



マイクロ波多素子出力合成  
に関する研究

1983年 9月

野 木 茂 次



正 誤 表

頁	行または式番号	誤	正
1	下から3行目	1950年代後半	1950年代後半
13	式(2.9b)	$\theta_{ij} = \left\{ \begin{array}{l} \theta \sum_{k=1}^N p_{kj}^2 \\ \end{array} \right., j = i$	$\theta_{ij} = \left\{ \begin{array}{l} \theta \sum_{k=1}^N p_{kj}^4 \\ \end{array} \right., j = i$
16	式(2.19a)	$P_{\max}(l, j) = \frac{Ng_0}{12} = \dots$	$P_{\max}(l, j) = \frac{Ng_0^2}{12\theta} = \dots$
23	上から6行目	$j = 1$ の諸モードが	$j \neq 1$ の諸モードが
28	式(2.43)	$Y_{11} = \dots$ $\approx -j \cot \phi + \dots$ ) $Y_0$	$Y_{11} = \dots$ $\approx [-j \cot \phi + \dots$ ) $Y_0$
47	式(3.16)	$Y_{12} = \dots$ $\approx j \operatorname{cosec} \phi - \dots \frac{\phi}{2} Y_0$	$Y_{12} = \dots$ $\approx [j \operatorname{cosec} \phi - \dots \frac{\phi}{2}] Y_0$
76	式(4.12b)	$\left\{ \sum_{\ell=1}^{k-1} (-1)^{k-\ell} b_{\ell} \right\}^2 + \dots$	$\left\{ \sum_{\ell=1}^{k-1} (-1)^{k-\ell} b_{\ell} \right\}^2 + \dots$
97	式(4.74)	$\alpha_j^2(\dots) \dots \left( \frac{2}{\mu} \delta_j \right)^2 > 0$	$\alpha_J^2(\dots) \dots \left( \frac{2}{\mu} \delta_J \right)^2 > 0$
		$\left  \begin{array}{c} \dot{v}_{1,n} \\ \underline{v_{in, \dot{\phi}_1}} \\ \dot{v}_{2,N} \\ \underline{v_{2,n, \dot{\phi}_2}} \end{array} \right  =$	$\left  \begin{array}{c} \dot{v}_{1,n} \\ \underline{v_{1,n, \dot{\phi}_1}} \\ \dot{v}_{2,n} \\ \underline{v_{2,n, \dot{\phi}_2}} \end{array} \right  =$

マイクロ波多素子出力合成  
に関する研究

1983年 9月

野 木 茂 次

DOC
1983
17
電気系

## 目 次

第1章 序 論	1
第2章 多素子発振器の基本モデルにおける出力合成と安定性	4
2.1 まえがき	4
2.2 各種のマイクロ波電力合成方法	4
2.3 はしご形多素子発振器における出力合成と安定性	10
2.3.1 発振器モデルと基本方程式	10
2.3.2 最適動作状態とその安定性	14
2.3.3 不要モードの抑圧	21
2.3.4 はしご形分布線路結合発振器	25
2.4 環状多素子発振器	29
2.4.1 発振器系とモード方程式	29
2.4.2 出力合成モード	34
2.4.3 モードの安定性	35
2.4.4 不要モードの抑圧	37
2.4.5 円筒空洞多素子発振器のモード解析との対応性	39
2.5 むすび	41
第3章 マイクロ波はしご形多素子発振器	42
3.1 まえがき	42
3.2 発振器の構造と基本方程式	43
3.3 完全出力合成動作	46
3.3.1 出力合成能力	46
3.3.2 完全出力合成のための回路条件	47
3.3.3 実用的設計	49
3.3.4 電力の流れ	53
3.4 一律構造設計における電力合成能力	55
3.5 出力合成モードの安定性	57

3. 6	実 験	6 1
3. 6. 1	ダイオード・マウント対モジュールとその特性	6 1
3. 6. 2	安定な出力合成動作のための回路条件	6 2
3. 6. 3	実用的設計のはしご形発振器の特性	6 5
3. 6. 4	動作モードと安定性の検討	6 8
3. 6. 5	不要モード抑圧実験	7 0
3. 7	むすび	7 1
第4章	はしご形多素子発振器の注入同期	7 2
4. 1	まえがき	7 2
4. 2	注入信号に対するはしご形発振器のモードの応答	7 3
4. 2. 1	基本モード方程式	7 3
4. 2. 2	単一モードの同期定常応答	7 6
4. 2. 3	注入同期によるモード制御	7 8
4. 3	マイクロ波はしご形多素子発振器の注入同期	8 3
4. 3. 1	注入同期系の構成と基本方程式	8 3
4. 3. 2	同期定常応答	8 7
4. 3. 3	同期過渡応答	9 4
4. 3. 4	実 験	1 0 0
4. 4	むすび	1 0 4
第5章	はしご形多素子構造によるマイクロ波電力増幅	1 0 6
5. 1	まえがき	1 0 6
5. 2	ダイオード・マウント対の特性	1 0 6
5. 3	通過形電力増幅器	1 0 7
5. 3. 1	基本方程式	1 0 7
5. 3. 2	完全電力合成動作およびそのための回路条件	1 0 9
5. 3. 3	入出力特性および周波数特性	1 1 4
5. 4	反射形電力増幅器	1 1 7
5. 4. 1	基本方程式	1 1 7

5. 4. 2	完全電力合成動作	119
5. 4. 3	入出力特性および周波数特性	121
5. 5	実験	123
5. 6	むすび	126
第6章	結論	128
	謝辞	130
	参考文献	131
	附録	139

## 第1章 序論

J. B. Gunnが1963年にガン効果を発見し<sup>(1),(2)</sup>、またW. T. Readが1958年にアバランシェ・ダイオードの原理を提案し<sup>(3)</sup>、B. C. DeLoach等が1965年にその動作の実験的確認を行って<sup>(4)</sup>以来、マイクロ波固体能動素子について、素子製作およびデバイスの両面から多くの研究開発が精力的になされてきた<sup>(5)</sup>。これらの研究開発は主に素子の高出力化および高周波化を目指して行われ、現在、ガンダイオードでは10GHzで1W、45GHzで300mW、73GHzで40mW、またインパットダイオードでは10GHzで5W、100GHzで2W、220GHzで50mW程度（いずれも連続動作）のものが得られている<sup>(6)-(10),(39)</sup>。さらに、近年、GaAsFETの性能が急速に進歩しており、10GHzで4W、18GHzで850mW程度の出力の素子が発表されているが、まだ準ミリ波帯以下のものしか得られていない<sup>(11)</sup>。マイクロ波固体素子はクライストロンや進行波管などの電子管に比して、もともと小型軽量、長寿命かつ電源電圧が低いなどの特長を有しているために、このような固体能動デバイスの性能向上によって、今日では新設あるいは更新される中程度以下の出力のマイクロ波発振器・増幅器はほぼ固体化され、電子管は駆逐されるにいたった<sup>(7),(12)</sup>。しかしながら、大出力が要請されるマイクロ波能動回路では未だ電子管が健在であり、例えば、12GHz帯で100W以上の出力が必要な放送衛星や通信衛星ではすべてに進行波管が用いられている<sup>(13)</sup>。また、近い将来開始の可能性のある高品位テレビジョン放送でも衛星および地上放送用の大出力ミリ波発振器・増幅器が必要になると考えられている<sup>(14),(15)</sup>が、大出力が必要なこれらの機器においても固体化が望まれている。

素子単体の出力に限度のある状況下で、大電力のマイクロ波を得るには、多数の素子の出力合成を行う必要がある。出力合成は、個々の素子の使用条件に余裕を与え、長寿命化・高信頼化をもたらすという点からも有用である。マイクロ波発振器における出力合成が試み始められたのは古く、1950年代後半に電子管の出力をマジック T によって合成することが提案された時にまでさかのぼることができる<sup>(16)</sup>、<sup>(18)</sup>。以後、1960年代後半から、固体能動素子の発達と相まって出力合成に関する

多くの研究開発が行われ、今日に至るまで様々な方法が提案され、調べられてきた。これらの出力合成の方法は、3種類に大別することができる<sup>(16),(17)</sup>。第1の方法は素子の複合によるもので、いくつかの素子片を波長に比べて十分に小さな領域内で並列接続する<sup>(19)~(21)</sup>のものであり、第2の方法は、個々に独立した多数の発振器を結合回路を用いて結合し、同期現象を利用して各発振器の出力を合成するものである<sup>(22)~(31)</sup>。第3の方法は、共通の単一共振空洞に多数の能動素子を結合して発振動作をさせるものである<sup>(32)~(41)</sup>。第1の方法は熱放散などの点から出力合成できる素子数に限度がある。第2の方法はこれまでに最も多く研究されてきており、比較的安定な出力合成が可能であるが、寸法が大きくなることおよび発振器個数の増加に伴って結合回路の損失の影響が大きくなり合成効率が低下するのが欠点である。第3の方法は従来モード問題の解決がやかいで設計が難しいといわれてきたが、寸法が小さくでき出力合成効率も高いことから、最近の出力合成に関する研究の主流となっているようである。

単一共振空洞型発振器ではK. KurokawaおよびF. M. Magalhãesの考案した発振器<sup>(35)</sup>とR. S. HarpおよびH. L. Stoverによる発振器<sup>(36)</sup>とが代表的なものとして知られている。しかし、両者の発振器共、多モード問題を解決するために素子マウント構造がかなり複雑になっている。また、この形の発振器においては、出力合成能力をもつことと希望モードでの安定動作の実現を保証することが重要課題であるが、これまでの多素子発振器に関する報告では、これらの点について必ずしも明確な記述が与えられていない。モード問題を扱った理論としてはKurokawaの行った解析<sup>(37)</sup>が唯一とも言えるものであるが、この解析にしても発振器構造との対応性の点でモデルの設定が適切とはいえず、モード問題の抽象的な記述を与えたにとどまっていると考えられる。要するに、これまでの単一空洞多素子発振器の研究は主として定性的議論の下に実験的に推進されてきており、十分な理論的取扱いはほとんどなされていない。

一方、非線形回路理論の領域では、出力合成、パターン認識および生体内の振動などの問題とも関連して、多数個の発振器あるいは能動素子が結合された多自由度振動系における各モードの振舞について興味を持たれてきている。このような系と

して、これまで、発振器の1次元、2次元および環状結合系のモード解析が行われ<sup>(42)~(45)</sup>、最近では平均ポテンシャルを用いた、物理的意味が明解で見通しの良いモード理論が展開されてきている<sup>(46),(47)</sup>。

以上のような状況を背景として、筆者らはKurokawaおよびMaga lhaesの発振器に類似しているが、素子マウント構造がはるかに簡単な構造のマイクロ波はしご形多素子発振器を提案し<sup>(48)</sup>、完全出力合成のための発振器設計および動作の機構を理論的に明らかにし、素子数20までの多素子発振器の実験によって理論の妥当性を確認した<sup>(49),(51),(52)</sup>。また、マイクロ波多素子発振器の基本モデルとしての集中定数形多素子発振器のモード解析を行って、出力合成系のモード問題を原理的に解明し、さらにこれを発展させて、マイクロ波はしご形発振器の発振モードの理論的説明を可能にした<sup>(50),(52)</sup>。注入同期増幅の技術<sup>(53),(54)</sup>を多素子発振器の場合に発展させたときの利点を研究する目的で、マイクロ波はしご形発振器の注入同期における定常応答および過渡応答特性をも、理論的実験的に明らかにした<sup>(55)</sup>。さらに、はしご形多素子構造を用いた増幅器について、入力電力と素子の固有出力とを完全合成するための設計を与え、増幅器特性の特徴を明らかにして、電力増幅器として有用であることを示した<sup>(56)</sup>。

本論文は筆者が行った上記の研究成果をまとめたものである。第2章では各種のマイクロ波電力合成法を概観した後、集中定数形のはしご形および環状多素子発振器に対してモード解析を行い、出力合成モードおよびその安定性、ならびに不要モード抑圧方法を明らかにし、分布定数形発振器への理論解析の拡張について述べる。第3章では、マイクロ波はしご形多素子発振器に対して、等価回路にもとづく定常回路解析を行って、完全出力合成を可能にする発振器設計を理論的に与え、出力合成動作の機構を明らかにするとともに、実験によって理論の有効性を確認する。第4章では、はしご形多素子発振器の注入同期において、注入信号によるモード選択について述べた後、同期定常応答および過渡応答について論ずる。第5章では、同じ多素子構造を通過形および反射形の電力増幅器に用いたときの、完全電力合成設計および入出力特性・周波数特性を理論的に記述するとともに、実験結果との対照を行う。

## 第2章 多素子発振器の基本モデルにおける出力合成と安定性

### 2.1 まえがき

単一共振空洞に多数個の能動素子を結合した構造をもつマイクロ波発振器によって出力合成を行う場合、系に存在するいくつかのモードのうち、出力合成能力をもつモードを明らかにすると共に、この出力合成モード唯一つだけを安定に発振させるようにすることが重要である。本章では、多素子発振器の代表的なものとしての矩形導波管共振空洞内に素子対を管軸に沿って配置するはしご形多素子構造の発振器、および円筒共振空洞内に素子を同一円周上に配置する環状多素子構造の発振器に対して、その原型モデルとしての集中定数形発振器系を考え、モード解析によってそれぞれの系における出力合成モードおよびその安定性について論ずる。本章で取扱う発振器系は、見かけの上からは、発振器がインダクタンスで縦続あるいは環状に接続されたような構造になっているが、上記の共振空洞モードに対応する系の固有モードと各能動素子とが結合するという動作を行う点から、本質的には単一共振空洞をもつ多素子発振器のモデルになっている。これらの集中定数形発振器系は遠藤および森がモード解析を行った系<sup>(43),(45)</sup>に類似しているが、彼等の解析では、負荷を持たない系を対象にしているため出力合成について論じ得ず、また同時多重モードの存在可能性に議論の重点が置かれている点で、本章の理論解析とは内容が異っている。

まず、2.2節では、従来から研究されてきた各種のマイクロ波電力合成方法を概観しておく。以後2.3節および2.4節では、それぞれ、はしご形多素子構造および環状多素子構造に対する基本集中定数形モデルに対して、各固有モードの動作を記述する回路方程式を導出して各モードの出力合成能力と安定性を論じ、不要モード抑圧抵抗を用いて出力合成モードのみを安定にする方法について述べる。

### 2.2 各種のマイクロ波電力合成方法<sup>(16),(17)</sup>

これまでに研究し開発されてきたマイクロ波電力合成方法は合成の段階によって、デバイス段階での合成と回路段階での合成との2つに大別することができる。

### 1) デバイス段階での電力合成

デバイス段階での合成は波長よりも十分に小さい領域内でガンダイオードやインパットダイオードのチップを並列または直列接続することによってなされる<sup>(19)~(21)</sup>が、これは近似的に負コンダクタンスあるいは負抵抗を個数分だけ増加させるものと考えられる。これらのチップは小さいので、並列または直列に接続したものを1個のカートリッジ内に収納することも可能である。しかしこの合成方法では、熱放散などの問題から接続できるダイオード・チップの個数には限度がある。

### 2) 回路段階での電力合成

回路段階での合成ではデバイス段階におけるほど各能動素子を接近させて配置する必要がないので、熱放散の点で有利である。この合成方法はさらに、独立に動作し得る複数個の発振器または増幅器の結合系を構成する場合と、複数個の素子が1個の共振回路に結合する、いわゆる多素子発振器を構成する場合とに分けられる。

#### (イ) 発振器または増幅器の結合系による電力合成

発振器の結合系を構成する場合の最も簡単で基本的なものは、図2.1に示されるような結合回路としてマジックTを用いた電力合成方法<sup>(22)</sup>である。図2.1において2つの発振器の自由発振周波数が十分近くかつ出力が等しい場合、結合回路を適当に調整することによって両発振器が相互同期し出力合成がなされうる。図2.1の系をさらにマジックTで結合していくことにより、結局、図2.2のような木構造の $2^N$

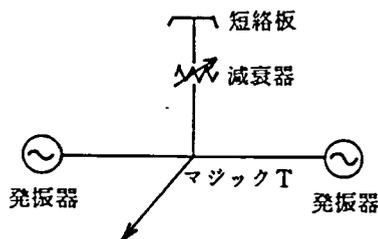


図2.1 マジックT結合  
並列運転系

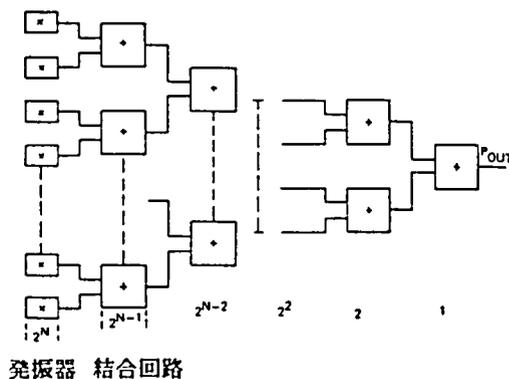
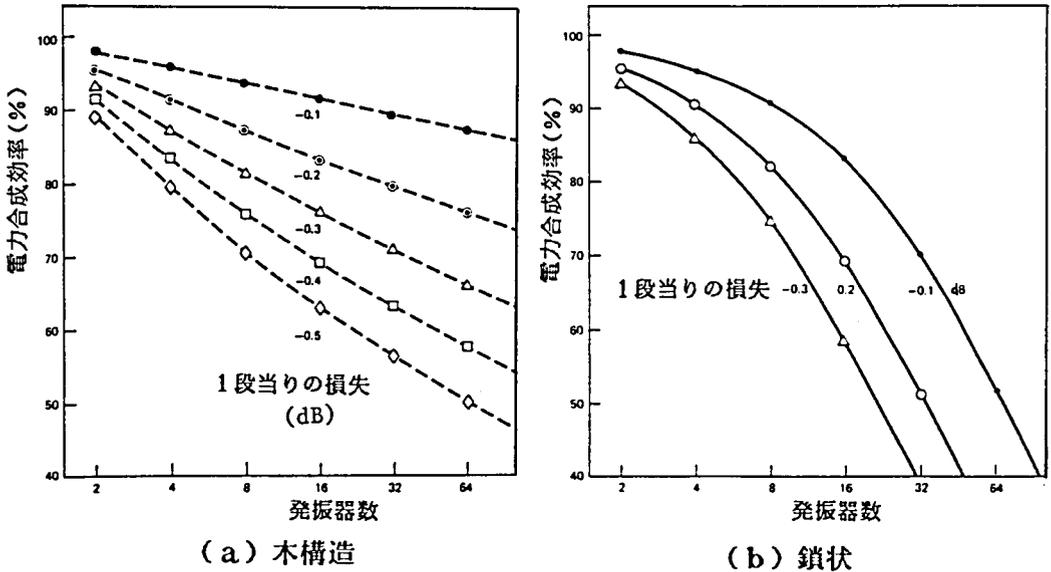


図2.2 木構造電力合成系



(a) 木構造 (b) 鎖状  
 図2.3 発振器の結合系における電力合成効率

個の発振器の結合系が得られる<sup>(23),(25)</sup>。結合回路としてはマジック T 以外の選択もある。木構造の結合系によって電力合成を行う場合、各発振器の出力が等しくないなどの理由によって結合回路で損失を生じると、発振器個数の増加につれて電力合成効率が低下する。図2.3 (a) は各結合回路における損失が等しいとして求められた電力合成効率と発振器個数との関係を表わしているが、結合回路1個当りの損失が比較的小さくても発振器個数が増加するとその影響が大きいことが分かる。

もう1つの出力合成系として図2.4および図2.5に示すような発振器の鎖状結合

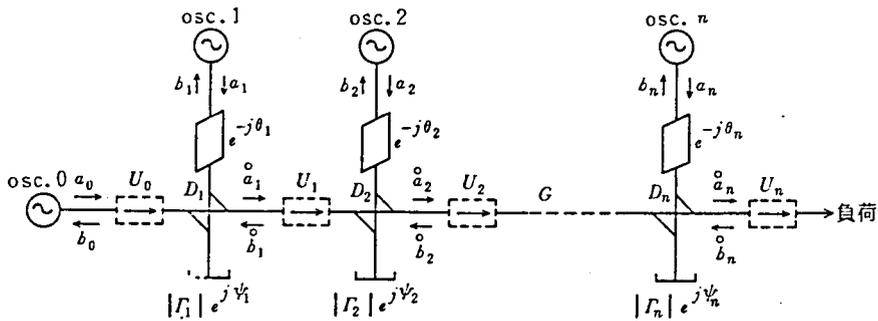


図2.4 方向性結合器による電力合成

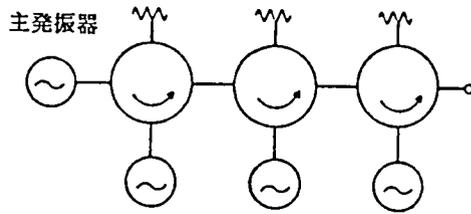


図2. 5 サークュレータを用いた電力合成

系がある<sup>(27),(57)</sup>。これらの系では、発振器が任意個数で、しかもそれらの出力に差があっても適当な結合回路調整によって出力合成を行うことができる。鎖状結合系における発振器個数と電力合成効率との関係も計算によって求められる(図2.3(b))。

さらに、複数個の発振器または増幅器の分岐状結合系を構成することによって出力を一度に合成する方法も考案・開発されている。この種のもので最もよく知られているものは図2.6のウィルキンソン形N方向ハイブリッド電力合成/分波器<sup>(58)</sup>を用いて増幅器の出力を合成するもので、まずこれを分波器として用いて入力を分波し各分波を電力増幅した後、この合成器によって各増幅出力を合成する。図2.7のような集積回路用の発振器結合回路<sup>(59)</sup>も提案されている。分岐状結合系では木構造や鎖状の場合のように電力合成の各段を経る毎に結合回路の損失を被るということがない。

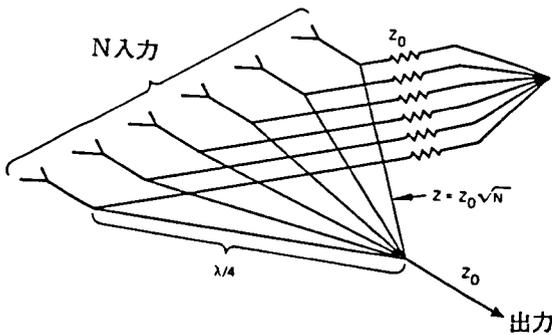


図2. 6 ウィルキンソンN方向ハイブリッド電力合成/分波器

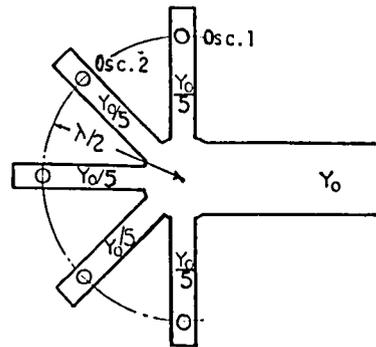


図2. 7 多分岐電力合成回路

## (ロ) 多素子発振器による電力合成

単一共振空胴に複数個の能動素子が結合した形の多素子発振器では結合回路における損失が少ないために電力合成効率が高くかつ小型であることが特長となっている。このような多素子発振器ではRucker、KurokawaおよびMagalhaes、そしてHarpおよびStoverの発明した発振器が著名である。

Ruckerの発振器<sup>(32)</sup>を図2.8に示す。各ダイオードは約1/4波長の長さの同軸線路の一端に接続されており、この同軸線路は共通の出力回路およびバイアス回路のまわりに放射状に配置されている。抵抗 $R_{STAB}$ は不要モード発振を妨止するために用いられている。キャパシタンス $C_C$ は出力線路との結合用ディスクと各同軸線路の中心導体との間のもので負荷抵抗 $R_L$ に対して必要な結合を与えている。Ruckerはこの発振器を用いて5個のインパットダイオードの出力合成に成功した。

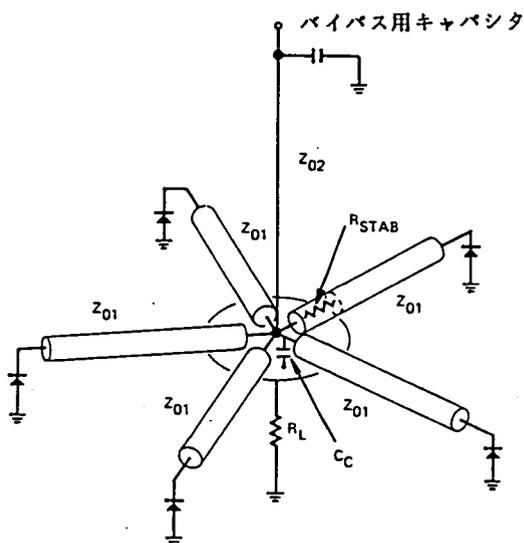


図2.8 Ruckerの多素子発振器

KurokawaおよびMagalhaesの発振器<sup>(35)</sup>は図2.9に示すような構造になっている。彼等はこの発振器で12個のインパットダイオードの出力合成を行った。この発振器では、各素子は同軸線路の一端にマウントされており、同軸線路は共通の矩形導波管共振空胴の側壁に結合されている。同軸回路は空胴との適切な結合が得られるように、空胴の共振時に磁界が最大になる場所に配置されている。同軸線路の

他端はテーパ状のマイクロ波吸収体で終端されている。各同軸線路内では  $1/4$  波長変成器が用いられ、ダイオードと線路との整合を良くし、かつ不要モードを抑圧する働きを担っている。

HarpおよびS towerの発振器<sup>(36)</sup>は上記のKurokawaおよびMaga lhaesの発振器で用いられたのと同じ同軸線路モジュールを図2.10のように共通の円筒空洞共振器の円周上に配置した構造のものである。これらのモジュールは空洞共振器の  $TM_{0n0}$  モードと結合して動作し、出力は空洞中心の電界最大の位置にプローブを設けて外部回路に取出される。

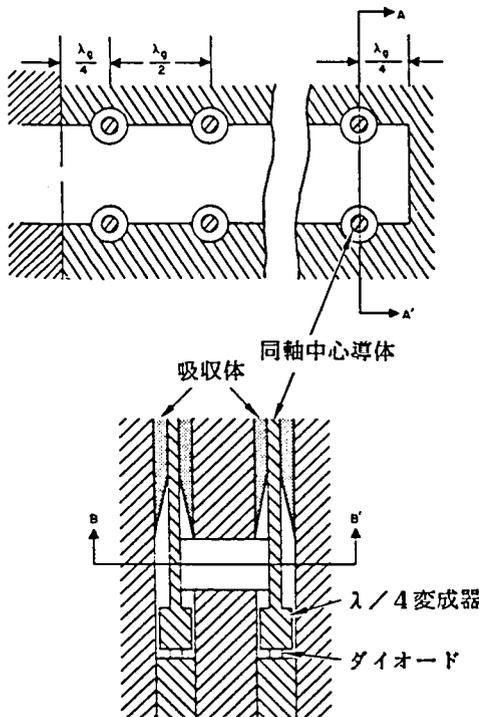


図2. 9 KurokawaおよびMaga lhaes  
の多素子発振器

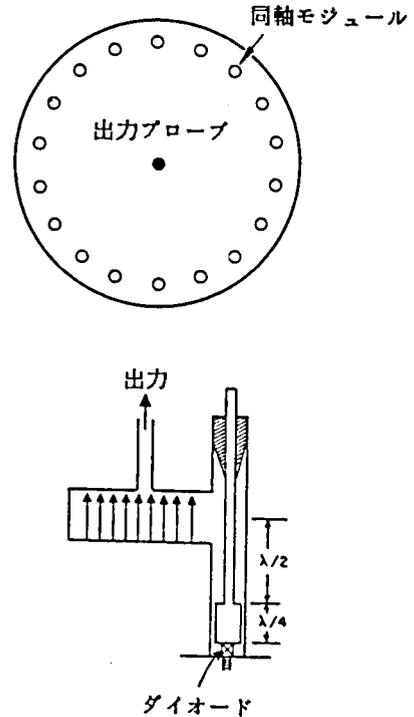


図2. 10 HarpおよびS tower  
の多素子発振器

## 2.3 はしご形多素子発振器における出力合成と安定性

前節で各種のマイクロ波電力合成方法を概観したが、このうち単一の共振空洞に多数の素子を結合させ多素子発振器を構成する方法では寸法も小型になり電力合成効率も高い。ただ多素子発振器に関する研究はこれまで実用的立場からのものが多く、モード問題の解決などもどちらかと言えば定性的かつ実験的把握に基づいた対処の仕方が主であり十分な理論的取扱いはなされていなかったようである。本節では、この形の発振器に属するはしご形多素子発振器のモード問題の基本的解明を目的として、その原形となる集中定数形モデルに対するモード解析を行い、その出力合成能力と動作の安定性について論ずる。

### 2.3.1 発振器モデルと基本方程式<sup>(50)</sup>

基本的な集中定数形出力合成モデルとして、図2.1.1のようにVan der Pol型発振器をインダクタ $L_t$ で縦続接続しかつ負荷コンダクタ $g_L$ を付加した系について考える。負荷 $g_L$ が第 $l$ 段に接続されているものとする。回路方程式は次のようになる。

$$L_t \frac{di_k}{dt} = v_k - v_{k+1} \quad (2.1a)$$

$$i_{k-1} - i_k = C \frac{dv_k}{dt} + \frac{1}{L} \int v_k dt + (g + g_L \delta_{k,l}) v_k + i_{ak} \quad (2.1b)$$

(  $k = 1, 2, \dots, N$  )

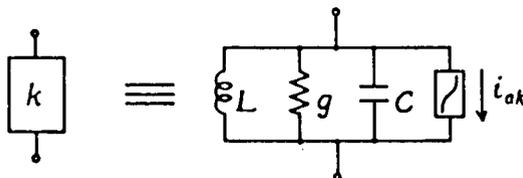
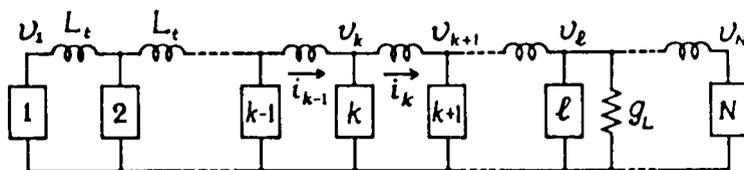


図2.1.1 はしご形多素子出力合成系

ここで  $\delta_{k\ell}$  は Kronecker のデルタであり、能動素子の電圧電流特性は次式のような 3 次式で表されるものとしておく。

$$i_{ak} = -g_1 v_k + \frac{4}{3} \theta v_k^3, \quad g_1, \theta > 0 \quad (2.2)$$

式 (2.1) および (2.2) より

$$\begin{aligned} \frac{d^2 v_k}{dt^2} + \frac{1}{C} \left( \frac{1}{L} + \frac{2}{L_t} \right) v_k - \frac{1}{CL_t} (v_{k-1} + v_{k+1}) \\ = \frac{1}{C} (g_1 - g - g_L \delta_{k\ell} - 4\theta v_k^2) \frac{dv_k}{dt} \quad (k=1, 2, \dots, N) \end{aligned}$$

を得る。さらにこの式は次式のように変換される。

$$\begin{aligned} \frac{d^2 v_k}{d\tau^2} + (1+2\beta) v_k - \beta (v_{k-1} + v_{k+1}) = \mu (g_0 - g_L \delta_{k\ell}) \frac{dv_k}{d\tau} - \frac{4}{3} \mu \theta \frac{dv_k^3}{d\tau} \\ (k=1, 2, \dots, N) \quad (2.3a) \end{aligned}$$

ここで

$$\begin{aligned} \tau = \omega_0 t, \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \\ \beta = \frac{L}{L_t}, \quad \mu = \frac{1}{\omega_0 C} = \sqrt{\frac{L}{C}} \\ g_0 = g_1 - g \quad (2.3b) \end{aligned}$$

であり、 $\beta$  は各発振器セルの間の結合を表わし、 $g_0$  は各セルにおける実効小信号コンダクタンスを表わしている。図 2.11 より、境界条件は  $i_0 = i_{N+1} = 0$  で与えられ、これはさらに式 (2.1) を用いると

$$v_0 = v_1, \quad v_N = v_{N+1} \quad (2.4)$$

となる。したがって式 (2.3a) は次のようなベクトル微分方程式で書くことができる。

$$\frac{d^2 \mathbf{V}}{d\tau^2} + B\mathbf{V} = \mu \left\{ (g_0 E - g_L D_\ell) \frac{d\mathbf{V}}{d\tau} - \frac{4}{3} \theta \frac{d\mathbf{V}^3}{d\tau} \right\} \quad (2.5a)$$

ここで

$$\begin{aligned} \mathbf{V} = [v_1, v_2, \dots, v_N]^t \\ \mathbf{V}^3 = [v_1^3, v_2^3, \dots, v_N^3]^t \quad (2.5b) \end{aligned}$$

であり、Bはn次の正方行列で

$$B = \begin{bmatrix} 1+\beta & -\beta & & & 0 \\ -\beta & 1+2\beta & & & \\ & & \ddots & & \\ & 0 & & 1+2\beta & -\beta \\ & & & -\beta & 1+\beta \end{bmatrix} \quad (2.5c)$$

と与えられ、Eは単位行列、 $D_l$ は $(l, l)$ 要素だけが1で残りのすべての要素が0であるn次の正方行列である。

いま、式(2.5a)に対する非摂動系、すなわち  $d^2\mathbf{V}/dt^2 + B\mathbf{V} = 0$  で与えられるコンダクタンス分を無視した保存系の正規化固有モードを導入し、式(2.5a)を各固有モードの動作を記述する微分方程式に変換する。ここに、固有モードは行列Bの固有ベクトルとして得られ

$$\mathbf{p}_j = [p_{1j}, p_{2j}, \dots, p_{Nj}]^t, \quad j=1, 2, \dots, N \quad (2.6a)$$

ここで  $\mathbf{p}_i^t \mathbf{p}_j = \delta_{ij}$  とすると

$$p_{kj} = \begin{cases} \sqrt{\frac{1}{N}}, & j=1 \\ \sqrt{\frac{2}{N}} \cos \frac{(2k-1)(j-1)}{2N} \pi, & j=2, 3, \dots, N \end{cases} \quad k=1, 2, \dots, N \quad (2.6b)$$

となる。また、対応するBの固有値は

$$\lambda_j = 1 + 4\beta \sin^2 \frac{j-1}{2N} \pi, \quad j=1, 2, \dots, N \quad (2.6c)$$

と表わされる<sup>(43)</sup>。第jモードにおいて周波数は $\sqrt{\lambda_j} \omega_0$ で(図2.12参照)、またk段目における電圧の規格化振幅は $p_{kj}$ で与えられる。

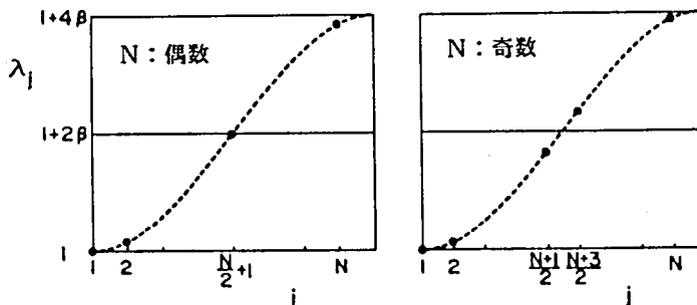


図2.12 固有モード周波数  $\sqrt{\lambda_j} \omega_0$  の分布

v を正規化固有モードを用いて

$$\mathbf{v} = \sum_{j=1}^N \mathbf{p}_j x_j \quad (2.7)$$

のように展開する。ここで、 $x_j$  はモード変数と呼ばれるもので

$$x_j = A_j \cos(\sqrt{\lambda_j} \tau + \psi_j), \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (2.8)$$

で与えられるものと仮定しておく。式(2.7)および(2.8)を式(2.5a)に用い、非線形項はKryloffおよびBogoliuboffの等価線形化法<sup>(60)</sup>によって線形化する。モード間に共振関係がなく、かつ各モード周波数が十分に離れていて第jモードに対する $dx_i/d\tau$  ( $i \neq j$ )の影響が無視できる場合には結局次式を得る<sup>(43)</sup>。

$$\frac{d^2 x_j}{d\tau^2} + \lambda_j x_j = \mu \left( \alpha_j - \theta_{jj} A_j^2 - \sum_{i=1, i \neq j}^N \theta_{ji} A_i^2 \right) \frac{dx_j}{d\tau} \quad (2.9a)$$

$j = 1, 2, \dots, N$

ここで

$$\alpha_j = g_0 - g_L p_{lj}^2$$

$$\theta_{ij} = \begin{cases} \theta \sum_{k=1}^N p_{kj}^4, & j = i \\ 2\theta \sum_{k=1}^N p_{kj}^2 p_{ki}^2, & j \neq i \end{cases}$$

$j, i = 1, 2, \dots, N \quad (2.9b)$

であり、Lambのレーザー発振理論<sup>(61)</sup>にしたがって、 $\alpha_j$  を利得パラメタ、 $\theta_{jj}$  および  $\theta_{ji}$  ( $j \neq i$ ) をそれぞれ自己飽和および相互飽和パラメタと呼ぶことにする。式(2.6b)を式(2.9b)に代入すると、これらのパラメタは

$$\alpha_j = \begin{cases} g_0 - \frac{g_L}{N}, & j=1 \\ g_0 - \frac{2g_L}{N} \cos^2 \frac{(2l-1)(j-1)}{2N} \pi, & 2 \leq j \leq N \end{cases} \quad (2.10a)$$

および

$$\theta_{ij} = \begin{cases} \frac{\theta}{N}, & j=i=1, 1 + \frac{N}{2} \\ \frac{3}{2} \frac{\theta}{N}, & j=i \neq 1, 1 + \frac{N}{2} \end{cases}$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} \frac{\theta}{N}, & j+i = N+2 \\ \frac{2\theta}{N}, & \text{上記以外の } i, j \end{array} \right. \quad (2.10b)$$

のように求めることができる。式(2.8)において、振幅 $A_j$  および位相 $\psi_j$  が時間 $\tau$ に関してゆっくり変化する関数であるとき、(2.9a)に平均法を用いることにより、 $A_j$  および $\psi_j$  の時間的変化を記述する簡約方程式として

$$\begin{aligned} \frac{dA_j^2}{d\tau} &= \mu \left( \alpha_j - \theta_{jj} A_j^2 - \sum_{\substack{i=1 \\ (i \neq j)}}^N \theta_{ji} A_i^2 \right) A_j^2 \\ \frac{d\psi_j}{d\tau} &= 0 \end{aligned} \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (2.11)$$

を得る。

## 2.3.2 最適動作状態とその安定性

### 1) 最大出力

定常状態において唯一つのモードだけ(第 $j$ モードとしておく)が生起している場合を考える。式(2.11)においてすべての $i$ ( $i \neq j$ )に対して $A_i^2 = 0$ とおき、かつ $dA_j^2/d\tau = 0$ とおくと、第 $j$ モードの定常振幅が得られ

$$A_j^2 = \frac{\alpha_j}{\theta_{jj}} \equiv A_{j0}^2 \quad (2.12)$$

となる。第 $l$ 段に負荷 $g_L$ をもつはしご形発振器が第 $j$ モードで動作しているときの第 $k$ 段における電圧振幅を $V_k(l, j)$ 、出力を $P(l, j)$ と書くことにすると、式(2.7)、(2.8)および(2.11)より

$$v_k^2(l, j) = P_{kj}^2 A_{j0}^2 = P_{kj}^2 \frac{\alpha_j}{\theta_{jj}} \quad (2.13)$$

および

$$P(l, j) = \frac{1}{2} g_L v_l^2(l, j) = \frac{1}{2} g_L P_{lj}^2 \frac{\alpha_j}{\theta_{jj}} \quad (2.14)$$

を得る。式(2.14)に式(2.9b)を用いると

$$P(\ell, j) = \frac{1}{2\theta_{jj}} g_L p_{\ell j}^2 (g_0 - g_L p_{\ell j}^2) \quad (2.15)$$

と表わされるが、この式から  $g_L p_{\ell j}^2 = \frac{1}{2} g_0$  のとき、すなわち負荷コンダクタンスが

$$g_L = \frac{g_0}{2p_{\ell j}^2} = g_{L, \text{opt}}(\ell, j) \quad (2.16)$$

のときに出力は最大値

$$P_{\text{max}}(\ell, j) = \frac{g_0^2}{8\theta_{jj}} \quad (2.17)$$

をとることが分かる。式(2.17)および式(2.10b)から分かるように、 $j=1$  および  $j=1+N/2$  の場合は特別と考えられるので、これら2つの場合とそれ以外の場合とに分けて調べることにする。

(イ)  $j=1$  のとき

$j=1$  のモードでは、式(2.6b)よりすべての $k$ に対して  $p_{k1} = \sqrt{1/N}$  であるので、すべての段の電圧が等振幅、同位相で振動する(図2.13(a)参照)。第1モードにおいては負荷コンダクタンス  $g_L$  を式(2.16)および(2.6b)より

$$g_{L, \text{opt}}(\ell, 1) = \frac{1}{2} N g_0 \quad (2.18a)$$

に選ぶと、式(2.17)および(2.10b)より最大出力値

$$P_{\text{max}}(\ell, 1) = N \frac{g_0^2}{8\theta} \quad (2.18b)$$

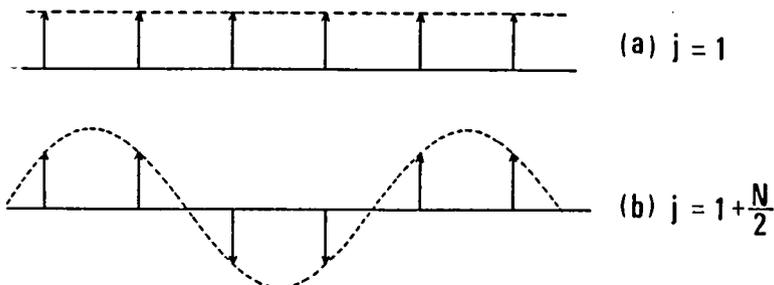


図2.13 電圧分布

をとる。式(2.2)で表わされる電圧電流特性をもつ能動素子の固有出力は  $g_0^2/(8\theta)$  で与えられる<sup>†</sup> ので、式(2.18b)より、第1モード動作では負荷接続位置にかかわらず完全出力合成が可能であることが分かる。この最大出力状態においては、モード振幅および各段の電圧振幅はそれぞれ

$$A_{10}^2 = N \frac{g_0}{2\theta} \quad (2.18c)$$

$$v_k^2(\ell, 1) = \frac{g_0}{2\theta}, \quad k=1, 2, \dots, N \quad (2.18d)$$

となる。

(ロ)  $j = 1 + N/2$  (ただし  $N$ ; 偶数) のとき

このモードでは式(2.6b)より、 $P_{2n, 1 + \frac{N}{2}} = P_{2n+1, 1 + \frac{N}{2}} = (-1)^n \sqrt{1/N}$  であるので、すべての  $k$  に対して  $P_{k, 1 + \frac{N}{2}}^2 = P_{k, 1}^2$  が成立する(図2.13(b))。したがって、出力も第1モードの場合と同じ式で与えられ、 $j = 1 + N/2$  のときにも完全出力合成が可能であることが分かる。このとき(2.18)の諸式がモード番号1を  $1 + N/2$  に変更するだけでそのまま成立つ。

(ハ)  $j \neq 1, 1 + N/2$  のとき

式(2.16)および(2.17)に式(2.6b)および式(2.10b)を用いると  $j \neq 1, 1 + N/2$  のすべてのモードに対して、最大出力値およびそのときの負荷コンダクタンス値が

$$P_{\max}(\ell, j) = \frac{Ng_0^2}{12\theta} = \frac{2}{3} P_{\max}(\ell, 1) \quad (2.19a)$$

$$g_{L, \text{opt}}(\ell, j) = \frac{Ng_0}{4 \cos^2 \frac{(2\ell-1)(j-1)\pi}{2N}} \quad (2.19b)$$

で与えられる。すなわち、 $j = 1, 1 + N/2$  以外のモードでは、負荷接続位置  $\ell$  に応じて  $g_{L, \text{opt}}$  の値は変わるが最大出力値は同じ値になる。ただし、この値は完

<sup>†</sup> 式(2.2)で表わされる特性をもつ能動素子の出力は  $P_{e1} = (1/2)(g_0 - \theta v^2)v^2$  で与えられ、これは  $v^2 = g_0/(2\theta)$  のときに最大値  $g_0^2/(8\theta)$  をとる。

全出力合成値の2/3にしかならない。これらのモードにおいて完全出力合成が可能とならないのは、第1モードの場合のようにすべての $V_k^2$ 値が $g_0/(2\theta)$ とはならないためである。

2) 各単一モードの安定性

はしご形発振器の安定な出力合成動作の可能性に関しては、出力合成モードである $j = 1$ あるいは $1 + N/2$ のモードが実際に安定であるかどうか、またこれ以外のモードで安定なものが存在するのかについて調べることが必要となる。第 $j$ モードの単一モード振動が安定であるためには、このときの各モードの振幅の定常値近傍での微小変化が時間と共に減衰しなければならない。このためには、式(2.11)から求められる

$$f_{ik} = \left[ \frac{\partial}{\partial A_k^2} \left( \frac{dA_i^2}{dt} \right) \right]_{A_j^2 = A_{j0}^2, A_i^2 (\neq j) = 0}$$

を要素とする行列の固有値の実数部がすべて負になればよい。実際にこれらの要素を計算すると

$$f_{ik} = \begin{cases} -\mu\alpha_j, & i=k=j \\ \mu(\alpha_i - \alpha_j) \frac{\theta_{ij}}{\theta_{jj}}, & i=k \neq j \\ -\mu\alpha_j \frac{\theta_{ik}}{\theta_{jj}}, & i \neq k, i=j \\ 0, & i \neq k, j \end{cases} \quad (2.20)$$

となり、行列の固有値は $f_{ii} (i = 1, 2, \dots, N)$ となることが分かる。したがって第 $j$ モードの安定条件は、すべての $i (\neq j)$ に対して

$$\frac{\alpha_i}{\theta_{ij}} < \frac{\alpha_j}{\theta_{jj}} \quad (2.21)$$

が成立つこととなる。式(2.11)および式(2.12)を併せ考えると、この安定条件の物理的意味は、第 $j$ モードが単一モードとして存在している定常状態では、第 $i$ モードの実効利得 $\alpha_i - \theta_{ij} A_{j0}^2$ が負になってすべてのモードが成長できないことであることが分かる。

以下では、出力合成モードである $j = 1$ または $j = 1 + N/2$ のモードに対する最適負荷コンダクタンス $g_L = \frac{1}{2} N g_0$ を最終段に接続する場合および中央段に接

続する場合の2つの典型的な場合について各固有モードの安定性を検討する。

(イ) 負荷を最終段に接続する場合

$l = N$  なる場合には、利得パラメタは式(2.10a)より

$$\alpha_j = \begin{cases} \frac{1}{2} g_0, & j=1 \\ g_0 \sin^2 \frac{j-1}{2N} \pi, & j=2, 3, \dots, N \end{cases} \quad (2.22)$$

となり、さらに式(2.10b)をも用いると

$$\frac{\alpha_i}{\theta_{ij}} = \frac{Ng_0}{2\theta} \times \begin{cases} 1, & i=j=1, 1+\frac{N}{2} \\ \frac{4}{3} \sin^2 \frac{i-1}{2N} \pi, & i=j \neq 1, 1+\frac{N}{2} \\ 2 \sin^2 \frac{i-1}{2N} \pi, & i+j = N+2 \\ \frac{1}{2}, & i=1, j \neq 1 \\ \sin^2 \frac{i-1}{2N} \pi, & \text{上記以外の } i, j \end{cases} \quad (2.23)$$

が得られる。安定条件式(2.21)に式(2.23)を用いると、出力合成モード  $j = 1, 1 + N/2$  および  $1 + (2/3)N \leq j \leq N$  を満たす高次モードが単一モードとして安定であることが分かる。

(ロ) 負荷を中央段に接続する場合

まず、 $N$ が奇数のときには、負荷接続位置は  $l = (N+1)/2$  であるので式(2.10a)より

$$\alpha_1 = \frac{1}{2} g_0$$

$$\alpha_{j(\neq 1)} = g_0 \sin^2 \frac{j-1}{2} \pi = \begin{cases} g_0, & j: \text{偶数} \\ 0, & j: \text{奇数} \end{cases} \quad (2.24)$$

となり

$$\frac{\alpha_i}{\theta_{ij}} = \frac{Ng_0}{2\theta} \times \begin{cases} \frac{1}{2}, & i=1, j \neq 1 \\ \frac{4}{3}, & i=j=2, 4, \dots, N-1 \\ 2, & i+j = N+2, i=2, 4, \dots, N-1 \\ 0, & i=3, 5, \dots, N \\ 1, & \text{上記以外の } i, j \end{cases} \quad (2.25)$$

