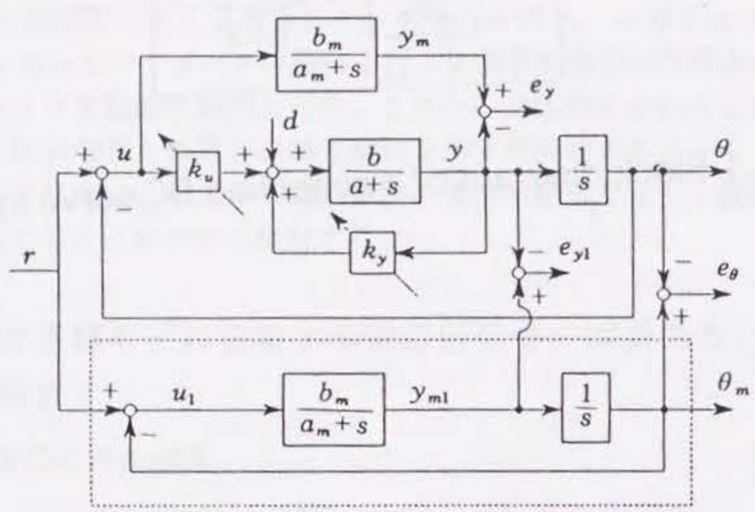


Fig.2.3 Reference model for the whole system

ここで，e_y は誤差信号で $e_y = y_m - y$，γ_1, γ_2 は設計パラメータで $\gamma_1, \gamma_2 > 0$ である．(2.2)〜(2.6) 式の初期条件は $t = 0$ において与えられているものとする．以降の記述においても同様であり，簡単のため個々に述べることは省略する．考察の対象とする時間範囲は $0 \leq t < \infty$ である．

Fig.2.2 は 2 次系のプラントに対して 1 次系の規範モデルを部分的に設けて構成した適応制御系で，波線で囲んだ部分が適応ブロックである．このシステムにおいては $r(\cdot)$ と $\dot{r}(\cdot)$ が有界であっても適応ブロック u が有界と仮定できないため通常の誤差収束性の証明はそのまま適用できない．また，適応ブロックの誤差収束性が証明された場合，プラント全体の出力 θ が位置制御系に対する規範モデルの出力に漸近することを確かめる必要がある．そこで，仮想的に Fig.2.3 の適応制御系を考える．Fig.2.3 で破線で囲まれた部分はプラント全体に対する規範モデルで次式で記述される．

$$\dot{\theta}_m = y_{m1}, \tag{2.7}$$

$$\dot{y}_{m1} = -a_m y_{m1} + b_m(r - \theta_m). \tag{2.8}$$

Fig.2.3 において誤差信号 $e_y(= y_m - y)$，$e_{y1}(= y_{m1} - y)$，$e_\theta(= \theta_m - \theta)$ のうちパラメータ調整に用いるのは e_y のみで e_{y1}, e_θ はプラントの出力 θ が規範モデルの出力 θ_m に漸近することを示すための誤差信号である．Fig.2.3 で示す適応制御系の目的は位置の目標入力 $r(t)$ に対して $e_\theta \to 0$ となるように k_y, k_u の調整を行うことである．

誤差方程式を記述すると，

$$\dot{e}_y = -a_m + b(\phi y + \psi u - d), \tag{2.9}$$

$$\dot{e}_\theta = e_{y1}, \tag{2.10}$$

$$\dot{e}_{y1} = -a_m e_{y1} - b_m e_\theta + b(\phi y + \psi u - d). \tag{2.11}$$

ここに，

$$e_\theta = \theta_m - \theta, \tag{2.12}$$

$$e_{y1} = y_{m1} - y, \tag{2.13}$$

$$\phi = (a - a_m)/b - k_y, \tag{2.14}$$

$$\psi = b_m/b - k_u, \tag{2.15}$$

である．

2.2.2 外乱のない場合の安定性

上記のシステムにおいて外乱のない理想的な条件のもとでは以下のように適応制御系の安定性が保証される．

定理 2.1 システム (2.2)〜(2.11) において，i) $d=0$ ，ii) $r(\cdot)$ と $\dot{r}(\cdot)$ が有界である，と仮定する．このとき以下のことが成り立つ．

$$\|\phi(t)\|, \|\psi(t)\| < \infty \quad (t \geq 0), \tag{2.16}$$

$$\lim_{t\to\infty} e_y(t) = 0, \tag{2.17}$$

$$\lim_{t\to\infty} e_{y1}(t) = 0, \tag{2.18}$$

$$\lim_{t\to\infty} e_\theta(t) = 0. \tag{2.19}$$

証明 最初に各信号の有界性を示し，その後各誤差信号の 0 への収束性を証明する．つぎのリアプノフ関数が存在することより $e_y(\cdot),\phi(\cdot),\psi(\cdot)$ は有界である．

$$V(t) = \frac{1}{2}(e_y^2 + \frac{b}{\gamma_1}\phi^2 + \frac{b}{\gamma_2}\psi^2). \tag{2.20}$$

(2.5)，(2.6)，(2.7) 式の解軌道に沿った微分は以下の通りである．

$$\dot{V} = -a_m e_y^2 \leq 0. \tag{2.21}$$

次に，$\theta(\cdot)$ の有界性を示すためにプラントを (2.22) 式のように変形する．

$$\begin{aligned} \dot{y} &= \dot{y}_m - \dot{e}_y \\ &= -a_m y - b_m\theta + b_m r - b(\phi y + \psi u). \end{aligned} \tag{2.22}$$

(2.22) 式より $\theta(t)$ は便宜的に次のように表される．

$$\begin{aligned} \theta(t) &= \frac{b_m}{s^2 + a_m s + b_m} r(t) \\ &\quad - \frac{b}{s^2 + a_m s + b_m}\{\phi(t)y(t) + \psi(t)u(t)\}. \end{aligned} \tag{2.23}$$

ここで，s は複素数であり，右辺第 1 項は $(b_m)/(s^2 + a_m s + b_m)$ なる伝達関数を持つ要素に入力 $r(t)$ が加えられたときの出力を意味する．第 2 項についても同様である．(2.23) 式において，第 1 項は明らかに有界である．また，また，第 2 項は次式の通り書き表すことができる．

$$\begin{aligned} &-\frac{s + a_m}{s^2 + a_m s + b_m} \cdot \frac{b}{s + a_m}(\phi y + \psi u) \\ &= -\frac{s + a_m}{s^2 + a_m s + b_m} e_y. \end{aligned} \tag{2.24}$$

$e_y(\cdot)$ の有界性はすでに示されており従って第 2 項は有界である．よって，$\theta(\cdot)$ は有界である．$u(= r - \theta)$ が有界となるので，$y_m(\cdot), y(\cdot)$ も有界である．

各信号の有界性が示されたので，誤差信号の収束性を証明する．u が有界であることより $e_y(t) \to 0$ となることは適応制御の安定性に関する一般論よりただちにいえることであるが，この場合以下のようにして証明される．(2.20)，(2.21) 式より $t \to \infty$ で $V(t)$ は一定値 V^* に収束する．したがって

$$\lim_{t\to\infty} \int_0^t \dot{V}(\tau) d\tau = V^* - V(0) < \infty. \tag{2.25}$$

(2.21) 式をさらに微分すると

$$\ddot{V} = 2a_m^2 e_y^2 - 2a_m b e_y(\phi y + \psi u). \tag{2.26}$$

$\ddot{V}(\cdot)$ が有界であるから $\dot{V}(\cdot)$ は一様連続関数である．よって $\dot{V} \to 0$ となる．すなわち

$$\lim_{t\to\infty} e_y(t) = 0. \tag{2.27}$$

また，(2.9) 式を微分すると

$$\ddot{e}_y = -a_m \dot{e}_y + b(\dot{\phi} y + \phi\dot{y} + \dot{\psi} u + \psi\dot{u}). \tag{2.28}$$

$\dot{e}_y$ は一様連続関数なので $\dot{e}_y \to 0$，これを (2.9) 式に代入すれば

$$\lim_{t\to\infty} \{\phi(t)y(t) + \psi(t)u(t)\} = 0. \tag{2.29}$$

すなわち (2.10)，(2.11) 式で与えられる誤差システムへの入力が 0 へ収束する．したがって

$$\lim_{t\to\infty} e_{y1}(t) = 0, \tag{2.30}$$

$$\lim_{t\to\infty} e_\theta(t) = 0. \tag{2.31}$$

□

2.2.3 外乱の影響

前節の結果より，外乱 $d = 0$ の場合には (2.2)〜(2.6) 式の適応制御系の出力$\theta(t)$ は規範出力$\theta_m(t)$ に $t \to \infty$ で一致し，$k_y(t), k_u(t)$ も有界にとどまることがわかる．

そこで，次に外乱 $d(t)$ のシステムに対する影響を見るために $d(t) = d \neq 0$ の場合を考える．また，簡単のために $r(t) = r > 0 (t \geq 0)$ と仮定する．プラント出力の有界性は前節のような簡単な議論から導くことはできないが，$e_y(\cdot)$ が有界であれば $\theta(\cdot)$ も有界であることは $d = 0$ のときと同様に θ が次式で表されることより明かである．

$$\theta = \frac{b_m}{s^2 + a_m s + b_m} r - \frac{s + a_m}{s^2 + a_m s + b_m} e_y. \tag{2.32}$$

外乱がある場合，詳細な解析を進めるのは一般には困難である．そこで，以下では可変ゲインの調整速度は Fig.2.2 の速度ブロックの応答速度に比べて十分小さいという条件のもとでシステムの挙動を考察する．すなわち，(2.5)，(2.6) 式において γ_1, γ_2 は小さなパラメータ $\varepsilon (> 0)$ によって $\gamma_1 = \varepsilon \bar{\gamma}_1, \gamma_2 = \varepsilon \bar{\gamma}_2$ と表されていると仮定する．このときシステムは

速度規範モデル：

$$\dot{y}_m = -a_m y_m + b_m u, \tag{2.33}$$

プラント：

$$\dot{\theta} = y, \tag{2.34}$$

$$\dot{y} = -ay + b(k_y y + k_u u + d), \tag{2.35}$$

調整則：

$$\dot{k}_y = \varepsilon \bar{\gamma}_1 e_y y, \quad k_y(0) = k_y^0, \tag{2.36}$$

$$\dot{k}_u = \varepsilon \bar{\gamma}_2 e_y u, \quad k_u(0) = k_u^0, \tag{2.37}$$

と表される．$\tau = \varepsilon t$ とおいて上記のシステムを遅いタイムスケールで書き直すと

$$\varepsilon \frac{dy_m}{d\tau} = -a_m y_m + b_m u, \tag{2.38}$$

プラント：

$$\varepsilon \frac{d\theta}{d\tau} = y, \tag{2.39}$$

$$\varepsilon \frac{dy}{d\tau} = -ay + b(k_y y + k_u u + d), \tag{2.40}$$

調整則：

$$\frac{dk_y}{d\tau} = \bar{\gamma}_1 e_y y, \tag{2.41}$$

$$\frac{dk_u}{d\tau} = \bar{\gamma}_2 e_y u. \tag{2.42}$$

なお，変数 $y_m(\tau/\varepsilon)$ などを簡単のため $y_m(\tau)$ などのように，もとの系と同じ記号で表している．(2.38)〜(2.42) 式において $\varepsilon = 0$ とおくと

$$a_m y_m = b_m(r - \theta), \tag{2.43}$$

$$y = 0, \tag{2.44}$$

$$k_u(r - \theta) + d = 0, \tag{2.45}$$

$$\frac{dk_y}{d\tau} = \bar{\gamma}_1 e_y y, \tag{2.46}$$

$$\frac{dk_u}{d\tau} = \bar{\gamma}_2 e_y u. \tag{2.47}$$

$$\tag{2.48}$$

(2.43)〜(2.47) 式を満足する y_m, θ, y, k_y, k_u をそれぞれ $\bar{y}_m, \bar{\theta}, \bar{y}, \bar{k}_y, \bar{k}_u$ とすると

$$\bar{y}_m = -\frac{b_m}{a_m}\left(\frac{d}{\bar{k}_u}\right), \tag{2.49}$$

$$\bar{\theta} = r + \frac{d}{\bar{k}_u}, \tag{2.50}$$

$$\bar{y} = 0. \tag{2.51}$$

(2.49)〜(2.51) 式を (2.46)，(2.47) 式に代入すると

$$\frac{d\bar{k}_y}{d\tau} = 0, \tag{2.52}$$

$$\frac{d\bar{k}_u}{d\tau} = \bar{\gamma}_2 \frac{b_m}{a_m} \frac{d^2}{\bar{k}_u^2}. \tag{2.53}$$

$\bar{k}_y(0) = k_y^0, \bar{k}_u(0) = k_u^0$ とすると (2.52)，(2.53) 式より，

$$\bar{k}_y = k_y^0, \tag{2.54}$$

$$\bar{k}_u = \{3\bar{\gamma}_2 \frac{b_m}{a_m} d^2 \tau + k_u^{0^3}\}^{\frac{1}{3}}. \tag{2.55}$$

(2.52)，(2.53) をもとのシステム (2.38)〜(2.42) 式の縮約モデルと呼び，$\bar{y}_m, \bar{\theta}, \bar{y}, \bar{k}_y, \bar{k}_u$ を (2.38)〜(2.42) 式の準定常状態と呼ぶ．

さて，もとのシステムの解と準定常状態との関係は特異摂動法における Tikhonov の定理 [2-15][2-16] によって与えられる（付録 2.1 参照）．この定理を適用して以下の結果を得る．

定理 2.2 十分小さな $\eta > 0$ に対して $a/b - k_y^0 > \eta, k_u^0 > \eta$ ならば任

意の区間 $[0,T](0<T<\infty)$ に対して $\tau_1>0$ が存在し，$\varepsilon\to 0$ とすると $[\tau_1,T]$ 上で一様に $(y_m,\theta,y)\to(\bar{y}_m,\bar{\theta},\bar{y})$ となり，また，区間 $[0,T]$ 上で一様に $(k_y,k_u)\to(\bar{k}_y,\bar{k}_u)$ となる．(証明は付録 2.2 参照)

この定理より ε が十分小さいならば $t_1>0$ が存在し，$t>t_1$ に対して，

$$k_y \cong k_y^0, \tag{2.56}$$
$$k_u \cong \{3\gamma_2\frac{b_m}{a_m}d^2t+k_u^{0^3}\}^{\frac{1}{3}}, \tag{2.57}$$
$$y_m \cong \frac{b_m}{a_m}(r-\theta), \tag{2.58}$$
$$\theta \cong r+\frac{d}{k_u}, \tag{2.59}$$
$$y \cong 0. \tag{2.60}$$

したがって，$k_u(t)$ は十分小さな ε に対しては時間と共に t の $\frac{1}{3}$ のオーダーで発散する．すなわち，どのような小さな一定値外乱に対してもこのシステムの安定性は失われることになる．

2.2.4 σ-修正法，e_1-修正法による適応サーボ系の安定性

2.2.3 の結果より，外乱がある場合には従来の積分型調整則では，可変パラメータ k_u が発散することがわかる．この章では，外乱に対してロバストな調整則として知られている σ-修正法，e_1-修正法を用いた調整則を上記のシステムに適用した場合について考察する．規範モデルとプラントはそれぞれ (2.2)，(2.3)，(2.4) 式で表される．σ-修正法による調整則は次式で表される．

$$\dot{k}_y = \gamma_1 e_y y-\sigma_1 k_y, \quad k_y(0)=k_y^0, \tag{2.61}$$
$$\dot{k}_u = \gamma_2 e_y u-\sigma_2 k_u, \quad k_u(0)=k_u^0, \tag{2.62}$$

ここで，$\sigma_1,\sigma_2>0$ である．この調整則を用いた系においてはシステム内の全信号の有界性を (2.20) 式と同じリアプノフ関数を用いて示すことができる．(2.20) 式を (2.61)，(2.62)，(2.9) 式の解軌道に沿って微分すれば

$$\begin{aligned}\dot{V} &= -a_m(e_y+\frac{bd}{2a_m})^2-\frac{\sigma_1 b}{\gamma_1}(\phi-\frac{a-a_m}{2b})^2\\ &\quad -\frac{\sigma_2 b}{\gamma_2}(\phi-\frac{b_m}{2b})^2+C,\end{aligned} \tag{2.63}$$

$$C = \frac{b^2d^2}{4a_m}+\frac{\sigma_1(a-a_m)^2}{4b\gamma_1}+\frac{\sigma_2 b_m^2}{4b\gamma_2}.$$

領域 D を次の通り定義する．

$$\begin{aligned}D &= \{(e,\phi,\psi)|-a_m(e_y+\frac{bd}{2a_m})^2-\frac{\sigma_1 b}{\gamma_1}(\phi-\frac{a-a_m}{2b})^2\\ &\quad -\frac{\sigma_2 b}{\gamma_2}(\psi-\frac{b_m}{2b})^2+C\geq 0\}.\end{aligned}$$

D の外では $\dot{V}<0$ となるので e_y,ϕ,ψ は有界である．定理 2.1 の証明と同様に θ の有界性も示すことができる．

ここまでの議論から明らかなように σ-修正法による調整則を用いた系では一定値外乱の存在する場合にも調整パラメータの有界性は保証されている．以下ではさらに詳細な系の挙動を考察するために 2.2.3 と同様に可変ゲインの調整速度がプラントや規範モデルの応答速度に比べて十分小さいという条件のもとで解析を行う．すなわち (2.61)，(2.62) 式において $\gamma_1=\varepsilon\bar{\gamma}_1,\gamma_2=\varepsilon\bar{\gamma}_2,\sigma_1=\varepsilon\bar{\sigma}_1,\sigma_2=\varepsilon\bar{\sigma}_2$ と表されていると仮定する．

$$\dot{k}_y = \varepsilon(\bar{\gamma}_1 e_y y-\bar{\sigma}_1 k_y), \tag{2.64}$$
$$\dot{k}_u = \varepsilon(\bar{\gamma}_2 e_y u-\bar{\sigma}_2 k_u). \tag{2.65}$$

このとき次のことが言える．十分小さな ε に対してある時刻 $t_1>0$ が存在して $t>t_1$ において以下の近似が成り立つ．

$$y_m \cong \frac{b_m}{a_m}(r-\theta), \tag{2.66}$$
$$\theta \cong r+\frac{d}{k_u}, \tag{2.67}$$
$$y \cong 0, \tag{2.68}$$
$$k_y \cong k_y^0 exp(-\sigma_1 t), \tag{2.69}$$
$$k_u \cong \{\frac{b_m\gamma_2}{a_m\sigma_2}d^2-(\frac{b_m\gamma_2}{a_m\sigma_2}d^2-k_u^{0^3})exp(-3\sigma_2 t)\}^{\frac{1}{3}}. \tag{2.70}$$

このことを示すために $\tau=\varepsilon t$ とおいてこのシステムを遅いタイムスケールで書き直すと

$$\varepsilon\frac{dy_m}{d\tau} = -a_m y_m+b_m u, \tag{2.71}$$
$$\varepsilon\frac{d\theta}{d\tau} = y, \tag{2.72}$$

$$
\begin{aligned}
\varepsilon\frac{dy}{d\tau} &= -ay + b(k_y y + k_u u + d), &(2.73)\\
\varepsilon\frac{dk_y}{d\tau} &= \bar{\gamma}_1 e_y y - \bar{\sigma}_1 k_y, &(2.74)\\
\varepsilon\frac{dk_u}{d\tau} &= \bar{\gamma}_2 e_y u - \bar{\sigma}_2 k_u. &(2.75)
\end{aligned}
$$

(2.71)〜(2.75) 式において規範モデルとプラントに相当する部分は 2.2.3 のそれに等しいので定理 2.2 をそのまま用いることができる．$\varepsilon = 0$ とおいた代数方程式は (2.49)〜(2.51) 式で表され，これらの式を (2.74)，(2.75) 式に代入すると

$$
\begin{aligned}
\frac{d\bar{k}_y}{d\tau} &= -\sigma_1 \bar{k}_y, &(2.76)\\
\frac{d\bar{k}_u}{d\tau} &= \bar{\gamma}_2 \frac{b_m d^2}{a_m \bar{k}_u^2} - \bar{\sigma}_2 \bar{k}_u. &(2.77)
\end{aligned}
$$

$\bar{k}_u(0) = k_y^0, \bar{k}_u(0) = k_u^0$ とすると (2.76)，(2.77) 式より

$$
\begin{aligned}
\bar{k}_y &= k_y^0 exp(-\bar{\sigma}_1 \tau), &(2.78)\\
\bar{k}_u &= \{\frac{b_m \bar{\gamma}_2}{a_m \bar{\sigma}_2} d^2 - (\frac{b_m \bar{\gamma}_2}{a_m \bar{\sigma}_2} d^2 - k_u^{0^3}) exp(-3\bar{\sigma}_2 t)\}^{\frac{1}{3}}. &(2.79)
\end{aligned}
$$

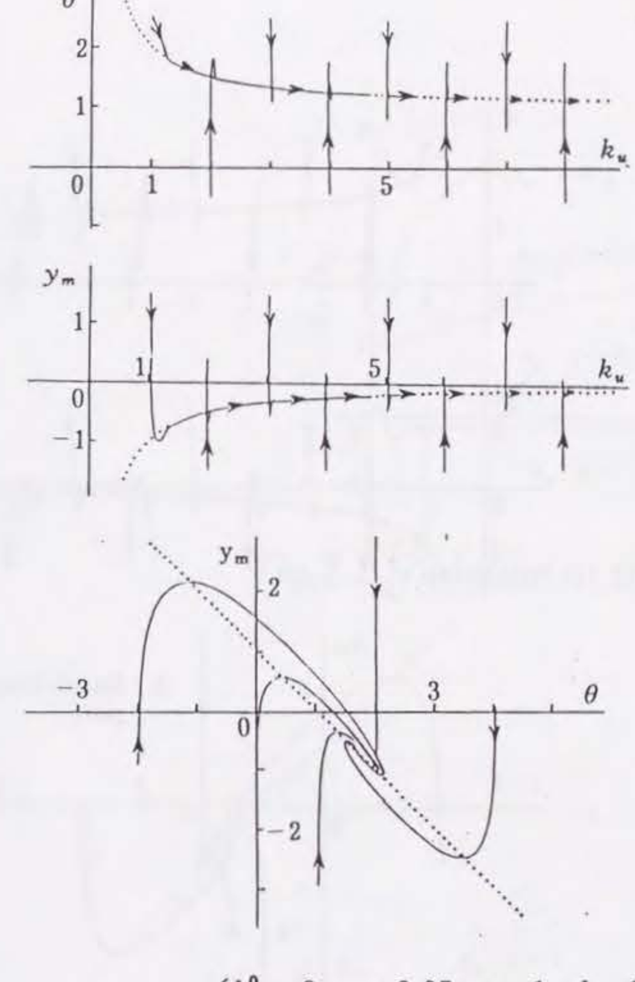
これらをもとの時間 t で表せば (2.66)〜(2.70) 式を得る．また，この場合縮約モデル (2.76)，(2.77) 式の平衡点 $(k_y^*, k_u^*) = (0, (b_m \bar{\gamma}_2 d^2 / a_m \bar{\sigma}^2)^{1/3})$ は漸近安定である．また，(2.78)，(2.79) 式より k_y^0, k_u^0 が定理 2.2 の条件を満足すれば $t > t_0$ において $a/b - k_y(t) > \eta, k_u(t) > \eta$ が満足される．このような場合には定理 2. 2 の T は $T = \infty$ ととることができる．すなわち，(2.66)〜(2.70) 式の近似は $0 < t_1 < \infty$ となる t について一様となる．

つぎに，次式の e_1-修正法による調整則を用いた場合について少し触れる．

$$
\begin{aligned}
\dot{k}_y &= \gamma_1 e_y y - \sigma_1 |e_y| k_y, &(2.80)\\
\dot{k}_u &= \gamma_2 e_y y - \sigma_2 |e_y| k_u. &(2.81)
\end{aligned}
$$

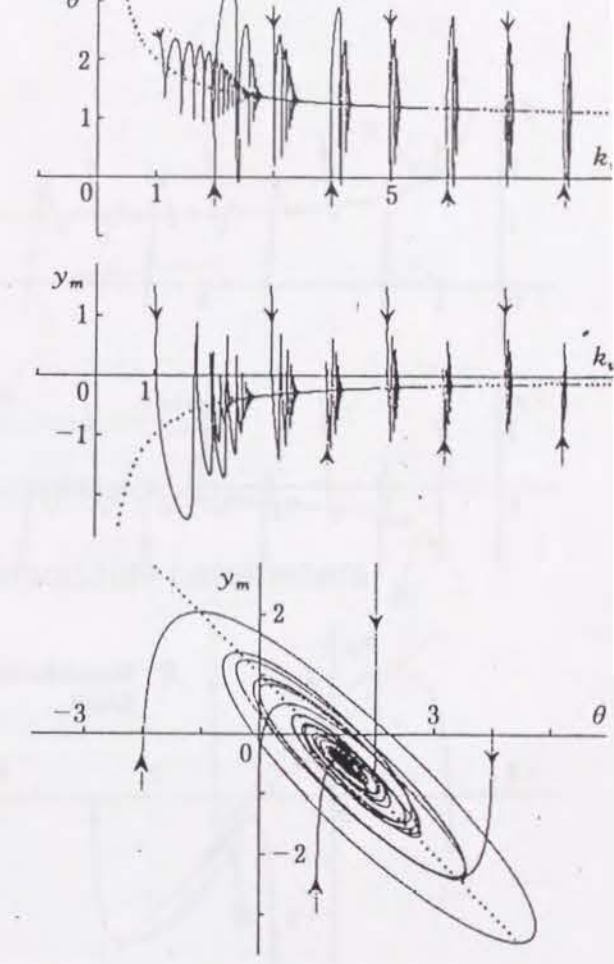
この場合縮約モデルは以下のようになる．

$$
\begin{aligned}
\frac{d\bar{k}_y}{d\tau} &= -\bar{\sigma}_1 \frac{b_m}{a_m} |\frac{d}{\bar{k}_u}| \bar{k}_y, &(2.82)\\
\frac{d\bar{k}_u}{d\tau} &= \frac{b_m}{a_m} (\frac{\bar{\gamma}_2}{d}^2 \bar{k}_u^2 - \bar{\sigma}_2 |\frac{d}{\bar{k}_u}| \bar{k}_u). &(2.83)
\end{aligned}
$$



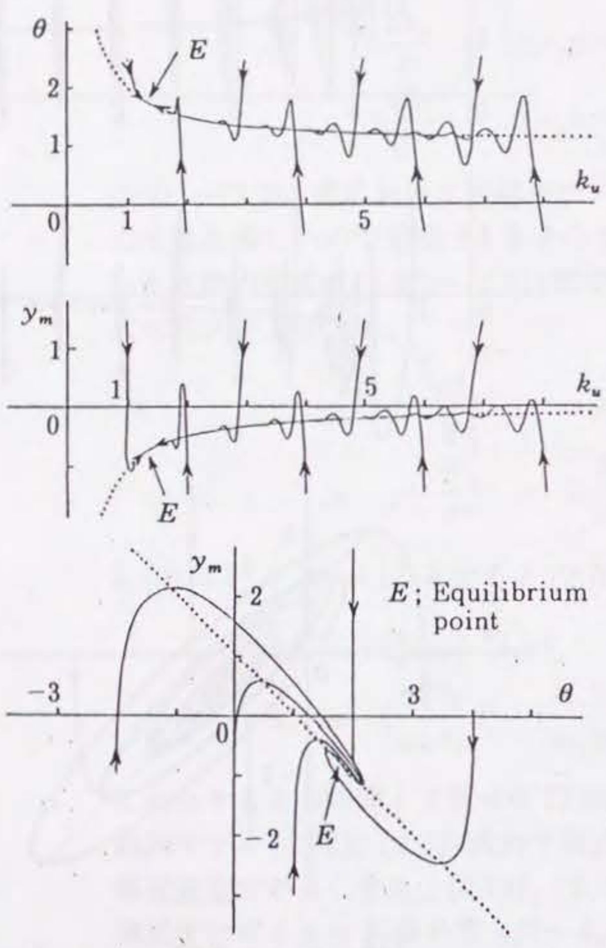
$(k_y^0 = 0,\ \varepsilon = 0.05,\ r = 1,\ d = 1)$

Fig.2.4 Trajectories of the system



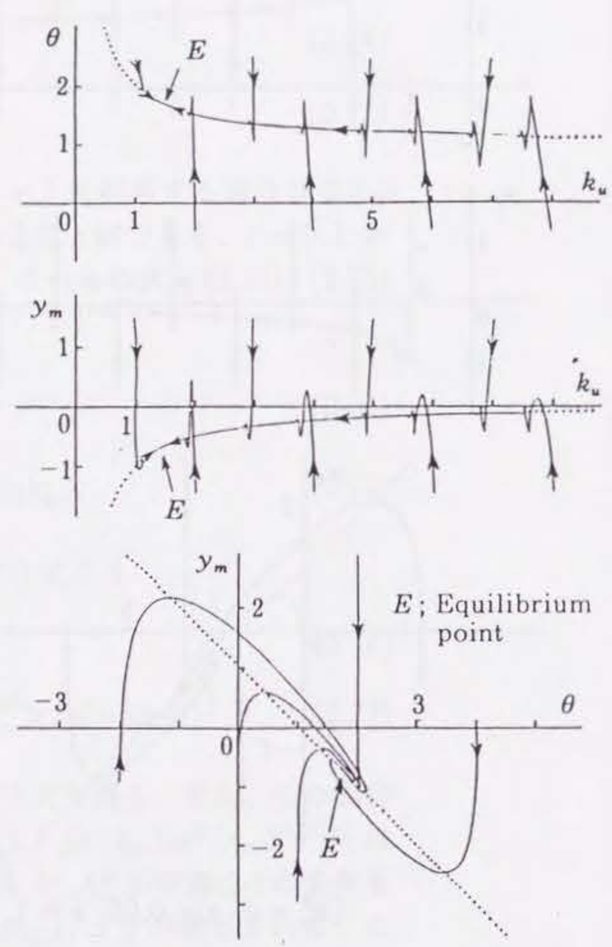
$(k_y^0 = 2,\ \varepsilon = 0.05,\ r = 1,\ d = 1)$

Fig.2.5 Trajectories of the system



($\varepsilon = 0.05,\ r = 1,\ d = 1$)

Fig.2.6 Trajectories of the system with the σ-modification



($\varepsilon = 0.05,\ r = 1,\ d = 1$)

Fig.2.7 Trajectories of the system with the e1-modification

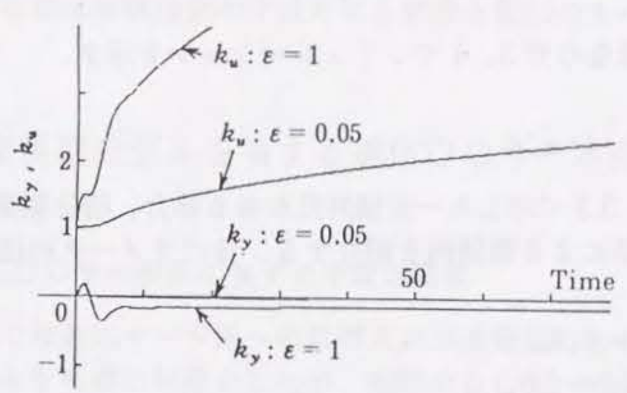


Fig.2.8 Variation of the adjustable parameters

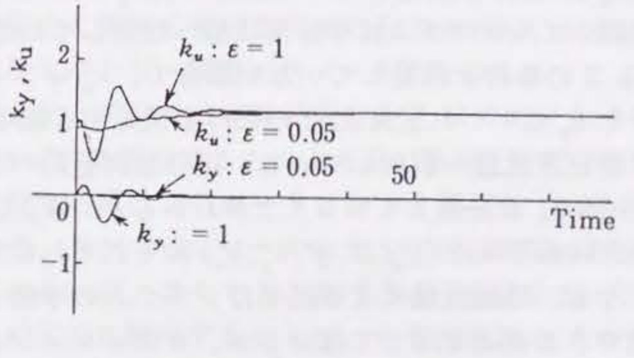


Fig.2.9 Variation of the adjustable parameters with the σ-modification

縮約モデルの平衡点は

$$(k_y^*, k_u^*) = (0, \sqrt{\bar{\gamma}_2|d|/\bar{\sigma}_2}). \tag{2.84}$$

詳細な解析は困難なので 3．4 でシミュレーションを示す．

2.2.5　シミュレーション

以下では 3.2，3.3 で示した一定値外乱がある場合，積分型調整則，σ-修正法，e_1-修正法による数値例を紹介する．各パラメータの値を以下に記述する．
規範モデル：$a_m = 2, b_m = 2,$
プラント：$a = 1, b = 0.5,$
適応ゲイン：$\gamma_1 = 1, \gamma_2 = 1, \sigma_1 = 0.5, \sigma_2 = 0.5, \varepsilon = 0.05,$
目標入力：$r = 1,$
外乱：$d = 1.$

