

氏 名	なか がわ なお こ 中 川 尚 子
学位(専攻分野)	博 士 (理 学)
学位記番号	理 博 第 1686 号
学位授与の日付	平 成 8 年 3 月 23 日
学位授与の要件	学 位 規 則 第 4 条 第 1 項 該 当
研究科・専攻	理 学 研 究 科 物 理 学 第 一 専 攻
学位論文題目	大域結合振動子系における集団運動

論文調査委員 (主 査) 教授 蔵本由紀 教授 小貫 明 教授 山田耕作

論 文 内 容 の 要 旨

本論文は大域的に結合したリミットサイクル振動子集団の動力学に関する理論的研究である。リミットサイクル振動は、非平衡散逸系に固有の振動現象として自然界に広く見られるものであり、結合振動子の集団やネットワークの挙動をめぐっては、神経ネットワークの情報処理をはじめ生体の諸機能との関わりから近年多大な関心が寄せられている。本研究では、一つの理想化された振動子集団モデルとして、すべての振動子が他のすべてと同等の強さで結合する大域結合振動子集団を考察している。個別振動子としては、ホップ分岐点近傍で一般的に実現される複素ギンツブルク・ランダウ型の振動子を仮定している。申請者の関心は、振動子間相互作用が斥力的、すなわち互いに逆位相で安定化するような結合を持つ場合の系の集団挙動である。申請者の線形安定性解析によれば、集団全体が完全に位相同期して一つの巨大な振動子として振舞う完全同期状態はもちろんのこと、これと対照的に位相分布が全くランダムな完全非同期状態も広いパラメタ領域において不安定となる。申請者は複雑な集団挙動が期待されるこのような不安定領域で数値シミュレーションを行い、集団挙動を以下のように類別した。まず、完全同期状態の不安定化に伴い、系は少数の部分集団ないしクラスターに分裂する。各クラスターごとに振動子は完全に位相同期している。これらのクラスターは全体として単純な周期運動を示す場合と、長周期運動や準周期運動、さらには低次元カオスを示す場合とがある。カオスに至るシナリオは、通常の高次元力学系におけるそれと同一である。パラメタの変化とともに、クラスターは融解し、1振動子相空間内で振動子は連続分布を形成する。この分布はほぼ厚みをもたない閉じた紐の形状をとるが、それは時間的にカオティックな挙動を示す。申請者は、このような集団カオスの本質をさらに追究すべく、詳細なリヤプノフ解析を実行した。興味焦点はこのカオスアトラクターの次元であり、それがシステムサイズ N に無関係な低次元カオスであるか、あるいは N に比例する高次元カオスかという点である。解析の結果、条件により2つの場合が可能であることが判明した。第一の場合には、系が少数個の正リヤプノフ指数を持つという意味で低次元カオスであるが、 N に比例する0指数を持つ。すなわち、このようなアトラクターはきわめて高い変形の自

自由度をもつ。この場合、振動子分布は厚みのない完全な閉曲線をなし、その複雑な運動にもかかわらず閉曲線上の振動子の配列順序に混合は起こらない。しかし、ある臨界条件を境として、閉曲線の引き延ばし折り畳み運動が発生し、振動子の混合が起こる。それと同時に0リヤプノフ指数は一斉に正値を獲得し、アトラクターは一挙にシステムサイズに比例した高次元のそれになる。このような高次元アトラクターは、臨界条件以下で存在していた無数の中立安定な低次元アトラクターが結合してできたものと解釈される。大域結合系における集団カオスとして上記のような3つの可能なタイプを明らかにしたことが本研究の最も重要な結論である。

論文審査の結果の要旨

大域結合振動子系に関するこれまでの多くの研究は、大自由度性による解析の困難さから、振動子を位相自由度のみで記述するいわゆる位相モデルに限られており、振幅自由度を含む系の研究は乏しかった。本研究において初めて振幅自由度が集団運動にもたらす効果が詳細に調べられ、位相モデルでは見られなかった種々の複雑な集団運動が現れることが明らかとなった。本研究で解析されたモデルは、弱結合極限で、その性質がすでに良く知られている位相モデルに帰着することから、振幅自由度の役割を明らかにする上で適切なモデルと言える。弱結合極限においては、すべての振動子が完全に位相同期した状態か、位相分布が全くランダムな完全非同期状態のみが可能である。集団状態としては、前者は単なる周期運動であり、後者は定常状態に他ならない。したがって、より複雑な運動が存在するとすればそれは振幅自由度が無視できない有限結合強度においてである。事実、線形安定性解析の結果、結合強度が有限になると、上記の2種類の集団状態のいずれもが不安定となるパラメタ領域が存在し、結合強度の増大とともにその領域が拡大することが明らかとなった。この第3の領域における複雑な集団運動の解析から申請者は以下のような新しい知見を得ている。

まず、申請者が見出したクラスター状態は、位相モデルにおいても出現することが知られているが、ここではクラスターのカオス的相対運動は見いだされておらず、したがって振幅自由度がカオス運動にとって本質的であることが示唆される。申請者はこの種のカオス運動以外に、集団カオスの2つの新しい形態を見いだしており、これはきわめて重要な発見である。それらはいずれもクラスターの融解状態において見られるものである。第一のタイプにおいては、系は正リヤプノフ指数を数個しかもたないという意味で低次元カオスであるが、システムサイズ N に比例する個数の0リヤプノフ指数が存在するという点で従来は知られていなかった高度の可塑性をもつ巨視的運動状態を表している。ある臨界条件を境として、これらのリヤプノフ指数が同時に正値に転化するという事実が明らかにされた。この意味において、アトラクターの次元は系の自由度に比例するものとなる。局所結合系における時空カオスの次元がこのような示量性をもつことは自然であり、事実いくつかのモデルで確認されているが、大域結合系においても条件により同様の性質が現れることを示したのは本研究が初めてである。また、このような集団カオス間の転移が、振動子分布パターンにおける折り畳み引き延ばし運動の有無と対応していることの発見はきわめて興味深い。一般に、大自由度系におけるリヤプノフスペクトルの構造を正確に知ることは難しく、上記のような系の特性を明らかにするために申請者は得られたデータの整理の方法に相当の工夫をこらしている。これ

により，正リヤプノフ指数が作る準連続なスペクトル分枝を離散スペクトル部分から分離し，前者がオーダー N 個の固有値から成ることが明らかとなった。本研究で提出された集団カオスという概念は新しい概念であり，今後大自由度力学系の集団動力学の研究にとっての鍵概念となることが期待される。

よって，本論文は博士（理学）の学位論文として価値あるものと認める。なお，申請論文に報告されている研究業績を中心とし，これに関連した研究分野について試問した結果，合格と認めた。