と求められる。式(2.21)と上式より、 $j = 2, 4, \dots, N-1$  の偶数番目

のモードが安定単一モードとなるが、これらのモードにおいては  $p_{Lj} = 0$ 、すなわち負荷位置が電圧定在波の節となるので出力は出ない。

次に、 $N$ が偶数のときには、負荷を第  $N/2$  段と第  $N/2 + 1$  段との中間に接続することになると  $\alpha_j = g_0 - g_L \left\{ \frac{1}{2} (P_{N/2,1} + P_{N/2+1,1}) \right\}^2$  と考えられるので

$$\alpha_j = \begin{cases} \frac{1}{2} g_0 & , \quad j=1 \\ g_0 & , \quad j=2, 4, \dots, N \\ g_0 \sin^2 \frac{j-1}{2N} \pi & , \quad j=3, 5, \dots, N-1 \end{cases} \quad (2.26)$$

となる。したがって

$$\frac{\alpha_i}{\theta_{ij}} = \frac{Ng_0}{2\theta} \times \begin{cases} \frac{1}{2} & , \quad i=1, 1 + \frac{N}{2} ; j \neq i \\ \frac{4}{3} & , \quad i=j=2, 4, \dots, N \\ \frac{4}{3} \sin^2 \frac{j-1}{2N} \pi & , \quad i=j=3, 5, \dots, N \\ 2 & , \quad i+j = N+2, i=2, 4, \dots, N \\ 2 \sin^2 \frac{i-1}{2N} \pi & , \quad i+j = N+2, i=3, 5, \dots, N \\ 1 & , \quad \text{上記以外の } i, j \end{cases} \quad (2.27)$$

を得るので、 $j > (2/3)N + 1$  を満たす奇数番目のモードがすべて単一モードとして安定となり、さらに  $N/2$  が奇数のときには  $j = 1 + N/2$  のモードも安定となることが分かる。

この結果、負荷を中央段に接続する場合には、そのままでは出力合成モードが安定とはならないので、不要モードを抑圧し出力合成モードを安定化する方策を講ずることが必要となる。

### 3) 同時多重モードの存在可能性

一般に、多自由度の系では同時多重モードが存在する可能性があり、負荷を持たないはしご形発振器では安定な2重モード振動が存在する。ここでは、負荷を有するはしご形発振器における多重モード振動の問題について簡潔に述べておく。

第  $i$  モードおよび第  $j$  モードが2重モードとして安定に存在しうるための必要十

† このように負荷を接続しても、 $j = 1$  および  $N/2$  が偶数のときの  $j = N/2 + 1$  モードの最大出力は式(2.18b)で与えられる。しかし、 $N/2$  が奇数のときには後者のモードの出力は0となる。

分条件は、単一モードの場合と同様にして

$$\begin{aligned} G_{ii} &> G_{ji} \\ G_{jj} &> G_{ij} \end{aligned} \quad (2.28a)$$

およびすべてのk (キ i, j) に対して

$$G_{ki}(G_{jj}-G_{ij})+G_{kj}(G_{ii}-G_{ji}) > G_{ii}G_{jj}-G_{ij}G_{ji} \quad (2.28b)$$

ここで

$$G_{ij} = \frac{\theta_{ij}}{\alpha_i} \quad (2.29)$$

が成立することであることが示される (附録1)。

式(2.28)を用いると、以下の結果を得る。

(イ) 負荷を最終段に接続する場合には、式(2.28a)を満足する次のモード対が存在することが分かる。

$$\begin{aligned} &\left\{ \frac{N}{2} + 1 - (v+1), \frac{N}{2} + 1 + (v+1) \right\}, \quad v=0,1,\dots; \quad N \text{ 偶数 } (N \geq 16) \\ &\left\{ \frac{N}{2} + 1 - (v + \frac{1}{2}), \frac{N}{2} + 1 + (v + \frac{1}{2}) \right\}, \quad v=0,1,\dots; \quad N \text{ 奇数 } (N \geq 9) \end{aligned} \quad (2.30)$$

しかし、これらのモード対は式(2.28b)を満足しないので、結局、負荷を最終段に接続する場合には安定な非同期2重モードは存在しえない(附録2)。

(ロ) 次に、負荷を中央に接続する場合には、Nが奇数か偶数かによって結果が異なる。Nが奇数のときには、式(2.28a)を満たすモード対がないので安定2重モードは存在しない。一方、Nが偶数のときには、 $N \geq 4$ のときに表2. Iに示すようないくつかの安定モードが存在する。

3重以上の同時多重モード振動については、これが安定であるための必要条件が

$$\begin{vmatrix} G_{ii} & G_{ij} & G_{ik} \\ G_{ji} & G_{jj} & G_{jk} \\ G_{ki} & G_{kj} & G_{kk} \end{vmatrix} > 0$$

で与えられる<sup>(46)</sup>が、負荷を最終段および中央段に接続する場合共に、どの3重モード組も上式を満足しないので、安定な3重以上の同時多重モードは存在しないということが結論できる。

以上のモードの安定性に関する結果を表2. Iに要約しておく。

表2. I 安定モード

	終端負荷	中央負荷	
		N: 奇数	N: 偶数
安定単一モード	$j=1, N/2 + 1$ $j \geq 2N/3 + 1$	$j=2, 4, \dots$ $\dots, N-1$	$j > 2N/3 + 1$ かつ $j$ : 奇数 $j=N/2 + 1$ (N/2: 奇数のとき)
安定2重モード	なし	なし	$\{\frac{N}{2} + 1 - (2v+2), \frac{N}{2} + 1 + (2v+2)\}$ $v=0, 1, 2, \dots, (N-2)/4 - 1$ N/2: 奇数 ( $N \geq 6$ ) のとき $\{\frac{N}{2} + 1 - (2v+1), \frac{N}{2} + 1 + (2v+1)\}$ $v=0.1.2. \dots, N/4 - 1$ N/2: 偶数 ( $N \geq 4$ ) のとき

### 2. 3. 3 不要モードの抑圧

前節の結果により、出力合成可能モードとして  $j = 1$  のモードを選ぶことにすると、発振器がこのモードで安定に動作するためには不要安定モードを抑圧する必要があり、さらに負荷を中央段に接続する場合には出力合成モードを安定化することも必要となる。これらの要請を実現するために、図2. 14のように第  $n$  段と第  $n + 1$  段との間に損失コンダクタンス  $g'$  を付加した場合の系の動作について考える。このときの回路方程式は式(2. 1b)の右辺に

$$g' (\delta_{k,n} - \delta_{k,n+1}) (v_n - v_{n+1})$$

を加えたものになる。その結果、式(2. 5a)の右辺に

$$- \mu g' D \frac{dV}{dt}$$

が追加されることになる。ここで  $D$  は  $D_{n,n} = D_{n+1,n+1} = 1$ ,  $D_{n,n+1} = D_{n+1,n} = -1$  であり、他のすべての要素が0である  $n$  次の正方行列である。変換(2. 7)によってモード変数に移ると、式(2. 9a)の右辺に

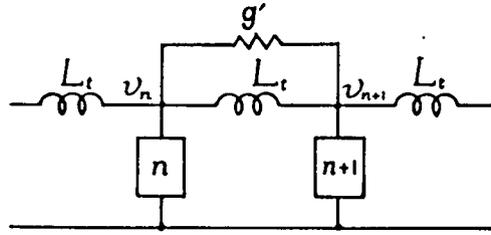


図2. 14 不要モード抑圧抵抗

$$-\mu g' (P_{nj} - P_{n+1,j})^2 \frac{dx_j}{d\tau}$$

なる項が加わるので、結局、 $g'$  を付加した場合の系の簡約方程式は次のようになる。

$$\frac{dA_j^2}{d\tau} = \mu \left( \alpha_j' - \theta_{jj} A_j^2 - \sum_{\substack{i=1 \\ (i \neq j)}}^N \theta_{ji} A_i^2 \right) A_j^2 \quad (2.31a)$$

ここで

$$\alpha_j' = g_0 - g_L P_{Lj}^2 - g' (P_{n,j} - P_{n+1,j})^2 \quad (2.31b)$$

すなわち、 $g'$  を付加すると、利得パラメタ  $\alpha_j$  は  $g'$  で消費される電力に対応する分だけ小さくなり、飽和パラメタ  $\theta_{ij}$  は式 (2. 10 b) そのままで与えられ変更を受けない。第1モードに関しては、 $n$  によらず  $P_{n,1} - P_{n+1,1} = 0$  であるから  $g'$  の導入による影響は受けないことが分かる。従って第1モードを用いた出力合成における関係式 (2. 18) はそのまま成立する。式 (2. 6 b) を式 (2. 31 b) に用いると

$$\alpha_j' = \begin{cases} \alpha_1 & , \quad j=1 \\ \alpha_j - \frac{8g'}{N} \sin^2 \frac{n(j-1)\pi}{N} \sin^2 \frac{(j-1)\pi}{2N} & , \quad 2 \leq j \leq N \end{cases} \quad (2.32)$$

を得る。簡約方程式 (2. 31 a) は式 (2. 11) とまったく同じ形式の微分方程式であるので、単一モードに対する安定条件式 (2. 21) は  $\alpha_j$  を  $\alpha_j'$  で置換えるだけでこの場合にもそのまま成立つ。

### 1) 不要単一モードの抑圧

(イ) 負荷を最終段に接続する場合

損失コンダクタンス  $g'$  の導入により、各モードの利得パラメタは第1モードでは変化しないのに対し、他のすべてのモードでは式(2.32)に見られるように減少する。したがって、 $j=1$ に対して式(2.21)は依然として成立し、第1モードが安定であることには変わりはない。そこで次に、他のすべてのモードが不安定になるように、 $g'$ の値を求めなければならない。 $j \neq 1$ の諸モードが不安定であるためには

$$\alpha'_j < \frac{\theta_{jj}}{\theta_{1j}} \alpha_1, \quad j=2,3,\dots,N \quad (2.33)$$

が成立てば十分である。式(2.22)および式(2.32)より

$$\alpha'_j = \left\{ g_0 - \frac{8g'}{N} \sin^2 \frac{n(j-1)\pi}{N} \right\} \sin^2 \frac{(j-1)\pi}{2N}, \quad 2 \leq j \leq N \quad (2.34a)$$

また式(2.10b)および(2.22)より

$$\frac{\theta_{jj}}{\theta_{1j}} \alpha_1 = \begin{cases} \frac{3}{8} g_0, & j=1+\frac{N}{2} \\ \frac{1}{4} g_0, & j=1+\frac{N}{2} \end{cases} \quad (2.34b)$$

が得られる。 $n=1$ とすると、式(2.34a)より利得パラメタ  $\alpha'_j$  は  $j=N$  のときに最大になる。従って、 $j \neq 1+N/2$ のモードに対しては式(2.33)が  $j=N$ に対して成立すれば他のすべてのモードに対しても成立することになり、 $j \neq 1+N/2$ のモードがすべて不安定であるためには次式が満足されればよい。

$$g' \sin^2 \frac{\pi}{N} > \frac{N}{8} \left( 1 - \frac{3}{8} \sec^2 \frac{\pi}{2N} \right) g_0 \quad (2.35a)$$

また、 $j=1+N/2$ モードが不安定であるためには、式(2.33)および(2.34)より

$$g' > \frac{N}{16} g_0 \quad (2.35b)$$

が満足されればよい。式(2.35a)および(2.35b)が第1モード以外のすべてのモードが不安定であるための十分条件である。

式(2.35)によって与えられる  $g'$  値が大きくなり  $g' \ll 1/(\omega_j L_t)$  の

条件が満足されない場合には、上記の解析の近似が悪くなるが、このような場合には、同様の損失コンダクタンスをいくつかの箇所挿入するのがよい。このような場合の不要モード抑圧条件も上記と同様に求めることができる。

(ロ) 負荷を中央に接続する場合

$g'$  を付加しない元の系においては、 $\alpha_i / \theta_{i1} \leq \alpha_1 / \theta_{11}$  ( $i \neq 1$ ) は成立つが式 (2. 21) で  $j = 1$  とした不等式は成立たないので、第1モードの安定性は保証されなかった。しかし、 $g'$  を適当な位置  $n$  に導入すると、第1モード以外のすべてのモードの利得パラメタ  $\alpha_i$  は減少するのに対して第1モードの  $\alpha_1$  は変化を受けないので、第1モードは安定化される。すべての不要モードを抑圧するための条件は式 (2. 33) から上記の場合と同様にして求められ、 $n = 1$  とするときには、 $j \neq 1 + N/2$  のモードを不安定にするための条件である

$$g' \sin^2 \frac{\pi}{N} \sin^2 \frac{\pi}{2N} > \frac{5}{64} Ng_0 \quad (2.36a)$$

および  $j = 1 + N/2$  モードを不安定にするための条件である

$$g' > \frac{3}{16} Ng_0, \quad \frac{N}{2} : \text{奇数}$$

$$g' > \frac{1}{16} Ng_0, \quad \frac{N}{2} : \text{偶数} \quad (2.36b)$$

を満足することとなる。Nが大きくなると必要な  $g'$  値は式 (2. 36a) によって与えられ、最終段に接続する場合よりも大きくなる。

## 2) 2重モードの抑圧

2. 3. 2節3)において、負荷を最終段に接続する場合およびNが奇数のときの中央に接続する場合の系には安定2重モードは存在しなかったが、 $g'$  を導入しても安定な2重モードが存在しないようにしておく必要がある。これに関する解析の結果を以下に示す(附録3参照)。

(イ) 負荷を最終段に接続する場合

$g'$  を付加しても、式 (2. 28a) を満たすモード対は (2. 30) で与えられる。従って、Nが奇数の場合には  $N \leq 7$  のとき、またNが偶数の場合には  $N \leq 4$  のときには安定2重モードは存在しない。Nがより大きな値をとるときには、(2. 30) に示されるモード対の2重モードを不安定にしておかねばならない

が、このための十分条件は、 $n = 1$  のとき、

$$g' \sin^2 \frac{(j_d - 1)\pi}{N} > \frac{3}{64} N g_0 \quad (2.37)$$

ここで  $j_d$  は

$$\tan \frac{(j_d - 1)\pi}{2N} = \sqrt{\frac{2}{3}} \quad (2.38)$$

で与えられる。

(ロ) 負荷を中央に接続する場合

$N$  が奇数のときには  $g'$  値にかかわらず、式 (2. 28 a) を満足するモード対がないので安定2重モードが存在しないことには変わりはない。

#### 2. 3. 4 はしご形分布線路結合発振器

本節では、前節までに議論したはしご形発振器を高周波の場合に拡張し、図2. 15のような系について考える。図において、 $\phi_1$  と  $\phi$  とは結合線路の電気長、 $g_L$  と  $b_L$  とはそれぞれ第 $N$ 段から見た負荷のコンダクタンスとサセプタンスである。図2. 15の系において出力合成が可能であるためには、図2. 11の系の第1モードのように、図2. 15の各段が等振幅かつ同位相で振動する動作、従って、各結合線路中央が電圧定在波の腹の位置となる動作を実現する必要があると考えられる。このために、図2. 15の回路パラメタが次の条件式を満たすように調節しておくものとする。

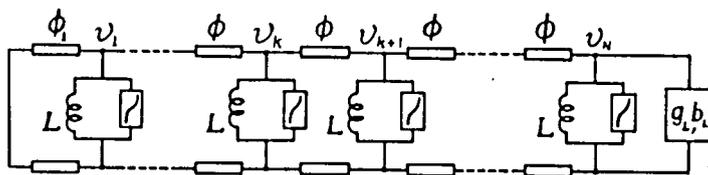


図2. 15 はしご形分布線路結合発振器

$$\begin{aligned}
 -Y_0 \cot \phi_1 - \frac{1}{\omega L} + Y_0 \tan \frac{\phi}{2} &= 0 \\
 Y_0 \tan \frac{\phi}{2} - \frac{1}{\omega L} + Y_0 \tan \frac{\phi}{2} &= 0, \quad N \geq 3 \text{ のときのみ} \\
 Y_0 \tan \frac{\phi}{2} - \frac{1}{\omega L} + b_L Y_0 &= 0
 \end{aligned}
 \tag{2.39}$$

ここで  $Y_0$  は線路の特性アドミタンスである。式 (2.39) を簡単化すると

$$\begin{aligned}
 -\cot \phi_1 &= b_L, \quad N=2 \\
 -\cot \phi_1 &= \tan \frac{\phi}{2} = b_L, \quad N \geq 3
 \end{aligned}
 \tag{2.40}$$

となる。  $0 < \phi < \pi$  の場合には

$$\omega C \equiv Y_0 (-\cot \phi_1 + \tan \frac{\phi}{2}) = 2Y_0 \tan \frac{\phi}{2}
 \tag{2.41a}$$

$$-\frac{1}{\omega L_t} \equiv -Y_0 \operatorname{cosec} \phi
 \tag{2.41b}$$

とおくと、図 2.15 の分布線路結合系は図 2.11 と同じ構造の集中定数系に変換される。しかし、この変換については若干の注釈が必要である。

第 1 に、図 2.15 の系におけるモードの振舞は式 (2.11) により記述が可能であり、従って、式 (2.1) がそのままの形で成立しなくてもモード解析に支障はないと考えられる。

第 2 に、式 (2.41) によって定義される  $C$  および  $L_t$  は周波数特性をもっているので、これらのパラメタ値は一般にモード毎に異った値をとるものと考えなければならない。その結果、2.3.1 節の議論における時間変数  $\tau$  や  $\mu$  および  $\beta$  などのパラメタ値がモード毎に異なるという困難を生ずる。しかし都合なことに、このように  $\beta$  値が一意的に決まらなくても、式 (2.5c) の  $B$  の形式はモードによって変わらないので、 $B$  の固有ベクトルすなわち固有モードは一意的に決まり、式 (2.9b) の  $\alpha_j$  および  $\theta_{ji}$  も一意的に与えられる。また、式 (2.21) がこの場合の安定条件式として有効であることも容易に示される。 $B$  の固有値  $\lambda_j$  は、 $\beta$  が第  $j$  モードに対する値をとるものと理解すればやはり式 (2.6c) で与えられ、実際には、後述の式 (2.42) を解くことにより求められる。

第 3 に、 $N \geq 3$  の場合、式 (2.40) の関係が第 1 モードでは満足されていても、高次モードでは満足されているとは限らない。従って、すべてのモードにおいて式 (2.40) が成立することを前提とした解析では、 $j \geq 2$  の諸モードに対

して正確な結果を与えることができない。しかし、第1モードでの系の動作とその安定性に関する正確な議論は可能である(2.3.4節の1)参照)。

第4に、式(2.41)で  $C$  および  $L_t$  を定義するに当って  $0 < \phi < \pi$  を仮定したが、高次モードではこの仮定は成立つとは限らない。しかし、 $0 < \phi < \pi$  の仮定の下で得られる各モードの振舞に関する議論は  $\phi > \pi$  となるようなモードに対しても適用できることが示される(3.5節参照)。

以上の注釈の範囲内で、図2.15の分布線路結合系の等価回路として図2.11を用いることができる。

### 1) 第1モードの動作と安定性

式(2.40)を用いて発振器を設計すると、各段の電圧が等振幅かつ同位相という第1モード動作を行うことが可能となり、2.3.2節の解析によれば完全出力合成が達成される。各モードの固有周波数は式(2.6c)および(2.3b)

より

$$\omega_j^2 = \left( \frac{1}{L} + \frac{4}{L_t} \sin^2 \frac{j-1}{2N} \pi \right) \frac{1}{C}, \quad j=1, 2, \dots, N$$

で与えられるが、式(2.41)を用いて元のパラメタ  $\phi_1$  および  $\phi$  で表わすと

$$Y_0 \left( 2 \tan \frac{\phi}{2} - 4 \sin^2 \frac{j-1}{2N} \pi \operatorname{cosec} \phi \right) = \frac{1}{\omega_j L} \quad j=1, 2, \dots, N \quad (2.42)$$

となる。 $j=1$  のときには、式(2.42)は式(2.39)の第1式に帰着することに注意する必要がある。

次に、第1モード動作がこの分布線路結合系でも安定であるかどうかを検討する。上述のように、式(2.40)は他のモードでは成立しないので  $p_{ki}$  ( $i \neq 1$ ) は2.3.1節で与えられたものとは異なる。しかし、 $p_{k1}$  は  $k$  によらず一定値  $\sqrt{1/N}$  をとるので

$$\theta_{i1} = 2\theta \sum_{k=1}^N p_{ki}^2 p_{k1}^2 = \frac{2\theta}{N} \sum_{k=1}^N p_{ki}^2 = \frac{2\theta}{N}, \quad i \neq 1$$

すなわち  $p_{ki}$  値は変更を受けても  $\theta_{i1}$  は2.3.1節と同じ値をとる。また式(2.9b)より

$$\alpha_1 = \frac{1}{2} g_0$$

$$\alpha_i = g_0 - g_{LPNi}^2 < g_0, \quad i \neq 1$$

が成立つので

$$\alpha_i - \frac{\theta_{i1}}{\theta_{11}} \alpha_1 = \alpha_i - g_0 < 0, \quad i \neq 1$$

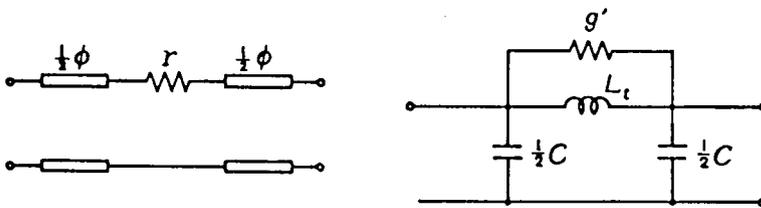
を得る。したがって  $j=1$  としたときの式(2.21)が成立するので、第1モードの安定性が保証される。

## 2) 不要モードの抑圧

$j \geq 2$  の不要モードの安定性については、モードによって式(2.40)からのずれが異なるので、明確な結論を得ることは困難である。不要モードが安定となる可能性がある限り、これらのモードを抑圧する方策を講じておかなければならない。

2.3.3節で議論した抑圧法に従って、図2.16(a)のように、第1モードにおける電流分布が0の位置、すなわち結合線路の中央に損失抵抗  $r$  を挿入することを考える。図2.16(a)の結合線路部分のY行列は

$$\begin{aligned} Y_{11} = Y_{22} &= \frac{-j \cot \phi + (r/2) Y_0}{1 - j(1/2)rY_0 \cot \frac{\phi}{2}} Y_0 \\ &\doteq \left[ -j \cot \phi + \frac{1}{2} rY_0 (1 + \cot \phi \cot \frac{\phi}{2}) \right] Y_0 \\ Y_{12} = Y_{21} &= \frac{j \operatorname{cosec} \phi}{1 - j(1/2)rY_0 \cot \frac{\phi}{2}} Y_0 \\ &\doteq \left[ j \operatorname{cosec} \phi - \frac{1}{2} rY_0 \operatorname{cosec}^2 \frac{\phi}{2} \right] Y_0 \end{aligned} \quad (2.43)$$



(a) 挿入位置

(b) 等価回路

図2.16 結合線路への抑圧抵抗の挿入

と表わされる。ただし、上式で  $rY_0 \cot(\phi/2) \ll 1$  として近似を行っている。よって

$$\begin{aligned} g' &\equiv \frac{1}{4} rY_0 \operatorname{cosec}^2 \frac{\phi}{2} Y_0 \\ -\frac{1}{\omega L_t} &\equiv -Y_0 \operatorname{cosec} \phi \\ \omega \frac{C}{2} &\equiv Y_0 \tan \frac{\phi}{2} \end{aligned} \quad (2.44)$$

とおくことにより、図2. 16 (b) の等価回路が得られる。この図は図2. 14 と同形であるので、不要モードの抑圧が可能になると考えられる。

## 2. 4 環状多素子発振器<sup>(62)</sup>

円筒共振空洞形マイクロ波多素子発振器では  $TM_{0n0}$  モードを発振モードとすることによって出力合成動作を行わせる。本節ではこのような発振器に対する原形モデルと考えられる集中定数形環状多素子発振器のモード解析を行う。

### 2. 4. 1 発振器系とモード方程式

図2. 17に示すような環状多素子発振器系について考える。能動素子の電圧電流特性を2. 3節と同様に

$$i_{ak} = -g_1 v_k + \frac{4}{3} \theta v_k^3 \quad (2.45)$$

で与えておくと、系の回路方程式として

$$\begin{aligned} \frac{d^2 v_0}{d\tau^2} + \alpha_{r0} \sum_{k=1}^N (v_0 - v_k) &= -\mu g_L \frac{dv_0}{d\tau} \\ \frac{d^2 v_k}{d\tau^2} + (1 + \alpha_p) v_k - \alpha_p (v_{k-1} + v_{k+1}) - \alpha_r v_0 &= \mu (g_0 - 4\theta v_k^2) \frac{dv_k}{d\tau} \\ &(k=1, 2, \dots, N) \end{aligned} \quad (2.46)$$

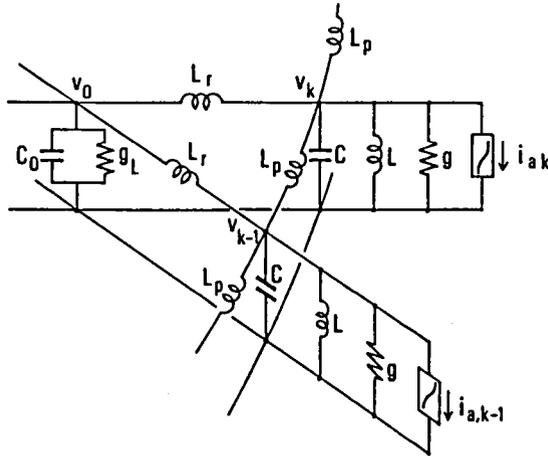


図2. 17 環状結合多素子発振器

を得る。ここで

$$\begin{aligned} \tau &= \omega_0 t, & \omega_0 &= \sqrt{\frac{1}{C} \left( \frac{1}{L_r} + \frac{1}{L_p} + \frac{1}{L} \right)}, & \mu &= \frac{1}{\omega_0 C} \\ \alpha_r &= \frac{L_r^{-1}}{L_r^{-1} + L_p^{-1} + L^{-1}}, & \alpha_{r0} &= \frac{C}{C_0} \alpha_r \\ \alpha_p &= \frac{L_p^{-1}}{L_r^{-1} + L_p^{-1} + L^{-1}}, & g_0 &= g_1 - g \end{aligned} \quad (2.47)$$

としており、 $\alpha_r$  は各能動素子と中心の負荷との結合の強さ、また  $\alpha_p$  は周上の相隣る素子間の結合の強さを表わしている。

2. 3節と同様にして式(2. 46)から固有モードおよびその振舞を記述する簡約方程式を導く。式(2. 46)に対する無摂動系を

$$\frac{d^2 \mathbf{V}}{d\tau^2} + \mathbf{B} \mathbf{V} = 0 \quad (2.48)$$

で表現する。ここで

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} v_0 \\ v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_N \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \alpha_{r0}^N & -\alpha_{r0} & -\alpha_{r0} & \cdots & -\alpha_{r0} \\ -\alpha_r & 1+\alpha_p & -\alpha_p & & -\alpha_p \\ -\alpha_r & -\alpha_p & 1+\alpha_p & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\alpha_r & -\alpha_p & 0 & \cdots & -\alpha_p \\ & & & & -\alpha_p & 1+\alpha_p \end{bmatrix} \quad (2.49)$$

である。系の固有モードおよび固有周波数は、行列Bの固有ベクトル

$$\mathbf{p}_j = [p_{0j}, p_{1j}, p_{2j}, \dots, p_{Nj}]^t, \quad \mathbf{p}_i^t \mathbf{p}_j = \delta_{ij} \quad (2.50)$$

(j=0, 1, 2, \dots, N)

および固有値  $\lambda_j$  の平方根で与えられる。式(2.49)からこれらを求めると(附録4参照)

$$\left. \begin{array}{l} \lambda_0 \\ \lambda_1 \end{array} \right\} = \frac{1}{2} \{ 1 - \alpha_p + \alpha_{r0}^N \mp \sqrt{(1 - \alpha_p - \alpha_{r0}^N)^2 + 4\alpha_{r0}\alpha_r^N} \} \quad (2.51)$$

$$p_{00} = c_+ p_+, \quad p_{k0} = p_+ \quad (k=1, 2, \dots, N)$$

$$p_{01} = c_- p_-, \quad p_{k1} = p_- \quad (k=1, 2, \dots, N) \quad (2.52)$$

ここで式(2.51)における複号は  $\lambda_0$  に対しては上号、 $\lambda_1$  に対しては下号をとるものとし、

$$c_{\pm} = \frac{1}{2\alpha_r} \{ 1 - \alpha_p - \alpha_{r0}^N \pm \sqrt{(1 - \alpha_p - \alpha_{r0}^N)^2 + 4\alpha_{r0}\alpha_r^N} \}$$

$$p_{\pm}^2 = \frac{1}{c_{\pm}^2 + N} \quad (2.53)$$

としている(複号同順)。さらに

$$\lambda_j = 1 + \alpha_p - 2\alpha_p \cos \frac{2\pi(j-1)}{N} \quad (2 \leq j \leq N) \quad (2.54)$$

$$p_{kj} = \begin{cases} 0 & (k=0, 2 \leq j \leq N) \\ \sqrt{\frac{2}{N}} \cos \frac{2\pi k(j-1)}{N} & (1 \leq k \leq N, 2 \leq j \leq \{\frac{N+1}{2}\}) \\ \sqrt{\frac{1}{N}} (-1)^k & (1 \leq k \leq N, j = 1 + \frac{N}{2}) \\ \sqrt{\frac{2}{N}} \sin \frac{2\pi k(j-1)}{N} & (1 \leq k \leq N, [\frac{N}{2} + 2] \leq j \leq N) \end{cases} \quad (2.55)$$

第0モードおよび第1モードでは式(2.52)より円周上の各節点電圧が等振幅かつ同位相であるが、式(2.53)より  $c_+ > 0$  および  $c_- < 0$  であるので、第0モードは中心の節点電圧とも同位相であるのに対し第1モードでは逆位相になっている(図2.19)。また、 $j \geq 2$  のモードは図2.18に示すように縮退しており、そのモードパターンは中心の電圧が0であり、円周上の節点に定在波が分布した形になっている(図2.19)。第0、第1、および  $j \geq 2$  の各モードは、円筒空洞共振器におけるそれぞれ  $TM_{010}$ 、 $TM_{020}$  および  $TM_{n10}$  モードに対応するものと考えられる。

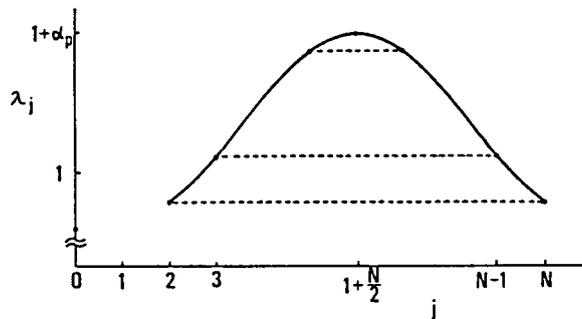


図2.18 固有モード周波数  $\sqrt{\lambda_j} \omega_0$  の分布

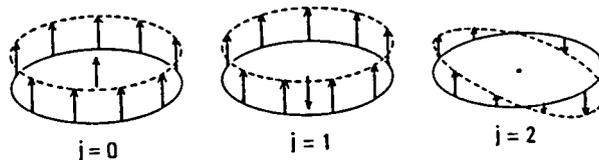


図2.19 電圧分布

電圧ベクトル  $\mathbf{V}$  を

$$\mathbf{V} = \sum_{j=0}^N \mathbf{p}_j A_j \cos(\sqrt{\lambda_j} \tau + \psi_j) \quad (2.56)$$

のように固有ベクトルで展開して、式(2.46)をモード変数についての方程式に変換する。この場合、縮退モードが存在する点が2.3節の場合とは異なる。式(2.46)に現われる非線形項を線形化し、縮退したモード以外にはモード間に

共振関係がなく、各モード周波数が十分に離れているものとして、各モードに対する簡約方程式を求めると次のようになる。第  $l$  および第  $\tilde{l}$  モードを互いに縮退しているモード ( $l + \tilde{l} = N + 2$  ;  $l, \tilde{l} = 2, 3, \dots, \lfloor \frac{N+1}{2} \rfloor, \lfloor \frac{N}{2} + 2 \rfloor, \dots, N$ ) として

$$\frac{dA_j^2}{d\tau} = \mu \left( \alpha_j - \theta_{jj} A_j^2 - \sum_{i=1}^N \theta_{ji} A_i^2 - \frac{1}{2} \theta_{j\tilde{j}} \tilde{A}_{\tilde{j}}^2 \cos 2\Psi_j \cdot \delta_{j\tilde{j}} \right) A_j^2 \quad (i \neq j) \quad (2.57)^\dagger$$

$$\frac{d\Psi_j}{d\tau} = \frac{1}{4} \mu \theta_{jj} A_j^2 \sin 2\Psi_j \cdot \delta_{j\tilde{j}} \quad (2.58)^\dagger$$

$$(j=0, 1, 2, \dots, N)$$

ここで

$$\alpha_j = g_0 - \sum_{k=1}^N p_{kj}^2 - g_L p_{0j}^2 = g_0 - (g_1 + g_L) p_{0j}^2$$

$$\theta_{ji} = (2 - \delta_{ji}) \theta \sum_{k=1}^N p_{kj}^2 p_{ki}^2$$

$$\Psi_j = \psi_j - \psi_{\tilde{j}}$$

$$(0 \leq j \leq N, 0 \leq i \leq N) \quad (2.59)$$

である。式 (2.52) および (2.55) を式 (2.59) に用いると、利得パラメタ  $\alpha_j$  および飽和パラメタ  $\theta_{ji}$  が次のように表わされる。

$$\alpha_j = \begin{cases} g_0 - (g_0 + g_L) c_+^2 p_+^2 & (j=0) \\ g_0 - (g_0 + g_L) c_-^2 p_-^2 & (j=1) \\ g_0 & (2 \leq j \leq N) \end{cases} \quad (2.60a)$$

† 式 (2.57) および (2.58) における縮退モードによる項の導出は文献 (45) と同様の方法を用いた。

$$\frac{\theta_{ji}}{\theta} = \begin{cases} Np_+^4 & (i=j=0) \\ Np_-^4 & (i=j=1) \\ 2Np_+^2 p_-^2 & (i=0, j=1 ; i=1, j=0) \\ 2p_+^2 & (i=0, 2 \leq j \leq N ; 2 \leq i \leq N, j=0) \\ 2p_-^2 & (i=1, 2 \leq j \leq N ; 2 \leq i \leq N, j=1) \\ 3/(2N) & (i=j \neq 1 + \frac{N}{4}, 1 + \frac{N}{2}, 1 + \frac{3N}{4}, 2 \leq i, j \leq N) \\ 1/N & (j = \tilde{i} ; j-i = \pm \frac{N}{2}, j \neq 1 + \frac{N}{4}, 1 + \frac{3N}{4}) \\ 3/N & (i+j = 2 + \frac{N}{2}, \frac{3N}{2} + 2, j \neq 1 + \frac{N}{4}, 1 + \frac{3N}{4}) \\ 0 & (i = 1 + \frac{N}{4}, j = 1 + \frac{3N}{4} ; i = 1 + \frac{3N}{4}, j = 1 + \frac{N}{4}) \\ 2/N & (\text{上記以外の } i, j) \end{cases} \quad (2.60b)$$

#### 2. 4. 2 出力合成モード

発振器出力は中心の第0節点に接続されている負荷  $g_L$  に供給される。式(2.52)および(2.55)より、 $2 \leq j \leq N$  に対しては第0節点における各モードの規格化電圧振幅  $p_{0j}$  が零となり出力は得られないので、出力合成可能なモードは第0および第1モードの2つのモードだけとなる。

第  $j$  モード ( $j=0$  または  $1$ ) の定常振幅を  $A_{js}$  とすると、式(2.57)より

$$A_{js}^2 = \frac{\alpha_j}{\theta_{jj}} \quad (2.61)$$

を得る。このモードでの発振器出力  $P(j) = (1/2)g_L p_{0j}^2 A_{js}^2$  は式(2.52)、(2.60)および(2.61)を用いると

$$P(j) = \frac{c_{\pm}^2}{2\theta N} (Ng_0 - c_{\pm}^2 g_L) g_L$$

で表わされるので、最大出力  $P_{\max}(j)$  およびそのときの負荷コンダクタンス  $g_{L, \text{opt}}(j)$  として

$$P_{\max}(j) = N \frac{g_0^2}{8\theta} \quad (2.62)$$

$$g_{L,opt}^{(j)} = \frac{1}{2c_+^2} Ng_0 = \frac{1-p_{0j}^2}{2p_{0j}^2} g_0 \quad (2.63)$$

を得る。上式の複号のうち第0モードでは上号、第1モードでは下号をとる。式(2.62)より、第0および第1モードのそれぞれに対して負荷コンダクタンスを式(2.63)を満足するように選ぶようにすれば、両モード共に完全出力合成が可能であることが分かる。完全出力合成時には両モードにおいて、各素子の端子電圧振幅 $V_k$ は式(2.52)、(2.60)および(2.61)を用いて

$$v_k^2 = A_{js}^2 p_{0j}^2 = \frac{g_0}{2\theta} \quad (k=1,2,\dots,N) \quad (2.64)$$

で与えられ、2.3.2節の場合と同じく、すべての $V_k$ は固有出力を発生するときの値に等しくなる。

#### 2.4.3 モードの安定性

いま、出力合成モードとして $j=1$ モードを選び、負荷コンダクタンスとしてそのための最適値 $g_{L,opt}(1)$ をとるものとする。第 $j$ モードが単一モードとして安定であるための必要十分条件は2.3.2節と同様にして、すべての $i$ ( $k \neq j$ )に対して

$$\frac{\alpha_j}{\theta_{jj}} > \frac{\alpha_i}{\theta_{ij}} \quad (2.65)$$

が成立つことである。式(2.60)を用いると、 $j=1$ のとき、 $i=0$ に対しては式(2.65)が成立するが、 $i \geq 2$ に対しては式(2.65)の両辺が等しくなるので、 $j=1$ モードの安定性は保証されない<sup>†</sup>。2.3節のはしご形発振器の場合には出力合成モードは安定であったのに対し、環状結合発振器の場合に安定が保証されないのは、前者では負荷が不要モードの利得パラメタ $\alpha_j$ をも低下させたのに対して、後者では $j \geq 2$ の不要モードに対しては負荷が $\alpha_j$ の低下をもたらさ

<sup>†</sup>このような中立安定の場合のより精密な安定判別は平均ポテンシャル<sup>(46)</sup>を用いた方法により行うことができるが、それによると $j=1$ モードは不安定となる。

ないことが主要な原因である。

一方、不要モードについては、まず、 $j=0$ モードの安定性は回路パラメタ値に依存し、 $|c_+| < |c_-|$  のとき式(2.65)を満足し安定となるが、 $|c_+| > |c_-|$  のときには不安定となる。 $j=1+N/2$ モードは安定となる。さらに、縮退モードについては特別の取扱いが必要である。縮退モードは必ず対になって生起する。第 $l$ および第 $\tilde{l} (=N+2-l)$ モードの縮退モードだけが生起している定常状態において、 $A_l^2 = A_{ls}^2$ 、 $A_{\tilde{l}}^2 = A_{\tilde{ls}}^2$ 、および $\Psi_l = \Psi_{ls}$ であるとすると、式(2.57)および(2.58)より

$$\alpha_l^{-\theta_{ll}} A_{ls}^2 - \theta_{\tilde{l}\tilde{l}} A_{\tilde{ls}}^2 - \frac{1}{2} \theta_{l\tilde{l}} A_{ls}^2 \cos 2\Psi_{ls} = 0 \quad (2.66a)$$

$$\alpha_{\tilde{l}}^{-\theta_{\tilde{l}\tilde{l}}} A_{\tilde{ls}}^2 - \theta_{ll} A_{ls}^2 - \frac{1}{2} \theta_{\tilde{l}l} A_{\tilde{ls}}^2 \cos 2\Psi_{ls} = 0 \quad (2.66b)$$

$$\sin 2\Psi_{ls} = 0 \quad (l \neq 1 + \frac{N}{4}, 1 + \frac{3N}{4}) \quad (2.66c)^\dagger$$

を得る。定常位相差 $\Psi_{ls}$ が安定であるためには $\left. \frac{\partial}{\partial \Psi_l} \left( \frac{d\Psi_l}{d\tau} \right) \right|_{\Psi_l = \Psi_{ls}} < 0$ でなければならないので、式(2.58)および(2.66c)より

$$\Psi_{ls} = \pm \frac{\pi}{2} \quad (2.67)$$

が導かれる。式(2.60)にも示されている縮退モードにおけるパラメタの対称性、すなわち $\alpha_l = \alpha_{\tilde{l}}$ 、 $\theta_{ll} = \theta_{\tilde{l}\tilde{l}}$ 、および $\theta_{l\tilde{l}} = \theta_{\tilde{l}l}$ の関係をを用いると、式(2.66a)、(2.66b)および(2.67)より

$$A_{ls}^2 = A_{\tilde{ls}}^2 = \frac{\alpha_l}{\theta_{ll} + (1/2)\theta_{l\tilde{l}}} \quad (2.68)$$

を得る。このときの各節点電圧は式(2.56)に式(2.55)、(2.67)および(2.68)を用いると

$$\begin{aligned} v_k &= p_{kl} A_{ls} \cos(\sqrt{\lambda_l} \tau + \Psi_l) + p_{k\tilde{l}} A_{\tilde{ls}} \cos(\sqrt{\lambda_{\tilde{l}}} \tau + \Psi_{\tilde{l}}) \\ &= A_{ls} \sqrt{\frac{2}{N}} \cos\left\{ \sqrt{\lambda_l} \tau \mp \frac{2\pi(l-1)}{N} k + \Psi_l \right\} \\ &\quad (k=1, 2, \dots, N) \quad (2.69) \end{aligned}$$

†  $l=1+N/4, 1+3N/4$  のときには  $\theta_{l\tilde{l}} = 0$  となるので $\Psi_{ls}$ は不定となる。このような縮退モードでは、奇数番目および偶数番目の節点がそれぞれ任意の位相で振動する定在波を生じる。

と表わされるので、縮退モードは左右に回転する波動を生ずることになる。縮退モードが安定であるための必要十分条件も

$$J_{ik} = \left[ \frac{\partial}{\partial A_k^2} \left( \frac{\partial A_i^2}{\partial \tau} \right) \right] A_{\ell}^2 = A_{\ell S}^2, A_{\tilde{\ell}}^2 = A_{\tilde{\ell}S}^2, A_{i(\neq \ell, \tilde{\ell})}^2 = 0$$

を要素とする行列の固有値の実数部がすべて負になることである。式(2.57)、(2.67)および(2.68)を用いると、このための条件は、すべての  $i (\neq \ell, \tilde{\ell})$  に対して

$$\frac{\alpha_{\ell}}{(\theta_{\ell\ell} + \theta_{\ell\tilde{\ell}}/2)/2} > \frac{\alpha_i}{\theta_{i\ell}} \quad (2.70)$$

が成立することに帰着する(附録5参照)が、式(2.60)を用いるとすべての縮退モードに対して上式が満足されることが示され、縮退モードはすべて安定であることが分かる。なお、この発振器系においては、上記以外の安定単一および多重モードは存在しない。

#### 2.4.4 不要モードの抑圧

前節の結果によれば、出力合成モードである第1モードの安定は保証されず、一方、不要モードである第0,  $(1+N/2)$ モードおよび  $j \geq 2$  の縮退モードはすべて安定あるいはその可能性がある。本節では不要モード抑圧抵抗を導入することによって出力合成モードを安定化させると共にすべての不要モードを抑圧することについて考える。

$j=0$ モードの抑圧のためには、図2.20のように、 $j=1$ モードで電圧振幅が零となる位置 ( $t = c_-(c_- - 1)$ ) に損失コンダクタンス  $g'_0$  を挿入することにする。この損失コンダクタンスによって、 $j=1$ モードは影響を受けないが、 $j=0$ モードは利得パラメタ  $\alpha_0$  が低下する。その低下量  $\Delta\alpha_0$  は式(2.31b)と同様にして求められ、式(2.52)および(2.53)より

$$\Delta\alpha_0 = g'_0 \{ p_{00} + (p_{k0} - p_{00})t \}^2 = g'_0 \left( \frac{c_- - c_+}{c_- - 1} \right)^2 \frac{1}{c_+ + N} \quad (2.71)$$

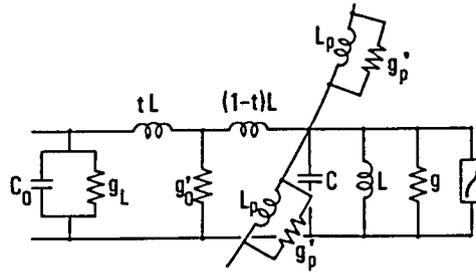


図2. 20 不要モード抑圧抵抗の導入

と表わされる。 $j = 0$ モードを抑圧するためには、式(2. 65)が $i = 1$ モードに対して不成立になれば十分である。式(2. 60)および(2. 71)を用いると、この十分条件として

$$g'_0 > \frac{N}{4} \left(3 - 2 \frac{c_+^2}{c_-^2}\right) \left(\frac{c_- - 1}{c_- - c_+}\right)^2 g_0 \quad (2.72)$$

を得る。

次に、 $j \geq 2$ の諸モードを抑圧するためには、図2. 17のすべての $L_p$ に並列に損失コンダクタンス $g'_p$ を挿入することにする(図2. 20)。 $g'_p$ によって、やはり第1モードは影響を受けないが、 $j \geq 2$ のモードは利得パラメタ $\alpha_j$ が

$$\Delta \alpha_j = g'_p \sum_{k=1}^N (p_{k+1, j} - p_{k, j})^2 = \begin{cases} 4g'_p \sin^2 \frac{2\pi(j-1)}{N} & (j \geq 2, j \neq 1 + \frac{N}{2}) \\ 4g'_p & (j = 1 + \frac{N}{2}) \end{cases} \quad (2.73)$$

だけ低下する。この利得パラメタの低下によって、 $j = 1$ モードに対して式(2. 65)が成立するようになり、出力合成モードは安定化されることが分かる。 $j = 1 + N/2$ モードを抑圧するためには、式(2. 65)を $i = 1$ に対して成立しないようにすれば十分であり、式(2. 60)および(2. 73)より、このための条件として

$$g'_p > \frac{5}{32} g_0 \quad (2.74)$$

を得る。縮退モードを抑圧するためには、式(2. 70)を $i = 1$ に対して不成立

にすればよいが、式 (2. 60) および (2. 73) を用いると、すべての縮退モードを抑圧する条件は

$$g_p' > \frac{3}{16} \operatorname{cosec}^2 \frac{2\pi}{N} g_0 \quad (2.75)$$

と表わされる。

以上により、式 (2. 72) および (2. 75) を満足する損失コンダクタンス  $g_0'$  および  $g_p'$  を発振器系に導入することによってすべての不要モードを抑圧することができることが示された。

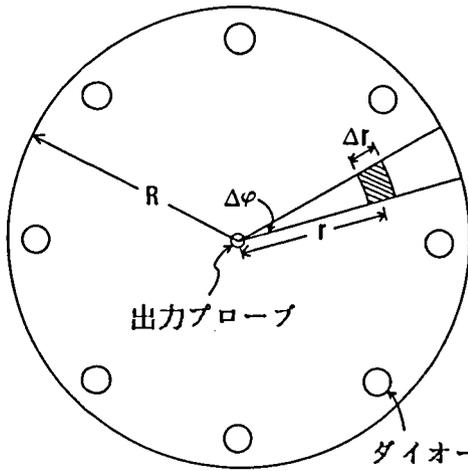
円筒空洞共振器においては、 $g_0'$  および  $g_p'$  の導入はマイクロ波吸収体をそれぞれ、 $TM_{020}$  モードの電圧の節の位置、および空洞底面に放射状に設けた細いスロット内に配置することによって実現することができる。

#### 2. 4. 5 円筒空洞形多素子発振器のモード解析との対応性

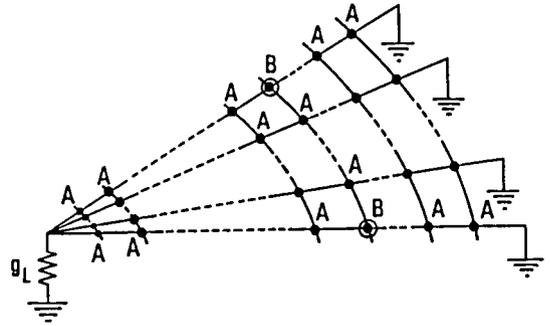
図 2. 21 (a) に示されるようなマイクロ波円筒空洞多素子発振器とこの 2. 4 節で解析を行った図 2. 17 の多素子発振器とにおけるそれぞれの固有モードの安定性の関係を明らかにし、この 2. 4 節のモード解析の有効性について考えておく。