Fig.2.4，Fig.2.5 は積分型調整則，Fig.2.6 は σ-修正法，Fig.2.7 は e_1-修正法による各パラメータの軌跡を $k_u - \theta, k_u - y_m, \theta - y_m$ 平面上にそれぞれプロットしたものである．準定常状態において k_u, θ, y_m が満足する関係 (2.58)，(2.59) 式を図中に点線で表した．Fig.2.4，Fig.2.6，Fig.2.7 は定理 2.2 の k_y^0, k_u^0 の条件を満足している場合で，$k_y^0 = 0$ として与えた．どの調整則においてもシステムは準定常状態へ収束している．また，Fig.2.5 は，定理 2．2 の条件を満足していない場合で，$k_u^0 = 2$ として与えた．この場合でも k_y はいづれ定理 2．2 の条件を満足する領域に達し，その後システムは準定常状態へ収束している．積分型調整則の場合，その後，可変パラメータ k_u は発散していることがわかる．σ-修正法，e_1-修正法の場合，システムの平衡点 $(y_m^*, \theta^*, y^*, k_y^*, k_u^*)$ にそれぞれ収束していることが分かる．なお，特異摂動による結果はシステムの挙動が準定常状態によって近似できることを示してはいるが，シミュレーションに見られるような準定常状態への収束を意味するものではない．準定常状態への収束性を示すことは今後の理論上の課題である．

ところで，2.2，2.3 では適応則の動作が十分遅いと仮定して，それぞれの調整則について解析を行った．これらの調整則において可変パラメータ k_y, k_u の時間応答を Fig.2.8，Fig.2.9 に示している．Fig.2.8 は積分型調整則，Fig.2.9 はσ-修正法による可変パラメータの応答である．また，$\varepsilon = 0.05, \varepsilon = 1$ それぞれの場合について示してあるが，積分型調整則の

場合，ε の大きさにかかわらず，k_y, k_u ともに平衡点に収束していることが分かる．したがって，適応ゲインが十分小さいといえない場合にもシステムの挙動は特異摂動の手法による結果と類似のものとなると予想される．

2.3　速度規範モデルを有する適応ＤＣサーボ系のロバスト性解析２

2.3.1　適応ＤＣサーボ系に生ずる不安定現象

２．２では適応サーボ系への目標入力が一定値のもとでの一定値外乱の影響のみを考察の対象としたが，実際のＤＣサーボ系においては減速機などによる摩擦や，モータのコイルによる小さな時定数，負荷駆動軸などのたわみによる高周波振動モードがプラントに含まれ，制御系の安定性に悪影響を与えることが考えられる．

本節では，より一般的な条件下での適応サーボ系の安定性について検討するために，目標入力が持続的に変動する条件下での安定性の解析を行う．実際のＤＣサーボ系における実験結果を示し，実験結果に基づき不安定現象の解析を行う．さらに，この検討結果にもとずいて，ロバスト性の改善のための，考えられる対策を提案する．モデル規範型の適応サーボ系の構成法は種々考えられるが，制御系の構成を容易にすることおよび，安定性に関する解析を詳細に行うために，制御系の構造はできるだけ簡単なものとし，調整パラメータ数を少なくすることが望ましい．ここで問題とする適応サーボ系は対象とするプラントの一部分のみに対応する規範モデルを設けることにより系の単純化を行ったものである．また，ここで扱う問題は DC モータひとつを用いた１自由度の位置制御系であり，ロボットマニピュレータのような複雑な系の制御と直ちに結びつくものではないが，ここでとりあげるような基本的な問題において適応サーボ系が安定に動作することは，さらに複雑なシステムに対して適応制御を応用するための必要条件である．

2.3.2　調整パラメータのドリフト現象の解析

問題とする適応サーボ系は前節と同様に式で記述することができる．系全体を記述すれば以下の通りである．

プラント：

$$
\begin{aligned}
\dot{\theta} &= y, \quad \theta(0)=\theta^0, && (2.85)\\
\dot{y} &= -ay+b(k_y y+k_u u+d), && (2.86)\\
& u=r-\theta,
\end{aligned}
$$

規範モデル：

$$
\dot{y}_m=-a_m y_m+b_m u, \qquad (2.87)
$$

パラメータ調整則：

$$
\begin{aligned}
\dot{k}_y &= e_y y, \quad k_y(0)=k_y^0, && (2.88)\\
\dot{k}_u &= e_y u, \quad k_u(0)=k_u^0, && (2.89)\\
& e_y=y_m-y.
\end{aligned}
$$

プラントパラメータ a, b は DC モータにおいて，入力を電圧で与える場合の物理的パラメータと対応させて書けば以下のように定義される [2-21].

$$
a=(D+kk_v/R)/J, \qquad (2.90)
$$

$$
b=k/(RJ). \qquad (2.91)
$$

ここで，J はモータ軸からみた慣性モーメント，k はモータのトルク定数，k_v は逆起電力定数，R は電機子抵抗，D は機械的な摩擦によりモータ軸に加わる粘性摩擦の摩擦定数を表す．外乱のない場合，つまり，外乱 $d=0$ ならば，この適応サーボ系の安定性は前節で示したとおり証明することができる．その結果プラント出力は，Fig.2.3 の破線内のシステムで示した系全体に対する規範モデルの応答に漸近する．外乱などにより生ずる適応制御系の不安定現象はいくつか報告されているが [2-15][2-18]，後述する通り，上記の適応サーボ系において生ずる不安定現象は調整パラメータのドリフトであり，有界外乱の存在による結果と考えることができる．一般に，積分形のパラメータ調整則を用いた場合には，有界外乱の大きさに比べて系の状態量の持続的な励振（P.E. 特性）が十分大きい場合には調整パラメータの有界性が保証される [2-23]．また，系の状態量の P.E. 特性は適応制御系への入力信号に含まれる周波数成分 (richness の程度) に依存する．問題とする適応サーボ系の場合，速度応答部分への入力 u の richness の程度に応じて，調整パラメータのドリフトは違った形で現れてくる．これらは，以下の 2 つの場合に分けて説明することができる．

1. サーボ系への目標入力 r が一定値をとり続ける場合．有界外乱の存在により調整パラメータのドリフトが生ずる．特に，有界外乱 d が一定のときには，調整パラメータのうち k_u のみが $+\infty$ へ発散する．

2. 目標入力 r が持続的に変動を続ける場合．このとき外乱の存在により調整パラメータ k_u が $+\infty$ へ，k_y が $-\infty$ へ発散する場合がある．

一番目の形の不安定現象に関して前節で解析を行った．本節では，二番目の形の不安定現象に関する解析を行う．

はじめに実際の DC モータを用いた実験結果により二番目の形の不安定現象の発生する例を示す（実験装置の概要を付録 2.3 に示した）．実験装置において，減速機にはロボットマニュピレータなどに広く使用されているハーモニック減速機を用いた．目標入力として周期的な台形入力を与えた場合の $\theta(t), e_y(t), e_\theta(t)$ の変動を Fig.2.10(a) に示した．e_θ は，Fig.2.3 の破線内の系全体に対する規範モデルに同じ目標入力を与えたときの出力 θ_m と θ の誤差である．ハーモニック減速機を用いた場合，比較的大きな摩擦外乱が加わるため，適応サーボ系のロバスト性に悪影響を与える．Fig.2.10(a) において，$e_y(t)$，e_θ はしだいに減衰して行くが，摩擦の影響により完全には 0 にならない．こうした状況で長時間の運転を続けることにより，調整パラメータのドリフトが生ずる．長時間の運転により $k_u(t)$ が増大を続け $k_y(t)$ が減少を続けるようすを Fig.2.10(b) に示した．なお，図中の値において $k_u=1, k_y=0$ でモデルとプラントの動特性がほぼ一致するように規範モデルのパラメータを設定している．Fig.2.10(b) においては，調整パラメータのドリフト現象に注目するため，初期状態においてモデルとプラントの動特性はほぼ一致させている．

上述の 2 種類の不安定現象はいづれも特異摂動法を用いて説明することができる．その際，第 1 の不安定現象に関してはプラントおよびモデル (2.85)〜(2.87) 式の応答の速さが (2.88)，(2.89) 式で表されるパラメータ調整の速さに比べて十分に速いという仮定が用いられた．これに対して，第二の形の不安定現象は，プラントの応答の中でも，特に速度応答部分 (2.86)，(2.87) の応答の速さがシステムの他の部分に比べ速いという仮定のもとで解析できる．高速な動作を目的とする DC サーボ系においては，このような仮定を設けることは妥当と思われる．このことは，(2.90)，(2.91) 式において，J が十分小さい場合に相当する．$\varepsilon=J$ とおき，(2.86)，

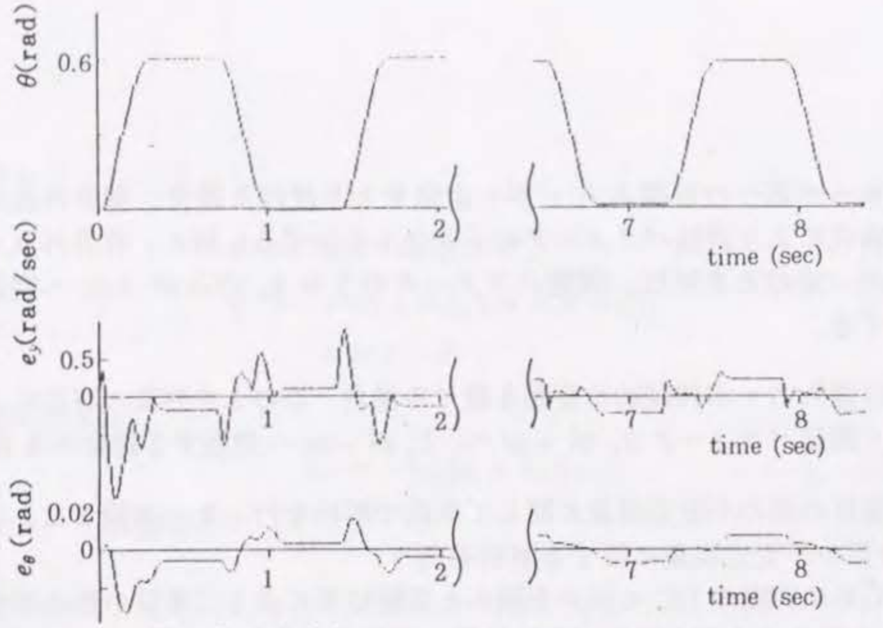
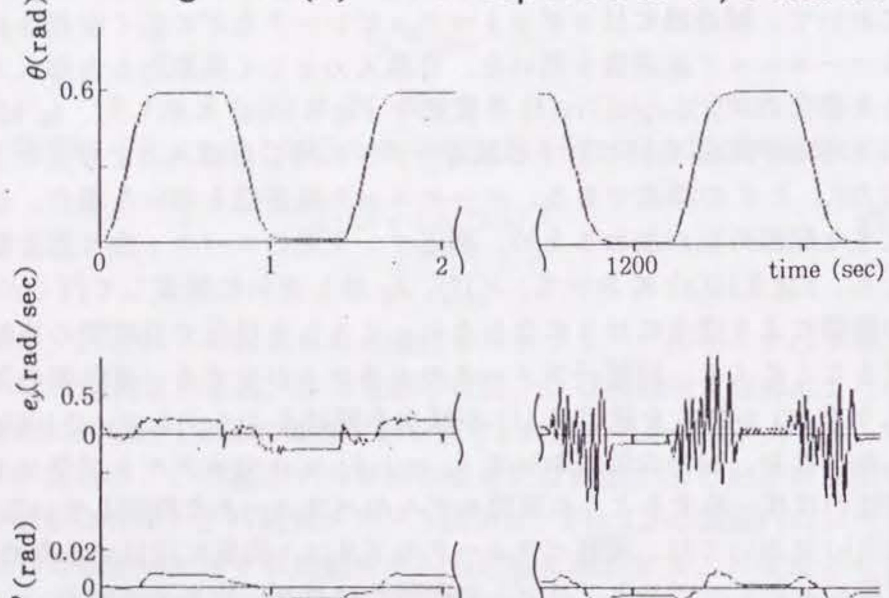


Fig.2.10(a) Time response of θ, e and eθ



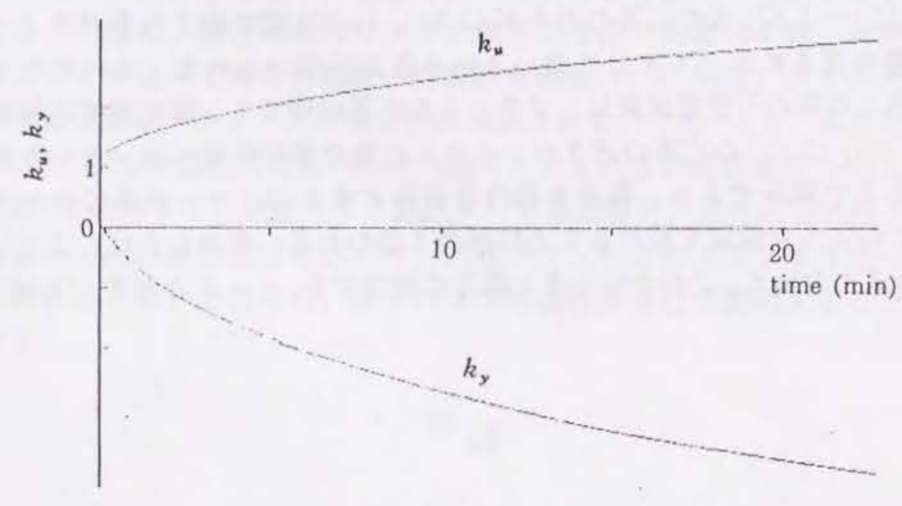


Fig.2.10(b) Drift of the adjustable parameters

(2.87)式を書き直すと,

$$\varepsilon\dot{y} = -ay + b(k_y y + k_u u + d), \tag{2.92}$$

$$\varepsilon\dot{y}_m = -a_m y_m + b_m u, \tag{2.93}$$

ここで, a, b は (2.90), (2.91)式と異なり,

$$a = D + kk_v/R, \quad b = k/R, \tag{2.94}$$

であるが, 簡単のためにもとの記号で表した. a_m, b_m も同様にもとの記号で表した. 以下では, $\varepsilon \to 0$ の場合を考え, 特異摂動法を用いて調整パラメータ k_u, k_y の振舞いについて解析する. $\varepsilon = 0$ とおいたときの θ, y, y_m, k_u, k_y を $\bar{\theta}, \bar{y}, \bar{y}_m, \bar{k}_u, \bar{k}_y$ で表す.

$$\bar{y} = \frac{b}{a - b\bar{k}_y}\{\bar{k}_u(r - \bar{\theta}) + d\}, \tag{2.95}$$

$$\bar{y}_m = \frac{b_m}{a_m}(r - \bar{\theta}). \tag{2.96}$$

$\bar{\theta}(0) = \theta^0, \bar{k}_y(0) = k_y^0, \bar{k}_u(0) = k_u^0$, とする. $\bar{\theta}, \bar{y}, \bar{y}_m, \bar{k}_u, \bar{k}_y$ を, もとの系の準定常状態と呼ぶ. 準定常状態は, モータ軸からみた慣性モーメントを無視したときのシステムの応答を示す. もとの系と準定常状態との関係は, 特異摂動法における Tikhonov の定理 (付録 2.1 参照) より与えられる. この定理を適用して以下の結果を得る.

定理 2.3 十分小さな $\eta > 0$ が存在して, $a - b\bar{k}_y(t) > \eta$ ならば任意の区間 $[0, T], (0 < T < \infty)$ に対して, $\tau_1 > 0$ が存在し, $\varepsilon \to 0$ とすると $[\tau_1, T]$ 上で一様に $(y, y_m) \to (\bar{y}, \bar{y}_m)$ となり, また, 区間 $[0, T]$ で一様に $(\theta, k_u, k_y) \to (\bar{\theta}, \bar{k}_u, \bar{k}_y)$ となる.

証明 (2.92), (2.93)式の境界層システムを (6.11)式に従ってあらわすと,

$$\frac{d\hat{y}}{d\tau} = -a\hat{y} + b\{k_y^0\hat{y} + k_u^0(r^0 - \theta^0) + d^0\}, \tag{2.97}$$

$$\frac{d\hat{y}_m}{d\tau} = -a_m\hat{y}_m + b_m(r^0 - \theta^0), \tag{2.98}$$

ここで, k_u^0, k_y^0 などは $k_u(0), k_y(0)$ などを表す. $a_m > 0$ であるので仮定 a.1, 仮定 a.2, 仮定 a.3 (付録 2.1 参照) が成立するためには $a - b\bar{k}_y(t) > \eta$ であればよい.

□

定理 2.3 が成立する例を，計算機シミュレーションにより示すことができる．Fig.2.11 は，(2.85)，(2.88)，(2.89)，(2.92)，(2.93) 式において，正弦目標入力を与えた場合に，いくつかの ε の値に対する θ, y の応答を比較したものである．

つぎに $\bar{k}_u,\bar{k}_y$ の振舞いについて考察する．その際，定理 2.3 における準定常状態により系を近似するために以下の仮定を設ける．

仮定 2.1　次のような正数 c が存在する．

$$\begin{aligned} &a - b\bar{k}_y(t) > c, \\ &\bar{k}_u(t) > c \quad (0 < t < \infty). \end{aligned} \tag{2.99}$$

実験およびシミュレーションによれば，$\bar{k}_y(0)$,$\bar{k}_u(0)$ がこの仮定を満足しない場合でも，ある時刻 $t_1 > 0$ 以降でこの条件を満足し続ける．したがって，そのような t_1 を初期時刻にとれば同様の仮定を設けることができる．準定常状態において $\bar{k}_y$,$\bar{k}_u$ は以下のとおり記述される．

$$\begin{aligned} \dot{\bar{k}}_y &= -\{\frac{b}{a-b\bar{k}_y}(\bar{k}_u\bar{u}+d) - \frac{b_m}{a_m}\bar{u}\} \cdot \\ &\quad \frac{b}{a-b\bar{k}_y}(\bar{k}_u\bar{u}+d), \qquad (2.100) \\ \dot{\bar{k}}_u &= -\{\frac{b}{a-b\bar{k}_y}(\bar{k}_u\bar{u}+d) - \frac{b_m}{a_m}\bar{u}\}\bar{u}, \qquad (2.101) \end{aligned}$$

ここで，$\bar{u} = r - \bar{\theta}$ である．$\bar{k} = b/(a - b\bar{k}_y)$ とおけば，

$$\dot{\bar{k}} = -\bar{k}^3(\bar{k}_u + d)\{\bar{k}(\bar{k}_u\bar{u} + d) - \frac{b_m}{a_m}\bar{u}\}. \tag{2.102}$$

$\bar{k}_u$,$\bar{k}_y$ の動きに関して以下の性質が成立する．

定理 2.4　$V_1 = b_m\bar{k}_u - a_m\bar{k}_y$ とおけば V_1 は単調増大である．

このことは V_1 の微分が，

$$\dot{V}_1 = a_m\bar{e}_y{}^2, \quad \bar{e}_y = \bar{y}_m - \bar{y}, \tag{2.103}$$

となることより明かである．また，(2.103) 式より $\bar{e}_y{}^2$ の積分が $t \to \infty$ において収束しなければ $(\bar{k}_u, \bar{k}_y)$ が有界でないことが直ちにわかる．

定理 2.5　$V_2 = (\bar{k}\bar{k}_u - b_m/a_m)^2/2$ とおく．

i) 外乱 $d = 0$ のとき，

$$\lim_{t\to\infty}\int_0^t \bar{u}^2 d\tau = \infty, \tag{2.104}$$

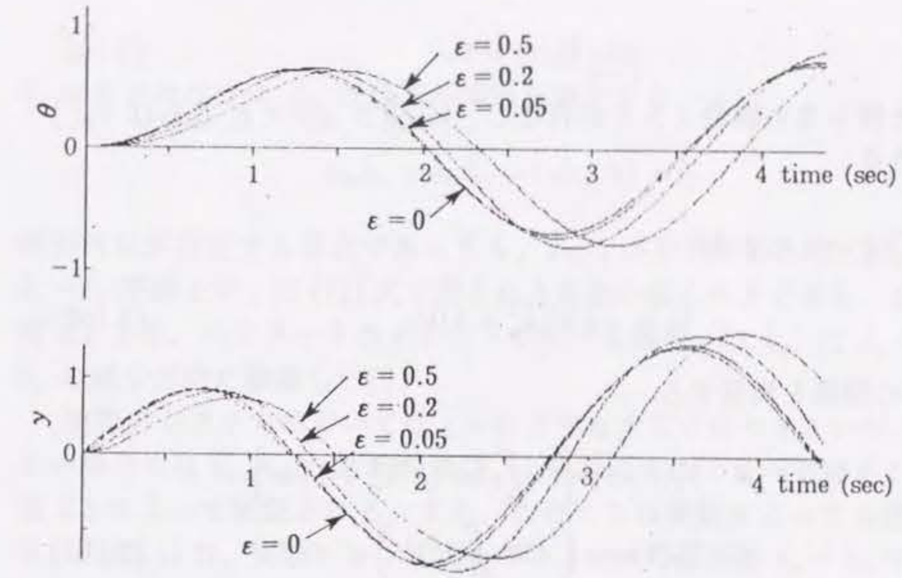


Fig.2.11 Approximation by the reduced model

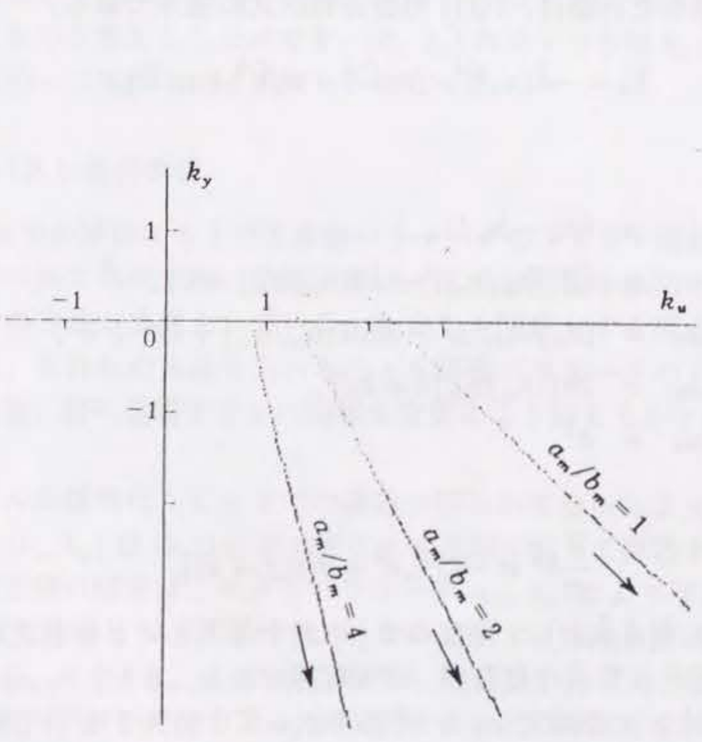


Fig.2.12 Drift of the adjustable parameters on the ku-ky plane

ならば

$$\lim_{t\to\infty} V_2(t) = 0. \tag{2.105}$$

ii) $d=0$ と限らない場合 $\varepsilon>0$ が存在し，$|\bar{u}(t)|>\eta(0<t)$ ならば $V_2(\cdot)$ は有界である．

証明　i) $d=0$ のとき

$$\dot{V}_2 = -\bar{k}\bar{u}^2(\bar{k}_u^2+1)V_2. \tag{2.106}$$

$V_2(t)$ は次の関係を満足する．

$$\begin{aligned} V_2(t) &= V_2(0)exp\left\{-\int_0^t \bar{k}\bar{u}^2(\bar{k}^2\bar{k}_u^2+1)d\tau\right\} \\ &\le V_2(0)exp\left(-M\int_0^t \bar{u}^2 d\tau\right), \end{aligned} \tag{2.107}$$

$$M = \inf_{0\le t}\{\bar{k}(\bar{k}^2\bar{k}_u^2+1)\}. \tag{2.108}$$

したがって $\bar{u}^2$ の積分が $t\to\infty$ において収束しなければ $\lim_{t\to\infty} V_2(t)=0$ となる．

ii) $d=0$ と限らない場合，$V_2(t)$ の微分は次式の通りである．

$$\dot{V}_2 = -\bar{k}(\alpha_4\tilde{V}^4+\alpha_3\tilde{V}^3+\alpha_2\tilde{V}^2+\alpha_1\tilde{V}), \tag{2.109}$$

ここで，

$$\begin{aligned} \tilde{V} &= \bar{k}\bar{k}_u - b_m/a_m, \\ \alpha_1 &= \bar{k}d\{(b_m/a_m)^2+\bar{k}d(b_m/a_m)+\bar{u}\}, \\ \alpha_2 &= (b_m/a_m)^2\bar{u}^2+3\bar{k}d\bar{u}(b_m/a_m)+\bar{k}d^2+\bar{u}^2, \\ \alpha_3 &= 2\bar{u}\{(b_m/a_m)\bar{u}+\bar{k}d\}, \\ \alpha_4 &= \bar{u}^2. \end{aligned}$$

(2.95) 式より

$$\frac{d}{dt}\bar{\theta}^2 = -\bar{k}\{\bar{k}_u\bar{\theta}^2+\bar{\theta}(\bar{k}_u r+d)\}. \tag{2.110}$$

仮定 2.1 より $\bar{k}(t),\bar{k}_u(t)>0$ なので $|\theta|$ が十分大きいとき上式右辺は負となる．したがって $\bar{\theta}(\cdot)$ は有界，$\bar{u}$ も有界である．また，$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ も有界である．$|\bar{u}|>\varepsilon$ なので $\alpha_4>\varepsilon^2$ したがって十分大きな $|\tilde{V}|$ に対して $\dot{V}_2<0$ なので $V_2(\cdot)$ は有界である．

□

$V_2=0$ とおけば $\bar{k}_u,\bar{k}_y$ は以下の関係を満足する．

$$a_m\bar{k}_u + b_m\bar{k}_y - (ab_m/b) = 0. \tag{2.111}$$

有界外乱が存在する場合であっても，$V_2(\cdot)$ が有界であれば，$(\bar{k}_u,\bar{k}_y)$ は $\bar{k}_u-\bar{k}_y$ 平面上で，(2.111) 式で表される直線の近くにとどまる．また，定理 2.4 より，パラメータのドリフトが生ずる場合 $(\bar{k}_u,\bar{k}_y)$ は $\bar{k}_u$ の増大，$\bar{k}_y$ の減少方向に移動して行く．

実際のシステムにおいては $\varepsilon=0$ とみなすことはできないが，ε が小さい場合には k_u,k_y の動きが $\bar{k}_u,\bar{k}_y$ と類似のものとなっていることが定理 2.3 によって保証される．また，このことは実験によっても確認できる．Fig.2.12 は，実験における調整パラメータの変動を k_u-k_y 平面上にプロットしたものである．実験条件は Fig.2.10 の場合と同じとし，規範モデルパラメータのみを 3 種類の異なるパラメータとした場合について示してある．パラメータ k_u,k_yは，直線状に増大，減少しており，この直線の傾きは (2.111) 式で与えられたものとよく一致し，上の予想を裏付けるものである．このことから，調整パラメータのドリフトは，有界外乱に起因するものと考えることができ，(k_u,k_y) のドリフトは k_u,k_y で表される直線に沿って生ずることが明らかになった．

2.3.3　ロバスト性の改善

２．３．２での解析にもとづき調整パラメータのドリフト現象を防ぐための対策について考察する．調整パラメータの有界性を保証するためにすでに種々の方法が提案されている．しかし，問題とする適応サーボ系においては，それらの方法を用いなくとも調整パラメータのドリフトは制御系の構造，特に規範モデルの簡単な変更により抑えることができる．

規範モデルの簡略化　ここまでの議論で明らかになったように，調整パラメータ (k_u,k_y) は (2.111) 式で表される直線に沿って発散する傾向にある．この直線の傾きは，モデルパラメータ a_m,b_m により与えられる．a_m,b_m の値に依存して，調整パラメータの発散する方向も変化することが考えられる．いま，$a_m=0$ の場合を考えると (2.111) 式は，$\bar{k}_y=const$ となり，調整パラメータのうち k_y が縮約モデル上では固定されることになることから，パラメータのドリフトが抑えられることが期待できる．規

範モデルのパラメータはサーボ系に求められる動特性を指定するもので あり，設計にあたり任意に値を変えることはできないが．この場合，適応 ループの外部に固定ゲインによるフィードバックを付加することにより， 系全体の動特性が，もとの規範モデルにより指定されたものと同じくな るようにすることができる．このようにしたシステムを，Fig.2.13 に表 す．系全体を式で記述すれば以下のとおりである．

$$\dot{\theta} = y, \tag{2.112}$$

$$\dot{y} = -ay + b\{k_u(u - \gamma_m y) + k_y y - Fe\}, \tag{2.113}$$

$$u = r - \theta,$$

$$\dot{y}_m = b_m(u - \gamma_m y), \tag{2.114}$$

$$\dot{k}_u = e_y(u - \gamma_m y), \tag{2.115}$$

$$\dot{k}_y = e_y y, \tag{2.116}$$

ここで，$\gamma_m = a_m/b_m$ であり，F は適応系の安定化のための正の設計パラメータである．

前節で示したパラメータドリフトは，モデルおよびプラントの応答の 速さが，入力信号の変動およびパラメータ調整に比べ速い場合に生じた． (2.112)〜(2.116) 式で表される系においては同様の条件下でもパラメータ ドリフトが生ずることはない．以下にこのことを示す．前節での解析と 同様の仮定をして，モデルおよび，プラントの応答の速さが入力信号の 変動および，パラメータ調整の速さに比べ十分小さいものとする．$\varepsilon = J$ とおき，モデルおよびプラントを書き直す．ただし，ここでも a, a_m な どは簡単にもとの記号 a, a_m などを用いて表した．

$$\varepsilon \dot{y} = -ay + b\{k_u(u - \gamma_m y) + k_y y - Fe_y\} + bd, \tag{2.117}$$

$$\varepsilon \dot{y}_m = b_m(u - \gamma_m y). \tag{2.118}$$

$\varepsilon \to 0$ とした準定常状態を考える．$\bar{y}, \bar{y}_m, \bar{k}_u, \bar{k}_y$ は次のとおり与えられる．

$$\bar{y} = \bar{u}/\gamma_m, \quad \bar{u} = r - \bar{\theta}, \tag{2.119}$$

$$\bar{y}_m = \left(1 - \frac{\bar{k}_y - a/b}{F}\right)\frac{\bar{u}}{\gamma_m} - \frac{d}{F}, \tag{2.120}$$

$$\dot{\bar{k}}_u = 0, \tag{2.121}$$

$$\dot{\bar{k}}_y = -\{(\bar{k}_y - a/b)\bar{u}/\gamma_m + d\}\bar{u}/(F\gamma_m). \tag{2.122}$$

系の振舞いが準定常状態により表されるとすると (2.121) 式より $\bar{k}_u$ が一定 となるが，後に示す実験結果に見ることができるように，実際には $\varepsilon \neq 0$

