

木材梁内の物理的特性値の分布と  
両端自由たわみ振動の固有振動数

1 9 9 4

西 野 吉 彦

# 目 次

量記号一覧	1
緒 言	2
第1章 木材梁内における含水率分布が両端自由 たわみ振動の固有振動数に与える影響	5
1.1 伝達マトリクス法による梁の両端自由 たわみ振動の固有振動数の計算	6
1.2 繊維飽和点以下での含水率分布	9
1.2.1 含水率と諸特性の関係	9
1.2.2 厚さ方向に分布が存在する場合	14
1.2.3 幅方向に分布が存在する場合	21
1.2.4 梁の長さ方向に分布が存在する場合	25
1.2.5 縦振動の固有振動数との比較	33
1.3 繊維飽和点以上の含水率で分布が存在する場合	35
1.3.1 諸特性についての検討	35
1.3.2 厚さ方向に自由水の分布が存在する場合	37
1.3.3 幅方向に自由水の分布が存在する場合	41
1.3.4 長さ方向に自由水の分布が存在する場合	41
1.4 まとめ	43
第2章 吸湿時における木材棒試験体の 固有振動数変化のシミュレーション	45
2.1 3次元拡散モデルを用いた吸湿時の 固有振動数変化のシミュレーション	46

2.1.1	拡散係数の含水率依存性	46
2.1.2	表面伝達係数	47
2.1.3	吸湿に供される木材試験体の雰囲気	47
2.1.4	3次元拡散モデル	47
2.1.4.1	数学的取り扱い	47
2.1.4.2	木材内部	49
2.1.4.3	表面部分	50
2.1.4.4	辺部分	50
2.1.4.5	コーナー部分	51
2.1.4.6	辺境部分	51
2.1.5	差分計算における棒試験体の分割数	52
2.1.6	見かけの含水率等の計算	52
2.1.7	各要素の諸元の決定	53
2.1.8	たわみ振動の固有振動数の計算	55
2.1.9	縦振動の固有振動数の計算	56
2.2	吸湿シミュレーションの結果と考察	56
2.3	吸湿時における木材棒試験体のたわみ振動と 縦振動の固有振動数の測定	61
2.3.1	実験	62
2.3.2	測定結果と考察	63
2.4	結論	65

### 第3章 化学処理により長さ方向に物理的特性の

	分布を設けた木材梁の両端自由たわみ振動	67
3.1	実験	68
3.1.1	試験体	69
3.1.2	たわみ振動試験	69
3.1.3	気相アシル化反応	69
3.1.4	赤外線吸光度スペクトルによる反応分布の定量	71

3.2	結果と考察	72
3.3	結論	84
結	言	85
謝	辞	87
文	献	88

# 量記号一覧

本論文で扱う主な量記号は、次に示すとおりである。

$A$ : 梁の断面積	$L$ : 格間要素の長さ
$a$ : 水分分布を表す変数	$l$ : 梁の長さ
$D$ : 拡散係数	$M$ : 曲げモーメント
$E$ : ヤング率	$N$ : 全体の伝達マトリクス
$EI$ : 剛性	$n$ : 梁の分割数
$F$ : 格間伝達マトリクス	$P$ : 格点伝達マトリクス
$F'$ : 水分流量	$p$ : 吸光度
$f$ : 固有振動数	$Q$ : せん断力
$G$ : せん断弾性係数	$t$ : 時間
$g$ : 拡散に関する量	$u$ : 含水率
$h$ : 梁の長さ	$\alpha$ : 含水率 1%あたりの膨潤率
$h'$ : 表面伝達係数	$\mu$ : 格点の質量
$I$ : 断面 2 次モーメント	$\rho$ : 密度
$I_a$ : 梁単位長さあたりの回転慣性	$\omega$ : 固有角振動数
$k$ : 梁の断面の形状によって決まる係数	

変数に付く主な添字は、次の事項を意味する。

L: 木材繊維方向      T: 木材接線方向      R: 木材放射方向

## 緒 言

木材と水分との関係は、木材の物理的性質を考える上で、最も重要な事項の一つである。これまで多くの研究において、水分が見かけ上、平衡している状態で木材の物性が測定され、物性値は含水率の関数として表されてきた。また一方では、メカノソープティブクリープに代表されるような、水分非平衡の状態での木材物性の挙動が注目されている<sup>1) 2)</sup>。そこで観察される現象は、非常に興味深く、吸湿、放湿に伴う木材の変形機構や構造の変化が指摘され、また、レオロジーモデルを用いた考察が試みられている<sup>3) 4)</sup>。その際に、注意しなければならないことは、ある大きさをもつ試片を用いて測定を行なう場合、水分非平衡状態では、必ず水分の分布が材内に存在するということである。したがって、測定によって得られる物性値は、水分の分布に応じて生じる物性値の分布をもつ試片についてのものであって、まず、その分布が物性値に与える影響を検討する必要があるだろう。実際に木材が使用されている居住空間内を考えると、一日の気温変動により相対湿度が変化し、それに伴い、木材の水分状態も変化する<sup>5)</sup>。つまり、木材は常に水分非平衡の状態にあると見てよい。

こうした点から考えると、木材の物理的特性の測定を、材内に物性値や密度等の分布が存在するものとして行ない、得られた測定値を分布を含めて評価することは重要なことである。またそうして得られた知見から、なんらかの物性測定法によって、材内の物性値や密度等の分布に関する情報を得られる可能性もある。

ところで、天然有機材料の一つである木材は、再生産可能であり、かつ、微生物等によって腐敗分解し得るという特徴をもち、地球の循環系のサイクルの中に組み入れることのできる資源であるといえる。環境問題が大きくクローズアップされている今日、自然環境にやさしい材料として、木材は、ますますその需要を伸ばすものと見込まれる。しかし、また一方で、この特徴は、材料の使用において、その性質に変化をき

たすこと、一般には、化学劣化、生物劣化という形で性能の低下を示すこととなり、そのことをまったく留意せずに使用することはできない。ここで注意すべき点は、そのような性能の低下は、材の至るところで起こるものではなく、周囲の環境の影響を最も受けやすい箇所、すなわち、表層付近から起こることが最も多い。その過程で、木材内にはヤング率や密度等の分布が生じるため、先ほど水分について述べたことと同様に、劣化しつつある木材について物理的特性の測定を行う際には、物性値等の分布を考慮に入れて測定値の検討を行なう必要があるだろう。

また、一方で、木材のさまざまな性能を高めるために、高耐久性化処理を施すことが一般的に行なわれている。その代表的なものとして、薬剤注入処理が挙げられるが、その際問題となるのが、注入の不均質性である。薬液の注入は、材の繊維方向の浸透によるものが支配的であり、これを利用して注入されるわけであるが、断面が大きく長い材の場合、中央まで均一に注入させることは難しい。その際には、材長さ方向の密度の分布は、著しく大きいものとなり、やはり分布をもつ材料となる。

以上に挙げた例にとどまらず、木材の利用のありとあらゆる場面において、材質の不均一性が問題となっている。一般には、物性の評価においては、このような不均質性を十分認めつつも、測定によって得られた数値を、平均的なものと見なして議論されることが多かったように思われる。しかし、不均質性をそれが顕著に現れる物性測定法によって測定を行ない、評価することができれば、そうして得られた測定値から、物性等のマクロな分布を推定することも可能であろう。

ところで、両端自由たわみ振動法は木材の力学特性の測定手段としてたいへん有効な方法であり、広く用いられている。しかし、たわみ振動法による固有振動数は、試験体内の物理的特性値の分布の影響を受ける可能性がある。例えば、ある木材棒状試験体が、見かけ上、15%の含水率であっても、材内の含水率の分布が異なれば、異なった固有振動数が測定されることがあり得る。両端自由たわみ振動法による測定が、木材の物性測定の有効な手段である以上、試験体内の物理的特性値の分布が固有振動数に及ぼす影響について、定量的に評価し、この方法を用いて

実験を行う際の注意を喚起する必要がある。

そこで、本研究は、両端自由たわみ振動法を用いて、木材棒状試験片内に存在する物理的特性値の分布と固有振動数との関係を明らかにすることを目的とする。その基礎的な知見を得る目的で、第1章において、仮定した水分分布が木材梁の1次から3次モードの固有振動数に与える影響を伝達マトリクス法を用いて理論的に考察する。第2章では、木材棒試験体の吸湿過程におけるたわみ振動と縦振動の固有振動数の変化をシミュレートする。また、木材棒試験体の水分吸放湿過程でのたわみ振動と縦振動の1次モードの固有振動数を実際に測定し、シミュレーションの結果と比較する。第3章では、化学処理によって設けた木材梁長さ方向の物理的特性値の分布と両端自由たわみ振動の固有振動数の関係を測定によって調べ、理論的計算値との比較を行なう。

なお、本論文で取り扱う木材棒は、たわみ振動をする場合には、梁と呼び、長さを繊維方向（L方向）、厚さを接線方向（T方向）、幅を放射方向（R方向）とし、厚さ方向にたわみ変位が生じるものとする。

## 第1章 木材梁内における含水率分布が両端自由たわみ振動の固有振動数に与える影響

ある大きさをもつ木材が、それまでとは異なった湿度環境に置かれたとき、吸放湿が始まり、水分的に平衡に達するまでの間、木材内には含水率分布が生じる。一般に使用されている木材を考えると、このような現象は繊維飽和点以下の含水率で起こり、木材内には含水率の分布に応じたヤング率や密度等の分布が生じる。繊維飽和点以上の含水率で分布が生じた場合、すなわち、自由水の分布が木材内にある場合には、それは大きな密度分布となり得る。

木材の力学特性の測定に広く用いられている両端自由たわみ振動による試験では、縦振動等のものに比べて、材内の物性値の分布の影響を大きく受けると考えられる<sup>7)</sup>。それがどの程度のものであるかについて、数値的に影響を評価することを目的として、まず、梁内に単調な含水率分布を仮定して、それを物性値や密度等の分布に変換し、それらを用いて両端自由たわみ振動の固有振動数を計算する。

固有振動数を理論的に計算する方法としては、あらかじめ振動の変位関数を固定したうえで、物性値の分布を導入して Rayleigh 商（固有角振動数の平方）を求める Rayleigh の方法<sup>7)・8)</sup>や、最小ポテンシャルエネルギーの原理により固有ベクトルと固有値を求める Ritz の方法<sup>7)</sup>、あるいは、その発展形である有限要素法<sup>7)</sup>、また、離散的な質点と剛体の連結したモデルを用いて、最終的に境界条件を満たすように固有振動数を試索計算によって求める伝達マトリクス法<sup>9)</sup>等がある。これらの中で、両端自由たわみ振動の高次のモードにおいても、十分正確な固有振動数が得られ、比較的、計算プログラムが簡単で、経済的に取り扱いが容易な伝達マトリクス法を用いて計算を行う。

1.1 伝達マトリクス法による梁の両端自由たわみ振動の固有振動数の計算

質量をもたない静的梁の変形は、Fig.1.1 に示すような、微小な長さ  $L$  の要素ごとの両端（格点）における梁の変位  $y$ 、傾き  $dy/dx$ 、曲げモーメント  $M$ 、せん断力  $Q$  という4つの状態量で表すことができる。 $i-1$  番目から  $i$  番目の状態量のうけわたしは、格間伝達マトリクス  $[F_i]$  によって行うことができる。

$$\begin{bmatrix} y_i \\ (dy/dx)_i \\ M_i \\ Q_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & L & L^2/2E_i I_i & L^3/6E_i I_i - kL/G_i A_i \\ 0 & 1 & L/E_i I_i & L^2/2E_i I_i \\ 0 & 0 & 1 & L \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{i-1} \\ (dy/dx)_{i-1} \\ M_{i-1} \\ Q_{i-1} \end{bmatrix}$$

$$= [F_i] \begin{bmatrix} y_{i-1} \\ (dy/dx)_{i-1} \\ M_{i-1} \\ Q_{i-1} \end{bmatrix} \quad (1.1)$$

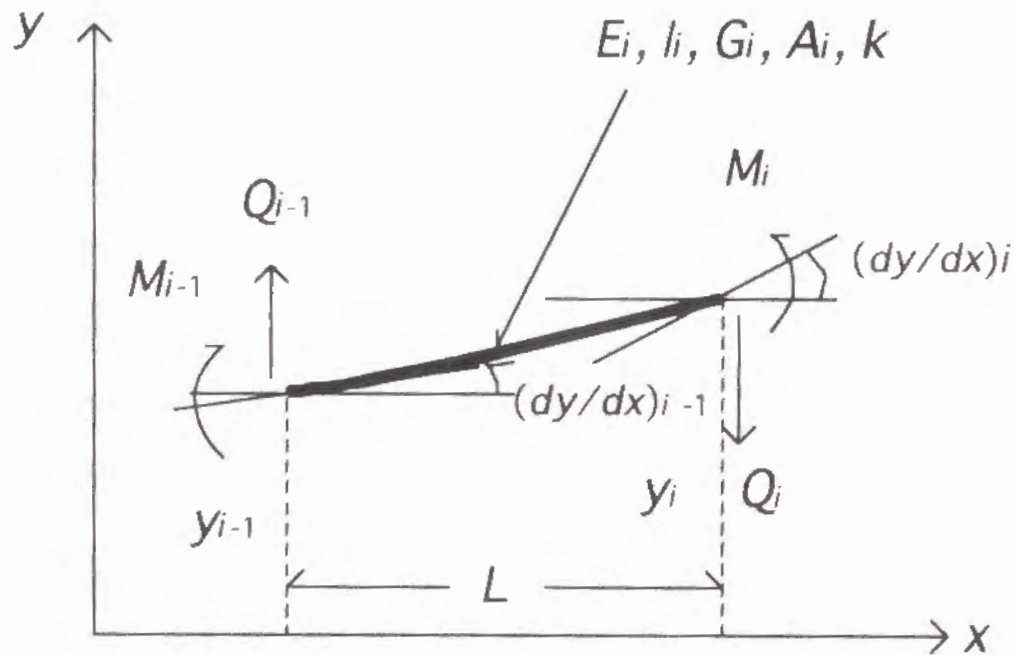


Fig.1.1 伝達マトリクスのための梁の格間要素モデル

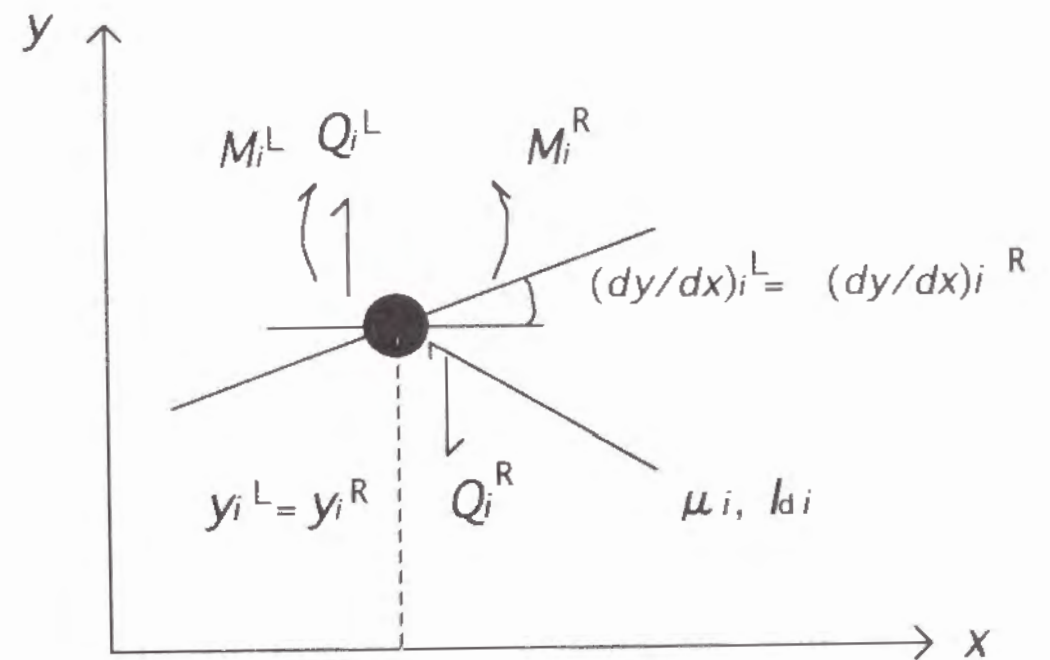


Fig.1.2 伝達マトリクスのための梁の格点要素モデル

ただし、 $E_i$ ,  $I_i$ ,  $G_i$ ,  $A_i$  は、それぞれ、 $i$  番目の要素のヤング率、断面 2 次モーメント、せん断弾性係数、断面積である。 $k$  は、断面の形状によって決まる係数である。長方形断面では、 $k = 0.833$  とされているが、梁のたわみ振動においては、せん断変形がたわみ振動に及ぼす影響をヤング率  $E$  と  $G/k$  の比によって評価することが多い。したがって、本論文において  $G$  の値を決めるかわりに、 $G/k$  の値を示すこととする。

一方、振動する梁の質量を、Fig.1.2 に示すように格点に集中させると、その点の左側と右側の状態量のうけわたりを格点伝達マトリクス  $[P_i]$  によって行うことができる。

$$\begin{bmatrix} y_i \\ (dy/dx)_i \\ M_i \\ Q_i \end{bmatrix}^R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -I_{ai}L\omega^2 & 1 & 0 \\ \mu_i\omega^2 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_i \\ (dy/dx)_i \\ M_i \\ Q_i \end{bmatrix}^L = [P_i] \begin{bmatrix} y_i \\ (dy/dx)_i \\ M_i \\ Q_i \end{bmatrix}^L \quad (1.2)$$

ここに、 $\mu_i$  は、格点の質量であり、 $I_{ai}$  は梁の単位長さ当りの回転慣性を表す。 $\omega$  は、求めるべき固有角振動数である。なお、梁全体を  $n$  分割した場合、 $i=0, n$  において、質量、回転慣性ともその他の格点の  $1/2$  の寄与を与えて計算を行った。

全体の伝達マトリクス  $[N]$  は、次のように表すことができる。

$$\begin{bmatrix} y_n \\ (dy/dx)_n \\ M_n \\ Q_n \end{bmatrix} = [P_n][F_n][P_{n-1}] \cdots [P_1][F_1][P_0] \begin{bmatrix} y_0 \\ (dy/dx)_0 \\ M_0 \\ Q_0 \end{bmatrix}$$

$$=[N] \begin{bmatrix} y_0 \\ (dy/dx)_0 \\ M_0 \\ Q_0 \end{bmatrix} \quad (1.3)$$

すなわち、 $[N]$  は、格点伝達マトリクスと格間伝達マトリクスの交互のかけ算によって得ることができる。マトリクス  $[N]$  の成分を  $N_{ij}$  で表すと、両端自由の条件では

$$\begin{vmatrix} N_{31} & N_{32} \\ N_{41} & N_{42} \end{vmatrix} = N_{31}N_{42} - N_{32}N_{41} = 0 \quad (1.4)$$

を満たさなければならない。これを満たす  $\omega$  を試算計算することによって求め、次式より固有振動数  $f$  を得る。

$$f = \omega / 2\pi \quad (1.5)$$

本論文では、梁の長さ方向に 20 分割 ( $n = 20$ ) したモデルにより計算を行った。計算プログラムでは、マトリクスのかけ算を多くの回数行うため、あらかじめマトリクスの無次元化を行った。すなわち、マトリクスの成分が、0 でない場合に 1 のオーダーとなるように操作した。その方法については、文献<sup>9)</sup>等によった。

## 1.2 繊維飽和点以下での含水率分布

### 1.2.1 含水率と諸特性の関係

本章で考える含水率  $u$  の範囲は、 $8 \leq u \leq 22$  % m.c. (moisture content) とする。Kollmann によると<sup>10)</sup>、密度  $0.44 \text{ g/cm}^3$  のスプルース (*Picea sitchensis*) 材に関して、この含水率の範囲では、平衡



含水率と繊維方向のヤング率  $E(u)$  との間に直線関係が認められ、次のように表すことができる。

$$E(u) = C_1 u + C_2 \quad (\text{GPa}) \quad (1.6)$$

ここに、 $C_1 = -0.2013$ 、 $C_2 = 16.56$  である。Fig.1.3 に平衡含水率とヤング率の関係を示す。

このヤング率は動的方法で求められたものであるが、想定する試験体の形状や振動モードによって、固有振動数が広い周波数帯域にわたるので、動的ヤング率の周波数依存性について検討しなければならない。木材のヤング率およびせん断弾性係数の周波数依存性に関しては数多く報告されているが<sup>11)~13)</sup>、可聴域の周波数帯域にわたって (20-20,000 Hz) はほぼ一定であるとみなしてよいといわれている<sup>14)</sup>。

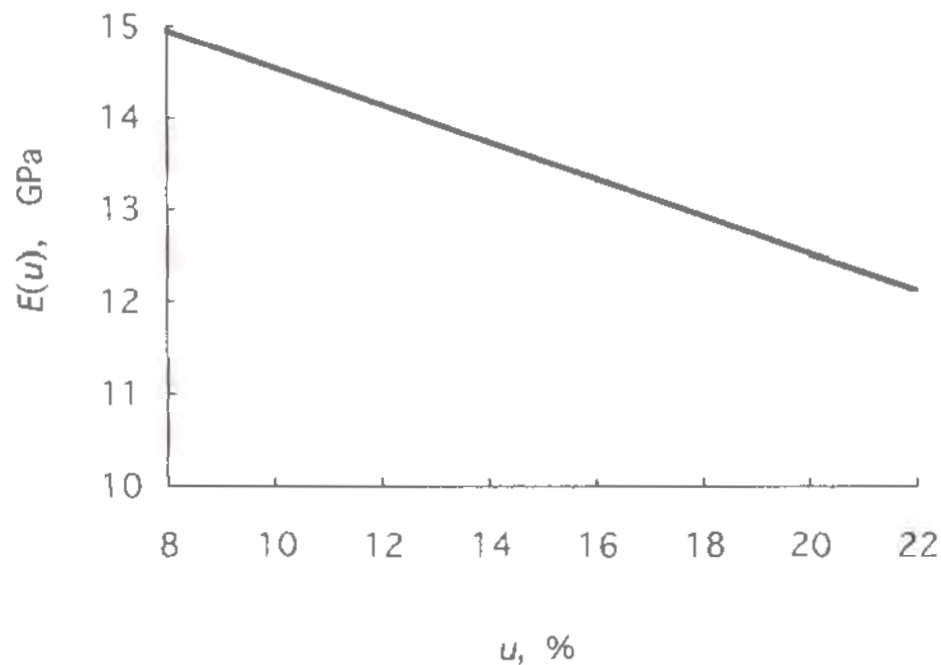


Fig.1.3 平衡含水率  $u$  とヤング率  $E(u)$  の関係

本論文において、後述するような含水率の分布を仮定し、それをヤング率の分布に変換する場合に、式 (1.6) で示される平衡含水率とヤング率の関係を用いることの妥当性について議論する必要がある。木材内に水分分布が存在する状態は、水分非平衡状態であるといえる。水分非平衡状態において特異な力学的現象であるメカノソープティブクリープは、水分が変化していくタイムスケールにおいて、持続的に荷重 (応力) が作用し続けている際に観察される。しかも、比較的大きな応力が作用するときその現象は顕著に現れる<sup>19)</sup>。一方、本論文で議論する両端自由たわみ振動の測定は、予想される水分変化のタイムスケールに比べて、問題とならないくらい短い時間で行なわれる。つまり、1回の振動試験中の水分変化は、ほとんどないものとみなせる。しかも、剛性が十分である木材梁試験体であれば、材内に生じる応力は極めて小さい。したがって、メカノソープティブクリープ現象との関連について、特に留意する必要はなく、平衡含水率の関数としてヤング率を表し、水分分布をヤング率の分布に変換することは妥当であるといえよう。よって、ヤング率に関しては式 (1.6) を用いて計算を行なう。

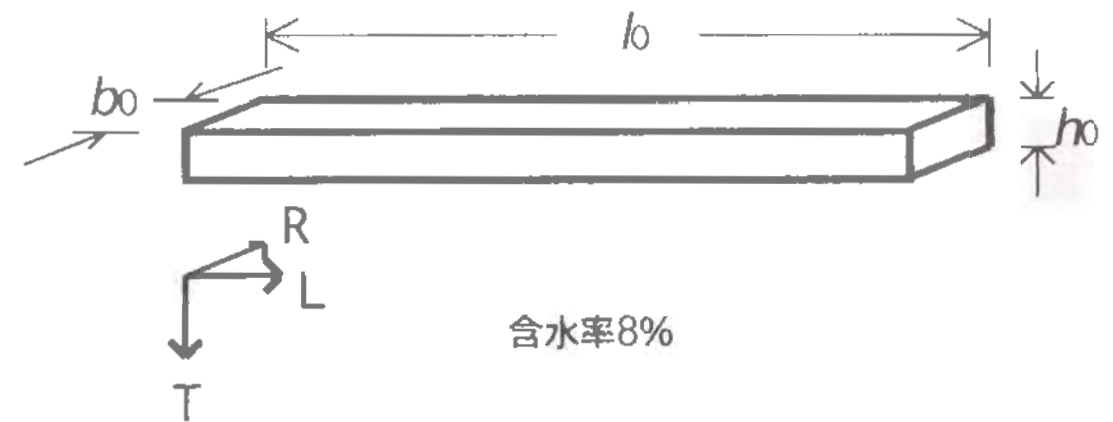


Fig.1.4 含水率 8% における方形断面梁モデル

木材の膨潤による寸法増加は、繊維飽和点以下の含水率において含水率とほぼ直線関係にある<sup>20)</sup>。Fig.1.4 に、 $u = 8\%$  m.c. において、厚さ  $h_0$  (T方向)、幅  $b_0$  (R方向)、長さ  $l_0$  (L方向) なる方形断面梁を示す。含水率  $u$  におけるこの梁の寸法をそれぞれ  $h(u)$ ,  $b(u)$ ,  $l(u)$  とすると、含水率 1% あたりの T 方向、R 方向の膨潤率  $\alpha_T$ ,  $\alpha_R$  を用いて次のように表すことができる。

$$h(u) = h_0 \left\{ 1 + \frac{\alpha_T(u-8)}{100} \right\} \quad (1.7)$$

$$b(u) = b_0 \left\{ 1 + \frac{\alpha_R(u-8)}{100} \right\} \quad (1.8)$$

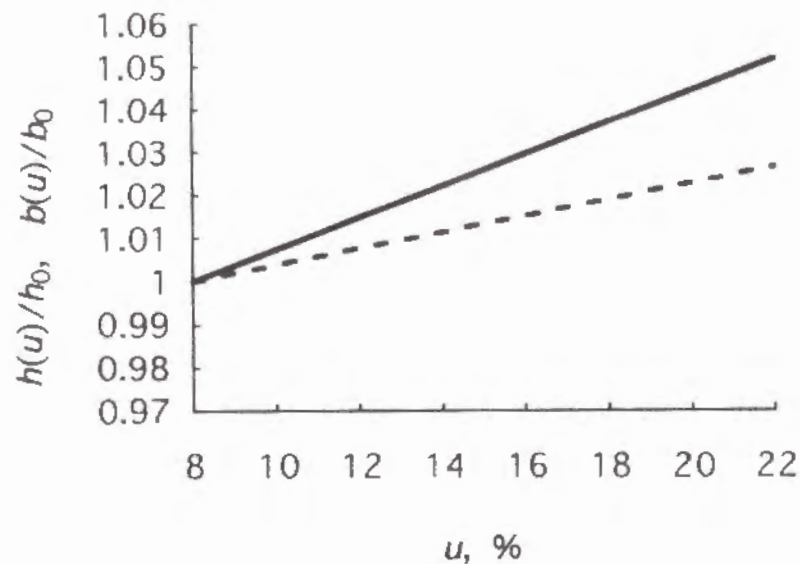


Fig.1.5 梁の厚さ及び幅の含水率  $u$  に対する変化 (実線は、 $h(u)/h_0$ 、破線は、 $b(u)/b_0$  を示す。)

