

②

時間因果性を考慮した

地盤・構造物の地震時挙動の評価手法に関する研究

1991年 1月

林 康 裕

目次

1	序論	1
1.1	研究の目的と位置付け	1
1.1.1	地震時非線形現象の推定と予測	1
1.1.2	加速度強震記録の時間積分(非線形挙動の推定)	2
1.1.3	構造物-地盤(-流体)系の時刻歴非線形応答解析(非線形挙動の予測)	3
1.1.4	時間領域と周波数領域の等価性	4
1.1.5	ヒルベルト変換性(時間関数の因果性)	7
1.2	既往の手法の整理	8
1.2.1	加速度記録の時間積分	8
1.2.2	構造物-地盤-流体連成系の時刻歴応答解析手法	9
1.3	本研究の概要	14
2	時間因果性に基づくFFT手法を用いた時間積分法	17
2.1	はじめに	17
2.2	慣用的時間積分方法	19
2.2.1	直接時間積分による方法	19
2.2.2	有限フーリエ級数展開に基づく方法	20
2.3	時間因果性に基づくFFT手法を用いた変位波形評価法	23
2.3.1	残留変位を有する変位の時間関数と周波数関数の関係	23
2.3.2	変位時間関数のFFTによる評価	26
2.4	ローカットフィルターによって除去される長周期成分の特性	29
2.5	まとめ	37
3	デジタル強震計の加速度記録を積分して得られる変位の信頼性	38

3.1	はじめに	38
3.2	加速度記録を用いた変位の再現フロー	39
3.3	デジタル加速度強震計の振動台試験による積分精度の検証	42
3.3.1	試験の概要	42
3.3.2	強震計の周波数特性	43
3.3.3	加速度記録より得られる変位波形	47
3.4	まとめ	60
4	周波数帯域制限された動的地盤柔性に基づく地盤-構造物連成系の時刻歴応答解析手法	61
4.1	はじめに	61
4.2	周波数領域と既往の時間領域の動的サブストラクチャー法	62
4.3	時間領域と周波数領域の解析が必要とする周波数帯域	67
4.4	周波数帯域制限されたシステム関数の実時間シミュレーション	69
4.5	時間因果性に基づくFFT手法による離散インパルス応答と相互作用力の評価	73
4.5.1	理論インパルス応答の時間因果性	73
4.5.2	時間因果性に基づくFFT手法により決まる離散インパルス応答	74
4.5.3	相互作用力の時間領域における評価法	78
4.6	数値計算例	80
4.6.1	解析対象と解析モデル	80
4.6.2	周波数領域で見た離散インパルス応答	80
4.6.3	時刻歴応答解析の効率性	86
4.6.4	地震応答解析結果	89
4.7	まとめ	92
5	動的地盤柔性に基づく時刻歴応答解析手法に用いる離散インパルス応答に関する考察	94
5.1	はじめに	94
5.2	動的サブストラクチャー法の定式化と離散インパルス応答の評価	95
5.3	離散インパルス応答の構造と応答解析手法	98
5.3.1	地盤柔性の構造とインパルス応答の漸近特性の対応関係	98
5.3.2	離散インパルス応答の特性	100

5.4	地盤剛性がCase Iの場合の解析例	103
5.4.1	$t = 0$ 近傍の挙動	103
5.4.2	周波数領域での比較	107
5.4.3	離散インパルス応答の評価法が応答解析結果に及ぼす影響	110
5.5	まとめ	115
6	周波数領域の動的地盤剛性・柔性を用いた時刻歴サブストラクチャー法の定式化とその比較	117
6.1	構造物-地盤間の相互作用力の評価方法	118
6.1.1	FFTによる時間因果システム化とその出力	118
6.1.2	地盤剛性に基づく定式化(定式化-I ~ III)	119
6.1.3	地盤柔性に基づく定式化(定式化-IV ~ V)	121
6.2	各定式化とヒルベルト変換に関する考察	123
6.3	解析例と解析手法に対する考察	125
6.3.1	地盤剛性とその漸近特性	125
6.3.2	地盤剛性・柔性と離散インパルス応答	129
6.3.3	時刻歴応答解析	137
6.4	まとめ	142
7	構造物-流体-地盤連成系の時刻歴非線形応答解析	143
7.1	軟着底海洋構造物の地震時挙動の推定について	143
7.2	構造物の滑動と流体および地盤の剛性の周波数依存性を考慮した時刻歴応答解析	144
7.3	解析対象と解析モデル	147
7.4	構造物の応答特性	152
7.5	まとめ	155
8	結語	159

目次

1.1 地震時非線形現象の推定と予測	5
1.2 構造物と地盤や流体の相互作用効果を考慮した時刻歴地震応答解析手法	13
1.3 本論文の構成と内容	16
2.1 直接時間積分の積分精度	21
2.2 残留変位を有する変位時間関数の分解と合成	25
2.3 人工地震波を積分して得られる速度波形と変位波形	28
2.4 傾斜関数のフーリエスペクトル	32
2.5 傾斜関数のフーリエスペクトルの実部	32
2.6 実部の長周期成分の除去と外挿	33
2.7 実部と虚部を用いて算定された傾斜関数の残留変形 (慣用的方法)	34
2.8 実部だけから算定された傾斜関数の残留変形	35
2.9 実部だけから算定された傾斜関数の残留変形 (長周期領域を外挿)	36
3.1 加速度記録の積分フロー	41
3.2 振動台試験の概要	44
3.3 SAMTAC-17 の周波数特性 (公称値)	45
3.4 デジタル型強震計の周波数特性 (実験値)	46
3.5 Ricker 波の加速度記録と積分変位波形	50
3.6 傾斜関数型変位 ($t_R = 2.0 \text{ sec}$) の加速度記録と積分変位波形	51
3.7 SSA-1 により計測された E1, E2 波の加速度記録とその積分変位波形	52
3.8 SSA-1 による加振レベルとフーリエスペクトルの関係 (E3 波)	53
3.9 SSA-1 による加振レベルと逆算計器特性の関係 (E3 波)	54
3.10 SSA-1 による加速度記録とその積分変位波形 (E3 波)	55
3.11 カットオフ振動数 f_C の設定方法	56

3.12 SAMTAC-17 による加振レベルとフーリエスペクトルの関係 (E3 波)	57
3.13 SAMTAC-17 による加振レベルと逆算計器特性の関係 (E3 波)	58
3.14 SAMTAC-17 による加速度記録とその積分変位波形 (E3 波)	59
4.1 動的サブストラクチャー法 の概念図	63
4.2 遠方の自由地盤と切り欠き地盤の対応関係	64
4.3 時刻歴応答解析に關係する周波数帯域	68
4.4 システム関数のデジタルシミュレーション法	72
4.5 理論インパルス応答の分解と合成	74
4.6 時間因果な離散インパルス応答の評価フロー	75
4.7 離散インパルス応答の 0 秒の補正の意味	77
4.8 解析モデル	81
4.9 時間因果化された地盤柔性 (地表面位置、水平方向加振)	83
4.10 時間因果化された地盤柔性 (基礎底面位置、水平方向加振)	84
4.11 時間因果化された地盤柔性 (ナイキスト振動数の影響)	84
4.12 離散インパルス応答	87
4.13 時間因果化された地盤柔性 ($H_{F'}(\omega)$)	88
4.14 建屋の加速度周波数応答特性と地盤-建屋間の相互作用力の周波数応答特性	90
4.15 建屋の加速度応答波形	91
5.1 速度定式化と変位定式化の内挿関数の比較	97
5.2 種々の地盤柔性を FFT を用いて逆変換して得られる離散インパルス応答の特性	102
5.3 解析対象モデル	103
5.4 離散インパルス応答の時系列特性の比較	104
5.5 離散インパルス応答の 0 秒の値	105
5.6 $H_{\omega_N}^M(\omega)$ の周波数特性	108
5.6 $H_{\omega_N}^M(\omega)$ の周波数特性 (続き)	109
5.7 入力地震波	110
5.8 構造物の周波数応答特性	111
5.9 構造物の加速度応答波形	114

5.10	構造物の応答加速度の床応答スペクトル	114
6.1	$[C_{\infty}]$ の近似	122
6.2	動的地盤剛性の近似 (土岐等の方法 [土岐 1988])	124
6.3	解析モデルの概要	126
6.4	地盤剛性の漸近特性	127
6.5	$H_R(\omega)$, $H_I(\omega)$ と $H(\omega)$ の比較、および、それらから逆算される地盤剛性の比較 (定式化-I)	130
6.6	$H_R(\omega)$, $H_I(\omega)$ と $H(\omega)$ の比較、および、それらから逆算される地盤剛性の比較 (定式化-II)	131
6.7	$H_R(\omega)$, $H_I(\omega)$ と $H(\omega)$ の比較、および、それらから逆算される地盤剛性の比較 (定式化-III)	132
6.8	$H_R(\omega)$, $H_I(\omega)$ と $H(\omega)$ の比較、および、それらから逆算される地盤剛性の比較 (定式化-IV)	133
6.9	$H_R(\omega)$, $H_I(\omega)$ と $H(\omega)$ の比較、および、それらから逆算される地盤剛性の比較 (定式化-V)	134
6.10	$h_R[k\Delta t]$, $h_I[k\Delta t]$ の比較 (水平成分)	135
6.11	$h_R[k\Delta t]$, $h_I[k\Delta t]$ の比較 (上下成分)	135
6.12	$h_R[k\Delta t]$, $h_I[k\Delta t]$ の比較 (回転成分)	136
6.13	自由地表面で定義された人工地震波	138
6.14	入力地震波に対する構造物 (Point-A) の伝達関数	138
6.15	構造物 (Point-A) の最大応答加速度と離散インパルス応答の継続時間の関係 ($l\Delta t$)	139
6.16	線形な構造物の加速度応答 (Point-A)	140
6.17	非線形な構造物の加速度応答 (Point-A)	140
7.1	構造物-流体-地盤連成系	144
7.2	解析対象	148
7.3	解析モデル	148
7.4	圧縮性進行波モードの発生限界	150
7.5	流体の付加質量効果と造波減衰効果	151
7.6	離散インパルス応答 $\Delta t \cdot M_r[k\Delta t]$	151
7.7	付加質量効果をパラメータとした動的応答特性の比較 ($\gamma = 1.0$)	153
7.8	構造物の重量をパラメータとした動的応答特性の比較	154
7.9	人工地震波	154
7.10	最大応答値	156

7.11	加速度応答スペクトルの比較	157
7.12	加速度応答スペクトルの比較	157
7.13	加速度応答と滑動量の時系列変化 ($\gamma = 1.0$)	158

表目次

2.1	加速度、速度、変位の周波数領域と時間領域の構造の対応関係	25
3.1	デジタル強震計の仕様	44
4.1	構造物の最大応答加速度 (Gal)	90
5.1	1自由度系の動的剛性と動的柔性	99
5.2	1自由度系のインパルス応答	100
5.3	最大応答加速度 (Gal)	115
6.1	仮想境界における相互作用力の評価方法の整理 $R(t)$	122
6.2	構造物の最大応答加速度 (Gal) (一様地盤 $l\Delta t = 0.4$)	141
6.3	構造物の最大応答加速度 (Gal) (二層地盤 $l\Delta t = 0.4$)	141
7.1	対象構造物の動特性	153

第 1 章

序論

1.1 研究の目的と位置付け

1.1.1 地震時非線形現象の推定と予測

人類の未知への挑戦ははかり知れない。昨今の建設業界においても、超々高層ビル、免震・制振ビル、地下大空間、大深度地下構造物、大水深・大規模海洋構造物、宇宙構造物などの大規模プロジェクトは、枚挙にいとまがない。それらの構造物は、ほんの数十年前には、非現実的な夢物語でしかなかったものばかりであり、未だに、安全性、快適性、経済性等を十分に検討すべき構想はあるが、基本的には実現可能であるといえる。

しかし、以上のような構想の多くは、従来の構造物に比べて長大化と高機能化の傾向にあるから、その構造物が担う社会的役割も重要となり、地震による被害・損傷が社会に及ぼす影響力も大きくなる。従って、大型プロジェクトには、種々のフィージビリティ・スタディーが不可欠である。当然、非線形領域まで含めた構造物や周辺地盤の大地震時の挙動の予測を行なわねばならない。そして、将来経験するであろう地震時の被害を最小限にとどめ、かつ、過剰な設計余裕度を削減するためには、a) 解析対象(特に、その非線形現象)の適切なモデル化を行うこと、b) 信頼性の高い入力地震動の設定を行うこと、c) 精度の高い応答解析手法を確立すること、が必要となる。

上記の3つの項目の中で a) と b) を行うためには、限られた地震時被害の経験を生かすことが不可欠である。構造物やその周辺地盤の非線形現象のモデル化については、過去に生じた地震時の被害や損傷をシミュレートできるものでなければならないし、また、入力地震動についても、過去に生じた地震の震源特性、伝播特性、構造物周辺の局所的なサイト特性を総合的に調べて設定しなければならない。特に入力地震動については、構造物の巨大化に伴って、その卓越周期が長周期化する傾向にあり、1～20秒の「やや長周期地震動」の特性の把握が耐震工学上重要となってきている。

ここで、これらの前提条件として、過去に生じた地震時の震源やサイトの地震時挙動の把握が必要である。特に、地盤や構造物の変位(変形)過程は、その非線形挙動を推定する上での基本的な物理量となる。しかし、現在広く地震観測に用いられている強震計の多くは加速度計であり、変位波形を算定するためには、加速度記録を2回時間積分しなければならない。ただし、加速度計による観測記録の比較的長い周期成分は信頼性が乏しくなりがちであり、加速度記録を積分して変位波形を算定する際には、決まってローカットフィルターが施される。しかし、単にローカットフィルターを施すだけでは、カットした成分に対する考察を放棄することであり、やや長周期地震動成分の特性を解明することはできず、今一つの工夫が必要といえる。

一方、入力地震動の評価とともに重要となるのが、構造物の応答の評価である。特に、構造物の巨大化に伴って、周辺の地盤や流体等との連成効果が無視できなくなる。その連成効果は、比較的低い振動数範囲から振動数に依存して大きく変動する特性を有するようになる。従って、そのような振動数に依存して変動する連成効果と、構造物とその周辺の非線形性との両方を適切に評価できる、構造物-地盤-流体系の時刻歴非線形応答解析手法の確立が望まれる。

以上のような背景のもとに、地震時非線形現象の推定と予測に関係して、加速度強震計記録を時間積分して変位を算定する問題と、構造物-地盤(-流体)系の時刻歴非線形応答解析を行う問題を取りあげ、現状の問題点を以下に整理する。

1.1.2 加速度強震記録の時間積分(非線形挙動の推定)

図 1.1(a) に示すように、地震観測網の充実に伴い、震源域の記録が得られる機会が増加している。震源域の地盤の動きを正確に知ることは、断層のすべり量や応力降下量を知る上で重要であり、観測記録として得られている加速度波形を積分して残留変位を持つ変位波形を精度良く推定することが必要となる。また、軟弱な地盤上で観測された加速度記録の場合、大地震時には地盤が非線形化して残留変位を生じている。このような変位は、衛星写真等によって概略の最終変位を知ることはできても、その変形過程を推定するためには、加速度記録を積分して求める必要がある。また、地震時に構造物に生じた損傷過程を推定する場合にも、構造物に設置された強震計の加速度記録を積分して変位波形を算定する事が必要となる。つまり、図 1.1(a) に示すように、地震時に生じた震源・表層地盤・構造物の非線形挙動を推定するためには、加速度記録を積分して変位波形を求める必要がある。

加速度記録から変位を求める問題は、Berg と Housner による研究 [Berg 1961] にはじまり、様々な積分方法が提案 [吉田 1974], [中村 1986] されている。しかし、周知のごとく、加速度記録では長周期成分ほど

加速度波形の振幅が小さくなり、ノイズの影響を受け易くなるから、観測加速度記録の長周期領域における精度を確保することは容易ではない。これに対して、変位波形に対する寄与は逆に長周期成分ほど大きくなるから、積分波形の精度は一般的に低いと認識されている。

一方、今日まで日本で得られてきた強震記録は SMAC 型強震計に代表されるアナログ型の強震計によるものであり、その長周期領域の信頼性が十分とは言えない。このような理由から、観測記録にローカットフィルターを施すことが半ば常識となっている。しかし、近年用いられるようになってきたデジタル強震計については誤差要因が限られているし、また、仕様上 DC 成分まで計測可能な強震計も開発されている。Iwan [Iwan 1985] が振動台上に強震計を設置して行った特性試験によれば、強震計記録を時間領域で直接積分することによって変位計と同じ変位を得ることができることを指摘している。これは、デジタル強震計の記録に対してむやみにフィルターを施すことが、精度良く得られている記録を逆に歪めてしまう可能性があることを示唆している。さらに言えば、長周期成分をより精度良く計測できるデジタル強震計に対しては、厳密で合理的な処理を行うことにより、やや長周期地震動成分の特性などについても、より多くの知見を得ることができるはずであり、計測器の精度に応じた加速度波形の積分方法やデータ処理方法の必要性が指摘できる。

1.1.3 構造物-地盤(-流体)系の時刻歴非線形応答解析(非線形挙動の予測)

大型構造物の地震時安定性を考える上で、構造物の材料非線形性、地盤-構造物間の滑りや剥離非線形性 [林 1986]、あるいは、埋め戻し土等の構造物周辺の地盤の非線形性(例えば [市川 1987]) 等の影響を考慮に入れる事が重要となる。このように、大型構造物周辺の非線形性等を考慮した解析を行う場合、動的サブストラクチャー法 [Wolf 1985a], [Wolf 1988] によれば、解析対象構造物周辺のみをモデル化すればよく、解析自由度を減らすことが可能で、これらの非線形性を考慮した解析に適している。この時、構造物への入力と構造物からの波動伝播を表現するための遠方地盤の解析が必要で、時刻歴の境界要素法はその有力な解析法の一つと考えられている。しかし、地盤条件が複雑になると定式化が周波数領域の境界要素法等に比べて困難となり、遠方地盤の不整形性を考慮することはほとんどない。これに対して周波数領域の解析手法では、比較的複雑な地盤条件についても、境界要素法 [Dominguez 1978] をはじめ、薄層要素法 [田治見 1976], [Waas 1980]、エネルギー伝達境界 [Lysmer 1972] や半無限要素 [Bettes 1977], [Medina 1983] によって境界処理を行った有限要素法やそれらのハイブリッド法等による精度の高い解析が可能となっている。

川上 [川上 1986] や田治見 [田治見 1987] は、応答解析を周波数領域、非線形性評価を時間領域で行ない、周波数領域と時間領域の解析を交互に繰り返すことにより解を収斂させる方法を提案しているが、非線形性

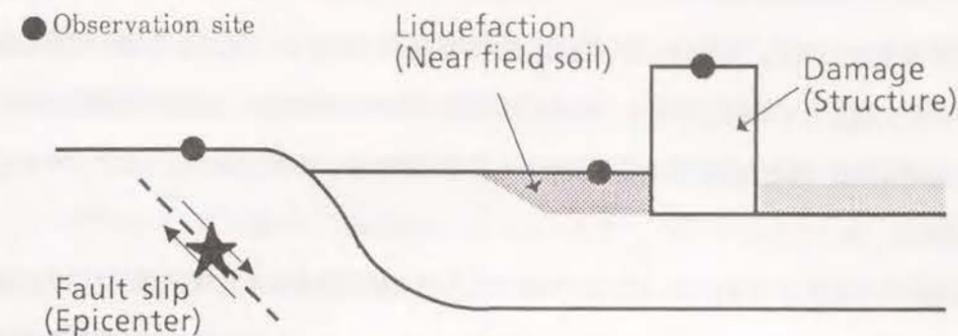
が強い場合にはFFTによる変換回数が増大となり、地震応答解析に適した方法とは言えない。一方Wolf等 [Wolf 1985b] は、周波数領域の解析で計算した地盤剛性 $[S(\omega)]$ や柔性 $[F(\omega)]$ をフーリエ逆変換する事によって得られるインパルス応答を用いて、時間領域で応答解析を行なう方法を提案している。ここで、地震時に働く地盤-構造物間の相互作用力は、地震応答とインパルス応答の合成積を含んだ形で表わされる。 $[S(\omega)]$ や $[F(\omega)]$ のスペクトル特性は、地震波のそれに比べてはるかに広帯域であり、その高振動数領域の特性は構造物の応答にほとんど寄与しないことが多い。しかし、そのような高振動数成分を無視すると、そのフーリエ逆変換であるインパルス応答は時間因果的にならない。(ここで、時間因果的とは外乱が加わる前に応答が生じていないことを言う。) もしインパルス応答が時間因果的でなければ、ある時点での相互作用力を計算する際に、まだ計算していない未来の応答が必要となってしまう。しかるに、インパルス応答の非因果な部分を無視して時刻歴応答解析を行なえば、無視した分だけ低振動数領域の $[S(\omega)]$ や $[F(\omega)]$ の特性を歪めることになり、応答解析の精度の低下をまねいたり、数値不安定の原因となることが多い。このために、因果的なインパルス応答計算の必要から、Wolf等の方法は非常に高振動数領域の $[S(\omega)]$ や $[F(\omega)]$ を計算する必要があり、決して実用的な方法とは言えなかった。

1.1.4 時間領域と周波数領域の等価性

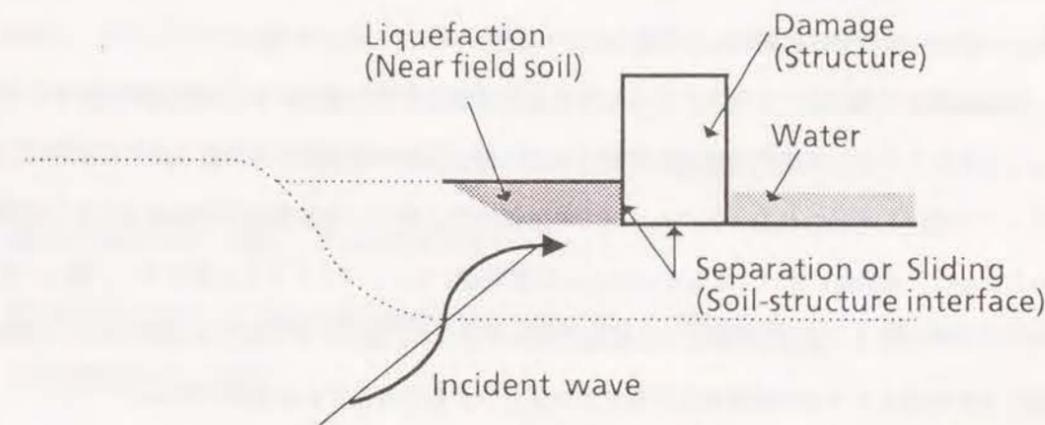
やや重複するが、前述の2つの問題について時間関数と周波数関数の等価性の観点から、以下のことが指摘できる。

残留変位を有する変位波形の継続時間は無限大と考えることもできるから、変位のフーリエスペクトルは周期無限大の周波数成分を有する。したがって、長周期成分の信頼性に乏しい加速度記録を積分して残留変位を有する変位波形を推定することは難しいという認識がある。また、数値的に周波数領域で積分を行う場合には、FFTを用いることが前提となるが、FFTでは有限の継続時間をもつデータしか扱えないから、残留変位を有する変位波形をFFTを用いて数値的に積分することはできないという考え方がある。しかし、別の考え方によれば、地震の継続時間は有限であり、有限の周波数成分しか残留変位に寄与しないはずであるし、時間領域で積分する場合には有限の継続時間の加速度記録を積分すればよい、とも考えることができる。つまり、現状では、残留変位を有する変位波形の継続時間の持つ意味と、時間領域と周波数領域における数値的な積分手法の対応関係が明快に整理されているとはいえない。

一方、近年まで、構造物-地盤(-流体)系の応答解析を行う場合、周波数領域で解析を行うことが一般的であった。これは、地盤の特性が周波数依存性を有しているため、解析結果の考察が周波数領域の方が容易であり、数値解析上の定式化も周波数領域の方が容易であるためと考えられる。しかし、構造物や構造物近



(a) An estimation of the nonlinear phenomena by the time integration of accelerograms



(b) A prediction of a damage to a structure by the time-domain response analysis considering the nonlinearity of the structure and the near field soil surrounded by an unbounded soil or water

図 1.1: 地震時非線形現象の推定と予測

傍の地盤の非線形性を考慮した応答解析については時間領域で行うことが不可欠であり、時刻歴応答解析の重要性を無視することはできない。

本来、周波数領域の情報と時間領域の情報はフーリエ変換を介して理論的に等価であり、時間領域で得られた過渡応答解析結果 [Day 1977]、または、過渡応答実験結果 [三田 1989] から周波数領域の情報を導き出すことが可能であると同時に、無限振動数まで考慮すれば周波数解析で得られた地盤の周波数応答関数をもとに、それを用いた地盤-構造物連成系の周波数解析と等価な解析を、時間領域で行うことができる [Wolf 1985b], [林 1988]。

しかし、周波数領域で応答解析を行う場合、構造物-地盤連成系の卓越振動数が地震波と同程度に低振動数領域に帯域制限されていることから、地震波の時間刻みに対応するナイキスト振動数以下の振動数範囲で解析が行われることが多い。これに対して、地盤の周波数応答関数のように周波数広帯域な関数を、周波数領域で応答解析を行う際に用いられるようなナイキスト振動数(または、カットオフ振動数)で帯域制限すると、そのフーリエ逆変換として得られるインパルス応答は時間に関する因果律を満足しない。非因果なインパルス応答は、外乱が加わる以前に応答が生じていることを意味し、時刻歴応答解析に用いることができない。さらに、時刻歴応答解析では、運動方程式の時間積分の精度を確保するために、線形解析でも地震波をより細かい時間刻みに補間して解析を行う必要がある。

一方、観測地震波や構造物の応答波のような周波数帯域制限関数の場合には、適当な時間間隔でサンプリングしてもそのスペクトル特性はほとんど変わらないが、地盤の周波数応答関数は非常に広帯域で、これを逆フーリエ変換して得られるインパルス応答の継続時間は短い。周波数応答関数のスペクトル特性を歪めないためには、地震波に比べてはるかに小さな時間間隔でサンプリングする必要がある。特に、加振点近傍のインパルス応答は、衝撃力が加わった瞬間に応答を生じる。従ってその変化は急峻であり、通常地震波に対して行われるような時間刻みと方法でサンプリングをすることには疑問が残る。

以上から、

1. 残留変位を有する変位波形の継続時間の持つ意味と、時間領域と周波数領域における数値的な積分手法の対応関係を明らかにすること
2. 時間領域の解析と周波数領域の解析に必要な周波数範囲(対応する時間刻み)の関係を明らかにすること
3. 解析的に得られる連続的なインパルス応答の特性と、時刻歴応答解析で用いるサンプリングされたインパルス応答(以下、離散インパルス応答と呼ぶ)の特性の差を把握すること

が重要となるが、このような観点から考察を行っている研究はない。

1.1.5 ヒルベルト変換性(時間関数の因果性)

小堀・南井等 [小堀 1964a] は、ヒルベルト変換性を、物理的実現可能性の条件に基礎をおいた安定な系の伝達関数の実数部と虚数部の間に存在する関係と称している。ここで、安定な系とはすべての有界な入力に対して出力が有界であることを言う。また、物理的実現可能性とは、周波数関数の逆フーリエ変換である時間関数が、実数値でかつ因果関数であることを言う。以上を換言すれば、実因果時間関数を介して、実部と虚部が結び付けられており、実部・虚部いずれか一方だけを用いて実因果時間関数を定めることができることを意味している。しかし、通常は、ヒルベルト変換性を意識することなく実部・虚部両方を用いて時間関数を定めるし、それがむしろ当然の事と言える。時間関数を定める際にヒルベルト変換性が重要な意味を持つのは、周波数領域ですべての周波数成分が得られていないときに、敢えて時間関数を求めたい時である。つまり、実部だけから定まる時間関数と虚部だけから定まる時間関数を比較し、より有利な方を用いたいと言う立場である。すなわち、a) 周波数関数が限られた周波数範囲の成分しか精度を確保できない時、または、b) 周波数領域で帯域制限されていない周波数関数が限られた周波数範囲でしか求められていない時に、それでも時間関数を計算したい時に必要となる。別な言葉で言えば、時間因果性の条件を拘束条件として周波数関数の外挿を行おうとする時である。

以上のような背景をもとに、本論文では構造物の耐震工学上重要なテーマとして、

1. 観測加速度記録から速度・変位波形を再現する問題、
2. 周波数領域で計算した地盤の動的剛性や動的柔性を用いて、構造物およびその周辺地盤の非線形時刻歴応答解析を行う問題、

を取りあげ、周波数領域の実部と虚部のヒルベルト変換性(時間関数の因果性)に基礎をおくFFT手法(以下、時間因果性に基づくFFT手法と呼ぶ)に基づく方法を提案し、その有効性を示す。そして、その考察を通じて、時間関数と周波数関数の等価性や、周波数関数の実部と虚部が時間領域で持つ特性について考察する。なお、本論文で言うところの「時間因果性に基づくFFT手法」とは、単にヒルベルト変換をFFTで行う操作を言うのではなく、周波数関数の外挿や時間関数の補正等も含めて、周波数関数から時間関数を決定する一連のフローのことを意味し、時間制限関数であり、周波数帯域制限関数である地震動に対する、「Symmetrical FFT treatment」 [和泉 1988] の拡張版とも言えるものである。

1.2 既往の手法の整理

ここでは、(i) 加速度記録の時間積分手法、(ii) 構造物-地盤-流体連成系の時刻歴応答解析手法、に関する既往の研究を整理しておく。

1.2.1 加速度記録の時間積分

加速度記録を積分して変位を算定する場合に問題となるのは、積分手法そのものよりもむしろ加速度記録の補正であり、既往の方法の違いについても補正方法の違いといえることができる。補正方法としては、主として3種類に分類することができる。つまり、(i) 加速度記録の零線の誤差が直線または放物線と仮定し、これを最小2乗法を用いてその係数を算定して補正するもの、(ii) フィルターを用いて長周期成分を除去するもの、(iii) 計器特性の逆フィルターによる振幅と位相の補正と、信頼性の低い長周期および短周期成分を除去するための補正を同時に行うものである。

方法(i)は、加速度記録の積分方法として初期に用いられていたもので、BergとHousner [Berg 1961]、Boyce [Boyce 1970]等によって代表される。類似の方法としては、吉田等 [吉田 1974]の方法がある。この方法は、加速度と変位の関係を、弾性支持された梁のせん断力分布と曲げモーメントの関係に当てはめて考えて積分を行うもので、梁に加わる外力分布を加速度記録、弾性支持している等分布ばねの力を加速度の補正量と考えると補正を行っている。

方法(ii)はTrifunac [Trifunac 1971]の方法であり、方法(i)と同様な加速度の零線の直線的なトレンドの補正を行った上で、約16秒以上の長周期成分を取り除き、かつ、地震の前後で速度が0となるように補正するものである。方法(i)に比べて、記録の継続時間に依存せずにカットオフされる長周期成分を一律に決めることができる点に特徴がある。

方法(iii)は、周波数領域または時間領域で計器の補正とバンドパスフィルター操作を行うことに相当する。周波数領域で補正する方法としては、田中等 [田中 1972]、後藤等 [後藤 1978]、井合等 [井合 1978]による方法が代表的であり、時間領域で行うものとしてはチェビシェフフィルターを用いた方法が芦田・斉藤 [芦田 1976]によって紹介されている。

以上の方法は、すべてアナログ型地震計を対象とした補正方法であり、信頼性の乏しい長周期成分はすべて取り除いてしまうことを前提としている。アナログ型地震計の誤差要因はおもに、種々の原因による零線のドリフト、局所的なゆらぎ、等が考えられるが、基本的に長周期領域における信頼性がきわめて低いことが特徴である。したがって、既往の方法の基本として、観測記録の長周期成分をすべて取り除いてしまうことになる。これに対して、デジタル型地震計は、ダイナミックレンジが広く、かつ、感振部や記録部の特

性が明瞭で誤差要因が限られている。従って、デジタル式強震計はアナログ式地震計に比べて長周期領域の信頼性が高く、アナログ型地震計に適用してきたような補正方法をそのまま用いることには疑問が残る。事実、Iwan [Iwan 1985]は、振動台上に強震計を設置して行った特性試験の結果から、時間領域で適切な補正を行えば、強震計記録を時間領域で直接積分することによって変位計と同じ変位が得られる可能性があることを指摘している。

1.2.2 構造物-地盤-流体連成系の時刻歴応答解析手法

構造物とこれに接する地盤や流体の動的相互作用問題は、比較的古くから研究されており、解析手法も多く提案されている。しかし、その多くは、その相互作用効果を周波数領域で評価し、フーリエ逆変換によって構造物の時刻歴応答を求めるものであった。従って、時間領域で応答解析を行う解析手法は、周波数領域で応答を計算するものに比べて種類が限られているし、解析精度も周波数領域の解析手法に比べて見劣りするものが多いのが現状であろう。

構造物と地盤や流体の相互作用効果を考慮して、時刻歴地震応答解析が行える方法としては、図1.2に示すように、連続体である地盤や流体をそのまま連続体として扱う精算的な解法と、その基本的な動特性を近似して解析する近似的な解法に分類できる。

近似的な解法は、地盤や水の動的剛性を粘弾性体モデル(少数の質量・ダッシュポット、ばねを用いた離散化)で表現するものであり(例えば、[Lysmer 1965]、[小堀 1966])、構造物のおおよその挙動を知るのに適している。また、計算時間も少なくすむから、種々の影響因子が応答に及ぼす影響を調べるための感度解析、フィージビリティ・スタディーや概略設計において有効であろう。また、時間領域でも周波数領域でも、容易に応答解析を行えることが、近似解法の大きな利点である。

精算的な解法は、地盤や流体を構造物と同時に離散化して解析する一体解法と、連成系に仮想の境界を設けて地盤や流体を構造物から分離して別々に解析するサブストラクチャー法に分類することが一般的である。

一体解法の主流は有限要素法と差分法であるが、事実上有限の領域しか離散化できないので、半無限媒体である地盤や流体の解析を行う場合には、離散化した領域の境界処理を行わなければならない。時間領域でも使える境界処理方法として提案されているものとしては、以下のようなものがある。

最も広く用いられている方法は、境界に一次元的な波動の逸散を考慮したダッシュポットを配置する粘性境界 [Lysmer 1969] といえる。また、パラアクシャル要素法 [Clayton 1977]、[Engquist 1977]、[Cohen 1983] は、逸散波だけを表現する波動方程式を解き、これを近似して境界処理に適用する方法である。Robinson

[Robinson 1977] も同様に、ポテンシャルを用いて波動方程式を P 波と S 波に分離し、それぞれについての逸散波を吸収する条件を与えて境界処理を行っている。このように、逸散波場を近似的に実現する方法では、表面波や境界に斜めに入射する実体波を完全に吸収することはできないし、粘性境界を除き定式化が複雑となる。また、Smith [Smith 1974] や Kunar [Kunar 1980] が提案した逸散境界は、Dirichlet 条件と Neumann 条件の 2 つの境界条件のもとに、逸散波に対して同位相と逆位相の反射を発生させて、各々の和をとることにより反射波を消去する方法である。

一方、サブストラクチャー法についても、主な解析対象である構造物(あるいは、その周辺地盤を含んだ領域)を中心に考えると、地盤や流体の解析は境界処理と考える事ができる。つまり、境界処理という観点から一体解法との差違を考えると、境界処理の精度の違いと構造物周辺のどれだけの領域をモデル化する必要があるかの違いがある。つまり、境界処理の精度が構造物の応答に及ぼす影響度は、境界処理自体の精度と構造物と境界間の距離(と対象としている波の波長)のバランスで決まる。サブストラクチャー法のように精度の高い境界処理であれば、境界を構造物に十分に近づけることができるし、一体解析で用いられているような近似境界処理方法によれば、構造物から十分に離れた位置に境界処理を施す必要がある。一般的には、十分な精度が確保される限りにおいては、境界を構造物に近づけることができる方が数値計算の効率上有利である。このためか、研究の対象も、1980 年代前半を境として、近似境界処理法の研究からサブストラクチャー法の研究へと流れが変わっている。

構造物-地盤系を対象として、直接時間領域で定式化するものとしては、時間領域の Green 関数を用いる時間遅れ影響係数法や時刻歴境界要素法がある。時間遅れ影響係数法 [田治見 1981], [下村 1986] は、地表面基礎の浮上り解析を行うために開発された実用的な方法で、矩形パルスソースとする半無限地盤の Green 関数を用いている。時刻歴境界要素法を用いて、構造物と地盤の相互作用問題を解析した最初の例は、全無限領域の基本解を時間領域の Green 関数として用いた Karabaris [Karabalis 1984], [Karabalis 1986] の研究であり、近江等 [近江 1988] によって精度が改善されている。また、流体と弾性体の相互作用問題に時刻歴境界要素法を適用した例としては、[Antes 1986], [Antes 1987] 等の研究が初めてであろう。一方、Wolf 等 [Wolf 1985b] は、周波数領域で定式化された Green 関数を用いて、ガウス分布型のソースに対するインパルス応答を求め、これを近似的に時間領域の Green 関数とみなす時刻歴境界要素法を提案している。この方法によれば、地盤の成層性も考慮できるが、膨大な計算時間を要するので実用的方法とは言えない。

地盤の境界自由度に関する動的剛性や動的柔性を周波数領域の境界要素法等によって算定し、それを時間領域へ変換して時刻歴応答解析を行う方法が、Wolf 等 [Wolf 1985b] によって提案されている。動的剛性を用いた定式化は、周波数領域で算定された動的剛性のうち、振動数無限大で発散する項を特異項として

分離してばねとダッシュポットで表現し、残りの正則項のみを数値的に時間領域へと変換してインパルス応答を求め、応答解析を行うものである。Wepf 等は、構造物と流体の相互作用問題について、同様な方法を提案している [Wepf 1988]。地盤柔性をを用いた定式化は、地盤柔性をフーリエ逆変換して求められる変位インパルス応答を用いて、相互作用力の評価を行う方法である。しかし、Wolf 等の地盤柔性をを用いた定式化は安定性に乏しく、発散してしまうことが少なくない。これに対して、著者等 [林 1988] は、変位インパルス応答の代わりに速度インパルス応答を用いた方法を提案して、時刻歴応答解析の安定性を改善している(5章を参照されたい)。以上の地盤剛性や地盤柔性を周波数領域から時間領域へ変換する方法は、Green 関数レベルで時間領域に変換する方法に比べて、周波数領域から時間領域への変換回数が少ないことが利点である。また、Hillmer [Hillmer 1988a], [Hillmer 1988b] 等は、初期条件を容易に考慮できるように、ラプラス変換場で定式化した地盤剛性を数値的に時間領域へ変換して応答解析を行う方法を提案している。

ところで、船舶のような浮体の動揺解析を行う分野でも、Cummins [Cummins 1962] によって周波数領域の解析と時間領域の解析との理論的な対応関係が述べられ、浮体に働く流体力がインパルス応答を含む合成積の形で記述され、後の研究の基本的な定式化を与えている。時間領域の境界要素法によってインパルス応答を算定して実際に動揺解析を行った例としては、例えば池淵等 [池淵 1981] の研究がある。また、周波数領域の付加質量項や減衰項からインパルス応答をさだめて動揺解析を行った研究例としては、Oortmerssen [Oortmerssen 1976] や高木等 [高木 1981] の研究がある。Oortmerssen や高木等の用いた方法は、Wolf 等の地盤剛性をを用いた定式化と同様に、減衰係数や付加質量項の高振動数領域の漸近解を取り除き、その他の正則項からインパルス応答を定めて計算を行っている。ただし、船体動揺問題では流体の圧縮性の影響は無視できるので、動水圧の付加質量項や減衰項は比較的低い振動数で一定値に収束する性質があるが、7章で扱うような流体の圧縮性が関与するような問題では、動水圧の付加質量項や減衰項は高振動数領域まで大きく変動するので、高木等のような方法を直接適用する事はできない。

以上のような時刻歴サブストラクチャー法には、時刻歴応答解析を行う際の解析自由度を減らし、かつ、高い精度で解析することができる反面、(a) 応答解析手法として安定性に乏しく、応答値が発散してしまうことが少なくなく、また、(b) 時間領域で行う合成積の演算は膨大な計算時間を有するし、(c) 周波数領域から逆フーリエ変換によってインパルス応答を算定する場合、インパルス応答を時間因果とする必要性から、地盤剛性や地盤柔性をかなりの高振動数まで計算する必要がある、という問題点が存在しており、実用上の障害となっていた。本論文で提案している時刻歴サブストラクチャー法は、周波数領域で得られた地盤柔性や地盤剛性を基に相互作用力を効率的に評価する方法で、上記の 2 つの問題点を解決するために開発したものである。

近年、時間領域での合成積の演算を低減するために、境界に働く相互作用力の再帰的表現を求めて応答計算を行う方法がいくつか提案されてきている。時間領域での合成積の演算を低減する一つの方向性としては、インパルス応答を近似して再帰表現を求める方法であり、インパルス不変法 [Verbic 1972] とセグメント・アプローチ [Wolf 1989(a)] が提案されている。インパルス不変法では、相互作用力の未知係数を含んだ再帰表現を仮定し、再帰表現と厳密解を限られた時間領域で等置して再帰表現の係数を決定するものである。また、セグメント・アプローチでは、インパルス応答を有限のセグメントに分割した後、分割した領域を解析的に Z 変換可能な関数形で近似して再帰的表現を導く。いずれの方法でも、急激に変動するインパルス応答を、構造物の応答や入力地震波が卓越する振動数範囲とは関係なく精度良く近似する必要がある。もう一つの方法は、周波数領域の地盤剛性を振動数に関する有理関数(同一次数の多項式の比)で近似し、部分分数展開と Z 変換を用いて再帰表現を導くものである [Wolf 1989(b)]。この方法によれば、近似された地盤剛性に対応するインパルス応答は時間因果であるから、不必要に高い振動数の地盤剛性を計算する必要がないことも利点と言える。しかし、有理関数に近似させた条件によっては、インパルス応答が不安定になってしまうこともあるので注意を要する。

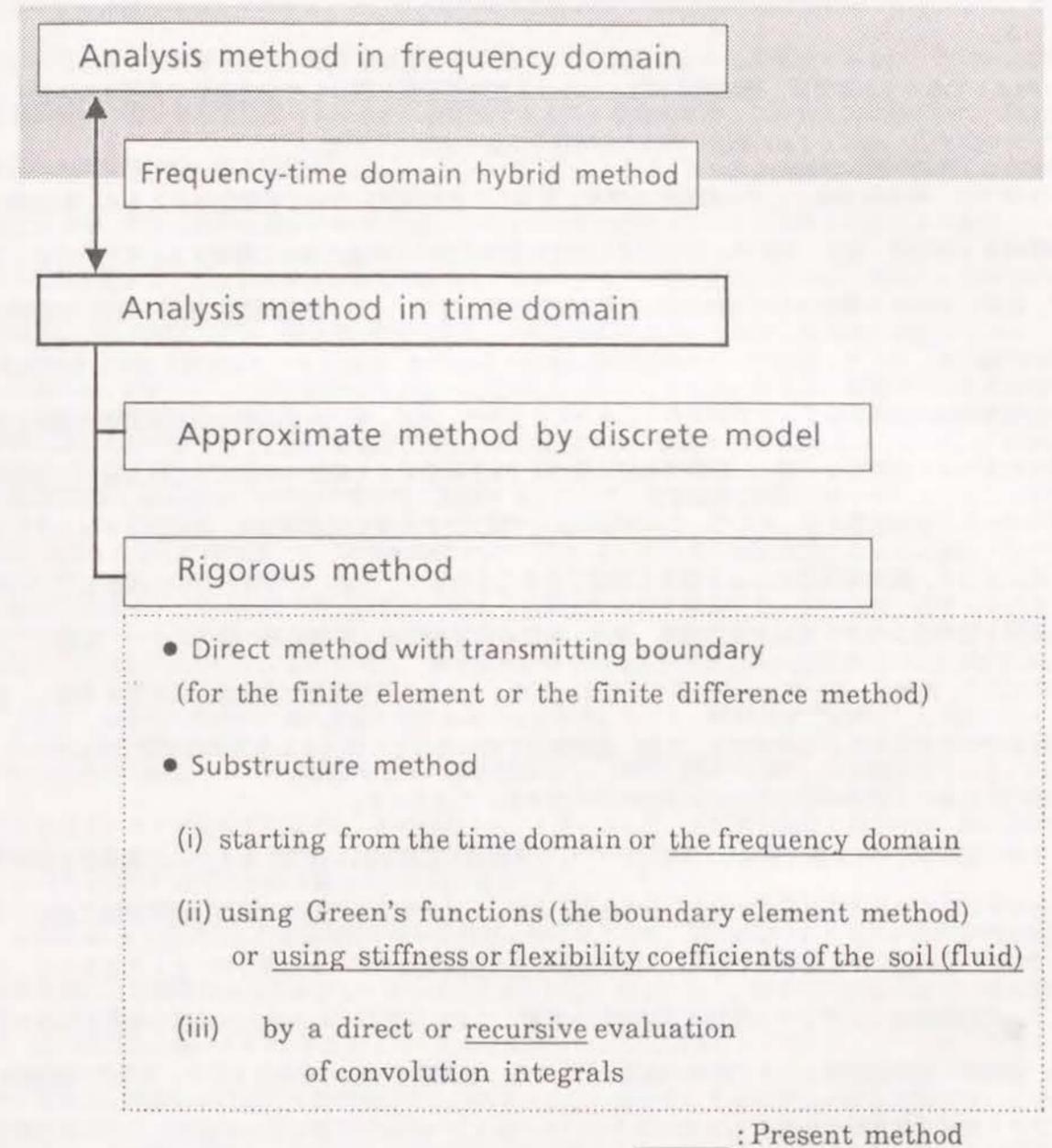


図 1.2: 構造物と地盤や流体の相互作用効果を考慮した時刻歴地震応答解析手法

1.3 本研究の概要

本論文は、図 1.3 に示すように、耐震工学上の重要な 2 つのテーマにそって、Part.1 と Part.2 に分かれています。

Part.1 である 2,3 章では、帯域制限関数とみなせる加速度記録を積分して変位波形を再現する方法として、時間因果性に基づく FFT 手法を用いた時間積分方法を提案している。

2 章では、時間積分法としての理論的な側面に限定してその特徴について考察するとともに、物理的に意味のある加速度・速度・変位の、時間領域と周波数領域における構造について整理する。そのために、まず、比較の意味から慣用的な時間積分法(直接時間積分法と有限フーリエ級数展開に基づく方法)の特徴について調べる。そして、有限フーリエ級数展開に基づく方法では、虚部のフーリエ係数を補正しなければ、変位時間関数に直線的なトレンドが生じてしまうことを示す。次に、変位時間関数の周波数関数の実部と虚部のヒルベルト変換性を考慮し、時間因果性に基づく FFT 手法により変位の実部成分だけを用いて時間関数を決める方法を提案する。そして、この方法によって算定された変位時間関数は、直線的なトレンドを有することなく、直接時間積分による結果と等価であることを示す。なお、時間積分方法に関して、時間因果性と物理的な条件を満足する加速度・速度・変位の周波数領域と時間領域の構造について整理してまとめておく。最後に、ローカットフィルターによってカットされる実部成分と虚部成分の特性を考察し、変位波形が残留変位を有する場合には、実部・虚部両方を用いることに相当する慣用的時間積分法に比べて、実部だけを用いる提案手法の方が変位波形の再現度が高いことを示す。