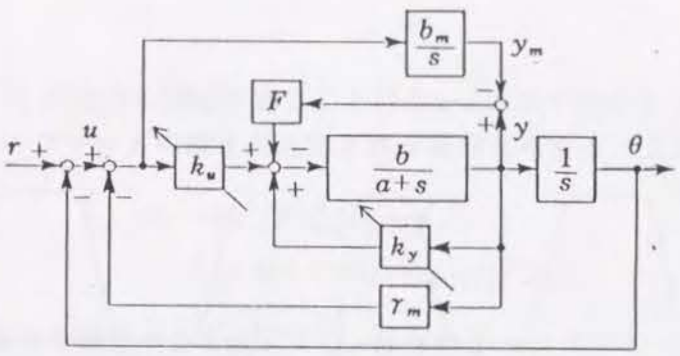


Fig.2.13 Adaptive servo system with a simplified reference model

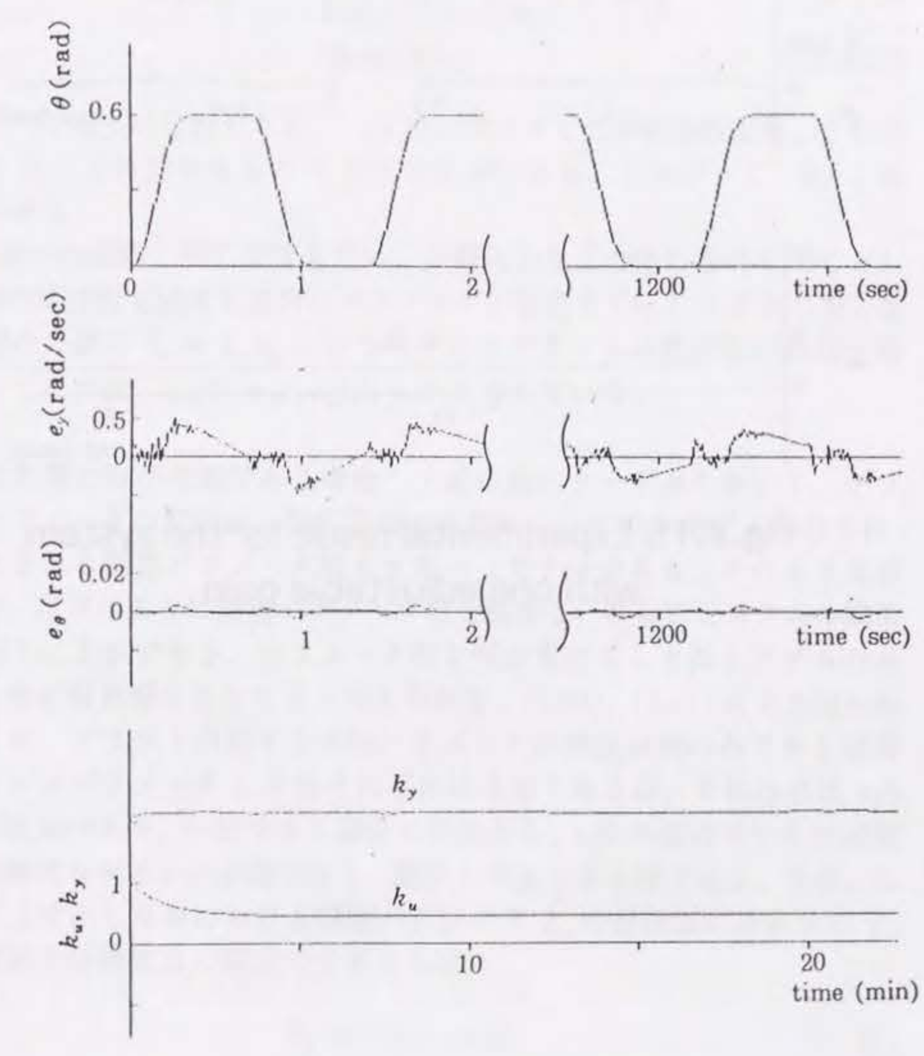


Fig.2.14 Experimental result for the system in Fig.2.13

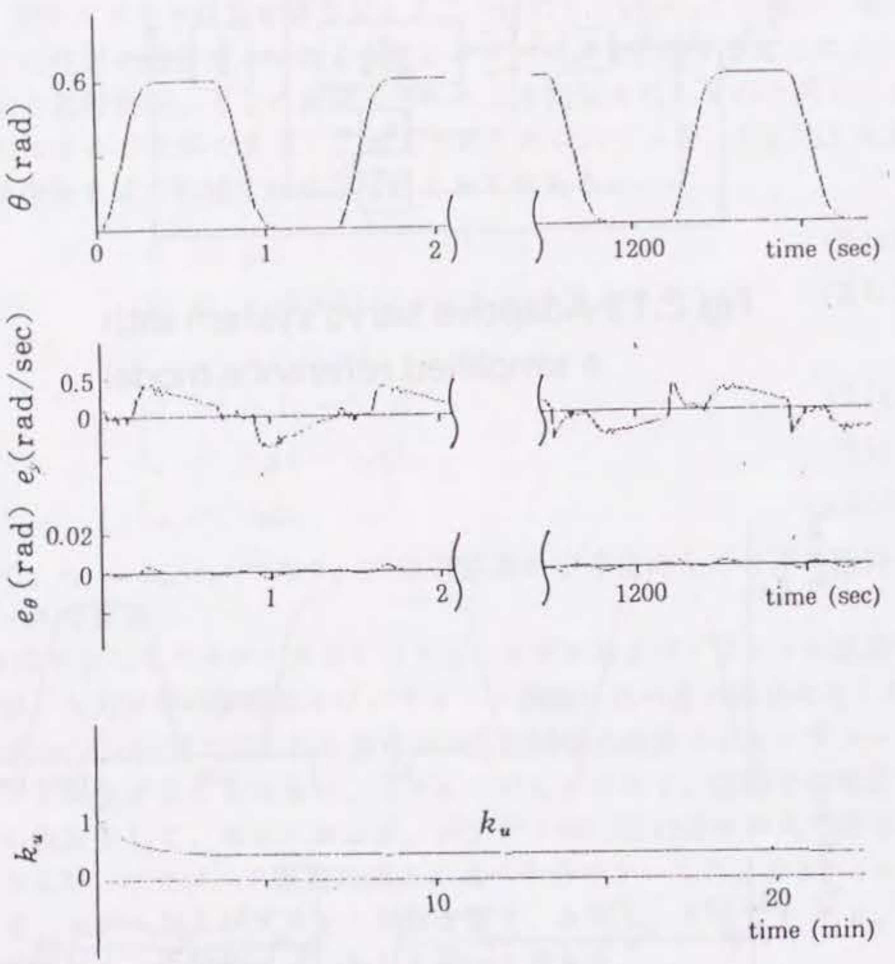


Fig.2.15 Experimental result for the system with one adjustable gain

であるので $\bar{k}_u$ が完全に固定されることはない. ε が十分小さく, (2.121), (2.122) 式でパラメータの動きが近似される場合を考える. (2.122) 式より

$$\dot{\bar{k}}_y = -(\bar{u}^2/F\gamma_m^2)\bar{k}_y + f, \qquad (2.123)$$

$$f = \bar{u}(d - a\bar{u}/(b\gamma_m))/(F\gamma_m).$$

$\bar{u}$ がつぎの条件を満足すると仮定する. 任意の $T > 0$ に対して次の $\alpha > 0$ が存在する.

$$\frac{1}{T}\int_0^T \bar{u}^2(\tau)d\tau > \alpha. \qquad (2.124)$$

このとき (2.123) 式において $f = 0$ とおいた系を考えれば,

$$|\bar{k}_y(t)| = \frac{\bar{k}_y(0)}{F\gamma_m^2} exp\left(-f\int_0^t \bar{u}^2(\tau)d\tau\right) \qquad (2.125)$$

$$\leq Mexp(\alpha t), \qquad (2.126)$$

ここで, M は正の定数である. (2.124) 式よりこの系は指数安定, (2.116) 式より $\bar{\theta}(\cdot)$ が有界であるので $f(\cdot)$ は有界である. したがって, $\bar{k}_y(\cdot)$ は有界である.

前節での実験と同じ装置を用い, 目標入力などの他の条件を同じとして, 長時間運転を続けた場合のパラメータの変化を Fig.2.14 に示した. なお, 図中の値で $k_u = 1, k_y = 2$ でモデルとプラントの動特性がほぼ一致する. ここでは, $k_u(0) = 1, k_y(0) = 2$ と与えている.

慣性負荷のみが未知である場合 上述の適応サーボ系において, プラントパラメータの変動が, 慣性負荷の変動によってのみ生ずる場合には, 必要とされる調整パラメータ数もまた一つで十分である. そのような場合には, 以下のように調整パラメータ数を減少し, さらにシステムの簡単化を行うことができる. パラメータ数を減少させることはシステムのロバスト性に好影響をあたえると考えられる. (2.90), (2.91) 式より明らかなように, プラントの有する未知パラメータが慣性負荷のみである場合はプラントパラメータ a, b のそれぞれは未知であるが, それらの比 a/b の値が既知であり, 一定である場合に相当する. a/b の値はモータの速度応答の静的なゲインの逆数であり, 簡単に測定できる値である. また, この値は上で示した系における調整パラメータ k_y の目標値にあたるので, この値が十分精度良く測定できるならば

$$k_y = const - a/b, \qquad (2.127)$$

と固定することにより，調整パラメータ数をひとつにすることができる．この場合の実験結果を Fig.2.15 に示した．なお，$\gamma_m = 0$ の場合，同様な構造の適応制御系はダイレクトドライブ方式のサーボ系に試みられている [2-13]．

2.4 適応制御系における安定性と分岐現象

2.4.1 適応制御系における非線形現象

適応制御系においては，たとえ制御対象が線形時不変システムであっても制御系を含めたシステム全体は非線形系であり，このため適応制御系においてはシステムの複雑な非線形現象が発生する可能性がある．実際，Rubio らは単純なプラントに対する連続系の適応制御系においてストレンジアトラクターの存在を示している [2-6]．また，Salam および Bai は1次系の線形プラントに対する連続系適応制御系においてシステムの安定平衡点が失われる場合があることを示し [2-24]，分岐現象に対する詳細な解析を行っている，そこでは，正弦波状外乱によりカオス的な挙動が生ずることを示している．Hsu および Costa は連続系の適応制御系のレギュレーション問題において解の爆発現象が生ずることを示している [2-25]．Mareels および Bitmead は離散系の適応制御系においてプラントのモデル化誤差がある場合にリミットサイクルやカオス挙動を示すことを示している [2-27]．

これらの研究で扱われたプラントは単純なシステムであり，実際に存在する多くの制御系と直接結びつくものではないが，ここで示された結果は適応制御系の性質の一つとして，分岐現象やカオス的な振る舞いなどの制御系の特性としては好ましくない非線形現象の発生する可能性を示している．通常，適応制御系の安定性，ロバスト性の理論的な保証としてはシステムの漸近安定性やシステム内部の信号の有界性を示すにとどまっているが，これらの解析は適応制御系の実用的な安定性について十分とは言えない．たとえば，Salam および Bai の解析によると，システムの全信号が有限時間内に有界領域に収まることがリアプノフ関数を用いた解析により示されているにもかかわらず，その有界領域の内部においていくつかの分岐現象が発生することが示されている．したがって適応制御系の実際にあたってはより詳細な解析が必要とされるものと考えられる．

１９８０年以降，プラントのモデル化誤差や外乱に対するロバスト性

の向上を目的とした適応制御系の安定性の改善のための手法が数多く発表されている．それらの中には適応ゲインの更新規則である適応則を変更する方法をとるものが多い．そこでは従来型の単純な積分型調整則にくらべ，適応則が複雑化している．適応則の複雑化は系の非線形性を強め，適応制御系として用いられた場合の系の詳細な振る舞いの解析を難しくする．そのため，システムの有界性，安定性の向上のために適応則を含めた制御系全体が複雑化する一方で，系の挙動に対する詳細な解析を可能とするためには制御系および適応則としてはできるだけ単純なものが望ましいという矛盾が生じる．

本解析では適応ＤＣサーボシステムにおける非線形現象の解析を行う．問題とする適応則は，Ioannou および Kokotovic によりロバスト性を高めた適応則として早い時期に発表されている σ-修正法である [2-22]．

システム内の全ての信号の有界性は通常用いられるリアプノフの方法と類似の手法により示すことができる．しかし，システムの平衡点は適応系の設計パラメータの変化により失われることがあり，安定および不安定なリミットサイクルが発生する．パラメータの変化によるリミットサイクルの解析には Hopf の分岐解析の方法を用いる [2-28]．リミットサイクル，または周期的持続解の存在はこれまで非常に単純なシステムにおいて理論的に起こり得ることのみが報告されているが，本節では実際のシステムにおいて生じる非線形挙動を示し，分岐解析を適応制御系の設計に用いることについても考察する．

2.4.2 問題の記述

問題とする適応サーボ系は一つのＤＣサーボモータを用いた単純なシステムである．ＤＣサーボ系の中に含まれる全ての未知パラメータは速度応答のブロックに含まれると考えることができるので，未知パラメータの推定のために設ける規範モデルは速度応答ブロックのみに対して設ければ十分である．

i) 二つの調整パラメータを用いた場合．
サーボモータが入力信号に応じたトルクを出力できるものとすれば，適応ゲインを２つ用いることにより Fig. 2.16 のように適応制御系を構成することができる．全システムは以下のように式で記述される．
プラント：

$$\dot{\theta} = y, \tag{2.128}$$

$$\dot{y} = (1/J)(-\mu y - Fe_y + k_y y + k_u u + d), \tag{2.129}$$

規範モデル：

$$\dot{y}_m = (1/J_m)u. \tag{2.130}$$

簡単な積分型の適応則および σ-修正法を用いた積分型の適応則はそれぞれ以下の通り記述される．
積分型適応則：

$$\dot{k}_u = e_y u, \tag{2.131}$$
$$\dot{k}_y = e_y y, \tag{2.132}$$

σ-修正法＋積分型適応則：

$$\dot{k}_u = e_y u - \sigma k_u, \tag{2.133}$$
$$\dot{k}_y = e_y y - \sigma k_y. \tag{2.134}$$

上式で σ は正の設計パラメータである．この適応則の目的は k_u および k_y を調整して規範入力 r からプラント出力 θ までのシステムの伝達特性を Fig.2.17 で示すシステムに近づけることである．Fig.2.17 のシステムは系全体に対する規範モデルと考えることができ，次式により記述される．

$$\dot{\theta}_m = y_{m1}, \tag{2.135}$$
$$\dot{y}_{m1} = (1/J_m)(r - F_v y_{m1} - \theta_m). \tag{2.136}$$

ii) 一つの調整パラメータを用いた場合．
近年ロボットの関節駆動用モーターなどに用いられるようになったダイレクトドライブモータ（ＤＤモータ）ではモータ軸の回転に伴い発生する粘性的な摩擦力が非常に小さく，系全体の特性に対して無視し得る場合がある．その場合には Fig.2.16 において $\mu = 0$ と考えることができるため，適応ゲインのうち k_y は 0 に固定することが可能であり，一つの適応ゲイン k_u のみにより適応サーボ系を構成することができる．

2.4.3 制御系の安定性および有界性

外乱の存在しない理想状態におけるシステムの安定性に関する結果はすでに定理 2.1 で示してある．有界外乱が存在する場合には積分型の適

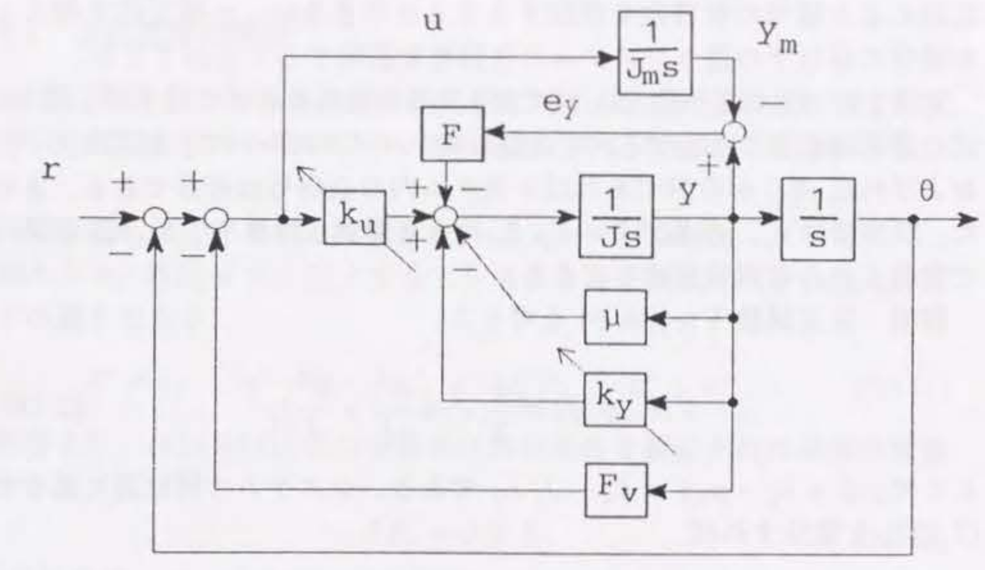


Fig.2.16 Adaptive servo system

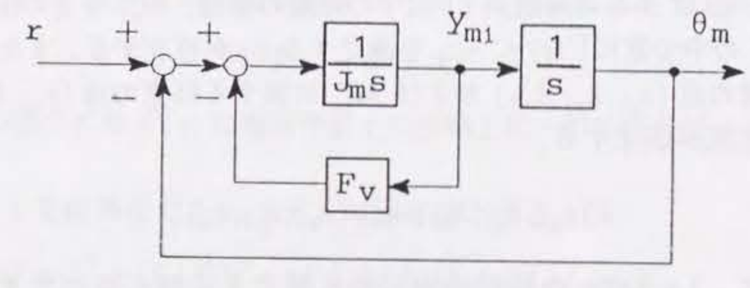


Fig.2.17 Reference model for the whole system

応則により信号の有界性を保証することはできない．σ-修正法を導入した場合には以下の通りシステムの有界性を証明することができる．

定理 2.6　(2.128)〜(2.130) 式で表される制御系において (2.133)，(2.134) 式の適応則により適応ゲインを調整したシステムにおいて，規範入力 $r(\cdot)$ および外乱 $d(\cdot)$ が有界であればシステム内の全信号は有界である．さらに，誤差信号 e_y，適応ゲイン k_y, k_u はある時刻以降は (e_y, k_y, k_u) 空間内で定義される有界領域にとどまる．

証明　正定関数 $V(e_y, \phi, \psi)$ を考える．

$$V(e_y, \phi, \psi) = \frac{1}{2}(e^2 + \frac{\phi^2}{J} + \frac{\psi^2}{J}), \tag{2.137}$$

ここで，$\phi = k_y - \mu, \psi = k_u - J/J_m$ である．システムの解軌道に沿って (2.137) を微分すれば

$$\begin{aligned}\dot{V} &= -\frac{1}{J}F\left(e_y + \frac{d}{2F}\right)^2 - \frac{\sigma}{J}\left(k_y - \frac{\mu}{2}\right)^2 - \frac{\sigma}{J}\left(k_u - \frac{J}{2J_m}\right)^2 \\ &\quad + \frac{d^2}{4JF} + \frac{\sigma\mu^2}{4J} + \frac{\sigma J}{4J_m^2}.\end{aligned} \tag{2.138}$$

任意の正値 $\varepsilon_1 > 0$ に対して領域 M を (e_y, k_y, k_u) 空間内に以下のとおり定義する．

$$M = \{(e_y, k_y, k_u) | \dot{V} > 0\}. \tag{2.139}$$

また，$M_{\varepsilon 1}$ を M からの距離が $\varepsilon 1$ 以下の距離の集合，$M_{\varepsilon 1}^c$ をその閉餡とすると，$M_{\varepsilon 1}^c$ の中で常に $\dot{V}(t) \leq -\varepsilon_2$ を満足する ε_2 が存在する．また，M に属する任意の点 (e_{y1}, k_{y1}, k_{u1}) および $M_{\varepsilon 1}^c$ に属する任意の点 (e_{y2}, k_{y2}, k_{u2}) に対して次式が成立する．

$$V(e_{y1}, k_{y1}, k_{u1}) < V(e_{y2}, k_{y2}, k_{u2}) \tag{2.140}$$

したがって，La Salle の終局的安定性に関する定理が適用でき [2-26]，$(e_y(t), k_y(t), k_u(t))$ はいづれ M の中に落ちつくことが証明できる．

□

$\theta(\cdot)$ および $y(\cdot)$ の有界性は定理 2.1 の証明と同様に示すことができる．ここまでの解析結果は有界外乱の存在下でのシステムの有界性を保証するものの，有界領域の中でのシステムの詳細な挙動に関しては何も述べていない．

2.4.4　分岐現象の解析

σ-修正法を用いた場合の適応制御系における分岐現象の解析はすでにいくつか報告されているのでここでは同様の手法に従って解析を行う．

i) 一つの適応ゲインを用いた場合 ($\mu = 0, k_y = 0$ の場合)．
規範入力 r，外乱 d が一定とするとシステムの平衡点 $(\theta^*, y^*, y_m^*, k_u^*)$ は以下の通りである．

$$\theta^* = r, \quad y^* = 0, \quad y_m^* = -d/F, \quad k_u^* = 0. \tag{2.141}$$

定理 2.7　(a) (2.141) 式の平衡点は次の条件を満足すれば局所的に安定である．

$$FF_v - J > 0. \tag{2.142}$$

(b) 慣性負荷 J 上の安定領域から増大して $J = FF_v$ となったときに Hopf 分岐が生ずる．

証明　平衡点のまわりで線形化したシステムの特性方程式は以下の通りである．

$$(s + \sigma)P(s) = 0, \tag{2.143}$$

ここで，

$$P(s) = s^3 + (F/J)s^2 + (FF_v/JJ_m)s + F/JJ_m. \tag{2.144}$$

(2.142) 式は (2.143) 式の安定判別よりただちに得ることができる．

$$FF_v - J = 0, \tag{2.145}$$

が成り立つ場合には $P(s)$ は複素平面上の虚軸上に一対の固有値 $\pm i(1/J_m)^{1/2}$ を有する．

いま，λ を線形化したシステムの固有値とすると，

$$P(\lambda) = \lambda^3 + (F/J)\lambda^2 + (FF_v/JJ_m)\lambda + F/JJ_m = 0, \tag{2.146}$$

(2.146) 式を J で微分し $\partial\lambda/\partial J$ を求めれば，

$$\frac{\partial\lambda}{\partial J} = \frac{(F/J^2)\lambda^2 + (FF_v/J^2J_m)\lambda + (F/J^2J_m)}{3\lambda^2 + (2F/J)\lambda + (FF_v)/JJ_m}. \tag{2.147}$$

上式右辺に $\lambda = \pm i(1/J_m)^{1/2}$ および $FF_v = J$ を代入することにより分岐点において $Re(\partial\lambda/\partial J)$ がゼロでないことが示される．したがって，Hopf の分岐定理により $J = FF_v$ において Hopf 分岐が生じていることが示される．

□

Fig.2.18 は J を固定した場合の $F_v - F$ 平面における安定および不安定領域を図示したものである．

ii) 二つの適応ゲインを用いた場合．
一定目標入力 r および外乱 d に対するシステムの平衡点は以下の通りである．

$$\theta^* = r,\quad y^* = 0,\quad y_m^* = -d/F,\quad k_u^* = 0,\quad k_y^* = 0. \tag{2.148}$$

定理 2.8　(a) (2.148) 式で表される平衡点は次式の条件を満足するときに局所的に漸近安定である．

$$F_v - J/(F+\mu) > 0. \tag{2.149}$$

(b) パラメータ J が増大し，または μ が減少し以下の条件を満足した際に Hopf の分岐が生ずる．

$$F_v - J(F+\mu) = 0. \tag{2.150}$$

証明　平衡点のまわりで線形化した系の特性方程式は以下の通り表される．

$$(s+\sigma)P_2(s) = 0, \tag{2.151}$$
$$P_2(s) = s^3 + ((F+\mu)/J)s^2 + (FF_v/JJ_m)s + F/JJ_m.$$

条件 (2.149) 式は (2.151) 式の安定性判別により得ることができる．$F_v - J/(F+\mu) = 0$ においては $P_2(s)$ は複素平面の虚軸上にに一対の極 $\pm i\{F/[(F+\mu)J_m]\}^{1/2}$ を持つ．λ を線形化したシステムの固有値とすると

$$\frac{\partial\lambda}{\partial J} = \frac{[(F+\mu)/J^2]\lambda^2 + (FF_v/J^2J_m) + (F/J^2J_m)}{3\lambda^2 + 2[(F+\mu)/J] + (FF_v/JJ_m)}, \tag{2.152}$$
$$\frac{\partial\lambda}{\partial\mu} = \frac{(1/J)\lambda^2}{3\lambda^2 + 2[(F+\mu)/J]\lambda + (FF_v/JJ_m)}. \tag{2.153}$$

$\lambda = \pm i\{F/[(F+\mu)J_m]\}^{1/2}$ および $F_v - J/(F+\mu) = 0$ を代入すれば (2.152)，(2.153) 式の実部はゼロでないことが示される．

□

Fig.2.19 は J を固定した場合の $F_v - F$ 平面における安定および不安定領域を図示したものである．

分岐が起こる近傍のパラメータにおけるシステムの応答をシミュレーションおよび実験結果により示す．数値例においては分岐により発生する周期解の安定性を Masden および McCracken の公式 [2-28] を用いて判別する．

シミュレーション 1　適応ゲインが一つの系において以下のプラントパラメータおよび設計ゲインを与える．

$$J = 1,\quad J_m = 0.5,\quad F = 1,\quad F_v = 1,\quad \sigma = 0.1,\quad r = 1. \tag{2.154}$$

このとき (J, F, F_v) は分岐パラメータである．(2.143) 式より線形化下システムの固有値は $FF_v = J$ においては $\pm i(1/J_m)^{1/2}, -1/F_v$ および $-\sigma$ である．周期解の安定性判別関数 $V'''(0)$ を計算するために，以下の通り座標変換を行う．

$$\begin{pmatrix}\theta\\ y\\ y_m\\ k_u\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0 & 1 & 1 & 0\\ -A & 0 & -1/F_v & 0\\ A & -A^2F_v & 0 & 0\\ B & C & 0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\\ x_4\end{pmatrix}, \tag{2.155}$$

ここで，

$$\begin{aligned} A &= (1/J_m)^{1/2},\\ B &= AD(1-F_v\sigma)(A^2+\sigma^2)/F,\\ C &= D(\sigma + F_vA^2)(A^2+\sigma^2)/f. \end{aligned}$$

x_1, x_2 は固有値 $\pm i(1/J_m)^{1/2}$ に応ずる座標であり，(x_3, x_4) はその補空間である．$F=1, F_v=1, J=1, J_m=0.5$ を代入すると線形化した系のシステム行列は以下の通りとなる．

$$\begin{pmatrix}0 & \sqrt{2} & 0 & 0\\ -\sqrt{2} & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & -0.1\end{pmatrix}. \tag{2.156}$$

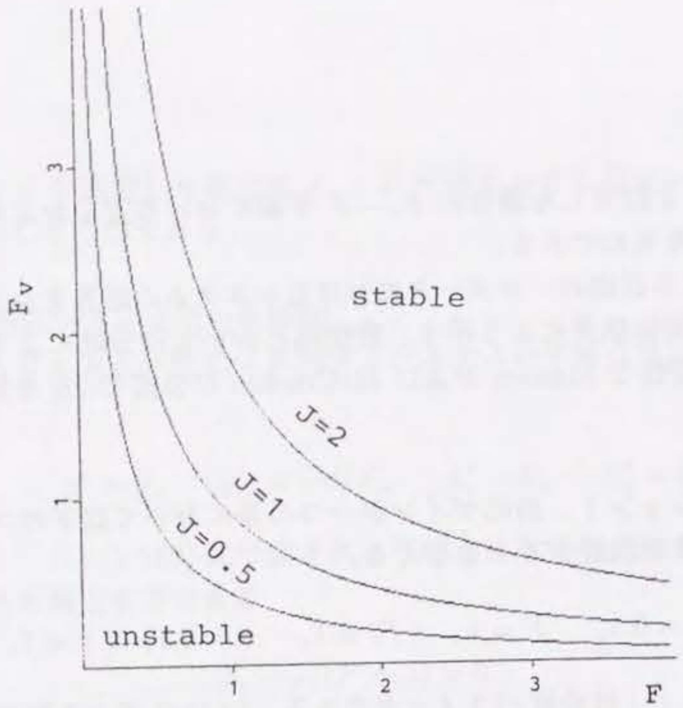


Fig.2.18 Stable parameter region for fixed J

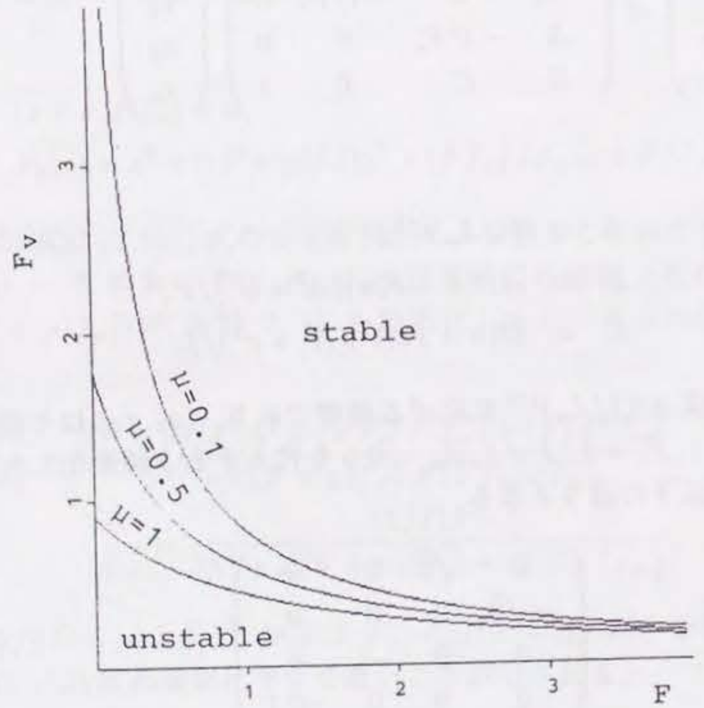


Fig.2.19 Stable parameter region for fixed μ

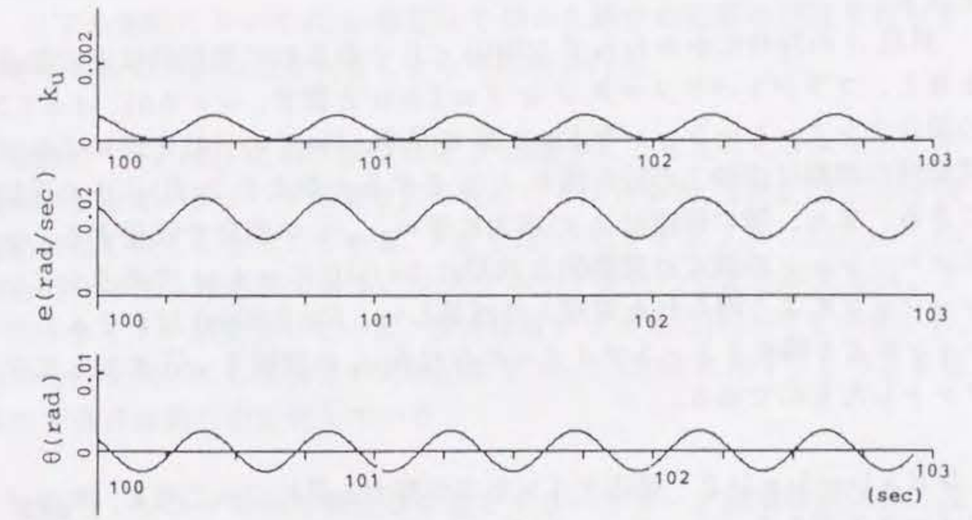


Fig.2.20(a) Stable limit cycle in the system
with one adaptive gain

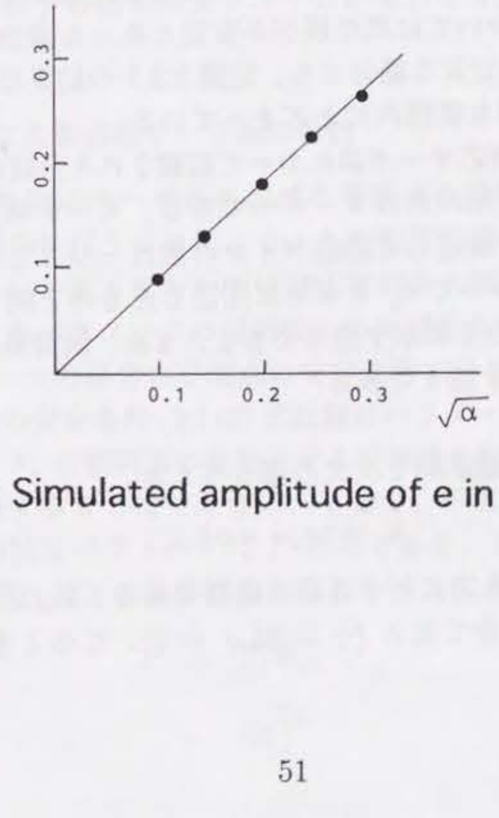


Fig.2.20(b) Simulated amplitude of e in the limit cycle

この座標系において $V'''(0)$ は Marsden および McCracken の公式により計算でき [2-28]，

$$V'''(0) = -0.04d^2 - 41.39, \tag{2.157}$$

となる．

外乱 d の符号にかかわらず $V'''(0) < 0$ となるので周期解は安定軌道となる．プラントパラメータ J を $J = 1 + \alpha$ と書き，$\alpha = 0.01$，$d = 0.2$ の場合のシミュレーションを Fig.2.20 に示す．Hopf の分岐定理によれば周期解の周期は虚軸上の固有値を $\lambda(0)$ とするとおよそ $2\pi/|\lambda(0)|$ で近似できる．また，解の振幅は α の増大に伴い，$\sqrt{\alpha}$ の割合で成長する．シミュレーションの例では理論的な周期は $2\pi/|\lambda(0)| = 4.44$ でありシミュレーションにより得られた周期とほぼ等しい．Fig.2.20(b) はシミュレーションにより得たリミットサイクルにおける e_y の振幅を $\sqrt{\alpha}$ に対してプロットしたものである．