長さ方向の寸法は、変化しないものとして考える。すなわち、 $l(u)=l_0$  とする。Kollmann により、スプルー材について  $\alpha_T$ ,  $\alpha_R$  が報告されており<sup>21)</sup>、それぞれ 0.37, 0.19 である。Fig.1.5 に含水率と梁の厚さおよび幅の寸法の相対変化  $h(u)/h_0$ ,  $b(u)/b_0$  の関係を示す。一方、含水率 1% あたりの体積膨潤率  $\alpha_V$  は、次のように表される<sup>19)</sup>。

$$\alpha_V \approx \alpha_T + \alpha_R \quad (1.9)$$

木材の密度は含水率とともに変化する。含水率 8% での密度を  $\rho_0$  とすると、含水率  $u$  での密度  $\rho(u)$  は、

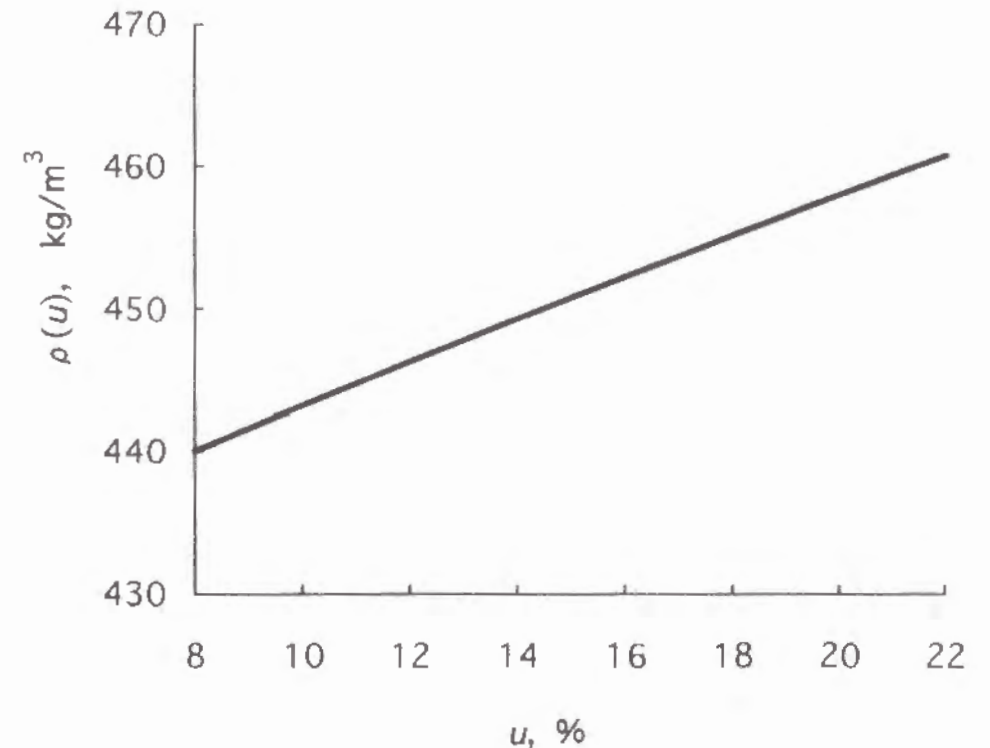


Fig.1.6 平衡含水率  $u$  と密度  $\rho(u)$  の関係

$$\rho(u) = \rho_0 \frac{100 + u}{1.08 \{100 + \alpha_v(u - 8)\}} \quad (1.10)$$

となる。Fig.1.6 に  $\rho_0 = 440 \text{ kg/m}^3$  とした場合の平衡含水率と密度の関係を示す。含水率が増すにつれて密度が増加していることが解る。

### 1.2.2 厚さ方向に分布が存在する場合

梁厚さ方向に  $y$  軸をとり、その方向に次式で示されるような含水率分布  $u(y)$  が存在すると仮定する。

$$u(y) = 15 + 7a \cos 2\pi y/h \quad (\%) \quad (1.11)$$

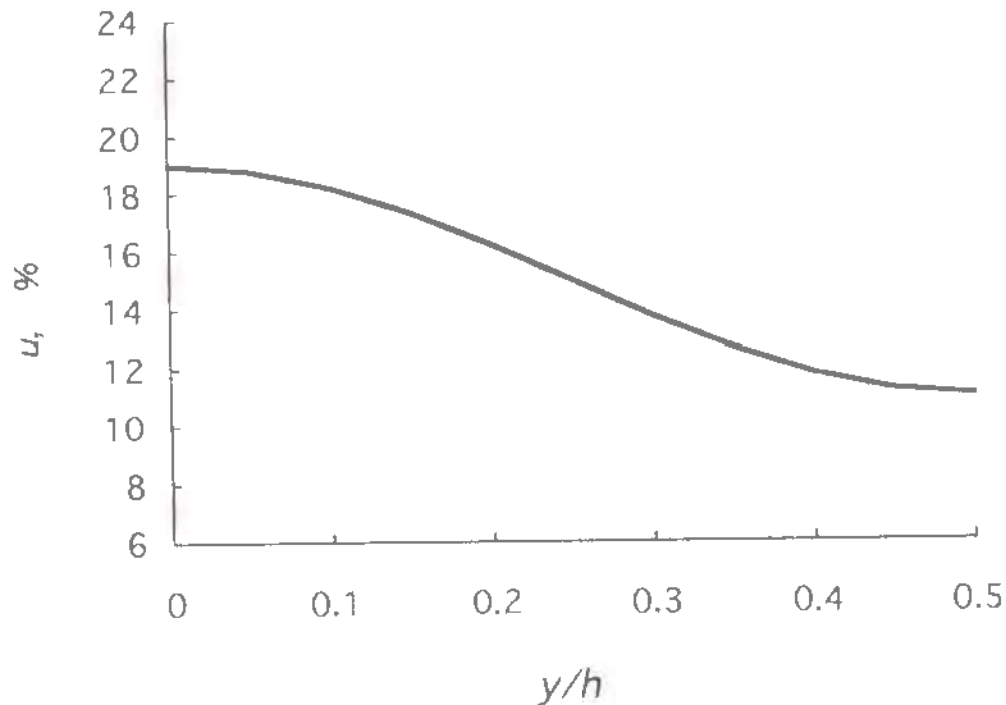


Fig.1.7  $a = 4/7$  とした場合の梁厚さ方向の含水率分布

ただし、 $-1 \leq a \leq 1$  とする。ここに、 $h$  は梁の厚さである。

ここで、この式によって表わされる水分分布を仮定する意義について議論する。まず、本章において、なるべく簡単な数値で表現できる単調な水分分布を導入することによって、その分布と、両端自由たわみ振動の固有振動数との関係について、直感的な理解を容易にする必要がある。その点で、式 (1.11) は、一つのパラメータ  $a$  によって材の表面から中央までの単調な水分分布の状態を表すことができ、しかも、常に材の平均含水率が一定となるように工夫されているという点において、導入する水分分布として適しているといえる。水分吸収に伴う現実的な水分分布についての議論は次章に譲ることとし、本章では、式 (1.11) で示されるような水分分布と固有振動数の関係について考察していく。なお、 $a$  の値に関わらず、この梁の平均含水率は 15 % となる。Fig.1.7 に例として  $a = 4/7$  での含水率の分布を示す。

梁の厚さ  $h$  は、次のように計算できる。

$$h = h_0 \left( 1 + \frac{7\alpha_r}{100} \right) \quad (1.12)$$

梁の幅は、 $y$  の関数  $b(y)$  となり、

$$b(y) = b_0 \left[ 1 + \frac{\alpha_r \{u(y) - 8\}}{100} \right] \quad (1.13)$$

で表すことができる。 $y$  における繊維方向のヤング率  $E(y)$  は式 (1.6)、(1.11) より、次のようになる。

$$E(y) = C_1 u(y) + C_2 \quad (1.14)$$

梁の剛性  $EI$  は、

$$EI = 2 \int_0^{h/2} E(y) b(y) \left( \frac{h}{2} - y \right)^2 dy \quad (1.15)$$

となる<sup>22)</sup>。一方、 $y$ における密度  $\rho(y)$  は式 (1.10), (1.11) より、次のようになる。

$$\rho(y) = \rho_0 \frac{100 + u(y)}{1.08 [100 + \alpha_v \{u(y) - 8\}]} \quad (1.16)$$

単位長さあたりの梁の回転慣性  $I_a$  は、

$$I_a = 2 \int_0^{h/2} \rho(y) h(y) \left(\frac{h}{2} - y\right)^2 dy \quad (1.17)$$

によって計算できる。式 (1.15), (1.17) における積分の計算は、計算機による数値積分法によって行なった<sup>23)</sup>。与えられた等間隔の分点において、Lagrangeの補間多項式をつくり、それによって得られる近似式 (Newton-Cotesの公式) を用いた。ただし、補間に用いた多項式の次数は 2 とし、それにより得られる Simpsonの 1/3 公式により、計算を行う。すなわち、連続する等間隔 (間隔  $H$ ) の  $X_i, X_{i+1}, X_{i+2}$  に対応する  $Y_i, Y_{i+1}, Y_{i+2}$  に関して、

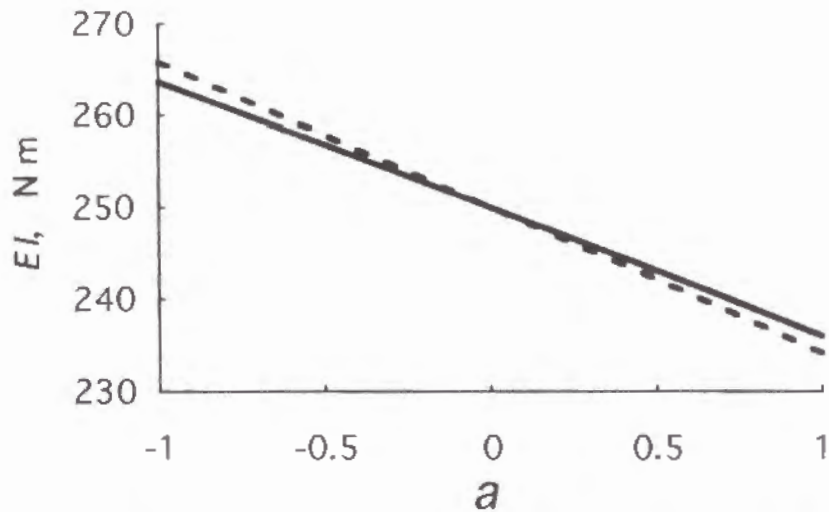


Fig.1.8 厚さ方向の含水率分布と梁の剛性  $EI$  の関係 (実線は、膨潤による幅方向の自由な寸法変化を考慮した場合。破線は、幅を  $a = 0$  でのもので固定させた場合。)

$$\int_{X_i}^{X_{i+2}} Y(X) dX = \frac{H}{3} (Y_i + 4 Y_{i+1} + Y_{i+2}) \quad (1.18)$$

となる。積分計算結果の精度を上げるために積分の区間を分割し、それぞれの区間において、式 (1.18) を適用した。式 (1.15), (1.17) の計算では、 $H = h/50$  とした。

ところで、含水率に分布がある場合、材内の内部応力により自由な膨潤、収縮ができないことがある。今回は、その極端な例として、幅方向の寸法を  $a = 0$  のときのもので固定させた場合についても考える。

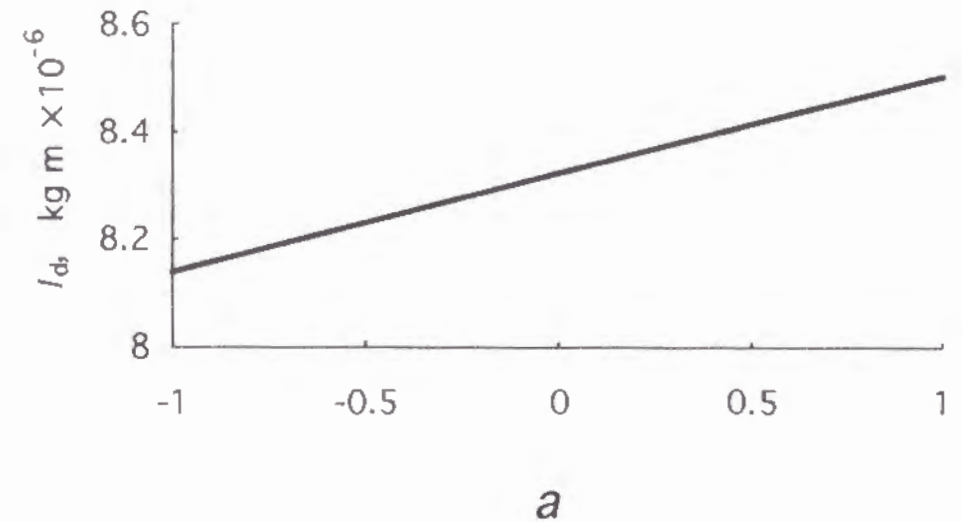


Fig.1.9 厚さ方向の含水率分布と梁単位長さあたりの回転慣性  $I_a$  の関係

まず、 $h_0 = 15 \text{ mm}$ ,  $b_0 = 30 \text{ mm}$ ,  $l_0 = 300 \text{ mm}$ なる梁の断面において、厚さ方向に式 (1.11) に示されるような含水率分布が存在するときの剛性について計算したものが、Fig.1.8 である。図中には幅方向の自由な寸法変化を考慮した場合と、拘束により幅が固定された場合について得られた結果を示した。 $a$  の値が大きくなるにつれて剛性が低下していることが解る。これは、式 (1.15) から解るとおり、剛性が梁の上下面付近におけるヤング率の影響を大きく受けるためであり、 $a$  の値が大きくなり、上下面付近の含水率が高くなるほど、その部分のヤング率は低下し、剛性も低下する。寸法変化を考慮に入れたときは、 $a$  が正の値の場合は、上下面付近の幅も大きくなり、その効果で、幅を固定させた場合よりも剛性が大きくなる。逆に、 $a$  が負の値である場合は、上下面付近の幅が小さくなり、その結果、幅を固定させた場合よりも剛性が小さくなる。実際の寸法変化が剛性に与える効果は、幅を固定させた場合と、拘束を考えずに寸法変化が生じると仮定した場合との間に存在すると考えられる。今回の計算では、両者の場合の剛性の違いは、最大でも 1 %以下であったので、 $a$  の値が 1 から -1 まで変化するときの変化が 11.7 %であったのに比べて、小さいものであると言える。すなわち、厚さ方向に生じる水分分布による梁の幅の寸法分布が、梁の断面 2 次モーメントの変化に与える効果は、その際に生じるヤング率の分布が剛性に与える効果に比べて小さいものであると言える。

次に、回転慣性の変化について考える。回転慣性の場合には、剛性の場合と異なり、本項中の仮定においては幅の寸法変化の影響を受けない。 $a$  の変化に伴う回転慣性の変化を Fig.1.9 に示すが、 $a$  が大きくなるにつれて単位長さあたりの回転慣性が大きくなっていることが解る。回転慣性は、梁の上下面付近での質量が大きくなるほど大きくなるので、上下面の含水率が大きくなる場合、すなわち、 $a$  が大きくなるほど、その部分での密度が増加し、回転慣性が大きくなると考えることができる。梁の回転慣性がたわみ振動の固有振動数に与える影響は、小さいことが知られている<sup>24)</sup>。しかも、Fig.1.9 に示された回転慣性の変動が与える影響は、極めて小さいといえる。本項では、固有振動数を計算する際

に、回転慣性を導入するが、その効果については検討しない。回転慣性が固有振動数に与える影響については、自由水が厚さ方向に存在する場合について、1.3.2 項で検討する。

梁のたわみ振動を考える場合、梁横断面におけるせん断変形の影響を考慮しなければならない。せん断弾性係数の含水率依存性は、ヤング率のそれと同様の傾向を示すと言われているので<sup>25)</sup>、定数  $\kappa$  を用いて、

$$(G/k)(u) = \kappa E(u) \quad (1.19)$$

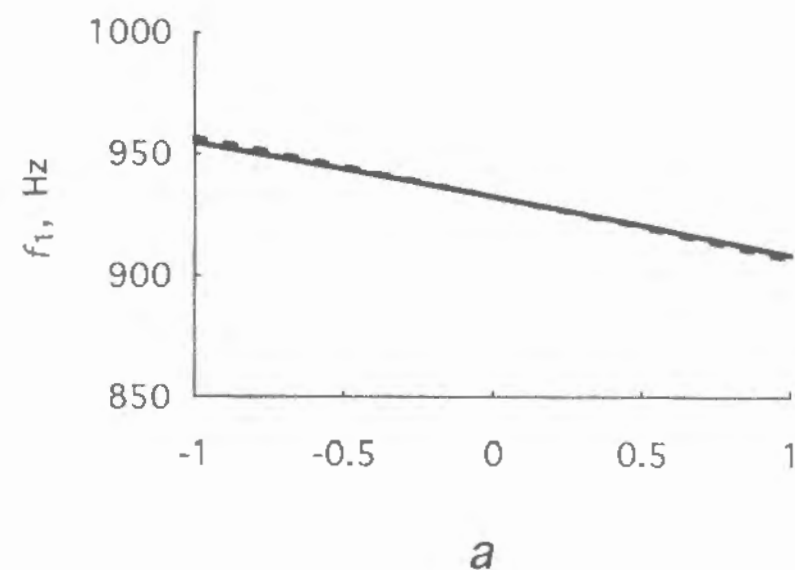


Fig.1.10 厚さ方向の含水率分布と  $f_1$  の関係 (実線は、 $(G/k)\{u(h/2)\}$  とした場合。破線は、 $(G/k)\{u=15\}$ とした場合。)

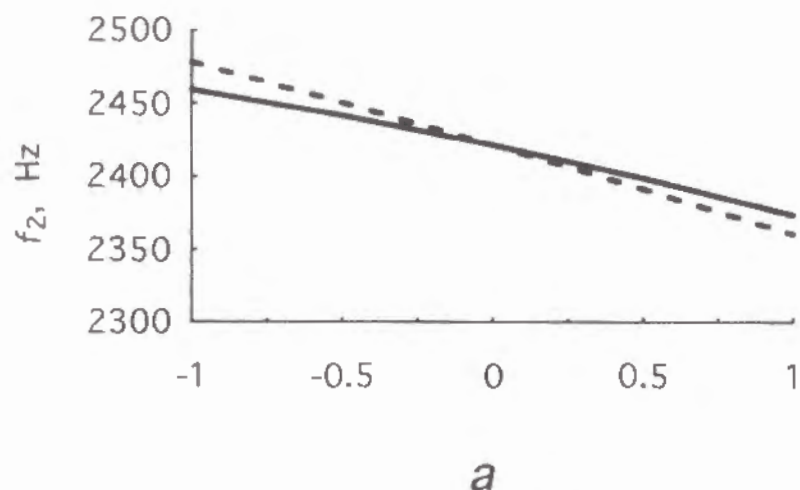


Fig.1.11 厚さ方向の含水率分布と  $f_2$  の関係 (実線は,  $(G/k)\{u(h/2)\}$  とした場合。破線は,  $(G/k)(u=15)$ とした場合。)

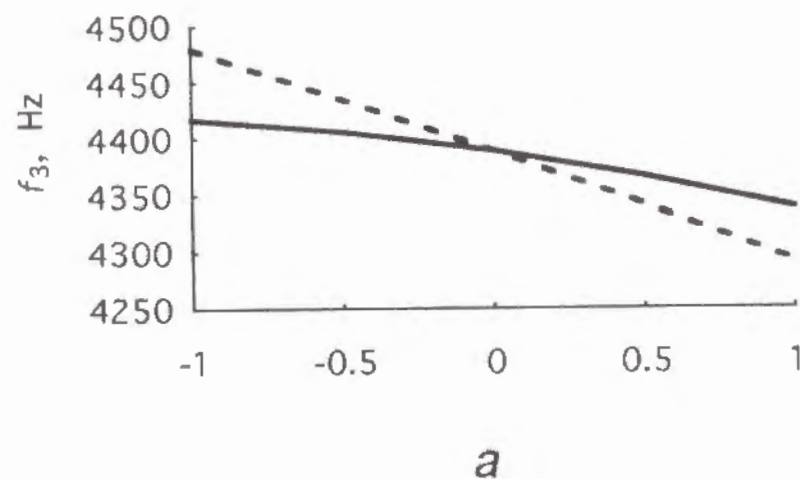


Fig.1.12 厚さ方向の含水率分布と  $f_3$  の関係 (実線は,  $(G/k)\{u(h/2)\}$  とした場合。破線は,  $(G/k)(u=15)$ とした場合。)

として考える。せん断応力は、梁の横断面に一様に分布するのではなく、中立軸付近において最大となる。式 (1.11) に示されるような含水率の分布が存在する場合、 $u(h/2)$  におけるせん断弾性係数と  $u=15\% \text{ m.c.}$  におけるそれとの間に見かけのせん断弾性係数が存在すると考えることができる。そこで、 $(G/k)(u=15)$  で固定した場合と、 $a$  の値により変化する  $(G/k)\{u(h/2)\}$  の両方の場合について固有振動数の計算を行ない、両者の比較を行なう。Fig.1.10, 1.11, 1.12 に伝達マトリクス法により得られた、厚さ方向に含水率分布をもつ両端自由梁の 1 次から 3 次モードまでの固有振動数  $f_1, f_2, f_3$  を示す。 $\kappa$  についてはいくつかの報告があるが<sup>26, 27)</sup>、ここでは、 $\kappa=1/15$  として計算を行った。 $a$  の値が大きくなるにつれて、固有振動数が低下している傾向が各モードにおいて認められる。これは、明らかに剛性の低下に基づくものである。モードの次数が増すにつれて、せん断弾性係数の変化を考慮に入れることによる固有振動数の変化幅の減少が認められる。本章で仮定した含水率分布においては、 $a$  が増加するに従い剛性が低下し、それが固有振動数の低下という形で直接的に寄与している。その寄与とは対照的に、見かけのせん断弾性係数は、 $a$  が正の値の場合は、 $a$  の増加とともに大きくなると考えられ、これが固有振動数を大きくする。 $a$  が負の値の場合は、 $a$  の減少とともに見かけのせん断弾性係数が低下し、固有振動数を低くする。この傾向は、せん断変形の影響が大きい高いモードにおいてより顕著に現れている。本項の計算では、 $a$  の増加に伴う固有振動数の低下が認められ、それに関しては、剛性の低下にその原因を帰すことができるが、せん断弾性係数の変化は、それと相拮抗する影響を与えるものであるといえる。

### 1.2.3 幅方向に分布が存在する場合

厚さ方向の含水率分布を考えたときと同様に、次に示す幅方向 ( $z$  軸方向) の含水率分布が生じたと仮定する。

$$u(z) = 15 + 7a \cos 2\pi z/b \quad (\%) \quad (1.20)$$

ただし、 $-1 \leq a \leq 1$ とする。ここに、 $b$ は梁の幅である。この場合も、梁の平均含水率は15%となる。 $b$ は $a$ にかかわらず次のように計算できる。

$$b = b_0 \left( 1 + \frac{7\alpha_R}{100} \right) \quad (1.21)$$

梁の厚さは、 $z$ の関数  $h(z)$  となり、

$$h(z) = h_0 \left[ 1 + \frac{\alpha_T \{u(z) - 8\}}{100} \right] \quad (1.22)$$

で表すことができる。 $z$ における繊維方向のヤング率  $E(z)$  は、式(1.6)、(1.20)より、次のようになる。

$$E(z) = C_1 u(z) + C_2 \quad (1.23)$$

幅方向  $z$ の位置での  $\Delta z$ の幅をもつ部分の梁の剛性  $\Delta EI$  は、

$$\Delta EI = \frac{E(z)h(z)^3 \Delta z}{12} \quad (1.24)$$

で表され、それを幅全体にわたって積分することにより、梁の剛性  $EI$  を得る。

$$EI = 2 \int_{-b/2}^{b/2} \frac{E(z)h(z)^3}{12} dz \quad (1.25)$$

Fig.1.13 に  $a$  による剛性の変化を示す。梁の厚さを式(1.22)に従って変化させた場合と、 $h(u=15)$  で固定させて計算した場合について比較した。厚さを一定にした場合は、剛性は  $a$  によらず一定となる。厚さの膨潤を考慮した場合は、 $a = 0$  で極大となる曲線となるが、剛性の変化は最大で0.3%程度であり、 $a$ の影響をほとんど受けないことが解る。一方、 $z$ における密度  $\rho(z)$  は、式(1.10)、(1.20)より、

$$\rho(z) = \rho_0 \frac{100 + u(z)}{1.08 [100 + \alpha_V \{u(z) - 8\}]} \quad (1.26)$$