3 章の位置づけは、2 章で提案した時間積分方法を実観測加速度記録に適用する上での注意事項を整理するとともに、その有効性の確認を行うことである。まず、ノイズを含んだ実際の観測加速度記録に適用する上でのデータ処理上の注意事項を整理し、提案積分手法を観測記録のデータ処理フローとしてまとめる。そして、大型振動台上にデジタル型加速度強震計を設置して変位制御のパルス波入力試験と地震波加振を行い、強震計の周波数特性とノイズ特性の確認を行った後、提案積分手法の有効性を示す。有効性の検証は、デジタル加速度強震計の特性を S/N 比が大きなパルス波入力の振動台試験によって確認した上で加速度記録を積分し、得られた変位波形による振動台制御用の変位波形の再現度の観点から行っている。

Part.2 である 4-7 章では、構造物及びその周辺地盤の非線形性を考慮した地震応答解析を行う場合に、構造物周辺に広がる地盤や流体等の持つ半無限性を、境界要素法、有限要素法、薄層要素法等の周波数領域の解析手法により評価し、その特性を効率的に時間領域でシミュレートして時刻歴応答解析を行う動的サブストラクチャー法を提案している。なお、提案手法は周波数領域と時間領域のハイブリッド型のサブストラクチャー法と考えることができるので、提案手法の特徴をより明らかにするために、時間領域や周波数領

域のサブストラクチャー法と比較しながら考察を行っている。

まず 4 章では、地盤・構造物連成系の地震応答解析を行う場合に、時間領域や周波数領域の応答解析で必要とする周波数帯域を整理する。そして、動的地盤柔性の持つ周波数特性を時間領域でシミュレートする際に必要となる周波数帯域は、構造物の応答が卓越する周波数帯域よりは広帯域であるが、時刻歴非線形応答解析に必要な周波数帯域よりはるかに狭帯域であることを指摘する。この考え方に基づいて、動的地盤柔性の周波数特性を時間領域でシミュレーションする方法として、限られた周波数範囲で計算した動的地盤柔性から、時間因果性に基づく FFT 手法により時間因果な離散インパルス応答を定め、その離散インパルス応答を用いてシミュレーションを行う動的サブストラクチャー法の定式化を示す。最後に、提案手法の効率性について考察した後、構造物-地盤連成系の地震応答解析を通じて精度と効率性の確認を行う。

5 章では、4 章で示した動的地盤柔性を用いた定式化について、定式化に含まれる離散インパルス応答の特性に着目した考察を行う。動的地盤柔性を用いた定式化では、離散インパルス応答の $t \rightarrow 0, \infty$ における漸近特性が、応答解析の安定性や効率性に影響する。そこで、遠方地盤の解析手法やモデル化による動的剛性(柔性)の漸近特性の違いや、時間因果化フローで用いるナイキスト振動数等によって、速度インパルス応答と変位インパルス応答の漸近特性がどのように変化するかを考察する。その結果、速度インパルス応答を用いた定式化の方が、既往の方法で通常採用されている変位インパルス応答を用いた定式化に比べて、常に、安定性と効率性に優れた定式化であることを示す。さらに、時間領域で定式化した理論的なインパルス応答から離散インパルス応答を算定する方法を示し、周波数領域で計算した地盤柔性をもとに算定した離散インパルス応答と比較する。その結果から、4 章で示した応答解析の精度と効率性は、時間領域でインパルス応答の定式化を行う場合にも同様に確保できることを示す。

6 章では、4,5 章で示した応答解析手法の発展形と体系化として、帯域制限された地盤の動的剛性や動的柔性を用いた 5 種類の定式化を示し、その相互比較を例題を通して行う。定式化の比較の持つ一つの意味は、時間因果性に基づく FFT 手法によって定まる離散インパルス応答によってシミュレーションするシステム関数を、地盤の動的剛性や動的柔性から抽出されるどの物理量にするのが良いかを考察することである。今一つの比較の意味は、各定式化の物理的意味を考察することで、各定式化に含まれている合成積の演算の意味を考察することである。なお、各定式化については、それぞれ類似の既往の定式化と比較して、類似点と相違点について述べる。

7 章では、6 章で提案した時刻歴応答解析手法のうち、付加質量項に対して因果化を行う方法の具体的な適用例として、大水深の軟着底構造物の地震時滑動問題を取りあげる。そして、流体の圧縮性に起因する流体剛性の付加質量項や造波減衰項の持つ周波数依存の変動特性が、構造物の地震時滑動特性に与える影響

について考察する。

最後に8章では、Part.1とPart.2の結論を要約するとともに、i) FFTで結び付けられる時間関数と周波数関数の等価性、ii) 実部と虚部が時間領域で持つ情報の等価性、の2つの観点から本論文の成果をまとめる。

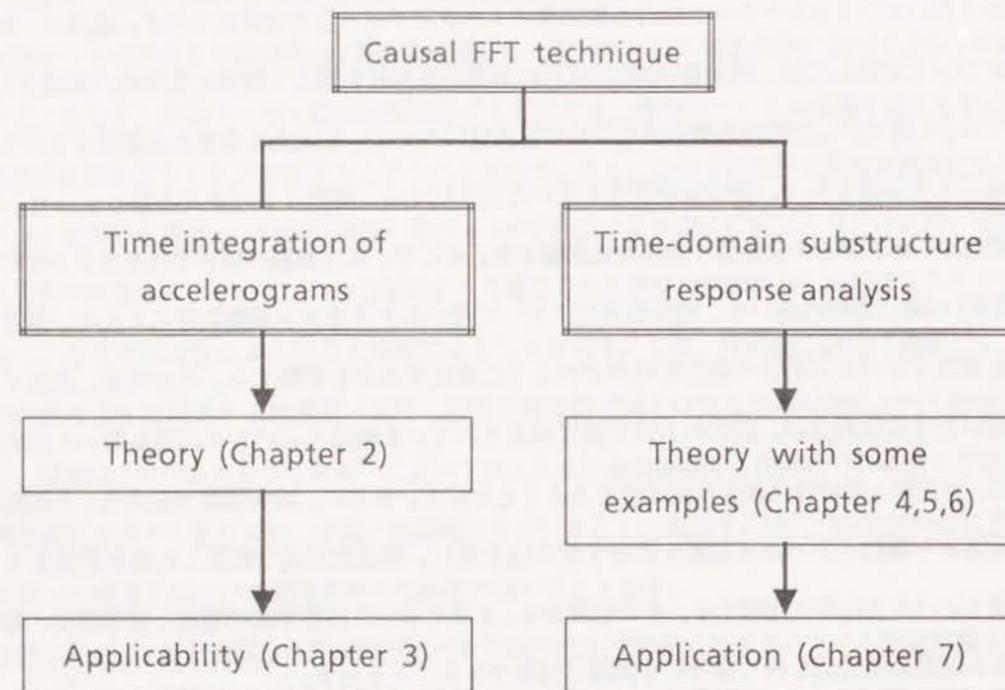


図 1.3: 本論文の構成と内容

第 2 章

時間因果性に基づく FFT 手法を用いた時間積分法

2.1 はじめに

加速度 $a(t)$ から速度 $v(t)$ と変位 $d(t)$ を求める場合、時間領域では次のような積分を行えば良い。

$$v(t) = \int_{-\infty}^t a(s) ds \quad (2.1)$$

$$d(t) = \int_{-\infty}^t v(s) ds \quad (2.2)$$

上式は、単位ステップ関数 $U(t)$

$$U(t) = 0 (t < 0), 0.5 (t = 0), 1.0 (t > 0) \quad (2.3)$$

を用いれば、 $v(t)$ は $a(t)$ と $U(t)$ の合成積、 $d(t)$ は $v(t)$ と $U(t)$ の合成積と等しいと考えることができる。従って、周波数領域では、上式の両辺をフーリエ変換した、

$$V(\omega) = A(\omega) \cdot \{\pi\delta(\omega) + 1/(j\omega)\} \quad (2.4)$$

$$D(\omega) = V(\omega) \cdot \{\pi\delta(\omega) + 1/(j\omega)\} \quad (2.5)$$

を計算することによって積分を行うことができる。ただし、 $\delta(\omega)$ は Dirac のデルタ関数で、フーリエ変換を \Rightarrow で表せば、次式の関係が成り立っている。

$$a(t) \Rightarrow A(\omega)$$

$$v(t) \Rightarrow V(\omega)$$

$$d(t) \Rightarrow D(\omega) \quad (2.6)$$

$$U(t) \Rightarrow \pi\delta(\omega) + 1/(j\omega) \quad (2.7)$$

*本章は、論文 [林 1989], [勝倉 1989], [林 1991] の一部に加筆してまとめたものである。

以下に、(2.1),(2.2)式と(2.4),(2.5)式を数値的に行う方法として提案されてきた慣用的な方法(直接時間積分による方法と加速度記録の有限フーリエ級数展開に基づく方法)を紹介し、その精度や問題点について周波数領域で考察するとともに、それらを改善する積分手法を提案する。

なお、本論文では時間関数 $d(t)$ とその周波数関数 $D(\omega)$ が、フーリエ変換の関係

$$D(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} d(t) \cdot e^{-j\omega t} dt \quad (2.8)$$

$$d(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} D(\omega) \cdot e^{j\omega t} d\omega \quad (2.9)$$

を構成していることを、 $d(t) \Rightarrow D(\omega)$ と表す。ただし、 $j = \sqrt{-1}$ である。

2.2 慣用的時間積分方法

2.2.1 直接時間積分による方法

加速度記録を積分して速度波形や変位波形を計算する場合、最も一般的でかつ古くから行われてきた方法は、線形加速度法等のように、時間領域で step by step の逐次時間積分を行う直接時間積分法である。ここで取り上げる直接時間積分法は、加速度データ $a(t)$ のサンプリング時間刻みを ΔT とすれば、時刻歴応答解析で用いられる Newmark- β 法 [Newmark 1959] の時間積分と同様の次式のような形で書くことができるものである。

$$v(t + \Delta T) \approx v(t) + \Delta T \{(1 - \gamma)a(t) + \gamma a(t + \Delta T)\} \quad (2.10)$$

$$d(t + \Delta T) \approx d(t) + \Delta T v(t) + \frac{\Delta T^2}{2} \{(1 - 2\beta)a(t) + 2\beta a(t + \Delta T)\} \quad (2.11)$$

上式は、 γ と β の設定方法によって、以下のように呼ばれている。

$$\gamma = 1/2, \quad \beta = 1/4 \quad : \text{平均加速度法}$$

$$\gamma = 1/2, \quad \beta = 1/6 \quad : \text{線形加速度法}$$

$$\gamma = 1/2, \quad \beta = 0 \quad : \text{衝撃加速度法(中央差分)}$$

ここで、(2.10)式をフーリエ変換すると、

$$V(\omega)e^{j\omega\Delta T} \approx V(\omega) + \Delta T \{(1 - \gamma) + \gamma e^{j\omega\Delta T}\} \cdot j\omega V(\omega) \quad (2.12)$$

となるから、(2.10)式は、周波数領域の微分演算子 $j\omega$ を次のように近似したことに相当する。

$$\begin{aligned} j\omega &\approx \frac{e^{j\omega\Delta T} - 1}{\Delta T \{(1 - \gamma) + \gamma e^{j\omega\Delta T}\}} \\ &= \frac{1}{(1 - \gamma) + \gamma e^{j\omega\Delta T}} \cdot \left\{ j\omega + \frac{1}{\Delta T} \left\{ \sum_{k=2}^{\infty} \frac{(j\omega\Delta T)^k}{k!} \right\} \right\} \end{aligned} \quad (2.13)$$

ただし、(2.13)式には次式を適用している。

$$e^{j\omega\Delta T} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(j\omega\Delta T)^k}{k!} \quad (2.14)$$

特に、 $\gamma = 1/2$ の場合には、(2.13)式は周波数領域の時間に関する微分演算子 $j\omega$ を次式のように近似していることになる。

$$j\omega \approx \frac{2(1 - e^{-j\omega\Delta T})}{\Delta T(1 + e^{-j\omega\Delta T})} = \frac{2}{\Delta T} j \tan \frac{\omega\Delta T}{2} \quad (2.15)$$

一方、(2.11)式についても同様にフーリエ変換して、

$$D(\omega)e^{j\omega\Delta T} \approx D(\omega) + j\omega\Delta T D(\omega) + \frac{\Delta T^2}{2} \{(1-2\beta) + 2\beta e^{j\omega\Delta T}\} \cdot (j\omega)^2 D(\omega) \quad (2.16)$$

となるから、(2.11)式は、 $(j\omega)^2$ を次のように近似したことに相当する。

$$\begin{aligned} (j\omega)^2 &\approx \frac{e^{j\omega\Delta T} - 1 - j\omega\Delta T}{\Delta T^2/2 \cdot \{(1-2\beta) + 2\beta e^{j\omega\Delta T}\}} \\ &= \frac{1}{(1-2\beta) + 2\beta e^{j\omega\Delta T}} \cdot \left\{ (j\omega)^2 + \frac{1}{\Delta T^2/2} \left\{ \sum_{k=3}^{\infty} \frac{(j\omega\Delta T)^k}{k!} \right\} \right\} \end{aligned} \quad (2.17)$$

以上から、(2.11)式と(2.12)式の近似によって導入された誤差を見るために、(2.13)式と(2.17)式の右辺をそれぞれ $j\omega$ と $(j\omega)^2$ で割ったものを η_1 、 η_2 と定義して図2.1に示す。横軸は振動数 ω で、ナイキスト振動数 $\omega_N = \pi/\Delta T$ で無次元化して示している。また、 η_1 、 η_2 の振幅は実線で表し、実部・虚部はそれぞれ破線と点線で表している。いずれの積分方法によっても、十分な精度が保たれているのは ω/ω_N が0.2以下の振動数である。これは、対象周期を T とすれば、 $\omega/\omega_N = 2\Delta T/T$ であるから、対象周期 T の10分の1以下の時間刻みで時間積分すれば、その周期成分に対する積分値の精度が確保できている。特に、線形加速度法は、低振動数領域における η_2 の虚部の誤差も少なく、位相の歪みが小さい積分方法と言える。

また、直接時間積分は、アルゴリズム上 step by step で積分できるために、データの入手と同時に処理を行う実時間処理が可能である。しかし現状では、観測加速度を積分する際には、積分を行う前に零線補正や計器補正などのフィルター処理を行うことが不可欠であり、事実上後述の有限フーリエ級数展開に基づく方法と同じく、すべてのデータを入手した後の処理が前提となる。そして、各種フィルター操作を行うのは、有限フーリエ級数展開に基づく方法のように周波数領域で積分を行う方が容易である。

2.2.2 有限フーリエ級数展開に基づく方法

ここでは、周波数領域で積分する方法(例えば[大崎])について示す。

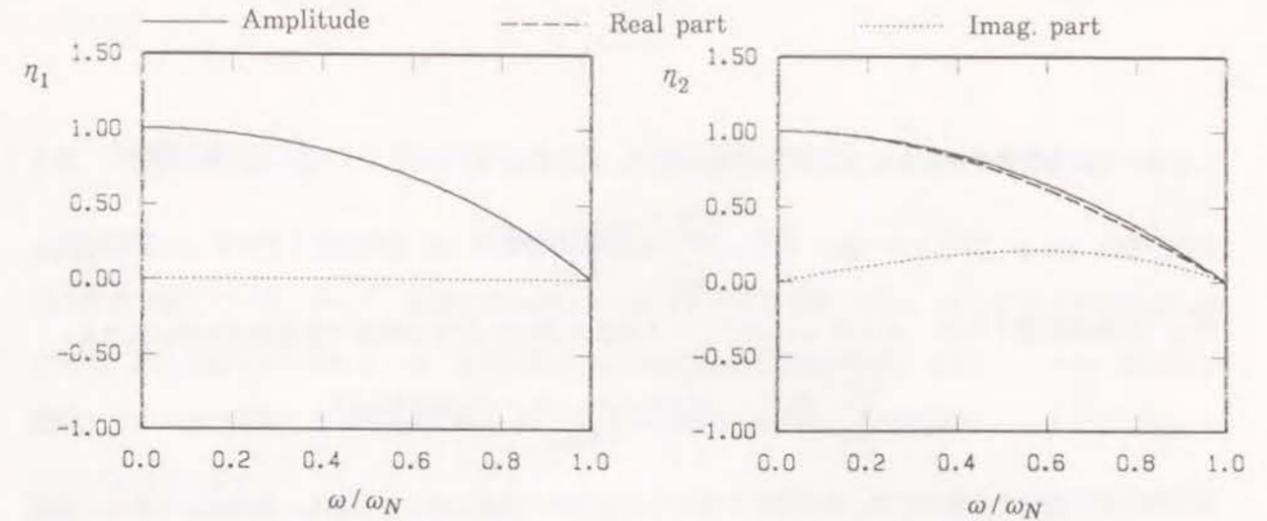
速度 $v(t)$ を下式のように $-T/2 \leq t < T/2$ で有限フーリエ級数展開し、 t に関して積分すると $d(t)$ になる。

$$v(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{k=1}^{N/2-1} \{A_k \cos(k\Delta\omega t) + B_k \sin(k\Delta\omega t)\} + A_{N/2} \cos(N\Delta\omega t/2)/2 \quad (2.18)$$

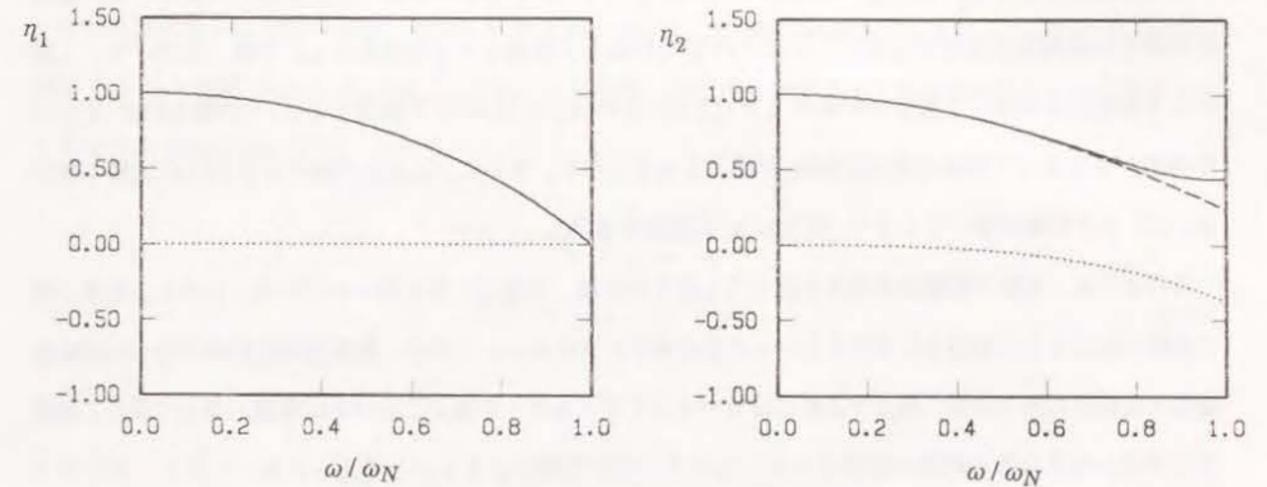
$$d(t) = \frac{A_0 t}{2} + \sum_{k=1}^{N/2-1} \frac{-B_k \cos(k\Delta\omega t) + A_k \sin(k\Delta\omega t)}{k\Delta\omega} + B_0 \quad (2.19)$$

ここで、積分定数 B_0 は初期条件 $d(t=0) = 0$ より決定でき、

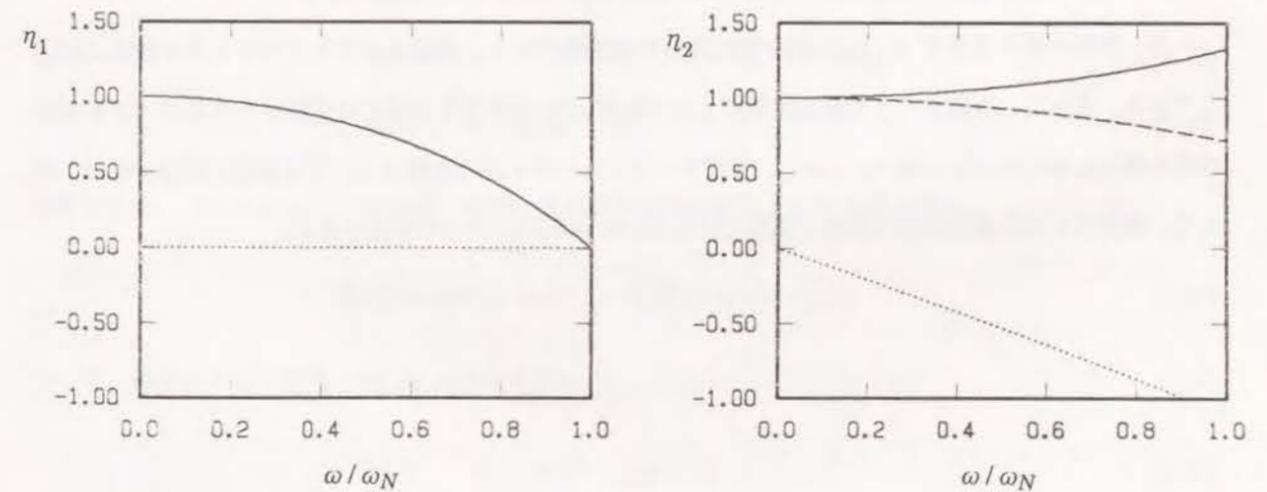
$$B_0 = \sum_{k=1}^{N/2-1} \frac{B_k}{k\Delta\omega} \quad (2.20)$$



(a) Average acceleration



(b) Linear acceleration



(c) Central difference

図 2.1: 直接時間積分の積分精度

t については奇関数であるから、

$$\frac{A_0 t}{2} = \sum_{k=1}^{N/2-1} \frac{A_k^* \sin(k\Delta\omega t)}{k\Delta\omega} \quad (2.21)$$

のように級数展開すれば、 $d(t)$ は $v(t)$ のフーリエ係数を用いてFFTが利用できる次式の形に表せる。

$$d(t) = \sum_{k=1}^{N/2-1} \frac{B_k(1 - \cos(k\Delta\omega t)) + (A_k - A_k^*) \sin(k\Delta\omega t)}{k\Delta\omega} \quad (2.22)$$

周波数領域で積分する場合には、時間積分は解析的に行うので誤差はない。しかし、加速度から変位を推定する際には、変位と速度の初期条件を満足するように加速度より速度、速度より変位の2度にわたるフーリエ係数の補正を行うか、または、時間領域で直線 $\frac{A_0}{2}x + B_0$ を加えて零線の補正を行う必要がある。通常行われている簡易的な積分方法としては、FFTで計算した複素フーリエ係数を ω_j で割っただけで、上記のような補正を無視して積分が行われるが((2.19)式で $A_0 = B_0 = 0$ に相当する)、その場合には $d(t)$ の平均値が0となって初期条件(因果性)が満足されなくなり、さらに $A_0 \neq 0$ の場合には(2.19)式第1項の $A_0 \cdot t/2$ だけ零軸が傾いてしまう(図2.3の一点鎖線を参照)。

このように、零線が直線的な傾きを生じてしまうことは、勿論古くから知られている。しかし、地震工学の分野ではほとんど無視されているといった感をぬぐいきれない。これは、観測加速度記録が持つ低振動数領域の信頼性の無さから、積分する際にはローカットフィルターを施すことが半ば常識となっており、直線的な零線の補正自体の精度が確保されないという工学的判断によるものと考えられる。しかし、そのような方法では、計測精度が十分であっても、積分して得られた変位波形を定量的に考察することはできない。従って、できれば直線的な零線の傾きを生じない積分方法であることが望ましい。

一方、零線の傾きを表す $A_0 \cdot t/2$ は時間に関して奇関数だから、変位フーリエスペクトルの虚部に対応している。よって、有限フーリエ級数展開によって変位 $d(t)$ を評価する時には変位フーリエスペクトルの虚部を補正しなければならない。しかし、変位フーリエスペクトルの実部については補正の必要がない。そして、後述する変位波形評価方法は、実部だけを用いている点に一つの特長がある。

2.3 時間因果性に基づくFFT手法を用いた変位波形評価法

残留変位 d_∞ を有する変位波形 $d(t)$ の周波数関数 $D(\omega)$ は、2.3.1に述べるように、 $\omega = 0$ 近傍で超関数の構造を有している。そして、加速度から変位への積分を周波数領域で行い、FFTにより時間領域へ逆変換して変位波形を定めるためには、周波数関数の超関数的構造の評価が問題となる。ここでは、慣用的な有限フーリエ級数展開に基づく方法と異なり、 $D(\omega)$ の虚部を用いずに、特異性のない $\omega \neq 0$ の実部成分を用いる方法を示す。

2.3.1 残留変位を有する変位の時間関数と周波数関数の関係

変位時間関数 $d(t)$ が因果関数($d(t) = 0 (t < 0)$)ならば、その周波数関数 $D(\omega) (= D_e(\omega) + jD_o(\omega))$ の実部 $D_e(\omega)$ と虚部 $D_o(\omega)$ は、 $\lim_{\omega \rightarrow \infty} D(\omega) = 0$ の時、次式のヒルベルト変換の関係式によって結びつけられている[Papoulis 1977]。

$$\begin{aligned} D_o(\omega) &= \frac{-1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{D_e(y)}{\omega - y} dy \\ D_e(\omega) &= \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{D_o(y)}{\omega - y} dy \end{aligned} \quad (2.23)$$

ここで、

$$d(t) \Rightarrow D(\omega), \quad d_e(t) \Rightarrow D_e(\omega), \quad d_o(t) \Rightarrow jD_o(\omega) \quad (2.24)$$

であり、符号関数 $\text{sgn}(t)$ が、

$$\text{sgn}(t) = -1 (t < 0), \quad 0 (t = 0), \quad 1 (t > 0) \quad (2.25)$$

$$\text{sgn}(t) \Rightarrow 2/j\omega \quad (2.26)$$

であるから、 $d(t=0) = 0$ であれば、(2.23)式の時間領域の表現として次式を得る。

$$d_e(t) = \text{sgn}(t) \cdot d_o(t), \quad d_o(t) = \text{sgn}(t) \cdot d_e(t) \quad (2.27)$$

そして、単位ステップ関数 $U(t)$ は $\text{sgn}(t)$ を用いて

$$U(t) = (1 + \text{sgn}(t))/2 \quad (2.28)$$

のように表されるから、 $d(t) = d_e(t) + d_o(t)$ は(2.27)式より次式のように表される。

$$d(t) = 2U(t) \cdot d_e(t) = 2U(t) \cdot d_o(t) \quad (2.29)$$

(2.29) 式は、変位の時間関数 $d(t)$ が、周波数関数 $D(\omega)$ の実部 $D_o(\omega)$ だけから、または、虚部 $D_v(\omega)$ だけから定められることを示している。

一方、図 2.2 に示した立ち上がり時間 t_R の傾斜関数

$$r(t, t_R) = U(t - t_R) \cdot (1 - t/t_R) + U(t) \cdot t/t_R \quad (2.30)$$

のように $d(t)$ が残留変位を持つ場合 ($d_\infty = \lim_{t \rightarrow \infty} d(t) \neq 0$) には、 $d(t)$ は図 2.2 のように、(2.23) 式を満足する時間因果な時間制限関数 $d_{TL}(t)$ とステップ関数に分離することができる。

$$d(t) = d_{TL}(t) + d_\infty \cdot U(t) \quad (2.31)$$

(2.31) 式をフーリエ変換すると、第 2 項は $\omega = 0$ で特異性を有する超関数となっている。

$$D(\omega) = D_{TL}(\omega) + d_\infty \cdot (\pi\delta(\omega) + 1/j\omega) \quad (2.32)$$

ここで、デルタ関数 $\delta(\omega)$ は、

$$1 \Rightarrow 2\pi \cdot \delta(\omega) \quad (2.33)$$

であり、(2.26) 式と (2.33) 式とから、時間制限関数部分 $D_{TL}(\omega)$ と同様に超関数部分の実部・虚部についても、(2.29) 式の関係が成立している。つまり、 $d(t)$ が残留変位を有する場合でも、周波数領域の実部だけ、あるいは、虚部だけから時間関数を定めることができる。

最後に、加速度・速度・変位の周波数関数の $\omega \rightarrow 0$ の構造と、 $t \rightarrow \infty$ の構造とを整理して表 2.1 に示す。

まず、(2.5) 式は、

$$D(\omega) = \{V(\omega) - V(0)\}/j\omega + V(0) \left\{ \pi\delta(\omega) + \frac{1}{j\omega} \right\} \quad (2.34)$$

のように書換えられ、(2.32) 式との比較から、残留変位 d_∞ は $V(0)$ となることがわかる。このことは、明らかに $V(0)$ が速度 $v(t)$ の総和を意味することに対応した事実である。そして、 $D(\omega)$ のうち永久変位の構造を取り除いた $D_{TL}(\omega)$ は $\omega = 0$ 近傍で一定値に近づく。なお、(2.18) 式より $V(0) \neq 0$ の時 $A_0 \neq 0$ だから、(2.19) 式より $d(t)$ が永久速度を生ずる時に零軸の直線的なトレンドが生ずることがわかる。

また、(2.34) 式と同様の関係が速度 $V(\omega)$ と加速度 $A(\omega)$ の間にも成り立っているが、これを通常の減衰を有する系の応答にあてはめて考えると、加速度の時間領域における総和は必ず 0 ($A(0) = 0$) で、永久速度 ($\lim_{t \rightarrow \infty} v(t)$) が生ずることはないことに対応している。

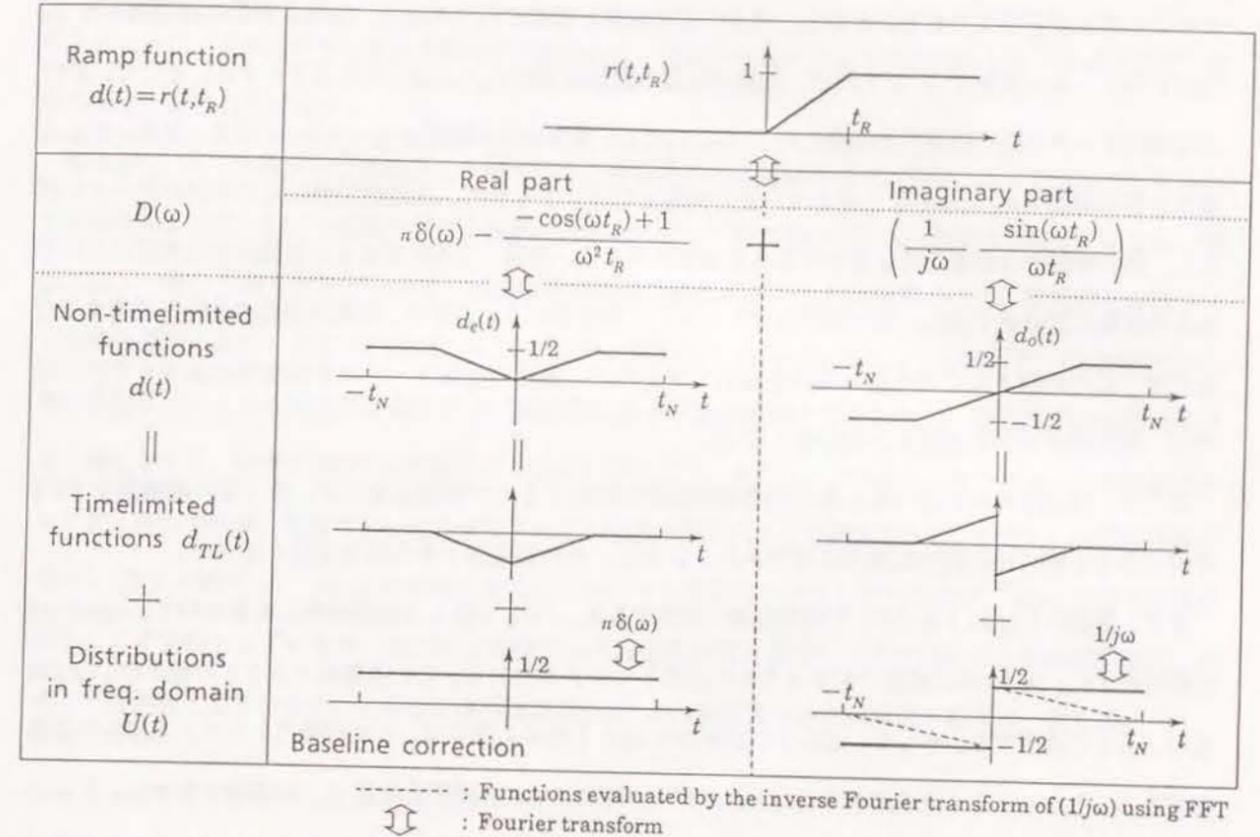


図 2.2: 残留変位を有する変位時間関数の分解と合成

表 2.1: 加速度、速度、変位の周波数領域と時間領域の構造の対応関係

	$x(t) \Rightarrow X(\omega)$	$\lim_{\omega \rightarrow 0} X(\omega)$	$\lim_{t \rightarrow \infty} x(t)$
Acceleration	$a(t) \Rightarrow A(\omega)$	0	0
Velocity	$v(t) \Rightarrow V(\omega)$	$V(0)$	0 (= $A(0)$)
Displacement	$d(t) \Rightarrow D(\omega)$	$V(0) \cdot (\pi\delta(\omega) + 1/j\omega)$	$V(0)$
	$d_{TL}(t) \Rightarrow D_{TL}(\omega)$	$(V(\omega) - V(0))/j\omega = \text{constant}$	0

$$x(t=0) \equiv 0, X(\omega=0) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) dt$$

2.3.2 変位時間関数のFFTによる評価

前節の関係をを利用して数値的に変位時間関数 $d(t)$ を定める際には、数値的なフーリエ変換としてのFFTアルゴリズムが不可欠である。ただし、(2.29)式の演算を実際に行う都合上、加速度記録の時間刻みを Δt 、FFTのフーリエ項数を N とすれば、加速度記録の継続時間は $t_N = \Delta t \cdot N/2$ 以下とする。そして、FFTの時系列データの持つ周期性を考慮して、 $1 \sim N/2+1$ 番目を正の時間 $0 \leq t \leq t_N$ と考え、 $N/2+2 \sim N$ 番目を負の時間 $-t_N < t < 0$ と考えて一連の処理を行う。すなわち、加速度記録は正の時間のデータに代入し、負の時間では因果条件を満たすように全て0とする。勿論、(2.29)式によって得られる変位についても正の時間にだけ値を持ち、負の時間は全て0として算定される。つまり、時間因果性の条件を考慮するためには、正の時間と同じだけ負の時間を必要とするので、通常の有限フーリエ級数展開に基づく方法に比べて、時系列データの個数が2倍必要となる。

ここで、(2.32)式の右辺の第1項は時間制限関数に対応するので問題はないが、第2項の超関数をFFTで逆変換する際には特別な配慮が必要である。以下に、その問題点とその対処方法を述べる。

まず、虚部の $(1/j\omega)$ をFFTで時間領域へ変換すると、FFTで扱える継続時間は有限なので、 $\text{sgn}(t)/2$ は得られずに、図2.2中に破線で示すような直線のトレンドが生じる。この直線のトレンドの傾きは、(2.19)式の $A_0/2$ に相当する。そして、 $D(\omega)$ の虚部から $d(t)$ を決める際には、この直線のトレンドを補正する必要がある。しかし、トレンドの傾きはFFTのデータ時間 $N\Delta t$ と残留変位量 d_∞ に関係するから、トレンドの補正のためには、残留変位量をあらかじめ求めるか、FFTを行う際の継続時間を無限大にする必要があるが、実観測記録のデータ処理を前提とした場合には不適切である。(残留変位が分かっている場合、しかもS/N比の問題がない場合には、有限フーリエ級数展開に基づく方法と同様に虚部を補正すればよい。)

一方、 $D(\omega)$ の実部についても $\delta(\omega)$ の構造をもつので、 $\omega = 0$ での値をそのまま与えることはできない。しかし、 $\delta(\omega)$ は(2.33)式から時間領域で一定値であるので、その係数を決めることは零線補正を行うことと等価である。したがって、FFTで時間領域に逆変換する前に、あらかじめ $D(\omega = 0)$ の値を $\omega \neq 0$ の $D(\omega)$ を用いて以下のように決めることができる。(2.8)式の定義から、 $D(\omega)$ の実部の偶関数性と虚部の奇関数性を考慮すれば、次式のようになる。

$$d(t=0) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} D_e(\omega) d\omega \approx (D(\omega=0) + D^C) \cdot \Delta\omega / (2\pi) \quad (2.35)$$

$$D^C = 2 \sum_{k=1}^{N/2-1} D_e(k\Delta\omega) + D_e(N\Delta\omega/2) \quad (2.36)$$

初期条件として $d(t=0) = 0$ とすれば、 $D(\omega=0)$ は、 $\omega=0$ 以外の実部の総和 D^C より求められる。

$$D(\omega=0) = -D^C \quad (2.37)$$

以上のように、実部だけから定まる変位時間関数には、虚部から定めるような直線のトレンドは生じず、零線の補正を行う必要がない。

図2.3に、人工地震波を時間積分した例を示す。時間因果性に基づくFFT手法によって実部だけを用いて評価される速度と変位を実線で示す。線形加速度法によって時間積分を行った点線と比較しているが、実線と全く一致しており区別がつかず、等価な積分結果が得られることがわかる。一方、慣用的な有限フーリエ級数展開に基づく方法((2.18)式, (2.19)式)で、簡易的に $A_0 = B_0 = 0$ とした結果を一点鎖線で示す。速度波形については初期条件が極わずかに満足されない程度の誤差であるものの、変位波形は初期条件が全く満足されず、虚部に起因する直線的なトレンドが生じてしまうことがわかる。もちろん、この直線のトレンドと非因果性は、前節で示したようなフーリエ係数の補正によって修正できる。ただし、時間因果性に基づくFFT手法では、 $D(\omega)$ の実部と虚部のヒルベルト変換性を仮定しているので、 $d(t)$ が因果関数であることを前提としているが、慣用的な有限フーリエ級数展開に基づく方法では必ずしも時間因果的であることを前提としていない。しかし、被積分関数 $a(t)$ が因果関数であれば両者の結果は一致する。

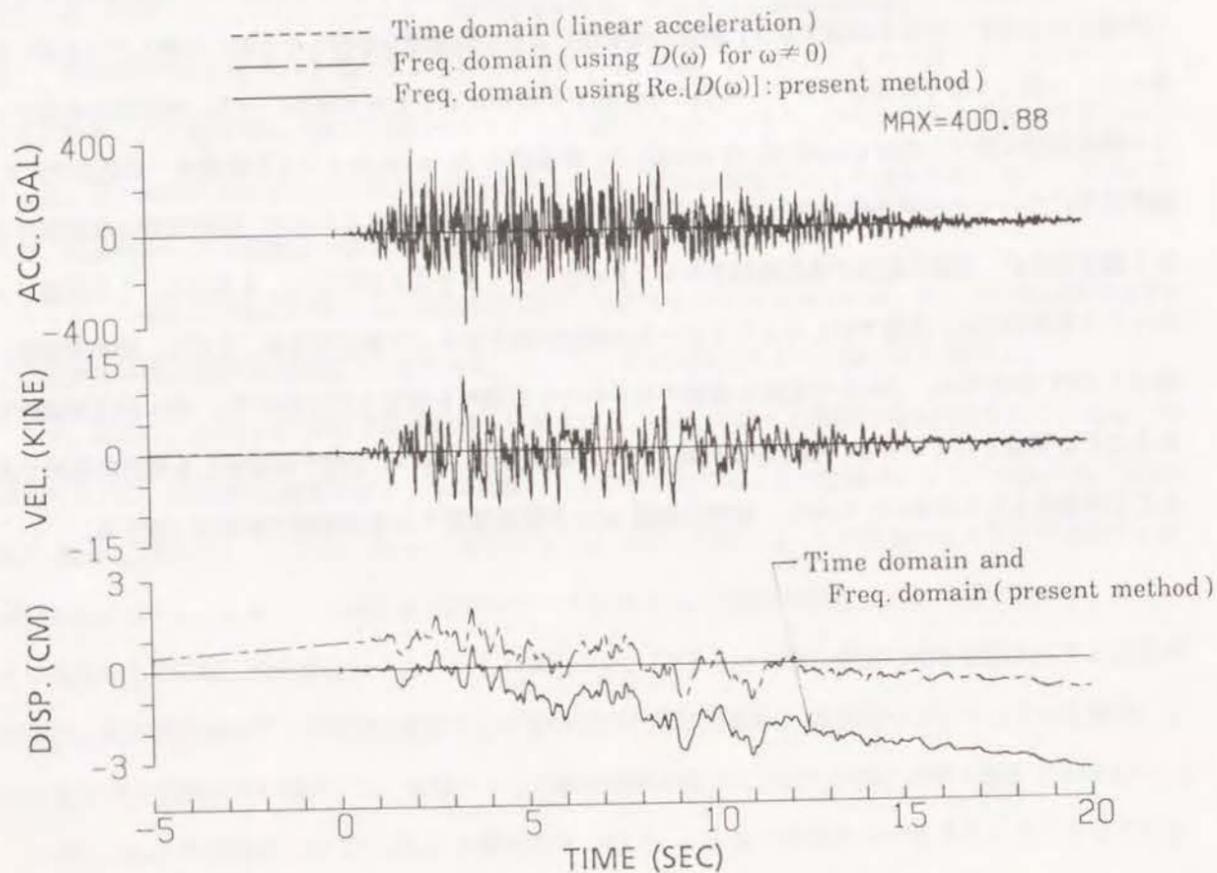


図 2.3: 人工地震波を積分して得られる速度波形と変位波形

2.4 ローカットフィルターによって除去される長周期成分の特性

強震計で観測される加速度波形には様々なノイズが含まれている。特に、長周期ノイズは振動数の低下に対して対数関数的に増大するので、S/N(信号/ノイズ)比は低下する傾向にあり、変位記録を再現する上で障害となる。したがって、ローカットフィルターを施して帯域制限することにより変位波形を再現することが多い。そこで、再び傾斜関数型変位を例として、ローカットされる実部と虚部の長周期成分の特性について考察する。なお、本論文では、カットオフ振動数を $\omega_c (= 2\pi f_c)$ として、次式で定義されるローカットフィルター $L(\omega)$ を用いる。

$$L(\omega) = U(\omega - \omega_c) + U(-\omega - \omega_c) \quad (2.38)$$

立ち上がり時間 t_R 、立ち上がり開始時間 t_0 とする傾斜関数 $d(t) = r(t - t_0, t_R)$ の周波数関数 $D(\omega)$ は次のようになる。

$$D(\omega) = \pi\delta(\omega) - R_0(\omega) \quad (2.39)$$

$$R_0(\omega) = \left\{ \frac{1 - \cos(t_R\omega)}{t_R\omega^2} - \frac{1}{j\omega} \cdot \frac{\sin(t_R\omega)}{t_R\omega} \right\} \cdot e^{-j\omega t_0} \quad (2.40)$$

ここで、(2.39) 式の第 1 項は、前述のように $\omega = 0$ にだけ値を有する超関数である。

$D(\omega)$ の第 2 項である $R_0(\omega)$ の実部と虚部を無次元化して図 2.4 に示す。図では、横軸は傾斜関数の立ち上がり時間 t_R で無次元化した振動数 $f^* = t_R\omega/\pi$ 、奥行き方向には無次元化立ち上がり開始時間 $t_0^* = t_0/t_R$ をとっている。立ち上がり時間 t_R より長周期の成分は $f^* < 2.0$ の領域に相当する。

$R_0(\omega)$ の虚部については $1/j\omega$ の構造を有しているので、虚部に占める長周期成分の持つ割合は非常に大きく、ローカットフィルターを施すことによって永久変位を構成する大部分がカットされてしまう。つまり、ローカットフィルターを施せば、虚部から永久変位の構造を評価することは困難となる。しかし、実部については $R_0(\omega = 0) = t_R/2 + t_0$ で、 $R_0(\omega = 0^+)$ は立ち上がり開始時間 t_0 の増加とともに線形に増加するが、虚部のように発散することはなく一定値 $(t_R/2 + t_0)$ に収束する。そこで再び、 $R_0(\omega) = 0$ となる最も小さな振動数 $f_0 = 1/(2t_0 + t_R)$ で無次元化した振動数 $\tilde{f} = f/f_0$ に対して、実部 $R_0(\tilde{f}_c)/(t_R/2 + t_0)$ を再び無次元化立ち上がり開始時間 t_0^* をパラメータとして図 2.5 に示す。小さな \tilde{f}_c に対して、 $R_0(\tilde{f}_c)/(t_R/2 + t_0)$ の特性は t_R や t_0 によらず殆ど変わらない。つまり、 f_c/f_0 が小さければ、すなわち t_R や t_0 が小さければ、カットされる実部成分を相対的に少なく抑えることができる。そして、先にも述べたように、零線に大きく関与する $D(\omega = 0)$ の値は $\omega = 0$ 以外の実部の総和 D_c に対応しているから、カットされる実部成分が少ないほど零線補正が正しく行える。つまり、 f_c/f_0 が小さければ、 $D(\omega)$ の実部だけから変位波形

$d(t)$ を推定することにより、残留変位を評価できる可能性がある。これは、時間領域の急激な変動は、短周期まで影響がおよびローカットしても、その情報は実部に残っているからである。

そこで、以下に傾斜関数を例に残留変位の定量的把握を試みる。まず、(2.35)式と同様に、

$$\begin{aligned} d(t=0) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} D_e(\omega) d\omega \\ &= \frac{1}{2\pi} \left\{ 2 \int_{0^+}^{\infty} D_e(\omega) d\omega + \int_{0^-}^{0^+} D_e(\omega) d\omega \right\} \\ &= \frac{1}{\pi} \left\{ \int_{0^+}^{\infty} \text{Re}.[D_{TL}(\omega)] d\omega \right\} + \frac{d_{\infty}}{2} \end{aligned} \quad (2.41)$$

初期条件 $d(t=0) = 0$ より、

$$d_{\infty} = -\frac{2}{\pi} \int_{0^+}^{\infty} \text{Re}.[D_{TL}(\omega)] d\omega \quad (2.42)$$

