【225】

氏名	**大嶋健司**（おおしま けんじ）
学位の種類	工学博士
学位記番号	論工博第722号
学位授与の日付	昭和49年9月24日
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当
学位論文題目	**可飽和鉄心を持つ電気回路に発生する非線形振動**
論文調査委員	（主査）教授 林 千博　教授 西川禕一　教授 卯本重郎

論文内容の要旨

この論文は可飽和鉄心を持つ電気回路に交番電圧を印加した場合に発生する振動について考察したものである。このような非線形回路に周期的電圧を加えると，その外力電圧の周波数成分を持つ基本調波振動以外に，その高調波あるいは分数調波成分が顕著に現われる場合がある。また一般には外力に同期した周期振動を発生する場合が多いが，同期しない概周期振動を発生する場合もある。この論文では，まず強制振動を記述する非線形微分方程式を導き，続いてその定常解を調波解析法を用いて求め，得られた定常解を実験による結果と比較検討している。調波解析法を用いる場合には，定常解に含まれる主要周波数成分の選び方が問題になる。ここでは系に発生する振動の主要周波数成分を一般的に考察し，これらの周波数および振幅を調波解析法を適用して決定することにより，周期解のみでなく概周期解も求めている。解に含まれる主要周波数成分は外力周波数を1とすれば，これと共振回路の固有周波数ν_0に近い周波数νの成分であると考えられ，周波数νは系のパラメタのみでなく，振動の振幅にも依存する。また固有周波数ν_0が外力周波数1に対しm/n（m，n：整数）なる周波数に近い場合，振動が外力に同期し，主要成分の周波数νがm/nとなって周期振動となる。なお外力に同期しない概周期振動の主要成分の周波数νも固有周波数ν_0にほぼ等しいと考えられ，外力周波数1に対しνは無理数となる。さらに解にはこれらの周波数以外の周波数成分も含まれる。これらの周波数成分を選ぶ方法としては，まず外力周波数および周波数νの成分を持つ第1次近似解を仮定し，この近似解を元の微分方程式に代入して第2次近似解を求めるいわゆる繰返し法を用いて解の近似を高めることにより，主要周波数成分を定める方法を提案した。このようにして高次の近似解を仮定し，その周波数および振幅を調波解析法を用いて求めることによって，周期解および概周期解を解析している。

この論文は2部から成り，第1部（第1章～第4章）では直列共振回路における周期振動について考察し，第2部（第5章，第6章）では変圧器結合回路における周期振動および概周期振動について考察している。

第1部第1章では直列共振回路における定常振動の理論的考察を行なっている。計算の便宜上鉄心の磁化特性を3次特性と仮定し，系の強制振動を記述する微分方程式としてダッフィング方程式を導いた。この方程式の解は外力周波数成分を持つ基本調波解となる場合が多いが，外力周波数以外の成分すなわちm/n調波成分が顕著に現われることもある。解の主要周波数成分について考察するために，まず振動系に減衰がなく，かつ外力も存在しない場合の近似解の振幅と固有周波数ν_0の関係を求めている。このとき固有周波数ν_0は振幅に比例する。つぎに，系に多少の減衰が存在する場合には，まず解の主要周波数成分を外力周波数成分と固有周波数ν_0に近い周波数νの成分と考え，既に述べた方法によって，$\nu=m/n$なる場合のm/n調波周期解を一般的に求めた。すなわち周波数νが1／3，1／2，3／5，2／3，1，3／2，5／3，2，7／3，5／2，3，5となる場合の周期解を解析している。これらの周期解は比較的広い同期化領域を持つが，さらに解の近似を高めることにより，上記以外の周波数よりなる狭い同期化領域を持つ周期解を求めることができる。

次に周期解の安定性を林千博教授の方法を用いて考察している。すなわち周期解からの変分に関する方程式は，時間の周期関数を係数に持つ線形微分方程式となり，その解の特性指数を調べることにより周期解の安定性を吟味している。この方法によると，周期解を不安定にする自励振動の周波数成分が判ると共に，これによって新しく励起する周期解を予知することができる。

