

同期発電機の脱調現象
に関する解析的研究

昭和55年 1 月

松 木 純 也

同期発電機の脱調現象 に関する解析的研究

昭和55年 1 月

松 木 純 也

DOC
1980
9
電気系

同期発電機の脱調現象に関する解析的研究

内容梗概

本論文は、一機無限大系統を対象に3相同期発電機の脱調現象について論及したものである。すなわち、容量6KVAの突極型同期発電機と模擬送電線路を用いて構成した一機無限大母線系統において、発電機電機子歯頭部に取り付けたさぐりコイルを用いて、脱調時のギャップ磁束密度分布及びその過渡的变化を測定して、同期発電機の脱調現象を実験的並びに理論的に解析し、従来あいまいであった脱調現象を物理的に明確にするとともに、その成果をもとにAVRによる脱調抑制並びに負制動現象について考察したものである。本論文は、緒言、本文5章、結言及び付録とから成る。その概要を以下に記す。

緒言では、本研究の目的とそれを達成するための研究課題と研究方針について述べる。

第1章では、電機子歯頭部に取り付けたさぐりコイルに誘導される誘導電圧を積分して得られる磁束は、ギャップ磁束分布であることを明らかにするとともに、この磁束をもとにして、ギャップ磁束の高調波成分、磁束分布係数、誘導起電力、電機子反作用磁束など、同期発電機の定常状態における諸特性を高い精度で導出することができることを示した。

第2章では、一機無限大母線系統を対象に負荷増大による脱調実験を行い、上記さぐりコイルで測定したギャップ磁束分布をもとに脱調現象を解析して、同期発電機の脱調は、ギャップにおいて界磁磁界と電機子反作用磁界との間に働く力によって回転子に作用する電磁的トルクが、原動機から軸を通して回転子に伝達される機械的トルクとの間に平衡を失って同期はずれに至ることであることを明確に論証するとともに、ギャップ磁束の基本波成分の減少、横軸磁束の減少、電磁的トルク_{の減少}、さらに回転子の加速条件等の組合せで脱調を予知することを明らかにした。

第3章では、有限要素法を用いて、同期発電機の同期運転状態及び脱調時における発電機内の磁束の流れと、電機子と回転子間に働く力の分布を調べ、脱調の様相を視覚的にとらえられることを示した。

第4章では、サイリスタ式AVRを備えた同期発電機の負荷増大による脱調を対象に、ギャップ磁束、界磁電流、電機子電流等の変化に着目して、AVRによる発電機脱調抑制効果について解析した。

第5章では、AVRによる同期発電機の負制動現象について、ギャップ磁束、電流、トルク、回転速度等の測定に基づいて検討し、負制動現象を物理的表現として示した。

結言では、本研究で得られた結果を要約して示している。

目 次

緒 言

第 1 章 さぐりコイルによる定常状態における同期発電機の特性格解析	1
1.1 まえがき	1
1.2 実験用同期発電機等の仕様及びベクトル図	1
1.3 さぐりコイルによる磁束の測定について	6
1.3.1 測定原理	6
1.3.2 ギャップ磁束測定用さぐりコイルの取り付け位置の選定	7
1.3.3 直軸位置の決定	9
1.4 無負荷ギャップ磁束(密度)分布について	10
1.5 ギャップ磁束による同期発電機の特性格解析	12
1.5.1 磁束分布係数	12
1.5.2 誘導起電力の導出	12
1.5.3 飽和による磁気回路各部の透磁率の減少と無負荷飽和特性	13
1.5.4 電機子反作用	17
1.6 むすび	19
第 2 章 ギャップ磁束による同期発電機の脱調現象の解析 (一機無限大系統, AVR なしの場合)	21
2.1 まえがき	21
2.2 脱調に関する実験	21
2.2.1 実験系統	21
2.2.2 測定方法	22
2.2.3 実験の要領	22
2.3 定常運転における負荷増大に伴う各種相差角とギャップ磁束波形および トルクの変化	23
2.3.1 相差角	24
2.3.2 ギャップ磁束波形	24
2.3.3 トルク	28

2.4	負荷増大による同期発電機の脱調現象の解析	29
2.4.1	発電機の出力，端子電圧，電機子電流，界磁電流，相差角など からみた脱調現象について	29
2.4.2	ギャップ磁束の解析結果からみた脱調現象について	33
2.4.3	非同期状態における $\phi_q - \phi_d$ 軌跡	36
2.5	むすび	37
第3章	有限要素法による同期発電機の脱調現象の解析	40
3.1	まえがき	40
3.2	有限要素法の同期発電機の磁束分布及びトルクの計算への適用	40
3.2.1	有限要素法による磁束分布の計算法	40
3.2.2	回転子に働くトルクの計算法	44
3.3	定常運転における磁束分布及びトルクの解析	49
3.3.1	無負荷時の磁束分布及びトルクについて	49
3.3.2	磁束分布及びトルクからみた同期運転状態の考察	51
3.3.3	負荷増加時の磁束分布及びトルクの変化	53
3.4	磁束分布及びトルクの計算結果に基づく脱調現象の解析	55
3.4.1	脱調過程における磁力線の消滅と生成	55
3.4.2	脱調点	62
3.4.3	非同期状態	62
3.5	むすび	63
第4章	AVRによる同期発電機の脱調抑制効果の解析	65
4.1	まえがき	65
4.2	励磁制御系の概要及び動態安定度限界曲線	65
4.2.1	励磁制御系の概要	65
4.2.2	一機無限大模擬システムにおける動態安定度限界曲線	67
4.3	発電機界磁電流と安定度の関係	69
4.4	AVRによる発電機の安定度向上に関する解析的考察	73
4.4.1	AVRによる脱調抑制効果について	73
4.4.2	脱調時の様相について	76
4.5	むすび	79
第5章	AVRによる同期発電機の負制動現象の解析	80

5.1	まえがき	80
5.2	同期発電機の乱調及びAVRによる負制動現象について	80
5.3	AVRによる発電機の負制動現象とそれによる脱調に関する解析	81
5.3.1	定常運転時のギャップ磁束等の変化	81
5.3.2	振動発生, 持続振動, 及び脱調の解析	82
5.4	同期化トルク係数と制動トルク係数の計算によるAVR効果の考察	102
5.5	非同期状態における $\phi_q - \phi_d$ 軌跡(AVRありの場合)	106
5.6	むすび	107
	結 言	108
	主要記号表	110
	謝 辞	111
	付 録	112
	参考文献	131

緒 言

わが国の電力需要は、近代化された産業の発展と国民生活の向上に伴って増加し、それに対応して同期発電機は大容量化し、かつ電力系統は500 K V送電線を幹線とする大規模系統へ拡大してきているし、今後ますます拡大化することが予想されている。かかる大規模電力系統を安定に運用するための主要課題の一つに安定度がある。

この安定度に関する課題のうち(1) 500機程度の規模をもつ系統に対する安定度解析手法の開発、(2) 効果的な系統安定化対策等の研究を、電気協同研究会主催の系統安定化専門委員会で行ない、その成果を昭和54年1月に報告書¹⁾としてまとめた。この報告書における解析手法はParkの基本式をもとに、制御系の動作を考慮し、系統内の発電機回転子間の相差角を対象として詳細に検討したものであり、その成果は高く評価される。しかしながらこの解析手法で安定度解析のすべてが解決されたのではなく、多くの問題を今後の研究課題として残している。特に解析手法における物理的意味の把握が十分でない点があげられる。

すなわち、安定度は、発電機をブラックボックスとして相差角 δ を対象に、Parkの式をもとに制御理論を適用した固有値問題として取扱っているが、その解析結果は必ずしも実系統の不安定現象と合致していないことが最近とみに指摘されるようになってきている。この理由は、ブラックボックスによる数式表現が、発電機の振舞を物理的に十分に表わしていないためである。したがって、近年重視されているAVRによる安定度向上効果についても、試験に依存しているのが実状である。

元来、電力系統の安定度は、系統に並列されている同期発電機の脱調、すなわち、発電機の回転子と電機子間のギャップにおける界磁磁界と電機子反作用磁界との間に働く力によって回転子に作用するトルクが原動機から軸を通して回転子に伝達されるトルクとの間に平衡を失い、同期外れに至ることに依存する。この現象の解析は容易でないため、筆者が行った脱調解析、すなわち、脱調前から脱調に至る間の発電機内部のギャップ磁束の振舞と安定度との関連を明確に記述した論文は見当たらない。

かくて筆者は、容量6 KVAの突極型の3相同期発電機1台と模擬送電線路とを用いて一機無限大母線系統を構成し、負荷増大による脱調実験を行ない、その時のギャップ磁束を電機子歯頭部に取り付けたさぐりコイルにより測定し、その結果を用いて脱調現象を解析した。

本研究の研究課題は以下のものである。

- (1) 発電機の電機子歯頭部に取り付けたさぐりコイルによるギャップ磁束測定
- (2) ギャップ磁束をもとに、一機無限大系統における同期発電機の脱調現象の解析
- (3) 有限要素法による、発電機脱調前後の磁気回路全体の磁束の流れ及び回転子に働く力等の算出と、それによる脱調の解析
- (4) ギャップ磁束をもとに、AVRの脱調抑制効果並びに負制動現象の解析

第1章 さぐりコイルによる定常状態における 同期発電機の特性解析²⁾

1.1 まえがき

同期機のギャップ磁束分布を正確に求めることは、設計上は勿論、同期機、さらには電力系統の解析上、重要である。1920年代に、Wiese³⁾らによって、突極形同期機の磁束分布を求めるための図示的方法が考案されて以来、この方法は同期機の設計や特性解析において多年にわたり用いられている。

近年は、電力系統の規模拡大に伴う同期機の大容量化から、同期機の特性をより正確に把握することが重要となり、磁気飽和をも考慮したギャップ磁束分布等を有限要素法や差分法で求める研究^{4),5)}が盛んになっている。

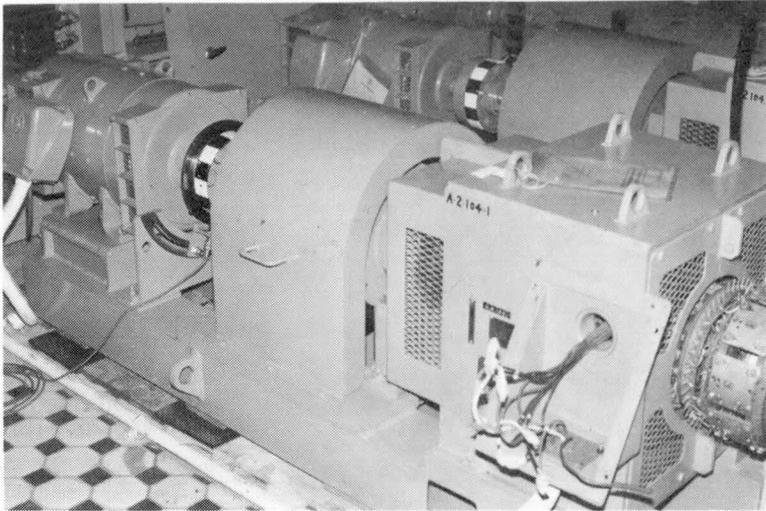
かかるソフトウェアによる同期機のギャップ磁束分布等の研究に対し、本研究は、電機子歯頭部に取り付けたさぐりコイルに誘導される誘導電圧を積分して得られる磁束(以下、この磁束をさぐりコイルによる磁束と呼ぶ)はギャップ磁束分布であることを明らかにするとともに、この磁束をもとにして、ギャップ磁束の高調波成分、誘導起電力、磁束分布係数、電機子反作用磁束などを、高い精度で導出することができた。従来、これらの同期機の特性を解析的に求めることは容易なことではなかった。

以下、測定原理とさぐりコイルの取り付け位置など測定に関する事項と、さぐりコイルによる磁束はギャップ磁束(密度)分布であること、およびこの磁束をもとに上記諸特性の導出について述べる。

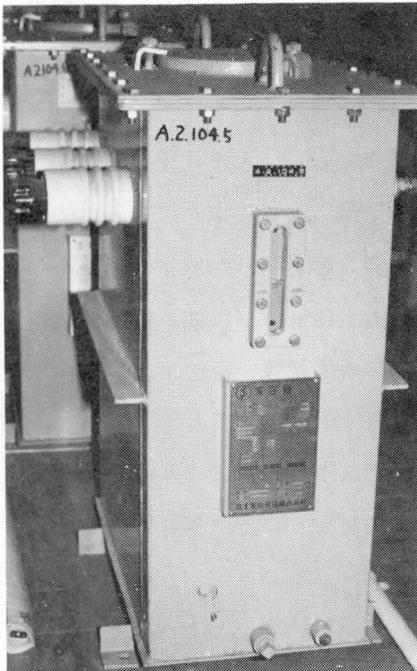
1.2 実験用同期発電機等の仕様及びベクトル図

実験に用いた3相同期発電機、駆動用直流電動機、負荷装置、変圧器、模擬送電線路、補助リアクトル等模擬電力系統の外観写真を図1.1に示す。以下にそれらの概要を述べる(詳細は付録第1章参照)。

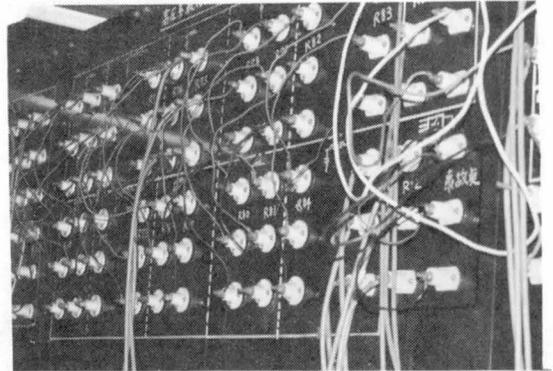
供試同期発電機は、154KV系統を対象にした模擬電力系統の発電機で、154KV系統における同期発電機13MVAに相当したものとして製作した4極回転界磁型突極機で、その定格容量6KVA、定格電圧220V、定格電流15.7A、定格力率0.9、定格回転速度1800rpm、単位



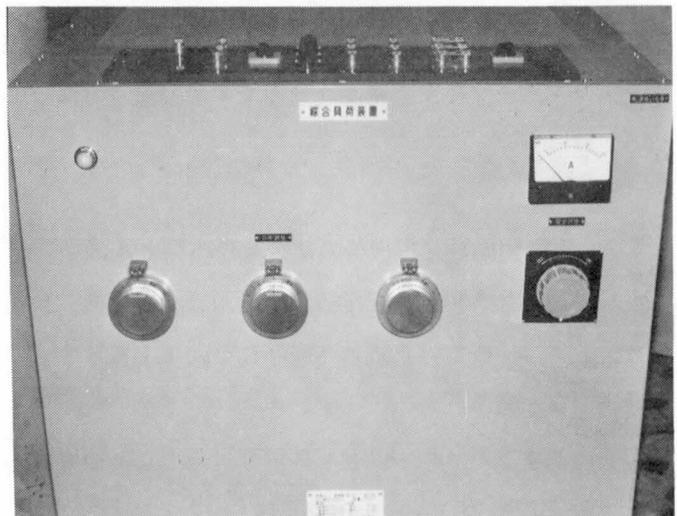
(3 相同期発電機 (手前) と駆動用直流電動機)



(変圧器)



(模擬送電線路)



(負荷装置)

図 1.1
実験用同期発電機等
の外観写真

慣性定数 3sec, 制動巻線付きである。駆動用原動機には他励式直流電動機 (定格容量 15KW) を用いている。

負荷装置は 3 相で, 定格容量 6 KVA, 定格電圧 220 V, 定格電流 15 A で, 力率は進み, 遅れとも 0.1 から 0.98 まで連続的に変えられ, 電流一定力率可変および力率一定電流可変の機能を持っている。

模擬送電線路は, 3,300 V の平行 2 回線である。

同期発電機の電機子巻線は, 図 1.2 に示すように, 3 相星形結線で, 2 層重ね巻, 分布巻, 短節巻である。毎極毎相当りのスロット数は 3 (= 36/4 極/3 相) で, 整数みぞ巻である。分布巻係数 $K_{dk} (= \sin(k\pi/6)/\{3\sin(k\pi/18)\})$, k : 高調波の次数, 短節巻係数 $K_{pk} (= \sin(8k\pi/18))$, コイルピッチ: 8/9, 斜めスロット係数 $K_{sk} (= \sin(k\theta/2)/(k\theta/2))$, $\theta = 20^\circ$ である。 K_{dk} , K_{pk} , K_{sk} および $K_k (= K_{dk} \times K_{pk} \times K_{sk})$ の計算値を, 表 1.1 に示す。この結果, 巻線係数 K_k は, 基本波成分に対し 0.94, 第 3 高調波成分に対し 0.55, 第 5 高調波成分に対し 0.12, 第 7 高調波成分に対し 0.05, ……である。

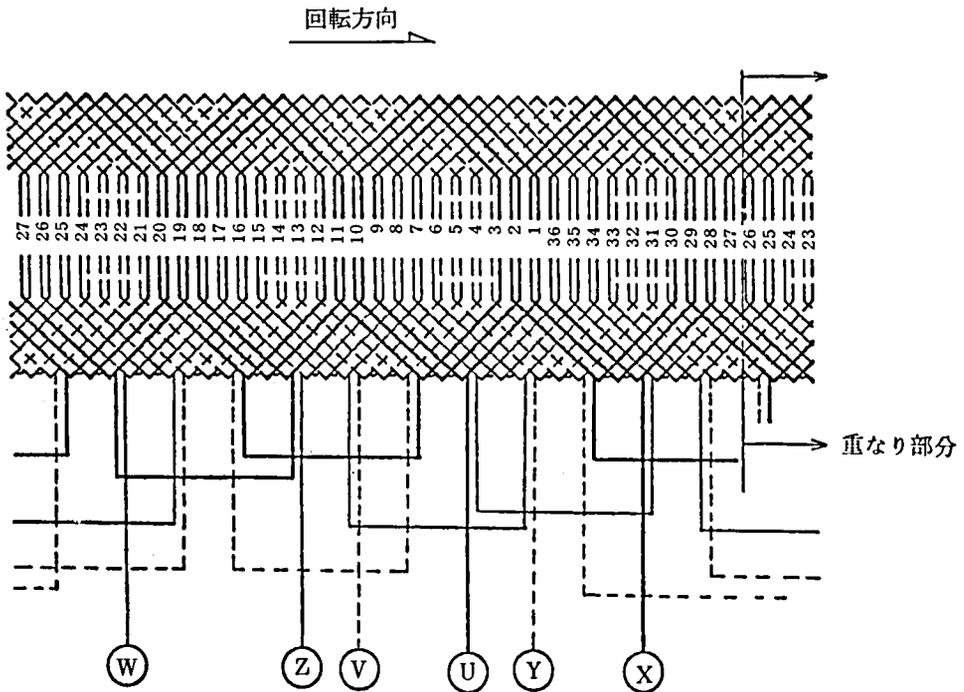


図 1.2 供試発電機の電機子巻線図

同期発電機には、回転子及び固定子各部に磁束測定用のさぐりコイルを巻き込んでいる。今回の測定に用いた固定子のさぐりコイルは、図 1.3 に示す位置に配置している。すなわち、1組の歯とスロットに対して7箇所なさぐりコイルが巻かれ（番号1から7まで）、歯とスロットの各部分の磁束変化が測定できるようになっている。これらを1組とし、これと同じものが、図 1.3 に示すように電気角で 20° 間隔で8組配置されている（全部で56箇のさぐりコイル）。さぐりコイルの巻回数は各3回である。

表 1.1 巻線係数の値

k	K_{dk}	K_{pk}	K_{sk}	K_k
1	0.96	0.98	0.99	0.94
3	0.67	0.87	0.95	0.55
5	0.22	0.64	0.88	0.12
7	0.18	0.34	0.77	0.05

但し、 K_{dk} :分布巻係数、 K_{pk} :短節巻係数、 K_{sk} :斜めスロット係数、 K_k :巻線係数、k:高調波の次数

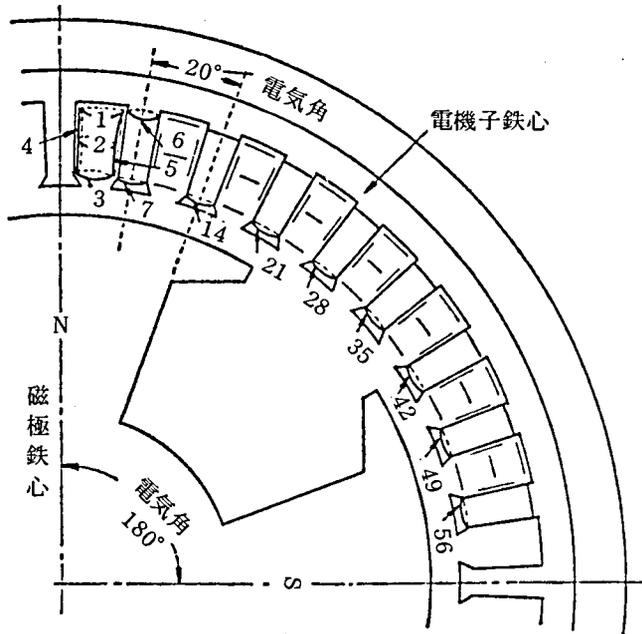


図 1.3 さぐりコイルの位置

図 1.4 は同期発電機のベクトル図を示したものである。同図中に、本研究で用いる記号を述べている。なお、本研究では電機子巻線及び線路の抵抗分、突極性は無視している。

1.3 さぐりコイルによる磁束の測定について

本節では、さぐりコイルを用いた磁束測定の原理、ギャップ磁束測定用さぐりコイルの取り付け位置の選定、及び直軸位置の決定方法を述べる。

1.3.1 測定原理

同期発電機を無負荷、定格速度で回転し、界磁電流を流すと、界磁起磁力が発生してそのギャップには、界磁磁束 $\dot{\phi}_f$ が界磁磁極の回転と一緒に同期速度で回転する。また負荷時には、電機子電流が作る電機子反作用磁束 $\dot{\phi}_a$ が力率で決まる位相差をもって同期速度で回転する。この磁束 $\dot{\phi}_a$ は、界磁磁束 $\dot{\phi}_f$ の流れる方向とは逆向きに流れるので、ギャップには $\dot{\phi}_f$ と $\dot{\phi}_a$ の和の磁束 $\dot{\phi}$ が存在する。この磁束をギャップ磁束という。これら3磁束のほかにも漏れ磁束として、界磁漏れ磁束、スロット漏れ磁束、歯端部漏れ磁束、コイル端部漏れ磁束などがある。これらの漏れ磁束は、直接には同期発電機の脱調に関与しない。

図 1.3 に示す電機子に取り付けたさぐりコイルの誘導電圧 e_i は次式で表わされる。

$$e_i = -N_i (d\phi_i/dt) \quad (1.1)$$

但し、 i はさぐりコイルの番号、 N_i はさぐりコイルの巻回数、 ϕ_i はさぐりコイル i に鎖交する磁束である。

この誘導電圧 e_i から次式により各さぐりコイルに鎖交する磁束 ϕ_i が求められる。

$$\phi_i = -(1/N_i) \int e_i dt \quad (1.2)$$

図 1.3 のさぐりコイルのうち、いずれのコイルを用いればギャップ磁束 $\dot{\phi}$ を測定することができるかについては、次節で詳しく検討する。

磁束の測定およびデータ処理は以下のように行う。すなわち、さぐりコイルの誘導電圧波形をデジタル・レコーダ(最小感度 ± 100 [mV], 分解能 0.4%, D. C. 増巾器により最小感度は 100 倍となる)により、0.1 msec. の一定間隔でサンプリングして記録する。そのデータを紙テープ出力として取り出し、これをカードに変換して電子計算機に入力し数値積分して磁束波形を求める。これを XY プロッタで描かせて、さぐりコイルに鎖交する磁束波形や電機子反作用磁束を視覚的に把握できるようにした。サンプリング定理から明らかなように 5 KHz の周波数成分まで再現でき、さぐりコイルによる磁束に含まれる高調波成分が第 7 調波以上は極めて少ないので、十分な精度をもって磁束分布波形を再現することができる。

なお、さぐりコイルに流れる電流は $1 \mu\text{A}$ 以下の微小電流であるので、この電流による磁束が、 $\dot{\phi}_f$, $\dot{\phi}_a$ に与える影響は無視できる。

1.3.2 ギャップ磁束測定用さぐりコイルの取り付け位置の選定

本節では、さぐりコイルによる磁束をもとに同期機の特性を解析するには、どのさぐりコイルを用いるのが適しているかを検討する。

図 1.3 に示す番号 1 から 7 の位置のさぐりコイルによって、次のような磁束が測定される。

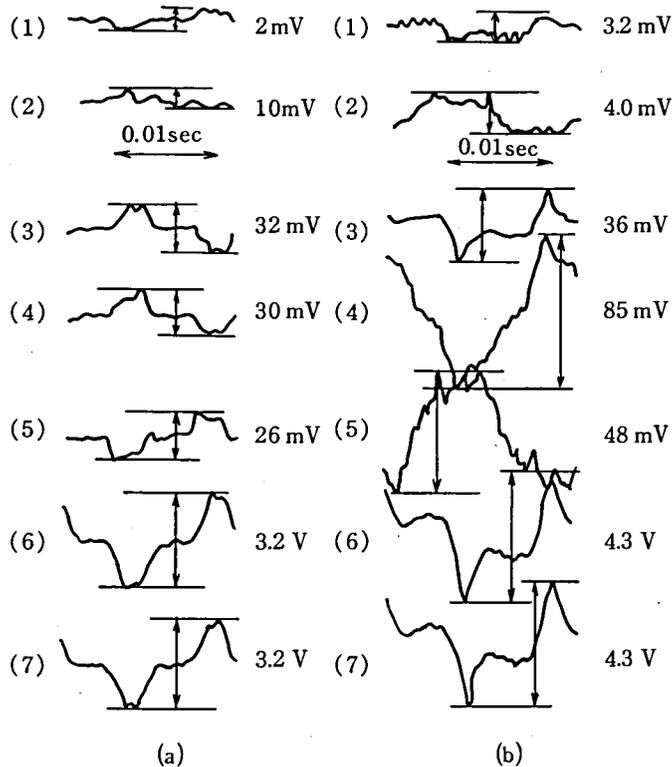
- (1) 番号 1, 2, 3 のさぐりコイルでは、スロット漏れ磁束のうちスロット内部を上下に貫通する磁束が測定される。
- (2) 番号 4, 5 のさぐりコイルでは、スロット漏れ磁束のうちスロットの壁を通過する磁束が測定される。
- (3) 番号 6, 7 のさぐりコイルでは、歯鉄心内部を通過する磁束が測定される。

いま、発電機を、無負荷、定格速度で回転し、無負荷定格電圧を発生するに要する界磁電流 3.23 [A] を流した時、上記のさぐりコイルに誘導される電圧を図 1.5 (a) に示す。同図(1)から(5)までに示す誘導電圧からわかるように、スロット入口の磁束 (3) は殆どがスロットの壁を通過して歯鉄心に入り (4), (5), スロットの深さ方向に貫通する磁束は極めて少ない ((1), (2))。また、これらの誘導電圧と同図(6), (7)の誘導電圧を比較することによって、スロットを通る磁束は、歯鉄心内部を通る磁束の約 1% であることがわかる。すなわち、無負荷時のギャップ磁束は殆どが電機子鉄心歯頭部を通る磁束である。

次に、負荷電流 10 A を流した時の各さぐりコイルの誘導電圧を図 1.5 (b) に示す。同図(1)から(5)までに示す誘導電圧と同図(6)及び(7)の誘導電圧を比較すると明らかなように、無負荷時と同様、スロットを通る磁束は、歯鉄心内部を通る磁束の約 1~2% であって、ギャップ磁束は殆どが歯鉄心内部を通ることがわかる。なお、同図(4)及び(5)の誘導電圧からわかるように、スロットの壁を通る磁束は、無負荷時よりも増加している。この磁束は電機子コイル漏れ磁束の一部であり、その大きさは負荷電流の大きさと力率に依存する。したがって、この磁束の測定から電機子コイル漏れリアクタンスについて検討することができるが、先述のように同期発電機の脱調に直接には関与しないため、本研究では取り扱わない。

また、図 1.5 (a) 及び (b) において、(6) と (7) の誘導電圧を比べるとわかるように、電機子歯の底部と頭部を通る磁束量は殆ど同じである。

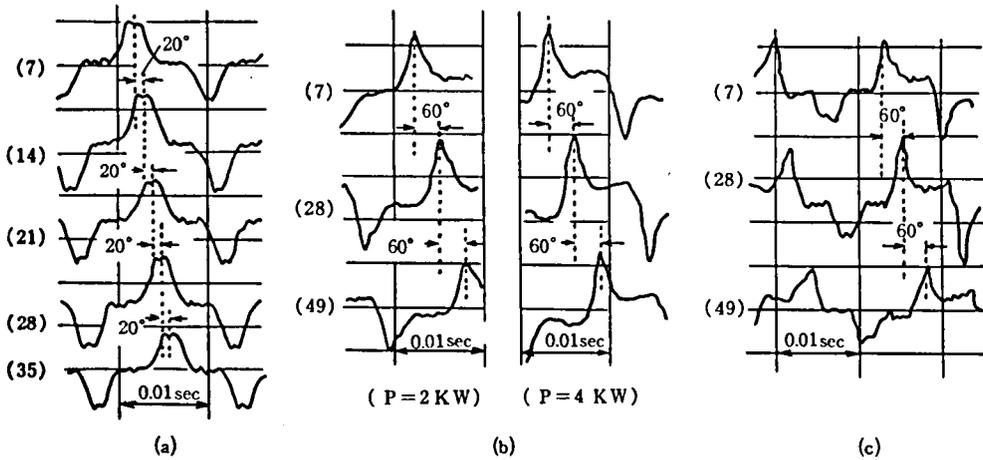
以上の考察の結果、ギャップ磁束を測定するさぐりコイルの位置としては、電機子歯頭部が、ギャップに最も近く、電機子コイル漏れ磁束を除く電機子コイルに鎖交するギャップ磁束を把握するのに適している。



(a) 無負荷, 定格回転速度, 界磁電流 3.23 A
 (b) 定格回転速度, 界磁電流 3.23 A, 負荷電流 10 A, 力率 1.0

図 1.5 番号1から7のさぐりコイルに誘導する電圧

次に、上記の無負荷運転状態で、電機子歯頭部に巻いた各さぐりコイル（図 1.3 の番号 7, 14, 21, 28, 35 のさぐりコイル）の誘導電圧を同時測定したのが、図 1.6 (a) である。また、節 1.2 で述べた仕様の同期発電機を用いて、1 機無限大系統とし、発電機の出力を、徐々に増加したとき、定常状態における番号 7, 28, 49 のさぐりコイルの誘導電圧を同図 (b) に、さらに出力を増加して脱調させた時、これらさぐりコイルに誘導する電圧を同図 (c) に示す。いずれの状態においても、各さぐりコイルの誘導電圧波形は等しく、かつ、位相差は電気角で 20° または 60° であって、さぐりコイルの取付け間隔に等しい。したがって、定常状態および過渡状態とも、ギャップ磁束測定は、上記のさぐりコイルをすべて対象とする必要はなく、いずれか 1 個のさぐりコイルで代表させることができる。本研究では、番号 7 のさぐりコイルを用いた。



(a) 無負荷, 定格回転速度, 界磁電流 3.23 A
 (b) 1機無限大系統で発電機出力 P を変えた場合
 (c) 1機無限大系統で発電機が脱調した場合

図 1.6 電機子歯頭部の各さぐりコイル誘導電圧波形と位相関係

1.3.3 直軸位置の決定

さぐりコイルによる磁束波形から発電機特性の解析, すなわち, 界磁電流の変化に伴うギャップ磁束分布, 負荷力率に対する電機子反作用磁束, および直軸磁束, 横軸磁束等を解析するには, 位相の基準として直軸位置を正確に定めておく必要がある。そこで, 図 1.7 に示すように,

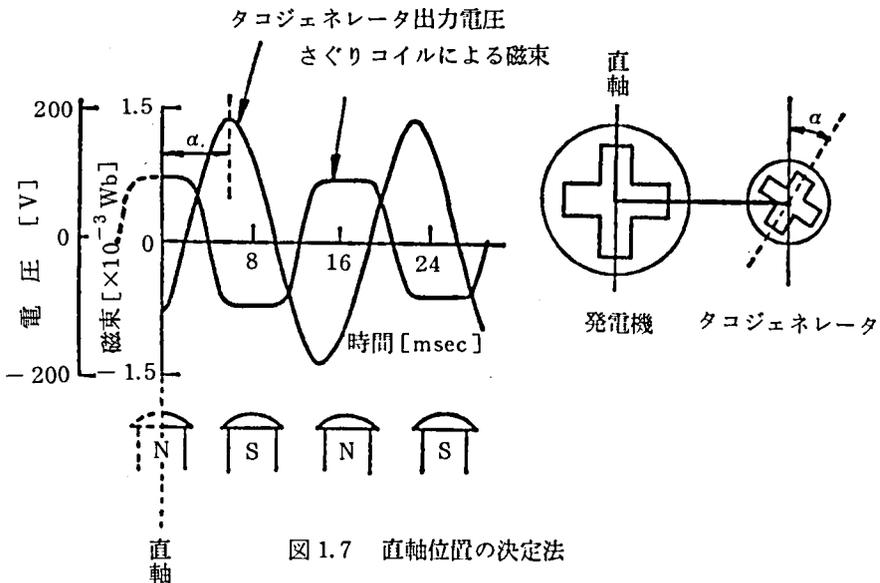


図 1.7 直軸位置の決定法

無負荷時のさぐりコイルによる磁束波形(図 1.8 も参照)から直軸位置がわかるので、タコジェネレータ(3相交流発電機)出力電圧を常に同時に記録し、これを媒介として、任意の負荷時の直軸位置を定めた。

1.4 無負荷ギャップ磁束(密度)分布について

本節では、さぐりコイルによる磁束波形はギャップ磁束(密度)分布であることを解析的に明らかにする。

発電機を無負荷、定格速度で運転し、界磁電流 3.23 [A] を流した時、番号7のさぐりコイルに誘起する誘導電圧波形は図 1.8 (a)、これを数値積分した磁束波形は同図(b)である。このさぐりコイルによる磁束波形は台形状で、この波形をフーリエ解析すると、基本波成分に対して、第2高調波成分は 1.0%、第3高調波成分は 18.3%、第4高調波成分は 0.4%、第5高調波成分は 2.5%、第6高調波成分は 0.1%、第7高調波成分は 0.6%、…である。界磁極の軸に対して電機子鉄心、ギャップのパーミアンスが対称であるので偶数調波成分はほとんど無視される程度であり、第7高調波以上の高次高調波成分は小さく無視される。したがって、さぐりコイルによる磁束波形は、基本波成分と第3高調波成分が主体である。このさぐりコイルによる磁束波形が、ギャップ磁束(密度)分布であることを以下に述べる。

無負荷、同期速度 ω_0 で回転する同期発電機において、界磁極の軸を原点とし、原点から x

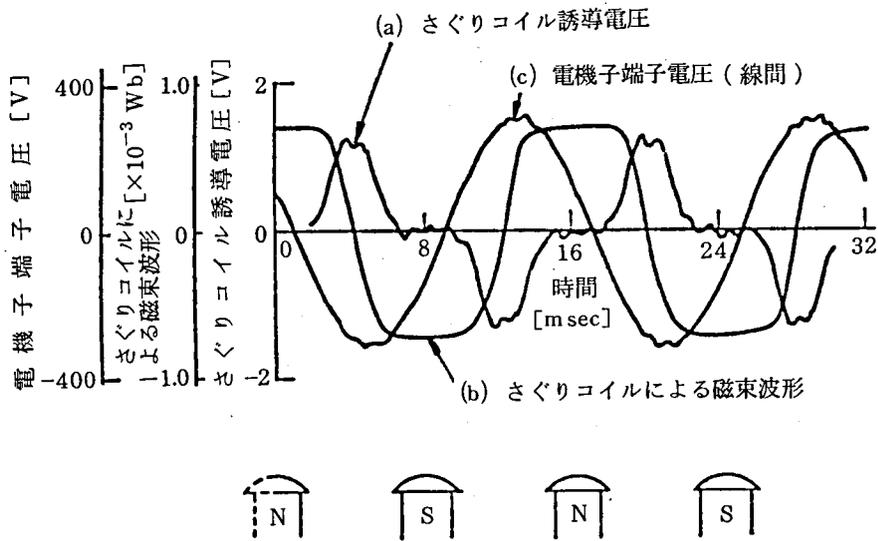


図 1.8 無負荷時の(a)さぐりコイル誘導電圧, (b)さぐりコイルによる磁束波形
(c)電機子端子電圧

点のギャップ磁束密度分布Bは、次式で表わされる。

$$B = \sum_{k=1}^{\infty} B_k \cos \left\{ k \left(\omega_0 t - \frac{\pi}{\tau} x \right) \right\} \quad [\text{Wb/m}^2] \quad (1.3)$$

但し、kは高調波次数、 τ は極ピッチで0.216 [m]

さぐりコイルに鎖交する全磁束 ϕ は、次式である。

$$\phi = \int_{-\frac{\delta}{2}}^{\frac{\delta}{2}} Nl B dx = Nl \sum_{k=1}^{\infty} \left[\left\{ \frac{2\tau}{k\pi} \cdot \sin \left(\frac{k\pi}{2\tau} \delta \right) \right\} B_k \cos k \omega_0 t \right] \quad [\text{Wb}] \quad (1.4)$$

但し、Nはさぐりコイルの巻回数で3回、lはさぐりコイルの軸方向の長さで0.13 [m]、 δ はさぐりコイル幅で0.0058 [m]。

なお、斜めスロットの影響は小さく誤差の範囲であるので無視する(表1.1参照)。

一方、 ϕ はさぐりコイルの誘導電圧eから求まり、

$$\phi = - \int e dt \equiv \sum_{k=1}^{\infty} \phi_k \cos k \omega_0 t \quad [\text{Wb}] \quad (1.5)$$

(1.4)式と(1.5)式は等しいので次式が得られる。

$$B_k = \phi_k / \left\{ Nl \cdot \frac{2\tau}{k\pi} \cdot \sin \left(\frac{k\pi}{2\tau} \delta \right) \right\} \quad (k = 1, 2, \dots) \quad (1.6)$$

したがって、さぐりコイルによる磁束 ϕ をフーリエ解析し、各高調波成分 ϕ_k を求めて(1.6)式に代入し、得られた B_k を(1.3)式に代入すると、ギャップ磁束密度分布Bが求められる。

すなわち、図1.8(b)の磁束波形の ϕ_k の値と、これを(1.6)式に代入して求めたギャップ磁束密度分布の B_k の値(奇数次高調波成分のみ)を表1.2に示す。この表から明らかなように、波形に含まれる高調波成分は両波形において極めてよく一致している。したがって、さぐりコイルによる磁束「波形」(図1.8(b))は、無負荷時のギャップ磁束密度「分布」を表わしていることになる。したがって、図1.8(b)のさぐりコイルによる磁束波形は、それに対応した位置に磁極があるとしての空間的ギャップ磁束密度分布であるとみなすことができる。

表1.2 さぐりコイルによる磁束 ϕ とギャップ磁束密度分布Bの各奇数次高調波成分の比較

高調波の 次数 k	1	3	5	7	基本波に対する比率 [%]		
					3	5	7
$\phi_k [\times 10^{-3} \text{Wb}]$	2.511	0.459	0.063	0.015	18.28	2.51	0.60
$B_k [\text{Wb/m}^2]$	1.110	0.203	0.028	0.007	18.29	2.52	0.63

なお、さぐりコイルは、ある幅を持っているので、高調波に対する平滑化の効果があり、幅が大きい程、高調波を少な目に評価する。したがって、さぐりコイルの幅は小さい方が良いが、実用機を対象とする場合、安全の点から、最小の幅は電機子歯頭鉄心部の幅となる。供試機の場合の δ/τ (δ : さぐりコイルの幅, τ : 極ピッチ) は 0.0269 で、ギャップ磁束密度分布 B の第 3 高調波の基本波に対する比は、99.8% に、第 5 高調波では、99.3% に減少し、さぐりコイルで測定される磁束 ϕ となる。この減少は小さいので、上述のように、さぐりコイルによる磁束を、ギャップ磁束密度分布であるとみなすことができる。しかし、さぐりコイルの幅が大きいと、誤差が大きくなるので、この場合は、厳密に、(1.6) 式および (1.3) 式を用いて、ギャップ磁束密度分布を計算しなければならない。

なお、さぐりコイルによる測定においては、ギャップ磁束の脈動を与える電機子スロットの影響は扱えられない。

1.5 ギャップ磁束による同期発電機の特性解析

本節では、さぐりコイルで測定されるギャップ磁束を用いて、磁束分布係数、誘導起電力、無負荷飽和特性、及び電機子反作用について導出・解析する。

1.5.1 磁束分布係数

図 1.8 (b) の磁束分布は、節 1.4 で述べたように無負荷ギャップ磁束 (密度) 分布であるので、この磁束分布の面積と、この磁束分布から求めた基本波磁束の面積との比から磁束分布係数が求められる。その結果は 0.95 である。

1.5.2 誘導起電力の導出

上記のさぐりコイルによる磁束波形に節 1.2 で述べた巻線係数 K を乗じれば、基本波成分に対して、第 3 高調波成分は 10.7% に、第 5 高調波成分は 0.3% に、第 7 高調波成分は 0.03% にそれぞれ減少し、さらに第 3 高調波成分は 3 相星形結線のため線間にはあられず、結局図 1.8 (c) に示される完全な正弦波に近い誘導起電力波形がえられる。

この起電力の実効値 E は、次式で与えられる。

$$E = \sqrt{3} \cdot 4.44 \cdot K \cdot w \cdot f \cdot \phi_T \quad (1.7)$$

但し、 K は巻線係数で 0.94、 w は 1 相の直列コイル数で 96 ターン、 f は周波数で 60Hz、 ϕ_T は 1 極の全磁束 (基本波成分) [Wb] 。

ここで ϕ_T は次のようにして求める。すなわち、極間隔内の電機子コイルに鎖交する磁束 ϕ_T は、その間隔内の 9 つの歯を通る磁束と 9 つのスロットを通る磁束の総和である。歯を通る磁

束はさぐりコイルにより測定される。また、さぐりコイルによる磁束波形は、ギャップにおける空間的な磁束分布を表わしているから、その基本波成分のみを考えると、9つの歯における磁束分布は、図 1.9 に示すような正弦波分布をなしている。スロットを通る磁束は、節 1.3.2 で検討したように歯を通る磁束の約 1% である。かくて、図 1.9 の斜線部分の面積に鉄心長を乗じたものが ϕ_T である。

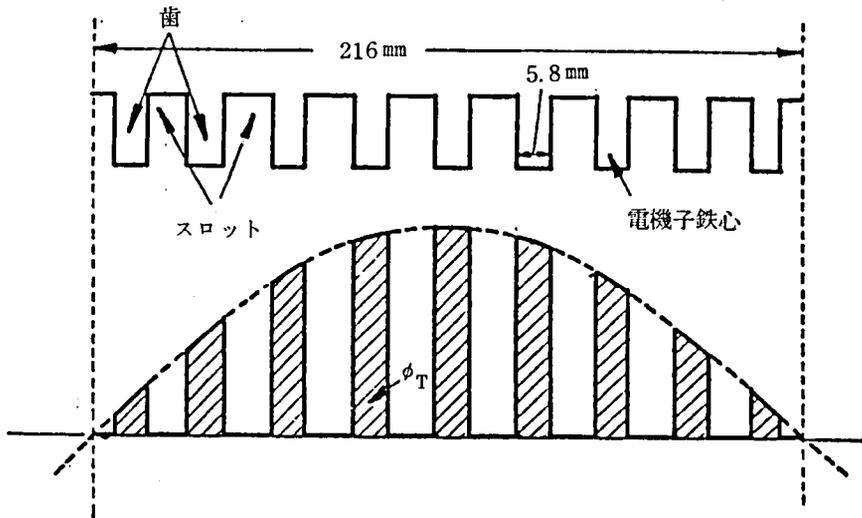


図 1.9 極間隔内の電機子巻線に鎖交する基本波成分全磁束

以上のように ϕ_T はさぐりコイルによって測定されるが、これ以外に電機子端子に電圧を誘導する有効磁束として、電機子コイルの鉄心端面の磁束を無視できない。そこで、電機子の曲率、電機子のスロットおよびギャップの軸方向における広がりの影響を無視し、また鉄の透磁率を ∞ として、端面の磁束を計算すると、⁶⁾ 実験機の場合、電機子および磁極の軸方向の長さが等しいので、 ϕ_T の約 5% 増となる。実際はギャップの広がりは無視できないので、これを考慮して、結局、電機子コイルに鎖交する全有効磁束は、 ϕ_T に、端面磁束の補正係数 1.04 を乗じたもので与えられると考える。これを、(1.7) 式に代入すれば、誘導起電力が求められる。計算結果を表 1.3 に示す。電機子端子における測定値とよく一致するので、さぐりコイルによる磁束からも誘導起電力が求められる。

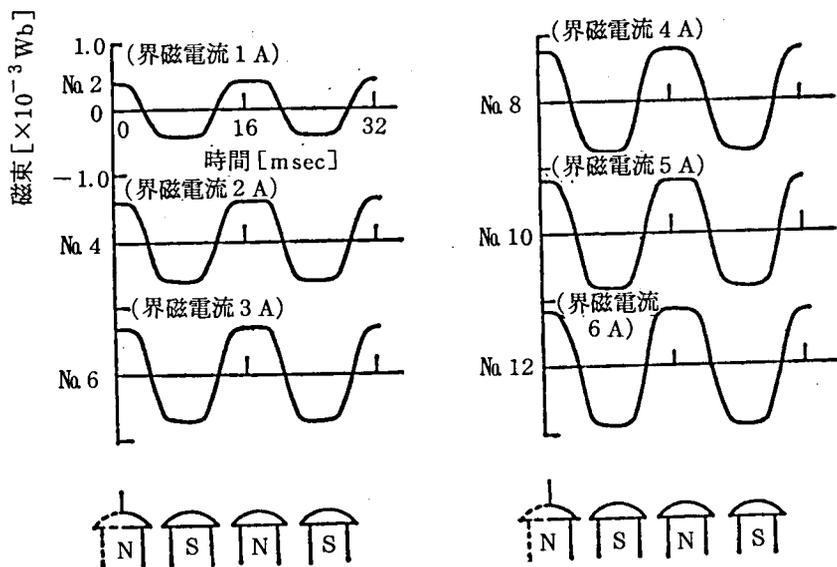
1.5.3 飽和による磁気回路各部の透磁率の減少と無負荷飽和特性

無負荷、定格速度運転において、界磁電流 I_f を次第に増加したときのさぐりコイルによる磁束波形の変化を図 1.10 に、そのフーリエ解析結果を表 1.4 に示す。

さぐりコイルによる磁束をさぐりコイルの断面積で割れば、歯の磁束密度が求まる。これを

表 1.3 無負荷誘導起電力（磁束から求めた値と測定値との比較）

界磁電流 [A]	磁束から求めた値 [V]	測定値 [V]
0.5	64	65
1.0	125	128
1.5	163	164
2.0	186	185
2.5	201	203
3.0	214	215
3.5	227	225
4.0	232	234
4.5	244	242
5.0	250	249
5.5	257	257
6.0	262	264



(各No.は表 1.4 のNo.に対応する。)

図 1.10 界磁電流を変えたときのさぐり
コイル磁束波形の変化

表 1.4 無負荷時のさぐりコイル磁束波形のフーリエ解析結果

No	界磁電流 [A]	基本波成分 [$\times 10^{-3}$ Wb]	高調波成分/基本波成分 [%]			
			第 3	第 5	第 7	第 2
1	0.5	0.25	19.1	2.6	0.7	1.5
2	1.0	0.49	17.8	2.1	0.8	1.8
3	1.5	0.64	17.9	2.3	0.7	1.2
4	2.0	0.73	17.7	2.1	0.8	1.3
5	2.5	0.79	18.0	2.3	0.7	1.0
6	3.0	0.84	17.8	2.2	0.6	1.1
7	3.5	0.89	17.7	2.1	0.8	1.2
8	4.0	0.91	17.8	2.3	0.7	0.9
9	4.5	0.96	17.6	2.1	0.7	1.1
10	5.0	0.98	17.8	2.3	0.8	1.1
11	5.5	1.01	17.6	2.3	0.7	1.2
12	6.0	1.03	17.7	2.3	0.8	0.9

もとに磁気回路各部の磁束密度が計算できるので、鉄心材料の磁化曲線を用いて各部のアンペア・ターンおよび透磁率が求められる。実験機では電機子鉄心はS-18、磁極鉄心は軟鋼が用いられている。1例として界磁電流が3[A]の場合に、各部のアンペア・ターンを全体を100%としてあらわすと、電機子歯0.2%、電機子鉄心1.5%、磁極4.3%、イスマス部65.2%、ギャップ28.8%である。ギャップの占める割合が多いのは通常の機械と同じであるが、実験機では特にイスマス部の割合を多くして飽和を強めている。

次に、界磁電流の増加に伴い鉄心の磁束密度が増すと、鉄心の透磁率が減少し飽和する。磁気回路各部の透磁率が減少する様子を図1.11に示す。

さて、さぐりコイルによる磁束波形は、図1.10および表1.4から明らかなように、界磁電流の増加によって振幅は増加するが、その波形はほとんど変わらない。したがって、無負荷時の飽和特性は、磁束の基本波成分のみを対象に考察すればよい。

図1.12(a)は、界磁電流による、さぐりコイルによる磁束の基本波成分の変化を、同図(b)は、電機子端子電圧の変化いわゆる無負荷飽和特性を、同図(c)は、(a)、(b)から磁束の基本波成分と端子電圧の関係を求めて示したものである。以上の図から、無負荷時にはさぐりコイルによる磁束の飽和と電機子端子電圧の飽和とは比例関係にあることが明らかである。図1.13は、界磁電流を変えた時の、さぐりコイルによる磁束と電機子端子電圧を同時測定したものである。両者の位相差は、無負荷時は、界磁電流の大きさにかかわらず、したがって飽和の度合いにかかわらず一定であることが明らかである。このような、無負荷時のさぐりコイルによる磁束と