となり、残留変形は特異性のない 0Hz 以外の実部 $D_{TL}(\omega)$ の総和に等しい。このことから、図 2.6(a) のようなノイズに汚染された長周期成分をもつ実部に対して、図 2.6(b) のようにローカットフィルター $L(\omega)$ を施した時の残留変位の推定誤差評価指標として、次式で表される $E(\omega_C)$ を用いることができる。

$$E(\omega_C) = -\frac{1}{\pi} \int_{0^+}^{\omega_C} \text{Re}.[D_{TL}(\omega)] d\omega / d_{\infty} \quad (2.43)$$

すなわち、慣用的に用いられている有限フーリエ級数展開に基づく方法では実部と虚部両方を用いるが、虚部からは残留変形を評価することは期待できないので残留変位の誤差は $E_1(\omega_C)$ となる。

$$E_1(\omega_C) = 0.5 + E(\omega_C) \quad (2.44)$$

また、実部だけを用いて評価する場合の誤差は $E_2(\omega_C)$ となる。

$$E_2(\omega_C) = 2E(\omega_C) \quad (2.45)$$

さらに、図 2.6(c) のように、 ω_C 以下の低振動数領域の $D_{TL}(\omega)$ は、 $\omega = 0$ で一定値に漸近することから、カットオフ振動数 ω_C での値 $D_{TL}(\omega_C)$ で一定値とみなして外挿すれば、残留変位の誤差は、さらに $E_3(\omega_C)$ にまで低減することができると考えられる。

$$E_3(\omega_C) = 2\{E(\omega_C) + \omega_C D_{TL}(\omega_C)\} \quad (2.46)$$

傾斜関数の場合については、 $\alpha = \frac{1}{1+2t_0/t_R}$ 、 $\tilde{f} = f/f_0$ 、 $\tilde{f}_C = f_C/f_0$ とすれば、(2.43)式において、

$$-\frac{1}{\pi} D_{TL}(\omega) d\omega = \frac{\sin(\alpha\pi\tilde{f})}{\alpha\pi\tilde{f}} \cdot \frac{\sin(\pi\tilde{f})}{\pi\tilde{f}} d\tilde{f} \quad (2.47)$$

と書き直せる。従って、(2.44) ~ (2.46) 式は \tilde{f}_C に関する $E_1(\tilde{f}_C)$ 、 $E_2(\tilde{f}_C)$ 、 $E_3(\tilde{f}_C)$ に書き換えることができる。そして、 $\tilde{f}_C \ll 1.0$ ならば残留変位の誤差は小さく、次式で近似的に評価することができる。

$$E_1(\tilde{f}_C) \approx 0.5 + \tilde{f}_C \quad (2.48)$$

$$E_2(\tilde{f}_C) \approx 2\tilde{f}_C \quad (2.49)$$

$$E_3(\tilde{f}_C) \approx \frac{(1+\alpha^2)\pi^2}{9} \tilde{f}_C^3 \quad (2.50)$$

図 2.7(i)、図 2.8(i)、図 2.9(i) に、それぞれ $E_1(\tilde{f}_C)$ 、 $E_2(\tilde{f}_C)$ 、 $E_3(\tilde{f}_C)$ を示す。さらに、参考のために、図 2.7(ii)、図 2.8(ii)、図 2.9(ii) には、(a) 立ち上がり開始時間 t_0 、(b) 立ち上がり時間 t_R 、(c) カットオフ振動数 f_C を変化させた時の傾斜関数の変化を示す。各図中では、 $\tilde{f}_C = 0.1, 0.2, 0.3, 0.5$ の場合を、それぞれ、実線、破線、一点鎖線、点線で示す。

図より明かなように、同一のカットオフ振動数に対して t_R や t_0 が小さい程、実部のみから計算された変位の再現性の方が良くなっていることがわかる。また、残留変位の誤差を 0.4 以下 (d_{∞} の 6 割以上が再現できる) とすることは、図 2.7(i) に示した実部・虚部両方を用いる慣用的な方法では不可能であるが、図 2.8(i) に示す実部だけを用いた場合には、カットオフ振動数を $\tilde{f}_C \leq 0.2$ とする必要があり、等号が成り立つのは図 2.8(ii) 中で波線の場合に相当する。明らかに、実部・虚部両方を用いた場合 (図 2.7(ii)) に比べて残留変位の再現度が高いことがわかる。さらに、カットオフ振動数以下の長周期成分を外挿した場合には、カットオフ振動数を $\tilde{f}_C = 0.5$ にまで大きくすることができ、残留変位の再現度がさらに向上する。この時、 $t_0 = 0.0$ 、 $t_R = 10.0$ sec であれば、 $f_C = 0.05$ Hz 以下に抑える必要がある。

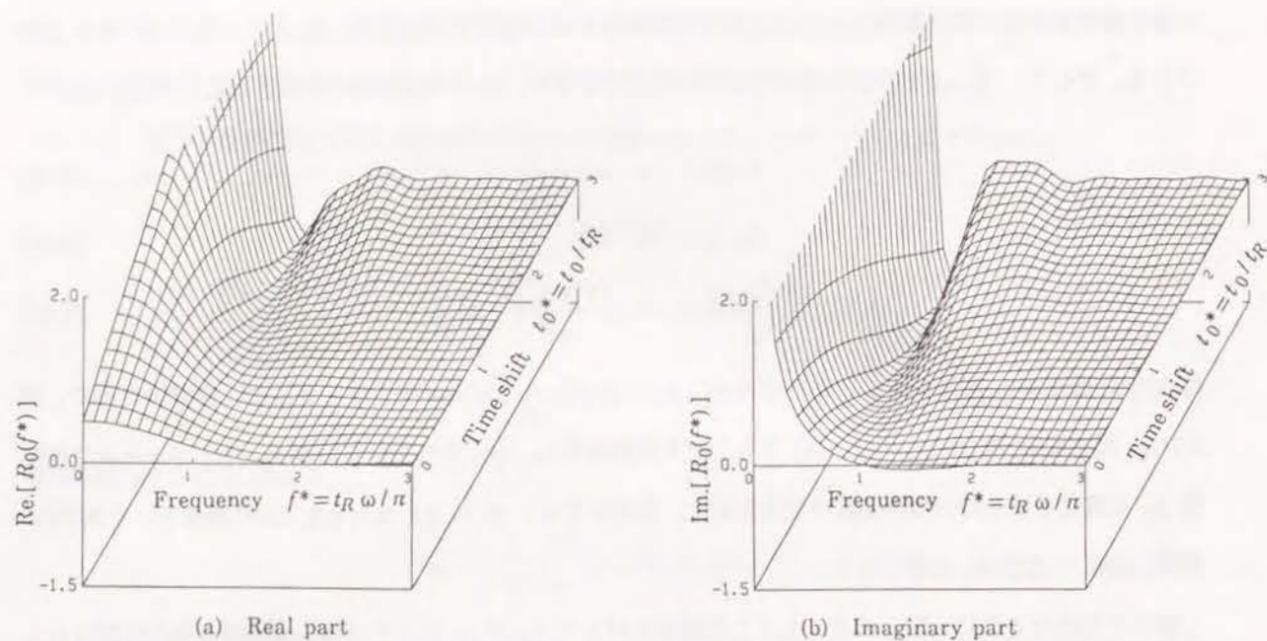


図 2.4: 傾斜関数のフーリエスペクトル

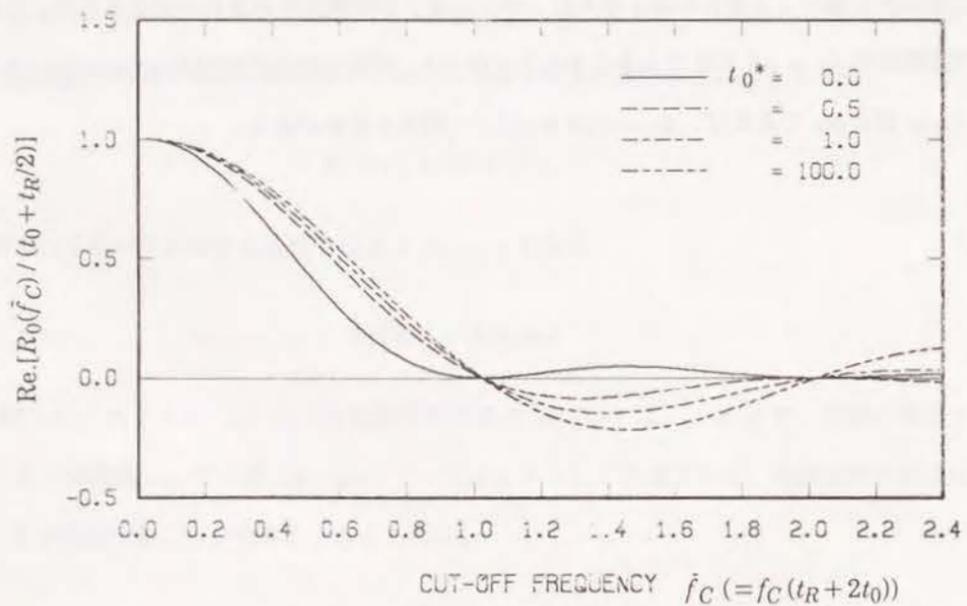
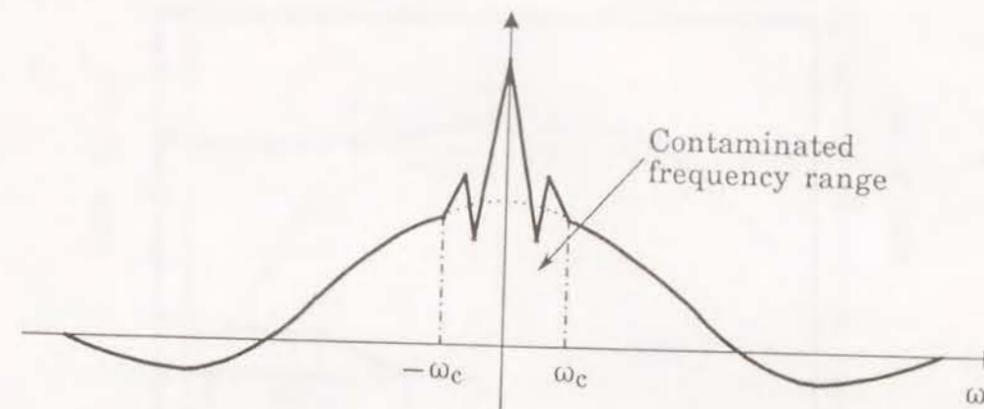
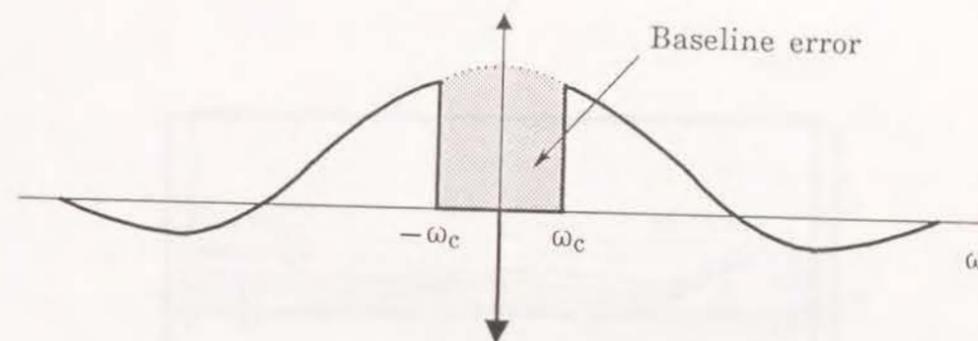


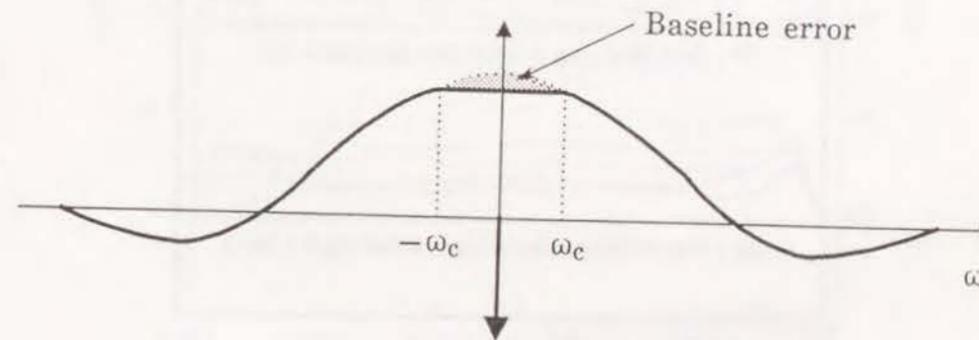
図 2.5: 傾斜関数のフーリエスペクトルの実部



(a) Integrated real part

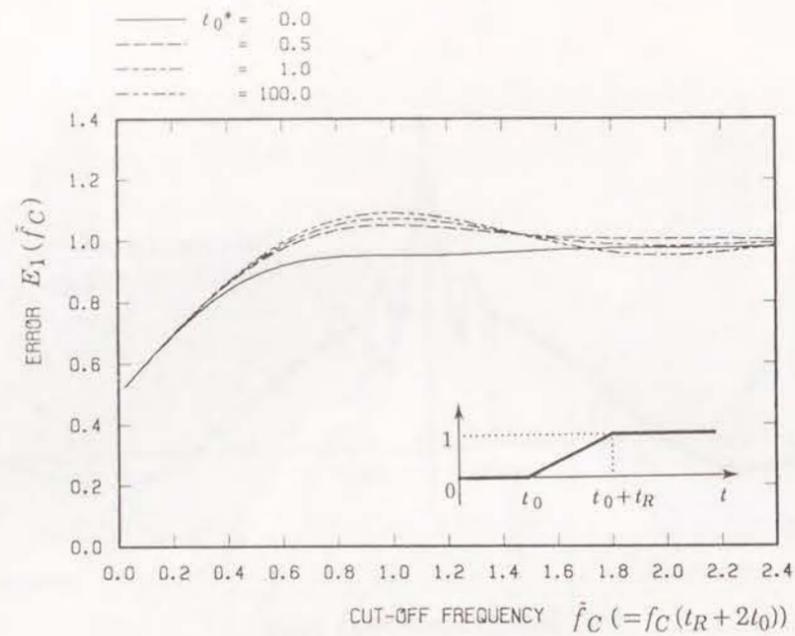


(b) Low-cut real part

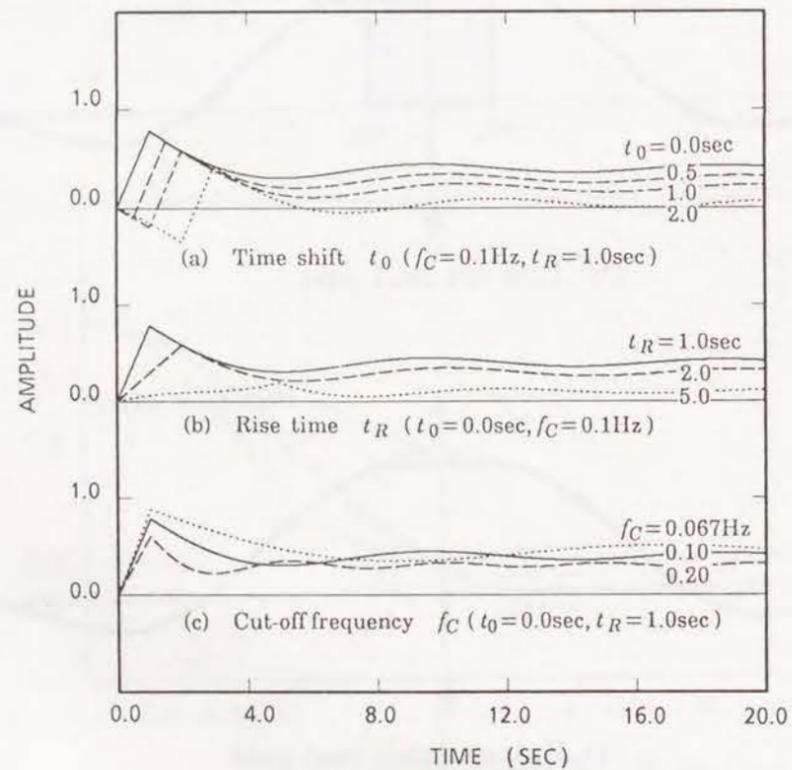


(c) Extrapolated real part

図 2.6: 実部の長周期成分の除去と外挿

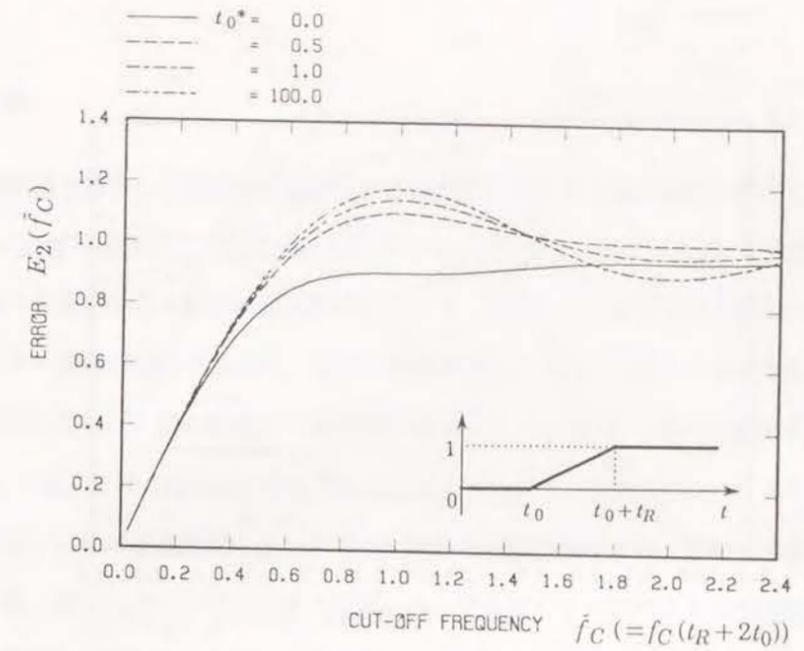


(i) Estimated errors of residual displacements

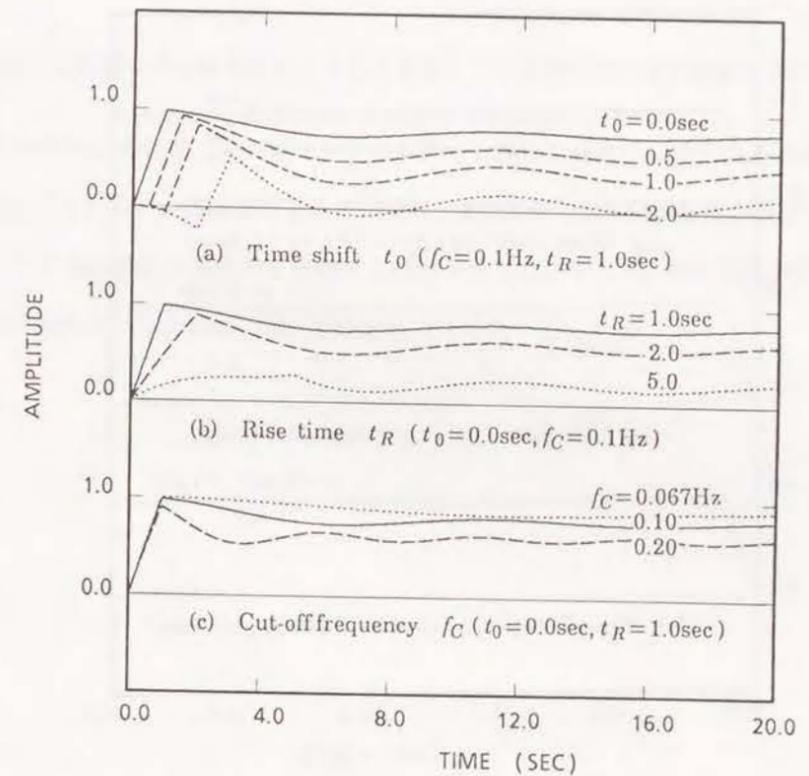


(ii) Wave forms of estimated ramp functions

図 2.7: 実部と虚部を用いて算定された傾斜関数の残留変形 (慣用的方法)

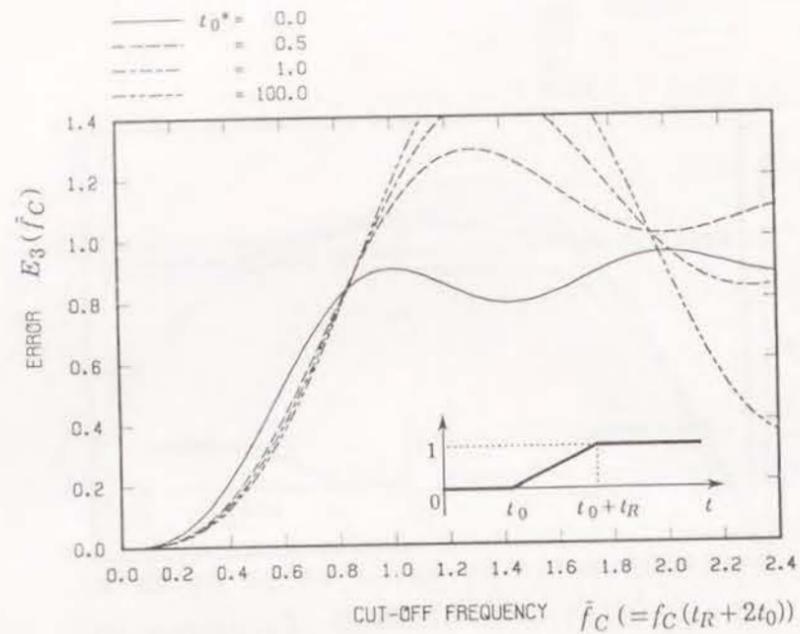


(i) Estimated errors of residual displacements

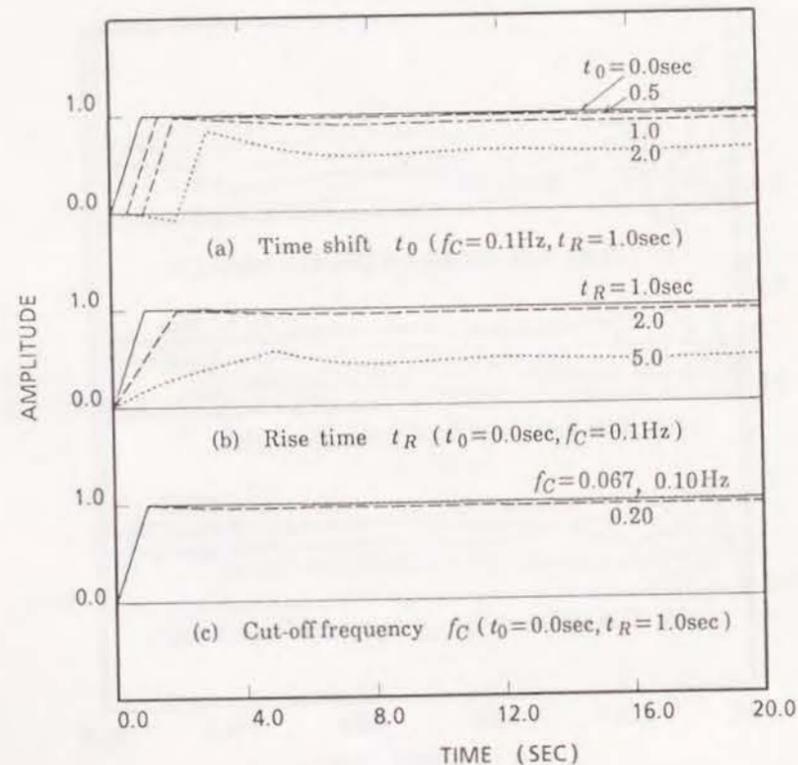


(ii) Wave forms of estimated ramp functions

図 2.8: 実部だけから算定された傾斜関数の残留変形



(i) Estimated errors of residual displacements



(ii) Wave forms of estimated ramp functions

図 2.9: 実部だけから算定された傾斜関数の残留変形 (長周期領域を外挿)

2.5 まとめ

観測加速度記録を積分して残留変位を有する変位波形を算定する時間積分方法として、まず、慣用的な時間積分方法 (直接時間積分による方法と有限フーリエ級数展開に基づく方法) の特徴を整理した。その結果、時間関数の有限フーリエ級数展開に基づく方法は、時間領域で積分を行う直接時間積分に比べて計器補正やフィルター操作が容易であるが、変位波形が残留変位を有する場合には零線が傾いてしまう。さらに、慣用的方法によれば、変位の実部・虚部両方に対してフィルターを施すために、残留変位を形成する $\pi\delta(\omega) + 1/j\omega$ の構造を持つ長周期成分を殆どカットしてしまうことになる。

そこで、有限フーリエ級数展開に基づく方法と同じく周波数領域で積分を行って変位フーリエスペクトルを算定した後、変位波形の時間因果性を考慮して、変位フーリエスペクトルの実部だけを用いて変位波形を算定する方法を提案した。提案手法の特長としては、

1. 変位が残留変位を有する場合にも、既往の有限フーリエ級数展開に基づく方法のように零線が傾くことがない。
2. 提案手法によれば、ローカットフィルターを施しても精度の高い変位波形を求められる可能性がある。

の2点が挙げられる。そして、ローカットフィルターを施した場合でも精度の高い変位波形が求められることを定量的に示すために、震源運動を表す理想的な変位波形として傾斜関数を選び、カットオフ振動数をパラメータとして残留変位の再現度を評価する指標を示した。そして、傾斜関数の立ち上がり時間や立ち上がり開始時間が小さい場合には、変位波形の再現度が高いことを示した。

第3章

デジタル強震計の加速度記録を積分して得られる 変位の信頼性

3.1 はじめに

2章では、変位のフーリエスペクトルの実部成分だけを用いて変位波形を算定する方法を示し、この方法を用いると、フィルター操作を施さない場合には時間領域の直接時間積分と等価な積分を周波数領域で簡単に行えることを示した。そして、この方法がローカットフィルターを施した場合でも、加速度強震記録を用いて残留変位を評価できる可能性を持つ方法であることを示した。

しかし、2章で提案した積分手法を実観測記録に適用するには、ノイズ除去のためのローカットフィルターを施す際のカットオフ振動数の設定が重要となる。しかも、岡田等 [岡田 1984] によって指摘されているように、地震計は長期間フィールドにおいて無人で使用されることが多く、その結果、時として設置点の傾斜し感振器ドリフトにより零線が偏り、その出力電圧が記録系の増幅器等への入力電圧レベルを越えてしまうことがある。これを防ぐために、記録系に低周波遮断回路が内蔵されているのが通常であるが、この回路が見かけ上の分解能低下によるノイズの長周期帯域を持ち上げることになる。つまり、カットオフ振動数を適切に設定するためには、地震計の計器の特性とノイズの特性を十分に把握しておくことが不可欠である。

本章ではまず、2章で提案した積分手法を実際の強震記録へ適用する場合のフローを示し、加速度記録の時間積分に際して問題となる観測記録のデータ処理上の問題点を指摘する。さらに、デジタル強震計を大型振動台上に設置して変位制御による加振を行ってデジタル強震計の計器特性とノイズ特性を調べるとともに、得られた加速度記録を積分して得られる変位波形と振動台変位とを比較して、提案手法の有効性を

*本章は、論文 [林 1991] の一部に加筆してまとめたものである。

検証する。

3.2 加速度記録を用いた変位の再現フロー

2章までの議論から、 $D(\omega)$ の実部だけを用いて変位波形 $d(t)$ を算定する方法は、虚部に起因する直線的なトレンドを生じず、ローカットフィルターを施した場合にも残留変位を再現できる可能性の高い方法であることがわかった。本節では、デジタル強震計の加速度記録から変位波形を算定するまでの一連の手順を以下に示す。また、そのフローの概要を 図 3.1 に模式的に示す。

- Step-A ; 加速度記録の抽出と零線補正
- Step-B ; 加速度フーリエスペクトル $A(\omega)$ の計算
- Step-C ; ローカットフィルター操作 ($\times L(\omega)$) と変位フーリエスペクトルの計算 ($\times 1/(-\omega^2)$)
- Step-D ; 実部スペクトルに基づく変位波形の算定

Step-B ~ Step-D についての注意事項は 2章で記述済みであるので、ここでは Step-A についてのデータ処理上の注意事項を整理して以下に示す。

1) 抽出時間

FFT で変位波形を算定するためには、地震加速度記録の全継続時間が観測されている必要がある。しかし、強震計によって観測される加速度記録には、多少にかかわらず必ずノイズが含まれており、必要以上の継続時間を FFT のデータとして与えることは S/N 比を低下させる原因となる。観測加速度記録に含まれるノイズが、その積分値である変位波形に及ぼす影響を最小限に抑えるためには、出来るだけ強震計記録から意味のある成分だけを抽出することが重要となる。なぜなら、意味のある信号の前にノイズがあれば、意味のある信号の前に変位と速度が生じていることになるからである。図 3.1 中では、強震計記録から抽出する時間を $t_S \sim t_E$ で表している。

2) 加速度記録の零線補正

加速度の周波数関数 $A(\omega) = -\omega^2 D(\omega)$ は、(2.32) 式より $\omega = 0$ で 0 となるから、(2.8) 式のフーリエ変換の定義式より、

$$A(\omega = 0) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} a(t) dt = 0 \quad (3.1)$$

となる。従って、加速度の時系列データの総和が 0 となるように加速度記録の零線補正を行う必要がある。一方、FFT で加速度記録を周波数領域に変換する際には、そのデータ個数を 2 の累乗個にする必要がある

ことから、一般には加速度記録の後に0を付け加える。ここで重要なことは、0を加える前の加速度記録が(3.1)式を満足するように零線補正をすることである。こうしないと、0を加えた後にも(3.1)式を満足する必要があるから、加速度記録の最後尾位置で微小な零線のズレができる。このようにして形成された零線のズレは、SMAC型強震計の機械的な零線のズレと全く同様で[土岐 1987], [後藤 1987]、加速度波形の零線がステップ関数 $U(t)$ の構造となるから、周波数領域では $\pi\delta(\omega) + 1/j\omega$ の構造となり、長周期領域のスペクトルの盛り上がりにつながる。このようにして付加された長周期成分は、加速度フーリエスペクトルでは振幅が小さくても、積分された変位波形には大きく影響することが多いので注意を要する。

例えば、零線のズレ a_0 が 0.1Gal であっても、継続時間 T を 40sec とすれば、速度 $v(T) = a_0 T = 4.0\text{ kine}$ で、変位 $d(T) = \frac{1}{2}a_0 T^2 = 80\text{ cm}$ に達してしまう。また、初期速度 v_0 が 1 kine であっても、 40cm 残留変位がでてしまう。以上のようなことから、加速度記録の零線補正の重要性が指摘できる。さらに、零線補正を行うことを前提とすれば、過不足なく観測記録を抽出する事が重要であり、観測記録のデータ時間が不十分な場合には、積分手法に関わらず精度よく変位波形を算定する事は難しい。

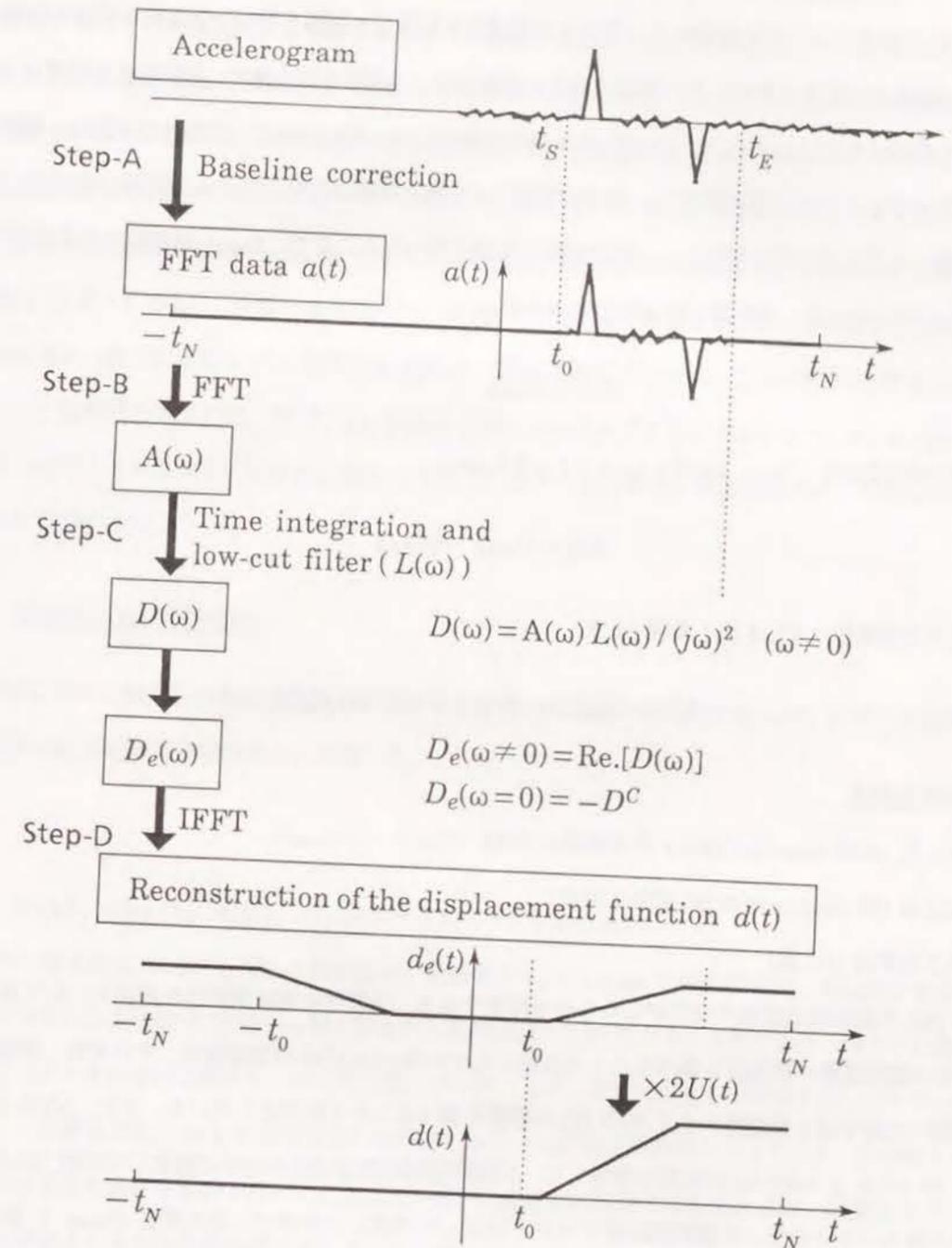


図 3.1: 加速度記録の積分フロー

3.3 デジタル加速度強震計の振動台試験による積分精度の検証

3.3.1 試験の概要

図 3.2 に示すように、大型振動台上にデジタル強震計を設置して加振を行い、強震計の記録を収録するとともに、振動台の動きを計測した。実験に用いた振動台は、3次元6自由度で、加振最大加速度は $\pm 1.5g$ 、可動最大変位は水平 $\pm 20\text{ cm}$ 、上下 $\pm 10\text{ cm}$ 、台の大きさは $4 \times 4\text{ m}$ である。振動台の変位は、振動台制御用の差動トランス型変位計で計測し、適当に増幅させた後に振動台計測システムで収録した。

加振波としては以下の5種類とし、変位制御の加振を行った。ここで、 D_{MAX} は変位の最大振幅である。

(i) Ricker Wavelet 型: W1 波 (中心周期 $t_C = 5.0\text{ sec}$)

$$d(t) = D_{MAX} \cdot e^{-(t/t_C)^2} \quad (3.2)$$

(ii) 傾斜関数型変位: R1 ~ R6 波 ($t_R = 0.1 \sim 5.0\text{ sec}$)

$$d(t) = D_{MAX} \cdot r(t, t_R) \quad (3.3)$$

(iii) 三角形型変位: T1, 2 波 (半幅 t_W)

$$d(t) = D_{MAX} \cdot (r(t, t_W) - r(t - t_W, t_W)) \quad (3.4)$$

(iv) 観測地震波

E1 波 (1979 Imperial Valley 余震記録に相当)

E2 波 (El Centro 1940 NS 成分に相当)

(v) 人工地震波 (E3 波)

(i) ~ (iii) の加振波は位相の変化がなめらかな関数であり、強震計の周波数特性の把握と、S/N 比が十分大きい時の変位波形の再現度を調べることを目的としている。(iv), (v) の加振波は、それぞれ、震源近傍の観測記録への適用性と長周期ノイズ (S/N 比) の影響を調べることを目的としている。また、(v) の人工地震波は、 $M = 7.9$, $X = 80\text{ km}$ の地震を想定して、長周期領域の速度勾配を水平に補正して周期 15 sec まで延長した大崎スペクトルを、目標速度応答スペクトルとして作成したもので、最大変位 D_{MAX} を $15 \sim 0.5\text{ cm}$ の範囲で変化させて6種類の加振を行っている。

なお、デジタル強震計の特性を振動台を用いて調べた研究例としては国内だけでも数例あり、例えば荒川等 [荒川 1983]、岡田等 [岡田 1985]、山田等 [山田 1987]、田村 [田村 1988] 等の研究が挙げられる。しかし、加振に用いた波形は正弦波もしくは地震波を用いており、本試験のようにパルス状の加振を行って

る例はない。パルス波を用いるメリットとしては、長周期まで振幅と位相の変化がなだらかであり、かつ、S/N 比の大きな入力を用いる事ができるので、長周期帯域の特性を調べるのに適しているといえる。また、変位制御の振動台試験を実施し、残留変位を有する変位の再現性を検討している試験もない。

試験に用いたデジタル型強震計は6種であるが、本論文では表 3.1 に示す東京測振製の SAMTAC-17 と、キネメトリクス社製の SSA-1 の2機種を対象として考察する。SAMTAC-17 の AD 変換器の分解能は16ビットであり、図 3.3 に示すような換振器の周波数特性および、零線変動を防止するためのハイパスフィルターと高振動数成分除去のためのエアースフィルターを内蔵しているため、計測器全体としても周波数依存性を持ち、公称の計測範囲は $0.1 \sim 30\text{ Hz}$ となっている [東京測振], [山田 1989]。また、SSA-1 の AD 変換器の分解能は12ビットであり、公称では 50 Hz から DC 成分まで計測できることになっている。1 LSB (Least Significant Bit: 最下位有効ビット) 相当の加速度は、SSA-1 相当で 0.5 Gal 、SAMTAC-17 で 0.01 Gal である。なお、強震計の電気回路、及び、AD 変換器で発生するノイズを測定する目的で、SAMTAC-17 では電流検出用のコイルをショートさせ、SSA-1 では入力をアースさせて、無加振時のノイズ計測試験を実施している [片岡 1990]。

3.3.2 強震計の周波数特性

加振試験に用いた強震計の周波数特性を確認する目的で、振動台の変位計出力 $d_T(t)$ に対する強震計の加速度記録 $a(t)$ の相対的な特性を次式で調べる。

$$H_{exp}(\omega) = A(\omega) / \{-\omega^2 D_T(\omega)\} \quad (3.5)$$

ここで、 $D_T(\omega)$, $A(\omega)$ は、 $d_T(t)$, $a(t)$ のフーリエスペクトルである。

この比の一例を図 3.4 に示す。用いた加振波は、初動部が $t_R = 2.0\text{ sec}$ の傾斜関数で、終息部がゆるやかに0になる台形状の変位波で、2秒から数十秒までの周期範囲で S/N 比が大きな波である。得られた周波数特性は、スペクトルの平滑化操作を一切していないにも関わらず、非常に安定した傾向を示している。計器別に見ると、仕様書どおり SSA-1 は周波数に依存性しない一定の周波数特性となっている。SAMTAC-17 については仕様書の特性を実線で描いて比較しているが、変位計の特性が真値であれば、観測結果では10秒以上で仕様書よりもやや位相のずれが小さくなっていることになる。この傾向は加振波の種類には関係なかった。既往の研究 [山田 1987] には、SAMTAC-17 の記録が信頼できるのは、 $5 \sim 10\text{ 秒}$ 程度までであるという指摘があるが、本試験に関する限り、計器特性の補正によって 15 秒 程度まで信頼できる計器であるといえる。

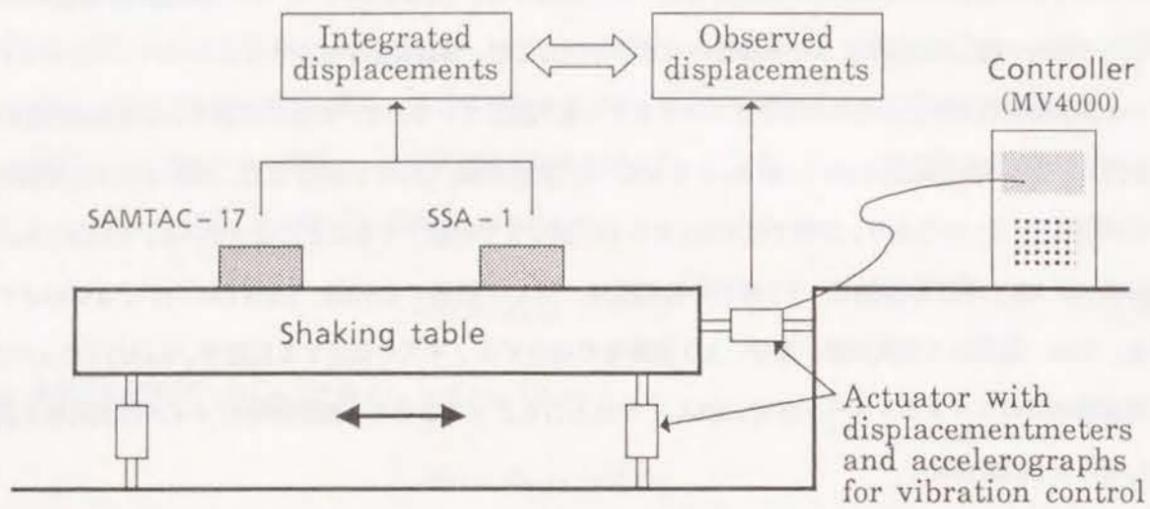


図 3.2: 振動台試験の概要

表 3.1: デジタル強震計の仕様

Accelerograph	SAMTAC-17	SSA-1
Recording range (Gal)	0.01 ~ 654 (78dB)	0.5 ~ 1000 (66dB)
Frequency range (Hz)	0.1 ~ 30	DC ~ 50
A/D converter (bit)	16	12
Recording media	Cassette MT	IC memory
Manufacturer	Tokyo Sokusin	Kinometrics

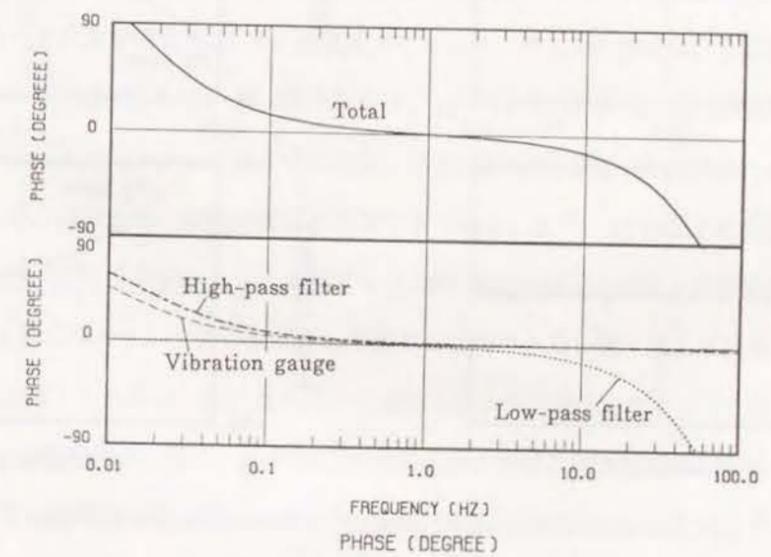
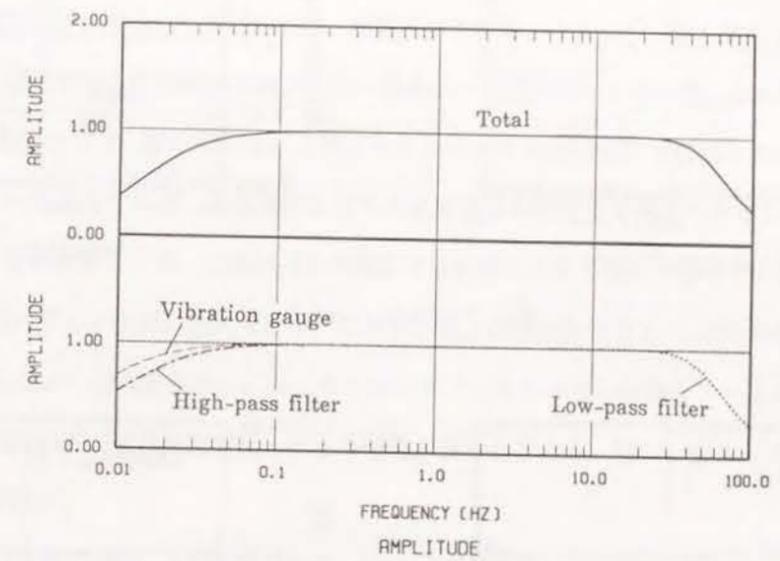
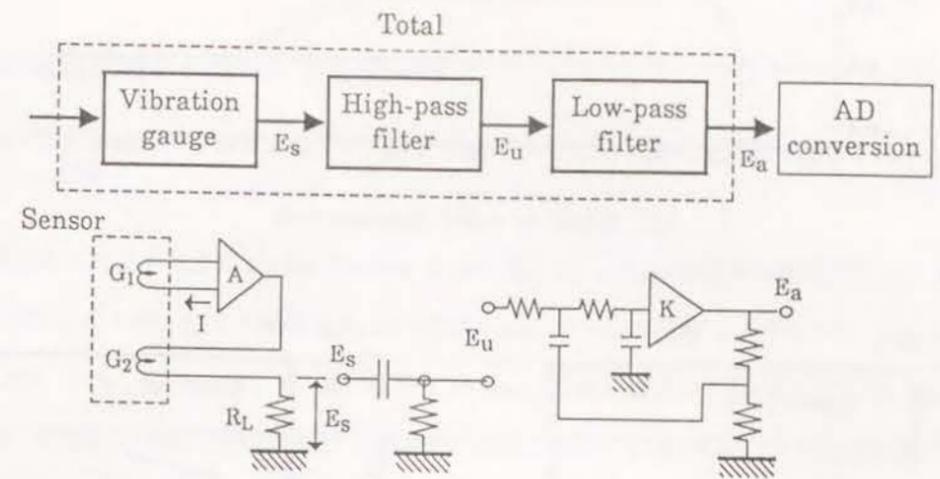
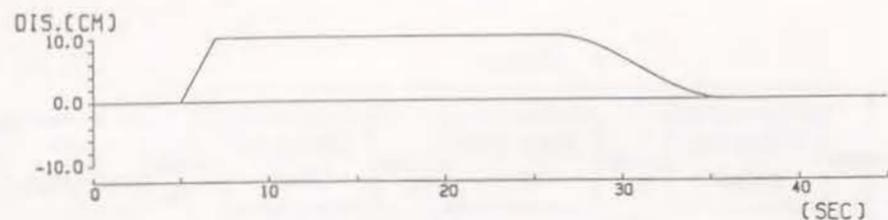
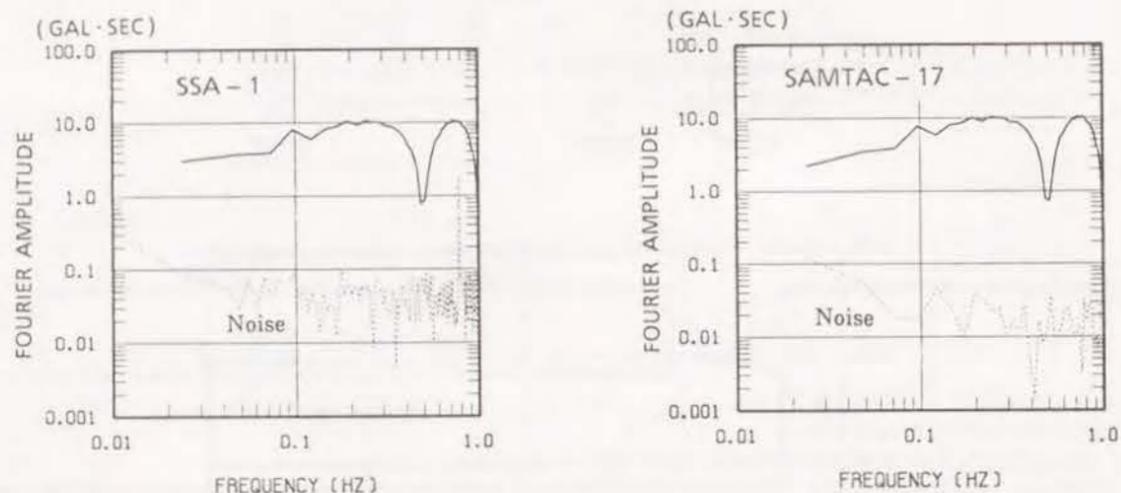