図 2. 21 (a) のマイクロ波発振器に対する精度の高い集中定数形等価表現は、空洞の高さが低く高さ方向に電磁界が変化しないものとする、その半径を長さ  $\Delta r$  毎に  $N_r$  個に、また円周を角度  $\Delta \varphi$  毎に  $N_\varphi$  個に分割し、各微小領域の等価回路を求めることにより、図 (b) のように得られる。ただし、能動素子マウントは十分細いものとし、マウントが存在する微小領域を示す  $N$  個の格子点 B には図 (d)、また、これら以外の空洞部の微小領域を示す格子点 A には図 (c) の等価回路が配置されるものとする。ここで、図 (c) の  $C_s$ ,  $L_r$ ,  $L_\varphi$  はそれぞれ微小領域における容量および半径方向と円周方向のインダクタンスを表わしており、単位面積当りの容量を  $c_0$ 、単位断面積かつ単位長当りのインダクタンスを  $l_0$  とすると

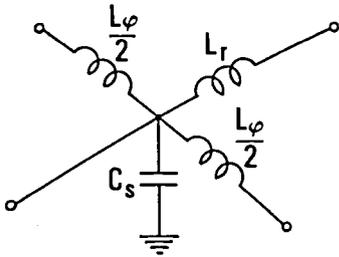
$$C_s = c_0 r \Delta \varphi \Delta r$$



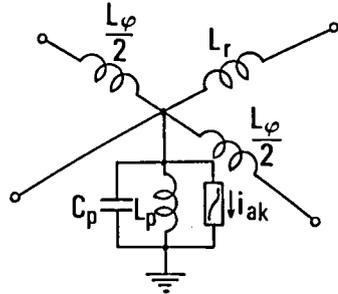
(a)



(b)



(c)



(d)

図2. 21 円筒空洞多素子発振器とその等価回路

$$L_r = \mu_0 \frac{\Delta r}{r \Delta \phi}$$

$$L_\phi = \mu_0 \frac{r \Delta \phi}{\Delta r}$$

(2.76)

で与えられる (附録6参照)。図 (d) では、 $C_p$  と  $L_p$  との並列接続により素子マウントのサセプタンスを表現している。さらに、図 (b) の中心の格子点には出力プローブの効果を表わす負荷コンダクタンス  $g_L$  が接続されている。

図2. 21 (b) の系は、円筒空洞における  $TM_{mno}$  ( $m=0, 1, \dots, [N_\phi$

$\lfloor N/2 \rfloor$ ;  $n = 1, 2, \dots, N_r$ ) モードを表現することができるが<sup>†</sup>、これらの各モードの安定性はコンダクタンスを有する格子点、すなわち能動素子および負荷コンダクタンスの存在する位置におけるモードの振幅分布(モードパターン)のみによって決定される(附録7参照)。図2. 17の系において存在するモードは式(2. 52)および(2. 55)に示されるように、 $TM_{mno}$  ( $m = 0, 1, \dots, \lfloor N/2 \rfloor$ ;  $n = 0, 1$ ) モードに対応するモードであるが、 $TM_{m10}$  ( $1 \leq m$ ) モードと  $TM_{mno}$  ( $1 \leq m$ ;  $2 \leq n$ ) モードのコンダクタンス位置でのモードパターンは互いに等しいので、図2. 17の系では  $TM_{010}$ ,  $TM_{020}$  および  $TM_{m10}$  ( $1 \leq m \leq \lfloor N/2 \rfloor$ ) の諸モードの間の競合関係を論ずることができることになる。実際の能動素子が能動性を示す周波数領域は有限であるので、この周波数領域内に存在するモードが図2. 17の系で論じ得る上述のモードで尽くされる場合には、図2. 17の集中定数形モデルにより図2. 21(a)の円筒空洞多素子発振器におけるモードの安定性を議論することが可能となる。

## 2. 5 むすび

単一共振空洞型マイクロ波多素子発振器の代表的なものである矩形導波管共振空洞および円筒共振空洞を用いた多素子発振器のそれぞれに対する基本集中定数回路モデルを考え、その出力合成動作に関してモード的側面からの理論的解明を行った。この集中定数系の各モードの振舞を記述する簡約方程式を導出し、これを用いて素子の固有出力の完全合成を可能にするモードを明らかにすると共に、各モードの安定性についても明らかにした。安定不要モードが存在する場合には、発振器の出力合成能力を損わずに不要モードを抑圧して、出力合成モードのみを安定モードとするための損失抵抗の導入方法を示し、その条件を与えた。さらに、分布定数形発振器においてもこれらの解析結果が有効であることを示した。

---

<sup>†</sup> 円筒空洞の高さが十分に低い場合には、 $TE_{mns}$  モードの固有周波数が十分高く無視できるので、 $TM_{mns}$  モードのみを考えればよい。

### 3. 1 まえがき

高出力の固体マイクロ波発振器を得るために研究・開発されてきた単一共振空洞形多素子発振器の中では、KurokawaおよびMagalhaesの考案した発振器とHarpおよびStoverによるものが代表的なものとされている。しかしながら、これらの発振器ではいずれも多モード問題の困難を解決するためかなり複雑なマウント構造になっている。

ところで、発振器の多素子化の最も単純な方法として、複数個の素子マウントを導波管内に伝送軸上に適当な間隔で配列することが考えられる。しかし、伝送軸上に設けた場合には、マウントのサセプタンスが大きいため、発振条件の成立がきわどく、回路調整が現実には不可能となるので、マウント位置を側壁にずらせることによりそのサセプタンスを小さくする必要がある。このようにすると、同一位相平面内に2個のマウントを配置できる利点もある。このような考えから構成した発振器が図3. 1に示すものである。最近、Y. - E. MaおよびC. Sunがこれと類似の構造のミリ波帯8素子ガンダイオード発振器を開発し、その実験結果を報告している<sup>(39)</sup>。2. 3節でモード解析を行った発振器系はこのような多素子構造の原形である。このモード解析では系の動作の大局的把握をすることができたが、電圧位相の正確な空間的変化を記述できず、ダイオード・マウント対の配置が一様でない場合の議論が極めて困難であるなどの限界があった。

本章では、モード解析に対する相補的手法としての交流定常解析によって、ダイオード・マウント対の配置に制約をもたないマイクロ波はしご形多素子発振器を理論的に取扱って完全出力合成を可能にする回路条件を明らかにし、その物理的解釈および出力合成動作の定量的理解を与える。3. 2節ではマイクロ波はしご形多素子発振器の構造について述べ、その等価回路から発振器の動作を記述する回路方程式を導出する。3. 3節では、この発振器がすべての能動素子の固有出力を完全合成する能力をもつことを理論的に明らかにし、そのための回路設計を求める。さらに、出力合成動作時のはしご形構造における前進波・後進波および電力の流れを示

して、発振器の設計および動作の物理的解釈をより明確にする。3. 4節では、実用的観点から、ダイオード・マウント対を等間隔に配置した構造をもつはしご形発振器の出力合成能力を論じる。3. 5節では、2. 3節よりも近似度が高く、すべてのモードの安定性を議論できる等価回路に基づいた理論解析によって希望モードだけが安定となるための条件式を与える。最後に、3. 6節では、素子数20までのガンダイオードを用いた実験により、理論的に得られた回路条件のもとでの出力合成動作および不要モード抑圧について調べた結果を述べ、理論結果と比較する。

### 3. 2 発振器の構造と基本方程式

マイクロ波はしご形多素子発振器は図3. 1に示すように、矩形導波管内に管軸に対称に管壁に寄せて配置したダイオード・マウントの対を縦列に配置した構造になっている。共振空洞は可動短絡板、結合窓（またはスタブ）、およびダイオード支持棒の配列により変形を受けた導波管側壁によって形成される。基本導波管（ $TE_{10}$ ）モードだけが伝搬可能であるとする、1個のダイオード・マウント対を構成する2個のマウントは同相で動作するので、 $k$ 番目のマウント対は図3. 2の等価回路で表現される。この図において、 $k$ 番目のマウント対の $i$ 番目（ $i = 1, 2$ ）のマウントが、負性コンダクタンス  $r_k^2 \hat{g}_{k,i}$  と誘導性サセプタンス  $b_{pk,i}$  との並列接続で表わされている。ここで、 $r_k$ （ $< 1$ ）はマウント位置が中心軸から

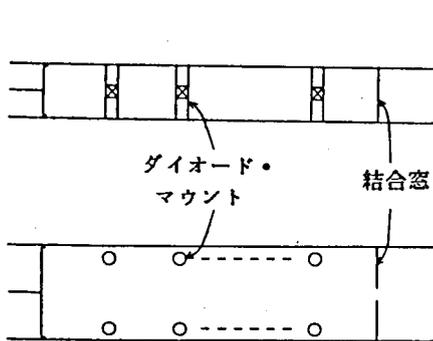


図3. 1 マイクロ波はしご形多素子発振器の構造

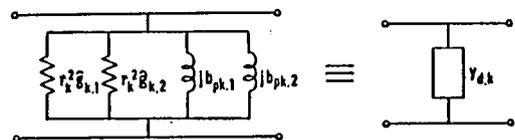


図3. 2 ダイオード・マウント対の等価回路表現

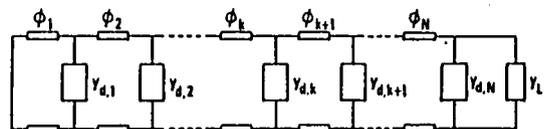


図3. 3 マイクロ波はしご形多素子発振器の等価回路

側壁方向に変位していることに基ずく減結合係数であり、マウント対を含む位相基準面における管軸上の電圧が  $v$  であるとき、ダイオード・マウントの端子電圧を  $r_k v$  としている。また、導波管の特性アドミタンス  $Y_0$  で規格化したアドミタンスを単にアドミタンスと略称している。N番目（最終段）のダイオード・マウント対から負荷側を見たアドミタンスを  $g_L + j b_L$  とすると、図3. 1の発振器構造の等価回路として図3. 3を得る。ただし、 $\phi_1$  は短絡板と1番目のマウント対間の、 $\phi_k$  は  $(k-1)$  番目と  $k$  番目のマウント対間の電氣的距離を表わす。なお、以下の解析では、 $k$  番目の節点における電圧を  $v_k$  とするとき、微分負性コンダクタンス  $\hat{g}_{k,i}$  の電圧依存性を

$$\hat{g}_{k,i}(v_k) = -g_{0k,i} + 4r_k^2 \theta_k v_k^2 \quad (3.1)$$

( $k=1, 2, \dots, N, i=1, 2$ )

と仮定しておく<sup>†</sup>。ここで  $g_{0k,i} > 0$ ,  $\theta_k > 0$  である。

定常状態における動作周波数を  $\omega_0$  とし、 $k$  番目の節点の電圧を  $v_k = V_k e^{j(\omega_0 t + \phi_k)}$

とおくと、図3. 3より基本波成分に対する次のN個の節点方程式を得る。

$$j b_{t,k} V_{k-1} e^{-j(\phi_k - \phi_{k-1})} + (g_k + g_L \delta_{kN} + j b_k) V_k + j b_{t,k+1} V_{k+1} e^{j(\phi_{k+1} - \phi_k)} = 0 \quad (k=1, 2, \dots, N) \quad (3.2)$$

ここで

$$g_k = -r_k^2 (g_{0k,1} + g_{0k,2}) + r_k^4 (\theta_{k,1} + \theta_{k,2}) V_k^2 \quad (1 \leq k \leq N) \quad (3.3)$$

<sup>†</sup> 負性コンダクタンス  $\hat{g}_{k,i}$  に直接印加される電圧を  $v$  としたときの電圧依存性を  $\hat{g}_{k,i} = -g_{0k,i} + 4\theta_k v^2$  として、 $v = r_k v_k$  を用いると式(3. 1)を得る。

<sup>††</sup> 負性コンダクタンス  $r_k^2 \hat{g}_{k,i}$  に流れる電流を  $i_k$  とすると、式(3. 1)より  $di_k/dv_k = r_k^2 \hat{g}_{k,i}(v_k)$  となるので  $i_k = \int_{v_k} r_k^2 \hat{g}_{k,i}(v_k) dv_k = -r_k^2 g_{0k,i} v_k + (4/3) r_k^2 \theta_k v_k^3$ 。  $v_k = \text{Re}[V_k \exp\{j(\omega_0 t + \phi_k)\}] = V_k \cos(\omega_0 t + \phi_k)$  とすると  $v_k^3 = V_k^3 \{ (3/4) \cdot \cos(\omega_0 t + \phi_k) + (1/4) \cos 3(\omega_0 t + \phi_k) \}$  であるので基本波成分をとることによって  $i_k = I_k \cos(\omega_0 t + \phi_k) = (-r_k^2 g_{0k,i} V_k + r_k^3 \theta_k V_k^3) \cos(\omega_0 t + \phi_k)$  したがって  $I_k/V_k = -r_k^2 g_{0k,i} + r_k^4 \theta_k V_k^2$  となり式(3. 3)を得る。

$$b_k = \begin{cases} -\cot \phi_k + b_{pk,1} + b_{pk,2} - \cot \phi_{k+1} & (1 \leq k \leq N-1) \\ -\cot \phi_k + b_{pN,1} + b_{pN,2} + b_L & (k=N) \end{cases} \quad (3.4)$$

$$b_{tk} = \begin{cases} \operatorname{cosec} \phi_k & (2 \leq k \leq N) \\ 0 & (k=1, N+1) \end{cases} \quad (3.5)$$

式 (3. 2) の実、虚部をそれぞれ零とおくと、 $2N$ 個の定常回路方程式が得られ

る。すなわち  $\varphi_{k,k-1} = \varphi_k - \varphi_{k-1}$  と略記して、

$$g_1 V_1 - b_{t2} V_2 \sin \varphi_{21} = 0$$

$$b_{11} V_1 + b_{t2} V_2 \cos \varphi_{21} = 0$$

$$b_{tk} V_{k-1} \sin \varphi_{k,k-1} + g_k V_k - b_{t,k+1} V_{k+1} \sin \varphi_{k+1,k} = 0$$

$$b_{tk} V_{k-1} \cos \varphi_{k,k-1} + b_k V_k + b_{t,k+1} V_{k+1} \cos \varphi_{k+1,k} = 0$$

( $k=2, 3, \dots, N-1$ )

$$b_{tN} V_{N-1} \sin \varphi_{N,N-1} + (g_N + g_L) V_N = 0$$

$$b_{tN} V_{N-1} \cos \varphi_{N,N-1} + b_N V_N = 0 \quad (3.6)$$

式 (3. 6) から以下の関係式が導かれる。まず、式 (3. 6) の第1、第3および第2、第4式から

$$\sum_{\ell=1}^{k-1} g_\ell V_\ell^2 = b_{tk} V_{k-1} V_k \sin \varphi_{k,k-1} \quad (3.7)$$

$$\sum_{\ell=1}^{k-1} (-1)^{k-\ell} b_\ell V_\ell^2 = b_{tk} V_{k-1} V_k \cos \varphi_{k,k-1} \quad (3.8)$$

( $k=2, 3, \dots, N$ )

また、式 (3. 6) の第5、第6式をそれぞれ式 (3. 7)、(3. 8) に用いて

$$\sum_{k=1}^N g_k V_k^2 + g_L V_N^2 = 0 \quad (3.9)$$

$$\sum_{k=1}^N (-1)^k b_k V_k^2 = 0 \quad (3.10)$$

さらに、式 (3. 7) および (3. 8) から

$$\left(\sum_{\ell=1}^{k-1} g_{\ell} V_{\ell}^2\right)^2 + \left(\sum_{\ell=1}^{k-1} (-1)^{k-\ell} b_{\ell} V_{\ell}^2\right)^2 = (b_{tk} V_{k-1} V_k)^2 \quad (3.11)$$

(k=2, 3, \dots, N)

式(3.7)は(k-1)番目までのダイオード・マウント対から発生した実効電力の和が結合線路 $\phi_k$ を流れることを示しており、同様に式(3.9)はすべてのダイオードから発生した電力の和が負荷で消費されることを表わしている。式(3.8)と(3.10)は無効電力に関する同様の関係を示している。能動素子および回路パラメタの値が与えられると、式(3.9)~(3.11)の(N+1)個の式から $V_k$  (k=1, 2, \dots, N) および $\omega_0$ の値が決定され、 $V_k$ の値を式(3.7)および(3.8)に代入することによって $\varphi_{k,k-1}$  (k=2, 3, \dots, N)が定まる。

### 3.3 完全出力合成動作

#### 3.3.1 出力合成能力

式(3.9)および(3.3)を用いると、系の出力 $P_0$ は

$$P_0 = \frac{1}{2} g_L Y_0 V_N^2 = \frac{1}{2} Y_0 \cdot \sum_{k=1}^N \{r_k^2 (g_{0k,1} + g_{0k,2}) - r_k^4 (\theta_{k,1} + \theta_{k,2}) V_k^2\} V_k^2$$

で表わされる。この式から、最大出力 $P_{0,max}$  および対応する $V_k^2$ 値が次のように得られる。

$$P_{0,max} = \frac{Y_0}{8} \sum_{k=1}^N \frac{(g_{0k,1} + g_{0k,2})^2}{\theta_{k,1} + \theta_{k,2}} \quad (3.12)$$

$$V_k^2 = \frac{g_{0k,1} + g_{0k,2}}{2r_k^2 (\theta_{k,1} + \theta_{k,2})} \quad (\equiv V_{k,opt}^2) \quad (k=1, 2, \dots, N) \quad (3.13)$$

また、このときの最適負荷コンダクタンスは式(3.13)を式(3.9)に用いることにより

$$g_{L,opt} = \frac{1}{2} r_N^2 (g_{0N,1} + g_{0N,2}) \cdot \sum_{k=1}^N \frac{\frac{(g_{0k,1} + g_{0k,2})^2}{\theta_{k,1} + \theta_{k,2}}}{\frac{(g_{0N,1} + g_{0N,2})^2}{\theta_{N,1} + \theta_{N,2}}} \quad (3.14)$$

のように求められる。

各素子の固有出力は、その能動コンダクタンスを  $-g_0 + \theta V^2$  とするとき、

$$P_{av, single} = \frac{Y_0}{8} \cdot \frac{g_0^2}{\theta}$$

で与えられるから、式(3.12)は、マウント対を構成する2個のダイオードの特性パラメタ値が等しいときにそれらの固有出力が完全に合成されること、および各ダイオード・マウント対の固有出力もまた完全合成されることを示している。また、各ダイオードの端子電圧振幅は  $r_k V_k$  で与えられるので、完全出力合成時には、この振幅値は  $r_k$  に無関係な一定値をとることに注意する必要がある。

### 3.3.2 完全出力合成のための回路条件

以下の議論では、簡単のため、すべてのダイオード・マウント対の特性が等しい場合を考えることにし、 $r_k = r$ ,  $g_{0k,1} + g_{0k,2} = g_0$ ,  $\theta_{k,1} + \theta_{k,2} = \theta$  および  $b_{pk,1} + b_{pk,2} = b_p$  ( $k = 1, 2, \dots, N$ ) とおく。このとき、式(3.14)は

$$g_{L,opt} = \frac{1}{2^N} r^2 g_0 \quad (3.14)'$$

となるが、この式は、最適負荷コンダクタンスがダイオード・マウント対の数に比例して大きくなることを示している。また、式(3.13)よりすべての  $V_{k,opt}$  値は等しく ( $V_{k,opt} = V_{opt}$ ) なるので、式(3.10)および(3.11)はそれぞれ

$$\sum_{k=1}^N (-1)^k b_k = 0 \quad (3.15)$$

$$\left\{ \sum_{\ell=1}^{k-1} (-1)^{k-\ell} b_\ell \right\}^2 + \left\{ \frac{k-1}{2} r^2 g_0 \right\}^2 = b_{tk}^2 \quad (3.16)$$

( $k=2, 3, \dots, N$ )

となる。式(3.15)および(3.16)のN個の式から  $\omega_0$ ,  $\phi_1$ ,  $\phi_2$ ,  $\dots$ ,  $\phi_N$ ,  $b_L$  のうち2個を与えて残りのN個のパラメタ値を決定することができる。

式(3.4)を用いると、まず式(3.15)から

$$\left. \begin{aligned} \cot \phi_1 + b_L &= 0 & (N : \text{偶数}) \\ -\cot \phi_1 + b_p + b_L &= 0 & (N : \text{奇数}) \end{aligned} \right\} \quad (3.17)$$

さらに、式 (3. 3)、(3. 5) および (3. 16) から

$$\begin{aligned}
 -\cot \phi_1 + b_p - \cot \phi_k \pm \sqrt{\operatorname{cosec}^2 \phi_k - \left(\frac{k-1}{2} r^2 g_0\right)^2} &= 0 \quad (k: \text{偶数}) \\
 -\cot \phi_1 + \cot \phi_k \pm \sqrt{\operatorname{cosec}^2 \phi_k - \left(\frac{k-1}{2} r^2 g_0\right)^2} &= 0 \quad (k: \text{奇数}, k \geq 3)
 \end{aligned}
 \tag{3.18}$$

が得られる。また、隣接するダイオード・マウント対間の電圧位相差は、式 (3. 3)、(3. 5)、(3. 7) および (3. 13) より

$$\psi_{k,k-1} = -\sin^{-1} \left( \frac{k-1}{2} r^2 g_0 \sin \phi_k \right) \tag{3.19}$$

(k=2, 3, \dots, N)

で与えられる。式 (3. 18) のもつ意味を調べるために、まず、根号内で第2項が第1項に比べて無視できる場合を考えてみる<sup>†</sup>。このとき式 (3. 18) は次のような簡単な関係式になる。

$$-\cot \phi_1 + b_p + \begin{pmatrix} \tan \frac{\phi_k}{2} \\ -\cot \frac{\phi_k}{2} \end{pmatrix} = 0 \quad (k: \text{偶数}) \tag{3.20}$$

$$\begin{pmatrix} \tan \frac{\phi_k}{2} \\ -\cot \frac{\phi_k}{2} \end{pmatrix} = -\cot \phi_1 \quad (k: \text{奇数}, k \geq 3)$$

なお、式 (3. 20) から

$$\cot \phi_k = \begin{cases} \cot \phi_2 & (k: \text{偶数}) \\ \cot 2\phi_1 & (k: \text{奇数}, k \geq 3) \end{cases}$$

が得られ、 $\cot \phi_k$  の値は1つおきに互いに等しくなっていることが分かる。式 (3. 17) および (3. 20) を組合せて、図3. 3の回路の各節点で満足されるべき関係として表現してみると、次のようになる。

$$N=1 \text{ のとき} \\
 -\cot \phi_1 + b_p + b_L = 0 \tag{3.21}$$

<sup>†</sup> 段間位相差は式 (3. 19) で与えられるので、これは  $\psi_{k,k-1} \doteq 0$  であること、したがって、進行波成分が定在波成分に比べて無視できる程度に小さいことを示している。

$N \geq 2$  のとき

$$\begin{aligned}
 & -\cot \phi_1 + b_p + \begin{pmatrix} \tan \frac{\phi_2}{2} \\ -\cot \frac{\phi_2}{2} \end{pmatrix} = 0 \\
 & \begin{pmatrix} \tan \frac{\phi_k}{2} \\ -\cot \frac{\phi_k}{2} \end{pmatrix} + b_p + \begin{pmatrix} \tan \frac{\phi_{k+1}}{2} \\ -\cot \frac{\phi_{k+1}}{2} \end{pmatrix} = 0 \\
 & \hspace{15em} (k=2, 3, \dots, N-1) \\
 & \begin{pmatrix} \tan \frac{\phi_k}{2} \\ -\cot \frac{\phi_k}{2} \end{pmatrix} + b_p + b_L = 0 \hspace{15em} (3.22)
 \end{aligned}$$

ここで、括弧内における上項、下項のとり方は任意である。これらの各式は各節点の位置でみたサセプタンスの総和が零であることを表わしており、したがって、サセプタンス項  $\tan(\phi_k/2)$  および  $-\cot(\phi_k/2)$  の存在は、マウント対間の線路部分の中央が電圧定在波のそれぞれ腹および節になっていることを示すと解釈される。これらの動作モードにおける発振器の基本設計を示したものが、図3.4～図3.6であり、 $\phi_2$  を与えたときに式(3.21)および(3.22)を用いて、 $\phi_1, \phi_3, \dots, \phi_N$ 、および  $b_L$  の値を決めるための図になっている。図3.4および図3.6で記号(+)および(-)はそれぞれ、図中の磁力線パターンが示すように、その動作モードでは線路 $\phi_2$ の midpoint がそれぞれ電圧の最大および最小になっていることを示す。また、図3.5において、例えば(+, -)の符号は、その動作モードでは線路 $\phi_k$ の midpoint が電圧最大、 $\phi_{k+1}$ の midpoint が電圧最小になっていることを示す。

### 3.3.3 実用的設計

本節では、発振器のダイオード・マウント対の数  $N$  が大きい場合にも適用でき、マウント対間の間隔が等間隔に近い実用的な発振器設計について論ずる。

式(3.18)を  $\phi_k$  について解くと

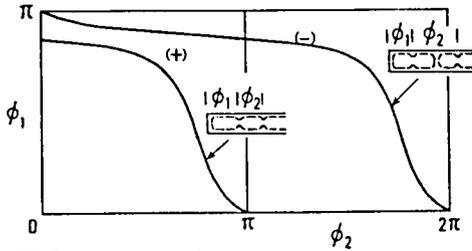


図3.4 出力合成基本設計における  $\phi_2$  ,  $\phi_1$  間の関係 ( $b_p = -2.12$ )

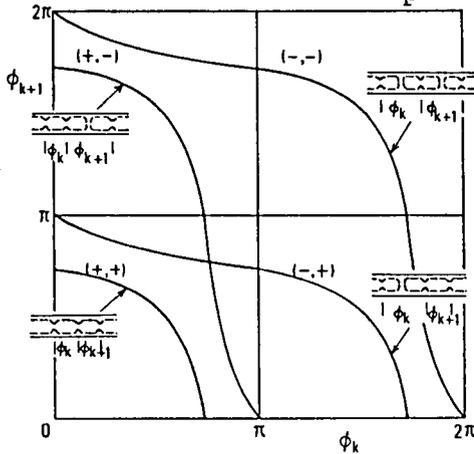
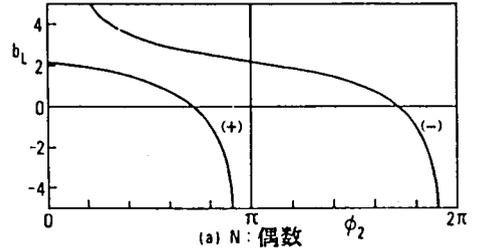
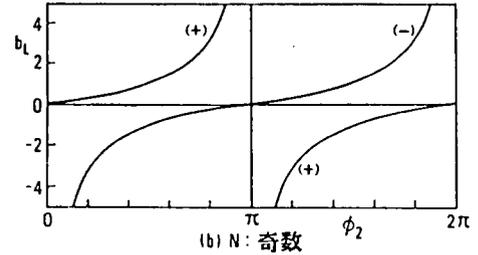


図3.5  $\phi_k$  ,  $\phi_{k+1}$  間の関係 ( $b_p = -2.12$ )



(a) N: 偶数



(b) N: 奇数

図3.6  $\phi_2$  ,  $b_L$  間の関係 ( $b_p = -2.12$ )

$$-\cot \phi_k = \begin{cases} \frac{1}{2(-\cot \phi_1 + b_p)} \{1 - (-\cot \phi_1 + b_p)^2 - (\frac{k-1}{2} r^2 g_0)^2\} & (k: \text{偶数}) \\ \frac{1}{2 \cot \phi_1} \{1 - (\cot \phi_1)^2 - (\frac{k-1}{2} r^2 g_0)^2\} & (k: \text{奇数}, k \geq 3) \end{cases} \quad (3.23)$$

を得る。 $\omega_0$  および  $\phi_1$  を与えて式 (3.17) および (3.23) から完全出力合成のための  $b_L$  および  $\phi_k$  ( $2 \leq k \leq N$ ) を求めることができる。実用的観点からは、ダイオード・マウント対を等間隔に配置した設計が完全出力合成能力を持てばそれに越したことはない。しかし、式 (3.23) は、 $r^2 g_0 \neq 0$  である限り、このようなことは起り得ないことを示している。したがって、完全出力合成能力をもつば等間隔配置となる設計を求めることになる。このためには、式 (2.23) より

$$\phi_1 = \cot^{-1} \left( \frac{b_p}{2} \right) \equiv \phi_1^{(0)} \quad (3.24)$$

とする必要がある。式(3.24)を式(3.17)に用いると、Nの偶数、奇数にかかわらず

$$b_L = -\frac{b_p}{2} \quad (3.25)$$

また、式(3.23)に用いることにより、kの偶数、奇数にかかわらず

$$-\cot \phi_k = \frac{1}{b_p} \left\{ 1 - \left( \frac{b_p}{2} \right)^2 - \left( \frac{k-1}{2} r^2 g_0 \right)^2 \right\} \quad (2 \leq k \leq N) \quad (3.26)$$

を得る。発振器は安定性の点からは基本モード動作が望ましいと考えられるので、式(3.24)および(3.26)では  $0 < \phi_k < \pi$  ( $1 \leq k \leq N$ ) を満足するように  $\phi_k$  を選ぶものとする。 $b_p = -1.5$  および  $r^2 g_0 = 0.16$ 、したがって  $\phi_1 = \phi_1^{(0)} = 0.705\pi$  としたときの式(3.26)および(3.19)から求めた  $\phi_k$  および  $\varphi_{k,k-1}$  の値を図3.7に示す。式(3.26)で  $r^2 g_0$

の項を無視したときの  $\phi_k$  を

$$\phi^{(0)} \equiv -2 \tan^{-1} \left( \frac{b_p}{2} \right) \quad (3.27)$$

と表わすと、図3.7より、 $\phi_k$  および  $\varphi_{k,k-1}$  の値はkが小さいときにはそれぞれ

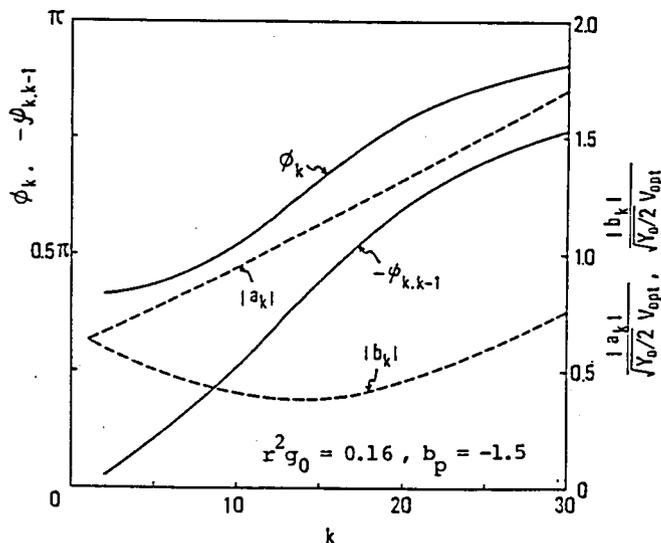


図3.7 完全出力合成設計および  
そのときの電圧位相差と電力の流れ

$\phi^{(0)} = 0.410\pi$  および  $0$  に近いが、 $k$  が大きくなると共に増大し  $\pi$  に近づくことが分かる。しかし、ダイオード・マウントを相当管壁に接近させて配置すると、 $r$  および  $b_p$  の値が十分小さくなるので、かなりの数のダイオード・マウント対をもつはしご形発振器に対しても、すべての  $\phi_k$  および  $\varphi_{k,k-1}$  をそれぞれ  $\phi^{(0)}$  および  $0$  に近くしておくことができる。

以上の設計の意味はスミス・チャートを用いるとよく理解できる。図3. 8に示すように、 $k$  番目のダイオード・マウント対の右および左から負荷方向を見たアドミタンスをそれぞれ  $y_k$  および  $y_k'$  とする。これらは

$$y_k = jb_{d,k+1} + jb_{t,k+1} \frac{v_{k+1}}{v_k} e^{j\varphi_{k+1,k}}$$

$$y_k' = y_k + \left(-\frac{1}{2}r^2g_0 + jb_p\right) \quad \text{ここで } b_{d,k} \equiv -\cot\phi_k$$

と表わされるので、式(3. 3) ~ (3. 5), (3. 7) (3. 8) および(3. 13)を用いると

$$\left. \begin{matrix} y_k \\ y_{k+1} \end{matrix} \right\} = \frac{k}{2} r^2 g_0 + (-1)^m \cdot j \cdot \begin{cases} -\cot\phi_1 & (k:\text{偶数}) \\ \cot\phi_1 - b_p & (k:\text{奇数}) \end{cases} \quad (3.28)$$

を得る。ここで、 $y_k$  に対しては  $m=0$  かつ  $1 \leq k \leq N$  であり、 $y_{k+1}'$  に対し

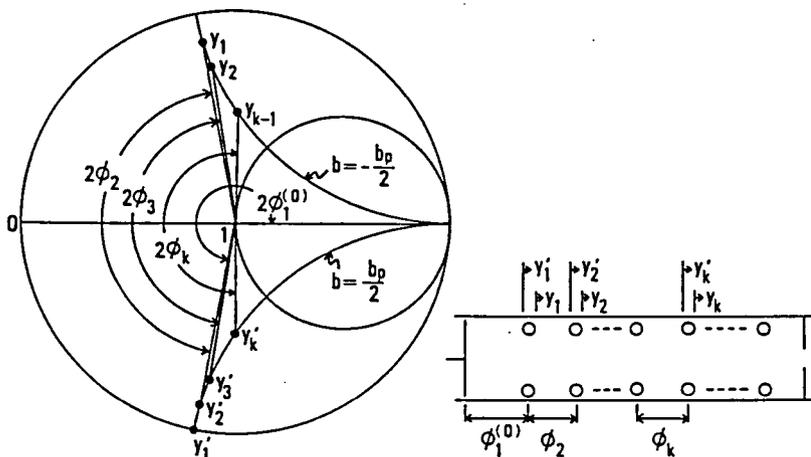


図3. 8 完全出力合成設計のスミスチャートによる表現

ては  $m=1$ かつ  $0 \leq k \leq N-1$  である。この式から、 $y_k$  のコンダクタンス分は  $k$  に比例し、一方、サセプタンス分は  $k$  が偶数か奇数かによって一定の値をとることが分かる。式 (3. 24) の条件があるときには、 $y_k$  および  $y_{k+1}$  のサセプタンス分はすべての  $k$  に対して一定値  $(-1)^m \cdot (-b_p / 2)$  をとる。図 3. 8 のスミス・チャートはこの場合の  $y_k$  ,  $y_k'$  , および  $\phi_k$  の値を示している。この図から、 $\phi_k$  が、 $k$  が小さいときには  $\phi^{(0)}$  に近く、 $k$  が大きくなると増大して  $\pi$  に近づくことが分かる。

### 3. 3. 4 電力の流れ

完全出力合成条件のもとでのマイクロ波はしご形発振器の内部における電力の流れを調べることにする。 $(k-1)$  番目と  $k$  番目のダイオード・マウント対間の線路  $\phi_k$  を負荷方向に、およびその逆方向に伝搬する波を考え、これらの波の線路  $\phi_k$  の中央における規格化振幅をそれぞれ  $a_k$  および  $b_k$  とする<sup>†</sup> と、次式が成立つ。

$$a_k e^{j\frac{\phi_k}{2}} + b_k e^{-j\frac{\phi_k}{2}} = \sqrt{\frac{Y_0}{2}} v_{opt} e^{j\varphi_{k-1}} \quad (k=2, 3, \dots, N) \quad (3.29a)$$

$$a_k e^{-j\frac{\phi_k}{2}} + b_k e^{j\frac{\phi_k}{2}} = \sqrt{\frac{Y_0}{2}} v_{opt} e^{j\varphi_k} \quad (k=1, 2, \dots, N) \quad (3.29b)$$

式 (3. 29) および線路  $\phi_1$  の左端が短絡されていることを用いると、

$$\left. \begin{array}{l} a_1 \\ b_1 \end{array} \right\} = \pm \sqrt{\frac{Y_0}{2}} v_{opt} \cdot \frac{j}{2} \cdot \operatorname{cosec} \phi_1 \cdot e^{j(\varphi_1 \mp \frac{\phi_1}{2})}$$

$$\left. \begin{array}{l} a_k \\ b_k \end{array} \right\} = \sqrt{\frac{Y_0}{2}} v_{opt} \cdot \operatorname{cosec} \phi_k \cdot \sin \frac{\phi_k \mp \phi_{K, K-1}}{2} \cdot e^{j\frac{\varphi_k \mp \varphi_{k-1}}{2}} \quad (k=2, 3, \dots, N) \quad (3.30)$$

を得る。また、この式に、式 (3. 19) および (3. 23) を用いて

<sup>†</sup>  $b_k$  はこれまでサセプタンスを表わすのに用いていたが、この節においては上記の意味で用いる。

$$\left. \begin{array}{l} |a_k|^2 \\ |b_k|^2 \end{array} \right\} = \frac{1}{8} Y_0 V_{\text{opt}}^2 \left[ \left( \frac{k-1}{2} r^2 g_0 \pm 1 \right)^2 + \left\{ \begin{array}{l} (-\cot \phi_1 + b_p)^2, (k:\text{偶数}) \\ \cot^2 \phi_1, (k:\text{奇数}) \end{array} \right. \right]$$

$$(k=1, 2, \dots, N) \quad (3.31)$$

式(3.30)および(3.31)における複号は、上号が $a_k$ 、また下号が $b_k$ に対応している。線路 $\phi_k$ を負荷の方向へ向う電力の流れ $P_k$ は式(3.31)に式(3.13)を用いて

$$P_k = |a_k|^2 - |b_k|^2 = (k-1) \cdot \frac{Y_0}{8} \cdot \frac{g_0^2}{\theta} \quad (k=1, 2, \dots, N) \quad (3.32)$$

と表わされるが、この式は、 $P_k$ が $(k-1)$ 番目までのダイオード・マウント対の固有出力の和に等しいことを示している。式(3.24)の条件のもとでは、式(3.31)は $k$ が偶数であるか奇数であるかに無関係な式になるが、このときの $|a_k|$ および $|b_k|$ の典型例が図3.7に示されている。

さらに、線路 $\phi_k$ の中央における反射係数 $\Gamma_k = b_k / a_k$ を式(3.30)から求めると、図3.9に示すように、 $k$ が増加するにつれて、 $|\Gamma_k|$ は1から減少し、最小値 $(\sqrt{1 + (b_p/2)^2} - 1) / (\sqrt{1 + (b_p/2)^2} + 1)$ をとった後再び増加して1に近づく。 $\Gamma_k (k \geq 2)$ は式(3.30)から実数で

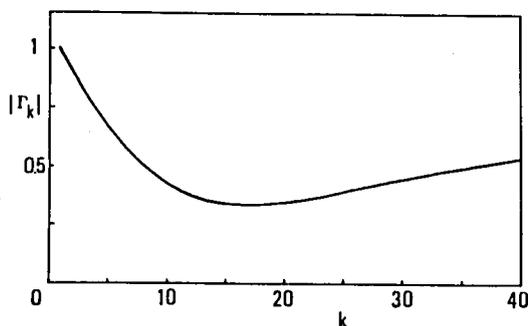


図3.9 空胴内における反射係数  
( $b_p = -1.5, r^2 g_0 = 0.16$ )

あることが明らかであるが、このことは図3. 8のスミス・チャートからも理解される。したがって、線路 $\phi_k$ における電圧定在波振幅はその中央で最大値 $\sqrt{2/Y} \cdot (|a_k| + |b_k|)$ をとり、図3. 7から分かるように、この最大値は $k$ と共に増加する。完全出力合成状態では各ダイオード・マウント対における電圧振幅は一定であるが、このことと電圧定在波振幅の $k$ に対する変化とを考え併せると、図3. 7に示されているように $\phi_k$ が $k$ の増加と共に大きくなり $\pi$ に近づくことが理解される。図3. 10にこの状況を示す。

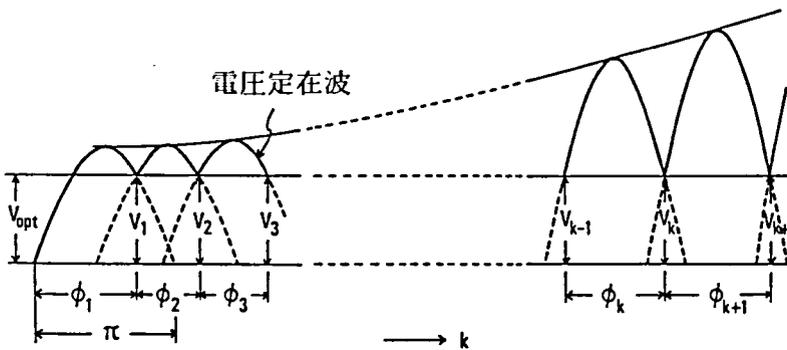


図3. 10 空洞内の定在波分布

### 3. 4 一律構造設計における電力合成能力

前節の解析では、マイクロ波はしご形発振器においてダイオード・マウント対を等間隔に配置すると完全出力合成がなされえないことが示された。しかし、実用的観点からは、このような一律構造設計の発振器がどの程度の出力合成能力をもつのかについては大いに興味があるところである。

一律構造設計では、 $b_k$ 、 $b_{tk}$ および $V_k^2$ の値が完全出力合成動作のときのそれぞれの最適値 $b_{k,opt}$ 、 $b_{tk,opt}$ および $V_{opt}^2$ の値からずれるが、このずれをそれぞれ $\Delta b_k$ 、 $\Delta b_{tk}$ および $\delta_k V_{opt}^2$ と表わしておく。動作周波数が完全出力合成設計の場合と同一で、かつ最大出力を得るように $\phi_1$ と $b_L$ とを調節することにし、 $b_{d1}$ および $b_L$ の最適値からのずれをそれぞれ $\Delta b_{d1}$ および $\Delta b_L$ とすると、

$$b_k = b_{k,\text{opt}} + \Delta b_k + \Delta b_{d1} \delta_{k1} + \Delta b_L \delta_{kN}$$

$$V_k^2 = (1 + \delta_k) V_{\text{opt}}^2 \quad (k=1, 2, \dots, N) \quad (3.33)$$

となる。式 (3. 33) を式 (3. 9) に代入すると

$$\sum_{k=1}^N \delta_k^2 + N \delta_N = 0 \quad (3.34)$$

を得る。また、式 (3. 33) を式 (3. 10) および (3. 11) に代入し、2 次の微小量を無視すると、

$$\sum_{k=1}^N (-1)^k b_{k,\text{opt}} \delta_k + (-1)^N \Delta b_L = \Delta b_{d1} - \sum_{k=1}^N (-1)^k \Delta b_k \quad (3.35)$$

および

$$\begin{aligned} & \left\{ \sum_{\ell=1}^{k-1} (-1)^{k-\ell} b_{\ell,\text{opt}} \right\} \left\{ \sum_{\ell=1}^{k-1} (-1)^{k-\ell} b_{\ell,\text{opt}} \delta_{\ell} \right\} - \frac{1}{2} b_{tk,\text{opt}}^2 (\delta_{k-1} + \delta_k) \\ &= - \left\{ \sum_{\ell=1}^{k-1} (-1)^{k-\ell} b_{\ell,\text{opt}} \right\} \cdot \left\{ (-1)^{k-1} \Delta b_{d1} + \sum_{\ell=1}^{k-1} (-1)^{k-\ell} \Delta b_{\ell} \right\} \\ & \quad + b_{tk,\text{opt}} \cdot \Delta b_{tk} \quad (k=2, 3, \dots, N) \quad (3.36) \end{aligned}$$

を得る。式 (3. 34) ~ (3. 36) から  $\delta_k$  および  $\Delta b_L$  をパラメタ  $\Delta b_{d1}$  を用いて表わすことができる。完全出力合成に対する出力低下の割合は  $d\delta_N / d\Delta b_{d1} = 0$  としたときの  $\delta_N$  によって与えられる。 $\phi_k = \phi^{(0)}$  とした一律構造設計の場合の  $\delta_N$  の計算例を図 3. 11 に示す。この図に見られるように、 $b_t (= \text{cosec } \phi^{(0)})$  が大きく  $r^2 g_0$  が小さいほど出力低下は少ない。ダイオード・マウントを導波管側壁に近づけることによって  $b_p$  したがって  $\phi^{(0)}$  も減少するのでこれらのことが実現できる。

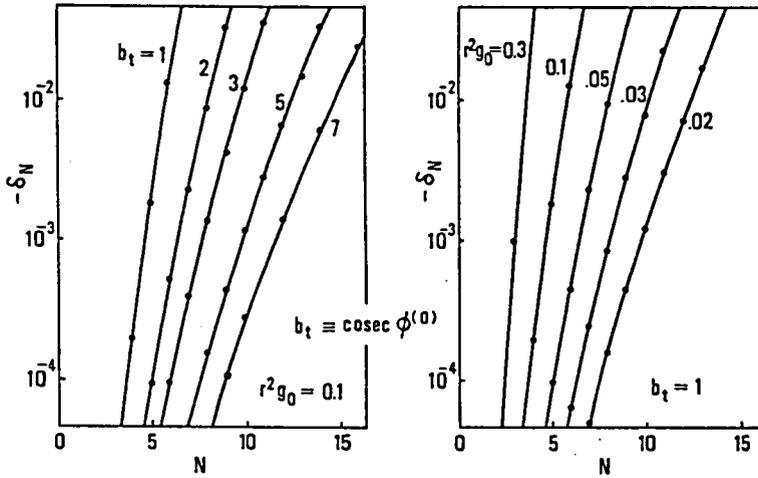


図3. 11 一律構造設計における出力合成効率

### 3. 5 出力合成モードの安定性

原理的には、マイクロ波はしご形発振器の共振空洞には無数の固有モードが存在する。したがって安定な完全出力合成動作を可能にするためには、希望の出力合成モードだけが安定でなければならない。本節では、各固有モードの安定性について論じる。

このような振動モードの安定性を議論するのに適切なマイクロ波はしご形発振器に対する精度の高いモデルとして次のような集中定数系を用いることにする。すなわち、図3. 12に示すように共振空洞の全長（窓の開口端補正を施したものを）を  $M$  個（ $M \gg N$ ）の区間（長さ  $\Delta x$ ）に分割し、導波管部分に対しては  $TE_{10}$  伝送モード用等価線路を用い、 $C = \epsilon_0 \Delta x$ 、 $L_t = \mu_0 \Delta x$ 、 $LC \omega_c^2 = 1$ （ $\omega_c$  は導波管の遮断角周波数）とする。また、ダイオード・マウント対を含む  $N$  個の区間に対しては、 $L_p$  および  $C_p$  の並列回路に式（3. 1）で表わされる  $\hat{g}_{k,i}$  の2倍を付加したものをを用いる。 $L_p$  および  $C_p$  の値は  $b_p Y_0 = \omega C_p - 1/(\omega L_p)$  およびこの式の両辺の  $\omega$  に関する微係数を等置した式から決定される。この等価表現で得られる系の固有モードの数は  $M$  個であるが、使用ダイオードの能動周波数域に応じて、いくつかの低次モードだけを考慮すれば十分である。