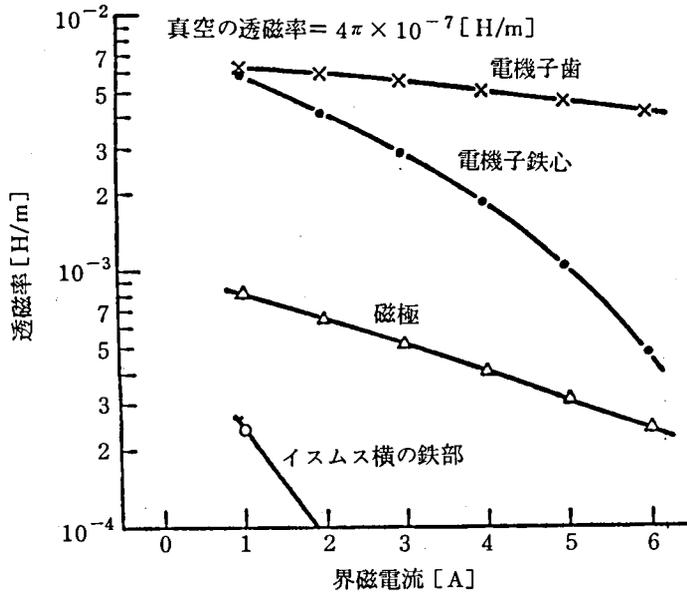
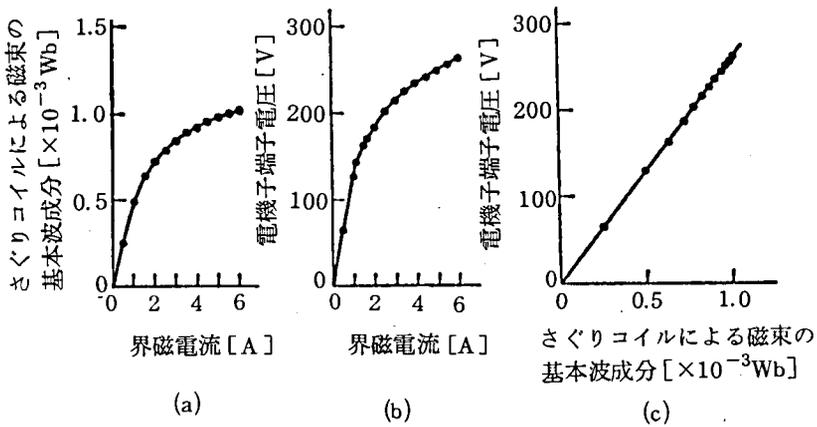


図 1.11 飽和による磁気回路各部の透磁率の減少



- (a) さぐりコイルによる磁束の基本波成分の飽和特性
- (b) 無負荷飽和特性曲線
- (c) さぐりコイルによる磁束の基本波成分と電機子端子電圧

図 1.12 さぐりコイルによる磁束の基本波成分と電機子端子電圧の関係

電機子端子電圧との間の明確な対応関係は、番号7のさぐりコイルに鎖交する磁束が、正しく電機子巻線に鎖交するギャップ磁束を表わしていることを裏付けるものである。

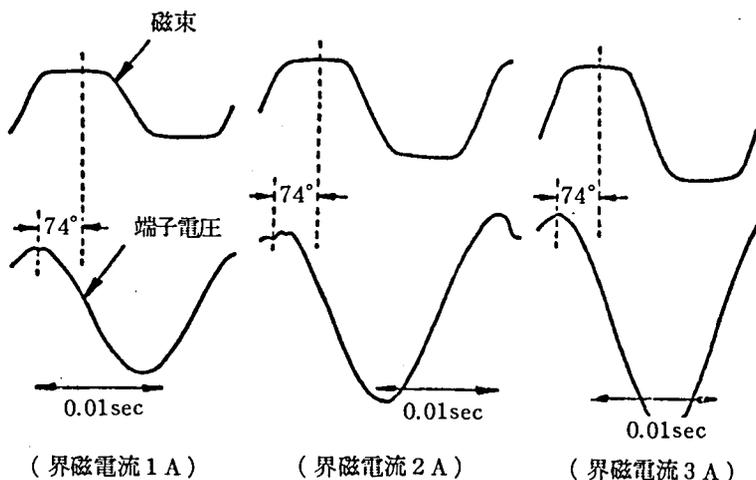


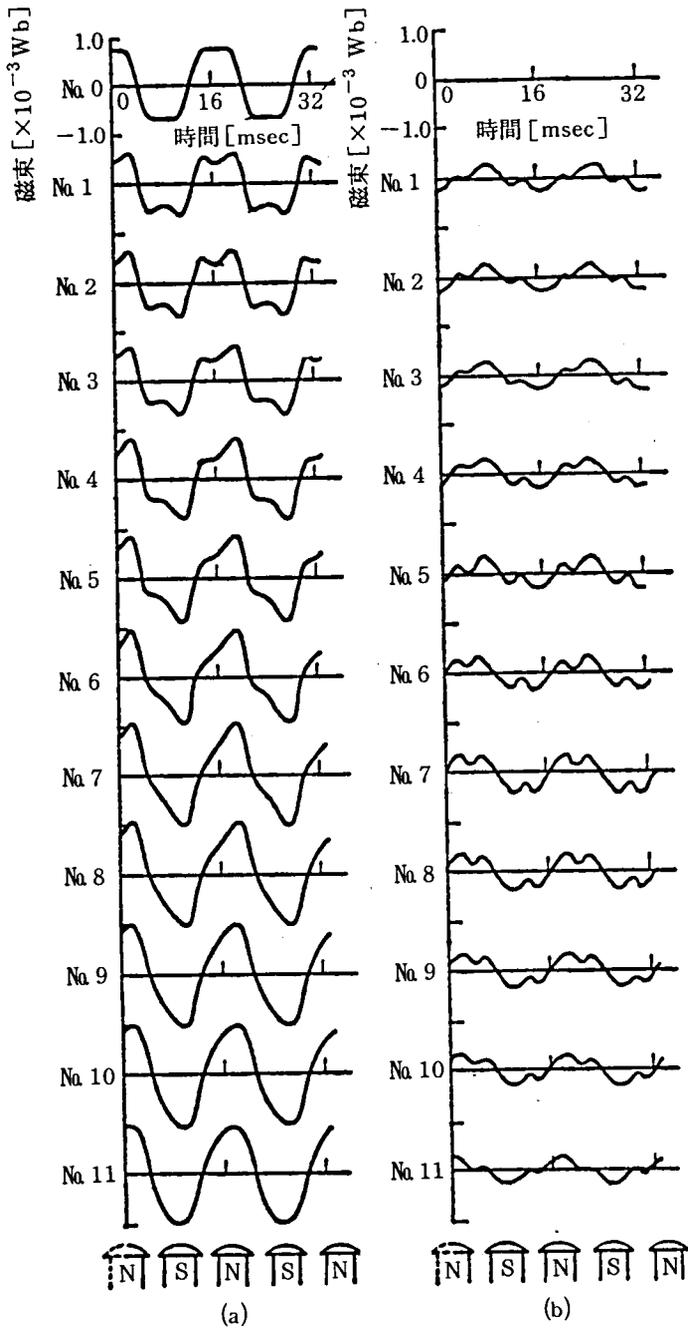
図 1.13 さぐりコイルによる磁束と電機子端子電圧の位相差

1.5.4 電機子反作用

同期機の電機子反作用は、(1) 界磁巻線とその形状、電機子巻線とその形状の相対的關係、(2) 磁気回路のパーミアンス、(3) 界磁電流の大きさ、(4) 電機子電流の大きさ、(5) 負荷力率（注：一般に力率角 φ は電機子端子における電圧と電流との位相差であるが、ここではさらに、次のような力率角 θ を定義する。すなわち、電機子反作用のギャップ磁束に対する振舞は、厳密には公称誘導起電力すなわち直軸位置と電機子電流との位相差 θ （図 1.4 参照）によって正しく説明されるので、力率角 θ を定義する。）によって変る。(1) は発電機の構造から決まる。(2) は鉄心材料と磁気回路、(3)、(4)、(5) は発電機の運転条件によって変化する。なお(2) は運転条件によって飽和の度合いが異なるため現象の解析を著しく困難にする。

本節では、さぐりコイルによって得られる負荷時ギャップ磁束波形から電機子反作用を求める。すなわち、発電機を定格速度で運転し、節 1.2 に述べた負荷装置につなぎ界磁電流を流して負荷し、その時の負荷力率 ($\cos \varphi$) を変えてさぐりコイルによりギャップ磁束 $\dot{\phi}$ を測定する。また、その界磁電流に対する無負荷時の界磁磁束 $\dot{\phi}_f$ を測定する。 $\dot{\phi}$ から $\dot{\phi}_f$ を、節 1.3.3 に述べた方法で直軸位置を合わせて差し引けば、電機子反作用磁束 $\dot{\phi}_a$ が求まる。

図 1.14 (a) および表 1.5 に測定の一例を示す。ここで界磁電流 3.23 [A] 一定、電機子電流 10 [A] 一定としている。この図より、力率 ($\cos \theta$) が遅れから進みになるに従い、減磁作用、交さ磁化作用、増磁作用が現われていることを視覚的に把握することができる。また表 1.5 から、電機子反作用の結果として電機子端子電圧が公称誘導起電力より減少または増加することがわかる。同表には、図 1.14 (a) の波形のフーリエ解析結果も示す。力率 ($\cos \theta$) が進みから遅れになるに従い、基本波成分が減少し、高調波成分が増加していく。この基本波成分の変



(a) ギャップ磁束波形
 (b) 電機子反作用磁束波形

図 1.14 負荷力率変化時のギャップ磁束波形および電機子反作用磁束波形の変化 (各Naは表 1.5 のNaに
 対応する。)

表 1.5 負荷力率変化時のさぐりコイル磁束波形のフーリエ解析結果（界磁電流 3.23 A 一定，電機子電流 10A 一定）

（遅れ力率を正とする）

No.	力 率 $\cos \varphi$	力率角 $\theta [^\circ]$	電 機 子 端 子 電 圧 [V]	基 本 波 成 分 [$\times 10^{-3}$ Wb]	高調波成分/ 基本波成分 [%]	
					第 3	第 5
0	無負荷	—	220	0.84	18.3	2.5
1	0.12	84	160	0.63	37.4	7.4
2	0.30	77	161	0.63	36.7	7.4
3	0.50	68	166	0.64	35.7	7.7
4	0.71	63	175	0.70	33.1	6.9
5	0.90	44	188	0.74	30.5	7.7
6	1.00	24	210	0.82	25.5	6.9
7	-0.93	2	236	0.93	20.3	6.4
8	-0.76	-19	255	0.98	16.3	5.5
9	-0.51	-41	267	1.02	12.7	4.3
10	-0.33	-58	272	1.04	10.1	3.3
11	-0.12	-81	276	1.06	7.8	1.7

化は，電機子端子電圧の変化と対応している。

図 1.14 (a)の No.1 から 11 までの負荷時のギャップ磁束 $\dot{\phi}$ から無負荷時の界磁磁束 $\dot{\phi}_f$ （同図 No.0）を直軸位置を合わせて差し引けば，図 1.14 (b) に示す電機子反作用磁束 $\dot{\phi}_a$ が求められる。突極機であるため磁極間ではパーミアンスが小さく磁束が少なくなるので，磁極間で凹んだ波形となっている。凹みの位置が遅れから進みになるに従い，左から右へ次第に移っていくのは，電機子起磁力の，公称誘導起電力（直軸位置）との相対位置（ θ で表現される）が，右から左へ移っていくためである。

この電機子反作用磁束波形を，直軸位置を原点としてフーリエ解析し，その基本波成分の \cos 成分（直軸成分）を ϕ_{ad} とし \sin 成分（横軸成分）を ϕ_{aq} として， ϕ_{ad} ， ϕ_{aq} の力率角 θ に対する変化を示したのが図 1.15 である。 ϕ_{ad} は θ が遅れから進みになるに従い，負から正へ変っていき，一方 ϕ_{aq} は $\theta = 0^\circ$ 付近で最大となっており，電機子反作用磁束が， θ の変化により減磁作用，交さ磁化作用，増磁作用として現われることを示している。

以上のように，ギャップにおける電機子反作用磁束が，さぐりコイルによる磁束の解析によって明らかにされた。しかし，飽和効果等を考慮したより厳密な解析は，今後の課題である。

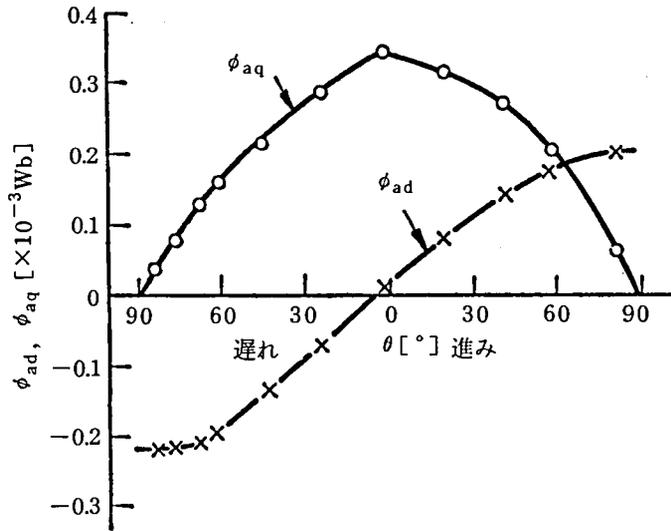


図 1.15 電機子反作用磁束の直軸成分 ϕ_{ad} と横軸成分 ϕ_{aq}

1.6 むすび

以上、さぐりコイルによる磁束の測定と、さぐりコイルによる磁束をもとにした突極型同期発電機の特性的解析は、極めて有用であることを明らかにした。

本章において得られた結果を、要約して述べると以下の通りである。

- (1) 電機子歯頭部に巻いた 1 個のさぐりコイルの誘導電圧から求めた磁束は、無負荷時のギャップ磁束（密度）分布であることを明らかにし、この磁束から磁束分布係数、誘導起電力、無負荷飽和特性を導出できることを示した。
- (2) ギャップにおける電機子反作用を、さぐりコイルによる磁束波形の変化として視覚的にとらえるとともに、その変化について解析的に明らかにした。

第2章 ギャップ磁束による同期発電機の脱調現象の解析^{7),8),9),10)}

(一機無限大系統, AVRなしの場合)

2.1 まえがき

同期発電機は、周知のように、原動機から軸を通して回転子に伝えられる機械エネルギーを、電気エネルギーに変換する機械である。このエネルギー変換は、回転子と電機子の電磁気的な結合のもとにギャップを通じて行なわれ、エネルギー伝達の媒介は、ギャップ磁束である。そして、発電機が電力系統に同期している状態では、機械エネルギーと電気エネルギーはつり合っているが、外力を受けるなどの原因でエネルギーのバランスが著しく崩れると、発電機は同期外れ、すなわち脱調に至り、その結果、系統全体が乱調状態に陥るおそれがある。したがって、脱調を予知し、脱調に至らぬようにすることが、電力系統の安定度を保持する第1歩である。

従来、系統安定度は、同期発電機を公称誘導起電力とリアクタンスとで置き換え、相差角 δ を対象として解析されていて、脱調近傍における同期機自体のダイナミックな物理現象については、計測が容易でないことなどから、明確にされていない。そこで、この問題を考究するため、前章では、電機子歯頭部の1つに巻いたさぐりコイルの誘導電圧を積分し、さぐりコイル鎖交磁束の時間変化を求めると、これがギャップ磁束(密度)分布とみなされることを明らかにした。本章では、この磁束をもとに、一機無限大系統を対象に、負荷電流増大による脱調現象を解析する。

なお、この解析においては、自動電圧調整器および調速機による制御は含まれていない。

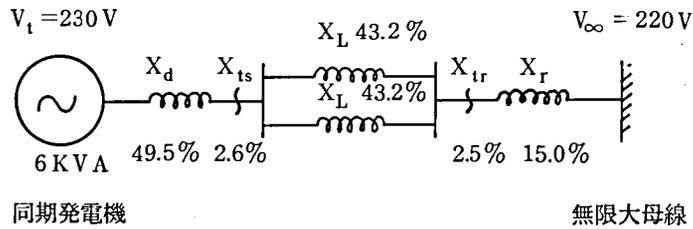
2.2 一機無限大系統における発電機の脱調に関する実験

2.2.1 実験系統

実験系統を図2.1に示す。この系統は一機無限大系統で、3相同期発電機、変圧器、模擬送電線路、補助線路リアクトルおよび所内3相電源で構成されている。供試3相同期発電機と駆動用の直流電動機は、節1.2で述べたと_りである。無限大母線は、所内の220V3相電源にと_つた。

この発電機と原動機には、自動電圧調整器、調速機をそれぞれ装備しているが、今回の実験

には使用していない。制動巻線も取り外して実験を行なった。発電機の熱的定格は、6 [KVA] の約 2 倍である。



(%リアクタンスは 6 KVA, 220 V ベースの値)

但し、

V_t : 発電機端子電圧 (線間)

V_∞ : 無限大母線電圧 (線間)

X_d : 同期リアクタンス

$X_{ts}(X_{tr})$: 送電 (受電) 変圧器のリアクタンス

X_L : 線路リアクタンス

X_r : 補助リアクトル

[注] 図 1.4 のベクトル図において

$$X_e = X_{ts} + (X_L/2) + X_{tr} + X_r \text{ である。}$$

図 2.1 一機無限大模擬系統

2.2.2 測定方法

データ・レコーダ (TEAC R-280 型) を用いて、発電機の出力、端子電圧、電機子電流、界磁電流、さぐりコイル誘導電圧、駆動用電動機の電機子電流、無限大母線電圧、および発電機の軸に取り付けた位相角検出用歯車からの出力パルスと同時に記録した。レコーダに記録したデータは、サンプリング・タイム 0.125 m sec で A/D 変換し、電子計算機を用いて解析を行なった。

発電機電機子歯頭部の 1 つに巻いたさぐりコイルの誘導電圧を数値積分し、さぐりコイル鎖交磁束の時間的变化によるギャップ磁束 (密度) 分布を求めた。

また、供試発電機の界磁極の中心、いわゆる直軸位置を、無負荷時のギャップ基本波磁束波高値の位置にとり、発電機軸にとりつけた位相角検出用歯車の出力パルスとの相差角を一定とし、出力パルスから負荷時および脱調時の直軸位置を求めた。

2.2.3 実験要領

発電機を無負荷、定格速度で運転し、無限大母線電圧が223 [V] であるので、誘導起電力が230 [V] になるように界磁電流を4.3 [A] に設定する。系統に同期投入後、電動機出力を増加して発電機出力を増加する。発電機出力を徐々に増加し、その都度、上記諸量をデータ・レコーダで測定する。

負荷の増大に伴い、発電機端子電圧が低下するので、その都度、界磁電流を増加して230 [V] に維持する。界磁電流を増加すれば、それに応じて負荷電流は増加するが、発電機の熱的制限からその出力には限度があるので、界磁電流の最大を5 [A] とした。界磁電流5 [A] を一定に保って、電動機出力を増加させて発電機の出力を増加させると、発電機は出力限界をこえて、ついに脱調する。この脱調する過程の諸量を同様に測定、記録した。

2.3 定常運転における負荷増大に伴う各種相差角とギャップ磁束波形およびトルクの変化

定常運転状態で、発電機出力を徐々に増加し、その都度、各負荷状態における、表2.1に示す各諸量を測定した。本節では、同表中の諸量のうち、従来から脱調に関連して用いられていた公称誘導起電力と無限大母線電圧間の相差角 δ と、その他の相差角として、公称誘導起電力と発電機端子電圧との相差角 δ_1 、公称誘導起電力と電機子電流との相差角 θ 、ギャップ磁束波形およびトルクの変化について主に検討する。

表 2.1 定常運転時の諸量の変化

実験 ケース No	P_e [KW]	V_t [V]	I_a [A]	I_f [A]	V_∞ [V]	$\cos \varphi$	δ [°]	δ_1 [°]	θ [°]
1	1.00	230	2.0	4.4	223	おくれ 0.80	8.1	5.4	45.8
2	2.00	230	5.7	4.5	223	0.93	21.7	10.8	35.0
3	3.00	230	8.0	4.7	223	0.95	27.1	12.5	35.0
4	4.00	230	10.7	5.0	223	0.96	37.9	18.9	37.7
5	5.00	226	13.3	5.0	223	0.97	48.7	24.4	40.4
6	6.00	222	16.2	5.0	223	0.97	59.5	29.8	43.1
7	7.00	214	19.5	5.0	224	0.98	73.1	35.2	48.5
8	7.95	203	23.4	5.0	225	0.98	86.6	37.9	51.2
9	8.65	182	27.5	5.0	224	0.98	100.2	40.6	56.6

但し、 P_e : 発電機出力 V_t : 発電機端子電圧 (線間) I_a : 電機子電流

I_f : 発電機界磁電流 V_∞ : 無限大母線電圧 (線間) $\cos \varphi$: 負荷力率

δ : 公称誘導起電力と無限大母線電圧の相差角

δ_1 : 公称誘導起電力と発電機端子電圧の相差角

θ : 公称誘導起電力と電機子電流の相差角

2.3.1 相差角

各負荷状態における相差角 δ, δ_1, θ を表 2.1 に示す。これら相差角は、いずれも遅れ位相を正とする。これらの相差角は負荷増大とともに増大し、 δ は表 2.1 No.9 の実験ケースでは 100.2° であり、これまでの説によると脱調しかかっているといえる。その他の相差角 δ_1, θ は遅れで各位相角は増加している。これら相差角が増大する理由を、図 1.4 により説明する。すなわち、電機子回路と線路の抵抗分を無視し、公称誘導起電力を \dot{E} 、無限大母線電圧を \dot{V}_∞ とすると、電圧降下 ($\dot{E} - \dot{V}_\infty$) は負荷電流 \dot{I}_a に直角で、その大きさは $X |\dot{I}_a|$ (但し、 $X = X_d + X_e$) であり、負荷電流増大とともに増加する。その結果、相差角 δ, δ_1, θ は遅れ位相で増加する。

2.3.2 ギャップ磁束波形

発電機を系統に同期投入する前の定格回転速度における無負荷端子電圧 230 [V] 発生時の、さぐりコイルによるギャップ磁束波形を図 2.2 に示す。時間の原点は直軸位置に取っている。

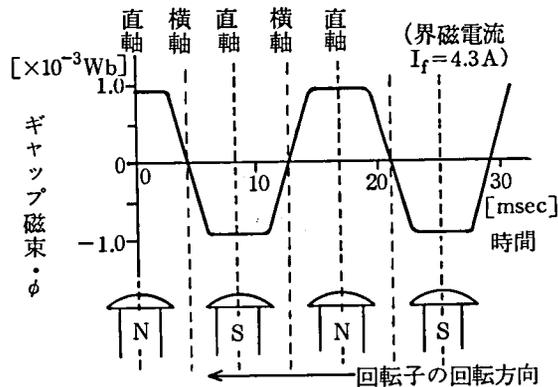


図 2.2 無負荷時のギャップ磁束波形と磁極位置の関係

ギャップ磁束波形は、界磁磁極の突極構造のため台形状で奇数次高調波成分からなり、原点に関して対称な波形である(節 1.4 参照)。

次に、発電機を系統につなぎ負荷電流を徐々に増加した場合のギャップ磁束波形、界磁電流、電機子電流、トルク等の変化を図 2.3 に示す。表 2.1 の実験ケースに合わせて同一の番号を付している。磁束波形の原点は直軸位置である。

図 2.3 のうち、No.9 の実験ケースについて、ギャップ磁束及び電機子反作用磁束と磁極の位置との関係を、拡大したものを、図 2.4 に示す。図 2.3 (a) および図 2.4 (a) から、負荷電流の増

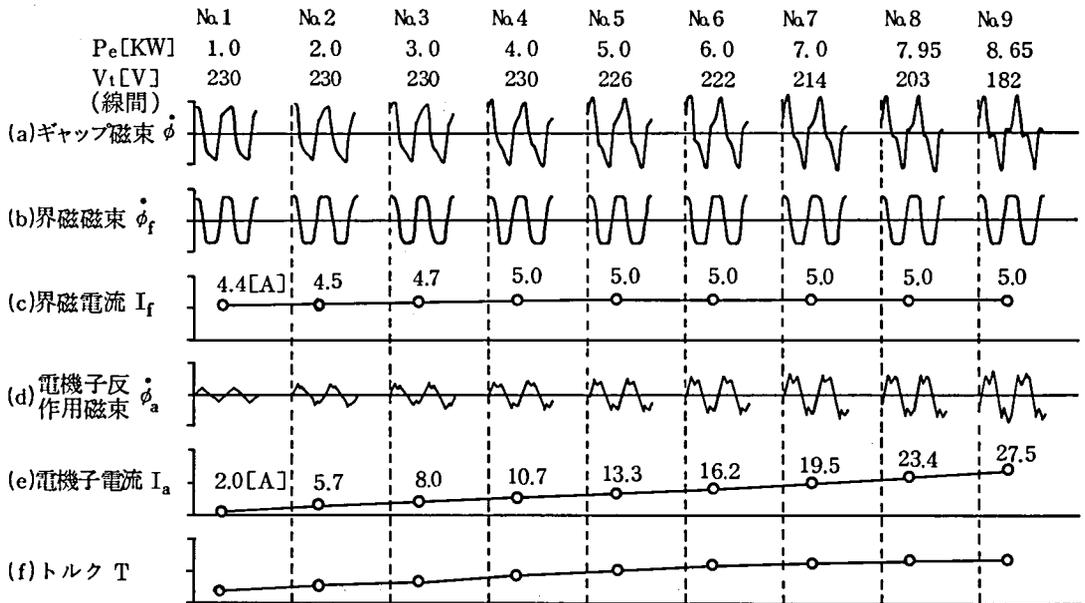
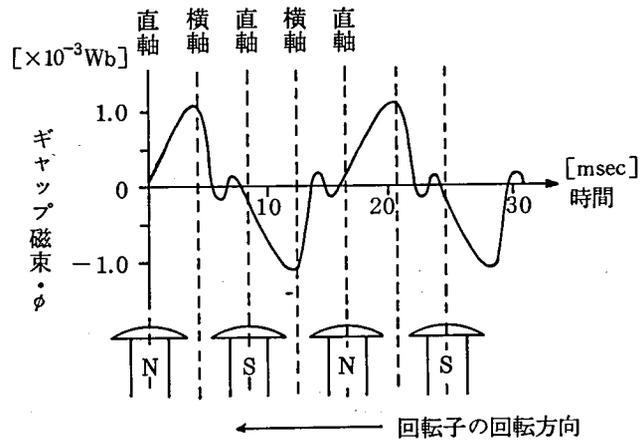


図 2.3 定常運転時のギャップ磁束，界磁電流，電機子電流，トルク等の変化

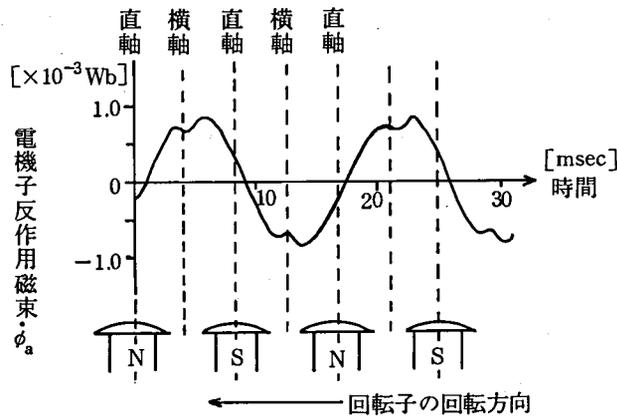
大とともにギャップ磁束波形が次第に歪み，No.9の実験ケースでは，磁極中心軸，すなわち直軸における磁束が極めて少なくなり，磁極面の片側（磁極の回転方向と反対側）に磁束が集中した状態になることがわかる。これは，負荷電流の増大とともに，磁束の直軸成分が減少し横軸成分が増加することを示している。その理由は，後述する。

このギャップ磁束波形を直軸の位置を原点としてフーリエ級数に展開し，その高調波成分の負荷電流に対する変化を調べたのが，図 2.5 (a)である。無負荷時と同様，主として奇数次高調波成分から成り，偶数次高調波成分は基本波成分の3%以下であって殆ど現れない。上記のNo.9のケースでは，基本波成分が減少し，第3高調波成分が増加する傾向を示している。

この基本波成分の余弦成分（直軸成分） ϕ_d と正弦成分（横軸成分） ϕ_q の変化を示したのが図 2.5 (b)で，負荷電流増大とともに ϕ_d が減少し， ϕ_q が増加する。その理由は，節 2.3.1で述べたように，電流増大とともに相差角 θ は遅れ位相で増加するので，界磁電流による界磁磁束は遅相電機子電流により減磁作用を受ける。この減磁作用は遅相電機子電流の増大とともに増すので，その結果 ϕ_d は減少する。一方， ϕ_q が増加するのは，図 1.4より，これを作る電機子電流有効分 $I_a \cos \theta$ が増すためである。この理由を以下に説明する。すなわち，発電機の出力



(a)



(b)

図 2.4 表 2.1 の No. 9 の実験ケースの

(a) ギャップ磁束波形と磁極位置の関係

(b) 電機子反作用磁束波形と磁極位置の関係

P_e は、図 1.4 の記号を用いて (2.1) 式で表わされるので、その結果 (2.2) 式のように $I_a \cos \theta$ は、 δ の増加とともに増加する。

$$P_e = 3 E I_a \cos \theta = 3 \cdot \frac{E V_\infty}{X} \sin \delta \quad (2.1)$$

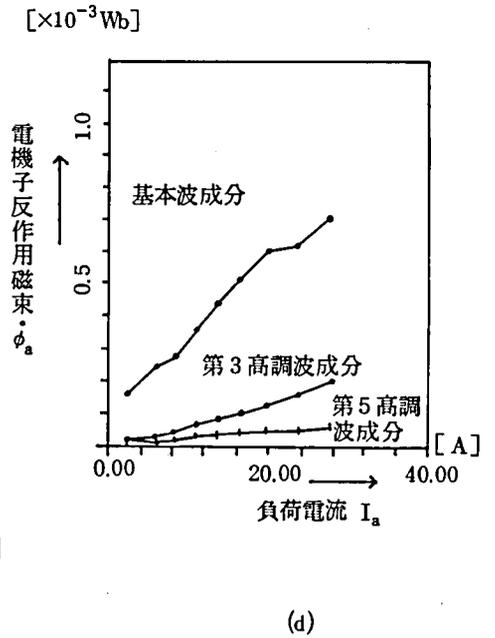
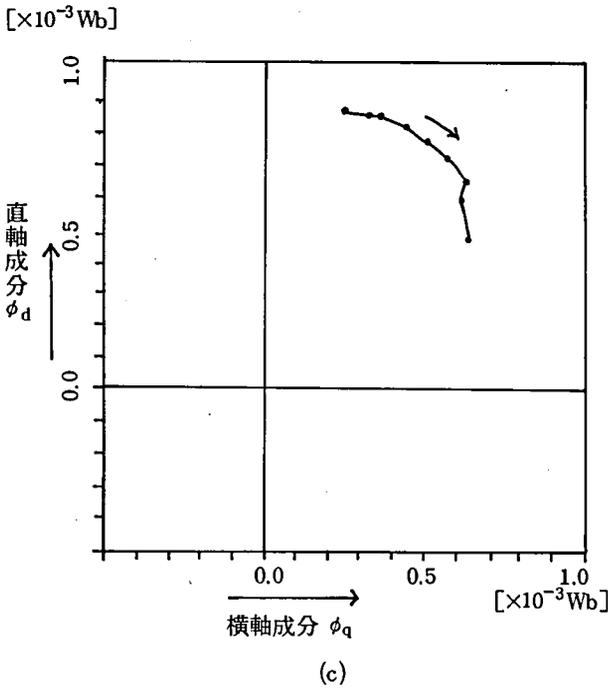
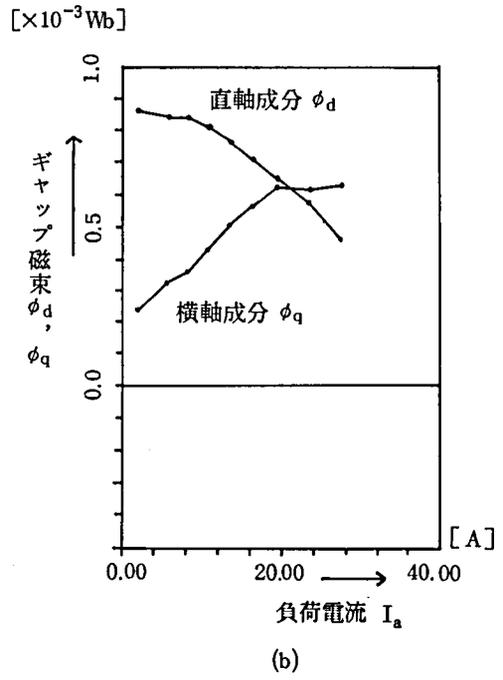
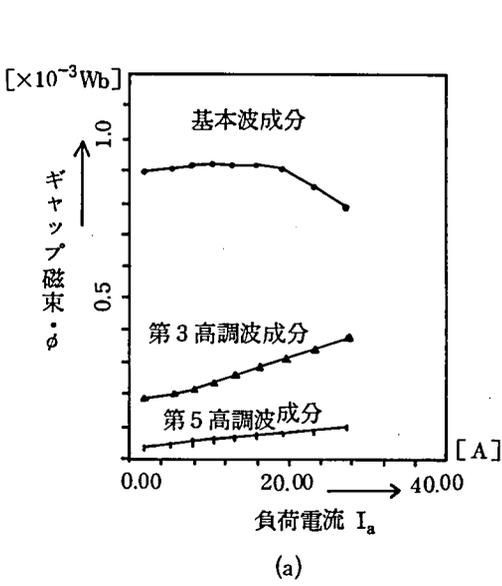


図 2.5 定常運転時の(a)ギャップ磁束 $\dot{\phi}$ の各調波成分, (b)ギャップ磁束の直軸成分 ϕ_d と横軸成分 ϕ_q , (c)その XY 図形, (d)電機子反作用磁束 $\dot{\phi}_a$ の各調波成分

$$\therefore I_a \cos \theta = \frac{V_\infty}{X} \sin \delta \quad (2.2)$$

次に、 ϕ_q と ϕ_d を XY 図形として示したのが図 2.5 (c) である。この軌跡は、ギャップ磁束 $\dot{\phi}$ の基本波成分の変化を示し、 θ の拡大とともに ϕ_d は減少し ϕ_q は増加する様子がわかる (図 1.4 を参照)。

図 2.3 (b) は、同図 (c) に示す界磁電流によって作られる界磁磁束波形 $\dot{\phi}_f$ である。負荷時のギャップ磁束 $\dot{\phi}$ から、電機子鉄心の飽和を無視すると、この $\dot{\phi}_f$ を直軸位置を合わせて差し引くことによって、同図 (d) に示す電機子反作用磁束 $\dot{\phi}_a$ が求められる。これは、同図 (e) に示す電機子電流 I_a に対応して増加する。電機子反作用磁束 $\dot{\phi}_a$ は、発電機が突極機であるため、界磁磁極間の磁気抵抗が大きく、ここを通る磁束が少ないので、磁極間で凹んだ波形となる (図 2.4 (b) 参照)。 $\dot{\phi}_a$ の高調波成分の負荷電流に対する変化を調べたのが図 2.5 (d) である。基本波成分と第 3 高調波成分が支配的であり、負荷電流に対応して増加することがわかる。

2.3.3 トルク

2 極発電機の界磁磁極 (回転子) N, S および電機子反作用起磁力 \dot{F}_a を図 2.6 のように表わすと、負荷状態におけるギャップでは、電機子電流によって作られる回転起磁力 \dot{F}_a (または $\dot{\phi}_a$) と、それとの位相差 ($\frac{\pi}{2} + \theta$) を持つ界磁起磁力 \dot{F}_f (または $\dot{\phi}_f$) の間には同種の磁極間に働く反発力が作用し、この反発力によって回転子には、回転方向と逆向きのトルクが加わる。この逆向きのトルクが、回転子と軸で直結した原動機のトルクと平衡して同期が維持される。

逆に、直流電動機から発電機への入力徐徐に増加して、電動機のトルクが逆向きのトルクを上まわると、過剰トルクが回転子を加速し、ギャップにおける $\dot{\phi}_a$ は $\dot{\phi}_f$ よりさらに遅れ、 $|\dot{\phi}_a|$ と $|\dot{\phi}_f|$ との相边角 ($\frac{\pi}{2} + \theta$) の開きによって負荷電流 I_a が増加し (図 1.4 を参照)、電動機からの入力と平衡するように逆向きのトルクが増加する。この逆向きトルク T_e は、 $\dot{\phi}_f$ と $\dot{\phi}_a$ のベクトル積に比例する。すなわち、

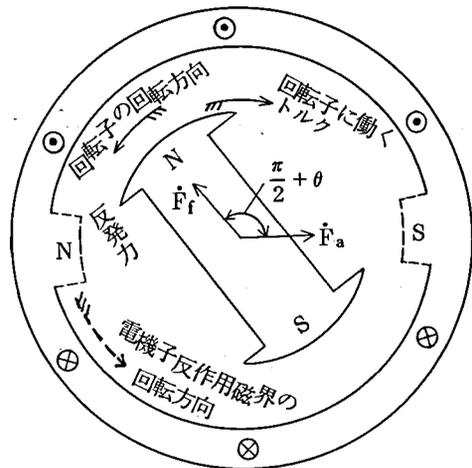


図 2.6 2 極発電機による回転子に働くトルクの説明図

$$\begin{aligned}
 T_e &= c \cdot |\dot{\phi}_f \times \dot{\phi}_a| = c \cdot |\dot{\phi}_f| \cdot |\dot{\phi}_a| \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) \\
 &= c \cdot |\dot{\phi}_f| \cdot |\dot{\phi}_a| \cdot \cos \theta \quad (2.3)
 \end{aligned}$$

但し、 c は比例定数、ここでは $c = 1$ として考察する。

鉄心飽和を無視すれば、 $|\dot{\phi}_f|$ が E に、 $|\dot{\phi}_a| \cos \theta$ が $I_a \cos \theta$ に対応する(図1.4参照)ので、 T_e は表2.1に示す P_e に対応する。(2.3)式によりトルク T_e に比例する量 T を算出した結果を図2.3(f)に示す。

なお、表2.1に示すように、実験ケースNo.4以降、界磁電流 I_f を5.0[A]に一定に保持したので、(2.3)式の $|\dot{\phi}_f|$ は一定である。また、 $|\dot{\phi}_a| \cos \theta$ は、図1.4より横軸磁束 ϕ_q に他ならないので、電動機からの入力増大とともに、 ϕ_q が増加することによって同期が維持されることになる(図2.5(b),(c)参照)。しかし、 ϕ_q の増加には限界があり、(2.2)式において、その最大値は、 (V_∞/X) が一定であるので、 $\sin \delta$ によって決まる。 δ が $\frac{\pi}{2}$ を越えると、 ϕ_q は減少しはじめ、(2.3)式からトルクも減少し、発電機は脱調に向かう。

但し、上記の解析においては、電機子および線路の抵抗分、鉄心の飽和、突極性は考慮していない。

2.4 負荷増大による同期発電機の脱調現象の解析

表2.1の実験ケースNo.9から原動機の直流電動機からの入力をさらに増加すると、発電機の出力は増加するが、間もなく出力は減少しはじめ、発電機は加速し、図2.7のオッシログラムにみられるように遂に脱調に至り、その後は非同期状態に入る。本節では、負荷増大による発電機の脱調を、ギャップ磁束波形、電機子反作用磁束波形、ギャップにおける回転子に作用するトルク、回転子の回転速度上昇、端子電圧、電機子電流、各相差角などの変化から解析する。脱調開始点から約1秒間、上記の諸量をデータ・レコーダで測定し、電子計算機によって処理した。以下、脱調現象について述べる。

2.4.1 発電機の出力、端子電圧、電機子電流、界磁電流、相差角などからみた脱調現象について

(1) 脱調開始時点について

発電機出力 P_e は、表2.1に示すように、その駆動用直流電動機からの入力 P_m の増加に追従しながら増加するが、同表実験ケースNo.9の直後、図2.7のオッシログラムにみられるように、

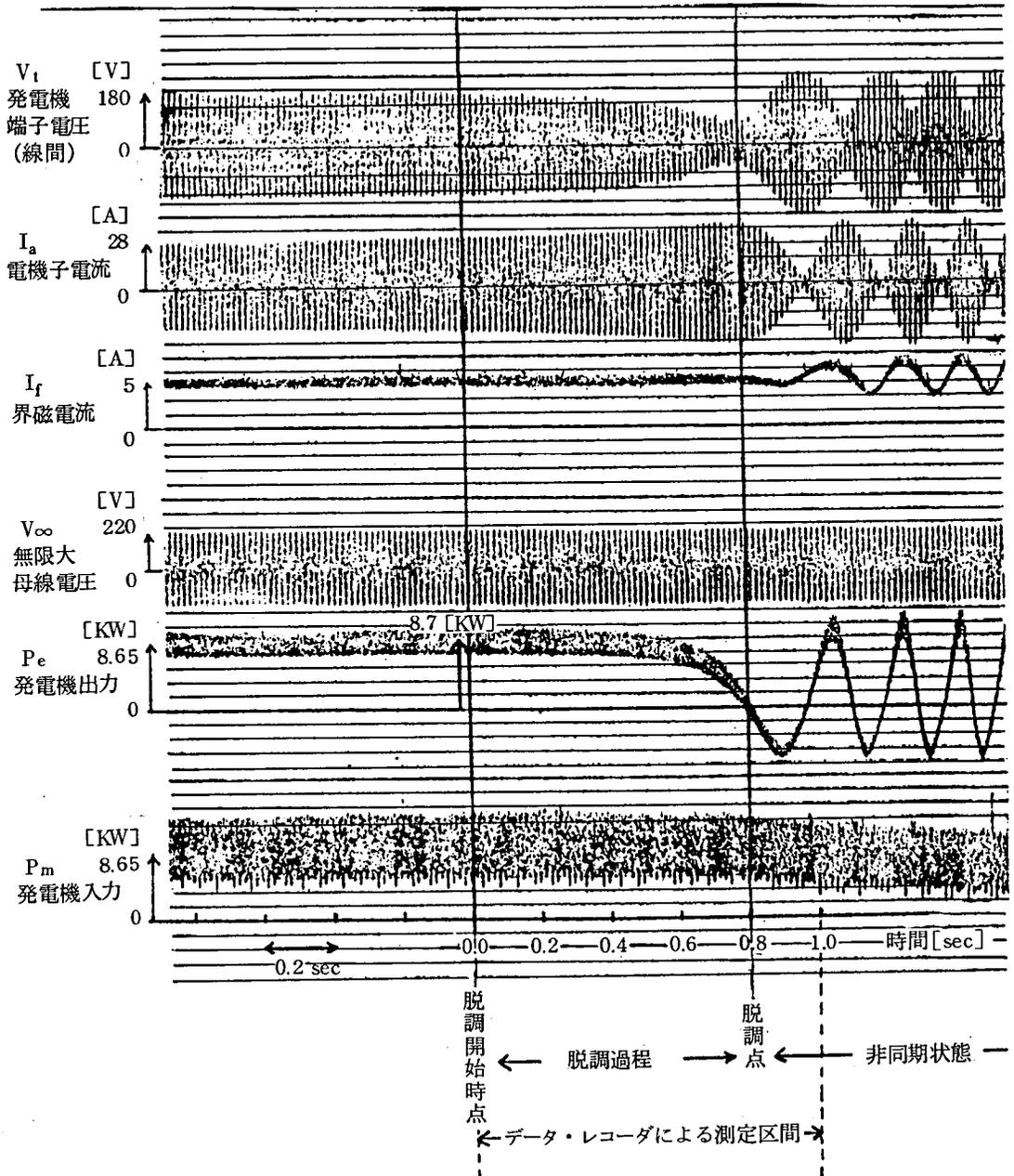


図 2.7 負荷増大による脱調時の発電機端子電圧，電機子電流，界磁電流，無限大母線電圧，発電機出力等のオシログラム

出力は増加し、8.7 [KW] になったが、その後出力は減少しはじめると同時に、回転子の回転速度が上昇しはじめる（図 2.8 参照）。この回転速度の上昇を検出して、この点を発電機の脱調開始時点としたが、サンプリング・タイムが0.125m secであるためわずかながら誤差がある。脱調開始点以後における発電端子電圧の減少と電機子電流の増加は、時間とともに促進されている。これは、回転子の加速によるものである。端子電圧、電機子電流波形から脱調開始点を見出すことは、波形の変歪が著しいため不可能である。

脱調開始点からの相差角 δ , δ_t , θ の変化を図示した図 2.9 において、 P_e が減少しはじめる脱調開始時、 $\delta = 114^\circ$, $\delta_t = 46^\circ$, $\theta = 64^\circ$ である。 δ の値は、従来 (2.1) 式に従い $\delta = 90^\circ$ で発電機出力が最大となるとする説と矛盾する。 $\delta = 114^\circ$ まで出力が増加する理由は、次のように説明される。すなわち、まず、発電機は突極機であり、 $X_d = 93.7\%$, $X_q = 76.1\%$ (いずれも不飽和値) である。しかし定格付近において X_d は、短絡比 2.02 の逆数として求めると $X_d = 49.5\%$ となっている。 $X_d < X_q$ とはなり得ないので、定格付近では、 $X_d \cong X_q$ として扱う。次に、節 2.3.2 で述べたように、負荷増大とともに遅相電機子電流の増加により、減磁効果が増加するため、界磁鉄心の飽和の度合いは次第に減少し、磁気抵抗も減少する。このため、表 2.1 において No. 4 の実験ケース以降、界磁電流は 5 [A] 一定で起磁力は一定であるが、界磁磁束 $\dot{\phi}_f$ は次第に増加する。その結果、公称誘導起電力 E は増加する。ちなみに、図 1.4 に示すベクトル図により V_∞ と δ と θ を与えて E を逆算すると、表 2.1 の実験ケース No. 4 以降 No. 9 までは、約 167 [V] であるが、上記の脱調開始時点では、1.1 倍の約 185 [V] である。したがって、 $\delta = 114^\circ$ のとき (2.1) 式から $P_e = 3 \times \frac{V_\infty}{X} \times 185 \times 0.91 \cong 8.7$ [KW]

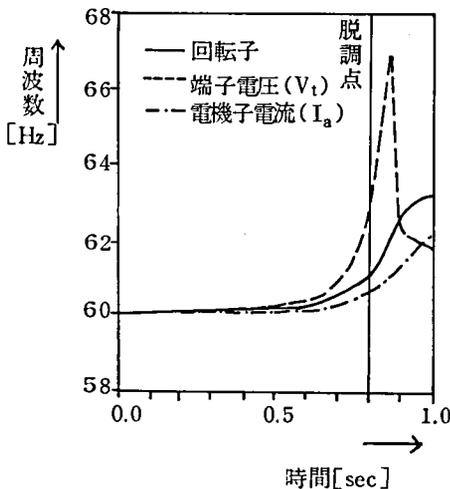


図 2.8 回転子の回転速度、端子電圧周期、及び電機子電流周期の変化

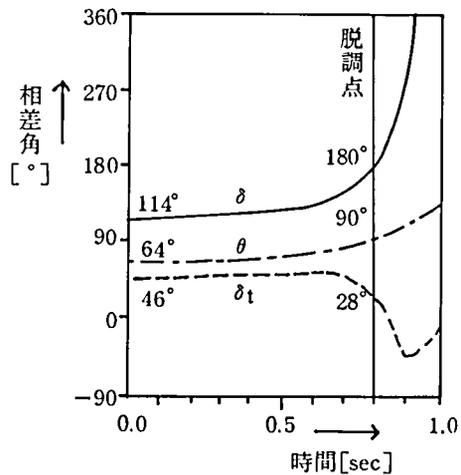


図 2.9 各相差角 δ , δ_t , θ の変化

で、 $\delta = 90^\circ$ のときの $P_e = 3 \times \frac{V_\infty}{X} \times 167 \times 1.0 \doteq 8.65$ [KW] であり、 $\delta = 114^\circ$ のときの発電機出力は $\delta = 90^\circ$ のときより増加する。このように、脱調開始時点において、界磁鉄心の飽和の度合いが減少するので、 $\delta = 90^\circ$ を越えても発電機出力は増加し同期を維持する場合がある。

(2) 脱調点について

発電機の出力 P_e は、図 2.7 にみられるように、脱調開始点から緩やかに減少し、零点を通過し、系統から電力の供給を受ける。零点を通過する時点、すなわち $P_e = 0$ において発電機は脱調し、その後は非同期状態に入る。この出力 P_e の変化は、後で示す図 2.10 にみられるように、ギャップに働くトルク T の減少に対応している。したがって、脱調の検出は、発電機の回転速度上昇を前提とし、出力 P_e の減少およびトルク T の減少と、 $P_e = 0$ 、 $T = 0$ の計測による。

この脱調点における端子電圧 (V_t)、電機子電流 (I_a) は、図 2.7 にみられるように、 V_t は最小、 I_a は最大に達している。したがって、脱調点の検出の一つとして利用できる。

図 2.9 において、 $T = 0$ の脱調時、 $\delta = 180^\circ$ 、 $\delta_t = 28^\circ$ 、 $\theta = 90^\circ$ である。脱調時、 $\delta = 180^\circ$ 、 $\theta = 90^\circ$ となることは、(2.1) 式および (2.3) 式より確かめられるが、 δ_t の数値は発電機の特性和と運転条件で変わるので一般化するのは難しい。脱調点近くになると、それぞれの相差角の微係数 $d\delta/dt \doteq 450$ [$^\circ/\text{sec}$] $d\delta_t/dt \doteq 370$ [$^\circ/\text{sec}$] $d\theta/dt \doteq 90$ [$^\circ/\text{sec}$] で大きいので、これを脱調点の検出に利用することもできる。

上記の脱調開始点から発電機の加速に伴う回転速度上昇、端子電圧と電機子電流の周波数上昇を図示したのが図 2.8 である。この図の回転速度上昇は、発電機軸に取り付けた位相角検出用歯車の出力パルスの間隔を 1 周期として表示している。この図から、回転速度の上昇に伴い、電機子電流と端子電圧の周波数は上昇するが、脱調点における、回転速度の急な上昇（周波数で表示すると 61 Hz に達している）には追従していない。端子電圧の測定点は一時的に過渡的な変化があるのか発散している。このことについては、測定が困難なため解析していない。この図から回転速度の上昇を検出して脱調点を見出すことについては、今後の実験で確かめたい。

(3) 脱調開始から脱調までの過程について

この過程における現象は、図 2.7、図 2.8、図 2.9 から下記のように説明される。

(i) 回転子に作用するトルクは、発電機の回転速度上昇に伴って相差角 θ が拡大するので、(2.3) 式からわかるように次第に減少する（図 2.10 も参照）。

(ii) 端子電圧 (V_t) と電機子電流 (I_a) は、回転速度上昇率が顕著でないこの領域では、図 1.4 のベクトル図に従って変化する。この図から、相差角の拡大に伴い、 V_t は減少し I_a は増

加することがわかる。

(iii) 界磁電流 (I_f) は、回転子の加速とともに相差角 θ の相回転によって界磁鎖交磁束数が増加するため、図 2.7 にみられるようら振動があらわれる。しかし、脱調点までは加速が顕著でないため、 I_f はほぼ一定となっている。

(iv) 相差角 δ , δ_1 , θ のうち δ 及び θ は、脱調開始点から徐々に拡大する。 δ_1 は、前項(2)で述べたように発電機の特性と運転条件に依存して変化する。この領域では、回転速度上昇に対して、 V_f および I_a の周波数は追従して上昇するため、相差角の拡大はまだ緩やかである。しかし、脱調点に近づくとつれて、 δ と θ に急激に増加し、 δ_1 は急激に減少している。

