

氏名	た ぢ こう いち 田 地 宏 一
学位(専攻分野)	博 士 (工 学)
学位記番号	論 工 博 第 3163 号
学位授与の日付	平 成 8 年 11 月 25 日
学位授与の要件	学 位 規 則 第 4 条 第 2 項 該 当
学位論文題目	Studies on Optimization Based Solution Methods for Variational Inequality Problems (変分不等式問題に対する最適化に基づいた解法の研究)
論文調査委員	(主 査) 教 授 茨 木 俊 秀 教 授 福 嶋 雅 夫 教 授 足 立 紀 彦

論 文 内 容 の 要 旨

ユークリッド空間上で定義される変分不等式問題は、非線形方程式や相補性問題、非線形最適化問題を含む一般的な問題であり、工学において現れるさまざまな均衡問題を定式化するために用いられている重要な問題である。近年、変分不等式問題に対し、ギャップ関数や正則化ギャップ関数などの評価関数を用いて等価な最適化問題に定式化することにより、さまざまな最適化手法を適用するアプローチが注目を集めている。本論文は、このような考え方に基づいて、非線形最適化の手法を用いた変分不等式の新しい解法を提案し、それらの理論的および実際の有効性を明らかにした研究成果をまとめたものであり、7章からなっている。

第1章は序論であり、本研究の背景と目的を概説している。

第2章では本論文で扱う変分不等式問題の定義を与えた後、非線形方程式や相補性問題との関係や、写像の単調性、射影、ニュートン法といった基本的な事柄についてまとめている。

第3章では、変分不等式に対して、大域的収束性を持つニュートン法を提案している。従来、ニュートン法にギャップ関数に対する直線探索を取り入れた大域的収束性を持つアルゴリズムが提案されていたが、本研究では、正則化ギャップ関数に対する直線探索を行うことにより、ニュートン法の改良を試みている。提案されたアルゴリズムは、ギャップ関数を用いた従来のアルゴリズムに比べ、問題の制約集合の有界性の仮定なしに収束し、さらに、より実用的な直線探索法を用いているという利点がある。理論的には、提案されたアルゴリズムが、強単調性の仮定の下で大域的に収束し、さらに2次の収束率を持つことを証明している。また、これらの事実を数値実験を通して確認することにより、アルゴリズムの実用性を明らかにしている。

第4章では、非線形相補性問題に対して、正則化ギャップ関数に基づく2つの解法を提案し、その大域的収束性を証明している。提案されている解法は、もとは変分不等式に対して提案された解法であるが、相補性問題の特殊な構造を十分に利用することによって計算効率の大幅な向上を図っている。さらに、詳細な計算実験によって提案した2つの方法の評価を行い、既存の方法に比べてより効率的に解を求め得る

ことを示している。

第5章では、変分不等式に対する新たな評価関数を提案している。提案された評価関数は、変分不等式の制約条件の線形近似を用いて定義されるため、制約条件が非線形凸関数を含む場合、ギャップ関数や正則化ギャップ関数などの評価関数よりも取り扱いが容易であるという利点がある。さらに、提案された評価関数が任意の点において方向微分可能であり、この関数を用いて変分不等式を等価な最適化問題に再構成できることを示している。また、等価な最適化問題の停留点の変分不等式の解となるための十分条件も明らかにしている。そのあと、提案された評価関数に基づいた変分不等式に対する逐次二次計画法を構成し、その大域的収束性を証明している。

第6章では、制約条件が微分可能な凸関数を含む不等式で表される変分不等式問題に対し、新たなニュートン法を提案している。本章で提案された方法は、各反復において線形近似部分問題を解いて得られる探索方向を用いて、第5章で提案された評価関数に対する直線探索を行うことにより、変分不等式の解に収束する点列を生成するものである。提案されたアルゴリズムが適当な条件のもとで大域的収束性と超一次収束性を有することを証明しており、このことをまた数値実験を通して確認している。

第7章は結論であり、本論文で得られた諸結果を総括的にまとめている。

論文審査の結果の要旨

変分不等式問題は非線形方程式や相補性問題を含む一般的な問題であり、工学におけるさまざまな均衡問題を定式化するために用いられている。近年、変分不等式問題を等価な最適化問題に定式化し、降下法などの最適化手法を適用するという方法が注目を集めているが、この目的に対しより好ましい性質を持つ最適化問題を構成するとともに、その問題に対する効率的な手法を開発し、その有効性を検証することは、変分不等式問題の理論面のみならず応用面からもきわめて重要な課題である。

本論文は、ユークリッド空間で定義される変分不等式問題に対し、最適化手法に基づく新しい方法を提案し、それらの理論的および実際的な有効性を明らかにした研究成果をまとめたものであり、得られた主な成果は以下の通りである。

1. 変分不等式問題に対してニュートン法と正則化ギャップ関数に対する直線探索を組み合わせることにより、大域的収束性と2次の収束率を持つアルゴリズムを構成した。
2. 非線形相補性問題に対する詳細な数値実験を行うことにより、正則化ギャップ関数を用いた最適化手法の実際的な有効性を示した。
3. 非線形不等式制約条件を持つ変分不等式問題に対し、取り扱いの容易な新たな評価関数を提案し、この関数によって等価な最適化問題を構成できることを示した。
4. さらに、提案した評価関数に基づいて、変分不等式問題に対する逐次二次計画法およびニュートン法を提案し、それらの方法が理論的かつ実際的に優れた収束性を有することを示した。

以上のように、本論文は変分不等式問題に対する最適化手法の有効性を示したものであり、学術上、実際上寄与するところが少なくない。よって、本論文は博士（工学）の学位論文として価値あるものと認められる。また、平成8年10月24日、論文内容とそれに関連した事項について試問を行った結果、合格と認められた。