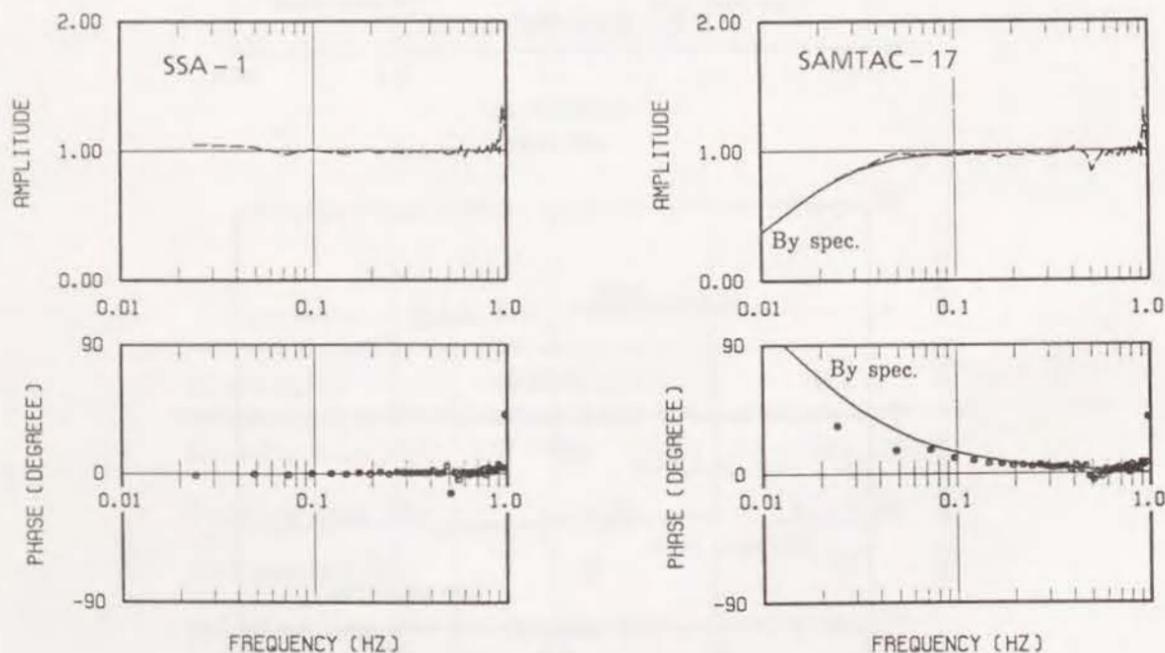
図 3.3: SAMTAC-17 の周波数特性 (公称値)



(a) Shaking table displacement



(b) Fourier spectra



(c) Estimated frequency characteristics of accelerographs

図 3.4: デジタル型強震計の周波数特性 (実験値)

3.3.3 加速度記録より得られる変位波形

前節で調べた計器の特性を踏まえた上で、図 3.1 のフローに従って加速度記録の積分を行った例を以下に示す。

長周期領域の S/N 比の大きな Ricker Wavelet 波 (W1 波), $t_R = 2$ sec の傾斜関数型変位 (R2 波) の場合を図 3.5, 3.6 に示す。この時、FFT の時間刻み $\Delta t = 0.005$ sec、フーリエ項数 $N = 8192$ で、ローカットフィルターは施していない。 $t_E - t_S$ は、W1 波の場合は 10 sec、R2 波の場合は 5 sec としている。SAMTAC-17 については、補正を行わない加速度記録と、計器の仕様書に基づいて補正を行った加速度記録について積分を行った。

SSA-1 の加速度記録を積分した変位波形は、振動台変位波形とほとんど一致している。SAMTAC-17 で計測した R2 波の場合には、計器特性を補正しない場合には残留変位が 8 割程度になるが、補正した記録に対しては振動台変位とほぼ一致している。このように、デジタル型強震計で計測された加速度記録に対して、図 3.1 のフローを適用すれば、残留変位を有する変位波形が精度良く再現できることが示せた。また、図 3.4 の結果からもわかるように、仕様書通りの補正では位相を大きく補正し過ぎてしまい、W1 波では補正前とは逆の位相の歪みが波形に現れている。しかし、以上の結果を図 2.7 ~ 2.9 の結果と比較すると明らかのように、S/N 比が十分大きな場合には、ローカットフィルター等の安易なフィルター操作を施さずに積分した方が、精度の高い変位波形が得られる可能性が高いと言える。特に、SSA-1 の加速度記録を用いた場合の再現度が高い。

次に、E1 波と E2 波で加振した場合について、SSA-1 で計測された加速度記録と、その積分変位波形と加速度フーリエスペクトルを図 3.7 に示す。加速度フーリエスペクトルの図には、別途測定したノイズ波のフーリエスペクトルを点線で示している。積分条件は、 $t_E - t_S$ を 20 sec とした以外は前例と同じである。図 3.7(b) 中のローカットフィルターを施さずに積分した E1 波の変位波形 (実線) には、6 秒以降に若干のトレンドが見られるが、ほぼ点線の振動台変位を再現できている。また、10 秒以上の長周期成分をカットして得られる変位波形 (破線) を振動台変位と比較すると、E2 波では振動台変位との対応が悪くなる傾向にあるが、E1 波では 6 秒以降のトレンドが無くなって図では判別できない程一致している。E2 波の場合に振動台変位との対応が悪くなるのは、S/N 比の大きな意味のある長周期成分をカットしたためである。一方、E1 波の場合には、主要動部分が短く、10 秒以上の周期成分が残留変位の形成にほとんど寄与していない。さらに、振幅の小さな後続動が長く続くために 10 秒以上の長周期成分の S/N 比が小さくなっているから、長周期成分をカットすることにより、逆に振動台変位との対応が悪くなったものと考えられる。このことから、比較的主要動の短い、震源近傍の小地震や余震記録については、長周期成分をカットしても残留変位を

有する波形が再現できることがわかった。

E3波については、最大振幅 D_{MAX} を変化させた加振を行い、加振時のノイズレベルを検討するとともに、S/N比の低下が積分波形の形状に与える影響を調べた。なお、E3波は約0.06~2.5 Hzの周波数帯域で速度応答スペクトル ($h=0.05$) が平坦で、0.06 Hz以下の長周期成分はほとんど含まない、継続時間約200秒の人工地震波である。

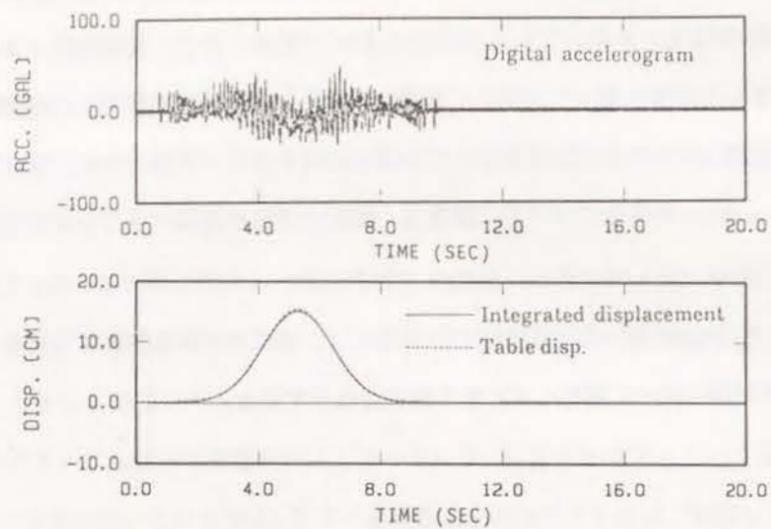
まず、SSA-1についての結果を図3.8~3.10に示す。加速度フーリエスペクトルの変化を示す図3.8を見ると、 $D_{MAX}=15\text{cm}$ の加振波の場合には、0.06 Hz以上の振動数成分の加速度フーリエスペクトルの変動は比較的少ない。しかし、加振レベルの低下につれて、ノイズスペクトルの持つ細かい変動が加振波の加速度フーリエスペクトルにも現れて変動が大きくなっており、S/N比が低下していく様子がわかる。一方、E3波が本来ほとんど含まない0.06 Hz以下の長周期成分のスペクトルは、加振レベルを変えてもほとんど変化がない。したがって、ノイズのフーリエスペクトルは、加振レベルによらずほぼ一定であると考えられる。そして、そのスペクトル振幅は、図3.8に点線で示した無加振時に計測したノイズのスペクトルの振幅にほぼ対応している。

(3.5)式によって逆算される計器特性の変化を図3.9に示す。S/N比が十分大きな $D_{MAX}=15\text{cm}$ の場合の0.06 Hz以上の特性は、位相特性が滑らかに変化するパルス波加振の結果とほぼ一致しているものの、ばらつきが若干大きくなっている。そして、そのばらつきは、加振レベルの低下に伴って徐々に大きくなっている。

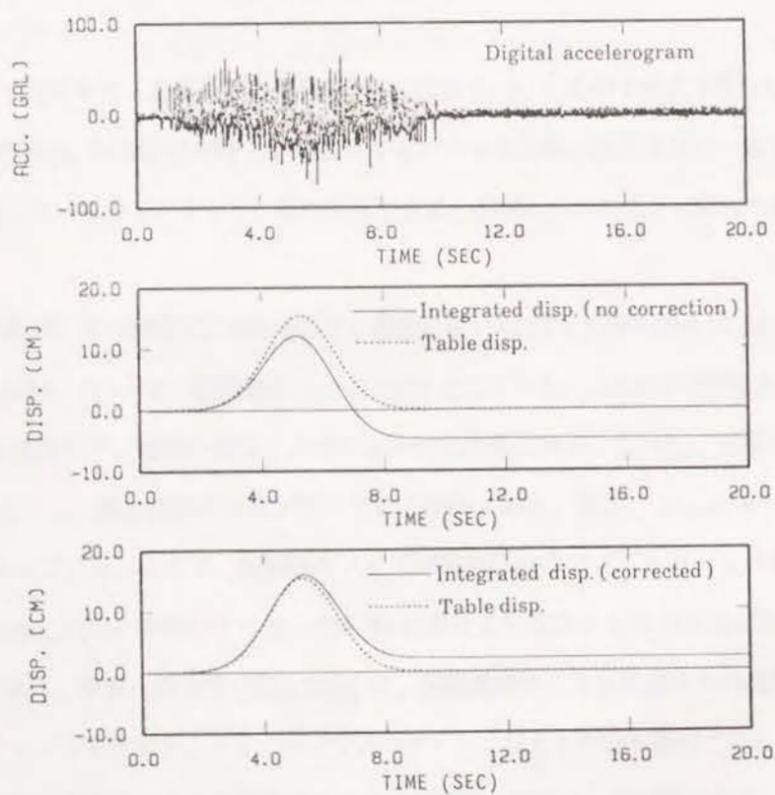
図3.10に加速度記録とその積分変位波形を示す。積分に用いたFFTの時間刻みは $\Delta t=0.025\text{sec}$ で、フーリエ項数を $N=16384$ 、カットオフ振動数を $f_c=0.05\text{Hz}$ としている。S/N比が十分に大きい $D_{MAX}=15\text{cm}$ の場合には積分変位波形が、振動台変位と非常に良い対応関係にある。しかし、加振レベルが低下するにつれてS/N比が低下し、積分波形の形状が歪んでいく傾向にある。特に、 $D_{MAX}=0.5\text{cm}$ の場合の変位は再現性が悪くなっている。ここで、加振時のノイズが無加振時のノイズと同一レベルと考えられるならば、 $D_{MAX}=0.5\text{cm}$ 、 1.0cm の場合の0.06~2.5 Hzにおける平均的なS/N比は20dB、26dB(振幅比で10倍、20倍)程度である。なお、岡田等 [岡田 1984] は、模擬地震波に2進数値化丸め操作により、見かけ上分解能をおとしてノイズを付加し、ノイズが変位スペクトルに与える影響を調べている。その結果、やはりS/N比として20dBを保持することが重要であることを指摘しており、本試験の結果とほぼ対応している。従って、図3.11のように、S/N比20~26dBを目安としてカットオフ振動数を設定してよいといえる。

次に、SAMTAC-17についての結果を図3.12~3.14に示す。まず、図3.12に示したフーリエスペクトルについて、0.06 Hz以下の長周期成分を見ると、加振レベルを変えても振幅が変わらない点はSSA-1と

同じであるが、そのレベルは、無加振時のノイズレベルを示す点線に比べて高くなっている。しかも、図3.8と比較すると、無加振時のノイズレベルはSSA-1に比べて低かったが、加振時のノイズレベルは逆にSAMTAC-17の方が2~3倍高くなっていることがわかる。そして、図3.13に示した逆算計器特性を見ても、SSA-1に比べて位相のばらつきが大きくなっていることがわかる。そのために、図3.14に示した積分変位波形は、 $D_{MAX}=15\text{cm}$ の場合については精度良く振動台変位が再現できているが、加振レベルの低下に伴う積分変位の誤差は、図3.10に示したSSA-1の結果に比べて大きくなっている。そして、岡田等も指摘しているとおり、S/N比の低い長周期成分の計器補正は、逆にノイズを増幅するから、計器補正後の積分変位は逆に計器補正前に比べて悪化してしまう結果となっている。

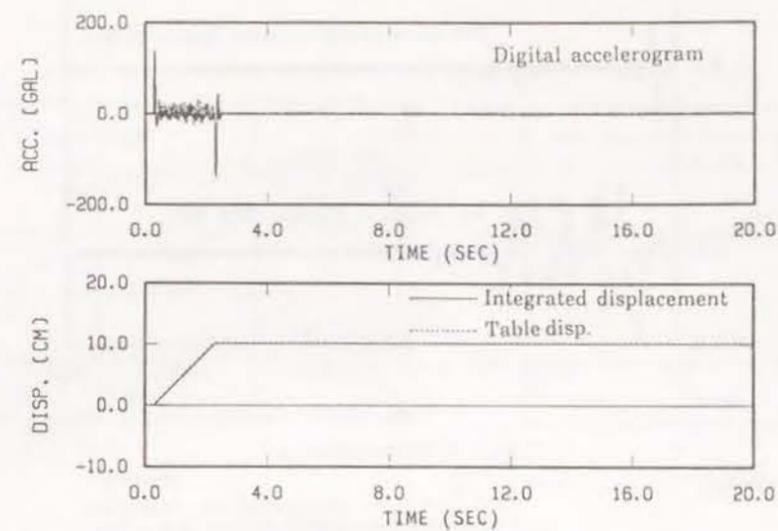


(a) SSA-1

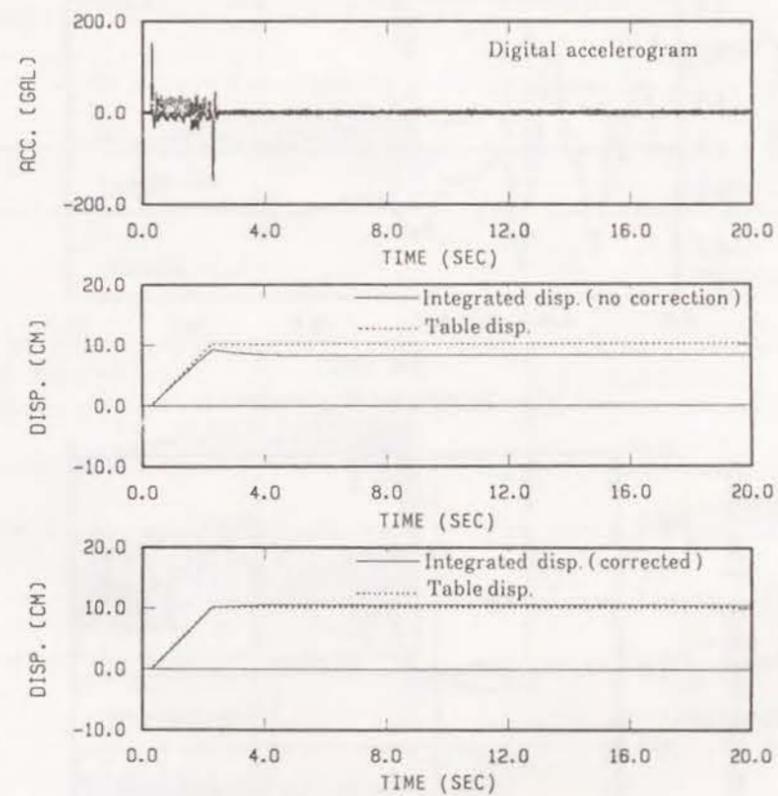


(b) SAMTAC-17

図 3.5: Ricker 波の加速度記録と積分変位波形



(a) SSA-1



(b) SAMTAC-17

図 3.6: 傾斜関数型変位 ($t_R = 2.0$ sec) の加速度記録と積分変位波形

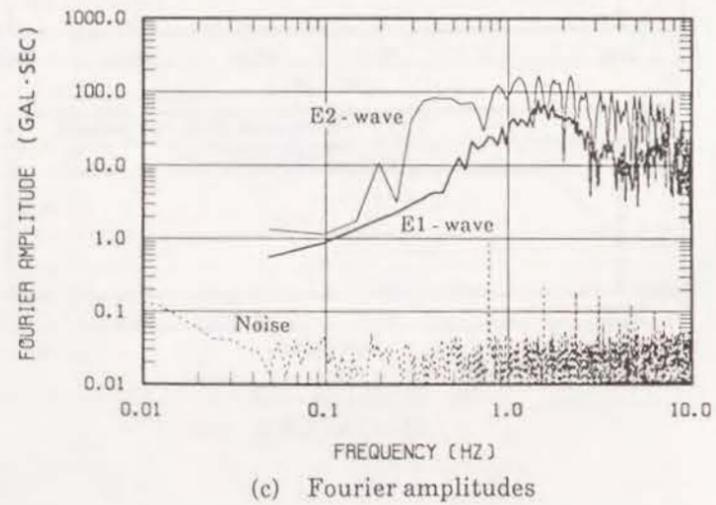
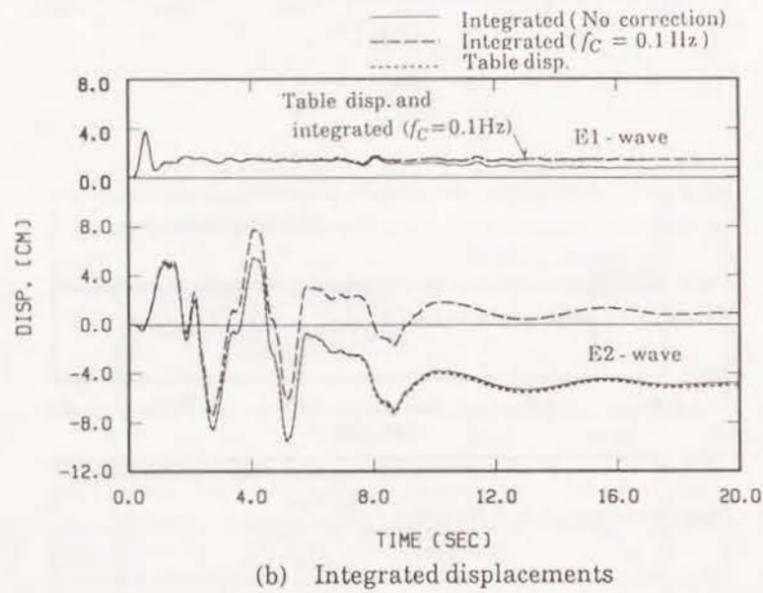
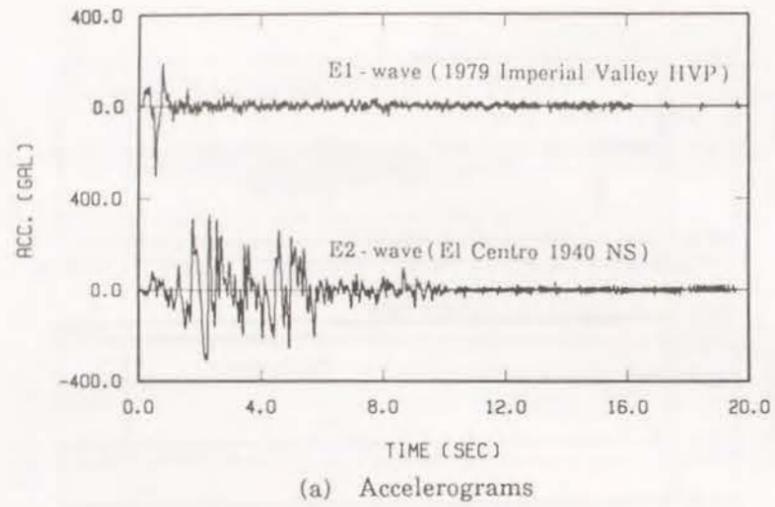


図 3.7: SSA-1 により計測された E1, E2 波の加速度記録とその積分変位波形

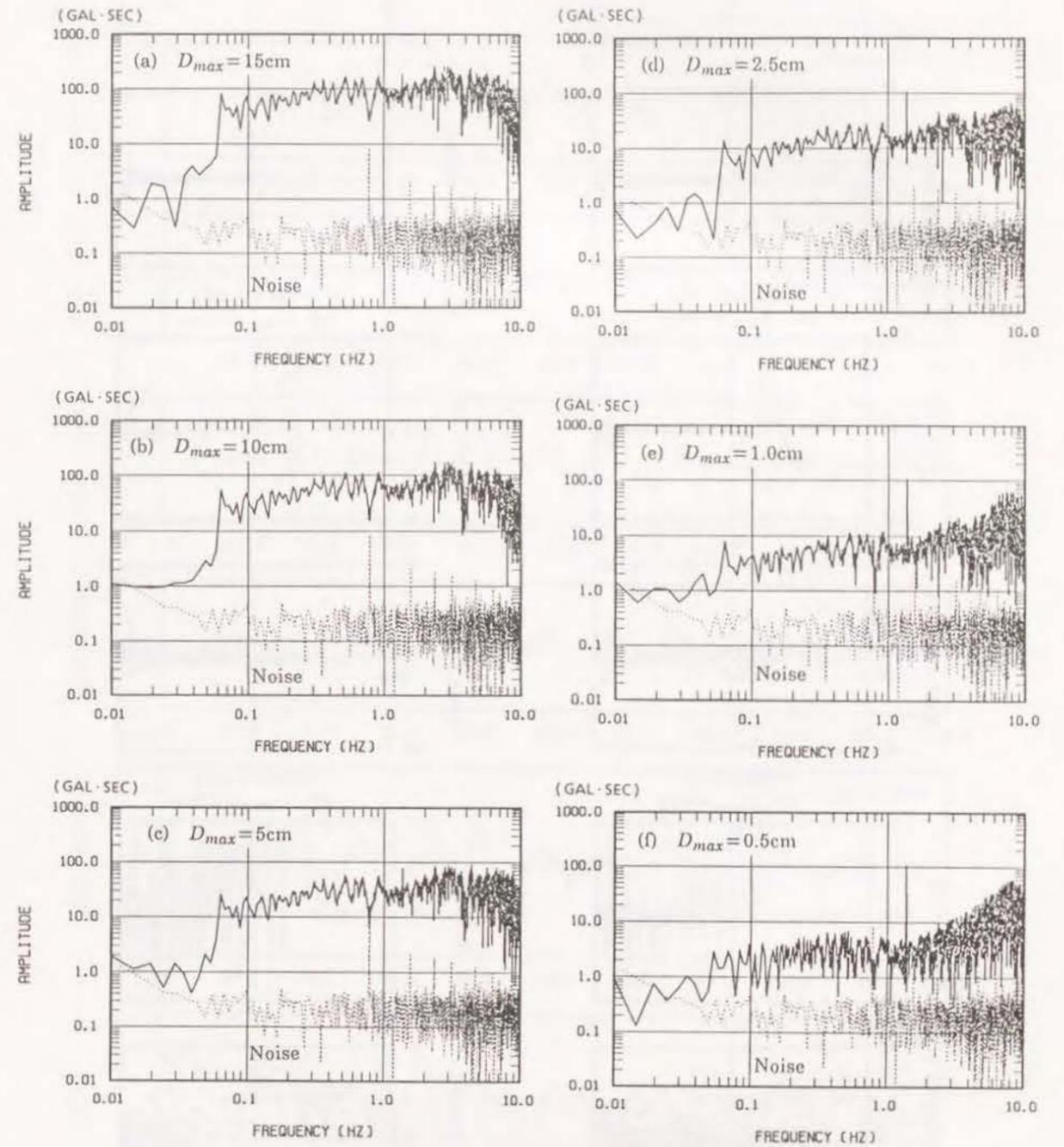


図 3.8: SSA-1 による加振レベルとフーリエスペクトルの関係 (E3 波)

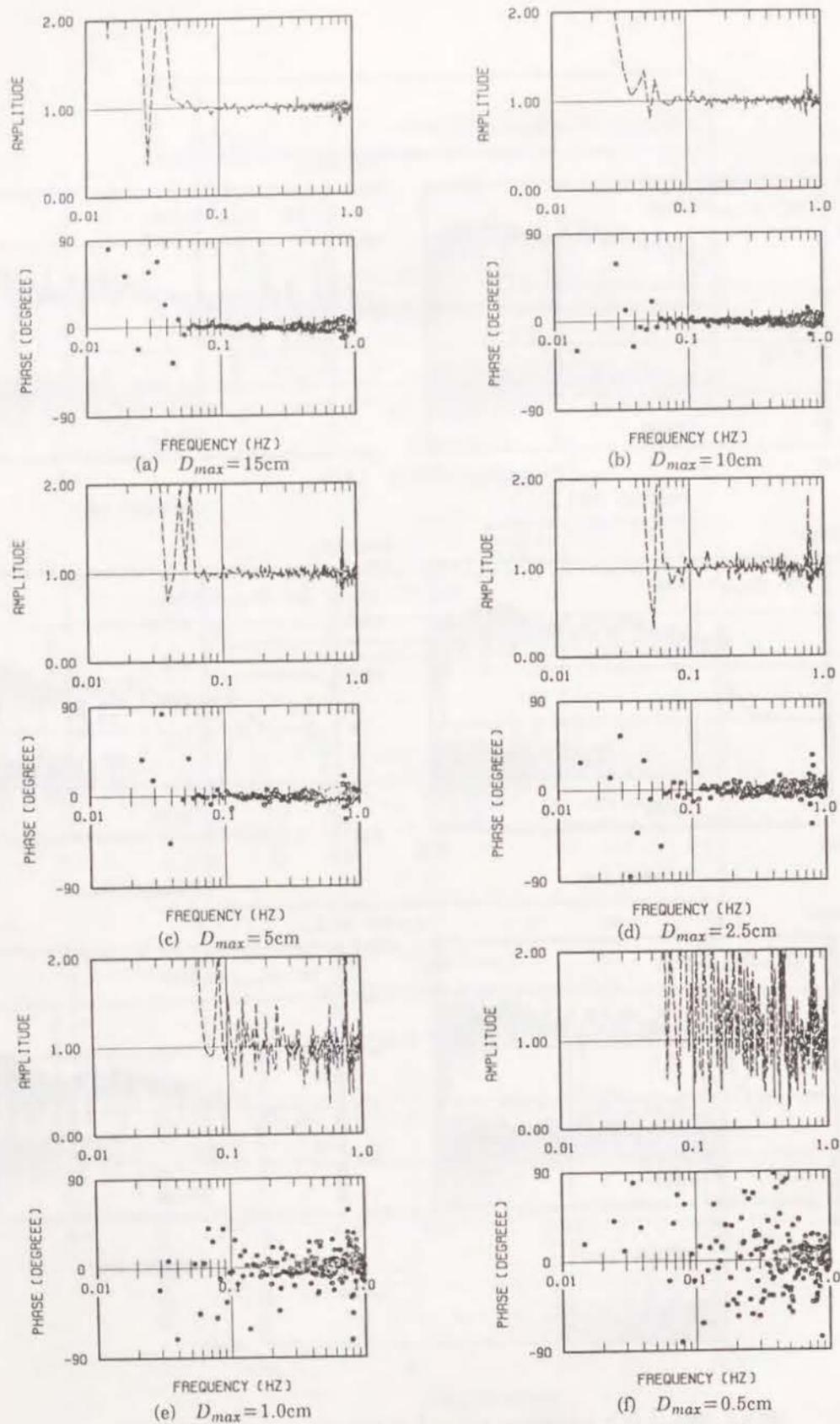


図 3.9: SSA-1 による加振レベルと逆算計器特性の関係 (E3 波)

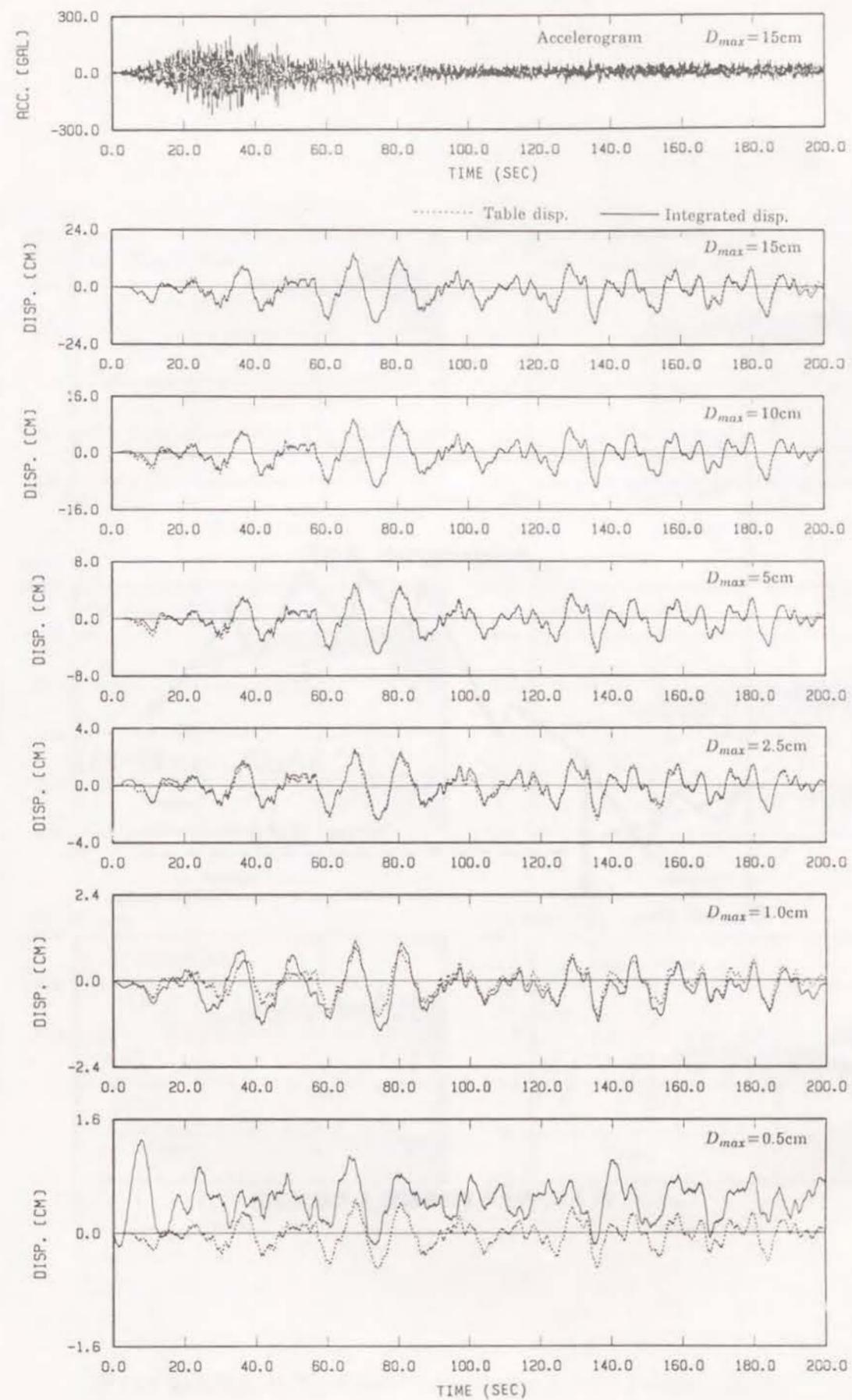


図 3.10: SSA-1 による加速度記録とその積分変位波形 (E3 波)

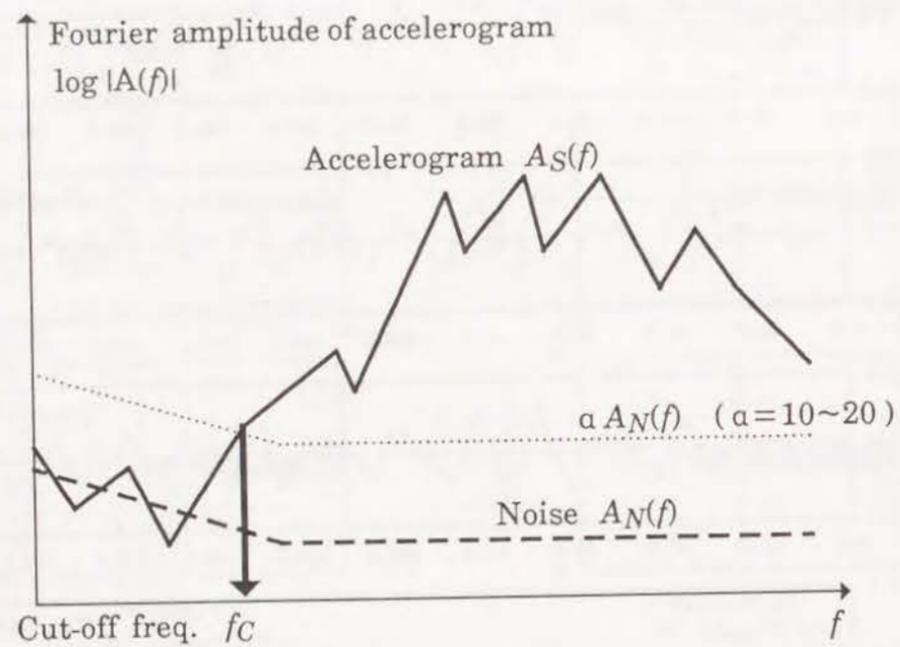


図 3.11: カットオフ振動数 f_c の設定方法

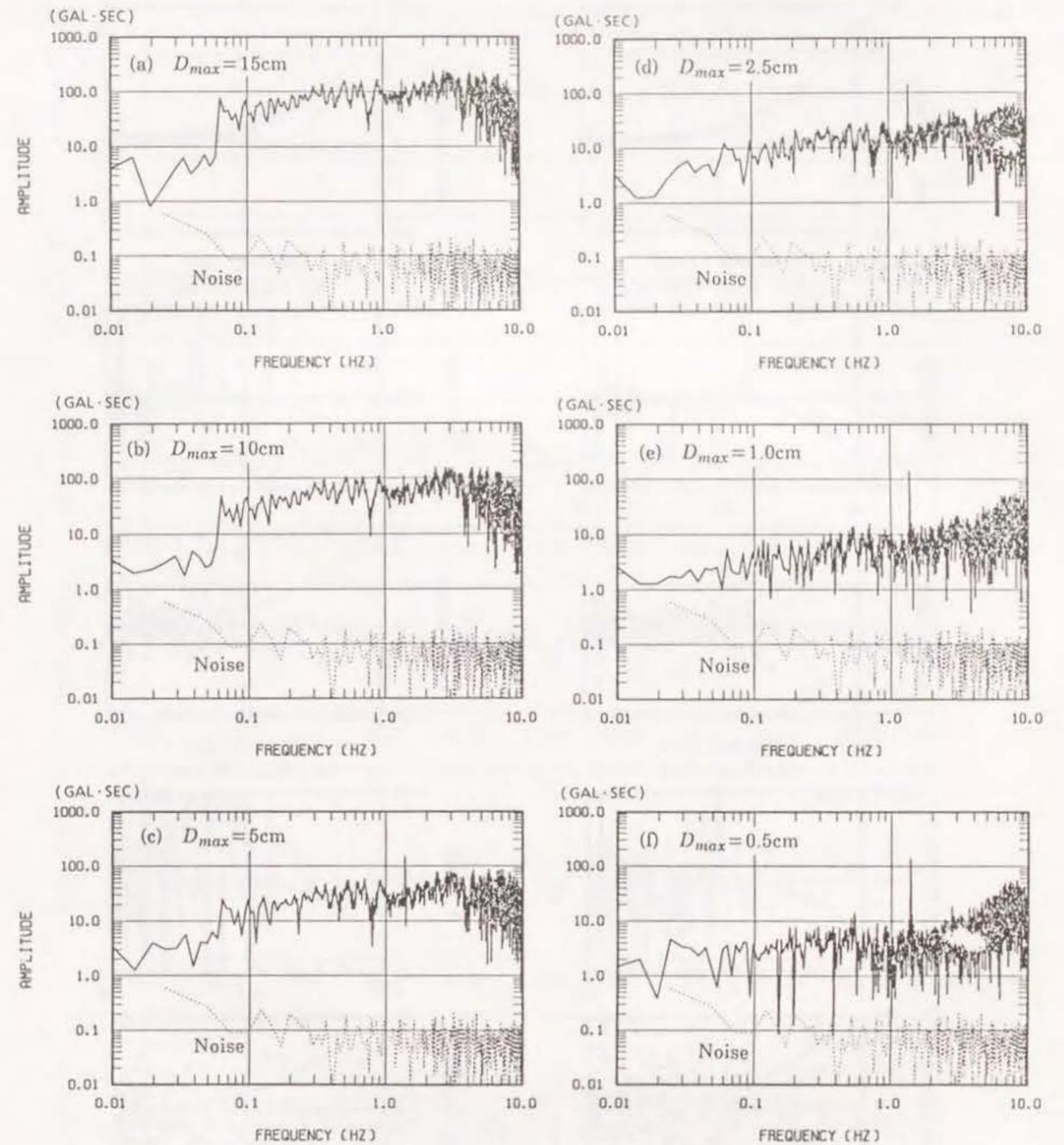


図 3.12: SAMTAC-17 による加振レベルとフーリエスペクトルの関係 (E3 波)

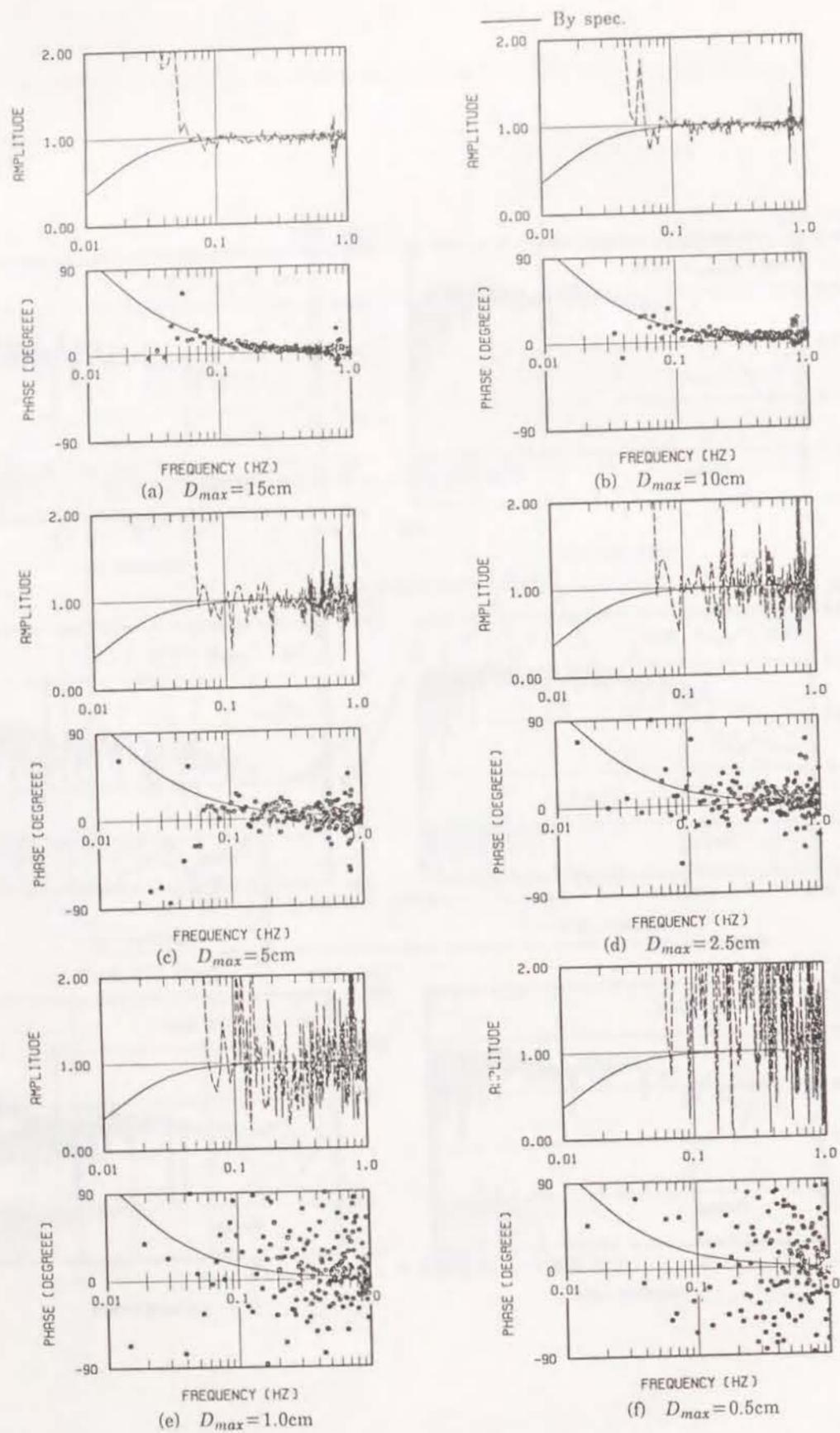


図 3.13: SAMTAC-17 による加振レベルと逆算計器特性の関係 (E3 波)

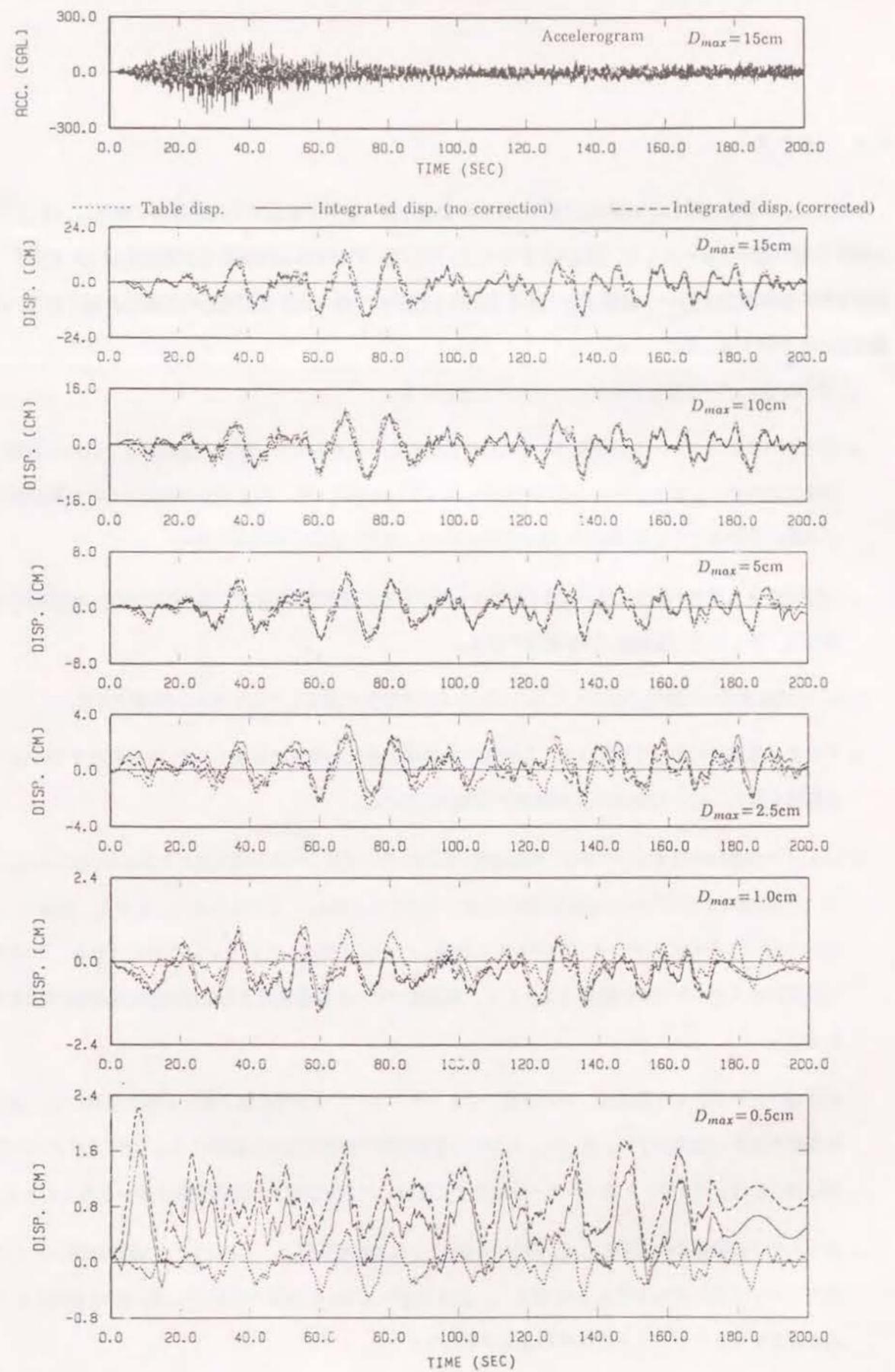


図 3.14: SAMTAC-17 による加速度記録とその積分変位波形 (E3 波)