2.4.2 ギャップ磁束の解析結果からみた脱調現象について

脱調開始時点から脱調まで、さぐりコイルから求めたギャップ磁束、界磁磁束、電機子反作用磁束、回転子に作用するトルク、及び図 2.7 の界磁電流、電機子電流の時間経過を図 2.10 に示す。この図は、表 2.1 の実験ケース Na 9 の実験に引続き、負荷をゆっくり増加し脱調が起きたときのもので、図 2.3 に引継ぐ脱調時の上記諸量の時間的変化を図示した。また、この図は、図 2.7 の脱調現象のオッシログラムに対応している。

図 2.10 で得られたギャップ磁束 $\dot{\phi}$ を解析して得られた結果を図示したのが図 2.11 である。同図(a)は、1 周期毎に、ギャップ磁束波形を周期波形としてフーリエ解析し、基本波成分、第 3 高調波成分、第 5 高調波成分を図示した。第 7 次より高次の高調波成分は小さく、考察の対象とならないので省略した。同図(b)は、電機子反作用磁束 $\dot{\phi}_a$ の波形を(a)と同様にフーリエ解析した結果を図示した。同図(c)は、ギャップ磁束 $\dot{\phi}$ の基本波成分を直軸成分 ϕ_d と横軸成分 ϕ_q に分け、それらの時間的変化を図示した。同図(d)は、 ϕ_d と ϕ_q の時間的変化を XY 図形で表した。図 2.11 に図示した各点は、脱調開始時点を中心として、回転子の 1/2 回転ごとにとり、時間的変化が各図面相互で比較できるようにした。

以上述べたように、ギャップ磁束をもとに脱調開始時点から脱調までの脱調現象を解析して図 2.10、図 2.11 に図示したが、これらの結果をまとめると下記の通りである。

(1) ギャップ磁束の横軸磁束 ϕ_q がその最大値をとる点が脱調開始時点である。すなわち、(2.2) 式で $\delta = \pi/2$ のとき、 $I_a \cos \theta$ は最大値をとるが、このとき節 2.3.3 で述べたように ϕ_q は最大値をとる。

(2) 脱調開始時点から界磁磁束 $\dot{\phi}_f$ は、ほぼ台形状の波形を保ったまま、回転子と同じ速度で回転する。一方、電機子反作用磁束 $\dot{\phi}_a$ は図 2.10 にみられるように電機子電流 I_a の大きさと周波数の変化に従って変化する。

この $\dot{\phi}_f$ と $\dot{\phi}_a$ から、1 周期毎に求めたトルクは、図 2.10 にみられるように、脱調開始点か

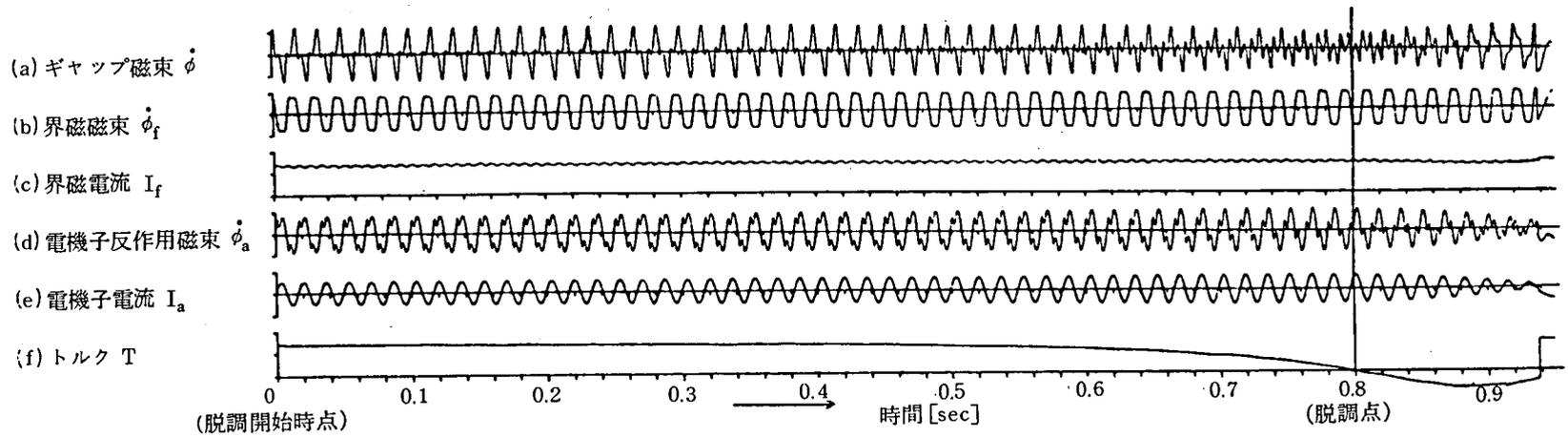


図 2.10 脱調時のギャップ磁束, 電流, トルク等の変化

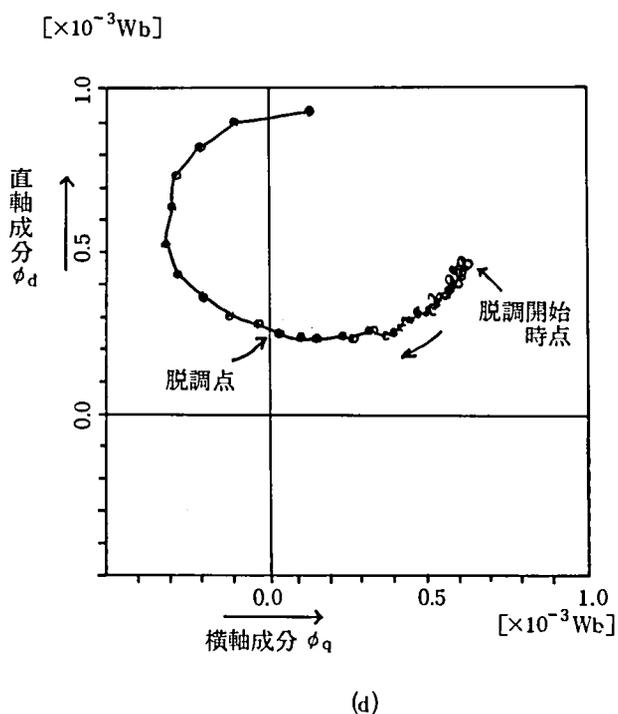
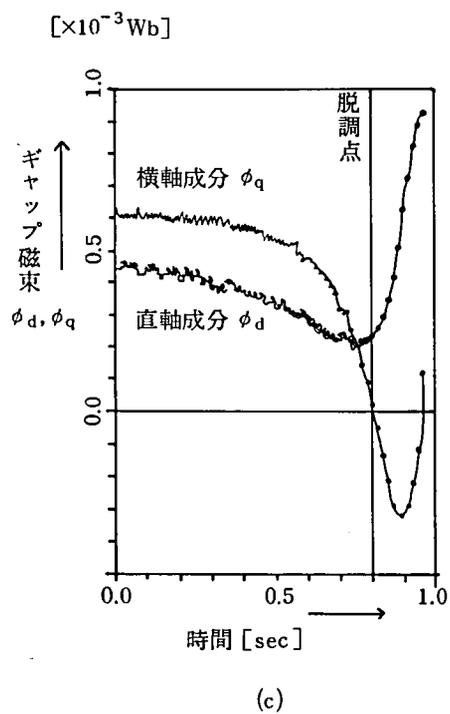
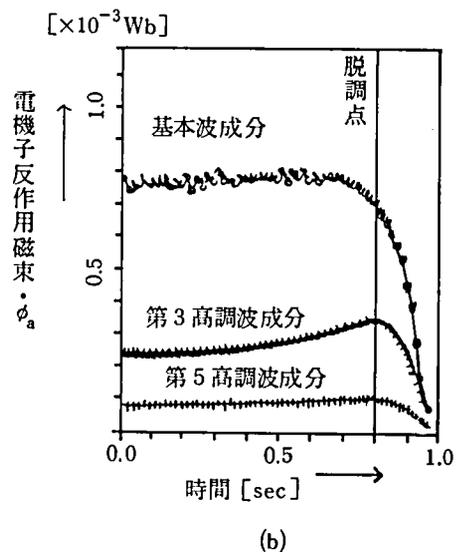
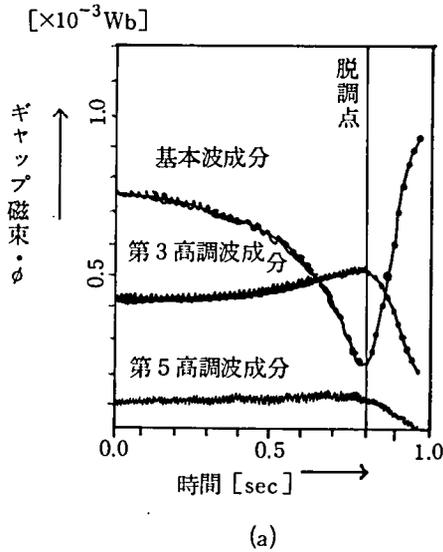


図 2.11 脱調時の(a)ギャップ磁束 $\dot{\phi}$ の各調波成分, (b)電機子反作用磁束 $\dot{\phi}_a$ の各調波成分, (c)直軸成分 ϕ_d と横軸成分 ϕ_q , (d)その XY 図形の変化

ら減少しはじめ、脱調点で零となっている。

(3) 脱調開始時点からのギャップ磁束波形をフーリエ解析した結果は、図 2.11 (a) に示す通り、基本波成分は減少し、第 3 高調波成分と第 5 高調波成分は増大している。脱調点では基本波成分は最小、第 3 高調波成分と第 5 高調波成分は最大となる。この現象は、発電機回転子の加速により相差角 θ が遅れ方向への拡大によるものである（付録第 4 章参照）。したがって、この両者の測定から脱調点を検出することができる。

(4) 脱調点における電機子反作用磁束の基本波成分と第 3 高調波成分の変化は、図 2.11 (b) に示す通り、基本波成分はその減少が著しいが、特色のある特性が得られていない。また脱調点で、第 3 高調波成分は最大となっている。

(5) 脱調点における直軸成分 ϕ_d と横軸成分 ϕ_q については、図 2.11 (c) に示す通り、 ϕ_d は最小点から立上り付近に位置しているのに対し、 ϕ_q は零点に位置している。すなわち ϕ_q が零点を通過する時点が脱調となる。このことは脱調点の検出に用いることができる。

ϕ_d と ϕ_q を XY 図形で示した図 2.11 (d) によると、この軌跡が d 軸を通過するとき、脱調している。これらの現象は次のように説明できる。すなわち図 1.4 より ϕ_d と ϕ_q は次式で表わされる。

$$\phi_d = \phi_f - k_{ad} I_a \sin \theta = \phi_f - k_{ad} \left(\frac{E - V_\infty \cos \delta}{X} \right) \quad (2.4)$$

$$\phi_q = k_{aq} I_a \cos \theta = k_{aq} \frac{V_\infty}{X} \sin \delta \quad (2.5)$$

但し、 k_{ad} 、 k_{aq} は突極性に関する定数

上式から ϕ_q は、 θ が 90° 、 270° 、 \dots 、 δ が 180° 、 360° 、 \dots で零となる。また ϕ_d が最小となるのは、 θ が 90° 、 450° 、 \dots 、 δ が 180° 、 540° 、 \dots となるときで、 ϕ_d が零となるのは、 $\phi_f = k_{ad} \left(\frac{E + V_\infty}{X} \right)$ の条件が成立するときであるがこの条件は一般には成立しない。

2.4.3 非同期状態における $\phi_q - \phi_d$ 軌跡

本節では、同期発電機が脱調後、非同期状態となったとき、 $\phi_q - \phi_d$ の XY 図形が描く軌跡について検討する。そのため図 2.10 に続く状態を図 2.12 に示す。

すなわち、非同期状態では、まず、図 2.7 に示す発電機出力 P_e の平均値および図 2.12 に示すトルク T の平均値は、式 (2.1) および (2.3) の示すような土対称とはならない。この理由を考察する。

すなわち、図 2.8 から脱調後の回転子速度上昇率を求めると、約 37.7 rad/sec^2 である。したがって、この加速に要するエネルギーは、慣性定数 $M = 0.0159 \text{ sec}^2/\text{rad}$ であることを考慮して、 $M \times \frac{d^2\delta}{dt^2} = 0.0159 \times 37.7 \doteq 0.599 \text{ p.u.} = 3.23 \text{ kW}$ となる。一方発電機入力 P_m は、

図 2.7 にみられるように、電動機の自己制御特性によって減少し約 6.05 kW となる。したがって、その差 $6.05 - 3.23 = 2.82$ kW が電気出力 P_e またはトルク T の平均値となる。

次に、式 (2.3) より、

$$T \propto \phi_f \cdot \phi_q \quad (2.3)$$

であるが、 ϕ_f は、図 2.12 の I_f 変化からわかるように、零にならない。したがって、 T と ϕ_q はスリップの周波数 $s \omega_0$ (ω_0 : 同期速度とする) で変化するが、その変化の位相は同相と考えられる。さらに上記のように T は直流分を持つから、 ϕ_q も直流分を持ち、

$$\phi_q = \phi_{q0} + Q \sin(s \omega_0 t) \quad (2.6)$$

但し、 ϕ_{q0} : 直流分

Q : 定数

と表わされる。

また、 ϕ_d は q 軸より 90° 進んでいることと界磁磁束 ϕ_f の存在を考慮すると、

$$\phi_d = \phi_{d0} + D \cos(s \omega_0 t) \quad (2.7)$$

但し、 ϕ_{d0} : 直流分

D : 定数

と表わされる。

ここで、 ϕ_{q0} は、非同期状態の平均の電気出力またはトルクに見合う量であり、 ϕ_{d0} は、界磁電流に見合う量である。なお、非同期時、界磁磁極と電機子の変圧器作用は、界磁鎖交磁束の変化を妨げる向きに働くから、結果的に直軸電機子反作用の変化を小さくするので、一般に $D < Q$ となる。

したがって、非同期状態における $\phi_q - \phi_d$ の XY 図形は、(2.6) 式および (2.7) 式からわかるように、 (ϕ_{q0}, ϕ_{d0}) を中心とする楕円軌跡を描き、その長軸は、横軸に対して水平となる。

2.5 むすび

6KVA 同期発電機を用いて一機無限大系統を構成し、負荷増大による脱調を行ない、その時のギャップ磁束を電機子歯頭部に巻いたさぐりコイルにより測定し、その結果を解析し、脱調現象を明らかにした。結果の主なものを列挙すると、次の通りである。

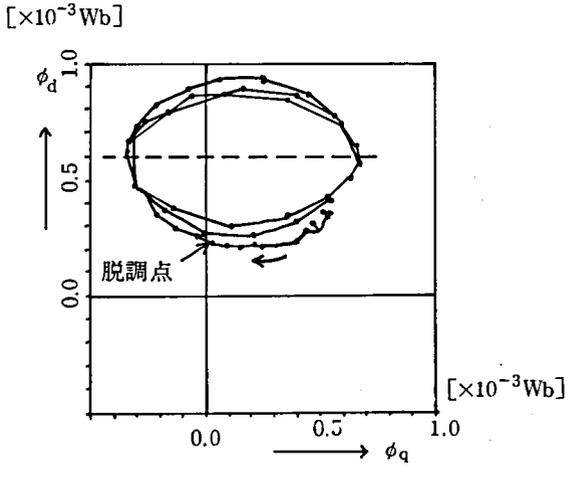
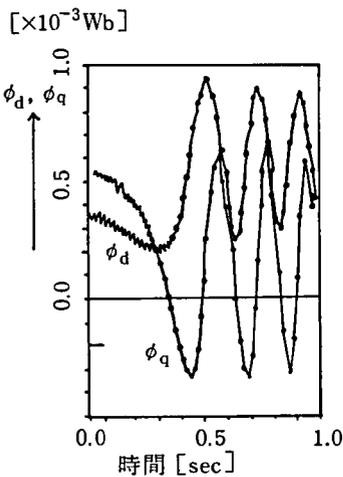
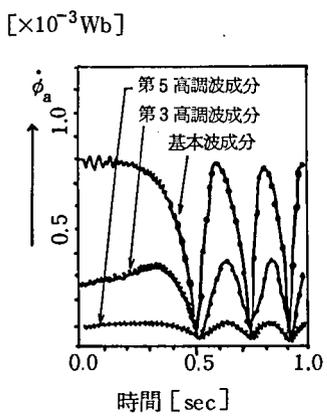
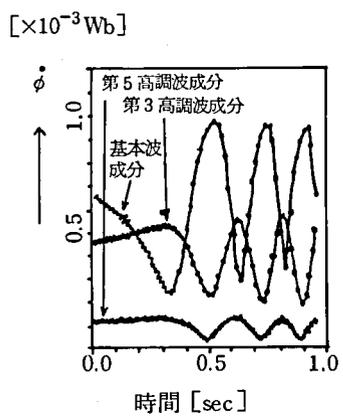
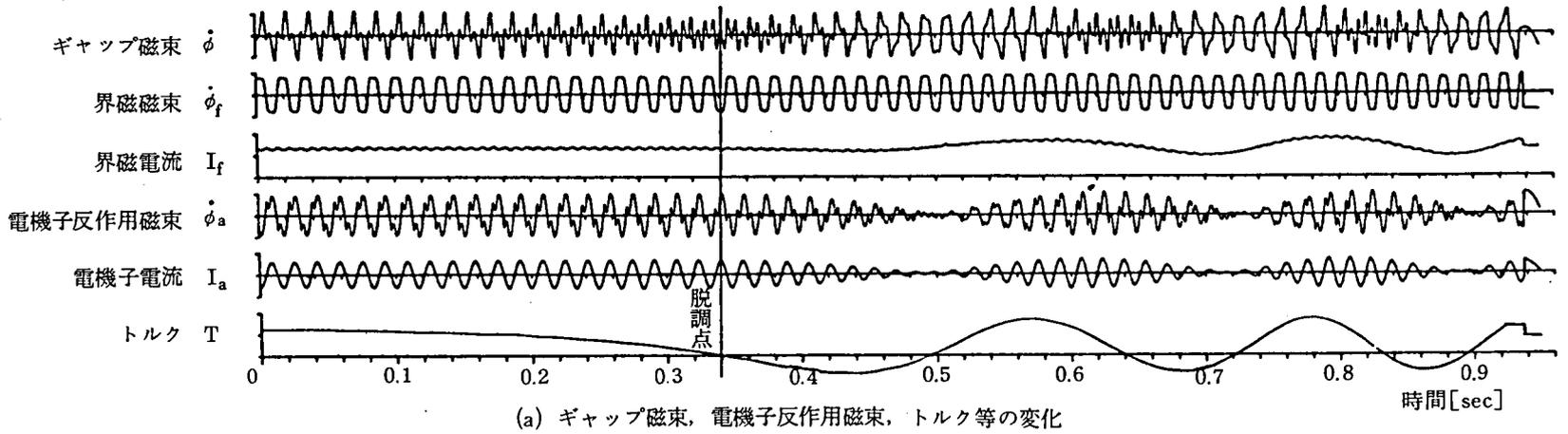


図 2.12 図 2.10 に続く状態におけるギャップ磁束等の変化

(1) ギャップにおいて回転子に作用するトルクは、界磁磁束 $\dot{\phi}_f$ と電機子反作用磁束 $\dot{\phi}_a$ のベクトル積の絶対値として表わされる。

(2) 脱調は、下記の現象から求められる。

(i) 負荷増加において発電機出力が減少しはじめる時が、脱調開始時点で、その後は、発電機は加速に入る。

(ii) 回転子に作用するトルクが零となる時が、脱調点であり、その間、トルクは減少する。

(iii) ギャップ磁束のうち基本波成分が最小となる時、第3高調波成分は最大となり、その時点で、発電機は脱調する。

(iv) ギャップ磁束のうち基本波成分を直軸成分 ϕ_d と横軸成分 ϕ_q に分け、これらの成分について脱調との関係を解析すると、横軸成分 ϕ_q が最大値に達する点が脱調開始時点であり、回転子が加速の状態 ϕ_q が正から負に移行する点が脱調点である。

(3) 脱調時のギャップ磁束の基本波成分、高調波成分の推移を明らかにした。

(4) 脱調時の $\phi_q - \phi_d$ のXY図形は楕円軌跡を描き、その長軸は横軸に対して水平となる。

第3章 有限要素法による同期発電機の脱調現象の解析^{11), 12), 13)}

3.1 まえがき

前章までに、発電機電機子歯頭部に巻いたさぐりコイルによってギャップ磁束波形が計測され、この磁束をもとに同期発電機の定常特性の導出、及び従来あいまいであった脱調現象を物理的に明確にすることができた。すなわち、ギャップ磁束波形の変化を解析することによって、同期発電機の脱調を解析した。

本章では、近年、精細な磁界解析法として注目されている有限要素法⁵⁾を用いて、発電機脱調時前後における磁気回路全体の磁束の流れおよび回転子に働く力の分布、さらにトルク等を算出し、その結果から脱調の解析を行った。

3.2 有限要素法の同期発電機の磁束分布及びトルクの計算への適用

まず、有限要素法による同期発電機の磁束分布及びトルクの計算方法について述べる。供試同期発電機の仕様は、節 1.2 及び付録第 1 章を参照。

3.2.1 有限要素法による磁束分布の計算法

本節では、供試同期発電機への有限要素法の適用について述べ、発電機の回転子、電機子及びギャップにおける磁束分布の計算結果と、特にそれから得られるギャップ磁束分布について検討する。

計算を行なうに当たって、次の仮定をもうけた。

- (1) 二次元問題として取扱う。すなわち、発電機の端部の影響はこれを無視し、ベクトル・ポテンシャル及び電流密度ベクトルは発電機の回転軸方向の成分のみとする。
 - (2) 鉄心材料は等方性とし、 $B-H$ 曲線は一価である。すなわち、ヒステリシスは考慮しない。
 - (3) 発電機電機子鉄心の外部の磁場は無視する。
 - (4) 電機子各極巻回数は同じであり、磁気回路は磁極軸中心に対して対称である。したがって、1 極ピッチで周期境界条件が成立し、解析する領域は 1 極分でよい。
 - (5) 電機子電流は、対称 3 相交流である。
 - (6) 電機子巻線及び界磁巻線を流れる電流は、各巻線の断面に一様に分布して流れている。
- 計算に必要なデータは、要素分割、鉄心材料の $B-H$ 特性、境界条件、界磁巻線及び電機子

巻線の電流密度の4つである。以下、順に述べる。

まず、有限要素法の解析の対象とする領域を、任意形状の有限個の要素に分割する。ここでは、二次元問題としての有限要素法の代表的要素である3節点1次要素によって、供試機の1極分を分割した。分割に当たっては、磁気抵抗率の急変するギャップは特別に細かく分割するが、計算精度を悪くするような針状の三角形はつくりないように留意した。分割の仕方、要素数、節点数は種々変えて計算し、測定値に合致するように計算値の近似度を向上させ、最終的には要素数は1,432、節点数は755、計算に用いたバンド行列の半バンド幅は57である。分割図を図3.1に示す。

次に、鉄心材料のB-H特性は、区間3次式で近似した。電機子鉄心にはS-18(ケイ素鋼板)、回転子鉄心には軟鋼(Mild Steel)が使われている。それぞれのB-H特性を図3.2に示す。同図において、

$$H = f_a B + f_b B^3 \quad (3.1)$$

$$\text{但し, } B_i \leq B \leq B_{i+1}$$

$$f_a, f_b: \text{定数}$$

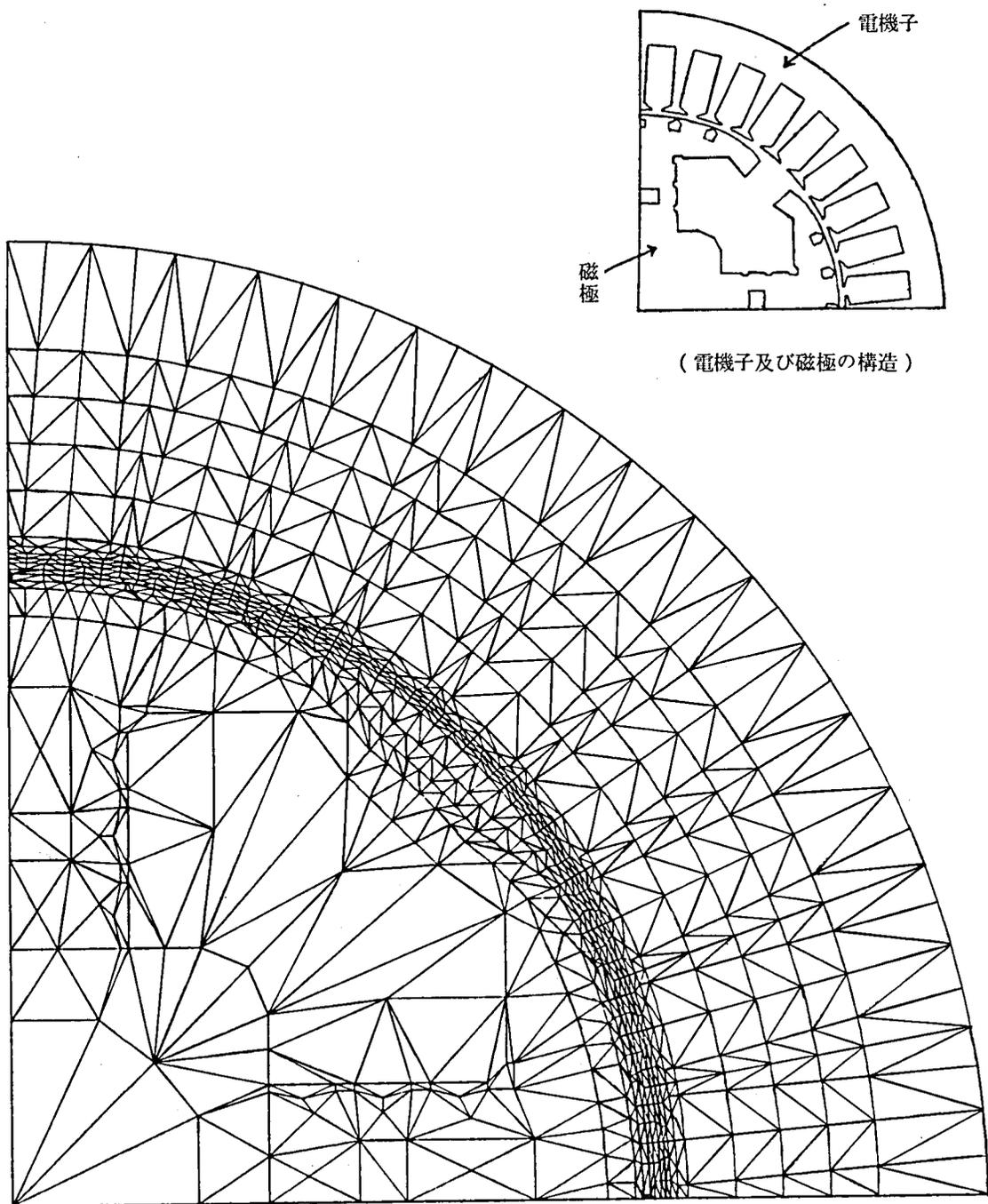
によって、区間 $[B_i, B_{i+1}]$ のB-H曲線を近似する。区間 $[B_i, B_{i+1}]$ は、直線部分で1個、非線形部分では、 $0.1 [\text{Wb}/\text{m}^2]$ 毎または $0.2 [\text{Wb}/\text{m}^2]$ 毎に区切り、全部で、S-18は16個、軟鋼は13個とした。

境界条件には、周期境界条件と固定境界条件とがある。固定境界条件は、発電機回転子の中心部及び電機子の、ギャップと反対側の部分で成立ち、そこではポテンシャル値は零である。

界磁巻線及び電機子巻線の電流密度は、定常時及び脱調時とも、対象とする発電機の運転状態における界磁電流 I_f と電機子電流 I_{ai} ($i=U, V, W$ 相)の実測値から、それぞれ $i_f = N_f I_f / S_f$ (但し、 N_f :界磁巻線の巻回数、 S_f :界磁巻線の占める面積)、 $i_{ai} = N_a I_{ai} / S_a$ (但し、 N_a :電機子巻線の巻回数、 S_a :電機子巻線の占める面積)として算出する。

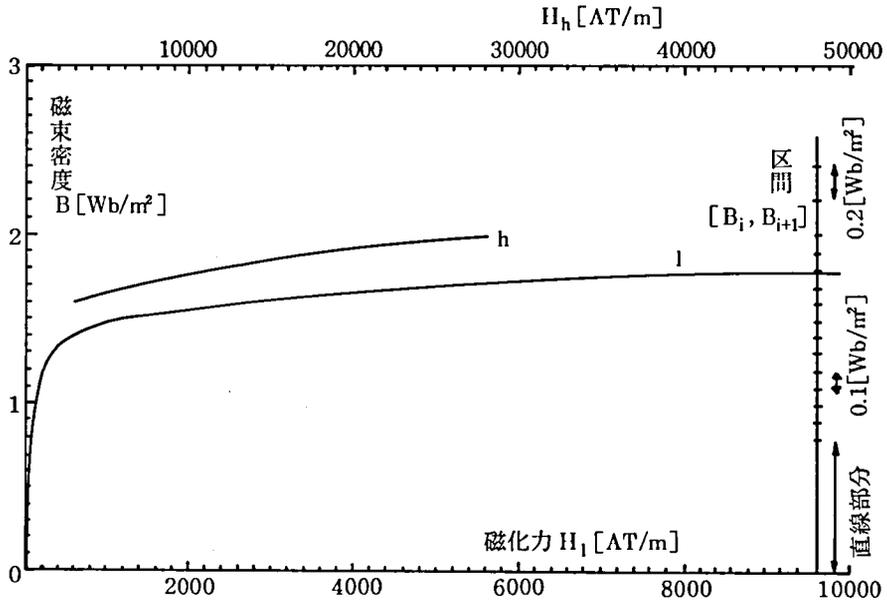
以上述べた4つのデータを入力とし、有限要素法で計算する(詳細は付録第5章参照)と、各節点におけるポテンシャル値が得られ、この結果から、図3.3に示すような、等ベクトル・ポテンシャル線図を描くことができる。これは同時に磁束分布図を表わしていて、磁束の流れが視覚的に把握できる。この図は見易くするために、計算した1極分の結果を、電気角で 180° ずらして合成し、2極分を示した。また、図3.3にみられるように、供試機磁極には、所要の飽和特性をもたせるためにイスマス(窓)があり、また、毎極5本の制動棒用の溝がある。

図3.3以降、等ポテンシャル線の間隔は、いづれも $0.002 [\text{Wb}/\text{m}]$ とした。いま、各線の間

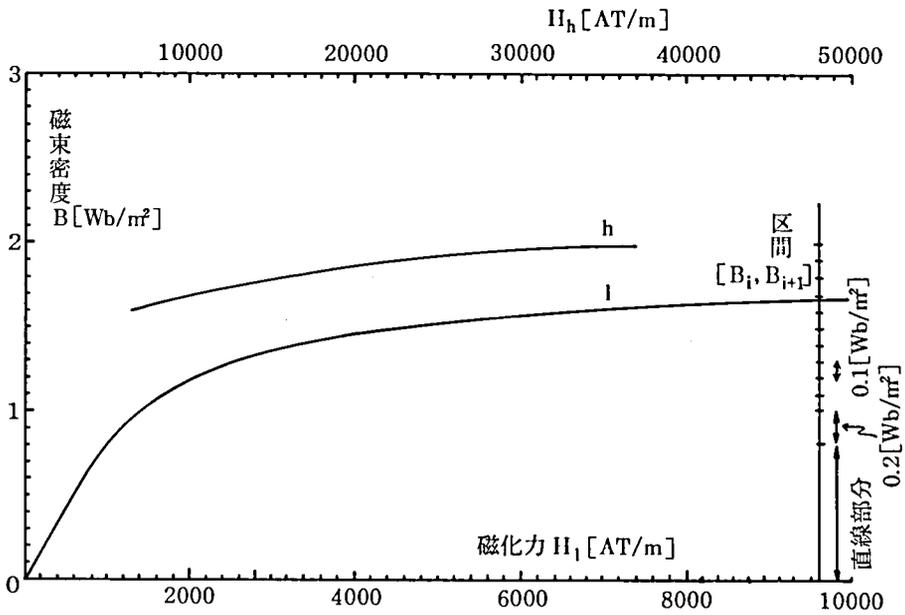


(電機子及び磁極の構造)

図 3.1 供試発電機の 1 極分の要素分割図



(a) S-18のB-H特性曲線



(b) 軟鋼のB-H特性曲線

図 3.2 鉄心材料のB-H特性曲線

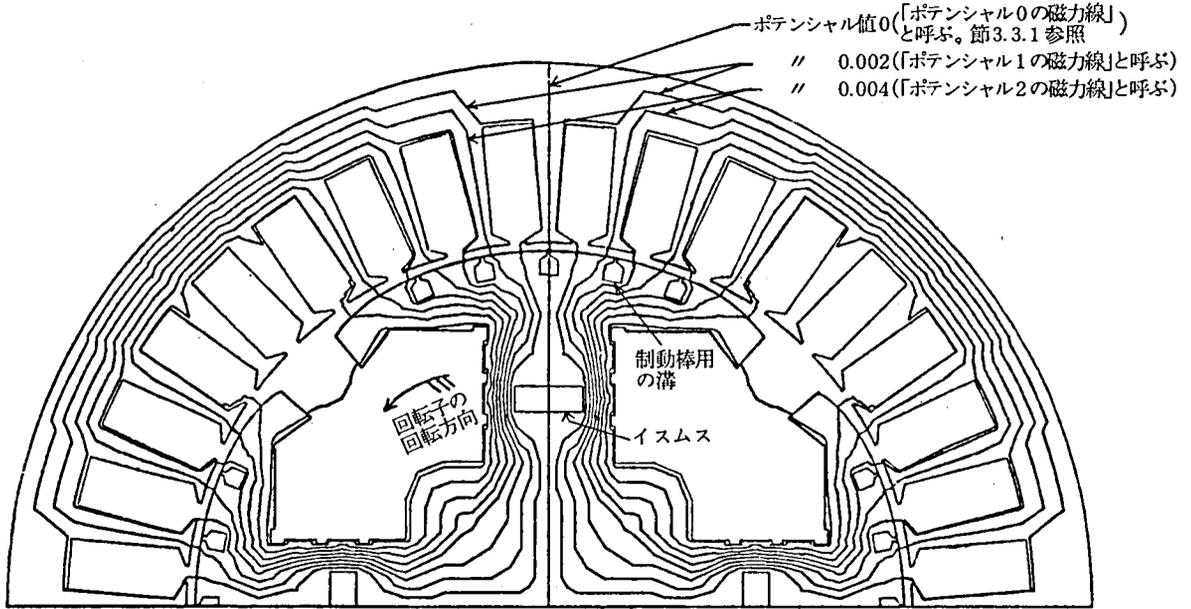


図 3.3 等ベクトル・ポテンシャル線図(無負荷時, 界磁電流 $I_f = 1.5A$)

隔を a_i [Wb/m], 正味の軸長を l [m] とすると, 線間を流れる磁束の量 ϕ_i [Wb] は, 次式で与えられる。

すなわち,

$$\phi_i = a_i \times l \quad (3.2)$$

である。供試機の l は 0.13 [m] であるから, $\phi_i = 2.6 \times 10^{-4}$ [Wb] となる。

(3.2)式によって1極分9個の電機子歯頭部を通る磁束を求め, ギャップに面した電機子表面の磁束分布を求めることができる。図 3.4 は, このようにして求めた無負荷時のギャップ磁束分布波形である。同図には, 第 1 章で述べた電機子歯頭部に巻いたさぐりコイルによって測定したギャップ磁束分布波形も示している。前述した, 分割の仕方, 要素数, 節点数は, 図 3.4 に示すように, 有限要素法による計算値とさぐりコイルによる測定値とが一致するように決定したものである。

3.2.2 回転子に働くトルクの計算法

本節では, 有限要素法で求めたベクトル・ポテンシャル分布の計算結果から, 回転子に働くトルクの計算方法について述べる。

すなわち, 有限要素法による磁界解析結果から, 発電機各部のベクトル・ポテンシャル分布,

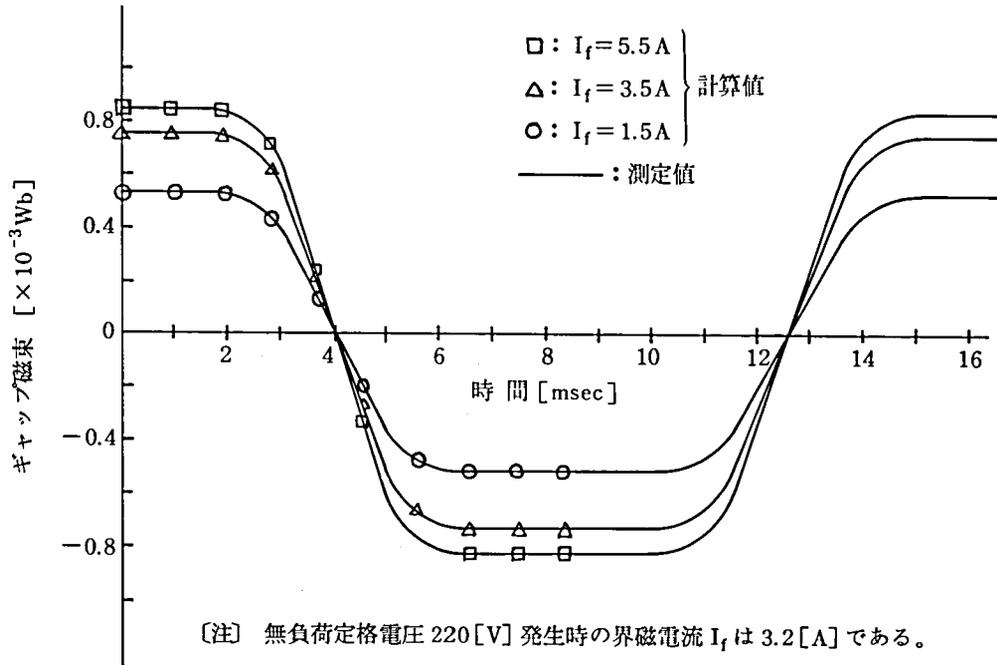


図 3.4 有限要素法による計算値とさぐりコイルによる測定値との比較
(無負荷時のギャップ磁束分布波形)

すなわち、各 3 節点 1 次要素の節点 i のポテンシャル値 A_i が得られる。図 3.5 において、1 つの要素 1-2-3 に注目すると、この要素内の磁束密度 B_1 は、

$$B_1 = (1/2A) \cdot \sum_{i=1}^3 (ir_i A_i - jq_i A_i) \quad (3.3)$$

ただし、 A は同図中の要素 1-2-3 の面積、 r_i, q_i は、循環する添字 l, m, n (たとえば $l=2$ のとき $m=3, n=1$) により、 $r_l = x_n - x_m, q_l = y_m - y_n$ で表わされる。

である。なお、3 節点 1 次要素を用いる場合、要素内では磁束密度 B_1 及び磁気抵抗率 $\nu_1 (= 1/\mu_1)$ は一定となる (付録第 5 章参照)。

(3.3) 式により各要素における磁束密度の大きさ B_1 を求め、次の (3.4) または (3.4') 式で各要素の磁気エネルギー密度 w を計算する。

(i) B-H 曲線の飽和が無視できる場合

$$w_1 = \nu_1 B_1^2 / 2 \quad (= H_1 B_1 / 2) \quad (3.4)$$

(ii) B-H 曲線の飽和を考慮する場合

$$w_{\text{sat}} = \int_0^{B_1} \nu B dB \quad (3.4')$$

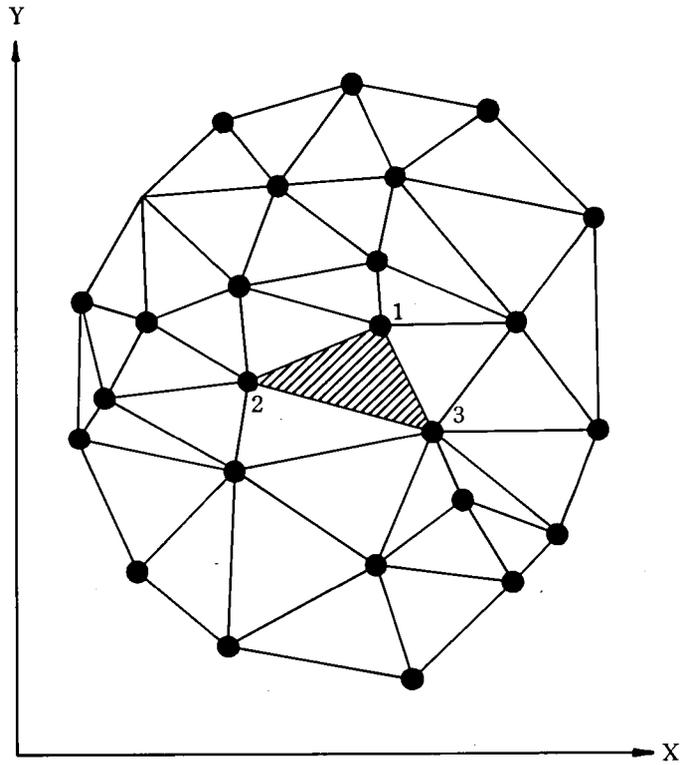


図 3.5 3 節点 1 次要素による分割

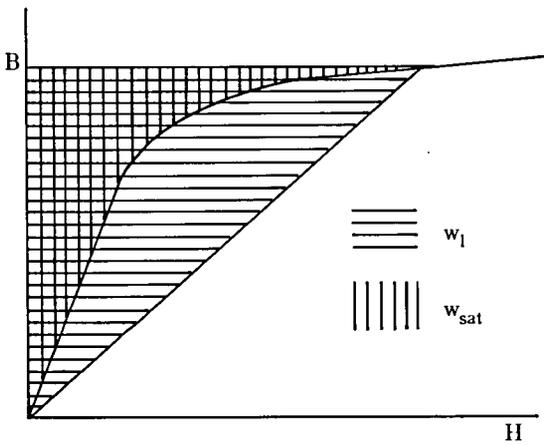


図 3.6 磁気エネルギー密度の説明図

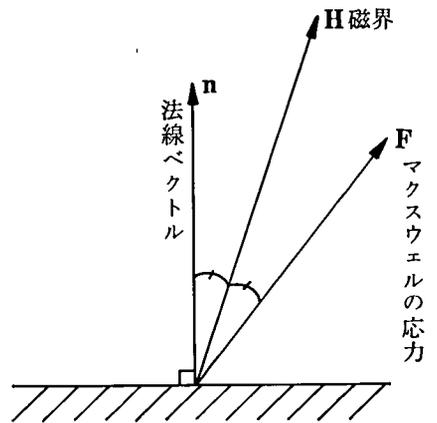


図 3.7 マクスウェルの応力の説明図

図 3.6 は、 w_1 と w_{sat} の違いを表わしたもので、一般に $w_1 \geq w_{sat}$ である。厳密には w_{sat} を用いるべきであるが、後述するように従来の鉄心トルク法は w_1 を用いている。本研究では、 w_{sat} を用いる。

各要素の境界面に働く単位面積当りの磁気力（以下単に「力」という）は、マクスウェルの応力 \mathbf{F} で表現され、その大きさは磁気エネルギー密度 w に等しく、その方向は、図 3.7 に示すように磁場 \mathbf{H} に関して面の法線ベクトル \mathbf{n} と対称の方向を取る。

従って、各要素の 3 つの境界面に働く単位面積当りの力は、マクスウェルの応力によって求められる。これを全要素について求めれば、発電機各部に働く力の大きさと方向がわかる。そこで、この力の接線方向成分を求め、これに中心からの距離を乗じて、回転子の全節点について加え合わせれば、回転子に働くトルクが求められることになる。

次に、従来、トルクを求める方法として Bli 法と鉄心トルク法があるが、これについて検討する。

(1) Bli 法：この方法は、磁場内にある導体に電流が流れるとき、この導体に電磁力が働くというフレミングの左手の法則に基づく方法で、電動機（または発電機）のトルクの原理的説明によく用いられる。しかし、文献(14)に指摘されているように、有歯鉄心の回転機では、ギャップ磁束の大部分は歯頭に入り、スロットを通過して電機子巻線導体に直接作用する磁力線の数は極めて少ない（供試機では、歯頭を通る磁束の約 1% である（節 1.3.2 参照））ので、これによるトルクは小さく、主要なトルクとみなすことはできない。

そこで、たとえば文献(15)では、厳密な Bli 法ではなく、 i として各スロットに流れる電機子電流の瞬時値を、 B としては、①スロットを含め、電機子巻線をはさむ両側歯の半径方向磁束密度の平均値を採用する、②電機子内径側のギャップ磁束分布を利用する、の 2 法で計算し、測定値と良く合うことが報告されている。これは、 B として、電機子巻線に直接作用する磁力線ではなく、電機子端子に実際に誘導電圧を発生するギャップ磁束を取っているため、測定値と良く合う結果になったと考えられる。なお、安定度解析などに用いられる 2 軸等価回路の考え方によるトルクの式の (3.5) 式¹⁶⁾ は、このような擬似 Bli 法である。

$$T = i_q \phi_d - i_d \phi_q \quad (3.5)$$

但し、 i_d (i_q)：電機子電流の直軸（横軸）成分

ϕ_d (ϕ_q)：ギャップ磁束の直軸（横軸）成分

(2) 鉄心トルク法：文献(14)では、上述の観点から、有歯鉄心の回転機のトルクは大部分鉄心表面に働く磁気力によって形成されるとし、その発生機構を次に示す磁界に基づく力の一般式

から論じている。

$$f_m = [\mathbf{i} \cdot \mu_r \mathbf{H}] - \frac{1}{2} \mathbf{H}^2 \nabla \mu_r + \mathbf{H} \nabla \cdot (-\mathbf{J}_0) \quad (3.6)$$

但し、 \mathbf{H} , \mathbf{J}_0 , μ_r は磁性体内の任意の体積素 dv における磁界，永久磁化ベクトル及び透磁率であり， \mathbf{i} はその箇所を流れる電流を表わす。

そして，主要なトルクを形成するものは，(3.6)式第2項に基づく，電機子スロット側面に働く，この面に垂直な力であって，この力 f は，スロット側面の内外の磁界の関係を，図3.8のように定めるとき，次の(3.7)式で計算されるとしている。

$$f = -\frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{1}{\mu_0} - \frac{1}{\mu_i} \right) B_{on}^2 - (\mu_0 - \mu_i) H_{ot}^2 \right\} \quad (3.7)$$

これが，いわゆる鉄心トルク法である。¹⁵⁾ 文献(15)では，(3.7)式において， H_{ot} は小さく無視されるとして計算され，その結果は，測定値に比べてかなり低い値となったことが報告されている。

この鉄心トルク法は，上述のマクスウェルの応力の考え方から説明できる。すなわち，図3.8において，求める応力 f は， B_n による応力 f' と H_t による応力 f'' との差になる。従って，境界条件 $B_{on} = B_{in}$, $H_{ot} = H_{it}$ を考慮し，磁気エネルギー密度として w_1 を用いると，

$$\begin{aligned} f &= f' - f'' = \frac{1}{2} \left(\frac{B_{in}^2}{\mu_i} - \frac{B_{on}^2}{\mu_0} \right) - \frac{1}{2} (\mu_i H_{it}^2 - \mu_0 H_{ot}^2) \\ &= \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{1}{\mu_i} - \frac{1}{\mu_0} \right) B_{on}^2 - H_{ot}^2 (\mu_i - \mu_0) \right\} \end{aligned} \quad (3.8)$$

となる。これは，(3.7)式の f と同一である。従って，磁気エネルギー密度として w_1 を用いる限り，マクスウェルの応力という概念で発電機各部に働く力を求める前述の方法と鉄心トルク法は一致する。

しかし，同期機のトルクを正確に算定するためには，当然，鉄心材料の $B-H$ 曲線の飽和は考慮されねばならないし，また，前述の文献(15)の計算結果が示すように，電機子スロット側面のトルクをもって主要なトルクとみなすことは厳密性を欠くことになる。

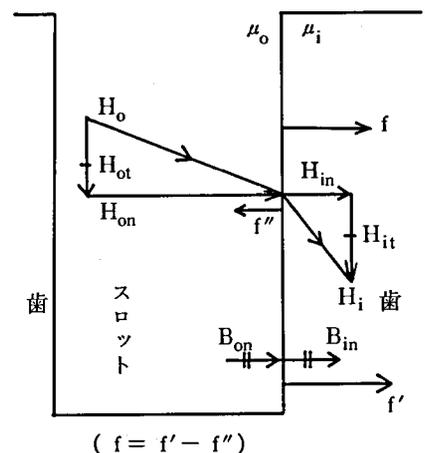


図3.8 スロット内外の磁界の関係

この意味で、本論文の方法は、

(i) 有限要素法で求めたベクトル・ポテンシャル分布から、発電機内部の磁気回路(電機子、回転子、ギャップ)全体の力の分布が求められるので、トルクを形成する全ての力を考慮することができる。

(ii) 磁気エネルギー密度として w_{sat} を用いることにより、鉄心材料の B-H 曲線の飽和を考慮することができる。

など従来にはない厳密な解析法である。

3.3 定常運転における磁束分布及びトルクの解析

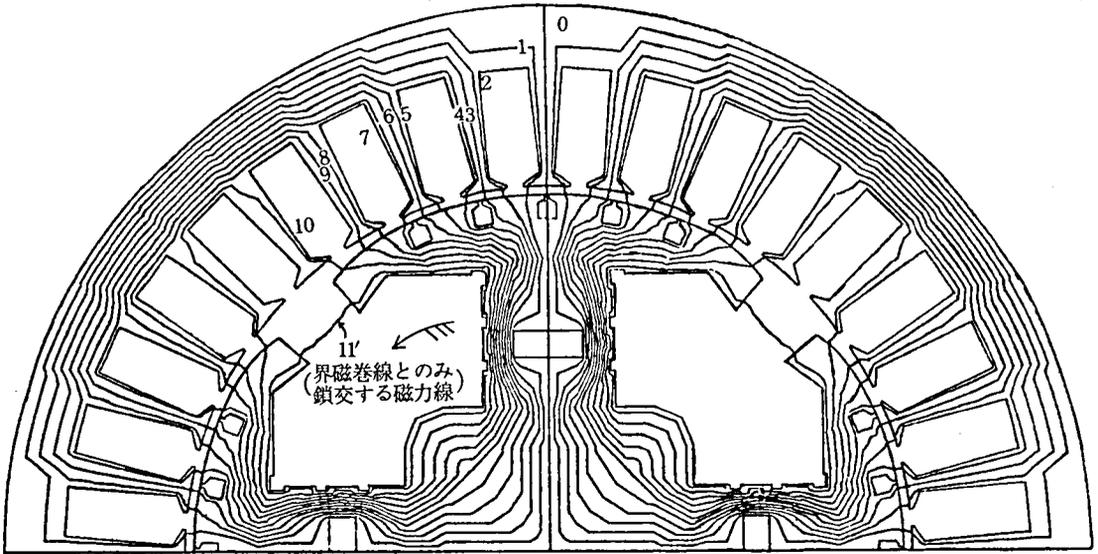
本節では、前節で述べた方法で求めた同期発電機の定常運転時の磁束分布及びトルクの解析結果を述べる。まず無負荷の場合を述べ、次に供試機を用いた一機無限大系統での同期運転状態を考察する。続いて、界磁電流を一定(3.5[A])に保ちながら、負荷を徐々に増加した時の磁束分布及びトルクの変化を述べる。この一機無限大系統は、前章で用いたものである。