第2章では可飽和リアクトルを持つ直列共振回路に発生する強制振動について実験的観察を行なった。その結果を第1章の解析結果と比較するために，リアクトルの特性を3次特性に近づけた。そのためには鉄心に空隙のあるリアクトルと空隙を持たないリアクトルを直列に接続した。また電源電圧の任意の位相より振動を開始させるためには，逆並列に接続したサイリスタを使用した。初期条件として，回路閉路時の電源電圧位相およびコンデンサの初期充電電圧を適当に与え，交番電圧を印加すると，種々の振動が発生する。このようにして理論的に得られた周期解の存在を確かめ，夫々の振動の発生領域を求め，また振動の周波数成分を分析している。主要周波数成分は外力周波数成分と固有周波数ν_0に近い周波数νの成分であるが，ν_0はコンデンサの容量と可飽和リアクトルの等価インダクタンスによって定まり，等価インダクタンスは振動磁束の振幅に依存する。また振動には外力周波数1および周波数ν以外の周波数成分も存在する。これらの実験結果を解析結果と比較し，概ね良好な一致を得ている。

第3章では外力に直流分を含む直列共振回路における定常振動の理論的考察を行なっている。第1章でm/n調波振動について考察したが，外力に直流分が加わると，mあるいはnの一方が偶数となることが多い。従ってこれらの偶数次調波振動は外力に直流分を含む場合に発生しやすいと考えられる。第3章では直列共振回路に正弦波電圧および直流電圧を印加した場合に発生する振動の周波数成分を一般的に考察し，m/nが1/4，1／2，3／4，5／4，3／2，7／4，2，5／2，11／4などの周期解を求めている。またその安定性を第1章と同じ方法で吟味し，振動を不安定にする自励振動の周波数成分を明らかにしている。

第4章では第3章の解析結果を検討するために，鉄心中の磁束を直流偏極した直列共振回路において実験を行なっている。その結果は前章の理論的考察とよく一致している。

第2部第5章では変圧器結合回路に正弦波電圧を印加した場合に発生する振動について考察している。

変圧器結合回路は2つの可飽和リアクトルを持ち，1次側は直列に接続して正弦波電圧を印加し，2次側は極性を逆にして接続し，コンデンサと直列共振回路を形成する。この回路は1／2調波振動を発生するパラメトリック励振回路として知られている。適当な回路条件では，この回路に1／2調波振動以外に，m／n 調波の周期振動が発生する。また回路条件によっては，外力に同期しない概周期振動が発生することもある。本章では周期解および概周期解を理論的に考察している。振動を記述する方程式は1階と2階の連立非線形微分方程式となる。解の主要周波数成分は外力周波数成分と固有周波数に近い周波数νの成分である。既に述べたように，高次の近似解を仮定し，各周波数成分の振幅および位相角を調波解析法を用いて計算することにより，周期解および概周期解を解析している。$\nu=m/n$の場合，解は外力に同期した周期解となる。νが1／3と1／2の間では，系のパラメタを変えると，それにつれてνも連続的に変化するので，解は外力に同期しない概周期解となる。またνが他の範囲たとえば1と3／2の間でも概周期解を得た。次に周期解および概周期解の安定性を考察している。まずその簡便法として，周期解の振幅および位相角からの変分に関する定数係数線形微分方程式を導き，その解を調べることにより周期解の安定性を吟味している。またその結果を周期解からの変分に関する周期係数線形微分方程式を解いて得られる厳密な安定判別の結果と比較検討した。概周期解に対しては，その各周波数成分の振幅は定まるが，位相角は定まらない。概周期解の安定性に関しては，周波数νおよび各周波数成分の振幅の安定性について論じている。

さらに概周期解に対し，マッピング法によってこの種の解を表わす不変閉曲線を求めている。また調波解析法を用いて得られた概周期解を位相空間に表わし，その結果を上の不変閉曲線と比較して満足すべき一致を得ている。

第6章では変圧器結合回路における振動を実験的に観察し，それらの発生領域を求めた。また電源電圧に同期した周期振動および同期しない概周期振動の各周波数成分を分析し，これらの実験結果も理論的考察と良好な一致を示すことを述べている。