3.4 まとめ

本章では、2章で提案した加速度の積分方法を実観測記録へ適用する上での注意事項を整理し、図3.1の加速度記録の積分フローとしてまとめた。そして、デジタル型強震計を大型振動台上に設置して変位制御の加振試験を行い、観測された加速度記録を積分して得られる変位波形の再現性の観点から、提案手法の有効性を示した。

2,3章で提案している積分手法について以下にまとめる。

- 変位フーリエスペクトルの実部だけを用いて変位波形を定めるので、実部・虚部両方を用いる通常の方法に比べて、S/N比が小さな長周期成分をカットした場合でも、震源近傍で観測された余震記録や小地震の記録のように継続時間の短い記録の場合には変位波形の再現度が高い。
- 実観測記録へ適用する際には、図3.1のフロー及びその注意事項(加速度記録の抽出時間・零線補正の施し方・カットオフ振動数等)が重要である。

また、本試験で用いた計器(SSA-1とSAMTAC-17)の特性に関連して以下の点が指摘できる。

- デジタル地震計によって計測された加速度の長周期成分は、検討の対象とした15秒程度まで安定した特性を持ち、S/N比が高ければ信頼性は高いと言える。
- SSA-1の加振時のノイズレベルは、無加振時に計測したノイズレベルとはほぼ同じであるが、SAMTAC-17の加振時のノイズレベルは無加振時に比べて大きく、SSA-1よりも大きい。しかし、SSA-1とSAMTAC-17のいずれのノイズレベルも、加振レベルには依存していない。このことから、デジタル強震計のノイズレベルの把握方法として、本試験で行った振動台による加振試験の重要性が指摘できる。
- 今回用いたデジタル地震計は、その計器によるノイズとデジタル化に伴うビット落ち以外には、S/N比を低下させる要因がない。従って、大地震の震源近傍で観測された記録のようにS/N比が大きい記録の場合には、ローカットフィルターを施さずに積分した方が変位波形が再現度が高いと考えられる。
- カットオフ振動数の決定法として、積分の対象とする加速度記録と、これと同一の継続時間のノイズ波のフーリエスペクトル比をS/N比とし、S/N比が一定値(本試験の結果では20~26dB程度)を下回る成分をカットするように決める方法が考えられる。

2,3章で示した積分方法は、震源近傍や軟弱地盤上で計測された強震観測記録に適用することにより、断層の滑り量や震源メカニズムの推定や、地盤の残留変位の定量的把握等に役立つものと考えられる。

第4章

周波数帯域制限された動的地盤柔性に基づく地盤— 構造物連成系の時刻歴応答解析手法

4.1 はじめに

大自由度の構造物または構造物-地盤連成系の動的応答解析を行う場合、解析対象を分割して解く動的サブストラクチャー法がしばしば用いられる。動的サブストラクチャー法は、i) 解析対象を分割して解くことにより、解析自由度を減少することができる、ii) 分割した場に最も適した異なった解析手法を組み合わせることができることにより、精度良く効率的に解析を行うことができる、等の利点がある。動的サブストラクチャーは、周波数領域で解析を行う方法と、時間領域で解析を行う方法に分類できる。周波数領域で解析を行う場合は、線形性を前提としているが、振動数ごとに方程式を解いてその結果を重ね合わせることが可能であるから、動的サブストラクチャー法を適用しやすく、応答解析結果の考察も容易である。特に、地盤のような半無限体を扱う場合には、時間領域の解析に比べて解析が比較的容易で、精度も高いという利点がある。一方、時間領域で応答解析するメリットとしては、非線形問題を扱いやすいことが挙げられるが、一般の非線形問題では重ね合わせができないためにサブストラクチャー法は適用できない。しかし、構造物の基礎浮上りや滑り、構造物または埋戻し土の材料非線形性等を扱う場合のように、非線形性が構造物および構造物周辺のある限定された領域に限られるか、もしくはその他の領域の非線形性が小さく線形と見なせる場合には、動的サブストラクチャー法による解析が可能となる。そして、線形性を仮定した半無限領域を周波数領域で解析し、そのスペクトル特性を保ちつつ構造物の時刻歴の応答解析を行うこともできる。つまり、周波数領域の解析と時間領域の解析のそれぞれの長所を生かした解析を行うことができる。以上のような観点から、地盤の動的剛性または動的柔性をフーリエ変換することによって衝撃応答関数

*本章は、論文[林 1990a]に加筆してまとめたものである。

を求め、これと入力動を用いて応答計算を行う動的サブストラクチャー法が Wolf 等 [Wolf 1985b] や、著者等 [林 1988] によって提案されている。しかし、既往の方法では非帯域制限関数である動的柔性や動的剛性等を時間領域へ変換する際の数値的取扱い方が未熟で、応答計算の安定性、効率性、精度に乏しく、決して実用的な方法とは言えなかった。しかも、その数値的取扱いの重要性については、ほとんど指摘されていないのが現状である。

このような背景のもとで、まず本章では、時刻歴応答解析と周波数応答解析との対応関係について調べ、周波数領域の解析と等価な時刻歴応答解析を行うために必要な周波数帯域とその意味を整理する。そして、限られた周波数帯域で計算された地盤柔性を用いて、地盤柔性の振動数依存性と、構造物や周辺地盤の不均質性や非線形性を考慮できる時刻歴応答解析手法として、効率的で精度の高い時刻歴サブストラクチャー法の定式化を示す。その際、時刻歴応答解析に必要なインパルス応答の数値的取扱いについて詳述する。最後に、成層地盤中に埋め込まれた大型構造物の地震応答解析例を通して、提案手法に対する考察と有効性の検証を行う。

4.2 周波数領域と既往の時間領域の動的サブストラクチャー法

図 4.1 に示すような構造物-地盤連成系について、構造物およびその周辺地盤の非線形性または不均質性を考慮した時刻歴応答解析を行う問題を考える。解析においては、構造物-地盤連成系に仮想境界を設けて、構造物および周辺地盤とその他の遠方地盤とに分離する。ただし、遠方地盤は線形と仮定する。

構造物およびその周辺地盤の絶対変位系の釣合い方程式は周波数領域で次式で表される。なお、構造物およびその周辺地盤についての諸物理量については、添字 B 、添字 S をつけて、それぞれ仮想境界上の自由度およびその他の自由度に属することを示している。

$$\begin{bmatrix} [S_{SS}^*(\omega)] & [S_{SB}^*(\omega)] \\ [S_{BS}^*(\omega)] & [S_{BB}^*(\omega)] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{u_S(\omega)\} \\ \{u_B(\omega)\} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \{0\} \\ [S(\omega)]\{u_G(\omega)\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{0\} \\ [S(\omega)]\{u_G(\omega)\} \end{Bmatrix} \quad (4.1)$$

ここで、 $\{u_S(t)\}$ 、 $\{u_B(t)\}$ は構造物およびその周辺地盤の応答変位ベクトルで、 $[S^*(\omega)]$ は構造物およびその周辺地盤の動的剛性行列である。 $[S^*(\omega)]$ は、構造物およびその周辺地盤を有限要素法等によって離散化することを考えれば、次式のように与えられる。ただし、 $j = \sqrt{-1}$ であり、フーリエ変換場における時間項は $\exp(j\omega t)$ としている。

$$[S^*(\omega)] = [K] + j\omega \cdot [C] + (j\omega)^2 \cdot [M] \quad (4.2)$$

なお、 $[M]$ 、 $[C]$ 、 $[K]$ は、それぞれ質量、減衰、剛性行列である。一方、(4.1) 式の $[S(\omega)]$ は仮想境界における遠方地盤の動的剛性行列であり、右辺の $\{u_G(\omega)\}$ は構造物および周辺地盤が無い遠方地盤に地震波が

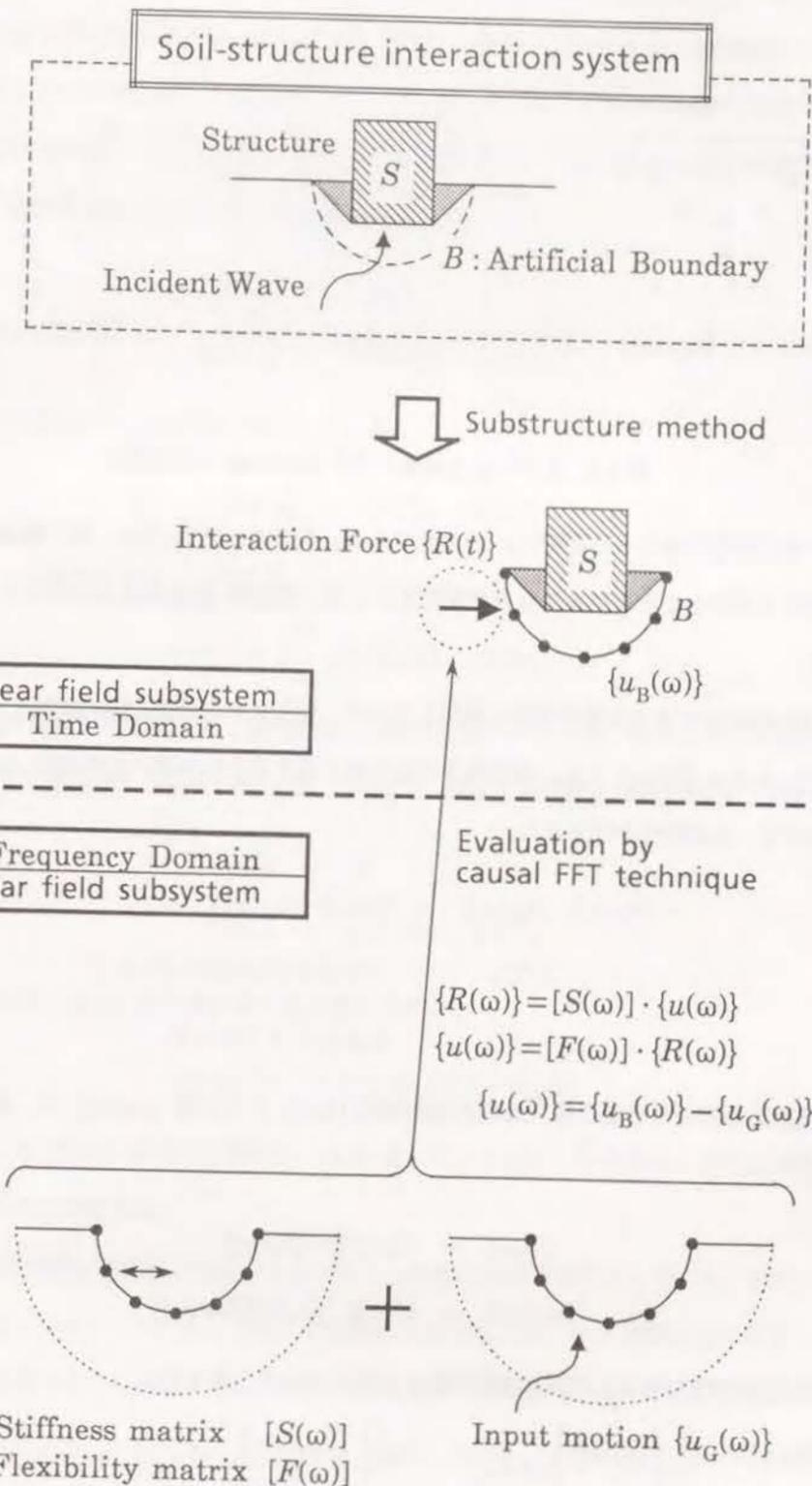


図 4.1: 動的サブストラクチャー法概念図

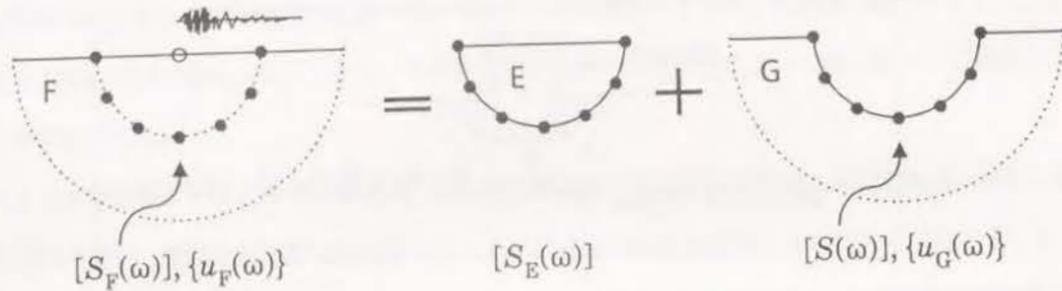


図 4.2: 遠方の自由地盤と切り欠き地盤の対応関係

入射した時の仮想境界における応答変位(入力動)である。つまり、(4.1)式は、遠方地盤に地震波が入射した時に仮想境界を固定するために必要な力を逆向きにして、構造物-地盤連成系に外力として加えていることに相当する。

(4.1)式を図 4.2に示すような自由地盤に適用してみる。切り欠いた地盤の動的剛性を $[S_E(\omega)]$ とすれば、(4.1)式で $[S_{BB}^*(\omega)] = [S_E(\omega)]$ とし、仮想境界の自由度に関する自由地盤の応答変位 $\{u_F(\omega)\}$ と地盤剛性 $[S_F(\omega)]$ を用いて、次の関係が成り立つ。

$$[S_F(\omega)] \cdot \{u_F(\omega)\} = [S(\omega)] \cdot \{u_G(\omega)\} \quad (4.3)$$

$$\text{ただし、} \quad [S(\omega)] + [S_E(\omega)] = [S_F(\omega)] \quad (4.4)$$

$$\{u_B(\omega)\} = \{u_F(\omega)\} \quad (4.5)$$

従って、周波数応答解析に必要な遠方地盤の動的剛性 $[S(\omega)]$ と入力動 $\{u_G(\omega)\}$ は、次のように決めることができる。

$$[S(\omega)] = [S_F(\omega)] - [S_E(\omega)] \quad (4.6)$$

$$\{u_G(\omega)\} = [S(\omega)]^{-1} [S_F(\omega)] \{u_F(\omega)\} \quad (4.7)$$

一方、時間領域の構造物および周辺地盤の釣合方程式は次式で表される。

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} [M_{SS}] & [M_{SB}] \\ [M_{BS}] & [M_{BB}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\ddot{u}_S(t)\} \\ \{\ddot{u}_B(t)\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [C_{SS}] & [C_{SB}] \\ [C_{BS}] & [C_{BB}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\dot{u}_S(t)\} \\ \{\dot{u}_B(t)\} \end{Bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} [K_{SS}] & [K_{SB}] \\ [K_{BS}] & [K_{BB}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{u_S(t)\} \\ \{u_B(t)\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{P_S(t)\} \\ \{P_B(t)\} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \{0\} \\ \{-R(t)\} \end{Bmatrix} \quad (4.8) \end{aligned}$$

上式は、基本的に(4.1)式、(4.2)式をフーリエ逆変換したものであるが、右辺に構造物や周辺地盤の非線形性を表すための不釣り合い力ベクトル $\{P(t)\}$ が付け加わっている。 $\{P(t)\}$ は、構造物およびその周辺地盤の非線形性を表すための外力項で、線形の時には $\{0\}$ で、非線形化した時には不釣り合い力 (= (線形時の復元力)-(非線形時の復元力)) となる。 $\{R(t)\}$ は、構造物および周辺地盤と遠方地盤の仮想境界に働く相互作用力で、周波数領域で次式のような関係があり、

$$[F(\omega)] = [S(\omega)]^{-1} \quad (4.9)$$

$$\{u(\omega)\} = \{u_B(\omega)\} - \{u_G(\omega)\} \quad (4.10)$$

とおけば、 $\{R(\omega)\}$ は次のような関係を満足している。

$$\{u(\omega)\} = [F(\omega)] \cdot \{R(\omega)\} \quad (4.11)$$

(4.11)式の逆フーリエ変換は次式で表される。

$$\{u(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} [F(\tau)] \{R(t-\tau)\} d\tau \quad (4.12)$$

$[F(\omega)]$ は遠方地盤の境界を単位加振力で調和加振した時の変位ベクトルで、そのフーリエ逆変換 $[F(t)]$ は変位インパルス応答で構成されている。従って、 $[F(t)]$ と $\{R(t)\}$ の時間因果性の条件、すなわち、

$$[F(t)] = [0] \quad (4.13)$$

$$\{R(t)\} = \{0\} \quad (\text{for } t < 0)$$

が成り立っているので、(4.12)式は次の様に変換される。

$$\{u(t)\} = \int_0^t [F(\tau)] \cdot \{R(t-\tau)\} d\tau \quad (4.14)$$

(4.14)式を離散化して $\{R(t)\}$ について整理し、(4.8)式に代入すれば、構造物および周辺地盤の時刻歴非線形応答解析を行うことができる。

既往の方法 [Wolf 1985b] では(4.14)式から以下のように相互作用力を評価している。まず、応答計算の時間刻みを ΔT とし、 $k\Delta T < t < (k+1)\Delta T$ の範囲の相互作用力を、 ΔT 間隔に求められた相互作用力 $\{R(k\Delta T)\}$ を用いて次のように近似する。

$$\{R(k\Delta T + \tau)\} \approx \left(1 - \frac{\tau}{\Delta T}\right) \{R(k\Delta T)\} + \frac{\tau}{\Delta T} \{R((k+1)\Delta T)\} \quad (4.15)$$

ただし、 $0 < \tau < \Delta T$ である。(4.15)式を(4.14)式に代入すれば、

$$\{u(n\Delta T)\} = \sum_{k=0}^n \Delta T [F[k\Delta T]] \cdot \{R((n-k)\Delta T)\} \quad (4.16)$$

$$\Delta T [F[k\Delta T]] = \int_0^{\Delta T} \frac{\tau}{\Delta T} [F((k+1)\Delta T - \tau)] d\tau + \int_0^{\Delta T} (1 - \frac{\tau}{\Delta T}) [F(k\Delta T - \tau)] d\tau \quad (4.17)$$

となり、 $\{R(n\Delta T)\}$ について整理すれば次式が得られる。

$$\{R(n\Delta T)\} = \frac{1}{\Delta T} [F[0]]^{-1} \left\{ \{u(n\Delta T)\} - \sum_{k=1}^n [F[k\Delta T]] \cdot \{R((n-k)\Delta T)\} \Delta T \right\} \quad (4.18)$$

また、(4.11) 式の両辺の時間微分に相当する周波数領域の関係式

$$j\omega \{u(\omega)\} = j\omega [F(\omega)] \cdot \{R(\omega)\} \quad (4.19)$$

が成り立っていることに着目して、著者等は [林 1988]、Wolf 等と同様な以下の定式化を提案している。

$$\{R(n\Delta T)\} = \frac{1}{\Delta T} [\dot{F}[0]]^{-1} \left\{ \{\dot{u}(n\Delta T)\} - \sum_{k=1}^n [\dot{F}[k\Delta T]] \cdot \{R((n-k)\Delta T)\} \Delta T \right\} \quad (4.20)$$

$$\Delta T [\dot{F}[k\Delta T]] = \int_0^{\Delta T} \frac{\tau}{\Delta T} [\dot{F}((k+1)\Delta T - \tau)] d\tau + \int_0^{\Delta T} (1 - \frac{\tau}{\Delta T}) [\dot{F}(k\Delta T - \tau)] d\tau \quad (4.21)$$

4.3 時間領域と周波数領域の解析が必要とする周波数帯域

図 4.3(a) のように、システム関数を $H(\omega)$ 、その入力・出力を $X(\omega)$ 、 $Y(\omega)$ とすれば、(4.11)、(4.19) 式と同形の次の関係が成り立つ。

$$Y(\omega) = H(\omega) \cdot X(\omega) \quad (4.22)$$

以下では、(4.11) 式や (4.19) 式の代わりに、より一般的な (4.22) 式について考察する。

構造物への入力である地震波や構造物の応答波は、一般に帯域制限されたスペクトル特性を有する。例えば、(4.11) 式を例にとれば、 $\{R(\omega)\}$ や $\{u(\omega)\}$ は帯域制限関数と考えて良い。 $X(\omega)$ や $Y(\omega)$ は帯域制限関数と仮定し、その周波数帯域を図 4.3(b) に模式的に Zone-A ($\omega_{A1} < \omega < \omega_{A2}$) として示す。この時、

$$X(\omega) = 0 \quad (|\omega| > \omega_{A2}, |\omega| < \omega_{A1}) \quad (4.23)$$

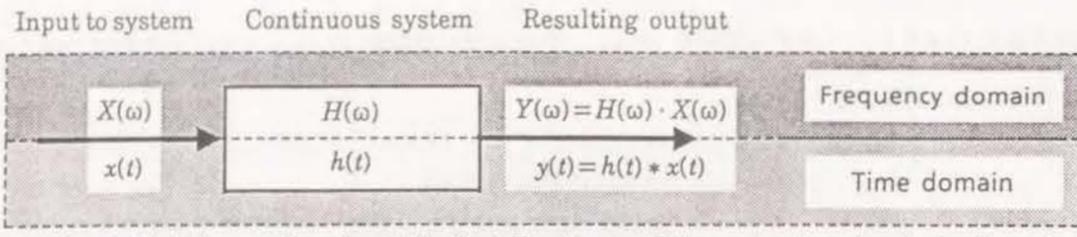
$$Y(\omega) = 0 \quad (|\omega| > \omega_{A2}, |\omega| < \omega_{A1}) \quad (4.24)$$

である。このような背景から、周波数領域で地震応答解析を行う際には、構造物の応答を Zone-A での定常応答の重ね合わせとして表現することができ、周波数領域のサブストラクチャー法では、解析を行う周波数範囲を比較的低振動数に限定して行うことができる。

一方、時間領域で地震応答解析を行う際には、1 ステップ毎に逐次応答を定めていく。1 ステップの時間刻みを ΔT とすれば、 ΔT に対応するナイキスト振動数 $\omega_C (= \pi/\Delta T)$ は、Zone-A の最大振動数 ω_{A2} に比べて十分に大きくする必要がある。これは、時間刻み ΔT を、以下のような理由により十分に小さくする必要があるためである。

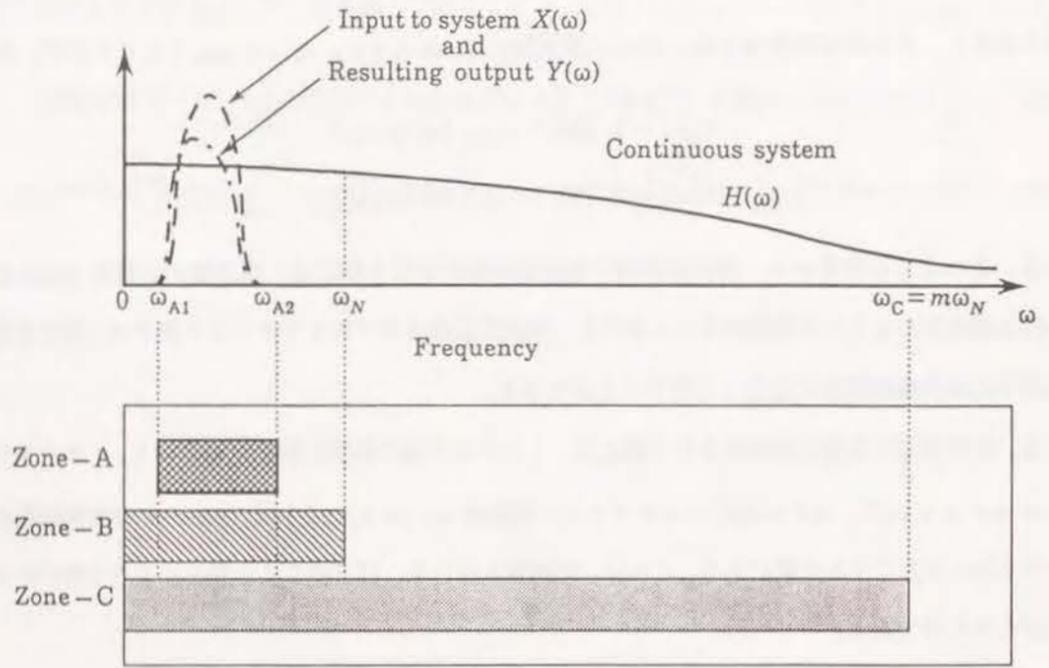
1. 運動方程式を時間に関して数値積分して応答を定めるので、Zone-A の周波数成分を精度よく求めるためには、 ω_C を ω_{A2} に対して十分大きくする必要がある。一応の目安としては、2.2.1 の考察より最低 $\omega_C > 10\omega_{A2}$ は必要と考えられる。
2. 構造物が非線形性を有する場合には、構造物を非線形要素でモデル化するが、非線形要素の履歴特性をできるだけ正確に追うために、応答解析の時間刻み ΔT を小さくして各ステップの変形増分を小さくしなければならない。特に、履歴特性を詳細にモデル化すればする程、それに見合った小さな時間刻み ΔT を用いて応答解析を行う必要がある。(むしろ、考慮する振動数範囲から、履歴特性のモデル化の方法を決めるべきであると言えるかもしれない。)

つまり、構造物-地盤系の時刻歴応答解析を行う際には、図 4.3(b) に示したように、動的地盤柔性 $[F(\omega)]$ の周波数変動特性を考慮すべき振動数範囲 (周波数領域のサブストラクチャー法で必要となる振動数範囲) Zone-A



Input $X(\omega)$ is a narrow band limited function and is predominant only in Zone-A

(a) System function to simulate



- Zone-A ; Frequency range of physical importance
- Zone-B ; Frequency range for which we need to determine causal discrete impulse response
- Zone-C ; Frequency range for which we need to evaluate the numerical time integration of the equation of motion or to follow a nonlinear hysteresis loop.

(b) Classification of frequency ranges

図 4.3: 時刻歴応答解析に関する周波数帯域

よりもかなり広い振動数範囲 Zone-C ($0 \leq \omega \leq \omega_C$) の動的地盤柔性 $[F(\omega)]$ が必要であることを意味している。

さらに、前節の定式化においては、(4.13)式のように $\{R(t)\}$ と $[F(t)]$ の時間因果性を仮定した。時刻歴応答解析の結果として求められる $\{R(t)\}$ の時間因果性は、自動的に満足される。時間領域で $[F(t)]$ を直接定式化した場合には勿論自動的に満足される。しかし、周波数領域の定式化により算定される $[F(\omega)]$ は非常に広帯域の関数であり、フーリエ逆変換によって $[F(t)]$ を求める場合は、無限振動数まで $[F(\omega)]$ を考慮した場合にのみ $[F(t)]$ の時間因果性が満足される。通常、有限要素法や境界要素法を用いて $[F(\omega)]$ を計算する場合には、無限振動数まで計算することは事実上不可能であるし、また、メッシュ分割等のモデル化上の制約により、高振動数領域の $[F(\omega)]$ の精度を保證することもできない。従って、周波数領域での $[F(\omega)]$ の計算は、有限の周波数 ω_N で打ち切らざるを得ない。さらに、前述のように動的地盤柔性 $[F(\omega)]$ の周波数変動特性を考慮すべき周波数範囲は、比較的低い振動数領域に限られていると考えて良いから、むしろ積極的に $[F(\omega)]$ の計算を打ち切る振動数 ω_N を低く抑えたい。しかし、有限の振動数範囲で計算を打ち切った $[F(\omega)]$ をフーリエ逆変換して近似的に求められる $[F(t)]$ は、非因果となってしまふ。 $[F(t)]$ が因果的でない場合(例えば、後述の図 4.12(a), 図 5.4(b) 参照)、ある時刻 $t = t_0$ の応答 $\{u(t_0)\}$ を求めるためには $t > t_0$ の $\{R(t)\}$ が必要となり、逐次時刻歴応答計算を行うことができない。もし、 $[F(t)]$ の非因果な部分を見捨ると、後述の例題で示すように低振動領域の $[F(\omega)]$ が歪んでしまふ。従って、有限の振動数範囲で定義された地盤柔性を、その低周波数領域の歪みを出るだけ小さく抑えて、かつ、インパルス応答が時間因果となるように変換する方法が必要となる。

4.4 周波数帯域制限されたシステム関数の実時間シミュレーション

ナイキスト振動数 ω_N が、図 4.3(b) のように、

$$\omega_C \gg \omega_N > \omega_{A2} \tag{4.25}$$

として、周波数帯域 Zone-B ($0 \leq \omega \leq \omega_{\omega_N}$) で計算したシステム関数(後述の(4.28)式で定義される $H_{\omega_N}(\omega)$)を用いて $H(\omega)$ を時間領域でシミュレートすることを考える。今、カットオフ振動数を ω_N とする矩形フィルター $p_{\omega_N}(\omega)$

$$p_{\omega_N}(\omega) = U(t + \omega_N) - U(t - \omega_N) \tag{4.26}$$

とした時、 $H(\omega)$ の代わりに、図 4.4 のように次式で定義できる $H_{\omega_N}^P(\omega)$ をシステム関数として用いることを考える。

$$H_{\omega_N}^P(\omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h_{\omega_N}(k\Delta t) e^{-jk\omega\Delta t} \quad (4.27)$$

ここで、 $\Delta t = \pi/\omega_N$ であり、また、 $h_{\omega_N}(t)$ は次式で定義される帯域制限関数 $H_{\omega_N}(\omega)$ のフーリエ逆変換である。

$$H_{\omega_N}(\omega) = H(\omega) \cdot p_{\omega_N}(\omega) \quad (4.28)$$

$H_{\omega_N}^P(\omega)$ は、Poisson の和公式 [Papoulis 1977] を適用すれば、次式のように、帯域制限関数 $H_{\omega_N}(\omega)$ の周期関数(周期 $2\omega_N$) となっていることがわかる。

$$H_{\omega_N}^P(\omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} H_{\omega_N}(\omega + 2k\omega_N) \quad (4.29)$$

また、(4.27) 式は次のように変形できるから、

$$H_{\omega_N}^P(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \sum_{k=-\infty}^{\infty} \Delta t \cdot h_{\omega_N}(k\Delta t) \delta(t - k\Delta t) \right\} e^{-j\omega t} dt \quad (4.30)$$

$H_{\omega_N}^P(\omega)$ のフーリエ逆変換 $h_{\omega_N}^P(t)$ は、

$$h_{\omega_N}^P(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \Delta t \cdot h_{\omega_N}(k\Delta t) \delta(t - k\Delta t) \quad (4.31)$$

となり、 Δt 間隔でのみ値を持つデルタ関数列となっている。ここで $\delta(t)$ はデルタ関数である。

一方、システムの応答 $Y(\omega)$ は、(4.23) 式が成り立つなら、

$$Y(\omega) = H(\omega) \cdot X(\omega) = H_{\omega_N}^P(\omega) \cdot X(\omega) \quad (4.32)$$

で、次式のようなフーリエ変換対の関係があるとすれば、

$$\begin{aligned} x(t) &\Rightarrow X(\omega) \\ y(t) &\Rightarrow Y(\omega) \end{aligned} \quad (4.33)$$

(4.31) 式から、出力 $y(t)$ は以下ようになる。

$$\begin{aligned} y(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} x(t-\tau) h_{\omega_N}^P(\tau) d\tau \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} x(t-\tau) \left\{ \sum_{k=-\infty}^{\infty} \Delta t \cdot h_{\omega_N}(k\Delta t) \delta(\tau - k\Delta t) \right\} d\tau \\ &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} \Delta t \cdot x(t - k\Delta t) h_{\omega_N}(k\Delta t) \end{aligned} \quad (4.34)$$

ここで、 $h_{\omega_N}(t)$ を Δt 間隔でサンプリングした $h_{\omega_N}(k\Delta t)$ は、 $H_{\omega_N}(\omega)$ をナイキスト振動数を ω_N とする FFT によって逆変換して得られる $h_{\omega_N}[k\Delta t]$ で近似できる。以下、 $h_{\omega_N}[k\Delta t]$ のように離散的に計算されたインパルス応答のことを離散インパルス応答と呼ぶことにする。

ここで、もし $h_{\omega_N}^P(t)$ が時間因果関数でなければ、(4.34) 式において $k\Delta t > t$ における $x(k\Delta t)$ の値が決まっていなければ、 $y(t)$ を決めることができない。特に、ここで考えているサブストラクチャー法で入力 $x(t)$ と考えたのは、相互作用力 $\{R(t)\}$ であるから、 $h_{\omega_N}^P(t)$ は時間因果関数でなければならない。もちろん、 ω_N を十分大きくすれば、 $h_{\omega_N}^P(t)$ は時間因果関数とみなすことができる。しかし、通常は入力 $X(\omega)$ に比べて $H(\omega)$ は極めて広帯域と考えられるから、必要以上に広い周波数範囲で $H(\omega)$ を計算しなければならず、決して実用的な方法とは言えない。 $h_{\omega_N}^P(t)$ を、小さなカットオフ振動数 ω_N に対して時間因果関数 $h_{\omega_N}^{PM}(t)$ となるように補正するためには、次節に示すような時間因果化フローが不可欠となる。

ここで、(4.31) 式と同様に、図 4.4 のように時間因果インパルス応答 $h_{\omega_N}^{PM}(t)$ が、時間因果な離散インパルス応答 $h_{\omega_N}^M[k\Delta t]$ ($= 0$ ($k < 0$)) を用いて

$$h_{\omega_N}^{PM}(t) = \sum_{k=0}^l \Delta t \cdot h_{\omega_N}^M[k\Delta t] \delta(t - k\Delta t) \quad (4.35)$$

と表されるならば、(4.34) 式は次式のように書き換えられる。

$$y(t) = \sum_{k=0}^l \Delta t \cdot x(t - k\Delta t) h_{\omega_N}^M[k\Delta t] \quad (4.36)$$

ただし、 $l\Delta t$ は $h_{\omega_N}^{PM}(t)$ の継続時間である。また上式は、システム関数 $H(\omega)$ を $h_{\omega_N}^{PM}(t)$ のフーリエ変換値 $H_{\omega_N}^{PM}(\omega)$

$$H_{\omega_N}^{PM}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \sum_{k=0}^l \Delta t \cdot h_{\omega_N}^M[k\Delta t] \delta(t - k\Delta t) \right\} e^{-j\omega t} dt \quad (4.37)$$

に置換したことに相当する。そして、 $H_{\omega_N}^{PM}(\omega)$ は $h_{\omega_N}^M[k\Delta t]$ を FFT で周波数領域へ変換して得られる $H_{\omega_N}^M(\omega)$ の周期関数となっている。

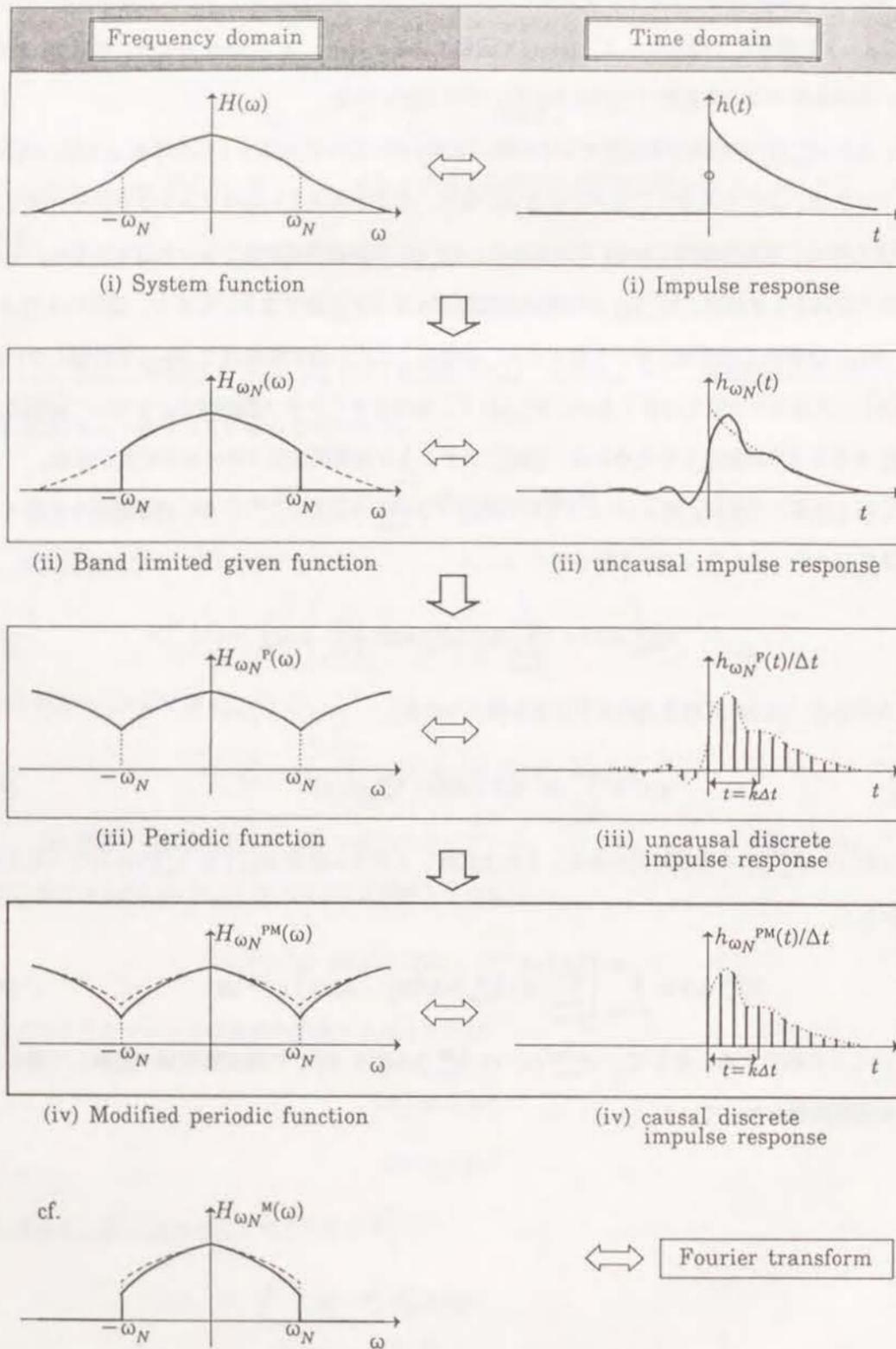


図 4.4: システム関数のデジタルシミュレーション法

4.5 時間因果性に基づく FFT 手法による離散インパルス応答と相互作用力の評価

4.5.1 理論インパルス応答の時間因果性

まずはじめに、2章で説明した時間因果システム関数 $H(\omega)$ の実部と虚部が満足するヒルベルト変換の関係を、もう一度説明する。インパルス応答 $h(t)$ が実関数であることから、図 4.5 のように、 $h(t)$ は、 t に関する偶関数部分 $h_e(t)$ と奇関数部分 $h_o(t)$ に分けることができる。

$$\begin{aligned} h(t) &= h_e(t) + h_o(t) \\ h_e(t) &= h_e(-t) \\ h_o(t) &= -h_o(-t) \end{aligned} \quad (4.38)$$

ここで、システム関数 $H(\omega)$ の実部と虚部を、それぞれ $H_e(\omega)$ と $H_o(\omega)$ とすれば、

$$H(\omega) = H_e(\omega) + jH_o(\omega) \quad (4.39)$$

であり、 $h_e(t)$ や $h_o(t)$ との間次次のフーリエ変換の関係が成立する。

$$\begin{aligned} h_e(t) &\Rightarrow H_e(\omega) \\ h_o(t) &\Rightarrow jH_o(\omega) \end{aligned} \quad (4.40)$$

いま $t' > 0$ とすれば、インパルス応答 $h(t)$ が時間因果性の条件 $h(-t') = 0$ を満足するためには、 $h(-t') = h_e(-t') + h_o(-t') = 0$ であるから、 $t' > 0$ では (4.38) 式より $h_e(t') = h_o(t')$ である。したがって、 $h(t)$ は次のように表される。

$$\begin{aligned} h(t) &= 2U(t) \cdot h_e(t) \\ h(t) &= 2U(t) \cdot h_o(t) \quad (t \neq 0) \end{aligned} \quad (4.41)$$

$$U(t) = 0 \quad (t < 0), \quad 0.5 \quad (t = 0), \quad 1.0 \quad (t > 0) \quad (4.42)$$

つまり、(4.41) 式は、インパルス応答 $h(t)$ が時間因果であるならば、 $H(\omega)$ の実部と虚部両方を用いて定めることができるのはもちろん、 $H(\omega)$ の実部だけ、あるいは、 $H(\omega)$ の虚部だけから定めることができることを意味している。ただし、インパルス応答の $h(t=0)$ は必ずしも 0 とはならず、フーリエ変換の定義と $H_o(\omega)$ の奇関数性を考慮すれば、

$$\begin{aligned} h(t=0) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H(\omega) d\omega \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H_e(\omega) d\omega = h_e(t=0) \end{aligned} \quad (4.43)$$

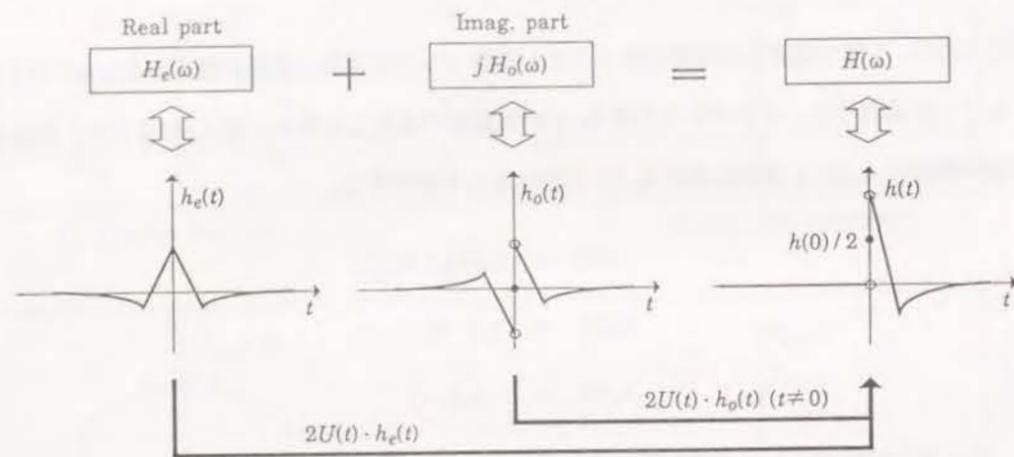


図 4.5: 理論インパルス応答の分解と合成

だから、 $H(\omega)$ の実部の総和に対応し、虚部に依存しないことがわかる。つまり、虚部だけから $h(t)$ を定める場合には、 $h(t=0)$ を実部成分を用いて定める必要がある。この点が、加速度波形の積分を行う場合と異なる点であり、また、以下に説明するように応答解析を行う上で重要となる点である。

4.5.2 時間因果性に基づく FFT 手法により決まる離散インパルス応答

前節の関係を考慮して、図 4.6 に周波数領域で計算したシステム関数 $H(\omega)$ から定まる 4 つの時間因果な離散インパルス応答 $h_{\omega_N}^M[k\Delta t]$ ($h_R[k\Delta t]$, $h_I[k\Delta t]$, $h_C[k\Delta t]$ および $h_{CM}[k\Delta t]$) の評価フローを示す。まず、図中の FFT はナイキスト振動数を ω_N とする FFT による変換を意味し、IFFT はその逆変換を意味する。したがって、 $h_e[k\Delta t]$, $h_o[k\Delta t]$, $h_{\omega_N}[k\Delta t]$ は、システム関数 $H(\omega)$ の実部だけ、虚部だけ、および両方を FFT で逆変換したものである。よって、時間に関して $h_e[k\Delta t]$ は偶関数、 $h_o[k\Delta t]$ は奇関数である。

以下に、 $h_{\omega_N}^M[k\Delta t]$ と $H_{\omega_N}^M(\omega)$ から求まる因果的な離散インパルス応答について説明する。

(i) $h_R[k\Delta t]$ と $h_I[k\Delta t]$

$h_R[k\Delta t]$ と $h_I[k\Delta t]$ は、(4.41) 式に相当する次式で定める。つまり、各々 $h_e[k\Delta t]$, $h_o[k\Delta t]$ の因果的な部分を 2 倍して取り出したものである。

$$h_R[k\Delta t] = 2U(k\Delta t) \cdot h_e[k\Delta t] \quad (4.44)$$

$$h_I[k\Delta t] = 2U(k\Delta t) \cdot h_o[k\Delta t] + h^* \delta^*[k\Delta t] \quad (4.45)$$