3.3.1 無負荷時の磁束分布及びトルクについて

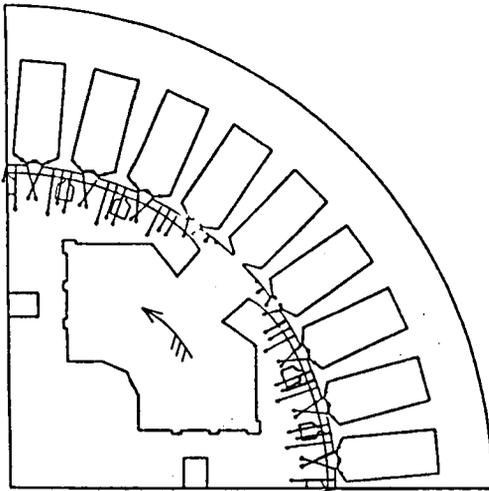
図3.9は無負荷時(界磁電流3.5[A])の結果で、(a)磁束分布図 (b)電機子側に働く力の分布図 (c)回転子側に働く力の分布図である。同図以降の磁束分布図において、各磁力線にそのポテンシャル値に対応した番号を付す。界磁巻線のみ鎖交する磁力線の番号には'を、電機子巻線のみ鎖交する磁力線の番号には"を付し、両巻線双方と鎖交する磁力線と区別した。また、同図以降の力の分布図において、矢印は力の方向を、矢印の長さ0.13[cm]は0.1[N]の力を表わすが、0.01[N]以下の微小な力は図では省略した。図3.9から無負荷時の磁気回路について次のことがわかる。

- (1) 磁束分布は、界磁の中心軸を通るポテンシャル0の線を中心として左右対称である。
- (2) 従って、電機子及び回転子に働く力の分布も、界磁中心軸に関して左右対称である。
- (3) それ故、力の接線方向成分の和は零となり、磁気力によるトルクは零となる。この状態では、原動機から回転子に供給されるトルクは、鉄損、界磁の銅損、風損、軸受損などを補うだけであるから、極めて小さい。
- (4) 力は主として、透磁率の変化が大きい鉄心とギャップの間に大きな力を生じる。
- (5) 電機子と回転子に働く力は、ギャップを隔てて、互いにほぼ等しい相反する方向の力である。

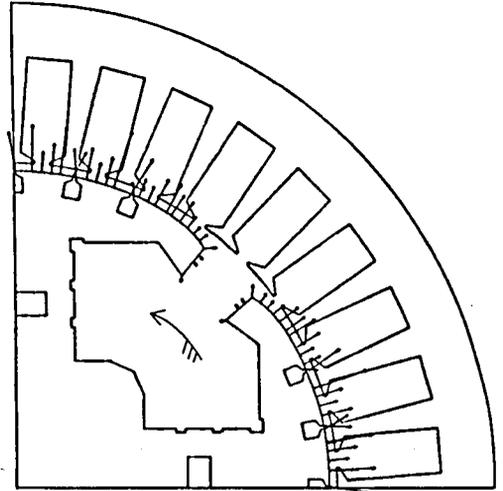
従って、無負荷時の磁気回路を模型的に描くと図3.10(a)のように仮想的なNS極で表わせる。



(a)



(b)



(c)

図 3.9 無負荷時(界磁電流 $I_f = 3.5$ [A]) の(a)磁束分布図, (b)電機子側に働く力の分布図, (c)回転子側に働く力の分布図

[注] (a)図において各磁力線につけた番号の意味については図 3.3 を参照。

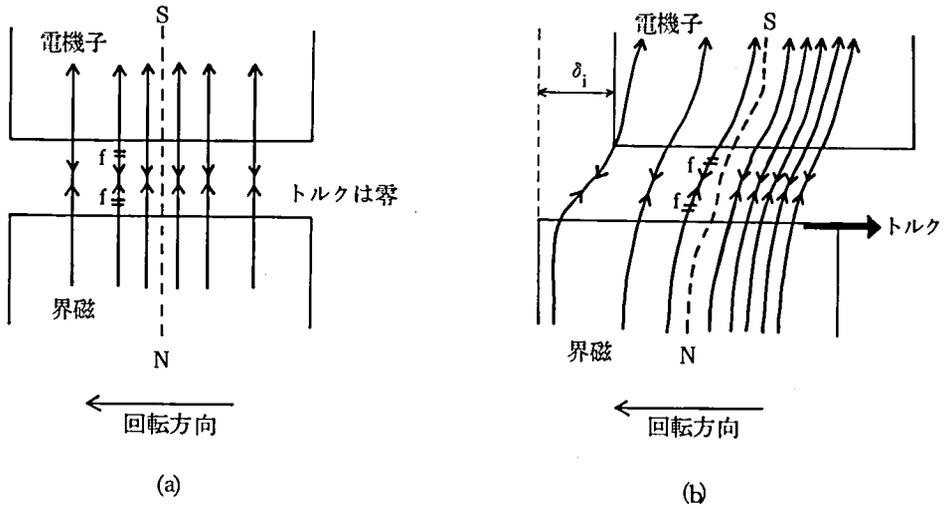
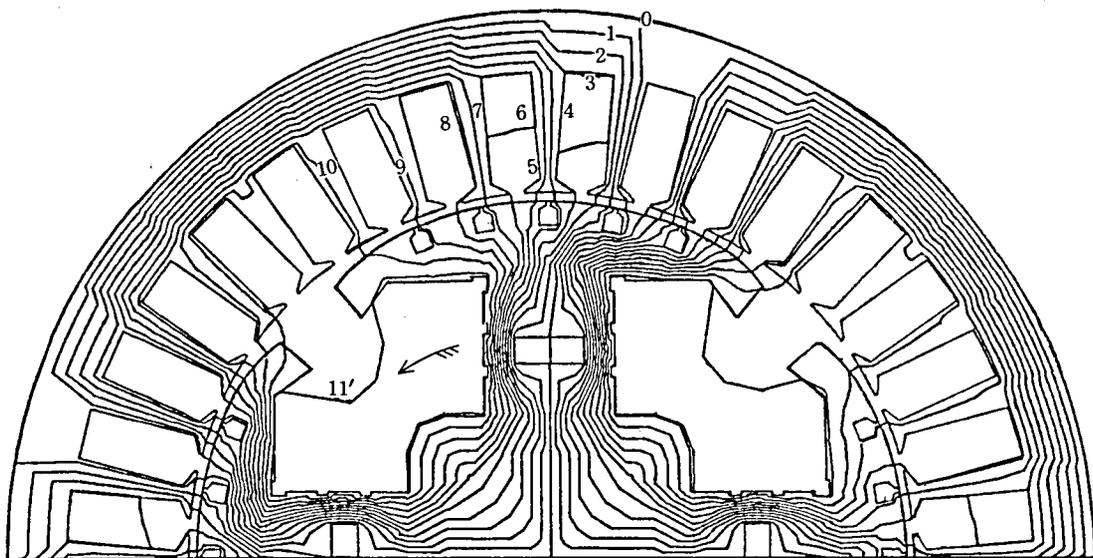


図 3.10 磁気回路のモデル (a)無負荷時, (b)同期運転時
 [注] (b)図中に示す δ_i の意味については、節 3.3.3 を参照。

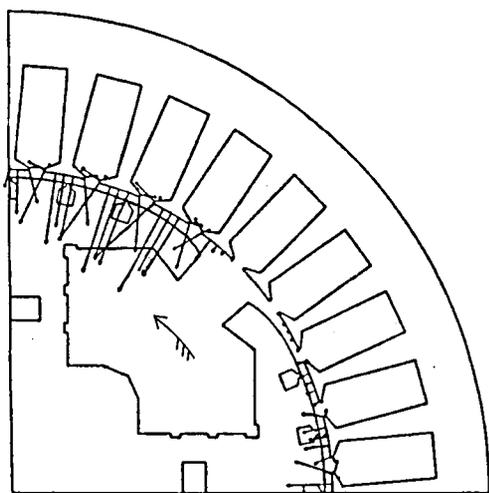
3.3.2 磁束分布及びトルクからみた同期運転状態の考察

図 3.11 は発電機が系統に同期している状態のものである。負荷条件は図中に示す通りである。力率は 1 に近く電機子反作用は交さ磁化作用であって、磁極の回転方向と反対側（遅れ側）の磁束密度が高い。また無負荷時と同様、ギャップを通る磁力線の電機子側と回転子側における磁気エネルギー密度、すなわち、マクスウェルの応力に基づく張力は等しい。従って、ギャップを通して回転子と電機子間に働く吸引力は、遅れ側に大きくなる。この力の分布による回転子に働くトルクは、回転方向と逆向きのトルクであって、その大きさが原動機から回転子に供給されるトルクと平衡して、同期発電機の同期が維持されていることになる。以上の結果、負荷時の磁気回路は模型的に図 3.10 (b)のように NS 極のずれとして表わすことができる。

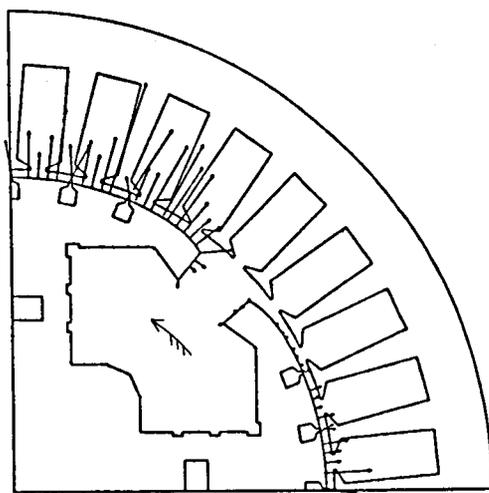
なお、図 3.9 及び図 3.11 にみられるように、電機子に働く力と回転子に働く力は、互いにほぼ等しい相反する方向であるので、以下の図では回転子に働く力のみを示すことにする。



(a)



(b)



(c)

図 3.11 同期運転時の(a)磁束分布図, (b)電機子側に働く力の分布図
(c)回転子側に働く力の分布図
負荷条件 $I_f = 3.2$ [A] $I_a = 10.0$ [A] $\theta = 2.0$ [°] (遅れ)
 $P_e = 3.8$ [KW]

3.3.3 負荷増加時の磁束分布及びトルクの変化

結果を、図 3.12 及び図 3.13 に示す。図 3.12 にみられるように、出力 P_e の小さい状態では、無負荷の状態と似ている。しかし、ポテンシャル 0 の磁力線の位置は回転方向と反対側（遅れ側）に若干移動し、力もこの方向に若干大きく働いていることがわかる。出力の増加とともに、この傾向が拡大し、定態安定極限電力付近では図 3.13 にみられるように、磁力線 0 の位置は更

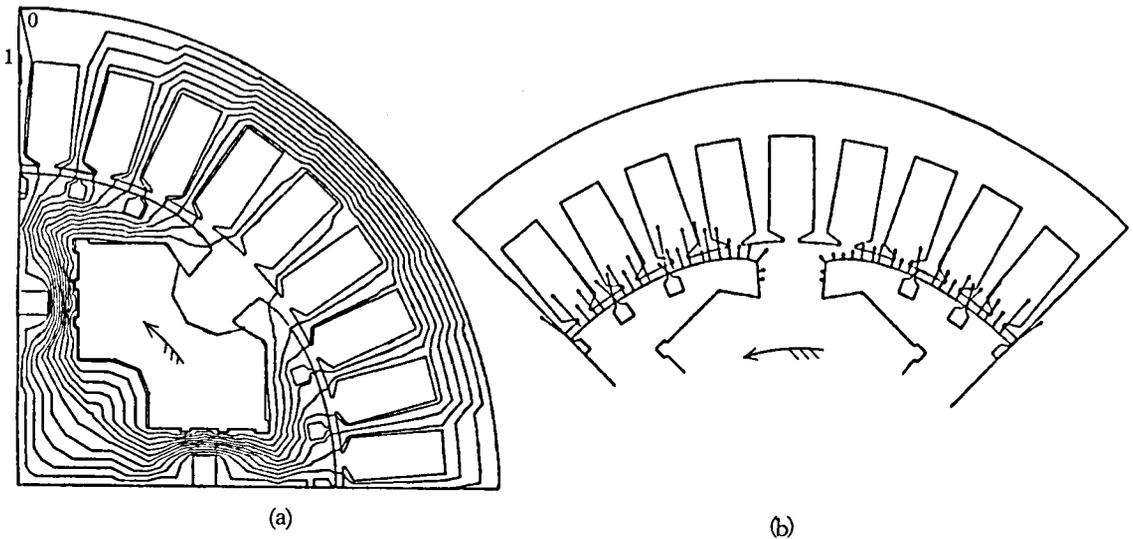


図 3.12 出力が小さい状態での (a) 磁束分布図, (b) 回転子に働く力の分布図
 負荷条件 $I_f = 3.2$ [A] $I_a = 2.6$ [A] $\theta = -8.2$ [°] (進み)
 $P_e = 0.98$ [KW]

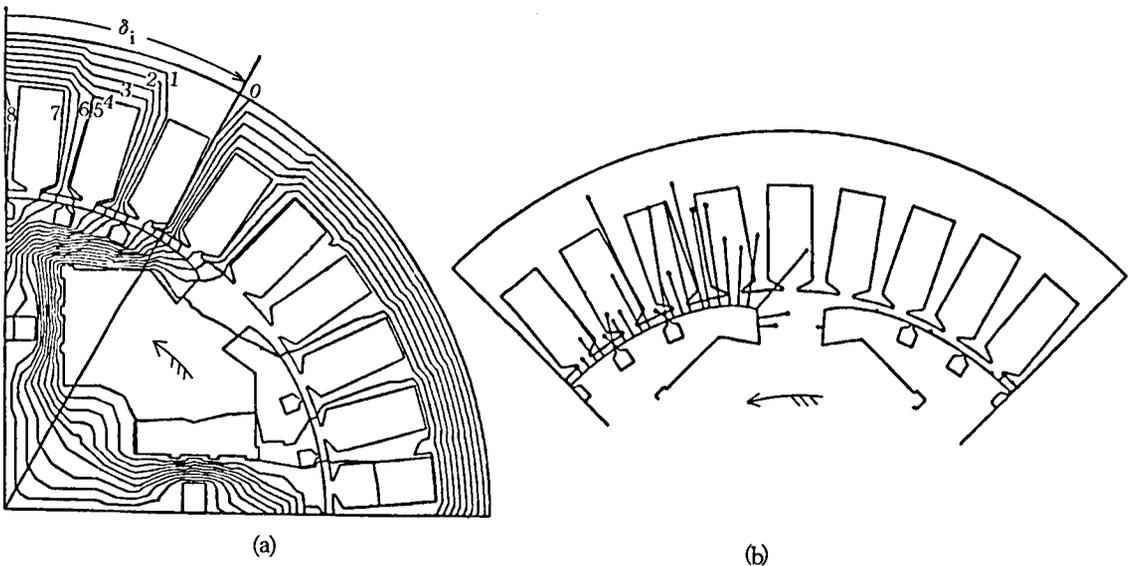


図 3.13 定態安定極限電力付近での (a) 磁束分布図, (b) 回転子に働く力の分布図
 負荷条件 $I_f = 3.2$ [A] $I_a = 25.0$ [A] $\theta = 37.1$ [°] (遅れ)
 $P_e = 7.9$ [KW]

に遅れ、また極めて大きな張力が遅れ側に集中するようになる。

上述のこととベクトル図との関係を次に示す。

すなわち、図 1.4 で、界磁磁束 $\dot{\phi}_f$ は図 3.9 (a) の無負荷磁束分布に、負荷時磁束 $\dot{\phi}$ は図 3.12 (a) 及び図 3.13 (a) の負荷時磁束分布に、それぞれ対応し、両者のなす角度は、図 3.13 (a) に示す磁力線 0 と界磁極中心とのなす角度 δ_i に等しい。この δ_i の開きによって発電機出力は増加する。また、図 3.9 (a) 及び図 3.13 (a) は、それぞれ公称誘導起電力 \dot{E} 及びギャップ誘起電圧 \dot{E}_i に対応する。

図 3.14 は、負荷増加時の電気出力 P_e の測定値と上述のトルク計算値とを比較したものである。すなわち、実線は P_e の測定値から次式、

$$P_e = \omega_0 T \quad (3.9)$$

但し、 ω_0 : 同期速度

の関係で求めたトルクの理論値を示したものであり、プロットで示した○印は回転子の全節点について、×印は磁極片表面の節点について加え合わせたトルクの計算値を示す。測定値と計算値は良く合っているが、若干の差違がみられる。この理由は次のように説明される。すなわち、計算によって算出したトルクは、発電機内部の正味のトルクであり、発電機出力端における出力 P_e と対応づけるためには、電機子銅損に相当する分だけ差し引く必要がある。図 3.15 は電機子電流に対する短絡損（電機子銅損と漂遊負荷損の和）の変化を示したものである。トルクの計算値から、当該電機子電流に対応する短絡損の分を差し引いたものが、電気出力 P_e と対応する。

また、○印と×印のトルクの計算値はほぼ一致しており、回転子に働くトルクは、ほとんど

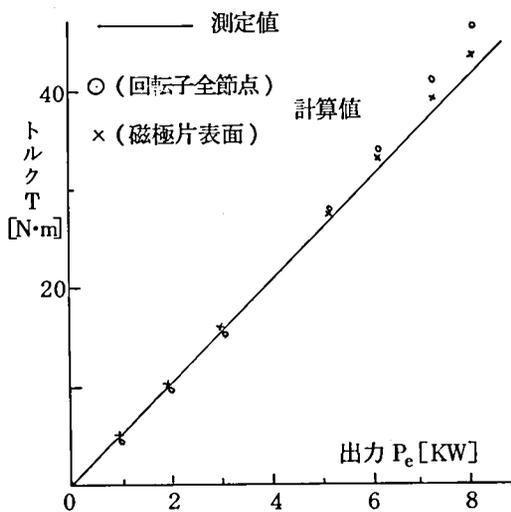


図 3.14 有限要素法によるトルクの計算値と測定値との比較

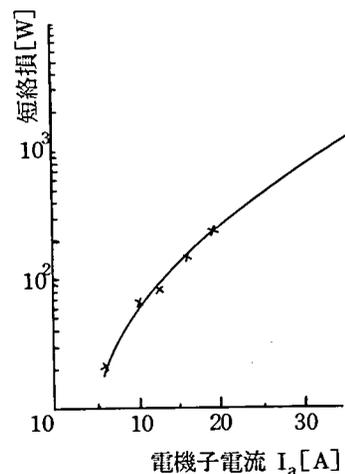


図 3.15 電機子電流と短絡損

が磁極片で発生していることがわかる。

なお、次節の図 3.16 に示すように、脱調時のトルクの計算値も、測定値と良く一致している。

3.4 磁束分布及びトルクの計算結果に基づく脱調現象の解析

本節では、同期発電機の脱調時における、磁束分布及びトルクの変化について述べる。対象とした実験は、第 2 章で用いた一機無限大系統で、図 3.13 に示す負荷状態から、界磁電流を一定に保ったまま負荷を更に増加して脱調させたものである。このときの発電機出力 P_e の変化を図 3.16 に、端子電圧 V_t 及び電機子電流 I_a の変化を図 3.17 に示す。図 3.16 には、以下の説明で使う「脱調過程」、「脱調点」、「非同期状態」等の用語を第 2 章にならって示しておく。磁束分布の変化を図 3.18 に、回転子に働く力の分布の変化を図 3.19 に示す。

3.4.1 脱調過程における磁力線の消滅と生成

発電機が脱調過程に入ると、磁束には、遅相電機子電流の増加による強い減磁効果が働く。その結果、磁束は回転子の遅れ側に偏ってき、それとともに、全体の磁束量が減少し(図 3.18 参照)、従ってトルクすなわち発電機出力 P_e 、及び端子電圧 V_t は減少する。

次に、図 3.18 に従って磁力線の変化を述べる。すなわち、(a)→(b)→(c)と脱調が進行するに従

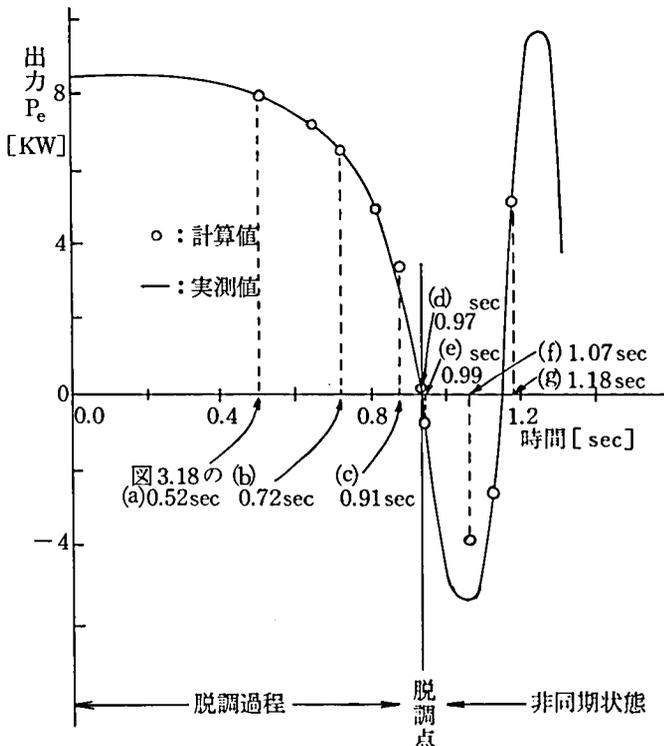


図 3.16 脱調時の発電機出力 P_e の変化

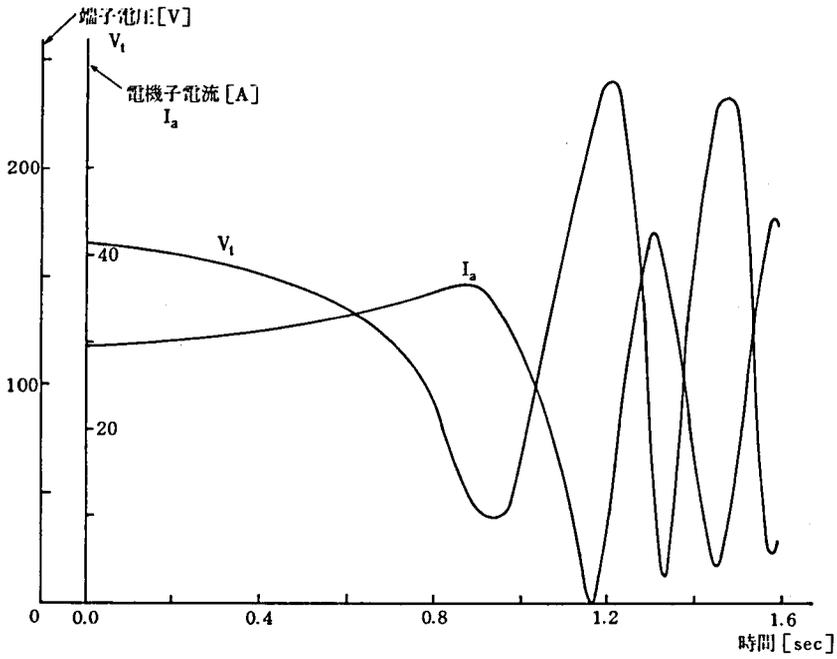
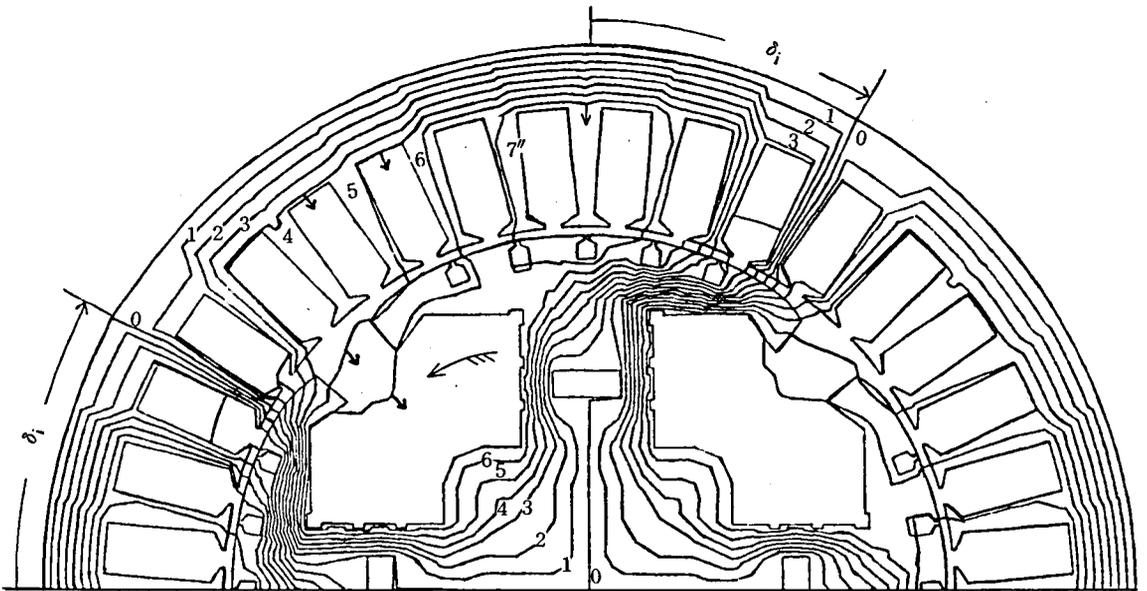


図 3.17 脱調時の端子電圧 V_t 、電機子電流 I_a の変化

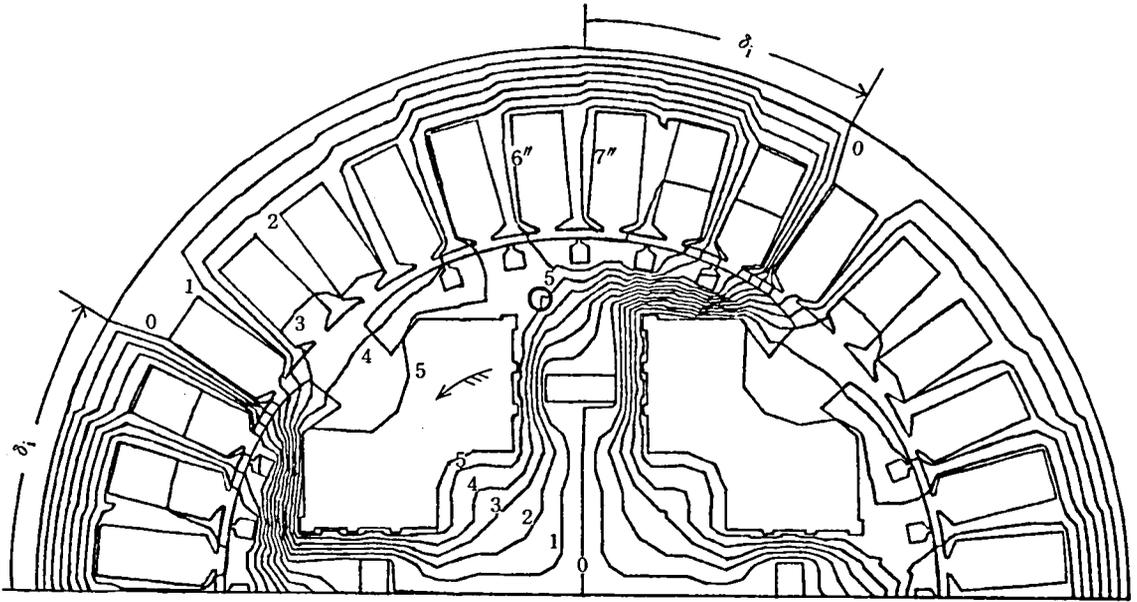


(a) 0.52 [sec] (相差角 δ_1 は回転子の遅れ方向へ開いていく。それとともに磁束線 5, 6, 7 は回転子の中心へ向かって移動する。)

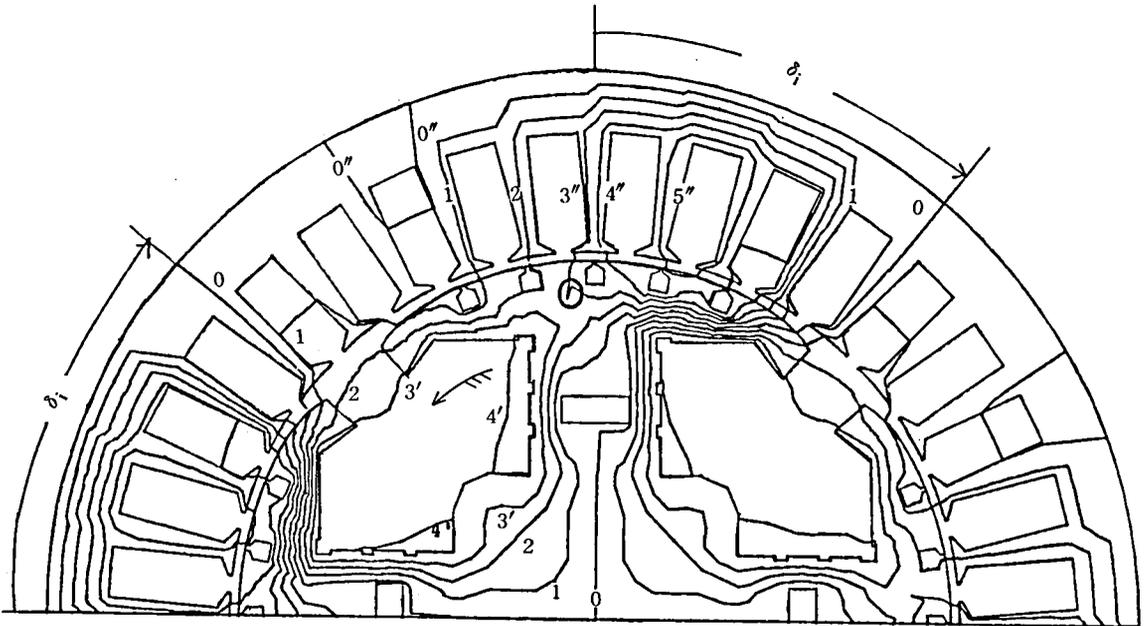
図 3.18 脱調時の磁束分布の変化

[図 3.18 全体に対する注]

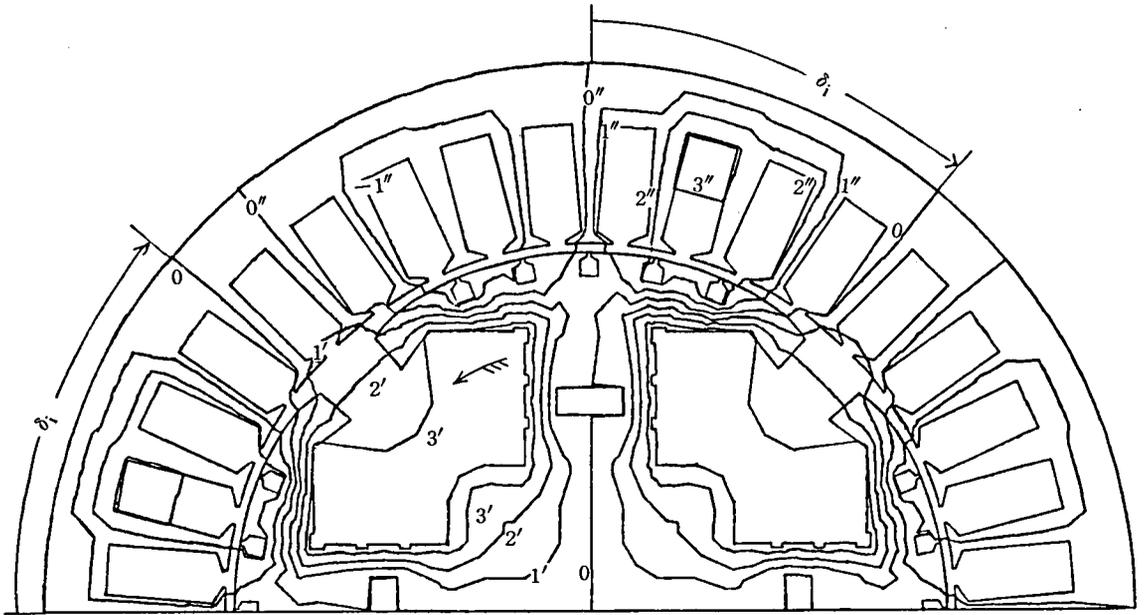
時刻は図 3.16 の表示に対応する。また, (a), (b), (c) は脱調過程, (d), (e) は脱調点付近, (f) は脱調直後, (g) は非同期状態。



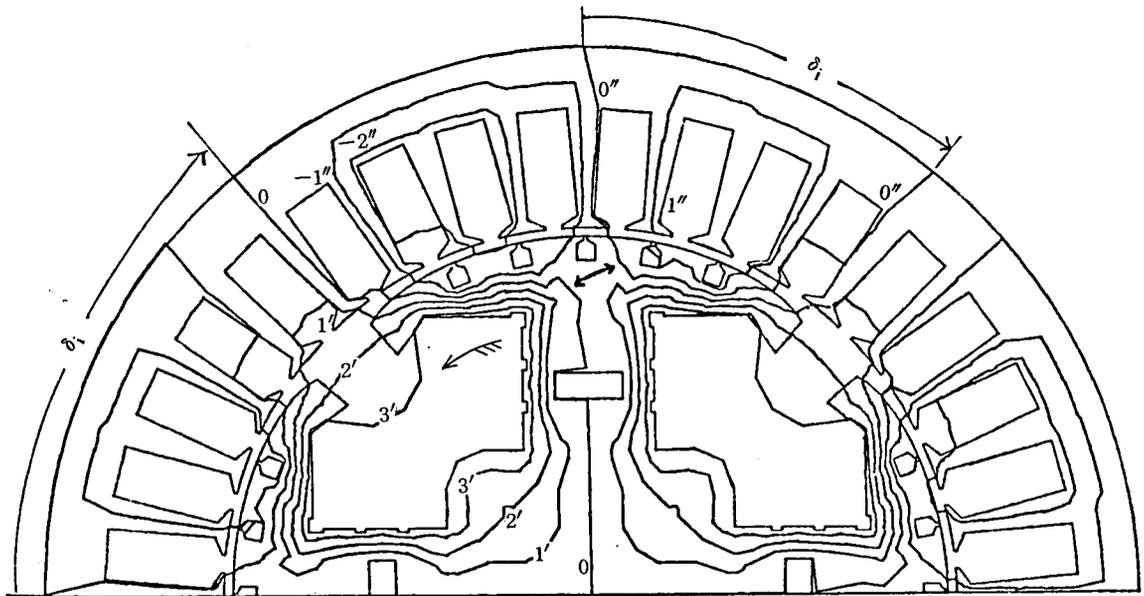
(b) 0.72 [sec] (δ_i はさらに開く。磁力線 6, 7 は電機子巻線とのみ鎖交するようになる。



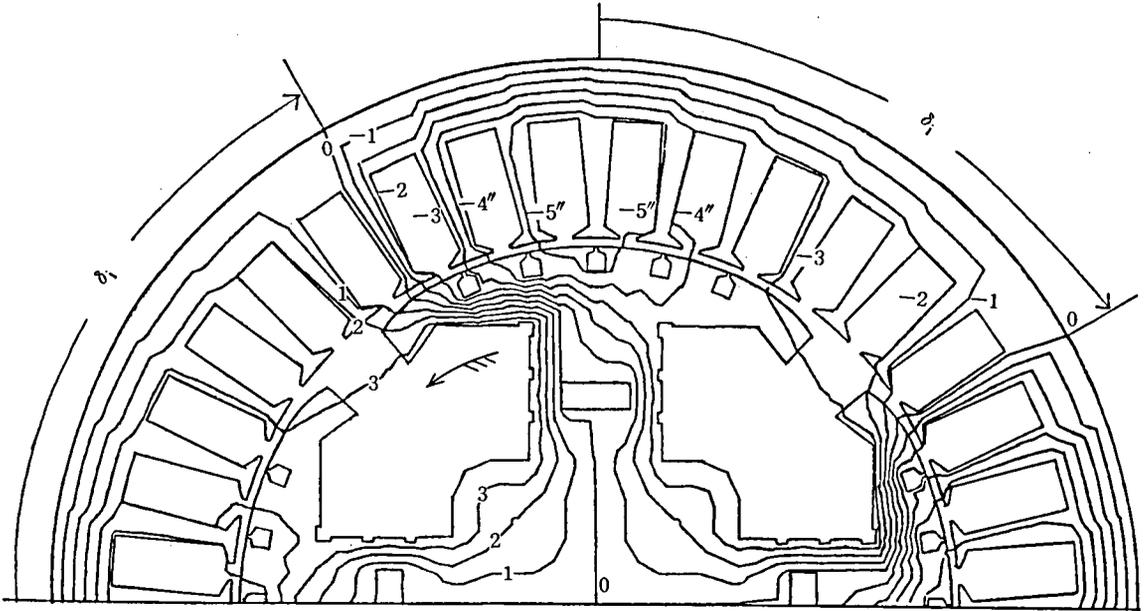
(c) 0.91 [sec] (磁力線 6, 7 は消滅する。(b)図で○印でマークした部分で磁力線 5 はちぎれ、電機子巻線とのみ鎖交するようになる。磁力線 3, 4 は、電機子巻線とのみ鎖交する磁力線 3'', 4'' と、界磁巻線とのみ鎖交する磁力線 3', 4' とに分離する。



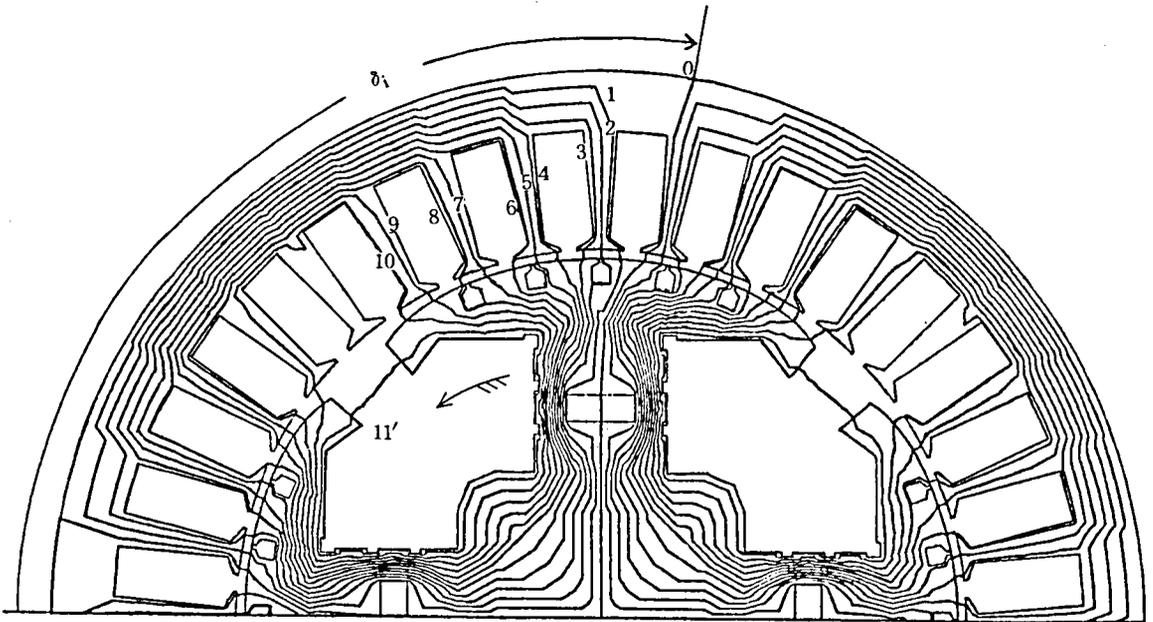
(d) 0.97 [sec] (δ_i はさらに開く。電機子巻線とのみ鎖交する磁力線 0',)
 (-1'', が次々と生成してくる。



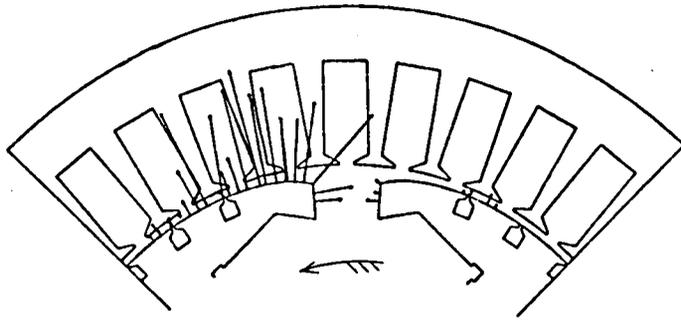
(e) 0.99 [sec] (脱調点で、磁力線 0 は回転子の遅れ側にあった (d) 図参照) のが、回転子の進み側に跳躍する。電機子、界磁双方に鎖交する磁力線は極めて少ない。



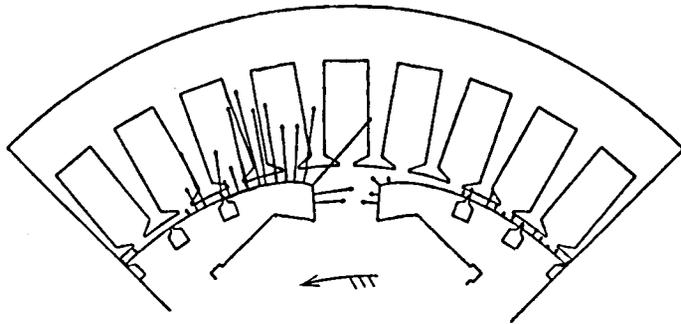
(f) 1.07 [sec] (脱調後は、回転子の進み側へ磁力線が集中していく。)



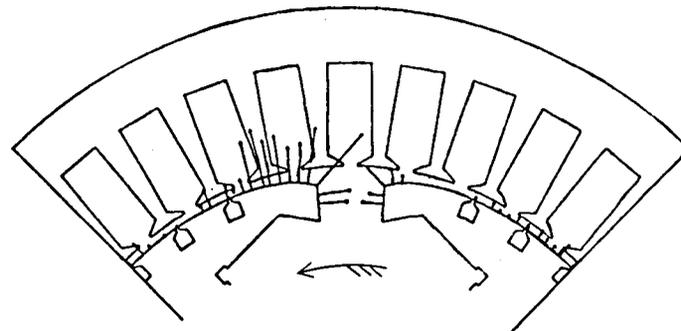
(g) 1.18 [sec] (非同期状態では相差角 δ_i は 180° をこえてさらに拡大していく。)



(a) 0.50 [sec]



(b) 0.77 [sec]

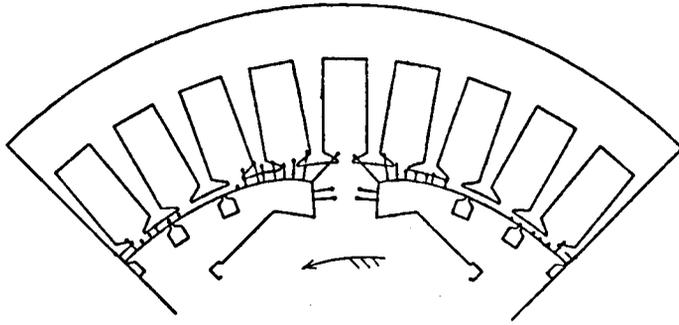


(c) 0.91 [sec]

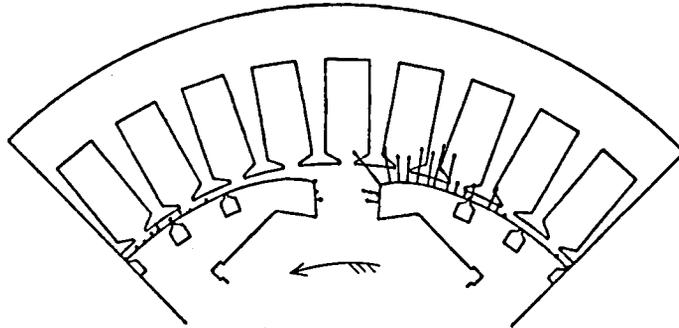
図 3.19 脱調時の回転子に働く力の分布の変化

[図 3.19 全体に対する注]

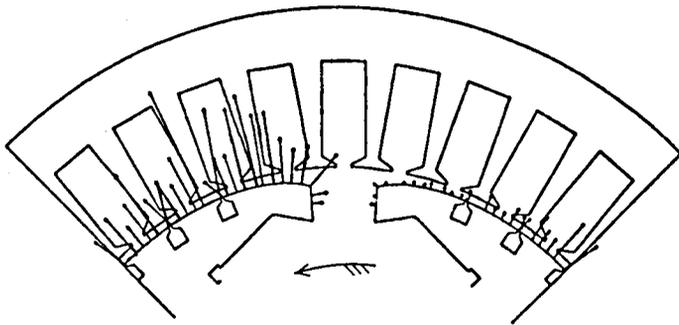
時刻は図 3.16 の表示に対応する。(a), (b), (c)は脱調過程, (d)は脱調点付近, (e)は脱調直後, (f)は非同期状態。



(d) 0.97 [sec]



(e) 1.05 [sec]



(f) 1.20 [sec]

がい、それまで界磁巻線とも鎖交していた磁力線7, 6, 5, ……は、相差角 δ_i (図1.4参照)が開いてくるために生じる強い張力のためと、電機子反作用起磁力の増加による応力の増加のため、回転子の中心へ向かって移動し、界磁巻線と鎖交せず電機子巻線とのみ鎖交するようになる。その結果、界磁と電機子の磁気的な結合が弱まっていく。さらに進むと、7", 6", 5" ……は消滅していく。一方、(c)でみられるように、新しく0"なる磁力線が生じ、以後(d), (e), (f) ……となるに従ってその中に-1", -2", ……が次々と生成してくる。

また、回転子に働く力は、図3.19(a), (b), (c)にみられるように、時刻が進むにつれて遅れ側に集中していき、その大きさも減少していく。

3.4.2 脱調点

図3.18(d), (e)の状態では、界磁巻線と電機子巻線の双方に鎖交する磁力線は殆どなくなり、結合の最も弱い状態である。磁束は極めて少なく、また回転子に働く力も極めて小さくなる(図3.19(d)参照)。磁束及び力の分布は、磁極中心に関してほぼ対称であり、無負荷(図3.9参照)で起磁力の小さい場合とほぼ同じになる。従ってトルクはほぼ零である。この脱調点で、図3.18(d)→(e)の変化にみられるように、ポテンシャル0の磁力線の経路は、回転子の遅れ側から進み側へ跳躍している。

3.4.3 非同期状態

図3.18(f)にみられるように、脱調過程で新しく電機子に生成した磁力線0, -1, -2, ……は次々と界磁巻線とも鎖交しだす。この現象は(e)から(f)までの0.08 secの間に起っており、脱調過程で磁力線が消滅していく速さ(a)から(d)まで0.45 sec)に比べて格段にはやい。この結果、急速に回転子の回転方向側(進み側)に磁束が集中するようになり、図3.19(e)にみられるような力の分布となり回転子を一層加速させる。図3.18(g)及び図3.19(f)の状態では、再び磁束は回転子の遅れ側に偏りはじめ、力も遅れ側に働くようになり、回転子を減速するトルクとなる。しかし、ここまでくると回転子の加速はかなり上昇しておりもはや同期回復は不可能である。

以上、本節では、脱調時の磁束分布及びトルクの推移を述べた。

本章における有限要素法による脱調現象の解析結果を要約すると、表3.1のようになる。

表 3.1 有限要素法による磁束および力の分布，トルク等からみた脱調現象の解析結果の要約

無負荷時	磁束分布は，界磁極の中心軸を通るポテンシャル0の線を中心として左右対称である。したがって，電機子及び回転子に働く磁気力の分布も，界磁極の中心軸に関して左右対称である。それ故，力の接線方向成分の和は零となり，この結果磁気力によるトルクは零となる。 (節 3.3.1)
同期運転時	回転子の回転方向と反対側（遅れ側）の磁束密度が高く，この磁気力によるトルクが，原動機から軸を通して回転子に供給される駆動トルクと平衡して，同期が維持されている。 (節 3.3.2)
脱調過程	同期運転状態では界磁巻線と電機子巻線の双方に鎖交していた磁力線が，脱調過程に入ると強い減磁作用のため圧迫されて，電機子巻線のみ，あるいは界磁巻線のみと鎖交する磁力線へと分離していく。それに伴い発電機全体の磁束量が極めて少なくなり，界磁と電機子の結合が弱まっていく。 (節 3.4.1)
脱調点	磁束及び力の分布は界磁極の中心軸に関してほぼ対称となり，したがって，磁気力によるトルクはほぼ零となる。また，界磁磁束は，電機子電流の減磁作用で殆ど打ち消され，磁束量は極めて少ない状態である。 (節 3.4.2)
脱調後	回転子の回転方向側に磁束が集中するようになり，これによるトルクは回転子を更に加速させる。 (節 3.4.3)

3.5 むすび

以上，本章では，有限要素法による磁界解析結果から，同期運転状態及び脱調時における発電機内部の磁束の流れの変化及び電機子及び回転子に働く力の分布の変化を明らかにするとともに，同期発電機の脱調は，ギャップ磁束を媒介として，界磁極と電機子の間の結合が破れていくことであることを物理的に解明することができた。本章の成果は，前章で述べたさぐりコイルによるギャップ磁束の測定に基づく脱調現象の解析と相俟って，今後，脱調予知，更に電力システムの安定度解析並びに向上に大いに役立つものとする。得られた結果を要約すると，

- (1) 有限要素法による磁束分布及びトルクの計算方法を述べ，実測値と良く合うことを確かめた。
- (2) 提案したトルクの計算方法は，(i) 発電機のトルクを形成する全ての力を考慮することができる (ii) 鉄心材料のB-H曲線の飽和を考慮することができるという，従来にない厳密な解析法である。これらは，従来のBli法や鉄心トルク法では取扱かえなかった。
- (3) 回転子に働くトルクは，殆ど磁極片で発生している。
- (4) 同期運転状態では，磁極の回転方向と反対側（遅れ側）の磁束密度が高く，この磁気力

によるトルクが、原動機から軸を通して回転子に供給される駆動トルクと平衡して同期が維持されている。

(5) 脱調過程に入ると、同期運転状態では界磁巻線と電機子巻線の双方に鎖交していた磁力線が、強い減磁作用のため圧迫されて、電機子巻線のみ、あるいは界磁巻線のみと鎖交する磁力線へと分離していく。それとともに全体の磁束の量が極めて少なくなり、界磁と電機子の結合が弱まっていく。