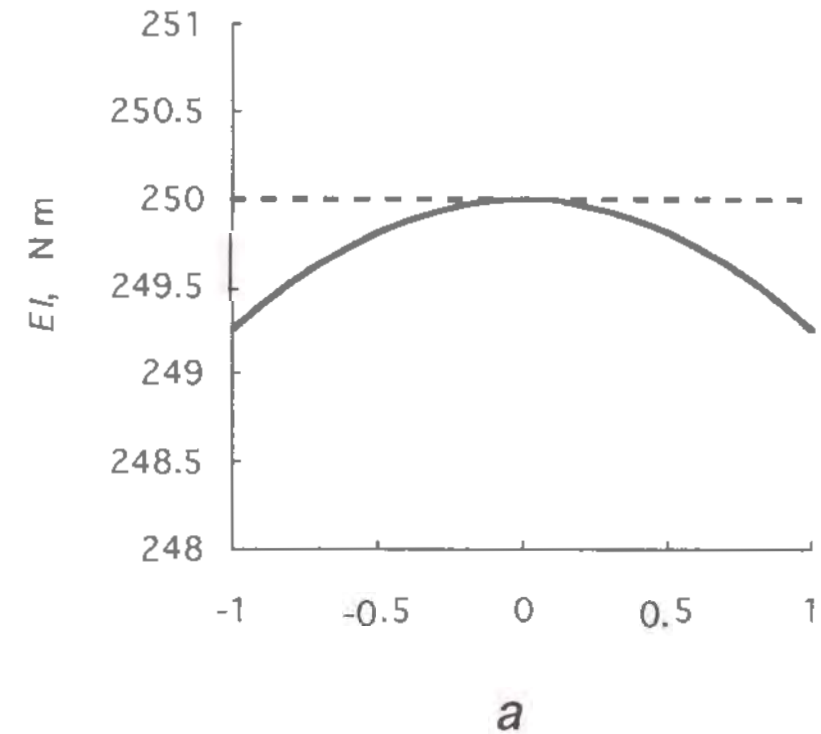


Fig.1.13 幅方向の含水率分布と梁の剛性の関係（実線は、厚さ方向の自由な寸法変化を考慮した場合。破線は、厚さを含水率15%のもので固定した場合。）

となり、 $\Delta z$ の幅をもつ部分の単位長さあたりの回転慣性  $\Delta I_d$  は、

$$\Delta I_d = \frac{\rho(z) h(z)^3 \Delta z}{12} \quad (1.27)$$

で表される。幅全体にわたって積分することにより得られる単位長さあたりの回転慣性  $I_d$  は、

$$I_d = 2 \int_0^{b/2} \frac{\rho(z) h(z)^3}{12} dz \quad (1.28)$$

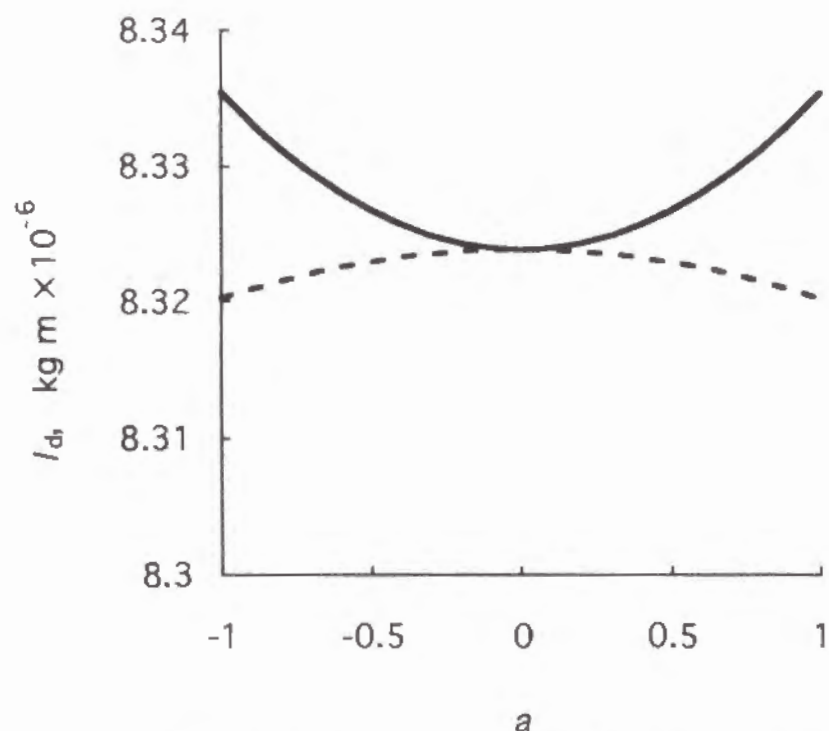


Fig.1.14 幅方向の含水率分布と梁単位長さあたりの回転慣性の関係 (実線は、厚さ方向の自由な寸法変化を考慮した場合。破線は、厚さを含水率15%のもので固定した場合。)

となる。Fig.1.14 に  $a$  による単位長さあたりの回転慣性の変化を示す。剛性の場合と同様に梁の厚さを式 (1.22) に従って変化させた場合と、 $h(u=15)$  で固定させて計算した場合について比較した。膨潤による厚さの変化を考慮に入れた場合の回転慣性の変化が厚さを一定とした場合よりも変化の幅が大きいことが解る。しかし、その場合でも、最大変化幅は 0.2%以下であり、いずれの場合も回転慣性は  $a$  の影響をほとんど受けないといえる。

せん断弾性係数についても、同様に、幅方向の含水率分布が大きく影響することは考え難いので含水率 15%の値を用いることが妥当であると言える。

したがって、式 (1.20) に示される含水率分布を考えた場合、 $a$  の値にかかわらず、固有振動数は分布をもたないときとほぼ同じ値をとると考えられるので、ここでは固有振動数の変化についての検討は省略する。

#### 1.2.4 梁の長さ方向に分布が存在する場合

梁の厚さ、幅方向の含水率分布を考えたときと同様に、次に示す梁長さ方向 ( $x$  軸方向) の含水率分布が生じたと仮定する。

$$u(x) = 15 + 7a \cos 2\pi x/l \quad (\%) \quad (1.29)$$

ただし、 $-1 \leq a \leq 1$  とする。 $l$  は梁の長さである。この場合も、梁の平均含水率は 15%となる。梁の幅  $b(x)$  は、次のように計算できる。

$$b(x) = b_0 \left[ 1 + \frac{\alpha_R \{u(x) - 8\}}{100} \right] \quad (1.30)$$

梁の厚さ  $h(x)$  は、

$$h(x) = h_0 \left[ 1 + \frac{\alpha_T \{u(x) - 8\}}{100} \right] \quad (1.31)$$



で表すことができる。xにおける繊維方向のヤング率 E(x) は、式 (1.6)、(1.29) より、次のようになる。

$$E(x) = C_1 u(x) + C_2 \quad (1.32)$$

xの位置での梁の剛性 EI は、

$$EI = \frac{E(x)h(x)^3 b(x)}{12} \quad (1.33)$$

となる。一方、xにおける密度は、 $\rho(x)$  は、式 (1.10)、(1.29) より、

$$\rho(x) = \rho_0 \frac{100 + u(x)}{1.08 [100 + \alpha_v \{u(x) - 8\}]} \quad (1.34)$$

となり、回転慣性  $I_d$  は、

$$I_d = \frac{\rho(x)h(x)^3 b(x)}{12} \quad (1.35)$$

によって計算できる。xにおけるせん断弾性係数に関しては、式 (1.19)、(1.29) より

$$(G/k)(x) = \kappa E(x) \quad (1.36)$$

で表す。ただし、計算は、 $\kappa = 1/15$  で行った。

伝達マトリクス法による固有振動数の計算については、1.1 節に示し

たが、格間伝達マトリクスの i 番目の要素には、 $x = (2i - 1)l / 2n$  での数値を、また、格点伝達マトリクスには、 $x = il / n$  での数値を用いた。

長さ方向に水分分布をもつ木材梁の両端自由たわみ振動の固有振動数の a に伴う変化を Fig.1.15、1.16、1.17 に示す。これらには、式 (1.30)、(1.31) で表される水分分布に応じた寸法変化を計算に入れたものと、内部応力による寸法変化の拘束を考えて、 $a = 0$  での寸法で固定して計算したもの、そして、梁の長さ方向の質量の分布の影響を見るために、剛性の分布を考えずに、長さ方向にわたって  $a = 0$  での剛性の値を用いて計算したものを示している。寸法変化を考慮した場合は、a の変化に伴う固有振動数の変化幅が、寸法を固定したものと比べて著し

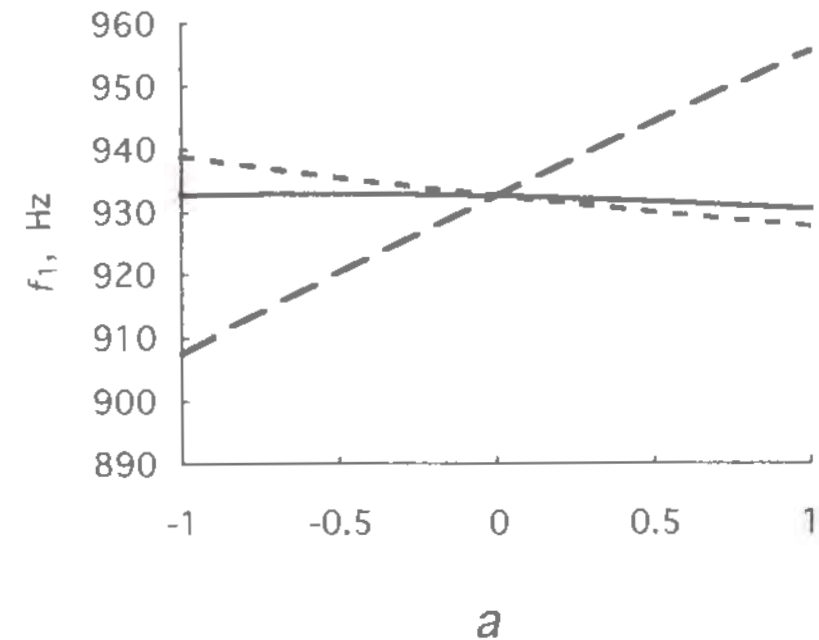


Fig.1.15 長さ方向の含水率分布と  $f_1$  の関係 (実線は、断面における寸法変化を考慮した場合。破線は、断面寸法を  $a = 0$  のもので固定させた場合。点線は、剛性を  $a = 0$  のもので固定させた場合。)

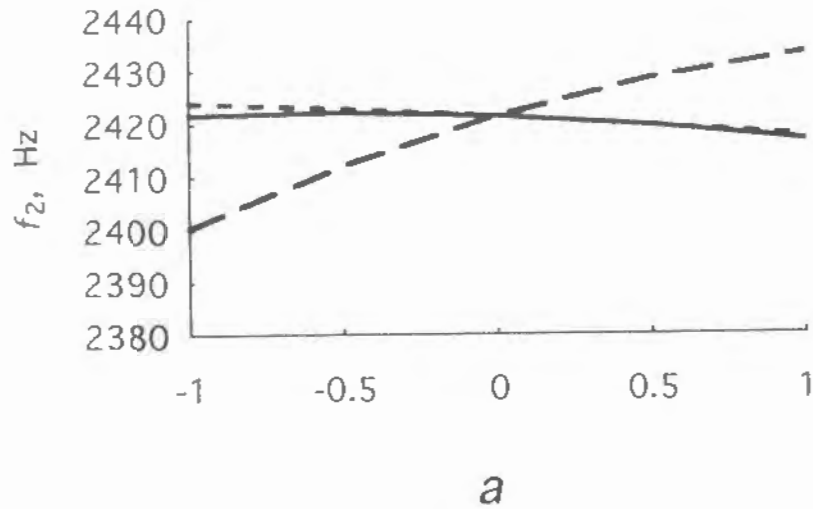


Fig.1.16 長さ方向の含水率分布と  $f_2$  の関係 (実線は、断面における寸法変化を考慮した場合。破線は、断面寸法を  $a = 0$  のもので固定させた場合。点線は、剛性を  $a = 0$  のもので固定させた場合。)

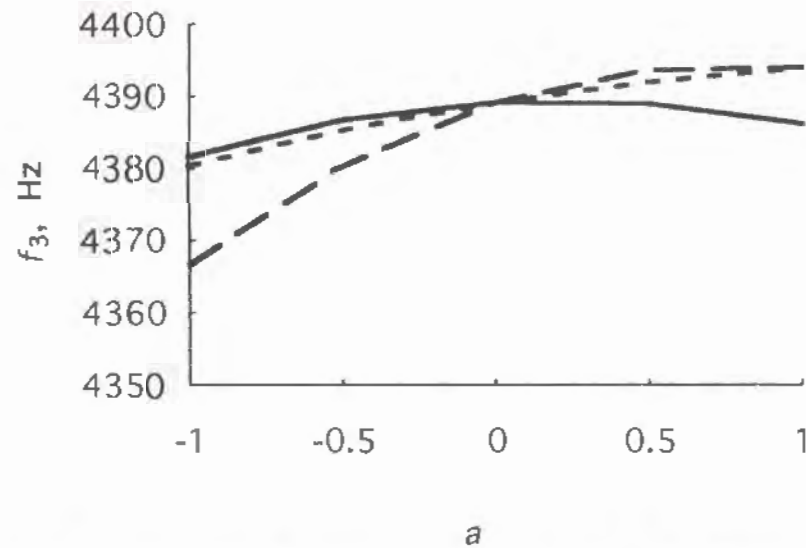


Fig.1.17 長さ方向の含水率分布と  $f_3$  の関係 (実線は、断面における寸法変化を考慮した場合。破線は、断面寸法を  $a = 0$  のもので固定させた場合。点線は、剛性を  $a = 0$  のもので固定させた場合。)

く小さい。これは、含水率の高いところでは、ヤング率は低くなるが、寸法変化を考慮に入れて計算した場合、寸法が増大することにより、断面2次モーメントが大きくなり、ヤング率と断面2次モーメントの積で表される梁の剛性が、お互い相殺されて梁の長さ方向にわたって均一となり、固有振動数の変化が小さくなるためであると考えられる。

寸法が固定されているものでは、いずれのモードにおいても  $a$  の増加とともに、すなわち中央部分の含水率が低い場合に、固有振動数が大きくなっていることが解る。これは、中央付近のヤング率が、固有振動数に与える寄与が大きいためである。しかし、振動モードの上昇とともに変化幅が小さくなっていく傾向が認められる。特に、3次モードにおいては、 $a > 0$  で、固有振動数の変化幅が小さくなり、平坦になっている。

剛性の分布を考えない場合をみると、1次および2次モードでは、 $a$  の増加にともない、固有振動数は低下している。これは、梁長さ方向の質量分布に起因するものと考えられる。しかし、3次モードでは、逆に  $a$  の増加にともない上昇している。

これらの定性的な説明は、梁のたわみ振動に関する Rayleigh 商によって行なうことができる<sup>8)</sup>。時刻  $t$  において、ある振動系の運動エネルギーを  $T(t)$ 、ひずみエネルギーを  $V(t)$  とすれば、エネルギーが保存される系では、

$$T(t) + V(t) = \text{constant} \quad (1.37)$$

が成り立つ。また、系が振動の平衡位置を通過するとき、ひずみエネルギーは 0 で、運動エネルギーは最大となり、最大変位に達したとき、ひずみエネルギーが最大で、運動エネルギーが 0 となる。したがって、それぞれの最大値を  $V_{\max}$ 、 $T_{\max}$  とすると、下の関係が成り立つ。

$$V_{\max} = T_{\max} \quad (1.38)$$

今、梁について考え、その系が角振動数  $\omega$  の定常振動をしているとすると、

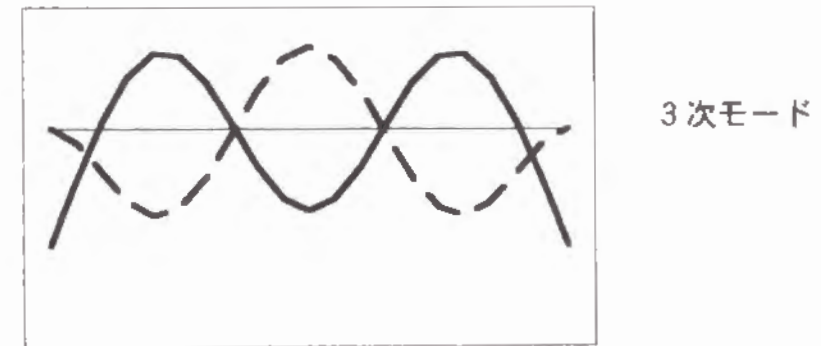
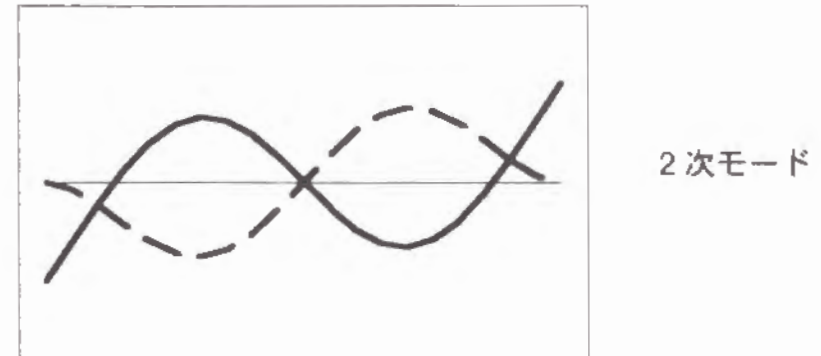
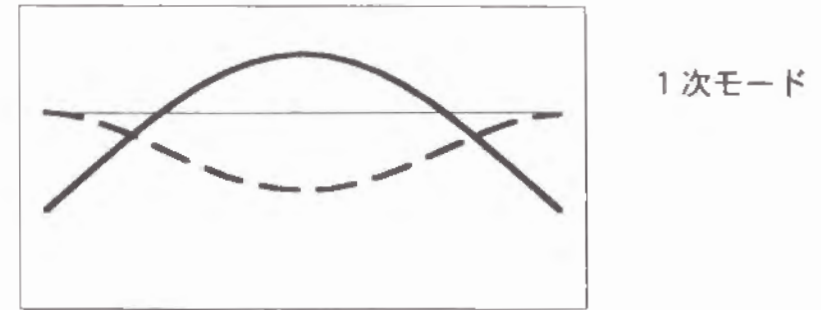
$$V_{\max} = \frac{1}{2} \int_0^l EI \left( \frac{d^2 y_f}{dx^2} \right)^2 dx + \frac{1}{2} \int_0^l \frac{GA}{k} \left( \frac{dy_s}{dx} \right)^2 dx \quad (1.39)$$

$$T_{\max} = \frac{\omega^2}{2} \int_0^l \rho A (y_f + y_s)^2 dx + \frac{\omega^2}{2} \int_0^l \rho I \left( \frac{dy_f}{dx} \right)^2 dx \quad (1.40)$$

となる<sup>28)</sup>。ここに、 $y_f$ 、 $y_s$  は曲げ変形およびせん断変形によるたわみ、 $A$  は梁の断面積である。式 (1.39)、(1.40) を式 (1.38) に代入して、

$$\omega^2 = \frac{\int_0^l EI \left( \frac{d^2 y_f}{dx^2} \right)^2 dx + \int_0^l \frac{GA}{k} \left( \frac{dy_s}{dx} \right)^2 dx}{\int_0^l \rho A (y_f + y_s)^2 dx + \int_0^l \rho I \left( \frac{dy_f}{dx} \right)^2 dx} \quad (1.41)$$

となるが、これを Rayleigh 商という。分子の前半部分は、梁の剛性によって蓄えられるひずみエネルギーを示しており、後半部分は、せん断変形により蓄えられるエネルギーを示している。分母の前半部分は、質量によるたわみ方向の運動エネルギーに寄与するものであり、後半部分は、回転慣性による運動エネルギーに寄与するものである。これらのうち、剛性と質量の梁長さ方向の分布が固有振動数に大きく関与する。式より明らかなように、剛性の分布は、たわみ曲線の 2 階微分曲線に、質量に関しては、たわみ曲線にそれぞれ対応した寄与を固有振動数に与える。Fig.1.18 に梁の両端自由たわみ振動のたわみ変位曲線とその 2 階微分曲線を示す<sup>29)</sup>。1 次モードにおいては、梁長さ方向中央付近の剛性の影響が大きくなる。振動次数が大きくなるにしたがって、梁のたわみ 2 階微分曲線の絶対値が梁の長さ方向に対して平均化され、単調



———  $\phi$   
 - - -  $d^2 \phi / dx^2$

Fig.1.18 両端自由たわみ振動の変位曲線  $\phi$  とその 2 階微分曲線  $d^2 \phi / dx^2$

な剛性の分布に対しては、固有振動数に平均的な影響しか及ぼさなくなる。たわみ曲線については、両端自由の条件では、常に両端において最大のたわみ変位が生じるため、端付近の質量の影響が大きく現れる。前述したとおり 1 次および 2 次モードでは、剛性を一定にした場合、 $a$  の値が大きくなると、固有振動数の低下がみられるが、これは梁の両端付近の慣性が大きくなることに起因している。振動モードの上昇とともに、慣性の分布の寄与は梁長さ方向に平均化されてくると考えられる。

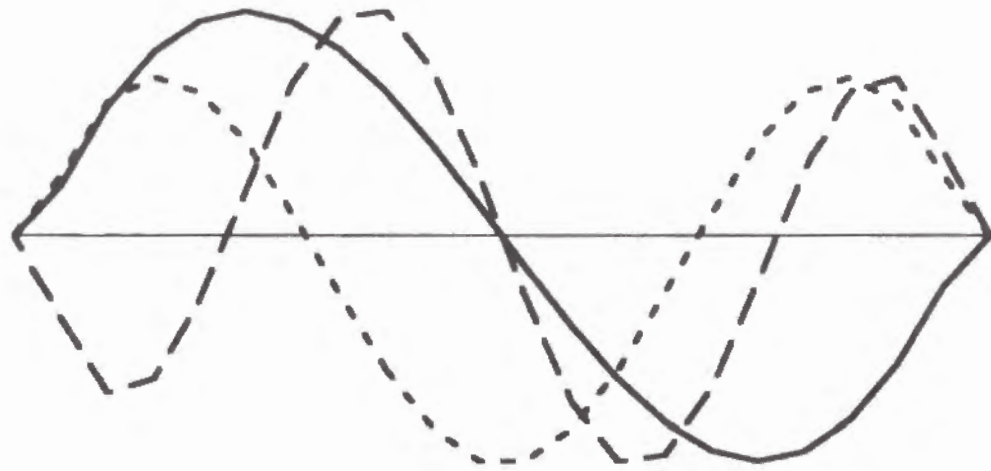


Fig.1.19 両端自由たわみ振動の長さ方向におけるせん断力の分布  
(実線は 1 次モード、破線は 2 次モード、点線は 3 次モード)

3 次モードでは、逆に、固有振動数が増加しているが、この現象は、せん断変形の寄与によるものと考えられる。両端自由たわみ振動の梁長さ方向におけるせん断力の分布を Fig.1.19 に示す。これは、均一梁について伝達マトリクス法によって求めたものである。各モードのせん断力はそれぞれの絶対値が最大のもので、規格化してある。振動モードの上昇とともに中央付近のせん断力の絶対値が大きくなっていくようすが解る。したがって、3 次モードにおいては、1 次モードおよび 2 次モードよりも梁中央付近のせん断弾性係数の寄与をうけやすくなったため、梁の長さ方向において剛性を一定にした場合に、 $a$  の値が上昇するとともに、梁中央付近のせん断弾性係数が大きくなり、固有振動数を大きくしている。

#### 1.2.5 縦振動の固有振動数との比較

梁の厚さ方向に含水率分布が生じる場合は、たわみ振動では固有振動数が大きく影響を受ける。一方、縦振動の場合は、物性値が棒断面に分布する場合でも、それぞれが固有振動数に与える寄与は、平均的なものである。しかし、長さ方向に物性値が式 (1.29) のような分布をもつ場合、たわみ振動と同様に、平均的なものではない。

縦振動の Rayleigh 商は、次のように表される<sup>30)</sup>。

$$\omega^2 = \frac{\pi^2 \int_0^l A(x) E(x) \left( \frac{d\phi}{dx} \right)^2 dx}{l^2 \int_0^l A(x) \rho(x) \phi^2 dx} \quad (1.42)$$

ここに、 $\phi$  は、縦振動の変位を表す。この式によって、縦振動の固有振動数が得られるわけであるが、ここでは、縦振動の 1 次モードを対象とし、次の関数を用いて、計算を行った<sup>30)</sup>。

$$\phi = \cos \pi x / l \quad (1.43)$$

$$\frac{d\phi}{dx} = -\frac{\pi}{l} \sin \pi x/l \quad (1.44)$$

式 (1.42) の計算にあたっては、前述の数値積分法によった。

前項と同様に、断面の寸法変化を考慮した場合と、寸法を  $h(u=15)$ ,  $b(u=15)$  で固定したものとの比較を行った。Fig.1.20 に縦振動の 1 次モードの固有振動数と含水率分布との関係を示すが、寸法変化を考慮に入れた場合の振動数の変化は非常に小さく、断面の寸法を固定した場合は、それと比較して、変化幅が大きい。このことは、たわみ振動における結果と対応している。Fig.1.21 において、振動数の変化の幅を比較するために、寸法を固定した場合について、たわみ振動と縦振動の固有振動数をそれぞれ  $a = 0$  のものに対する相対値で表した。たわみ振動の変化幅が縦振動のものより大きいことが解る。この結果より、縦振動の方がたわみ振動よりも、長さ方向に含水率分布が存在する際においても、固有振動数が受ける影響は小さいといえる。

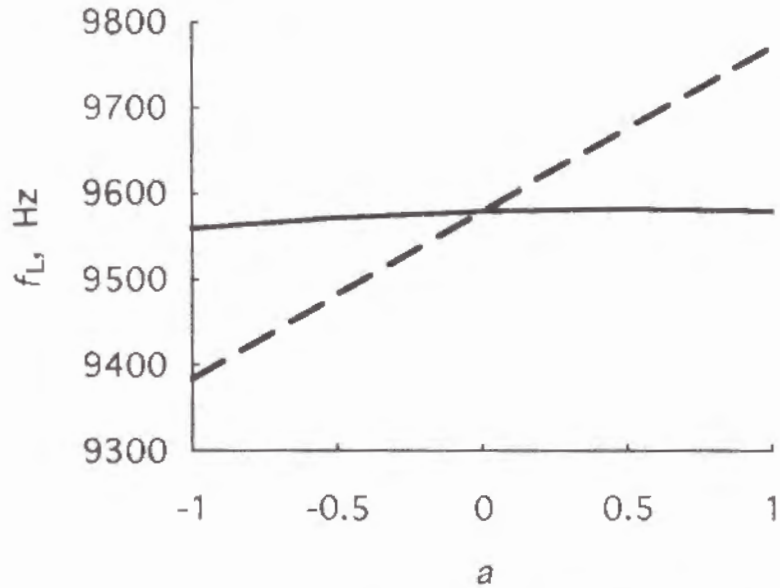


Fig.1.20 長さ方向の含水率分布と  $f_L$  の関係 (実線は、断面における寸法変化を考慮した場合。破線は、断面寸法を  $a = 0$  のもので固定させた場合。)

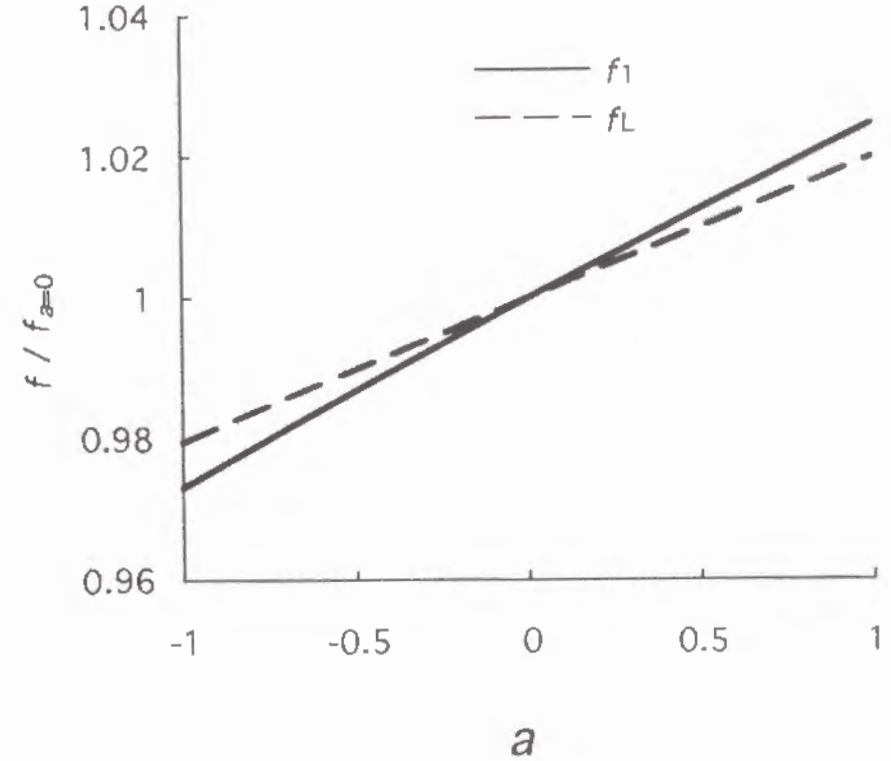


Fig.1.21 長さ方向の含水率分布と  $a = 0$  を基準とした  $f_1$  および  $f_L$  の相対値の関係 (断面寸法を  $a = 0$  のもので固定させた場合。)