シミュレーション2　適応ゲインを二つ有する系について考え，次のパラメータを与える．$J = 1, \mu = 1, F = 1, F_v = 0.5, \sigma = 0.1, r = 0, d = 0$ これらのパラメータの中で (J, μ, F, F_v) は分岐パラメータになっている．この例の場合には，周期解の軌道の安定性はパラメータの値に依存して変化する．Table 2.1 は J_m が変化した場合の軌道の安定性判別関数 $V'''(0)$ の変化の例を表している．$J = 1 + \alpha$ とおき $\alpha = 0.2$ の場合に現れる系の応答を Fig.2.21 に示す．$J_m = 1$ においては安定なリミットサイクルが現れ，$J_m = 0.2$ においては周期解が不安定となった場合の応答波形が見られる．周期解が不安定な場合でも，定理 2.3.1 の結果は成立することから全ての信号は有界な範囲内にとどまっている．

以下では実際の適応サーボ系において観察された分岐現象を紹介する．制御対象はロボット用のＤＤモーターである．モータ軸に加わる粘性摩擦力が小さいものと仮定して適応ゲインの数は一つとした．システムの構成は Fig.2.16 において k_y をゼロに固定したものと同じである．実験装置の概要は Table 2.2 に示す通りである．また，制御系の設計パラメータは Table 2.3 に示す通りである．

実験1　実験では適応則を次式の通り与えた．

$$\dot{k}_u = \gamma e_y u - \sigma k_u. \tag{2.158}$$

Fig.2.22 は一定目標入力に対する系の応答である．Fig.2.22(a) は積分型の適応則を用いた場合である ($\gamma = 25, \sigma = 0$)．このときは各状態量は

一定値に収束している．σ-修正法を用いた場合には ($\gamma = 25, \sigma = 0.3$)，Fig.2.22(b) に見られるとおり，平衡点の安定性が失われ，間欠的な振動が発生する．

以下の実験においては σ-修正法を用いた場合の応答の相違をはっきりさせるためにσ の値を大きくとって実験を行う．

実験2　(2.142) 式より慣性負荷 J の減少にともなってシステムの平衡点の安定なパラメータ領域は広くなることが分かる．Fig.2.23 に示す実験結果はこのことを示している．Fig.2.23(a) は$\sigma = 3$, $J = 0.63[kgm^2]$ の場合のシステムの応答である．システムの平衡点の安定性が失われ，リミットサイクルが発生している．慣性負荷を $J = 0.12[kgm^2]$ と小さくし，他の条件を同一にした場合の実験結果を Fig.2.23(b) に示す．このときは系の平衡点は再び安定化している．

実験3　システムの平衡点を安定とするパラメータ領域は制御系の設計パラメータ F を大きくとることにより広くすることが可能である．Fig.2.23(a) のリミットサイクルは $F = 1.1$ と増加させた場合には現れない．この結果を Fig.2.24 に示す．

これらの実験結果により，適応サーボ系の平衡点の分岐現象により制御系としての性能が失われることが示された．また，解析的にもとめた平衡点の安定性に関する結果が実システムにおいても重要であることが確認された．

2.4.5　分岐解析による適応サーボ系の設計

前節で議論した適応サーボ系における平衡点の分岐現象は設計パラメータの選択を適当に行うことにより，ある程度回避することが可能である．問題とするシステムにおいては適応制御系の構造を簡単化したことによりそのようなパラメータの選択は十分に可能と考えられる．

適応ゲインが一つの場合の平衡点の安定条件 (2.142) 式および適応ゲインが二つの場合の安定条件 (2.149) 式は設計パラメータ F および F_v を含むが，このうち F_v は制御系の目的とする動特性を指定するものであるので，任意に変更することはできない．そこで，平衡点の安定性を確保するために変更可能なパラメータは F のみである．この場合，(2.142)，(2.149) 式はそれぞれ以下の条件に書き換えることができる．

$$F \;>\; J/F_v, \tag{2.159}$$

J_m	$V'''(0)$
0·20	7·720
0·40	0·646
0·60	−1·162
0·80	−1·787
1·00	−2·013
5·00	−0·839
10·00	0·082
20·00	1·026

Table 2.1 Parameter J_m and the value of the function $V'''(0)$

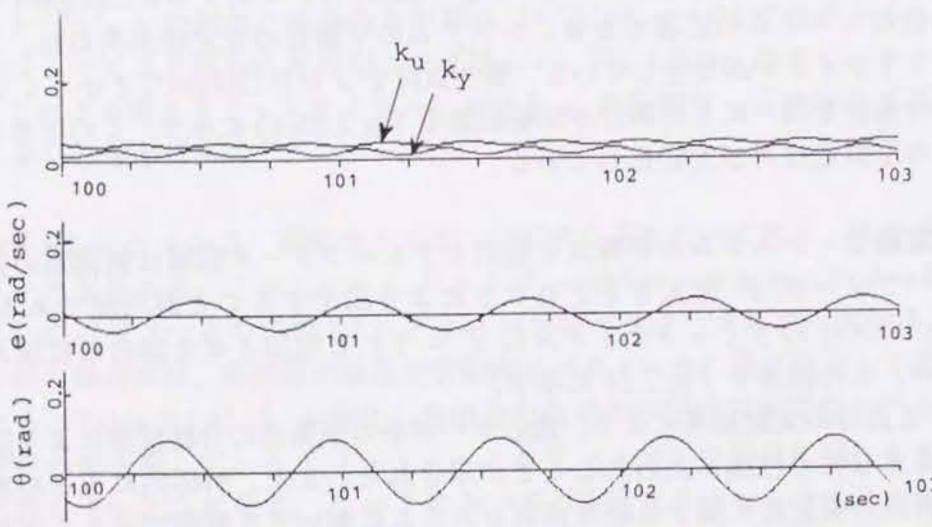


Fig.2.21 (a) Time response of the system with J_m=1

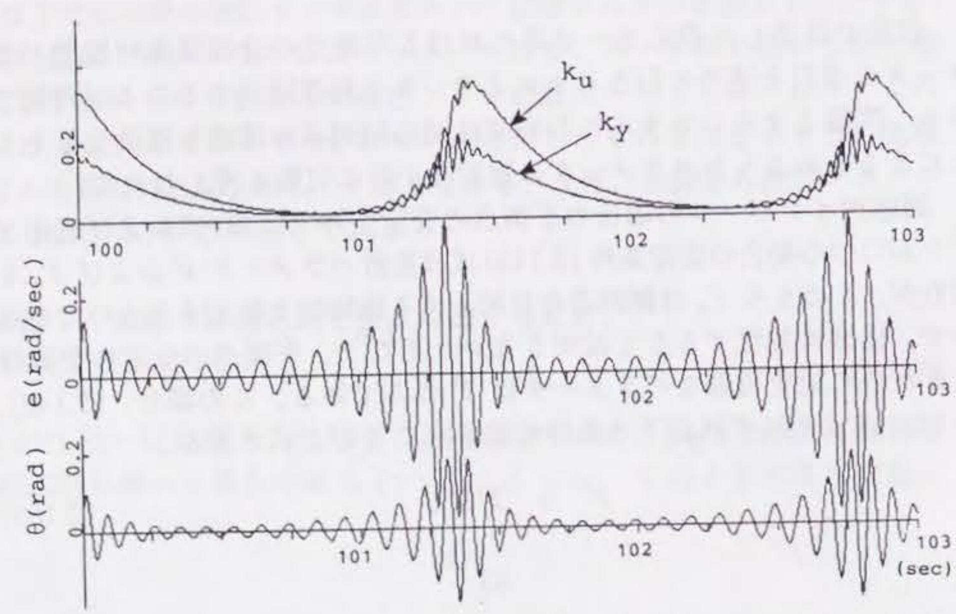


Fig.2.21 (b) Time response of the system with J_m=0.2

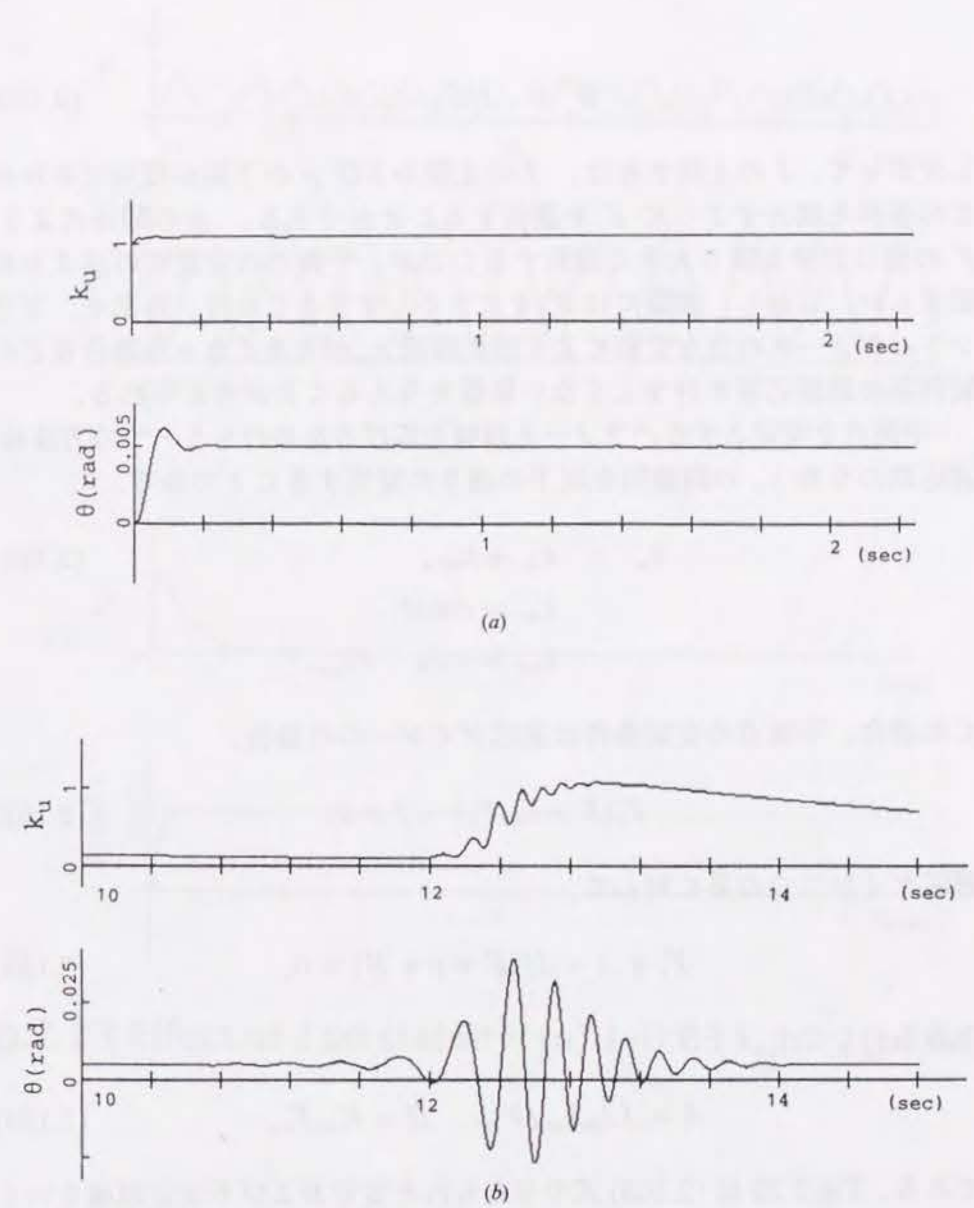


Fig.2.22 Time response of θ and k_u for constant input :

(a) gradient-type adaptive law,(b) with σ-modification term

$$F \;>\; J/F_v - \mu. \tag{2.160}$$

したがって，J の上限または，J の上限および μ の下限が既知であればこの条件を満たすように F を選択することができる．上の関係式より，F の値は出来る限り大きく選択することが，平衡点の安定性の点よりは望ましい．しかし，実際には F を大きくしすぎることは，外乱や，プラントパラメータの急な変動により追従誤差 e_y が大きくなった場合などの制御系の過渡応答に好ましくない影響を与えることが考えられる．

平衡点を安定とするパラメータ領域を広げるためのもう一つの方法は，適応則のうち k_u の調整則を以下の通りに変更することである．

$$\begin{aligned} k_u &= k_{uc} + k_{uv}, \\ & k_{uc} = const, \\ & k_{uv} = -eu - \sigma k_{uv}. \end{aligned} \tag{2.161}$$

この場合，平衡点の安定条件は適応ゲイン一つの場合，

$$F_v(F + k_{uc}F_v) - J > 0, \tag{2.162}$$

適応ゲイン二つの系に対して，

$$F_v + A - J/(F + \mu + B) > 0, \tag{2.163}$$

となる．ここで，

$$A = JJ_m k_{uc}/F, \qquad B = K_{uc}F_v, \tag{2.164}$$

である．Fig.2.25 は (2.163) 式で与えられた安定および不安定領域をいくつかの k_{uc} の値に対して μ− J 平面に表したものである．ここで，$F = 0.5$, $F_v = 0.5$, $J_m = 1$ である．k_{uc} の増大にともない平衡点の安定領域が拡大していることが分かる．この場合，k_{uc} の値は，規範入力 r が一定値の場合に k_u が収束する値になるので，実際には可能な限り k_u の理想値である，J_m/J に近く選ぶことが望ましい．

2.5 結論

本章では，部分的な規範モデルを有する適応サーボ系の定式化を行い，その安定性に関する問題点を，適応制御ブロック内部の安定性およびシ

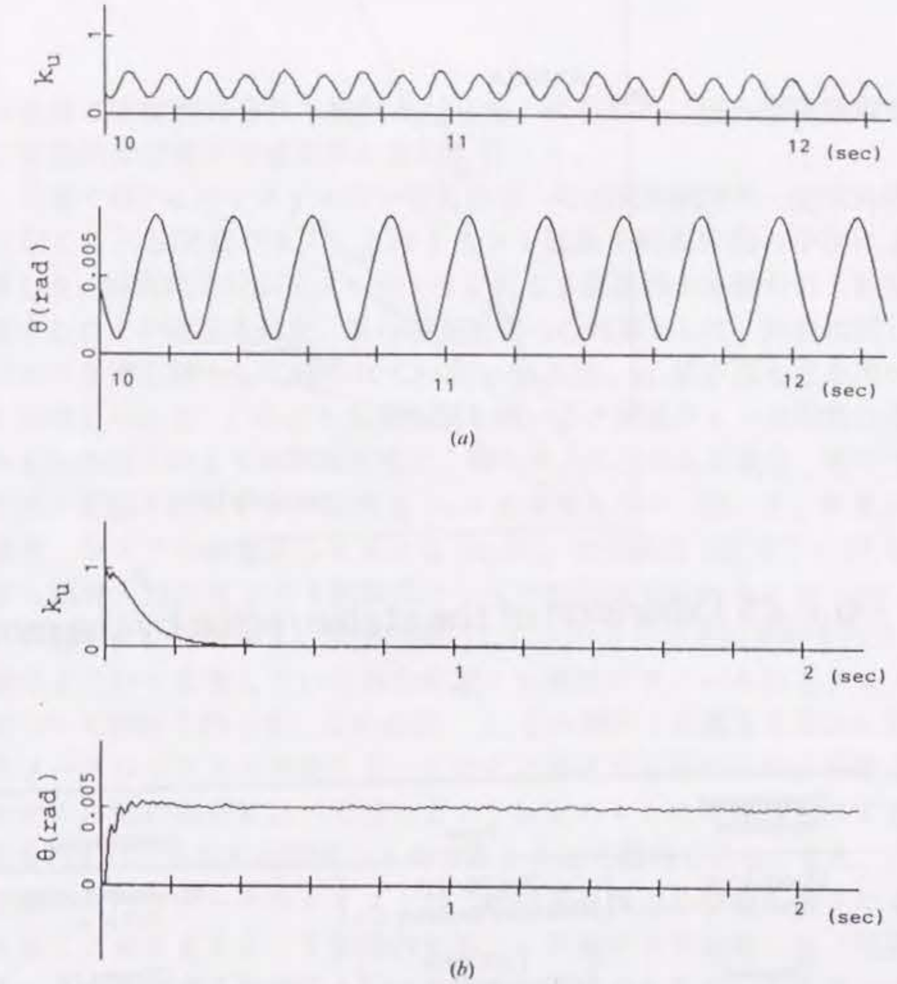


Fig.2.23 Effect of J on stability: (a) J=0.63 $k_g m^2$, (b)J=0.12 $k_g m^2$

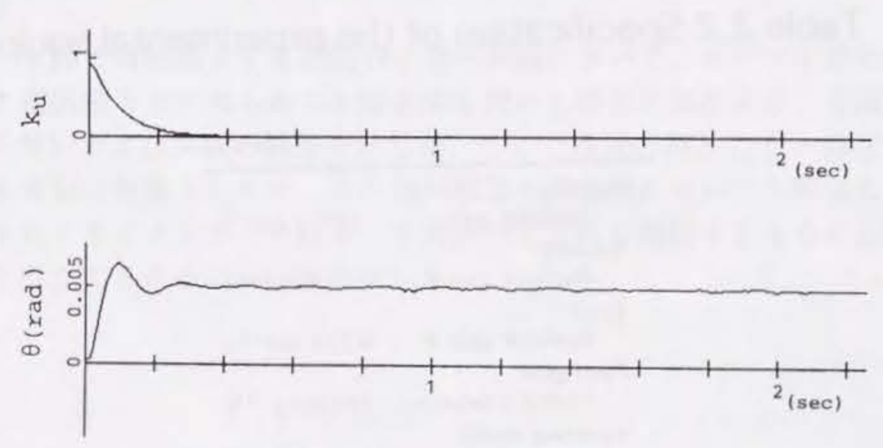


Fig.2.24 Stabilization of the system by the increase of F

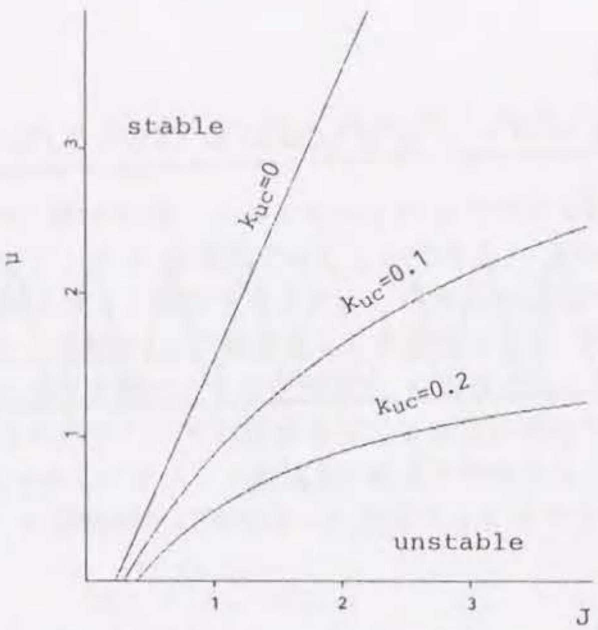


Fig.2.25 Expansion of the stable region by the modification

Experimental equipment	Type	Specification
Direct drive motor	{B18-38-3HS / Shinmeiwa Industry Co.}	Maximum torque 113 N m
Encoder	{TS5232N4 / Tamagawa Seiki Co.}	120000 C/T
Motor driver	{CP-30A / Shinmeiwa Industry Co.}	200 V, 15 A
Controller	{PC-9801RA / NEC Co.}	32 bit micro computer

Table 2.2 Specification of the experimental equipment

Position feedback gain	1490 V rad^{-1}
Velocity feedback gain F_v	2·24 V rad^{-1} s
Error feedback gain F	0·22 V rad^{-1} s
Plant gain (motor + driver)	17·5 rad s^{-2} V
Reference model gain	14 rad s^{-2} V

Table 2.3 Parameters of the plant and controller

ステム全体の安定性に分けて検討を行った．はじめに，積分型調整則を用いて理想的な状態での安定性の証明を行った．

2．2節では，このシステムの一定目標値への追従制御時に一定値外乱により起こされる調整パラメータのドリフト現象を特異摂動の手法により解析した．解析結果はシミュレーションによる数値例から得られる結果と一致することが確認された．系の不安定化への対策として，外乱に対してロバストな適応則として知られている σ-修正法，e_1-修正法などを用いることが考えられる．このような調整則を用いると調整ゲインの発散は生じないものの以下のような問題が残る．第一に，外乱がある場合，各パラメータは一定値に収束するが誤差 $e_y \to 0$ とはならない．第二に，外乱がない場合，システムが整定したあとは (k_y, k_u) は平衡点 $(k_y^*, k_u^*) = (0,0)$ に収束し制御入力が 0 となり制御系としての性質が失われる．

2．3節では，問題とする構成の適応ＤＣサーボ系の運転実験を行い，入力信号が十分に変動している場合に起こる調整パラメータのドリフト現象について解析を行った．この場合，2．2の解析とは異なる方向に調整パラメータのドリフトが起こる．このことは速度応答部分の応答速度がシステムの他の部分に比べて速いという仮定のもとに特異摂動法による解析を行えば，外乱に起因するものであるとして説明できる．また，ここで解析したパラメータのドリフトは，制御系の構造の簡単な修正により抑えることができることを理論的に示し，実験により確認した．問題とするシステムは適応制御系としては簡単な構成であるが，非線形システムであり，その特性は複雑なものとなる．目標値が変動するような場合には，本節で提案したような工夫によって安定化がはかれるが，長時間にわたって一定位置を保つことの必要なサーボ系においては別の型の不安定性が問題となり，そのような場合にはさらに調整則の検討が必要となる．

2．4節では問題とする適応ＤＣサーボ系において，ロバスト性を改善した適応則として知られるσ-修正法を用いた場合に発生する，非線形現象の解析および実験の結果を示した．ここでは適応則として σ-修正法のみを考察の対象としたが，その他の類似の適応則においても同様な問題点を有することが考えられる．平衡点の安定性を確保するために分岐解析を役立てるための一方法を示した．

参考文献

[2-1] A. S. Morse: Global stability of parameter adaptive control systems; IEEE Trans. Automat. Contr., Vol. 25, No. 3, pp. 433〜439 (1980)

[2-2] K. S. Narendra, Y. H. Lin and L. S. Valavani: Stable adaptive controller design,Part 2,Proof of stability; IEEE Trans. Automat. Contr., Vol. 25, No. 3, pp. 440〜448 (1980)

[2-3] G. C. Goodwin, P. J. Ramadge and P. E. Caines: Discrete-time multivaliable adaptive control; IEEE Trans. Automat. Contr., Vol. 25, No.3, pp. 449〜456 (1980)

[2-4] E.Egardt: Stability analysis of discrete-time adaptive control schemes; IEEE Trans. Automat. Contr., Vol. 25, No. 4, pp. 710〜717 (1980)

[2-5] 金井, 内門: ロバスト適応制御; 計測と制御, Vol. 25, No. 5, pp. 406〜412 (1987)

[2-6] F. R. Rubio, J. Aracil and E. F. Camacho: Chaotic motion in an adaptive control system; Int. J. Contr., Vol. 42, No. 2, pp. 353〜360 (1985)

[2-7] 田村, 市川, 小滝, 天野: クーロン摩擦を受ける直流サーボ系の適応制御系の構成; 計測自動制御学会論文集, Vol. 20, No. 3, pp. 227〜232 (1984)

[2-8] 田村, 市川, 小滝, 天野: クーロン摩擦を受ける直流サーボ系の適応制御ー位置制御ー; 計測自動制御学会論文集, Vol. 20, No. 7, pp. 663〜665 (1984)

[2-9] 柴田, 丸岡, 平井, 畑: マイコンによる直流電動機の適応制御; 計測自動制御学会論文集, Vol. 21, No. 3, pp. 308〜310 (1985)

[2-10] 柴田, 丸岡, 平井, 畑: 離散時間モデル規範適応制御の直流モータへの応用; 計測自動制御学会論文集, Vol. 22, No. 11, pp. 1234〜1236 (1986)

[2-11] J. W. Gilvart and G. C. Winston: Adaptive compensation for an optical tracking telescope; Automatica, Vol. 10, No. 2, pp. 125〜131 (1974)

[2-12] J. Van Amerongen and A. J. Udink Ten Cate: Model reference adaptive autopilot for ships; Automatica, Vol. 11, No. 5, pp. 441〜449 (1975)

[2-13] M. Tomizuka, R. Horowitz and G. Anwar: Adaptive techniques for motion control of robot manipulators; Japan-U.S.A Symposium on flexible automation 1986, pp. 217〜224 (1986)

[2-14] V. M. Popov: Hyperstability of control systems; Springer-Verlag (1973)

[2-15] K. Kokotovic and O' Reilly: Singular perturbation methods in control; Academic Press (1986)

[2-16] F. C. Hoppensteadt: Singular perturbations on the infinite interval; Trans. Amer. Math. Soc., Vol. 123, pp. 521〜536 (1966)

[2-17] 藤井, 水野, 今泉: 簡潔な構造をもつ離散時間適応サーボ系の設計と２次元サーボ系への応用; 計測自動制御学会論文集, Vol. 24, No. 7, pp. 685〜692 (1988)

[2-18] C. E. Rohrs, L. Valavani, M. Athans and G. Stein: Robustness of adaptive control algorithms in the presence of unmodeled dynamics; IEEE Trans. Automat. Contr., Vol. 30, No. 9, pp. 881〜889 (1985)

[2-19] F. A. Salam and S. Bai: Complicated dynamics of a prototype continuous-time adaptive control system; IEEE Trans. Circuits Syst., Vol. 35, No. 7 , pp. 842〜849 (1988)

[2-20] N. Sadegh and R. O. Horowitz: A Robust discrete time adaptive control; ASME Jounal of Dynamic Systems, Measurement, and Control; Vol.110, No.2, pp. 189〜196 (1988)

[2-20] P. N. Nikiforruk and K. Tamura: Design of a disturbance accommodating adaptive control system and its application to a DC-servo

motor system with coulomb friction; ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, Vol.110, No.4, pp. 343〜349 (1988)

[2-21] 増淵: 自動制御基礎理論; コロナ社 (1964)

[2-22] P. A. Ioannou and P. V. Kokotovic: Instability analysis and improvement of robustness of adaptive control; Automatica, Vol. 20, No. 5, pp. 585〜594 (1984)

[2-23] K. S. Narendra and A. M. Annaswamy: Robust adaptive control in the presence of bounded disturbances; IEEE Trans. Automat. Contr., Vol. 31, No.4, pp. 306〜315 (1986)

[2-24] S. Bai and F. A. Salam: Disturbance-generated bifurcation in a prototype adaptive system with e_1-modification law; IEEE Trans. Automat. Contr., Vol. 33, No. 10, pp. 979〜984 (1988)

[2-25] L. Hsu and R. Costa: Bursting phenomena in continuous-time adaptive systems with a σ-modification; IEEE Trans. Automat. Contr., Vol. 32, No. 1, pp. 84〜 6 (1987)

[2-26] J. La Salle and S. Lefshetz: Stability by Lyapunov's direct method; Academic Press (1961)

[2-27] I. Y. Marcels and R. Bitmead: Bifurcation effects in robust adaptive control; IEEE Trans. Automat. Contr., Vol. 35, No.7, pp. 835〜841 (1988)

[2-28] J. E. Marsden and M. McCracken: The Hopf bifurcation and its applications; Springer-Verlag (1976)

[2-29] R. Ortega and Y. Tang: Robustness of adaptive controllers-a survey; Automatica, Vol.25, No. 5, pp. 651〜677 (1989)

3 局所的な適応フィードバックループを有する制御系の安定性

3.1 はじめに

プラントの入出力情報のみを用いてコントローラのゲインを調整する一般的なＭＲＡＣＳの構造は固定ゲインによる状態フィードバック制御系に比べて著しく複雑であり，プラントの次数が高次になるほどコントローラの構造も複雑化する．また，制御系に含まれる調整パラメータ数も多くなる．しかし，未知プラントに含まれる未知パラメータの数は必ずしもプラント次数とは比例しない．多くの場合は未知プラントに含まれる未知パラメータの数はプラント次数より小さい．たとえば，工業用マニピュレータにおいて未知パラメータがペイロードの質量のみである場合には未知パラメータ数はただ一つである．しかし，マニピュレータを安定・高精度に制御するために各関節サーボ系に含まれるアクチュエータ，コントローラおよび補償器を含めるとシステム全体ではかなり高次な系となる．一般的な適応制御系の場合，調整パラメータ数は，直接法による場合はプラント伝達関数の次数，間接法の場合はパラメータ推定器の次数により決まるが，未知パラメータの推定において系全体の次数に応じたパラメータ推定をせずに必要最低限の数の未知パラメータ同定を行う方法が示されている [3-1]．また，プラントが未知パラメータを含む部分と未知パラメータを含まない既知部分に分離され，未知部分の入出力信号が観測可能な場合には，プラントの未知部分のみに応じたパラメータ推定器または，規範モデルを設けることにより調整パラメータ数を減ずることも考えられ，いくつかの応用例が報告されている [3-2][3-5]．

そのようなシステムは，制御系が内部に適応制御部分を含んでいるものと考えることができる．ここでは，それを適応ブロックと呼ぶことにする．

これまで，そのようなシステムの安定性に関しては，適応ブロックの内部のみに注目すれば通常のＭＲＡＣＳと同様の結果が成立することより，システム全体を含めた安定性は理論的に問題とされてこなかった．しかし，適応ブロックの内の構成が一般の適応制御系と同じであっても，適応ブロックへの入力信号にそれ自体の出力信号が帰還される場合には，一般の適応制御系の安定性保証に用いられるような条件をあらかじめ仮定することはできない．たとえば，適応ブロックへの入力やその導関数の有

界性をあらかじめ仮定することができない．したがって，その安定性を論ずるためには，適応ブロックを含めた制御系全体に関する考察が必要である．本章では未知プラントが未知部分と既知部分に分離され，未知部分の入出力信号情報のみを用いてパラメータ推定，適応制御を行う場合のシステム全体としての安定性に関する考察を行う．通常のフィードバック制御系と適応制御系を組み合わせた系として，誤差システム伝達関数を強正実化するために追従誤差のフィードバックを行った例がある[3-7]．本章では適応ブロック自体は適応制御系として完結しており，その出力のみが適応ブロックの入力へフィードバックされているシステムを問題とする．

3．2では適応ブロックを含む制御系の定式化を行う．3．3では3．2で定式化した適応制御系の安定性を保証するためにシステム全体が満足しなければならない条件を示す．3．4では簡単なシステムの構成例を示し，数値シミュレーション例を示す．

3.1.1 問題の定式化

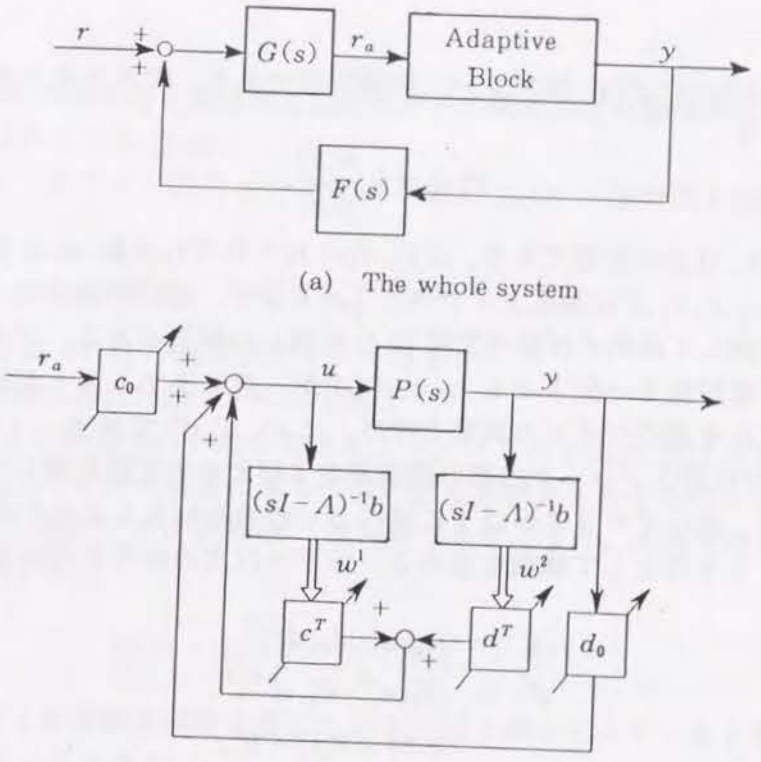
本章で問題とするシステムを Fig.3.1 に示す．Fig.3.1(a) は適応ブロックを含むシステム全体である．Fig.3.1(b) は適応ブロック内の構成図である．Fig.3.1(a) において r はシステム全体への目標入力，r_a は適応ブロックへの入力，$G(s)$ および $F(s)$ は既知の伝達関数であり，多項式 $g_d(s)$, $g_n(s)$, $f_d(s)$, $f_n(s)$ を用いて，

$$G(s) = \frac{g_n(s)}{g_d(s)}, \qquad F(s) = \frac{f_n(s)}{f_d(s)}, \tag{3.2}$$

のように表される．上述のとおりこのシステムの安定性を論ずる際に適応ブロックへの入力信号 r_a の性質が問題となる．Fig.3.1(a) より r_a は便宜的に次のとおり表すことができる．

$$r_a(t) = G(s)r(t) + G(s)F(s)y(t), \tag{3.3}$$

ここで，たとえば $G(s)r(t)$ は伝達関数 $G(s)$ をもつ要素の入力 $r(t)$ に対する出力を意味している．適応ブロックへの入力 r_a として，系全体への入力 r からの伝達成分および適応ブロックの出力 y からの帰還成分を考慮すれば，適応ブロックを含む制御系の安定性解析のためには十分一般的と考えられる．MRACSの構成法は一通りとは限らないが，本研究では Fig.3.1(b) のとおり表される基本的な構成とする．