(6) 脱調点では、磁束及び力の分布は磁極中心に関してほぼ対称であり、無負荷で起磁力の小さい場合とほぼ同じになる。磁気力によるトルクはほぼ零となる。

(7) 脱調後は、回転子の回転方向側に磁束が集中するようになり、これによるトルクは回転子を更に加速させる。

第4章 AVRによる同期発電機の脱調抑制 効果の解析^{17), 18)}

4.1 まえがき

AVR（自動電圧調整器）による同期発電機の界磁電流の制御は、負荷しゃ断に伴う機圧上昇抑制、端子電圧の一定保持、さらに系統安定度向上などの面から重視されている。近年、サイリスタ励磁装置の採用と相俟って、この方面の研究は活発である。しかしながら、AVRの制御は制御理論にもとづいており、その効果については未だ物理的な解析が十分なされておらず、そのゲイン及び時定数の設定は、大筋を制御理論により、細部については試験に依存しているのが実状である。

そこで、本章では、AVR制御時のギャップ磁束密度分布、界磁電流と電機子電流、回転子速度、その他の関連項目を計測し、AVR制御に関する解析をギャップ磁束などをもとに行ない、AVRによる発電機脱調抑制効果、ひいては一機無限大系統の安定度への効果を考察する。

対象とした実験は、第2章で述べた220V、6KVA同期発電機（サイリスタ式AVR付）による一機無限大模擬系統において、AVRのゲイン及び時定数をパラメータとして、負荷増大による脱調である。

4.2 励磁制御系の概要及び動態安定度限界曲線

本節では、実験に用いたサイリスタ励磁制御系の概要と、これを用いた一機無限大模擬系統での動態安定度限界曲線の測定結果を述べる。

4.2.1 励磁制御系の概要

実験に用いたサイリスタ励磁制御系の単線結線図を図4.1に示す。発電機端子電圧(V_t)の変化は、PTを介して3相ブリッジ整流回路で検出され、基準電圧(90R)と比較され、その偏差が増幅回路(以下、これを単に「AVR」と呼ぶ)で増幅され、ゲートパルス発生回路を通してサイリスタ励磁装置に伝えられ、3相ブリッジ接続のサイリスタの点弧位相角を制御することによって、界磁電圧を制御し、発電機の端子電圧を制御する。

ここで、励磁用電源は所内3相電源(220V)から供給したが、同図に示すように発電機端子から取って自励式とすることもできる。AVRは(その回路は付録第2章参照)、リニアIC

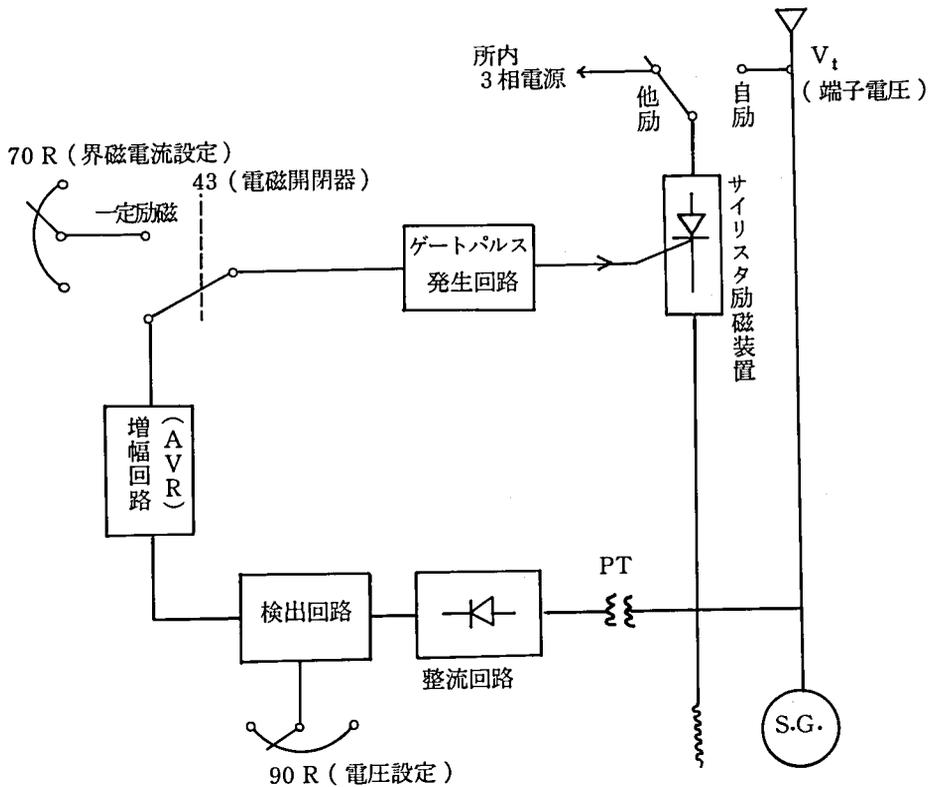


図 4.1 サイリスタ励磁制御系の単線結線図

増巾器を用いた PI 調節器で構成され、P (比例) 要素で制御ループのゲインを決め、I (積分) 要素で非常に大きな積分ゲインを得ている。したがって、オフセットの殆どない (0.1% 以下) 制御系となっている。帰還ループの可変抵抗器の設定及びコンデンサの接続を変えることによって、ゲイン K_A 及び時定数 T_A を変えられる。ゲインは 2 から 160、時定数は 0 から 1067 msec、まで任意に設定できるようになっている。また、図 4.1 において、電磁開閉器 (43) の切換えによって AVR 動作を切り離し、界磁電流設定器 (70 R) による一定励磁運転もできるようになっている。

以上、供試励磁制御系の概要を述べたが、周波数応答、インディシャル応答などによって求めた励磁制御系各部の伝達関数、励磁制御系のブロック図による表現等については付録第 2 章で述べる。

さて、AVR を含む励磁制御系の特性は、励磁制御系の速応性と励磁制御系頂上電圧によって特徴づけられるので、以下に供試励磁制御系の場合について述べる。

(1) 速応性は、主として発電機の界磁回路の開路時定数 T_{d0}' と AVR のゲイン及び時定数によって決まるが、供試発電機の T_{d0}' は小型機であるために、実用機 (水力機) の T_{d0}' の標準

値が約5秒である¹⁹⁾のに比べて小さく約0.4秒である。したがって、供試励磁制御系の速応性は、実用機よりも高い。

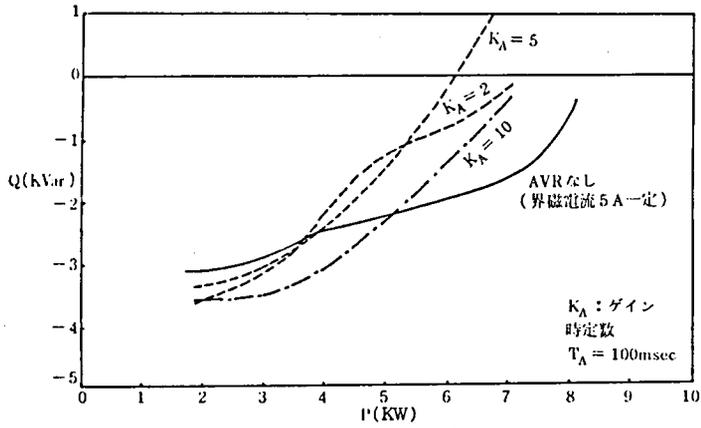
(2) 頂上電圧は、発電機界磁回路の絶縁許容限度によって制限され、供試発電機の場合、界磁電流の上限は約8Aである(全負荷界磁電流は5A)。

上記のうち、(1)に述べた実用機との差違は、小型機であるため已むを得ない点であるが、このことは以下の記述にみられるように、AVR制御の解析に当って支障となるものではないが、計測には高精度のものを用いる必要がある。また、(2)に述べた制限は、すべての励磁制御系に共通する絶縁上の制限である。

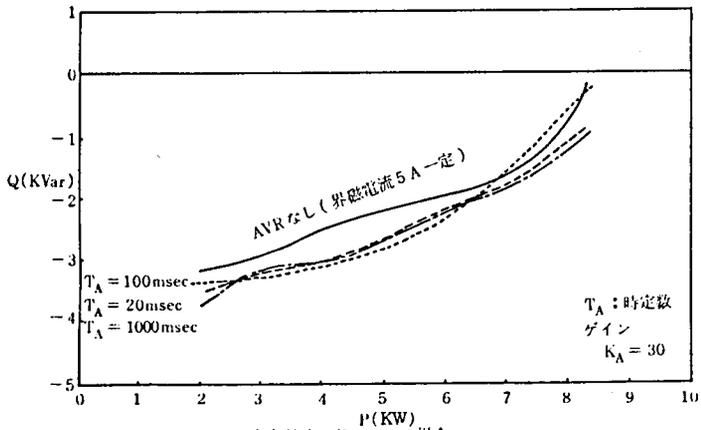
4.2.2 一機無限大模擬系統における動態安定度限界曲線

本節では、AVRのゲイン及び時定数の種々の組合せに対する一機無限大模擬系統における動態安定度限界曲線の測定について述べる。試験方法は、一般に行なわれているように、発電機出力を一定として無効電力を90R(図4.1参照)によって変更していく方法で行ない、安定度限界点の判定は電力動揺が約±0.1PUの動揺巾で持続することをもって行なった。結果をP-Q曲線で図4.2に示す。同図(a)は、時定数 $T_A=100\text{msec}$ としゲインを変えた場合、同図(b)は、ゲイン $K_A=30$ とし時定数を変えた場合、同図(c)は、時定数 $T_A=1000\text{msec}$ としゲインを変えた場合である。 $K_A=30$ の場合および $T_A=1000\text{msec}$ の場合はすべてAVRなしの場合(第2章の解析に当る)の安定限界より向上している。一方、これよりもゲインを小さく、かつ時定数を小さくした場合は、AVRなしの場合の安定限界より低下している。

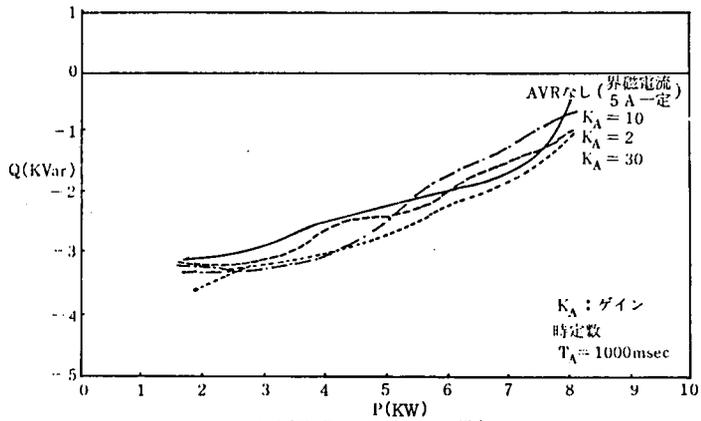
上述の試験結果にもとづいて、本章では、AVRなしの場合には安定度限界出力を越えて運転すると脱調する筈の発電機が、AVRにより脱調抑制されて安定度が向上する試験ケースとして、AVRのゲイン $K_A=30$ 、時定数 $T_A=20\text{msec}$ のケースを選定し、このケースの解析から、AVRによる発電機の脱調抑制効果を明らかにする。ただし、この解析は節4.4で述べ、その前に準備として節4.3で、前章までに得られた結果をふまえて発電機の界磁電流と安定度の関係を整理しておく。その理由は、次のとおりである。すなわち、AVRの機能は、元来、端子電圧とその設定値との差違を検出し、それにもとづいて界磁電流を増減することであるが、その結果、単に端子電圧を一定保持するのみならず、回転子に働くトルクを増減することになるので(第2章参照)、安定度と密接に関わってくるからである。



(a) 時定数 $T_A = 100 \text{ msec}$ の場合



(b) ゲイン $K_A = 30$ の場合



(c) 時定数 $T_A = 1000 \text{ msec}$ の場合

図 4.2 動態安定度限界曲線

4.3 発電機界磁電流と安定度の関係

本節では前章までに得られた結果を用いて、ギャップ磁束から見た界磁電流と安定度の関係について考察する。

まず、安定度を表わす尺度として、安定出力限界 $P_{e\max}$ に対する現在の発電機出力 P_e の比によって、次式で定義する安定度余裕（マージン） M が一般に用いられている。

$$M \equiv \{ (P_{e\max} - P_e) / P_{e\max} \} \times 100 \quad [\%] \quad (4.1)$$

しかし、ここではギャップ磁束を用いて M を定義する。節 2.3.3 で述べたように、発電機出力 P_e はギャップで回転子に働くトルク T_e に比例し、かつ、 T_e は界磁磁束 ϕ_f とギャップ磁束の横軸成分 ϕ_q の積に比例する。すなわち、

$$T_e \propto \phi_f \cdot \phi_q \propto P_e = 3 E I_a \cos \theta = 3 \frac{E V_\infty}{X} \sin \delta \quad (4.2)$$

である。また、 $\phi_f \propto E$ であるから、

$$\phi_q \propto I_a \cos \theta = \frac{V_\infty}{X} \sin \delta \quad (4.3)$$

である。

(4.3) 式において $\delta = \frac{\pi}{2}$ のとき ϕ_q は最大値 $\phi_{q\max}$ となり、節 2.3.3 で述べたように、この点が脱調開始点である。(4.3) 式から $\phi_{q\max}$ は、 ϕ_f の大きさ、したがって界磁電流 I_f の大きさに無関係に、一機無限大系統の無限大母線電圧 V_∞ と発電機及び線路の合成リアクタンス X とで一意的に決まる（飽和効果を見捨てる時）ことがわかる。

したがって、現在の運転状態における発電機の横軸磁束 ϕ_q を計測することによって、次式によっても安定度余裕 M を求めることができる。

$$M \equiv \{ (\phi_{q\max} - \phi_q) / \phi_{q\max} \} \times 100 \quad [\%] \quad (4.4)$$

これをバークラフとして図示すると、図 4.3 のようになる。

以上の論述から、 $\phi_{q\max}$ は (4.3) 式から定まるので、(4.1) 式の $P_{e\max}$ も決まってくる。但し、(4.2) 式からわかるように界磁電流 I_f を増加すれば $P_{e\max}$ も増加するが、 I_f には絶縁から定まる上限があるため、 $P_{e\max} \propto \phi_{f\max} \cdot \phi_{q\max}$ となる。また、(4.3) 式により、予め $\phi_{q\max}$ は決定されるため、 $(\phi_{q\max} - \phi_q) \geq 0$ より、安定度を監視できるので、一機無限大系統における安定度に対する AVR 効果は (4.4) 式で論じるのが便利である。

次に、界磁電流と安定度の関係を考察する。すなわち、原動機からの入力 T_m を一定とした

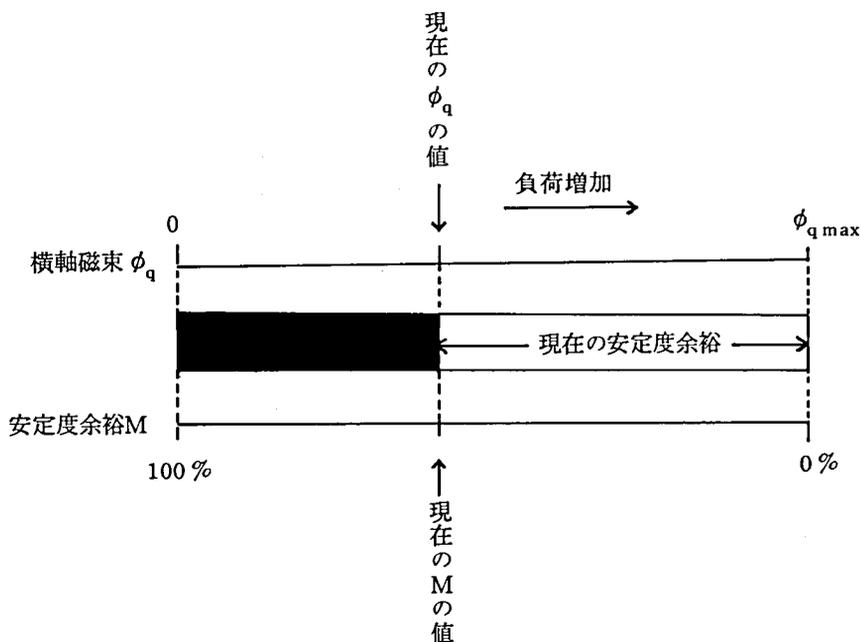


図 4.3 発電機の横軸磁束 ϕ_q による安定度余裕の表示

ま、界磁電流を増加する場合を考える。このとき界磁磁束 ϕ_f は増加するから、(4.2)式からわかるように、発電機は同期を保つために $T_e = T_m$ となるように、横軸磁束 ϕ_q が減少する。したがって、(4.4)式より安定度余裕 M が向上する。逆に界磁電流を減少させると、 ϕ_q が増加し、 M は低下する。したがって、原動機からの入力一定においては、上記の考察が成立する場合は同期を保持し、成立しない場合は発電機は同期外れを起す。

以上の考察は、模擬系統における実験で確かめられる。

すなわち、一機無限大の模擬系統において、発電機の界磁電流を一定のまま、発電機の負荷を増加して脱調に至らしめる。実験ケースは、界磁電流 I_f が (i) 2A, (ii) 3.5A, (iii) 5A の 3 ケースである。このときの $\phi_q - \phi_d$ 軌跡を図 4.4 に示す。また、発電機出力と安定度余裕の関係を図 4.5 に示す。図 4.4 から、次のことが確かめられる。

(1) 横軸磁束 ϕ_q の最大値 ϕ_{qmax} は、模擬系統において、界磁電流の大きさに無関係に、一定である。

(2) XY座標上の $\phi_q - \phi_d$ の軌跡は、 I_f 変化に応じて直軸方向に平行移動しその形はほぼ同一である(節 2.4.3 参照)。ここで、無負荷時の ϕ_d の方向は界磁磁束 ϕ_f に一致し、 ϕ_f は I_f によって、第 1 章の表 1.4 およびこれを図示した図 1.12 (a) の無負荷飽和特性に従って変化していることは明らかである。

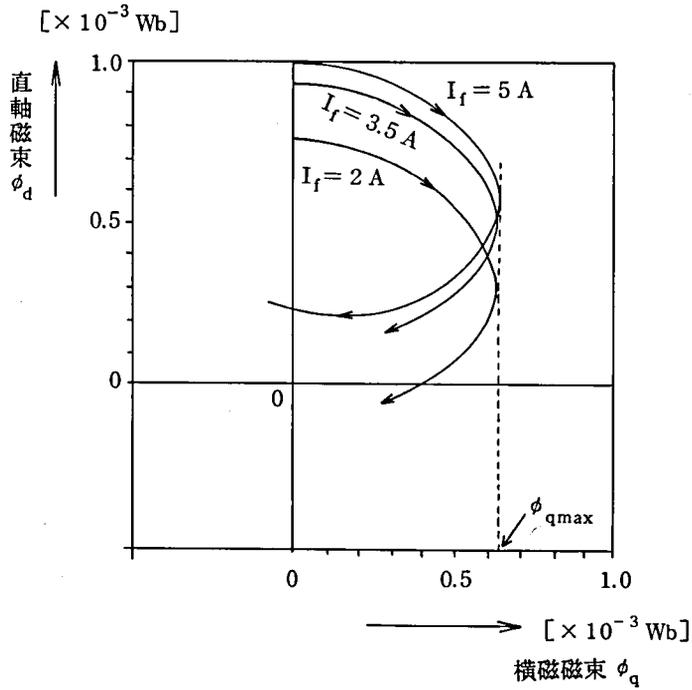


図 4.4 発電機脱調時の $\phi_q - \phi_d$ 軌跡
 $I_f = 2 \text{ A}, 3.5 \text{ A}, 5 \text{ A}$ 一定のケースの比較

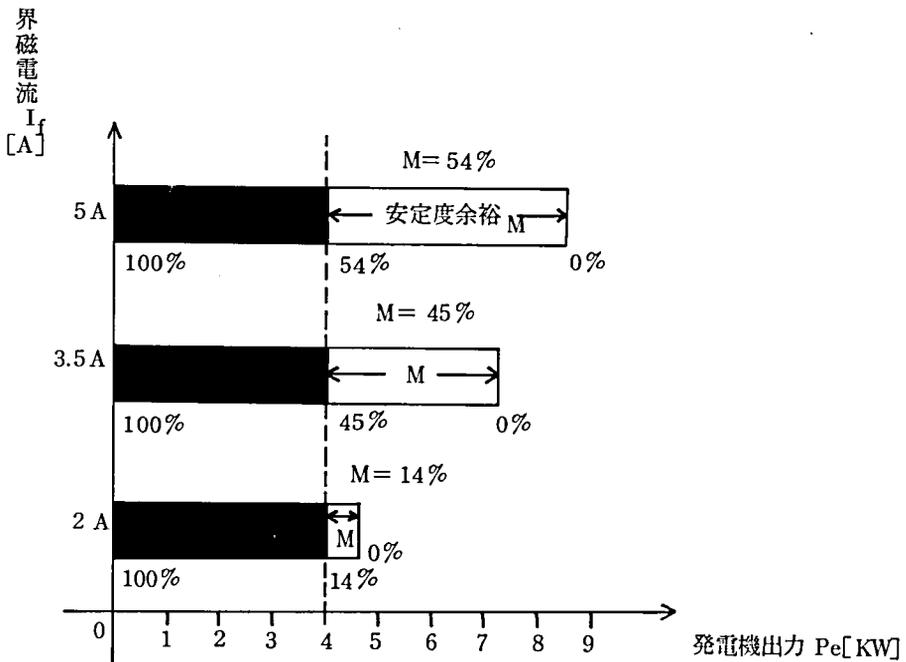


図 4.5 発電機出力と安定度余裕の関係
 $I_f = 2 \text{ A}, 3.5 \text{ A}, 5 \text{ A}$ のケースの比較

次に、図 4.5 から、以下のことが確かめられる。すなわち、同一出力であっても、界磁電流が異なれば、安定度余裕は同じではない。例えば、出力 = 4KW のとき、界磁電流 = 2A なら、安定度余裕 = 約 14 % であるが、界磁電流 = 3.5A に上げると、安定度余裕 = 約 45 % に、また 5A に上げると、約 54 % に向上する。

以上の考察から、発電機の安定度は、界磁磁束 ϕ_f を操作して(すなわち界磁電流を操作して)、横軸磁束 ϕ_q がその最大値 $\phi_{q\max}$ に至らぬように制御することによって、維持されることがわかる。

かかる視点から見ると、AVR 動作と安定度の関係は、次のように説明される。すなわち、まず、界磁電流一定の条件下では、原動機からの入力 T_m の増大とともに、 $T_e = T_m$ となるように ϕ_q が増加して同期が維持されるが、第 2 章で述べたように、それに伴ない端子電圧 V_t が低下する。そこでもし、発電機が AVR を装備していると、 V_t 低下を検出して界磁電流すなわち ϕ_f を増すので、 ϕ_q の増加すなわち安定度余裕の低下は妨げられる。したがって AVR は、発電機出力の増加による安定度余裕の低下を阻止し、ひいては脱調を抑制するように働く。

ただし、上述の AVR 動作は、実際には過渡現象であって、発電機の回転子に働くトルクは過渡的に脈動している。すなわち、発電機回転子の運動方程式は、次式で表わされるが、外乱や AVR 動作によるトルクの脈動は、通常、制動トルク係数 D の効果で減衰する。

$$\frac{M}{\omega_0} \frac{d^2 \delta}{dt^2} + \frac{D}{\omega_0} \frac{d\delta}{dt} = T_m - T_e \quad (4.5)$$

但し、 M : 慣性定数

D : 制動トルク係数

T_m : 原動機からの機械的入力トルク

T_e : 発電機の電氣的出力トルク

δ : 回転子位相角

ω_0 : 基準角速度 (同期速度)

しかし、AVR を含む励磁制御系は時間遅れ要素を持っているので、AVR 動作による ϕ_f の脈動が ϕ_q の脈動と時間的に一致し、トルク $T_e (= \phi_f \cdot \phi_q)$ の脈動を増大させる場合が起る。この現象が AVR による負制動現象と呼ばれているものである (第 5 章参照)。

4.4 AVR による発電機の安定度向上に関する解析的考察

本節では、AVRなしの場合（第2章，界磁電流5A一定）よりも安定度が向上するケースとして，試験の結果からAVRのゲイン $K_A = 30$ ，時定数 $T_A = 20 \text{ m sec}$ の場合を選びAVRによる脱調抑制効果及び脱調時の様相について考察する。

4.4.1 AVRによる脱調抑制効果について

発電機を系統に同期投入の後，端子電圧設定値（90R）を230V一定に保つ。この状態で電動機出力を増加して発電機出力を増加する。発電機出力は約1KWずつ増加し，その都度定常状態を保ったときの電圧，電流，相差角等の変化を表4.1に，ギャップ磁束分布，電機子反作用磁束分布，横軸磁束と直軸磁束等の変化を図4.6に一括して示す。

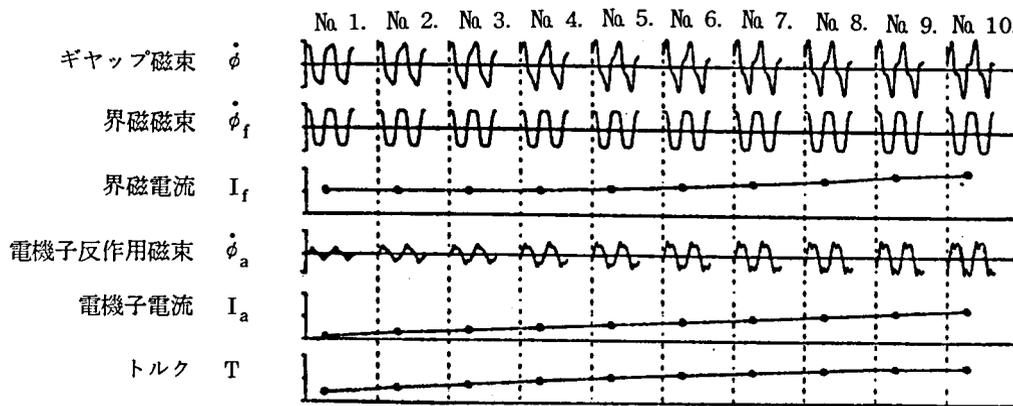
表 4.1 AVR のゲイン $K_A = 30$ ，時定数 $T_A = 20 \text{ m sec}$ の場合の定常状態における諸量の変化

状態 No	P_e [KW]	V_t [V]	I_a [A]	I_f [A]	V_{∞} [V]	$\cos \varphi$	δ [°]	δ_t [°]	θ [°]
1	1.05	228	2.0	4.3	220	おくれ 0.80	10.8	5.4	43.1
2	2.02	227	5.7	4.3	221	0.95	21.7	13.5	32.3
3	3.00	226	8.1	4.3	222	0.97	29.8	16.2	32.3
4	4.00	224	10.8	4.4	222	0.98	40.6	21.7	37.7
5	5.00	224	13.5	4.7	223	0.97	48.7	27.1	37.7
6	6.00	223	16.3	5.2	223	0.97	56.8	29.8	43.1
7	7.00	222	19.1	5.7	224	0.96	65.0	29.8	45.8
8	8.00	221	21.8	6.3	224	0.96	73.1	32.5	51.2
9	9.00	220	24.8	7.2	225	0.95	78.5	35.2	53.9
10	10.1	214	28.3	8.0	225	0.94	89.3	37.9	56.6

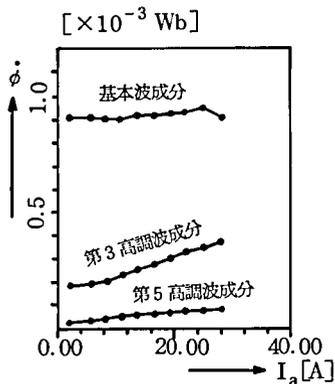
第2章で述べたAVRなしの場合（界磁電流5A一定）と比較して，次のことがわかる。

(1) 界磁電流一定のまま，発電機出力を増加すると，遅相電機子電流による減磁作用によってギャップ磁束の基本波成分，したがって端子電圧は低下する（図2.5(a)及び表2.1参照）。しかし，AVRがあると，減磁作用を補償する界磁電流増加により，端子電圧はほぼ一定に保たれ（但し，表4.1で端子電圧 V_t の測定値が低下していく原因は，AVRの V_t 検出点と記録計設置点間の線路の電圧降下と考えられる），またギャップ磁束の基本波成分は，電機子電流増加とともにやや増加している。

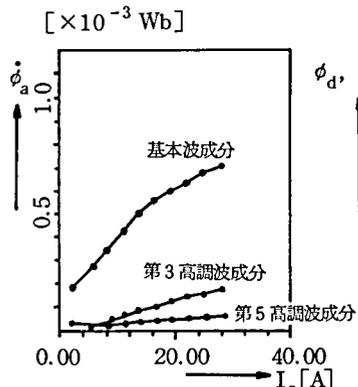
図 4.6 AVRのゲイン $K_A = 30$,
 時定数 $T_A = 20 \text{ msec}$
 の時の定常時の磁束等の変化



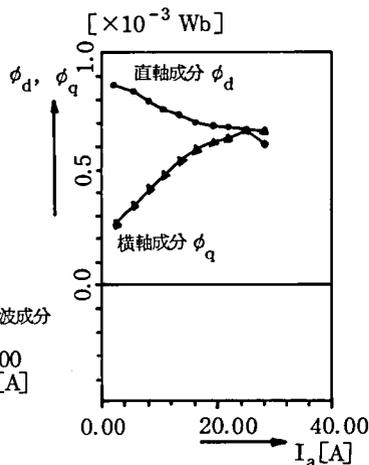
(a) ギャップ磁束 $\dot{\phi}$, 界磁磁束 $\dot{\phi}_f$, 界磁電流 I_f , 電機子反作用磁束 $\dot{\phi}_a$,
 電機子電流 I_a , トルク T の変化



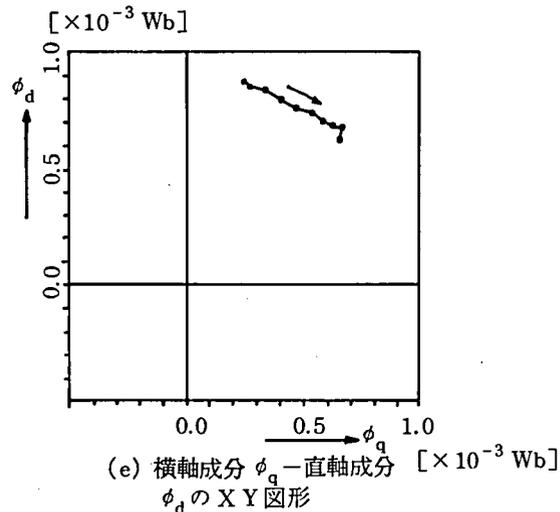
(b) ギャップ磁束 ϕ の各調波成分



(c) 電機子反作用磁束 ϕ_a の各調波成分



(d) ギャップ磁束の直軸成分 ϕ_d と横軸成分 ϕ_q



(e) 横軸成分 ϕ_q - 直軸成分 ϕ_d の XY 図形

(2) AVR効果により、発電機出力の増加に伴って界磁電流が増す結果、公称誘導起電力Eが、AVRなしの場合より高くなる。そのため、(2.1)式からわかるように、発電機の出力限界は、AVRなしの場合(=8.7KW)を上回る(約10KW)。

(3) 図4.6(d)から、発電機出力の増加に伴う ϕ_q の変化を求め、出力と安定度余裕の関係を、AVRなしの場合と比較したものを、図4.7に示す。AVR効果により、同一出力における安定度余裕が向上することがわかる。

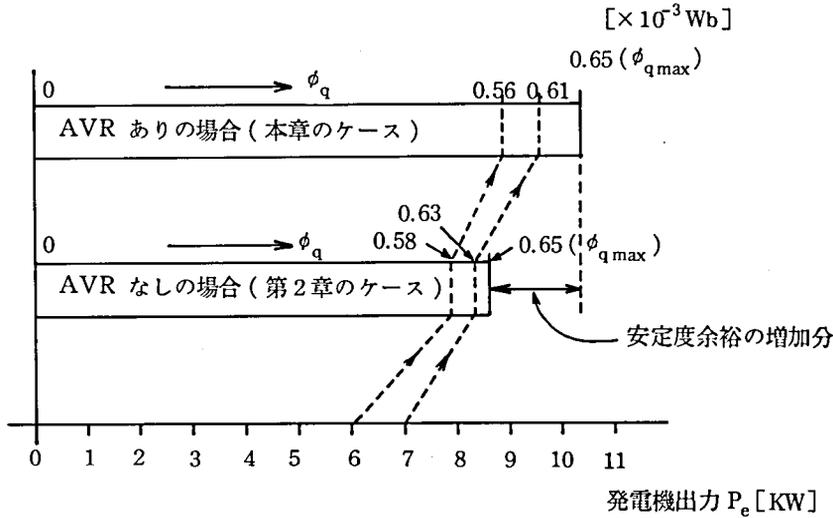


図4.7 発電機出力と安定度余裕の関係
AVRなしの場合(第2章のケース)
とAVRありの場合(本章のケース)との比較

(4) 表4.1のNo.10の状態が、試験から求まる発電機の出力限界である。出力限界での ϕ_q の値は、ほぼ最大値 ϕ_{qmax} に達しており、これはAVRなしの場合の値とほぼ一致している。その理由は、節4.3で説明したとおりである。

(5) 出力限界において、発電機の界磁電流は、その上限値約8Aに達している(表4.1のNo.10参照)。すなわち、界磁電流(したがって界磁磁束 ϕ_f)の増加が、励磁頂上電圧による限界に達するため、AVR機能を失なって、発電機出力増加時の ϕ_q 増加(節2.3.2参照)を抑制できず、 ϕ_q は ϕ_{qmax} に達している。以後、若干の出力増加で、発電機は脱調に向かう。

上述のように、このケースにおけるAVRは、端子電圧一定保持機能により、発電機出力増加時の遅相電機子電流による減磁作用による ϕ_q 増加(=安定度余裕低下)を、 ϕ_f を増加させることによって阻止し、結果的に、AVRなしの場合(界磁電流5A一定)より、安定出力限界を向上させている。しかし、 ϕ_f の増加は励磁頂上電圧による限界に達し、以後の出力増加に伴

なう端子電圧低下に対する AVR 機能を失うため、以後界磁電流は約 8 A 一定となる。したがって、このケースの脱調は、界磁電流一定時の脱調（第 2 章のケース）と同様の現象を呈する。これについて次に述べる。

4.4.2 脱調時の様相について

表 4.1 の No. 10 の状態から、電動機出力を増加すると発電機出力は若干増加した後、急速に低下し、発電機は脱調に至る。脱調時の端子電圧、電機子電流、界磁電流、発電機出力の変化のオシログラムを図 4.8 に示す。第 2 章と同様、「脱調開始点」、「脱調過程」、「脱調点」、「非同期状態」を表示している。

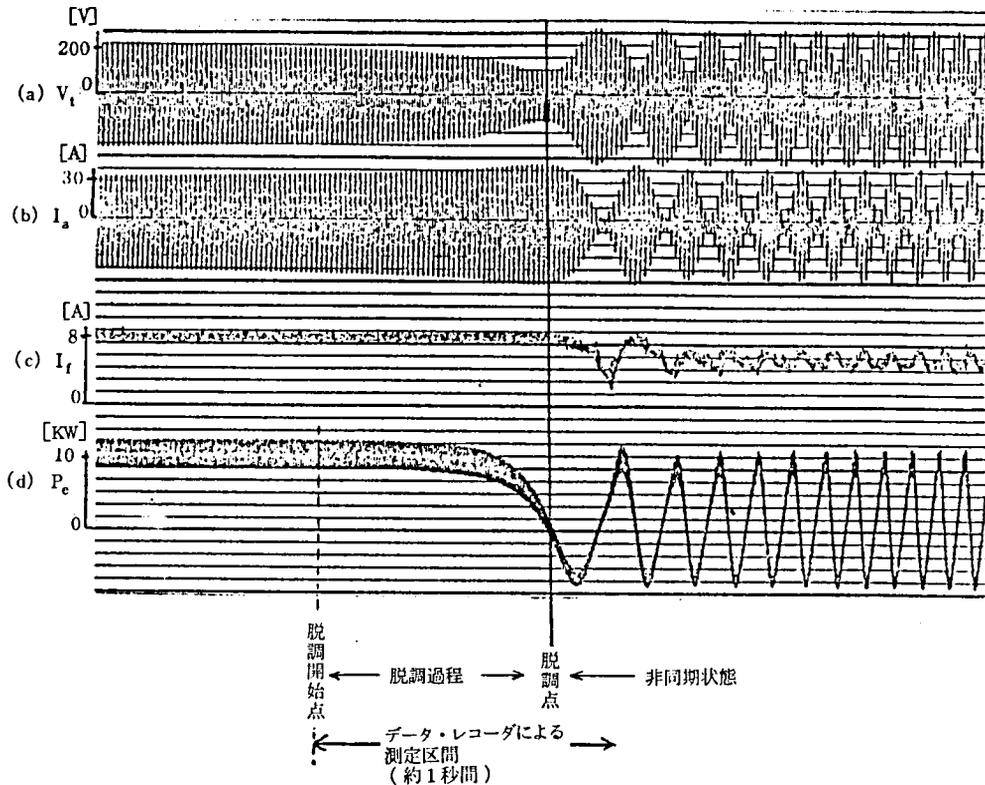


図 4.8 脱調時の (a) 端子電圧 V_t , (b) 電機子電流 I_a ,
(c) 界磁電流 I_f , (d) 発電機出力 P_e のオシログラム

相差角 δ , δ_t , θ の変化を図 4.9(a) に示す。同図(b) には比較のため、AVR なしの場合のものを示す。また脱調時のギャップ磁束分布の変化を図 4.10 に示す。すなわち、同図(a)はギャップ磁束分布、(b)は(c)に示す界磁電流起磁力によって作られる界磁磁束分布、(d)は(e)に示す電機子電流起磁力によって作られる電機子反作用磁束分布、(f)は(2.3)式により求めたトルクに比例する量の変化である。また、同図には、(g)ギャップ磁束の各調波成分、(h)電機子反作用磁束の各調波成分、(i)ギャップ磁束の横軸成分と直軸成分、(j)XY座標における横軸成分と直軸成分の軌跡の変化を示す。

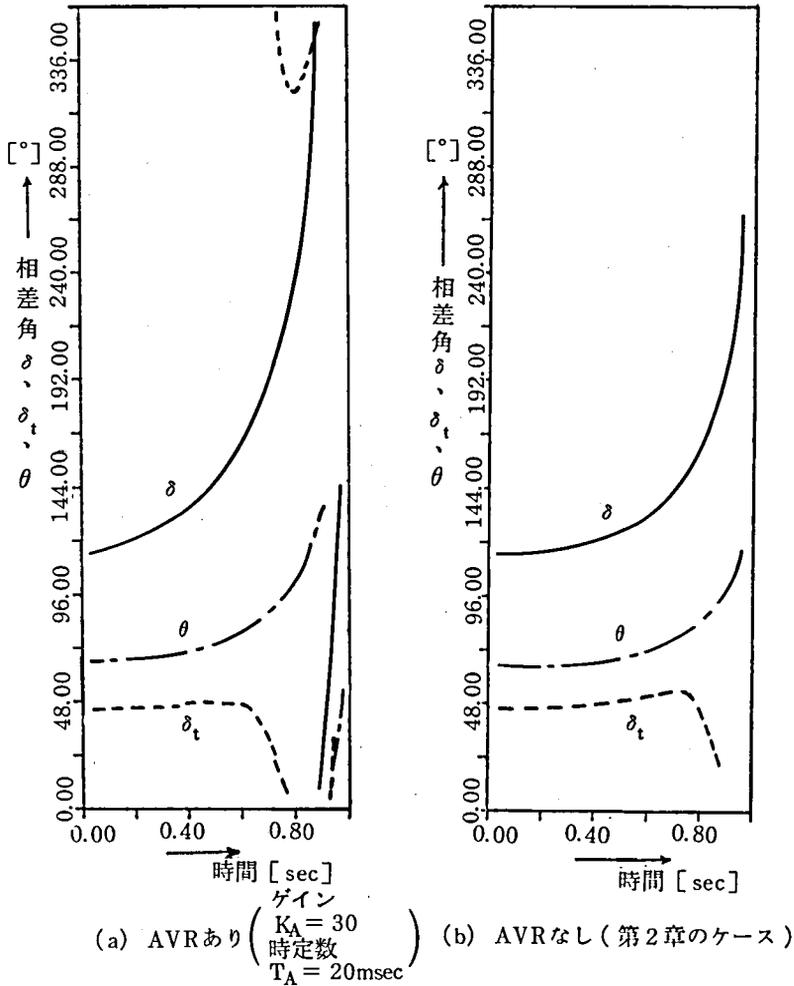
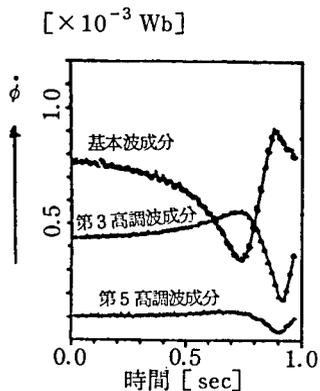
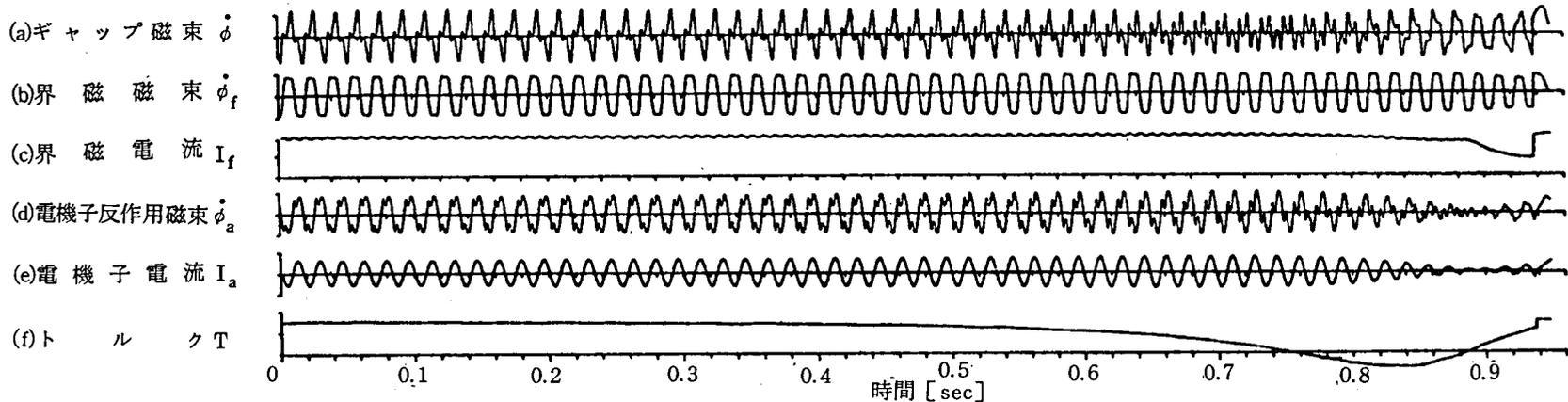
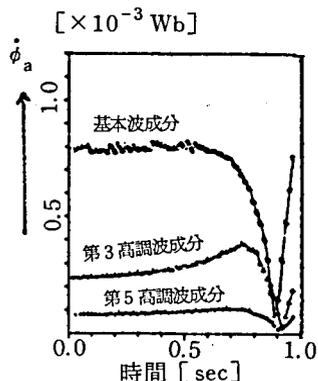


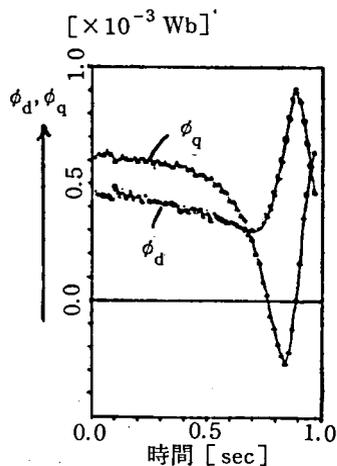
図 4.9 相差角 δ , δ_t , θ の変化



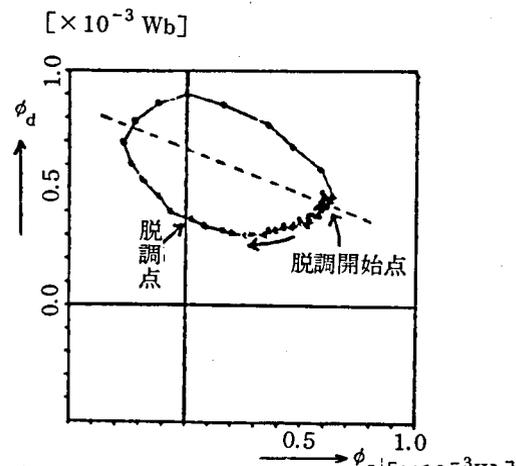
(g) ギャップ磁束 ϕ の各調波成分



(h) 電機子反作用磁束 ϕ_a の各調波成分



(i) ギャップ磁束の直軸成分 ϕ_d と横軸成分 ϕ_q



(j) 横軸成分 ϕ_q - 直軸成分 ϕ_d のXY図形

図 4.10 脱調時のギャップ磁束等の変化

以上の図は、第2章におけるAVRなし(界磁電流一定)の場合の脱調現象の解析に用いた図2.7, 図2.9, 図2.10, 図2.11に対応しており, 両者を比較しやすいようにした。

以上の結果をまとめると, 次のようになる。

(1) 脱調開始点から脱調点までの諸量の変化をみると, P_e , T , V_t , ギャップ磁束の基本波成分, 横軸磁束 ϕ_q は単調に低下し, 一方, I_a , δ , θ , ギャップ磁束の第3高調波成分は単調に増加する。これらの変化の様相は, AVRなしの場合と同様の変化を示している。その理由は, 次のとおりである。すなわち, 本ケースの場合, 脱調開始点から脱調点までは, V_t は単調に低下するのでAVR動作により界磁電流は8A一定となるからである。

(2) 脱調点では, $P_e = 0$, $T = 0$, $\phi_q = 0$ である。また, (1)と同様の理由により, 第2章の場合と同様, ギャップ磁束の基本波成分は最小, 第3調波成分は最大である。

(3) 相差角 δ の増加すなわち, 回転速度の上昇は, AVRなしの場合に比して速い。これは, 限界出力が高いために脱調開始点における電動機出力が高く, 回転子に加わる加速エネルギーが, より高くなるためである。

(4) 図4.10(j)に示す $\phi_q - \phi_d$ 軌跡にみられるように, 楕円状の軌跡は左上りとなっている。AVRなしの場合, $\phi_q - \phi_d$ 軌跡の楕円の長軸は水平である(節2.4.3参照)。AVR動作により楕円の長軸が左上りとなる理由は, 節5.5で述べる。

4.5 むすび

本章では, サイリスタ式AVRを装備した同期発電機と模擬送電線路とで構成した一機無限大系統における実験をもとに, AVRによる発電機脱調抑制効果を解析した。得られた結果をまとめると, 次のようになる。

(1) ギャップ磁束からみた発電機界磁電流と安定度の関係を解析して, 発電機の安定度は, 界磁磁束 ϕ_f を操作して(すなわち界磁電流を操作して), 横軸磁束 ϕ_q がその最大値 ϕ_{qmax} に至らぬように制御することによって, 維持されることを明らかにした。

(2) 発電機の安定度余裕は, 横軸磁束 ϕ_q を用いて, 次式で表わされることを示した。

$$\text{安定度余裕} = \{ (\phi_{qmax} - \phi_q) / \phi_{qmax} \} \times 100\%$$

また, この ϕ_{qmax} は, 供試一機無限大系統において, AVRの有無に関わらず, すなわち, 界磁電流の大きさに関わらず, 一定であることを明らかにした。

(3) AVRは, 発電機出力増加時の ϕ_q の増加, すなわち安定度余裕の低下を阻止するように働き, 脱調抑制すなわち安定度向上効果を持つことを明らかにした。

(4) 上記の結果をもとに, 実験結果を解析し, AVRによる発電機脱調抑制効果を明らかにした。

第5章 AVRによる同期発電機の負制動現象の解析

5.1 まえがき

AVRによる同期発電機の界磁電流制御は、前章で述べたように一般に安定出力限界を拡大するように動作する。しかし、節4.2.2で述べた模擬系統における動態安定限界曲線の試験結果からも明らかなように、AVR動作により、発電機及び系統が本来持っていた制動効果を著しく低減させ、その結果定態安定出力限界より低い出力で持続振動が発生し、それが発散して発電機が脱調に至ることがある。これは、同期発電機の負制動現象と呼ばれ、これを抑制するためにAVRに制動効果を付与して、安定領域を拡大する方法がとられている¹⁾

しかし、かかるAVRによる負制動現象とこれに対する安定化対策は、結果論であって、現象の物理的解明に基づく合理的なものではない。

そこで本章では、同期発電機のギャップ磁束及び回転子の速度変化等に注目して、AVR動作による負制動現象の解明を試みる。

本章における解析は、同期発電機内部のギャップ磁束の現象に立脚した新しい安定度理論確立への第一歩として、現象を解明した。

5.2 同期発電機の乱調及びAVRによる負制動現象について

同期発電機は、出力 P_{e1} の状態では、図1.4のベクトル図で示したように、 E は V_∞ に対して δ_1 の位相差を持っている。出力の増加により、その相边角は $\delta_2 = \delta_1 + \Delta\delta$ に増加することになるが、実際には回転子の慣性のため E すなわち回転子の直軸位置はただちに δ_2 に移ることができないで、図5.1に示すように振動する。

いま、相边角 δ_1 が増加して δ_2 となったときの出力を P_{e2} 、これに対応するギャップにおけるトルク $T_{e2} = \phi_{f0} \times \phi_q$ とする。ここでは、界磁電流一定(すなわち ϕ_{f0} 一定)とする。図5.1において相边角 δ が $\delta > \delta_2$ の場合には、(4.2)式からわかるように必要以上のトルク、すなわち、 $\{T_e(\alpha \sin \delta) - T_{e2}(\alpha \sin \delta_2)\} > 0$ を発生し、そのため原動機からの入力を上まわって、回転子は減速させられる。したがって δ は減少させられる。逆に $\delta < \delta_2$ になると、同様に考察すると、トルクが不足して回転子は加速し δ は増加する。すなわち、回転子は平衡状態 $\delta = \delta_2$ の前後に動揺する。これに対応して、電機子電流の大きさ及び位相が、すなわち(4.2)式に示すトルク

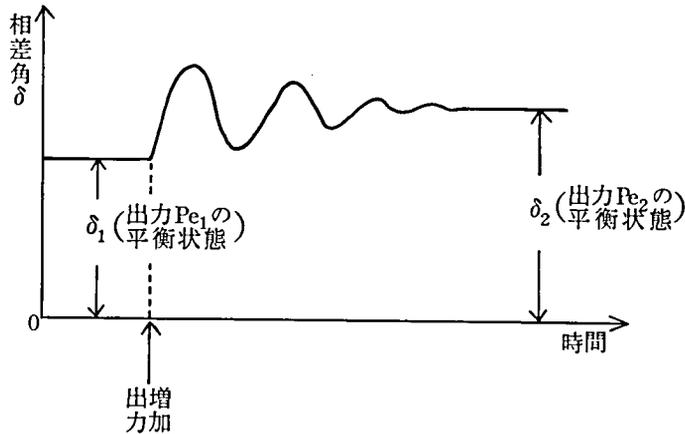


図 5.1 発電機出力増加時の乱調

の式からわかるように、横軸磁束 ϕ_q が、回転子の慣性によって、平衡状態の前後に振動する。

以上が同期発電機の乱調である。通常、発電機の制動巻線等による制動効果により、乱調は減衰する。しかし、上述の回転子の慣性による ϕ_q の振動の結果、端子電圧 V_t が振動するので AVRがあると ϕ_f が振動する（前述参照）。したがって、 ϕ_q の振動と ϕ_f の振動が時間的に一致する場合には、回転子にかかる加速及び減速トルクが極めて大きくなり、本来の制動効果で抑えられなくなって、発電機は発散的に脱調する。これが、AVRによる同期発電機の負制動現象である。