### 1.3 繊維飽和点以上の含水率で分布が存在する場合

#### 1.3.1 諸特性についての検討

繊維飽和点以上の含水率では、木材の寸法、ヤング率、せん断弾性係数が変化しないとされている。木材の寸法に関しては、繊維飽和点の含水率を 28% として、その含水率での厚さ  $h_{28}$ 、幅  $b_{28}$  は、次のようになる。

$$h_{28} = h_0 \left( 1 + \frac{20\alpha_T}{100} \right) \quad (1.45)$$

$$b_{28} = b_0 \left( 1 + \frac{20\alpha_R}{100} \right) \quad (1.46)$$

ヤング率に関しては、スプルー材の繊維飽和点以上の含水率における値  $E_{28}$  が、Carrington によって、次のように表されている<sup>31)</sup>。

$$E_{28} = 0.81 E(u=12) \quad (1.47)$$

したがって、式 (1.6) より、

$$E_{28} = 11.46 \quad (\text{GPa}) \quad (1.48)$$

を得、この値を計算の際に用いる。せん断弾性係数については、式 (1.19) より、

$$(G/k)_{28} = \kappa E_{28} \quad (1.49)$$

となる。

繊維飽和点における木材の密度  $\rho_{28}$  は、次のようになる。

$$\rho_{28} = \rho_0 \frac{128}{1.08(100 + 20\alpha_v)} \quad (1.50)$$

$u \geq 28$  % m.c. において、木材の密度  $\rho(u)$  は、次の式によって計算できる。

$$\rho(u) = \rho_{28} \frac{100 + u}{128} \quad (1.51)$$

木材の含水率の上限、最大含水率  $u_m$  は、膨潤による細胞内腔の体積が変化しないものと仮定すると、次の式で表すことができる<sup>32)</sup>。

$$u_m = u_f + \frac{(\rho_s - \rho_w) \rho_{liq}}{\rho_s \rho_w} \times 100 \quad (\%) \quad (1.52)$$

ただし、 $\rho_s$  は木材実質の密度、 $\rho_w$  は、全乾の木材の密度、 $\rho_{liq}$  は、自由水の密度、 $u_f$  は繊維飽和点の含水率を表す。この計算の結果、 $u_m = 197.3$  % となる。本節では、含水率が 30 % から 170 % の範囲で分布する場合について検討を行なう。

### 1.3.2 厚さ方向に自由水の分布が存在する場合

繊維飽和点以上での含水率分布は、自由水の分布であるといつてよい。自由水が振動的性質に与える効果は、慣性によるものである。したがって、質量の分布と回転慣性の分布について検討しなければならない。厚さ方向の含水率分布を次のように仮定する。

$$u(y) = 100 + 70 a \cos 2\pi y/h \quad (1.53)$$

ただし、 $-1 \leq a \leq 1$  である。このとき、 $y$  での密度は、

$$\rho(y) = \rho_{28} \frac{100 + u(y)}{128} \quad (1.54)$$

となり、梁の単位長さあたりの質量は、

$$\rho A = b_{28} \int_0^{h_{28}} \rho(y) dy = \frac{200 b_{28} h_{28} \rho_{28}}{128} \quad (1.55)$$

となり、 $a$  の値にかかわらず一定である。一方、梁の単位長さあたりの回転慣性については、

$$I_d = 2b_{28} \int_0^{h_{28}/2} \rho(y) \left(\frac{h}{2} - y\right)^2 dy \quad (1.56)$$

$$= \frac{b_{28} h_{28}^3 \rho_{28}}{12} \left( \frac{200}{128} + \frac{420a}{128\pi^2} \right)$$

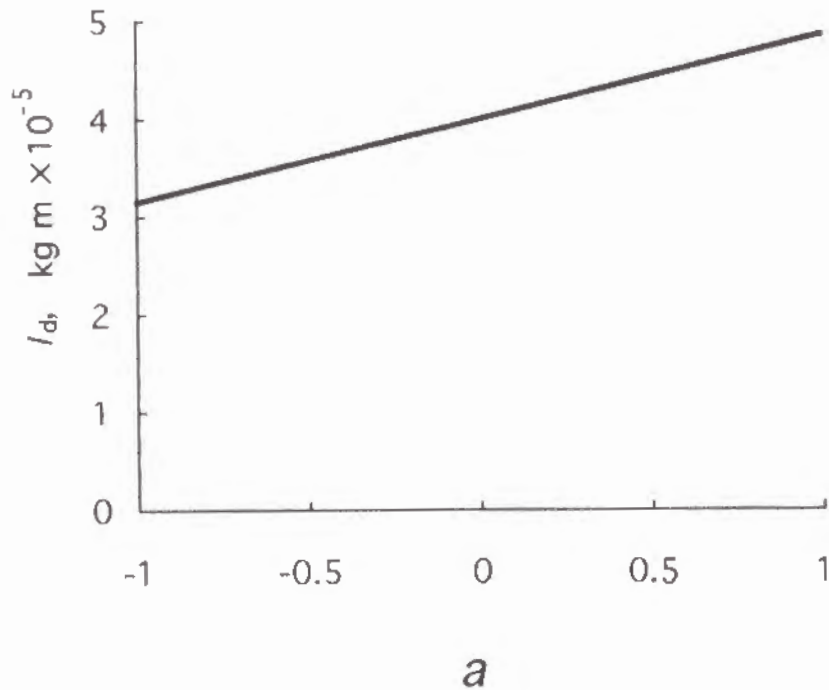


Fig.1.22 厚さ方向の自由水の分布と梁単位長さあたりの回転慣性の関係

となる。Fig.1.22 に  $a$  と回転慣性の関係を示す。 $a$  の増大とともに、回転慣性が大きくなっていることが解る。これは、 $y = 0$ ,  $h$  付近での、含水率の増大に伴う密度の増大の影響である。Fig.1.23, 1.24, 1.25 には、 $a$  と梁の固有振動数の関係を示す。ただし、 $\kappa = 1/15$  とした。 $a$  の増大とともに僅かながら固有振動数が減少していることが解る。回転慣性は、 $a$  が、 $-1$  から  $1$  まで変化するとき、54 % 程度増加しているが、その間、 $f_1$  は、0.2 %、 $f_2$  は、0.4 %、 $f_3$  は、0.5 % ほど減少しているにすぎない。したがって、このような木材中の大きな自由水の分布による回転慣性の変化が生じた場合においても、固有振動数を受ける影響は、小さいものであると言える。

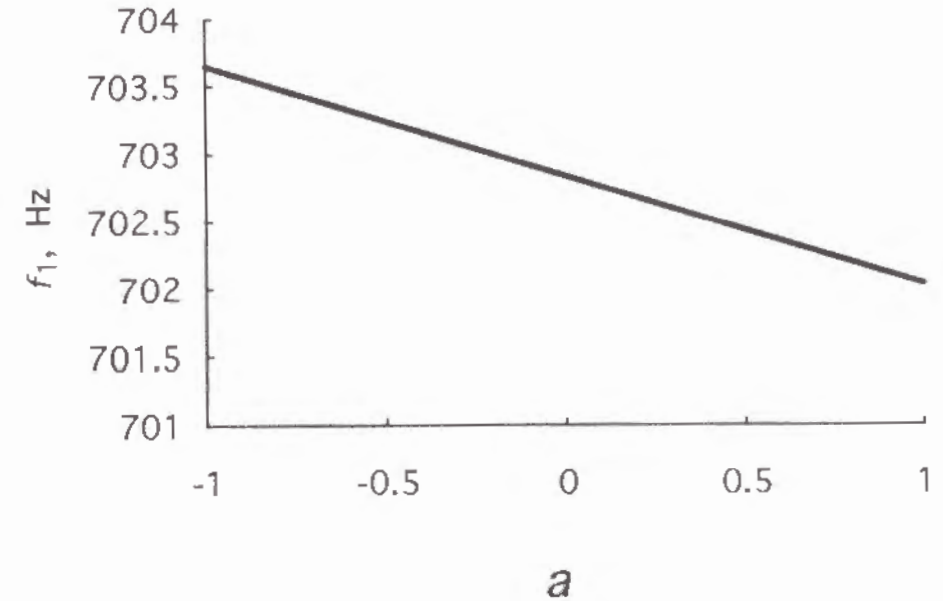


Fig.1.23 厚さ方向の自由水の分布と  $f_1$  の関係

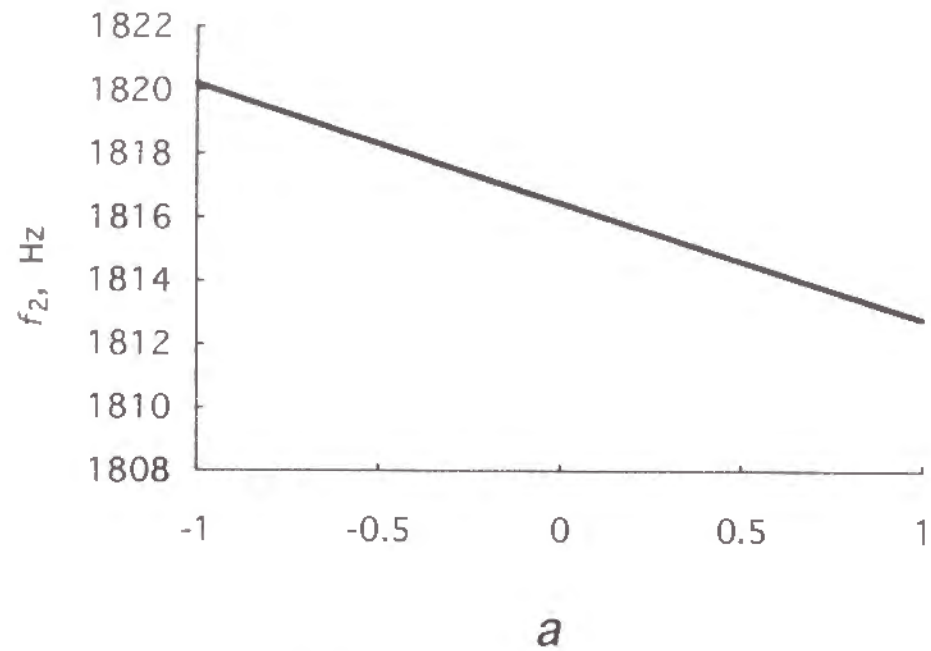


Fig.1.24 厚さ方向の自由水の分布と  $f_2$  の関係

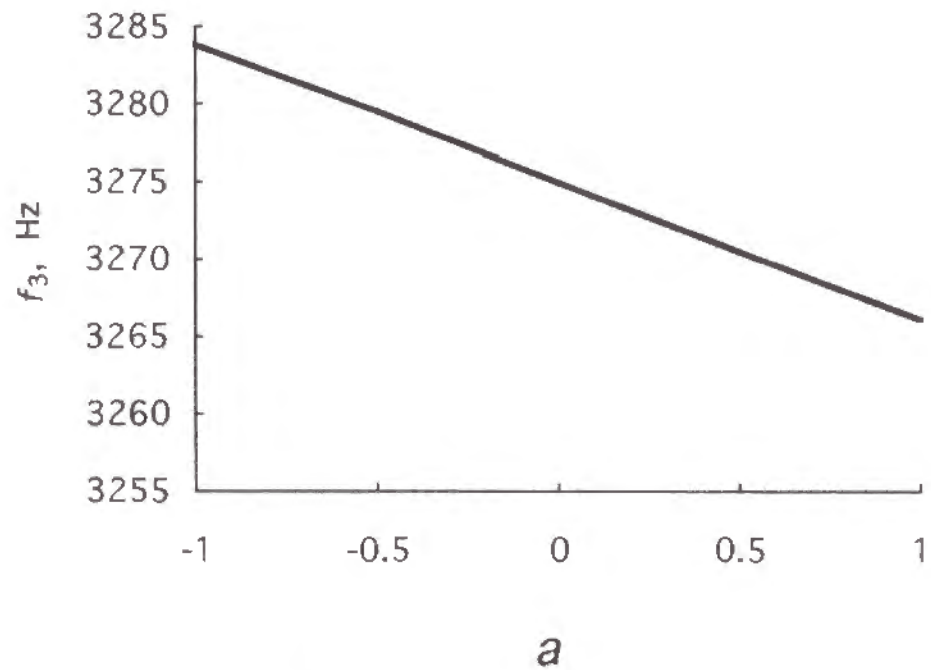


Fig.1.25 厚さ方向の自由水の分布と  $f_3$  の関係

### 1.3.3 幅方向に自由水の分布が存在する場合

幅方向の分布に関しては、計算するまでもなく、単位長さあたりの質量、回転慣性ともに、 $a$  にかかわらず一定となり、固有振動数も一定である。

### 1.3.4 長さ方向に自由水の分布が存在する場合

長さ方向に次のような含水率分布を仮定する。

$$u(x) = 100 + 70a \cos 2\pi x/l \quad (\%) \quad (1.57)$$

ただし、 $-1 \leq a \leq 1$  である。長さ方向の密度分布は、次の式で表すことができる。

$$\rho(x) = \rho_{28} \frac{100 + u(x)}{128} \quad (1.58)$$

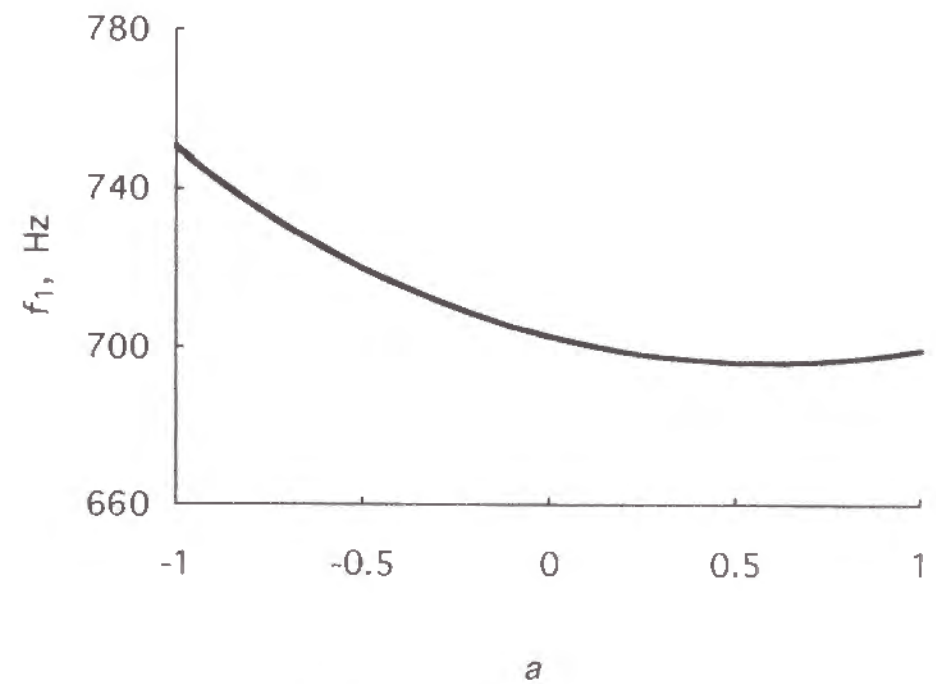


Fig.1.26 長さ方向の自由水の分布と  $f_1$  の関係



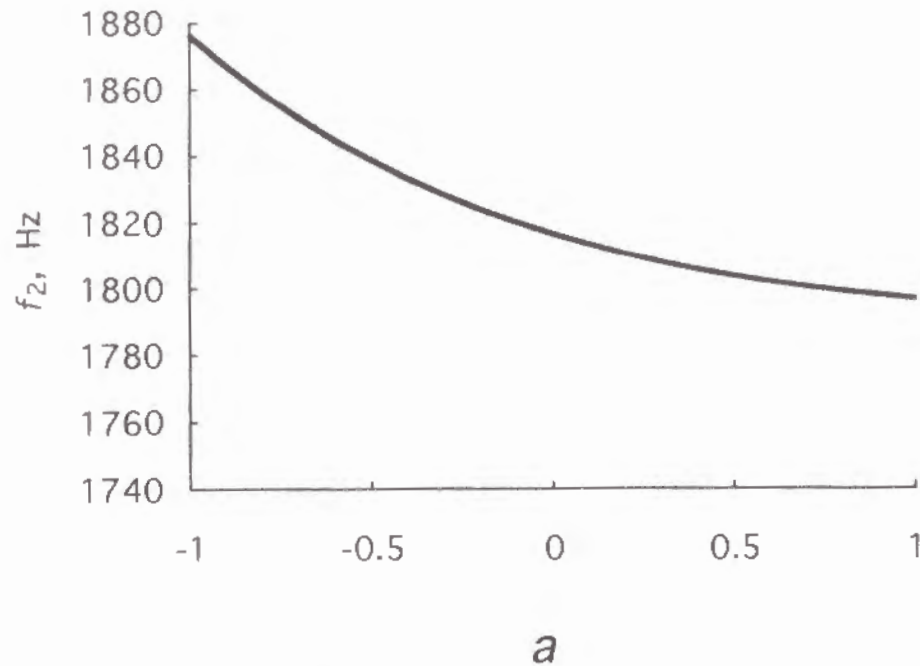


Fig.1.27 長さ方向の自由水の分布と  $f_2$  の関係

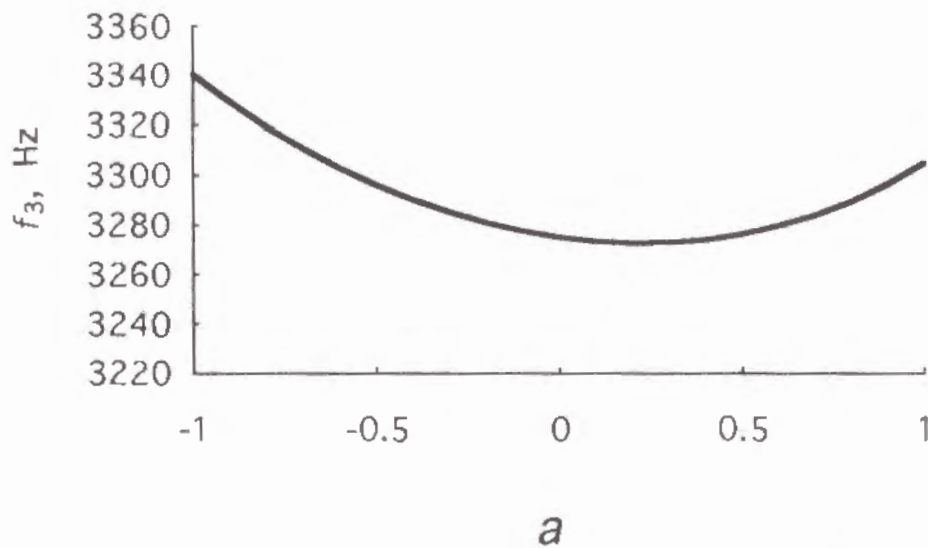


Fig.1.28 長さ方向の自由水の分布と  $f_3$  の関係

回転慣性の分布については、密度と断面 2 次モーメントの積の形で表すことができるため、この場合寸法変化が生じないので、密度の分布と同様な分布が生じる。Fig.1.26, 1.27, 1.28 に、 $a$  の値と固有振動数の関係について示す。 $a$  の上昇に伴う固有振動数の低下が全般的には見られるが、 $f_1$  と  $f_3$  では、 $a = 1$  付近での上昇が見られる。質量の分布の影響は、振動の変位曲線と密接な関係があるが、 $f_2$  の場合には、中央付近に節ができるため変位は小さく、梁両端付近の質量の影響が出やすい。したがって、 $a$  の上昇に伴う単調な固有振動数の減少という結果になる。しかし、 $f_1$  および  $f_3$  においては、梁中央付近で変位が極大となり、この部分の質量が両端部分と同様に大きく影響する。その結果、 $a = 1$  付近で上昇する結果となる。

#### 1.4 まとめ

本章において、両端自由たわみ振動する木材梁内に含水率の分布を仮定した場合に、それが固有振動数へ与える影響について議論した結果は次のようにまとめることができる。

- (1) 梁の厚さ方向に  $8 \leq u \leq 22$  % m.c. の範囲で含水率の分布がある場合では、梁の表面の含水率が高いときほど剛性は低下し、その結果、固有振動数は低くなる。厚さ方向に生じる含水率分布によって変化する見かけのせん断弾性係数は、剛性の変化と相拮抗する効果を固有振動数に与える。
- (2) 梁の幅方向に  $8 \leq u \leq 22$  % m.c. の範囲で含水率の分布がある場合では、固有振動数は分布をもたないときとほぼ同じ値をとると考えられる。
- (3) 梁の長さ方向に  $8 \leq u \leq 22$  % m.c. の範囲で含水率の分布がある場合では、含水率の分布に伴う寸法変化を考慮した場合は、梁中央の含水率が相対的に低いとき、その部分のヤング率は相対的に大きくなるが、両端部分では寸法増大によって断面 2 次モーメントが大きくなり、剛性も高くなるため、梁の長さ方向にわたって、剛性が均一化するため、

固有振動数はほとんど変化しない。一方、梁の断面寸法を固定させた場合、ヤング率の分布が大きく影響し、梁中央の含水率が相対的に低いとき、固有振動数が増大する。このとき、振動モードの上昇とともに、固有振動数の増大幅が小さくなる。水分分布に伴う質量の分布は、中央の含水率が相対的に低いとき、固有振動数を低下させる。梁長さ方向に生じるせん断力の分布は、振動モードが高いときほど中央付近で大きくなり、その部分でのせん断弾性係数の影響を受けやすい。両端自由縦振動の固有振動数は、この分布に対して、たわみ振動のものとはほぼ同様の挙動を示すが、縦振動の方が変化幅が小さい。

(4) 梁の厚さ方向に  $30 \leq u \leq 170$  % m.c. の範囲で含水率の分布がある場合では、回転慣性が大きく変動するが、それが梁の固有振動数に与える影響は小さいといえる。

(5) 梁の長さ方向に  $30 \leq u \leq 170$  % m.c. の範囲で含水率の分布がある場合では、梁中央付近に振動の節がくる 2 次モードにおいては、梁の両端の含水率が大きいときほどその部分の質量が大きくなり、固有振動数は小さくなる。1 次および 3 次モードでは、中央付近の変位も大きくなるため、必ずしも、両端の含水率が相対的に高いときに固有振動数が小さくなるとは限らない。

## 第 2 章 吸湿時における木材棒試験体の固有振動数変化のシミュレーション

空気中の水分が物質内に拡散していくようなとき、その速度を定量的に評価する指標として、一般的に用いられているものは、拡散係数である。Fick の拡散則に従えば、その値を用いて、材料内に拡散する溶質の分布等を計算により求めることができる。しかしながら、木材に水分が拡散して行くような場合、拡散係数は、物質固有の定数ではなく、拡散する水分の濃度（含水率）の関数であるという認識が一般的である。したがって、木材中の水分の拡散のようすを知るには、さまざまな含水率において、小さな含水率変化の水分吸着測定を行い、順次拡散係数を決定していかなければならない。そのように拡散係数を求めても、時間とともに変化する材内の水分分布を、解析的に求めるのは困難である。さらに、材料が空気と接する部分での濃度が、木材のように水分の吸着とともに膨潤する場合、膨潤することにより、新たな吸着面が、つぎつぎに現れるという考え方に従えば<sup>33)</sup>、材料表面において、それを取り巻く空気の相対湿度とただちに平衡に達するということが困難であることは、木材試片内部によって、表面の自由な膨潤および収縮が拘束されることを考慮すると、容易に推測できる。

そこで、しばしば表面伝達係数<sup>34)</sup>を用いた解析が行われる。この係数は、さまざまな濃度によって測定される時間-吸着量の関係より求めることができる。この係数を導入することによって、表面の含水率が、時間とともに平衡値に近づくようすをシミュレートすることが可能となる。

本章では、いままで報告されている拡散係数および表面伝達係数の値を使って、3 次元差分拡散モデルにより、木材梁の水分吸収時の水分拡

散をシミュレートする。その結果として得られる水分分布をもつ梁について、両端自由たわみ振動の固有振動数を伝達マトリクス法によって理論的に求め、その経時変化をシミュレートする。第1章で得られた知見を踏まえた上で、固有振動数の経時変化シミュレーションの結果について議論し、結果の一部に関して、実験による測定結果との対比を行ない、シミュレーションが実際に測定される現象や傾向を表し得るかについて検証する。

## 2.1 3次元拡散モデルを用いた吸湿時の固有振動数変化のシミュレーション

### 2.1.1 拡散係数の含水率依存性

木材中の水分の拡散については数多くの研究がなされているが、概ね、拡散係数の濃度依存性が考慮されている場合が普通で、繊維直角方向においては、濃度の上昇とともに拡散係数も大きくなる傾向が認められ、繊維方向においてはほとんど一定であるか、もしくは、濃度の上昇とともに低下することが報告されている<sup>35)</sup>。木材実質中の水分の拡散係数においては、いかなる方向においても、濃度の上昇とともに拡散係数も大きくなることが、Stamm<sup>36)</sup>や Yokota<sup>37)</sup>らによって確かめられているが、空隙も含む木材となると上述のような傾向が見受けられるという見方が一般的である。Droin-Josserand<sup>38)</sup>らは、scots pine (*Pinus sylvestris*) の辺材について、繊維方向、および繊維直角方向の水分吸収の測定を、含水率 10 ~ 24 % の範囲のさまざまな含水率において行い、拡散係数の含水率依存性を求めた。その結果も、繊維方向においては、含水率の上昇に伴う拡散係数の低下を示している。本報告では、その結果を用いて計算を行う。

横方向の拡散係数について、放射方向と接線方向の双方の差が、繊維方向のものと比較した場合、無視しうる程度であるので、同じ関数を用いて計算を行う。Droin-Josserand<sup>38)</sup>らの結果より、放射、接線のそれぞれの方向における拡散係数を  $D_n$ 、 $D_t$  は、含水率を  $u$  とすると、

$$D_R = D_T = \exp(0.0228u - 13.42) \quad (2.1)$$

によって計算する。繊維方向の拡散係数  $D_L$  については、

$$D_L = \exp(-0.177u - 8.10) \quad (2.2)$$

で計算できる。含水率がおおよそ 5 ~ 24 % の範囲において、含水率と拡散係数の対数との間にはほぼ直線的な関係が認められるので<sup>39, 40)</sup>、式 (2.1), (2.2) は、今回のシミュレーションで扱う含水率の範囲である 8 ~ 22 % で、十分満たされるものであると考えられる。

### 2.1.2 表面伝達係数

表面伝達係数  $h'$  は、木材表面における、含水率の値を決定するための数値である。この数値の求め方は、Choongらの文献<sup>40)</sup>に詳しく述べられている。拡散係数と同様に Droin-Josserandらの用いた値<sup>38)</sup>を採用し、 $h' = 1.10 \times 10^{-4}$  cm/s とする。