(a) The whole system

(b) Structure of the adaptive block

Fig.3.1 Control system with an adaptive block

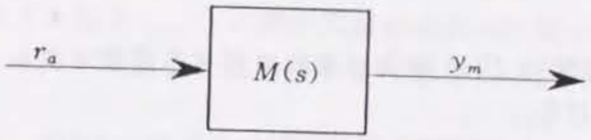


Fig.3.2 Reference model for P(s)

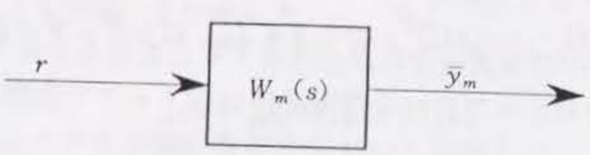


Fig.3.3 Reference model for the whole system

Fig.3.1(b) で $P(s)$ はプラント伝達関数であり，次のとおり表されるものとする．

$$P(s) = k_p \frac{n(s)}{d(s)}, \tag{3.4}$$

ここで，k_p は正の定数であり，$n(s), d(s)$ はそれぞれ次数 m, n の多項式である．$c_0, \boldsymbol{c}, d_0, \boldsymbol{d}$ は適応ゲインベクトルを表す．適応制御系の一般的な構成法に関しては例えば参考文献 [3-1] に詳しい解説がある．プラントとモデルの動特性を一致させる $c_0, \boldsymbol{c}, d_0, \boldsymbol{d}$ が一意に決まることが知られている．これを適応ゲインの真値と呼び，$c_0^*, \boldsymbol{c}^*, d_0^*, \boldsymbol{d}^*$ で表す．

本章では適応ブロック内部の構成法およびその安定性に関しては細かく述べず，適応ブロックが以下に述べる一般的なMRACSの性質 [3-1] を満足するものとして議論を進める．以下では次の記号を用いる．

$$\begin{aligned} \theta &= [c_0, \boldsymbol{c}^T, d_0, \boldsymbol{d}^T]^T, \\ \theta^* &= [c_0^*, \boldsymbol{c}^{*T}, d_0^*, \boldsymbol{d}^{*T}]^T, \\ & \phi(t) = \theta(t) - \theta^*. \end{aligned} \tag{3.5}$$

w は適応ブロックの内部信号を表し，次式で定義される．

$$\begin{aligned} w(t) &= [r_a(t), w^{1T}(t), y(t), w^{2T}(t)]^T, \\ \dot{w}^1(t) &= \Lambda w^1(t) + bu(t), \\ \dot{w}^2(t) &= \Lambda w^2(t) + by(t), \end{aligned} \tag{3.6}$$

ここで，(Λ, b) は安定な可制御正準システムであり，$\Lambda \in R^{n-1 \times n-1}$，$b \in R^{n-1}$ である．

プラント未知部分 $P(s)$ およびそれに対する規範モデル $M(s)$ に関して次の仮定を設ける．

仮定 3.1　プラント伝達関数 $P(s)$ は強プロパーであり，分母および分子の次数が既知である．また，分子の零点は負の実部を有する．$M(s)$ の分母，分子次数はプラントと同じであり，分母はフルビッツ多項式である．

定義 3.1　(信号のレギュラー性 [3-1]) $t \geq 0$ に対して次のような $k_1, k_2 \geq 0$ が存在するとき信号 $z(t) = (z_1(t), z_2(t), \cdots, z_n(t))^T$，$z(\cdot), \dot{z} \in L_{\infty e}$ はレギュラーな信号と言う．

$$|\dot{z}(t)| \leq k_1 \|z_t\|_\infty + k_2, \tag{3.7}$$

Fig.1(b) で表される適応系と規範モデルの間には次の関係が成立することが知られている [3-1]．

性質 3.1　プラント出力 $y(t)$ とモデル出力 $y_m(t)$ が次の通り関係づけられる．

$$y(t) = y_m(t) + \frac{1}{c_0^*} M(s) \phi(t)^T w(t), \tag{3.8}$$

ここで，c_0^* は $M(s)$ の高周波ゲインである．

(3.8) の導出法は付録 3.1 に示した．

適応ゲイン調整が行われることにより，プラント出力 $y(t)$ と規範モデル出力 $y_m(t)$ の間の誤差に関して次の仮定が満足されるものとする．

仮定 3.2　適応ゲイン誤差 $\phi(\cdot)$ は有界である．また，次式を満足する $\beta(\cdot)$ が存在する．

$$|y(t) - y_m(t)| \leq \beta(t) \|w_t\|_\infty + \beta(t), \tag{3.9}$$

ここで，$\beta(\cdot)$ は有界な関数を表しており，$w(\cdot)$ がレギュラーなとき $\lim_{t\to\infty} \beta(t) = 0$ となる．

仮定 3.2 においては適応ブロックへの入力 $r_a(\cdot)$ の有界性を前提としていない．この仮定が全てのパラメータ調整方式に関して妥当ということはできないが直接法や間接法の代表的な適応制御の構成法において，パラメータ調整則として正規化された勾配法を用いた場合などに成立することが知られており [3-1]，内部信号 $w(\cdot)$ の有界性と独立に導かれている．具体例の一つを付録 3.2 に示した．

Fig.1(b) の適応系において，仮定 2 が満足されるときに，プラント出力 $y(t)$ と規範モデル出力 $y_m(t)$ の間の誤差には次の性質がある．

性質 3.2　$w(\cdot)$ がレギュラーならばある時刻 $T > 0$ 以降で不等式

$$|y(t) - y_m(t)| \leq \beta(t) \|y_t\|_\infty + \beta(t), \tag{3.10}$$

が成立する．

ここで，$\beta(t)$ は $\beta(\cdot) \in L_\infty$，$\lim_{t\to\infty} \beta(t) = 0$ となる関数を表している．この性質は適応制御系の安定性の証明においてよく用いられるものであるが [3-1]，問題とするシステムにおいては仮定 3.2 より導くことができる．このことを付録 3.2 に示した．

上述の適応ブロックを含むシステム全体の安定性について以下で考察する．はじめに適応ブロック内の追従誤差とシステム全体の安定性の関係を示し，次にシステム全体の有界性について考察する．

3.1.2 安定性に関する考察

システム全体の安定性　適応ブロックに対する規範モデルを Fig.3.2 のように $M(s)$ で表す．

適応ブロックの伝達特性が完全に $M(s)$ と等しくなった場合のシステム全体の伝達関数を $W_m(s)$ で表す．

$$W_m(s) = \frac{G(s)M(s)}{1 - G(s)M(s)F(s)}. \tag{3.11}$$

$W_m(s)$ は制御系の設計者が任意に与えることのできる伝達関数なので，強プロパーであり，極の実部は全て負であると仮定する．システム全体に対するモデルを Fig.3.3 のように考え，この出力 $\bar{y}_m(t)$ と $y(t)$ との誤差を $\bar{e}(t)$ とおく．適応ブロックにおける追従誤差 $e(t)(= y(t) - y_m(t))$ と $\bar{e}(t)$ の有界性および 0 への収束性について考える．Fig.3.1(a) は Fig.3.4 のように等価に書き換えることができる．$y(t)$ は線形時不変システムに $r(t)$ および $e(t)$ が入力された出力と考えることができるので，つぎのとおり表される．

$$y(t) = W_m(s)r(t) + W_e(s)e(t), \tag{3.12}$$

$$W_e(s) = \frac{1}{1 - G(s)M(s)F(s)}. \tag{3.13}$$

このことより次のことが成り立つ．

定理 3.1　$W_e(s)$ がプロパーで極の実部がすべて負のとき，

(i) $e(\cdot) \in L_\infty$ ならば $y(\cdot) \in L_\infty$.

(ii) $\lim_{t\to\infty} e(t) = 0$ ならば $\lim_{t\to\infty} \bar{e}(t) = 0$.

証明　(3.12) 式より $\bar{e} = W_e(s)e(t)$ である．したがって，$e(\cdot)$ が有界ならば $W_e(s)e(t)$ も有界であり，$\lim_{t\to\infty} e(t) = 0$ ならば $W_e(s)e(t)$ は 0 に収束する．

□

このようにシステム全体の安定性を保証するためには適応ブロック内の追従誤差 $e(\cdot)$ の有界性および 0 への収束性が問題となる．これは適応ブロック内の安定性を保証することにより得られる．このためには適応ブロックへの入力 $r_a(\cdot)$ の有界性，すなわちシステム全体の有界性を示すことが必要である．

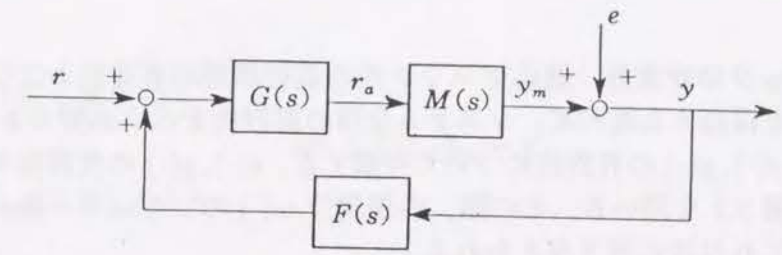


Fig.3.4 Representation of the system with M(s)

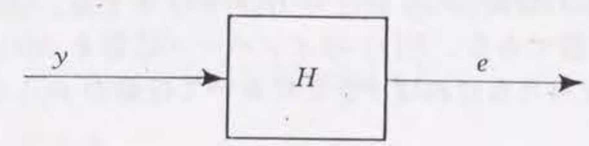


Fig.3.5 Imaginary error system

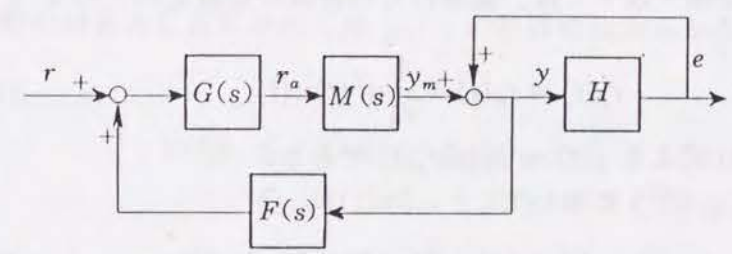


Fig.3.6 Representation of the system with M(s) and H

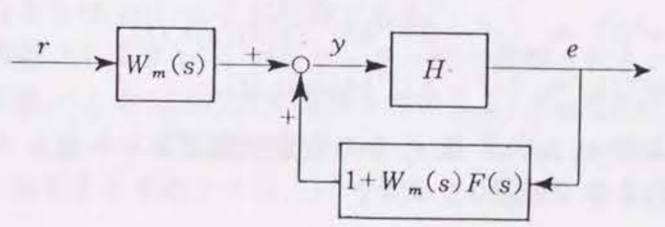


Fig.3.7 Representation of the system with W(s) and H

適応ブロックの安定性　適応ブロック内の追従誤差の有界性および 0 への収束性を保証するために，システム全体の有界性を示す必要がある．そのために $e(\cdot), y(\cdot)$ の有界性について考察する．$e(\cdot), y(\cdot)$ の有界性を示すために性質 3.2 を用いる．その際，内部信号 $w(\cdot)$ のレギュラー性が必要となるがこれは次の通り与えられる．

補題 3.1　$r(\cdot), \dot r(\cdot)$ が有界，伝達関数 $W_e(s), G(s), G(s)F(s)M(s)$ の極がすべて負の実部を有し，$W_e(s), G(s)$ がプロパー，$G(s)F(s)M(s)$ が強プロパーならば，$w(\cdot)$ はレギュラーである．

補題 3.1 を示すために次の補題 3.2 を用いる．

補題 3.2　（入出力安定 [3-1]）$y(t) = H(s)u(t)$ とする．$H(s)$ はプロパーな有理伝達関数である．$H(s)$ のインパルス応答を $h(t)$ で表わす．$H(s)$ が不安定極を持たなければ $t \ge 0$ において任意の $u(\cdot) \in L_{\infty e}$ に対して

$$|y(t)| \le \|h\|_1 \cdot \|u_t\|_\infty + \varepsilon(t), \qquad (3.14)$$
$$\|h\|_1 = \int_0^\infty |h(\tau)| d\tau.$$

が成立する．ここで，$\varepsilon(t)$ は初期値に依存する項であり，指数的に減衰する項である．

補題 3.1 の証明　以下では，簡単のため有限な定数を同一の k で表すことにする．

$$r_p(t) = r_a(t) + \frac{1}{c_0^*}\phi^T(t)w(t), \qquad (3.15)$$

とおけば (3.15) 式より $y(t) = M(s)r_p(t)$ である．
$w^T = (r_a, w^{1T}, y, w^{2T})$ において

$$r_p(t) = G(s)r(t) + G(s)F(s)M(s)r_p(t). \qquad (3.16)$$

仮定および補題 3.2 より，

$$|\dot r_a| \le \|r_{pt}\|_\infty + k. \qquad (3.17)$$

また，$\bar w^T = (w^{1T}, y, w^{2T})$ とおくとき，

$$w^1(t) = (sI - \Lambda)^{-1} b P^{-1}(s) M(s) r_p(t),$$
$$w^2(t) = (sI - \Lambda)^{-1} b M(s) r_p(t).$$

と表されることより w_1, y, w^2 は r_p から安定で強プロパーなシステムにより関係づけられるので補題 3.2 より，

$$|\dot{\bar w}| \le k\|r_{pt}\|_\infty + k. \qquad (3.18)$$

(3.17) 式とまとめて

$$|\dot w| \le k\|r_{pt}\|_\infty + k. \qquad (3.19)$$

(3.15)，(3.16) 式より

$$r_p(t) = \frac{G(s)}{1 - G(s)F(s)M(s)} r(t) + \frac{1/c_0^*}{1 - G(s)F(s)M(s)} \phi(t)^T w(t). \qquad (3.20)$$

$W_e(s) = \frac{1}{1 - G(s)F(s)M(s)}$ が安定でプロパー，ϕ が有界と仮定しているので

$$|r_p| \le k\|w_t\|_\infty + k. \qquad (3.21)$$

(3.19)，(3.21) 式より

$$|\dot w| \le k\|w_t\|_\infty + k. \qquad (3.22)$$

すなわち，$w(\cdot)$ はレギュラーである．

□

つぎに (3.10) 式が成立する場合のシステムの有界性について考察する．一般のＭＲＡＣＳにおいては $y_m(\cdot)$ の有界性は明らかなので (3.10) 式より

$$|e(t)| \le \beta(t)\|(e + y_m)_t\|_\infty + \beta(t)$$
$$\le \beta(t)\|e_t\|_\infty + \beta(t), \qquad (3.23)$$

が成り立ち，スモールゲイン定理 [3-4] などを用いて $y(\cdot)$ の有界性を示すことができる．しかし問題とするシステムではモデルへの入力の有界性が仮定できない．この場合 $y(\cdot)$ の有界性は以下のように示すことができる．

定理 3.2　補題 3.1 の仮定が満足され，$W_m(s)$ がプロパーで極の実部がすべて負ならば $e(\cdot), y(\cdot)$ が有界である．

証明　補題 3.1 より $w(\cdot)$ のレギュラー性が保証されるので，性質 3.2 より追従誤差 $e(\cdot)$ は (3.10) 式の関係を満足する．Fig.3.5 のように入力を $y(t)$ 出力を $e(t)$ とする仮想的なシステム H を考え，その入出力関係が (3.10) 式を満足するものとする．H を用いて Fig.3.4 を Fig.3.6 のように

書き直すことができる．Fig.3.6 を (3.11) 式で定義される $W_m(s)$ を用いて Fig.3.7 のように書き直す．

$$\begin{aligned} 1+W_m(s)F(s) &= \frac{1}{1-G(s)M(s)F(s)} \\ &= w_e(s), \end{aligned} \tag{3.24}$$

であり，$W_e(s)$ は安定でプロパーなので補題 3.2 より

$$|\{1+W_m(s)F(s)\}e(t)| \le \|h\|_1 \cdot \|e_t\|_\infty + \varepsilon(t), \tag{3.25}$$

$$\lim_{t\to\infty} \varepsilon(t) = 0,$$

ここで，$h(\cdot)$ は $1+W_m(s)F(s)$ のインパルス応答を表す．$\|h\|_1 < \infty$ であり，H で表したシステムのゲインは十分時間の経過した後には十分小さく選ぶことができるのでスモールゲイン定理より $e(\cdot), y(\cdot)$ は有界である．

□

以上でシステム全体の有界性が得られた．したがって，適応ブロック内における規範モデルとプラントの追従誤差の有界性および 0 への収束性は，一般のＭＲＡＣＳと同様に示すことができる．このことよりシステム全体の安定性は定理 3.1 より保証される．

3.1.3 例題およびシミュレーション

ここまでの議論では適応制御系内部におけるパラメータ調整則を具体的に与えていないが，ここでは入力誤差 [3-1] を用いたパラメータ調整を行った場合の例を示す．はじめに，このときの適応ブロック内部のシステム構成を示す．コントローラの構成は Fig.3.1(b) の通りである．θ,ϕ などの記号を上述の通り定義し用いる．入力誤差は以下の通り定義される．

$$e_2(t) = \theta^T(t)\nu(t) - L^{-1}(s)u(t), \tag{3.26}$$

ここで，

$$\begin{aligned} \nu^T(t) &= [\{M(s)L(s)\}^{-1}y(t), L^{-1}(s)w^{1T}(t), \\ &\quad L^{-1}(s)y(t), L^{-1}(s)w^{2T}(t)]. \end{aligned} \tag{3.27}$$

$L^{-1}(s)$ は相対次数がプラント相対次数に等しく，安定極のみを有する最小位相な有理伝達関数である．適応則は次の通り与えられる．

$$\dot{\theta}(t) = -g\frac{e_2(t)\nu(t)}{1+\gamma\nu^T(t)\nu(t)}, \tag{3.28}$$

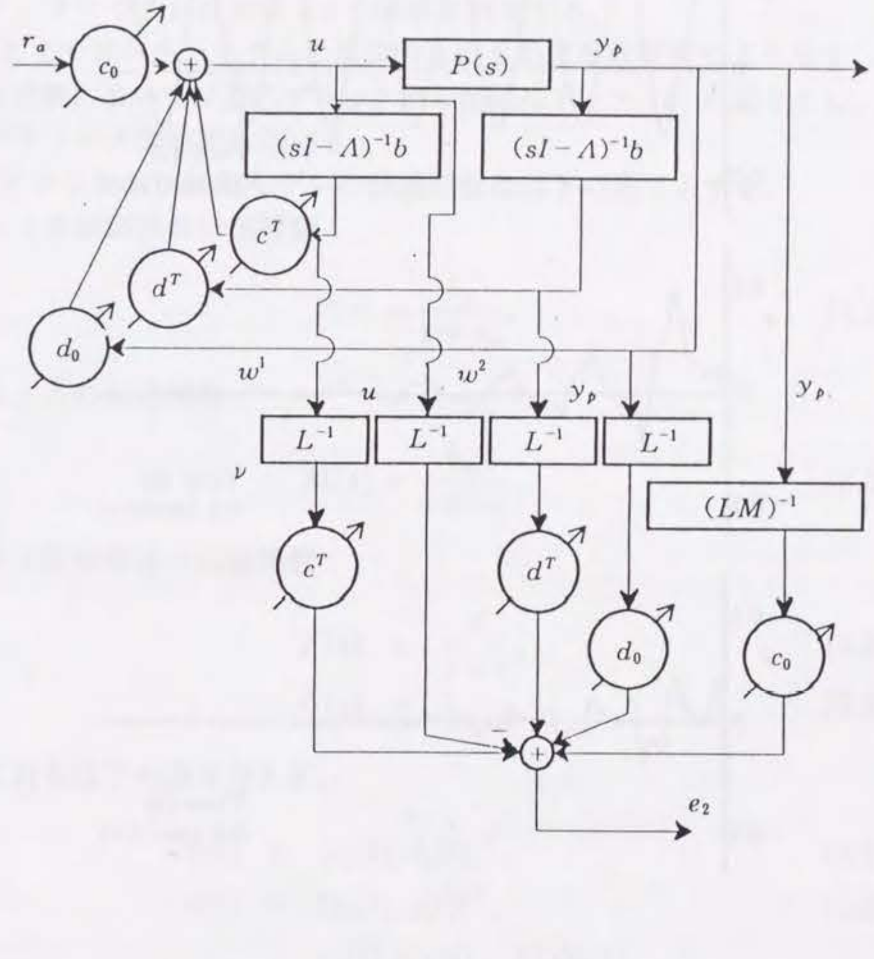


Fig.3.8 Input error identifier structure

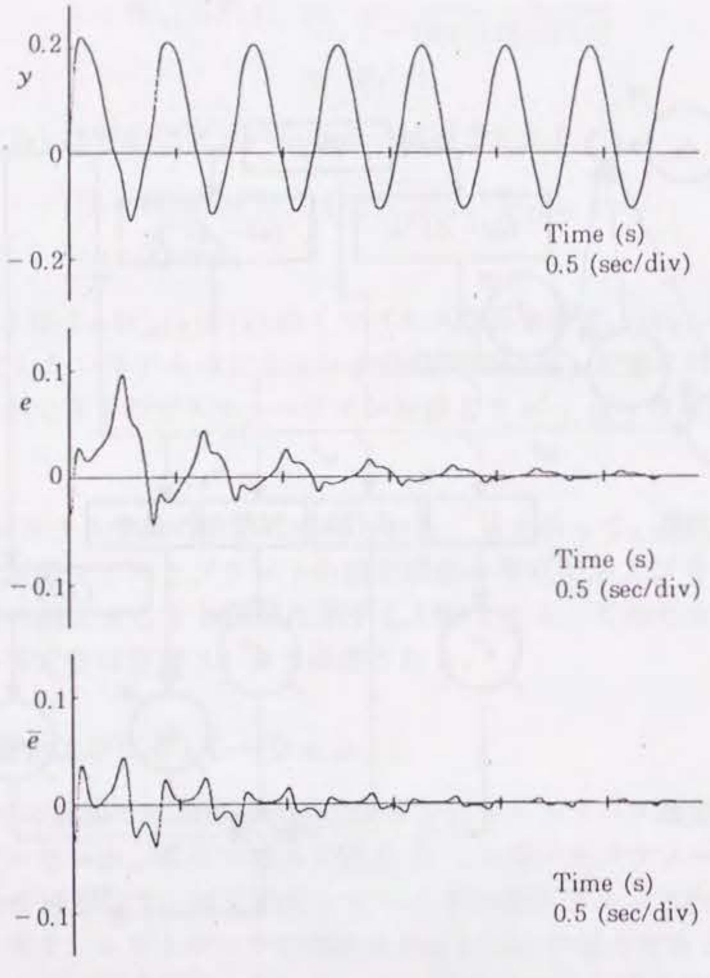


Fig.3.9 Time response of y, e, and $\bar{e}$

ここで，g および γ は正の設計パラメータである．また，c_0 の取り得る最小値 c_{min} が既知であると仮定し，$c_0 = c_{min}, \dot{c}_0 < 0$ のとき $\dot{c}_0 = 0$ と固定する．適応ブロック内のブロック図を Fig.3.8 に示した．このとき適応ブロック内の追従誤差は仮定 3.2 の関係を満足し，(付録 3.3 参照) $w(\cdot)$ がレギュラーであれば性質 3.2 の関係を満足する．

ここまで述べたシステムの具体的な例を簡単な数値例により示す．以下に示す例においては適応ブロック内の構成は Fig.3.1(b) の通りとし，上述のパラメータ調整則を用いる．

プラントおよび規範モデルの伝達関数は以下の通りとする．

プラント未知部分の伝達関数：

$$P(s) = \frac{b_p}{s + a_p}, \tag{3.29}$$

規範モデルの伝達関数：

$$M(s) = \frac{b_m}{s + a_m}, \tag{3.30}$$

プラント既知部分の伝達関数：

$$F(s) = \frac{d}{s + c}, \tag{3.31}$$

$$G(s) = 1. \tag{3.32}$$

制御入力を以下の通り与える．

$$\theta(t) = (c_0(t), d_0(t))^T, \tag{3.33}$$

$$w(t) = (r_a(t), y(t))^T, \tag{3.34}$$

$$r_a(t) = r(t) - F(s)y(t),$$

$$u(t) = \theta^T(t)w(t). \tag{3.35}$$

適応則を (3.26)〜(3.28) のとおり与える．

補題 3.1 の仮定が満足されるならば $w(\cdot)$ はレギュラーであり，性質 3.2 および定理 2.2 よりシステムの有界性が得られる．さらに系全体に対するモデルは

$$\bar{y}_m(t) = W_m(s)r(t), \tag{3.36}$$

$$W_m(s) = \frac{b_m s + c}{s^2 + (a_m + c)s + a_m c + b_m d}, \tag{3.37}$$

と表され，

$$W_e(s)=\frac{s^2+(a_m+c)s+a_mc}{s^2+(a_m+c)s+a_mc+b_md}, \tag{3.38}$$

がプロパーで安定であれば定理 3.1 により $\bar{e}(t)(=y(t)-\bar{y}_m(t))$ の 0 への収束性が保証される．計算機シミュレーションにより，適応ブロック内の追従誤差 $e(t)$ および系全体のモデルとの間の追従誤差 $\bar{e}(t)$ の応答を Fig.3.9 に示した．各パラメータの値は $a_m=100, b_m=100, a_p=25$, $b_p=40, c=10, d=10, g=20, \gamma=1$ 入力は $r=0.1+0.2sin(15t)$ である．

3.2 結論

プラントの一部のみに対応する規範モデルを用いてＭＲＡＣＳを構成した場合のシステム全体の安定性を，外乱などの存在しない理想状態のもとで考察した．ＭＲＡＣＳの構成をこのようにすることとの目的は，適応系の次数の低減化の他に，適応ブロック以外の部分が飽和などの非線形性を含む場合であっても適応動作に悪影響を及ぼさないようにできることである．したがって，実用上は適応ブロック以外の部分が外乱や非線形性を有する場合の安定性の保証を行うことが重要と考えられる．

参考文献

[3-1] S. Sastry and M. Bodson: Adaptive control, stability, convergence and robustness; Prentice-Hall (1989)

[3-2] M. Tomizuka, R. Horowitz and G. Anwar: Adaptive techniques for motion controls of robotic manipulators; Japan-U. S. A Symposium on flexible automation 1986, pp. 217〜224 (1986)

[3-3] K. S. Narendra and A. M. Annaswamy: Stable adaptive systems; Prentice-Hall (1989)

[3-4] 平井, 池田: 非線形制御システムの解析; オーム社 (1986)

[3-5] J. W. Gilvart and G. C. Winston: Adaptive compensation for an optical tracking telescope; Automatica, Vol. 10, No. 2, pp. 125〜131 (1974)

[3-6] 大森, 佐野: モデリング誤差を考慮した連続時間ＭＲＡＣＳ; 計測自動制御学会論文集, Vol. 22, No. 4, pp. 479〜481 (1990)

[3-7] 岩井: 構造の簡単な適応制御（ＳＡＣ）; コンピュートロール, Vol. 32, pp. 66〜72 (1990)

[3-8] 市川, 金井, 鈴木, 田村: 適応制御; 昭晃堂 (1984)

[3-9] 井上: 適応制御系の安定性; 第２０回 計測自動制御学会適応制御部会講義会資料, No. 62-6 (1987)

4 間接法によるロボットの適応制御系の一構成法

4.1 はじめに

ロボットの制御性能を向上し，その適用範囲を広くするために多くの新しい制御方法が提案されている．その多くはロボットの運動方程式があらかじめ得られていることを前提としているが，実際には，ロボットの運動方程式を正確に同定するためには多くの時間と労力を必要とする．この問題の解決方法の1つは適応制御方式を用いて，ロボットの運動方程式を同定しながら制御を行うことである．

ロボットの運動は非線形の運動方程式により記述されるが，初期の研究においては線形プラントに対する適応制御方式を適用することが試みられた．そのために，線形近似やロボットの関節の間の干渉項の無視などの，モデルの簡単化を行うことが必要であった [4-1][4-2][4-3]．その後，未知パラメータに関して線形な形で運動方程式を表すことにより，運動方程式の非線形性も十分に考慮した適応制御系が提案された [4-4][4-5][4-6]．しかし，ロボットのパラメータ推定のために，ノイズを多く含む関節角加速度信号が必要とされるという問題が残っていた．この問題は直接法を用いたロボットの適応制御系においては，ロボットの動特性の受動性を巧みに利用して未知パラメータの推定を行うことにより解決されている [4-7][4-8]．また，近年そのようなパラメータ推定方法の統一的なアルゴリズムに関する研究が発表されている [4-9]．

線形プラントに対する適応制御システムの構成法は，規範モデルとプラントの間の追従誤差を用いて適応ゲインを調整する直接法とプラント入出力信号から未知パラメータを推定し得られたプラントパラメータに基づいて制御入力を合成する間接法に分類することができる．ロボットの適応制御系においてもその構造により直接法と間接法に分類できる．間接法による構成法は，直接法と比較して以下の利点を有する．

1. パラメータ推定機構の特性と制御系の動特性を独立に設計できる．

2. パラメータ推定器が制御系と独立に構成されるので，力制御やハイブリッド制御などでロボットの正確な運動方程式が必要とされる制御法に同じ構成のパラメータ推定器を組み込むことが可能である．

3. 入力飽和があってもパラメータ推定を妨げない様にパラメータ推定器を構成することができる．

これまで，間接法によるロボットの適応制御系においては角加速度信号の使用を避けるために，角度および角速度信号より関節へのトルク入力のフィルタ値を数値的に求める方法が提案され [4-10] [4-11]，大域的に安定な適応制御系の構成法が示されている [4-12][4-13]．また，近年その際に必要とされるトルク入力のフィルタ値の一般的な計算方法についての検討がなされている [4-14]．

本研究では，間接法によるロボットの適応制御系の構成において，トルク入力のフィルタ値を用いるのではなく，直接法と同様にロボットの動特性の受動性を利用したパラメータ推定を行う方法を提案し，制御系全体の安定性の証明を与える．提案する制御系は，直接法と同様に角度および角速度信号の観測値により構成することが可能である．

4.2 ロボットの運動方程式の同定

4.2.1 問題の記述

マニピュレータの運動方程式は一般に次の様に表される．

$$M(q)\ddot{q} + C(q,\dot{q})\dot{q} + G(q) = \tau, \tag{4.2}$$

ここで，各記号は以下の物理量を表わす．

$q : n \times 1$ の関節変数 (各関節の角度を並べたベクトル)，

$M(q) : n \times n$ の正定行列 (慣性行列)，

$C(q,\dot{q})\dot{q} : n \times 1$ の遠心力とコリオリ力から成る項，　$C \in R^{n\times n}$，

$G(q) : n \times 1$ の重力項，

$\tau : n \times 1$ の関節駆動トルク．

$q(t)$,$\dot{q}(t)$ はポテンショメータ，タコゼネレータなどのセンサにより観測することができる．計算トルク法などを用いてロボットを高精度に制御するためには行列 M, C ベクトル G の正確な値が必要である．M, C, G はロボットのリンクパラメータ（リンクの質量，長さ，慣性モーメント）を含むのでリンクパラメータの正確な値が分からなければこれらの正確な値は分からない．以下ではこれらが未知な場合を問題とする．(4.2) は次の条件を満足することを仮定する．

(ロボットの運動方程式についての仮定)

1. $t \geq 0$ で $M(q) \geq \alpha I$ を満足する正数 $\alpha > 0$ が存在する．ただし I は単位行列．また，M および C が次の関係を満足する [5-8].

$$\dot{M} = C + C^T. \tag{4.3}$$

2. 関数 $M(q), C(q,\dot{q})$ および $G(q)$ は滑らかな関数である．

3. $n \times 1$ ベクトル x, y に対して $M(q), C(q,\dot{q}), G(q)$ は次の形に表すことができる [5-8].