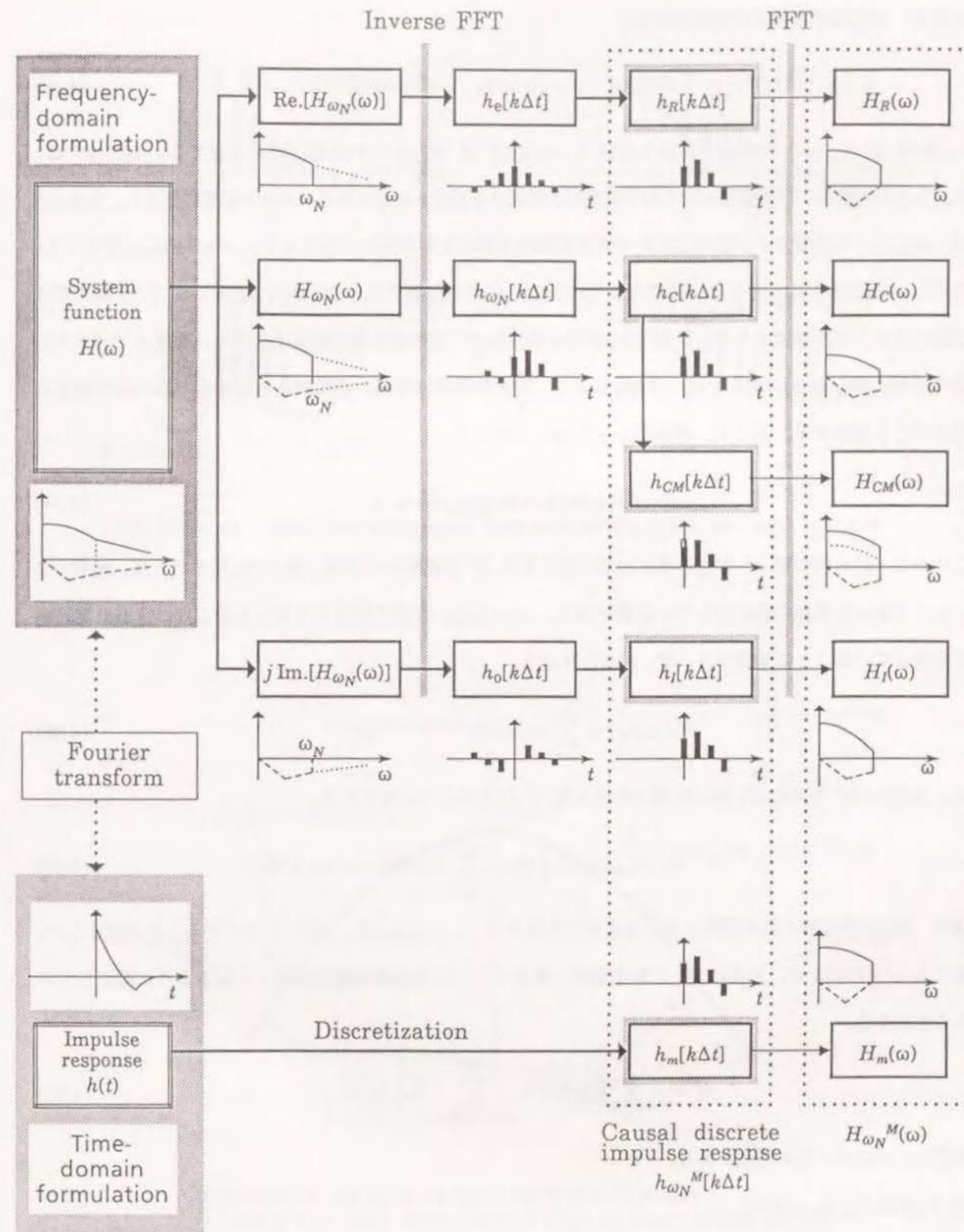


図 4.6: 時間因果な離散インパルス応答の評価フロー

ここで、 $\delta^*[k\Delta t]$ は次式で定義される。

$$\delta^*[k\Delta t] = 1 \quad (k=0), = 0 \quad (k \neq 0) \quad (4.46)$$

$h_R[k\Delta t]$ は $H_{\omega_N}(\omega)$ の実部だけから定まり、 $h_I[k\Delta t]$ は $H_{\omega_N}(\omega)$ の虚部だけから定まる。 $h_R[k\Delta t]$ は、 $H_{\omega_N}(\omega)$ の実部および実部とヒルベルト変換対を構成する虚部から定まるインパルス応答に相当し、 $h_I[k\Delta t]$ は、 $H_{\omega_N}(\omega)$ の虚部および虚部とヒルベルト変換対を構成する実部から定まるインパルス応答に相当する。ただし、 $h_I[k\Delta t]$ については、前述のように $h_o[k\Delta t]$ が奇関数であることから $h_o[0] \equiv 0$ で、0秒の値は虚部だけでは直接定まらない。 $h^*\delta(t)$ が周波数領域で一定の実数値に対応するから、離散インパルス応答の0秒の値が0ということは、(4.43)式より、周波数領域で実部の総和が0となるような一定の誤差を持つことを意味する。そこで、適当な $\omega = i_0\Delta\omega$ に対して、

$$Re.[H_I(i_0\Delta\omega)] = Re.[H_{\omega_N}(i_0\Delta\omega)] \quad (4.47)$$

となるように0秒の値 h^* を定める。(4.47)式により h^* を決めることは、図4.7に示すように、総和が0として求めた実部の値に対して一定値を加え、 $\omega = i_0\Delta\omega$ 近傍で誤差を小さくするように実部の零線補正を行っていることに相当する。今、(4.37)式から、

$$H_I(i_0\Delta\omega) = \sum_{n=0}^l h_I[n\Delta t] e^{-jn i_0\Delta\omega\Delta t} \quad (4.48)$$

で、 $h_I[0] = h^*$ とすれば、(4.47)式から実定数 h^* は次のように得られる。

$$h^* = Re.[H_{\omega_N}(i_0\Delta\omega)]/\Delta t - \sum_{n=1}^l h_I[n\Delta t] \cos(n i_0\Delta t\Delta\omega) \quad (4.49)$$

通常、低振動数領域の解析精度を高める必要があるから、 $\omega = i_0\Delta\omega$ は、十分に小さくすることが望ましい。特に $i_0 = 0$ の時には、次式のように時間領域の離散インパルス応答の総和が等しくなるように補正していることになる。

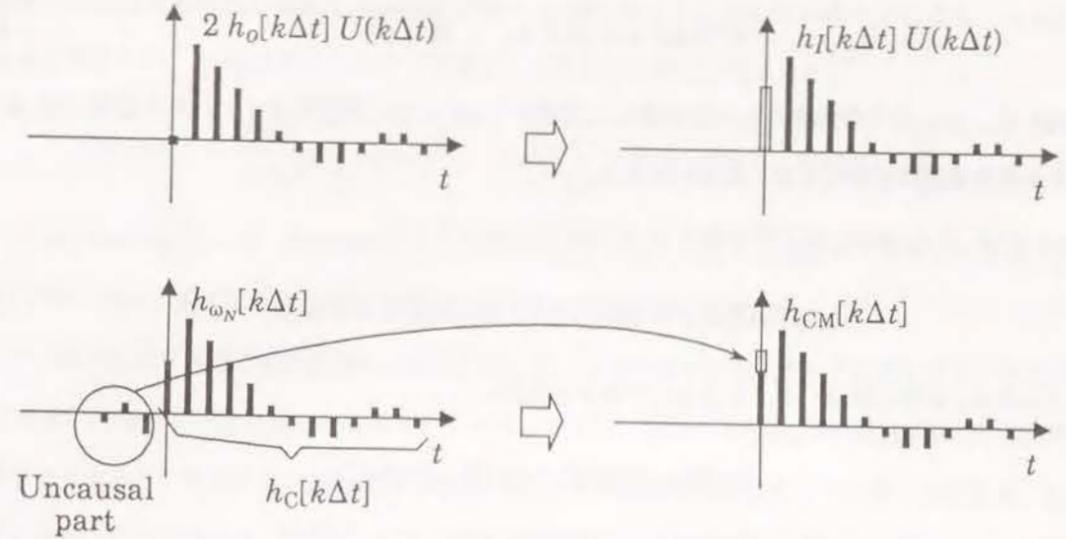
$$h^* = -\sum_{n=1}^l h_I[n\Delta t] + \sum_{n=-N/2+1}^{N/2} h_{\omega_N}[n\Delta t] \quad (4.50)$$

ただし、 N はフーリエ項数である。

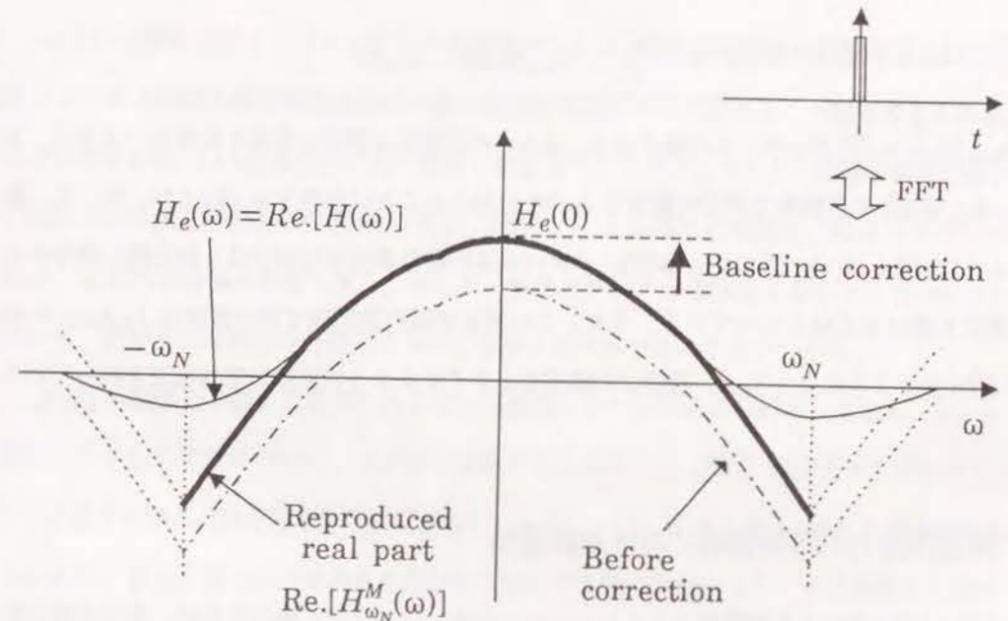
(ii) $h_C[k\Delta t]$ と $h_{CM}[k\Delta t]$

$h_C[k\Delta t]$ は、次式のように、実部・虚部両方を用いて計算した $h_{\omega_N}[k\Delta t]$ の因果的な部分だけを取り出したものである。

$$h_C[k\Delta t] = U^*[k\Delta t] \cdot h_{\omega_N}[k\Delta t] \quad (4.51)$$



(a) Discrete impulse responses are corrected only at zero second



(b) Baseline correction in frequency-domain using the zero frequency value of the system function

図 4.7: 離散インパルス応答の0秒の補正の意味

ここで、 $U^*[k\Delta t]$ は、次式で定義される。

$$U^*[k\Delta t] = 0 \quad (k < 0), \quad 1 \quad (k \geq 0) \quad (4.52)$$

$h_C[k\Delta t]$ は、 ω_N を十分大きくして逆変換した場合に ($\Delta t \rightarrow 0$) 理論的なインパルス応答 $h(t)$ となり、デジタル信号処理の分野でしばしば用いられる。

$h_{CM}[k\Delta t]$ は $h_C[k\Delta t]$ の 0 秒の値を h^* に修正したものであり、

$$h_{CM}[k\Delta t] = (1 - U^*[-k\Delta t]) \cdot h_C[k\Delta t] + h^* \delta^*[k\Delta t] \quad (4.53)$$

で与えられる。0 秒の値 h^* は、 $h_I[k\Delta t]$ の場合と同様に、

$$Re.[H_{CM}(i_0\Delta\omega)] = Re.[H_{\omega_N}(i_0\Delta\omega)] \quad (4.54)$$

を満足するように次式のように得られる。

$$h^* = Re.[H_{\omega_N}(i_0\Delta\omega)]/\Delta t - \sum_{n=1}^l h_{CM}[n\Delta t] \cos(ni_0\Delta t\Delta\omega) \quad (4.55)$$

$i_0 = 0$ の時には、(4.55) 式は次のように書き換えられる。

$$h^* = \sum_{n=-N/2+1}^{-1} h_{\omega_N}[n\Delta t] + h_{\omega_N}[0] \quad (4.56)$$

この時、 $h_{\omega_N}[0] = h_C[0]$ だから、この補正は $h_{\omega_N}[k\Delta t]$ の非因果な部分の特性を失わないように、 $h_C[k\Delta t]$ に対して、 $h_{\omega_N}[k\Delta t]$ の非因果な部分の総和を $h_C[0]$ に加えたことに相当する (図 4.7)。そして、後の例題でも示すように (図 4.12(a)、図 5.4(b) 参照)、インパルス応答の非因果な部分は 0 秒近傍に集中することから、直感的にも諾ける近似となっている。また、この補正が周波数領域で持つ意味は $h_I[k\Delta t]$ の場合と同じで、図 4.7 に示すように $\omega = i_0\Delta\omega$ 近傍での誤差を小さくするように実部の零線補正を行っていることに相当する。

4.5.3 相互作用力の時間領域における評価法

(4.22) 式の (4.36) 式による実時間シミュレーション法を、(4.19) 式に適用すれば、次式が得られる。

$$\{\dot{u}(t)\} = \sum_{k=0}^l \Delta t [\dot{F}[k\Delta t]] \{R(t - k\Delta t)\} \quad (4.57)$$

ここで、離散インパルス応答の時間刻み Δt は、応答計算の時間刻み ΔT よりも大きく、1 以上の整数 m と、

$$\Delta t = m \cdot \Delta T \quad (4.58)$$

の関係があるとする。つまり、図 4.3 に示すように、上式は、時刻歴応答計算で必要となる振動数範囲が、地盤柔性の周波数変動特性を考慮する振動数範囲の m 倍であると仮定していることになる。(4.58) 式を (4.57) 式に適用して、 $\{R(n\Delta T)\}$ について整理すれば最終的に次式が得られる。

$$\{R(n\Delta T)\} = \frac{[\dot{F}[0]]^{-1}}{m\Delta T} \left\{ \{\dot{u}(n\Delta T)\} - m\Delta T \sum_{k=1}^l [\dot{F}[k\Delta t]] \{R((n - mk)\Delta T)\} \right\} \quad (4.59)$$

なお、(4.59) 式の $\frac{[\dot{F}[0]]^{-1}}{m\Delta T}$ は、釣合方程式 (4.8) 式の $[C_{BB}]$ に足し込まれる減衰マトリクスである。(4.59) 式の $\{ \}$ 内第 2 項は、過去に生じた相互作用力に起因する仮想境界の速度応答である。

ここで、(4.59) 式を通常の時間領域の定式化 (例えば、(4.18) 式や (4.20) 式) と比較すると、(4.59) 式で $m = 1$ とおいた場合と同型の式であることが分かる。つまり、前述のように、時刻歴応答解析の時間刻み ΔT を小さくすると、非常に高い振動数の $[F(\omega)]$ を用いて時刻歴応答計算をしていることになる。これに対して、(4.59) 式の定式化は、離散インパルス応答の時間刻み Δt を時刻歴応答解析の時間刻み ΔT に比べて m 倍にすることができるので、離散インパルス応答を算定するために必要な $[F(\omega)]$ の計算振動数範囲 Zone-B を、Zone-C の m 分の 1 に抑えることができる。すなわち、 m が大きい程周波数領域で行う遠方地盤の計算労力が低減されることが分かる。

一方、 $m\Delta T$ は離散速度インパルス応答の継続時間であり、通常地震波の継続時間に比べて十分に短い。離散インパルス応答の継続時間は解析対象の物理的性質によって定まり、一定と考えられるから、 m を大きくすればする程、(4.59) 式の合成積の演算に必要なマトリクスとベクトルの積の演算回数 l を小さくできる。既往の時刻歴応答解析手法 ((4.18) 式) によれば、 $\Delta t = \Delta T$ に相当し、第 n ステップの応答を計算するには、 n 回のかけ算を必要とする。そして、解析ステップ n が大きくなると $n \gg ml > l$ の関係が成り立つから、提案手法は既往の方法にくらべて格段に効率的であることがわかる。

また、 $[\dot{F}[0]]$ は加振力が働いた瞬間に生じている速度インパルス応答に対応しており、 $t = 0$ では加振点以外には応答が生じていないので、 Δt が十分に小さな場合には $[\dot{F}[0]]$ が対角マトリクスとなるから、 $[\dot{F}[0]]^{-1}$ を計算する際に三角分解を行う必要がない。しかし、 Δt を ΔT の m 倍として実用的な大きさとすることにより、 $[\dot{F}[0]]$ は小さいながらも非対角項を有する密な行列となり、三角分解を 1 度行う必要が生ずる。

4.6 数値計算例

4.6.1 解析対象と解析モデル

図 4.8 に示すように、平行成層地盤に埋め込まれた典型的な BWR-MKII 型原子炉建屋を解析対象とする。El Centro 1940 NS 成分を鉛直下方から入射する SV 波と考える。解析においては、構造物と周辺地盤を別々にモデル化し、周辺地盤は周波数領域で仮想境界位置の地盤柔性 $[F(\omega)]$ と入力動 $\{u_G(\omega)\}$ を算定し、構造物の時刻歴応答解析を行う。構造物は、質点と梁要素で 1 本棒にモデル化した。一方、切り欠かれた地盤の対称性を考慮して、地盤の 1/2 部分を 2 次元アイソパラメトリック要素によってモデル化した。ただし、基礎底面位置は、無質量剛基礎が設置されているものとして、剛な梁要素でモデル化した。有限要素地盤モデルの境界条件としては、有限要素の奥行き方向に 1 次元的に波動が逸散すると仮定して、1 次元土柱でモデル化した遠方地盤とダッシュポットで結び、疑似 3 次元効果を考慮した。また、側方境界にはエネルギー伝達境界 [Lysmer 1972] を設け、底面境界にはダッシュポットを設けて地盤の半無限性を考慮した。

有限要素モデルで十分な精度を期待できる最大振動数 f_{MAX} の目安は、地盤のせん断波速度を V_S 、有限要素のメッシュサイズを L とすれば、

$$f_{MAX} = \frac{V_S}{6L} \quad (4.60)$$

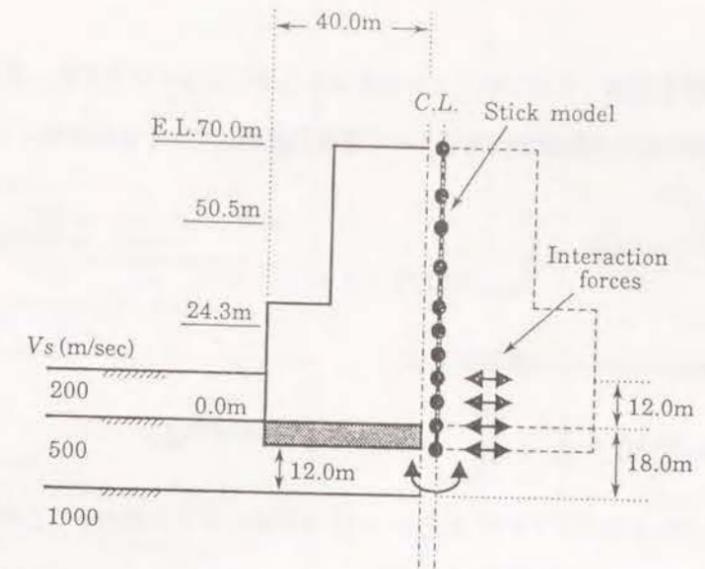
で与えられる [Day 1977]。ここで対象とした解析モデルでは、 $f_{MAX} \approx 15$ Hz であり、また、El Centro NS 成分に含まれる 15 Hz 以上 ($\omega_{A_2} < \omega \leq \omega_N$) の成分は少なく、応答結果にはそれほど影響を与えないと考えられるので、 $\omega_{A_2}/(2\pi) = 15$ Hz とおける。

4.6.2 周波数領域で見た離散インパルス応答

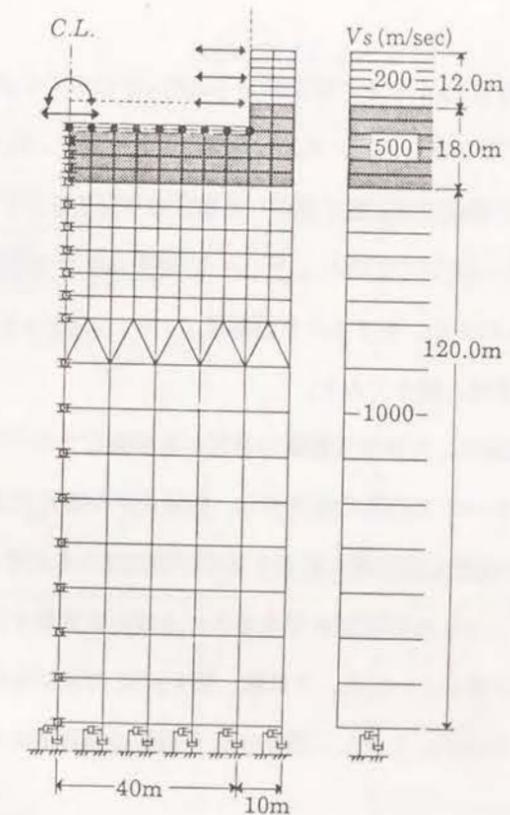
柔性行列 $[F(\omega)]$ は、切り欠き地盤 (図 4.8(b)) の仮想境界位置を単位荷重で調和加振した時の応答変位ベクトルとして求めた。しかし、地盤モデルはダッシュポットだけで支えられているから、静的剛性 $[S(\omega)] = [0]$ で、 $[F(\omega = 0)]$ は数値的には値を決められない。例をあげれば、 $S(\omega) = -m_0\omega^2 + c_0\omega j$ (ただし、 m_0 と c_0 は定数) のように与えられた場合には、地盤柔性 $F(\omega)$ は次式のように 0 Hz で特異点を有する。

$$F(\omega) = \frac{\pi\delta(\omega)}{c_0} + \frac{1}{(-m_0\omega^2 + c_0\omega j)} \quad (4.61)$$

この構造は、2 章でも説明したように、インパルス応答が残留変位を有することを意味している。そして、0 Hz における超関数の構造 $\pi\delta(\omega)/c_0$ を数値的に計算することはできない。しかし、速度インパルス応答を計算するためには、 $[F(\omega = 0)] (= H_{\omega_N}^M(\omega = 0))$ を定める必要があるので、対象としている地盤構造



(a) A typical nuclear reactor building embedded in a layered soil and its mathematical model



(b) A finite element model for calculating flexibility coefficients and input motions of the soil with a massless basemat

図 4.8: 解析モデル

物相互作用系の物理的な性質を考慮して以下のように決めることができる。すなわち、単位衝撃荷重下の速度インパルス応答は、地盤の持つ逸散減衰効果によって急激に減衰して0となるから、 $N\Delta t$ を十分大きくすれば、

$$h_{\omega_N}[N\Delta t/2] = 0 \quad (4.62)$$

とおける。そして、 $h_{\omega_N}[k\Delta t]$ のフーリエ級数展開は、

$$h_{\omega_N}[k\Delta t] = \frac{1}{2\pi} \sum_{n=-N/2+1}^{N/2} H_{\omega_N}(n\Delta\omega) e^{jnkn\Delta\omega\Delta t} \Delta\omega \quad (4.63)$$

のように表されるから、(4.62)式を代入すれば $H_{\omega_N}^M(\omega=0)$ は次式のように決めることができる。

$$H_{\omega_N}^M(\omega=0) = -2 \sum_{n=1}^{N/2-1} \text{Re}.[H_{\omega_N}(n\Delta\omega)](-1)^n + \text{Re}.[H_{\omega_N}(\omega_N)] \quad (4.64)$$

なお、 $h_I[k\Delta t]$ を求める際には、 h^* を決めることによって $H_I(\omega=0)$ は自動的に決まるので、 $H_I(\omega=0)$ をあらかじめ与える必要はない。

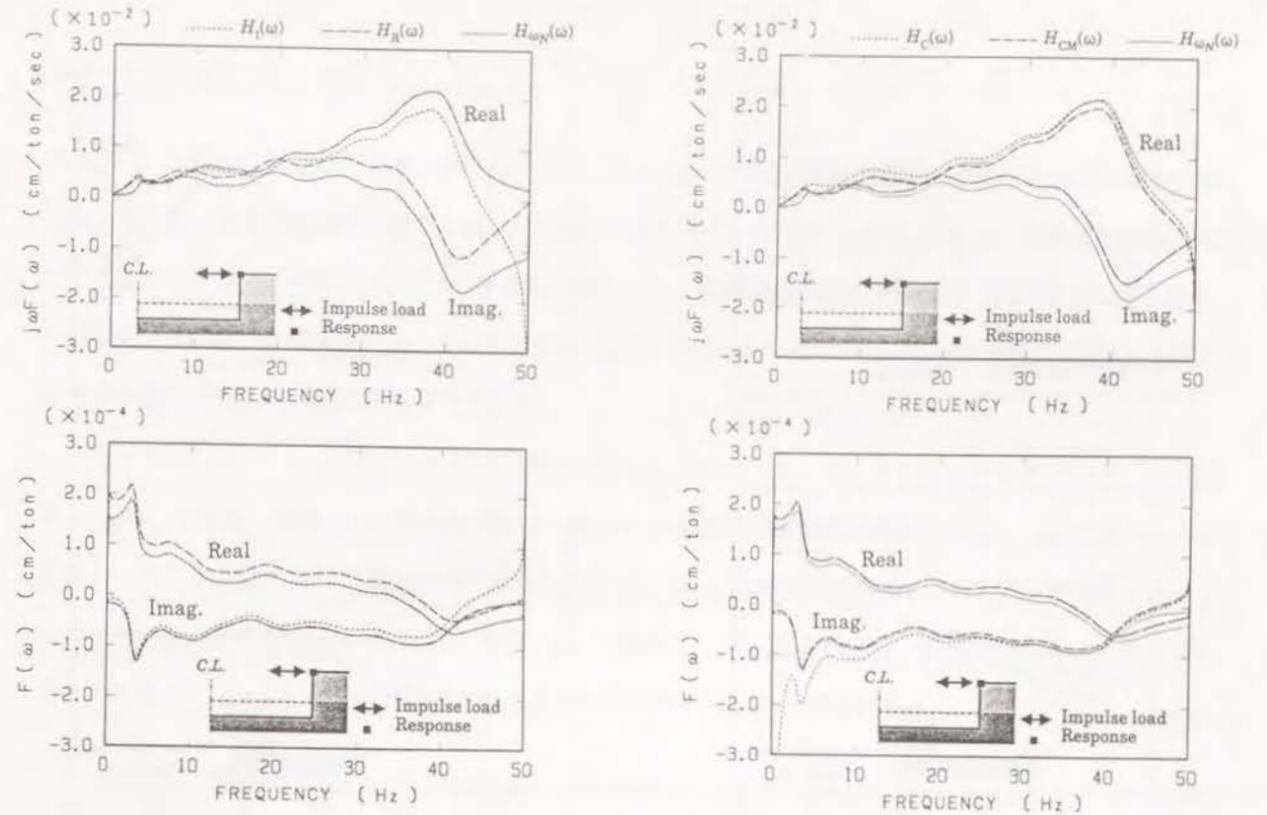
以上のようにして求めた柔性行列 $[F(\omega)]$ とその時間微分 $j\omega[F(\omega)]$ のいくつかの成分を図4.9～4.11に実線で示す。図中の矢印は加振点位置を表し、シンボルは受信点位置を表す。図4.9,4.11は切り欠き地盤の地表面を加振した場合で、図4.10は基礎底面位置を加振した場合の $F(\omega)$ を示す。同図中には、 $j\omega[F(\omega)]$ を $H_{\omega_N}(\omega)$ として、図4.6のフローに従って定めた $H_{\omega_N}^M(\omega)$ と $H_{\omega_N}^C(\omega)$ から逆算される $[F(\omega)]$ を点線または破線で示す。ただし、図4.9,4.10では、ナイキスト振動数 $f_N = \omega_N/2\pi = 50\text{Hz}$ で一定とした場合で、図4.11はナイキスト振動数を変化させた場合である。

柔性行列 $[F(\omega)]$ のフーリエ逆変換は、対角項は衝撃力が加わる加振点でのインパルス応答に対応し、非対角項は加振点から離れた点のインパルス応答に相当する。加振点から離れた点でのインパルス応答の生起時刻は、加振点から受信点までの波動伝播時間に相当するだけ時間遅れを生ずる。従って、時間因果性の条件は、加振時刻を $t=0$ として $t<0$ の応答が0であるという条件を意味するから、受信点が加振点から離れている非対角項の方が条件が緩いといえる。それ故、図4.9(b)の非対角項については、 $H_{\omega_N}^M(\omega)$ と $H_{\omega_N}(\omega)$ の違いはほとんど認識できない。しかし、図4.9(a)の振幅の相対的に大きな対角項についてはその差が大きく無視できない。

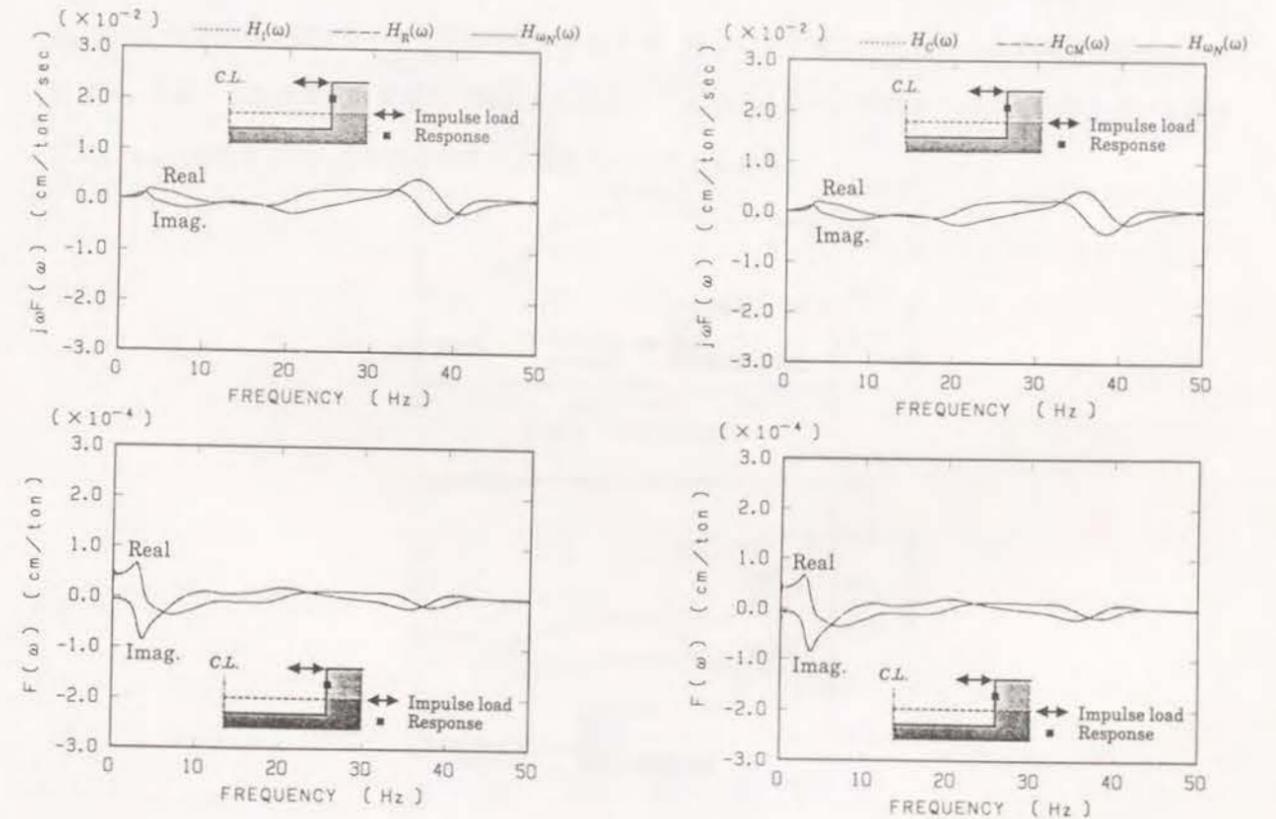
そこで、図4.9(a), 4.10の $j\omega[F(\omega)]$ について、 $H_R(\omega)$ および $H_I(\omega)$ を $H_{\omega_N}(\omega)$ と比較する。 $\omega=0$ と $\omega=\omega_N$ を除くすべての ω に関して次式の関係が成り立っている。

$$\text{Re}.[H_R(\omega)] = \text{Re}.[H_{\omega_N}(\omega)] \quad , \quad \text{Im}.[H_R(\omega)] \neq \text{Im}.[H_{\omega_N}(\omega)] \quad (4.65)$$

$$\text{Re}.[H_I(\omega)] \neq \text{Re}.[H_{\omega_N}(\omega)] \quad , \quad \text{Im}.[H_I(\omega)] = \text{Im}.[H_{\omega_N}(\omega)] \quad (4.66)$$



(a) EL. 12.0m



(b) 6.0m

図4.9: 時間因果化された地盤柔性(地表面位置、水平方向加振)

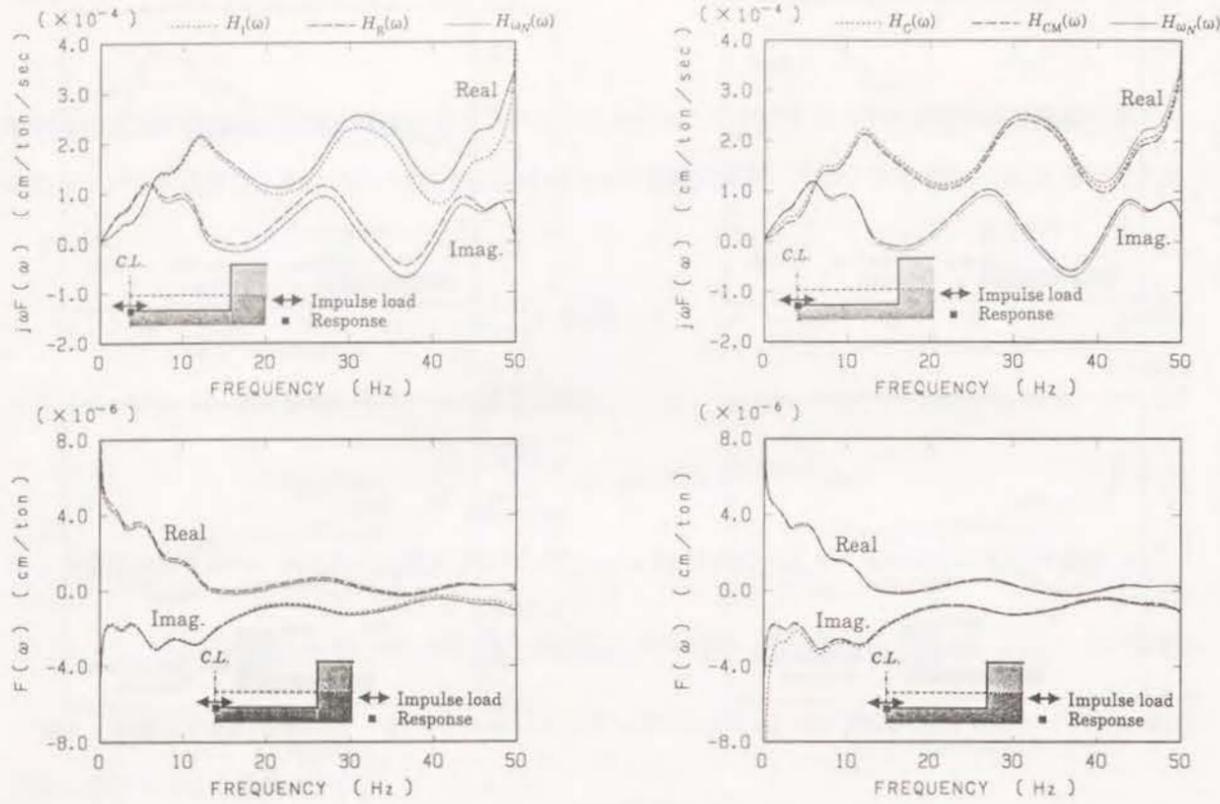


図 4.10: 時間因果化された地盤柔性 (基礎底面位置、水平方向加振)

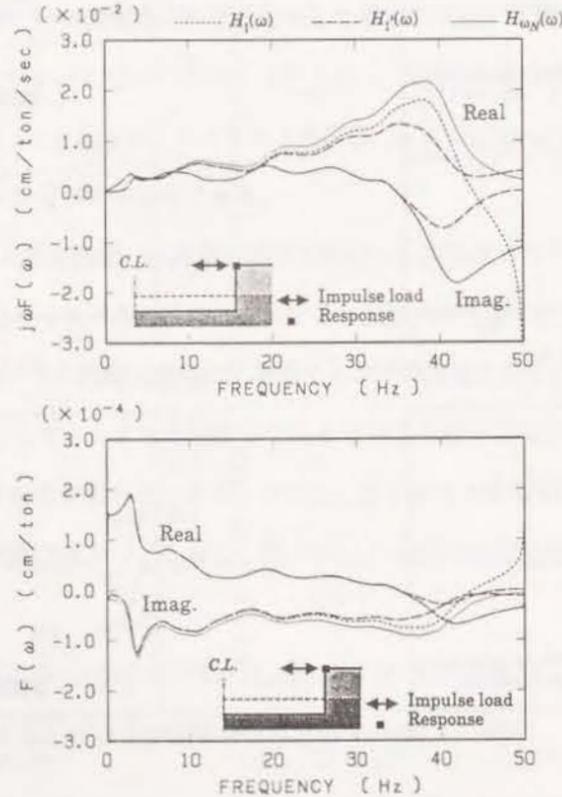


図 4.11: 時間因果化された地盤柔性 (ナイキスト振動数の影響)

$H_R(\omega)$ と $H_I(\omega)$ の低振動数領域における誤差は、 $\omega = \omega_N$ 近傍の高振動数領域の誤差に比べて小さいと言える。ただし、低振動数領域においては $j\omega[F(\omega)]$ 自体も小さいので、 $j\omega[F(\omega)]$ を $j\omega$ で割った $[F(\omega)]$ について比べてみると、誤差についても $j\omega$ で割られるから、低振動数領域の誤差は若干拡大されるが、逆に、高振動数領域の誤差は低減される。そして、15Hz 以下の Zone-A における $H_R(\omega)$ と $H_I(\omega)$ の $H_{\omega_N}(\omega)$ に対する相対誤差は、全般的に小さいと言える。

一方、 $h_C[k\Delta t]$ は $h_{\omega_N}[k\Delta t]$ の時間非因果な部分 ($h_{\omega_N}[k\Delta t]$ ($k < 0$)) を 0 としたものであり、 $H_C(\omega)$ と $H_{\omega_N}(\omega)$ は実部・虚部ともに異なる。特に、 $H_C(\omega)$ の実部の低振動数領域の誤差は、 $j\omega$ で割られることによって大きく拡大されて 0Hz 近傍で発散しており、 $H_C(\omega)$ の相対誤差は、15Hz 以下で大きくなってしまっていることがわかる。 $H_{CM}(\omega)$ も $H_C(\omega)$ と同様に、 $H_{\omega_N}(\omega)$ の実部・虚部成分を用いて求められたものであり、 $H_C(\omega)$ と時間領域で 0 秒の値だけ異なるから、次の関係がある。

$$Re.[H_{CM}(\omega)] - Re.[H_C(\omega)] = \text{constant} \quad , \quad Im.[H_{CM}(\omega)] = Im.[H_C(\omega)] \quad (4.67)$$

そして、 $H_{CM}(\omega)$ は $H_R(\omega)$ と $H_I(\omega)$ の平均値であり、 $H(\omega)$ に対する相対誤差は大きくない。

一方、図 4.11 のように ω_N を大きくすることは、一般に効率性を下げる反面、図 4.12(a) に示すように $h_{\omega_N}[k\Delta t]$ の非因果な部分を小さくする効果があるので、図 4.11 に示すように $H_{\omega_N}^M(\omega)$ の精度を高めることになる。しかし、解析精度と効率性の両面を考えると、 $h_C[k\Delta t]$ 以外の離散インパルス応答を用いる場合には、 $\omega_N/(2\pi)$ を 50Hz より大きくする必要はないと考えられる。

4.6.3 時刻歴応答解析の効率性

応答解析の効率性は、 ω_N を決めて Δt を固定すれば、インパルス応答 $h_{\omega_N}^M[k\Delta t]$ の継続時間が短い程効率的であるといえる。この観点から、インパルス応答 $h_{\omega_N}^M[k\Delta t]$ の時系列波形を図 4.12(b) ~ (e) に $\Delta t = 0.01$ sec とした場合を示す。 $h_R[k\Delta t]$ については、継続時間は約 0.3 秒で、(4.59) 式の合成積の演算回数 l は、 $\Delta t = 0.01$ だから 30 回となる。もし、 N_i を全解析ステップ数、 N_f を仮想境界の自由度数とすれば、応答解析中に行う合成積の全演算回数は $(N_f)^2 N_i l$ となる。一方、(4.18) 式、または、(4.20) 式の合成積の演算の直接評価を既往の方法のように行くと、 $(N_f N_i)^2 / 2$ 回の演算回数が必要となる。本解析例では ($\Delta t = 0.01, l = 30, N_f = 5$)、40 秒間の応答解析を時間刻み $\Delta T = 0.002$ 秒で時間積分を行えば、既往の方法では 5.0×10^9 回の演算が必要となる。しかし、提案手法によれば、 1.5×10^7 回の演算が必要で、2 オーダー以上の低減ができる。

一方、 $h_I[k\Delta t]$ と $h_{CM}[k\Delta t]$ の対角成分については、 $h_R[k\Delta t]$ よりも継続時間が長く、加振時刻から $t = 0.5$ 秒経過しても応答が残っている。それ故、 $h_I[k\Delta t]$ または $h_{CM}[k\Delta t]$ を用いた場合の演算回数 l は、 $h_R[k\Delta t]$ を用いた場合よりも大きくする必要がある。しかし、インパルス応答の継続時間は、解析対象の物理的性質によって決まっているはずであり、実部だけを用いた場合と、虚部を用いた場合とで違いがあるのは、数値処理上の問題によるものと考えられる。また、インパルス応答の波形の形状についても、微小な揺らぎが加わったような様相を呈している。これらの傾向は、対角成分に限られ、非対角項成分には見られない。このようなインパルス応答の減衰特性を考察するには、 $H_{\omega_N}^M(\omega)$ とそのフーリエ級数展開の係数 $h_{\omega_N}^M[n\Delta t]$ の減衰特性の関係を調べる必要がある [Papoulis 1977]。 $H_{\omega_N}^M(\omega)$ がすべての ω に対して有界な n_0 階導関数を有するならば、次式が成立する。

$$h_{\omega_N}^M[k\Delta t] = O\left\{\frac{1}{k^{n_0+1}}\right\} \quad (k \rightarrow \infty) \quad (4.68)$$

$H_{\omega_N}(\omega)$ の実部・虚部はそれぞれ偶関数・奇関数であるから、

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}.[H_{\omega_N}(-\omega_N)] &= \operatorname{Re}.[H_{\omega_N}(\omega_N)] \\ -\operatorname{Im}.[H_{\omega_N}(-\omega_N)] &= \operatorname{Im}.[H_{\omega_N}(\omega_N)] \end{aligned} \quad (4.69)$$

したがって、 $\operatorname{Re}.[H_{\omega_N}(\omega)]$ の周期関数は連続であり、 $n_0 \geq 1$ に相当するが、 $\operatorname{Im}.[H_{\omega_N}(\omega)]$ の周期関数は $\omega = i\omega_N (i = \pm 1, \pm 3, \dots)$ で不連続点を有し、 $n_0 = 0$ の場合に相当する。それ故、虚部を用いて定めた $h_I[k\Delta t]$ または $h_{CM}[k\Delta t]$ の継続時間は、実部だけを用いた $h_R[k\Delta t]$ よりも大きくなる傾向にある。虚部を用いた場合のインパルス応答の減衰特性を改善するためには、ナイキスト振動数近傍の不連続性をなくすように、虚部のナイキスト振動数 ω_N 近傍の成分を滑らかに 0 に近づける必要がある。ここでは、図 4.6

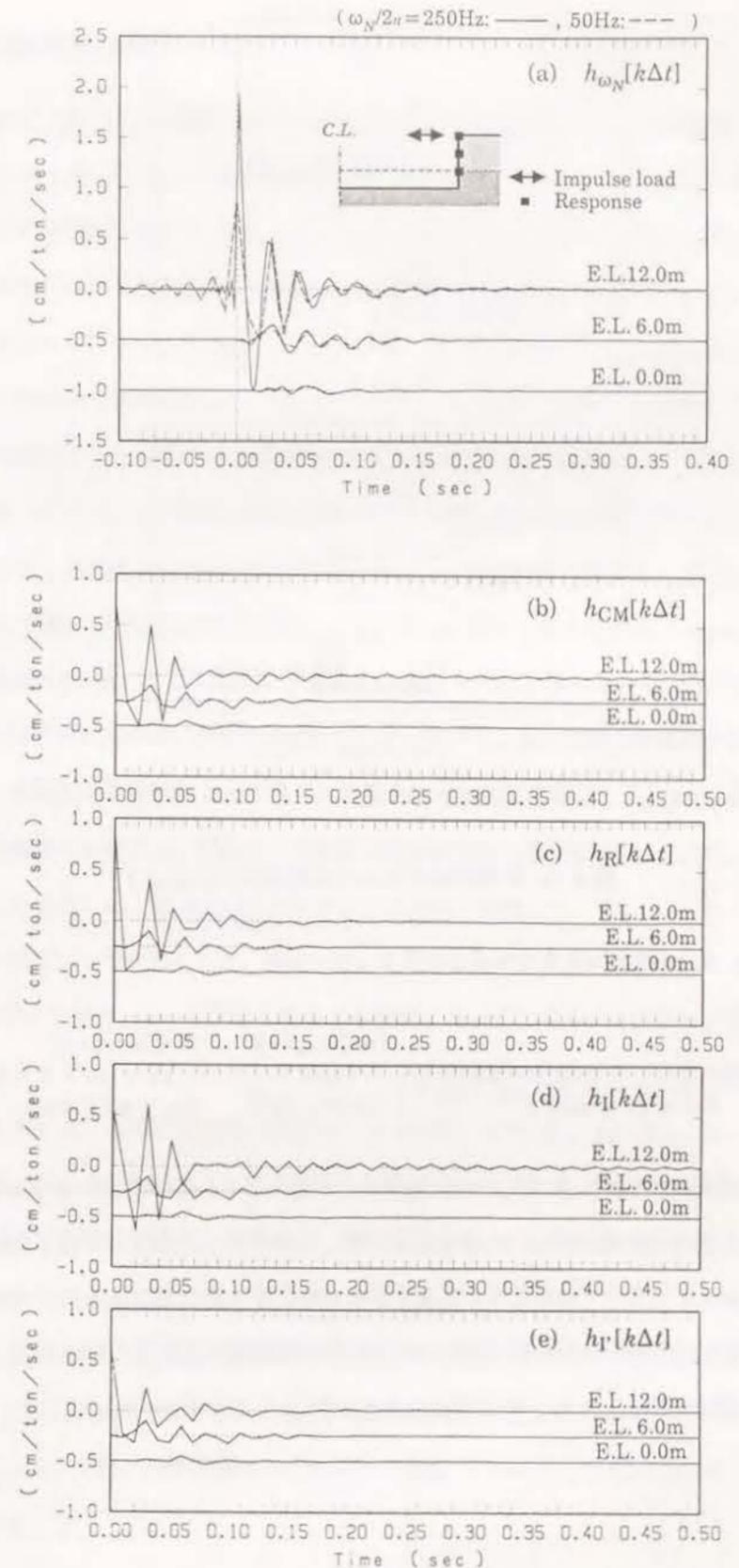


図 4.12: 離散インパルス応答

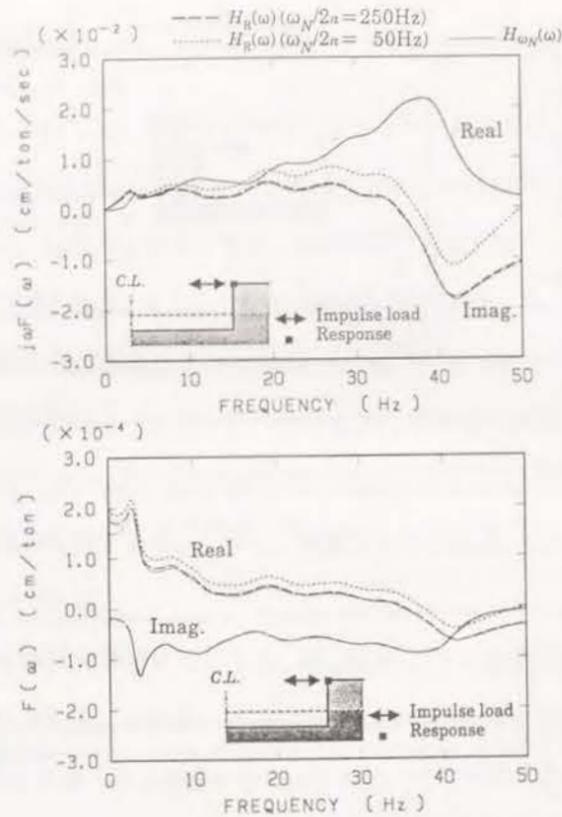


図 4.13: 時間因果化された地盤柔性 ($H_I(\omega)$)