### 2.1.3 吸湿に供される木材試験体の雰囲気

シミュレートする吸湿の条件は、 $u_0 = 8$  % m.c. で平衡している木材梁が、高湿度環境下に置かれ、無限時間における含水率、 $u_1 = 22$  % m.c. へ向かうものとする。

### 2.1.4 3次元拡散モデル

#### 2.1.4.1 数学的取り扱い

2次元の拡散に関して、Droin-Josserandらは、拡散係数が、濃度に依存する場合の基礎方程式に基づいて計算を行ったが<sup>38)</sup>、本研究では、それをさらに、3次元に拡大した。3次元拡散は次の古典的な微分方程式により表現できる<sup>41)</sup>。

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ D_L \frac{\partial u}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ D_T \frac{\partial u}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ D_R \frac{\partial u}{\partial z} \right] \quad (2.3)$$

表面に関しては、次式を用いる<sup>38)</sup>。

$$F' = h'(u_{e,q} - u_{t,0}) \quad (2.4)$$

ただし、 $F'$  は木材-空気界面を通る水分流量、 $u_{e,0}$  は平衡含水率、 $u_{t,0}$  は時刻  $t$  での、表面の含水率である。

なお、本研究において、以下に用いる差分計算に用いた式は、Droin-Josserand ら<sup>38)</sup> が 2 次元モデルで用いたものを発展させて 3 次元化したものである。

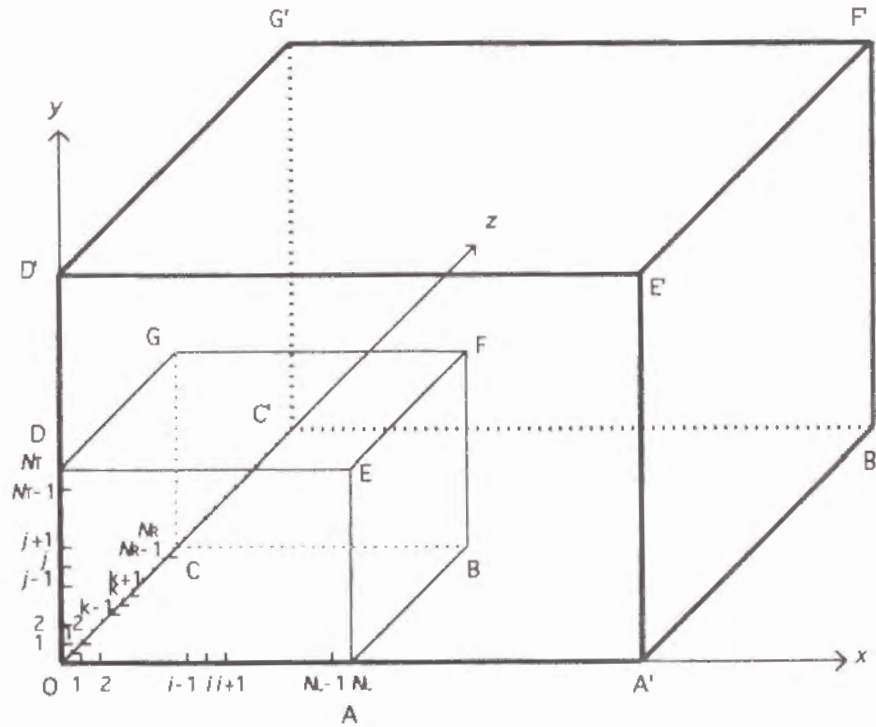


Fig. 2.1 木材の 3 次元拡散モデル

#### 2.1.4.2 木材内部

Fig. 2.1 に示すように、木材内部の座標を、 $x$  軸、 $y$  軸、 $z$  軸のそれぞれの成分を用いて、 $(i, j, k)$  であらわす。それぞれの軸は、木材の繊維方向 ( $L$  方向)、接線方向 ( $T$  方向)、放射方向 ( $R$  方向) に対応させる。木材直方体試片  $OA'B'C'D'E'F'G'$  を考える場合、その  $1/8$  の部分  $OABCDEFG$  について計算を行った。ただし、辺の長さを  $OA' = l_0$ 、 $OD' = h_0$ 、 $OC' = b_0$  とする。 $OABCDEFG$  をそれぞれの座標軸に沿って  $n_L$ 、 $n_T$ 、 $n_R$  個に分割する。分割されてきたそれぞれの軸の各要素の長さ  $\Delta l$ 、 $\Delta h$ 、 $\Delta b$  は、

$$\Delta l = l_0 / 2n_L \quad (2.5)$$

$$\Delta h = h_0 / 2n_T \quad (2.6)$$

$$\Delta b = b_0 / 2n_R \quad (2.7)$$

となる。

ある時刻での座標上の点における含水率を  $u(i, j, k)$  とし、それから  $\Delta t$  の時間経過した後の含水率を  $u'(i, j, k)$  で表すと、

$$\begin{aligned} u'(i, j, k) = & u(i, j, k) + \frac{u(i+1, j, k) - u(i, j, k)}{g_L(i+1/2, j, k)} \\ & - \frac{u(i, j, k) - u(i-1, j, k)}{g_L(i-1/2, j, k)} + \frac{u(i, j+1, k) - u(i, j, k)}{g_T(i, j+1/2, k)} \\ & - \frac{u(i, j, k) - u(i, j-1, k)}{g_T(i, j-1/2, k)} + \frac{u(i, j, k+1) - u(i, j, k)}{g_R(i, j, k+1/2)} \\ & - \frac{u(i, j, k) - u(i, j, k-1)}{g_R(i, j, k-1/2)} \end{aligned} \quad (2.8)$$

ここで、 $g$  については、 $L$  方向を例にとると、次のようになる。

$$g_L(i+1/2, j, k) = \frac{\Delta l^2}{\Delta t \cdot D_L(i+1/2, j, k)} \quad (2.9)$$

ただし、 $D_L(i+1/2, j, k) = \{D_L(i+1, j, k) + D_L(i, j, k)\} / 2$  である。  
 $D_L(i+1, j, k)$  と  $D_L(i, j, k)$  は、式(2.2) より、求めることができる。

#### 2.1.4.3 表面部分

表面部分は、OCGDが木口面、OABCが柁目面、OAEDが板目面となり、それぞれについて、表面伝達係数を考慮した平衡の式を導いた。ここでは、例として、木口面についての式を表す。

$$\begin{aligned}
 u'(0, j, k) = & u(0, j, k) + \frac{2 h' \Delta t \{u_i - u(0, j, k)\}}{\Delta l} \\
 & + \frac{2 \{u(1, j, k) - u(0, j, k)\}}{g_L(1/2, j, k)} + \frac{u(0, j+1, k) - u(0, j, k)}{g_T(0, j+1/2, k)} \\
 & - \frac{u(0, j, k) - u(0, j-1, k)}{g_T(0, j-1/2, k)} + \frac{u(0, j, k+1) - u(0, j, k)}{g_R(0, j, k+1/2)} \\
 & - \frac{u(0, j, k) - u(0, j, k-1)}{g_R(0, j, k-1/2)} \quad (2.10)
 \end{aligned}$$

#### 2.1.4.4 辺部分

辺 OA, OD, OC については、2 方向の表面伝達と、1 方向の水分移動を考慮した。辺 OA を例にとると、z 軸および y 軸方向の表面伝達と x 軸方向の水分移動を考えなければならない。

$$\begin{aligned}
 u'(i, 0, 0) = & u(i, 0, 0) + \frac{2 h' \Delta t \{u_i - u(i, 0, 0)\}}{\Delta h} \\
 & + \frac{2 h' \Delta t \{u_i - u(i, 0, 0)\}}{\Delta b} + \frac{2 \{u(i, 1, 0) - u(i, 0, 0)\}}{g_T(i, 1/2, 0)} \\
 & + \frac{2 \{u(i, 0, 1) - u(i, 0, 0)\}}{g_R(i, 0, 1/2)} + \frac{u(i+1, 0, 0) - u(i, 0, 0)}{g_L(i+1/2, 0, 0)} \\
 & - \frac{u(i, 0, 0) - u(i-1, 0, 0)}{g_L(i-1/2, 0, 0)} \quad (2.11)
 \end{aligned}$$

#### 2.1.4.5 コーナー部分

コーナー部、すなわち Fig.2.1 中の点 O での水分移動については、3 主軸方向の表面伝達を考慮して、以下の式により、計算を行う。

$$\begin{aligned}
 u(0, 0, 0) = & u(0, 0, 0) + \frac{2 h' \Delta t \{u_i - u(0, 0, 0)\}}{\Delta l} \\
 & + \frac{2 h' \Delta t \{u_i - u(0, 0, 0)\}}{\Delta h} + \frac{2 h' \Delta t \{u_i - u(0, 0, 0)\}}{\Delta b} \\
 & + \frac{2 \{u(1, 0, 0) - u(0, 0, 0)\}}{g_L(1/2, 0, 0)} + \frac{2 \{u(0, 1, 0) - u(0, 0, 0)\}}{g_T(0, 1/2, 0)} \\
 & + \frac{2 \{u(0, 0, 1) - u(0, 0, 0)\}}{g_R(0, 0, 1/2)} \quad (2.12)
 \end{aligned}$$

#### 2.1.4.6 境界部分

計算をすすめて達する境界部分、すなわち、 $i = n_L$ ,  $j = n_T$ ,  $k = n_R$  における含水率の処置は、その近傍の含水率のうち最も小さいものと等しくするように定めた。

具体的な手順は、次の通りである。まず、拡散表面にある辺 AE, AB, CG, CB, DE, DG の含水率を決定する。辺 AB を例にとると、 $1 \leq k \leq n_R - 1$  の範囲において、 $u(n_L, 0, k) = u(n_L - 1, 0, k)$  とする。点 A, D, C の場合、A では、 $u(n_L, 0, 0) = u(n_L - 1, 0, 0)$  とした。次に、面 ABFE, DGFE, CBFG については、面 ABFE の場合、 $1 \leq j \leq n_T - 1$ ,  $1 \leq k \leq n_R - 1$  において  $u(n_L, j, k) = u(n_L - 1, j, k)$  とした。辺 FB, FE, FG については、辺 FB の場合、 $1 \leq j \leq n_T - 1$  の範囲で、 $u(n_L, j, n_R)$  は、 $u(n_L - 1, j, n_R)$  と  $u(n_L, j, n_R - 1)$  のうち、小さいものと等しいとする。点 G, E, B については、点 G の場合、 $u(0, n_T, n_R)$  は、 $u(0, n_T - 1, n_R)$  と  $u(0, n_T, n_R - 1)$  のうち、小さい方と等しくした。点 F に関しては、 $u(n_L, n_T, n_R)$  は、 $u(n_L - 1, n_T, n_R)$ ,  $u(n_L, n_T - 1, n_R)$ ,  $u(n_L, n_T, n_R - 1)$  のうち、最も小さいものと等しいとおいた。

### 2.1.5 差分計算における木材棒試験体の分割数

水分拡散のシミュレーションで実際に計算に用いた木材棒試験体の分割数は、 $n_L = 10$ 、 $n_T = 5$ 、 $n_R = 5$ とした。ただし、この棒をたわみ振動をする梁としたとき、長さを L 方向、厚さを T 方向、幅を R 方向として考えた。時間分割を  $\Delta t = 10$  s とした場合、結果が十分収束することを確認した。 $n_L = 10$  とすることによって、 $n = 20$  の伝達マトリクスの各要素に容易に対応できる。

### 2.1.6 見かけの含水率等の計算

見かけの含水率  $u_o$  は、次式を用いて、各要素の平均を計算することによって求める。

$$u_o = \frac{1}{n_L n_T n_R} \sum_{i=1}^{n_L} \sum_{j=1}^{n_T} \sum_{k=1}^{n_R} u_{i,j,k} \quad (2.13)$$

ここに、

$$\begin{aligned} u_{i,j,k} = & \frac{1}{8} u(i-i, j-1, k-1) + \frac{1}{8} u(i-1, j-1, k) \\ & + \frac{1}{8} u(i-1, j, k-1) + \frac{1}{8} u(i-1, j, k) \\ & + \frac{1}{8} u(i, j-1, k-1) + \frac{1}{8} u(i, j-1, k) \\ & + \frac{1}{8} u(i, j, k-1) + \frac{1}{8} u(i, j, k) \end{aligned} \quad (2.14)$$

また、梁長さ方向の  $i$  番目の要素の寸法や断面積を計算するために、 $u_i$  を計算する。

$$u_i = \frac{1}{n_T n_R} \sum_{j=1}^{n_T} \sum_{k=1}^{n_R} u_{i,j,k} \quad (2.15)$$

剛性および回転慣性を計算するために、 $(i, j)$  要素の含水率  $u_{i,j}$ 、 $u'_{i,j}$  を計算する。

$$u_{i,j} = \frac{1}{n_R} \sum_{k=1}^{n_R} u_{i,j,k} \quad (2.16)$$

$$u'_{i,j} = \frac{1}{n_R} \sum_{k=1}^{n_R} u'_{i,j,k} \quad (2.17)$$

ただし、

$$\begin{aligned} u'_{i,j,k} = & \frac{1}{4} u(i, j-1, k-1) + \frac{1}{4} u(i, j-1, k) \\ & + \frac{1}{4} u(i, j, k-1) + \frac{1}{4} u(i, j, k) \end{aligned} \quad (2.18)$$

$i$  番目の格点の慣性を求めるために、 $u'_i$  を次のように定める。

$$u'_i = \frac{1}{n_T n_R} \sum_{j=1}^{n_T} \sum_{k=1}^{n_R} u'_{i,j,k} \quad (2.19)$$

せん断弾性変形について評価するために、 $(i, n_T)$  での含水率  $u_{i, n_T}$  を次のように計算した。

$$u_{i, n_T} = \frac{1}{n_R} \sum_{k=1}^{n_R} u_{i, n_T, k} \quad (2.20)$$

### 2.1.7 各要素の諸元の決定

梁長さ方向  $i$  番目の要素の厚さ  $h_i$ 、幅  $b_i$ 、単位長さあたりの慣性  $\mu_i$ 、 $\mu'_i$ 、平均的なヤング率  $E_i$  は、次のように計算する。

$$h_i = h_0 \left\{ 1 + \frac{\alpha_T (u_i - 8)}{100} \right\}, \quad i = 1, 2, \dots, n_L \quad (2.21)$$

$$b_i = b_0 \left\{ 1 + \frac{\alpha_R (u_i - 8)}{100} \right\}, \quad i = 1, 2, \dots, n_L \quad (2.22)$$

$$\mu_i = \rho_0 b_0 h_0 \frac{100 + u_i}{108}, \quad i = 1, 2, \dots, n_L \quad (2.23)$$

$$\mu'_i = \rho_0 b_0 h_0 \frac{100 + u'_i}{108}, \quad i = 0, 1, 2, \dots, n_L \quad (2.24)$$

$$E_i = C_1 u_i + C_2, \quad i = 1, 2, \dots, n_L \quad (2.25)$$

$(G/k)_i$  は、 $u_{i, n_T}$  を用いて計算する。

$$(G/k)_i = \kappa (C_1 u_{i, n_T} + C_2), \quad i = 1, 2, \dots, n_L \quad (2.26)$$

$(i, j)$  でのヤング率  $E_{i,j}$  および密度  $\rho_{i,j}$  は、次のようになる。

$$E_{i,j} = C_1 u_{i,j} + C_2, \quad i = 1, 2, \dots, n_L, \quad j = 1, 2, \dots, n_T \quad (2.27)$$

$$\rho_{i,j} = \rho_0 \frac{100 + u'_{i,j}}{1.08 [100 + \alpha_v (u'_{i,j} - 8)]}, \quad (2.28)$$

$$i = 0, 1, 2, \dots, n_L, \quad j = 0, 1, 2, \dots, n_T$$

$i$  番目の剛性  $(EI)_i$  と 梁単位長さあたりの回転慣性  $I_{di}$  は、それぞれ次式によって計算する。

$$(EI)_i = 2b_i \sum_{j=1}^{n_T} E_{i,j} \left\{ \frac{h_i}{2} \left( 1 - \frac{2i-1}{2n_T} \right) \right\}^2 \frac{h_i}{n_T}, \quad i = 1, 2, \dots, n_L \quad (2.29)$$

$$I_{di} = 2b_i \sum_{j=1}^{n_T} \rho_{i,j} \left\{ \frac{h_i}{2} \left( 1 - \frac{2i-1}{2n_T} \right) \right\}^2 \frac{h_i}{n_T}, \quad i = 0, 1, 2, \dots, n_L \quad (2.30)$$

### 2.1.8 たわみ振動の固有振動数の計算

上記の手順にあわせて、さらに  $n_T < i \leq n$  のとき、 $n - i + 1$  における値を用いることにより各数値が決定できるので、1.1 節で説明した伝達マトリクス法によってたわみ振動の固有振動数を計算することができる。

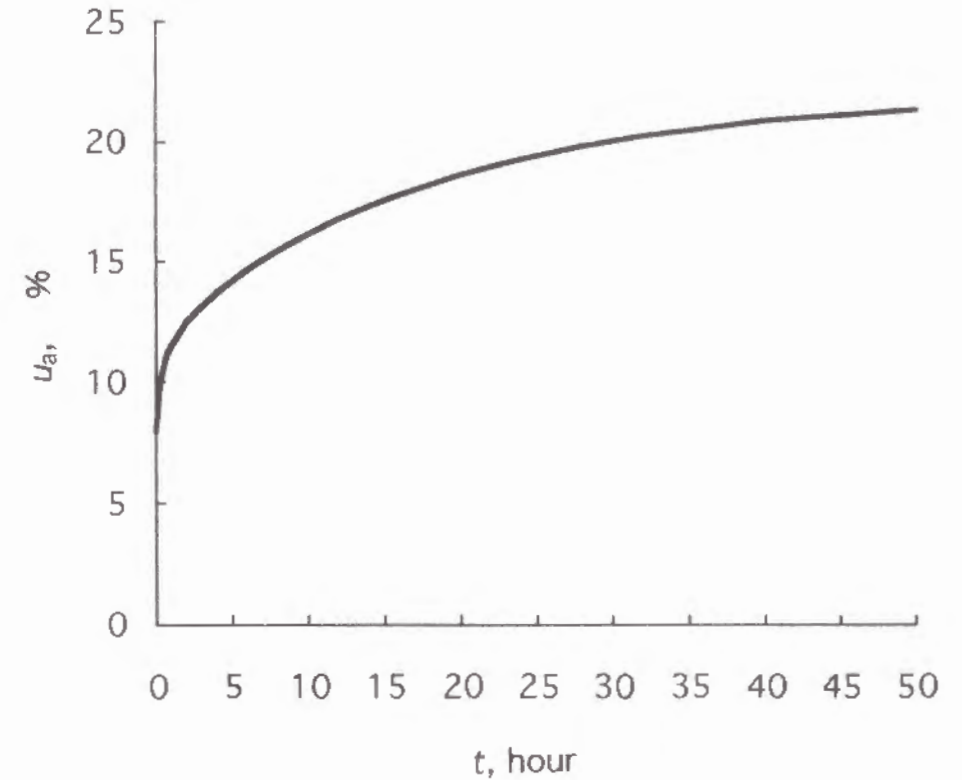


Fig.2.2 木材棒状試験体の ( $l_0 = 300$  mm,  $h_0 = 15$  mm,  $b_0 = 30$  mm) の吸湿過程シミュレーションによる含水率  $u_a$  の経時変化

### 2.1.9 縦振動の固有振動数の計算

縦振動の固有振動数  $f_i$  は、式 (1.42) に示した Rayleigh 商を計算することによって計算した。2.1.7 項で得た諸元を用いて下記のように計算できる。

$$(2\pi f_i)^2 = \frac{\pi^2 \sum_{i=1}^{n_1} b_i h_i E_i \sin^2 \frac{2i-1}{2n_1} \pi}{l_0^2 \sum_{i=1}^{n_1} \mu_i \cos^2 \frac{2i-1}{2n_1} \pi} \quad (2.31)$$

### 2.2 吸湿シミュレーションの結果と考察

初期含水率  $u_0 = 8 \% \text{ m.c.}$  において、 $l_0 = 300 \text{ mm}$ 、 $h_0 = 15 \text{ mm}$ 、 $b_0 = 30 \text{ mm}$ なる木材棒試験体を想定して、吸湿シミュレーションを行った。その結果得られた見かけの含水率の経時変化を Fig.2.2 に示す。その過程での材内の含水率分布を模式的に示したものが Fig.2.3 である。吸湿の早い段階で梁の表面における含水率が高くなっていることが解る。

Fig.2.4-2.7 にたわみ振動の 1 次、2 次、3 次モードおよび縦振動の 1 次モードの吸湿過程における固有振動数の変化を示す。たわみ振動においては、いずれの場合も、初期における急激な減少が観察され、その後は、時間とともに緩やかに減少して、ある値に漸近していくようすが見られる。縦振動の場合もほぼ同様の傾向を示すが、たわみ振動と比較すると、初期における減少は、緩やかである。その後の減少のようすは、たわみ振動のものより急である。

そこで、各固有振動数の変化のようすを比較するために、 $t = 0$  における固有振動数を基準とする相対値の変化を Fig.2.8 に示す。縦振動の 1 次モードの固有振動数の初期における変化が、たわみ振動のものよりも緩やかであることが解る。これは、特に、梁の LR 面での含水率の上昇により、梁の剛性が、急激に低下するためである。

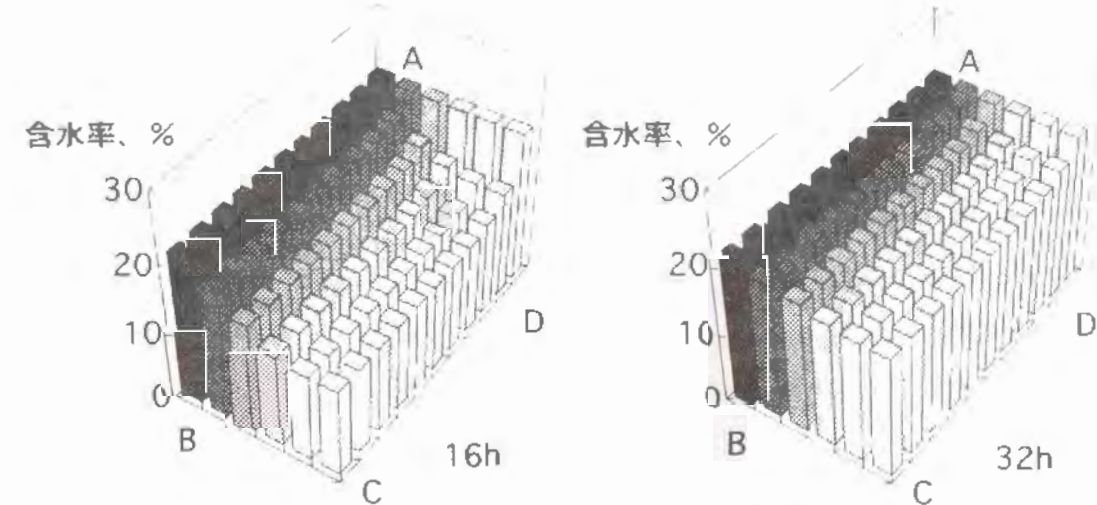
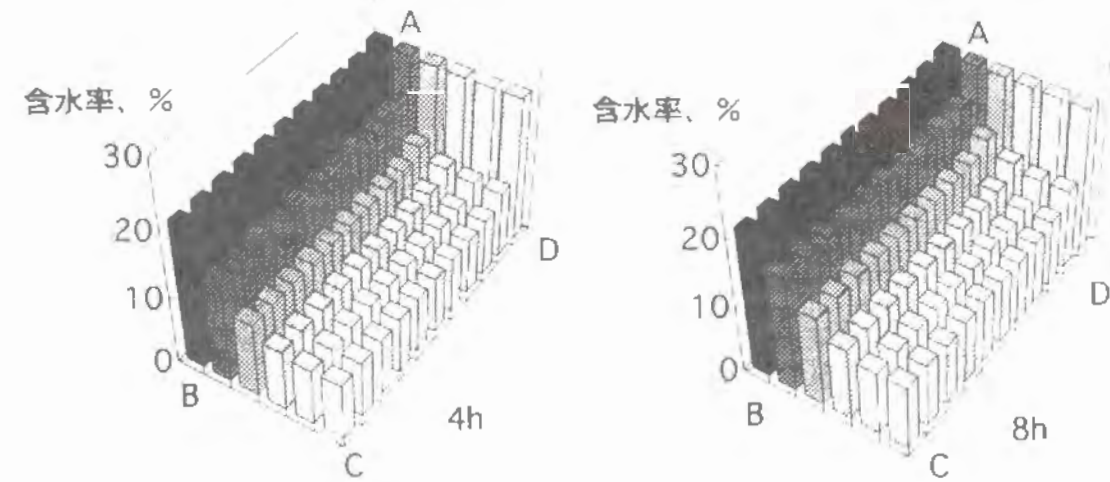
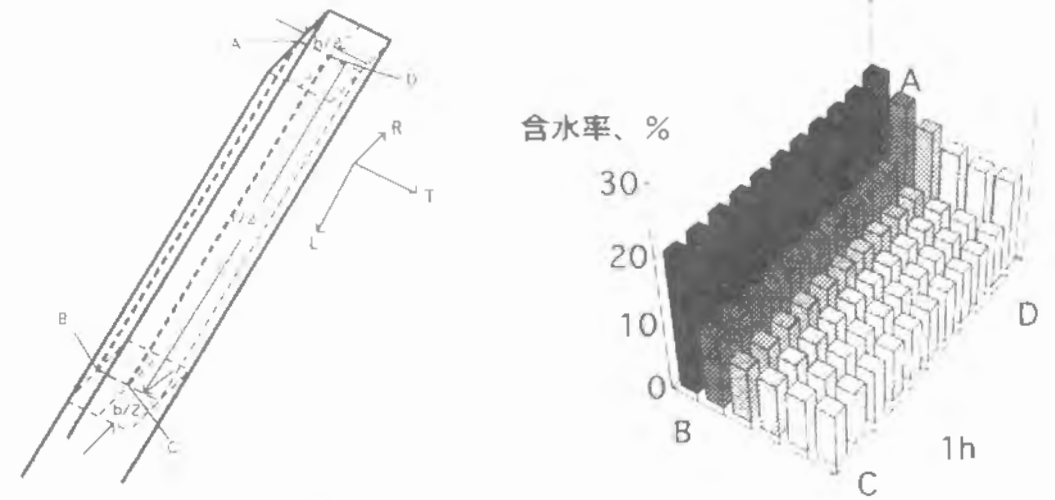


Fig.2.3 吸湿過程シミュレーションによる木材棒状試験体 ( $l_0 = 300 \text{ mm}$ 、 $h_0 = 15 \text{ mm}$ 、 $b_0 = 30 \text{ mm}$ )内の含水率分布