$$M(q)x + C(q,\dot{q})y + G(q) = Y(q,\dot{q},y,x)a, \tag{4.4}$$

ここで，$Y \in R^{n\times m}$，a は $m \times 1$ の定ベクトルであり，M，C，G の含む未知パラメータは全て a に含まれる．したがって $q, \dot{q}$ の観測値から未知変数を用いることなしに Y を合成できる．a は基本パラメータと呼ばれる．

$q, \dot{q}$，を目標軌道 $q_d, \dot{q}_d$ に追従させることが制御の目的である．そのために，未知パラメータ a を同定しながら制御入力を決定する制御則を考える．目標軌道 $q_d, \dot{q}_d$ はつぎの関係を満足するように与える．

$$\ddot{q}_d + K_v\dot{q}_d + K_p q_d = r(t), \tag{4.5}$$

ここで，K_v, K_p は $n \times n$ の正定行列，$r(t)$ は $n \times 1$ の規範入力である．

4.2.2 パラメータ推定器の構成

未知の基本パラメータ a の推定値を $\hat{a}(t)$ とする．パラメータ調整器は $\hat{a}$ が a に近づくような調整規則を与える．M, C, G は未知の基本パラメータ a に依存するが，a をその推定値 $\hat{a}$ で置き換えたものを $\hat{M}, \hat{C}, \hat{G}$ と書くことにする．$\hat{M}, \hat{C}, \hat{G}$ は M, C, G の推定値である．(4.4) と同様の表わし方をすれば次式となる．

$$\hat{M}(q)x + \hat{C}(q,\dot{q})y + \hat{G}(q) = Y(q,\dot{q},y,x)\hat{a}(t). \tag{4.6}$$

パラメータ a を推定するために次のシステムを構成する．(Fig.4.1 参照)

$$\hat{M}(q)\ddot{q}_m + \hat{C}(q,\dot{q})\dot{q}_m + \hat{G}(q) = \tau + \tau_e, \tag{4.7}$$

$$q_m \in R^{n\times 1}$$

ここで，

$$\tau_e = Ks + \hat{M}\Lambda\dot{\tilde{e}} + \hat{C}\Lambda\tilde{e}, \tag{4.8}$$

$$s = \dot{\tilde{e}} + \Lambda\tilde{e}, \quad \Lambda, K \in R^{n\times n}, \tag{4.9}$$

$$\tilde{e} = q - q_m. \tag{4.10}$$

Λ, K は対称行列であり，$\Lambda, K > 0$ とする．(4.7) は計算機内にソフトウエアとして実現することができる．(4.7) を数値的に解くことにより $q_m(t)$，$\dot{q}_m(t), \ddot{q}_m(t)$ を得ることができる．(4.2)，(4.7) より誤差信号 $\tilde{e}$ に関する誤差方程式が次式のとおり得られる．

$$\begin{aligned} & M(q)\ddot{\tilde{e}} + C(q,\dot{q})\dot{\tilde{e}} + \tau_e \\ = \; & (\hat{M} - M)\ddot{q}_m + (\hat{C} - C)\dot{q}_m + \hat{G} - G \\ = \; & Y(q,\dot{q},\dot{q}_m,\ddot{q}_m)(\hat{a} - a) \\ = \; & Y(q,\dot{q},\dot{q}_m,\ddot{q}_m)\tilde{a}, \end{aligned} \tag{4.11}$$

ここで，$\tilde{a}(t) = \hat{a}(t) - a$ である．これをパラメータ誤差と呼ぶ．τ_e は

$$\begin{aligned} \tau_e \;=\; & Ks + (\hat{M} - M)\Lambda\dot{\tilde{e}} + (\hat{C} - C)\Lambda\tilde{e} \\ & + M\Lambda\dot{\tilde{e}} + C\Lambda\tilde{e}, \end{aligned} \tag{4.12}$$

と書くことができるので (4.11) および (4.12) より次式を得る．

$$\begin{aligned} & M(q)(\ddot{\tilde{e}} + \Lambda\dot{\tilde{e}}) + C(q,\dot{q})(\dot{\tilde{e}} + \Lambda\tilde{e}) + Ks \\ = \; & Y(q,\dot{q},\dot{q}_m,\ddot{q}_m)\tilde{a} - (\hat{M} - M)\Lambda\dot{\tilde{e}} - (\hat{C} - C)\Lambda\tilde{e} \\ & M(q)\dot{s} + (C(q,\dot{q}) + K)s \\ = \; & Y(q,\dot{q},\dot{q}_m,\ddot{q}_m)\tilde{a} - (\hat{M} - M)\Lambda\dot{\tilde{e}} - (\hat{C} - C)\Lambda\tilde{e}. \end{aligned} \tag{4.13}$$

重力加速度 $g = 0$ とおいた場合，(4.4) において $G(q) = 0$ となる．この関係を次のとおりに書く．

$$M(q)x + C(q,\dot{q})y = Y_{g=0}(q,\dot{q},y,x)a. \tag{4.14}$$

同様に (4.6) は次式の通りに書くことができる．

$$\hat{M}(q)x + \hat{C}(q,\dot{q})y = Y_{g=0}(q,\dot{q},y,x)\hat{a}(t). \tag{4.15}$$

これらの関係を用いて (4.13) の右辺第 2 項，第 3 項に現われる $(\hat{M}-M)\Lambda\dot{\tilde{e}}+(\hat{C}-C)\Lambda\tilde{e}$ を次のとおりまとめて表わすことができる．

$$(\hat{M}-M)\Lambda\dot{\tilde{e}}+(\hat{C}-C)\Lambda\tilde{e}=Y_{g=0}(q,\dot{q},\Lambda\tilde{e},\Lambda\dot{\tilde{e}})\tilde{a}. \tag{4.16}$$

そこで，(4.16) を (4.13) へ代入することにより次式を得る．

$$\begin{aligned} & M(q)\dot{s}+(C(q,\dot{q})+K)s \\ = & \ \{Y(q,\dot{q},\dot{q}_m,\ddot{q}_m)-Y_{g=0}(q,\dot{q},\Lambda\tilde{e},\Lambda\dot{\tilde{e}})\}\tilde{a} \\ = & \ \bar{Y}\tilde{a}. \end{aligned} \tag{4.17}$$

(4.17) において，$s(t)$ および $\bar{Y}$ は未知パラメータを含まないので観測可能な信号である．これらを用いてパラメータの推定値 $\hat{a}(t)$ の調整則を構成する．

$$\dot{\hat{a}}=\dot{\tilde{a}}=-\bar{Y}^Ts. \tag{4.18}$$

誤差方程式 (4.17) およびパラメータ調整則 (4.18) で記述されるシステムの安定性に関する結果を以下の通りまとめることができる．

定理 4.1　(4.17)(4.18) のシステムにおいて $\tilde{a}(\cdot)$,$\tilde{e}(\cdot)$,$\dot{\tilde{e}}(\cdot)$ は有界である．また，$q(\cdot)$,$\dot{q}(\cdot)$,$\ddot{q}_m(\cdot)$ が有界ならば，次の式が成立する．

$$\lim_{t\to\infty}\tilde{e}(t)=0, \tag{4.19}$$

$$\lim_{t\to\infty}\dot{\tilde{e}}(t)=0. \tag{4.20}$$

証明　次の正定値関数を考える．

$$V=s^TMs+\tilde{a}^T\tilde{a}. \tag{4.21}$$

(4.17)，(4.18) の解に沿って微分すれば，

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \dot{s}^TMs+s^TM\dot{s}+s^T\dot{M}s+\dot{\tilde{a}}^T\tilde{a}+\tilde{a}^T\dot{\tilde{a}} \\ &= -2s^TKs \\ &\le 0. \end{aligned} \tag{4.22}$$

$0\le V(t)$,$\dot{V}(t)\le 0$ なので $s(\cdot)$,$\tilde{a}(\cdot)$ が有界である．(4.9) を $\tilde{e}$ に関するシステムと考えると，

$$\dot{\tilde{e}}=-\Lambda\tilde{e}+s, \tag{4.23}$$

ここで $s(t)=0$ とおいた自由システムは指数的に安定である．$s(\cdot)$ が有界なので，$\tilde{e}(\cdot)$,$\dot{\tilde{e}}(\cdot)$ は有界である．

いま，$q(\cdot)$,$\dot{q}(\cdot)$,$\ddot{q}_m(\cdot)$ が有界と仮定しているのでロボットの運動方程式に関する仮定 2 より $M(q),C(q,\dot{q}),G(q)$ が有界であり (4.17) における $\bar{Y}(\cdot)$ は有界である．(4.17) においてロボットの運動方程式に関する仮定 1 より $M(q)>\alpha I$ なので $\dot{s}(\cdot)$ が有界である．

$$\ddot{V}=-4s^TK\dot{s}, \tag{4.24}$$

が有界なので $\dot{V}(\cdot)$ は一様連続である．したがって，Barbalat の補題 [5-7] より，

$$\lim_{t\to\infty}\dot{V}(t)=0, \tag{4.25}$$

$$\lim_{t\to\infty}s(t)=0. \tag{4.26}$$

(4.9) において Λ が正定行列であり，$s(t)\to 0$ なので，

$$\lim_{t\to\infty}\tilde{e}(t)=0, \tag{4.27}$$

$$\lim_{t\to\infty}\dot{\tilde{e}}(t)=0. \tag{4.28}$$

□

4.3　制御系の構成

(4.18) で調整したパラメータを用いてロボットの制御系を構成する．ロボットへの制御入力，τ を次のとおりあたえる．(Fig.4.2)

$$\tau=\hat{M}(q)(\ddot{q}_d+K_{vc}\dot{e}+K_{pc}e)+\hat{C}(q,\dot{q})\dot{q}+\hat{G}(q), \tag{4.29}$$

ここで，

$$e=q_d-q. \tag{4.30}$$

また，K_{vc}, K_{pc} は $n\times n$ の正定値行列である．これらの値は

$$\ddot{x}+K_{vc}\dot{x}+K_{pc}x=0, \tag{4.31}$$

$$x\in R^{n\times 1}$$

を満足する $\dot{x}(t),x(t)$ が指数的に 0 に収束するように選ぶ．

$$\ddot{x}+K_{vc}\dot{x}+K_{pc}x=u(t), \tag{4.32}$$

$$\bar{x}=(x^T,\dot{x}^T,\dot{x}_1^2,\cdots,\dot{x}_i\dot{x}_j,\cdots,\dot{x}_n^2)^T, \tag{4.33}$$

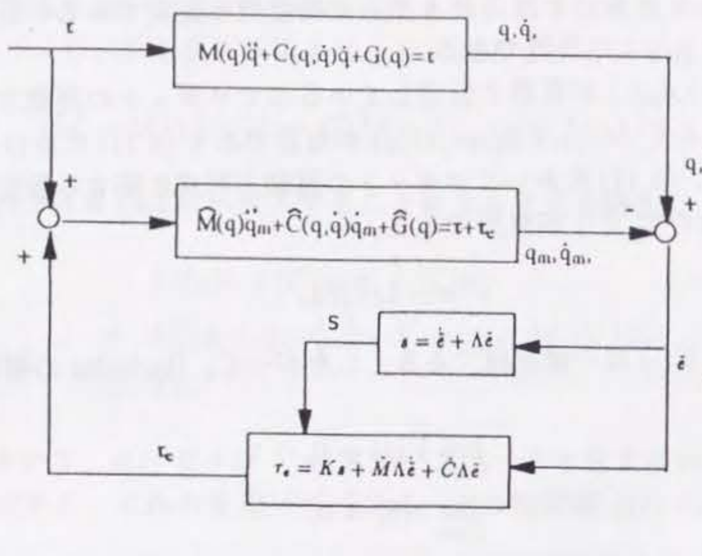


Fig.4.1 Block diagram of the parameter estimator

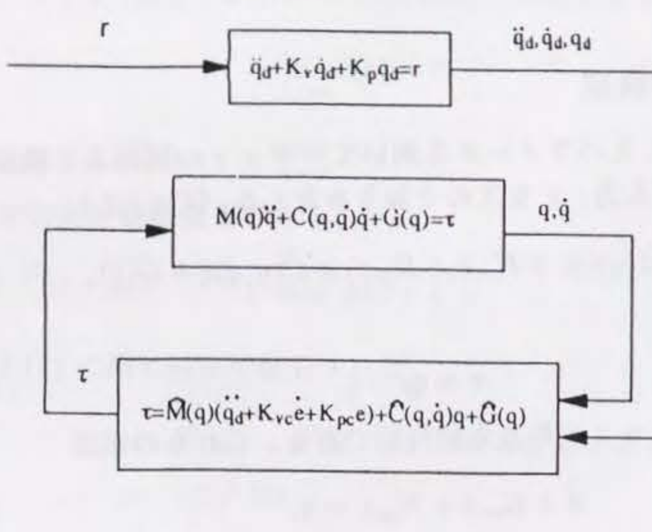


Fig.4.2 Block diagram of the controller

で与えられる $\bar{x}$ について，

$$\|\bar{x}\|_\infty \leq \gamma\|u\|_\infty + \beta, \tag{4.34}$$

を満足する γ をシステム (4.32), (4.33) のゲインと呼ぶ．ここで，記号 $\|\cdot\|_\infty$ は関数のノルムを表し，以下の様に定義される．

$$\|u\|_\infty = \sup_{0\leq t<\infty} \|u(t)\|. \tag{4.35}$$

$\|\cdot\|$ はユークリッドノルムを表す．$e(t)$ は追従誤差である．$e(t)$ および $\dot{e}(t)$ の収束についての結果を以下にまとめる．その際，システムが有界となるための十分条件を示すために以下の仮定を設ける．未知パラメータ a がパラメータ空間内の有界で凸な集合の中に存在することが既知であり，推定パラメータ $\hat{a}$ はその中に拘束される．推定パラメータを凸集合に拘束する方法についてはたとえば，文献 [4-13] にプロジェクションによる方法が検討されている．これにより，$M,\hat{M},C,\hat{C}$ に関して以下の関係を満足する整数 $\alpha_1,\alpha_2,\beta_{m1},\beta_{m2},\beta_{c1},\beta_{c2}$ の存在を仮定する．

$$0 < \alpha_1 \leq \|M\| \leq \beta_{m1}, \tag{4.36}$$
$$0 < \alpha_2 \leq \|\hat{M}\| \leq \beta_{m2}, \tag{4.37}$$
$$\|C(x,\dot{x})\dot{x}\| \leq \beta_{c1}\|\bar{x}\|, \tag{4.38}$$
$$\|\hat{C}(x,\dot{x})\dot{x}\| \leq \beta_{c2}\|\bar{x}\|, \tag{4.39}$$

ここで，$\bar{x}$ は $x,\dot{x}$ に対して (4.33) で表されるベクトルである．行列のノルムは次式の通り定義する．

$$\|M\| = \sup_{\|x\|=1} \|Mx\|. \tag{4.40}$$

(4.38), (4.38) においては，一般に $C(x,\dot{x})$ に含まれる x の要素 x_i が $sin(x_i), cos(x_i)$ の様に有界な関数の形で含まれることを仮定している．

重力項 $G(q),\hat{G}(q)$ は常に有界と仮定する．また，以下の関係を満足するように β_k,β を定義する．

$$\|K_{vc}\dot{x} + K_{pc}x\| \leq \beta_k\|\bar{x}\|, \tag{4.41}$$

$$\beta = \frac{\beta_{m1}+\beta_{m2}}{\alpha_1\alpha_2}(\beta_{m2}\beta_k + \beta_{c1} + \beta_{c2}) + \frac{\beta_{c1}+\beta_{c2}}{\alpha_2}. \tag{4.42}$$

定理 4.2　規範入力 $r(\cdot),\dot{r}(\cdot)$ が有界であり，システム (4.32), (4.33) の

ゲインを γ としたとき，$\gamma\beta < 1$ を満たせば $q(\cdot),\dot{q}(\cdot),\ddot{q}_m(\cdot)$ が有界であり，次の式が成立する．

$$\lim_{t\to\infty} e(t) = 0, \tag{4.43}$$

$$\lim_{t\to\infty} \dot{e}(t) = 0. \tag{4.44}$$

証明　(4.2) および (4.29) より，

$$\begin{aligned} \ddot{q} &= M^{-1}\hat{M}(\ddot{q}_d + K_{vc}\dot{e} + K_{pc}e) \\ &\quad + M^{-1}(\hat{C} - C)\dot{q} + M^{-1}(\hat{G} - G). \end{aligned} \tag{4.45}$$

規範入力 $r(\cdot)$ が有界と仮定しているので (4.5) より目標軌道 $\ddot{q}_d(\cdot),\dot{q}_d(\cdot)$，$q_d(\cdot)$ は有界である．$q = q_d - e$ なので，(4.36)〜(4.42) の関係を用いて評価すれば，

$$\begin{aligned} \|\ddot{q}\| &\le \frac{\beta_{m2}\beta_k}{\alpha_1}\|\bar{e}\| + \frac{\beta_{c1}}{\alpha_1}\|\bar{e}\| + \frac{\beta_{c2}}{\alpha_1}\|\bar{e}\| + k \\ &= \frac{1}{\alpha_1}(\beta_{m2}\beta_k + \beta_{c1} + \beta_{c2})\|\bar{e}\| + k, \end{aligned} \tag{4.46}$$

ここで，k は有限な正数を表わす．以下同様に有限の正数を区別せずに k で表わす．(4.2) および (4.29) より $\ddot{e} + K_{vc}\dot{e} + K_{pc}e$ を求めると，

$$\begin{aligned} &\hat{M}(q)\{(\ddot{q}_d - \ddot{q}) + K_{vc}\dot{e} + K_{pc}e\} \\ &\qquad + \hat{M}(q)\ddot{q} + \hat{C}(q,\dot{q})\dot{q} + \hat{G} \\ &= M(q)\ddot{q} + C(q)\dot{q} + G(q), \end{aligned} \tag{4.47}$$

$$\begin{aligned} &\hat{M}(\ddot{e} + K_{vc}\dot{e} + K_{pc}e) \\ &= (M - \hat{M})\ddot{q} + (C - \hat{C})\dot{q} + G - \hat{G}. \end{aligned} \tag{4.48}$$

いま，$\hat{M}$ が正則であることを仮定しているので，

$$\begin{aligned} &\ddot{e} + K_{vc}\dot{e} + K_{pc}e \\ &= \hat{M}^{-1}\{(M - \hat{M})\ddot{q} + (C - \hat{C})\dot{q} + G - \hat{G}\}. \end{aligned} \tag{4.49}$$

(4.36)〜(4.42) および (4.46) の関係を用いて (4.49) を評価すれば次式となる．

$$\begin{aligned} &\|\ddot{e} + K_{vc}\dot{e} + K_{pc}e\| \\ &\le \{\frac{\beta_{m1} + \beta_{m2}}{\alpha_1\alpha_2}(\beta_{m2}\beta_k + \beta_{c1} + \beta_{c2}) + \frac{\beta_{c1} + \beta_{c2}}{\alpha_2}\}\|\bar{e}\| + k \\ &= \beta\|\bar{e}\| + k. \end{aligned} \tag{4.50}$$

(4.49) の右辺を u とおき，$\bar{e} = (e^T, \dot{e}^T, \dot{e}_1^2, \cdots, \dot{e}_i\dot{e}_j, \cdots, \dot{e}_n^2)^T$，と書けば，

$$\|u\|_\infty \le \beta\|\bar{e}\|_\infty + k. \tag{4.51}$$

(4.51) を $\bar{e}$ を入力，u を出力とするシステムと見なし，これを H で表わす．(4.54) は Fig.4.3 のフィードバック系と考えることができる．このシステムに対してスモールゲイン定理 [5-7] が適用でき，$\gamma\beta < 1$ を満足すれば $e(\cdot),\dot{e}(\cdot)$ が有界である．したがって，$q(\cdot),\dot{q}(\cdot)$ が有界なので，(4.10) より $\dot{q}_m(\cdot)$ が有界である．(4.37) より $\alpha I \le \hat{M}, 0 < \alpha$ となる正数 α が存在するので，(4.7) より $\ddot{q}_m(\cdot)$ も有界である．したがって問題とする系において定理 4.1 の結果が成立する．

次に追従誤差の収束性を示すために，(4.49) をさらに変形する．

$$\begin{aligned} &\ddot{e} + K_{vc}\dot{e} + K_{pc}e \\ &= \hat{M}^{-1}\{(M - \hat{M})(\ddot{\tilde{e}} + \ddot{q}_m) \\ &\quad + (C - \hat{C})(\dot{\tilde{e}} + \dot{q}_m) + G - \hat{G}\}. \end{aligned} \tag{4.52}$$

(4.11) の関係を用いれば (4.52) の右辺の q_m を含む項を $\tilde{e}$ の項に置き換えることができる．

$$\begin{aligned} &(M - \hat{M})(\ddot{\tilde{e}} + \ddot{q}_m) + (C - \hat{C})(\dot{\tilde{e}} + \dot{q}_m) \\ &\qquad + G - \hat{G} \\ &= (M - \hat{M})\ddot{\tilde{e}} \\ &\quad + (C - \hat{C})\dot{\tilde{e}} - M(q)\ddot{\tilde{e}} - C(q,\dot{q})\dot{\tilde{e}} - \tau_e \\ &= -\hat{M}\ddot{\tilde{e}} - \hat{C}\dot{\tilde{e}} - \tau_e \\ &= -\hat{M}(\ddot{\tilde{e}} + \Lambda\dot{\tilde{e}}) - \hat{C}(\dot{\tilde{e}} + \Lambda\tilde{e}) - Ks \\ &= -\hat{M}\dot{s} - (\hat{C} + K)s. \end{aligned} \tag{4.53}$$

したがって

$$\ddot{e} + K_{vc}\dot{e} + K_{pc}e = -\dot{s} - \hat{M}^{-1}(\hat{C} + K)s. \tag{4.54}$$

$\hat{M}$ は正の対称行列であり，$\alpha I \le \hat{M}$ より，(4.54) の右辺の各項が 0 に収束するならば $\dot{e}(t), e(t)$ が 0 に収束する．(4.8) より，$\tau_e(t) \to 0$ は明らかである．また，$\dot{\tilde{e}}(t) \to 0$ もすでに分かっているので，$\ddot{\tilde{e}}(t)$ の収束を示す．$s(t) \to 0$ がわかっているので

$$\int_0^\infty \dot{s}(t)dt = s(\infty) = 0, \tag{4.55}$$

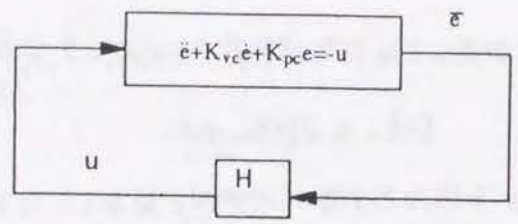


Fig.4.3 Rewritten system

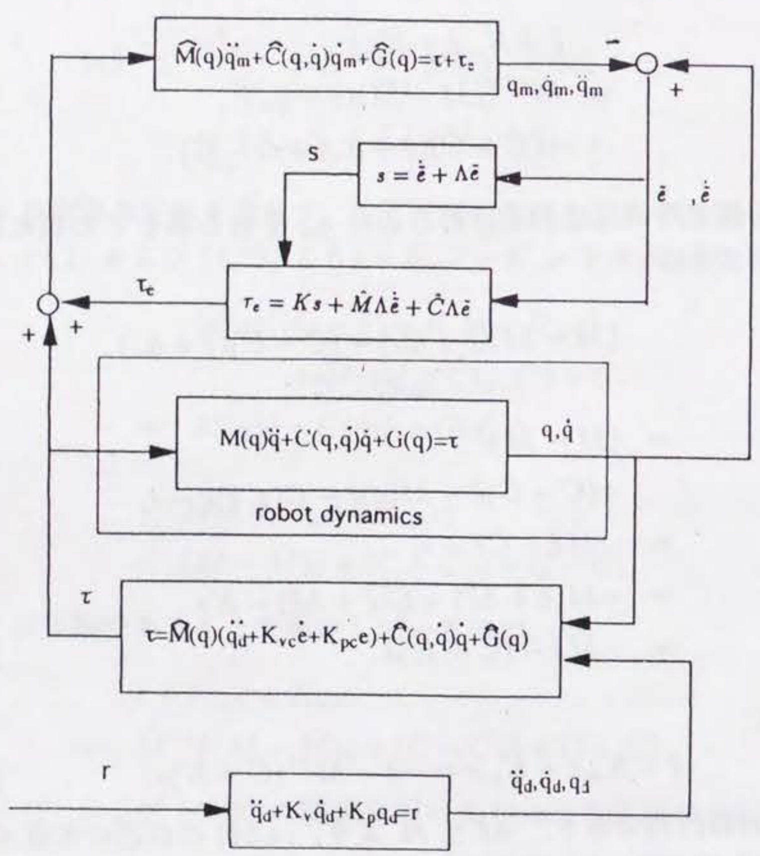


Fig.4.4 Block diagram of the whole system

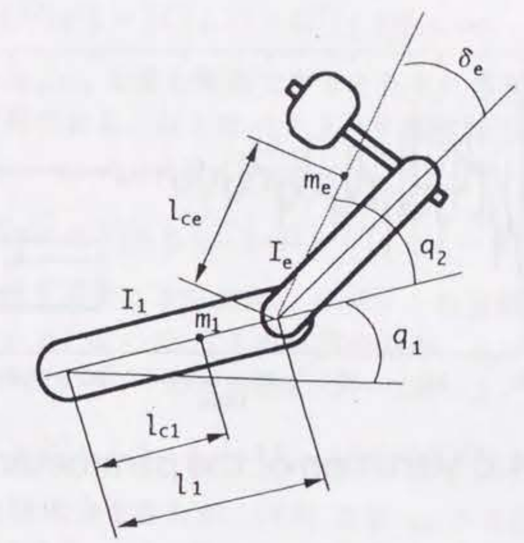


Fig.4.5 A two link manipulator

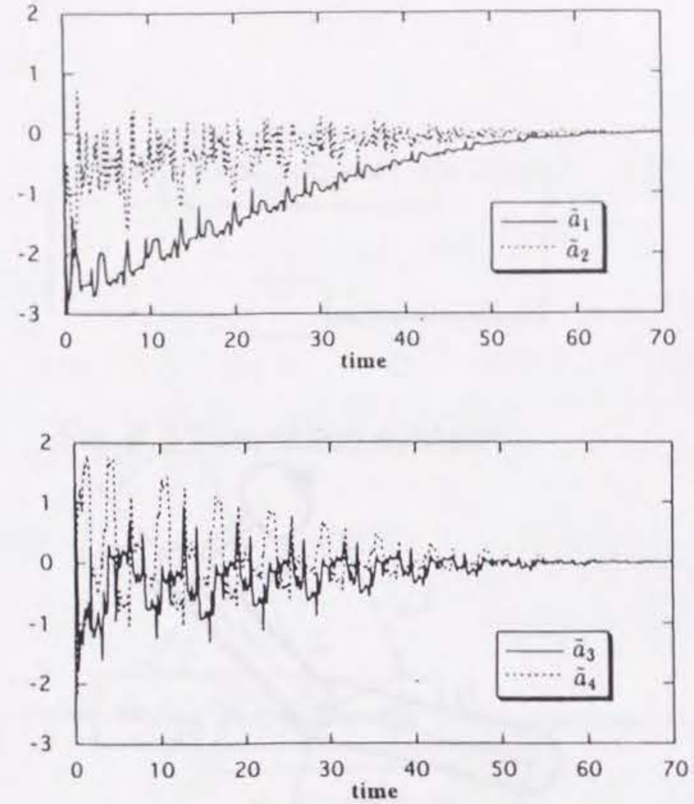


Fig.4.6 Variation of the parameter errors

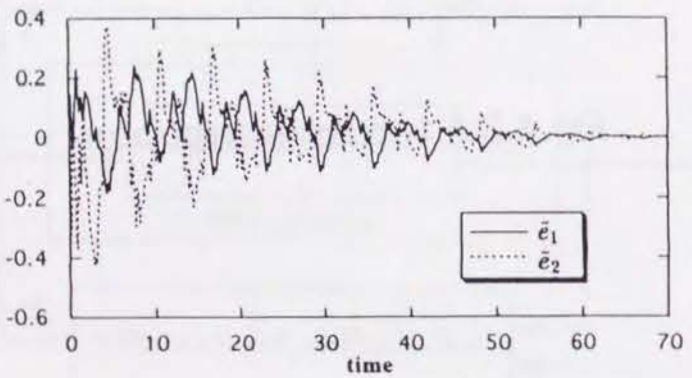


Fig.4.7 Time response of $\tilde{e}_1$ and $\tilde{e}_2$

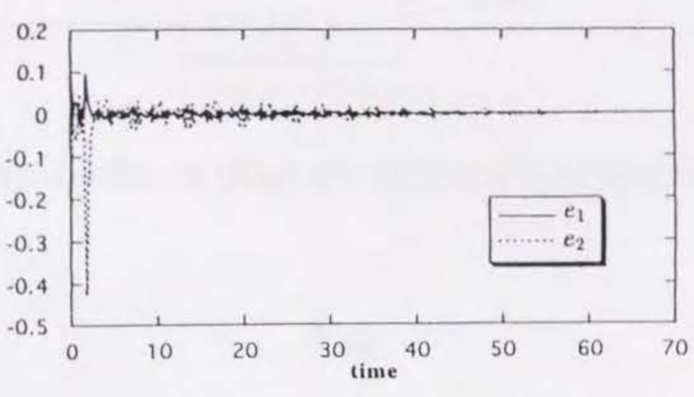


Fig.4.8 Time response of e_1 and e_2

と書くことができる．(4.17) を微分することにより $\ddot{s}(t)$ を求めると

$$\ddot{s} = M^{-1}(\dot{\bar{Y}}\tilde{a} + \bar{Y}\dot{\tilde{a}} - \dot{M}\dot{s} - \dot{C}s - C\dot{s} - K\dot{s}). \tag{4.56}$$

(4.56) の右辺の有界性について考える．$q(\cdot)$,$\dot{q}(\cdot)$ が有界なので，ロボットの運動方程式に関する仮定 1 および 2 より

$$\|\dot{M}(q)\| = \|C(q,\dot{q}) + C^T(q,\dot{q})\| < \infty. \tag{4.57}$$

また，$\bar{Y}(\cdot)$ は q,$\dot{q}$, q_m,$\dot{q}_m$ を含む関数でありそれぞれの有界性がすでに示されているので有界である．$\dot{\tilde{a}}(\cdot)$ はパラメータ調整則 (4.18) より有界である．(4.11) より

$$M(q)\ddot{\tilde{e}} = Y(q,\dot{q},\dot{q}_m,\ddot{q}_m)\tilde{a} - C(q,\dot{q})\dot{\tilde{e}} - \tau_e. \tag{4.58}$$

右辺の各項の有界性を示すことができ，ロボットの運動方程式に関する仮定 1 より $M(q) > \alpha I$ なので $\ddot{e}(\cdot)$ が有界である．$\ddot{q}_m(\cdot)$ が有界なので $\ddot{q}(\cdot)$ が有界である．次に $\dot{\bar{Y}}(\cdot)$ の有界性について調べる．

$$\bar{Y} = Y(q,\dot{q},\dot{q}_m,\ddot{q}_m) - Y_{g=0}(q,\dot{q},\Lambda\tilde{e},\Lambda\dot{\tilde{e}}), \tag{4.59}$$

より $\dot{\bar{Y}}$ は q_m の 3 階微分を含むが，(4.7) より q_m の 3 階微分は$\dot{\tau}$,$\dot{\tau}_e$ が有界であれば有界である．$\dot{\tau}_e(\cdot)$ は (4.8) より有界である．$\dot{\tau}(\cdot)$ の有界性は (4.29) およびロボットの運動方程式に関する仮定 2，また，$\dot{r}(\cdot)$ の有界性を仮定しているので (4.5) より q_d の 3 階微分が有界であることより示すことができる．したがって q_m の 3 階微分が有界なので $\dot{\bar{Y}}$ が有界である．これで (4.56) の右辺の有界性が示された．(4.56) より $\ddot{s}(\cdot)$ が有界なので，$\dot{s}(\cdot)$ が一様連続関数である．したがって (4.55) および Barvalat の補題 [5-7] により

$$\lim_{t\to\infty} \dot{s}(t) = 0. \tag{4.60}$$

(4.9) を微分して $\ddot{\tilde{e}}$ を求めると

$$\ddot{\tilde{e}} = \dot{s} - \Lambda\dot{\tilde{e}}, \tag{4.61}$$

したがって

$$\lim_{t\to\infty} \ddot{\tilde{e}} = 0. \tag{4.62}$$

これで (4.53) の各項が 0 に収束することが示された．ゆえに

$$\lim_{t\to\infty} e(t) = 0, \tag{4.63}$$

$$\lim_{t\to\infty} \dot{e}(t) = 0. \tag{4.64}$$

□

システム全体のブロック図を Fig.4.4 に示す．

4.4 シミュレーション

Fig.4. 5 に示す 2 リンクロボットを対象としてシミュレーションを行った．このロボットの運動方程式は次の通りである [5-8]．

$$\begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -h\dot{q}_2 & -h(\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \\ h\dot{q}_1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix}, \tag{4.65}$$