AVRのゲイン及び時定数をパラメータとして、上述の ϕ_q の振動と ϕ_f の振動が時間的に一致する条件は、本研究では、明らかにすることができなかった。この点の解析は今後の課題として残されている。

次節では、模擬系統における負制動現象による脱調を解析する。

5.3 AVRによる発電機の負制動現象とそれによる脱調に関する解析

本節では、AVRによる負制動現象が原因で脱調する試験ケースとして、試験の結果から AVRのゲイン $K_A = 5$ 、時定数 $T_A = 100\text{m sec}$ の場合を選定し（節 4.2.2 参照）、ギャップ磁束、電流、回転子速度の変化等から AVRによる負制動現象を解析する。

5.3.1 定常運転時のギャップ磁束等の変化

模擬系統に同期投入後、発電機出力を約 1 KW ずつ増加し、その都度定常状態を保った時の電圧、電流、相差角等の変化を表 5.1 に、またギャップ磁束分布等の変化を図 5.2 に一括して示す。前章の試験ケース（節 4.4 参照）は約 10KW まで安定に同期運転ができたが、本試験ケ

ースでは約 6 KW を越えると振動発生が観測された。

表 5.1 AVR のゲイン $K_A = 5$, 時定数 $T_A = 100 \text{ msec}$ の場合の定常状態の諸量の変化

状態No	P_e [KW]	V_t [V]	I_a [A]	I_f [A]	V_{∞} [V]	$\cos \varphi$	δ [°]	δ_t [°]	θ [°]
1	0.98	230	2.0	4.4	223	おくれ 0.76	10.8	8.1	51.2
2	1.95	228	5.3	4.4	222	0.95	21.7	13.5	32.3
3	3.00	227	8.1	4.4	222	0.97	29.8	16.2	29.5
4	4.00	226	10.6	4.5	223	0.98	40.6	24.4	37.7
5	5.05	225	13.6	4.9	223	0.98	48.7	24.4	40.4
6	6.10	224	19.8	5.5	224	0.93	70.4	35.2	48.5

(1) 出力が 1 KW から 5 KW までの各定常状態における V_t , I_a , I_f , 相角 δ , δ_t , θ , さらに、ギャップ磁束分布 ϕ , $\phi_q - \phi_d$ 軌跡等の変化は、前章の試験ケースとよく一致している (表 4.1 および図 4.6 を参照)。

(2) 出力が 5 KW から 6 KW に上昇するときに顕著な状態変化が起る。すなわち、前章の試験ケースでは、 V_t : 224 V \rightarrow 223 V , I_a : 13.5 A \rightarrow 16.3 A , I_f : 4.8 A \rightarrow 5.2 A , δ : 49° \rightarrow 57° , δ_t : 27° \rightarrow 30° ; θ : 38° \rightarrow 43° , …… 等であるのに対して、本試験ケースでは V_t は変化が小さいが、 I_a : 13.6 A \rightarrow 19.8 A , I_f : 4.9 A \rightarrow 5.5 A , δ : 49° \rightarrow 70° , δ_t : 24° \rightarrow 35° , θ : 40° \rightarrow 48° , …… と変化巾が大きい。

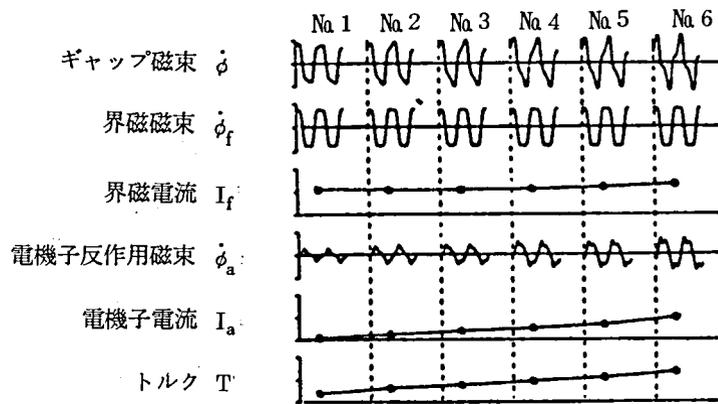
出力 5 KW において同一の運転状態にある発電機が何故 6 KW に至って、異なる動きをするのか。この点の解析は、回転子の微小速度変化、AVR による界磁磁束 ϕ_f の過渡現象、他の関連項目の測定と同時性など極めて精度の高い計測と、一方、依然として解決されていない磁束の飽和効果の検討などが必要であり、今後の課題として残されている。

なお、上記(2)で述べた現象及びこれに引き続く振動発散現象の理由は、いわゆる Park の式を用いて、等価的な同期化トルク係数及び制動トルク係数を計算することにより、一応の説明はできる。節 5.4 を参照。

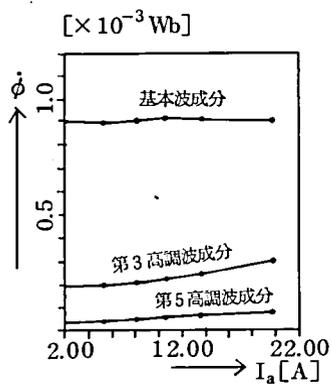
5.3.2 振動発生、持続振動、及び脱調の解析

節 5.3.1 で述べた出力 6 KW の状態から、若干出力を増加すると振動が発生し、そのまま放置すると徐々に振動が拡大し持続振動の状態となった。このとき界磁電流にも同様の振動が現われるが、上昇時、すでに励磁制御系の頂上電圧に達している (節 4.2.1 で述べたように、供試機の全負荷界磁電流は 5 A , 上限は約 8 A である)。さらに出力を増加していくと、同様の振動

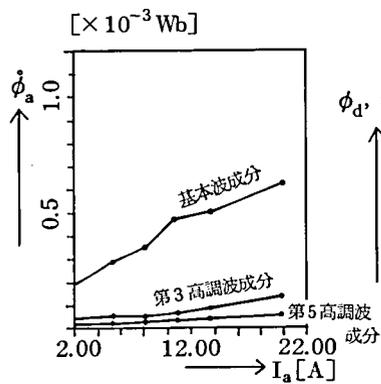
図 5.2 AVR のゲイン $K_A = 5$,
 時定数 $T_A = 100 \text{ m sec}$
 の時の定常時のギャップ
 磁束等の変化



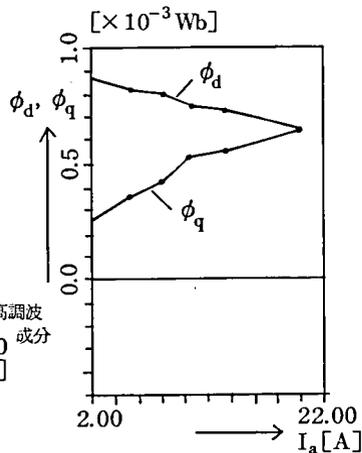
(a) ギャップ磁束, トルク等の変化



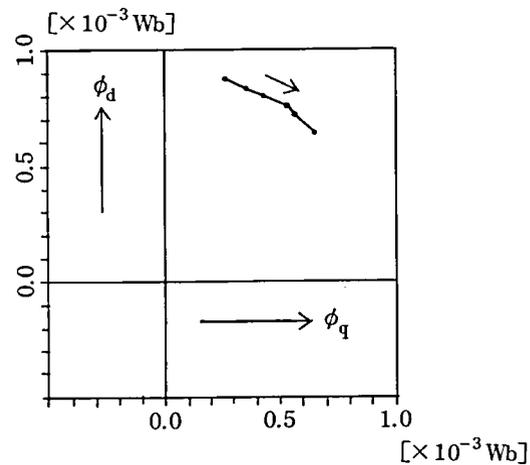
(b) ギャップ磁束 ϕ の各調波成分



(c) 電機子反作用磁束 ϕ_a の各調波成分



(d) ギャップ磁束の直軸成分 ϕ_d と横軸成分 ϕ_q



(e) 横軸成分 ϕ_q - 直軸成分 ϕ_d の XY 図形

状態が続くが発散するまでには至らない。さらに出力を増し約 10 KW になると、むしろ振動は収まり気味となりながら脱調していった。

以下、これらの現象を順を追って解析する。

(1) 振動発生直後

まず、振動発生直後の現象について述べる。すなわち、発電機の出力 6 KW から若干出力を増加して振動発生時の約 1 秒間をデータ・レコーダで解析する。

振動発生直後の端子電圧 V_t 、電機子電流 I_a 、界磁電流 I_f 、電気出力 Pe のオッシログラムを図 5.3 に示す。同図において、 \leftrightarrow 印でマークした約 1 秒間の電圧、電流、ギャップ磁束分布等の変化をデータ・レコーダで記録し、解析した。その結果得られた相差角 δ 、 δ_t 、 θ の変化を図 5.4 に、回転子速度の変化を図 5.5 に示す。また、ギャップ磁束波形、電機子反作用磁束波形、界磁電流、電機子電流、及びトルクの変化、さらにギャップ磁束と電機子反作用磁束の各調波

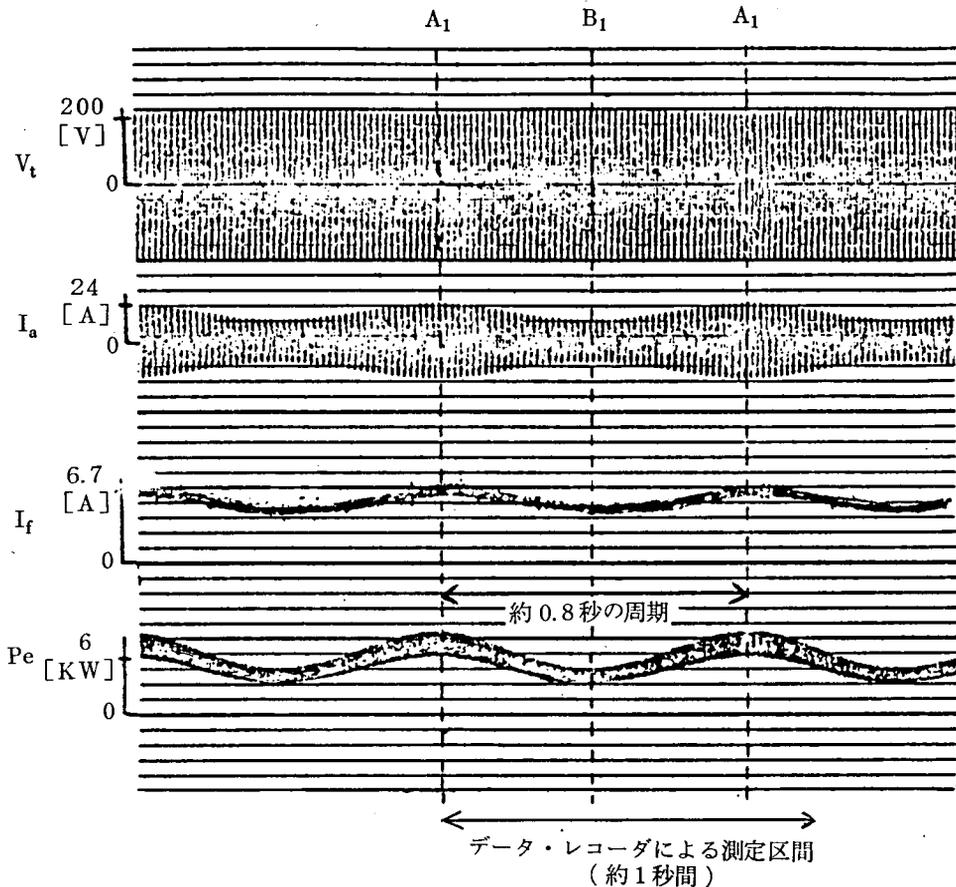


図 5.3 振動発生直後の端子電圧 V_t 、電機子電流 I_a 、界磁電流 I_f 、電気出力 Pe のオッシログラム

成分の変化，横軸磁束と直軸磁束の変化等を一括して図 5.6 (a)から(e)に示す。同図(a)のギャップ磁束波形中の2つの特徴的な波形を丸で囲み，それぞれを A_1 ， B_1 として，同図(b)から(e)の各図中，対応する時間にマーク A_1 ， B_1 を入れている。このマークは図 5.3，図 5.4，図 5.5にも入れ，図 5.6の A_1 ， B_1 と対応させている。

これらの図から，振動発生直後の特徴をまとめると，次のようになる。

(イ) 図 5.5 にみられるように，発電機の回転子は，同期速度 60 Hz を中心に $\pm 0.5\%$ の巾で加速，減速をくり返している。これに伴い， V_t ， I_a ， I_f ， P_e ， δ ， δ_t ， θ ，ギャップ磁束等すべての量が振動し，その振動周期は約 0.8 秒である。

(ロ) 相差角は， δ は約 54° を中心に $\pm 33\%$ ， δ_t は約 26° を中心に $\pm 33\%$ ， θ は約 42° を中心に $\pm 14\%$ の振動である。各相差角の平均値は，出力 5 KW のとき ($\delta = 48.7^\circ$ ， $\delta_t = 24.4^\circ$ ， $\theta = 40.4^\circ$ ；表 5.1 参照) より増加している。すなわち，出力増加とともに相差角は振動しながら増加する。

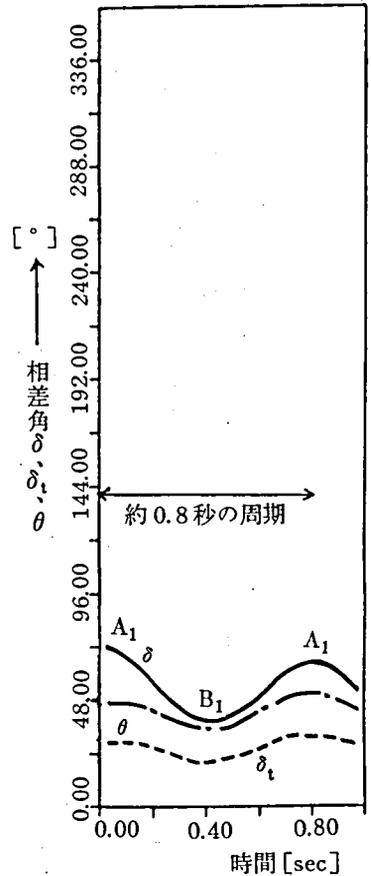


図 5.4 相差角 δ ， δ_t ， θ の変化

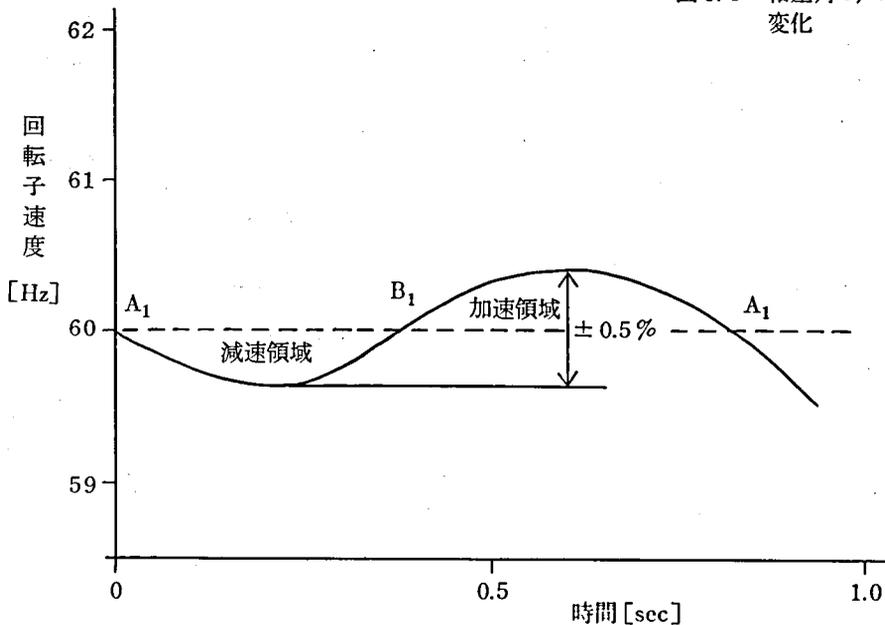


図 5.5 回転子速度の変化

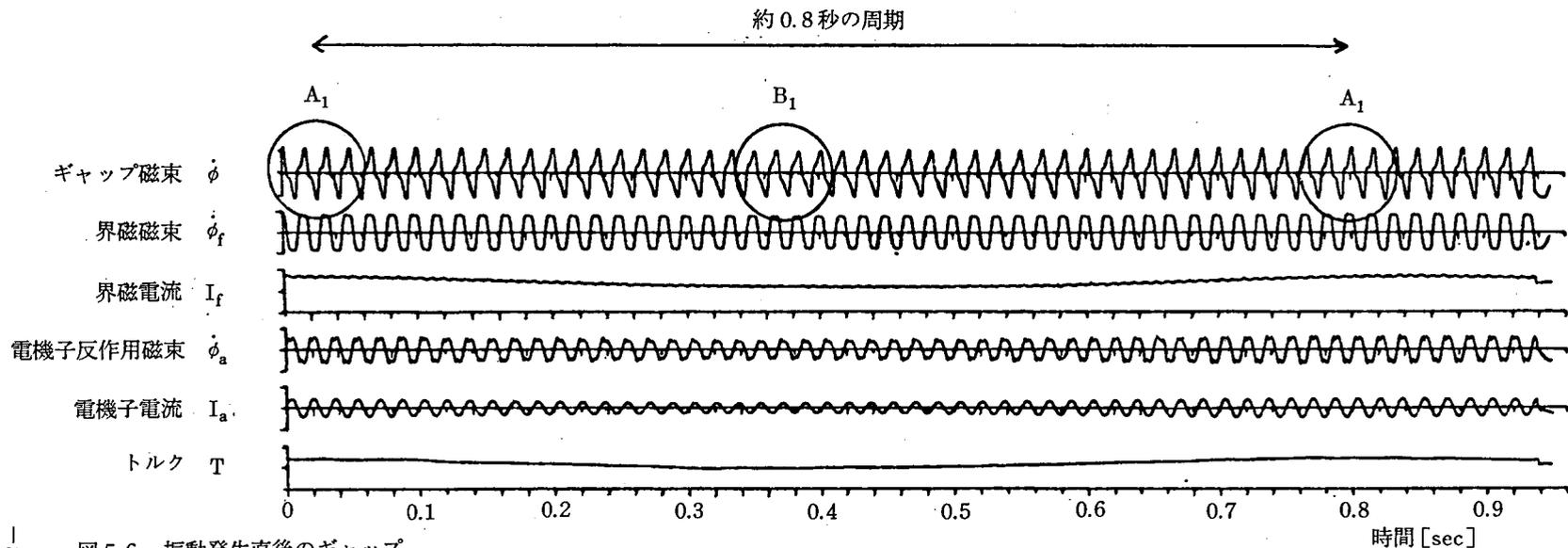
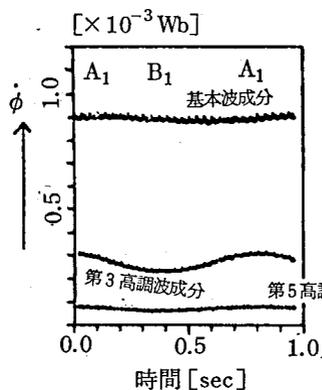
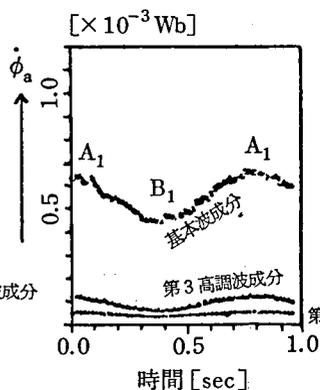


図 5.6 振動発生直後のギャップ磁束等の変化

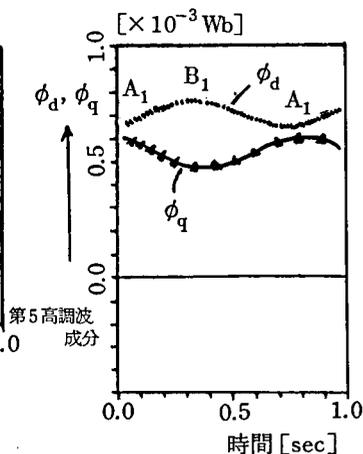
(a) ギャップ磁束 ϕ , 界磁磁束 ϕ_f , 界磁電流 I_f , 電機子反作用磁束 ϕ_a , 電機子電流 I_a , トルク T の変化



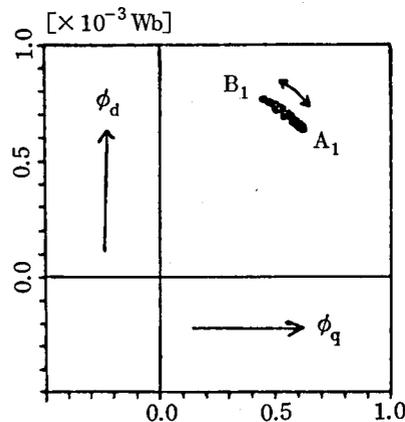
(b) ギャップ磁束 ϕ の各調波成分



(c) 電機子反作用磁束 ϕ_a の各調波成分



(d) ギャップ磁束の直軸成分 ϕ_d と横軸成分 ϕ_q



(e) 横軸成分 ϕ_q - 直軸成分 ϕ_d の XY 図形

(v) 図 5.3, 図 5.4, 図 5.5, および図 5.6 にみられるように, 発電機が減速領域 (図 5.5 参照) に入ると, 図 5.4 の各相差角は減少し, また図 5.3 の I_a , I_f も減少するので, 結果的に図 5.6 (a) のトルクは減少し, 電動機出力を下回りだすと, 回転子は加速エネルギーが加わり, 発電機は加速しはじめる (図 5.5 参照)。それに伴い, I_a , I_f , 各相差角, 及びトルクは増加しはじめる。トルクが電動機出力を上回りだすと, 回転子には減速エネルギーが加わり, ……以下, くり返す。すなわち, 図 5.6 (a) において, 時間の原点付近, および 0.8 秒付近のギャップ磁束波形 A_1 は, 図 5.6 (a) 及び (d) に示すようにこの区間で, ϕ_q と ϕ_f が最大になった時のもので, このとき図 5.3 の I_a , I_f , 図 5.4 の θ は, ほぼ最大となり, $I_a = 27\text{A}$, $I_f = 6.7\text{A}$, $\theta = 48^\circ$ である。また, 図 5.6 (a) の 0.37 秒付近のギャップ磁束波形 B_1 は, 図 5.6 (a) 及び (d) に示すように ϕ_q と ϕ_f が最小になった時で, このとき図 5.3 の I_a , I_f , 図 5.4 の θ はほぼ最小となり, $I_a = 17\text{A}$, $I_f = 4.8\text{A}$, $\theta = 36^\circ$ である。そして A_1 と B_1 の間は連続的に変化している。

上述のように, 振動発生直後には, ϕ_q の振動と ϕ_f の振動が時間的に一致してくる結果, 節 5.2 で述べたように, 回転子に働くトルクは加速, 減速ともに大きくなる。

(vi) 図 5.6 (c) に示すように電機子反作用磁束の基本波成分は, A_1 で最大, B_1 で最小となっている。この理由を以下に述べる。すなわち, 第 2 章および付録第 4 章で示すように相差角 θ が遅れ位相で大きく, かつ電機子電流 I_a が大きい程, 電機子反作用磁束 ϕ_a は大きくなり, この減磁作用でギャップ磁束 ϕ は減少する。したがって回転子の加速, 減速に応じて図 5.4 に示すように相差角 θ が遅れ位相で約 42° を中心に上下に変化するとき, ギャップにおける電機子反作用は, A_1 で最大, B_1 で最小となる。一方 AVR は, 上記の電機子反作用によるギャップ磁束 ϕ の減少, すなわち発電機の端子電圧の減少を補償するように動作するから, 図 5.6 (b) に示すようにギャップ磁束の基本波成分は, ほぼ一定に保たれる。

以上の (i), (ii), (iii), (iv), (v), (vi) の考察の結果, XY 座標上の $\phi_q - \phi_d$ の軌跡は, 図 5.6 (e) のようになる。

(2) 持続振動

(1) の状態から徐々に振動が拡大し持続振動の状態となった時のオシログラムを図 5.7 に, 相差角の変化を図 5.8 に, 回転子速度の変化を図 5.9 に, ギャップ磁束波形等の変化を図 5.10 (a) から (e) に示す。また, (1) でマークした A_1 , B_1 と同様に, A_2 , B_2 を各図中にマークしている。

これらの図から, 次のことがわかる。

(i) 図 5.9 にみられるように, 回転子は同期速度を若干越えて 60.1 Hz を中心に $\pm 1.33\%$ の巾で加速, 減速をくり返している。これに伴い, すべての量の振動が大きく, その振動周期

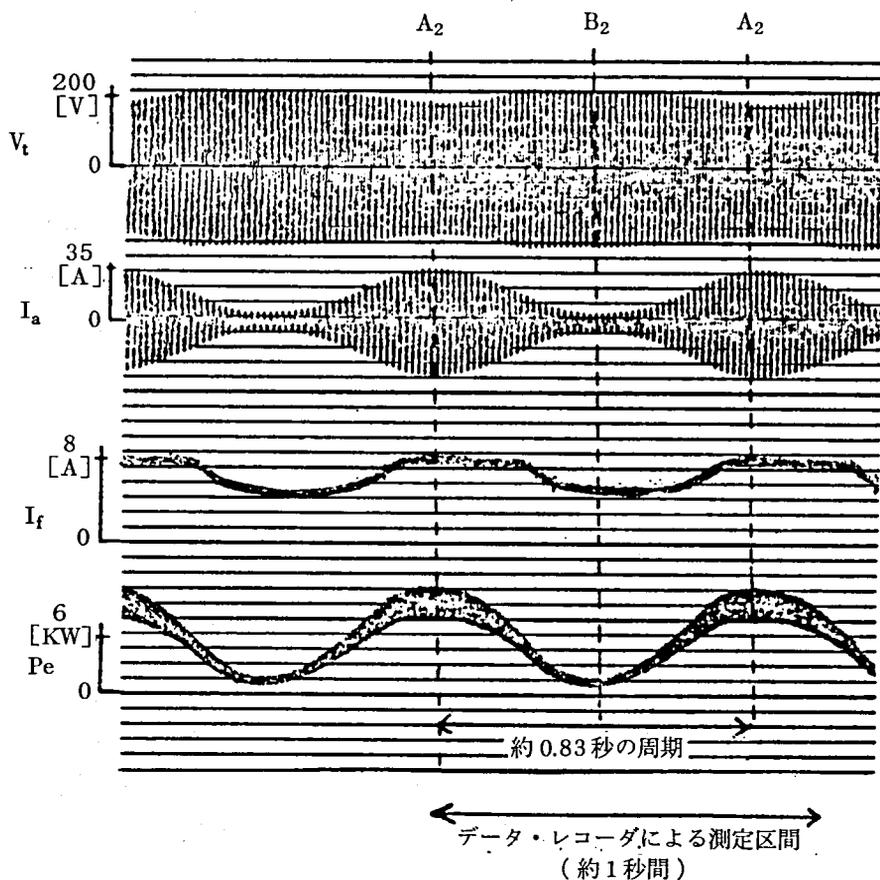


図 5.7 持続振動時の諸量のオシログラム

は約 0.83 秒と(1)の状態よりもやや長くなっている。

(a) 相差角は、 δ は約 52° を中心に $\pm 81\%$ 、 δ_i は約 22° を中心に $\pm 64\%$ 、 θ は約 42° を中心に $\pm 43\%$ の振動で、平均値は(1)の場合とほぼ同じであるが、振動巾は増加している。

(b) 図 5.7 にみられるように、界磁電流はその上限値に達するため、AVR動作は、その動作を停止するので、ギャップ磁束の基本波成分は図 5.10 (b) にみられるように一定ではない。

(c) 図 5.10 (a) において、0.05 秒付近および 0.83 秒付近のギャップ磁束波形 A_2 、0.45 秒付近のギャップ磁束波形 B_2 に注目する。 A_2 は、今解析している区間内で、 ϕ_q と ϕ_f が最大となり、このとき、 I_a 、 I_f 、 θ はほぼ最大となり、 $I_a = 35\text{ A}$ 、 $I_f = 8\text{ A}$ 、 $\theta = 60^\circ$ である。 B_2 は、 ϕ_q と ϕ_f が最小、 I_a 、 I_f 、 θ がほぼ最小となる時で、このとき、 $I_a = 6\text{ A}$ 、 $I_f = 5.3\text{ A}$ 、 $\theta = 24^\circ$ である。

ギャップ磁束波形は、 A_2 と B_2 の間を連続的に変化する。

(d) 電気出力 Pe およびトルク T にはリミッターがかかっている。これは、界磁電流が上限に達するためである。

上述のように、この持続振動の状態は、(1)の状態を放置したときのものであることから、原動機出力は(1)と同じであるので、すべての量の振動の平均値はほぼ(1)と同じである。しかし、界磁電流が上限に達するため、 ϕ_f の増加は制限されるので、結果的に A_2 における ϕ_q は A_1 における ϕ_q より大きくなる。これは、回転子の慣性による加速ひいては脱調を抑制するのに必要な増加であるが、一方、節4.3で述べたように、安定度余裕は低下していくことになる。

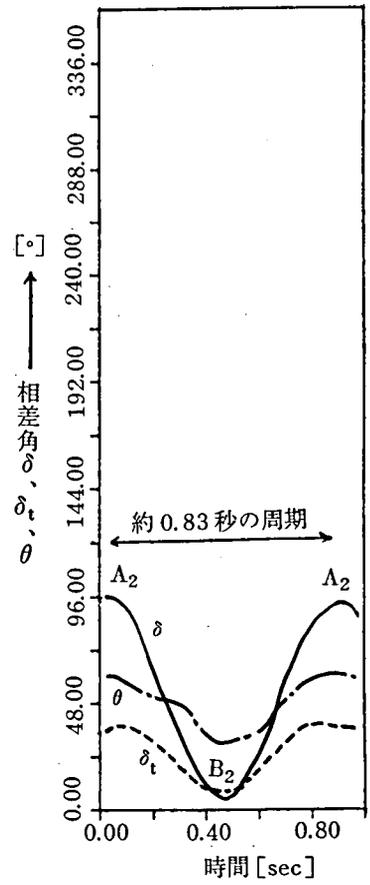


図 5.8 相差角 δ , δ_t , θ の変化

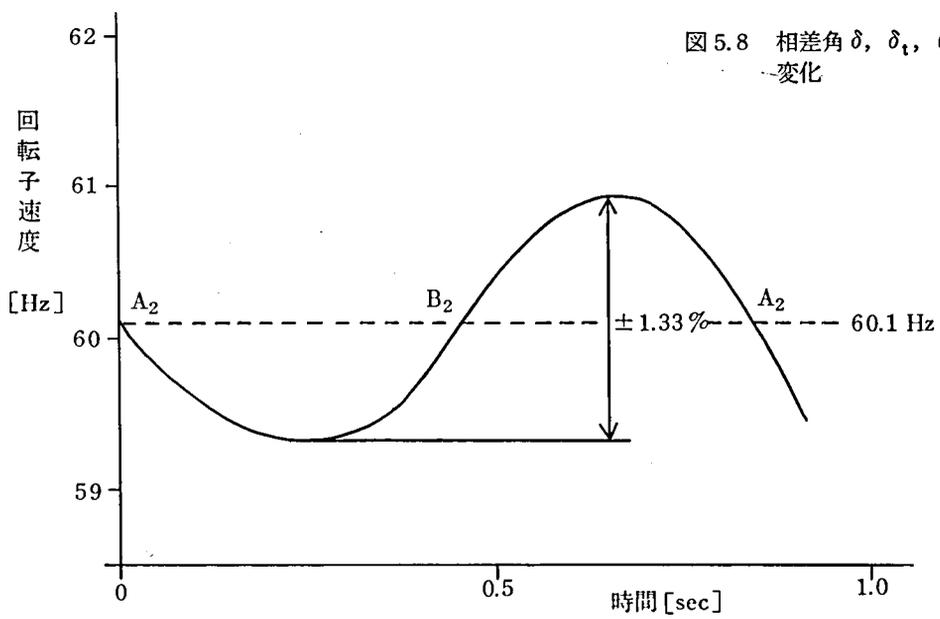
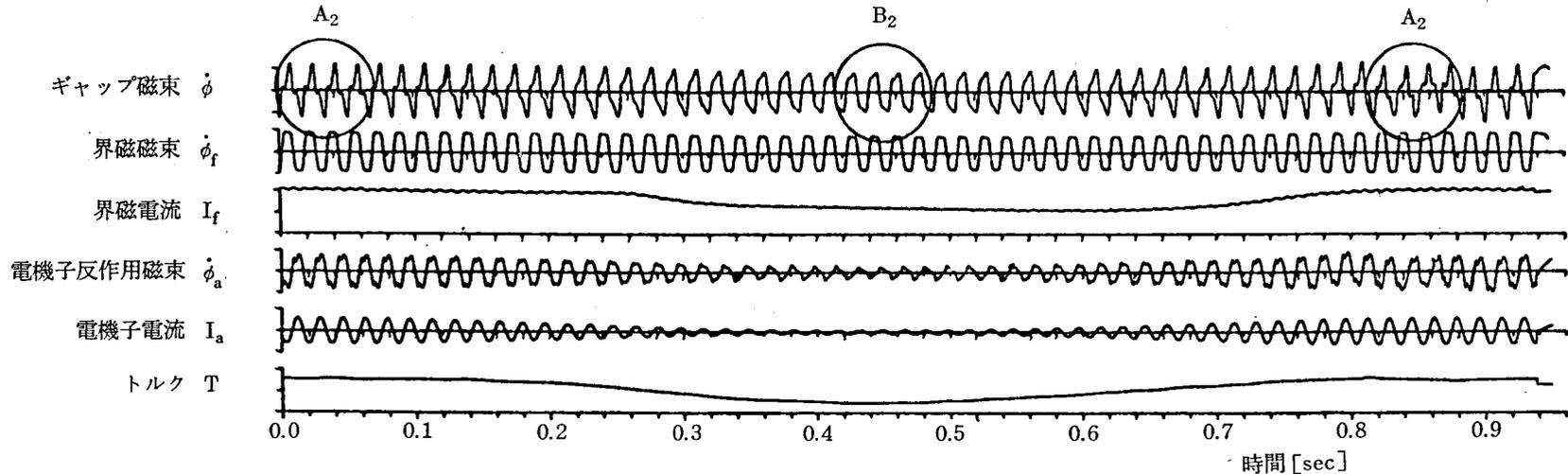
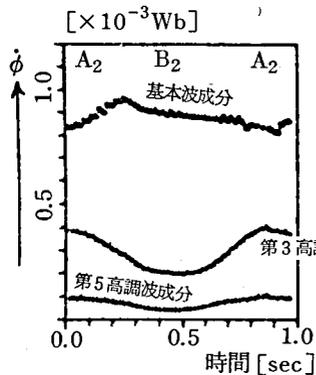


図 5.9 回転子速度の変化

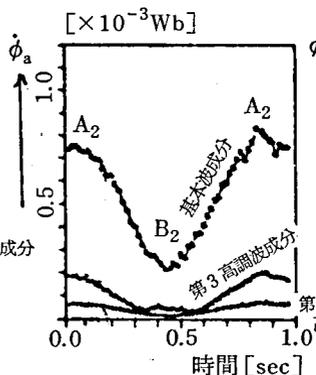
約0.83秒の周期



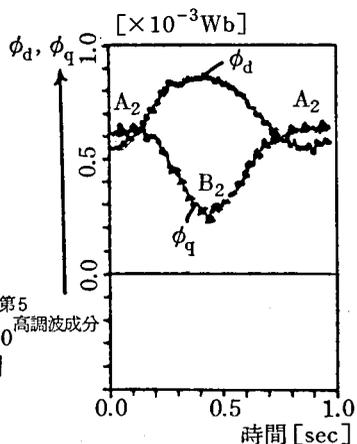
(a) ギャップ磁束, トルク等の変化



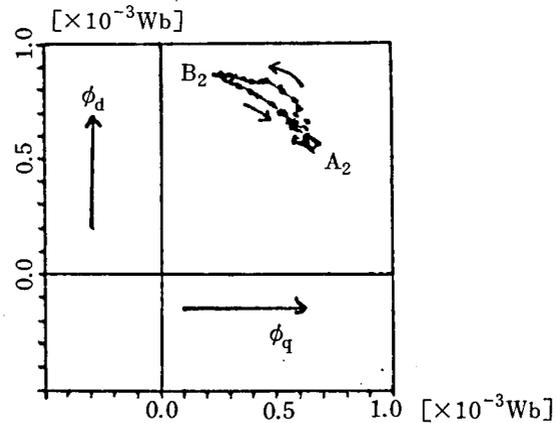
(b) ギャップ磁束 ϕ の各調波成分



(c) 電機子反作用磁束 ϕ_a の各調波成分



(d) ギャップ磁束の直軸成分 ϕ_d と横軸成分 ϕ_q



(e) 横軸成分 ϕ_q - 直軸成分 ϕ_d のXY図形

図 5.10 持続振動時のギャップ磁束等の変化

(3) 持続振動の進展

(2)の持続振動の状態から、さらに出力を増加し約8 KWとなった時のオシログラムを図5.11に、相差角の変化を図5.12に、回転子速度の変化を図5.13に、ギャップ磁束波形等の変化を図5.14(a)から(e)に示す。また、各図中に A_3 、 B_3 をマークしている。

これらの図から、次のことがわかる。

(イ) 図5.13にみられるように、回転子速度は、(2)の状態よりもさらに上昇した60.15 Hzを中心に±1%の巾で加速、減速をくり返している。これに伴い、すべての量が激しく振動し、その振動周期は0.9秒と長くなっている。

(ロ) 相差角は、 δ は約68°を中心に±55%、 δ_1 は約26°を中心に±50%、 θ は約49°を中心に±30%の振動をしている。その平均値は、いずれも(2)の状態より増加している。

(ハ) (2)および本項(イ)、(ロ)の結果から、次のことがわかる。すなわち、電気出力を約6 KWから約8 KWまで増加していく時、回転子速度は同期速度60 Hzからスリップし、平均60.1 Hz((2)の状態)、さらに平均60.15 Hz((3)の状態)と上昇する。また、これに伴い、各相差角の平均値は連続的に上昇していき、発電機の重負荷状態への進展とつり合いを保つ。

(ニ) 図5.14(a)において、ギャップ磁束波形 A_3 (0.02秒および0.92秒付近)のとき、 $I_a = 32$ A、 $I_f = 8$ A、 $\theta = 64^\circ$ であり、 B_3 (0.5秒付近)のとき、 $I_a = 6$ A、 $I_f = 5$ A、 $\theta = 34^\circ$ である。同図(b)の調波分析結果からわかるように、 A_3 における第3高調波の増加からも、発電機の重負荷状態への進展がうかがえる(節2.3.2参照)。

(ホ) 上述のことは、図5.14(e)に示す $\phi_q - \phi_d$ 軌跡に明瞭に現われる。すなわち、軌跡の傾きは(2)の場合よりも立ってきており、この計測から安定度余裕が低下し脱調が近づいたことを予測できる。

すなわち、節4.3の(4.3)式で述べたことは、一機無限大母線系統であることを考慮し、飽和による発電機リアクタンスの変化等を見れば、本試験ケースのようなAVRによる持続振動発生の場合にもあてはまるので、予め $\phi_{q\max}$ を知ることができる(図5.14(e)を参照)。節4.4の図4.7に示すように $\phi_{q\max} = 0.65 [\times 10^{-3} \text{ wb}]$ である。いま、 ϕ_q は振動しているが、その平均値で安定度余裕((4.4)式参照)を示すことにすると、(1)は図5.6(e)に示すように $\phi_q \doteq 0.5$ 、(2)は図5.10(e)に示すように $\phi_q \doteq 0.5$ で(1)とほぼ同じであるが、(3)は図5.14(e)に示すように $\phi_q \doteq 0.52$ である。したがって、安定度余裕は(1)、(2)は約23%であるが、(3)は約20%と低下する。さらに、 A_1 、 A_2 、 A_3 と順次 $\phi_{q\max}$ に接近してくるので安定度は低下し脱調が真近いことがわかる。

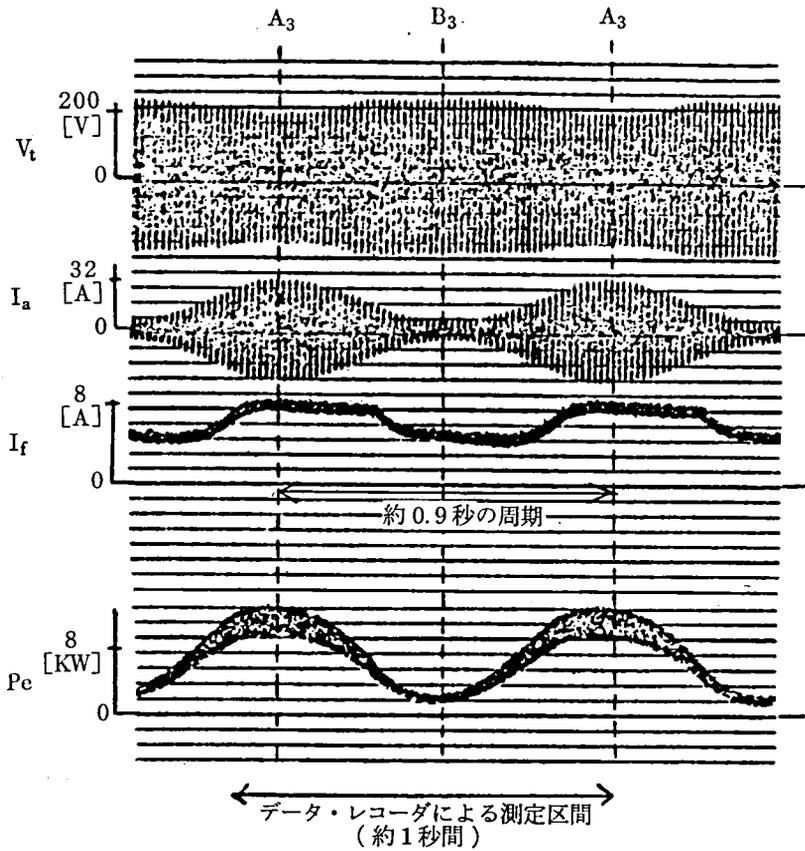


図 5.11 持続振動進展時の諸量のオシログラム

以上, (1), (2), (3)の検討結果からわかるように, 約 6 KW から約 8 KW まで, 振動は激しくなるが発散せず, 長い持続振動状態が続いている。すなわち, AVR により弱制動あるいは負制動となり振動発生 → 持続振動 → 振動発散 → 脱調が通説であるが, 供試系統では, かかる振動発散から脱調に至るケースは観測されなかった。(但し, 発電機端子電圧 $V_t = 230$ V になるように 90 R を設定した状態で)。他のゲイン, 時定数で振動的に脱調する場合も同様である。この原因は, 大振幅の振動時には供試機の界磁電流が上限に達するためであるといえるであろう。

すなわち, (1)の(イ)項で述べたように, 回転子が加速方向へ向うとき, I_a , I_f は上昇し, A_1 , A_2 , A_3 等の点で最

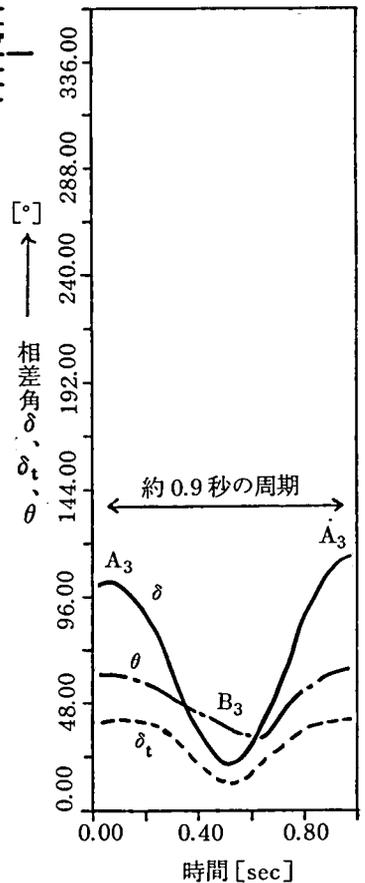


図 5.12 相差角 δ , δ_t , θ の変化

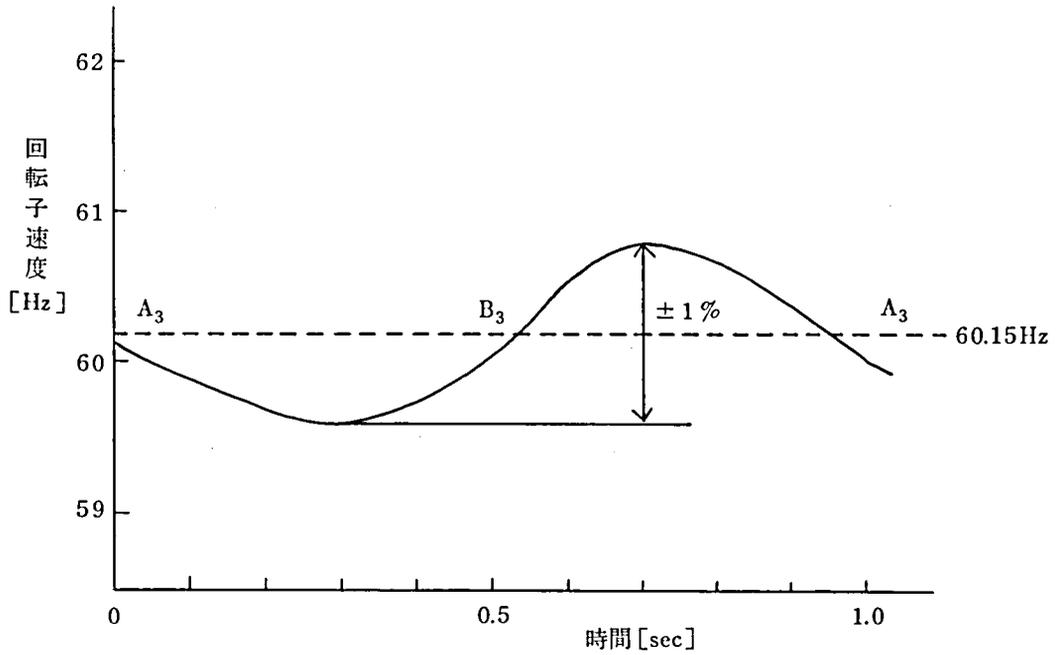
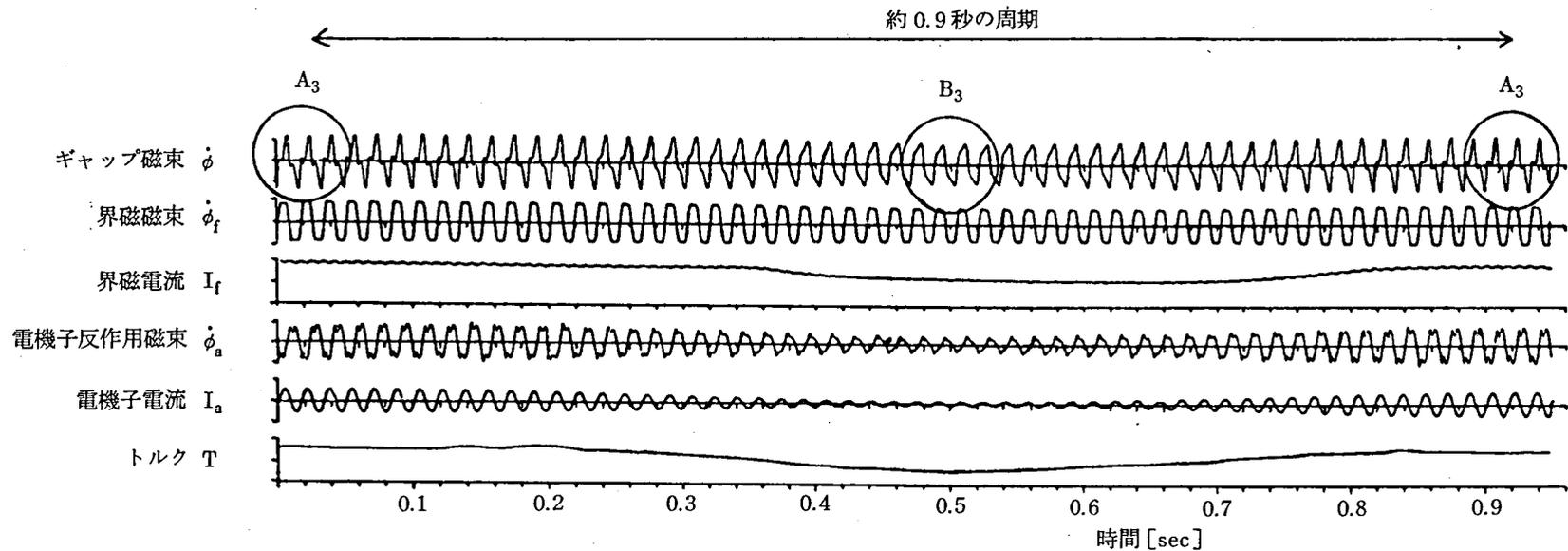


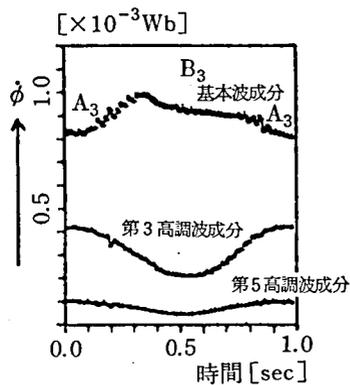
図 5.13 回転子速度の変化

大となり、トルクも最大となる。このトルクが電動機出力を上回って、減速エネルギーとなり回転子を減速させるのであるが、このトルクの最大値は、界磁電流の上限で制限され、低く抑えられる。すなわち、励磁制御系頂上電圧による界磁電流の制限は振動発散を抑制する効果があると考えられる。