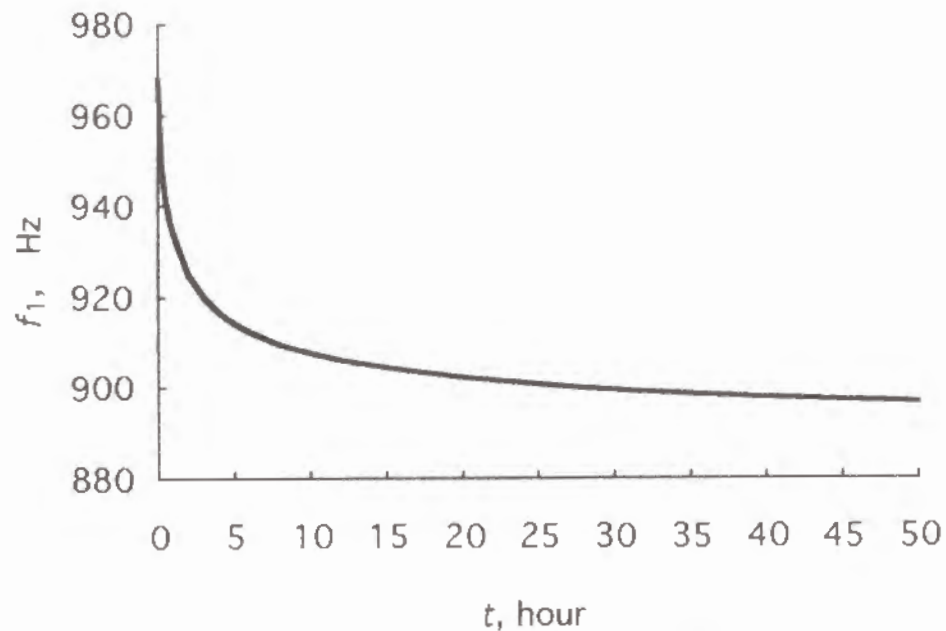


Fig.2.4 吸湿過程シミュレーションによる木材棒状試験体 ( $l_0 = 300\text{mm}$ ,  $h_0 = 15\text{ mm}$ ,  $b_0 = 30\text{ mm}$ )の両端自由たわみ振動 1 次モードの固有振動数  $f_1$  の経時変化

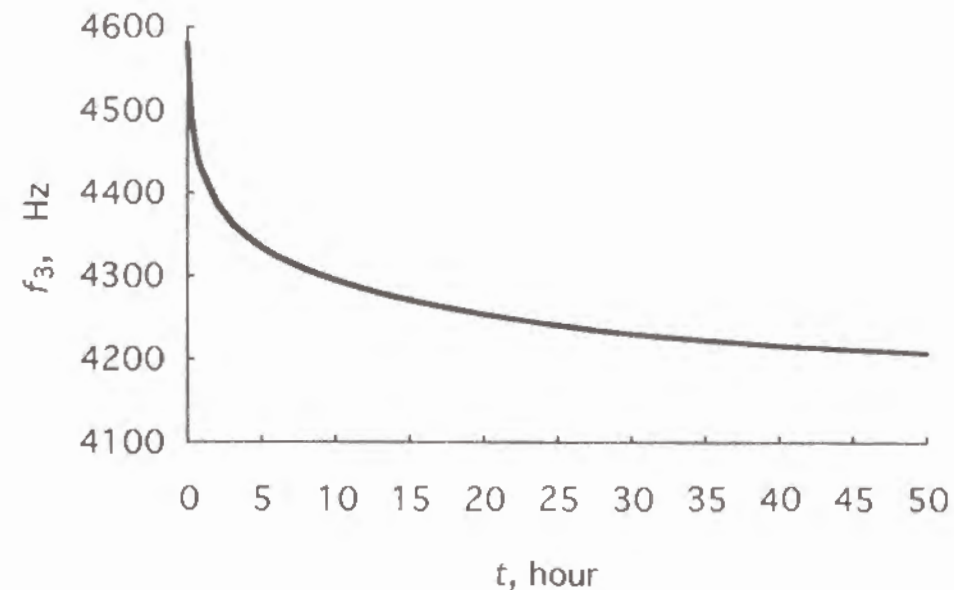


Fig.2.6 吸湿過程シミュレーションによる木材棒状試験体 ( $l_0 = 300\text{mm}$ ,  $h_0 = 15\text{ mm}$ ,  $b_0 = 30\text{ mm}$ )の両端自由たわみ振動 3 次モードの固有振動数  $f_3$  の経時変化

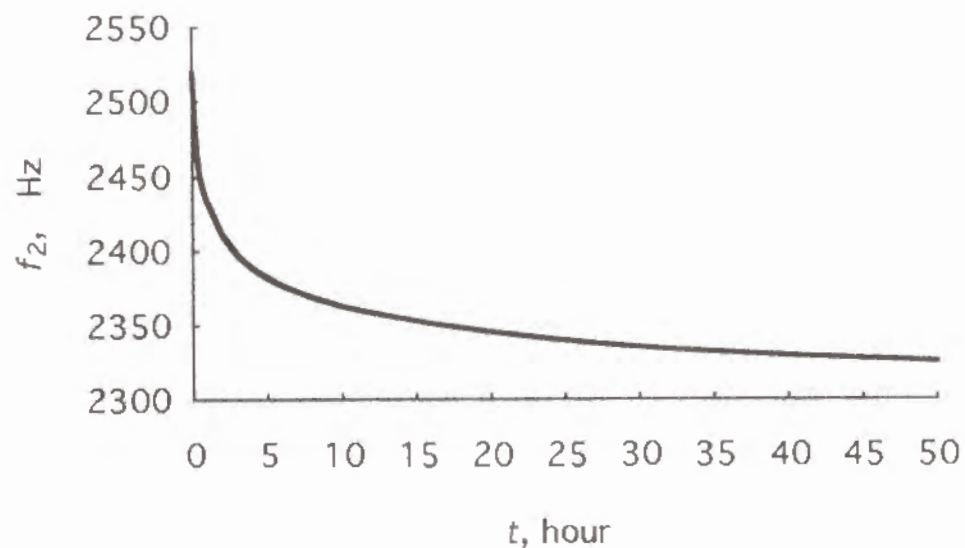


Fig.2.5 吸湿過程シミュレーションによる木材棒状試験体 ( $l_0 = 300\text{mm}$ ,  $h_0 = 15\text{ mm}$ ,  $b_0 = 30\text{ mm}$ )の両端自由たわみ振動 2 次モードの固有振動数  $f_2$  の経時変化

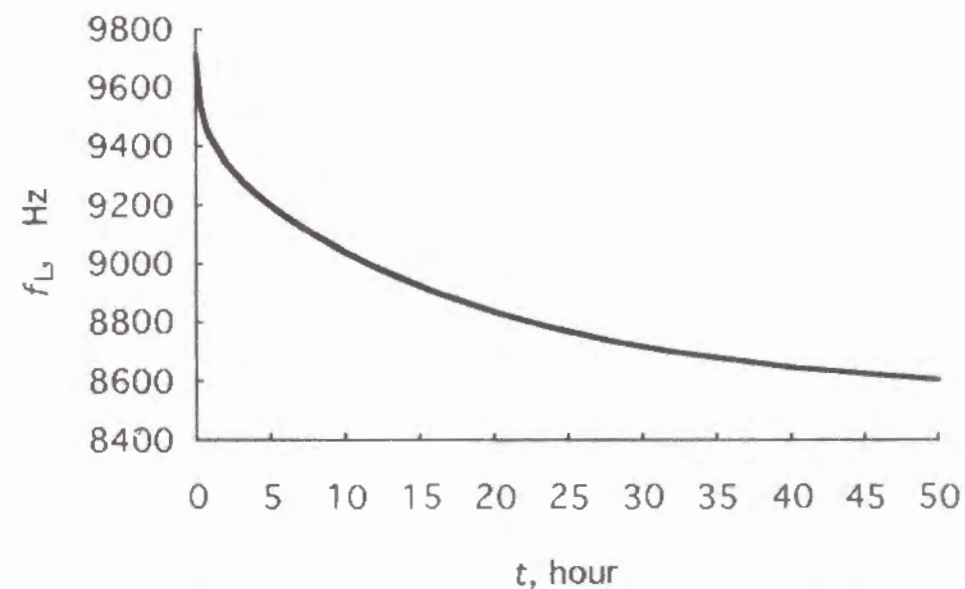


Fig.2.7 吸湿過程シミュレーションによる木材棒状試験体 ( $l_0 = 300\text{mm}$ ,  $h_0 = 15\text{ mm}$ ,  $b_0 = 30\text{ mm}$ )の両端自由縦振動 1 次モードの固有振動数  $f_L$  の経時変化

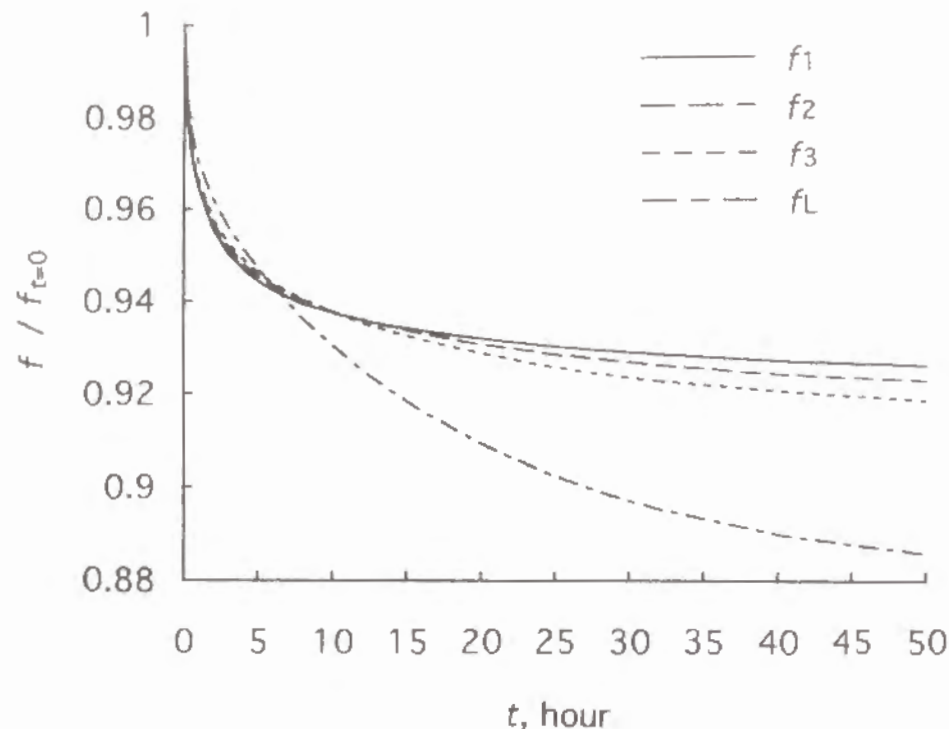


Fig.2.8 吸湿過程シミュレーションによる木材棒状試験体 ( $l_0 = 300\text{mm}$ ,  $h_0 = 15\text{mm}$ ,  $b_0 = 30\text{mm}$ )の初期 ( $t = 0$ )を基準とした固有振動数の相対値変化

一方、時間が経つにつれて、縦振動のものが低い値を示すようになる。これは、たわみ振動の場合、断面積の変化による剛性の増大の影響のために、ヤング率の減少の影響が相殺されているのに対し、縦振動においては、断面積の変化は、固有振動数に影響を与えないことによる。

たわみ振動の各モード間の比較をすると、吸湿が始まって 10 h までの段階において、長さ方向に生じる含水率の分布は、振動モード間に固有振動数の差を生じさせることが考えられるが、シミュレーションの結果においては、僅かではあるが、高いモードの方が高い値を示している結果を得た。これは、梁の両端部分で含水率が増加したため、1.2.4 節で議論したように、その部分の質量の影響を受けやすい低いモードにおいて、固有振動数が低くなったためであると考えられる。今回のシミュレーションでは、膨潤による寸法変化を考慮に入れたため、1.2.4 節で議論したように、含水率の増加によるヤング率の低下と、断面積の

膨潤による断面 2 次モーメントの増大が相殺して、剛性が梁長さ方向に関して平均化された。その結果、吸湿が始まって 10 h までの段階において、質量分布の影響により、低いモードにおいて固有振動数が低下したと考えられる。一方、その後、時間が経つにつれて高いモードにおいてより値が小さくなっていくようすが解る。これは、膨潤による厚さの増大のために、低含水率時に比べてせん断変形の寄与が大きくなり、その影響をより受けやすい高次モードにおいて固有振動数の低下が起こったことによるものである。

### 2.3 吸湿時における木材棒試験体のたわみ振動と縦振動の固有振動数の測定

以上の考察を踏まえて、実際に木材棒状試験体を吸湿させ、その過程で、両端自由の条件においてたわみ振動と縦振動の固有振動数の測定を行い、両者の経時変化を比較する<sup>42)</sup>。

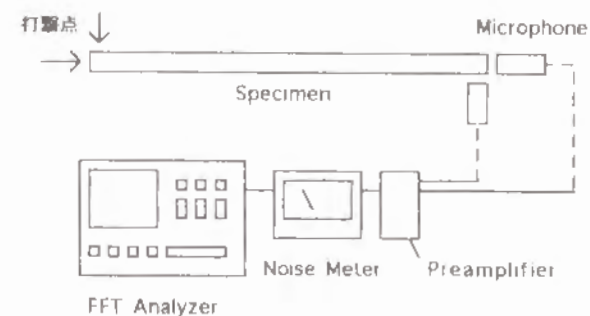


Fig.2.9 振動数測定装置

### 2.3.1 実験

長方形断面をもつヒノキ材 (*Chamaecyparis obtusa* Endl.) 棒試験体をたわみ振動と縦振動による固有振動数の測定に供した。試験体の全乾比重は、0.48 であった。寸法は、15 mm ( T 方向 ) × 30 mm ( R 方向 ) × 300 mm ( L 方向 ) とした。

試験体を、五酸化リン上、50℃で真空乾燥した後、20℃、65 % R.H.(relative humidity) に保たれた部屋に含水率が一定になるまで置かれた。吸湿試験は、この試験体を高湿度状態に保たれた容器の中に入れることによって行ない、重量および各振動の 1 次モードの共振周波数を経時的に間隔をおいて測定した。

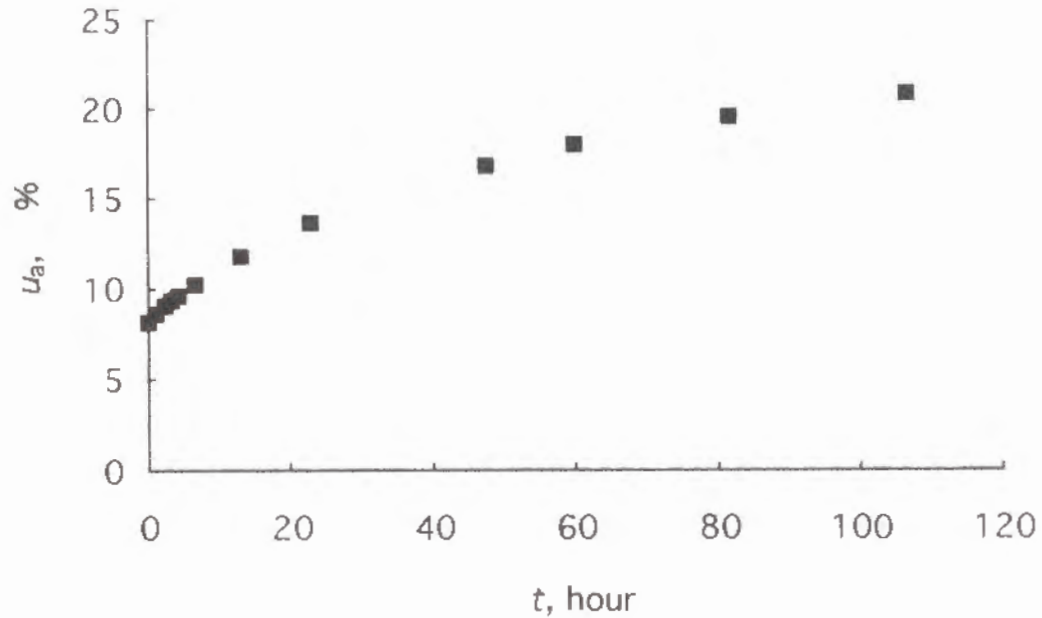


Fig.2.10 寸法 15 mm ( T 方向 ) × 30 mm ( R 方向 ) × 300 mm ( L 方向 ) なるヒノキ材 ( *Chamaecyparis obtusa* Endl. 全乾比重 0.48 ) 棒状試験体の吸湿過程における含水率  $u_a$  の経時変化

たわみ振動と縦振動の誘起は、打撃によって行った。支持条件は両端自由である。振動は、マイクロフォンで検出し、信号をプリアンプ、騒音計を通して FFTアナライザーに送った。測定装置の概要を Fig.2.9 に示す。信号スペクトルのピークから、それぞれ 1 次モードの共振周波数を得た。

### 2.3.2 測定結果と考察

Fig.2.10 に吸湿過程における含水率の経時変化の測定結果を示す。  $t = 0$  h において、8.15 % m.c.,  $t = 100$  h において、20.8 % m.c. となっている。その間、単調な含水率の増加が観察され、その傾向は、シミュレーションによるものとほぼ同様のものと見なしてよいとい

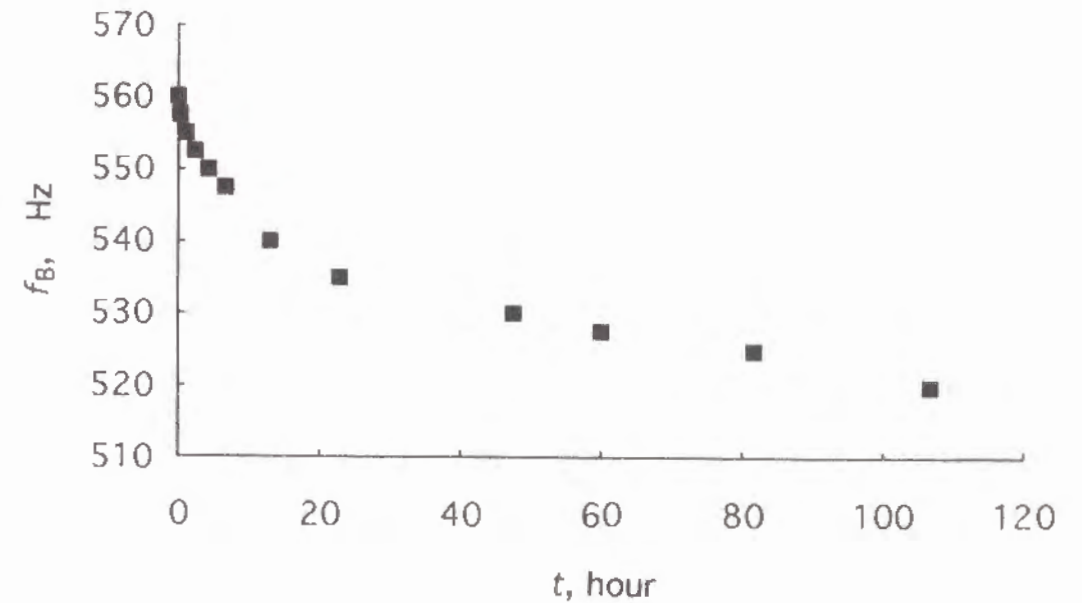


Fig.2.11 寸法 15 mm ( T 方向 ) × 30 mm ( R 方向 ) × 300 mm ( L 方向 ) なるヒノキ材 ( *Chamaecyparis obtusa* Endl. 全乾比重 0.48 ) 棒状試験体の吸湿過程における両端自由たわみ振動 1 次モードの固有振動数  $f_B$  の経時変化

える。両端自由のたわみ振動及び縦振動における 1 次モードの固有振動数の測定結果をそれぞれ、Fig.2.11, 2.12 に示す。両者の比較を行うために、 $t = 0$  h での固有振動数を基準とした相対値を示したものが Fig.2.13 である。明らかに、初期において、たわみ振動の固有振動数の変化は、縦振動のものと比較して急激であり、時間が経つにつれて、縦振動の固有振動数の変化幅が大きくなっていくようすが解る。これは、前節のシミュレーションと同様の結果といえる。

本章で行った吸湿過程における木材棒状試験体のシミュレーションは、実際の木材における、たわみ振動と縦振動の 1 次モードの固有振動数の挙動をよく表現し得るものであるといえる。

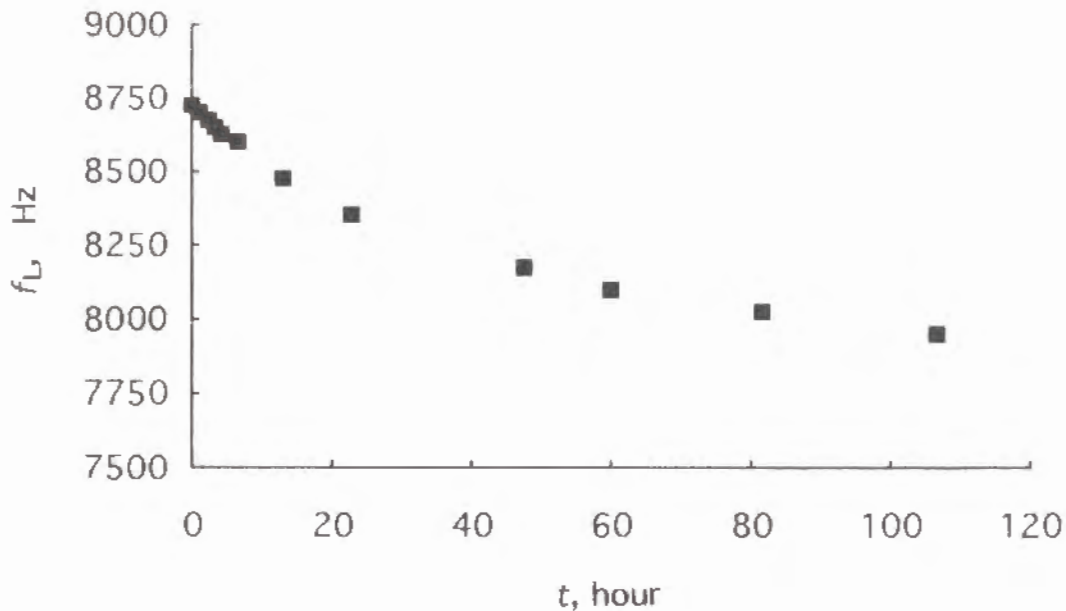


Fig.2.12 寸法 15 mm ( T 方向 ) × 30 mm ( R 方向 ) × 300 mm ( L 方向 ) なるヒノキ材 ( *Chamaecyparis obtusa* Endl. 全乾比重 0.48 ) 棒状試験体の吸湿過程における両端自由縦振動 1 次モードの固有振動数  $f_L$  の経時変化

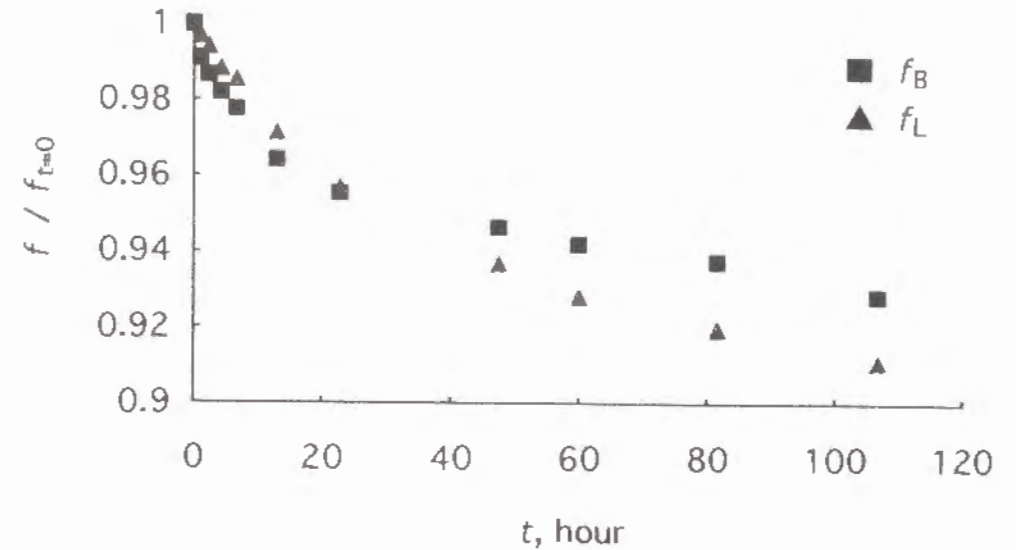


Fig.2.13 寸法 15 mm ( T 方向 ) × 30 mm ( R 方向 ) × 300 mm ( L 方向 ) なるヒノキ材 ( *Chamaecyparis obtusa* Endl. 全乾比重 0.48 ) 棒状試験体の吸湿過程における吸湿初期 (  $t = 0$  ) を基準とした固有振動数の相対値変化 ( ■ : 両端自由たわみ振動 1 次モード。▲ : 両端自由縦振動 1 次モード。)

## 2.4 結論

3 次元拡散モデルを用いて、木材梁の吸湿時における両端自由たわみ振動の固有振動数の変化をシミュレートした結果、次の結論を得た。

- (1) たわみ振動の吸湿初期における固有振動数の低下は、縦振動の 1 次モードのそれに比べて急激であり、これは、梁の剛性が、急激に低下することによるものである。
- (2) 吸湿過程では時間が経つにつれて、縦振動の固有振動数の初期におけるものに対する相対値がたわみ振動に比べて低い値を示すようになる。これは、たわみ振動の場合、断面積の変化による断面 2 次モーメントの増大のために、梁の剛性に与えるヤング率の減少の影響が相殺されているのに対し、縦振動においては、断面積の変化は、固有振動数に影響を与えないことによる。

(3) たわみ振動の各モード間の比較をすると、吸湿の早い段階では、梁長さ方向に生じた質量分布のため、低いモードにおいて固有振動数の相対値が低下した。その後、時間が経つにつれて高いモードにおいてより固有振動数の相対値が小さくなっていく。これは、膨潤による厚さの増大のために、低含水率時に比べてせん断変形の寄与が大きくなり、その影響をより受けやすい高次モードにおいて固有振動数の低下が起こったことによるものである。

(4) 本章で行った吸湿過程での固有振動数のシミュレーションにより、木材棒状試験体の両端自由条件での、たわみ振動および縦振動の1次モードにおける固有振動数に関して、実際の木材の挙動をよく表すことができる。

### 第3章 化学処理により長さ方向に物理的特性の分布を設けた木材梁の両端自由たわみ振動

天然有機材料の一つである木材は、再生産可能であり、かつ、微生物等によって腐敗分解し得るという特徴をもち、地球の循環系のサイクルの中に組み入れることのできる資源であるといえる。環境問題が大きくクローズアップされている今日、自然環境にやさしい材料として、木材は、ますますその需要を伸ばすものと見込まれる。しかし、また一方で、この特徴は、材料の使用において、その性質に変化をきたすこと、一般には、性能の低下を示すこととなり、そのことをまったく留意せずに、使用することはできない。ここで注意すべき点は、そのような性能の低下は、材の至るところで起こるものではなく、周囲の環境の影響を最も受けやすい箇所、すなわち、表層付近から起こることが最も多い。その過程で、木材内には、物理的特性値の分布が生じる。非常に寸法の大きい場合、その分布は、全体の性能にさほど大きな影響を及ぼさないと考えられるが、長期間風雨にさらされるような場所を使用する場合などは特に、物性の分布を含めた木材の検査法や測定法について検討を行なう必要がある。

