氏　　　名	荒　木　圭　典（あら き けい すけ）
学位(専攻分野)	博　士　（理　学）
学位記番号	理　博　第1574号
学位授与の日付	平成6年7月23日
学位授与の要件	学位規則第4条第1項該当
研究科・専攻	理学研究科物理学第一専攻
学位論文題目	球殻中の流体の運動のBénard不安定性について
論文調査委員	(主　査) 教　授　蔵本由紀　　教　授　小貫　明　　教　授　福留秀雄

論　文　内　容　の　要　旨

回転する球や球殻内部の流体の熱対流不安定性は惑星内部の流体運動を考察する際の基礎として重要な問題である。

本論文は，球殻内部における流体の熱対流の問題であるベナール不安定性をブシネスク近似に基づいて取り扱っている。論文の前半では，回転の無い球殻中の静止流体の線形安定性解析を行い，臨界不安定性のアスペクト比，重力場，温度場への依存性を調べている。後半は，球殻テイラー・クエット流のベナール不安定性における解の分岐の様子を数値計算によって調べ，熱対流に対する差分回転の影響を論じている。

回転の無い球殻中での静止流体のベナール不安定性については，境界条件，外場の条件に球対称性を仮定し，球面調和関数の主モード数に対する線形固有値問題を解き，球殻のアスペクト比（R≡内殻半径／流体層の厚み）が臨界不安定性に与える影響を調べている。まず，薄層の極限（$R=\infty$）からアスペクト比の逆べきによる漸近展開を行い，平行平板の臨界レイリー数1707.8に対する補正の表式を$O(R^{-1})$まで解析的に求め，補正としては重力場の形の情報のみが必要となることを示した。有限のRに対しては，球面調和関数の主モード数ごとに線形固有値問題を数値的に解き臨界レイリー数を求めた。薄層極限からの漸近解析の結果が数値計算結果とRが1のオーダーまでよく一致することから，球殻形状効果を漸近展開によって取り入れ得ることが指摘された。また，臨界モード数が重力場の関数形に依存しないことから，臨界モードの波数が系のアスペクト比のみの関数になっていることを明らかにした。

回転の有る場合については，内殻が差分回転をする流れである球殻テイラー・クエット流に対する逆転温度勾配の影響を定常解とその分岐を数値的に求めることによって調べている。回転の影響は境界条件として入り，系の南北反転に関する対称性が保たれることから，解を対称モードと反対称モードに分けて考察した。回転が無い場合の結果を考慮し，とくに，アスペクト比が2.23（臨界レイリー数：2541.7，臨界

主モード数：8）および2.5（臨界レイリー数：2446.6，臨界主モード数：9）の場合について詳細な数値計算を行い以下の点を明らかにした。

（1） 反対称モードの不安定化に伴う分岐は，解の符号の反転と南北の反転との対応から完全な熊手型である。

（2） 対称モードでは，南北反転に対する不変性のために，分岐ダイアグラム全体ではかえって反転に対する対称性が破れる。対称臨界モードの分岐では，回転の無い場合においてさえ各分岐枝の解の熱輸送特性が異なるが，この非対称性は重力場および平均温度勾配の形の非対称性に起因している。

（3） 内殻が差分回転する場合には，南北両半球に一つずつ大きな対流ロールのある解（0渦解）が存在するにも関わらず，臨界モードの主モード数は回転の無い場合と同じとなる。

（4） R＝2.23における0渦解―ベナールロール解の分岐は熊手型分岐が不完全となりトポロジカルに分離する。レイノルズ数の増加に伴い鞍状・結節点分岐の臨界レイリー数が上昇するので，回転は系を安定化させる。また，回転により0渦解との競合が強まり対流ロールの励起が曖昧となることが，エネルギー・スペクトルの変化から分かる。

（5） R＝2.23における分岐の不完全化は，アスペクト比によって決まる臨界モードの対称性が対称モードに属するために起こることがR＝2.5の結果との比較により示される。

以上より，球殻中の流体のベナール不安定性における分岐の性格は，系のアスペクト比によって決まる有限サイズ効果に強く依存するとの結論を得た。

論文審査の結果の要旨

球や球殻内部の流体の運動は，惑星内部のダイナモ機構やマントル対流など宇宙物理学・地球物理学的な観点からも重要な問題であり，古くから研究されている。

本学位論文は，球殻中の流体のベナール不安定性を通常流体のブシネスク近似方程式に基づいて考察している。最初に回転の無い静止流体における線形安定性を考え，固有値問題を数値的に解き，次に差分回転の影響を考慮して，定常解の分岐の様子を調べている。

球殻中の静止流体の線形安定性については古くから研究されており，それらはChandrasekharによって総括されている。また，弱非線形の定常問題の研究や直接数値計算による対流パターンの研究も行われている。しかし，臨界レイリー数，臨界モード数のアスペクト比，重力場，温度場への依存性については，線形問題の範囲ですら十分に研究されたとは言えない状況である。

本論文の前半は，数値計算によって固有値問題を系統的に解いたものである。同時に薄層近似による漸近展開を行い数値計算結果と比較することにより，球殻形状効果を漸近展開によって取り入れることができることも示した。また，臨界モードの波数が系のアスペクト比のみの関数になることを数値計算の結果から明らかにしており，意義深い研究である。

論文の後半では，球殻テイラー・クエット流のベナール不安定性について回転の効果を考察している。球殻テイラー・クエット流の場合には，境界の曲がりのために平行平板の場合のような一様平行流が存在

せず，南北両半球に一つずつ大きな対流ロールが存在する解（0渦解）がレイノルズ数がいかに小さくても有限であれば存在するため解の分岐の様子は異なってくる。このような問題については，R＝5.5の場合の分岐がMarcusとTuckermanによって数値的に調べられているが，まだ系統的な研究は行われていない。本申請論文では，逆転温度勾配による不安定密度成層があるとき，0渦解がベナール不安定によって分岐する様子を定常解を数値計算によって追跡する方法により調べている。とくに，回転の無い場合の臨界不安定性の結果に基づき，アスペクト比が2.23（臨界主モード数：8）および2.5（臨界主モード数：9）の場合を詳しく調べ，臨界モードの主モード数が回転の無い場合と同じになること，分岐の性質がアスペクト比によって決まる有限サイズ効果に強く依存することなどの結論を得ている。

解の分岐の様子はモードの対称性に依存して異なり，非常に複雑であるが，系の対称性および解の対称性の有無に着目して定常解の分岐を議論している点に本論文の特徴がある。これらは，回転の無い場合の線形解析を系統的に行って初めて可能となったものであり，そこに本論文の意義が認められる。ここで取り扱われた問題は，いくつかの簡単化が導入されている点で現実の惑星内部の流体運動に直接適用できないけれども，用いられた解析手法と結果は今後そのような研究を進めるための基礎として役立つものである。

本論文の内容は，申請者の2編の共著論文に基づいて作成されている。1編は回転の無い場合の線形固有値問題，他は解の分岐を取り扱っている。

参考論文2編は，2次元的局在パルスの安定性の問題を取り扱ったものであり，2次元規格化長波方程式の局在ソリトン解の安定性の数値実験および長谷川・三間方程式の双極子型孤立波解（モドン解）の構造不安定性の多重極展開による解析がなされている。これらは，申請者の安定性および非線形波動の分野への寄与と学識を示すものである。

よって，本論文は理学博士の学位論文として価値あるものと認める。なお，主論文に報告された研究業績を中心とする研究分野について試問した結果合格と認定した。