図3. 12の集中定数系は2. 3節で議論した系とは異なり、部分的に能動素子

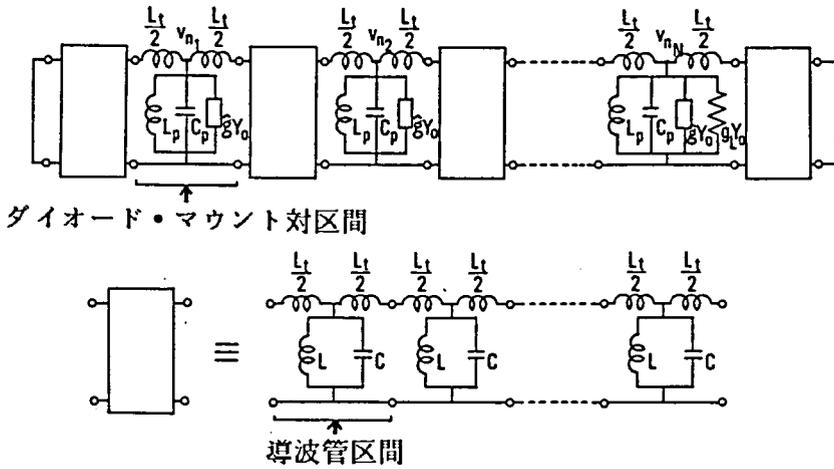


図3. 12 発振器空洞の等価回路表現

を装荷したはしご形発振器<sup>(63)</sup>になっている。図3. 12において、 $m$ 番目 ( $1 \leq m \leq M$ ) の節点電圧を  $v_m$  とし、ダイオード・マウント対区間が  $n_1, n_2, \dots, n_N$  番目の節点位置にあるものとする、系の回路方程式は次式で与えられる。

$$\frac{d^2 v_m}{d\tau^2} + \frac{1}{c_m} \left\{ \frac{1}{\ell_m} + (2 + \delta_{m,1} + \delta_{m,M}) \beta \right\} v_m - \frac{\beta}{c_m} \left\{ (1 + \delta_{m,1}) v_{m-1} + (1 + \delta_{m,M}) v_{m+1} \right\} = \frac{1}{\omega_c^2 C_p} \left\{ (r^2 g_0 - 4r^4 \theta v_m^2) \delta_{m,n} - g_L \delta_{m,n_N} \right\} \frac{dv_m}{d\tau}$$

( $m=1, 2, \dots, M$ ;  $n=n_1, n_2, \dots, n_N$ ) (3.37)

ここで

$$\begin{aligned} \tau &= \omega_c t, & \omega_c &= \frac{1}{\sqrt{LC}}, & \beta &= \frac{L}{L_t} \\ c_m &= \frac{C}{c_p}, & \ell_m &= \frac{L}{L} & (m=n_1, n_2, \dots, n_N) \\ c_m &= 1, & \ell_m &= 1 & (m \neq n_1, n_2, \dots, n_N) \end{aligned} \quad (3.38)$$

および

$$v_0 = v_{N+1} = 0 \quad (3.39)$$

である。

2. 3節と同様の手法を用いて、式(3.37)から系の固有モードおよびその安定条件を導くことにする。まず、式(3.37)の右辺を零とおいて非摂動系を

$$\frac{d^2 \mathbf{v}}{d\tau^2} + B\mathbf{v} = 0 \quad (3.40)$$

ここで

$$\mathbf{v} = [v_1, v_2, \dots, v_M]^t \quad (3.41)$$

によって表現すると、系の固有モードは行列 B の固有ベクトル

$$\mathbf{p}_j' = [p_{1j}', p_{2j}', \dots, p_{Mj}']^t \quad \mathbf{p}_i'^t \mathbf{p}_j' = \delta_{ij} \quad (j=1, 2, \dots, M) \quad (3.42)$$

で与えられる。また、これに対応する B の固有値を  $\lambda_j (= \omega_j^2)$  としておく<sup>†</sup>。

電圧ベクトル  $\mathbf{v}$  を固有ベクトルで

$$\mathbf{v} = \sum_{j=1}^M \mathbf{p}_j' x_j \quad (3.43)$$

のように展開し、モード変数  $x_j$  が

$$x_j = A_j \cos(\omega_j \tau + \psi_j) \quad (j=1, 2, \dots, M) \quad (3.44)$$

で表わされるものとする、式 (3.37) から簡約方程式として次式を得る<sup>(63)</sup>。

$$\frac{dA_j^2}{d\tau} = \frac{1}{\omega_j^2 C_p} (\alpha_j' - \theta_{jj}' A_j^2 - \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^M \theta_{ji}' A_i^2) A_j^2 \quad (j=1, 2, \dots, M) \quad (3.45)$$

ここで

$$\begin{aligned} \alpha_j' &= r^2 g_0 \sum_{m=n_1, n_2, \dots, n_N} p_{mj}'^2 - g_{L,j} p_{n_N, j}'^2 \\ \theta_{jj}' &= r^4 \theta \sum_{m=n_1, n_2, \dots, n_N} p_{mj}'^4 \\ \theta_{ji}' &= 2 r^4 \theta \sum_{m=n_1, n_2, \dots, n_N} p_{mj}'^2 p_{mi}'^2 \quad (i, j = 1, 2, \dots, M) \end{aligned} \quad (3.46)$$

であり、 $g_{L,j}$  は第  $j$  モードの周波数における負荷コンダクタンスである。式 (3.46) † B は対称行列ではないので、その固有値は数学的には一般に実数であるとは言えない。しかし、物理的考察によって、すべての固有値は実数であり、かつ対応する固有ベクトルの要素も実数であると言うことができる。

・ 46) の右辺にはダイオード・マウント対を含む単位区間における  $p'_{mj}$  のみが現われているので、 $p'_{mj}$  の代わりにダイオード・マウント対位置における各モードの電圧振幅分布を表わす  $p_{kj}$  ( $1 \leq k \leq N$ ) を用いることにし、

$$p_{kj} = \zeta_j p'_{n_{kj}} \quad (k=1, 2, \dots, N)$$

$$\sum_{k=1}^N p_{kj}^2 = 1 \quad (3.47)$$

とおくと、式 (3.46) の各パラメタは

$$\alpha_j = r^2 g_0 - g_{L,j} p_{N,j}^2 = \alpha'_j / \zeta_j^2$$

$$\theta_{jj} = r^4 \theta \sum_{k=1}^N p_{kj}^4 = \theta'_{jj} / \zeta_j^4$$

$$\theta_{ji} = 2 r^4 \theta \sum_{k=1}^N p_{kj}^2 p_{ki}^2 = \theta'_{ji} / (\zeta_j^2 \zeta_i^2) \quad (3.46)'$$

( $i, j=1, 2, \dots, M$ )

に変換される。

式 (3.45) は 2.3 節における式 (2.11) と同じ形式の微分方程式であるので、各固有モードの安定条件は 2.3 節と同様の手法を用いて求められ、結局、第  $j$  モードが単一モードとして安定であるための必要十分条件は、すべての  $i$  ( $i \neq j$ ) に対して

$$\frac{\alpha_j}{\theta_{jj}} > \frac{\alpha_i}{\theta_{ij}} \quad \text{かつ} \quad \alpha_j > 0 \quad (3.48)$$

が成立つことであり、また、第  $i$  モードと第  $j$  モードとが 2 重モードとして安定であるための必要条件は

$$\alpha_i > 0, \quad \alpha_j > 0$$

$$\frac{\alpha_i}{\theta_{ii}} < \frac{\alpha_j}{\theta_{ji}} \quad \text{および} \quad \frac{\alpha_j}{\theta_{jj}} < \frac{\alpha_i}{\theta_{ij}} \quad (3.49)$$

で与えられる。

マイクロ波はしご形発振器が安定な出力合成動作を行うためには、出力合成モードだけが安定で、他の不要単一モードおよび多重モードはすべて不安定でなければ

ならない。発振器が3.3.3節で示したような完全出力合成のための回路条件を満たしているときには、出力合成モードは第1モードであり、これに対しては

$$P_{k1}^2 = \frac{1}{N} \quad g_{L,1} = \frac{1}{2} N r^2 g_0$$

が成立つので、2.3.2節と同様にして、出力合成モードは式(3.48)を満足することが示される。すなわち、出力合成モードが安定であることは保証される。しかし、 $p_{kj}$  の解析的表現を求めることは一般に困難であるので、不要単一モードおよび多重モードの安定性を解析的に調べることは容易ではない。これらの安定性については、具体的なマイクロ波はしご形発振器の回路パラメタ値を用いて数値的に式(3.48)あるいは(3.49)が成立するかどうかを調べなければならない(3.6.4節参照)。もし、不要モードで単一モードとして安定なものがある場合でも、2.3.4節に述べたような不要モード抑圧抵抗を導入することによって、出力合成モードにはほとんど影響を与えることなしに、不要モードの利得パラメタ値を低下させ、不要モードに対する式(3.48)を不成立に導くことができる。多重モードで安定なものがある場合でも、多重モードは必ず出力合成モード以外の固有モードによって構成されるので<sup>(46)</sup>、上記の不要モード抑圧抵抗の導入によって同様に抑圧することができる。

## 3.6 実験

### 3.6.1 ダイオード・マウント対モジュールとその特性

実験に供用したXバンド・ダイオード・マウント対基本モジュールを図3.13に示すが、ダイオード支持棒の直径が3mm、支持棒中心と側壁との距離が2.5mmになっている。支持棒上部はチョーク構造になっており、これを通してバイアス電圧を供給するため、チョーク構造部の周囲は薄い絶縁シートで覆われている。また、ダイオードとしては日本電気製ガンダイオードGD511Aを用い、バイアス電圧10V、電流約200mAで使用した。ダイオード・マウント対の特性パラメタは次のようにして測定した。すなわち、被測定ダイオード・マウント対の前後に可動短絡板と3スタブチューナを配置して1マウント対(2素子)発振器を構成

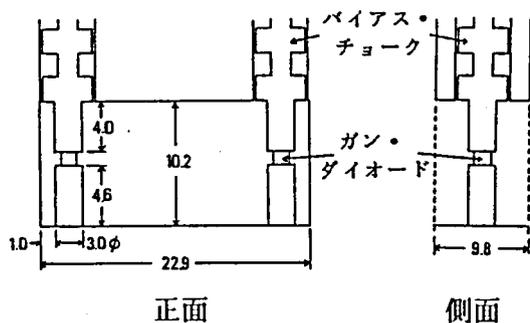


図3. 13 ダイオード・

マウント対モジュール

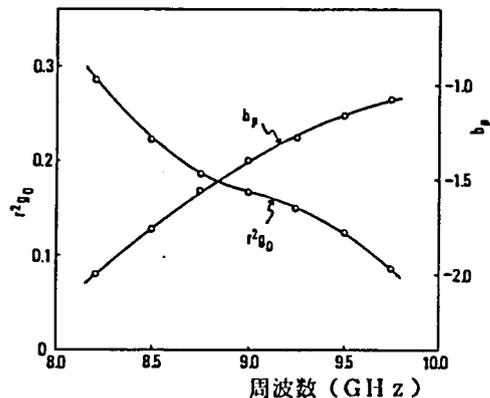


図3. 14 マウント対の特性

し、与えられた周波数で発振出力が最大になるように調節してそのときの負荷アドミタンスを測定した。 $r^2 g_0$  値は式(3.14)<sup>†</sup>より、この負荷コンダクタンス測定値の2倍として求め<sup>†</sup>、 $b_p$  値はサセプタンスに関する発振条件式に負荷サセプタンス測定値とダイオード・マウント対から短絡板を見たサセプタンス値とを代入して算出した<sup>††</sup>。このような測定によって得られた $r^2 g_0$ 、および $b_p$  の値の代表例を図3.14に示す。 $r^2 g_0$ 、および $|b_p|$  は周波数の増加に対して共に減少する傾向にある。

### 3.6.2 安定な出力合成動作のための回路条件

3.3.2節の解析によれば、マイクロ波はしご形発振器における完全出力合成のための回路条件では発振角周波数 $\omega_0$ を与えても回路パラメタ $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_N$ 、および $b_L$ のうち1個は任意に選ぶことができる。本節ではこのことに関する $r^2$ の値は、ダイオード・マウント対の各ダイオードを個別に通常の単一素子発振器( $r=1$ )の構成で同様に発振させたとき、および上記のように1マウント対発振器として動作させたときのそれぞれの負荷コンダクタンス測定値の比から求められるが、このようにして得られた8.3GHzにおける代表値は $r^2 = 0.016$ であった。

††このようにして得た $b_p$ の測定値と、ダイオード・マウント対にバイアス電圧を印加して非発振の状態で開放短絡法によって測定した $b_p$ 値との差は10パーセント以内であった。

る実験結果について述べる。

実験では、2マウント対(4素子)から4マウント対(8素子)まではしご形発振器において、出力合成モードとして発振器寸法が最小になる1ループモード(ダイオード・マウント対間に定在波の谷をもたないもの)すなわち第1モードを選んで行った。理論との比較を容易にするために、発振周波数を一定値8.30GHzとし、 $\phi_2$ としていくつかの値を与えた場合に、薄い導波管スペーサを用いて $\phi_k$ ( $k$ キ2)を、また3スタブチューナを用いて負荷アドミタンスを変化させることによって最大出力を得るように調節し、そのときの回路パラメタ値を測定した。このときの測定系を図3.15に示す。図3.16はこのようにして得られた $\phi_k$ および $b_L$ の測定値を、式(3.17)および(3.18)から計算された理論値と比較して示したものである。測定点には、A、B、Cなどの記号が付されているが、これらの点における最大出力 $P_{o,max}$ および負荷コンダクタンス $g_{L,opt}$ の測定値は、式(3.12)および(3.14)から計算されたそれらの理論値と共に表3.Iに掲げられている。ここでいう理論値は、3.6.1節で述べたようにして実験的に得られた使用マウント対の8.30GHzにおける $b_p$ 、 $r^2g_0$ および最大出力値を上記の関係式に用いて得られたものである。なお、この実験においては、図3.16(a)~(c)における測定点A~Gの外側の $\phi_2$ が0または $\pi$

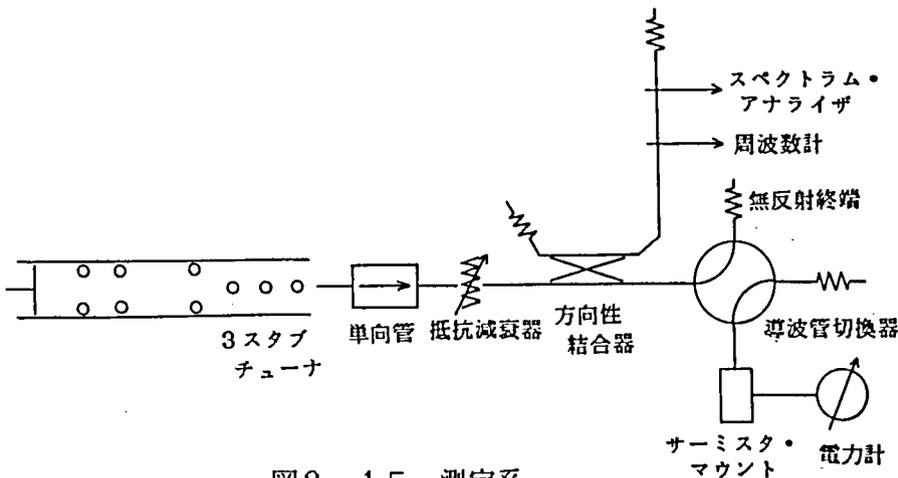
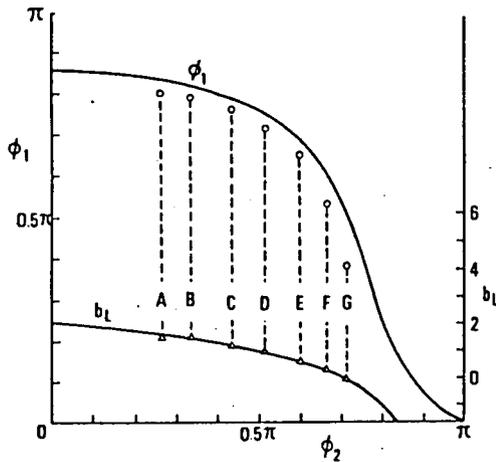
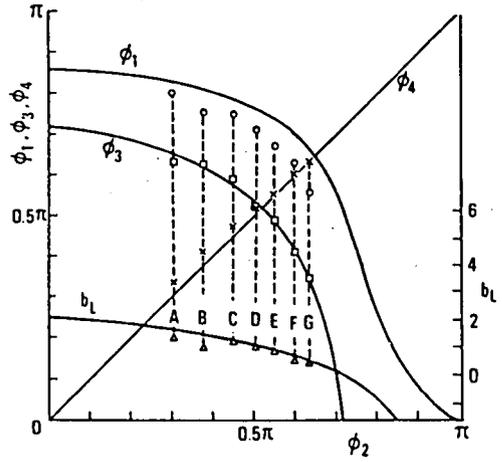


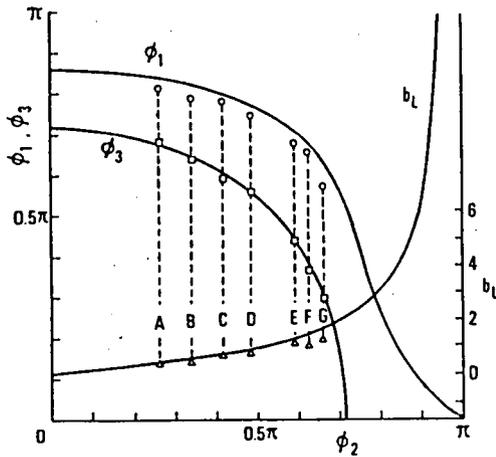
図3.15 測定系



(a) 2マウント対 (4素子)



(c) 4マウント対 (8素子)



(b) 3マウント対 (6素子)

表3. I 図3. 16の各測定点における  
最大出力および最適負荷の実験値

測定点	N=2		N=3		N=4	
	$P_{0,max}$	$g_{L,opt}$	$P_{0,max}$	$g_{L,opt}$	$P_{0,max}$	$g_{L,opt}$
A	155mW	0.22	227mW	0.37	280mW	0.44
B	155	0.22	226	0.36	279	0.52
C	159	0.21	228	0.37	283	0.46
D	156	0.25	229	0.36	284	0.43
E	156	0.23	230	0.31	277	0.39
F	158	0.23	230	0.42	285	0.47
G	156	0.19	227	0.25	277	0.49
理論値	159	0.24	235	0.35	297	0.43

図3. 16 出力合成のための  
回路パラメタ間の関係

に近い領域では発振器動作の安定性が良好であるとは言えなかった。図3. 16および表3. Iより、マイクロ波はしご形発振器は3. 3. 3節で述べたような等間隔に近いマウント配置のまわりで安定かつほぼ完全に近い出力合成が行われること、および実験結果と理論結果との一致が相当良好であることが分かる。

マイクロ波はしご形発振器のリーケ線図の1例を図3. 17に示す。この図で

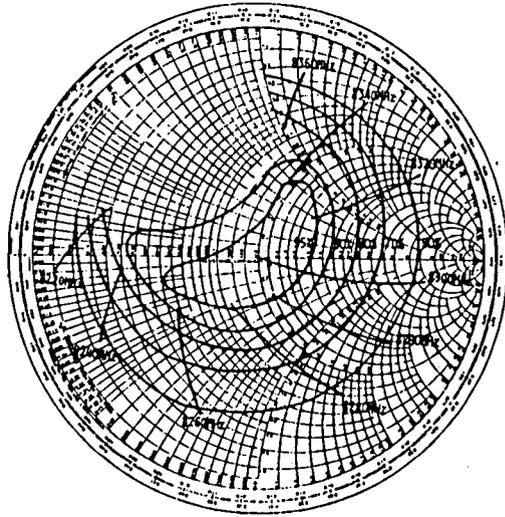


図3. 17 リーケ線図 (N=3)

は、負荷調整用3スタブチューナを含めてその左側の共振空洞部分(図3. 15参照)を発振器と見なし、その外部の負荷アドミタンスを別の3スタブチューナを用いて変化させたときの発振器出力と周波数の測定値を示している。図3. 17からも分かるが、マイクロ波はしご形発振器は負荷の変化にはそれほど敏感ではない。

### 3. 6. 3 実用的設計のはしご形発振器の特性

本節では3. 3. 3節で述べたような、ダイオード・マウント対がほぼ等間隔に配置され、しかも完全出力合成を満足する設計のマイクロ波はしご形発振器の動作についての実験結果について述べる。前節の実験結果によれば、このような設計のはしご形発振器は同じマウント対数をもつ他の設計の発振器よりも相対的に動作安定度が高いものと期待される。また、3. 4節で述べた一律構造設計の発振器についての実験結果も併せて述べておくことにする。

実験はマウント対の数が10(素子数20)までの発振器について行った。使用したダイオード・マウント対の8. 95 GHzにおける特性パラメタの測定値を表3. IIに掲げる。1個のダイオード・マウント対の出力合成効率、すなわち、ダイオード・マウント対を2素子発振器として動作させたときの最大出力の、このマウント対を構成する2個のダイオードを個別に単一素子発振器として動作させたときの最大出力の和に対する割合、の8. 95 GHzにおける代表値は96%であっ

表3. II ダイオード・マウント対の特性  
( $f = 8.95 \text{ GHz}$ )

マウント対	$r^2 g_0$	$b_p$	出力 (mW)
No.1	0.157	-1.44	80.5
No.2	0.170	-1.43	72.2
No.3	0.188	-1.44	76.3
No.4	0.177	-1.44	76.3
No.5	0.176	-1.50	70.6
No.6	0.147	-1.54	62.6
No.7	0.171	-1.55	65.0
No.8	0.168	-1.62	64.9
No.9	0.157	-1.61	61.5
No.10	0.126	-1.52	57.5

た。

Nマウント対発振器は表3. IIの最初のN個のダイオード・マウント対を用いて次のようにして構成した。まず、発振希望周波数におけるN個のダイオード・マウント対の  $r^2 g_0$  および  $b_p$  の平均値を算出し（それぞれ  $\overline{r^2 g_0}$  および  $\overline{b_p}$  とおく）、式(3.24)および(3.26)で  $r^2 g_0 = \overline{r^2 g_0}$  および  $b_p = \overline{b_p}$  とおいて、 $\phi_1$  および  $\phi_k$  ( $2 \leq k \leq N$ ) の設計値を求めた。負荷との結合窓としては誘導性窓を用いたが、その大きさと配置は、最適負荷アドミタンス  $g_{L,opt} = (1/2) N \overline{r^2 g_0}$  および  $b_{L,opt} = -\overline{b_p} / 2$  を与えるように定めた。すなわち、窓のサセプタンス  $b_w$ 、およびN番目のダイオード・マウント対からの電氣的距離  $\phi_{N+1}$  を

$$b_w^2 = \frac{1}{g_{L,opt}} \{ (1 - g_{L,opt})^2 + b_{L,opt} \} \quad (3.50)$$

$$\tan \phi_{N+1} = \frac{b_{L,opt} - b_w}{1 + b_{L,opt} b_w - g_{L,opt}} \quad (3.51)$$

を用いて算出し、窓の大きさ  $d_w$  は次式から求めた<sup>(64)</sup>。

$$b_w = -\frac{\lambda_g}{a} \cot^2 \frac{\pi d_w}{2a}. \quad (3.52)$$

ここで、 $a$  は矩形導波管の横幅である。さらに、この結合窓の後には、負荷アドミタンス微調用の3スタブチューナを配置した。

表3. III 出力合成設計における実験結果  
( $f = 8.95 \text{ GHz}$ )

マウント対数	素子数	出力 (mW)	出力合成効率 (%)
2	4	153	100.0
4	8	296	97.0
6	12	410	93.6
8	16	532	93.5
10	20	633	92.1

表3. IV 一律構造設計における実験結果  
( $f = 8.95 \text{ GHz}$ )

マウント対数	素子数	出力 (mW)	出力合成効率 (%)
6	12	408	93.0
8	16	506	89.1
10	20	604	87.9

このようにして構成したマイクロ波はしご形発振器を所定の周波数  $8.95 \text{ GHz}$  で出力が最大となるように、可動短絡板と3スタブチューナを用いて調節した。表3. IIIに、この結果得られたNマウント対発振器の最大出力と出力合成効率を示す。ここでの出力合成効率は、発振器を構成するN個のダイオード・マウント対の表3. IIに示す出力の和に対する、Nマウント対発振器の最大出力の割合として求められている。表3. IIIより、 $N \leq 10$ のすべての場合において、92%以上の出力合成効率を得られていることが分かる。最大出力状態での負荷アドミタンス  $g_L$  および  $b_L$  の測定をも行ったが、これらの測定値と式(3.14)および(3.25)を用いた計算値との差は表3. IIIのすべての場合において15%以内であった。

はしご形発振器の周波数は、可動短絡板を最大出力位置  $d_{1,opt}$  の近傍で動かすことによって変化させることができる(図3.19参照)、このようにして得られた機械的同調特性を図3.18に示す。同調範囲はNが大きくなるにつれて狭くなる傾向がある。

3.4節の一律構造設計の発振器についての実験では、ダイオード・マウント対

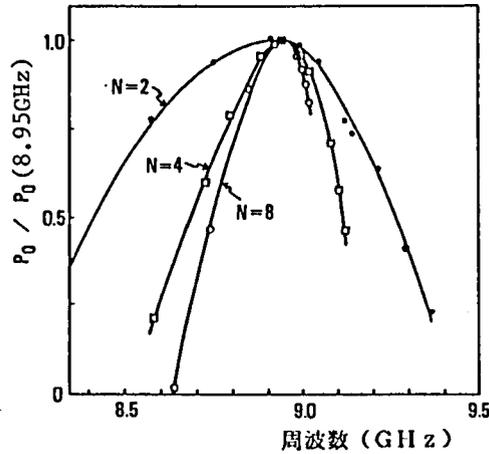
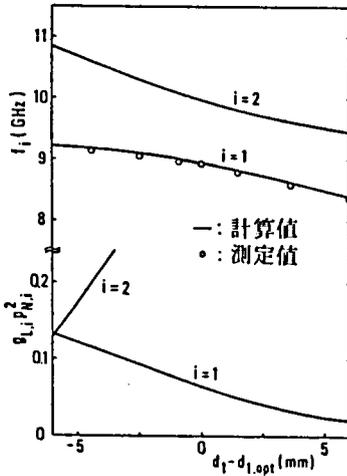


図3. 18 機械的同調特性

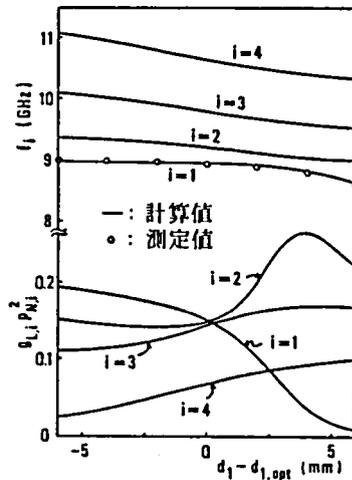
間の間隔  $\phi_k$  ( $2 \leq k \leq N$ ) として式 (3. 27) で  $b = \overline{b_p}$  として得られる  $\phi^{(0)}$  値を用いた。  $\phi_1$ ,  $g_L$  および  $b_L$  値は、最大出力を発生するように実験的に求めた。表3. IVは  $N \geq 6$  における測定結果である。  $N \leq 4$  のときには一律構造設計と完全出力合成設計との実際的な差はほとんどなかった。表3. IIIおよび表3. IVから分かるが、一律構造設計の発振器の出力合成効率、完全出力合成設計のものよりも、  $N=6, 8$  および  $10$  のときにそれぞれ  $0.6, 4.4$  および  $4.2\%$  低下したにすぎなかった。

### 3. 6. 4 動作モードと安定性の検討

前節の実験におけるマイクロ波はしご形発振器は完全出力合成設計の近傍のそれほど狭くない範囲内で出力合成モードのみが安定であった。この実験結果を3. 5節で述べたモードの安定性解析法を用いて検討する。図3. 19は  $N=2$  および  $6$  の発振器に対して、短絡板と第1マウント対との間の距離  $d_1$  をその最適値  $d_{1,opt}$  の前後で変化させたときの、式 (3. 44) および (3. 46) に現われる各固有モードの周波数  $f_j$  ( $= \omega_j / (2\pi)$ ) と  $g_{L,j} p_{Ni}^2$  の計算値を示したものである。同図には発振周波数の測定値をも併せてプロットしてあるが、測定値は第1モードの周波数  $f_1$  とよく一致している。図3. 19および図3. 14より、  $d_1 = d_{1,opt}$  の近傍では  $\alpha_j < 0$  ( $j \neq 1$ ) となり、  $j \neq 1$  に対して式 (3. 48) および (3. 49) は共に成立しない、すなわち、出力合成モード  $j=1$  以外



(a)  $N=2$



(b)  $N=6$

図3. 19 各モードの周波数  $f_i$  値および  $g_{L,i} p_{N,i}^2$  値

の不要単一モードおよび多重モードは存在しないことが分かる。この結果は実験結果とよく一致する。

図3. 19に示す  $d_1$  の範囲外でも発振周波数の測定を行ったが、 $d_1$  をより小さくしたときには発振モードは変化せず、一方、 $d_1$  をより大きくしたときには、 $N \geq 4$  の場合に、第2モードに対する半波長に等しい  $d_1$  値の近傍で第1モードと第2モードの2重モード発振に変化した。この2重モードの発生は次のように説明できる。マイクロ波はしご形発振器に対する非摂動系をもとにした計算によれば、上記の  $d_1$  値の近傍においては、 $p_{ij}$  が  $j=1$  モードでは  $p_{kj}$  ( $1 \leq k \leq N$ ) のうちで最大になり、一方、 $j=2$  モードではほぼ零となる。この結果、式(3.46)の  $\theta_{12}$  ( $=\theta_{21}$ ) は小さくなる。さらに図3. 14を用いて  $\alpha_1, \alpha_2 > 0$  および  $\alpha_l < 0$  ( $l \geq 3$ ) となることを示すことができ、これらの結果、式(3.49)が  $(i, j) = (1, 2)$  のモードに対して成立し、第1モードと第2モードの2重モードが安定となる<sup>†</sup>。

モードの安定性を議論する上記の方法は  $N$  が大きい場合には成功しなくなる。

<sup>†</sup> 式(3.49)は、第  $i$  モードと第  $j$  モードが2重モードとして安定になるための必要条件であるが、他のすべてのモードに対して  $\alpha_l < 0$  ( $l \neq i, j$ ) であるときには式(3.49)は十分条件にもなる。

3. 5節の理論解析は、発振器の非摂動系における固有モード周波数と電圧振幅分布を基にしたものであるが、 $N$ が大きくなると、コンダクタンス分を無視した非摂動系と実際の発振器との差が大きくなり近似が悪くなるからである。実験を行ったマイクロ波はしご形発振器では、 $N \geq 8$ のときにこの解析による結果と実験結果との差が無視し得ない程度のものである。

### 3. 6. 5 不要モード抑圧実験

マウント対数10までのマイクロ波はしご形発振器では完全出力合成設計の前後で安定な出力合成モード動作を示した。しかし、より多素子化したはしご形発振器では完全出力合成設計の近傍でも安定な不要モード発振を生じる可能性がある。2. 3. 3節ではこのような安定不要モードの抑圧方法を示したが、これを実証するために、2マウント対(4素子)発振器を用いた基礎的実験を行った。3. 6. 2節の実験結果からも示されたが、図3. 20のような2マウント対発振器におい

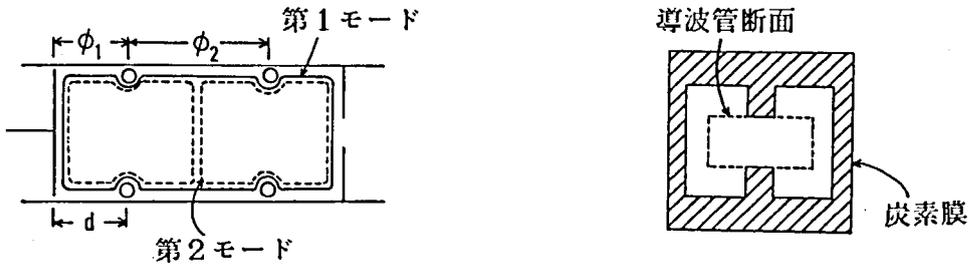
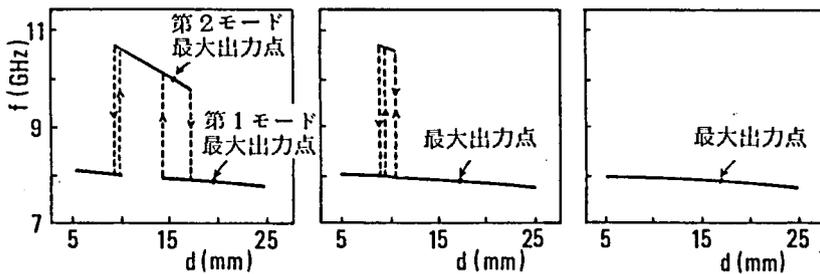


図3. 20 2つのモードの磁力線パターン 図3. 21 抑圧用抵抗膜の形状



(a) 抑圧抵抗挿入前 (b) 抵抗3枚挿入 (c) 抵抗4枚挿入

図3. 22 不要モード抑圧実験の結果

は式 (3. 24) および (3. 27) より

$$\cot \phi_1 = -\tan \frac{\phi_2}{2} = \frac{1}{2} b_p \quad (3.53)$$

が成立するとき、すなわちダイオード・マウントと磁界との結合が最も強くなるときに安定に生じ易く、また、同様に第2モードは式 (3. 22) より

$$\cot \phi_1 = \cot \frac{\phi_2}{2} = \frac{1}{2} b_p \quad (3.54)$$

が成立するとき、安定に生じ易い、そこで、式 (3. 53) が成立する状態から故意にずらせて先ず第2モードで発振する状態を実現し、これを初期状態とし、2. 3. 4節で述べたような抑圧抵抗の挿入によって第2モードが消滅し、第1モードの発振が生じるかどうかについて実験を行った。抑圧抵抗としては図3. 21の形状の炭素膜を用い、これを2個のダイオード・マウント対間の中央に挿入した。実験結果を図3. 22に示す。炭素膜の挿入枚数の増加と共に第2モードが次第に抑圧され、4枚の挿入で完全に第1モードだけの動作になることが分かる。この結果、2. 3. 4節で述べた不要モード抑圧方法の有効性が確認された。

### 3. 7 むすび

本章では、はしご形多素子構造をもつマイクロ波発振器が構成素子の固有出力を完全合成する能力をもつことを示し、そのための回路設計を理論的に求めた。また、発振器空洞内の電力波の流れを考察することによって出力合成の機構を明確にすることができた。実用的観点から興味のある、ダイオード・マウント対を等間隔に配置した構造の発振器では、回路パラメタの選択によっては高い出力合成効率をもち得ることをも示した。発振器動作の安定性に関しては、近似度の高いモデルを基にした理論解析により、出力合成モードだけが安定になるための条件を導いた。実験は、ガンダイオードを用いたマウント対数10（素子数20）までの発振器について行われたが、出力合成の能力および安定性に関してほぼ理論どおりの動作をすることが明らかにされた。

## 第4章 はしご形多素子発振器の注入同期

### 4.1 まえがき

発振器の注入同期は、van der Polの先駆的研究<sup>(65)</sup>以来、非線形振動論の分野でよく知られてきた現象<sup>(66)~(68)</sup>であるが、近年、インパットダイオードやガンダイオードなどの固体マイクロ波能動素子の出現により発振周波数安定化、増幅、および振幅制限作用などへの応用的価値が評価され、再び活発な研究が行れるようになった<sup>(53),(54),(69)~(76)</sup>。

本章では、はしご形多素子発振器の注入同期として、2.3節で取扱った集中定数形のはしご形発振器および第3章のマイクロ波はしご形発振器に外部信号を注入したときの発振器動作について論じる。はしご形発振器のような多モード発振器においては、外部注入信号によって発振モードを制御できる可能性がある。このような発振モード制御についてはこれまで2自由度系の場合の議論がなされている<sup>(75),(76)</sup>が、これ以上の自由度の系について一般的に取扱われた例はないようである。本章の前半では、はしご形多素子集中定数発振器系の注入同期における、注入信号による希望モードの安定性強化および不要モードから希望モードへのモードスイッチングの問題をモード解析理論と計算機シミュレーションとを用いて解明する。

一方、マイクロ波はしご形多素子発振器の注入同期に関しては、これまでにKurokawaがKurokawaおよびMagalhaesの発振器の集中定数系モデルに対するモード解析によって、同期範囲と注入電力比との関係が単一素子発振器の場合と同様であることを示し<sup>(37)</sup>、MaおよびSunが彼等の開発した発振器において素子数の増加と共に発振器の $Q_{ex}$ が低下する傾向のあることを実験的に見出している<sup>(39)</sup>が、定常応答の一面が明らかになっているにすぎないと考えられる。本章の後半では、マイクロ波はしご形発振器が出力合成モード動作を行っているときの注入同期定常応答および過渡応答を理論的実験的に取扱い、同期範囲やPSK入力波に対する応答と素子数など回路パラメタとの関係を明らかにする。

#### 4. 2 注入信号に対するはしご形多素子発振器のモードの応答<sup>(77)</sup>

##### 4. 2. 1 基本モード方程式

図4. 1のように、2. 3節で論じたはしご形多素子発振器において負荷が最終段（第N段）に接続され、同じ段に注入信号として電流源  $i_{in}$  が付加された系について考える。能動素子の電圧電流特性は同じく式（2. 2）で与えられるものとしておく。図4. 1に対する回路方程式は

$$L_t \frac{di_k}{dt} = v_k - v_{k+1}$$

$$i_{k-1} - i_k = C \frac{dv_k}{dt} + \frac{1}{E} \int v_k dt + (g + g_L \delta_{kN}) v_k + i_{ak} - i_{in} \delta_{kN}$$

(  $k = 1, 2, \dots, N$  )                      (4.1)

のように得られる。この式は式（2. 1 b）の右辺に  $-i_{in} \delta_{kN}$  を加えたものになっている。電流源を

$$i_{in} = I_{in} \cos \omega_{in} t \tag{4.2}$$

のように表わしておく。以下では、2. 3節と同様な方法を用いて式（4. 1）から系の固有モードの振舞を記述する方程式を導くことになるが、議論の便宜のために、必要な関係式は2. 3節で得られていても再掲しておくことにする。

まず、式（4. 1）に現われる回路パラメタを次のように変換しておく。

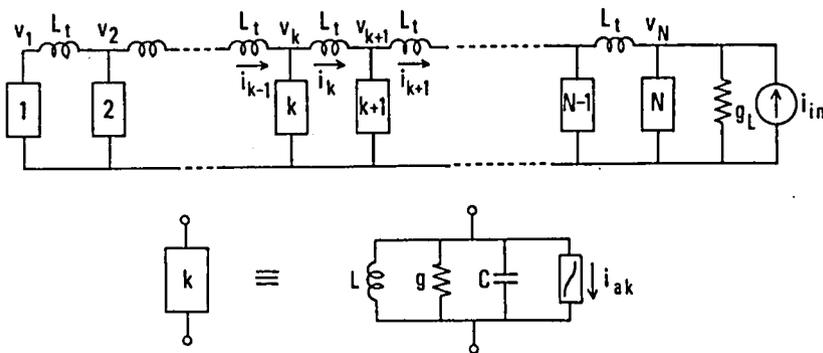


図4. 1 注入同期系

$$\begin{aligned} \tau &= \omega_0 t, & \omega_0 &= \frac{1}{\sqrt{LC}} \\ \beta &= \frac{L}{L_t}, & \mu &= \frac{1}{\omega_0 C} \\ g_0 &= g_1 - g \end{aligned} \quad (2.3b)_{\text{再}}$$

非摂動系の固有ベクトル  $\mathbf{p}_j = [p_{1j}, p_{2j}, \dots, p_{Nj}]^t$ ,  $\mathbf{p}_i^t \mathbf{p}_j = \delta_{ij}$  および固有値  $\lambda_j$  は次のように式 (2.6b) および (2.6c) で与えられる。

$$p_{kj} = \begin{cases} \sqrt{\frac{1}{N}}, & j=1 \\ \sqrt{\frac{2}{N}} \cos \frac{(2k-1)(j-1)}{2N} \pi, & j=2, 3, \dots, N \end{cases} \quad k=1, 2, \dots, N \quad (2.6b)_{\text{再}}$$

$$\lambda_j = 1 + 4\beta \sin^2 \frac{j-1}{2N} \pi, \quad j=1, 2, \dots, N \quad (2.6c)_{\text{再}}$$

電圧ベクトル  $\mathbf{v} = [v_1, v_2, \dots, v_N]^t$  を固有ベクトルを用いて  $\mathbf{v} = \sum_{j=1}^N \mathbf{p}_j x_j$  のように展開し、モード変数が  $x_j = A_j \cos(\sqrt{\lambda_j} \tau + \psi_j)$   $j=1, 2, \dots, N$  で表わされるものと仮定すると式 (4.1) から次式を得る。

$$\frac{d^2 x_j}{d\tau^2} + \lambda_j x_j = \mu \left( \alpha_j - \theta_{jj} A_j^2 - \sum_{\substack{i=1 \\ (i \neq j)}}^N \theta_{ji} A_i^2 \right) \frac{dx_j}{d\tau} - \mu p_{Nj} \Omega_{in} I_{in} \sin \Omega_{in} \tau \quad j=1, 2, \dots, N \quad (4.3)$$

ここで

$$\Omega_{in} = \frac{\omega_{in}}{\omega_0}$$

であり、利得パラメタ  $\alpha_j$ , 自己および相互飽和パラメタ  $\theta_{jj}$  および  $\theta_{ji}$  は式 (2.10a) および (2.10b) のように次式で与えられる。

$$\alpha_j = \begin{cases} g_0 - \frac{g_L}{N}, & j=1 \\ g_0 - \frac{2g_L}{N} \cos^2 \frac{j-1}{2N} \pi, & 2 \leq j \leq N \end{cases} \quad (2.10a)'$$

$$\left( \frac{\theta}{N}, \quad j=i=1, 1 + \frac{N}{2} \right)$$

$$\theta_{ij} = \begin{cases} \frac{3}{2} \frac{\theta}{N}, & j=i \pm 1, 1 + \frac{N}{2} \\ \frac{\theta}{N}, & j+i = N+2 \\ \frac{2\theta}{N}, & \text{上記以外の } i, j \end{cases} \quad (2.10b)_a$$

いま、注入信号の周波数  $\Omega_{in}$  が J 番目のモードの固有周波数  $\sqrt{\lambda_J}$  に十分近く、かつこれ以外のモードの周波数から十分に離れているものとする。このとき、第 J モードに対しては式 (4. 3) は

$$\frac{d^2 x_j}{d\tau^2} + \Omega_{in}^2 x_j = (\Omega_{in}^2 - \lambda_j) x_j + (\alpha_j - \theta_{jj} A_j^2 - \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^N \theta_{ji} A_i^2) \frac{dx_j}{d\tau} - \mu p_{Nj} \Omega_{in} I_{in} \sin \Omega_{in} \tau, \quad j=J \quad (4.4)$$

と書換えることができる。  $x_j = A_j \cos(\Omega_{in} \tau + \psi_j)$ ,  $j=J$  として式 (4. 4) に対し平均法を用いることにより次の簡約方程式を得る。

$$2 \frac{dA_j}{d\tau} = \mu (\alpha_j - \theta_{jj} A_j^2 - \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^N \theta_{ji} A_i^2) A_j + \mu p_{Nj} I_{in} \cos \psi_j$$

$$\frac{d\psi_j}{d\tau} = -\mu \frac{p_{Nj} I_{in}}{2A_j} \sin \psi_j - \delta_J, \quad j=J \quad (4.5)$$

ここで  $\delta_J$  は注入信号と第 J モードとの間の離調度で

$$\delta_J = \frac{\omega_{in} - \omega_J}{\omega_0} = \Omega_{in} - \sqrt{\lambda_J} \quad (4.6)$$

のように定義されている。  $j \neq J$  のモードに対する簡約方程式は式 (2. 11) で与えられるので、  $j=J$  モードに対する式 (4. 4) と併せ次のように表現することができる。

$$2 \frac{dA_j}{d\tau} = \mu (\alpha_j - \theta_{jj} A_j^2 - \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^N \theta_{ji} A_i^2) A_j + \mu p_{Nj} I_{in} \cos \psi_j \cdot \delta_{jJ} \quad (4.7a)$$

$$\frac{d\psi_j}{d\tau} = -(\delta_J + \mu \frac{p_{Nj} I_{in}}{2A_j} \sin \psi_j) \cdot \delta_{jJ} \quad (4.7b)$$

$$j = 1, 2, \dots, N$$

式 (4. 7) が図 4. 1 の系に対する基本モード方程式となる。

#### 4. 2. 2 単一モードの同期定常応答

はしご形多素子発振器において第Jモードだけが生起している場合 ( $A_i = 0$ ,  $i \neq J$ ) を考える。自励発振定常振幅は式 (2. 12) より

$$A_J^2 = \frac{\alpha_J}{\theta_{JJ}} = A_{J0}^2 \quad (4.8)$$

で与えられる。第Jモードの固有周波数に十分近い周波数の小信号  $i_{in}$  が注入されるとき、同期定常状態において  $A_J = A_{Js}$ ,  $\psi_J = \psi_{Js}$  であるとするとき式 (4. 7) より次式を得る。

$$\alpha_J \left( \frac{A_{Js}^2}{A_{J0}^2} - 1 \right) A_{Js} = p_{NJ} I_{in} \cos \psi_{Js} \quad (4.9a)$$

$$\frac{2}{\mu} \delta_J A_{Js} = -p_{NJ} I_{in} \sin \psi_{Js} \quad (4.9b)$$

式 (4. 9) からモード振幅および位相の定常値として

$$A_{Js} = A_{J0} + \frac{p_{NJ} I_{in}}{2\alpha_J} \cos \psi_{Js} \quad (4.10a)$$

$$\sin \psi_{Js} = -\frac{2}{\mu} \frac{A_{J0}}{p_{NJ} I_{in}} \delta_J \quad (4.10b)$$

を得る。同期定常状態が安定であるためには、2. 3. 2 節と同様に、式 (4. 7) から求められる

$$J_{ik} \equiv \left[ \frac{\partial}{\partial A_k} \left( \frac{dA_i}{d\tau} \right) \right] \quad (4.11)$$

$$A_J = A_{Js}, \quad A_i = 0 (i \neq J), \quad A_{N+1} (\equiv \psi_J) = \psi_{Js}$$

を要素とする行列の固有値の実数部がすべて負になればよい。このための条件は

$$\frac{A_{Js}^2}{A_{J0}^2} > \frac{1}{2} \quad (4.12a)$$

$$\alpha_J^2 \left( 3 \frac{A_{Js}^2}{A_{J0}^2} - 1 \right) \left( \frac{A_{Js}^2}{A_{J0}^2} - 1 \right) + \left( \frac{2}{\mu} \delta_J \right)^2 > 0 \quad (4.12b)$$

および、すべての  $k$  ( $k \neq J$ ) に対して

$$\frac{A_{Js}^2}{A_{J0}^2} > \frac{\alpha_k / \theta_{kJ}}{\alpha_J / \theta_{JJ}} \quad (4.12c)$$

が成立することであることが導かれる (附録8参照)。

第Jモードが自励発振時に安定モードである場合には、式(4.12c)の右辺は1よりも小さな値になるので、注入信号 $I_{in}$ が小さいとき、従って、 $\delta_J$ が小さいときには、式(4.12)は

$$\frac{A_{JS}^2}{2A_{J0}} > 1 + O(\delta_J^2) \quad (4.13)$$

に帰着する。式(4.13)および(4.9a)より同期安定条件は $O(\delta_J^2)$ を無視して

$$P_{NJ} \cos \psi_{JS} > 0 \quad (4.14)$$

と表わされるので同期限界では $\psi_{JS} = \pm \pi/2$ となる。第Jモードの同期範囲を $|\delta_J| \leq \delta_{J,max}$ とすると、式(4.10b)より

$$\delta_{J,max} = \left| \frac{\mu}{2} \cdot \frac{P_{NJ} I_{in}}{A_{J0}} \right| \quad (4.15)$$

を得る。注入信号の有能電力 $P_{in,a}$ は

$$P_{in,a} = \frac{I_{in}^2}{8g_L} \quad (4.16)$$

で与えられ、自励時の発振器出力は式(2.14)のように $P(N,J) = \frac{1}{2} g_L P_{NJ}^2 A_{J0}^2$ と表わすことができるので、これらの式を用いると、式(4.15)は

$$\delta_{J,max} = \mu \cdot g_L P_{NJ}^2 \sqrt{\frac{P_{in,a}}{P(N,J)}} \quad (4.17)$$

と書換えられる。負荷 $g_L$ として式(2.18a)が与える、出力合成モードの第1または $1 + N/2$ モードに対する最適値を用いることにすると、式(2.10b)、(2.22)、(4.8)より第Jモードの出力は

$$P(N,J) = \frac{Ng_0^2}{8\theta} \cdot \begin{cases} 1 & (J=1, 1 + \frac{N}{2}) \\ \frac{2}{3} \sin^2 \frac{J-1}{N} \pi & (J \neq 1, 1 + \frac{N}{2}) \end{cases} \quad (4.18)$$

で表わされる。この式と式(2.6b)とを式(4.17)に用いると

$$\delta_{J,max} = \begin{cases} \sqrt{2} \cdot \mu \cdot \sqrt{\frac{\theta}{N}} \cdot \sqrt{P_{in,a}} & (J=1, 1 + \frac{N}{2}) \\ \sqrt{3} \cot \frac{J-1}{2N} \pi \cdot \mu \sqrt{\frac{\theta}{N}} \cdot \sqrt{P_{in,a}} & (J \neq 1, 1 + \frac{N}{2}) \end{cases} \quad (4.19)$$