また、一方で、木材のさまざまな性能を高めるために、高耐久性化処理を施すことが一般的に行なわれている。その代表的なものとして、薬剤注入処理が挙げられるが、その際問題となるのが、注入の不均質性である。薬液の注入は、材の繊維方向の浸透によるものが支配的であり、これを利用して注入されるわけであるが、長い木材の場合、材中央まで均一に注入させることは難しい。

以上に挙げた例にとどまらず、前章までに取り上げた水分分布の例も含めて、木材の利用のありとあらゆる場面において、材内の不均一性が問題となる。一般には、物性の評価においては、このような不均質性を十分認めつつも、測定によって得られた数値を平均的なものと見なして議論されることが多かったように思われる。しかし、不均質性をそれが顕著に現れる物性測定法によって、測定を行ない、評価することができれば、そうして得られた数値から、物理的特性のマクロな分布を、逆に、推定することも可能であろう。

こういった状況の中で、木材の不均質性を、非破壊的に評価する方法を確立することは、是非とも必要な課題であるといえよう。そこで、本研究において、一つの試みとして、無水マレイン酸を用いて、木材棒状試験片を気相でアシル化し、その棒長さ方向の反応分布をもうけ、それに伴い生じる物性値の分布が、両端自由たわみ振動の固有振動数にどのような影響を与えるかを測定によって明らかにする。

化学反応を利用して物性に分布をもたせた材の調製を行ない、実験を行なうメリットは、一旦試料を調製すれば、その後、振動特性の測定や、材内の反応分布に応じて生じると考えられる物性値等の分布の分析的な測定を時間をかけて測定し、データを得ることができる。例えば、水分分布などの場合は、時々刻々と材の状態が変化してしまうので、このような分析的な手段をとることが難しい。また、試薬として無水マレイン酸を用いるメリットとしては、反応後に副産物を生じないので、気相反応を行なう際にも、試薬の分圧の低下を生じたりすることがないことが挙げられる。また、気相反応によって、材内に試薬の拡散を利用した反応分布を設けることができる。

測定可能な材内の特性値の分布は、数値化して、伝達マトリクス法による理論的な固有振動数の計算に導入し固有振動数を得、測定結果との比較を行ない、材内の反応分布と両端自由たわみ振動の固有振動数との関係について考察する。

### 3.1 実験

#### 3.1.1 試験体

振動特性測定用試験体材料として、ヒノキ材 (*Chamaecyparis obtusa*, 平均比重 0.488) を用いた。両端自由たわみ振動法で測定を行なう試験体として、長さ 130 mm (繊維方向)、幅 10 mm (放射方向)、厚さ 5 mm (接線方向) の木材梁試験片を作成した。試験体はその後のアシル化反応に供する際に、重量増加率を正確に求めるために、あらかじめ、アセトンによるソクスレー抽出を 24 h 行なった。その後、試験体は 20 °C、約 40 % R.H. の恒温室内で放置した後、振動試験に供した。

#### 3.1.2 たわみ振動試験

振動試験は、両端自由たわみ振動法を用いて行なった<sup>43)</sup>。梁試験体下面の一端に鉄片をシアノアクリレート系接着剤で張り付け、マグネティックドライバーでこれを励振した。梁の振動は、それによって起こる空気振動をマイクロフォンを用いて検出し、プリアンプ、騒音計を介してFFTアナライザーに取り込み、励振周波数を掃引することにより両端自由たわみ振動の 1 次モードから 3 次モードまでの共振曲線を得た。共振曲線のピークの周波数を共振振動数、 $f_1$ 、 $f_2$ 、 $f_3$  を得、半価幅より損失正接  $\tan \delta_1$ 、 $\tan \delta_2$ 、 $\tan \delta_3$  を得た<sup>44)</sup>。また、せん断変形を考慮しない動的ヤング率  $E'$  は、次式によって求めた。

$$E' = \frac{48\pi^2 \rho l^4 f_i^2}{m_i^4 h^2} \quad (\text{Pa}) \quad (3.1)$$

ただし、 $\rho$  は密度、 $l$  は梁の長さ、 $r$  は振動モードの次数、 $h$  は梁の厚さ、 $m_i$  は定数で、 $m_1 = 4.730$ 、 $m_2 = 7.853$ 、 $m_3 = 10.996$  である。

#### 3.1.3 気相アシル化反応

無水マレイン酸を用いた木材試験片の気相アシル化反応を、無触媒、減圧下で行なった。梁試験体は、長さ方向側面をゴム系接着材を用いてアルミホイルで覆い、試薬が木口面のみから拡散していくようにした。反

応容器を Fig.3.1 に示す。514 ml のセパブルフラスコ内に、木材試片 1 本と、無水マレイン酸 2.2 g を入れ、水流ポンプを用いて、1 分間減圧し、それを 150 °C の乾燥器中に置き、反応させた<sup>46)</sup>。反応時間は、2 h, 4 h, 8 h の 3 通り行なった。試験体の数は、1 反応条件につき、20 本供した。反応後、処理材内に存在する未反応試薬を取り除くために、アセトンで 24 h ソクスレー抽出を行なった。その後、真空乾燥して重量を測定し、反応による重量増加率を算出した。処理材は、処理前と同様に恒温室に放置した後、振動試験を行なった。

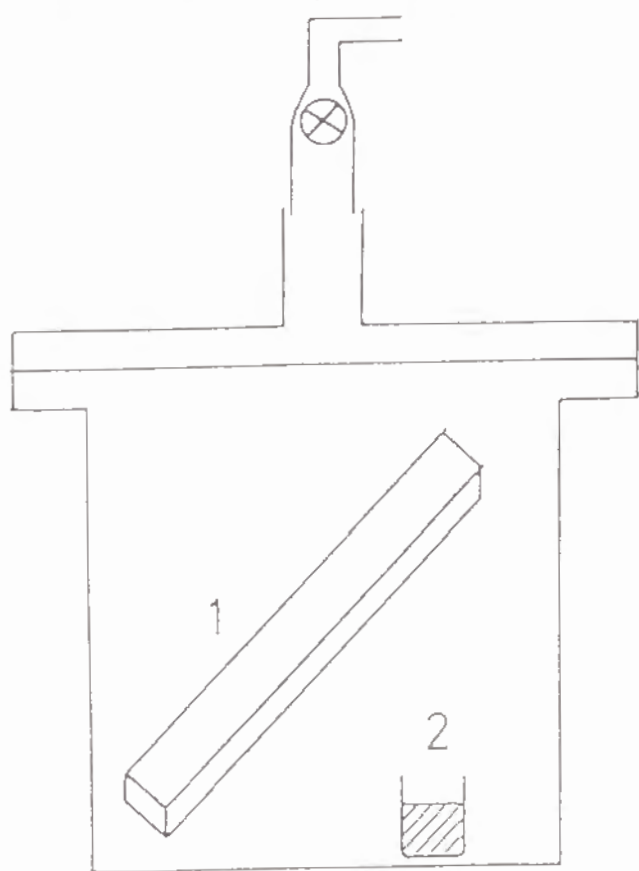


Fig.3.1. 無水マレイン酸による気相アシル化反応装置。(1. 4つの側面がアルミホイルで覆われた木材試験体。2. 無水マレイン酸を入れた容器。)

### 3.1.4 赤外線吸光度スペクトルによる反応分布の定量

試験体梁の長さ方向のアシル化反応の分布を定量するために、赤外分光光度計によって得られた吸光度スペクトルを用いた。処理された試験片の長さ方向の端から、等間隔にのこ鋸で削ることによって、赤外吸収スペクトルに供する粉末試料を得、KBr錠剤法によって測定を行なった。

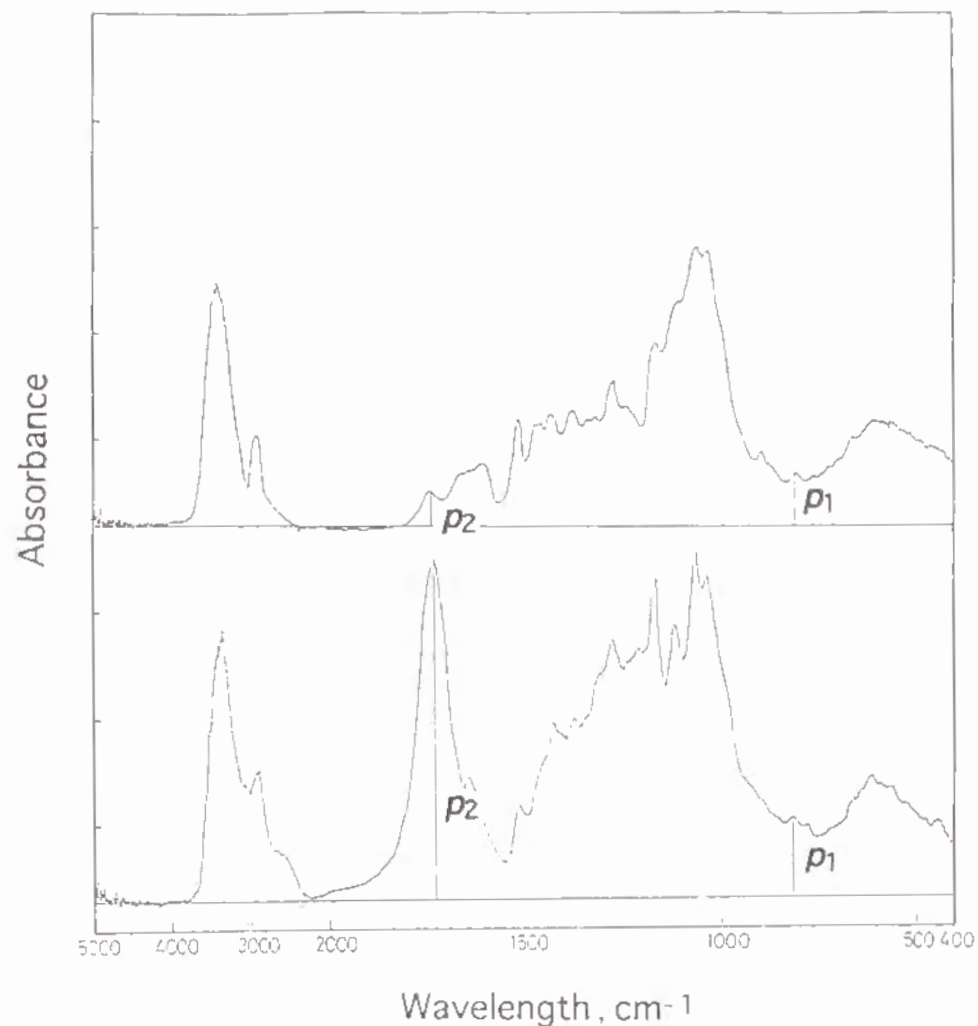


Fig.3.2. 赤外線吸収スペクトル。(上図は未反応木材、下図は8時間反応させた木材梁試験体の端部における試料についてのもの。)

反応量の定量には、2 ピーク法を用いた。すなわち、Fig.3.2 に示すように、アシル化によって増大するカルボニル基の  $1720\text{ cm}^{-1}$  付近の吸光度ピークのベースラインからの高さを  $p_2$  とし、反応に影響されないものと思われる  $800\text{ cm}^{-1}$  のそれを  $p_1$  とし、その比  $p = p_2 / p_1$  を吸光度比とした<sup>45)</sup>。

### 3.2 結果と考察

両端自由たわみ振動法で求めた、処理前の木材梁試験体の振動特性を Table 3.1 に示す。内部摩擦 ( $\tan \delta$ ) は、振動次数の上昇とともに、増加していることが解る。これは、 $\tan \delta$  が、周波数依存性をもっていることに起因しているものであると考えられる<sup>44)</sup>。動的ヤング率  $E'$  は、式 (3.1) により求めたが、振動モード次数の上昇により値が小さくなっていく傾向がみられる。これは、梁のたわみ振動にせん断変形の影響があることに起因するものである。式 (3.1) は、せん断変形の影響を考慮していない式であり、今回測定に供した寸法比率の試験片において、せん断変形の影響は無視できない。従って、式 (3.1) を用いて、動的ヤング率を求めたところで、それは、せん断変形の影響を考えない見かけ上のもので、その数値自体の物理的な意味は希薄である。したがってこれからは、試片の見かけのヤング率に比例する共振周波数の2乗の値を用いて議論する。たわみ振動に与えるせん断変形の影響は、高次モードにおいてより顕著となるので、その影響を見るために、 $f_2^2/f_1^2$  と  $f_3^2/f_1^2$  の値を測定値とせん断変形を考慮しない理論値<sup>47)</sup>とで比較したものを Table 3.2 に示す。測定値の値が小さくなっていることは上に指摘したとおり、せん断変形の影響である。それがどの程度のものであるかを調べるために、今回実験に用いた寸法比率の試験片について、すなわち、 $I/h = 26$  のときの、せん断変形を考慮したたわみ振動の伝達マトリクスを用いてシミュレートしたものが、Fig. 3.3 である。せん断変形は、せん断弾性係数  $G$  により変化するが、たわみ振動においては、ヤング率との比がその寄与の度合を示すものである。

Table 3.1. 処理前における木材両端自由たわみ振動試験体の動的ヤング率と損失正接。

振動モード	$E'$ ( $10^{10}\text{Pa}$ )	$\tan \delta \times 10^3$
1次モード	1.09	6.59
2次モード	1.04	7.92
3次モード	0.98	9.80

注: 動的ヤング率は、式 (3.1) によって計算された。

Table 3.2.  $f_2^2/f_1^2$  と  $f_3^2/f_1^2$  の実測値とせん断変形の影響を考慮しない理論値との比較

	実測値	せん断変形の影響を考慮しない理論値
$f_2^2/f_1^2$	7.276	7.598
$f_3^2/f_1^2$	26.164	29.208



式 (1.19) にならって、 $G/k$  と  $E$  の比  $\kappa$  で表記するのが適当である。Fig. 3.3 において、 $\kappa$  と  $f_2^2/f_1^2$ 、 $f_3^2/f_1^2$  の関係を示した。今回の測定値を当てはめてみると、 $f_2^2/f_1^2$  については、 $\kappa$  は約 0.12、 $f_3^2/f_1^2$  については、約 0.11 であることが解る。したがって、 $\kappa$  は、おおよそ 0.11 ~ 0.12 の値をとると考えてよいであろう。

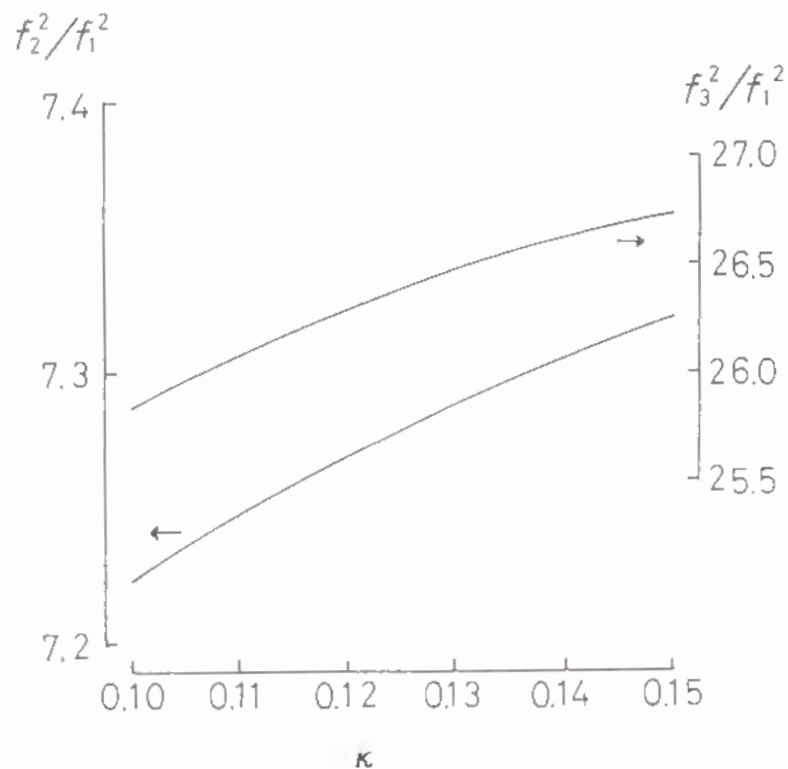


Fig.3.3.  $f_2^2/f_1^2$  と  $f_3^2/f_1^2$  に対する  $\kappa$  の寄与。(  $f_1$ ,  $f_2$ ,  $f_3$  はそれぞれ、基本振動モード、2次モード、3次モードの固有振動数。梁の厚さに対する長さの比は 26. )

Table 3.3. 無水マレイン酸による気相アシル化反応をさせた木材両端自由梁の重量増加率と振動特性.

反応時間 (h)	重量増加率 (%)	$f_2^2/f_1^2$	$f_3^2/f_1^2$	$\tan \delta_1$ $\times 10^3$	$\tan \delta_2$ $\times 10^3$	$\tan \delta_3$ $\times 10^3$
2	4.73	7.39	26.4	7.68	10.0	11.4
4	6.72	7.42	26.7	8.96	10.7	12.9
8	12.09	7.55	27.1	8.57	11.3	14.3

Table 3.3 にアシル化処理した木材の諸特性を示す。反応時間とともに重量増加が起きていることが確認できる。Table 1 に挙げた無処理材と比較した場合、損失正接は、処理によって増大していることが解る。また、 $\tan \delta_1$  の 4 h から 8 h の変化を除いては、損失正接は重量増加率とともに上昇している。これらのことは、無水マレイン酸によるアシル化のため木材の化学的構造変化が起き、凝集力の低下を招いた結果生じた現象であると考えられる<sup>48)</sup>。各処理材の損失正接は、振動次数の上昇とともに増大している。

共振周波数の比については、重量増加とともに、増加していることが解る。木材と無水マレイン酸の反応によって、動的ヤング率が低下することが報告されているが、今回得られた実験結果は、この事実と矛盾する。すなわち、本実験のように、梁の両端から反応が進行していくような場合、端の方ほど、反応量が多く、それに伴って、材の凝集力が低下し、その部分のヤング率が低下する<sup>48)</sup>。高次モードほど、梁の端の物性の影響を受けやすいので、ヤング率の分布だけを考慮すると、高次モードにおいて、共振振動数は、相対的に低下するはずである<sup>49), 50)</sup>。今回そのような結果にならなかった理由として、ヤング率以外の特性値

の分布，すなわち，梁の寸法の分布，密度の分布等が梁の共振周波数に大きく影響していることが予想される。

Fig.3.4, 3.5 に，処理材の厚さ，及び幅の長さ方向に関する変化を示す。幅方向に関しては，ほとんど変化がないといえる。したがって，Fig.3.5 中に示した直線，すなわち， $b = 10.06$  mmとして，その後の計算を行なった。厚さ方向に関しては，2時間と4時間の処理のものに

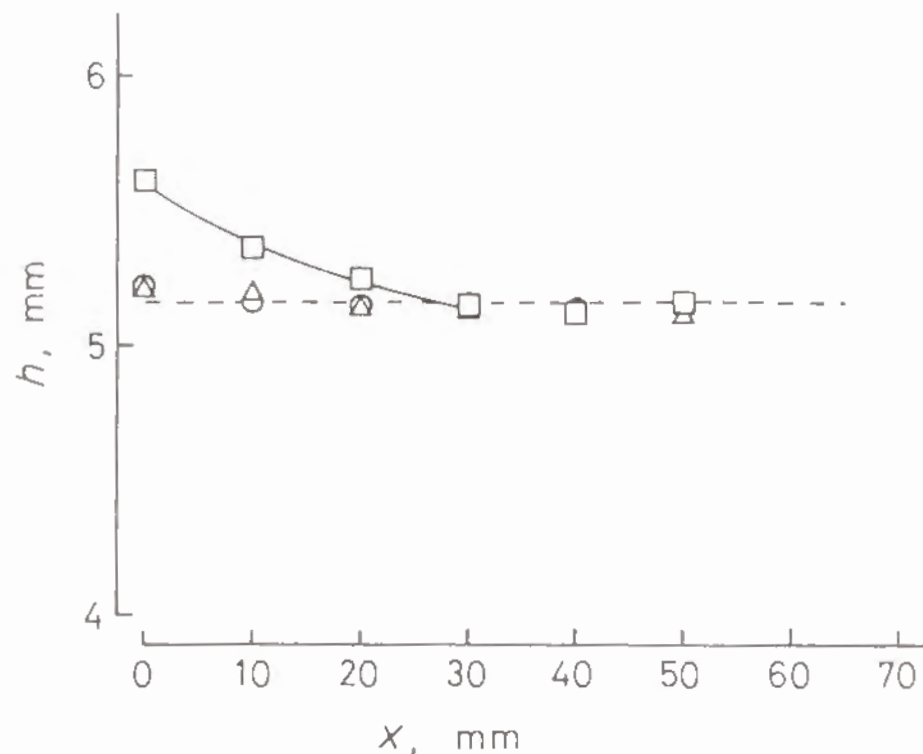


Fig.3.4. 処理材の梁長さ方向における厚さの分布。(○: 2時間反応, △: 4時間反応, □: 8時間反応.  $x$ は梁の端からの距離. 8時間反応のものについては， $x$ が30 mm以下で，プロットを2次曲線で回帰した.)

関しては，ほぼ一定といえるが，8時間の処理のものに関しては，端ほど大きく膨潤していることが解る。振動の解析においてこれの影響を十分考慮する必要がある。そこで，2時間と4時間の処理のもの，8時間処理の  $x > 30$  について， $h = 5.165$  mmとし，8時間処理の  $x \leq 30$  については，プロットを2次曲線で回帰し，Fig.3.4 中の曲線のように定めた。

Fig.3.6 に，長さ方向における，材のアシル化の度合を表す吸光度比， $p$ の分布を示す。梁の端ほど反応量が多いことが解る。吸光度比と材の

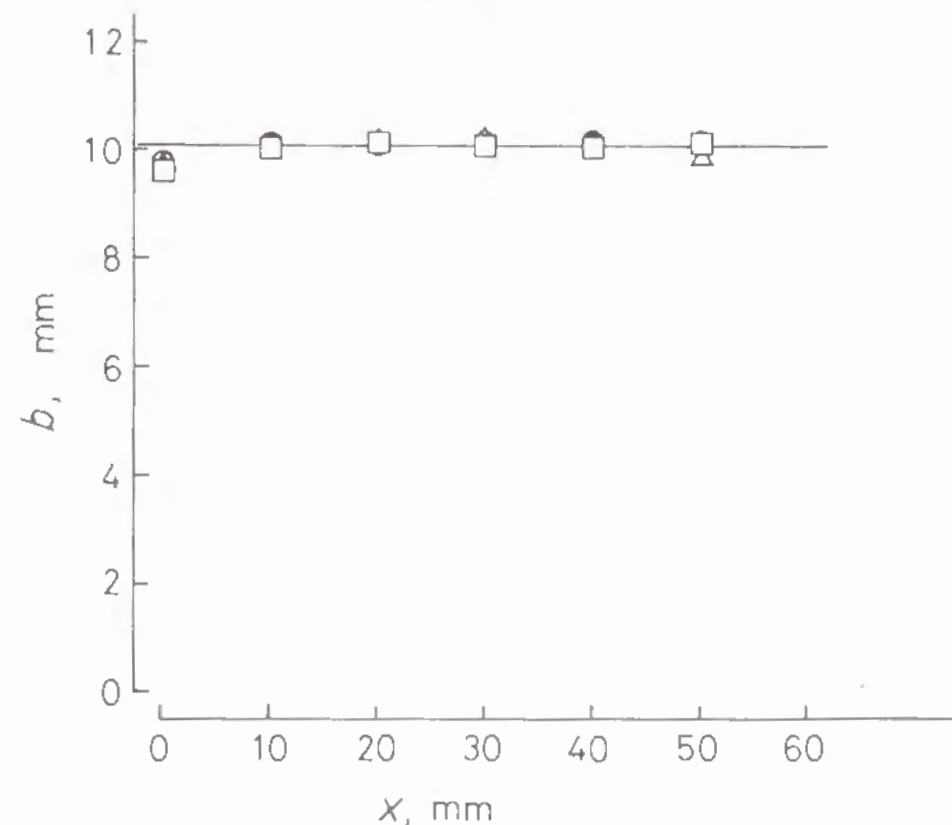


Fig.3.5. 処理材の梁長さ方向における幅の分布。(○: 2時間反応, △: 4時間反応, □: 8時間反応.  $x$ は梁の端からの距離.)

重量増加率の関係を求めるために、材の重量増加率と、材の平均吸光度比、 $p_a$ との関係を Fig.3.7 に示す。平均吸光度比は、材の長さ方向に一定間隔ごとにサンプルを採取し、赤外吸収スペクトル測定に供して、その結果得られた吸光度比を1本の試験体について平均したものとした。無処理材と各処理時間の4つのプロットについて、両者の相関を求めた。図に示す通り高い相関関係が得られ、この関係を用いて、長さ方向の吸光度比の分布を、重量増加率の分布に変換した。それを Fig.3.8 に示す。

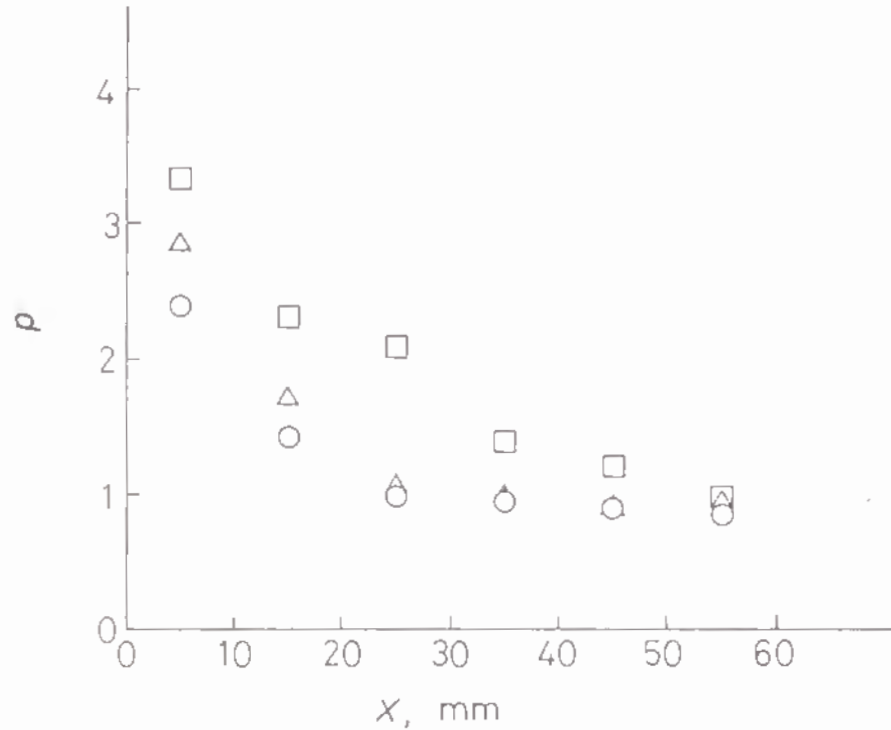


Fig.3.6. 処理材の梁長さ方向における赤外吸光度比 ( $\rho$ ) の分布.  
(○: 2 時間反応, △: 4 時間反応, □: 8 時間反応. x は梁の端からの距離.)