ここで，

$$\begin{aligned} H_{11} &= a_1 + 2a_3 \cos q_2 + 2a_4 \sin q_2, \\ H_{12} &= H_{21} = a_2 + a_3 \cos q_2 + a_4 \sin q_2, \\ H_{22} &= a_2, \\ h &= a_3 \sin q_2 - a_4 \cos q_2. \end{aligned} \tag{4.66}$$

この中で a_1, a_2, a_3, a_4 は推定する基本パラメータであり，具体的なリンクパラメータを用いれば以下の通り表される．

$$\begin{aligned} a_1 &= I_1 + m_1 l_{c1}^2 + I_e + m_e l_{ce}^2 + m_e l_1^2, \\ a_2 &= I_e + m_e l_{ce}^2, \\ a_3 &= m_e l_1 l_{ce} cos\delta_e, \\ a_4 &= m_e l_1 l_{ce} sin\delta_e. \end{aligned} \tag{4.67}$$

リンクパラメータは以下のものを用いた．

$m_1 = 1.0,\quad l_1 = 1.0,\quad m_e = 2.0,\quad \delta_e = 30,$
$I_1 = 0.12,\quad l_{c1} = 0.5,\quad I_e = 0.25,\quad l_{ce} = 0.6.$

前述の構成法を用いた場合のシミュレーション結果を Fig4.6, Fig.4.7, Fig.4.8 に示す．ここで第 1 関節，第 2 関節への規範入力 $r_1(t), r_2(t)$ は次の通り与えている．

$$\begin{aligned} r_1(t) &= sin(t) + \frac{1}{3} sin(3t) + \frac{1}{5} sin(5t), \\ r_2(t) &= sin(2t) + \frac{1}{3} sin(6t) + \frac{1}{5} sin(10t). \end{aligned} \tag{4.68}$$

Fig.4.6 は推定パラメータ誤差の推移，Fig.4.7 は推定誤差 $\tilde{e}_1(t), \tilde{e}_2(t)$, Fig.4.8 は追従誤差 $e_1(t), e_2(t)$ の変動を示している．パラメータ誤差および追従誤差が十分時間の経過した後には 0 に収束していることがわかる．

4.5 結論

間接法によるロボットの適応制御系の 1 構成法を示し，その安定性に関する結果を与えた．提案した方法によれば，ロボットの関節角加速度および関節入力トルクのフィルタ値を用いずに適応制御系を構成することが可能である．

定理 4. 2 の仮定のうちシステム (4.32),(4.33) のゲインに関するものは，システム内部の全ての信号の有界性を示すために用いている．実際には，信号の有界性は (4.32) の系が安定であるという仮定のみで保証されることが望ましい．また，理論上完全に安定性を保証するためには $\hat{M}(q) > \alpha I$ が常に成立することが必要であるが，これはいつも成立するとは限らない．このことを保証するためには慣性行列 $\hat{M}(q)$ が正となる範囲に推定パラメータを拘束するなどの方法が必要である．文献 [4-13] ではプロジェクションによりパラメータを拘束する方法の 1 例が示されている．

参考文献

[4-1] S. Dubowsky and D. T. Desforges: The application of model-reference adaptive control to robotic manipulators; ASME J. Dynamic Systems Measurement and Control, 101, No.3, pp.193〜200 (1979)

[4-2] A. J. Koivo and T. H. Guo: Adaptive linear controller for robotic manipulators; IEEE Trans. Automat. Contr., Vol. 28, No. 2, pp. 162〜171 (1983)

[4-3] M. Tomizuka and R.Horowitz: Model-reference Adaptive Control of mechanical Manipulators, Proc. IFAC Workshop on Adaptive Systems in Control and Signal Processing, San Francisco,CA, 27〜32 (1984)

[4-4] J.J.Craig,P.Hsu and S.Sastry: Adaptive Control of Mechanical Manipulators, Proc.IEEE Conf. Robotics and Automat. , San Francisco, CA, 243〜248 (1986)

[4-5] P.Khosla and T. Kanade: Parameter identification of robot dynamics; Proc. IEEE Conf. Dec. and Contr., Fort Lauderdale, FL, pp. 1754〜1760 (1985)

[4-6] 大須賀公一: 非線形メカニカルシステムの適応制御; 計測自動制御学会論文集, Vol. 22, No.7, pp. 756〜762 (1986)

[4-7] J. J. E. Slotine and W. Li: On the adaptive control of robot manipulators; Int. J. of Robotics Research, Vol. 6, pp. 49〜59 (1987)

[4-8] J. J. E. Slotine and W. Li: Adaptive manipulator control, a case study, IEEE Trans. Automat. Contr., Vol.33, No.11, pp. 995〜1003 (1988)

[4-9] A. L. Fradkov and A. A. Stotsky: Speed gradient adaptive control algorithms for mechanical systems; Int. J. Adaptive Control and Signal Processing, Vol. 6, No. 3, pp. 211〜220 (1992)

[4-10] R. H. Middleton and G. C. Goodwin: Adaptive computed torque control for rigid link manipulators; 25th IEEE Conf. on Dec. and Contr., Athens, Greece (1986)

[4-11] P. Hsu, S. Sastry, M. Bodson and B. Paden: Adaptive identification and control of manipulators with joint acceleration measurements; Proc. 1987 IEEE Conf. on Robotics and Automat., pp. 1210〜1215 (1987)

[4-12] W. Li and J. J. E. Slotine: Indirect adaptive robot control; Proc. 1988 IEEE Conf. Robotics and Automat., pp. 704〜709 (1988)

[4-13] W. Li and J. J. E. Slotine: An indirect adaptive robot control; Systems & Control letters, Vol. 12, No. 3, pp. 259〜266 (1989)

[4-14] Y. Stepanenko and J. Yuan: A reduced-order regressor and its application to adaptive robot control; Int. J. Robotics Research, Vol. 12, No. 2, pp. 180〜187 (1993)

[4-15] S. Sastry and M. Bodson: Adaptive control, stability convergence and robustness; Prentice-Hall (1989)

[4-16] J. J. E. Slotine and W. Li: Applied nonlinear control; Prentice-Hall (1991)

5 プラント既知情報を利用した適応則

5.1 はじめに

線形時不変系を制御対象とする一般の適応制御系の構成においては，その設計段階において，制御対象の伝達関数の次数，高周波ゲインの符号，最小位相性などのプラント既知情報を利用して制御系の設計が行われる [5-5]．これらのプラント情報は適応制御系の一般的な設計理論において，制御系の安定性の保証のために必要とされるものである．一般的な適応制御の理論においては，これらの既知情報をのぞき制御対象の情報が得られない場合であっても制御系が設計できることを目的とする．したがって，制御対象に含まれる未知パラメータに関しては完全に未知であるものとして多くの議論が行われてきた．適応制御系が有する調整パラメータ数は一般的にはプラント伝達関数の次数に依存して決定されるため，適応制御系が有する調整パラメータの数は実際の制御対象が含む物理的な未知パラメータ数とは直接関係なく決定される．このため，適応制御系の具体的な適用においては多くの場合には制御対象に含まれる物理的な未知パラメータ数に対して，制御系が有する調整パラメータ数は多くなる．設計時に必要とされるプラント事前情報が少なくてすめば適応制御系の適用範囲は広くなる．しかし，その反面で推定パラメータ数が多くなればパラメータの推定効率は劣化し，推定パラメータの正しい値への収束速度が遅くなることが考えられる．また，パラメータ収束のための条件も厳しくなることが考えられる．したがって，適応制御系の性能を向上するためには，プラントの未知パラメータに関して得ることのできる事前情報を有効に利用することが重要である．このことは適応制御系の外乱などの存在する条件下での安定性の向上にもつながるものと考えられる [5-2]．

制御対象の未知パラメータに関する既知情報を利用する方法はこれまでにいくつか提案されており，大きく2通りの方法に分類することができる．一つはパラメータ推定器の構造を変更するものであり，もう一つはパラメータ推定器の構造は通常のものとし，パラメータ推定におけるパラメータの更新規則である適応則を変更する方法である．本章では後者の適応則を変更する方法について考察する．適応則を変更してプラント既知情報を利用する方法の基本的な考え方は調整パラメータを既知の範囲に拘束することにより調整パラメータの推定の効率を上げることおよび，外乱などによる調整パラメータのドリフト現象を防ぐことである．

調整パラメータに拘束を与える方法として，これまで提案されたものとしては，Ioannou および Datta[5-3], Naik ら [5-6] によって提案されたプロジェクションによる方法があるが，本章では勾配法により既知の範囲内に拘束を与える方法を提案し，その方法によって得られる適応則の性質について明かにする．この方法の利点は以下の通りである．

1. 従来型の適応則に付加項を加えることにより簡単に実現できる．
2. 調整パラメータが拘束条件の集合に引きつけられるのでパラメータの初期値を任意に選ぶことができ，パラメータ更新時の数値的な誤差が許容される．
3. 調整パラメータが正しい値に収束するための推定器内部信号の条件が緩和される．

5．2では代表的な通常の適応則の性質として適応制御系の安定性の保証のために重要なものをまとめ，5．3で適応則に付加する拘束項を提案する．新たに付加された項が5．2の条件を維持すること，およびパラメータの正しい値への収束条件が提案する方法により緩和されることを示す．5．4ではシミュレーションにより提案する方法の有効性を示す．

5.2 勾配型適応則

本章では適応制御系におけるパラメータ推定において重要な二通りの誤差方程式を問題とする．第一の誤差方程式は以下のとおりである．

$$\varepsilon(t) = \phi^T(t)\xi(t), \tag{5.2}$$

$$\phi(t) = \theta(t) - \theta^*.$$

ここで，$\varepsilon \in R$ は推定誤差信号，$\phi \in R^{n\times 1}$ は推定パラメータ誤差ベクトルであり，推定パラメータの正しい値 θ^* とその推定値θ の間の誤差である．$\xi \in R^{n\times 1}$ はパラメータ推定器の内部信号であり，帰還信号と呼ばれる．第二の誤差方程式は以下の通りである．

$$\varepsilon(t) = H(s)\phi^T(t)\xi(t), \tag{5.3}$$

ここで，$H(s)$ は強正実な伝達関数であり，(5.3) の右辺は伝達関数 $H(s)$ で表される要素に入力 $\phi^T(t)\xi(t)$ が与えられた場合のその要素の出力を意

味する．標準的な適応則と考えられる勾配法および正規化された勾配法による適応則は

$$\dot{\phi} = \dot{\theta} = -\varepsilon\xi, \tag{5.4}$$

および

$$\dot{\phi} = \dot{\theta} = -\frac{\varepsilon\xi}{1+\xi^T\xi}. \tag{5.5}$$

のとおり表される．これらの適応則の性質として，適応制御系の安定性の証明において必要とされる重要なものを以下にまとめる [5-7]．

P1. (5.2) および (5.4) 式で表されるシステム，または (5.3) および (5.4) 式で表されるシステムにおいて，$\xi(\cdot)$ が区分的に連続な関数のとき以下の性質が成立する．

$$\varepsilon(\cdot) \in L_2, \tag{5.6}$$

$$\phi(\cdot) \in L_\infty. \tag{5.7}$$

P2. (5.2) および (5.5) 式で表されるシステムにおいて，$\xi(\cdot)$ が区分的に連続な関数のとき以下の性質が満足される．

$$\frac{\varepsilon}{\sqrt{1+\xi^T\xi}} \in L_2 \cap L_\infty, \tag{5.8}$$

$$\phi(\cdot) \in L_\infty, \quad \dot{\phi}(\cdot) \in L_2 \cap L_\infty, \tag{5.9}$$

$$\beta(\cdot) = \frac{\phi^T\xi}{1+\|\xi_t\|_\infty} \in L_2 \cap L_\infty. \tag{5.10}$$

5.3 既知情報を利用した適応則

パラメータ推定器における未知の推定パラメータ θ^* の値は制御対象に含まれる物理的な未知パラメータによって決定される関数と考えることができる．θ^* の要素数を n，物理的な未知パラメータ数を m としたときに一般的に $r = n - m$ 個の既知の関係式が得られるものと仮定し，以下の通りにプラント既知情報を記述する．

$$f_i(\theta^*) = 0, \tag{5.11}$$

$$i = 1, \ldots, r.$$

プラント既知情報としては上式のように等式条件として得られるものの他に次式のように不等式条件式として得られるものがあると考えられる．

不等式条件式として得られる関係式の例として，たとえば制御対象の物理的な未知パラメータの存在範囲が既知である場合などがある．

$$g_i(\theta^*) \le 0, \tag{5.12}$$

$$i = 1, \ldots, s.$$

この場合には次のように等式で表すことにし，以下ではプラント既知情報として等式関係式のみを考察の対象とする．

$$f_i(\theta^*) = [max\{0, g_i(\theta^*)\}]^m = 0, \tag{5.13}$$

$$i = 1, \ldots, s.$$

ここで，m は 3 以上の奇数とする．これは $f_i(\theta)$ が θ の滑らかな関数であることが後の議論で必要とされるからである．

ベクトル $f^T = (f_1, f_2, \cdots, f_r)$ が次の条件を満足することを仮定する．

1. $f(\theta)$ は θ で二階微分可能な関数である．
2. 任意の $\theta \in R^{n\times 1}$ に対して，

$$(\theta - \theta^*)^T \frac{\partial f_i(\theta)}{\partial \theta} f_i(\theta) \ge 0, \tag{5.14}$$

ここで，

$$\frac{\partial f_i}{\partial \theta} = \left(\frac{\partial f_i}{\partial \theta_1}, \frac{\partial f_i}{\partial \theta_2}, \ldots, \frac{\partial f_i}{\partial \theta_n}\right)^T.$$

3. 任意の $\theta \in R^{n\times 1}$ に対して以下の関係を満足する正数$\varepsilon > 0$ が存在する．

$$f^T \frac{\partial f(\theta)}{\partial \theta} \left(\frac{\partial f(\theta)}{\partial \theta}\right)^T f \ge \varepsilon f^T f, \tag{5.15}$$

ここで，

$$\frac{\partial f}{\partial \theta} = \left(\frac{\partial f_1}{\partial \theta}, \frac{\partial f_2}{\partial \theta}, \ldots, \frac{\partial f_r}{\partial \theta}\right)^T,$$

$$f = (f_1, f_2, \cdots, f_r)^T.$$

調整パラメータ $\theta(t)$ がパラメータの調整過程においても常に $f(\theta)=0$ を満足するように拘束を与えることを目的として，適応則 (5.4) および (5.5) 式に新たな項を付加する．

$$\dot{\phi}=\dot{\theta}=\dot{\phi}_o-\left(\frac{\partial f}{\partial \theta}\right)^T f(\theta). \tag{5.16}$$

ここで，$\dot{\phi}_o$ は勾配法による適応則 (5.4)　または正規化された勾配法による適応則 (5.5) 式の右辺を表している．

パラメータを拘束するための項を付加した場合であっても，もとの適応則が有する適応制御系の安定性を保証するための性質が維持される．

定理 5.1　プラント既知情報の条件式 $f(\cdot)$ が条件 1，2 および 3，を満足するならば適応則 (5.16) 式は性質 P1 および P2 を満足する．
さらに，$\xi(\cdot)$ および $\dot{\xi}(\cdot)$ が有界ならば $f(t)$ は $t\to\infty.$ において 0 に収束する．

証明　(i) 誤差方程式 (5.3) の場合：
誤差方程式 (5.3) 式のシステムの実現を以下のとおり表す．

$$\begin{aligned}\dot{e} &= Ae+b\phi^T\xi,\\ \varepsilon &= h^Te.\end{aligned} \tag{5.17}$$

$H(s)$ が強正実なので，次式を満足する 0 より大きな行列 P および Q が存在する．

$$\begin{aligned}V &= e^TPe+\phi^T\phi,\\ \dot{V} &= -e^TQe-\phi^T\left(\frac{\partial f}{\partial \theta}\right)^T f.\end{aligned} \tag{5.18}$$

仮定 2 より，(5.18) 式の右辺第二項は非負である．したがって，(5.18) 式右辺の各項は積分可能である．このことは $e(\cdot)\in L_2$ を意味する．
(ii) 誤差方程式 (5.2) 式の場合：
勾配法適応則 $\dot{\phi}_o=-\varepsilon\xi$ に対しては正定値関数 $V=\phi^T\phi$ のシステムの解軌道に沿った微分は以下のとおりである．

$$\begin{aligned}\dot{V} &= -2\varepsilon^2-2\phi^T\left(\frac{\partial f}{\partial \theta}\right)^T f\\ &= -2\varepsilon^2-2\sum_i \phi^T\frac{\partial f_i}{\partial \theta}f_i.\end{aligned} \tag{5.19}$$

条件 2 より，(5.19) 式右辺は非負である．したがって $\phi(\cdot)$ は有界であり，右辺各項は積分可能である．したがって，

$$\varepsilon(\cdot)\in L_2.$$

$\xi(\cdot)$ が有界ならば，(5.4) および (5.5) 式より $\dot{\phi}_o(\cdot)\in L_2$ である．

正規化された勾配法適応則 $\dot{\phi}_o=-\frac{\varepsilon\xi}{1+\xi^T\xi}$ においては，$V=\phi^T\phi$ の微分は次式のとおりとなる．

$$\dot{V}=-2\frac{\varepsilon^2}{1+\xi^T\xi}-2\phi^T\left(\frac{\partial f}{\partial \theta}\right)^T f. \tag{5.20}$$

(5.20) 式の右辺が正となることはないので $\phi(\cdot)$ は有界である．
したがって

$$\frac{\varepsilon}{\sqrt{1+\xi^T\xi}}=\frac{\phi^T\xi}{\sqrt{1+\xi^T\xi}}\in L_\infty. \tag{5.21}$$

(5.20) 式の右辺の各項は積分可能なので

$$\frac{\varepsilon}{\sqrt{1+\xi^T\xi}}\in L_2. \tag{5.22}$$

$\phi(\cdot)$ は有界なので

$$\beta(\cdot)=\frac{\phi^T\xi}{1+\|\xi_t\|_\infty}\in L_\infty. \tag{5.23}$$

$\beta(\cdot)$ は次のとおり書き換えることができる．

$$\beta(\cdot)=\frac{\varepsilon}{\sqrt{1+\xi^T\xi}}\frac{\sqrt{1+\xi^T\xi}}{1+\|\xi_t\|_\infty}, \tag{5.24}$$

ここで，右辺第一項は L_2 に属しており第二項は有界なので$\beta(\cdot)\in L_2$ である．したがって，いづれの場合にも適応則の性質が維持されている．

次に $f(\theta(t))$ の収束性を示すために f^Tf を時間で微分する．

$$\frac{d}{dt}(f^Tf)=-2f^T\frac{\partial f}{\partial \theta}\left(\frac{\partial f}{\partial \theta}\right)^T f+2f^T\frac{\partial f}{\partial \theta}\dot{\phi}_o. \tag{5.25}$$

条件 3 より

$$\frac{d}{dt}(f^Tf)\leq -2\varepsilon f^Tf+2f^T\frac{\partial f}{\partial \theta}\dot{\phi}_o. \tag{5.26}$$

$\theta(\cdot)$ が有界なので条件 1 より $f(\cdot)$ および $\frac{\partial f}{\partial \theta}(\cdot)$ は有界である．$\xi(\cdot)$ および $\dot{\xi}(\cdot)$ が有界ならば $\dot{\phi}(\cdot)$ および $\dot{\varepsilon}(\cdot)$ は有界である．V, (5.18) 式および (5.19) 式の微分は一様連続関数であるので $\lim_{t\to\infty}\dot{V}(t)=0$ である．(5.18) および (5.19) 式の右辺各項が 0 へ収束するので $\varepsilon(t)$ は $t\to\infty$ において 0 に収束する．したがって，(5.26) 式右辺第二項が 0 に収束するので次式が成立する．

$$\lim_{t\to\infty} f(t)=0. \tag{5.27}$$

□

5.4 パラメータ収束特性の改善

一般的に適応制御系の推定パラメータ誤差が 0 に収束するためにはパラメータ推定器内の 帰還信号ベクトルが持続的に励震的であることが必要である．このことはＰ．Ｅ．条件と呼ばれる．問題とするシステムにおいてパラメータ誤差 $\phi(t)$ の応答は適応則 (5.16) 式に支配されるのでパラメータ誤差の収束条件は以下のシステムの安定条件と等価である．

$$\dot{\phi}=\dot{\phi}_o-\left(\frac{\partial f}{\partial \theta}\right)^T f(\theta). \tag{5.28}$$

本節では，提案したプラント既知情報を利用した適応則がパラメータ誤差の収束条件を緩和することを勾配型適応則 (5.4) 式の場合について示す．適応則が通常の勾配型適応則の場合，上システムは線形時変形となる．

$$\dot{\phi}=-\xi\xi^T\phi. \tag{5.29}$$

このときパラメータ収束の条件は以下のＰ．Ｅ．条件で与えられる．
$\xi(\cdot)$ が区分的に連続であり，$t\geq 0$ において以下の関係を満足する α_1,α_2 ,$T>0$ が存在すれば，

$$\alpha_1 I\leq \int_t^{t+T}\xi(\tau)\xi^T(\tau)\leq \alpha_2 I, \tag{5.30}$$

システム (5.29) 式の原点は一様に漸近安定である [5-7].
パラメータの拘束条件を付加した適応則においてはこの条件は以下の通り緩和される．

定理 5.2　$\xi(\cdot)$ が区分的に連続であり $t\geq 0$ において以下の関係を満足する δ_1,δ_2, $T>0$ が存在すれば

$$\delta_1 I\leq \int_t^{t+T}\xi(\tau)\xi^T(\tau)+\left(\frac{\partial f(\theta)}{\partial \theta}\right)^T\frac{\partial f(\theta)}{\partial \theta}d\tau\leq \delta_2 I. \tag{5.31}$$

(5.28) 式のシステムの原点は一様に漸近安定である．

証明　システム (5.28) 式は以下の通り書ける．

$$\dot{\phi}=-\xi\xi^T\phi-\left(\frac{\partial f(\theta)}{\partial \theta}\right)^T f(\theta). \tag{5.32}$$

$f(\theta)$ は θ により二階微分可能であるので θ^* のまわりで展開することが可能である．

$$\begin{aligned} f(\theta^*) &= f(\theta)+\frac{\partial f(\theta)}{\partial \theta}(\theta^*-\theta)+o(\|\theta^*-\theta\|^2)\\ &= f(\theta)-\frac{\partial f(\theta)}{\partial \theta}\phi+o(\|\phi\|^2), \end{aligned} \tag{5.33}$$

ここで $o(\|\phi\|^2)$ は ϕ の高次の項をまとめて表している．$f(\theta^*)=0$ なので

$$f(\theta)=\frac{\partial f(\theta)}{\partial \theta}\phi+o(\|\phi\|^2). \tag{5.34}$$

(5.34) 式を (5.32) 式に代入すればシステム (5.28) 式は次式の通り書き表される．

$$\dot{\phi}=-\{\xi\xi^T+\left(\frac{\partial f(\theta)}{\partial \theta}\right)^T\frac{\partial f(\theta)}{\partial \theta}\}\phi+o(\|\phi\|^2). \tag{5.35}$$

行列

$$\xi\xi^T+\left(\frac{\partial f(\theta)}{\partial \theta}\right)^T\frac{\partial f(\theta)}{\partial \theta}$$

は非負なので (5.35) 式は新たな行列 Q を用いて次の通り表すことができる．

$$\begin{aligned} \dot{\phi} &= -\{\xi\xi^T+\left(\frac{\partial f(\theta)}{\partial \theta}\right)^T\frac{\partial f(\theta)}{\partial \theta}\}\phi+o(\|\phi\|^2)\phi\\ &= -Q(t)Q^T(t)\phi(t)+o(\|\phi\|^2), \end{aligned} \tag{5.36}$$

$$Q\in R^{n\times n}.$$

Q を用いれば条件式 (5.31) は次式のとおり書くことができる．

$$\delta_1 I\leq \int_t^{t+T}Q(\tau)Q^T(\tau)d\tau\leq \delta_2 I. \tag{5.37}$$

ϕ の高次の項がシステム (5.36) 式の安定性は以下のシステム，

$$\dot{\phi}=-Q(t)Q^T(t)\phi(t), \tag{5.38}$$

の安定条件であり条件 (5.37) 式が成立すれば原点の一様漸近安定性は (5.29) 式の Q がベクトルの場合と同様に示すことができる [5-7]．(5.36) 式の高次の項は $\|\phi\| \to 0$ とともに二次以上の速さで減衰する．

$$\lim_{\|\phi\| \to 0} \sup_{t \geq 0} \frac{o(\|\phi\|^2)}{\|\phi\|} = 0. \tag{5.39}$$

したがって，(5.36) 式の原点の一様漸近安定性は線形化したシステムの安定性に関する定理 [5-8](P117,Th.4.2) を用いて示すことができる．

□

定理 5.2 はシステムの原点近傍の局所的な結果であるが，プラント既知情報がθ^* の線形な関係式のみで次式の様に与えられる場合には

$$\begin{aligned} f(\theta^*) &= K\theta^* + a = 0, \\ &K \in R^{r \times n}, a \in R^{r \times 1}. \end{aligned} \tag{5.40}$$

(5.36) 式の高次の項が存在しないので原点の一様漸近安定性は大域的に成立する．

5.5 例題およびシミュレーション

定理 5.2 は提案した方法によりパラメータ誤差の収束の速さが改善されることを直接示すものではない．しかし，このことはシミュレーションにより確認することができる．以下に簡単な例題にもとづくシミュレーションの結果を示す．

ＤＣサーボモータを用いた位置決めシステムは生産現場の自動化等に広く使われている．近年普及が始まっているダイレクトドライブ方式のモータにおいては減速器を必要としないことから制御特性は慣性負荷の変動に大きく影響され，適応制御方式の応用の検討が期待されている [5-4]．この場合，制御対象は一般に二次系としてモデル化されるので，適応制御系を構成するに必要とされる調整パラメータの数は一般には 3 個以上が必要とされる．しかし，制御対象において未知な物理的パラメータが慣性負荷および粘性減衰係数のみである場合にはプラント既知情報が入手可能と考えられ，上述の適応則が適用可能である．

ＤＣモータの入出力間の伝達特性を以下のとおりモデル化する．

$$y(t) = \frac{1}{Js^2 + ks} u(t), \tag{5.41}$$

ここで $y(t)$ はモーター軸の回転角度，$u(t)$ はモータへの制御入力信号，J は慣性負荷，k は摩擦および電気的な粘性減衰の係数である．J および k が未知な物理的なパラメータとする．モーターへの制御入力信号を以下のとおり与える．

$$u(t) = k_r(t)r(t) + k_v(t)\dot{y}(t) + k_y(t)y(t), \tag{5.42}$$

ここで $r(t)$ は規範入力信号である．k_r, k_v, および k_y が調整パラメータである．制御系全体への規範モデルを次式で定める．

$$y_m(t) = \frac{1}{J_m s^2 + k_m s + 1} r(t), \tag{5.43}$$

モデルとプラントとの間の追従誤差 $e(t) = y(t) - y_m(t)$ は次の誤差方程式を満足する．

$$J_m \ddot{e} + k_m \dot{e} + e = \frac{J_m}{J}\{(k_r^* - k_r)r + (k_v^* - k_v)\dot{y} + (k_y^* - k_y)y\}, \tag{5.44}$$

ここで k_r^*, k_v^* および k_y^* は調整パラメータの目標値（真値）であり以下の通りプラント物理パラメータと関係づけられる．

$$k_r^* = \frac{J}{J_m}, \tag{5.45}$$

$$k_v^* = k - \frac{J}{J_m} k_m, \tag{5.46}$$

$$k_y^* = -\frac{J}{J_m}. \tag{5.47}$$

$k_r = k_r^*, k_v = k_v^*, k_y = k_y^*$ の時に制御系全体の動特性が規範モデルの動特性と等しくなる．誤差方程式 (5.44) を新たに定義した誤差信号$\varepsilon = \dot{e} + de$ を用いて書き直せば以下の通りとなる．

$$\begin{aligned} \varepsilon(t) \;=\; & \frac{s+d}{J_m s^2 + k_m s + 1} \frac{J_m}{J}\{(k_r^* - k_r)r \\ & + (k_v^* - k_v)\dot{y} + (k_y^* - k_y)y\}, \end{aligned} \tag{5.48}$$

ここで d は正の設計パラメータであり伝達関数 $\frac{s+d}{J_m s^2 + k_m s + 1}$ が強正実となるように選択する．(5.45) および (5.47) 式より，k_r^* および k_y^* は次の関係式を満足することが分かる．

$$k_r^* + k_y^* = 0. \tag{5.49}$$

(5.45) および (5.46) 式より，k_v^* および k_r^* は次の関係式を満足することが分かる．

$$k_v^* + k_r^* k_m = k. \tag{5.50}$$

k の値が既知の範囲 $[\underline{k}, \overline{k}]$ に存在することがあらかじめ分かっていれば k_r^* および k_v^* は次式の関係を満足することが分かる

$$[max\{0, \underline{k} - k_v^* - k_r^* k_m\}]^3 = 0, \tag{5.51}$$

$$[max\{0, k_v^* + k_r^* k_m - \overline{k}\}]^3 = 0. \tag{5.52}$$

また，J の値が既知の範囲 $[0, \overline{J}]$ に存在することが分かっていれば k_r^* は次式の関係を満足することが分かる．

$$[max\{0, -k_r^* J_m\}]^3 = 0, \tag{5.53}$$

$$[max\{0, k_r^* J_m - \overline{J}\}]^3 = 0. \tag{5.54}$$

(5.49)，(5.51)，(5.52)，(5.53) および (5.54) 式をプラントの既知情報と考えれば次の適応則を得る．

$$\dot{\phi} = -\varepsilon\xi - \left(\frac{\partial f}{\partial \theta} f(\theta)\right)^T, \tag{5.55}$$

ここで，

$$\begin{aligned}
\phi &= (k_r - k_r^*, k_v - k_v^*, k_y - k_y^*)^T, \\
\theta &= (k_r, k_v, k_y)^T, \\
\xi &= (r, \dot{y}, y)^T, \\
f &= (f_1, f_2, f_3, f_4, f_5)^T, \\
f_1 &= k_r + k_y, \\
f_2 &= [max\{0, \underline{k} - k_v - k_r k_m\}]^3, \\
f_3 &= [max\{0, k_v + k_r k_m - \overline{k}\}]^3, \\
f_4 &= [max\{0, -k_r J_m\}]^3, \\
f_5 &= [max\{0, k_r J_m - \overline{J}\}]^3.
\end{aligned}$$

このシステムに対して以下のパラメータを用いてシミュレーションを行った．

$$\begin{aligned}
J &= 2.0, \\
J_m &= 1.0, \\
k &= 2.0, \\
k_m &= 1.0.
\end{aligned} \tag{5.56}$$

規範入力信号は次のものを用いた．

$$r(t) = 1 + 2sin(3t). \tag{5.57}$$

Fig.5.1(a) および Fig.5.1(b) に通常の勾配型適応則を用いた場合の追従誤差およびパラメータ誤差の応答を示す．

Fig.5.2 は提案する適応則を用いた場合の追従誤差およびパラメータ誤差の応答である．ここで，物理パラメータ k および J の存在する既知の範囲は $[1.8, 2.2]$ および $[0.0, 4.0]$ としている．Fig.5.2(b) に見られるようにパラメータ誤差は勾配型適応則のみの場合に比べ速く 0 に収束している．このため，追従誤差の収束も改善されていることが分かる．

パラメータ誤差の収束速さの改善に加えて，シミュレーションにおいて，提案した方法によるもう一つの効果が確認できる．調整パラメータに拘束を負荷することによりパラメータ調整過程における振動的な応答が抑制されていることである．このことは，実際のモータにおいて存在するモデル化されない高周波ダイナミクスが励起され適応系が不安定化することを防ぐ意味で望ましい．

5.6 結論

適応制御系における適応則にプラント既知情報を取り込むことによりパラメータの収束特性を改善する一方法を提案した．この方法はプラント既知情報を一般的に等式条件式として表し，勾配法を用いて調整パラメータに拘束条件を付加したものである．

提案した付加項が従来型の適応制御系のシステムの安定性を破壊しないことを示し．パラメータ収束のための信号の条件を緩和することを示した．パラメータ収束速度の改善がシミュレーションにより確認された．