を得る。式(4.19)から分かるように、同期範囲  $\delta_{J,\max}$  は  $J=1$  および  $1+N/2$  の出力合成モード以外では、モード番号  $J$  が小さいときに広がるが、これは式(4.18)に見られるように、このようなモードでは出力  $P(N, J)$  が小さく注入電力比が大きくなるためである。また

$$Q_{\text{ex}} = \frac{\sqrt{\lambda_J}}{\delta_{J,\max}} \sqrt{\frac{P_{\text{in},a}}{P(N,J)}} \quad (4.20)$$

なる量を定義すると、 $J=1$  なる出力合成モードに対しては、式(4.18)、(4.19)、(2.3b) および (2.6c) を用いて

$$Q_{\text{ex}} = \frac{2}{\mu g_0} = \frac{2\omega_0 C}{g_0} \quad (4.21)$$

と表わされる。したがって、図4.1のはしご形発振器のモード解析によって求められる第1モードに対する  $Q_{\text{ex}}$  値は段数  $N$  に無関係で各单位発振器の  $Q_{\text{ex}}$  値に等しいことが分かる。

#### 4.2.3 注入同期によるモード制御

本節では、発振希望モードに近い周波数の外部小信号を注入することによってなされる発振希望モードの安定性強化および不要モードの抑圧について議論する。

発振希望モードを第  $J$  モードとするとき、モード間競合における第  $J$  モードの安定度は第  $J$  モードが存在するときの第  $k$  ( $k \neq J$ ) モードの実効利得  $\alpha_k' = \alpha_k - \theta_{kJ} A_{Js}^2$  ( $< 0$ ) の絶対値が大きいほど高いが、式(4.10a) および (4.14) より  $A_{Js}^2 > A_{J0}^2$  であるので、自励発振時より注入同期時の方が  $|\alpha_k'|$  値が大きく、第  $J$  モードは注入同期によりその安定性が強化される、とすることができる。さらに、自励状態で不安定なモードであっても、式(4.12c) および (4.9) により与えられる  $I_{\text{in}}$  値の信号を注入することによって、このモードを安定化することも可能となる。

次に、外部信号の注入によって、希望モード以外のすべての安定不要モードを抑圧することが可能かどうかについて調べる。安定不要モードの1つである第  $l$  モードが生起しているときに、第  $J$  モードの周波数に近い注入信号が印加されるものとする。注入信号が小さいときには系は、第  $l$  モードと小振幅の第  $J$  モードの2つの

モードが同時2重モードとして存在する定常状態になるものと考えられ、このときに  $A_l = A_{ls}$ ,  $A_J = A_{Js}$ ,  $\psi_J = \psi_{Js}$  とすると、式(4.7a)より

$$\alpha_l - \theta_{ll} A_{ls}^2 - \theta_{lJ} A_{Js}^2 = 0 \quad (4.22a)$$

$$(\alpha_J - \theta_{JJ} A_{Js}^2 - \theta_{Jl} A_{ls}^2) A_{Js} + p_{NJ} I_{in} \cos \psi_{Js} = 0 \quad (4.22b)$$

$$\frac{p_{NJ} I_{in}}{2A_{Js}} \sin \psi_{Js} + \frac{\delta J}{\mu} = 0 \quad (4.22c)$$

を得る。このうち式(4.22a)および(4.22b)は

$$(A_{Js}^2 - B_{J0}^{(l)}) A_{Js} = \frac{\theta_{ll}}{\theta_{Jl}} p_{NJ} I_{in} \cos \psi_{Js} \quad (4.23a)$$

$$(A_{ls}^2 - B_{l0}^{(J)}) A_{Js} = -\frac{\theta_{lJ}}{\theta_{Jl}} p_{NJ} I_{in} \cos \psi_{Js} \quad (4.23b)$$

と書換えられる。ここで

$$B_{i0}^{(j)} = \frac{\alpha_i \theta_{jj} - \alpha_j \theta_{ij}}{\theta_{ij}} \quad (4.24c)$$

$$\theta_{ij} = \theta_{ii} \theta_{jj} - \theta_{ij} \theta_{ji} \quad (i=J, j=l; i=l, j=J)$$

この2重モードの安定性を調べるために、式(4.7)から

$$f_{ik} \equiv \left[ \frac{\partial}{\partial A_k} \left( -\frac{dA_i}{d\tau} \right) \right]$$

$$A_J = A_{Js}, A_l = A_{ls}, A_i = 0 (i \neq s, l), A_{N+1} (\equiv \psi_J) = \psi_{Js}$$

を求めると

$$f_{ik} = \frac{\mu}{2} \times \begin{cases} \alpha_i - 3\theta_{ii} A_{is}^2 - \theta_{ij} A_{js}^2 & (i=k=J, j=l; i=k=l, j=J) \\ \alpha_i - \theta_{iJ} A_{Js}^2 - \theta_{il} A_{ls}^2 & (i=k \neq J, l, 1 \leq i \leq N) \\ -2\theta_{Jl} A_{Js} A_{ls} & (i=J, k=l; i=l, k=J) \\ -p_{NJ} I_{in} \sin \psi_{Js} & (i=J, k=N+1) \\ \frac{p_{Ns} I_{in}}{2A_{Js}} \sin \psi_{Js} & (i=N+1, k=J) \\ -\frac{p_{NJ} I_{in}}{A_{Js}} \cos \psi_{Js} & (i=k=N+1) \\ 0 & (\text{上記以外の } i, k) \end{cases} \quad (4.25)$$

となる。以下では簡単のため  $\delta_J = 0$ 、従って式 (4. 22 c) より  $\sin\psi_{Js} = 0$  の場合について考えることにする。このとき行列  $(g_{ik})$  の特性方程式は

$$\begin{vmatrix} g_{JJ} - s & g_{Jl} \\ g_{lJ} & g_{ll} - s \end{vmatrix} \prod_{\substack{k=1 \\ k \neq J, l}}^{N+1} (g_{kk} - s) = 0$$

となる。2重モードが安定であるための必要十分条件は上式の根の実数部がすべて負であるということから次式のように与えられる。

$$g_{JJ} + g_{ll} < 0 \quad (4.26a)$$

$$g_{JJ}g_{ll} - g_{Jl}g_{lJ} > 0 \quad (4.26b)$$

$$g_{N+1, N+1} < 0 \quad (4.26c)$$

$$g_{kk} < 0 \quad (k \neq J, l, 1 \leq k \leq N) \quad (4.26d)$$

式 (4. 26 c) および (4. 25) より

$$P_{NJ} \cos\psi_{J, s} > 0 \quad (4.27a)$$

を得る。また、式 (4. 25) および (4. 22) より明らかなように、式 (4. 26 a) は式 (4. 27 a) が成立てば必ず成立する。式 (4. 26 b) は式 (4. 25) および (4. 23) を用いると

$$\theta_{Jl} (A_{Js}^2 - \frac{1}{3} B_{J0}^{(l)}) > 0 \quad (4.27b)$$

と表わせる。さらに、式 (4. 26 d) は式 (4. 25) および (4. 22) を用いて

$$\left( \frac{\theta_{lJ}}{\theta_{ll}} - \frac{\theta_{kJ}}{\theta_{kl}} \right) A_{Js}^2 < \frac{\alpha_l}{\theta_{ll}} - \frac{\alpha_k}{\theta_{kl}} \quad (k \neq J, l, 1 \leq k \leq N) \quad (4.27c)$$

と書換えられる。一方、式 (4. 22) において  $A_{Js}^2 > 0$  であることから

$$A_{Js}^2 < \frac{\alpha_l}{\theta_{lJ}} \quad (4.27d)$$

を得る。式 (4. 27) が2重モードが安定に存在できるための条件となる。式 (4. 27 a) は  $\psi_{Js}$  を一意的に決定し、式 (4. 27 c) がこの2重モード以外

の他のモードが成長できないための条件を表わしている。したがって、注入信号によって第  $l$  モードを抑圧し第  $J$  モードのみを生起させるためには、これらの2重モードの共存を不可能にして不安定化させることになり、式(4.27b)あるいは(4.27d)を不成立にすればよい、とすることができる。

第1モードにおいて出力合成が可能となるように負荷コンダクタンスを  $g_L = (1/2)Ng_0$  とし、希望モードを第1モードすなわち  $J=1$  とする。2.3.2節の結果によればこのときの安定不要モードは、 $j=1+N/2$  および  $1+(2/3)N \leq j \leq N$  を満たす諸モードであるが、この中で最も抑圧しにくいものは利得パラメタが最大の第  $N$  モードである。したがって、 $J=1$  および  $l=N$  とし、式(4.27b)を不成立にするように外部信号を注入すれば、第1モードだけが安定に発振する。式(2.10)を用いると、この条件は

$$\begin{aligned} A_{js}^2 &> \frac{Ng_0}{180} (4 \cos^2 \frac{\pi}{2N} - 1) \quad (N=2) \\ A_{js}^2 &> \frac{Ng_0}{300} (8 \cos^2 \frac{\pi}{2N} - 3) \quad (N \geq 3) \end{aligned} \quad (4.28)$$

に帰着する。式(4.16)、(4.18)および(4.22)を用いて式(4.28)を第1モードの出力  $P(N, 1)$  に対する注入電力比で表現すると、 $\psi_{1s} = 0$  すなわち注入信号と第1モードの周波数が一致しているとき、次式ようになる。

$$\begin{aligned} \frac{P_{in,a}}{P(N,1)} &> \frac{1}{81} (4 \cos^2 \frac{\pi}{2N} - 1)^3 \quad (N=2) \\ \frac{P_{in,a}}{P(N,1)} &> \frac{1}{1215} (8 \cos^2 \frac{\pi}{2N} - 3)^3 \quad (N \geq 3) \end{aligned} \quad (4.29)$$

式(4.29)で与えられる、不要モード抑圧のための最小必要注入電力比を図4.2に示す。 $N \geq 3$ において、最小必要注入電力比は  $N$  と共に増加するが、0.103を越えることはない。

以上の簡約方程式を用いたモード制御の議論の妥当性を確認するために、回路方程式(4.1)に対してRunge-Kutta法を用いた計算機シミュレーションを行った。 $N=4$ のときの結果を図4.3に示す。図(a)は、初期状態として第4モードだけが定常振幅で存在していたとした場合に、式(4.29)から得られた最小必要注入電力比  $P_{in,a}/P(N, 1) = 0.0462$ の信号を注入したときの結果

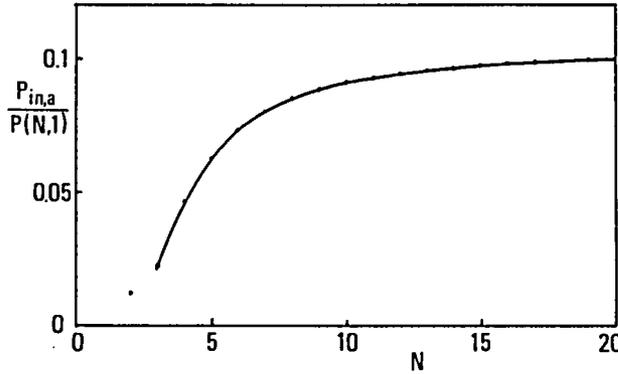


図4. 2 不要モード抑圧のための最小必要注入電力比

であるが、このときには第4モードから第1モードへのスイッチングはまだ行われてはいない。図(b)は、注入電力比がもう少し大きく  $P_{in,a} / P(N, 1) = 0.0528$  のときの結果であり、モードスイッチングが行われていることが分かる。したがって、計算機シミュレーションによって得られたモードスイッチングのための最小必要注入電力比は図(a)と図(b)とにおける  $P_{in,a} / P(N, 1)$  値の間の値となり、式(4.29)の結果との一致は良好であることが分かる。

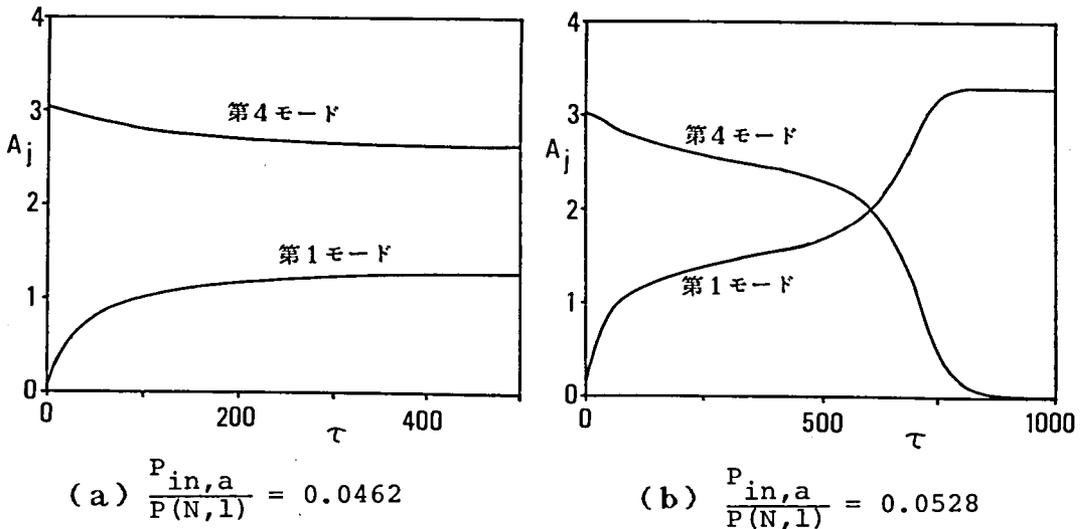


図4. 3 計算機シミュレーション結果

### 4.3 マイクロ波はしご形多素子発振器の注入同期<sup>(55)</sup>

本節では、第3章で取扱ったマイクロ波はしご形多素子発振器が出力合成モードで動作するときの注入同期定常応答および過渡応答について論じる。

#### 4.3.1 注入同期系の構成と基本方程式

マイクロ波はしご形多素子発振器を注入同期するときの系の構造を図4.4に示す。発振器と入力および負荷との結合はサーキュレータを介して行われるものとしている。3.2節と同様に、図4.4に対する等価回路表現として図4.5(a)を得る(附録9参照)。なお、本節の理論解析においては各ダイオード・マウント対の特性はすべて等しいものとしておく。注入信号は電流源  $i_i = I_i \exp(j(\omega_{in}t + \varphi_i))$  で表されている。図4.5(a)において端子A-A'、すなわちN番目のマウント対位置から負荷側を見た部分は同図(c)のように書換えられる。

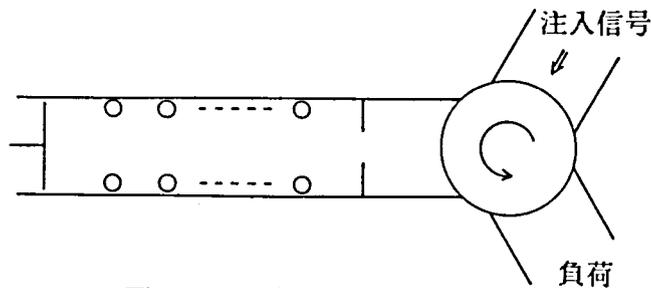


図4.4 注入同期系

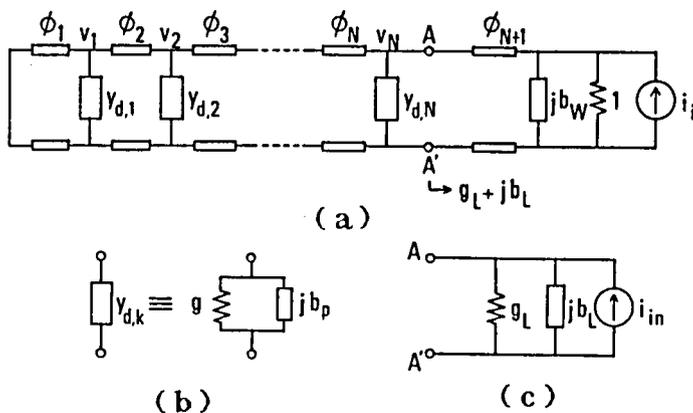


図4.5 等価回路

$$i_{in} = I_{in} \exp \{j(\omega_{in} t + \varphi_{in})\} \quad (4.30)$$

と表わすと、注入信号の有能電力 $P_{in,a}$ は

$$P_{in,a} = \frac{I_i^2}{8Y_0} = \frac{I_{in}^2}{8g_L Y_0} = \frac{Y_0 V_{in}^2}{8g_L} \quad (4.31)$$

で与えられる。ここで

$$V_{in} = I_{in}/Y_0 \quad (4.32)$$

としている。k番目のダイオード・マウント対を含む位相基準面における管軸上の電圧を $v_k$ として、負性コンダクタンス $g_k$ はその電圧振幅 $V_k$ の関数で式(3.3)と同様に

$$g_k(V_k) = -r^2 g_0 + r^4 \theta V_k^2 \quad (4.33)$$

で表わされるものとしておく。

発振器の自励発振角周波数 $\omega_0$ と $\omega_{in}$ とが十分に近く発振器が注入同期されているとき、k番目の節点電圧を $v_k = V_k \exp \{j(\omega_{in} t + \varphi_k)\}$ と表わすと、図4.5から次の回路方程式を得る。

$$j b_{tk} V_{k-1} e^{-j(\varphi_k - \varphi_{k-1})} + (g_k + g_L \delta_{kN} + j b_k) V_k + j b_{t,k+1} V_{k+1} e^{j(\varphi_{k+1} - \varphi_k)} = \delta_{k,N} V_{in} e^{-j(\varphi_N - \varphi_{in})} \quad (4.34)$$

$$(k=1, 2, \dots, N)$$

ここで、各回路パラメタは式(3.4)および(3.5)と同様に

$$b_k = \begin{cases} -\cot \phi_k + b_{pk} - \cot \phi_{k+1} & (1 \leq k \leq N-1) \\ -\cot \phi_N + b_{pN} + b_L & (k=N) \end{cases} \quad (4.35)$$

$$b_{tk} = \begin{cases} \operatorname{cosec} \phi_k & (2 \leq k \leq N) \\ 0 & (k=1, N+1) \end{cases} \quad (4.36)$$

と表わしている。各アドミタンスは一般に周波数依存性を持っており、 $V_k$ および $\varphi_k$ が時間的にゆっくり変化するときには、例えば、 $b_k$ は次式で与えられる<sup>(78)</sup>。

$$b_k v_k = \left[ b_k \Big|_{\omega=\omega_0} + \left( \delta + \frac{d\psi_k}{d\tau} - j \frac{1}{v_k} \frac{dv_k}{d\tau} \right) \tilde{b}_k \right] v_k \quad (4.37)$$

ここで、 $\tau = \omega_0 t$  とおいて

$$\delta = \frac{\omega_{in} - \omega_0}{\omega_0} \quad (4.38)$$

としている。また記号 $\sim$ は

$$\tilde{b}_k \equiv \omega_0 \frac{\partial b_k}{\partial \omega} \Big|_{\omega=\omega_0} \quad (4.39)$$

を表わしており、具体的には、 $v_p$  および  $v_g$  をそれぞれ導波管内における波の位相速度および群速度として  $\tilde{b}_{tk} = -(v_p/v_g) \phi_k \cot \phi_k \operatorname{cosec} \phi_k$  のように与えられる。式(4.37)を式(4.34)に用い実虚部を分離すると次式が得られる。

$$\begin{aligned} & \tilde{b}_{tk} \begin{pmatrix} \cos \psi_{k,k-1} & \sin \psi_{k,k-1} \\ -\sin \psi_{k,k-1} & \cos \psi_{k,k-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{v}_{k-1} \\ v_{k-1} \dot{\psi}_{k-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \tilde{b}_k & \tilde{g}_k + \tilde{g}_L \delta_{k,N} \\ -(\tilde{g}_k + \tilde{g}_L \delta_{k,N}) & \tilde{b}_k \end{pmatrix} \\ & \begin{pmatrix} \dot{v}_k \\ v_k \dot{\psi}_k \end{pmatrix} + \tilde{b}_{t,k+1} \begin{pmatrix} \cos \psi_{k+1,k} & -\sin \psi_{k+1,k} \\ \sin \psi_{k+1,k} & \cos \psi_{k+1,k} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{v}_{k+1} \\ v_{k+1} \dot{\psi}_{k+1} \end{pmatrix} \\ & + \begin{pmatrix} (b_{tk} + \delta \tilde{b}_{tk}) \sin \psi_{k,k-1} & g_k + g_L \delta_{kN} + \delta (\tilde{g}_k + \tilde{g}_L \delta_{kN}) \\ (b_{tk} + \delta \tilde{b}_{tk}) \cos \psi_{k,k-1} & b_k + \delta \tilde{b}_k \end{pmatrix} \\ & - (b_{t,k+1} + \delta \tilde{b}_{t,k+1}) \sin \psi_{k+1,k} \begin{pmatrix} v_{k-1} \\ v_k \\ v_{k+1} \end{pmatrix} = \delta_{k,N} v_{in} \begin{pmatrix} \cos(\psi_N - \psi_{in}) \\ -\sin(\psi_N - \psi_{in}) \end{pmatrix} \\ & (k=1, 2, \dots, N) \quad (4.40) \end{aligned}$$

ここで、 $\dot{\cdot} \equiv \frac{d}{dt}$  および  $\psi_{k,k-1} \equiv \psi_k - \psi_{k-1}$  としており、また例えば  $g_k|_{\omega=\omega_0} = g_k$  ,  $b_k|_{\omega=\omega_0} = b_k$  のように略記している。式(4.40)で表わされる2N個の微分方程式が系の注入同期動作を記述する基本方程式である。

はしご形発振器の自励発振定常状態は式(4.40)で  $V_{in} = \delta = 0$  および  $\dot{V}_k = \dot{\phi}_k = 0$  ( $k=1, 2, \dots, N$ ) とおいて得られる式、すなわち式(3.6)により表現される。この諸式から、完全出力合成時に成立する関係式が3.3節で導かれているが、本節の議論に用いるものを以下に便利な表現形式で整理しておく。完全出力合成時における各節点の電圧振幅  $V_k$  , 負荷コンダクタンス  $g_L$  および出力  $P_0$  は式(3.12)~(3.14)より

$$V_k^2 = \frac{g_0}{2r^2\theta} \quad (\equiv V_{opt}^2) \quad (4.41)$$

$$g_L = \frac{1}{2} N r^2 g_0 \quad (\equiv g_{L,opt}) \quad (4.42)$$

$$P_0 = N \frac{Y_0 g_0^2}{8\theta} \quad (\equiv P_{0,s0}) \quad (4.43)$$

と表わされ、さらに、隣接する節点間の電圧位相差  $\psi_{k,k-1,s0}$  および各サセプタンスに対して、式(3.7), (3.8)および(3.10)から次のような関係式を得る。

$$b_{tk} \sin \psi_{k,k-1,s0} = -\frac{k-1}{2} r^2 g_0 \quad (4.44)$$

$$b_{tk} \cos \psi_{k,k-1,s0} = -b_{k-1} + b_{k-2} - \dots + (-1)^{k-1} b_1 \quad (4.45)$$

( $k=2, 3, \dots, N$ )

$$\sum_{k=1}^N (-1)^k b_k = 0 \quad (4.46)$$

$$\left\{ \sum_{\ell=1}^{k-1} (-1)^\ell b_\ell \right\}^2 + \left( \frac{k-1}{2} r^2 g_0 \right)^2 = b_{tk}^2 \quad (k=2, 3, \dots, N) \quad (4.47)$$

式(4.46)および(4.47)のN個の式から  $\omega_0$  ,  $\phi_1$  ,  $\phi_2$  ,  $\dots$  ,  $\phi_N$  , および  $b_L$  のうち2個を与えて残りのパラメタを決定することができる。実用的な設計としては式(3.24)~(3.26)のように

$$-\cot \phi_1 = -\frac{b_p}{2} \quad (4.48)$$

$$-\cot \phi_k = \frac{1}{b_p} \left\{ 1 - \left(\frac{b_p}{2}\right)^2 - \left(\frac{k-1}{2} r^2 g_0\right)^2 \right\} \quad (k=2, 3, \dots, N) \quad (4.49)$$

および

$$b_L = -\frac{b_p}{2} \quad (4.50)$$

とするのが望ましい。はしご形発振器の完全出力合成のための回路パラメタ値は式(4.46)および(4.47)、あるいは式(4.48)～(4.50)および(4.42)から決定される。

#### 4.3.2 同期定常応答

本節では、マイクロ波はしご形多素子発振器の同期定常応答について考える。はしご形多素子発振器の中でも、1マウント対発振器の注入同期すなわち $N=1$ の場合についての理論解析は基本的には従来研究されてきた単一素子発振器の場合のもの<sup>(53),(54)</sup>と同じ取扱いになる。しかし、 $N=1$ のときの解析は $N \geq 2$ のときの解析の基礎となるので、必要な事項についてははじめに述べておくことにする。また、一般にマイクロ波固体素子発振器においては、能動素子サセプタンスの電圧依存性を無視できない場合が多いが、この効果については本節の最後に述べることにする。

以下では、自励発振時に最大出力を発生するように調節されたはしご形発振器を注入同期する場合を取扱う。このときの注入電力比 $P_{in,a} / P_{0,s0}$ は式(4.31)および(4.43)より

$$\frac{P_{in,a}}{P_{0,s0}} = \frac{1}{4g_L^2} \frac{V_{in}^2}{V_{opt}^2} = \frac{V_{in,n}^2}{4g_L^2} \quad (4.51)$$

と表わされる。ここで添字 $n$ は $V_{opt}$ で規格化された値を表わし、以後では $V_{in}$ 、 $V_k$ などに対してはこのように規格化したものを用いることにする。負性コンダクタンスは式(4.33)および(4.41)より

$$g_k(V_k) = -\frac{1}{2} r^2 g_0 (2 - V_k^2 / V_{opt}^2) = -\frac{1}{2} r^2 g_0 (2 - V_{k,n}^2) \quad (4.52)$$

と書換えられる。

1) 1マウント対発振器の同期定常応答

1マウント対発振器 ( $N=1$ ) の同期定常状態において  $V_{1,n} = V_{1s,n}$ ,  $\varphi_1 = \varphi_{1s}$  ( $\varphi_{in} = 0$  としておく) であるとする、式 (4.40) に  $b_1 \Big|_{\omega=\omega_0} = 0$  を用いて

$$\{g_1(V_{1s,n}) + g_L + \delta(\tilde{g}_1 + \tilde{g}_L)\} V_{1s,n} = V_{in,n} \cos \varphi_{1s} \quad (4.53a)^\dagger$$

$$\delta \tilde{b}_1 V_{1s,n} = -V_{in,n} \sin \varphi_{1s} \quad (4.53b)$$

を得る。式 (4.53) より  $\varphi_{1s}$  を消去し、式 (4.42) および (4.52) を用いると、共振曲線を表わす次式が得られる。

$$\{[g_L(V_{1s,n}^2 - 1) + \delta(\tilde{g}_1 + \tilde{g}_L)]^2 + (\delta \tilde{b}_1)^2\} V_{1s,n}^2 = V_{in,n}^2 \quad (4.54)$$

同期状態の安定性は、定常状態のまわりの変分を考え、 $V_{1,n} = V_{1s,n} + \Delta V_{1,n}$ ,  $\varphi_1 = \varphi_{1s} + \Delta \varphi_1$  として、 $\Delta V_{1,n}$  と  $\Delta \varphi_1$  の時間変化を調べればよい。式 (4.40) に式 (4.53) を用いると

$$\begin{aligned} & \{g_L(3V_{1s,n}^2 - 1) + \delta(\tilde{g}_1 + \tilde{g}_L) + \tilde{b}_1 \frac{d}{d\tau}\} \Delta V_{1,n} \\ & + \{-\delta \tilde{b}_1 + (\tilde{g}_1 + \tilde{g}_L) \frac{d}{d\tau}\} V_{1s,n} \Delta \varphi_1 = 0 \end{aligned} \quad (4.55a)$$

$$\begin{aligned} & \{\delta \tilde{b}_1 - (\tilde{g}_1 + \tilde{g}_L) \frac{d}{d\tau}\} \Delta V_{1,n} \\ & + \{g_L(V_{1s,n}^2 - 1) + \delta(\tilde{g}_1 + \tilde{g}_L) + \tilde{b}_1 \frac{d}{d\tau}\} V_{1s,n} \Delta \varphi_1 = 0 \end{aligned} \quad (4.55b)$$

†  $\tilde{g}_k$  を求めるにおいて、式 (4.52) の  $g_k(V_k)$  の表式の  $(1/2) r^2 g_0$  および  $V_{opt}^2$  の2つのパラメタが周波数依存性をもつものと考え、最大出力状態では

$$-\frac{\tilde{g}_k}{\frac{1}{2} r^2 g_0} = \omega_0 \left\{ \frac{1}{\frac{1}{2} r^2 g_0} \frac{\partial (\frac{1}{2} r^2 g_0)}{\partial \omega} \Big|_{\omega=\omega_0} + \frac{1}{V_{opt}^2} \frac{\partial V_{opt}^2}{\partial \omega} \Big|_{\omega=\omega_0} \right\}$$

を得る。一方、ダイオード・マウント対が発生し得る最大出力、すなわち1マウント対発振器の最大出力  $P_d$  は  $P_d = (Y_0/2)(r^2 g_0/2)V_{opt}^2$  と表わされるので、上式より  $\tilde{g}_k / (-r^2 g_0/2) = \tilde{P}_d / P_d$  が成立つ。したがって、素子出力が最大となる周波数の近くで自動発振させる場合など  $\tilde{P}_d / P_d$  が小さくなるときには  $\tilde{g}_k$  は無視できる。

を得るが、式(4.55)の特性方程式に対するRouth-Hurwitzの条件を用いると安定条件は

$$V_{1s,n}^2 > \frac{1}{2} \quad (4.56a)$$

$$\{g_L(3V_{1s,n}^2 - 1) + \delta(\tilde{g}_1 + \tilde{g}_L)\} \{g_L(V_{1s,n}^2 - 1) + \delta(\tilde{g}_1 + \tilde{g}_L)\} + \delta^2 \tilde{b}_1^2 > 0 \quad (4.56b)$$

で与えられる。図4.6に式(4.54)で与えられる共振曲線と式(4.56)で与えられる安定範囲を示す。図4.6からも明らかのように、注入信号 $V_{in,n}$ が小さいときの安定範囲は式(4.56b)が与えるが、この安定限界を表わす式(4.56b)の左辺を0とおいた式は、式(4.54)の共振曲線の接線の傾き $dV_{1s,n}^2/d\delta$ が無限大の軌跡を表わす式に一致する。このことは、共振曲線上で $V_{in,n}$ を一定に保って離調度を大きくしていくと、 $dV_{1s,n}^2/d\delta = \infty$ の点が $\delta$ の最大値を与える点となり、これ以上 $\delta$ が大きくなり得ない同期限界を与えるということを示している。したがって、一般のはしご形発振器においても、注入信号が小さいときには共振曲線の傾きが無限大となるところが同期限界を与えるものと考えられる。

注入信号 $V_{in,n}$ が小さいとき、式(4.56b)が与える同期限界は次式のように近似される。

$$V_{1s,n}^2 = 1 - \frac{\tilde{g}_1 + \tilde{g}_L}{g_L} \delta + 0(\delta^2) \quad (4.57)$$

式(4.57)、(4.53a)および(4.52)から、同期限界においては、 $0(\delta^2)$ を無視して

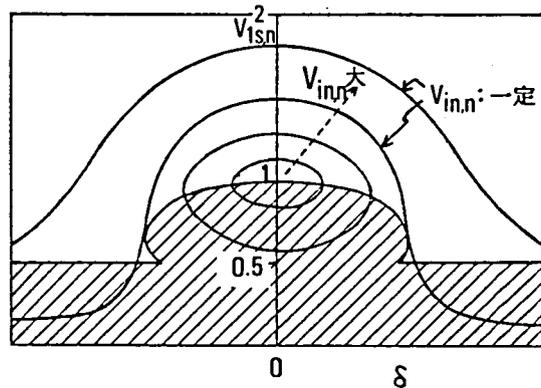


図4.6 共振曲線 (斜線部：不安定)

$$\psi_{1s} = \pm \pi/2 \quad (4.58)$$

が成立つので、同期範囲を  $|\delta| \leq \delta_{\max}$  とすると、式 (4.53b) および (4.58) より

$$\delta_{\max} = \frac{V_{in,n}}{\widetilde{b}_1} \quad (4.59)$$

を得る。ここで、注入同期における利得帯域幅積の逆数として

$$Q_{ex} = \lim_{P_{in,a} \rightarrow 0} \frac{1}{\delta_{\max}} \sqrt{\frac{P_{in,a}}{P_{0,s0}}} \quad (4.60)$$

を定義すると、1マウント対発振器に対しては、式 (4.51), (4.59) および (4.60) より

$$Q_{ex} = \frac{\widetilde{b}_1}{2g_L} = \frac{\widetilde{b}_1}{r^2 g_0} \quad (4.61)$$

が導かれる。

## 2) 一般のはしご形発振器の同期定常応答

一般に、 $N \geq 2$  の場合のはしご形発振器の同期定常状態においては、 $V_{k,n} = V_{ks,n}$  および  $\varphi_k = \varphi_{ks}$  ( $\varphi_{in} = 0$  としておく) として次式が式 (4.40) から得られる。

$$(g_1 + \delta \widetilde{g}_1) V_{1s,n} - (b_{t,2} + \delta \widetilde{b}_{t,2}) V_{2s,n} \sin \psi_{21,s} = 0 \quad (a)$$

$$(b_1 + \delta \widetilde{b}_1) V_{1s,n} + (b_{t,2} + \delta \widetilde{b}_{t,2}) V_{2s,n} \cos \psi_{21,s} = 0 \quad (b)$$

$$(b_{tk} + \delta \widetilde{b}_{t,k}) V_{k-1,s,n} \sin \psi_{k,k-1,s} + (g_k + \delta \widetilde{g}_k) V_{k,s,n} - (b_{t,k+1} + \delta \widetilde{b}_{t,k+1}) V_{k+1,s,n} \sin \psi_{k+1,k,s} = 0 \quad (c)$$

$$(b_{tk} + \delta \widetilde{b}_{t,k}) V_{k-1,s,n} \cos \psi_{k,k-1,s} + (b_k + \delta \widetilde{b}_k) V_{k,s,n} - (b_{t,k+1} + \delta \widetilde{b}_{t,k+1}) V_{k+1,s,n} \cos \psi_{k+1,k,s} = 0 \quad (d)$$

$$(k=2, 3, \dots, N-1)$$

$$(b_{t,N} + \delta \widetilde{b}_{t,N}) V_{N-1,s,n} \sin \psi_{N,N-1,s} + \{g_N + g_L + \delta (\widetilde{g}_N + \widetilde{g}_L)\} V_{N,s,n} = V_{in,n} \cos \psi_{N,s} \quad (e)$$

$$(b_{t,N} + \delta \widetilde{b}_{t,N}) V_{N-1,s,n} \cos \psi_{N,N-1,s} + (b_N + \delta \widetilde{b}_N) V_{N,s} = -V_{in,n} \sin \psi_{N,s} \quad (f)$$

(4.62)

減結合係数  $r$  が小さく、 $g_L$ 、 $g_k$  および  $\widetilde{g}_k$  が小さい量であるとし、かつ小信号注入同期 ( $V_{in,n} \ll 1$ ) の場合には、 $V_{k,s,n}$ 、 $\psi_{k,s}$  を自励発振定常状態におけるそれぞれの値  $1$ 、 $\psi_{k,s,0}$  の近傍で展開すると、式 (4.62) から近似的に次の関係式を得る (附録 10 参照)。

$$b_{t,k} \cos \psi_{k,k-1,s,0} (V_{k,s,n} - V_{k-1,s,n}) = -\delta \left\{ \sum_{\ell=1}^{k-1} \widetilde{b}_{t,\ell} + 2 \sum_{\ell=1}^{k-1} \widetilde{b}_{t,\ell} \cos \psi_{\ell,\ell-1,s,0} + \widetilde{b}_{t,k} \cos \psi_{k,k-1,s,0} \right\} \quad (k=2, 3, \dots, N) \quad (4.63)$$

$$\left[ \sum_{k=1}^N \widetilde{b}_k + 2 \sum_{k=2}^N \widetilde{b}_{t,k} \cos \psi_{k,k-1,s,0} \right] \delta = -V_{in,n} \sin \psi_{N,s} \quad (4.64)$$

$$2g_L (V_{N,s,n} - 1) + \left( \sum_{k=1}^N \widetilde{g}_k + \widetilde{g}_L \right) \delta = V_{in,n} \cos \psi_{N,s} \quad (4.65)$$

式 (4.63) は、相隣る節点の電圧振幅については、その差が離調度  $\delta$  に比例して大きくなることを示している。式 (4.64) および (4.65) は  $N$  番目のマウント対の電圧の振幅および位相が満たすべき関係式であるが、注入信号量  $V_{in,n}$  と離調度  $\delta$  とが与えられると、この両式から  $V_{N,s,n}$  および  $\psi_{N,s}$  が求められる。また、各  $V_{k,s}$  値は、このようにして得られた  $V_{N,s,n}$  値を式 (4.63) に用いることによって次々に求めることができる。

式 (4.64) および (4.65) から  $\psi_{N,s}$  を消去すると、共振曲線を表わす次式を得る。

$$\{2g_L(V_{N,s,n}^{-1}) + (\sum_{k=1}^N \widetilde{g}_k + \widetilde{g}_L)\delta\}^2 + (\sum_{k=1}^N \widetilde{b}_k + 2 \sum_{k=1}^N \widetilde{b}_{t,k} \cos \psi_{k,k-1,s0})^2 \delta^2 = V_{in,n}^2$$

$N \geq 2$ のはしご形発振器の同期定常状態の安定性を式(4.40)にRouth-Hurwitzの条件を用いて調べるのは相当困難であるが、1)で述べたことにしたがって、同期安定限界を共振曲線の傾き  $dV_{N,s,n}/d\delta$  が無限大になるところとして求める<sup>†</sup>と、上式から同期限界において次式が成立つ。

$$2g_L(V_{N,s,n}^{-1}) + (\sum_{k=1}^N \widetilde{g}_k + \widetilde{g}_L)\delta = 0 \quad (4.66)$$

式(4.65)および(4.66)より、このときにも同期限界が  $\psi_{N,s} = \pm \frac{\pi}{2}$  で与えられるので、式(4.64)および(4.45)より同期範囲  $\delta_{max}$  として

$$\delta_{max} = \frac{V_{in,n}}{\sum_{k=1}^N \widetilde{b}_k + 2 \sum_{k=2}^N \frac{\widetilde{b}_{t,k}}{b_{t,k}} \{ \sum_{\ell=1}^k (-1)^{k-\ell} b_{\ell} \}} \quad (4.67)$$

を得る。したがって、 $N \geq 2$ のはしご形発振器に対する  $Q_{ex}$  は、式(4.67)、(4.60)、(4.51)および(4.42)から

$$Q_{ex} = \frac{1}{Nr^2 g_0} \left[ \sum_{k=1}^N \widetilde{b}_k + 2 \sum_{k=2}^N \frac{\widetilde{b}_{t,k}}{b_{t,k}} \{ \sum_{\ell=1}^k (-1)^{k-\ell} b_{\ell} \} \right] \quad (4.68)$$

で与えられる。典型的な場合として、式(4.48)～(4.50)を用いてはしご形発振器を設計し、負荷および注入信号との結合窓として誘導性窓を用いたときの  $Q_{ex}$  の計算例を図4.7に示す。マウント対数  $N$  が大きくなるにしたがって  $Q_{ex}$  値が減少する傾向のあることが分かる<sup>††</sup>。

† 式(4.63)から明らかのように、このとき同時に  $dV_{k,s,n}/d\delta = \infty$  ( $k=1, 2, \dots, N-1$ ) となる。

†† この計算例では、 $N$  がかなり大きくなると  $Q_{ex}$  値はかえって増大するようになる。

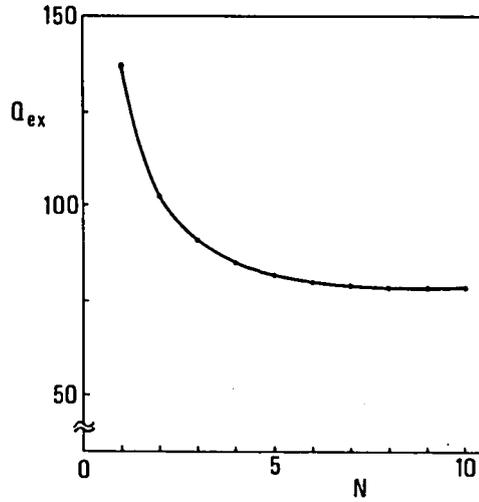


図4. 7 マイクロ波はしご形発振器の  $Q_{ex}$   
 (  $r^2 g_0 = 0.15$  ,  $b_p = -1.5$  ,  $\tilde{b}_p = 6.0$  ,  $\tilde{b}_p = 0$  )

### 3) 素子サセプタンスの電圧依存性の効果

素子サセプタンス  $b_p$  の電圧依存性を考慮する必要がある場合にも、注入信号  $V_{in,n}$  が小さいときには2)と同様の方法を用いて同期定常状態で成立する関係式を得ることができる。主要な結果を以下に掲げる(附録11参照)。  $N=1$  のときをも含む一般のはしご形発振器に対して、この場合における定常位相差  $\varphi_{N,s}$  と離調度  $\delta$  との関係は

$$\delta = - \frac{\sqrt{(2g_L)^2 + A_N^2}}{2g_L B_N - A_N \left( \sum_{k=1}^N \tilde{g}_k + \tilde{g}_L \right)} V_{in,n} \sin(\varphi_{N,s} + \tan^{-1} \frac{A_N}{2g_L}) \quad (4.69)$$

で与えられる。ここで  $\tilde{b}_p \equiv V_{s0} \left. \frac{\partial b_p}{\partial V} \right|_{V=V_{s0}}$  とおくと、 $A_N$  および  $B_N$  は次式を用いて求められる。

$$A_1 = b_1 + \tilde{b}_p \quad (a)$$

$$B_1 = \tilde{b}_1 + \tilde{b}_{t2} \cos \varphi_{21,s0} = \tilde{b}_1 - \frac{\tilde{b}_{t2}}{b_{t2}} b_1 \quad (b)$$

$$A_k = b_k + \tilde{b}_p - \frac{(b_{tk} \cos \varphi_{k,k-1,s0})^2}{A_{k-1}} = b_k + \tilde{b}_p - \frac{\left\{ \sum_{\ell=1}^{k-1} (-1)^{k-\ell} b_\ell \right\}^2}{A_{k-1}} \quad (c)$$

$B_k$

$$\begin{aligned}
 &= \left( -\frac{B_{k-1}}{A_{k-1}} + \frac{\widetilde{b}_{t,k}}{b_{t,k}} \right) \cdot b_{tk} \cos \psi_{k,k-1,s0} + \widetilde{b}_k + \widetilde{b}_{t,k+1} \cos \psi_{k+1,k,s0} \\
 &= \left( -\frac{B_{k-1}}{A_{k-1}} + \frac{\widetilde{b}_{t,k}}{b_{t,k}} \right) \cdot \sum_{\ell=1}^{k-1} (-1)^{k-\ell} b_{\ell} + \widetilde{b}_k + \frac{\widetilde{b}_{t,k+1}}{b_{t,k+1}} \sum_{\ell=1}^k (-1)^{k-\ell+1} b_{\ell} \\
 &\hspace{15em} (2 \leq k \leq N) \hspace{10em} (d) \\
 &\hspace{20em} (4.70)
 \end{aligned}$$

同期限界では  $\psi_{NS} = \cot^{-1} \frac{b_p}{2g_L}$  が成立つ<sup>†</sup>ので、 $Q_{ex}$ は式(4.69)、(4.51)および(4.60)より

$$Q_{ex} = \frac{1}{2g_L} \cdot \frac{|2g_L B_N - A_N (\sum_{k=1}^N \widetilde{g}_k + \widetilde{g}_L)|}{\sqrt{(2g_L)^2 + A_N^2}} \hspace{10em} (4.71)$$

によって与えられる。4.3.4節の実験における回路パラメタ値を式(4.71)に用いて求められた計算結果を実験結果と比較して図4.16に示す。

#### 4.3.3 同期過渡応答

マイクロ波通信においては近年PCM-PM方式の比重が増大しつつある。マイクロ波はしご形多素子発振器の注入同期現象のこのような通信方式に対する応用可能性を調べることをも目的の1つとして、本節では、階段状に位相が変調された信号を注入したときの発振器の過渡応答について論じる。前節でも述べたように、はしご形多素子発振器の中でも1マウント対発振器( $N=1$ )の場合にはその理論的取扱いは単一素子発振器の場合と同様であり、単一素子発振器の注入同期の位相過渡応答についてはこれまでいくつかの研究がなされている<sup>(71),(81)</sup>。本節では、出力位相立上り速度の回路パラメタ依存性という点から、1マウント対発振器の過渡応答について従来必ずしも明らかではなかった点をも含めて議論すると共に、はしご形発振器の過渡応答の1例として2マウント対発振器( $N=2$ )の場合を取上げ、 $\dagger \widetilde{b}_p \neq 0$ の場合にも、 $N=1$ でかつ $V_{in,n}$ が小さいときには、Routh-Hurwitzの条件を用いて得られる同期限界は共振曲線の傾きが無限大になるところに一致する。

N = 1 の場合との対照を行う。

1) 1 マウント対発振器の同期過渡応答

1 マウント対発振器 (N = 1) の注入同期における電圧振幅および位相の過渡応答は素子サセプタンスの電圧依存性を考慮しないとき、式 (4. 40) より次式で与えられる (ただし、 $\varphi_{in} = 0$  としておく)。

$$\frac{dv_{1,n}}{d\tau} = \frac{V_{in,n}}{Q_1} \cos(\psi_1 - \alpha_1) - \frac{V_{1,n}}{Q_1^2} g_L \tilde{b}_1 (v_{1,n}^2 - 1) \quad (4.72a)$$

$$\frac{d\psi_1}{d\tau} = - \frac{V_{in,n}}{Q_1 v_{1,n}} \sin(\psi_1 - \alpha_1) - \delta - \frac{1}{Q_1^2} g_L (\tilde{g}_1 + \tilde{g}_L) \cdot (v_{1,n}^2 - 1) \quad (4.72b)$$

ここで

$$Q_1 = \sqrt{\tilde{b}_1^2 + (\tilde{g}_1 + \tilde{g}_L)^2}$$

$$\alpha_1 = \tan^{-1}\{(\tilde{g}_1 + \tilde{g}_L) / \tilde{b}_1\}$$

としている。式 (4. 51) および (4. 59) を用いると式 (4. 72) は時間変数を  $T = \delta_{\max} \tau$  のように規格化して

$$\begin{aligned} \frac{dv_{1,n}}{dT} &= \cos\alpha_1 \{ [\cos(\psi_1 - \alpha_1) - \cos(\psi_{1s} - \alpha_1)] \\ &\quad - \frac{\cos\alpha_1}{2\sqrt{\frac{P_{in,a}}{P_{0,s0}}}} \{ v_{1,n} (v_{1,n}^2 - 1) - v_{1,s,n} (v_{1,s,n}^2 - 1) \} \} \end{aligned} \quad (4.73a)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\psi_1}{dT} &= - \cos\alpha_1 \left[ \frac{1}{v_{1,n}} \sin(\psi_1 - \alpha_1) - \frac{1}{v_{1,s,n}} \sin(\psi_{1s} - \alpha_1) \right. \\ &\quad \left. + \frac{\sin\alpha_1}{2\sqrt{\frac{P_{in,a}}{P_{0,s0}}}} (v_{1,n}^2 - v_{1,s,n}^2) \right] \end{aligned} \quad (4.73b)$$

と書換えられる。式 (4. 73) から、1 マウント対発振器の規格化時間 T に対する過渡応答は回路パラメタ  $\alpha_1$  ,  $P_{in,a} / P_{0,s0}$  ,  $\varphi_{1s}$  および初期位相  $\varphi_{1,i}$  によって決定され、 $Q_1$  および  $g_L$  には依存しないことが分かる。式 (4. 73) を数値