梁の断面における寸法変化に比べて、重量増加の分布が大きいということは、反応によって、材の密度が増加したことに他ならない。今回の気相反応においては、試薬の拡散に伴い、木材が膨潤しようとするが、試薬が拡散していない部分の拘束があるため、外部寸法変化となって現れない。反応による、実質の密度の増加は考えにくいので、細胞内孔方向への膨潤による密度の増加であると思われる。処理材の密度は、無処理材の密度  $\rho_0$ 、断面における寸法  $h_0$ 、 $b_0$ 、および得られた重量増加率  $WG$  より、求めることができる。

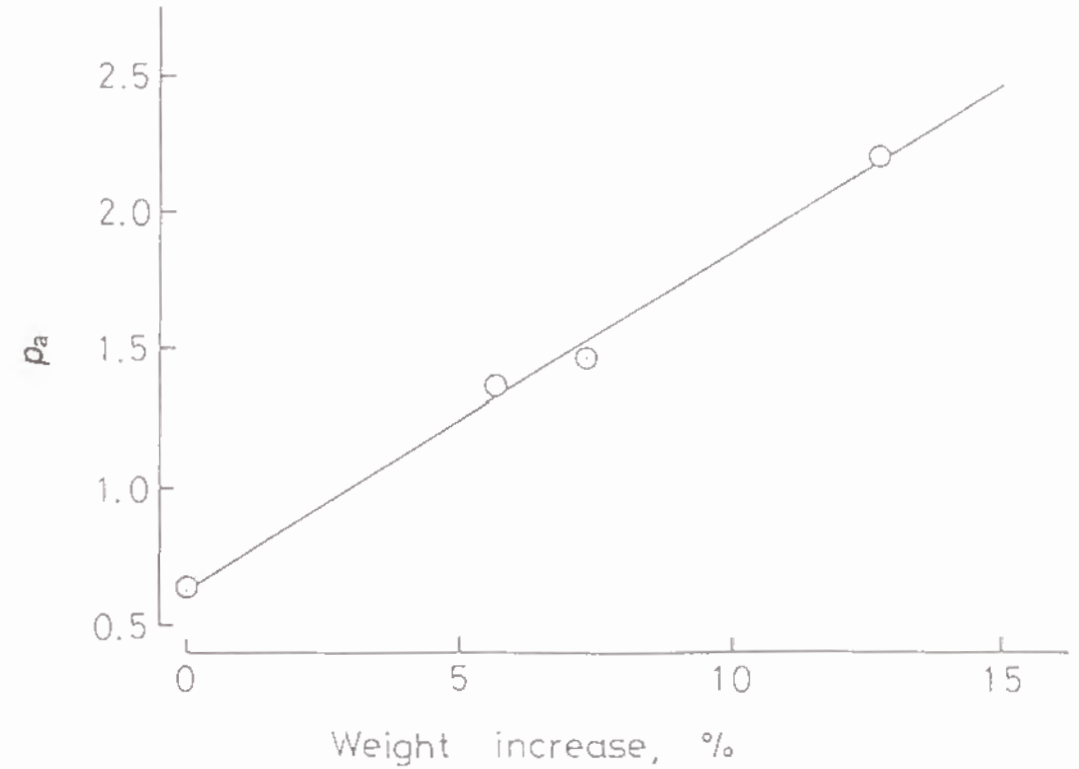


Fig.3.7. アシル化による重量増加率と平均吸光度比 ( $\rho_a$ ) の関係.

$$\rho_1 = \frac{\rho_0(1+WG)h_0b_0}{h_1b_1} \quad (3.2)$$

長さ方向における密度の分布を Fig.3.9 に示す。

本実験においては、反応分布に伴うヤング率の分布については、実測によるデータが得られなかったため、伝達マトリクスにその分布を導入することができない。アシル化反応により、木材細胞壁の凝集力の低下

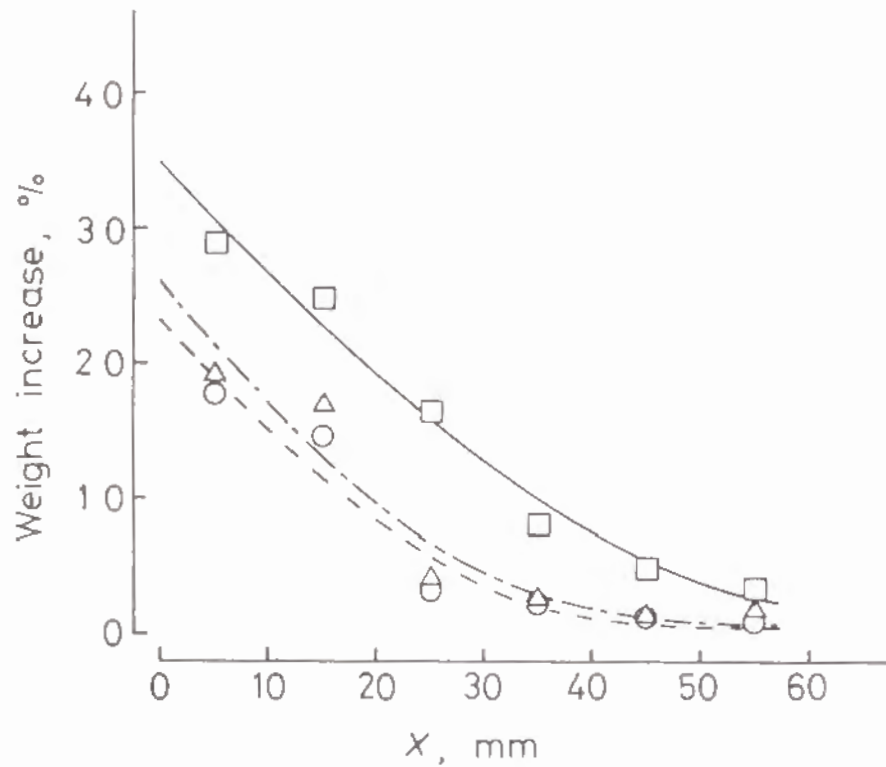


Fig.3.8. 処理材の梁長さ方向における重量増加率の分布。(○: 2 時間反応, △: 4 時間反応, □: 8 時間反応. x は梁の端からの距離.)

が起こり得るが<sup>40)</sup>, このような不均一な反応の場合, 反応した部分の自由な外部寸法の増大が拘束され, その結果, 細胞内腔方向への膨張が起こることが考えられる。これは, 力を受けもつ有効な断面積の増加となり, 材のヤング率の増加に寄与する。Fig.3.4, 5 において示される梁断面における外部寸法変化が, Fig.3.8 の反応分布と比べて, 小さいものであることを見ても, 先に述べたような現象が推察されよう。した

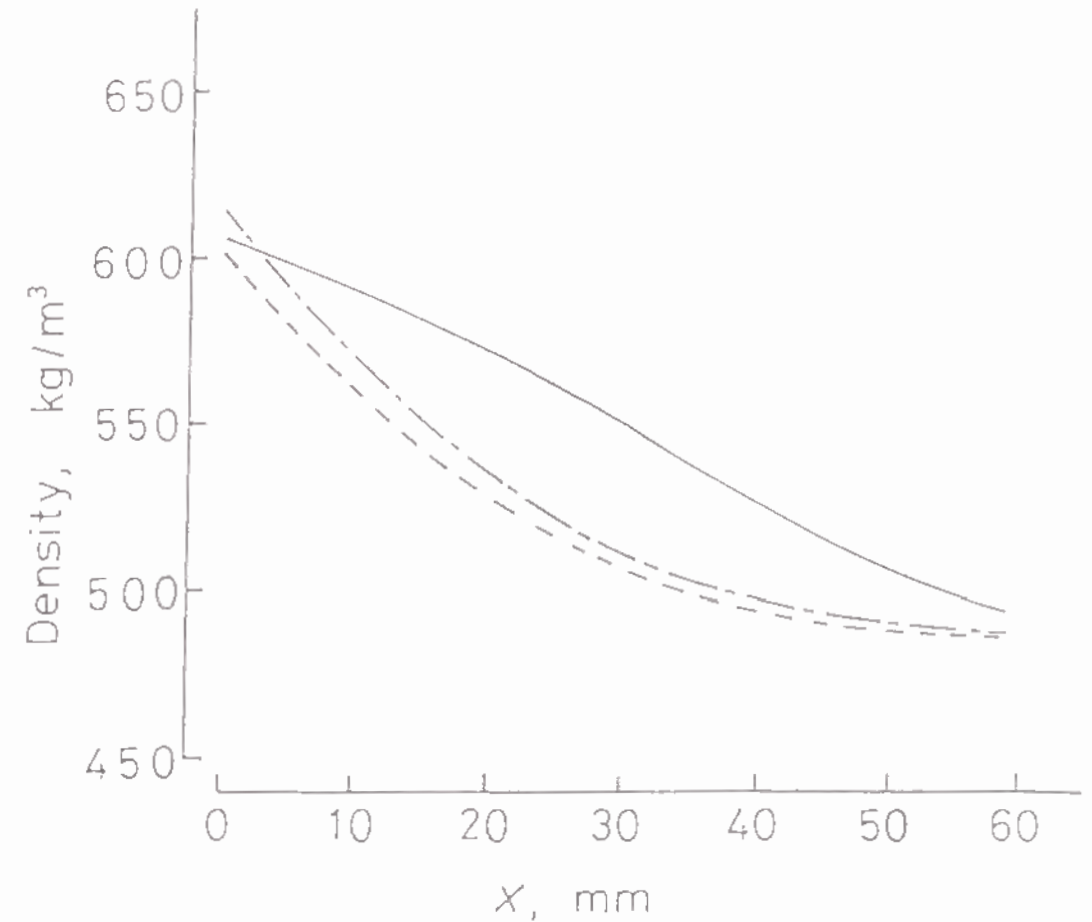


Fig.3.9. 処理材の梁長さ方向における計算により求めた材の密度の分布。(破線: 2 時間反応, 一点破線: 4 時間反応, 実線: 8 時間反応. x は梁の端からの距離.)

がって、反応による凝集力の低下と力を受けもつ有効断面積の増加は、ヤング率に、お互い相拮抗する効果を与え、その結果、ヤング率の変化は抑制されると考えられる。

ここで、もし仮に、ヤング率の変化があったとして、梁長さ方向の端の部分のヤング率の変化が、 $f_2^2/f_1^2$  と  $f_3^2/f_1^2$  にどのような影響を与えるかについて検証する。長さ 130 mm, 幅 10 mm, 厚さ 5 mm の木材棒の両端から 20 mm までの部分について、密度及びヤング率をそ

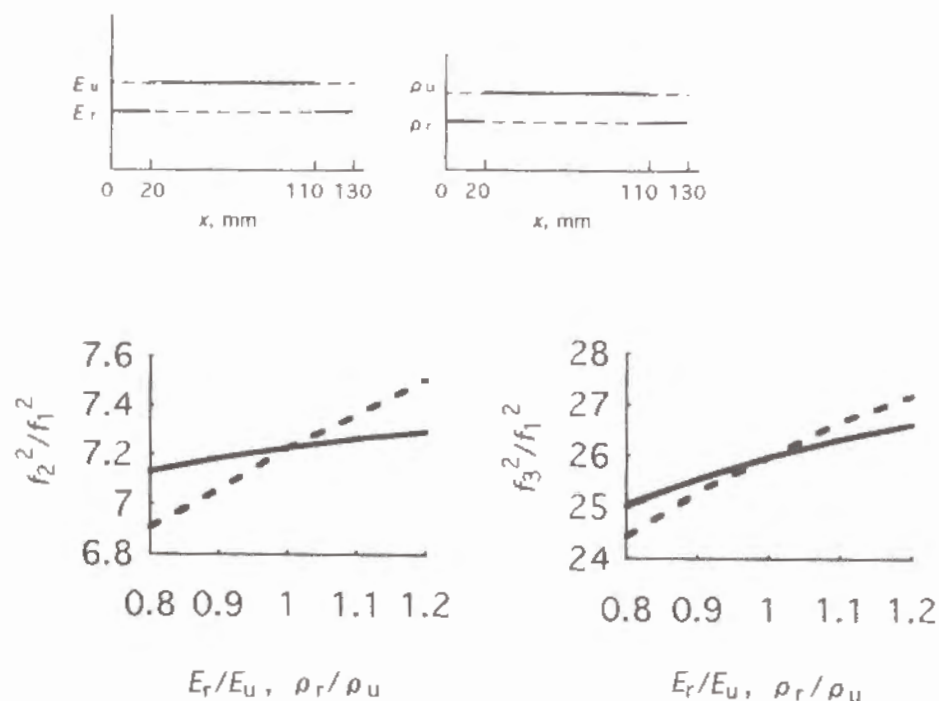


Fig.3.10. 長さ 130 mm, 幅 10 mm, 厚さ 5 mm の梁両端のヤング率および密度を変化させたときの  $f_2^2/f_1^2$  と  $f_3^2/f_1^2$  (実線:  $E_r$  を変化させた場合, 破線:  $\rho_r$  を変化させた場合, ただし  $\kappa=0.12$  とした.)

Table 3.4. 無水マレイン酸による気相アシル化木材両端自由梁の  $f_2^2/f_1^2$  と  $f_3^2/f_1^2$ .

反応時間 (h)	$f_2^2/f_1^2$		$f_3^2/f_1^2$	
	実測値	計算値	実測値	計算値
Untreated	7.276	7.259	26.16	26.16
2	7.387	7.410	26.36	26.90
4	7.420	7.418	26.65	26.95
8	7.550	7.533	27.07	27.66

れぞれ、 $\rho_r$ ,  $E_r$ とし、それ以外の部分については、 $\rho_u$ ,  $E_u$ とする。 $\rho_r$  及び  $E_r$  のいずれか一方を変化させたときの  $f_2^2/f_1^2$  と  $f_3^2/f_1^2$  の変化を Fig.3.10 に示すが、 $\rho_r$  と比較して、 $E_r$  の変化は、 $f_2^2/f_1^2$  と  $f_3^2/f_1^2$  に与える影響は小さいといえる。本実験のように、梁の端部分の特性値の変化が大きい場合には、密度の増加、言い換えると重量増加が両端自由たわみ振動の固有振動数に与える影響が大きく、前述したように、分布をもつ材の場合には、反応している箇所においても、ヤング率の変化は小さいものであると考えられることから、材長さ方向のヤング率の分布を考えないで、つまり、無処理材のそれと同じものとして計算を行なっても、伝達マトリクス法の計算によって得られる固有振動数の値は、十分妥当なものであると考えられる。

以上の処理材の長さ方向における諸元の分布をもとに、1.1 節に示した伝達マトリクス法を用いて、共振振動数のシミュレーションを行なっ

## 結 言

木材の工学的な利用、及びその技術に関して、研究という立場からそれにかかわる場合においても常に留意しなければならない事項は、経済的に実現可能であるかどうかということであろう。科学技術の進歩は、ありとあらゆる方面で目ざましい進歩を遂げ、理論上は、木材工業においても導入可能なものが多数存在する。しかし、設備投資をする際に高価な機器を導入することができるかという問題になると、答えは否定的なものにならざるを得ない。現在ある分析機器や装置が、将来、非常に安価になった場合に、導入される可能性が生じてくる。木材内の物理的特性値分布を測定する方法としてさまざまな方法が考えられるが、今回検討したような梁のたわみ振動の共振周波数による分布の推定は、高速フーリエ変換分析器の発達とその低価格化により、導入しやすいものであると考えられる。本研究において、その基礎的な理論的積み上げと実験を行ったが、これが将来、実際の木材の利用、製品の生産等に適用される上での一助となることを望み、今後も、より実現可能なテクニックを模索し、発展させて行きたい。

本研究で得られた知見は、次に示すとおりである。

- (1) 梁の厚さ方向に  $8 \leq u \leq 22$  % m.c. の範囲で含水率の分布がある場合では、梁の表面の含水率が高いときほど剛性は低下し、その結果、固有振動数は低くなる。厚さ方向に生じる含水率分布によって変化する見かけのせん断弾性係数は、剛性の変化と相拮抗する効果を固有振動数に与える。
- (2) 梁の幅方向に  $8 \leq u \leq 22$  % m.c. の範囲で含水率の分布がある場合では、固有振動数は分布をもたないときとほぼ同じ値をとると考えられる。
- (3) 梁の長さ方向に  $8 \leq u \leq 22$  % m.c. の範囲で含水率の分布がある場合では、含水率の分布に伴う寸法変化を考慮した場合は、梁中央の含水率が相対的に低いとき、その部分のヤング率は相対的に大きくなる

た<sup>50, 51)</sup>。

その結果と実測値との比較を Table 3.4 に示す。なお、 $G/kE=0.12$ 、とした。重量増加率の増加に伴う、 $f_2^2/f_1^2$  と  $f_3^2/f_1^2$  の増加の傾向が計算によって示された。計算値と測定値は、非常によく一致しているといえる。主に密度分布を考慮した理論計算により、アシル化処理材のたわみ振動による共振周波数の推定が可能であることが、この結果より明らかになった。なお、この計算では、処理によって生じる凝集力の低下に基づくヤング率の低下が計算に入れられていなかったにもかかわらず、実測値と計算値の間に非常によく一致をみた。これは、両端自由たわみ振動においては、今回の実験で設けたような端部分の化学処理に伴うヤング率の変化が、3次モードまでの固有振動数に与える影響は小さいものであり、計算を行なう際に、材の長さ方向にわたってヤング率を一定とした仮定は、妥当であったといえる。

この結果は、梁の端部分での重量増加に対して、両端自由たわみ振動の固有振動数は非常に影響を受けやすく、各次モードの比により、反応分布と関係づけることが可能であることを示している。したがって、例えば、柱等の薬液注入処理の程度を調べたり、不朽過程での材の密度に分布が生じた場合の、比破壊検出等に應用することが可能であろう。

### 3.3 結 論

気相アシル化反応によって得られた、長さ方向に物理的特性値の分布をもつ木材梁の両端自由たわみ振動の共振振動数は、長さ方向の特性値の分布、特に、寸法変化と密度変化に伴う質量分布を考慮した伝達マトリクス法を用いた計算によって推定できる。また、本実験において、気相アシル化処理によってできたヤング率の分布は、両端自由たわみ振動の3次モードまでの固有振動数にほとんど影響を与えない。

が、両端部分では寸法増大によって断面 2 次モーメントが大きくなり、剛性も高くなるため、梁の長さ方向にわたって、剛性が均一化するため、固有振動数はほとんど変化しない。一方、梁の断面寸法を固定させた場合、ヤング率の分布が大きく影響し、梁中央の含水率が相対的に低いとき、固有振動数が増大する。このとき、振動モードの上昇とともに、固有振動数の増大幅が小さくなる。水分分布に伴う質量の分布は、中央の含水率が相対的に低いとき、固有振動数を低下させる。梁長さ方向に生じるせん断力の分布は、振動モードが高いときほど中央付近で大きくなり、その部分でのせん断弾性係数の影響を受けやすい。両端自由縦振動の固有振動数は、この分布に対して、たわみ振動のものとはほぼ同様の挙動を示すが、縦振動の方が変化幅が小さい。

(4) 梁の厚さ方向に  $30 \leq u \leq 170$  % m.c. の範囲で含水率の分布がある場合では、回転慣性が大きく変動するが、それが梁の固有振動数に与える影響は小さいといえる。

(5) 梁の長さ方向に  $30 \leq u \leq 170$  % m.c. の範囲で含水率の分布がある場合では、梁中央付近に振動の節がくる 2 次モードにおいては、梁の両端の含水率が大きいときほどその部分の質量が大きくなり、固有振動数は小さくなる。1 次および 3 次モードでは、中央付近の変位も大きくなるため、必ずしも、両端の含水率が相対的に高いときに固有振動数が小さくなるとは限らない。

(6) たわみ振動の吸湿初期における固有振動数は縦振動の 1 次モードのそれに比べて急激であり、これは、梁の剛性が、急激に低下することによるものである。吸湿過程では時間が経つにつれて、縦振動の固有振動数の初期におけるものに対する相対値がたわみ振動に比べて低い値を示すようになる。これは、たわみ振動の場合、断面積の変化による剛性の増大の影響のために、ヤング率の減少の影響が相殺されているのに対し、縦振動においては、断面積の変化は、固有振動数に影響を与えないことによる。たわみ振動の各モード間の比較をすると、吸湿の早い段階では、梁長さ方向に生じた質量分布のため、低いモードにおいて固有振動数の相対値が低下した。その後、時間が経つにつれて高いモードにお

いてより固有振動数の相対値が小さくなっていく。これは、膨潤による厚さの増大のために、低含水率時に比べてせん断変形の寄与が大きくなり、その影響をより受けやすい高次モードにおいて固有振動数の低下が起こったことによるものである。吸湿過程での固有振動数のシミュレーションにより、木材棒状試験体の両端自由条件での、たわみ振動および縦振動の 1 次モードにおける固有振動数に関して、実際の木材の挙動をよく表すことができる。

(7) 気相アシル化反応によって得られた、長さ方向に物理的特性値の分布をもつ木材梁の両端自由たわみ振動の共振振動数は、長さ方向の特性値の分布、特に、寸法変化と密度変化に伴う質量分布を考慮した伝達マトリクス法を用いた計算によって推定できる。また、本実験において、気相アシル化処理によってできたヤング率の分布は、両端自由たわみ振動の 3 次モードまでの固有振動数にほとんど影響を与えない。

## 謝 辞

本論文の作成にあたり、あらゆる面で多大なる御助言と御鞭撻をいただいた京都大学木質科学研究所、則元 京教授に深く感謝する。また本論文の構成に関して、京都大学農学部林産工学教室、佐道 健教授に丁寧な御助言をいただいた。ここに謝意を表する。京都大学木質科学研究所、佐々木 光教授の得難い御助言、御指導に感謝する。なお本研究の遂行にあたり、島根大学農学部附属演習林、ならびに生物材料工学講座の教官、関係者各位に格別なる御配慮をいただいた。ここに、深く感謝する。

## 文 献

- 1) Armstrong, L. D.; Christensen, G. N.: *Nature*, 191, 869-870 (1961).
- 2) 佐道 健: 日本レオロジー学会誌: 14, 63-68 (1986).
- 3) 竹村富男: 木材学会誌, 13, 77-81 (1967).
- 4) Leicester, R. H.: *Wood Sci., Technol.*, 5, 221-231 (1971).
- 5) Grossman, P. U. A.: *Wood Sci., Technol.*, 5, 232-235 (1971).
- 6) 則元 京, 大釜敏正, 山田 正: 木材学会誌, 36, 341-346 (1990).
- 7) 加川幸雄: "有限要素法による振動・音響工学/基礎と応用", 培風館, 1981. p.47-117.
- 8) チモシェンコ, S.: "工業振動学", 東京図書, 1968. p.22-30.
- 9) 谷口 修: "振動工学ハンドブック", 養賢堂, 1991, p.202-239.
- 10) Kollmann, F. F. P.; Cote, W. A.: "Principles of Wood Science and Technology I Solid Wood", Springer-Verlag, 1968. p.292-318.
- 11) 外崎真理雄, 岡野 健, 浅野猪久夫: 木材学会誌, 29, 547-552 (1983).
- 12) Nakao, T.; Okano, T.; Asano, I.: *J. Appl. Mechan.*, 52, 728-731 (1985).
- 13) Kollmann, F.; Krech, H.: *Holz Roh-Werkstoff*, 18, 41-54 (1960).
- 14) Holz, D.: *Holztechnologie*, 14, 195-202 (1973).
- 15) 小野晃明, 片岡明雄: 木材学会誌, 25, 461-468 (1979).
- 16) 小野晃明, 片岡明雄: 木材学会誌, 25, 535-542 (1979).
- 17) Krueger, F.; Rohloff, E.: *Z. Phys.*, 110, 58-68 (1938).
- 18) 岡野 健: 木材学会誌, 37, 991-998 (1991).
- 19) Mukudai, J.; Yata, S.: *Wood Sci. Technol.*, 22, 43-58 (1988).
- 20) Kollmann, F. F. P.; Cote, W. A.: "Principles of Wood Science and Technology I Solid Wood", Springer-Verlag, 1968. p.207.
- 21) Kollmann, F. F. P.; Cote, W. A.: "Principles of Wood Science and Technology I Solid Wood", Springer-Verlag, 1968. p.210.
- 22) 川田雄一: "材料力学", 共立出版, 1983. p.39-46.
- 23) 杉江日出澄ら: "FORTRAN77による数値計算法", 培風館, 1986. p.73-78.
- 24) チモシェンコ, S.: "工業振動学", 東京図書, 1968. p.306-307.
- 25) 竹村富男: "木材の物理", 文永堂, 1985. p.109.
- 26) Hearmon, R.F.S.: *Brit. J. Appl. Phys.*, 9, 381-388 (1958).
- 27) Ono, T.: *Mokuzai Gakkaishi*, 26, 139-145 (1980).
- 28) 谷口 修: "振動工学ハンドブック", 養賢堂, 1991, p.167-202.
- 29) 得丸英勝: "振動論", コロナ社, 1973, p.151-169.
- 30) 谷口 修: "振動工学ハンドブック", 養賢堂, 1991, p.67-71.
- 31) Carrington, H.: *Aeron. J.*, 26, 462 (1922).
- 32) Kollmann, F. F. P.; Cote, W. A.: "Principles of Wood Science and Technology I Solid Wood", Springer-Verlag, 1968. p.198-201.
- 33) 梶田 茂: 木材研究, No. 23, 1 (1960).
- 34) Choong, E. T.; Skaar, C.: *Wood and Fiber*, 4, 80-86 (1972).
- 35) 横田徳郎: 木材工業, 20, 167-171 (1965).
- 36) Stamm, A. J.: *For. Prod. J.*, 9, 27-32 (1959).
- 37) Yokota, T.: *Mokuzai Gakkaishi*, 5, 143-149 (1959).
- 38) Droin-Josserand, A; Taverdet, J. L.; Vergnaud, J.M.: *Holzforsch.*, 43, 297-302 (1989).
- 39) 川井秀一: "新編木材工学", 中戸莞二編, 養賢堂, 1985, p.99-109.
- 40) Choong, E. T.: *For. Prod. J.*, 15, 21-27 (1965).
- 41) Crank, J.: "The Mathematics of Diffusion", Oxford Univ. Press, 1957, p.1-8.



- 42) 西野吉彦, 中尾哲也, 田中千秋, 高橋 徹: 木材学会誌, 38, 429-432 (1992).
- 43) 佐々木隆行, 則元 京, 山田 正, ロジャー・ロウエル: 木材学会誌, 34, 794-803 (1988).
- 44) 外崎真理雄, 岡野 健, 浅野猪久夫: 木材学会誌, 31, 152-156 (1985).
- 45) 西野吉彦: 木材学会誌, 37, 370-374 (1991).
- 46) 日本化学分析学会訳編: “機器による化学分析”, 丸善, 1968. p.99-132.
- 47) 北原覺一: “木材物理”, 森北出版, 1966. p.117.
- 48) Nishino, Y.; Nakao, T.; Tanaka, C.; Takahashi, A.: *Bull. Fac. Agr. Shimane Univ.*, 25, 161-164 (1991).
- 49) 西野吉彦, 中尾哲也, 田中千秋, 高橋 徹: 木材学会誌, 38, 825-829 (1992).
- 50) 西野吉彦, 中尾哲也, 田中千秋, 高橋 徹: 木材学会誌, 39, 382-387 (1993).
- 51) 中尾哲也, 近藤芳樹, 太田正光, 岡野 健: 木材学会誌, 31, 440-445 (1985).