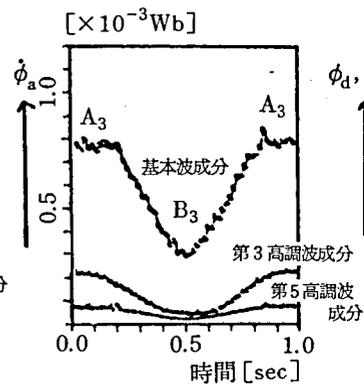
しかし、他方、界磁電流の制限は、同期化力を低下させることになる。



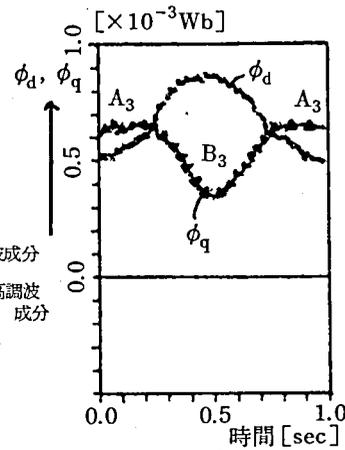
(a) ギャップ磁束, トルク等の変化



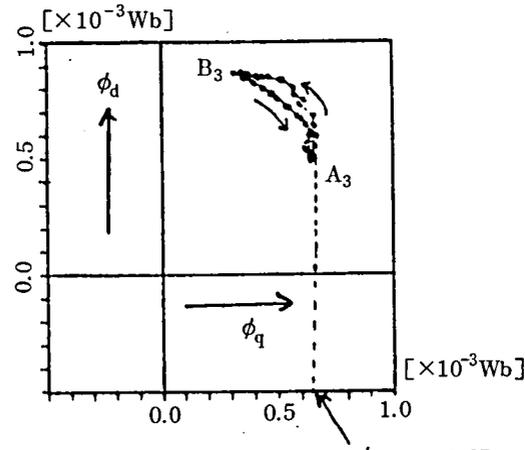
(b) ギャップ磁束 ϕ の各調波成分



(c) 電機子反作用磁束 ϕ_a の各調波成分



(d) ギャップ磁束の直軸成分 ϕ_d と横軸成分 ϕ_q



(e) 横軸成分 ϕ_q - 直軸成分 ϕ_d の XY 図形

図 5.14 持続振動進展時のギャップ磁束等の変化

(4) 振動から脱調へ

(3)の状態からさらに出力を増し約10 KWとなった時、振動しながら脱調していった。この振動から脱調へ至る過程のオシログラムを図5.15に、このうち約3秒間をデータ・レコーダで解析した結果、相差角の変化を図5.16に、回転子速度の変化を図5.17に、ギャップ磁束等の変化を図5.18から図5.20までに、さらに、 $\phi_q - \phi_d$ 軌跡の変化の様子を図5.21(a)から(d)に示す。 A_4, B_4, A_5, B_5, A_6 をマークする。

これらの図から、次のことがわかる。

(イ) 図5.15のオシログラムにみられるように、(2)および(3)であらわれた激しい振動は、界磁電流に対する制限が、前述のように振動を抑制する効果をもつことから、収まり気味となり、また同期化力が減少するので付録第3章の(A.4)式より振動周期は長くなり約1.3秒となり、ゆるやかに脱調している。脱調の約1秒間では界磁電流は約8 A一定となっており、諸量の変化は、節2.4および節4.4.2の脱調のケースと類似している。

(ロ) 各相差角 δ, δ_t, θ は、(3)の状態よりさらに増加し、やがて δ, θ は発散、 δ_t は減少している。

(ハ) A_4 と A_5 の波形は、図5.18と図5.19の解析結果からもわかるように、第3高調波の増加により歪みが大きくなっており、脱調が近いことを示している。

(ニ) 図5.21(a)から(d)に示す $\phi_q - \phi_d$ 軌跡の変化から、振動から脱調へ移行する過程が明瞭に計測されることがわかる。また、節4.3の(4.3)式で述べた理由によって、 ϕ_q は一定の上限値 $\phi_{q \max}$ を持っていることが、同図からも明らかである。同図(a)に示すように ϕ_q の振動の最大値は、ほぼ $\phi_{q \max} = 0.65$ になっており、安定度余裕はほぼ零である。

(ホ) 脱調開始点の決定は、全ての量が振動しているため困難である。しかし、 P_e, T, ϕ_q 等の減少と回転子の加速条件との組合せで、ある裕度をもたせて脱調過程に入ったことを判断することはできる。

(ヘ) ギャップ磁束は、 $A_4 \rightarrow B_4 \rightarrow A_5 \rightarrow B_5 \rightarrow A_6$ というように振動しながら連続的に変化していく。 A_4, A_5, A_6 と順次基本波成分は減少する。 A_6 は基本波成分が最小、第3高調波成分が最大となるときで、このときが脱調点である。脱調点で $P_e = 0, T = 0, \phi_q = 0$ となる。相差角は $\delta = 187^\circ, \theta = 91^\circ, \delta_t = 3^\circ$ となっている。回転子の加速は、62 Hzにまで達している。

(ヒ) 非同期状態における、XY軸上の $\phi_q - \phi_d$ 軌跡は左上りとなっている。この理由は節5.5で述べる。

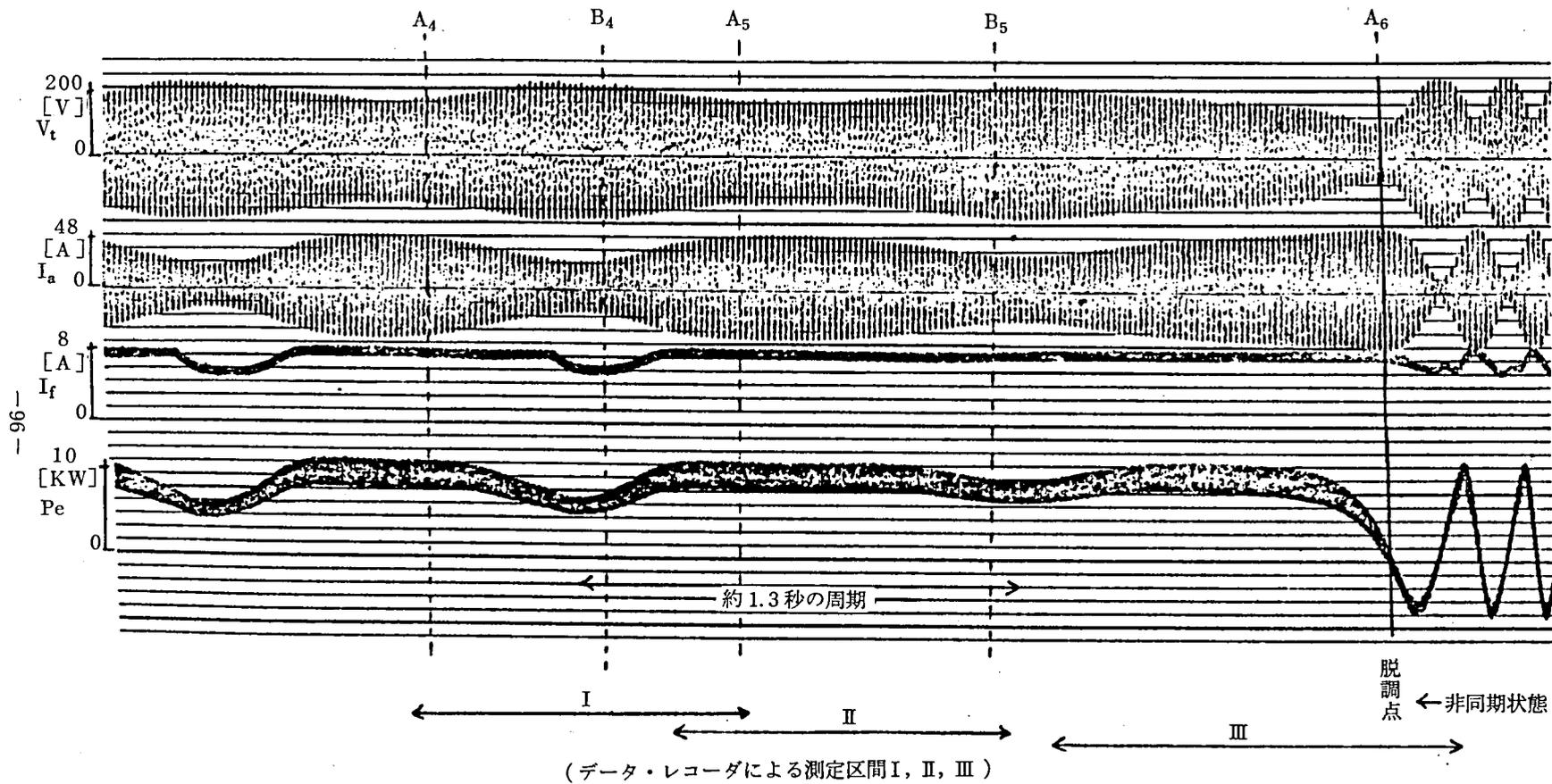


図 5.15 振動から脱調へ至る過程の諸量のオッシログラム

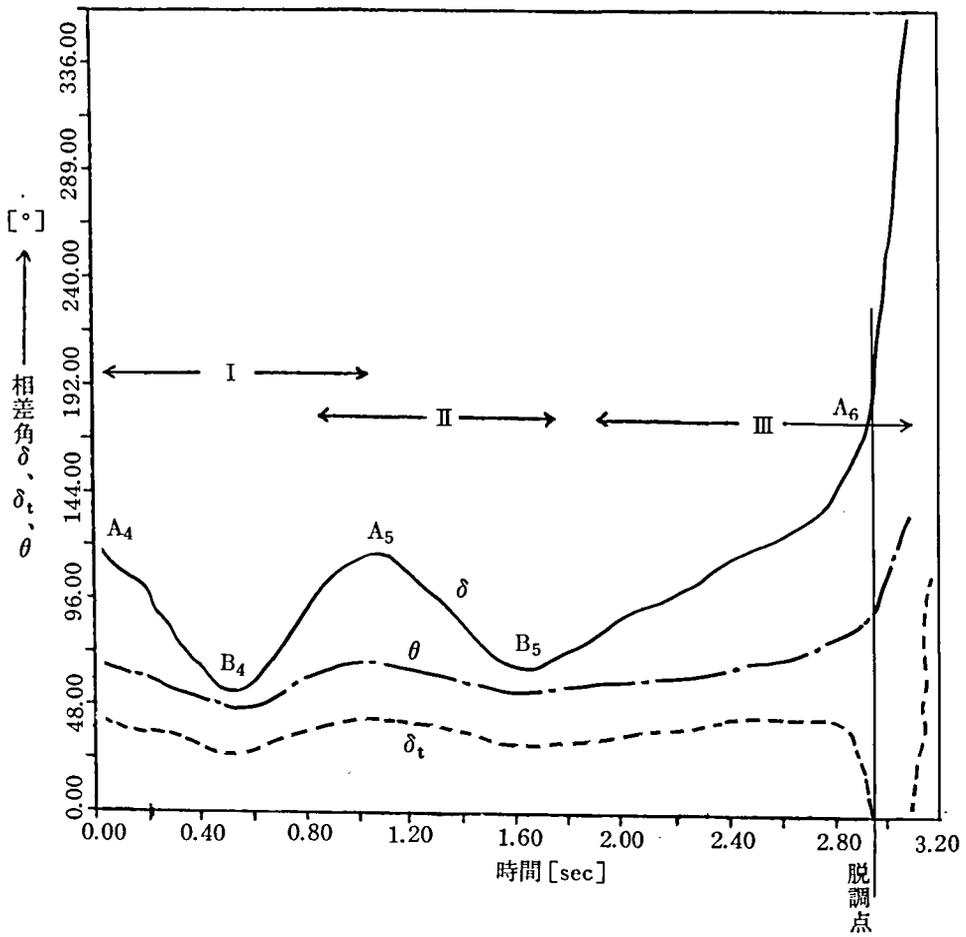


図 5.16 相角 δ, δ_t, θ の変化

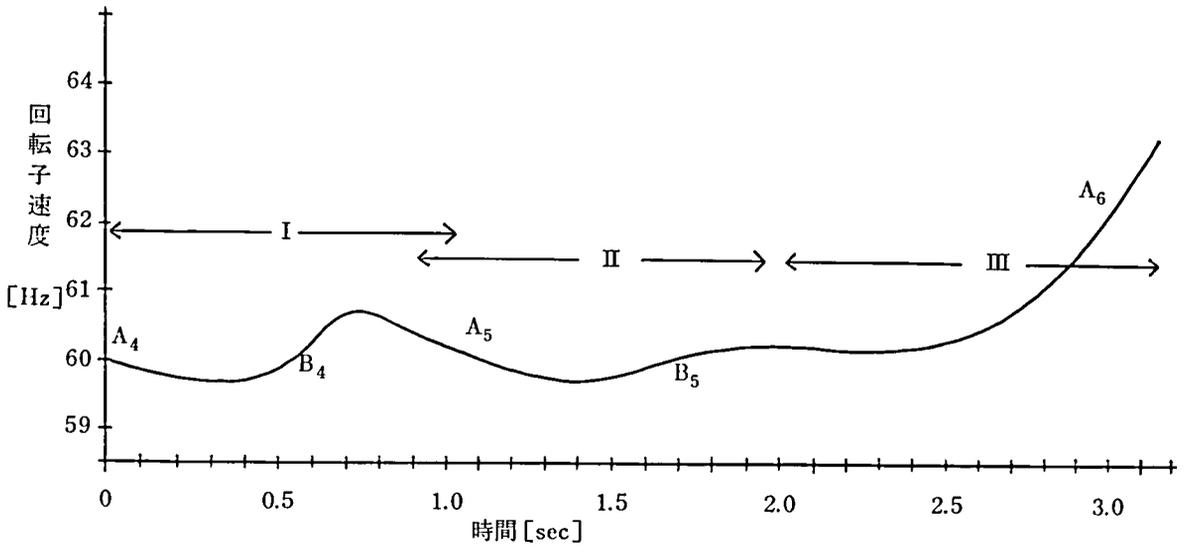


図 5.17 回転子速度の変化

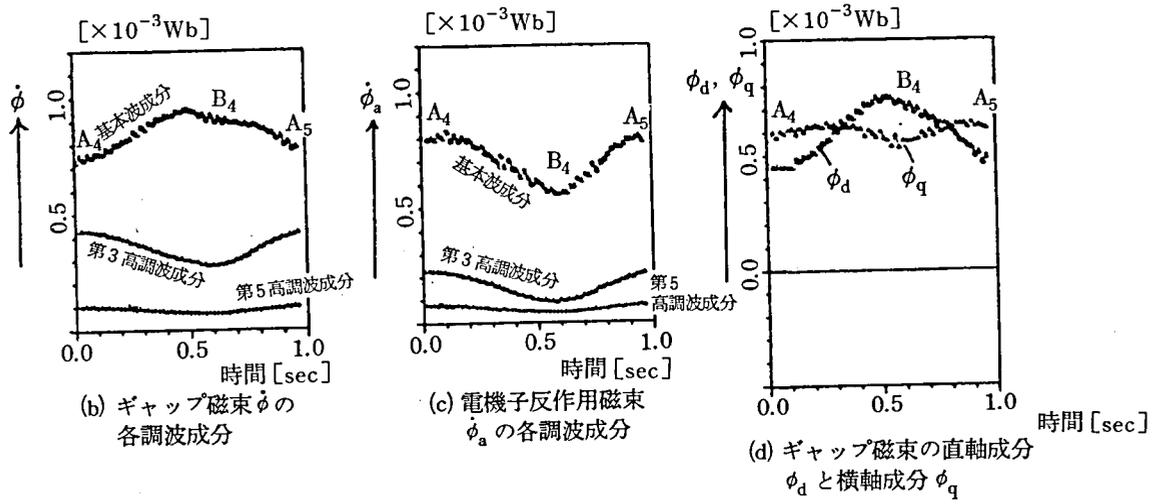
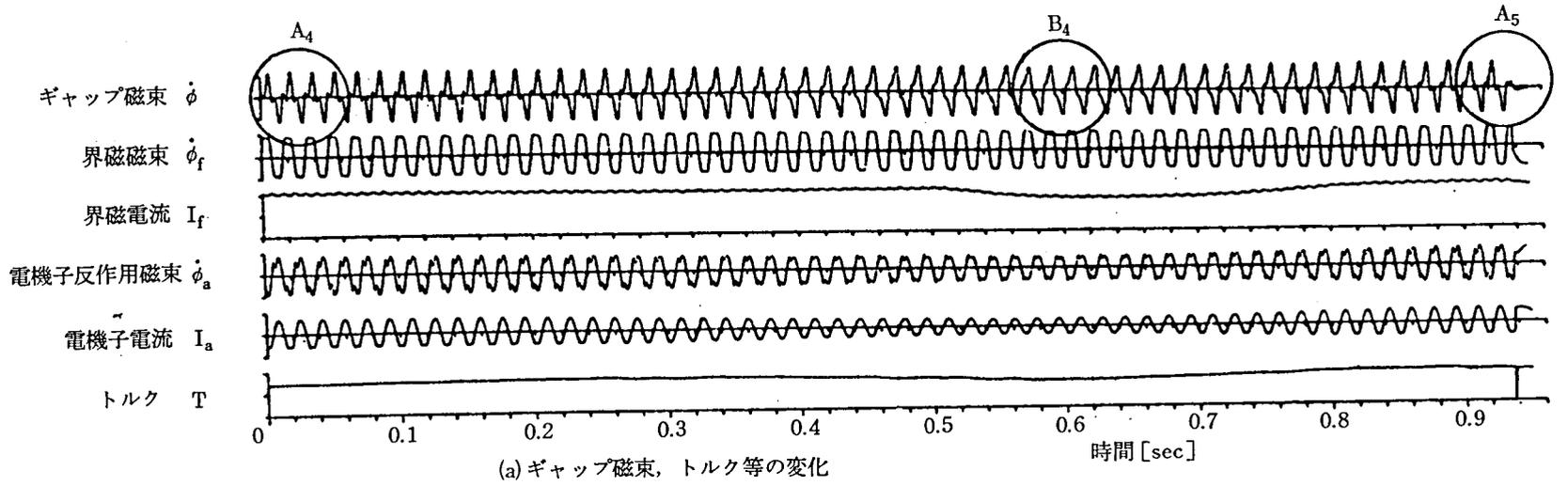
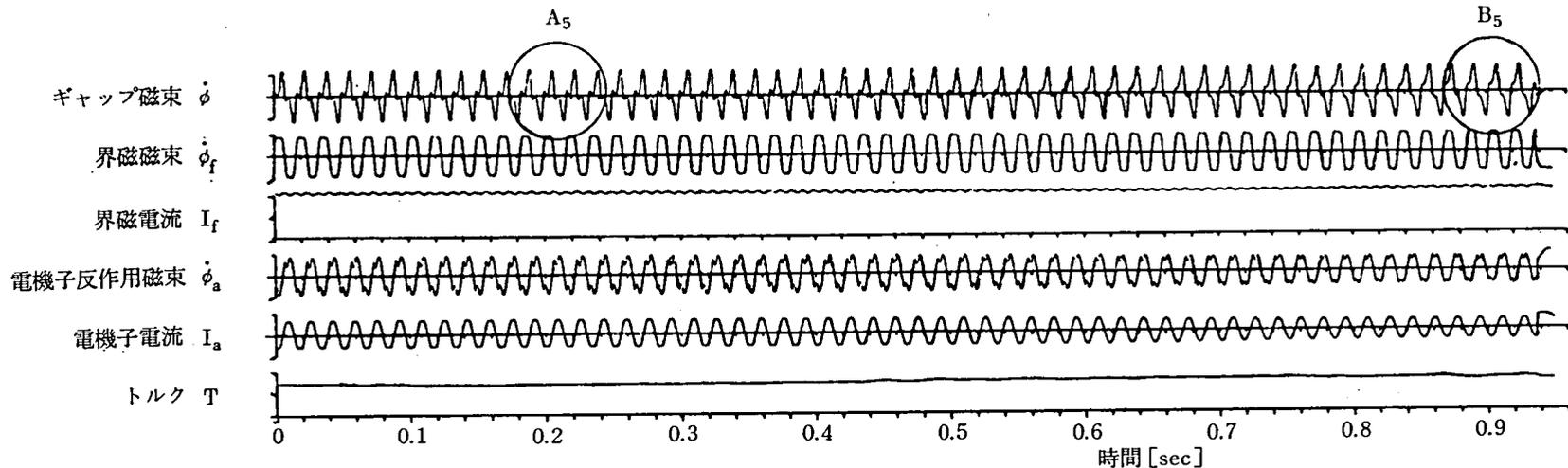
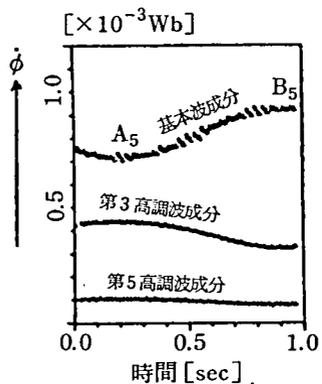


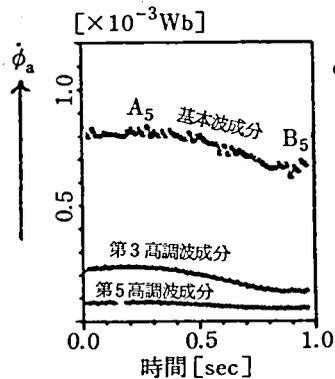
図 5.18 振動から脱調へ至る過程(I)のギャップ磁束等の変化



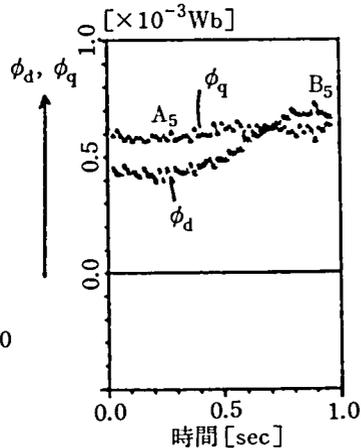
(a) ギャップ磁束, トルク等の変化



(b) ギャップ磁束 φ の各調波成分



(c) 電機子反作用磁束 φ_a の各調波成分



(d) ギャップ磁束の直軸成分 φ_d と横軸成分 φ_q

図 5.19 振動から脱調へ至る過程(II)のギャップ磁束等の変化

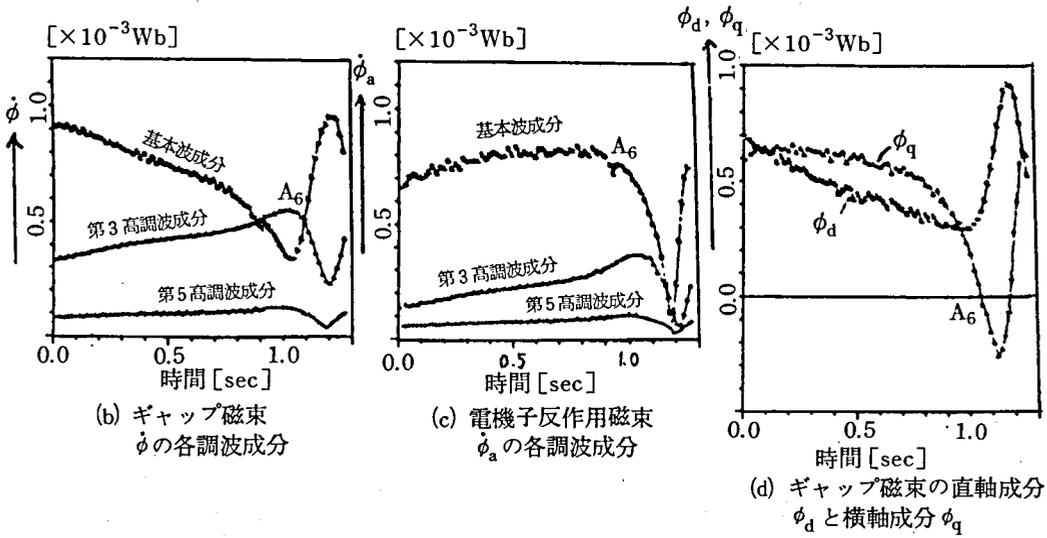
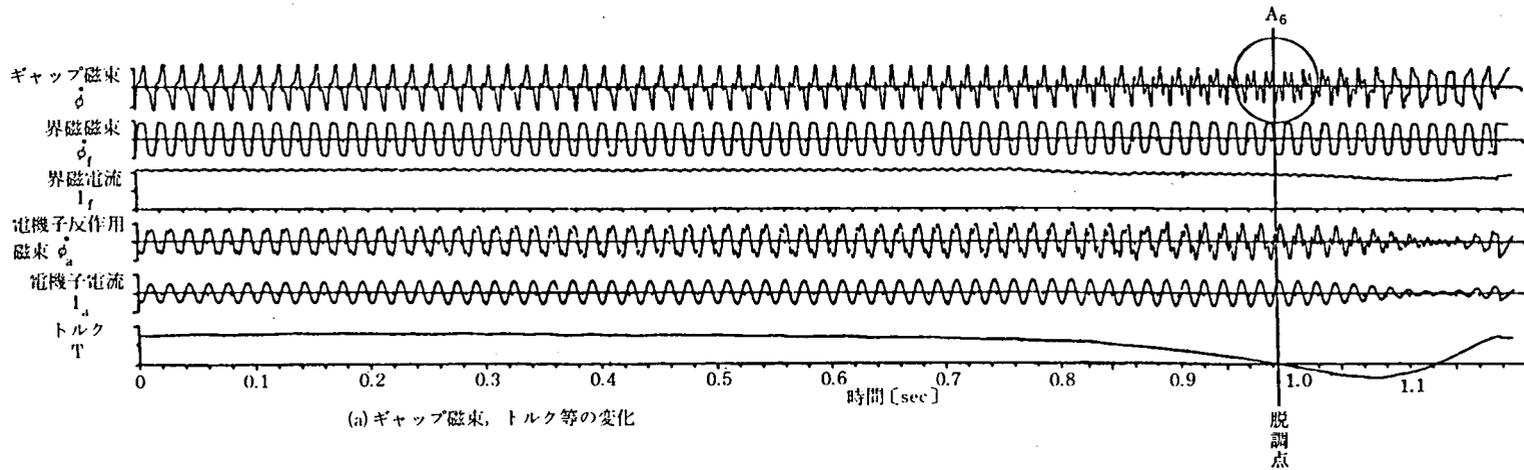


図 5.20 振動から脱調へ至る過程(Ⅲ)のギャップ磁束等の変化

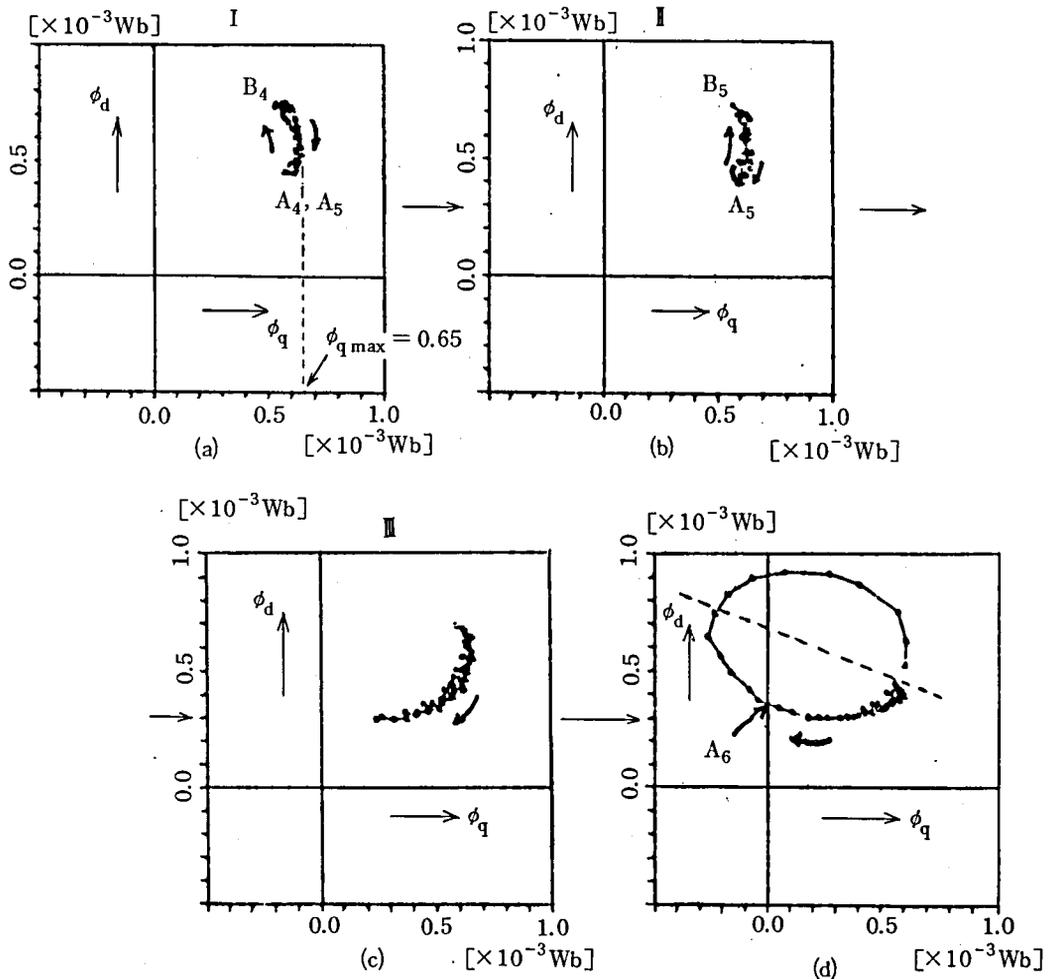


図 5.21 振動から脱調へ至る過程 (I → II → III) での $\phi_q - \phi_d$ 軌跡の推移

(5) 本節のまとめ

以上、本節では、同期発電機が AVR による負制動現象によって振動的に脱調していく試験ケースについて、(1)振動発生直後、(2)持続振動、(3)持続振動の進展、(4)振動から脱調へ、と各状態ごとに順を追って検討した。結果を要約すると、表 5.2 のようになる。

なお、次節では、節 5.3.1 で述べたように、発電機出力の増加に伴う、等価的な同期化トルク係数及び制動トルク係数の変化を求めることにより、それにもとづいて上記の振動発散現象を説明する。比較のため、界磁電流一定時 (第 2 章の試験ケース) 及び AVR による安定度向上のケース (第 4 章の試験ケース) も示す。

表 5.2 AVRによる振動発散脱調現象の解析結果の要約

	回転子速度	相差角 (δ, δ_t, θ)	振動周期	ギャップ磁束と安定度余裕M
(1) 振(約 動発6 生K 直W 後)	同期速度を中心とする振動 60 Hz \pm 0.5 %	δ : 約 $54^\circ \pm 33\%$ δ_t : 約 $26^\circ \pm 33\%$ θ : 約 $42^\circ \pm 14\%$	約 0.8 秒	界磁磁束 ϕ_f の振動と、ギャップ磁束の横軸成分 ϕ_q の振動が時間的に一致し、回転子に働くトルクは加速、減速ともに大きくなる。 M \doteq 23 %
(2) 持(約 続6.5 振K 動W)	同期速度より上昇し、振動振巾も拡大 60.1 Hz \pm 1.33 %	振動振巾は拡大 δ : 約 $52^\circ \pm 81\%$ δ_t : 約 $22^\circ \pm 64\%$ θ : 約 $42^\circ \pm 43\%$	周期は長くなる 約 0.83 秒	ϕ_q の振動の最大値は、(1)の場合よりやや大きくなり、安定度は低下する。 M \doteq 23 %
(3) 持(約 続振動8 のK 進W 展)	同期速度より、さらに上昇する 60.15 Hz \pm 1 %	相差角は拡大する δ : 約 $68^\circ \pm 55\%$ δ_t : 約 $26^\circ \pm 50\%$ θ : 約 $49^\circ \pm 30\%$	さらに長くなる 約 0.9 秒	ϕ_q の振動の最大値は、 $\phi_{q\max}$ に接近し、脱調が真近いことが予測できる。 M \doteq 20 %
(4) 振(約 動か10 らK 脱W 調へ)	界磁電流の上限値に達し、振動は抑制されるが、原動機入力が増加に伴い、発電機出力は追従できず、回転子は加速し脱調に至る	δ 及び θ は振動しながら拡大し、脱調する。脱調点で、 δ : 187° δ_t : 3° θ : 91°	さらに長くなり、ゆるやかに振動しながら脱調に至る	ϕ_q は、ほぼ $\phi_{q\max}$ に一致し、脱調に至る。

5.4 同期化トルク係数と制動トルク係数の計算によるAVR効果の考察^{20), 21)}

第4章及び本章で、AVRによる安定度向上効果、および負制動現象による脱調について、ギャップ磁束、回転子速度、その他の関連項目の測定をもとに解析した。本節では、発電機の微小変化時の特性式(Parkの式)をもとに導出された、いわゆる同期化トルク係数と制動トルク係数の変化を、上記各試験ケースの実測値を用いて計算し、その計算結果からAVRの効果を検討する。なお、微小変化時の発電機の特性式、およびそれらを用いて同期化トルク係数と制動トルク係数の導出については付録第3章を参照。以下、各試験ケースにおける発電機の運転状態の変化に伴う同期化及び制動トルク係数の変化を計算し、その結果から各試験ケースにおけるAVRの効果を検討する。

まず、本研究のように一機無限大システムを対象とする場合、付録第3章で導出した各式(A.2)

～(A. 8)にあらわれる $K_1 \sim K_6$ は、相差角 δ , δ_1 , θ の値さえわかれば計算できる。また、 F_{21} , F_{22} , F_{23} , F_{24} は、 $K_1 \sim K_6$ および $T_{d0'}$, K_E , T_A を与えれば計算できる。しかし、 D は計算では求められず、別に測定によって求めるしかない。

D は、次のような実験により求める。すなわち、発電機を界磁電流5 A、電気出力5.4 KWで供試電力系統で運転中、2回線送電線のうち1回線中央で3相短絡事故を起し、即座に、事故回線の両端を開放することによって事故除去したケースで、事故除去後の電力動揺の減衰時定数の測定をもとに求める。結果は、5.71である。

以上の結果、界磁電流一定時及びAVRの種々のゲイン K_A 、時定数 T_A の組合せに対して、相差角 δ , δ_1 , θ の測定値のみを用いて付録第3章の(A. 5), (A. 6), (A. 7), (A. 8)式の計算を行い、その結果と上で求めた D とを用いて、同期化力および制動力の変化を論じることができる。以下、(i)界磁電流一定時(AVRなし、本文第2章のケース)、(ii)AVRあり($K_A = 30$, $T_A = 20$ m sec, 本文節4.4のケース(安定度が向上するケース))、(iii)AVRあり($K_A = 5$, $T_A = 100$ m sec, 本文節5.3のケース(振動脱調のケース))について適用した結果を述べる。なお、(A. 5), (A. 6), (A. 7), (A. 8)式の計算に当っては、振動角周波数 ω を与えなければならない。そこで、振動の起らない(i), (ii)のケースは $\omega = 0$ とした。また、(iii)のケースは、節5.3でみたように、約1秒の振動周期で多少の変化がみられる。そこで計算

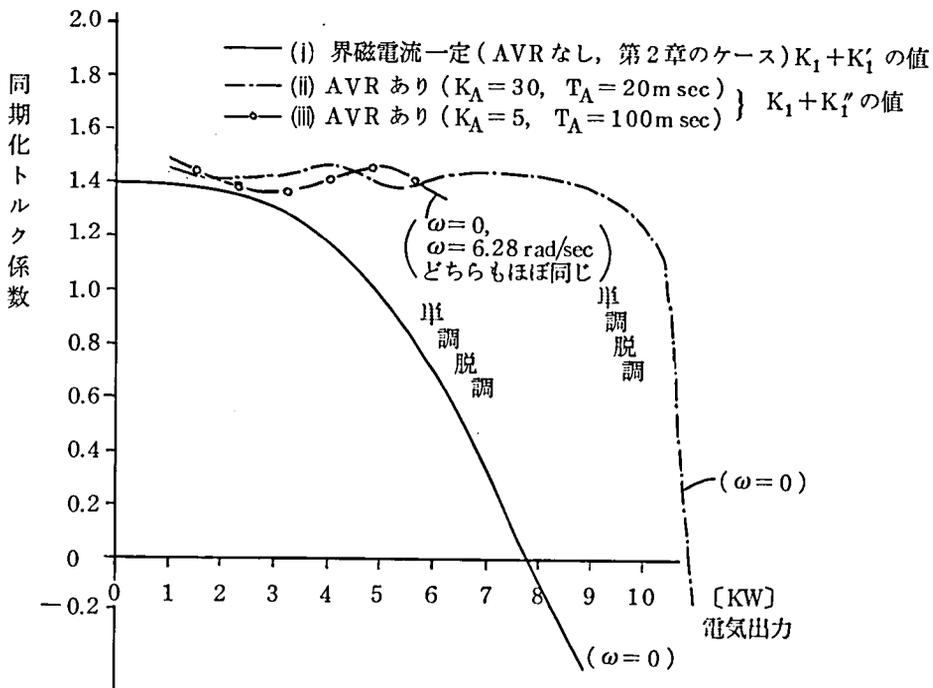


図 5.22 同期化トルク係数の計算値

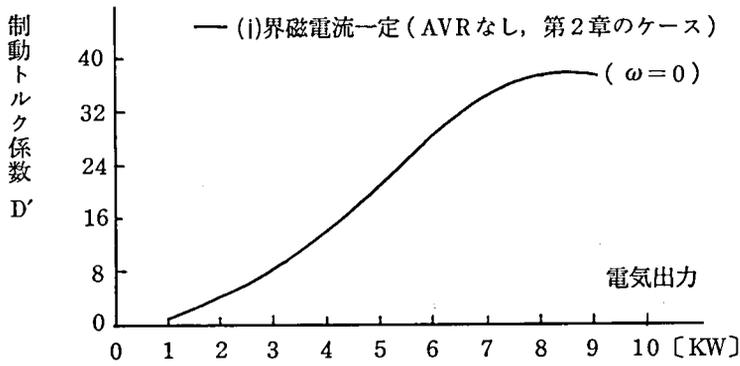


図 5.23(a) 制動トルク係数 D' の計算値

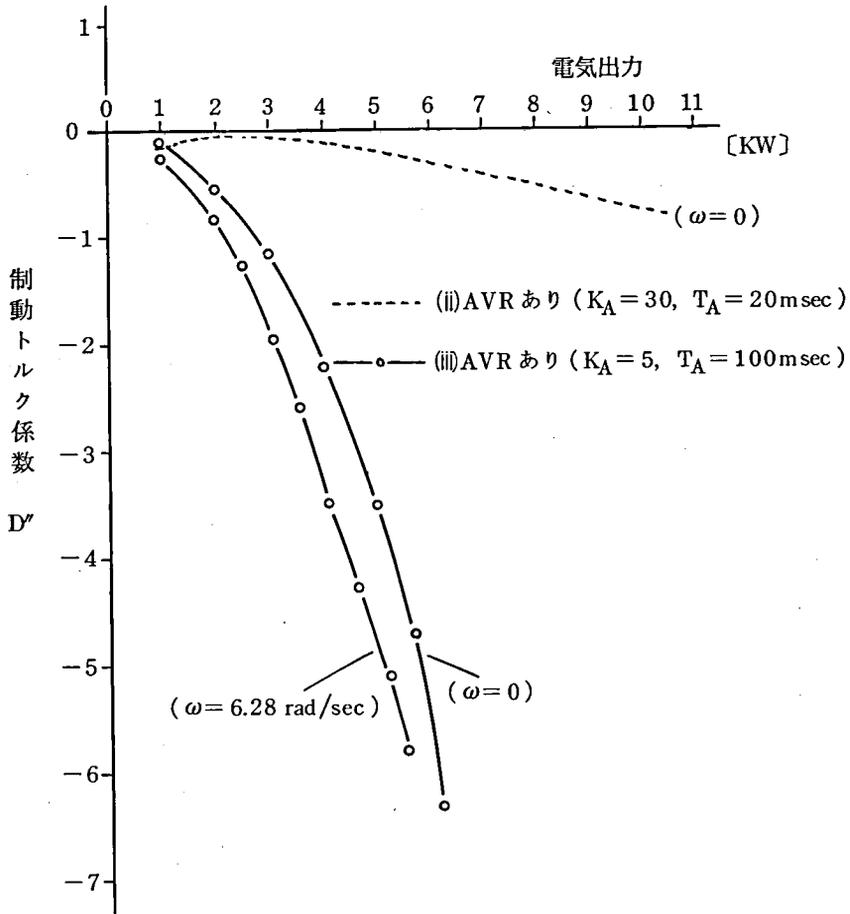


図 5.23(b) 制動トルク係数 D' の計算値

では振動周期は1秒で一定であるとして $\omega = 2 \times \pi \times 1 = 6.28 \text{ rad/sec}$ とし、比較のために $\omega = 0$ の場合も計算した。

上記(i)から(iii)までの各ケースの定常状態における同期化トルク係数の電気出力に対する変化を図5.22に、制動トルク係数の変化を図5.23(a)((i))及び(b)((ii), (iii))に示す。また、(iii)のケースについて節5.3.2の記述に対応させて①振動発生直後(約6KW)、②持続振動(約6.5KW)、③持続振動の進展(約8KW)、④振動から脱調へ(約10KW)の4点における平均の同期化トルク係数と制動トルク係数を図5.24に示す。

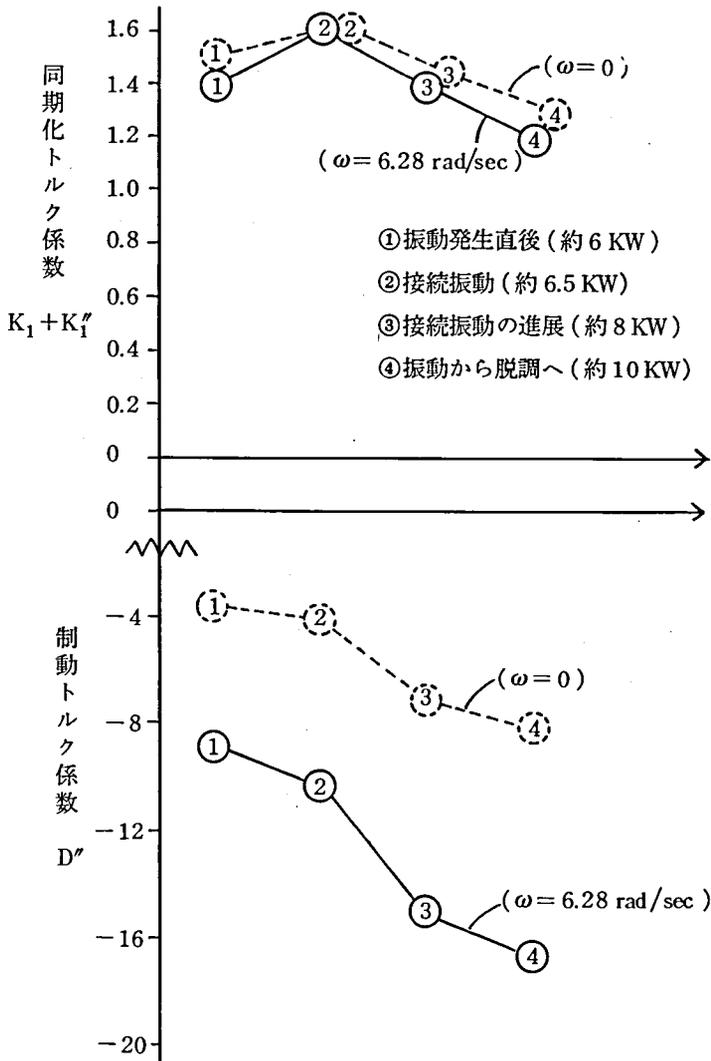


図5.24 振動脱調のケースの同期化トルク係数と制動トルク係数の変化

これらの図から次のことがわかる。

(1) 図 5.22 にみられるように、(i)界磁電流一定の場合は、出力増加に伴い同期化力は単調に低下する。AVR ありの場合、(ii)は約 9 KW まで一定の同期化力を維持する。それ以後は急速に低下していく。(iii)は約 6 KW まで一定である。

(2) 図 5.23 にみられるように、(i)の場合は出力増加とともに、制動力が増加する。これは、電機子反作用の効果である。AVR ありの場合、(ii)は若干制動力を減少させるが、D の大きさに比べると微小である。(iii)は、出力増加とともに急速に制動力が減少し、約 6 KW では、D の制動力をほぼ打ち消して、弱制動あるいは負制動の状態となる。

(3) 図 5.24 にみられるように、(iii)のケースでは振動発生、持続振動、脱調と進行するにしたがい、同期化力と制動力が減少していく。ただし、同期化力が一旦上昇する(②)のは、節 5.3.2 で述べたように、①から②へ移行するにしたがい界磁電流が上昇するためである。以後、界磁電流の上昇は、頂上電圧で制限されるため、同期化力は減少していく。

以上、節 5.3 で述べた AVR による振動発散現象を、発電機出力増加に伴う同期化力及び制動力の変化という観点から論じ、同時に、界磁電流一定時及び AVR による安定度向上時との相違も明らかにした。

なお、上述のように、一機無限大系統を対象とする場合、同期化トルク係数及び制動トルク係数は、相差角 δ 、 δ_t 及び θ の関数である。したがって、系統状態の変化に応じて時々刻々の相差角 δ 、 δ_t 及び θ の変化を計測することにより、同期化力及び制動力の推移をオンライン・リアルタイムで監視することができる。

5.5 非同期状態における $\phi_q - \phi_d$ 軌跡 (AVR ありの場合)

AVR を装備している発電機が脱調し非同期状態となったときの $\phi_q - \phi_d$ 軌跡は、図 4.10 (j) および図 5.21 (d) のように左上りとなる。その理由を述べる。

発電機が脱調し非同期状態となった時の $\phi_q - \phi_d$ の XY 図形は、節 2.4.3 で述べたように、界磁電流 I_f 一定の場合は、その長軸が水平軸と平行になる楕円軌道を描く。すなわち、 I_f 一定の場合、 ϕ_q は ϕ_d に対して 90° 遅れの位相差を保ったまま、両者は同一の角周波数 $s\omega_0$ で回転する。

しかるに、AVR があると、角周波数 $s\omega_0$ で正弦波状に変化している端子電圧 V_t の変化に対応して、 V_t の変化より一定の位相のずれをもって界磁電流 I_f すなわち ϕ_f が角周波数 $s\omega_0$ で変化する。すなわち、図 5.21 (d) において、軌跡点が $\phi_{q \max}$ から右回りに減少するとき V_t が低下するため AVR 動作により I_f が増加し、直軸成分を持ち上げるが、さらに加速すると、今度

は ϕ_d , ϕ_q が増加して V_t が増加するため AVR 動作により I_f が減少する。非同期状態では、この現象が繰り返される。したがって、リサージュ図の考え方から明らかなように、 $\phi_q - \phi_d$ 軌跡は、その長軸が左上りの楕円となる。

また、直軸成分の増加の度合いは、AVR の速応性で決まるから、節 4.4 の場合 (図 4.10(j), ゲイン $K_A = 30$, 時定数 $T_A = 20$ msec) の傾きの方が、節 5.3 の場合 (図 5.21(d), $K_A = 5$, $T_A = 100$ msec) よりも大きくなる。

5.6 むすび

本章では、AVR によって発電機及び系統に固有の制動力が減少し、弱制動あるいは負制動となって振動的に脱調していく過程を、ギャップ磁束、電流、回転子速度等の変化の測定をもとに、順を追って解析した。本章で明らかにしたことは、次のとおりである。

(1) 同期機の乱調と AVR による負制動現象の関係を、ギャップ磁束及び回転子に働くトルクの変化にもとづいて考察した。

(2) 横軸磁束 ϕ_q の最大値 $\phi_{q \max}$ は、模擬系統において、AVR の有無にかかわらず、また振動の有無にかかわらず、一定であることが試験結果からも確かめられた。したがって、このことを利用して、任意の運転状態における ϕ_q を計測して、安定度余裕を求めることが可能である。

(3) 発電機が振動的に脱調していく過程は、XY 座標上の $\phi_q - \phi_d$ 軌跡によって明瞭に監視することができ、かつ脱調を予知することができる。

(4) 同期化トルク係数と制動トルク係数の計算をもとに、AVR による振動発散現象を論じた。

(5) 脱調して非同期状態となったときの $\phi_q - \phi_d$ 軌跡は、その長軸が左上りとなる楕円軌道を描くこと、及び、このことと励磁制御系の速応性との関係を明らかにした。

結 言

以上、同期発電機の脱調現象の解析とその解析手法をもとに同期発電機の安定度に対するAVR効果及び負制動現象について解析的に研究を行なった。研究の成果を要約すると、以下のようになる。

(1) 従来、同期発電機はブラックボックスとして取り扱われており、発電機内部の磁束の振舞と安定度との関連が明確でない。そこで、まず定常状態で、発電機電機子（固定子）各部に巻き込んでいるさぐりコイルによって測定される磁束を検討した結果、ギャップ磁束（密度）分布は電機子歯頭部に取り付けた1個のさぐりコイルによって測定できること、及びこの磁束をもとに、ギャップ磁束分布の高調波成分、磁束分布係数、誘導起電力、無負荷飽和特性等を導出することができることを示した。

(2) ギャップにおける電機子反作用磁束を、さぐりコイルによる磁束波形の変化として視覚的にとらえるとともに、減磁作用、増磁作用、交差磁化作用について解析的に明らかにした。

(3) ギャップにおいて回転子に作用するトルクは、界磁磁束 $\dot{\phi}_f$ と電機子反作用磁束 $\dot{\phi}_a$ のベクトル積の絶対値として表わされ、この $\dot{\phi}_f$ 及び $\dot{\phi}_a$ は、さぐりコイルによる磁束測定から求められることを示した。

(4) 脱調は下記の現象から求められることを示した。

i) 負荷増加において発電機出力が減少しはじめるときが、脱調開始時点で、その後は発電機は加速に入る。

ii) 回転子に作用するトルクが零となるときが、脱調点であり、その間トルクは減少する。

iii) ギャップ磁束のうち基本波成分が最小となるとき、第3高調波成分は最大となり、その時点で、発電機は脱調する。

iv) ギャップ磁束のうち基本波成分を直軸成分 ϕ_d と横軸成分 ϕ_q に分け、これらの成分について脱調との関係を解析すると、 ϕ_q がその最大値 ϕ_{qmax} に達するときに脱調開始時点であり、回転子が加速の状態 ϕ_q が正から負に移行するときに脱調する。

(5) 有限要素法による磁界解析結果から、同期運転状態及び脱調時における発電機内部の磁束の流れ及び電機子と界磁極（回転子）に働く力の分布の変化を明らかにするとともに、同期発電機の脱調は、ギャップ磁束を媒介としての電機子と界磁極の間の結合が破れていくことであることを視覚的にとらえることができた。