論文審査の結果の要旨

電気回路特に強電回路においては，リアクトル，変圧器，その他の電磁機器が広く使用され，しかもそれらに含まれる鉄心は飽和領域に及んで動作するので，その非線形性質のため，この種の回路には従来より異常振動と称する種々の非線形振動が発生することが知られていた。しかしその現象が複雑多岐に亘るため，十分なる研究は行なわれていなかった。著者はこの問題を取り上げ，可飽和リアクトルを含む直列共振回路および変圧器結合回路に交番電圧を印加した場合に発生する各種の非線形振動について考察している。主なる研究成果を挙げると次の如くである。

(1) 第1部の可飽和リアクトルを含む直列共振回路に発生する振動は非線形復元項を持つダッフィング方程式で記述されるが，その解を厳密に求める事は困難であり，著者はその近似的な周期解を求めるために調波解析法を用いている。この方法ではまず周期解の形すなわち解に含まれる各周波数成分を仮定する必要がある。これに対し著者の考案した方法は，まず周期解の周波数成分として，外力周波数成分および系の固有周波数に近くかつ外力周波数と有理数比を持つ周波数成分を考え，この2成分よりなる周期解を第

1次近似解とする。次にこの近似解を元の微分方程式に代入し，繰返し法による積分操作によって，順次近似解の精度を上げる方法である。著者はこの方法を用いて，種々の周期解すなわち外力周波数と同一周波数成分が優勢に現われる基本調波解，およびその高調波解，分数調波解を求めた。なおこの分数調波解には2/3次，3/5次等の高調波成分の顕著に現われる分数調波解も含まれている。

(2) 上記の調波解析法を用いて求めた周期解には，不安定で実際には持続し得ないものも含まれるので，周期解に対する安定判別を行ない，実在する安定な解を決定することが必要である。このために著者が用いた方法は，周期解よりの微小変化の満足する変分方程式を解くことにより安定度を判別するものであって，この変分方程式は時間の周期関数を係数に持つ線形微分方程式となる。その解の特性指数を求めることによって，安定条件が導かれる。この方法は従来の線形の系に対する安定判別法と異なり，周期解とは異なる周波数成分を持つ不安定振動の発生を予知することができるので，周波数変換作用を伴なう非線形振動の安定判別には特に有効である。

(3) 鉄心中の磁束を直流によって偏極したリアクトルを持つ直列共振回路に発生する振動について理論的考察を行なった結果，このような非対称系では偶数調波成分を持つ周期解が起り易いことを述べている。このことは後に実験でも確認している。

(4) 第2部の変圧器結合回路に発生する振動を記述する微分方程式は2階および1階の連立方程式となるが，著者は第1部と同様の方法により，その周期解すなわち基本調波解，分数調波解等を求めている。この場合，第1部の結果と異なる点は，変圧器結合回路では概周期振動も発生することであって，例えば1/2調波と1/3調波の中間に外力周波数と無理数比を持つ周波数成分の振動が持続することがある。著者はこの種の振動に対し，拡張した調波解析法および微分方程式の変換理論によるマッピング法を用いて解析を行ない，概周期振動の姿態を明らかにしている。

(5) 以上第1部，第2部の理論的考察に対し，実際に可飽和鉄心を持つ電気回路を構成して発生する振動を観察し，周期振動および概周期振動の主要周波数成分を分析した結果，それらの振幅特性，周波数特性は前記の解析結果と満足すべき一致を得ている。

以上を要するに，本論文は可飽和鉄心を持つ電気回路に発生する多種多様の振動現象を明らかにしたものである。このような振動が実際に問題となる場合は少くなく，例えば電力系統の回路に発生する異常振動には本論文に取扱った多くの振動が含まれている。著者の研究結果は，これらの複雑な非線形振動を解明したものであり，本研究は単に学術的ばかりでなく，工学的にも寄与するところが少なくない。よって，本論文は工学博士の学位論文として価値あるものと認める。