のフローにおいて、 $Im.[H_{\omega_N}(\omega)]$ を用いるかわりに、

$$Im.[H_{\omega_N}(\omega)] \quad (0 \leq |\omega| \leq \omega_0)$$

$$0.5 \times \left\{ 1 + \cos \left(\pi \frac{\omega - \omega_0}{\omega_N - \omega_0} \right) \right\} Im.[H_{\omega_N}(\omega)] \quad (\omega_0 \leq |\omega| \leq \omega_N) \quad (4.70)$$

を用いる。このようにして作成したインパルス応答を、区別して、 $h_{I'}[k\Delta t]$ 、 $h_{CM'}[k\Delta t]$ 、 $h_{C'}[k\Delta t]$ と書く。図 4.13 に、 $\omega_0/2\pi = 30$ Hz として $h_{I'}[k\Delta t]$ を計算した場合の $j\omega F(\omega)$ と $F(\omega)$ を示す。 $h_{I'}[k\Delta t]$ と $h_I[k\Delta t]$ の差は Zone-A においてはほとんど区別できないが、図 4.12 に示すように、 $h_{I'}[k\Delta t]$ の減衰特性は $h_R[k\Delta t]$ と同程度に改善されている。なお、以下に示す時刻歴応答解析においては、 $H_{\omega_N}^M(\omega)$ を用い、インパルス応答の継続時間としては、すべて $1\Delta t (=0.3$ 秒) としている。

4.6.4 地震応答解析結果

本節では、実際に $h_{\omega_N}^M[k\Delta t]$ を用いて行った時刻歴地震応答解析を行い、その精度を確認するために、 $H_{\omega_N}^M(\omega)$ や $H_{\omega_N}(\omega)$ を用いて行った周波数領域のサブストラクチャー法による地震応答解析結果と比較する。その中で、周波数領域の解析で、 $H_{\omega_N}(\omega)$ を用いた場合の応答解析結果を正解値と位置づける。

地盤の有限要素モデルの下部境界位置で定義された入射波に対する、構造物の加速度応答、および、構造物側壁に働く相互作用力の伝達関数を図 4.14 に示す。これらの図において、実線は正解値と位置づけた $H_{\omega_N}(\omega)$ を用いた場合の伝達関数であり、その他は $H_{\omega_N}^M(\omega)$ を用いた場合の伝達関数である。また図 4.15 には、時刻歴応答解析によって得られた構造物の応答加速度の時系列波形を示し、その最大応答値を表 4.1 にまとめる。なお、表 4.1 には、周波数領域の解析によって得られた最大応答値も比較してまとめている。

まず、図 4.14 に示した構造物の加速度応答や相互作用力の伝達関数を見ると、 $H_{C'}(\omega)$ を用いた場合をのぞき、 $H_{\omega_N}(\omega)$ を用いた場合の結果と非常に良く一致した結果となっている。 $H_{C'}(\omega)$ を用いた場合には、加速度伝達関数の約 3Hz のピークの高さが、 $H_{\omega_N}(\omega)$ を用いた場合よりも 15% 程度低くなっており、EL. 0.0m 位置の相互作用力が 0Hz 近傍で発散してしまっている。以上の周波数領域の伝達関数による解析結果と対応して、時刻歴応答解析によって得られた構造物の加速度応答は、 $h_{C'}[k\Delta t]$ 以外の $h_{\omega_N}^M[k\Delta t]$ を用いた時刻歴応答解析においては、精度良く時刻歴応答解析が行う事ができた。しかし、 $h_{C'}[k\Delta t]$ を用いて応答計算を行った場合には、図 4.15(d) に示すように次第に発散していく。

また、安定性の観点からつけ加えると、虚部を用いて定まったインパルス応答である $h_I[k\Delta t]$ 、 $h_{C'}[k\Delta t]$ や $h_{CM'}[k\Delta t]$ を用いた場合、 ω_0 を大きくすると不安定になってしまうことが多い。事実、 ω_0 をナイキスト振動数と一致させて $\omega_0 = 2\pi \cdot 50$ とした場合には、応答解析の開始直後に応答が発散してしまい、安定な解が得られなかった。この不安定性の原因は、おそらく、 $\omega = i\omega_N$ ($i = \pm 1, \pm 3, \dots$) 近傍の $H_{\omega_N}^M(\omega)$ の不連続性に起因しているものと考えられる。これに対して、 $h_R[k\Delta t]$ を用いた時刻歴応答解析では、著者が実施した数種の解析例の範囲内ではあるが、常に発散することなく安定した結果が得られているので、汎用性の観点からは $h_R[k\Delta t]$ を用いる方が良いと考えている。

一方、表 4.1 を見ると、 $H_{\omega_N}^M(\omega)$ を用いた周波数領域の解析で得られた構造物の最大応答加速度は、 $h_{\omega_N}^M[k\Delta t]$ を用いた時刻歴応答解析で得られた最大応答加速度に対して 1% 以内の誤差で計算できている。このことは、 $h_{\omega_N}^M[k\Delta t]$ を用いた時間領域の応答解析の精度を、あらかじめ周波数領域で調べることができることを示している。

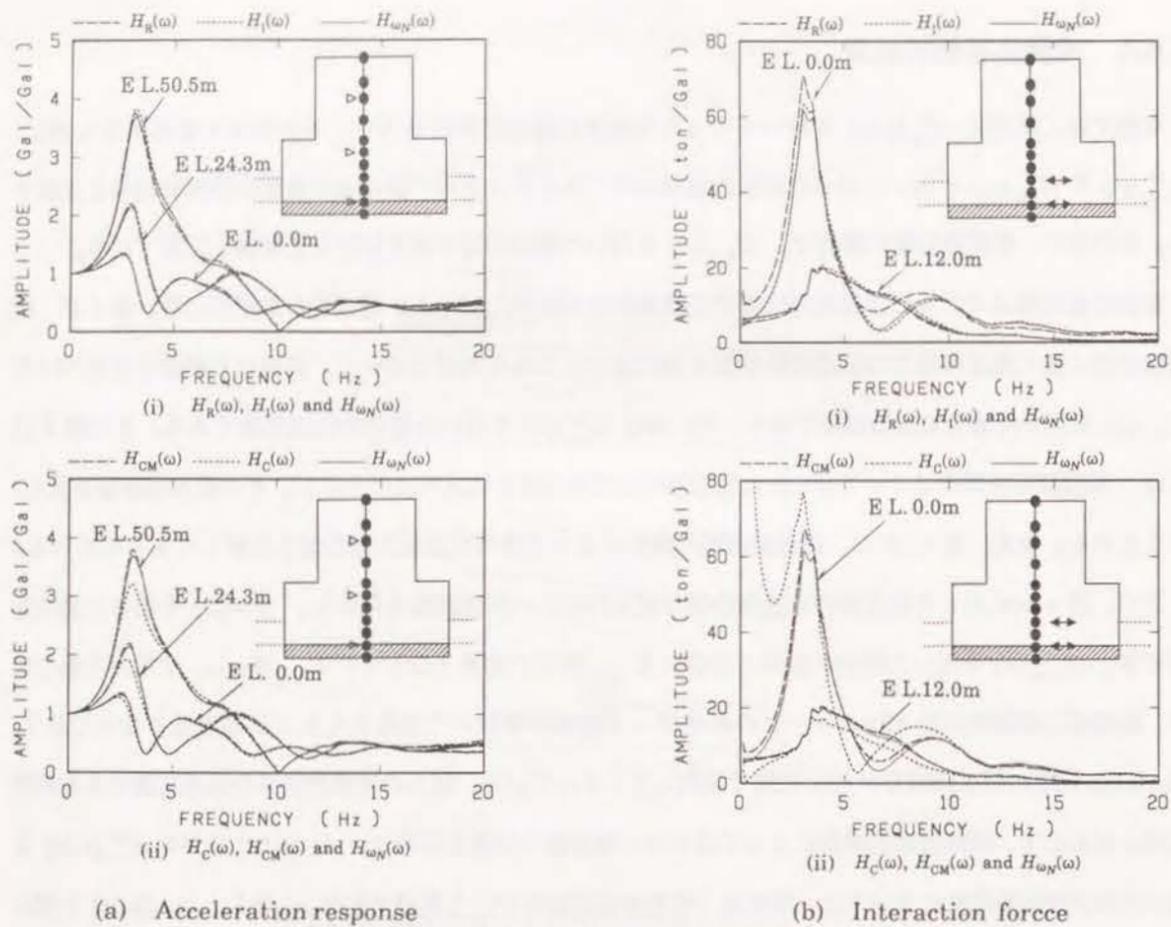


図 4.14: 建屋の加速度周波数応答特性と地盤-建屋間の相互作用力の周波数応答特性

表 4.1: 構造物の最大応答加速度 (Gal)

Analysis domain		Proposed method with $h_{\omega_N}^M[k\Delta t]$				$H_{\omega_N}(\omega)$
		$h_R[k\Delta t]$	$h_I[k\Delta t]$	$h_C[k\Delta t]$	$h_{CM}[k\Delta t]$	
EL.50.5m	Time domain($h_{\omega_N}^M[k\Delta t]$)	723.7	736.4	685.1	729.7	—
	Freq. domain($H_{\omega_N}^M(\omega)$)	730.0	742.0	689.1	735.7	731.3
EL.24.3m	Time domain($h_{\omega_N}^M[k\Delta t]$)	379.8	377.9	364.9	379.1	—
	Freq. domain($H_{\omega_N}^M(\omega)$)	379.3	377.3	367.8	378.6	372.2
EL.0.0m	Time domain($h_{\omega_N}^M[k\Delta t]$)	336.3	335.1	1019.0	335.7	—
	Freq. domain($H_{\omega_N}^M(\omega)$)	340.2	338.7	339.3	339.5	337.3

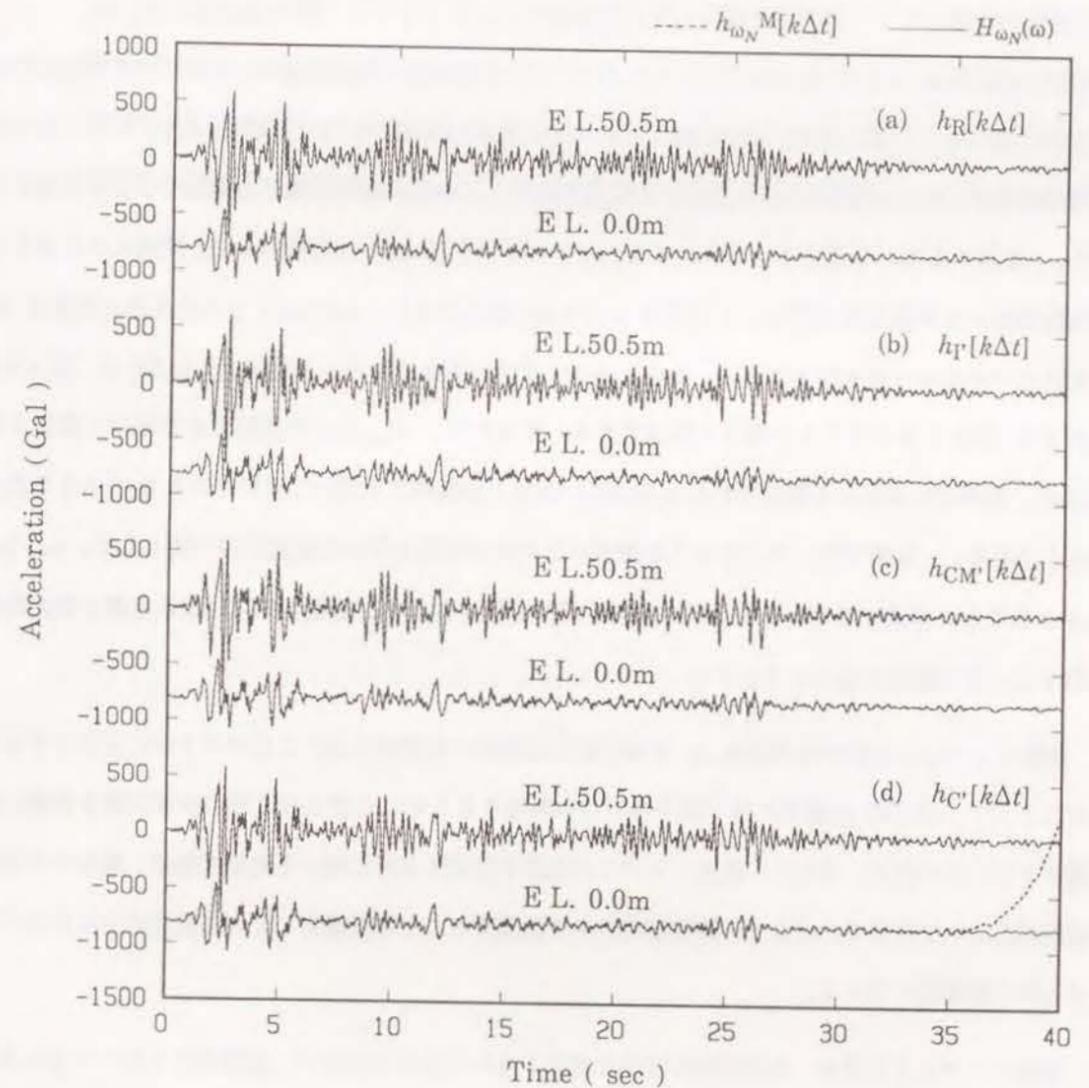


図 4.15: 建屋の加速度応答波形

4.7 まとめ

本章では、時刻歴応答解析と周波数応答解析との対応関係について調べ、周波数領域の解析と等価な時刻歴応答解析を行うために必要な周波数帯域を整理した。そして、限られた周波数帯域で計算された地盤柔性 $\hat{F}(\omega)$ を用いて、地盤柔性の振動数依存性と、構造物や周辺地盤の不均質性や非線形性を考慮できる時刻歴応答解析手法として、効率的で精度の高い時刻歴サブストラクチャー法の定式化を示した。

提案手法の定式化は、(4.22) 式のようなシステムの入・出力関係式を時間領域でシミュレートする以下のような方法に基づいている。まず、(4.22) 式において、周波数広帯域なシステム関数 $H(\omega)$ を用いるかわりに、帯域制限されたシステム関数 $H_{\omega_N}(\omega)$ を周期関数化し、かつ、時間領域で因果となるように補正した $H_{\omega_N}^{PM}(\omega)$ を用いることを考える。これにより、インパルス応答 $h(t)$ は時間刻み Δt 間隔にのみ値を有する時間因果なデルタ関数列 $h_{\omega_N}^{PM}(t)$ となるから、(4.36) 式のように、入力 $x(t)$ との合成積の演算は Δt 間隔の離散点でのみかけ算を行えばよい。なお、(4.36) 式中の離散インパルス応答 $h_{\omega_N}^M[k\Delta t]$ は、図 4.6 のフローにより FFT アルゴリズムを用いて算定できる。すなわち、 $H_{\omega_N}(\omega)$ の実部だけを用いて算定される $h_R[k\Delta t]$ 、虚部だけを用いて算定される $h_I[k\Delta t]$ 、実部と虚部両方を用いて求められる $h_C[k\Delta t]$ または $h_{CM}[k\Delta t]$ である。本章では、以上のような離散インパルス応答を用いた定式化の一例として、 $j\omega F(\omega)$ を $H(\omega)$ とみなした定式化を示し、具体的な地震応答解析例を通して、提案手法に対する考察と有効性の検証を行った。その結果を以下にまとめる。

1. 離散インパルス応答の時間刻み Δt を時刻歴応答解析の時間刻み ΔT に比べて十分に大きくすることによって、構造物-地盤間に働く相互作用力を評価するために必要な合成積の演算回数を大幅に低減することができる。さらに、離散インパルス応答を算定する際に用いる地盤柔性は、限られた周波数範囲について計算すればよく、無限振動数まで計算することを前提としている既往の方法に比べてはるかに効率的と言える。
2. 離散インパルス応答を、地盤柔性の実部と虚部を用いて定める場合や、虚部だけを用いて定める場合には、低振動数領域の精度を確保するために、離散インパルス応答の 0 秒の値を補正する必要がある。0 秒の値の補正は、衝撃力が加わってから応答が生ずるまでの時間が短い程必要となるので、地盤柔性の非対角項成分よりも対角成分にとって重要となる。
3. 図 4.6 のフローに適用する地盤柔性は、0Hz における値をあらかじめ決めておく必要がなく、離散インパルス応答を算定する過程で決定する事ができる。
4. 地盤柔性の虚部を用いて変換されたシステム関数 $H_{\omega_N}^{PM}(\omega)$ は、その虚部に物理的に意味のない不

連続性を持つために、対応する離散インパルス応答 ($h_I[k\Delta t]$, $h_C[k\Delta t]$ および $h_{CM}[k\Delta t]$) は、実部だけを用いて定まる $h_R[k\Delta t]$ よりも継続時間が長くなって応答解析に要する合成積の演算回数が多くなるし、さらに、応答解析が不安定となる場合が多い。従って、図 4.6 のフローで離散インパルス応答を評価する前に、応答解析結果に影響しない $H(\omega)$ の虚部を、ナイキスト振動数近傍で滑らかに 0 に近づけておく必要がある。

5. 図 4.6 のフローで定まる離散インパルス応答の中で、 $h_R[k\Delta t]$, $h_I[k\Delta t]$ および $h_{CM}[k\Delta t]$ を用いて時刻歴応答解析を行った場合には、十分な精度で応答解析を行うことができた。なかでも、時刻歴応答解析の安定性と効率性の観点から、 $h_R[k\Delta t]$ が最も優れていると言える。

第 5 章

動的地盤柔性に基づく時刻歴応答解析手法に用いる離散インパルス応答に関する考察

5.1 はじめに

4章では、構造物-地盤連成系の時刻歴地震応答解析手法として、周波数領域の解析手法によって数値的に求めた地盤柔性に基づく時刻歴サブストラクチャー法を提案し、その有効性を示した。提案手法は、周波数帯域制限された地盤柔性をシステム関数 $H(\omega)$ とした時、図 4.6 のフローによって評価される離散インパルス応答を用いて、構造物-地盤連成系に設けた仮想境界に働く相互作用力を評価する方法である。そして、4章の考察から、離散インパルス応答の 0 秒の値が応答解析結果の精度に、離散インパルス応答の継続時間と時間刻みが応答解析の効率性に関係する事がわかっている。

本章では、離散インパルス応答の 0 秒の値や継続時間特性に及ぼす要因として、

1. 地盤柔性を計算する際の地盤のモデル化や解析手法、
2. 離散インパルス応答の評価方法、
3. 離散インパルス応答の時間刻み (FFT のナイキスト振動数)、
4. 離散インパルス応答を算定する物理量としては、変位インパルス応答か速度インパルス応答か、

等を選定して、どのように離散インパルス応答が変化し、応答解析にどのように影響を及ぼすかについて考察する。また、離散的なインパルス応答の評価法については、図 4.6 に示すように、帯域制限されたシステム関数から FFT を用いて数値的に定める方法に加えて、時間領域で理論的に求めたインパルス応答 $h(t)$

*本章は、論文 [林 1989] の一部と論文 [林 1990c] に加筆してまとめたものである。

から評価する方法を提案し、それらが時間領域と周波数領域で持つ特性を考察するとともに、既往の評価方法との対応関係について言及する。なお、簡単のために、表 5.1 のように地盤系を 1 自由度系にモデル化して以上の考察を行うが、離散インパルス応答の 0 秒の値の取扱いが問題となるのは、4 章の議論から地盤柔性の対角項成分であることから、以下の議論は一般性を持つものと考えている。

5.2 動的サブストラクチャー法の定式化と離散インパルス応答の評価

解析対象は、図 4.1 に示すような構造物-地盤連成系とし、構造物およびその周辺地盤の非線形性または不均質性を考慮した時刻歴応答解析を行う問題を考える。解析においては、構造物-地盤連成系に仮想境界を設けて、遠方地盤と構造物および周辺地盤に分離する。なお、遠方地盤は線形と仮定する。

4章では、帯域制限関数 $X(\omega)$ を入力した時の、システム関数 $H(\omega)$ の出力を $Y(\omega)$ とすれば、

$$Y(\omega) = H(\omega) \cdot X(\omega) \quad (5.1)$$

の関係が成り立ち、下式によって時間領域でシミュレーションできることを示した。

$$y(t) = \sum_{k=0}^l \Delta t \cdot x(t - k\Delta t) h_{\omega_N}^M[k\Delta t] \quad (5.2)$$

ここで、 $h_{\omega_N}^M[k\Delta t]$ は、 $H(\omega)$ から時間因果性に基づく FFT 手法によって評価できる離散インパルス応答であり、(5.2) 式は、 $H(\omega)$ と $h(t)$ を、 $h_{\omega_N}^M[k\Delta t]$ を FFT で周波数領域へ変換して $-\omega_N \leq \omega < \omega_N$ の範囲で求まる $H_{\omega_N}^M(\omega)$ の周期化関数 $H_{\omega_N}^{PM}(\omega)$ と、デルタ関数列 $h_{\omega_N}^{PM}(t)$ に置換したことに相当する。

$$H_{\omega_N}^{PM}(\omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} H_{\omega_N}^M(\omega + 2k\omega_N) \quad (5.3)$$

$$h_{\omega_N}^{PM}(t) = \sum_{k=0}^l \Delta t \cdot h_{\omega_N}^M[k\Delta t] \delta(t - k\Delta t) \quad (5.4)$$

ここで、(5.4) 式より、

$$h_{\omega_N}^M[k\Delta t] = \frac{1}{\Delta t} \int_{(k-1/2)\Delta t}^{(k+1/2)\Delta t} h_{\omega_N}^{PM}(\tau) d\tau \quad (5.5)$$

で、 $\Delta t \rightarrow 0$ の場合を考えれば $h_{\omega_N}^{PM}(t) = h(t)$ だから、 $h_{\omega_N}^M[k\Delta t]$ は Δt 間隔で $h(t)$ の平均値を計算したものと考えることができる。このことから、離散インパルス応答 $h_m[k\Delta t]$ は、時間領域で定式化したインパルス応答 $h(t)$ から、次式のように作ることもできる (図 4.6)。

$$h_m[k\Delta t] = \frac{1}{\Delta t} \int_{(k-1/2)\Delta t}^{(k+1/2)\Delta t} h(\tau) d\tau \quad (5.6)$$

一方、相互作用力 $\{R(n\Delta T)\}$ は、(5.2) 式を (4.11) 式や (4.19) 式に適用し、 $\{R(n\Delta T)\}$ について整理すると次式のように得られる。

$$\{R(n\Delta T)\} = \frac{[F[0]]^{-1}}{m\Delta T} \left\{ \{u(n\Delta T)\} - m\Delta T \sum_{k=1}^n [F[k\Delta t]] \{R((n-mk)\Delta T)\} \right\} \quad (5.7)$$

$$\{R(n\Delta T)\} = \frac{[\dot{F}[0]]^{-1}}{m\Delta T} \left\{ \{\dot{u}(n\Delta T)\} - m\Delta T \sum_{k=1}^n [\dot{F}[k\Delta t]] \{R((n-mk)\Delta T)\} \right\} \quad (5.8)$$

ただし、 $\Delta t = m \cdot \Delta T$ (m は 1 以上の整数) である。インパルス応答の近似方法という観点から両定式化を比較すると、図 5.1 のように、(5.7) 式は変位インパルス応答をデルタ関数列に置換したのに対して、(5.8) 式は速度インパルス応答をデルタ関数列に置換しているため、変位インパルス応答については矩形パルス列に置換したのと等価である。以下では、(5.7) 式を相互作用力の変位定式化、(5.8) 式を速度定式化と呼ぶ。

ここで、既往の定式化 (例えば、[下村 1986], [Karabalis 1984]) では、まず変位インパルス応答 $[F(t)]$ を直接計算し、時刻歴応答解析の時間刻み ΔT 間隔で離散化することにより、(5.7) 式で $m = 1$ とおいた場合と同型の式を得る。また、Wolf の定式化 [Wolf 1985b] についても、周波数領域で定式化した $[F(\omega)]$ をフーリエ逆変換して $[F(t)]$ を計算する以外は、基本的に同じである。すなわち、既往の定式化は、変位定式化である (5.7) 式で $m = 1$ とおいた場合に相当する。そして、時刻歴応答解析の時間刻み ΔT が小さくなると、非常に高い振動数の $[F(\omega)]$ を用いて時刻歴応答計算をしていることになる。これに対して、(5.7) 式の定式化は、離散インパルス応答の時間刻み Δt を時刻歴応答解析の時間刻み ΔT に比べて m 倍にすることができるので、逆に、時刻歴応答解析で必要とする $[F(\omega)]$ の振動数範囲を m 分の 1 に抑えることができる。

(5.7), (5.8) 式の $[F[0]]$ や $[\dot{F}[0]]$ は、衝撃力が加わったと同時に生じている応答を意味するから、時間刻み Δt が十分小さければ対角マトリクスとなるが、応答解析の時間刻み ΔT に対して十分に大きく Δt を取ることで対角マトリクスとみなせなくなる。この時、逆マトリクスを計算するために三角分解の必要が生ずる。また、(5.7) 式の $[F[0]]^{-1}/m\Delta T$ は、(4.8) 式の左辺の $[K_{BB}]$ に足しまれる剛性行列であるが、(5.8) 式の $[\dot{F}[0]]^{-1}/m\Delta T$ は、(4.8) 式の左辺の $[C_{BB}]$ に足しまれる減衰行列となる。そして、離散インパルス応答 $[F[k\Delta t]]$, $[\dot{F}[k\Delta t]]$ は、小さな k に対して急激な変化をすることが予想されるから、 $[F[0]]$ や $[\dot{F}[0]]$ は、遠方地盤の解析手法やモデル化、評価方法によって大きく影響を受けるので、 $[F[0]]$ や $[\dot{F}[0]]$ の精度確保が、応答解析の精度の確保上、ひいては応答計算の安定性を保証する上で重要な意味を持っているといえる。そして、既往の変位定式化に関しては、応答計算の数値安定性が問題となることが少なくない [福井 1988], [福井 1989]。

一方、(5.7) 式 ((5.8) 式) 中の $\{ \}$ 内第 2 項は、過去に生じた相互作用力に起因する $t = n\Delta T$ における

仮想境界の変位 (速度) を意味している。この項は、離散インパルス応答の継続時間間、 $m\Delta T$ 間隔で $\{R(k\Delta t)\}$ と $[F[k\Delta t]]$ ($[\dot{F}[k\Delta t]]$) の合成積の計算を行って評価する必要がある。したがって、本手法は、応答計算の時間刻み ΔT に比べて離散インパルス応答の時間刻み Δt が大きい程効率的で、離散インパルス応答の継続時間が短くなる程効率的である。

以上から、離散インパルス応答の $t = 0$ 近傍の特性と継続時間特性は、応答計算手法の精度や安定性と効率性を議論する上で重要な意味を持つ。

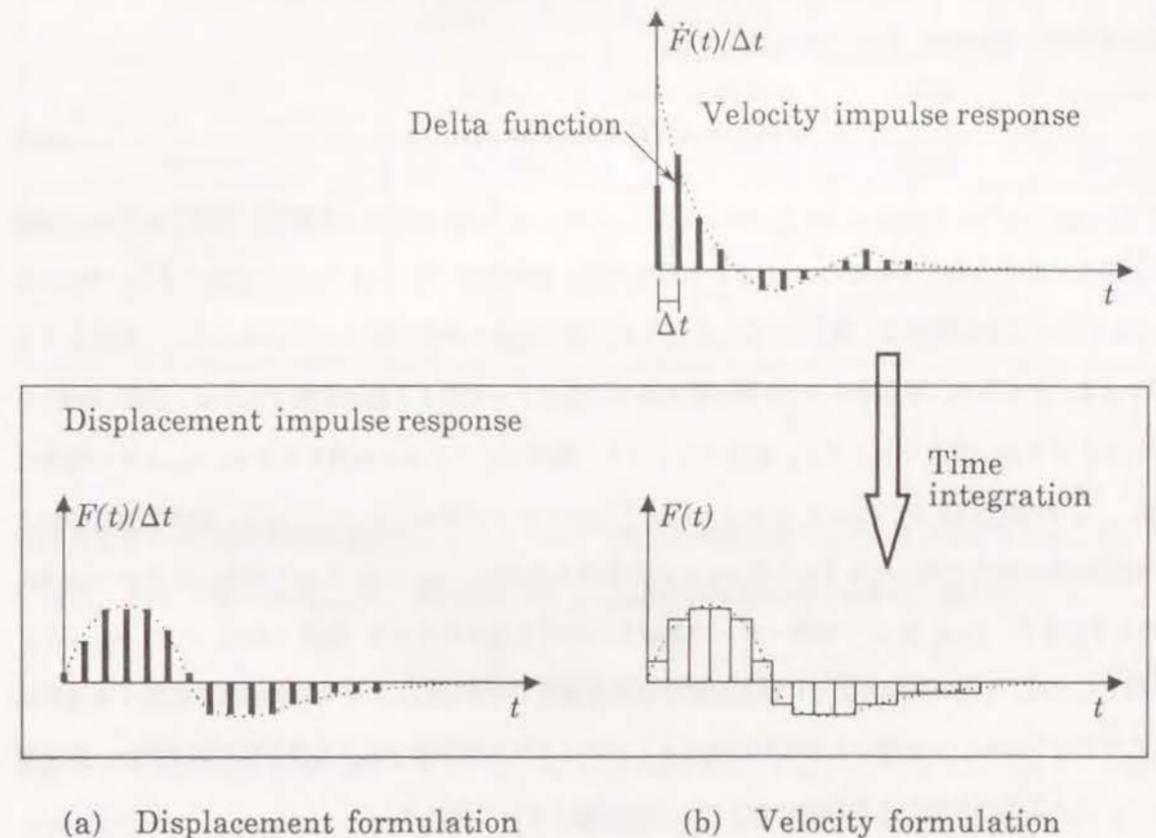


図 5.1: 速度定式化と変位定式化の内挿関数の比較

5.3 離散インパルス応答の構造と応答解析手法

5.3.1 地盤柔性の構造とインパルス応答の漸近特性の対応関係

本節では、周波数領域での地盤柔性の特性と、図 4.6 のフローに従って得られる離散インパルス応答の特性を対応づけて、体系的な考察を行う。ただし、4 章の例題の考察から、離散インパルス応答の評価方法による $H_{\omega_N}^M(\omega)$ の差は、非対角項にはほとんどあられわれず、対角項に顕著にあらわれること、そして、一般的には対角項の方が構造物-地盤系の応答に大きく影響を及ぼすことから、以下の考察は、表 5.1 に示すように、考察の簡単さのために地盤系を非対角項のない 1 自由度系にモデル化して行う。

周波数領域の動的剛性 $S(\omega)$ は次の運動方程式

$$m_0 \ddot{u}(t) + c_0 \dot{u}(t) + k_0 u(t) = \delta(t) \quad (5.9)$$

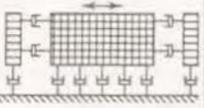
から $S(\omega) = (-\omega^2 m_0 + j\omega c_0 + k_0)$ となる。ただし、 $\delta(t)$ は Dirac のデルタ関数で、対象としている地盤系は逸散減衰特性を有しているので $c_0 \neq 0$ と仮定する。動的柔性 $F(\omega)$ は $S(\omega)$ の逆数である。 $F(\omega)$ の $\omega \rightarrow \infty$ における漸近特性は、表 5.1 に示したように、遠方地盤の解析手法やモデル化によって次のような差異がある。すなわち、質点系や FEM 等の離散系の方法によって求まる動的柔性 $F(\omega)$ は、空間(地盤)を有限の大きさを持つ質量マトリクス、減衰マトリクス、剛性マトリクスで表現するから、 $m_0 \neq 0$ の場合に相当し、 ω の増加に伴って Case I, II のように ω^{-2} のオーダーで減衰していく。また、境界要素法等のように連続体系の手法で得られる $F(\omega)$ は $m_0 = 0$ の場合に相当し、 $\omega \rightarrow \infty$ における漸近特性は Case III, IV のようになり、 $F(\omega)$ は ω^{-1} のオーダーで減衰していくと言われている [吉田 1986]。一方、 $k_0 = 0$ となる例としては、4 章の例題のように遠方地盤を有限要素等でモデル化し、その逸散減衰を表現する境界処理としてダッシュポットを用いる場合等に生ずる。このような地盤柔性 $F(\omega)$ の漸近特性の差異は、理論的なインパルス応答の初期値と最終値に以下のような差違となって現れる。

まず、 $F(t)$ の初期値 F_{Init} は、ラプラス変換の初期値定理から次式で表される。

$$F_{Init} = \lim_{t \rightarrow 0^+} F(t) = \lim_{\omega \rightarrow \infty} \{j\omega F(\omega)\} = \lim_{\omega \rightarrow \infty} \{\dot{F}(\omega)\} \quad (5.10)$$

すなわち、 F_{Init} は $\dot{F}(\omega)$ の $\omega \rightarrow \infty$ における挙動によって支配されている。そして、 $m_0 = 0$ の場合には F_{Init} は $1/c_0$ になるが、 $m_0 \neq 0$ の場合には $F_{Init} = 0$ となる。 $\dot{F}(t)$ の初期値 \dot{F}_{Init} についても同様に、 $m_0 \neq 0$ の場合は $1/m_0$ で有限値であるが、 $m_0 = 0$ の場合には $\dot{F}(\omega)$ が $\omega \rightarrow \infty$ で一定値 $1/c_0$ に収束するから、時間領域で $\delta(t)$ の構造となる。以上のことは、 m_0 が十分小さい場合の解析対象振動数領域のシステム関数の特性は、 $m_0 = 0$ の場合とほとんど同じであるが、解析結果にほとんど影響を及ぼさない程高

表 5.1: 1 自由度系の動的剛性と動的柔性

Classification	Stiffness $S(\omega) = (-\omega^2 m_0 + k_0) + c_0 \omega j$ ($c_0 \neq 0$)			
	Case I ($m_0 \neq 0, k_0 \neq 0$)	Case II ($m_0 \neq 0, k_0 = 0$)	Case III ($m_0 = 0, k_0 \neq 0$)	Case IV ($m_0 = 0, k_0 = 0$)
Physical description	1 mass system 	Finite element model with viscous boundaries 	1-D semi-infinite rod with linearly increasing area 	1-D semi-infinite rod with constant area 
Flexibility $F(\omega) = S(\omega)^{-1}$ (if $S(\omega) \neq 0$)	$1/S(\omega)$	$1/S(\omega) + \pi\delta(\omega)/c_0$	$1/S(\omega)$	$1/S(\omega) + \pi\delta(\omega)/c_0$
$F(\omega \rightarrow \infty)$	$O(1/\omega^2)$	$O(1/\omega^2)$	$O(1/\omega)$	$O(1/\omega)$
$F_{Init} = F(t=0^+)$	0	0	$1/c_0$	$1/c_0$
$F_{End} = F(t=\infty)$	0	$1/c_0$	0	$1/c_0$
$\dot{F}_{Init} = \dot{F}(t=0^+)$	$1/m_0$	$1/m_0$	$-k_0/c_0^2 + \delta(0^+)/c_0$	$\delta(0^+)/c_0$
$\dot{F}_{End} = \dot{F}(t=\infty)$	0	0	0	0

振動数領域では両者の特性に差が生じ、インパルス応答の初期値も異なってしまうことを意味している。

次に、 $F(t)$ の最終値 F_{End} は、次式のように $j\omega F(\omega)$ の $\omega = 0$ における値と一致する。

$$F_{End} = \lim_{t \rightarrow \infty} F(t) = \lim_{\omega \rightarrow 0} \{j\omega F(\omega)\} = \{\dot{F}(\omega = 0)\} \quad (5.11)$$

解析モデルが静的剛性を持つ場合、すなわち、 $k_0 \neq 0$ の場合には、 $F_{End} = 0$ となるが、 $k_0 = 0$ の場合には残留変位 $1/c_0$ ($\neq 0$) を生ずる。また、 $\dot{F}(t)$ の最終値 \dot{F}_{End} については、 $c_0 \neq 0$ を仮定しているため、必ず減衰して 0 に収束する。つまり、対象としている系が減衰を有すれば、インパルス応答 ($F(t)$ および $\dot{F}(t)$) は $t \rightarrow \infty$ で必ず一定値に収束する。

以上をまとめると、インパルス応答の初期値 ($t \rightarrow 0$ の漸近特性) は動的柔性 $F(\omega)$ の $\omega \rightarrow \infty$ の漸近特性に、インパルス応答の最終値 ($t \rightarrow \infty$ の漸近特性) は動的柔性の $\omega \rightarrow 0$ の漸近特性から定まり、遠方地盤のモデル化によってその特性が大きく影響を受けることがわかる。以上のようにして得られたインパルス応答の漸近特性を表 5.1 に整理して示す。また、参考のために、インパルス応答の理論解を表 5.2 に示す。

表 5.2: 1 自由度系のインパルス応答

	$F(t)$	$\dot{F}(t)$
Case I ($k_0 \neq 0, m_0 \neq 0$)	$\frac{1}{m_0 \omega_1} e^{-\frac{c_0}{2m_0} t} \sin(\omega_1 t) U(t)$	$\frac{1}{m_0 \omega_1} e^{-\frac{c_0}{2m_0} t} \{ \omega_1 \cos(\omega_1 t) - \frac{c_0}{2m_0} \sin(\omega_1 t) \} U(t)$
Case II ($k_0 = 0, m_0 \neq 0$)	$\frac{1}{c_0} (1 - e^{-\frac{c_0}{m_0} t}) U(t)$	$\frac{1}{m_0} e^{-\frac{c_0}{m_0} t} U(t)$
Case III ($k_0 \neq 0, m_0 = 0$)	$\frac{1}{c_0} e^{-\frac{k_0}{c_0} t} U(t)$	$\frac{k_0}{c_0} e^{-\frac{k_0}{c_0} t} U(t) + \frac{\delta(t)}{c_0}$
Case IV ($k_0 = 0, m_0 = 0$)	$\frac{1}{c_0} U(t)$	$\frac{1}{c_0} \delta(t)$

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{k_0}{m_0} - \frac{c_0^2}{4m_0^2}}$$

5.3.2 離散インパルス応答の特性

次に、前節で整理したインパルス応答の理論解の特性が、離散インパルス応答の特性にどのようにあらわれるかを調べる。表 5.1 の地盤柔性をもとに、 $F(\omega)$ あるいは $j\omega F(\omega)$ を $H(\omega)$ として図 4.6 のフローに従って計算した $h_e[k\Delta t]$ と $h_o[k\Delta t]$ の時間因果な部分 ($k \geq 0$) の例を、理論解 $h(t)$ と比較して図 5.2 に示す。ただし、FFT で用いた時間刻みは、図中に示した無次元化時間 t' に対して 0.2、フーリエ項数は 128 である。また、 $k_0 = 0$ の場合には、 $F(\omega)$ は $\delta(\omega)$ の構造を有しているため $F(\omega = 0) \equiv 0$ とおいて算定している。一方、 $h(t)$ が $\delta(t)$ の構造を持つ図 5.2(b) の Case III, IV の $h(0)$ は、数値的に与えることができないので、便宜的に $h(t)$ の $t = 0$ 近傍の平均的な値として、 $h(0) = h_m[0]$ として図示した。

(4.44), (4.45), (4.51), (4.53) 式と図 5.2 から、離散インパルス応答の形状について以下のことが指摘できる。

- $k_0 = 0$ の場合には、変位インパルス応答 $F(t)$ は図 5.2(a) の Case II, IV のように残留変位を生ずる。 $h_e[k\Delta t]$ は、 $F(\omega = 0)$ は 0 とおいて求めたので、 $h_e[k\Delta t]$ の平均値は 0 となるように零軸がシフトしている。(従って、変位インパルス応答の最終値が次のようにして求めた F_{END} となるように零線を補正する必要がある。 F_{END} は、速度インパルス応答の最終値が 0 である条件を用いて (4.64) 式と同様にして $\dot{F}(\omega = 0)$ が定まるので、(5.11) 式に代入して定めることができる。) 一方、 $h_o[k\Delta t]$ については零軸はシフトしないが、直線のトレンドを持ち残留変位が生じないので、この直線の傾きを補正する必要がある。しかし、以上のようにインパルス応答が残留値を持つ場合をのぞけば、図 4.6 のフローによって算定される離散インパルス応答 $h_{\omega_N}^M[k\Delta t]$ の最終値の特性には差がないといえる。
- $t > 0$ において $h_e[k\Delta t]$ と $h_o[k\Delta t]$ (ひいては $h_R[k\Delta t]$ と $h_I[k\Delta t]$) に差があるのは、 $t = 0$ 近傍で不

連続となる図 5.2(a) の Case III と図 5.2(b) の Case I, II の場合であり、その差は主として $t = 0$ 近傍に集中している。 $t = 0$ 近傍の差は、(5.10) 式からも容易に想像できるように、ナイキスト振動数近傍の高振動数領域の特性の差に起因し(後述の図 5.6 では (a) と (c) の差に相当する)、 $t = 0$ 近傍で急激に変化する加振点近傍のインパルス応答に特徴的に現れる。

- 図 5.2(b) の Case III, IV のように、 $h(t)$ が $\delta(t)$ の構造を持つ場合でも $h_e[k\Delta t]$ は $t = 0$ で発散せず、 $h_e[0] \approx h_m[0]$ となっている。そして、(4.44) 式より $h_R[0] = h_e[0]$ だから、 $h_R[0]$ は $t = 0$ 近傍の平均的な値 ($h_m[0]$) を評価しているといえる。

以上のような離散インパルス応答の特性を踏まえて、時刻歴応答解析手法の観点から、(5.7) 式の変位定式化と (5.8) 式の数値定式化を比較して以下の点が指摘できる。

- $k_0 = 0$ の場合、変位インパルス応答は永久変位を持つから、 Δt が応答計算の継続時間と同じだけ必要となる。これに対して、速度インパルス応答の継続時間は、 $k_0 = 0$ の場合でも有限である。本来、地盤のインパルス応答の継続時間は地震波の継続時間に比べてはるかに短く、 Δt を必要以上に大きくする必要がない速度定式化の方が、変位定式化に比べて効率的であるといえる。
- $F(\omega)$ から FFT を用いて算定される離散インパルス応答には、 $F(\omega)$ を周波数領域で算定する際の誤差や、FFT によって時間領域へ変換する際の誤差が含まれる。 $m_0 \neq 0$ の場合には、理論的な変位インパルス応答 $F(t)$ は、 $t = 0$ で 0 で、 $t = 0$ を越えると急激に増加する。すなわち、変位定式化 ((5.7) 式) 中の $[F[0]]$ は $[F[k > 0]]$ に対して小さいから、 $[F[0]]$ の相対的な誤差を小さくすることが難しく、しかも、 $[F[0]]$ は、その逆マトリクスを計算しなければならない。このため、変位定式化によって実際に応答計算を行うと発散してしまうことが少なくない。一方、速度インパルス応答 $\dot{F}(t)$ は、常に $t = 0$ 近傍で最大値をとり、徐々に減少していくので、速度定式化 ((5.8) 式) 中の $[\dot{F}[0]]$ は比較的精度よく求めることができる。したがって、速度定式化のほうが応答解析の精度と安定性に優れているといえる。