解析することによって、過渡応答のこれらの回路パラメタに対する依存性を調べた。 $\varphi_{1,i}$ を変えたときの過渡応答の様子を図4.8に示す。 $\cos(\varphi_{1,i} - \alpha_1) < \cos(\varphi_{1s} - \alpha_1)$  の場合(この条件は2相PSK波を入力とする注入同期においては通常成立する。)に、電圧振幅 $V_{1,n}$ は過渡的に小さくなるが、式(4.73b)からも分かるように、位相 $\varphi_1$ の変化はこれによって加速される。次に、2相PSK波の注入によって $\varphi_1$ が初期値 $\varphi_{1s} - \pi$  ( $T=0$ )から $\varphi_{1s}$ へ向う変化をする場合に、 $\varphi_1$ が全位相変化量の $x\%$ 変化するのに要する規格化時間 $T$ の、回

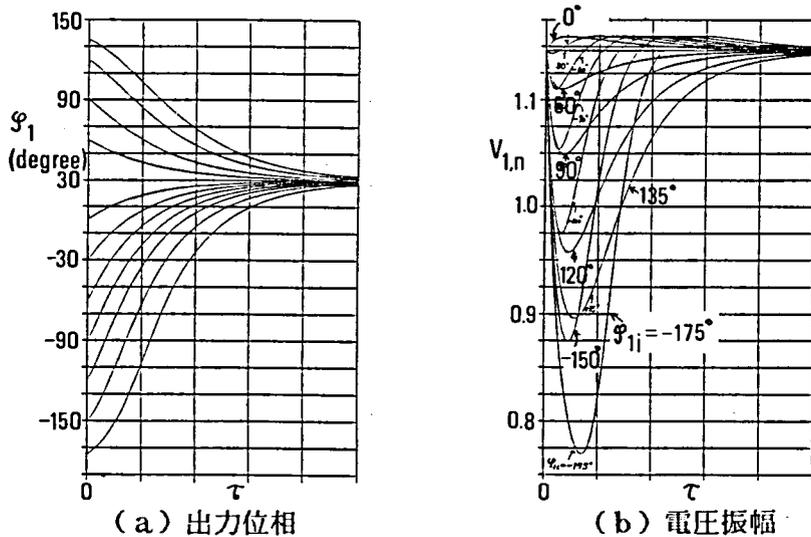


図4.8 1マウント対発振器の過渡応答 ( $P_{in,a}/P_{O,s0}=0.04$ )

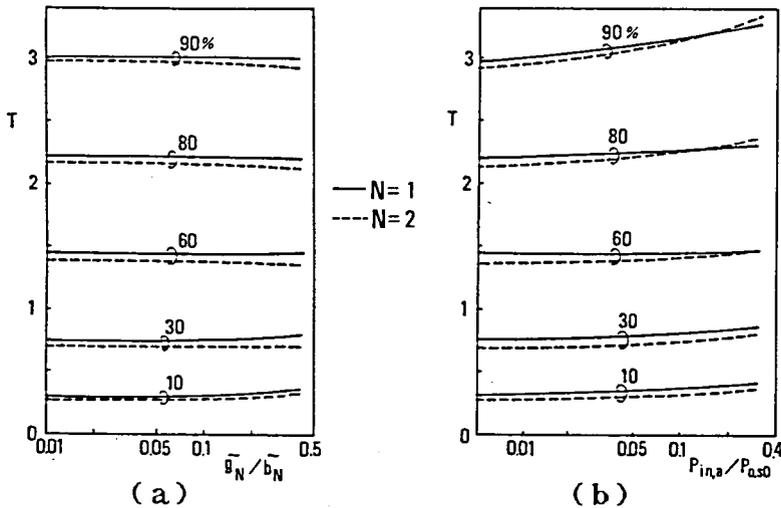


図4.9 位相過渡応答のパラメタ依存性

路パラメタ  $\alpha_1$  および注入電力比  $P_{in,a} / P_{o,s0}$  に対する依存性を図4. 9に示す<sup>†</sup>。  $\varphi_1$  が全変化量の10%から90%まで変化するのに要する規格化立上り時間  $T_r$  は、  $\alpha_1$  あるいは  $P_{in,a} / P_{o,s0}$  にはそれほど依存せず一定値に近いことが分かる。換言すれば、過渡応答の立上りに要するサイクル数は同期範囲にはほぼ反比例する。定常位相差  $\varphi_{1s}$  に対する過渡応答の依存性を図4. 10に示す。  $T_r$  の  $\varphi_{1s}$  に対する変化は他の回路パラメタに対するものよりもかなり大きい。

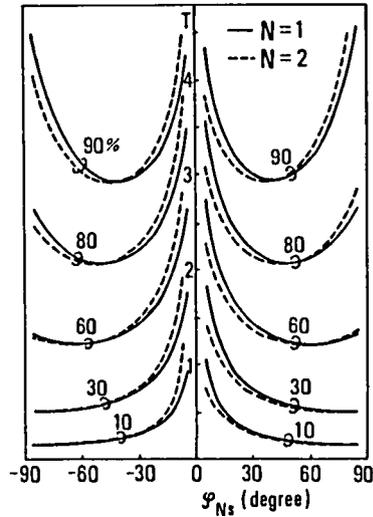


図4. 10 定常位相差に対する依存性

## 2) 2マウント対発振器の同期過渡応答

2マウント対発振器の注入同期における過渡応答は次(4. 40)より次式で与えられる。

$$\begin{pmatrix} \tilde{b}_1 & \tilde{g}_1 & \tilde{b}_{t2} \cos \psi_{21} & -\tilde{b}_{t2} \sin \psi_{21} \\ -\tilde{g}_1 & \tilde{b}_1 & \tilde{b}_{t2} \sin \psi_{21} & \tilde{b}_{t2} \cos \psi_{21} \\ \tilde{b}_{t2} \cos \psi_{21} & \tilde{b}_{t2} \sin \psi_{21} & \tilde{b}_2 & \tilde{g}_2 + \tilde{g}_L \\ -\tilde{b}_{t2} \sin \psi_{21} & \tilde{b}_{t2} \cos \psi_{21} & -(\tilde{g}_2 + \tilde{g}_L) & \tilde{b}_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{v}_{1,n} \\ v_{1,n} \dot{\psi}_1 \\ \dot{v}_{2,n} \\ v_{2,n} \dot{\psi}_2 \end{pmatrix}$$

<sup>†</sup> 図4. 8~図4. 13において、特に示すもの以外は次の回路パラメタ値を用いた。

$P_{in,a} / P_{o,s0} = 0.01$ ,  $g_L = 0.075 \times N$ ,  $\tilde{b}_p = 0$ ,  $\varphi_{Ns} = 30^\circ$  および  
 $N=1$ のとき、 $\tilde{b}_1 = 30$ ,  $\tilde{g}_1 + \tilde{g}_L = 2$ ,  
 $N=2$ のとき、 $\tilde{b}_1 = 10$ ,  $\tilde{g}_1 = 0.1$ ,  $\tilde{b}_2 = 30$ ,  $\tilde{g}_2 + \tilde{g}_L = 3$ ,  $b_1 = b_2 = -1.05$ ,  
 $b_{t2} = 1.05$ ,  $\tilde{b}_{t2} = -0.644$ .

$$= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ V_{in,n} \cos \psi_2 \\ -V_{in,n} \sin \psi_2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} (g_1 + \delta \tilde{g}_1) V_{1,n} - (b_{t2} + \delta \tilde{b}_{t2}) V_{2,n} \sin \psi_{21} \\ (b_1 + \delta \tilde{b}_1) V_{1,n} + (b_{t2} + \delta \tilde{b}_{t2}) V_{2,n} \cos \psi_{21} \\ (b_{t2} + \delta \tilde{b}_{t2}) V_{1,n} \sin \psi_{21} + \{g_2 + g_L + \delta(\tilde{g}_2 + \tilde{g}_L)\} V_{2,n} \\ (b_{t2} + \delta \tilde{b}_{t2}) V_{1,n} \cos \psi_{21} + (b_2 + \delta \tilde{b}_2) V_{2,n} \end{pmatrix} \quad (4.74)$$

式(4.74)を用いて数値解析により過渡応答を求めた。初期位相  $\varphi_{2,i}$  を変えたときの出力電圧位相  $\varphi_2$  および振幅  $V_{2,n}$  の過渡応答は1マウント対発振器の場合の図4.8とはほぼ同様である。このときの  $\varphi_2 - \varphi_1$  および  $V_{2,n} - V_{1,n}$  の応答を図4.11に示すが、これらの定常値からのずれは比較的小さい。2マウント対発振器に2相PSK波を注入したときの  $\varphi_2$  の過渡応答の回路パラメタ依存性として、 $\tilde{g}_2$  および  $P_{in,a} / P_{o,s0}$  に対する依存性を図4.9に、 $\tilde{b}_2$  および  $g_L$  に対するものを図4.12に、また定常位相差  $\varphi_{2s}$  に対する依存性を図4.10に示す。各パラメタ値の変化によって  $Q_{ex}$  値または  $\delta_{max}$  値は変化するが、図4.9および図4.12に示されるように、出力位相の規格化立上り時間  $T_r$  の  $\varphi_{2s}$  以外のパラメタ値に対する依存性は小さい。また、図4.9、図4.10および図4.12より、2マウント対および1マウント対発振器における  $T_r$  値はほぼ等しいといえる。

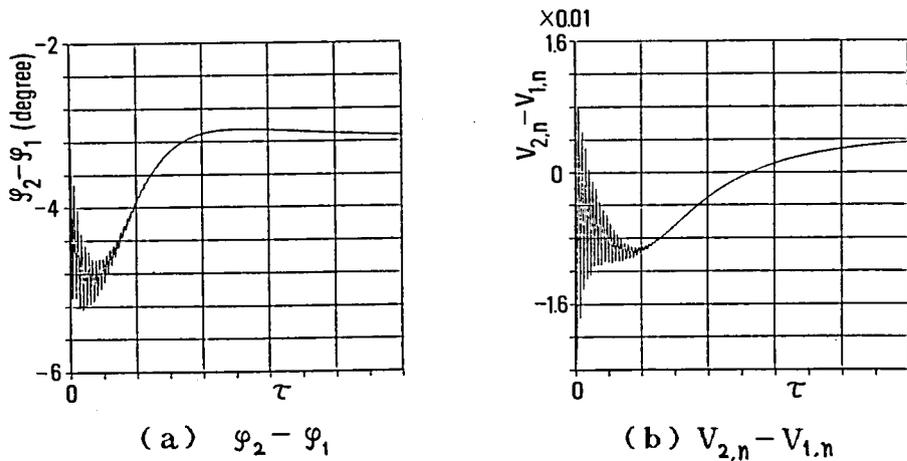


図4.11 2マウント対発振器の過渡応答 ( $P_{in,a} / P_{o,s0} = 0.02$ )

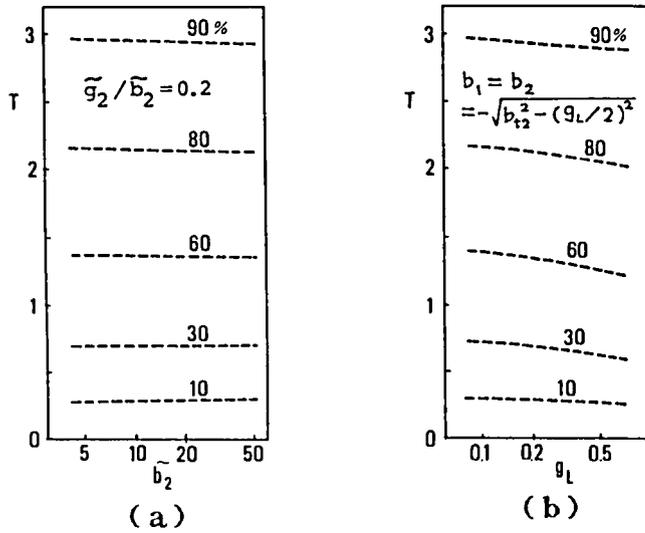


図4. 12 過渡応答のパラメタ依存性

### 3) 素子サセプタンスの電圧依存性の効果

素子サセプタンスの電圧依存性が無視できないときの過渡応答は上記の場合よりも複雑である。このときの1マウント対発振器の応答は、式(4.72a)および

(4.72b)の右辺にそれぞれ  $\frac{V_{1,n}}{Q_1} (\tilde{g}_1 + \tilde{g}_L) \cdot \tilde{b}_p (V_{1n} - 1)$  および  $-\frac{1}{Q_1} \tilde{b} \tilde{b}_p (V_{1n} - 1)$  を加えた式から求められる。  $\tilde{b} > 0$  かつ  $\tilde{b}_p > 0$  の場合には、この付加項から明らかなように、素子サセプタンスの電圧依存性によって、  $V_{1n} < 1$  のときに位相変化は加速され、  $V_{1n} > 1$  のときには減速される。2相PSK波を注入したときの  $\varphi_1$  の過渡応答が  $\tilde{b}_p$  値と共に変化する様子を図4.13に示す。過渡応答の初期には図4.8

(b)と同様に  $V_{1n} < 1$  となるので、上記の理由から位相変化が速

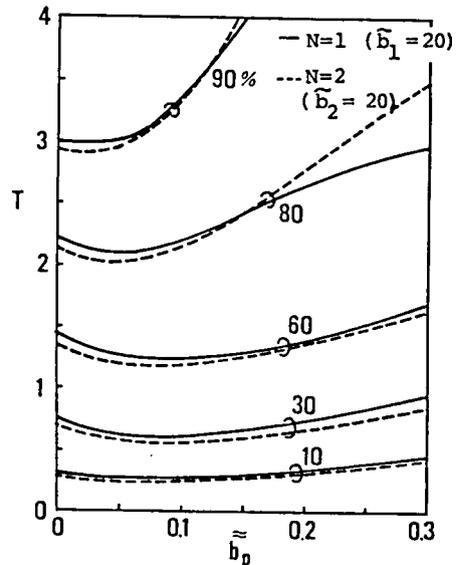


図4. 13  $\tilde{b}_p$  に対する依存性

く、後期には  $V_{in} > 1$  となるので反対に遅くなることが分かる。なお、 $\widetilde{b}_p$  が大きくなるにしたがって  $Q_{ex}$  が低下するので、位相変化に要するサイクル数は少なくなっている。

2マウント対発振器の応答は、式(4.74)において  $b_k$  を  $b_k|_{v_{kn}=1} + \widetilde{b}_p(v_{kn}-1)$ , ( $k=1,2$ ) によって置換えた式から求められる。 $\mathcal{P}_2$  の過渡応答を図4.13に併せて示しているが、 $\widetilde{b}_p$  がそれほど大きくないときには素子サセブタンスの電圧依存性の効果は、1マウント対および2マウント対発振器ではほぼ等しいということができる。

#### 4.3.4 実験

実験は3.6.1節の図3.13と同じ構造のダイオード・マウント対モジュールにNEC製ガンダイオードGD511Aを装荷したものをを用いて1マウント対から4マウント対までのはしご形発振器について行った。4個のダイオード・マウント対は特性の比較的揃ったものを用い、素子パラメタの平均値は8.95GHzにおいて、 $r^2g_0 = 0.142$ ,  $b_p = -1.45$ ,  $\widetilde{b}_p = 5.75$ , および  $\widetilde{\widetilde{b}}_p = 0.090$ であった(図4.14参照<sup>†</sup>)。はしご形発振器は  $f_0 = 8.95\text{GHz}$  において自動発振しかつ出力合成を行うように、式(4.42)および(4.48)~(4.50)

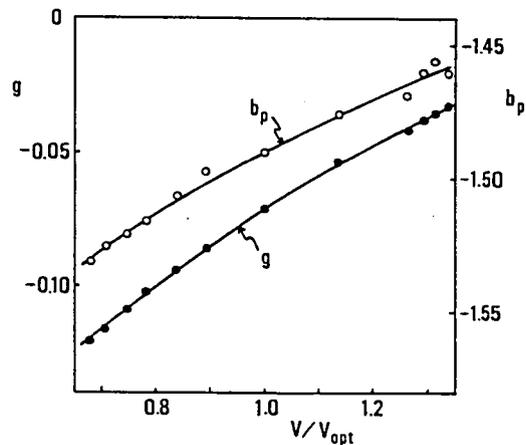


図4.14 ダイオード・マウント対の特性  
(  $f = 8.95\text{GHz}$  )

<sup>†</sup> 図4.14は、ダイオード・マウント対を1マウント対発振器として自動発振動作をさせて、発振周波数一定のもとで負荷調整用スタブを変えたときの出力と負荷アドミタンス  $g_L + j b_L$  との関係を測定することによって求めた。

を用いて設計し、最大出力を発生するように微調整を行った。図4. 15に注入電力比  $P_{in,a} / P_{o,s0}$  と最大同期範囲についての測定結果を示す。図4. 15から求められたはしご形発振器の  $Q_{ex}$  の実験値  $Q_{ex,exper}$  を図4. 16に掲げる。同図には、マウント対の素子パラメタ値および各はしご形発振器の周波数  $f_0$ 。近傍での負荷アドミタンスの測定値から得られた  $\hat{g}_L$  値と  $\tilde{b}_L$  値、を式(4. 71)に用いて計算された  $Q_{ex}$  の理論値  $Q_{ex,theo}$  をも示してある。図4. 16から、マウント対数  $N$  が増加するほど  $Q_{ex}$  が低下する傾向があること、また  $Q_{ex}$  の理論値と実験値の

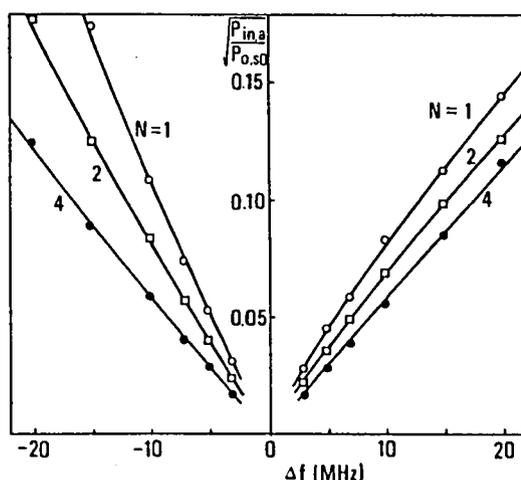


図4. 15 同期範囲の測定結果

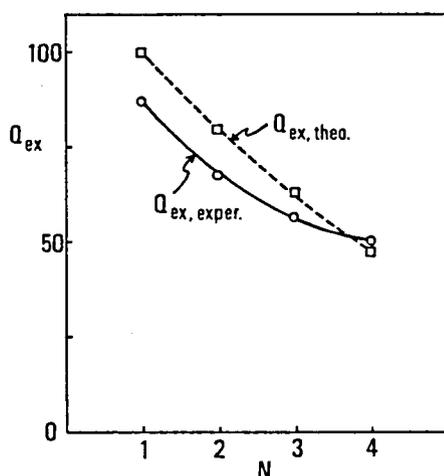


図4. 16  $Q_{ex}$  の実験値と理論値

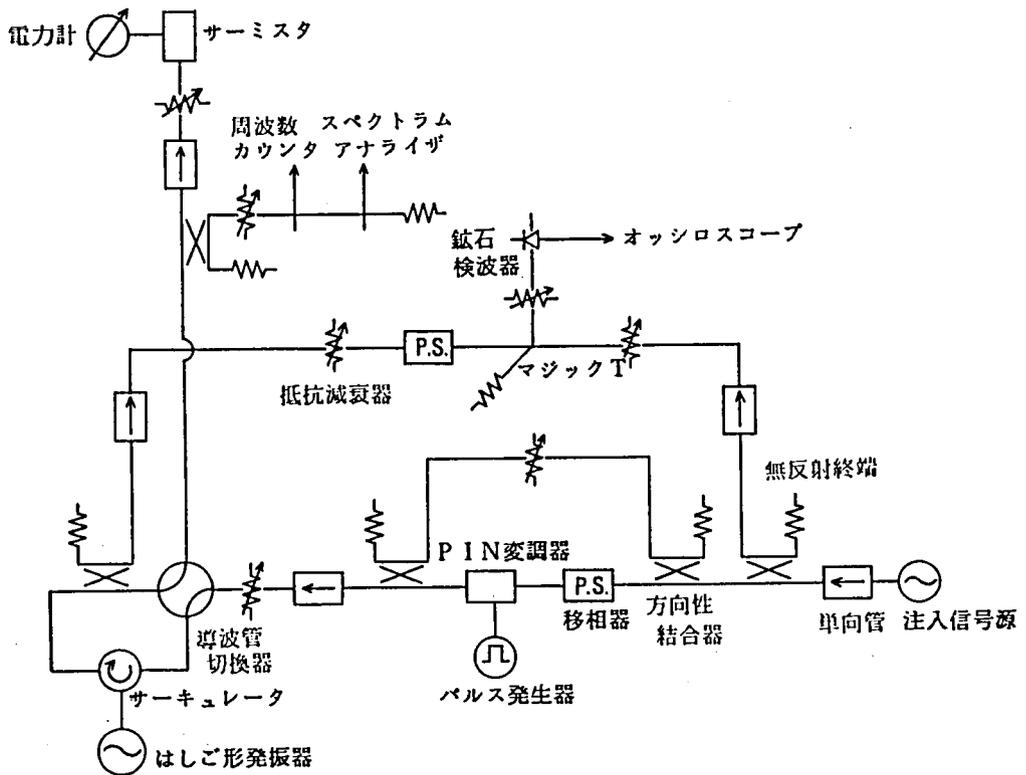
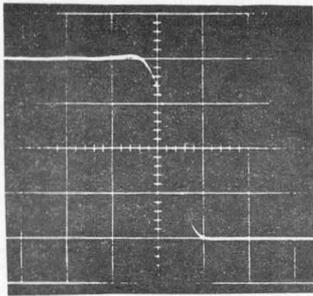


図4. 17 位相過渡応答測定系

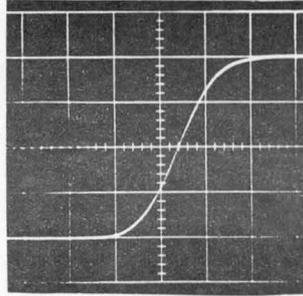
一致が良好であることが分かる。これらのはしご形発振器における出力合成効率  
は95%以上であった。

PIN変調器を用いて発生した2相PSK波をこれらのはしご形発振器に注入した  
ときの出力位相の過渡応答の測定をも行った。このときの回路構成を図4. 17  
に示す。図4. 18は、入力波および発振器出力波の位相検波器出力のオッシロ  
スコプ観測波形である。注入電力比 $P_{in,a} / P_{o,so} = 0.002$ 、離調度 $\delta = -\delta_{max} / 2$   
として注入同期したときの過渡応答の観測結果に、使用オッシロスコプの  
立上り時間が7 nsecであることを考慮して求められた位相検波器出力の立上  
り時間を、1マウント対発振器の場合の立上り時間で規格化して図4. 19に示  
す。

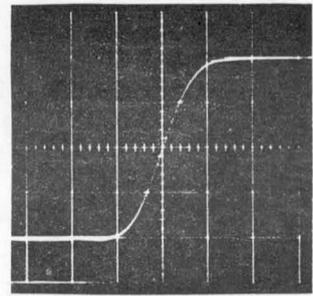
一方、前節の結果から、理論的には、はしご形発振器の注入同期過渡応答にお  
ける出力位相の立上り時間は、同じ同期範囲および定常位相差をもつ1マウント対



(a) 入力位相



(b) 出力位相 (N=1)



(c) 出力位相 (N=4)

図4. 18 2相PSK信号に対する応答

(  $P_{in,a}/P_{O,s0} = 0.002$ ,  $\delta = -\delta_{max}/2$ , 横軸:20nsec./div. )

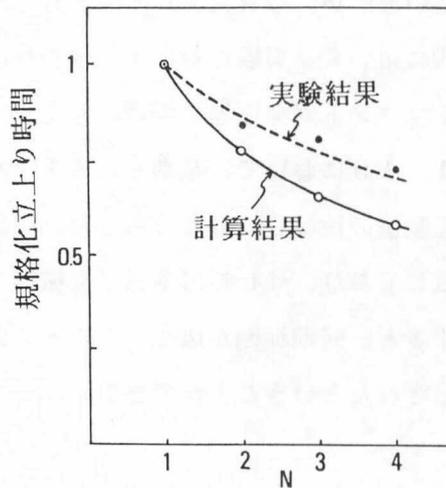


図4. 19 PSK信号に対する立上り時間

の位相立上り時間にはほぼ等しいものと考えられる。この立上り時間を数値解析によって求めるために、位相検波器特性を2乗検波であるとし、またPIN変調器を用いて発生した2相PSK入力波をその立上り時間を考慮して  $V_{in}(t) \cos\{\omega_{int} + \psi_{in}(t)\}$  で表現し

$0 \leq t \leq \Delta t$  のとき

$$\frac{V_{in}(t)}{V_{in,0}} = \frac{1}{2} \left( 1 + \cos \frac{2\pi t}{\Delta t} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\psi_{in}(t) = -\frac{1}{2} \pi \left[ 1 + \text{sign} \left( \cos \frac{\pi t}{\Delta t} \right) \cdot \left| \cos \frac{\pi t}{\Delta t} \right|^{\frac{1}{2}} \right]$$

$\Delta t < t$  のとき

$$\frac{V_{in}(t)}{V_{in,0}} = 1$$

$$\psi_{in}(t) = 0$$

とした。  $\Delta t = 29.1 \text{ nsec}$  とすると、実験で観測された図4.18(a)の入力波の位相検波器出力に近い波形が得られた。この式を式(4.72)に  $\widetilde{b}_p$  の効果を表わす項を付加した式に用いて、実験に対応する位相検波器出力の立上り時間を求めた。その結果を1マウント対発振器の場合の立上り時間で規格化して図4.19に併せて示す。図4.19において、基準となる1マウント対発振器の立上り時間の理論値に対する実験値の比は0.66であった。同図で実験結果と理論計算結果は定性的には一致しており、はしご形多素子発振器の注入同期過渡応答は、マウント対数Nが増加すると、同期範囲が広くなることに对应して速くなるということが理論的にも実験的にも示されたといえることができる。

#### 4.4 むすび

本章の前半では、集中定数形のはしご形発振器に外部信号を注入したときの系の動作をモード解析によって調べ、各モードの定常応答および同期範囲を求めた。希望モードに十分近い周波数の注入信号の存在によって、希望モードの安定性がより強化されることおよび他のすべての不要モードを抑圧することが可能であることを示した。理論的に導出された不要モード抑圧条件は計算機シミュレーションによってその妥当性が確認された。

本章の後半では、マイクロ波はしご形多素子発振器の注入同期特性を論じた。小信号注入時の定常応答を求めると共に回路パラメタによる同期範囲の定量的表現を

与え、はしご形発振器のマウント対数が多くなるにしたがって $Q_{ex}$ 値が減少する傾向のあることを明らかにした。PSK信号を入力したときの過渡応答については主に計算機シミュレーションによって調べ、はしご形発振器においても出力位相立上り時間が同期範囲にはほぼ反比例するという結果を得た。これらの理論結果はマウント対数4までのはしご形発振器に対する実験結果と比較的良く一致した。

## 第5章 はしご形多素子構造によるマイクロ波電力増幅<sup>(56),(86)</sup>

### 5.1 まえがき

インパットダイオードやガンダイオードを用いた単一素子型のマイクロ波増幅器についてはこれまで多数の研究がなされてきており<sup>(79)-(84)</sup>、素子単体の能力以上の電力増幅が要請されるときには、従来、多数個の単一素子増幅器の結合系を構成して電力合成する方法が主に行われてきた<sup>(85),(87)</sup>。これに対して、単一共振空洞型の多素子電力増幅器を構成する方法では、発振器の場合と同様に、小型で良好な電力合成効率の増幅器が得られることが期待されるが、この形の電力増幅器については、少数個のエサキダイオードの分布定数線路結合形増幅器に関する検討<sup>(88)</sup>と円筒空洞共振器を用いた増幅器の実験的検討<sup>(17)</sup>がなされているにすぎないようである。

本章では、はしご形多素子構造を用いた通過形および反射形の単一共振空洞型のマイクロ波電力増幅器について論じる。この2つの形の電力増幅器に対して、入力信号電力と構成素子の固有出力とを完全合成するための回路条件を求め、その物理的把握を行う。またこのように設計された電力増幅器の入出力特性と周波数特性とを回路方程式に基づき数値計算とマイクロ波回路実験とによって調べ、設計パラメータ値がこれらの特性に及ぼす効果ならびにそれぞれの増幅器の特徴を明らかにする。

### 5.2 ダイオード・マウント対の特性

はしご形多素子構造におけるダイオード・マウント対の等価回路は図3.2と同様に図5.1で表現されるが、本章では負性コンダクタンスの電圧依存性をこれまでの取扱いよりも少し一般化して

$$g_k = g_k(V_k) \quad (5.1)$$

で表わしておく。この負性コンダクタンスが発生する出力 $P_{el,k}$ は

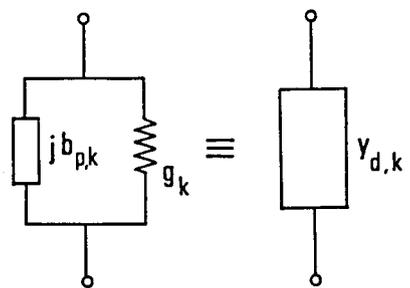


図5.1 ダイオード・マウント対の等価回路

$$P_{el,k} = -\frac{Y_0}{2} g_k V_k^2 \quad (5.2)$$

で与えられるので、 $P_{el,k}$  が最大値すなわち固有出力  $P_{d,k}$  に等しくなるときの  $V_k$  値、 $g_k$  値をそれぞれ  $V_{k,opt}$ 、 $g_{k,opt}$  とすると<sup>†</sup>、式 (5.2) より

$$\left. \frac{dg_k}{dV_k} \right|_{V_k=V_{k,opt}} = -\frac{2}{V_{k,opt}} g_{opt} \quad (5.3)$$

$$P_{d,k} = -\frac{Y_0}{2} g_{k,opt} V_{k,opt}^2 \quad (5.4)$$

が成立つ。 $g_k(V_k)$  を  $V_k = V_{k,opt}$  のまわりで直線近似するときには、式 (5.3) を用いると

$$g_k(V_k) = g_{k,opt} + \left. \frac{dg_k}{dV_k} \right|_{V_k=V_{k,opt}} \cdot (V_k - V_{k,opt}) = g_{opt} \left\{ 1 - 2 \left( \frac{V_k}{V_{k,opt}} - 1 \right) \right\} \quad (5.5)$$

と表わされる。

### 5.3 通過形電力増幅器

はしご形多素子構造を用いて図5.2のような通過形電力増幅器を構成する場合について考える。

#### 5.3.1 基本方程式

図5.2において、1番目のマウント対から入力側を見た信号源アドミタンスを  $g_s + j b_s$ 、N番目のマウント対から出力側を見た負荷アドミタンスを  $g_L + j b_L$  とすると、図3.3と同様にして図5.3のような等価回路表現を得る。電流源  $i_{in}$  は入力信号を表わしている。定常状態において、 $i_{in} = Y_0 V_{in} e^{j\omega t}$ 、k番目の節点における電圧を  $v_k = V_k e^{j(\omega t + g_k)}$  であるとすると、図5.3の節点方程式から次の2N個の基本方程式が得られる。

<sup>†</sup>第3章のように  $g_k$  が式 (3.3) で与えられる場合には、式 (3.13) より  $g_{k,opt} = -(1/2)r_k^2 (g_{0k,1} + g_{0k,2})$ 、したがって3.3.2節のように、 $r_k = r$ 、 $g_{0k,1} + g_{0k,2} = g_0$  とするときには  $g_{opt} = -(1/2)r^2 g_0$  と表わされる。

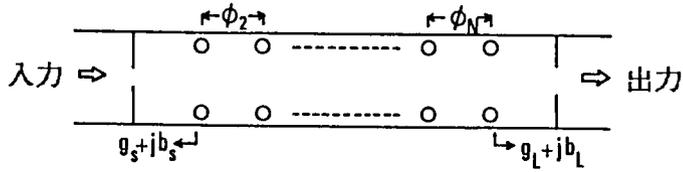


図5. 2 通過形電力増幅器

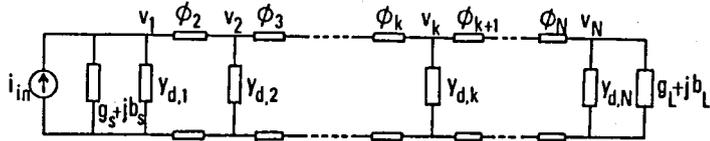


図5. 3 通過形電力増幅器の等価回路

$$\begin{aligned}
 (g_s + g_l)V_1 - b_{t,2} V_2 \sin \psi_{2,1} &= V_{in} \cos \psi_1 \\
 b_l V_1 + b_{t,2} V_2 \cos \psi_{2,1} &= -V_{in} \sin \psi_1 \\
 b_{t,k} V_{k-1} \sin \psi_{k,k-1} + g_k V_k - b_{t,k+1} \sin \psi_{k+1,k} &= 0 \\
 b_{t,k} V_{k-1} \cos \psi_{k,k-1} + b_k V_k + b_{t,k+1} V_{k+1} \cos \psi_{k+1,k} &= 0 \\
 &\quad (2 \leq k \leq N-1) \\
 b_{t,N} V_{N-1} \sin \psi_{N,N-1} + (g_N + g_L) V_N &= 0 \\
 b_{t,N} V_{N-1} \cos \psi_{N,N-1} + b_N V_N &= 0
 \end{aligned} \tag{5.6}$$

ここで  $\psi_{k,k-1} = \psi_k - \psi_{k-1}$  および

$$b_k = \begin{cases} b_s + b_{p1} - \cot \phi_2 & (k=1) \\ -\cot \phi_k + b_{pk} - \cot \phi_{k+1} & (2 \leq k \leq N-1) \\ -\cot \phi_N + b_{pN} + b_L & (k=N) \end{cases} \tag{5.7}$$

$$b_{tk} = \begin{cases} \operatorname{cosec} \phi_k & (2 \leq k \leq N) \\ 0 & (k=1, N+1) \end{cases} \tag{5.8}$$

である。式(5.6)の第1, 第3および第2, 第4式から

$$-V_1 V_{in} \cos \psi_1 + g_s V_1^2 + \sum_{\ell=1}^{k-1} g_\ell V_\ell^2 = b_{tk} V_{k-1} V_k \sin \psi_{k,k-1} \quad (5.9)$$

$$(-1)^k V_1 V_{in} \sin \psi_1 + \sum_{\ell=1}^{k-1} (-1)^{k-\ell} b_\ell V_\ell^2 = b_{tk} V_{k-1} V_k \cos \psi_{k,k-1} \quad (2 \leq k \leq N) \quad (5.10)$$

また、式(5.6)の第5式と式(5.9)、および式(5.6)の第6式と式(5.10)から次式を得る。

$$-V_1 V_{in} \cos \psi_1 + g_s V_1^2 + \sum_{k=1}^N g_k V_k^2 + g_L V_N^2 = 0 \quad (5.11)$$

$$\sum_{k=1}^N (-1)^k b_k V_k^2 = V_{in} V_1 \sin \psi_1 \quad (5.12)$$

式(5.9)は実効入力電力と(k-1)番目までのマウント対が発生する実効電力の和が線路 $\phi_k$ を負荷方向に伝送されることを示し、式(5.11)はこれらすべての実効電力の和が負荷で消費されることを示す。式(5.10)および(5.12)は無効電力に関する同様のことを表わす。

### 5.3.2 完全電力合成動作およびそのための回路条件

入力信号の有能電力 $P_{in,a}$ は、図5.3より

$$P_{in,a} = (1/8) Y_0 V_{in}^2 / g_s \quad (5.13)$$

と表わされる。一方、増幅器出力 $P_0$ は式(5.11)を用いると

$$P_0 = \frac{1}{2} g_L Y_0 V_N^2 = \frac{Y_0}{2} (V_1 V_{in} \cos \psi_1 - g_s V_1^2 - \sum_{k=1}^N g_k V_k^2) \quad (5.14)$$

で与えられる。この式は、増幅器へ実際に入力される電力とすべてのダイオード・マウント対の発生する出力の和が増幅器出力となることを示している。 $P_{in,a}$ 値が与えられているとき、式(5.13)および(5.14)より $P_0$ は $V_{in}$ 、 $\psi_1$ および $V_k$  ( $1 \leq k \leq N$ )の関数と考えられるので、式(5.2)を考慮して式(5.14)をこれらの変数で偏微分し、最大出力条件を求めると

$$\psi_1 = 0 \quad (5.15)$$

$$V_k = V_{k,opt} \quad (1 \leq k \leq N) \quad (5.16)$$

$$V_{in} = \frac{4P_{in,a}}{Y_0 V_{1,opt}} \quad (\equiv V_{in,opt}) \quad (5.17)$$

を得る。このときの最大出力 $P_{0,max}$ は式(5.4)を用いて

$$P_{0,max} = P_{in,a} + \sum_{k=1}^N P_{d,k} \quad (5.18)$$

と表わされる。この式は、最大出力状態では、入力電力は反射することなくすべて増幅器に入ると共に、各ダイオード・マウント対は固有出力 $P_{d,k}$ を発生しており、増幅器出力はこれらを完全合成したものであることを示している。対応する最適信号源コンダクタンス値 $g_{s,opt}$ は式(5.13), (5.16), (5.17)および(5.4)より

$$g_{s,opt} = \frac{P_{in,a}}{(1/2)Y_0 V_{1,opt}^2} = -g_{1,opt} \frac{P_{in,a}}{P_{d,1}} \quad (5.19)$$

で、また、最適負荷コンダクタンス値 $g_{L,opt}$ は式(5.14), (5.16), (5.18)および(5.4)より次式で与えられる。

$$g_{L,opt} = \frac{P_{0,max}}{(1/2)Y_0 V_{N,opt}^2} = -g_{N,opt} \frac{P_{in,a} + \sum_{k=1}^N P_{d,k}}{P_{d,N}} \quad (5.20)$$

本節の以下では簡単のため、すべてのダイオード・マウント対の特性が等しく、 $g_{k,opt} = g_{opt}$ ,  $V_{k,opt} = V_{opt}$ ,  $b_{pk} = b_p$  および  $P_{d,k} = P_d$  である場合を考える。このとき、最大出力状態では、式(5.9)および(5.10)に式(5.15)~(5.17)および(5.19)を用いると

$$\left\{ \frac{P_{in,a}}{P_d} + (k-1) \right\} g_{opt} = b_{tk} \sin \psi_{k,k-1} \quad (5.21)$$

$$\sum_{\ell=1}^{k-1} (-1)^{k-\ell} b_{\ell} = b_{tk} \cos \psi_{k,k-1} \quad (5.22)$$

( $k=2, 3, \dots, N$ )

が得られ、これらの式から $\psi_{k,k-1}$ を消去して

$$\left\{ \frac{P_{in,a}}{P_d} + (k-1) \right\}^2 g_{opt}^2 + \left\{ \sum_{\ell=1}^{k-1} (-1)^\ell b_\ell \right\}^2 = b_{tk}^2 \quad (5.23)$$

(2 ≤ k ≤ N)

また、式 (5. 12) に式 (5. 15) および (5. 16) を用いて

$$\sum_{k=1}^N (-1)^k b_k = 0 \quad (5.24)$$

が導かれる。式 (5. 23) および (5. 24) の N 個の式から、 $b_s$ 、 $\phi_k$  ( $2 \leq k \leq N$ )、および  $b_L$  の (N+1) 個のパラメタのうち 1 個を与えて残りを決定することができる。式 (5. 23) に式 (5. 7) および (5. 8) を用いて

$$-\cot \phi_k = \begin{cases} \frac{1}{2(b_s + b_p)} \left[ 1 - (b_s + b_p)^2 - \left\{ \frac{P_{in,a}}{P_d} + (k-1) \right\}^2 g_{opt}^2 \right] & (k: \text{偶数}, 2 \leq k \leq N) \\ \frac{1}{-2b_s} \left[ 1 - b_s^2 - \left\{ \frac{P_{in,a}}{P_d} + (k-1) \right\}^2 g_{opt}^2 \right] & (k: \text{奇数}, 3 \leq k \leq N) \end{cases} \quad (5.25)$$

また、式 (5. 24) より同様にして

$$\begin{aligned} -b_s + b_L &= 0 & (N: \text{偶数}) \\ b_s + b_p + b_L &= 0 & (N: \text{奇数}) \end{aligned} \quad (5.26)$$

が得られる。特に、

$$b_s = -b_p/2 \quad (5.27)$$

ととると、k および N の偶数、奇数にかかわらず、式 (5. 25) および (5. 26) は次式のように表わされる。

$$-\cot \phi_k = \frac{1}{b_p} \left[ 1 - \left( \frac{b_p}{2} \right)^2 - \left\{ \frac{P_{in,a}}{P_d} + (k-1) \right\}^2 g_{opt}^2 \right] \quad (5.25)'$$

(2 ≤ k ≤ N)

$$b_L = -\frac{b_p}{2} \quad (5.26)'$$

式 (5. 25) および (5. 26)、あるいは式 (5. 27)、(5. 25)' および (5. 26)' が完全電力合成のための設計を与える。なお  $\phi_k$  については、増幅器の周波数特性の点から  $0 < \phi_k < \pi$  にとるのが望ましい。また、このときの隣接

するマウント対間の電圧位相差  $\varphi_{k,k-1}$  は式 (5. 21) および (5. 22) から求めることができる。  $g_{opt}$  および  $b_p$  に典型的な値を用いたときの式 (5. 25)' による  $\phi_k$  の設計値およびこのときの  $\varphi_{k,k-1}$  値を図 5. 4 に示す。

通過形電力増幅器の完全電力合成時における空洞内部での進行波の様子を、式 (5. 27), (5. 25)' および (5. 26)' を用いて増幅器が設計された場合について調べる。図 5. 5 のように、 $a_0$  は入力波、また  $a_k, b_k$  ( $2 \leq k \leq 2$ ) は結合線路  $\phi_k$  の中央においてそれぞれ負荷方向およびその反対方向に伝搬する進行波の正規化振幅とし、 $a_1, b_1$  および  $a_{N+1}, b_{N+1}$  はそれぞれ 1 番目のマウント対のすぐ左、および N 番目のマウント対のすぐ右において同様に定義され

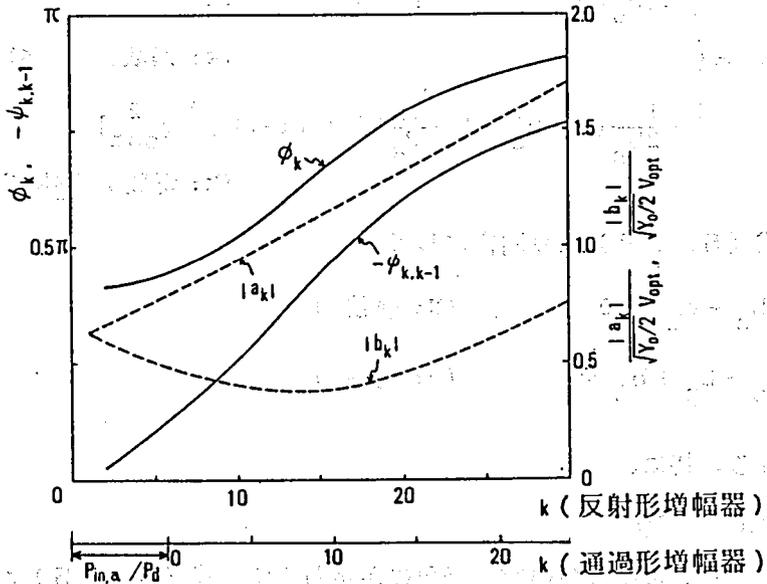
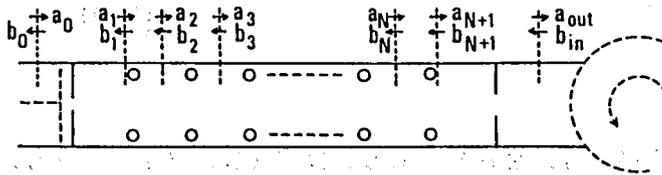


図 5. 4 完全電力合成時における  $\phi_k, \varphi_{k,k-1}, |a_k|$ , および  $|b_k|$   
 ( $g_{opt} = -0.08, b_p = -1.5$ )



破線は反射形のみ

図 5. 5 通過形および反射形電力増幅器における進行波

た量とする。図5. 3を考慮し、式(5. 15)～(5. 17)および(5. 13)を用いると、1番目のマウント対位置において次式が成立つ。

$$\begin{aligned} a_1 + b_1 &= \sqrt{Y_0/2} V_{opt} \\ a_1 - b_1 &= (1/\sqrt{2Y_0}) (g_{s,opt} - jb_s) Y_0 V_{opt} \end{aligned} \quad (5.28)$$

この式と式(5. 19)および(5. 27)から

$$\left. \begin{aligned} a_1 \\ b_1 \end{aligned} \right\} = \sqrt{\frac{Y_0}{2}} V_{opt} \cdot \frac{1}{2} \left\{ \left( 1 + \frac{P_{in,a}}{P_d} g_{opt} \right) \pm j \frac{b_p}{2} \right\} \quad (5.29)$$

を得る。ただし、式(5. 29)および $a_k$ ,  $b_k$  ( $1 \leq k \leq N+1$ )に関する以下の式において、複号は $a_k$ に対しては上号、 $b_k$ に対しては下号をとるものとする。また、式(5. 20)および(5. 26)'を用いると、N番目のマウント対位置における同様の式から

$$\left. \begin{aligned} a_{N+1} \\ b_{N+1} \end{aligned} \right\} = \sqrt{\frac{Y_0}{2}} V_{opt} \cdot \frac{e^{j\theta_N}}{2} \cdot \left[ \left\{ 1 + \left( \frac{P_{in,a}}{P_d} + N \right) g_{opt} \right\} \mp j \frac{b_p}{2} \right] \quad (5.30)$$

さらに、線路 $\phi_k$  ( $2 \leq \phi_k \leq N$ )両端における電圧と $a_k$ ,  $b_k$ との関係式(3. 30)に式(5. 21), (5. 22), (5. 27)および(5. 25)'を用いると

$$\left. \begin{aligned} |a_k|^2 \\ |b_k|^2 \end{aligned} \right\} = \left( \frac{Y_0}{2} V_{opt} \right)^2 \cdot \frac{1}{4} \cdot \left[ \left\{ \frac{P_{in,a}}{P_d} + (k-1) g_{opt} \mp 1 \right\}^2 + \left( \frac{b_p}{2} \right)^2 \right] \quad (5.31)$$

が得られる。式(5. 29)および(5. 30)を考慮すると、結局式(5. 31)は $1 \leq k \leq N+1$ において成立つ。式(5. 31)および(5. 4)より

$$|a_k|^2 - |b_k|^2 = P_{in,a} + (k-1)P_d \quad (1 \leq k \leq N+1) \quad (5.32)$$

と表わされ、線路 $\phi_k$ を負荷方向に流れる電力は入力電力と $(k-1)$ 番目までのマウント対の固有出力の和であることが確認される。また、 $P_{in,a} = |a_0|^2$ であるので、式(5. 32)から $|a_1|^2 - |b_1|^2 = |a_0|^2$ を得るが、この式は、完全電力合成時には、式(5. 29)で与えられる $b_1$ の入力側窓の通過波と、 $a_0$ の

同じ窓における反射波とが完全に打消し合うことを示している。以上の諸式から求められた  $|a_k|^2$  および  $|b_k|^2$  を図5. 4に示す。

式(5. 20)～(5. 32)において  $b_s = -\cot \phi_1$  および  $P_{in,a} = 0$  とおくと、3. 3節のはしご形発振器の完全出力合成動作における対応する諸式が得られ、通過形電力増幅器の完全電力合成設計は発振器の設計の延長上にあることが分かる。したがって、図5. 4は対応する図3. 7において横軸のk値を  $P_{in,a} / P_d$  だけずらせたものになっている。増幅器空洞内の定在波パターンも対応する図3. 10で横軸を同様にずらせることにより得られる。

### 5. 3. 3 入出力特性および周波数特性

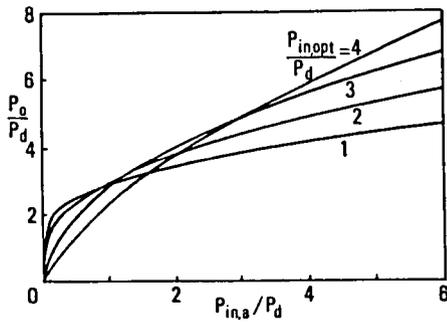
通過形電力増幅器の入出力特性および周波数特性は式(5. 9)～(5. 12)を数値計算することによって理論的に求めることができる。この際、すべてのダイオード・マウント対の特性は等しく、 $g(V)$  は式(5. 5)で表わされる電圧依存性を持ち、 $g_{opt}$  および  $P_d$  は周波数  $f$  に依存しない一定値をとるものとしておく。また、増幅器の完全電力合成のための設計周波数を  $f_0$  として、 $b_p$  は

$$b_p = B_{p0} + B_{p1}(f-f_0) \quad (5.33)$$

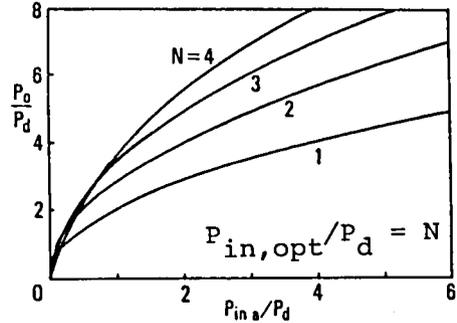
なる周波数依存性を持ち、図5. 2の入力および出力側の結合窓としては誘導性窓を用い、式(3. 50)および(3. 51)と同様にして設計するものとする。