- (6) 第3章で提案したマクスウエルの応力という概念に基づくトルクの計算方法は、(i) 発電機のトルクを形成する全ての力を考慮することができる (ii) 鉄心材料のB-H曲線の飽和を考慮することができるという、従来にない厳密な解析法である。
- (7) AVRは発電機の端子電圧一定保持機能により界磁電流を増減し、ギャップで回転子に働くトルクを増減することによって、安定度と密接に関係している。そこで、ギャップ磁束からみた界磁電流と安定度の関係を明確にし、それをもとにAVRによる発電機の脱調抑制効果を解析した。
- (8) AVRのゲイン・時定数の組合せによって、安定度が向上するケースと振動的に脱調するケースとがある。前者のケースは、AVRによって発電機の脱調が抑制されて、界磁電流一定の場合よりも安定度が向上するケースであって、励磁制御系の頂上電圧に達するまで、安定に運転できる。このケースの脱調は、界磁電流一定の場合と類似しており単調に脱調している。一方、後者のケースは、AVRによって系統固有の制動力が減少し、弱制動あるいは負制動となって振動的に脱調するケースである。このケースで、振動的に脱調が進行していく過程は、ギャップ磁束の横軸成分 ϕ_q と直軸成分 ϕ_d の描くXY軌跡から、明瞭に計測できることを示した。
- (9) 脱調時の $\phi_q-\phi_d$ 軌跡は界磁電流一定の場合には長軸が水平な楕円軌道を描き、AVRありの場合には長軸が左上りの楕円軌道を描く。この左上りの勾配は励磁制御系(AVR)の速応性によって決まることを示した。
- (10) 横軸磁束 ϕ_q の最大値 ϕ_{qmax} は、供試一機無限大母線系統において、AVRの有無に関わらず、また振動の有無に関わらず、一定である。このことを利用して、任意の運転状態における ϕ_q を計測して、 $\{(\phi_{qmax}-\phi_q)/\phi_{qmax}\} \times 100\%$ により安定度余裕(マージン)の計測が可能であることを示した。
- (11) 同期化トルク係数と制動トルク係数の計算をもとに、発電機の安定度に対するAVR効果を論じた。

主 要 記 号 表

$\dot{\phi}$: ギャップ磁束 $\dot{\phi}_f$: 界磁磁束 $\dot{\phi}_a$: 電機子反作用磁束 ϕ_d : ギャップ磁束の直軸成分 ϕ_q : " 横軸成分 B : 磁束密度 H : 磁化力 F_a : 電機子反作用起磁力 A : ベクトルポテンシャル w : 磁気エネルギー密度 μ : 透磁率 T : トルク T_m : 原動機の機械トルク T_e : 発電機の電磁トルク P_e : 発電機出力 I_a : 電機子電流 E : 公称誘導起電力	E_i : ギャップ誘起電圧 V_t : 発電機端子電圧 V_∞ : 無限大母線電圧 X_{ad} : 電機子反作用リアクタンス X_l : 電機子漏れリアクタンス X_d : 同期リアクタンス X_e : 外部リアクタンス δ_i : E と E_i との間の相差角 δ_t : E と V_t " " θ : E と I_a " " δ : E と V_∞ " " φ : V_t と I_a " " (負荷力率角) K_A : AVR のゲイン T_A : " 時定数 T_{d0}' : 発電機の開路時定数 K : 巻線係数 k : 高調波の次数
--	---

謝 辞

本研究は京都大学工学部 上之園親佐教授の御指導のもとに遂行されたものであり、終始時宜にかなった御教示と御鞭達を賜りました。こゝに深甚なる感謝の意を表する次第です。

また、本研究を進めるにあたり終始有益な御討論と御助言を賜りました京都大学工学部 岡田隆夫教授に厚く御礼申しあげます。

また、有限要素法による電磁界解析について貴重な御助言を賜りました京都大学工学部 卯本重郎教授ならびに 原 武久助教授に感謝の意を表します。さらに、研究会等を通じて有益な御討論を賜りました上田院亮助教授、仁田且三助手はじめ、岡田研究室と上之園研究室の方々に感謝の意を表します。

また、貴重な御援助を賜りました関西電力㈱総合技術研究所の関係各位ならびに富士電機㈱電子技術開発センター 横川純男次長、同回転機設計室 森安正司主査はじめ、関係各位に対して、心から感謝申しあげます。

関西電力㈱工務部 仲谷楠則氏、八木誠氏、ならびに富士電機㈱回転機設計室 内藤督氏には、京都大学受託研究員として多大な御協力を賜りました。さらに、京都大学の卒業研究として、渡辺勉、関家徹二、林良樹、浅原忠勝、山中雅之、鹿角吉夫、福島孝、平地克也、田中章太郎、永尾俊繁、玉石善一、小辻昭広、岩井明彦の各氏に御協力いただきました。以上の方々に対し、ここに心から感謝致します。

付 録 目 次

- 第 1 章 実験用同期発電機，負荷装置，変圧器等の仕様
- 第 2 章 AVR を含む供試励磁制御系について
- 第 3 章 AVR による同期化トルク係数と制_動トルク係数の変化とその計算式の導出
 - 3.1 一機無限大母線系統における同期発電機の線形近似ブロック図
 - 3.2 微小外乱時の発電機回転子の動作
 - 3.3 AVR による同期化トルク係数と制動トルク係数の変化の計算式
- 第 4 章 脱調時のギャップ磁束の高調波成分の変化について
- 第 5 章 有限要素法による同期発電機の磁界解析法
 - 5.1 非線形ポアソン方程式及び汎関数の導出
 - 5.2 3 節点 1 次要素による定式化

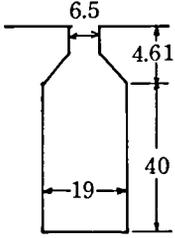
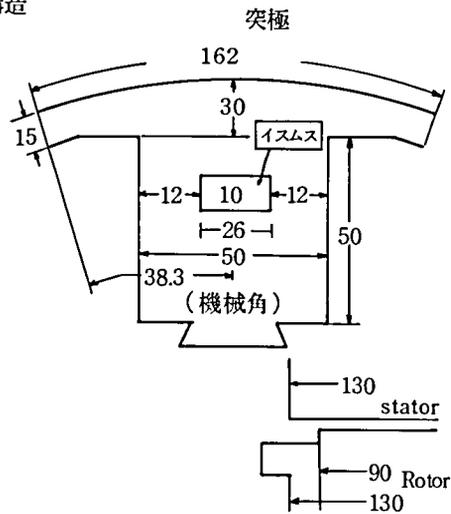
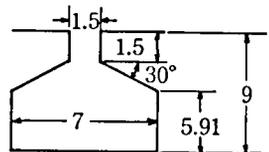
第 1 章 実験用同期発電機，負荷装置，変圧器等の仕様

本章では，本研究において実験に使用した機器の仕様について述べる（AVR は付録第 2 章を参照）。

すなわち，同期発電機の設計諸元を表 A.1 に，定数値を表 A.2 に示す。発電機駆動用直流電動機，負荷装置，変圧器，模擬送電線路，電磁開閉器，補助線路リアクトル等の定格概要を表 A.3 に示す。

表A.1 同期発電機の設計諸元

相数 3 周波数 60 極数 4 出力 6 KVA $\cos\phi$ 0.9 定格連続 電圧 220V
 負荷電流 15.7A 回転速度 1800 rpm 励磁電圧 90V 絶縁 B 種
 形式 VF1571-4 規格 JEC114(1864) 製番 KC21383M₁

固定子	直径	外径 mm	410	スロット数	36	每溝線数	2×8 各5	
		内径 mm	275					
	鉄心長	mm	130					スロット形状
	鉄心材質	S18 0.5mm 2W/kg						
	端板材質	SPC 1mm						
	フィンガー材質	鉄						
	ギャップ長	mm	3.3					
固定子スキュー	24 mm at 275φ							
					導線種類	ポリエステル樹脂(OPEW) 1.8φ/1.956φ		
					直列線輪数	6 每相		
						相結線	1 	
回転子	外径	mm	268.4	磁極構造				
	鉄心長	mm	130	突極				
	スロット	スロット数	/					
		スロットピッチ	/					
	くさび	/						
	磁極	成層						
	極片巾	mm	162					
	極片長	mm	90					
	鉄板材質	Mild Steel 1.6mm						
	制動巻線ピッチ	26.4mm at 275φ						
界磁巻線	每極巻回数 500							
導線種類	ポリエステル樹脂(丸線)+2重ガラス被覆 OLGFI -1.3φ/1.568φ							
その他	制動巻線溝							
	5本每極							

表A.2 同期発電機の定数表

同期リアクタンス(直軸)	X_d	93.7%(不飽和値) 49.5%(飽和値)
”(横軸)	X_q	76.1%(不飽和値)
逆相リアクタンス	X_2	25.0%
零相リアクタンス	X_0	8.65%
直軸過渡リアクタンス	X'_d	31.5%
直軸初期過渡リアクタンス	X''_d	25.4%
横軸 ”	X''_q	30.1%
電機子抵抗	r_a	1.7%
電機子時定数	T_a	0.024 sec.
短絡初期過渡時定数	T''_d	0.012 sec.
開路時定数	T'_{d0}	75℃にて 0.434 sec.
短絡過渡時定数	T'_d	” 0.104 sec.

(6 KVA, 220V ベースの%)

表A.3 主要機器の定格概要

機器名称	定 格 概 要	設 備 数
直 流 電 動 機	15 KW, 220V, 82A, 1800 rpm 他励式	1 台
負 荷 装 置	3相, 6KVA, 220V, 電流(同相分, 進相分, 遅相分) 15.7A, 力率0.1~0.98	1 台
主変圧器 送電側 受電側	210/3300V, 10KVA, 60Hz Y-Y結線	1 台
	3450 / 3300 / 220V 6KVA, 60Hz Y-△結線 3150 /	1 台
送 電 線 路	154KV級対象 2回線 } コイル 3300V 10A 10km単位 } リアクトル 3300V 2A } 90.75 Ω }	20組
		16組
高圧電磁油入開閉器	6900V 100A 遠方操作式	3 台
補助線路リアクトル	3相, 60Hz, 220V, 15.7A, 897VA, 15%	1 台

第2章 AVRを含む供試励磁制御系について

本章では、実験に用いたAVRを含む励磁制御系の構成とそのブロック図による表現について述べる。

図A.1に励磁制御系の構成を示す。その概要は本文節4.2.1に述べたとうりである。AVRは図A.2に示すようにPI調節器で構成されている。

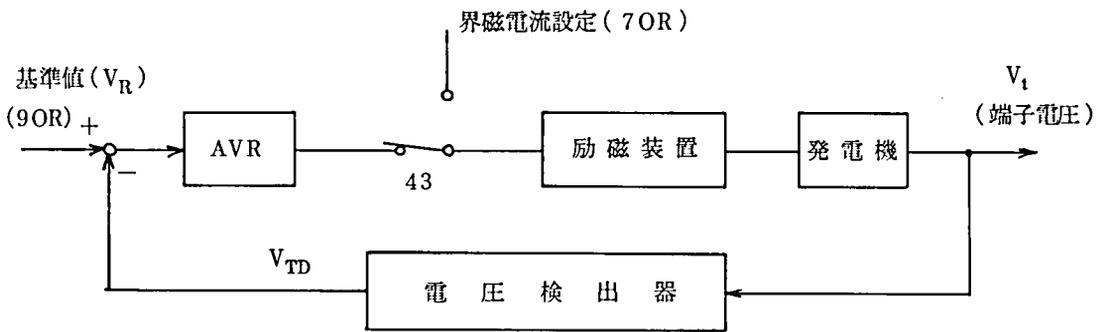


図 A.1 励磁制御系の構成

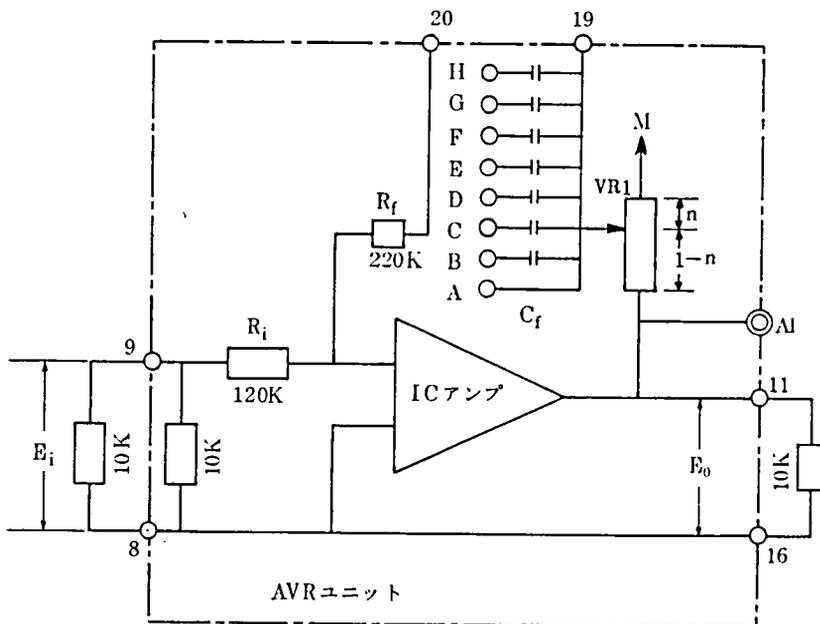


図 A.2 AVRの回路構成

いま、リニア IC 増幅器は理想増幅器と仮定すると、入出力の間には次式が成立する。

$$E_0 = -V_R \left(1 + \frac{1}{ST_f} \right) E_i \quad (\text{A.1})$$

但し E_i : 入力電圧

E_0 : 出力電圧

$$V_R = \frac{1}{n} \cdot \frac{R_f}{R_i} : \text{比例増幅度}$$

$$n = \frac{R_{19-M}}{R_{A1-M}} : \text{分圧比}$$

$$T_f = R_f C_f (\text{秒}) : \text{積分時間}$$

PI 調節器のゲインは VR 1 を調整して端子 M-19 間の抵抗値を変化させることにより、また、積分時間（時定数）はコンデンサ C_f の接続を変えることにより、ゲインは 2~160 まで、時定数は 0~1067 msec まで任意に設定することができる。インディシャル応答によるゲイン及び時定数の測定結果を、表 A.4 及び図 A.3 に示す。表 A.4 より測定値と計算値との差違は、3% 程度である。

励磁装置は、サイリスタ式励磁装置であり、サイリスタの点弧位相角を制御することによって、直接、界磁にかかる電圧を制御している（回路の説明は複雑すぎるため省略する）。周波数応答の結果を図 A.4 に示す。周波数によるゲインの変化は小さく、また位相遅れも小さいので、簡単にゲイン K_F のみで表現することにする。励磁装置の出力、すなわち界磁電圧の上限は約 120V に設定されている。この結果界磁電流の上限は約 8A となる（界磁巻線の抵抗値 = 14.9 Ω （於 75°C））。

発電機のゲインは、運転状態によって大巾に変わるが、一応無負荷飽和特性における無負荷定格電圧発生時のゲインで代表させることにする。また発電機の時定数は、開路時定数 T_{d0}' であるとする。

さらに、端子電圧の検出遅れは小さいので無視し、ゲイン K_D のみ考慮する。

以上の結果、供試励磁制御系のブロック図は、図 A.5 のようになる。

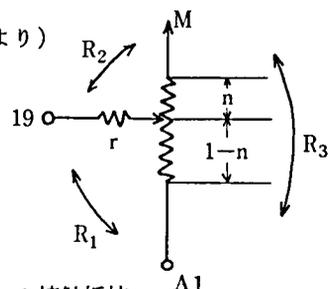
なお、付録第 3 章及び本文第 5 章節 5.4 の計算において、励磁制御系は、このブロック図を用いている。

表A.4(a) ゲインの計算値と実測値の比較

項目	(19-A1)	(19-M)	(M-A1)	ゲイン		項目	(19-A1)	(19-M)	(M-A1)	ゲイン	
	R ₁ KΩ	R ₂ KΩ	R ₃ (r 接触抵抗)	計算値	実測値		R ₁ KΩ	R ₂ KΩ	R ₃ (r 接触抵抗)	計算値	実測値
O	0.652	4.80	4.99 (0.25)	2.00	2.02	Q	3.24	2.20	4.97 (0.24)	4.64	4.75
A	2.43	3.02	4.98 (0.24)	3.28	3.38	R	3.45	1.99	" (0.24)	5.19	5.48
B	3.01	2.48	4.97 (0.26)	4.10	4.20	S	3.69	1.80	" (0.26)	5.92	6.18
C	2.90	2.59	4.97 (0.26)	3.91	4.02	T	3.82	1.57	" (0.21)	6.70	7.05
D	2.74	2.70	" (0.24)	3.70	3.80	U	3.98	1.39	" (0.20)	7.66	7.95
E	2.71	2.80	" (0.27)	3.60	3.68	V	4.02	1.18	4.96 (0.12)	8.58	8.90
F	2.53	2.90	" (0.23)	3.41	3.50	W	4.07	1.00	4.99 (0.04)	9.53	9.82
G	2.33	3.10	" (0.23)	3.17	3.28	X	4.24	0.80	4.99 (0.03)	11.80	12.25
H	2.29	3.22	" (0.27)	3.09	3.18	Y	4.47	0.60	5.00 (0.04)	16.22	17.0
I	2.04	3.43	" (0.25)	2.87	2.95	Z	4.67	0.40	5.01 (0.03)	24.82	25.6
J	1.90	3.60	" (0.27)	2.73	2.80	a	4.77	0.30	5.01 (0.03)	34.02	36.0
K	1.69	3.80	" (0.26)	2.57	2.68	b	4.86	0.20	5.00 (0.03)	53.92	57.5
L	1.54	4.01	" (0.29)	2.45	2.52	c	4.98	0.100	5.01 (0.04)	141.31	133.0
M	1.29	4.21	" (0.27)	2.31	2.40						
N	1.06	4.41	" (0.25)	2.19	2.28						
O	0.84	4.60	" (0.24)	2.09	2.15						
P	0.05	5.00	5.00 (0.03)	1.84	1.90						

但し、

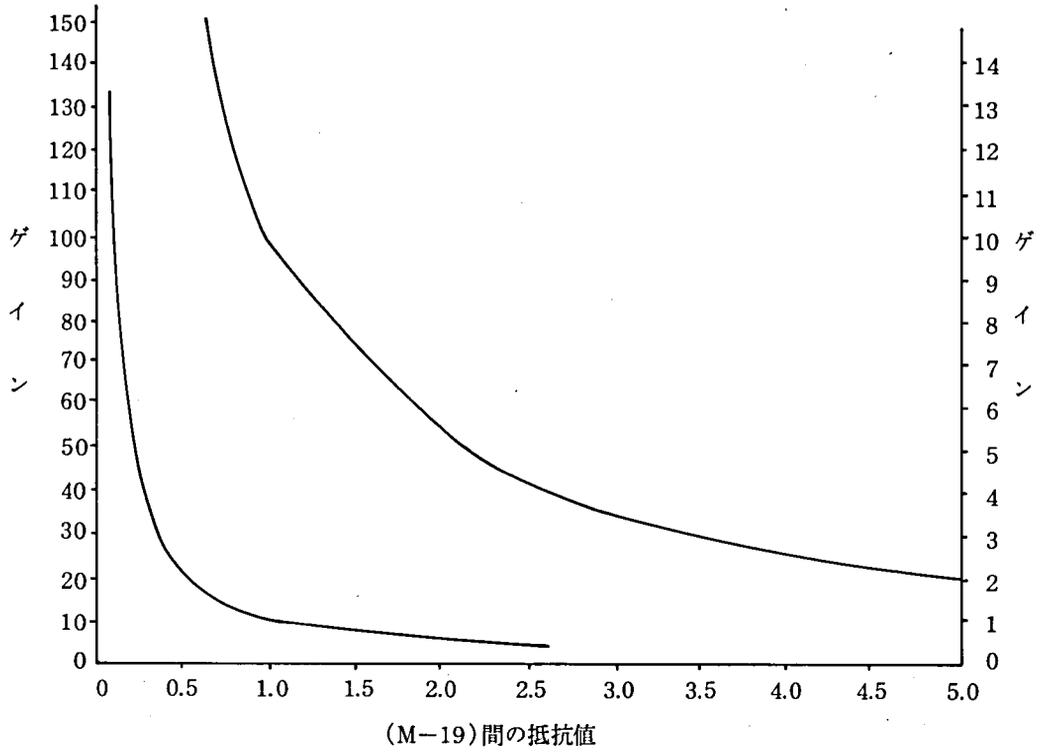
(図A.2より)



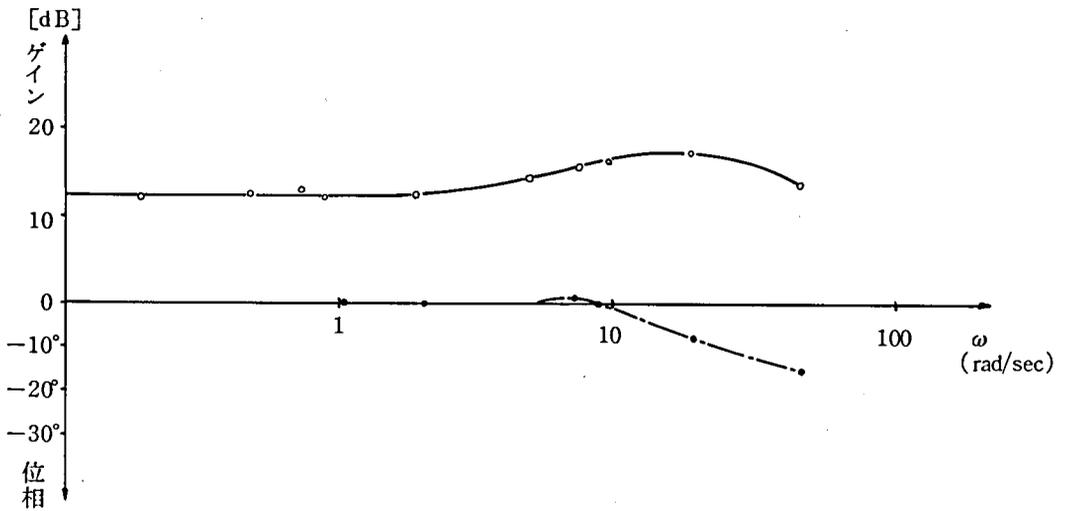
r : 接触抵抗

表A.4 (b) 時定数の計算値と実測値の比較

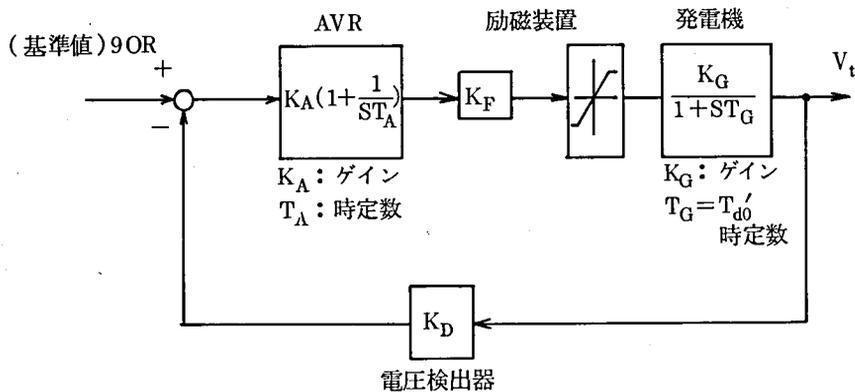
接続端子	計算値 ($R_f C_f$) msec	実 測 値			平 均 msec
		I	II	III	
A		—	—	—	
B	10.34	3.7	2.74	2.64	2.69
C	22.0	16.0	16.2	18.1	16.8
D	48.4	39.3 39.5	40.40 40.70	44.39 43.97	40.0
E	103.4	96.41 96.07	94.21 94.62	96.99 97.34	96.0
F	206.8	202.47 201.58	202.29 201.99	206.25 205.76	202.1
G	310.2	305.47 305.34	305.62 301.58	312.79 310.70	307.3
H	413.6	433.21 431.87	433.71 432.36	435.21 436.20	433.6
EF	310.2	300.96 299.45	299.59 301.92	293.12 292.72	300.5
EG	413.6	408.12 409.63	405.58 404.95	416.20 414.17	409.4
EH	517.0	523.00 523.38	520.38 521.86	535.10 535.10	522.2
FG	517.0	512.96 512.57	518.47 520.68	517.02 518.63	518.7
FH	620.4	640.72 640.00	635.53 634.92	638.09 637.00	637.7
EFG	620.4	622.62 "	618.30 "	623.18 622.83	621.7
EFH	723.8	744.67 743.68	743.66 743.16	753.35 751.34	745.8
EGH	827.2	867.69 866.34	865.33 859.34	863.08 861.75	864.1
FGH	930.6	974.83 966.44	980.84 975.74	975.61 970.54	974.2
EFGH	1034.0	1068.60	1065.75	1067.40	1067.3



図A.3 ゲインと(M-19)間の抵抗の関係



図A.4 励磁装置の周波数特性

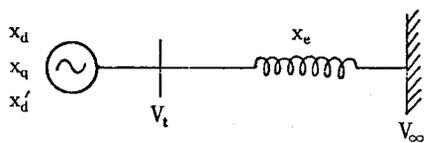


図A.5 励磁制御系のブロック図

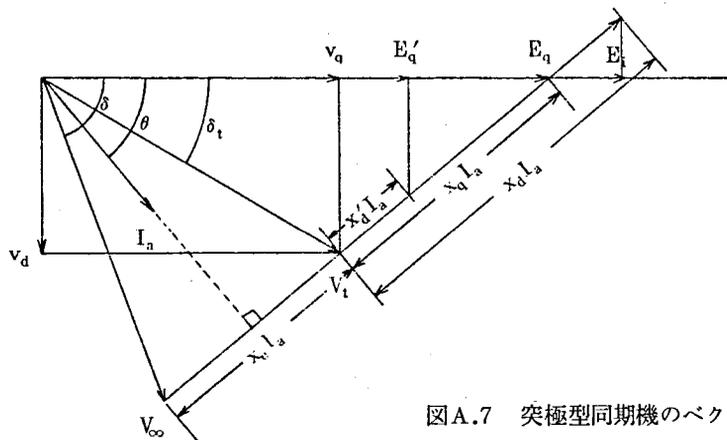
第3章 AVRによる同期化トルク係数と制動トルク係数の変化とその計算式の導出

3.1 一機無限大母線系統における同期発電機の線形近似ブロック図

1台の突極型同期発電機が外部リアクタンスを介して無限大母線に接続されている場合の系統図を図A.6に、ベクトル図を図A.7に示す。但し、抵抗分は省略している。



図A.6 一機無限大母線系統図



図A.7 突極型同期機のベクトル図

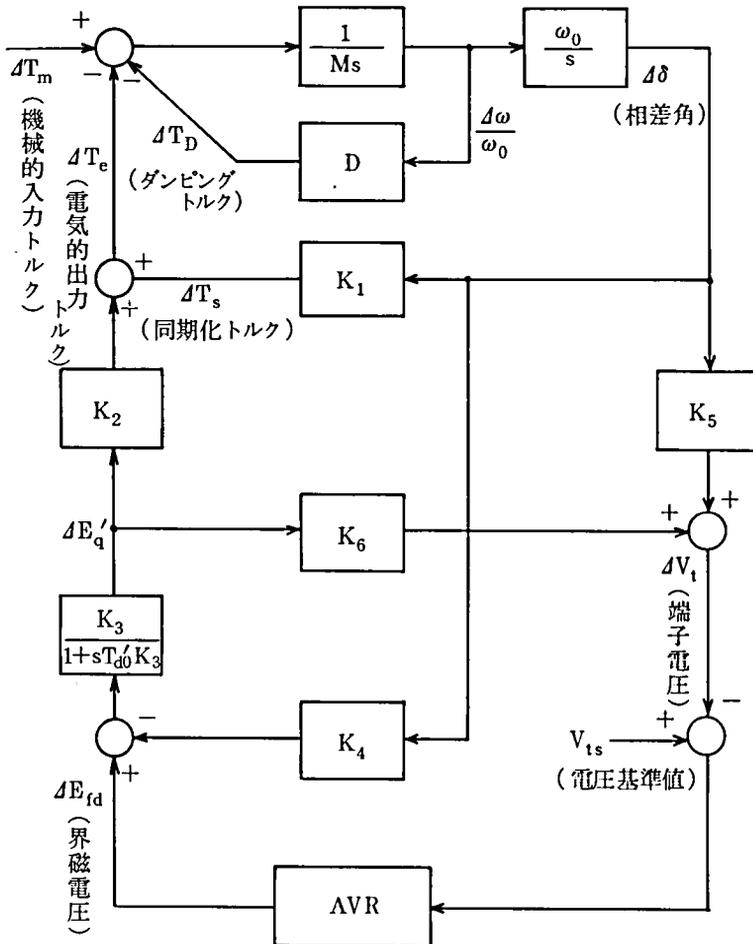
この場合の関係式は2軸理論から導かれる(詳細は省略する。文献(20)参照)が、微小変動分に対する線形近似を行い、整理すると、図A.8のようなブロック図が得られる。ここで定数 $K_1 \sim K_6$ は次式で与えられる。

$$K_1 = \frac{E_q}{x_q + x_e} V_\infty \cos \delta + \frac{x_q - x'_d}{(x_q + x_e)(x_d + x_e)} V_\infty^2 \sin^2 \delta$$

$$K_2 = \frac{1}{x'_d + x_e} V_\infty \sin \delta$$

$$K_3 = \frac{x'_d + x_e}{x_d + x_e}$$

(A.2)



図A.8 一機無限大母線系統の同期発電機の線形近似ブロック図

$$K_4 = \frac{x_d - x_d'}{x_d' + x_e} V_\infty \sin \delta$$

$$K_5 = \frac{v_d}{V_t} \cdot \frac{x_q}{x_q + x_e} V_\infty \cos \delta - \frac{v_q}{V_t} \cdot \frac{x_d'}{x_d' + x_e} V_\infty \sin \delta$$

$$K_6 = \frac{v_q}{V_t} \cdot \frac{x_e}{x_d' + x_e}$$

上式で、 E_q , v_d/V_t , v_q/V_t は図A.7から、

$$E_q = V_\infty \cos \delta + V_\infty \sin \delta \tan \theta$$

$$\frac{v_d}{V_t} = \sin \delta_t$$

$$\frac{v_q}{V_t} = \cos \delta_t$$

と置きかえられるから、結局、 $K_1 \sim K_6$ は、 x_d , x_q , x_d' , x_e , V_∞ は一定なので、相差点角 δ , δ_t , θ さえ与えれば任意の運転状態における値を計算することができる。

3.2 微小外乱時の発電機回転子の動作

図A.6の系統における発電機回転子の運動方程式は、本文節4.3で述べたように(4.5)式で表わされる。定常状態では T_m と T_e がつり合い、回転子は一定の内部相差点角 δ で静止状態にある。

さて(4.5)式において微小変動分に対する線形近似を行う。いま、 T_e は実際には界磁回路の影響を受けるが、界磁鎖交磁束一定時を考えると ΔT_e は $\Delta \delta$ に比例する。その係数を K_1 (同期化トルク係数)とすると、

$$\Delta T_e = K_1 \Delta \delta$$

となる。これを考慮して(4.5)式を変形すると、

$$\frac{d^2}{dt^2} \Delta \delta + \frac{D}{M} \frac{d}{dt} \Delta \delta + \frac{\omega_0 K_1}{M} \Delta \delta = 0 \quad (\text{A.3})$$

となる。

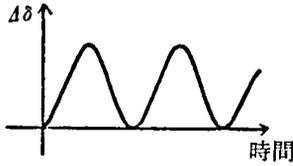
上式は2次振動形となり、微小外乱に対して安定を保つには、 $K_1 > 0$, $D > 0$ であることが必要である。この場合は減衰振動となり、その角周波数 ω は、次式で表わされる。

$$\omega = \omega_n \sqrt{1 - \rho^2} \quad (\text{A.4})$$

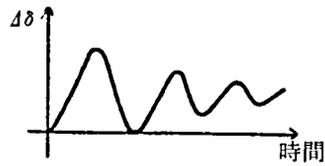
$$\text{但し } \omega_n = \sqrt{K_1 \omega_0 / M} \text{ rad/sec}$$

$$\rho = \frac{D}{2} / \sqrt{\omega_0 K_1 M}$$

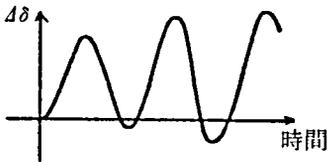
K_1 および D の符号による振動モードを図示すると、図A.9のようになる。



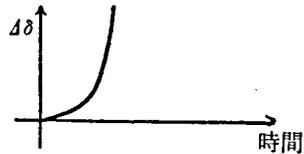
(a) $D = 0$ 持続振動



(b) $D > 0$ 減衰振動



(c) $D < 0$ 発散振動



(d) $K_1 < 0$ 単調発散

図A.9 K_1 および D の符号による振動モード

3.3 AVRによる同期化トルク係数と制動トルク係数の変化の計算式

(1) 界磁鎖交磁束一定時

同期化トルク係数は(A.2)式の K_1 で与えられる。

制動トルク係数 D は、実験的に求めるしかない。

(2) 界磁電流一定時

この場合、図A.8において K_5, K_6, AVR のループを除いたブロック図となる。この図から相変角の微小変化に対するトルクの変化 ΔT_{eD} を求めると、

$$\begin{aligned}
\Delta T_{eD} &\equiv \Delta T_e + \Delta T_D \\
&= K_1 \Delta \delta + D \frac{\Delta \omega}{\omega_0} - \frac{K_2 K_3 K_4}{1 + s T_{d0}' K_3} \Delta \delta \\
&\equiv \underbrace{(K_1 + K_1')}_{\substack{\text{等価的な同期化} \\ \text{トルク係数}}} \Delta \delta + \underbrace{(D + D')}_{\substack{\text{等価的な制動} \\ \text{トルク係数}}} \frac{\Delta \omega}{\omega_0}
\end{aligned}$$

こゝに、

$$K_1' = \frac{-K_2 K_3 K_4}{1 + (\omega T_{d0}' K_3)^2} \quad (\text{A.5})$$

$$D' = \frac{\omega_0 K_2 K_3^2 K_4 T_{d0}'}{1 + (\omega T_{d0}' K_3)^2} \quad (\text{A.6})$$

である。

(3) AVRのある場合

この場合、図A.8のブロック図より、トルクの変化 ΔT_{eD} を求めると、AVR関数を $G_{AVR}(s)$ とすると、

$$\begin{aligned}
\Delta T_{eD} &= \Delta T_e + \Delta T_D \\
&= K_1 \Delta \delta + D \frac{\Delta \omega}{\omega_0} - \frac{K_2 K_3 \{K_4 + K_5 G_{AVR}(s)\}}{1 + s T_{d0}' K_3 + K_3 K_6 G_{AVR}(s)} \Delta \delta \\
&= \underbrace{(K_1 + K_1'')}_{\substack{\text{等価的な同期化} \\ \text{トルク係数}}} \Delta \delta + \underbrace{(D + D'')}_{\substack{\text{等価的な制動} \\ \text{トルク係数}}} \frac{\Delta \omega}{\omega_0}
\end{aligned}$$

こゝで、AVR関数 $G_{AVR}(s) = K_E \cdot \frac{1 + s T_A}{s T_A}$ とすると

$$K_1'' = \frac{-K_2 K_3 \{F_{21} \cdot F_{23} + \omega^2 \cdot F_{22} \cdot F_{24}\}}{\{F_{21}\}^2 + \omega^2 \{F_{22}\}^2} \quad (\text{A.7})$$

$$D'' = \frac{\omega_0 K_2 K_3 \{F_{22} \cdot F_{23} - F_{21} \cdot F_{24}\}}{\{F_{21}\}^2 + \omega^2 \{F_{22}\}^2} \quad (\text{A.8})$$

$$\text{但し、} \left\{ \begin{array}{l} F_{21} = \frac{K_3 K_6 K_E}{T_A} - \omega^2 T_{d0}' K_3 \\ F_{22} = 1 + K_3 K_6 K_E \\ F_{23} = \frac{K_5 K_E}{T_A} \end{array} \right.$$

$$F_{24} = K_4 + K_5 K_E$$

以上の結果、発電機固有の同期化トルク係数 K_1 および制動トルク係数 D は、励磁系によって、それぞれ、等価的に $K_1 + K_1'$ または $D + D'$ 、 $K_1 + K_1''$ または $D + D''$ に変化し、 D 以外は全て、相差角 δ 、 δ_1 、 θ さえ与えれば計算で求めることができる。

第4章 脱調時のギャップ磁束の高調波成分の変化について

界磁磁束 ϕ_f は、第5高調波成分以上を無視して(A.9)式で、電機子反作用起磁力 F_a は、高調波成分を無視して、(A.10)式であらわす。ここで簡単のため、回転速度の変化を無視し、両者の相対位置(相差角 θ で表わされる)のみ考慮する。

$$\phi_f(x) = \phi_1 \cos \frac{\pi}{\tau} x - \phi_3 \cos \frac{3\pi}{\tau} x \quad (\text{A.9})$$

$$F_a(x) = \frac{3}{2} F_m \sin \left(-\theta - \frac{\pi}{\tau} x \right) \quad (\text{A.10})$$

但し、 $F_m = \frac{4}{\pi} I_a K w$ 、 K ：巻線係数、 w ：電機子コイルの巻数/每極/每相、 τ ：磁極ピッチギャップのパーマンス分布 P は、突極性を考慮して、

$$P(x) = P_0 + P_2 \cos 2x \quad (\text{A.11})$$

但し、 P_0, P_2 ：定数

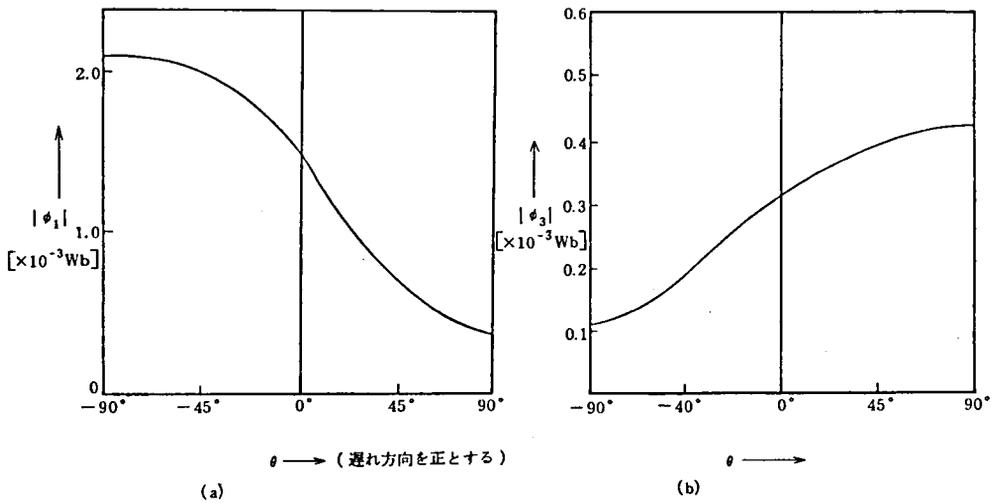
(A.10)、(A.11)両式より、電機子反作用磁束 ϕ_a は、

$$\begin{aligned} \phi_a(x) &= F_a(x) \times P(x) \\ &= -\frac{3}{2} F_m \sqrt{P_0^2 + \frac{P_2^2}{4} - P_0 P_2 \cos 2\theta} \sin \left(\frac{\pi}{\tau} x + \alpha \right) \\ &\quad - \frac{3}{2} F_m \frac{P_2}{2} \sin \left(\frac{3\pi}{\tau} x + \theta \right) \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

但し、
$$\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{P_0 + \frac{P_2}{2}}{P_0 - \frac{P_2}{2}} \tan \theta \right)$$

ギャップ磁束 ϕ は、(A.9)式と(A.12)式の和である。したがって、相差角 θ が遅れ方向へ拡大する時、基本波成分の減少、第3高調波成分の増加が確かめられる。また $\theta = 90^\circ$ で、それぞれ最小値と最大値を取る。計算結果の1例を図A.10に示す。

以上の考察で I_a 一定としたが、負荷電流 I_a が増大するとき、両傾向がさらに強められることは明らかである。



図A.10 ギャップ磁束の(a)基本波成分、(b)第3高調波成分の相差角 θ による変化

第5章 有限要素法による同期発電機の磁界解析法²²⁾

本章では、本文第3章で用いた有限要素法による同期発電機の磁界解析法について述べる。なお、以下に述べることは、一般の電気機器の磁界解析にも適用できる。

5.1 非線形ポアソン方程式及び汎関数の導出

定常時におけるマクスウェルの磁界方程式は、次式で表わされる。

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{j} \quad (\text{A.13})$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (\text{A.14})$$

ただし、 \mathbf{H} ：磁界、 \mathbf{j} ：電流密度、 \mathbf{B} ：磁束密度

いま、磁束密度 \mathbf{B} のベクトル・ポテンシャル \mathbf{A} を、次の定義式に従って導入する。

$$\nabla \times \mathbf{A} = \mathbf{B} \quad (\text{A.15})$$

このとき任意のベクトル関数 \mathbf{A} について常に次式が成立する。

$$\nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{A}) = 0 \quad (\text{A.16})$$

このため磁束の発散公式である (A.14) 式は自動的に満足されるので、以下では、周回積分公式 (A.13) 式についてのみ検討すればよい。

(A.15) 式を (A.13) 式に代入し展開すると、

$$\nabla \times \nu (\nabla \times \mathbf{A}) = \nabla (\nu \nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla \cdot (\nu \nabla \mathbf{A}) = \mathbf{j} \quad (\text{A.17})$$

但し、 $\nu (= 1/\mu)$ ：磁気抵抗率、 μ ：透磁率

(A.17) 式において、以下に述べるように \mathbf{A} は一意的でない。すなわち、任意のスカラ・ポテンシャル ψ を用いて新しいベクトル・ポテンシャル \mathbf{A}' を次のように定義する。

$$\mathbf{A}' = \mathbf{A} + \nabla \psi \quad (\text{A.18})$$

しかるに、 $\nabla \times \nabla \psi = 0$ が恒等的に成立つため、 \mathbf{A}' と \mathbf{A} は同じ \mathbf{B} のベクトル・ポテンシャルとなり、ベクトル・ポテンシャルが一意的に定まらない。

そこで、拘束条件を付加する必要があるが、一般にローレンツ条件と呼ばれる次の拘束条件

が採用される。

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = 0 \quad (\text{A.19})$$

これは、ベクトル・ポテンシャル \mathbf{A} が湧き口を持たない量であるという仮定である。このとき、 $\nabla \mathbf{A} = \nabla \mathbf{A} = 0$ かつ (A.18) 式から

$$\nabla \cdot \nabla \psi = \nabla^2 \psi = 0 \quad (\text{A.20})$$

となるから、これを解いて ψ を決めると、ベクトル・ポテンシャル \mathbf{A} が一意的に定まることになる。

かくて、(A.17)式は、次に示す非線形ポアソン方程式となる。

$$\nabla \cdot (\nu \nabla \mathbf{A}) = -\mathbf{j} \quad (\text{A.21})$$

本研究では、二次元問題として、電流密度ベクトル \mathbf{j} が軸方向すなわちZ方向成分しか持たず、かつZ方向で変化しないと仮定しているので、 \mathbf{A} もZ方向成分以外は持たず、結局(A.21)式は、次式となる。

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\nu \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) = -j_z \quad (\text{A.22})$$

この偏微分方程式を解くことは、変分法でよく知られているように、次に示す汎関数Fを極値にする A_z を求めることと等価である。

$$F = \iint_R \left[\frac{1}{2} \nu \left\{ \left(\frac{\partial A_z}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial A_z}{\partial y} \right)^2 \right\} - A_z j_z \right] dx dy \quad (\text{A.23})$$

但し、R：解析領域

(A.23)式の右辺第1項を磁束密度 \mathbf{B} によって置き換えると、次式となる。

$$F = \iint_R \left[\left(\int_0^B \nu b db \right) - A_z j_z \right] dx dy \quad (\text{A.24})$$

なお、以下の記述では、 A_z を単にAと表わす。

5.2 3節点1次要素による定式化

まず、解析領域Rを本文節3.2.2の図3.5に示すように3節点1次要素に分割する。その1つの要素1-2-3に注目し、要素内の1点P(x, y)のポテンシャル値Aを近似的に、次式に示すように、この要素の3節点におけるポテンシャル値 A_1, A_2, A_3 の1次結合で表わす。

$$\Lambda(x, y) = (1/2A) \sum_{i=1}^3 (p_i + q_i x + r_i y) A_i \quad (\text{A.25})$$

但し、 A は要素 1-2-3 の面積、 p_i, q_i, r_i は循環する添字 l, m, n (例えば、 $l=2$ の時、 $m=3, n=1$) により、 $p_l = x_m y_n - x_n y_m, q_l = y_m - y_n, r_l = x_n - x_m$ で表わされる。

要素内の磁束密度 \mathbf{B} について考えると、 $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} = \mathbf{i} \frac{\partial \Lambda}{\partial y} - \mathbf{j} \frac{\partial \Lambda}{\partial x}$ であるから、(A.25) 式より、

$$\mathbf{B} = (1/2A) \sum_{i=1}^3 (\mathbf{i} r_i A_i - \mathbf{j} q_i A_i) \quad (\text{A.26})$$

となる。したがって、要素内の \mathbf{B} は点 P の位置に依存せず要素内で一定である。このため、 \mathbf{B} の関数である ν も同様に要素内で一定となる。この Λ 及び \mathbf{B} は、1つの3角形要素に対するものであるから、解析領域 R に対しては、すべての3角形要素に対して、(A.25) 式及び (A.26) 式をたてる必要がある。

さて、前節で述べた汎関数 F の極値を与えるベクトル・ポテンシャル Λ を求めるには、要素の各節点におけるポテンシャル A_k に関する1次偏導関数を0とすればよい。すなわち、すべての k に対して次式が成立すればよい。

$$\frac{\partial F}{\partial A_k} = 0 \quad (\text{A.27})$$

すなわち、

$$\frac{\partial F}{\partial A_k} = \iint_A \left[\nu \mathbf{B} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial A_k} - j_z \frac{\partial \Lambda}{\partial A_k} \right] dx dy = 0 \quad (\text{A.28})$$

ただし、 A は1つの3角形要素を表わす

(A.28) 式に、(A.26) 式を代入すると、要素内では電流密度 j_z は一定であるので、次式となる。

$$\nu \cdot (1/4A) \begin{bmatrix} q_1 q_1 + r_1 r_1 & q_1 q_2 + r_1 r_2 & q_1 q_3 + r_1 r_3 \\ q_2 q_1 + r_2 r_1 & q_2 q_2 + r_2 r_2 & q_2 q_3 + r_2 r_3 \\ q_3 q_1 + r_3 r_1 & q_3 q_2 + r_3 r_2 & q_3 q_3 + r_3 r_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{bmatrix} = \frac{j_z A}{3} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.29})$$

(A.29) 式と同様の式を、解析領域 R 内にあるすべての3角形に対してたて、対応する項を加え合わせると、次に示すようなマトリクス方程式となる。

$$[S][A] = [J] \quad (\text{A.30})$$

ここで、 $[S]$ は、その次数が全節点数 m に等しい係数マトリクス、 $[A]$ は各節点のポテンシャルよりなる $m \times 1$ の列ベクトル、 $[J]$ は各節点の電流密度よりなる $m \times 1$ の列ベクトルである。

かくて、ポテンシャル $[A]$ を未知数とする非線形連立方程式が得られたので、これを解けば、先述の汎関数が極値を持つような A が求まり、したがって、(A.1⁵)式によって磁束密度 B 、したがってまた磁界 H を求めることができる。

(A.30)式のような非線形連立方程式の解法には、SOR法やNewton-Raphson法など数多くある。本研究では、収束のはやいNewton-Raphson法を用いている。

参 考 文 献

- 1) 電気協同研究会 系統安定化専門委員会：電力系統の安定度（昭 54 - 1）
- 2) 上之園親佐，松木純也，岡田隆夫：さぐりコイルによる定常状態における同期発電機の特性解析，電学論 B 99, 23（昭 54 - 6）
- 3) R.W. Wieseman: Graphical Determination of Magnetic Fields, Trans. AIEE 46, 141 (1927)
- 4) S.V. Ahamed & E.A. Erdélyi: Nonlinear Theory of Salient Pole Machines, IEEE Trans. Power Apparatus & Syst. PAS-85, 61 (1966)
- 5) P. Silvester & M.V.K. Chari: Finite Element Solution of Saturable Magnetic Field Problems, IEEE Trans. Power Apparatus & Syst. PAS-89, 1642 (1970)
- 6) R・リヒター（広瀬敬一監修，一木利信他訳）：電気機械原論，189，コロナ社（昭 42，初版）
- 7) 上之園親佐，松木純也，岡田隆夫：ギャップ磁束による同期発電機の脱調現象の解析，電学論 B 投稿中（昭 55 - 1 掲載予定）
- 8) 松木純也，関家徹二，岡田隆夫，上之園親佐：系統脱調時における同期発電機の空隙磁束分布の測定と解析，電気学会回転機研究会資料 RM - 77 - 7（昭 52）
- 9) 松木純也，岡田隆夫，上之園親佐，八木誠：1 機無限大系統における同期発電機脱調現象，昭 52 電気関係学会関西支部連合大会 G 4 - 21
- 10) 上之園親佐：同期機の歴史とその展望——同期機の脱調現象，電気評論 62 巻 10 号（1977）
- 11) 松木純也，鹿角吉夫，岡田隆夫，上之園親佐：有限要素法による同期発電機内部の磁束分布，トルク及び脱調現象の解析，電学論 B 投稿中
- 12) 松木純也，鹿角吉夫，岡田隆夫，上之園親佐：同期発電機脱調時の空隙磁束とトルクの計算——有限要素法と実験の比較，電気学会回転機研究会資料 RM 79 - 6（昭 54）
- 13) 松木純也，鹿角吉夫，岡田隆夫，上之園親佐：同期発電機の空隙磁束波形の測定と有限要素法による計算との比較，昭 53 電気関係学会関西支部連合大会 G 3 - 3
- 14) 古賀健一郎：電動機トルクの発生機構について，電気学会雑誌 73 巻 779 号 論文 28 - 42

(昭 28 - 8)

- 15) 村井 成, 近藤鍵三: 同期電動機のトルク算定について, 昭 52 電気学会全国大会 815
- 16) C. Concordia: Synchronous Machines, 28, John Wiley & Sons, Inc., New York (1951)
- 17) 松木純也, 岡田隆夫, 上之園親佐, 仲谷楠則: 同期発電機の脱調過程における励磁制御系の効果の考察, 電気学会回転機研究会資料 RM 78 - 9 (昭 53)
- 18) 上之園親佐, 松木純也, 岡田隆夫: 同期発電機の脱調と A. V. R 効果の考察, 昭 54 電気学会全国大会 S. 9 - 1
- 19) 同期機専門委員会: 最近 10 年間に製作された大容量同期機諸定数の調査結果, 電気学会技術報告 (I 部) 第 105 号 (昭 48 - 5)
- 20) F.P. Demello & C. Concordia: Concepts of Synchronous Machine Stability as Affected by Excitation Control, IEEE Trans. Power Apparatus & Syst., PAS-88, 316 (1969)
- 21) S.B. Crary: Power System Stability Vol. II, 151, John Wiley & Sons, Inc., (1945)
- 22) M.V.K. Chari & P. Silvester: Analysis of Turbo-alternator Magnetic Fields by Finite Elements, IEEE Trans. Power Apparatus & Syst. PAS-90, 454 (1971)