

氏 名	ちや わん や つよし 茶 碗 谷 毅
学位(専攻分野)	博 士 (理 学)
学位記番号	理 博 第 1669 号
学位授与の日付	平 成 7 年 11 月 24 日
学位授与の要件	学 位 規 則 第 4 条 第 1 項 該 当
研究科・専攻	理 学 研 究 科 物 理 学 第 一 専 攻
学位論文題目	ゲーム力学系における新しい型の力学的振舞い

論文調査委員 (主査) 教授 蔵本由紀 教授 小貫 明 教授 山田耕作

論 文 内 容 の 要 旨

ゲーム力学系は、動物の行動やゲーム理論における戦略の進化の力学モデルとして、1978年に Taylor と Jonker によって提案されたものであり、生態系における個体数の変動を表すモデル方程式として、また、自己複製する要素から成る多体系一般を記述するモデルとしても広く知られている。

本研究において、申請者は従来知られていなかった2種類の全く新しい力学的挙動がゲーム力学系においてジェネリックに出現しうることを見いだした。第一は、複数の鞍点の近傍を不規則に巡回する非定常カオス軌道であり、第二は、可算無限個のアトラクターの共存である。

まず、第一の発見について述べる。異なる鞍点間を結ぶ軌道はヘテロクリニック軌道と呼ばれるが、従来は、幾つかのヘテロクリニック軌道が閉軌道をなすいわゆるヘテロクリニックサイクルがゲーム力学系において安定に存在しうことは知られていた。この場合、一般の初期点から出発した軌道がヘテロクリニックサイクルに漸近していく過程で周期は無限に増大する。これに対して申請者により見いだされた現象は、訪れる鞍点の順序が不規則な軌道であり、ヘテロクリニックサイクルの場合と同様に、このような軌道に漸近する過程で時間スケールは無限に伸びる。したがって、このようなカオス軌道は通常のカオスとは異なる非定常カオスである。申請者は、5次元のモデル力学系に対する直接の数値シミュレーションによりこのような軌道を見いだした後、その確証を得るために次のような解析を行った。まず、系の漸近的挙動を問題にする限り、軌道は殆どの時間を鞍点近傍で過ごし、鞍点間の遷移時間は相対的には瞬間的事象と見なされる。また、一つの鞍点の充分近傍の挙動は線形力学系により記述される。申請者はこのことに着目し、系の大域的な挙動を区分的に線形力学系によって置き換え、この新しい力学系の挙動を詳細に解析することにより、上記現象の存在の確証を得た。ポアンカレ写像により、問題は2次元写像に縮約されるが、そのうちの1自由度の縮小率が大きいため、実質的に1次元写像の問題に帰着される。そして、カオスの存在はこの1次元写像の形から明白に予想される。また、このことから、ヘテロクリニック軌道がカオス的アトラクターとなるためには、系の力学的自由度は5以上を必要とすることが明らかとな

った。

申請者の第二の発見は、可算無限個のアトラクターの存在である。アトラクターとしては、周期軌道の場合とカオス軌道の場合とがいずれも可能である。これは、ヘテロクリニックサイクルが多重構造を持つ場合、すなわち、一つのヘテロクリニックサイクルを構成する鞍点の一部が再びヘテロクリニックサイクルを構成するような場合に現れる挙動であることを申請者は明かにした。可算無限個のアトラクターの系列は、ヘテロクリニック軌道のつくるネットワークに集積する形で共存する。この現象に関しても、鞍点近傍の線形力学系の合成によるモデル力学系による解析がきわめて有効であることを申請者は明かにした。

論文審査の結果の要旨

ゲーム力学系は、ある特別な対称性をもつ散逸力学系の一クラスであり、その対称性ゆえに通常の散逸力学系には見られない著しい挙動がジェネリックに現れる。通常の力学系においては構造不安定なヘテロクリニックサイクルが安定的に現れるのはその典型的な例である。ゲーム力学系は動物の行動やゲーム理論における戦略の進化、生態系における個体数の変動、自己複製する分子の反応系の進化、遺伝子の淘汰、等々のモデルとしてきわめて広汎な応用性を持つ重要な力学モデルである。したがって、そこに見いだされる構造安定な挙動は、重要な現実的意義をもつものと考えられる。

申請者の研究は、ヘテロクリニック軌道から構成されるカオティックなサイクルが、系のパラメタの有限領域にわたって安定に存在しうることを初めて見いだしたが、これは上記の点から見てきわめて重要な知見であり、高く評価できる。また、これがカオス的なアトラクターとしても新しいタイプの非定常的なカオスであることは、カオス力学系の研究分野にも一石を投じるきわめて刺激的な発見であろう。申請者はさらに進んで、この種の力学系においては、ヘテロクリニック軌道のネットワークに集積するような可算無限個のアトラクターの系列が共存可能であるという全く新しい事実を見いだした。これは、一つのヘテロクリニックサイクルを一種の鞍点と見なしたとき、そのような鞍点から構成される高次のヘテロクリニックサイクルが存在するような複合的ネットワークに特徴的な現象であるが、申請者の発見はこのような多重構造をもつゲーム力学系に内在する複雑性解明の突破口を与えるものとして重要な意義をもつものである。

これらの重要な知見を疑いの余地のないものとして、明確に示すためには、モデルの直接的な数値シミュレーションのみでは決定的に不十分である。申請者の卓見は、上記の挙動がいずれもヘテロクリニック軌道に充分近い軌道から構成されるものであることを利用して、もとの力学系を縮約して区分的に線形な力学系に置き換えたことである。系の漸近的挙動に関する限り、この縮約は厳密に正しい。最終的にこれらの挙動を1次元写像の軌道の問題に帰着させことによって、申請者の発見はきわめて説得性の高いものとなった。

これらの新しい振舞いが真に現実的意義をもつためには、外部雑音に対してロバストでなければならない。これは外部雑音の性質に強く依存しており、ゲーム力学系のもつ対称性を破らない性質を持つ雑音に対しては、安定であると期待される。現実の系でこのような条件がみたされるか否かは、それぞれの問題ごとに注意深く考察されるべき事柄であろう。

よって、本論文は博士（理学）の学位論文として価値あるものと認める。なお、主論文および参考論文に報告されている研究業績を中心に、これに関連した事項について試問した結果、合格と認めた。