増幅器への入力電力値が  $P_{in,opt}$  のときに完全電力合成がなされるように、式(5. 19), (5. 20), (5. 27), (5. 25) および (5. 26) において  $P_{in,a} = P_{in,opt}$ ,  $f = f_0$  として増幅器を設計したときの、通過形電力増幅器の入出力特性および周波数特性を求めた。その結果を図5. 6～図5. 8に示す。図5. 7は、 $g_{opt}$ ,  $B_{p0}$  および  $B_{p1}$  の値として実験に用いたダイオード・マウント対の実測値に近い値を用いたときの特性であり、図5. 8は  $B_{p0}$

および  $B_{p1}$  としてその  $1/2$  の値を用いたときの特性を示している。入出力特性については  $N=1\sim 4$  において大差なく、図5. 6にも見られるように、電力合成率  $\eta \equiv P_o / (P_{in,a} + NP_d)$  は  $P_{in,a}$  の  $P_{in,opt}$  からのずれがあまり大きくないときには1からそれほど低下しない。通過形増幅器の周波数特性については、図5. 7に示されるように、マウント対数  $N$  および  $P_{in,opt}$  値と  $P_{in,a}$  値が大

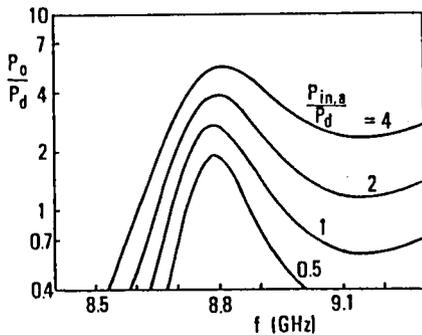


(a)  $N = 2$

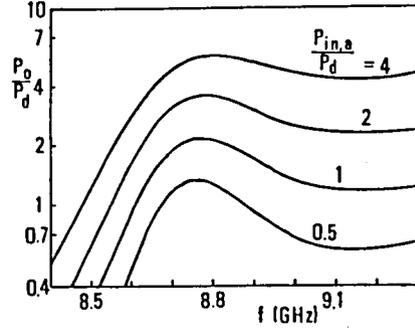


(b)  $N = 1 \sim 4$

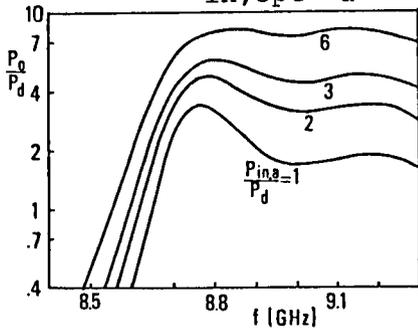
図5.6 通過形増幅器の入出力特性



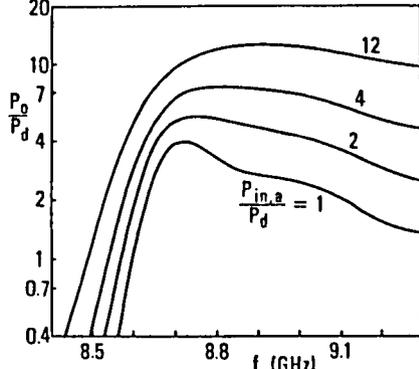
(a)  $N = 2$  ( $P_{in,opt}/P_d = 2$ )



(b)  $N = 2$  ( $P_{in,opt}/P_d = 4$ )

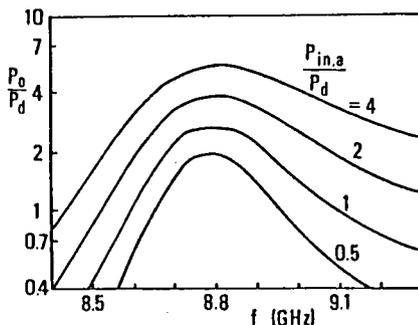


(c)  $N = 3$  ( $P_{in,opt}/P_d = 3$ )



(d)  $N = 4$  ( $P_{in,opt}/P_d = 4$ )

図5.7 通過形増幅器の周波数特性



(  $g_{opt} = -0.08$ ,  $B_{p0} = -1.6$ ,  $B_{p1} = 0.58$  )

図5.8 通過形増幅器の周波数特性

$N = 2$  ( $P_{in,opt}/P_d = 2$ )

(  $g_{opt} = -0.08$ ,  $B_{p0} = -0.8$ ,  $B_{p1} = 0.29$  )

きくなるほど広帯域になる傾向がある<sup>†</sup>。また、図5.8を図5.7(a)と比較して分かるように、 $b_p$  値が小さくなると式(5.25)より $\phi_k$  の設計値が小さくなるので帯域が広くなる。周波数が $f_0$  からずれると、増幅器への入力電力が変化すると共に、 $\lambda_g$  および $b_p$  値などの変化により増幅器空洞内の定在波パターンが変化するので、各マウント対における電圧振幅 $V_k$ 、したがって式(5.2)で与えられるその出力 $P_{el,k}$ が変化する<sup>‡</sup>。図5.9(a)および(c)に、通過形

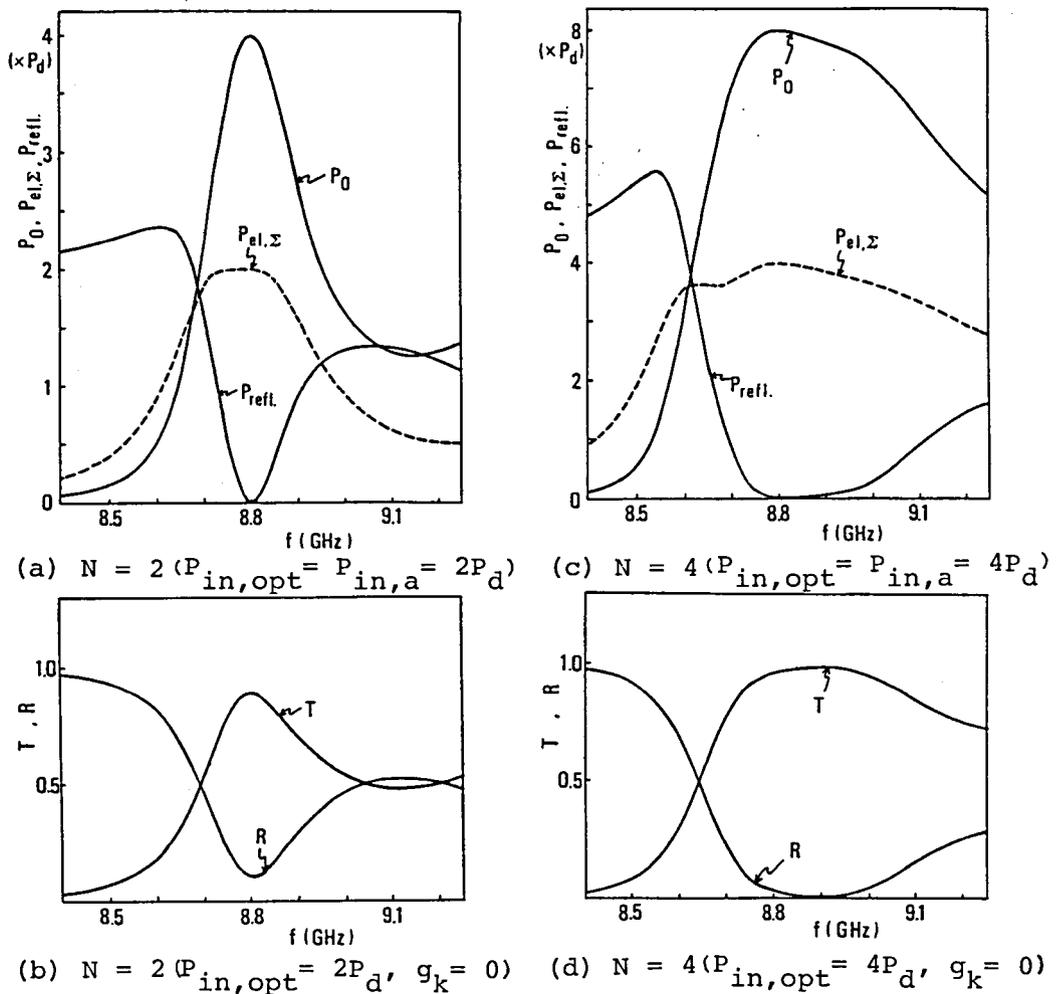


図5.9 通過形増幅器における出力および反射電力

<sup>†</sup>ただし、 $N$ が大きくなりすぎると、帯域はかえって狭くなるものと思われる。

<sup>‡</sup>現実の増幅器では、さらに  $g(V)$  の周波数依存性による効果も付け加わる。

増幅器の出力  $P_0$  , ダイオード・マウント対の発生出力の総和  $P_{el,\Sigma} = \sum_{k=1}^N P_{el,k}$  , および信号源方向への反射電力  $P_{refl} = P_{ina} + P_{el,\Sigma} - P_0$  を示す。また図 (a) および (c) の増幅器から、仮に負性コンダクタンスを除去した系、すなわち  $g_k(V_k) = 0$  として得られる線形系を考え、この系における入力波の電力反射係数  $R$  と電力透過係数  $T$  とを数値計算により求めた結果を図 (b) および (d) に示す。通過形増幅器では、設計周波数  $f_0$  よりも低い周波数領域で相対的に出力低下が大きいが、これは図 5.9 (a) および (c) に見られるように  $f < f_0$  のときに反射電力  $P_{refl}$  が大きいことによること、さらに図 (b) および (d) に示されるように増幅器に対応する線形系の反射・透過特性に起因していることが分かる。

## 5.4 反射形電力増幅器

### 5.4.1 基本方程式

はしご形多素子構造を用いた反射形電力増幅器は図 5.10 に示される構成のものであり、その等価回路は図 5.11 のように表現される。図において、 $\phi_{N+1}$  は  $N$  番目のダイオード・マウント対からサセプタンス  $b_w$  で示される結合窓までの電気的距離である。入力は電流源  $i_{in}$  で表わされている。端子  $A - A'$  および  $B - B'$  から見たサーキュレータ側の部分は図 4.5 と同様にしてそれぞれ同図 (b) および (c) のようにより簡単な等価回路で表わされる。

定常状態において、 $i_{in} = Y_0 V_{in} e^{j\omega t}$  ,  $v_k = V_k e^{j(\omega t + \phi_k)}$  ( $1 \leq k \leq N+1$ ) とすると、図 5.11 から次の基本方程式を得る。

$$\begin{aligned} b_{tk} V_{k-1} \sin \phi_{k,k-1} + g_k V_k - b_{t,k+1} V_{k+1} \sin \phi_{k+1,k} &= 0 \\ b_{tk} V_{k-1} \cos \phi_{k,k-1} + b_k V_k + b_{t,k+1} V_{k+1} \cos \phi_{k+1,k} &= 0 \end{aligned} \quad (1 \leq k \leq N) \quad (5.34)$$

$$b_{t,N+1} V_N \sin \phi_{N+1,N} + V_{N+1} = V_{in} \cos \phi_{N+1}$$

$$b_{t,N+1} V_N \cos \phi_{N+1,N} + (b_w - \cot \phi_{N+1}) V_{N+1} = -V_{in} \sin \phi_{N+1}$$

ここで

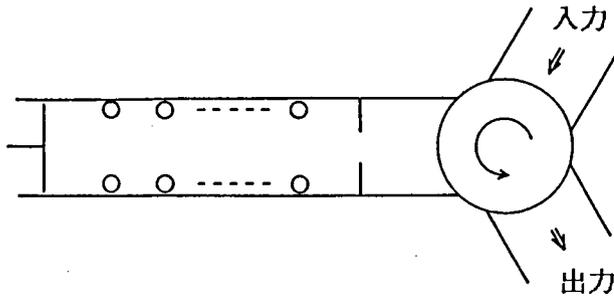


図5. 10 反射形電力増幅器

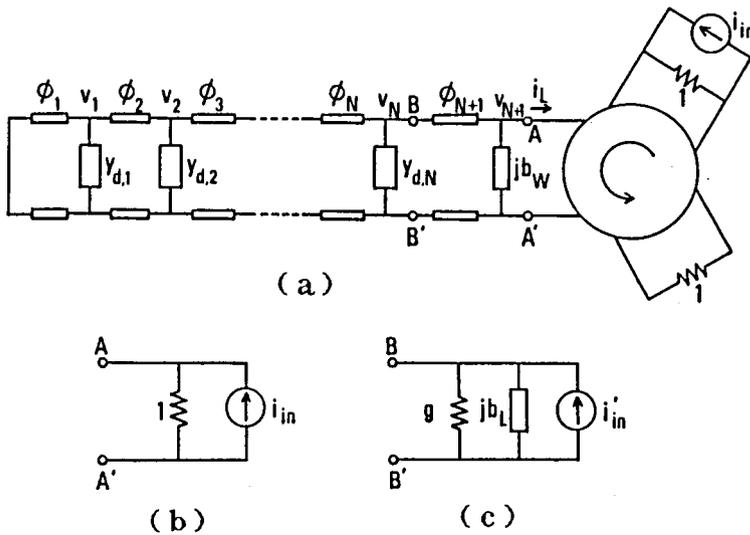


図5. 11 等価回路

$$b_k = -\cot \phi_k + b_{pk} - \cot \phi_{k+1} \quad (1 \leq k \leq N) \quad (5.35)$$

$$b_{tk} = \begin{cases} \operatorname{cosec} \phi_k & (2 \leq k \leq N+1) \\ 0 & (k=1) \end{cases} \quad (5.36)$$

式(5.34)の第1式および第2式からそれぞれ次式を得る。

$$\sum_{\ell=1}^{k-1} g_{\ell} V_{\ell}^2 = b_{tk} V_k V_{k-1} \sin \psi_{k,k-1} \quad (5.37)$$

$$\sum_{\ell=1}^{k-1} (-1)^{k-\ell} b_{\ell} V_{\ell}^2 = b_{tk} V_k V_{k-1} \cos \psi_{k,k-1} \quad (2 \leq k \leq N+1) \quad (5.38)$$

これらは、はしご形多素子発振器で得られた式 (3. 7) および (3. 8) と同様の式である。さらに式 (5. 37) と式 (5. 34) の第3式、および式 (5. 38) と式 (5. 34) の第4式から、それぞれ

$$\sum_{\ell=1}^N g_{\ell} V_{\ell}^2 = -V_{N+1}^2 + V_{in} V_{N+1} \cos \phi_{N+1} \quad (5.39)$$

$$\sum_{\ell=1}^N (-1)^{N-\ell} b_{\ell} V_{\ell}^2 = -(b_w - \cot \phi_{N+1}) V_{N+1}^2 - V_{in} V_{N+1} \sin \phi_{N+1} \quad (5.40)$$

が得られる。図5. 11における負荷アドミタンス  $g_L + j b_L$  については

$$g_L = \frac{b_{t,N+1}^2}{1 + (b_w - \cot \phi_{N+1})^2} \quad (5.41)$$

$$b_L = -\cot \phi_{N+1} - g_L (b_w - \cot \phi_{N+1}) \quad (5.42)$$

と表わされるので、式 (5. 34) の第3式および第4式と式 (5. 39) ~ (5. 42) より

$$\left( \sum_{k=1}^N g_k V_k^2 + g_L V_N^2 \right)^2 + \left\{ \sum_{k=1}^N (-1)^k b_k V_k^2 \right\}^2 = g_L V_N^2 V_{in}^2 \quad (5.43)$$

が導かれる。ただし、式 (5. 43) においてのみ  $b_N$  を式 (5. 35) ではなくて  $b_N = -\cot \phi_N + b_{pN} + b_L$  としている。

#### 5. 4. 2 完全電力合成動作

反射形電力増幅器の出力  $P_0$  は図5. 11および  $i_L = Y_0 V_{N+1} - i_{in}$  なる関係式から

$$P_0 = \frac{1}{2Y_0} \left| \frac{i_{in}}{2} + i_L \right|^2 = \frac{Y_0}{2} \left( \frac{V_{in}^2}{4} + V_{N+1}^2 - V_{in} V_{N+1} \cos \phi_{N+1} \right) \quad (5.44)$$

で与えられる (附録9参照)。この式に式 (5. 39) を用いると

$$P_0 = \frac{1}{8} Y_0 V_{in}^2 - \frac{1}{2} Y_0 \sum_{\ell=1}^N g_{\ell} V_{\ell}^2 \quad (5.45)$$

が得られ、反射形増幅器の出力は入力有能電力  $P_{in,a} = (1/8) Y_0 V_{in}^2$  と各々

イオード・マウント対が発生する電力の和となる。したがって、出力 $P_o$ が最大になるのは各マウント対の出力が固有出力 $P_{d,k}$ に等しくなるときであり、反射形の場合にも式(5.18)が成立し完全電力合成が可能であることが分かる。このとき、 $V_k = V_{k,opt}$ 、 $g_k = g_{k,opt}$ となるのも通過形の場合と同様である。

すべてのダイオード・マウント対の特性が等しい場合について考えると、最大出力状態では、式(5.37)および(5.38)より $g_{k,k-1}$ を消去して

$$\{(k-1)g_{opt}\}^2 + \left\{ \sum_{\ell=1}^{k-1} (-1)^\ell b_\ell \right\}^2 = b_{tk}^2 \quad (2 \leq k \leq N) \quad (5.46)$$

また、式(5.43)に式(5.4)を用いて

$$(Ng_{opt} + g_L)^2 + \left\{ \sum_{k=1}^N (-1)^k b_k \right\}^2 = -4g_L g_{opt} \frac{P_{in,a}}{P_d} \quad (5.47)$$

を得る。式(5.46)および(5.47)の $N$ 個の式から、 $\phi_k$  ( $1 \leq k \leq N$ )のうちの1個と、 $g_L$ と $b_L$ のどちらか1個とを与えて残りを決定することができる。式(5.46)を式(5.23)と比較すると分かるように、この場合の $\phi_k$  ( $1 \leq k \leq N$ )は通過形の場合の式(5.25)で $P_{in,a} = 0$ 、 $b_s = -\cot \phi_1$ とおいた式、したがってはしご形発振器の完全出力合成設計と同じ式によって与えられる。さらに、式(5.47)に式(5.35)を用いると、

$$(Ng_{opt} + g_L)^2 + 4g_L g_{opt} \frac{P_{in,a}}{P_d} = \begin{cases} -(\cot \phi_1 + b_L)^2 & (N: \text{奇数}) \\ -(-\cot \phi_1 + b_p + b_L)^2 & (N: \text{偶数}) \end{cases} \quad (5.48)$$

が導かれる。特に

$$-\cot \phi_1 = b_L = -b_p/2 \quad (5.49)$$

とするときには、完全電力合成のための回路条件は式(5.25)で $P_{in,a} = 0$ とおいて得られる

$$-\cot \phi_k = \frac{1}{b_p} \left[ 1 - \left( \frac{b_p}{2} \right)^2 - \{(k-1)g_{opt}\}^2 \right] \quad (2 \leq k \leq N) \quad (5.50)$$

と式(5.48)および(5.49)から得られる最適な $g_L$ 値

$$g_{L,opt} = -g_{opt} \left( \sqrt{\frac{P_{in,a}}{P_d}} \pm \sqrt{\frac{P_{in,a} + NP_d}{P_d}} \right)^2 \quad (5.51)$$

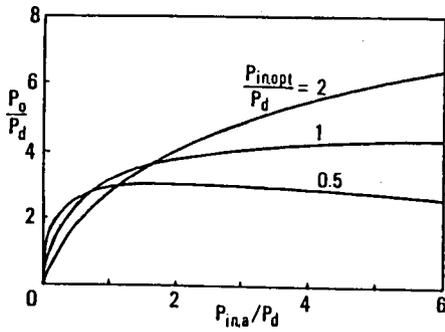
とによって与えられる<sup>†</sup>。式(5.51)の複号については、増幅器の周波数特性を考えると、 $g_{L,opt}$ は1に近い方がよく、 $-g_{opt}$ 値が小さくNがそれほど大きくないときには上号を選ぶのがよい。反射形増幅器における結合窓は入力と出力との双方に対するものであることを考えると、式(5.51)によって与えられる $g_{L,opt}$ が式(5.19)および(5.20)によって与えられる通過形の場合の $g_{s,opt}$ と $g_{L,opt}$ とのある意味での平均になっていることが理解される。式(5.50)による $\phi_k$ 値および式(5.37)、(5.38)から求められる $\varphi_{k,k-1}$ 値を図5.4に示しておく。

完全電力合成時における反射形増幅器空洞内での進行波に対して、通過形の場合と同様に図5.5のように $a_k$ 、 $b_k$  ( $1 \leq k \leq N+1$ )を定義する。式(5.49)～(5.51)を用いて増幅器が設計されている場合、 $a_k$ 、 $b_k$  ( $1 \leq k \leq N+1$ )に対して通過形の場合の式(5.29)～(5.32)において $P_{in,a} = 0$ とにおいて得られる諸式、すなわちはしご形発振器における諸式が成立つことが分かる(図5.4)。

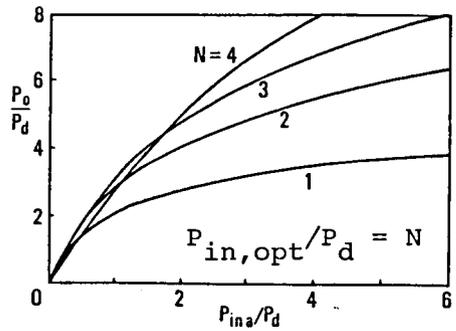
#### 5.4.3 入出力特性および周波数特性

反射形電力増幅器の入出力特性および周波数特性は、式(5.37)および(5.38)において $k=1, 2, \dots, N$ として得られる諸式と式(5.43)とを連立方程式としてこれを数値計算することによって求めることができる。式(5.49)～(5.51)を用いて増幅器を設計したときの、反射形電力増幅器の入出力特性および周波数特性をそれぞれ図5.12および図5.13に示す。

入出力特性については、図5.12を図5.6と比較すると、反射形増幅器の方が通過形よりも、 $P_{in,a}$ が $P_{in,opt}$ からずれたときの電力合成率 $\eta$ の低下の程度が少し大きい、実用上の差はそれほどないといえる。周波数特性については、図5.13と図5.7とから分かるように、 $N=1$ および2のときには反射  
<sup>†</sup>図5.11(c)の等価回路において、完全電力合成時には $v_N$ と $i_{in}'$ とが完全に同相または逆相になるが、同相のときの $g_{L,opt}$ 値が式(5.51)において上号をとった式で、逆相のときの $g_{L,opt}$ 値が下号の式で与えられることが示される。

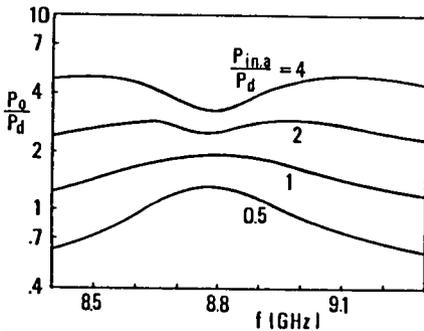


(a)  $N = 2$

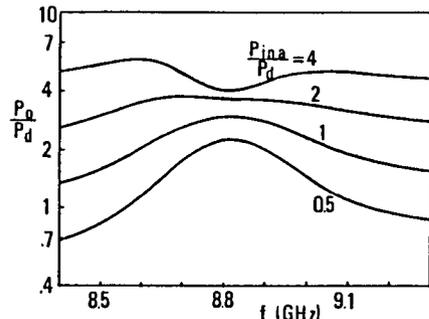


(b)  $N = 1 \sim 4$

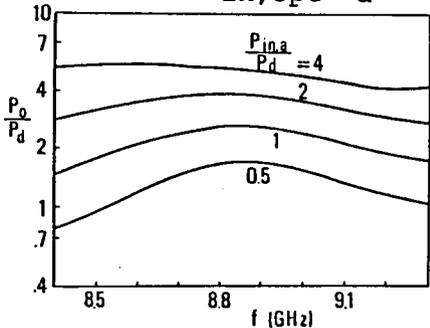
図5. 12 反射形増幅器の入出力特性



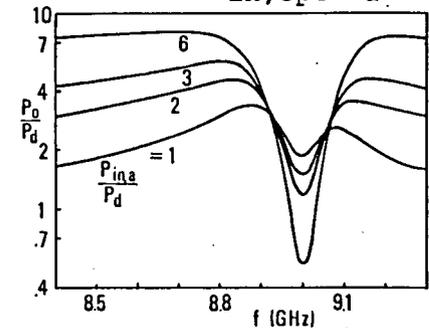
(a)  $N = 1$  ( $P_{in,opt}/P_d = 1$ )



(b)  $N = 2$  ( $P_{in,opt}/P_d = 1$ )



(c)  $N = 2$  ( $P_{in,opt}/P_d = 2$ )



(d)  $N = 3$  ( $P_{in,opt}/P_d = 3$ )

図5. 13 反射形増幅器の周波数特性

( $g_{opt} = -0.08$ ,  $B_{p0} = -1.6$ ,  $B_{p1} = 0.58$ )

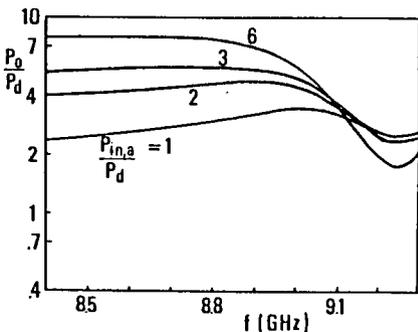


図5. 14 反射形増幅器の周波数特性

$N = 3$  ( $P_{in,opt}/P_d = 3$ )

( $g_{opt} = -0.08$ ,  $B_{p0} = -0.8$ ,  $B_{p1} = 0.29$ )

形の方が特性が平坦であるが、 $N \geq 3$ のときには反射形では特性にディップを生じ、かえって帯域が狭くなる。反射形と通過形とのこれらの特性の差を生ずる主な理由としては、入出力との結合の違いによる増幅器空胴特性の差異、および通過形では入力電力の反射が損失となるのに対し、反射形ではこれが出力電力の一部となり損失とはならないこと、が考えられる。また、図5.13(d)と図5.14とを比較して分かるように、 $b_p$  値が小さくなると、ディップの生じる周波数が設計周波数  $f_0$  から離れ、反射形の場合にも増幅帯域が広くなる。

### 5.5 実験

実験は図3.13の構造のマウントにNEC製ガンダイオードGD511Aを装荷したものをを用いてXバンドで行った。このダイオード・マウント対を1個だけ用いてはしご形2素子発振器として動作させて最大出力を発生させたときの出力  $P_d$ 、負荷コンダクタンス  $-g_{opt}$  およびサセプタンス  $b_p$  の測定例を図5.15に、また実験で使用した4個のマウント対の8.8GHzにおけるこれらの測定値を表5.Iに示す。

通過形および反射形電力増幅器の  $N = 1 \sim 4$  の場合について実験を行った。使用

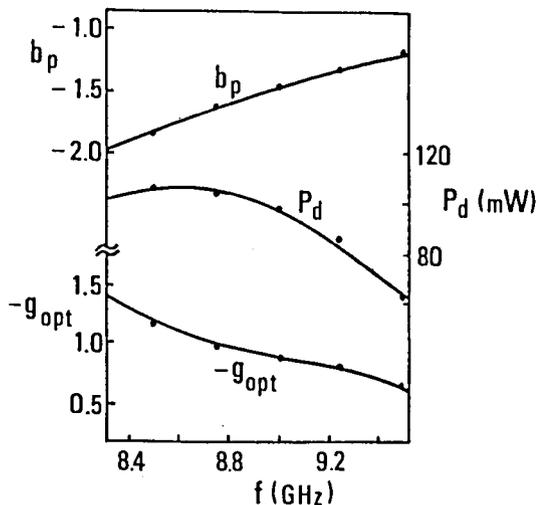
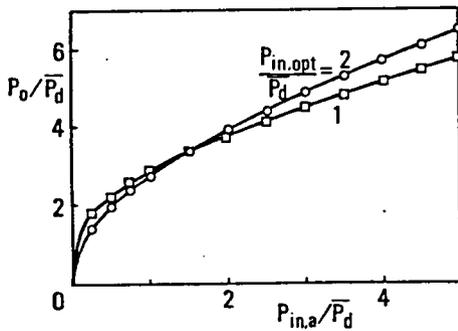


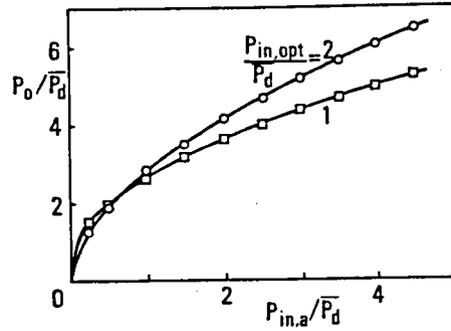
表5. I 使用ダイオード・マウント対の特性 ( $f = 8.8 \text{ GHz}$ )

マウント対番号	$P_d$ (mW)	$-g_{opt}$	$b_p$
1	101	0.088	-1.58
2	91	0.095	-1.58
3	104	0.075	-1.56
4	93	0.115	-1.71

図5.15 使用ダイオード・マウント対の特性例



(a) 通過形,  $N=2$



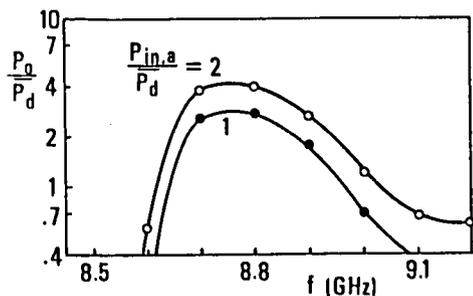
(b) 反射形,  $N=2$

図5. 16 入出力特性

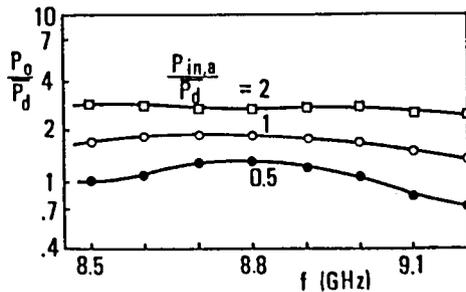
ダイオード・マウント対の表5. Iにおける  $g_{opt}$  値および  $b_p$  値の平均値をそれぞれ  $\overline{g_{opt}}$ ,  $\overline{b_p}$  とし、各増幅器に対して  $f_0 = 8.8 \text{ GHz}$  において入力電力が  $P_{in,opt}$  のときに完全電力合成が可能となるように、通過形の場合は式 (5. 19), (5.20), (5. 27), (5. 25)<sup>v</sup> および (5. 26)<sup>v</sup>、反射形の場合は式 (5. 49) ~ (5. 51) で  $g_{opt} = \overline{g_{opt}}$ ,  $b_p = \overline{b_p}$  とおいて設計値を求め、その近傍で実際の構成を行った。さらに増幅器の結合窓に続いてスタブチューナを配置し、実際に  $8.8 \text{ GHz}$  で  $P_{in,opt}$  なる入力に加わったときに増幅器出力が最大になるように微調した。

増幅器の入出力特性の測定結果の一例を図5. 16に示す。ここで、 $\overline{P_d}$  は表4. Iにおける使用マウント対の  $P_d$  の平均値を表わしている。この図から、増幅器に  $P_{in,opt}$  なる入力電力が加わるとほぼ完全電力合成が行われていることが確認され、また図5. 6および図5. 12と比較すると、入出力特性については実験結果が数値計算結果とよく一致していることが分かる。

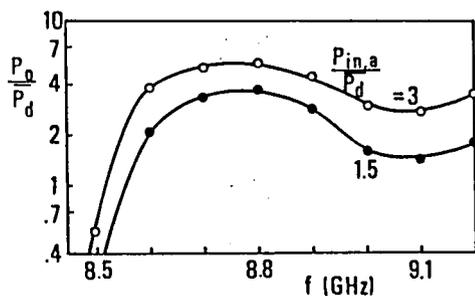
また、周波数特性の測定結果を図5. 17に示す。この図と図5. 7および図5. 13とを比較すると、周波数特性については実験結果と数値計算結果とが定性的によく一致していることが分かる。両者の間の定量的なずれは、ダイオード・マウント対の  $g_{opt}$  値および  $P_d$  値が数値計算では周波数に無関係な一定値であるとしたのに対して、実験で用いたマウント対のこれらの値は図5. 15に



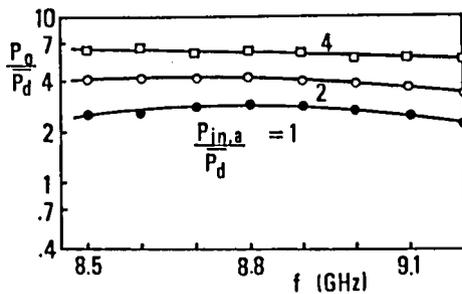
(a) 通過形,  $N = 2$



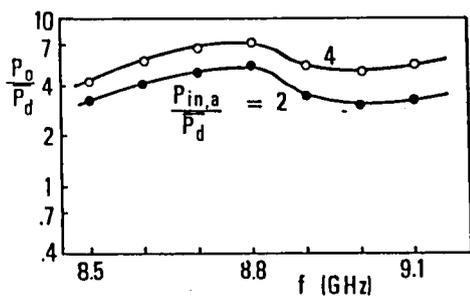
(d) 反射形,  $N = 1$



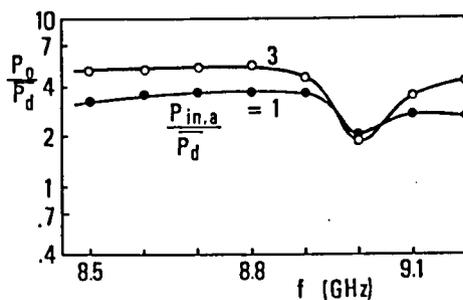
(b) 通過形,  $N = 3$



(e) 反射形,  $N = 2$



(c) 通過形,  $N = 4$



(f) 反射形,  $N = 3$

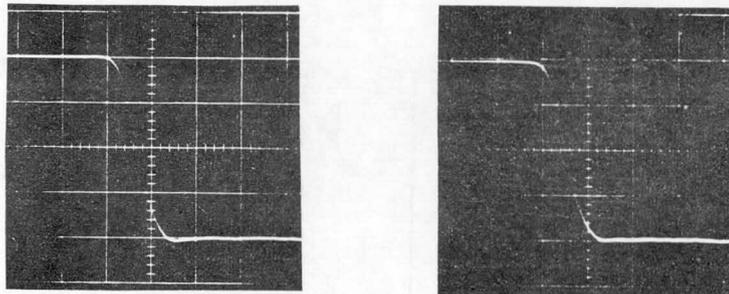
图5. 17 周波数特性

$$(P_{in,opt}/\overline{P_d} = N)$$

示されているようにかなりの周波数依存性をもつことに起因するものと考えられる。

なお、実験では、 $N$ が大きく  $P_{in,opt}$  が小さい設計の増幅器では発振を生ずることがあったが、比較的小さな入力電力を加えることにより同期するので電力増幅器としての用途にはそれほど支障にはならないと思われる。

さらに、PCM-PM波を入力としたときの増幅器の応答を調べるために、図4.17と同様の測定系により、PIN変調器を用いて発生させた  $0-\pi$  位相変調波を増幅器へ入力したときの増幅器出力位相の過渡応答の測定を行った。入力波のキャリア周波数を  $f_c$  としたときの、入力位相変調波および増幅器出力波をヘテロダイン検波して得られた波形を図5.18に示す。この波形写真にも見られるが、図5.17に掲げた種々の通過形および反射形電力増幅器において、出力波の位相立上り時間は入力波とほとんど等しく約  $15\text{ nsec}$  であった<sup>†</sup>。したがって本実験の増幅器自体の位相応答時間は  $15\text{ nsec}$  よりもかなり短いものと考えられ、実用に耐え得るものと思われる。



(a) 入力波

(b) 出力波

(横軸:  $20\text{ nsec. / div.}$ )

図5.18 PSK入力波に対する応答

(通過形,  $N=4$ ,  $P_{in,opt} = P_{in,a} = 2P_d$ )

## 5.6 むすび

はしご形多素子構造を用いた通過形および反射形のマイクロ波電力増幅器が入力電力と構成素子の固有出力とを完全合成する能力を持つことを示し、そのための回

<sup>†</sup> 測定に使用したオシロスコープの立上り時間  $7\text{ nsec}$  を考慮している。

路設計を明らかにした。両タイプの電力増幅器の入出力特性および周波数特性を数値計算により理論的に求めた。実験結果はこの理論結果と比較的良く一致した。両タイプ共、入力電力の完全電力合成のための設計入力値からのずれがそれほど大きくないときには電力合成率の低下は小さい。周波数特性に関しては、反射形増幅器がマウント対数の少ないときに、また通過形増幅器がマウント対数の比較的多いときに相対的に平坦であり、実用的価値をもつものと思われる。

## 第6章 結 論

単一共振空洞型多素子構造を用いたマイクロ波電力合成について、特にはしご形多素子構造を中心に論じた。以下に各章で得られた成果を要約する。

第2章では、単一共振空洞型マイクロ波多素子発振器の代表的なものである、矩形導波管空洞を用いたはしご形多素子構造と円筒空洞を用いた環状多素子構造のそれぞれの発振器の集中定数形基本モデルに対するモード解析を行って、各固有モードの出力合成能力を調べ、素子の固有出力を完全合成する能力をもつのは各素子における電圧振幅を一定にするモードであることを示すと共に、各モードの安定性をも明らかにした。出力合成モード以外に不要安定モードが存在する場合に、出力合成能力を損わずに不要モードすべてを抑圧し、単一の出力合成モードのみを安定にするための損失抵抗導入方法を示し、そのための条件を与えた。さらに、分布定数形発振器に対してもこれらの解析結果が有効であることを示した。

第3章では、マイクロ波はしご形多素子発振器が完全出力合成能力をもつことを定常交流解析によって明らかにし、そのための回路設計を理論的に導出した。この出力合成動作および設計については、発振器空洞内の進行波についての考察によって明解な物理的解釈をも与えた。実用的観点から興味のあるダイオード・マウント対を等間隔に配置した構造の発振器では、回路パラメタの選択によっては高い出力合成率をもち得ることが示された。発振器動作の安定性に関しては、精度の高いモード解析理論により出力合成モードだけが安定になるための条件を導いた。実験は、ガンダイオードを用いたマウント対数が10（素子数20）までの発振器について行われ、出力合成能力および安定性に関してほぼ理論どおりの動作をすることが確認され、はしご形多素子発振器において高い出力合成効率で安定な出力合成が行われることが明らかにされた。

第4章の前半では、集中定数形のはしご形発振器に外部信号を注入したときの系における各モードの動作を理論的に調べ、注入信号によりモード制御を行うことが可能であることを明らかにした。すなわち、希望モードに十分近い周波数の信号を注入することによって、希望モードの安定性がより強化されること、および他のす

すべての不要モードを抑圧することができることを示した。モード解析によって導出された不要モード抑圧条件は、計算機シミュレーションによってその妥当性が確認された。この章の後半では、マイクロ波はしご形多素子発振器の小信号注入同期特性を論じた。同期定常応答についての理論的解析により、発振器の回路パラメタによる同期範囲の定量的表現を与え、はしご形発振器ではマウント対が多くなるにしたがって $Q_{ex}$ 値が減少する傾向のあることを明らかにした。さらに、PSK信号を注入したときの過渡応答について主として計算機シミュレーションにより調べ、はしご形発振器においても出力位相立上り時間が同期範囲にほぼ反比例するということを示した。対応する実験がマウント対数4（素子数8）までのはしご形発振器について行われ、その結果は理論結果を比較的良く裏付けた。

第5章では、はしご形多素子構造をもつ通過形および反射形のマイクロ波電力増幅器のいずれもが入力電力と構成素子の固有出力とを完全合成する能力をもつことを示し、そのための回路設計を明らかにした。それぞれの形の電力増幅器に対して、回路方程式に基づき数値計算により入出力特性および周波数特性を調べ、入出力特性に関しては、双方の電力増幅器とも、入力電力値が完全電力合成のための設計入力値とそれほど異ならないときには電力合成率の低下が小さいことを示した。周波数特性に関しては、反射形増幅器がマウント対数が少ないときに、通過形増幅器がマウント対が比較的多いときに相対的に平坦であり、実用的価値をもつことが明らかになった。実験は、マウント対数が4までのそれぞれの電力増幅器に対して行われたが、理論結果と比較的良く一致する結果が得られた。

## 謝 辞

本研究を完成するに当り、終始適切な御指導と御激励とを賜りました岡山大学工学部福井 廉教授に厚く御礼申し上げます。

日頃、御鞭撻を下さり、論文をまとめるに当って御指導と御助言とを賜りました京都大学工学部池上淳一教授に心から感謝申し上げます。

また、研究を推進する過程で有益な御教示と御助言とを賜りました京都大学工学部中島将光助教授に深く感謝申し上げます。

最後に、研究に際し、種々御協力頂きました岡山大学工学部電子工学科電子回路工学講座の方々に御礼申し上げます。

## 参考文献

- 1) J. B. Gunn, "Microwave oscillation of current in III-V semiconductors", Solid State Comm., Vol.1, pp.88-91,1963.
- 2) J. B. Gunn, "Instabilities of current in III-V semiconductors", IBM J. Res. Dev., Vol. 8, pp.141-159, 1964.
- 3) W. T. Read, "A proposed high frequency negative resistance diode", Bell Sys. Tech. J., Vol. 37, pp.401-446, 1958.
- 4) R. L. Johnston, B. C. DeLoach, and B. G. Cohen, "A silicon diode microwave oscillator", Bell Sys. Tech. J., Vol. 44, pp.369-372, 1965.
- 5) 植野原編, "マイクロ波半導体デバイス", コロナ社, 1971.
- 6) A. K. Talwar, "A dual-diode 73-GHz Gunn oscillator", IEEE Trans. Microwave Theory and Tech., Vol. MTT-27, pp.510-512, 1979.
- 7) 宮内, 山本, "通信用マイクロ波回路", 電子通信学会, 1981.
- 8) J. W. Gewartowski, "Progress with CW IMPATT diode circuits at microwave frequencies", IEEE Trans. Microwave Theory and Tech., Vol. MTT-27, pp.434-442, 1979.
- 9) T. A. Midford and R. L. Bernick, "Millimeter-wave CW IMPATT diodes and oscillators", IEEE Trans. Microwave Theory and Tech., Vol. MTT-27, pp.483-492, 1979.
- 10) C. Sun, E. Benko and J. W. Tully, "A Tunable high-power V-band Gunn oscillator", IEEE, Trans. Microwave Theory and Tech., Vol. MTT-27, pp.512-514, 1979.
- 11) J. V. Dilorenzo and W. R. Wisseman, "GaAs power MESFET's design, fabriaction and performance", IEEE Trans. Microwave Theory and Tech., Vol. MTT-27, pp.367-378, 1979.
- 12) 岡本, 篠崎, 上川, "最近の送信技術, 電子管, 半導体デバイス", テレビジョン学会誌, vol.35, pp.308-316, 1981.
- 13) 下世古, 岩崎, "世界の放送衛星I", ITU研究, No.119, pp.1-109, 1982.

- 14) 藤尾, “高品位テレビジョンⅡ”, 電子通信学会誌, vol. 65, pp. 876 - 874, 1982.
- 15) 今野, 王丸, 他, “高品位テレビの無線伝送”, テレビジョン学会技術報告 ICS56-1, pp. 37-42, 1982.
- 16) 中島, “マイクロ波電力合成に関連して”, 信学技報MW79-14, 1979.
- 17) K. J. Russell, "Microwave power combining techniques", IEEE Trans. Microwave Theory and Tech., Vol. MTT-27, pp. 472-478, 1979.
- 18) A. H. A. Dayem, "Synchronized microwave generator", US patent 2803750, 1957.
- 19) J. G. Josenhans, "Diamond as an insulating heat sink for a series combination of IMPATT diodes", Proc. IEEE, Vol. 56, pp. 762- , 1968.
- 20) M. Cowley, "High-power parallel-array IMPATT diodes", Electron. Lett., Vol. 7, pp. 301- , 1971.
- 21) C. T. Rucker, J. W. Amoss, G. N. Hill and N. W. Cox, "Multichip IMPATT power combining a summary with new analytical and experimental results", IEEE Trans. Microwave Theory and Tech., Vol. MTT-27, pp. 951-957, 1979.
- 22) 池上, 福井, “マジック T 結合並列運転クライストロン”, 信学誌, vol. 49, pp. 2439-2446, 1966.
- 23) H. Fukui, "Frequency locking and modulation of microwave silicon avalanche diode oscillators", Proc. IEEE, Vol. 54, pp. 1475-1477, 1966.
- 24) S. Mizushina, "2<sup>n</sup> oscillators combined with 3-dB directional couplers for output power summing", Proc. IEEE, Vol. 54, pp. 2166-2167, 1967.

- 25) J. R. Navarez and G. J. Herskowitz, "Output power and loss analysis of  $2^N$  injection-locked oscillators combined through an ideal and symmetric hybrid combiner", IEEE Trans. Microwave Theory and Tech., Vol. MTT-17, pp.2-10, 1969.
- 26) 岡部, 岡村, "多発振器の並列運転系の安定性および雑音", 信学論 (B), vol.53-B, pp.743-751, 1970.
- 27) M. Nakajima, "A proposed multistage microwave power combiner", Proc. IEEE, Vol. 61, pp.242-243, 1973.
- 28) 牧野, 中島, 池上, "多数個発振器系の完全電力合成のための回路条件", 信学論 (B), vol.61-B, pp.313-320, 1978.
- 29) 牧野, 中島, 池上, "発振器電力合成系の同期安定性", 信学論 (B), vol.62-B, pp.337-344, 1979.
- 30) S. Mizushina, H. Kondoh and M. Ashiki, "Corporate and tandem structures for combining power from  $3^N$  and  $2^{N+1}$  oscillators", IEEE Trans. Microwave Theory and Tech., Vol. MTT-28, pp.1428-1432, 1980.
- 31) M. Madihian and S. Mizushina, "Combining the powers from multiple-device oscillators", IEEE Trans. Microwave Theory and Tech., Vol. MTT-30, pp.1228-1233, 1982.
- 32) C. T. Rucker, "A multiple-diode high-average power avalanche-diode oscillator", IEEE Trans. Microwave Theory and Tech., Vol. MTT-17, pp.1156-1158, 1969.
- 33) 木村, 中川, 金子, "多数個並列運転形高出力固体発振器", 信学会マイクロ波研資MW70-49, 1970.
- 34) K. Kurokawa, "An analysis of Rucker's multidevice symmetrical oscillator", IEEE Trans. Microwave Theory and Tech., Vol. MTT-18, pp.967-969, 1970.
- 35) K. Kurokawa and F. M. Magalhaes, "An X-band 10-watt multiple-IMPATT oscillator", Proc. IEEE, Vol. 59, pp.102-103, 1971.