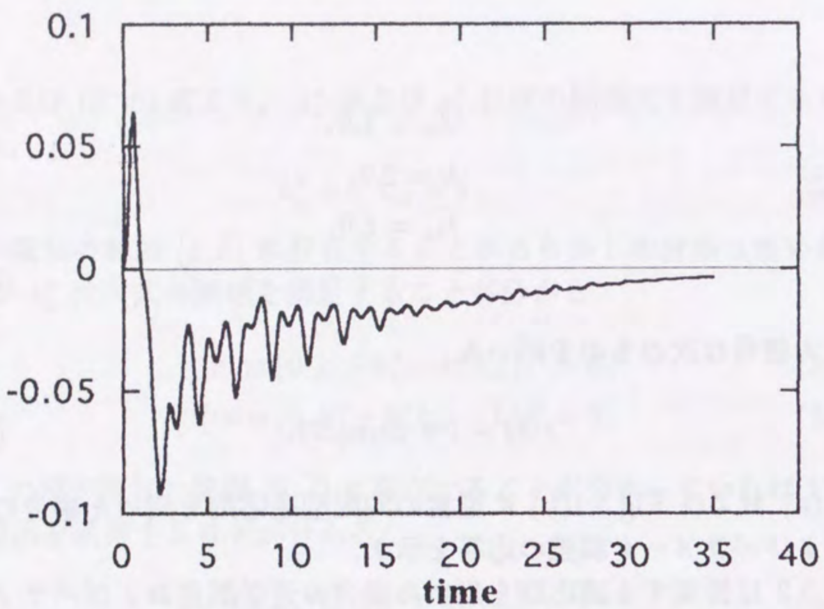


Fig.5.1(a) Time response of e(t) with the conventional adaptive law

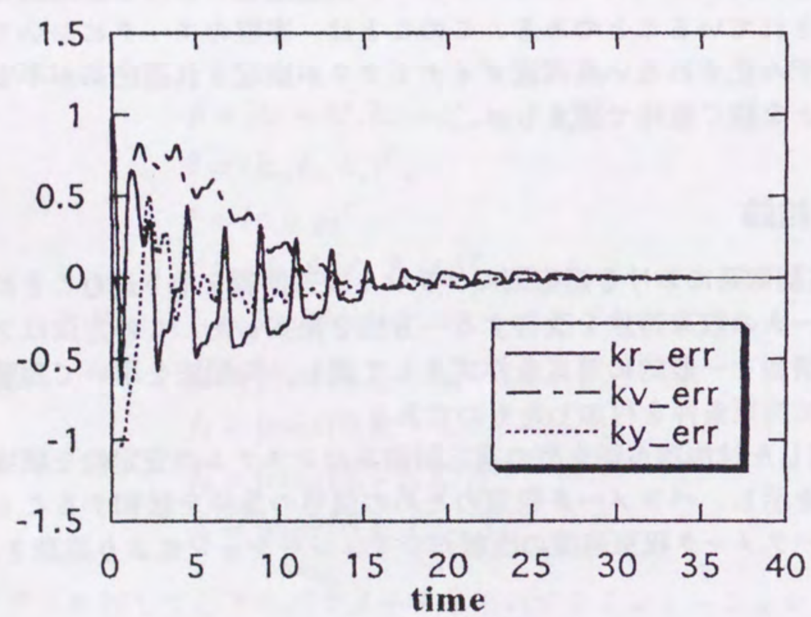


Fig.5.1(b) Time response of the parameter errors with the conventional adaptive law

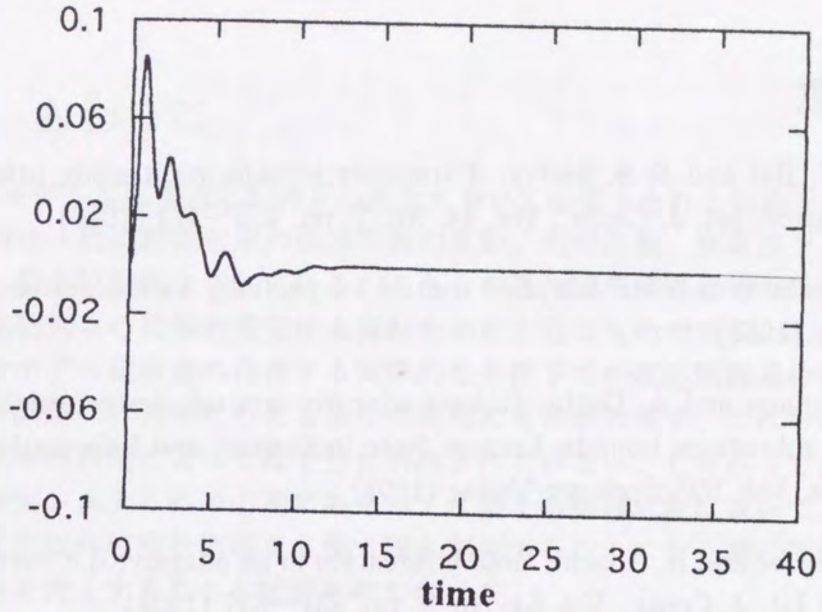


Fig.5.2(a) Time response of e(t) with the modified adaptive law

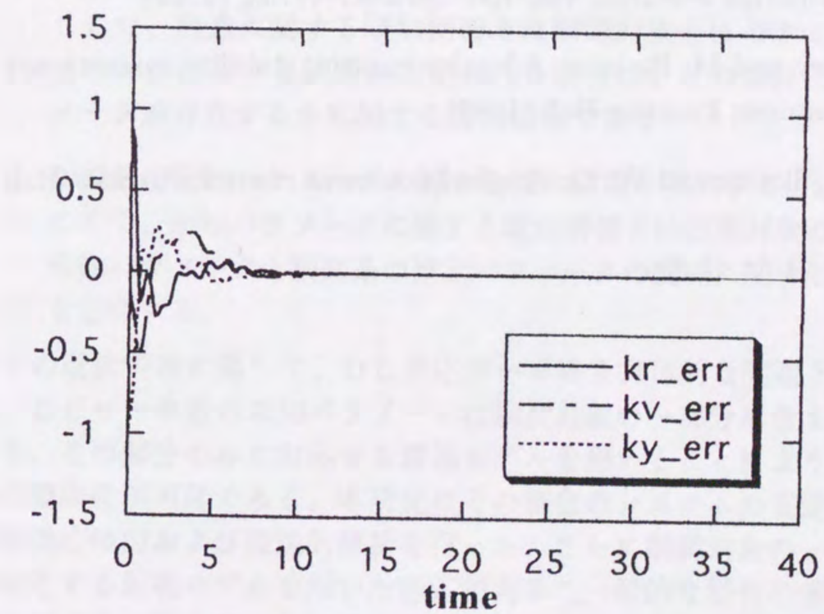


Fig.5.2(b) Time response of the parameter errors with the modified adaptive law

参考文献

[5-1] E. W. Bai and S. S. Sastry: Parameter identification using prior information; Int. J. Contr., Vol. 44, No. 2, pp. 455〜473 (1986)

[5-2] C. Canudas de Wit: Adaptive control for partially known systems; Elsevier (1988)

[5-3] P. Ioannou and A. Datta: Robust adaptive control, design, analysis and robustness bounds; Lecture Note in Control and Information Sciences, Vol. 160, Springer-Verlag (1991)

[5-4] K. Mitobe and N. Adachi; Hopf bifurcation in an adaptive d.c. servo system; Int. J. Contr., Vol. 54, No. 4, pp. 831〜847 (1991)

[5-5] K. S. Narendra and A. M. Annaswamy: Stable adaptive systems; Prentice-Hall (1989)

[5-6] S. M. Naik, P. R. Kumar and B. E. Ydstie: Robust continuous-time adaptive control by parameter projection; Lecture Note in Control and Information Sciences, Vol. 160, Springer-Verlag (1991)

[5-7] S. Sastry and M. Bodson: Adaptive control, stability, convergence and robustness; Prentice-Hall (1989)

[5-8] J. J. E. Slotine and W. Li: Applied nonlinear control; Prentice-Hall (1991)

6 おわりに

モデル規範型適応制御系の設計において必要とされる制御対象の既知情報は一般に制御対象の伝達関数の次数，相対次数，高周波ゲインの符号，最小位相性とされている．これらの既知情報は理想的な条件下での適応制御系の理論的安定性を保証ために十分なものである．しかし，外乱やモデル化誤差の存在する実際的な条件下での適応制御系の安定性保証の問題は，長年にわたる多くの研究にもかかわらず，これらの既知情報のみの利用によっては十分に解決されていない．したがって，適応制御の実システムへの応用にあたっては個々の制御対象において入手可能な上記以外の既知情報をも最大限に利用することにより適応制御系の安定性を向上することが重要と考えられる．

本研究は，入手可能な制御対象の既知情報の追加により従来型のモデル規範型適応制御系の安定性を改善する手法の提案，ならびにそれに関する理論的および実験的な検討を行ったものである．

提案した手法は以下の２種類の制御対象の既知情報の利用に関するものである．

1. 制御対象の構造に関する既知情報を利用する方法．
   ここで，構造に関する既知情報とは制御対象全体の中で未知パラメータが存在する範囲が限定される場合に，どの部分に未知パラメータが存在するかに関する既知情報である．

2. 制御系の未知パラメータに関する既知情報を利用する方法．
   ここで，未知パラメータに関する既知情報とは制御対象の物理的な未知パラメータと制御系の推定パラメータの関係に関する既知情報を意味する．

第１の既知情報に関して，ＤＣ適応サーボ系を具体的な問題として扱った．ＤＣサーボ系の未知パラメータは制御対象の一部分に含まれることから，その部分のみに対応する規範モデルを用いることにより適応制御系の簡単化が可能である．本研究はその場合のシステムの安定性に関する実験的検討および理論的解析を行った．さらに制御対象の一部分にのみ対応する規範モデルを用いた適応制御系の一般的な場合の安定性の問題に関する考察を行った．また，制御対象の構造を利用したロボットマニピュレータの適応制御系の一設計法の提案を行った．

第２の既知情報に関して，制御系の推定パラメータ数が制御対象の物理的な未知パラメータ数に対して冗長度を有する場合を問題とした．そ

の場合に推定パラメータの要素間に成立する既知の関係をパラメータの拘束条件として適応則に取り入れる方法について検討した．この方法によれば，推定パラメータの各要素を独立に推定する従来の方法に比べ，パラメータの収束特性を向上することが期待できる．

本研究で得られた結果をそれぞれの場合について以下にまとめる．

1. 制御対象の構造に関する既知情報を利用する方法．

   (a) DC適応サーボ系において，外乱の影響により生ずる調整パラメータのドリフト現象を理論的および実験的な解析より明らかにした．また，規範モデルの設定方法がシステムの安定性に与える影響に関する解析を行った．さらに，ロバスト適応則として提案されているいくつかの適応則を採用した場合のシステムの非線形挙動を分岐解析により明らかにした．

   (b) 解析結果に基づき，システムの安定性を改善する方法として，パラメータドリフトの発生する方向を考慮して規範モデルの設定を行うことにより調整パラメータのドリフト現象を抑制する一方法を提案し，これにより制御系の安定性が改善されることを示した．また，ロバスト適応則の導入により生ずる非線形挙動を改善する方法を示した．

   (c) 制御対象の一部分に対して規範モデルを設けた適応制御系の安定性の問題を定式化し，理想的な条件下での安定条件を示した．

   (d) ロボットマニピュレータの軌道制御において，ロボットの運動方程式と同等の非線形構造を有するパラメータ推定器を用いた適応制御系の構成法を提案し，安定性の証明を与えた．この方法によればロボットの制御系とパラメータ推定器を分離することが可能となる．また，制御対象の入力飽和に対する対策になるものと考えられる．

2. 制御系の未知パラメータに関する既知情報を利用する方法．

   (a) 制御対象の物理的な未知パラメータと制御系の推定パラメータの関係から得られた既知情報を拘束条件として，勾配法により従来型の適応則に付加する方法を提案した．

   (b) 提案した適応則が有効となる条件を示し，この適応則がパラメータの収束特性を改善することをシミュレーションにより明らかにした．

   (c) 提案した付加項により調整パラメータの真値への収束条件が従来型の適応則に比べ緩和されることを示した．

付録

【付録 2.1】 (Tikonov の定理)

次の常微分方程式を考える.

$$\dot{x} = f(x, z, \varepsilon, t),\ x(t_0) = x^0,\ x \in R^n, \tag{6.2}$$

$$\varepsilon \dot{z} = g(x, z, \varepsilon, t),\ z(t_0) = z^0,\ z \in R^m, \tag{6.3}$$

ただし, ε は小さな正のパラメータである. なお, f, g は各変数について必要な回数の微分が可能であるとする. $\varepsilon = 0$ とすると (6.3) 式は

$$g(\bar{x}, \bar{z}, 0, t) = 0, \tag{6.4}$$

となる.

仮定 a.1 (6.4) 式は $k(\geq 1)$ 個の異なった根

$$\bar{z} = \bar{\phi}_i(\bar{x}, t),\ i = 1, 2, \cdots, k, \tag{6.5}$$

をもつ. (6.5) 式を (6.2) に代入すると

$$\dot{\bar{x}} = f(\bar{x}, \bar{\phi}_i(\bar{x}, t), 0, t), \bar{x}(t_0) = x^0. \tag{6.6}$$

(6.6) 式を準定常状態モデルまたは, 縮約モデルという. (以下 i 番目の根 $\bar{\phi}_i$ にのみ注目し, 簡単のため添字 i を省略する.)

$$\bar{x}(t), \bar{z}(t) = \phi(\bar{x}(t), t), \tag{6.7}$$

をもとのシステム (6.2), (6.3) 式の準定常状態という. (6.2), (6.3) 式において時間スケールを

$$\tau = (t - t_0)/\varepsilon, \tag{6.8}$$

によって t から τ へ変換すると

$$\frac{dx}{d\tau} = \varepsilon f(x(\tau), z(\tau), \varepsilon, t_0 + \varepsilon\tau), \tag{6.9}$$

$$\frac{dz}{d\tau} = g(x(\tau), z(\tau), \varepsilon, t_0 + \varepsilon\tau), \tag{6.10}$$

となる. (6.9), (6.10) 式はもとのシステム (6.2), (6.3) 式を遅いタイムスケールで表したものである. $\hat{z} = z - \bar{z}$ として次の境界層システムを考える.

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{z}}{d\tau} &= g(x^0, \hat{z}(\tau) + \bar{z}(t_0), 0, t_0), \\ \hat{z}(0) &= z^0 - \bar{z}(t_0). \end{aligned} \tag{6.11}$$

仮定 a.2 (6.11) 式の平衡点 $\hat{z}(\tau) = 0$ は x^0, t_0 に関して一様漸近安定である.

仮定 a.3 $\partial g(\bar{x}(t), \bar{z}(t), 0, t)/\partial z$ の固有値の実部はある一定の負値より小さい. すなわち

$$Re\lambda\left\{\frac{\partial g}{\partial z}\right\} \leq -c < 0. \tag{6.12}$$

$\partial g/\partial z$ は g のヤコビ行列において $x = \bar{x}(t), z = \bar{z}(t), \varepsilon = 0$ を代入した行列である.

定理 (Tikhonov) 準定常状態 $x(t), z(t)$ が区間 $[t_0, T], t_0 < T < \infty$ で定義されているとする. 仮定 a.1〜a.3 のもとで

(i)

$$\lim_{\varepsilon \to 0} x(t) = \bar{x}(t), \tag{6.13}$$

$$\lim_{\varepsilon \to 0} z(t) = \bar{z}(t) + \hat{z}\left(\frac{t - t_0}{\varepsilon}\right),\ t \in [t_0, T]. \tag{6.14}$$

(ii) ある $t_1 > t_0$ が存在して $t \in [t_1, T]$ に対して

$$\lim_{\varepsilon \to 0} z(t) = \bar{z}(t). \tag{6.15}$$

(i),(ii) の収束はいづれの t に関しても一様である.

【付録 2.2】

(2.37)〜(2.39) 式の境界層システムを付録 2.1(6.11) 式に従って表すと, (付録 2.1 とは τ と t が入れ替わっている.)

$$\dot{\hat{y}}_m = -a_m \hat{u}_m - b_m \hat{\theta}, \tag{6.16}$$

$$\dot{\hat{\theta}} = \hat{y}, \tag{6.17}$$

$$\dot{\hat{y}} = (-a + bk_y^0)\hat{y} - bk_u^0\hat{\theta}. \tag{6.18}$$

仮定 a.1，a.2，a.3 が成り立つには (6.19) 式を満足しなければならない．

$$Re\lambda\begin{pmatrix} -a_m & -b_m & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -bk_u^0 & -a+bk_y^0 \end{pmatrix} < 0. \tag{6.19}$$

(6.19) 式の左辺の特性多項式は (6.20) 式で表される．

$$(\lambda + a_m)\{\lambda^2 + (a - bk_y^0)\lambda + bk_u^0\}. \tag{6.20}$$

したがって，$a_m > 0$ であるから，$a/b - k_y^0 > \eta, k_u^0 > \eta, a/b - \bar{k}_y(t) > \eta$，$\bar{k}_u(t) > \eta$ となる正数 η が存在するとき仮定 a.2，a.3 は満足される．

【付録 2.3】

実験装置の概要を Table a.1 に示す．コントローラは計算機内にソフトウェアにより実現した．サンプリングの周期は 3 [msec] とした．各設計パラメータの値は以下のとおりである． 位置フィードバックゲイン：74.6[V/rad] （Fig2.2，Fig.2.13 においては簡単に 1 として表した） 誤差フィードバックゲイン F：14.3[V/rad/sec] （Fig.2.13，のシステムのみ）パラメータ調整のゲインはいづれのシステムにおいても以下のとおり与えた．

$$\begin{aligned} \dot{k}_u &= -1.2e[rad/sec]\cdot y[rad/sec], \\ \dot{k}_y &= -2.5e[rad/sec]\cdot u[V]. \end{aligned}$$

Fig.2.10，Fig.2.14，Fig.2.15 の各実験において用いた，規範モデルパラメータはハーモニック減速器の減速比 (1/100) を考慮に入れて表せば次のとおりである．

$$\begin{aligned} a_m &= 33[1/sec], \\ b_m &= 12[rad\cdot V/sec^2], \\ a &= 33[1/sec], \\ b &= 5.4[rad\cdot V/sec]. \end{aligned} \tag{6.21}$$

【付録 3.1】（(3.8) 式の導出）

Fig.3.1(b) における (c^T, d_0, d^T) をまとめて $\bar{\theta}$ とおく．n 次の安定多項

Table a.1

Specification of experimental equipment

Experimental equipment	Type
D. C. servo motor encoder	TS 1983N (30W D. C. motor＋400C／T encorder) Tamagawa Seiki Co. Ltd
Reduction gear	CS−14−100−2A−R Hermonic Drive Systems Co. Ltd
D. C. Amp.	Handmade (24V 2A)

Time constant and gain constant

Time constant	0.03 [sec]
Gain constant	16.3 [rad・V/sec]

式 $\lambda(s)$ を用いて $c(s), d(s)$ を定義する．

$$\frac{c(s)}{\lambda(s)} = \boldsymbol{c}^T(sI-\Lambda)^{-1}b, \tag{6.22}$$

$$\frac{d(s)}{\lambda(s)} = d_0 + \boldsymbol{d}^T(sI-\Lambda)^{-1}b. \tag{6.23}$$

上式において適応ゲイン $\boldsymbol{c}^T, d_0, \boldsymbol{d}^T$ が真値をとる場合の $c(s), d(s)$ を $c^*(s)$, $d^*(s)$ とおく．規範モデル伝達関数を $M(s)$ で表せばマッチングの条件より，

$$u(t) - \frac{c^*(s)}{\lambda(s)}u(t) - \frac{d^*(s)}{\lambda^*(s)}y(t) = c_0^* M^{-1}(s)y(t), \tag{6.24}$$

の関係がある [3-1]．$\bar{w}^T = (w^{1T}, y, w^{2T})$ と表せば (6.22)，(6.23) 式および Fig.3.1(b) より次式が成立することが分かる．

$$\frac{c^*(s)}{\lambda(s)}u(t) + \frac{d^*(s)}{\lambda^*(s)}y(t) = \bar{\theta}^{*T}\bar{w}(t). \tag{6.25}$$

(6.24)，(6.25) 式より

$$M(s)\bar{\theta}^{*T}\bar{w}(t) = M(s)u(t) - c_0^* y(t). \tag{6.26}$$

$u(t) = c_0(t)r_a(t) + \bar{\theta}^T(t)\bar{w}(t)$ より

$$\begin{aligned} y(t) &= \frac{1}{c_0^*}M(s)\{c_0(t)r_a(t) + \bar{\theta}^T\bar{w}(t). \\ &\quad -\bar{\theta}^{T*}\bar{w}(t)\} \end{aligned} \tag{6.27}$$

$y_m(t) = M(s)r_a(t)$ を両辺より差し引けば

$$y(t) - y_m(t) = \frac{1}{c_0^*}M(s)\phi^T(t)w(t). \tag{6.28}$$

【付録 3.2】（性質 3.2 の導出）

性質 3.2 を導くために次の補題を用いる．

補題 3.3　出入力安定 [3-1]

$y(t) = H(s)u(t)$ とする．$H(s)$ はプロパーな有理伝達関数である．$H(s)$ の零点の実部がすべて負であり，$u(\cdot), \dot{u}(\cdot) \in L_{\infty e}$ とする．$t \geq 0$ に対して，

$$\|\dot{u}_t\|_\infty \leq k_1\|u_t\|_\infty + k_2, \tag{6.29}$$

を満足する $k_1, k_2 \geq 0$ が存在するならば，次の関係を満足する $a_1, a_2 \geq 0$ が存在する．

$$\|u_t\|_\infty \leq a_1\|y_t\|_\infty + a_2. \tag{6.30}$$

（性質 3.2 の導出）

$$|y(t) - y_m(t)| \leq \beta(t)\|w_t\|_\infty + \beta(t), \tag{6.31}$$

が成り立つものとする．$w(\cdot)$ がレギュラーと仮定する．$\beta(\cdot)$ は本文中と同様に

$$\lim_{t\to\infty}\beta(t) = 0, \quad \beta(\cdot) \in L_\infty, \tag{6.32}$$

となる関数を表す．$y_m(t) = M(s)r_a(t)$ で $M(s)$ は最小位相，プロパーであり $r_a(\cdot)$ はレギュラーなので補題 3.2 より

$$\|r_{at}\|_\infty \leq k\|y_{mt}\|_\infty + k. \tag{6.33}$$

k は有限値を持つ正の定数を表す．$w^1(t) = (sI-\Lambda)^{-1}bu(t)$ であり，Λ は安定行列なので

$$\|w_t^1\|_\infty \leq k\|u_t\|_\infty + k. \tag{6.34}$$

また，$y(t) = P(s)u(t)$ であり，$P(s)$ はプロパー，零点が安定である．$w(\cdot)$ がレギュラー，$\theta(\cdot)$ が有理なので $u(=\theta^T w)$ はレギュラーである．補題 3.3 より，

$$\|u_t\|_\infty \leq k\|y_t\|_\infty + k. \tag{6.35}$$

したがって，

$$\|w_t^1\|_\infty \leq k\|y_t\|_\infty + k. \tag{6.36}$$

$w^2(t) = (sI-\Lambda)^{-1}by(t)$ より，

$$\|w_t^2\|_\infty \leq k\|y_t\|_\infty + k. \tag{6.37}$$

(6.33)，(6.36)，(6.37) 式をまとめると

$$\|w_t\|_\infty \leq k\|y_t\|_\infty + k\|y_{mt}\|_\infty + k. \tag{6.38}$$

$y_m(t) = y(t) - e(t)$ より，

$$\begin{aligned} \|w_t\|_\infty &\leq k\|y_t\|_\infty + k\|(y-e)_t\|_\infty + k \\ &\leq k\|y_t\|_\infty + k\|e_t\|_\infty + k. \end{aligned} \tag{6.39}$$

ただし，(6.33)〜(6.39) 式において有限な定数をすべて同一の記号 k で表している．(6.31) および (6.39) 式より

$$\|e_t\|_\infty \le \beta(t)\|e_t\|_\infty + \beta(t)\|y_t\|_\infty + \beta(t), \tag{6.40}$$

$$(1-\beta(t))\|e_t\|_\infty \le \beta(t)\|y_t\|_\infty + \beta(t). \tag{6.41}$$

$\beta \to 0$ なのである時刻 $T > 0$ 以降で

$$\|e_t\|_\infty \le \frac{\beta}{1-\beta}\|y_t\|_\infty + \frac{\beta}{1-\beta}, \tag{6.42}$$

$\beta/(1-\beta) \to 0$ が成り立つ．すなわち (6.36) 式が成り立つ．

【付録 3.3】（仮定 3.2 の導出）

仮定 3.2 はパラメータ推定器の内部信号，パラメータ推定誤差とモデル-プラント間追従誤差との関係，さらにパラメータ調整則の性質から導かれる．その導出は一般に煩雑であるが，例題で用いる入力誤差による調整則を用いた場合には比較的容易に導くことができる．ここでは，これらの関係式から適応ブロックへの入力 $r_a(\cdot)$ の有界性を仮定せずに仮定 3.2 が導かれる概略を示す．

信号 $r_p(t)$ を

$$r_p(t) = \frac{c_0}{c_0^*}r_a(t) + \frac{1}{c_0^*}\bar{\phi}^T\bar{w}(t), \tag{6.43}$$

のように定義すれば，(3.27) 式は，

$$\nu(t) = L^{-1}(s)\begin{pmatrix} r_p(t) \\ \bar{w}(t) \end{pmatrix}, \tag{6.44}$$

と表すことができる．$\bar{\phi},\bar{w}$ は w,ϕ の 1 番目の要素を除いたものである．また，(6.43) 式および $u = \theta^T w$ より，

$$u(t) = \theta^{*T}\begin{pmatrix} r_p(t) \\ \bar{w}(t) \end{pmatrix}. \tag{6.45}$$

θ^* は定数ベクトルなので (6.45) 式より

$$L^{-1}(s)u(t) = L^{-1}(s)\theta^{*T}\begin{pmatrix} r_p(t) \\ \bar{w}(t) \end{pmatrix} = \theta^{*T}\nu(t). \tag{6.46}$$

パラメータ推定のための誤差方程式は (3.26)，(6.46) 式より，

$$e_2(t) = \phi^T(t)\nu(t), \tag{6.47}$$

と与えられる．パラメータ調整則は (3.28) 式より，

$$\dot{\phi}(t) = -g\frac{e_2(t)\nu(t)}{1+\gamma\nu^T(t)\nu(t)}, \tag{6.48}$$

と表される．正定値関数

$$V(t) = \phi^T(t)\phi(t), \tag{6.49}$$

を考え，(6.47)，(6.48) 式の解に沿って微分すれば，

$$\dot{V} = -g\frac{e_2^2}{1+\gamma\nu^T\nu} \le 0, \tag{6.50}$$

を得る．したがって $\phi(\cdot)$ は有界である．また，$V(\cdot)$ は正定値で単調減少関数なので $V(\infty)$ が存在する．したがって，(6.50) 式より $\frac{e_2}{\sqrt{1+\gamma\nu^T\nu}} \in L_2$ である．(2 乗可積分) である．$\beta = \frac{\phi^T\nu}{1+\|\nu_t\|_\infty} = \frac{e_2}{1+\|\nu_t\|_\infty}$ とおくと，

$$\beta = \frac{\phi^T\nu}{\sqrt{1+\gamma\nu^T\nu}}\frac{\sqrt{1+\gamma\nu^T\nu}}{1+\|\nu_t\|_\infty}. \tag{6.51}$$

上式右辺第一項目は L_2 の属し，二項目は有界である．したがって，

$$\beta = \frac{\phi^T\nu}{1+\|\nu_t\|_\infty} \in L_2. \tag{6.52}$$

この関係は本文中と同様な関数 β を用いて

$$|\phi^T\nu| \le \beta\|\nu_t\|_\infty + \beta, \tag{6.53}$$

と表すことができる．(3.9) 式を導くために追従誤差 e と ν の間の関係式が必要である．これは次の通り与えられる [3-1]．

$$\begin{aligned} e \;=\; & M(s)L(s)(\frac{1}{c_0}\phi^T\nu) \\ & + M(s)L(s)L_c^{-1}(s)\{L_b^{-1}(s)(r_p,\bar{w})\frac{\dot{\phi}}{c_0}\}, \end{aligned} \tag{6.54}$$

ここで，$M(s)L(s)$ は安定でプロパー，$L_b^{-1}(s)$，$L_c^{-1}(s)$ は安定で強プロパーな伝達関数である．$c_0 \ge c_{min}$ なので (6.54) 式に (6.44)，(6.53) 式の関係を適用することにより，

$$\begin{aligned} |y_p - y_m| \;&\le\; \beta\|\nu_t\|_\infty + \beta\|(r_p,\bar{w})_t\|_\infty + \beta \\ &\le\; \beta\|w_t\|_\infty + \beta. \end{aligned} \tag{6.55}$$

このように (3.9) 式は適応ブロックへの入力 $r_a(\cdot)$ の有界性を仮定することなく導くことができる．

$L^{-1}(s)$ は安定で強プロパーな伝達関数なので，$w(\cdot)$ がレギュラーなとき $\nu(\cdot)$ もレギュラーである．このとき $\lim_{t\to\infty}\beta(t)=0$ であることが以下の通り示される．$\dot{\beta}(\cdot)$ は

$$
\begin{aligned}
|\dot{\beta}| \;&\le\; |\dot{\phi}^T\frac{\nu}{1+\|\nu_t\|_\infty}|+|\phi^T\frac{\dot{\nu}}{1+\|\nu_t\|_\infty}| \\
&\quad +|\frac{\phi^T\nu}{1+\|\nu_t\|_\infty}\frac{(d/dt\|\nu_t\|_\infty)}{1+\|\nu_t\|_\infty}|, \qquad (6.56)
\end{aligned}
$$

であり，右辺１，２項は $\phi(\cdot),\dot{\phi}(\cdot)$ が有界であり $\nu(\cdot)$ がレギュラーであることより有界である．また，第３項目は

$$
\begin{aligned}
|\frac{d}{dt}\|\nu_t\|_\infty| \;&=\; \left|\frac{d}{dt}\sup_{\tau\le t}|\nu(\tau)|\right| \\
&\le\; \left|\frac{d}{dt}|\nu(t)|\right| \\
&\le\; \left|\frac{d}{dt}\nu(t)\right|, \qquad (6.57)
\end{aligned}
$$

および，$\nu(\cdot)$ がレギュラーであることより有界である．$\dot{\beta}(\cdot)\in L_\infty,\beta(\cdot)\in L_\infty\cap L_2$ なので，$\lim_{t\to\infty}\beta(t)=0$．このことも $\nu(\cdot)$ の有界性を仮定することなく導かれている．したがって．適応ブロックへの入力 $r_a(\cdot)$ の有界性を仮定することなく導くことができる．

謝辞

本研究を行うにあたりご指導をいただいた京都大学工学部 足立 紀彦 教授（前新潟大学教授）に心より感謝申し上げます．また，本論文をまとめるにあたり有益なご助言をいただいた京都大学工学部 片山 徹 教授，吉川 恒夫 教授に厚く御礼申し上げます．

また，日頃よりご指導をいただいている山形大学工学部 那須 康雄 教授，新潟工科大学 中嶋 新一 教授（前新潟大学助教授）に厚く御礼申し上げます．

最後に，旧新潟大学工学部足立研究室，山形大学工学部那須研究室で多くの時間を共に過ごして下さった大学院生ならびに元大学院生の諸氏に心より感謝いたします．

発表論文

2章
- 川崎, 水戸部, 足立: 部分的な規範モデルを有する適応サーボ系の安定性; システム制御情報学会論文誌, Vol. 2, No. 9, pp. 313〜321 (1989)
- 水戸部, 足立: 速度規範モデルを有する適応ＤＣサーボ系のロバスト性解析; システム制御情報学会論文誌, Vol. 3, No. 12, pp. 422〜433 (1990)
- K. Mitobe and N. Adachi: Hopf bifurcation in an adaptive DC servo system; Int. J. Contr., Vol. 54, No. 4, pp. 831〜847 (1991)

3章
- 水戸部, 荘司, 足立: 局所的な適応フィードバックループを有する制御系の安定性; システム制御学会論文誌, Vol. 5, No. 3, pp. 85〜93 (1992)

4章
- K. Mitobe, H. Liu, Y. Nasu and N. Adachi: An Indirect Adaptive Robot Controller; Proc. Asian Control Conference Tokyo, pp. 829〜832 (1994)
- 水戸部, 劉, 那須, 足立: 間接法によるロボットマニピュレータの適応制御系の一構成法; 計測自動制御学会論文集, Vol. 31, No. 1, pp. 31〜37 (1995)

5章
- 水戸部, 足立: プラント既知情報を利用した適応則; 計測自動制御学会論文集, Vol. 28, No. 10, pp. 1263〜1265 (1992)