- 36) R. S. Harp and H. L. Stover, "Power combining of X-band IMPATT circuit modules", in 1973 IEEE-ISSCC Dig. Tech. Papers, Vol. XVI, pp.118-119, 1973.
- 37) K. Kurokawa, "The single-cavity multiple-device oscillator", IEEE Trans. Microwave Theory and Tech., Vol. MTT-19, pp.793-801, 1971.
- 38) K. Chang and R. L. Ebert, "W-band power combining design", IEEE Trans. Microwave Theory and Tech., Vol. MTT-28, pp. 295-305, 1980.
- 39) Y.-E. Ma and C. Sun, "1-W millimeter-wave Gunn diode combiner", IEEE Trans. Microwave Theory and Tech., Vol. MTT-28, pp.1460-1463, 1980.
- 40) A. Materka and S. Mizushina, "A waveguide-cavity multiple-device FET oscillator", IEEE Trans. Microwave Theory and Tech., Vol. MTT-30, pp.1237-1241, 1982.
- 41) D. F. Peterson, "Radial-symmetric N-way TEM-line IMPATT diode power combining arrays", IEEE Trans. Microwave Theory and Tech., Vol. MTT-30, pp.163-173, 1982.
- 42) A. C. Scott, "Distributed multimode oscillators of one and two spatial dimensions", IEEE Trans. Circuit and Theory, Vol. CT-17, pp.55-60, 1970.
- 43) T. Endo and S. Mori, "Mode analysis of a multimode ladder oscillator", IEEE Trans. Circuit and Systems, Vol. CAS-23, pp.100-113, 1976.
- 44) T. Endo and S. Mori, "Mode analysis of a two-dimensional low-pass multimode oscillator", IEEE Trans. Circuit and Systems, Vol. CAS-23, pp.517-530, 1976.
- 45) T. Endo and S. Mori, "Mode analysis of a ring of a large number of mutually coupled van der Pol oscillators", IEEE Trans. Circuit and Systems, Vol. CAS-25, pp.7-18, 1978.
- 46) M. Kuramitsu and F. Takase, "A new approach for the analysis of multimode oscillators based on the averaged potential", in Proc. of IEEE Int. Symp. on CAS, pp.943-946, 1981.

- 47) 倉光, 高瀬, “多自由度発振器の解析における平均化の意味”, 信学技報N LP81-26, 1981.
- 48) K. Fukui and S. Nogi, "A multiple-diode structure for high power microwave generation", in IEEE MTT's Int. Microwave Symp. Dig., pp.357-359, 1978.
- 49) 福井, 野木, “はしご形多素子構造による出力合成のための最適設計”, 信学技報MW80-24, 1980.
- 50) K. Fukui and S. Nogi, "Power combining ladder network with many active devices", IEEE Trans. Microwave Theory and Tech., Vol. MTT-28, pp.1059-1067, 1980.
- 51) 福井, 野木, “はしご形多素子マイクロ波発振器”, 信学論(B), vol. J 64-B, pp.816-823, 1981.
- 52) S. Nogi and K. Fukui, "Optimum design and performance of a microwave ladder oscillator with many diode mount pairs", IEEE Trans. Microwave Theory and Tech., Vol. MTT-30, pp.735-743, 1982.
- 53) 池上, 中島, “マイクロ波固体発振器の同期現象とその応用”, 信学誌, vol. 1.54, pp.693-699, 1971.
- 54) K. Kurokawa, "Injection locking of microwave solid-state oscillators", Proc. IEEE, Vol. 61, pp.1386-1410, 1973.
- 55) 野木, 佐野, 福井, “マイクロ波はしご形多素子発振器の注入同期”, 信学技報MW80-22, 1980.
- 56) 野木, 田中, 福井, “はしご形多素子構造によるマイクロ波電力増幅”, 信学技報MW82-22, 1982.
- 57) J. J. Sie and W. J. Crowe, "A one watt CW X-band avalanche diode source or power amplifier", in 1969 P-G MTT Symp. Rec., pp.266-272, 1969.
- 58) E. J. Wilkinson, "An N-way hybrid power divider", IRE Trans. Microwave Theory and Tech., Vol. MTT-8, pp.116-118, 1960.

- 59) 中島, 池上, “多分岐マイクロ波電力合成回路の提案”, 昭54信学総合全  
大771.
- 60) N. Kryloff and N. Bogoliuboff, Introduction to Nonlinear  
Mechanics. Princeton, NJ: Princeton Univ. Press, 1949.
- 61) W. E. Lamb. Jr., "Theory of an optical maser", Phy. Rev.,  
Vol. 134, pp.A1429-A1450, 1964.
- 62) 福井, 佐藤, 野木, “円筒空洞多素子発振器とその不要モード抑制につい  
て”, 信学技報MW83-7, 1983.
- 63) 福井, 野木, 佐藤, “能動素子を部分装荷したはしご形発振器”, 信学論  
(A), vol.J65-A, pp.199-200, 1982.
- 64) L. Lewin, Theory of Waveguide, London: Newnes-Butterworths,  
1975.
- 65) B. Van der Pol, "Forced oscillations in a circuit with  
nonlinear resistance", Phil. Mag., Vol. 3, pp.65-80,  
1927.
- 66) R. Adler, "A study of locking phenomena in oscillators",  
Proc. IRE, Vol. 34, pp.351-357, 1946.
- 67) J. C. Slater, Microwave Electronics, New York: Van  
Norstrand, pp.205-210, 1950.
- 68) C. Hayashi, Nonlinear Oscillation in Physical Systems,  
New York: McGraw-Hill, 1964.
- 69) D. A. Fleri and R. J. Socci, "Amplifying properties of  
Gunn oscillator in injection locked mode", Proc. IEEE,  
Vol. 57, pp.1205-1206, 1969.
- 70) T. Isobe and M. Tokida, "Power Amplification for FM and  
PM signals with synchronized IMPATT oscillators", IEEE  
Trans. Microwave Theory and Tech., Vol. MTT-18, pp.906-  
911, 1970.
- 71) Y. Takayama, "Dynamic behavior of nonlinear power ampli-  
fiers in stable and injection-locked modes", IEEE Trans.  
Microwave Theory and Tech., Vol. MTT-20, pp.591-595, 1972.

- 72) 太田, 福井, “相互同期発振器の注入同期”, 信学論, vol.57-B, pp. 433-440, 1974.
- 73) 飯田, 森田, “逆相自己注入同期発振器の外部注入同期特性”, 信学論 (B), vol.J62-B, pp.66-73, 1979.
- 74) M. Nakajima and J. Ikenoue, "Locking phenomena in microwave oscillator circuit", Int. J. Electronics, Vol. 44, pp.465-472, 1978.
- 75) 神野, “同期2重振動注入同期発振器の位相特性”, 信学論 (B), vol.J59-B, pp.157-164, 1976.
- 76) 神力, “2自由度自動振動系の抑制現象とその応用”, 信学論 (A), vol.J59-B, pp.157-164, 1976.
- 77) 野木, 福井, 佐野, “外部信号による多モード発振器の同期とモード選択”, 信学技報NLP83-9, 1983.
- 78) K. Kurokawa, "Some basic characteristics of broadband negative resistance oscillator circuits", Bell Syst. Tech. J., Vol. 48, pp.1937-1955, 1969.
- 79) M. E. Hines, "Negative-resistance diode power amplifier", IEEE Trans. Electron Devices, Vol. ED-17, pp.1-8, 1970.
- 80) A. Séne and F. J. Rosenbaum, "A wide-band Gunn-effect CW waveguide amplifier", IEEE Trans. Microwave Theory and Tech., Vol. MTT-20, pp.645-650, 1972.
- 81) H. J. Kuno, "Analysis of nonlinear characteristics and transient response of IMPATT amplifiers", IEEE Trans. Microwave Theory and Tech., Vol. MTT-21, pp.694-702, 1973.
- 82) 豊田, “導波管形インパットダイオード増幅器”, 信学論, vol.J60-B, pp.25-31, 1977.
- 83) 早坂, 坂本, “注入同期および負性抵抗電力増幅器の解析”, 信学論, vol.J61-B, pp.1001-1007, 1978.

- 84) A. S. Bains and C. S. Aitchison, "Analysis and design of an X-band actively compensated IMPATT diode amplifier", IEEE Trans. Microwave Theory and Tech., Vol. MTT-27, pp.17-23, 1979.
- 85) 仁尾, 角尾, "7 GHz FPU用電力増幅器と低雑音増幅器の開発", NHK技研月報, vol. 23, pp.6-11, 1980.
- 86) 野木, 福井, "はしご形多素子構造を用いた通過形電力増幅器の周波数特性について", 昭57電気四学会中国支部連大.
- 87) H. J. Kuno and D. L. English, "Millimeter wave IMPATT power amplifier/combiner", IEEE Trans. Microwave Theory and Tech., vol. MTT-24, pp.758-767, 1976.
- 88) 末松, 村谷, "2段形4分の1波長結合負抵抗増幅器", 信学誌, vol. 46, pp.46-53, 1963.

附録1 式(2.28)の導出

式(2.29)のように  $G_{ij} = \theta_{ij}/\alpha_j$  とおくと、式(2.11)は次式のように書換えられる。

$$\frac{dA_j^2}{dt} = \mu\alpha_j (1 - G_{jj}A_j^2 - \sum_{i=1, i \neq j}^N G_{ji}A_i^2) A_j^2 \quad (A.1.1) \quad j=1, 2, \dots, N$$

第*i*モードと第*j*モードとが2重モードとして存在する場合、それぞれの定常振幅を  $A_{is}$  および  $A_{js}$  とすると、式(A.1.1)より

$$\begin{aligned} 1 - G_{ii}A_{is}^2 - G_{ij}A_{js}^2 &= 0 \\ 1 - G_{jj}A_{js}^2 - G_{ji}A_{is}^2 &= 0 \end{aligned} \quad (A.1.2)$$

を満たすので、

$$A_{is}^2 = \frac{G_{jj} - G_{ij}}{G_{ii}G_{jj} - G_{ij}G_{ji}}, \quad A_{js}^2 = \frac{G_{ii} - G_{ji}}{G_{ii}G_{jj} - G_{ij}G_{ji}} \quad (A.1.3)$$

を得る。式(A.1.1)から

$$J_{lk} = \left[ \frac{\partial}{\partial A_k^2} \left( \frac{\partial A^2}{\partial t} \right) \right]_{A_i^2=A_{is}^2, A_j^2=A_{js}^2, A_m^2(\neq i, j)=0}$$

を求めると

$$J_{lk} = \begin{cases} -\mu\alpha_l G_{ll} A_{ls}^2, & l=k=i, j \\ \mu\alpha_l (1 - G_{li} A_{is}^2 - G_{lj} A_{js}^2), & l=k \neq i, j \\ -\mu\alpha_l \theta_{lk} A_{ls}^2, & l \neq k, l=i, j \\ 0, & l \neq k, l \neq i, j \end{cases} \quad (A.1.4)$$

と表わされ、行列  $\{J_{lk}\}$  に対する特性方程式  $|\{J_{lk}\} - sE| = 0$  は

$$\begin{vmatrix} J_{ii} - s & J_{ij} \\ J_{ji} & J_{jj} - s \end{vmatrix} \prod_{\substack{k=1 \\ k \neq i, j}}^N (J_{kk} - s) = 0 \quad (A.1.5)$$

となる。

この2重モードの安定条件は特性方程式の根の実数部がすべて負になることから

$$\mathcal{J}_{ii} + \mathcal{J}_{jj} = -\mu(\alpha_i G_{ii} A_{is}^2 + \alpha_j G_{jj} A_{js}^2) < 0 \quad (\text{A.1.6a})$$

$$\mathcal{J}_{ii}\mathcal{J}_{jj} - \mathcal{J}_{ij}\mathcal{J}_{ji} = \mu^2 \alpha_i \alpha_j \cdot (G_{ii}G_{jj} - G_{ij}G_{ji}) \cdot A_{is}^2 A_{js}^2 > 0 \quad (\text{A.1.6b})$$

およびすべてのk (キ i, j) に対して

$$\mathcal{J}_{kk} = \mu \alpha_k (1 - G_{ki} A_{is}^2 - G_{kj} A_{js}^2) < 0 \quad (\text{A.1.6c})$$

が成立つこととなる。  $A_{is}^2 > 0$  および  $A_{js}^2 > 0$  なる条件と式 (A. 1. 3) および (A. 1. 6 b) から式 (2. 28 a) を、式 (A. 1. 6 c) から式 (2. 28 b) を得る。なお、式 (A. 1. 6 a) は常に満足される。

## 附録2 (2. 30) のモード対の導出

式 (2. 28 a) を満足する可能性があるのは、式 (2. 23) より、  $i + j = N + 2$  を満たすモード対 {i, j} であることが分かる。これらのモードに対して、式 (2. 28 a) および (2. 23) より

$$\frac{2}{3} \sin^2 \frac{i-1}{2N} \pi < \sin^2 \frac{j-1}{2N} \pi \quad (\text{A.2.1a})$$

$$\frac{2}{3} \sin^2 \frac{j-1}{2N} \pi < \sin^2 \frac{i-1}{2N} \pi \quad (\text{A.2.1b})$$

を得る。  $i < j$  とすると、式 (A. 2. 1) より、

$$\sqrt{\frac{2}{3}} < \tan \frac{i-1}{2N} \pi \leq 1 \quad (\text{A.2.2})$$

が成立つときに式 (2. 28 a) が満足される。式 (A. 2. 2) が最も成立し易いのは  $i = [1 + N/2] \equiv i_{do}$  のときであり、Nが偶数 ( $i_{do} = N/2$ ) の場合には  $N \geq 16$  のとき、またNが奇数 ( $i_{do} = (N+1)/2$ ) の場合には  $N \geq 9$  のときに式 (A. 2. 2) が成立し得ることが分かる。よって (2. 30) のモード対を得る。

一方、式 (2. 28 b) は

$$(G_{ki} - G_{ji})(G_{kj} - G_{ij}) > (G_{ki} - G_{ii})(G_{kj} - G_{jj}) \quad (\text{A.2.3})$$

のように書換えられる。(2. 30)を満たすモード対  $(i, j)$  に対して、 $k = N$ とすると、式(2. 23)より  $G_{ki} = G_{kj} < G_{ji}$ ,  $G_{ij}$ ,  $G_{ii}$ ,  $G_{jj}$  を得るが、このことと式(2. 28 a)とを併せ考えると、式(A2. 3)したがって式(2. 28 b)は  $k = N$ に対して成立しないことが分かる。

### 附録3 2重モードの抑圧

負荷を最終段に接続する場合、 $g'$ を挿入したときの利得パラメタ  $\alpha_j'$  は式(2. 22)および(2. 34 a)より

$$\alpha_j' = \sigma_j \alpha_j \quad (\text{A.3.1})$$

ここで

$$\sigma_j = \begin{cases} 1 & j=1 \\ 1 - \frac{8g'}{Ng_0} \sin^2 \frac{n(j-1)\pi}{N} & j=2, 3, \dots, N \end{cases} \quad (\text{A.3.2})$$

と表わすことができる。2重モードを組む可能性のあるモード対を  $(i, j)$  とすると、式(2. 23), (A3. 1)および(2. 28 a)より

$$i + j = N + 2 \quad (\text{A.3.3})$$

したがって

$$\sin^2 \frac{n(j-1)\pi}{N} = \sin^2 \frac{n(i-1)\pi}{N} \quad (\text{A.3.4})$$

が成立つので、式(A3. 2)より

$$\sigma_i = \sigma_j \quad (\text{A.3.5})$$

を得る。式(A. 3. 5)より、 $g'$ を挿入しないときに式(2. 28 a)が成立する場合には、 $g'$ を挿入しても同じ式が成立することが分かる。

一方、 $g'$ 挿入時には式(2. 28 b)の安定条件は式(2. 29)および(A. 3. 2)を用いて

$$\frac{\sigma_i}{\sigma_k} G_{ki} (G_{jj} - G_{ij} + G_{ii} - G_{ji}) > G_{ii} G_{jj} - G_{ij} G_{ji} \quad (\text{A.3.6})$$

のように表わされる。式(2. 23)を式(A. 3. 6)に用いると

$$\frac{\sigma_i}{\sigma_k} G_{ki} > \frac{5}{2} \cdot \frac{\theta}{Ng_0} \quad (k \neq i, j) \quad (\text{A.3.7})$$

を得る。k = 1 に対して式 (A. 3. 7) を不成立にして (i, j) の 2 重モードを不安定にするときには、式 (A. 3. 2) および (2. 23) を用いて

$$\sigma_i < \frac{5}{8} \quad (\text{A.3.8})$$

なる条件を得る。n = 1 とするときには、式 (A. 3. 2) および (A. 3. 8) より

$$g' \sin^2 \frac{(j-1)\pi}{N} > \frac{3}{64} Ng_0 \quad (\text{A.3.9})$$

を得る。

#### 附録4 式 (2. 51) ~ (2. 55) の導出

式 (2. 49) で与えられる行列 B に対する固有値  $\lambda_j$  および固有ベクトル  $\mathbf{p}_j$  に対しては

$$B\mathbf{p}_j = \lambda_j \mathbf{p}_j \quad (\text{A.4.1})$$

が成立つ。式 (2. 49) および (2. 50) を式 (A. 4. 1) に用いると

$$\begin{aligned} \alpha_{r0} N p_{0j} - \alpha_{r0} (p_{1j} + p_{2j} + \dots + p_{Nj}) &= \lambda_j p_{0j} \\ -\alpha_r p_{0j} + (1 + \alpha_p) p_{1j} - \alpha_p p_{2j} - \alpha_p p_{Nj} &= \lambda_j p_{1j} \\ -\alpha_r p_{0j} - \alpha_p p_{1j} + (1 + \alpha_p) p_{2j} - \alpha_p p_{3j} &= \lambda_j p_{2j} \\ \dots\dots\dots \\ -\alpha_r p_{0j} - \alpha_p p_{k-1,j} + (1 + \alpha_p) p_{kj} - \alpha_p p_{k+1,j} &= \lambda_j p_{kj} \\ \dots\dots\dots \\ -\alpha_r p_{0j} - \alpha_p p_{1j} - \alpha_p p_{N-1,j} + (1 + \alpha_p) p_{N,j} &= \lambda_j p_{Nj} \end{aligned} \quad (\text{A.4.2})$$

を得る。式 (A. 4. 2) の解を次の 2 つの場合に分けて求めることにする。

1)  $p_{1j} = p_{2j} = \dots = p_{Nj} = p_j$  の場合

式 (A. 4. 2) の第1式は

$$\alpha_{r0}^N p_{0j} - \alpha_{r0}^N p_j = \lambda_j p_{0j} \quad (\text{A.4.3})$$

また、第2～第(N+1)式はすべて

$$-\alpha_r p_{0j} + (1-\alpha_p) p_j = \lambda_j p_j \quad (\text{A.4.4})$$

となる。式 (A. 4. 3) および (A. 4. 4) より、 $p_{0j}$  および  $p_j$  が共に0にならないための条件として  $\lambda_j$  ( $j=0, 1$ ) を求めると式 (2. 51) を得る。

さらに、式 (2. 51) を式 (A. 4. 3) に用い、式 (2. 50) を考慮すると、式 (2. 52) および (2. 53) を得る。

2)  $p_{0j} = 0$  の場合

この場合、式 (A. 4. 2) は

$$\begin{aligned} p_{1j} + p_{2j} + \dots + p_{Nj} &= 0 \\ (1+\alpha_p) p_{1j} - \alpha_p p_{2j} - \alpha_p p_{Nj} &= \lambda_j p_{1j} \\ -\alpha_p p_{2j} + (1+\alpha_p) p_{2j} - \alpha_p p_{3j} &= \lambda_j p_{2j} \\ \dots\dots\dots \\ -\alpha_p p_{k-1,j} + (1+\alpha_p) p_{kj} - \alpha_p p_{k+1,j} &= \lambda_j p_{kj} \\ \dots\dots\dots \\ -\alpha_p p_{1j} - \alpha_p p_{N-1,j} + (1+\alpha_p) p_{N,j} &= \lambda_j p_{Nj} \end{aligned} \quad (\text{A.4.5})$$

となるので、式 (A. 4. 5) の第2～第(N+1)式の解のうち第1式を満たすものがこの場合の求めるべき解となる。

式 (A. 4. 5) の第2～第(N+1)式は次式のように書換えられる。

$$-\alpha_p p_{k-1,j} + (1+\alpha_p - \lambda_j) p_{k,j} - \alpha_p p_{k+1,j} = 0 \quad (\text{A.4.6})$$

( $k=1, 2, \dots, N$ )

ただし、ここでの  $p_{0j}$  は式 (2. 50) のものとは異なり

$$p_{0,j} \equiv p_{N,j}, \text{ また } p_{N+1,j} \equiv p_{1,j} \quad (\text{A.4.7})$$

としている。式 (A. 4. 6) の差分方程式は  $p_{k,j} = \rho^k$  の特解をもつ。これを式 (A. 4. 6) に代入すると

$$-\alpha_p \rho + (1 + \alpha_p - \lambda_j) - \alpha_p \rho^{-1} = 0 \quad (\text{A.4.8})$$

を得る。式 (A. 4. 8) の2根を  $\rho_1, \rho_2$  とすると、これらに対する2つの特解の一次結合  $P_{k,j} = C_1 \rho_1^k + C_2 \rho_2^k$  も解である。この解が式 (A. 4. 7) を満足するためには

$$\begin{aligned} C_1 + C_2 &= C_1 \rho_1^N + C_2 \rho_2^N \\ C_1 \rho_1 + C_2 \rho_2 &= C_1 \rho_1^{N+1} + C_2 \rho_2^{N+1} \end{aligned} \quad (\text{A.4.9})$$

が成立たなければならないが、 $C_1, C_2$  が共に0でないための条件は  $\rho_1 \rho_2 = 1$  を用いて

$$\rho_1^N = 1 \quad (\text{A.4.10})$$

で与えられる。したがって、式 (A. 4. 5) の第1式を考慮して

$$\rho_1 = \rho_2^{-1} = e^{i \frac{2\pi(j-1)}{N}} \quad (j = 2, 3, \dots, N) \quad (\text{A.4.11})$$

とすることができる。式 (A. 4. 11) を式 (A. 4. 8) に用いると式 (2. 54) を得る。 $j + \tilde{j} = N + 2$  のとき  $\cos \frac{2\pi(j-1)}{N} = \cos \frac{2\pi(\tilde{j}-1)}{N}$  が成立つので、式 (2. 54) より、このような関係にある2つのモード  $j$  および  $\tilde{j}$  は互いに縮退していることが分かる。

式 (A. 4.10) を式 (A. 4. 9) に用いると  $C_1$  と  $C_2$  とは不定になるが、 $P_{k,j}$  が実数となりかつ  $\mathbf{P}_i^\dagger \mathbf{P}_j = \delta_{ij}$  となるように  $C_1, C_2$  を選ぶものとし、 $2 \leq j \leq [(N+1)/2]$  のときに  $C_1 = C_2 = 1/\sqrt{2N}$ 、 $[N/2 + 2] \leq j \leq N$  のときに  $C_1 = -C_2 = i/\sqrt{2N}$ 、また  $j = 1 + N/2$  のときに  $C_1 = C_2 = 1/(2\sqrt{N})$  とすると式 (2. 55) を得る。

#### 附録5 式 (2. 70) の導出

$\mathcal{J}_{ik}$  を式 (2. 57) および (2. 66) ~ (2. 68) から求めると

$$g_{ik} = \begin{cases} -\mu \theta_{\ell\ell} A_{\ell S}^2, & i=k=\ell, \tilde{\ell} \\ -\frac{1}{2} \mu \theta_{\ell\tilde{\ell}} \tilde{A}_{\ell S}^2, & i=\ell, k=\tilde{\ell}; i=\tilde{\ell}, k=\ell \\ \mu (\alpha_i - \theta_{i\ell} A_{\ell S}^2 - \theta_{i\tilde{\ell}} \tilde{A}_{\ell S}^2), & i=k \neq \ell, \tilde{\ell} \\ 0, & \text{上記以外の } i, k \end{cases} \quad (\text{A.5.1})$$

と表わされるので、行列  $(g_{ik})$  に対する特性方程式は

$$\begin{vmatrix} g_{\ell\ell} - s & g_{\ell\tilde{\ell}} \\ g_{\tilde{\ell}\ell} & g_{\tilde{\ell}\tilde{\ell}} - s \end{vmatrix} \cdot \prod_{\substack{k=1 \\ k \neq \ell, \tilde{\ell}}}^N (g_{kk} - s) = 0 \quad (\text{A.5.2})$$

となる。第  $\ell$  および  $\tilde{\ell}$  モードの縮退 2 重モードが安定であるためには、式 (A. 5. 2) の根の実数部がすべて負でなければならないので、式 (A. 5. 2) および (A. 5. 1) より

$$g_{\ell\ell} + g_{\ell\tilde{\ell}} = -\mu (\theta_{\ell\ell} A_{\ell S}^2 + \theta_{\ell\tilde{\ell}} \tilde{A}_{\ell S}^2) < 0 \quad (\text{A.5.3a})$$

$$g_{\ell\ell} g_{\tilde{\ell}\tilde{\ell}} - g_{\ell\tilde{\ell}} g_{\tilde{\ell}\ell} = \mu^2 A_{\ell S}^2 (\theta_{\ell\ell}^2 - \frac{1}{4} \theta_{\ell\tilde{\ell}}^2) > 0 \quad (\text{A.5.3b})$$

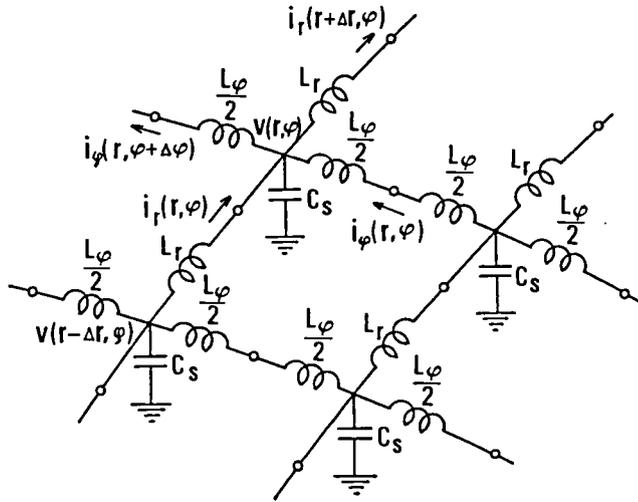
およびすべての  $i$  ( $\neq \ell, \tilde{\ell}$ ) に対して

$$g_{ii} = \mu (\alpha_i - \theta_{i\ell} A_{\ell S}^2 - \theta_{i\tilde{\ell}} \tilde{A}_{\ell S}^2) < 0 \quad (\text{A.5.3c})$$

を得る。式 (2. 60 b) より式 (A. 5. 3 a) および (A. 5. 3 b) は常に成立つ。したがって、求める安定条件として、式 (A. 5. 3 c) に式 (2. 60 b) および (2. 68) を用いることにより、式 (2. 70) を得る。

## 附録 6 円筒空洞の集中定数形等価回路表現

図 2. 21 (b) の集中定数系において得られる回路方程式が連続体近似において、図 2. 21 (a) の円筒空洞における波動方程式に一致することを示す。図 2. 21 (b) の系から節点方程式 (図 A. 6. 1 参照) として次式を得る。



図A. 6. 1 等価回路における各電圧および電流

$$v(r, \varphi) - v(r - \Delta r, \varphi) = -L_r(r) \frac{di_r(r, \varphi)}{dt} \quad (\text{A. 6. 1a})$$

$$v(r, \varphi) - v(r, \varphi - \Delta \varphi) = -L_\varphi(r) \frac{di_\varphi(r, \varphi)}{dt} \quad (\text{A. 6. 1b})$$

$$i_r(r + \Delta r, \varphi) - i_r(r, \varphi) + i_\varphi(r, \varphi + \Delta \varphi) - i_\varphi(r, \varphi) = -C_s(r) \frac{dv(r, \varphi)}{dt} \quad (\text{A. 6. 1c})$$

各電圧、電流および回路素子は

$$v(r + \Delta r, \varphi) = v(r, \varphi) + \left. \frac{\partial v}{\partial r} \right|_{r=r, \varphi=\varphi} \Delta r + \frac{1}{2} \left. \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} \right|_{r=r, \varphi=\varphi} (\Delta r)^2 + o((\Delta r)^3)$$

$$L_r(r + \Delta r) = L_r(r) + \left. \frac{dL_r}{dr} \right|_{r=r} \Delta r + o((\Delta r)^2)$$

のように展開できるので、式(A. 6. 1 a)を用いて

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dt} \{i_r(r + \Delta r, \varphi) - i_r(r, \varphi)\} \\ &= -\frac{1}{L_r(r + \Delta r)} \{v(r + \Delta r, \varphi) - v(r, \varphi)\} + \frac{1}{L_r(r)} \{v(r, \varphi) - v(r - \Delta r, \varphi)\} \\ &= -\left. \frac{\partial}{\partial r} \left\{ \frac{1}{L_r(r)} \frac{\partial v}{\partial r} \right\} \right|_{r=r, \varphi=\varphi} \cdot (\Delta r)^2 + o((\Delta r)^3) \quad (\text{A. 6. 2a}) \end{aligned}$$

さらに、式 (A. 6. 1 b) を用いて

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}\{i_{\varphi}(r, \varphi + \Delta\varphi) - i_{\varphi}(r, \varphi)\} &= -\frac{1}{L_{\varphi}(r)} \cdot \{v(r, \varphi + \Delta\varphi) - 2v(r, \varphi) + v(r, \varphi - \Delta\varphi)\} \\ &= -\frac{1}{L_{\varphi}(r)} \left\{ \frac{\partial^2 v}{\partial \varphi^2} \Big|_{r=r, \varphi=\varphi} \cdot (\Delta\varphi)^2 + O((\Delta\varphi)^3) \right\} \end{aligned} \quad (\text{A. 6. 2b})$$

を得る。式 (A. 6. 2) および (2. 76) を式 (A. 6. 1 c) に用い、  
 $\Delta r, \Delta\varphi \rightarrow 0$  とすると

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial v}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v}{\partial \varphi^2} - \epsilon_0 c_0 \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = 0$$

を得る。式 (A. 6. 3) および境界条件式  $v(R, \varphi) = 0$ 、さらに  $\epsilon_0 c_0 = \epsilon_0 \mu_0$  より、図 2. 21 (b) の系における  $v(r, \varphi)$  は円筒空洞共振器において  $\partial E_z / \partial z = 0$  としたときの  $E_z$  に対応するものであることが分かる。

## 附録7 モードの安定性

各モードの安定性は平均ポテンシャル<sup>(46)</sup>を用いた解析によって明らかにすることができる。2. 4節のように、系がN個の能動コンダクタンスと負荷コンダクタンス  $g_L$  とを有するとき、系の平均ポテンシャルUは

$$U = \sum_{n=1}^N U_{an} + U_L \quad (\text{A. 7. 1a})$$

で与えられる。ここで、 $U_{an}$  ( $n=1, 2, \dots, N$ ) は各能動コンダクタンスによる寄与で、式 (2. 45) のように能動素子に加わる電圧を  $v_{k_n}$ 、その電流を  $i_{ak_n}$  とすると

$$U_{an} = \overline{\int i_{ak_n} dv_{k_n}} = -\frac{1}{2} g_{1n} \overline{v_{k_n}^2} + \frac{1}{3} \theta v_{k_n}^4 \quad (\text{A. 7. 1b})$$

で与えられる。ただし、—記号は時間平均を表わす。また、 $U_L$  は負荷コンダクタンス  $g_L$  による寄与で、 $g_L$  に加わる電圧を  $v_{k_0}$  とすると、 $U_L$  は  $U_{ak}$  と同様に

$$U_L = \frac{1}{2} g_L v_{k_0}^2 \quad (\text{A.7.1c})$$

と表わされる。

一方、各コンダクタンスにおける電圧  $v_{k_n}$  ( $n=0, 1, \dots, N$ ) は式 (2.56) と同様に系の固有モード  $\mathbf{p}_j = (p_{1j}, p_{2j}, \dots, p_{Mj})$  ( $j=1, 2, \dots, M$ ;  $M$ は系の自由度) によって展開でき、モード変数を  $A_j \cos(\omega_j t + \psi_j)$  とすると

$$v_{k_n} = \sum_{j=1}^M p_{k_n j} A_j \cos(\omega_j t + \psi_j) \quad (\text{A.7.2})$$

と表わすことができる。式 (A.7.2) を式 (A.7.1) に用いると、平均ポテンシャル  $U(A_1, A_2, \dots, A_M, \psi_1, \psi_2, \dots, \psi_M)$  は各モードのコンダクタンス位置での規格化電圧を与える  $p_{k_n j}$  値のみに依存することが分かる。系は時間と共に  $U$  が減少する方向に変化し、 $U$  が極小になる状態が系の安定状態であるので、結局、各モードの安定性はモードパターンを表わす ( $p_{k_0 j}, p_{k_1 j}, \dots, p_{k_N j}$ ) のみによって決定される、とすることができる。

#### 附録8 式 (4.12) の導出

式 (4.5) から式 (4.11) で定義される  $\mathcal{J}_{ik}$  を求めると

$$\mathcal{J}_{ik} = \frac{\mu}{2} \times \begin{cases} \alpha_J - 3\theta_{JJ} A_{JS}^2 & (i=k=J) \\ \alpha_i - \theta_{iJ} A_{JS}^2 & (i=k \neq J, 1 \leq i \leq N, 1 \leq k \leq N) \\ -P_{NJ} I_{in} \sin \psi_{JS} & (i=J, k=N+1) \\ \frac{P_{NJ} I_{in}}{A_{JS}^2} \sin \psi_{JS} & (i=N+1, k=J) \\ -\frac{P_{NJ} I_{in}}{A_{JS}} \cos \psi_{JS} & (i=k=N+1) \\ 0 & (\text{上記以外の } i, k) \end{cases} \quad (\text{A.8.1})$$

を得る。上式より、行列  $\{J_{ik}\}$  の特性方程式は

$$\begin{aligned} & \det(\{J_{ik}\} - sE) \\ &= \{(J_{JJ} - s)(J_{N+1, N+1} - s) - J_{J, N+1} J_{N+1, J}\} \cdot \prod_{\substack{k=1 \\ k \neq J}}^N (J_{kk} - s) \\ &= 0 \end{aligned} \tag{A.8.2}$$

で与えられるので、 $\{J_{ik}\}$  の固有値の実数部がすべて負であるための必要十分条件は

$$J_{JJ} + J_{N+1, N+1} < 0 \tag{A.8.3a}$$

$$J_{JJ} J_{N+1, N+1} - J_{J, N+1} J_{N+1, J} > 0 \tag{A.8.3b}$$

およびすべての  $k$  ( $k \neq J, 1 \leq k \leq N$ ) に対して

$$J_{kk} < 0 \tag{A.8.3c}$$

が成立することとなる。式 (A. 8. 1) および (4. 9) を用いると、式 (A. 8. 3 a) より式 (4. 12 a) を、また式 (A. 8. 3 b) より式 (4. 12 b) を得る。さらに、式 (A. 8. 3 c), (A. 8. 1) および (4. 8) より式 (4.12 c) を得る。

## 附録9 サークュレータ結合系に対する等価回路

(図4. 5 (a) および図5. 11の導出)

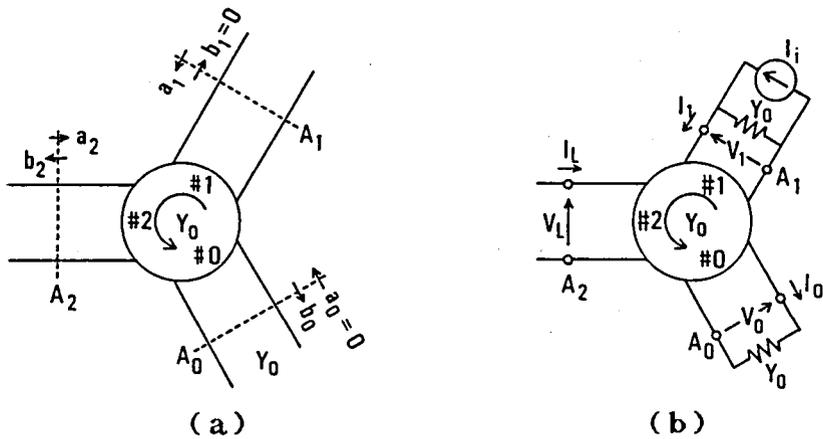
図A. 9. 1 (a) のサーキュレータ結合系において、#2の基準面  $A_2$  における進行波の正規化振幅  $a_2$  および  $b_2$  に対して、 $b_0$  が  $a_2$  と、また  $a_1$  が  $b_2$  とそれぞれ同位相になる位置に基準面  $A_0$  および  $A_1$  を選ぶことにすると、

$$a_1 = b_2 \tag{A.9.1}$$

$$a_2 = b_0 \tag{A.9.2}$$

$$a_0 = b_1 = 0 \tag{A.9.3}$$

が成立つ。これらの基準面における電圧および電流の複素実効振幅を図 (b) のよ



図A. 9. 1 サーキュレータ結合系

うに  $V_0$  および  $I_0$  など、また注入信号を電流源  $I_i$  で表わすと、次式が得られる。

$$a_1 = \frac{1}{2}(V_1\sqrt{Y_0} + I_1\sqrt{Y_0}) \quad (\text{A.9.4})$$

$$a_2 = \frac{1}{2}(V_L\sqrt{Y_0} + I_L/\sqrt{Y_0}) \quad (\text{A.9.5})$$

$$b_2 = \frac{1}{2}(V_L\sqrt{Y_0} - I_L/\sqrt{Y_0}) \quad (\text{A.9.6})$$

$$b_0 = \frac{1}{2}(V_0\sqrt{Y_0} + I_0/\sqrt{Y_0}) \quad (\text{A.9.7})$$

$$I_1 = \frac{1}{2}I_i = Y_0V_1 \quad (\text{A.9.8})$$

$$I_0 = Y_0V_0 \quad (\text{A.9.9})$$

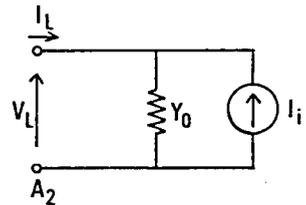
これらの諸式から

$$I_0 = I_L + \frac{1}{2}I_i = Y_0V_L - \frac{1}{2}I_i \quad (\text{A.9.10})$$

したがって

$$Y_0V_L = I_L + I_i$$

を得る。この式から図A. 9. 1の端子  $A_2$  からサーキュレータ側を見た部分は図A. 9. 2のように等価的に表現し得ることが分かる。



図A. 9. 2 端子  $A_2$  から見た等価回路

負荷への出力 $P_0$ は式(A.9.10)を用いると

$$P_0 = \frac{1}{2} \cdot \frac{|I_0|^2}{Y_0} = \frac{1}{2Y_0} |I_L + \frac{1}{2} I_i|^2 \quad (\text{A.9.11})$$

と表わされる。

#### 附録10 同期定常状態における関係式(4.63)～(4.65)の導出

注入同期時における各節点電圧の振幅および位相を自動発振定常値の近傍で展開し、 $V_{k,s,n} = 1 + \Delta V_{k,s,n}$ ,  $\varphi_{k+1,k,s} = \varphi_{k+1,k,s0} + \Delta\varphi_{k+1,k,s}$  とおく。注入電力比が小さい場合には、 $\epsilon_1$ を微小量として、 $V_{in,n}$ ,  $\Delta V_{k,s,n}$ ,  $\delta\tilde{b}_k$ ,  $\delta\tilde{b}_{tk}$  および  $\Delta\varphi_{k+1,k,s}$  を $O(\epsilon_1)$ とすることができる。式(4.62a)～(4.62f)にこれらの式を用い、 $O(\epsilon_1^2)$ を無視するとそれぞれから以下の式を得る。

$$\begin{aligned} -g_{opt} \cdot \Delta V_{1,s,n} + \delta\tilde{g}_1 - \delta\tilde{b}_{t2} \sin \varphi_{21,s0} - b_{t2} \sin \varphi_{21,s0} \cdot \Delta V_{2,s,n} \\ - b_{t2} \cos \varphi_{21,s0} \cdot \Delta\varphi_{21,s} = 0 \quad (\text{a}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta\tilde{b}_1 + b_1 \cdot \Delta V_{1,s,n} + \delta\tilde{b}_{t2} \cos \varphi_{21,s0} + b_{t2} \cos \varphi_{21,s0} \cdot \Delta V_{2,s,n} \\ - b_{t2} \sin \varphi_{21,s0} \cdot \Delta\varphi_{21,s} = 0 \quad (\text{b}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta\tilde{b}_{t,\ell} \sin \varphi_{\ell,\ell-1,s0} + b_{t,\ell} \sin \varphi_{\ell,\ell-1,s0} \cdot \Delta V_{\ell-1,s,n} \\ + b_{t,\ell} \cos \varphi_{\ell,\ell-1,s0} \cdot \Delta\varphi_{\ell,\ell-1,s} - g_{opt} \cdot \Delta V_{\ell,s,n} + \delta\tilde{g}_\ell \\ - \delta\tilde{b}_{t,\ell+1} \sin \varphi_{\ell+1,\ell,s0} - b_{t,\ell+1} \sin \varphi_{\ell+1,\ell,s0} \cdot \Delta V_{\ell+1,s,n} \\ - b_{t,\ell+1} \cos \varphi_{\ell+1,\ell,s0} \cdot \Delta\varphi_{\ell+1,\ell,s} = 0 \quad (\text{c}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \delta \widetilde{b}_{t, \ell} \cos \varphi_{\ell, \ell-1, s0} + b_{t, \ell} \cos \varphi_{\ell, \ell-1, s0} \cdot \Delta V_{\ell-1, s, n} \\
& - b_{t, \ell} \sin \varphi_{\ell, \ell-1, s0} \cdot \Delta \varphi_{\ell, \ell-1, s} + b_{\ell} \cdot \Delta V_{\ell, s, n} + \delta \widetilde{b}_{\ell} \\
& + \delta \widetilde{b}_{t, \ell+1} \cos \varphi_{\ell+1, \ell, s0} + b_{t, \ell+1} \cos \varphi_{\ell+1, \ell, s0} \cdot \Delta V_{\ell+1, s, n} \\
& - b_{t, \ell+1} \sin \varphi_{\ell+1, \ell, s0} \cdot \Delta \varphi_{\ell+1, \ell, s} = 0 \\
& (\ell=2, 3, \dots, N-1) \tag{d}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \delta \widetilde{b}_{t, N} \sin \varphi_{N, n-1, s0} + b_{t, N} \sin \varphi_{N, n-1, s0} \cdot \Delta V_{N-1, s, n} \\
& + b_{t, N} \cos \varphi_{N, N-1, s0} \cdot \Delta \varphi_{N, N-1, s} + (-g_{\text{opt}} + g_L) \cdot \Delta V_{N, s, n} \\
& + \delta (\widetilde{g}_N + \widetilde{g}_L) = V_{\text{in}, n} \cos N, s \tag{e}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \delta \widetilde{b}_{t, N} \cos \varphi_{N, N-1, s0} + b_{t, N} \cos \varphi_{N, N-1, s0} \cdot \Delta V_{N-1, s, n} \\
& - b_{t, N} \sin \varphi_{N, N-1, s0} \cdot \Delta \varphi_{N, N-1, s} + b_N \Delta V_{N, s, n} \\
& + \delta \widetilde{b}_N = -V_{\text{in}, n} \sin \varphi_{N, s} \tag{f}
\end{aligned}$$

(A.10)

また、減結合係数  $r$  が小さい場合を考え、 $\epsilon_2$  を微小量として  $g_{\text{opt}} = 0$  ( $\epsilon_2$ ) とすると、式 (4.44) および (4.53a) の脚註を用いて、 $\sin \varphi_{\ell, \ell-1, s0}$  および  $\widetilde{g}_{\ell}$  は  $O(\epsilon_2)$  となる。注入電力比が小さく、 $\epsilon_1 = 0$  ( $\epsilon_2^2$ ) である場合、式 (A.10) の (a) および (c) から  $\Delta \varphi_{\ell, \ell-1, s}$  は  $O(\epsilon_2^3)$  となるので、式 (b), (d) および (f) の  $b_{t, \ell} \sin \varphi_{\ell, \ell-1, s0} \cdot \Delta \varphi_{\ell, \ell-1, s}$  ( $\ell=2, 3, \dots, N$ ) なる項は  $O(\epsilon_2^4) = O(\epsilon_1^2)$  となり無視することができる。

式 (A.10) の (b) および (d) で  $\ell=2, 3, \dots, k$  とした式をすべて加え合わせて式 (4.45) を用いると式 (4.63) を得る。式 (b), (d) および (f) において  $(-1)^{N-\ell}$  を乗じてすべて加え合わせ、式 (4.45) および (4.63) を用いると式 (4.64) を得る。さらに、式 (a), (c) および (e) をすべて加え合わせ、式 (4.44) を用いると式 (4.65) を得る。

附録1 1 素子サセプタンスの電圧依存性が無視できないときの同期定常状態

(式(4.69)の導出)

素子サセプタンス  $b_p$  の電圧依存性を無視できないときには、式(4.62)において  $b_k$  として  $b_k = b_k|_{v_{k,s,n}=1} + \tilde{b}_p(v_{k,s,n} - 1)$  を用いなければならない。附録10と同様に  $v_{k,s,n} = 1 + \Delta v_{k,s,n}$  および  $\varphi_{k+1,k,s} = \varphi_{k+1,k,s0} + \Delta\varphi_{k+1,k,s}$  として  $O(\epsilon^2)$  を無視すると、式(A.10)の式(b)に  $\tilde{b}_p \Delta v_{1,s,n}$ 、式(d)に  $\tilde{b}_p \Delta v_{\ell,s,n}$ 、さらに式(f)に  $\tilde{b}_p \Delta v_{N,s,n}$  だけが付加された式を得る。すなわち、式(A.10)の(b)、(d)および(f)はそれぞれに対応して次式のように変更を受ける。

$$(b_1 + \tilde{b}_p) \Delta v_{1,s,n} + b_{t,2} \cos \varphi_{21,s0} \cdot \Delta v_{2,s,n} + (\tilde{b}_1 + \tilde{b}_2 \cos \varphi_{21,s0}) \delta = 0 \quad (b)$$

$$b_{t,\ell} \cos \varphi_{\ell,\ell-1,s0} \Delta v_{\ell-1,s,n} + (b_\ell + \tilde{b}_p) \Delta v_{\ell,s,n} + b_{t,\ell+1} \cos \varphi_{\ell+1,\ell,s0} \cdot \Delta v_{\ell+1,s,n} + (\tilde{b}_{t,\ell} \cos \varphi_{\ell,\ell-1,s0} + \tilde{b}_\ell + \tilde{b}_{t,\ell+1} \cos \varphi_{\ell+1,\ell,s0}) \delta = 0 \quad (d)$$

( $\ell=2, 3, \dots, N-1$ )

$$b_{t,N} \cos \varphi_{N,N-1,s0} \cdot \Delta v_{N-1,s,n} + (b_N + \tilde{b}_p) \Delta v_{N,s,n} + (\tilde{b}_{t,N} \cos \varphi_{N,N-1,s0} + \tilde{b}_N) \delta = -v_{in,n} \sin \varphi_{N,s} \quad (f)$$

(A.11.1)

式(A.11.1)の(b)および(d)で  $\ell=2, 3, \dots, k-1$  として得られる式から、 $\Delta v_{\ell,s,n}$  ( $\ell=1, 2, \dots, k-2$ ) を次々に消去すると

$$A_{k-1} \Delta v_{k-1,s,n} + b_{t,k} \cos \varphi_{k,k-1,s0} \cdot \Delta v_{k,s,n} + B_{k-1} \delta = 0 \quad (A.11.2)$$

( $k=2, 3, \dots, N$ )

を得る。ここで、 $A_k$  および  $B_k$  は式(4.70)から得られる。式(A.11.1f)と(A.11.2)で  $k=N$  として得られる式から  $\Delta v_{N-1,s,n}$  を消去すると

$$A_N \cdot \Delta v_{N,s,n} + B_N \delta = -v_{in,n} \sin \varphi_{N,s} \quad (A.11.3)$$

を得る。式(A.11.2)および(A.11.3)は  $\tilde{b}_p = 0$  のときには、それぞれ式(4.63)および(4.64)に帰着する。

また、 $\tilde{b}_p \neq 0$  の場合にも成立する式 (A. 10) の (a), (c) および (e) をすべて加えると、式 (4. 65) すなわち

$$2g_L \Delta V_{N,s,n} + \left( \sum_{k=1}^N \tilde{g}_k + \tilde{g}_L \right) \delta = v_{in,n} \cos \varphi_{N,s} \quad (\text{A.11.4})$$

を得る。式 (A. 11. 3) と (A. 11. 4) とから  $\Delta V_{N,s,n}$  を消去すると式 (4. 69) を得る。また、この両式から  $\varphi_{N,s}$  を消去すると共振曲線を表わす関係式

$$(A_N \cdot \Delta V_{N,s,n} + B_N \delta)^2 + \{2g_L \cdot \Delta V_{N,s,n} + (\sum_{k=1}^N \tilde{g}_k + \tilde{g}_L) \delta\}^2 = v_{in,n}^2 \quad (\text{A.11.5})$$

を得る。共振曲線の傾き  $d \Delta V_{N,s,n} / d\delta$  が無限大になる点、したがって安定限界では式 (A. 11. 3) ~ (A. 11. 5) より

$$\cot \varphi_{N,s} = \frac{A_N}{2g_L} \quad (\text{A.11.6})$$

が成立する。