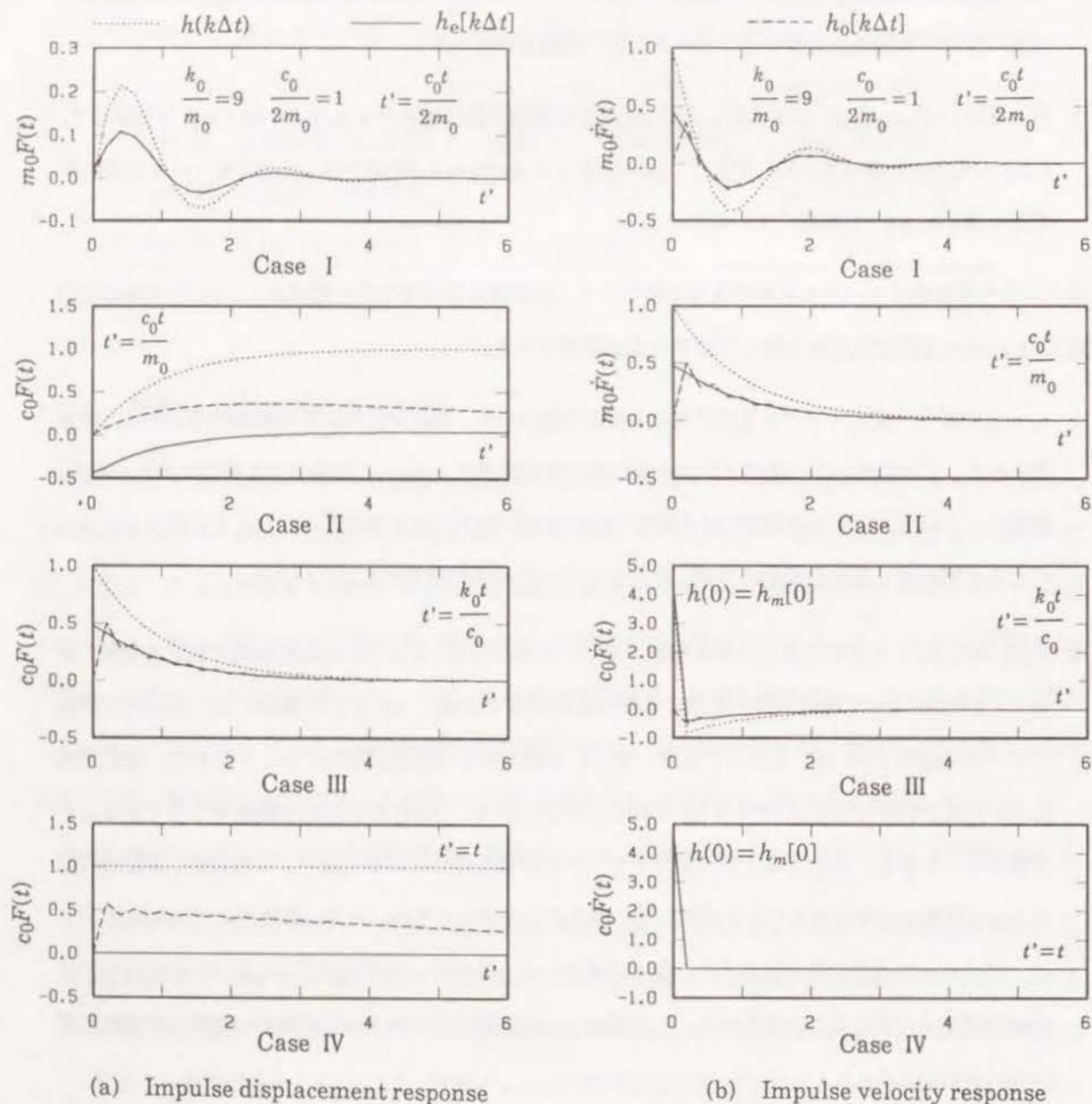


図 5.2: 種々の地盤柔性を FFT を用いて逆変換して得られる離散インパルス応答の特性

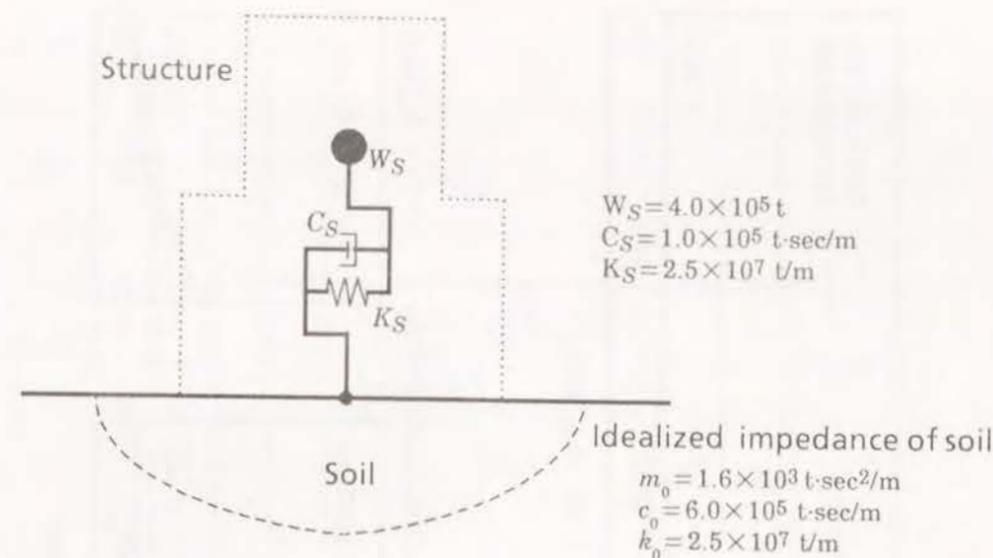


図 5.3: 解析対象モデル

5.4 地盤剛性が Case I の場合の解析例

図 5.3 のように、地盤の動的剛性が静的地盤剛性 $k_0 = 2.5 \times 10^7 \text{ t/m}$ 、減衰係数 $c_0 = 6.0 \times 10^5 \text{ t·sec/m}$ 、付加質量 $m_0 = 1.6 \times 10^3 \text{ t·sec}^2/\text{m}$ でモデル化できた場合を想定し (表 5.1 の Case I に相当)、時刻歴応答解析手法に関する基本的考察を、速度定式化を中心に行なう。なお、上記の設定値は、せん断波速度 1000 m/sec の地盤地表面に設置された半幅 40 m の正方形基礎を想定して求めた数値をまるめたものである。

5.4.1 $t = 0$ 近傍の挙動

$j\omega F(\omega)$ を $H(\omega)$ として図 4.6 のフローから求められる速度インパルス応答を、離散インパルス応答の時間刻み Δt をパラメータとして図 5.4 に示す。また、離散インパルス応答の初期値については、変位インパルス応答の初期値と比較して図 5.5 に示す。なお、フーリエ項数 N は、 $N\Delta t$ が 0.512 sec または 0.64 sec となるように設定している。

本例題のインパルス速度応答は、前述のように因果的かつ $h(t = 0^+) \neq 0$ であるから、 $h(t)$ は $t = 0$ 近傍で不連続となっている (図 5.4(a))。 Δt を小さくして FFT を行なう際のナイキスト振動数 $f_N = \omega_N / (2\pi)$ を大きくすることにより、 $h_{\omega_N}[k\Delta t]$ は理論解 $h(t)$ に近づいていき、因果な部分は $t = 0$ 近傍に近づいていくが、Gibbs 現象とみられる細かな変動がより顕著に見られるようになる (図 5.4(b))。因果な離散インパルス応答 (図 5.4(c)) を相互に比較すると、 Δt を小さくすることにより、離散インパルス応答の差は不連続点である $t = 0$ 近傍に徐々に限定されていき、 t の増加にともなって減少していく傾向が見られる。ま

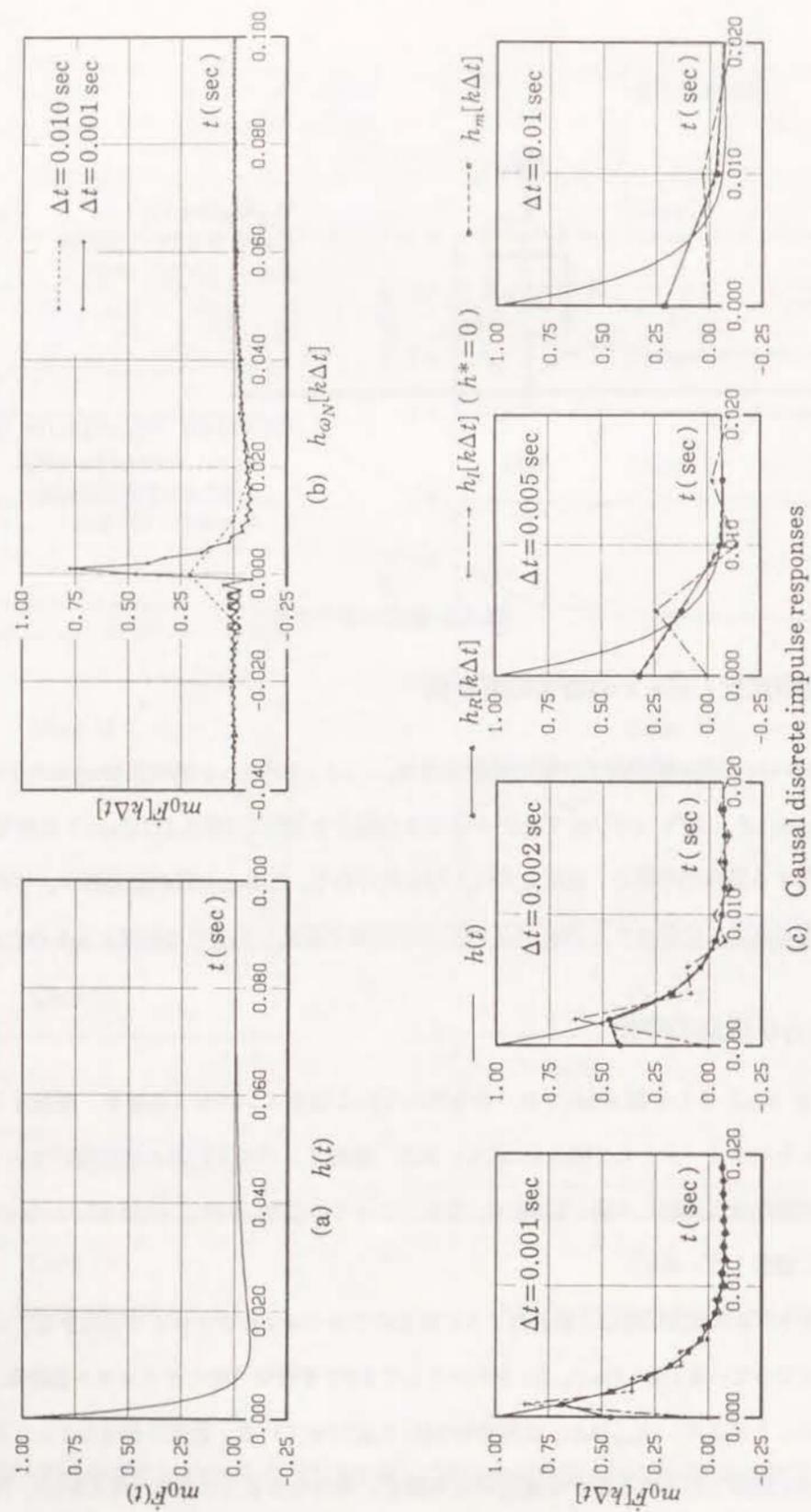


図 5.4: 離散インパルス応答の時系列特性の比較

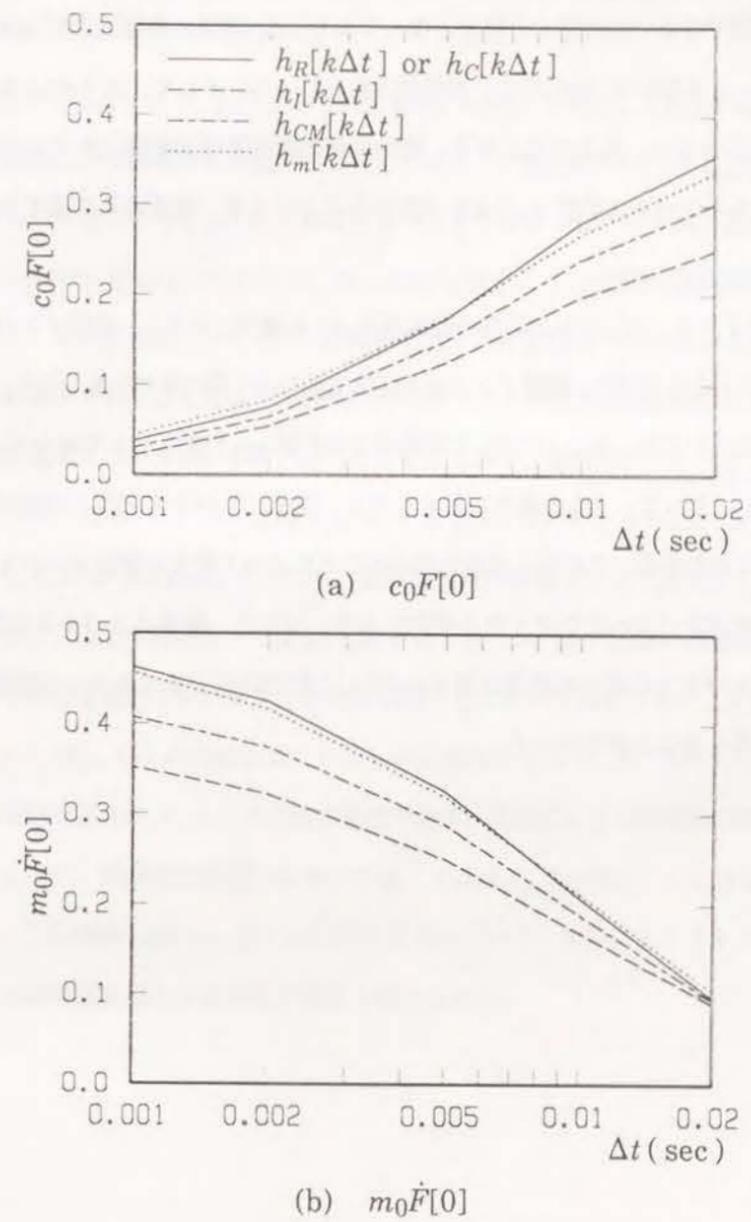


図 5.5: 離散インパルス応答の 0 秒の値

た、 $h_I[k\Delta t]$ は、(4.45)式で $h^* = 0$ の時 $h_I[0] = h_o[0] = 0$ であり、 $h_I[\Delta t]$ は $h(\Delta t)$ ($\neq 0$) に近づくから、 $t = 0$ 近傍で Gibbs 現象を生じており、 t の増加に伴って振動しながら $h(t)$ に収斂していく。特に、 Δt が大きくなるにつれて、 $h_I[k\Delta t]$ の波形は Gibbs 現象に埋もれて、 $h(t)$ から大きくかけ離れてしまうので、 $h_I[k\Delta t]$ の波形に対する物理的な考察をすることが難しくなる。これに対して、 $h_R[k\Delta t]$ と $h_m[k\Delta t]$ は、図ではなかなか判別できない程対応した結果となっており、 Δt 間隔の各離散点で $h(k\Delta t)$ と比較しても、 $h(t)$ が不連続な $t = 0$ を除いて $h(t)$ の良い近似値となっている。そして、図 5.4(b) の $h_{\omega_N}[k\Delta t]$ で見られた Gibbs 現象も見られない。以上のことから、動的柔性が周波数帯域制限されている場合でも、実部だけを用いて評価されるインパルス応答 $h_R[k\Delta t]$ を用いることにより、過渡応答に関する考察が可能であることが指摘できる。

また、図 5.5 に示したように、インパルス応答の時間刻み Δt を減少させると、変位インパルス応答の初期値 $c_0 F[0]$ は $c_0 F(t=0) = 0$ に近づき、離散インパルス応答 $h_{\omega_N}^M[k\Delta t]$ 間の差が小さくなる。速度インパルス応答の初期値 $m_0 \dot{F}[0]$ については、表 5.1 に示した理論的な初期値 $m_0 \dot{F}(0^+) = 1$ ではなく、 $m_0 \dot{F}(0^-) = 0$ との平均値 0.5 に近づく。そして、 Δt の減少にともなって、変位インパルス応答とは反対に $h_{\omega_N}^M[k\Delta t]$ 間の差が増大していくことがわかる。この時、虚部を用いることによって定まる離散インパルス応答の初期値は、0 秒近傍の平均値 $h_m[0]$ に比べて小さくなる傾向にある。つまり、離散インパルス応答の 0 秒の値 h^* の補正を行っても、インパルス応答の初期値は図 4.6 に示した評価方法とナイキスト振動数 (時間刻み) の設定値によって大きく異なることがわかった。

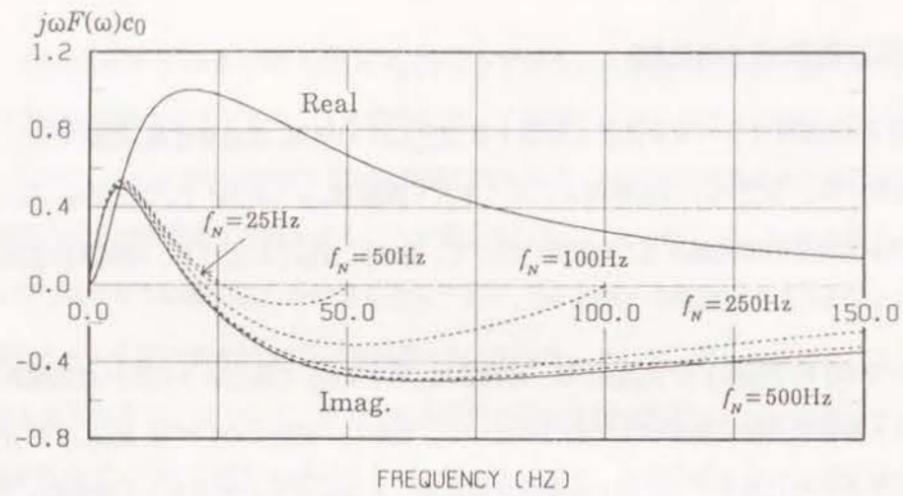
5.4.2 周波数領域での比較

次に、図 5.6 に速度インパルス応答に対応する $H_{\omega_N}^M(\omega)$ の実部、虚部を破線、点線で示し、実線で示した $H(\omega)$ と比較する。 $H_{\omega_N}^M(\omega)$ は全般的に、ナイキスト振動数 $\omega_N (= 2\pi \cdot f_N)$ の増加に従って、すなわち、離散インパルス応答の時間刻み Δt の減少に伴って、徐々に $H(\omega)$ に近づき、高周波数領域の精度が徐々に向上していく。

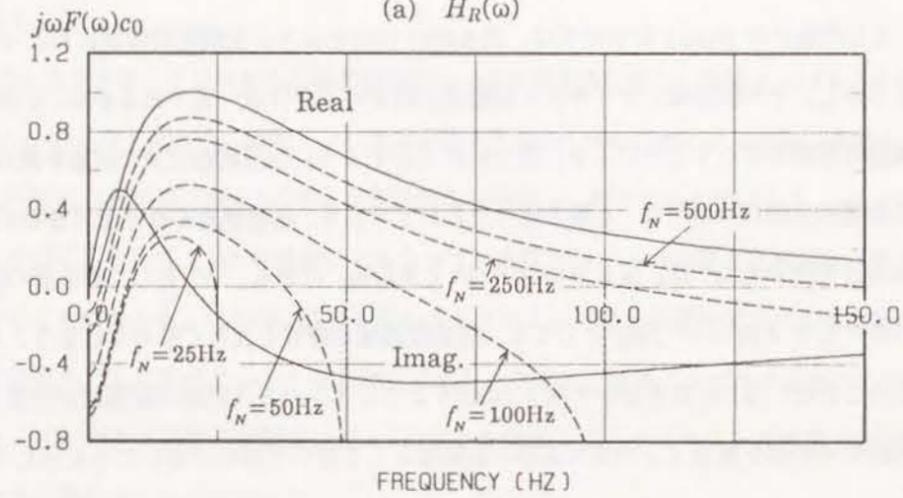
図 5.6(a) と (f) の $H_R(\omega)$ と $H_m(\omega)$ は、時間領域 (図 5.4(c)) で見たように良い対応関係にあり、両方ともナイキスト振動数近傍で虚部が 0 に近づいていく。ただし、実部については $H_R(\omega)$ が $H(\omega)$ の実部をそのまま用いているのに対し、 $H_m(\omega)$ の実部は傾きが 0 となるようにナイキスト振動数に近づいていく。

$h^* = 0$ とした場合の $H_I(\omega)$ については、図 5.6(b) に示すように全周波数領域にわたって大きく $H(\omega)$ と異なる。しかし、その誤差は、ナイキスト振動数近傍をのぞきほぼ一定であるから、0 秒の値 h^* を適切に定めて実部の零線をずらすことにより、図 5.6(c) に示すように低周波数領域の誤差を減らす事ができる。この補正の物理的意味については、4 章で述べたとおりであり、応答解析を行う上できわめて重要である。また、図 5.6(c) で用いた h^* は、図 5.5(b) より $h^* < 0.5/m_0$ だから、 h^* として解析解の離散点近傍の値をサンプリングして $\dot{F}(0^+) = 1/m_0$ としても、周波数領域の特性を大きく歪めてしまうことが容易に想像できる。このことは、(5.10) 式を用いて表 5.1 に示すようにインパルス応答の初期値が計算できても、離散化を行なう際にその値を離散インパルス応答の初期値として用いてはいけないことを示している。

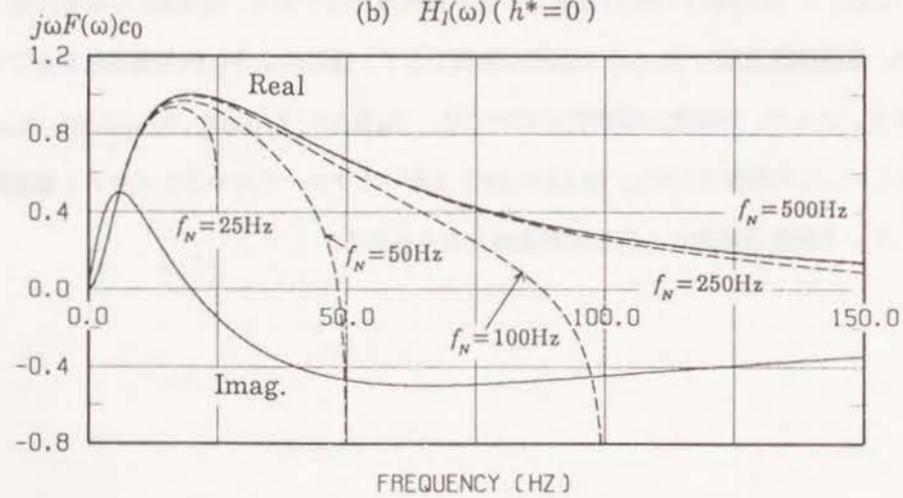
一方、 $H_C(\omega)$ と $H_{CM}(\omega)$ の時間領域での差も初期値だけであり、図 5.6 からはそれ程大きくないように見えるが、低振動数領域の $H_C(\omega)$ の誤差は無視できず、後述のように時刻歴応答解析では誤差が大きくなってしまふ。よって、時刻歴応答解析においては、 $h_R[k\Delta t]$ 、 $h_I[k\Delta t]$ 、 $h_{CM}[k\Delta t]$ 、 $h_m[k\Delta t]$ を用いることが望ましい。この時図 5.6 から、図 4.6 の FFT を用いたフローで用いるナイキスト振動数 ω_N は、解析の対象としている振動数範囲の 2 倍程度が適当と考えられる。



(a) $H_R(\omega)$

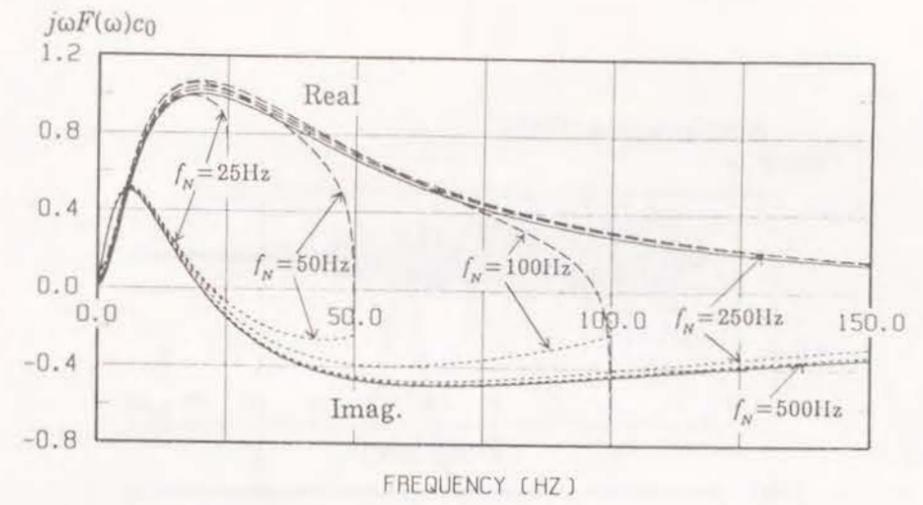


(b) $H_I(\omega) (h^* = 0)$

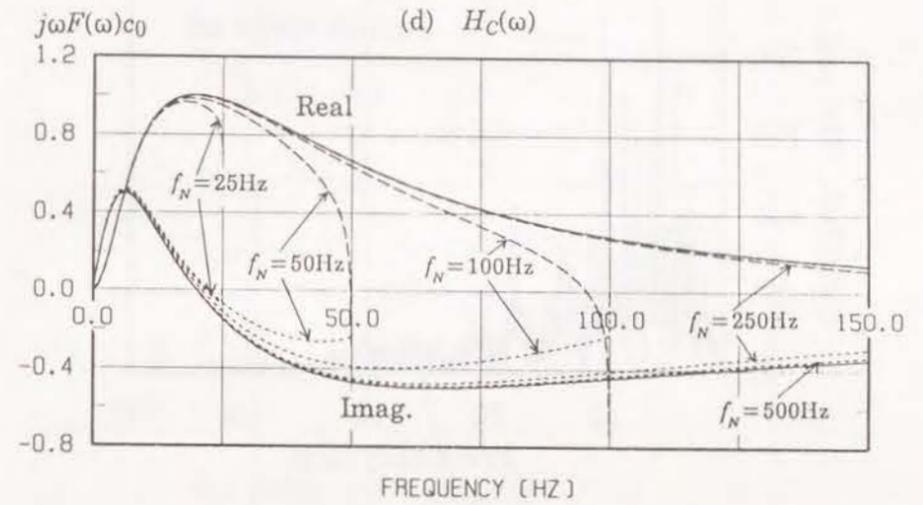


(c) $H_I(\omega)$

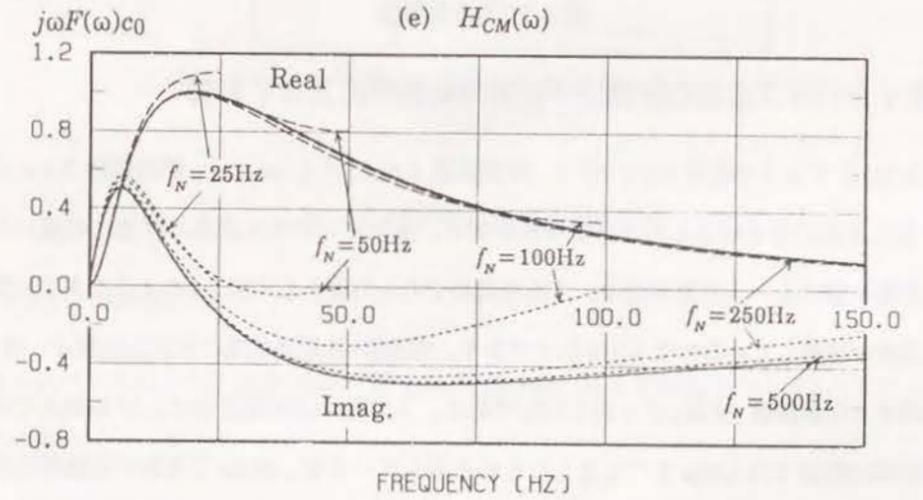
図 5.6: $H_{\omega_N}^M(\omega)$ の周波数特性



(d) $H_C(\omega)$



(e) $H_{CM}(\omega)$



(f) $H_m(\omega)$

図 5.6: $H_{\omega_N}^M(\omega)$ の周波数特性 (続き)

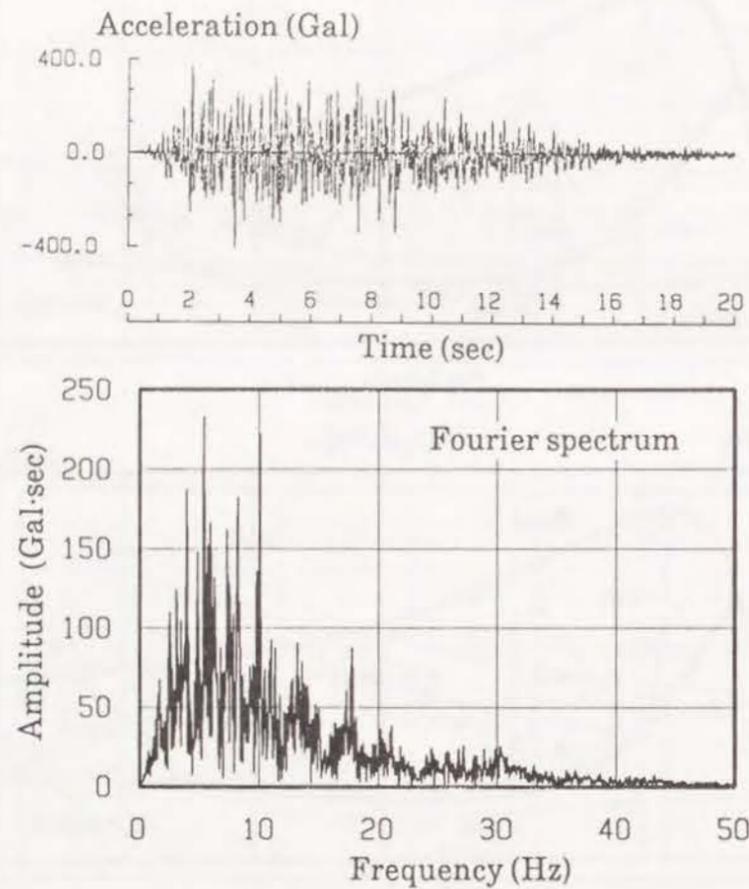


図 5.7: 入力地震波

5.4.3 離散インパルス応答の評価法が応答解析結果に及ぼす影響

最後に、図 5.3 に示すような重量 $4.0 \times 10^5 \text{ t}$ 、減衰係数 $1.0 \times 10^5 \text{ t} \cdot \text{sec/m}$ 、静的剛性 $2.5 \times 10^7 \text{ t/m}$ の諸元を持つ 1 質点系構造物を対象とした応答解析を行い、離散インパルス応答の評価法の違いが応答解析結果に及ぼす影響を調べる。入力地震波は、自由地表面での入力波として図 5.7 のような人工地震波を設定した。入力地震波が卓越しているのは 20 Hz 以下であり、構造物-地盤連成系の卓越振動数は、図 5.8 に示す入力地震波に対する伝達関数 (実線) から約 2.7 Hz である。入力動の加速度波形は 0.01 秒刻みで作成されており、周波数領域の解析では 50 Hz まで考慮したものを示しているが、30 Hz より高い振動数成分をカットしても結果はほとんど変わらなかった。時間領域の解析は、数値時間積分による誤差を小さくするために $\Delta T = 0.001$ 秒で応答解析を行うが、入力動については、まず加速度波形を 0.001 秒刻みに線形補間し、速度および変位は 0.001 秒刻みで積分したものの (図 2.3 の実線) を用いている。

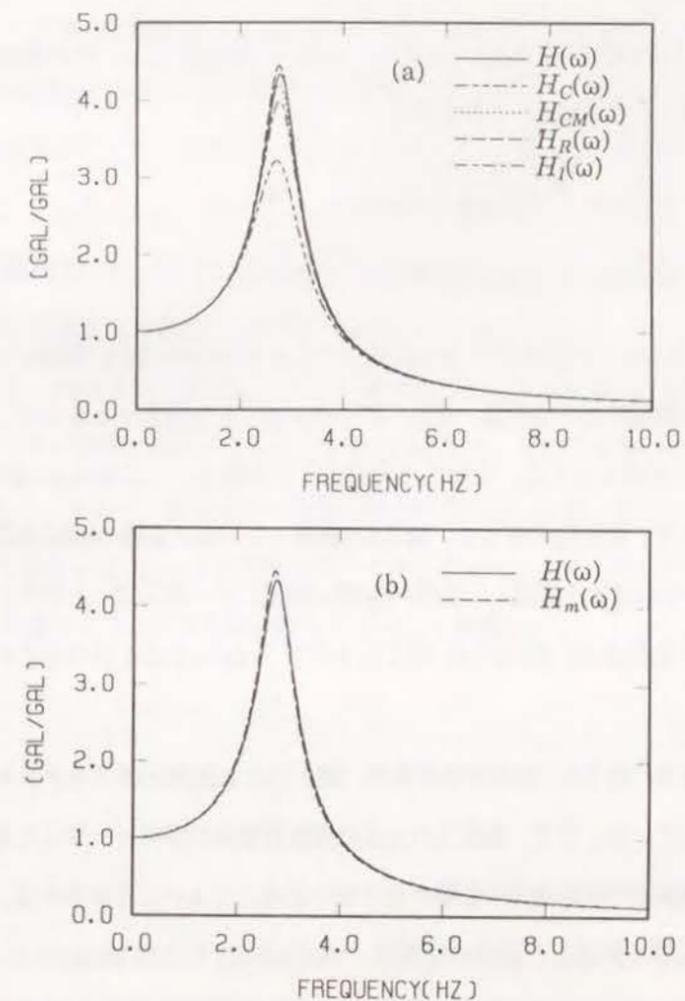


図 5.8: 構造物の周波数応答特性

まず、 $\hat{F}[k\Delta t]$ の評価について、

- 離散インパルス応答の評価法の違い (図 4.6 の評価フローによる評価法や、(4.21) 式による既往の評価法との違い)
- 離散インパルス応答の時間刻み Δt の違い

が地震応答解析結果に与える影響を調べるために以下のような比較を行った。すなわち、時間領域の解析は、図 4.6 のフローから定まる $h_R[k\Delta t]$ 、 $h_C[k\Delta t]$ を用いた Method-(i),(ii),(iii),(iv) に対応する柔性定式化を用いた解析

Method-(i) : $h(k\Delta t) = h_R[k\Delta t]$ とし、その間を直線補間したものを $\dot{F}(t)$ として、(4.21) 式で $\dot{F}[k\Delta t]$ を評価する。

Method-(ii) : $h(k\Delta t) = h_R[k\Delta t]$ ($k \neq 0$), $h(0) = 2h_R[0]$ とし、その間を直線補間したものを $\dot{F}(t)$ として、(4.21) 式で $\dot{F}[k\Delta t]$ を評価する。

Method-(iii) : $h_C[k\Delta t]$ を $\dot{F}[k\Delta t]$ とする。

Method-(iv) : $h_R[k\Delta t]$ を $\dot{F}[k\Delta t]$ とする。

と、長谷川の方法 [Hasegawa 1987](後述の (6.12) 式で $l = 0$ とおいた場合に相当する) を用いた解析を行う。長谷川の方法は、地盤剛性を付加質量、ばね、ダッシュポットで表現するもので、ここで取り上げた例題に関しては時間領域の正解を与える。なおこの方法は、入力動としては図 2.3 の変位、速度、加速度波形の全てを用いている。また、柔性定式化では、図 5.4 の速度インパルス応答の継続時間 $l\Delta t$ は 0.08 秒とし、 $0 \sim 0.08$ ($= l\Delta t$) 秒までの応答を考慮し、以降の影響は無視した。従って、1 ステップ当たりが必要となる合成積の計算回数 l を比べると、 $\Delta t = 0.01$ 秒では 8 回で、 $\Delta t = 0.001$ 秒の場合の 80 回に比べて 1/10 の計算回数である。

時間領域の応答解析結果は図 5.9 に加速度応答波形、図 5.10 に加速度応答スペクトルを示し、全て周波数領域の解析結果と比較している。まず、長谷川の方法は周波数領域の解析と一致しており、以下の考察では数値積分の誤差や加速度波形の線形補間の影響が殆どないと考えてよいことがわかる。次に、(4.21) 式に基づいて離散インパルス応答を評価した場合の結果は、Method-(ii) の方が Method-(i) に比べてはるかに周波数領域の解析結果に近いが、それでも精度の良い結果を得るためには $\dot{F}(t)$ を計算する際の Δt を出来るかぎり小さくする必要があるので非効率的であるといえる。なお、Method-(i) で $\Delta t = 0.01$ 秒とした応答結果は、一定の周期で振幅が徐々に増加し、最終的には発散した。

Method-(iii) では、 Δt が ΔT と同程度に小さい場合には周波数領域の解析結果との差が比較的小さい(誤差は約 3%) が、 Δt が大きくなるにつれて応答値がやや小さくなる傾向にあり、 $\Delta t = 0.01$ 秒の場合には 1 割程最大値が小さくなってしまふ。これは、主に $h_{\omega_N}[k\Delta t]$ の非因果な部分が無視した影響と考えられる。これに対して、Method-(iv) では、 Δt の大きさに拘わらず周波数領域の解析結果と非常に良い一致(誤差は 0.5% 以下)を示す。

また、Method-(i),(ii),(iii) による応答スペクトルの結果は Δt の違いによって大きく異なるが、Method-(iv) では Δt の違いに拘わらず周波数領域で解析した結果とよく対応している。

次に、上述の Method-(iii),(iv) のように、図 4.6 のフローによって算定された 5 種類の離散インパルス応

答によって、図 5.6 の応答解析モデルを周波数領域で解析した結果と時間領域で解析した結果を比較する。

図 5.8 の伝達関数には、 $H(\omega)$ の代わりに $H_{\omega_N}^M(\omega)$ を用いて周波数領域で求めた伝達関数を重ねがいている。なお、インパルス応答の時間刻み Δt は 0.01 秒としている。図 5.6(d) ではそれ程目立たなかったが、 $H_C(\omega)$ (上述の Method-(iii) に相当する) の低振動数領域の精度が悪く、他のインパルス応答を用いた場合に比べてピークが低くなっている。しかし、 $H_C(\omega)$ 以外を用いた場合の伝達関数は、 $H(\omega)$ を用いた場合と良く一致している。そしてこれらの傾向は、4 章の例題の結果と調和している。

時刻歴応答解析の結果得られた最大応答加速度を表 5.3 に示す。表中には、図 5.8 の伝達関数を用いて周波数領域で計算した応答結果も比較して示すが、対応する時刻歴応答解析とほとんど一致した結果が得られている。これにより、FFT を行う際のナイキスト振動数 ω_N 以上の高振動数成分の影響や、合成積の演算を 8 回で打ち切った事の影響が無視できることがわかる。また、 $H(\omega)$ を用いた周波数領域の解析結果を正解値とすれば、 $H_C(\omega)$ を除いて満足のいく結果が得られている。なお、前述のようにナイキスト振動数 ω_N を大きくすることによって $H_C(\omega)$ の精度は向上すると考えられるが、解析の効率性は低下してしまうし、それでも 4 章の例題のように安定な解が得られないことが多い。

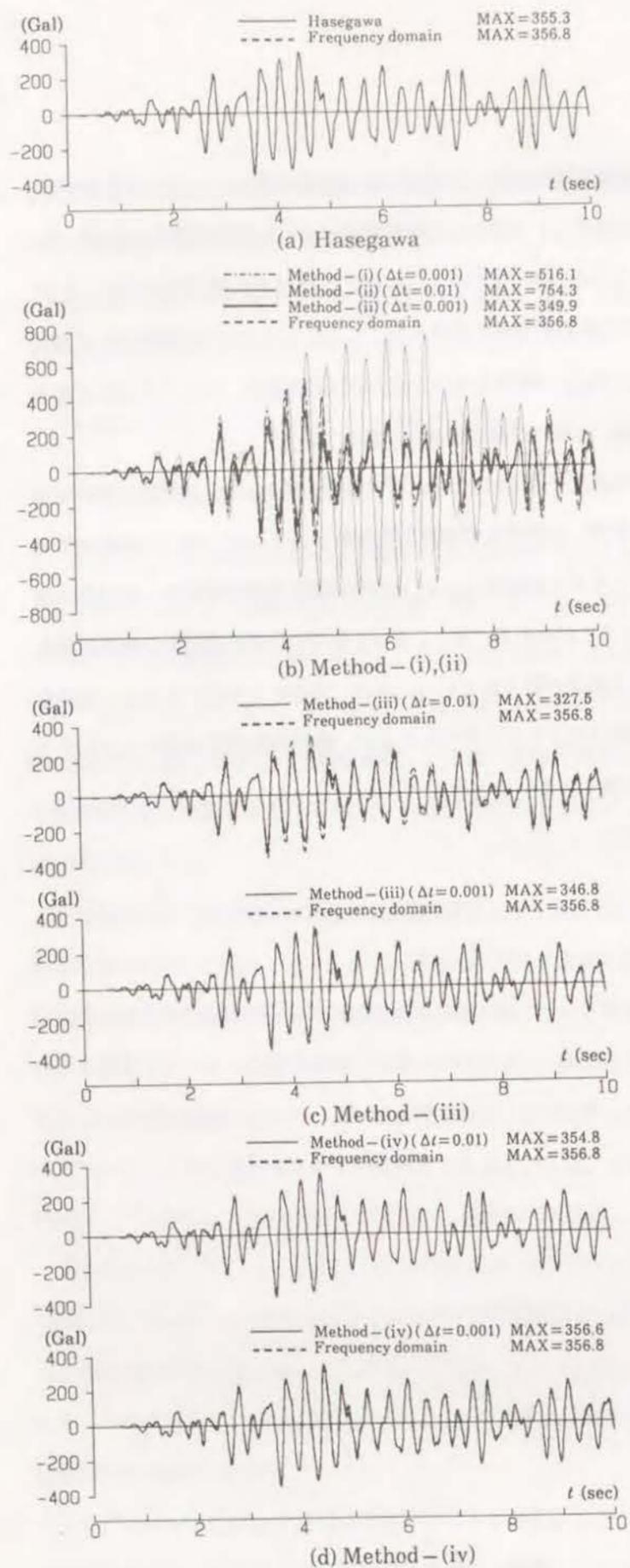


図 5.9: 構造物の加速度応答波形

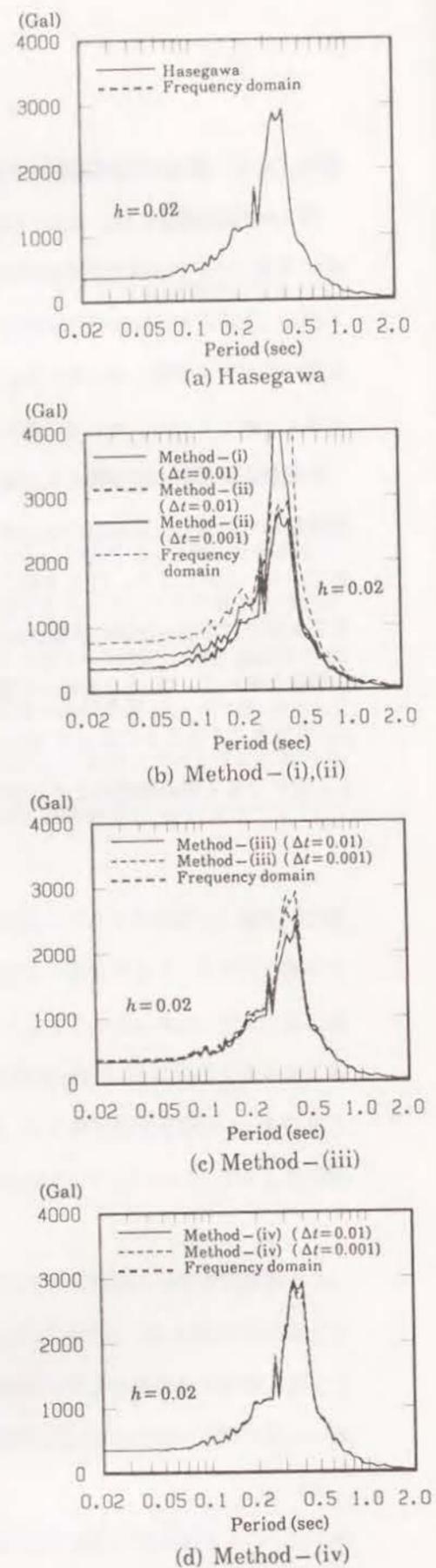


図 5.10: 構造物の応答加速度の床応答スペクトル

表 5.3: 最大応答加速度 (Gal)

	Frequency domain analysis	Time domain analysis
$h_R[k\Delta t]$ ($H_R(\omega)$)	352.6	353.8
$h_I[k\Delta t]$ ($H_I(\omega)$)	350.1	350.2
$h_C[k\Delta t]$ ($H_C(\omega)$)	327.5	326.8
$h_{CM}[k\Delta t]$ ($H_{CM}(\omega)$)	351.6	352.0
$h_m[k\Delta t]$ ($H_m(\omega)$)	353.6	353.8
$H(\omega)$	356.8	—

5.5 まとめ

動的サブストラクチャー法による地盤-構造物連成系の時刻歴地震応答解析に不可欠な離散インパルス応答について、

1. 応答解析の効率性と精度に密接な関係を持つ、離散インパルス応答の0秒近傍の特性と継続時間特性に影響を及ぼす因子
2. 図4.6のフローヤ、その他の評価方法によって定まる離散インパルス応答の特性と、それらを用いた時刻歴応答解析の精度
3. 離散インパルス応答を算定するシステム関数を、地盤柔性 $F(\omega)$ にして変位定式化((5.7)式)で解析するのがよいのか、また、その時間に関する微分値 $j\omega F(\omega)$ にして速度定式化((5.8)式)で解析するのがよいのか

について考察した。その結果以下の事が結論づけられた。

1. 4章で示した定式化の一番の特徴は、離散インパルス応答の時間刻み Δt を時刻歴応答計算の時間刻み ΔT の m 倍にしている点である。これにより、周波数領域の地盤柔性からインパルス応答を求める場合には、地盤柔性の計算が必要な振動数範囲を $1/m$ にして、実用的な範囲まで低振動数領域に限定でき、さらに、時間領域の応答解析の際に必要な合成積の演算回数も $1/m$ に減らすことができるので効率的な方法となる。合成積の演算回数の低減効果については、システム関数 $H(\omega)$ から FFT により離散インパルス応答を定める場合のみならず、時間領域でインパルス応答 $h(t)$ を定式化して

離散インパルス応答を算定する場合にも十分に期待できる ($h_m[k\Delta t]$)。従って、境界要素法等による既往の時刻歴解析手法は、十分に効率化の余地を残していると言える。

2. 既往の時刻歴サブストラクチャー法で採用されているような変位インパルス応答を用いる定式化((5.7)式)よりも、速度インパルス応答を用いる定式化((5.8)式)の方が効率性、精度、安定性の観点から優れていることが多い。
3. 周波数帯域制限された地盤柔性の実部と虚部が時間領域で持つ特性を比較することにより、虚部を用いて定めた離散インパルス応答(図4.6中では、 $h_I[k\Delta t]$, $h_C[k\Delta t]$, $h_{CM}[k\Delta t]$)には Gibbs 現象や直線的なトレンドが生じることがあるので、実部だけを用いて評価する方 ($h_R[k\Delta t]$) がよいことがわかった。
4. 虚部を用いて離散インパルス応答を評価する場合や解析的に求めた連続なインパルス応答から離散インパルス応答を評価する場合 ($h_m[k\Delta t]$) には、その0秒の値の評価が重要となるので注意を要する。これは、離散インパルス応答の0秒の値が、構造物-地盤系の地震応答に殆ど影響しない高振動数領域の地盤柔性の特性、インパルス応答の時間刻み(ナイキスト振動数)、インパルス応答の評価方法等の諸条件に大きく影響を受けて変動する量であり、しかも、その値の評価精度が応答解析の精度に直接関係するからである。この意味から、4章に示した離散インパルス応答の0秒の値の補正法の重要性が指摘できる。

第6章

周波数領域の動的地盤剛性・柔性を用いた時刻歴サブストラクチャー法の定式化とその比較

本章では、4,5章で提案した地盤-建屋連成系の時刻歴応答解析手法の体系化として、周波数領域の有限要素法や境界要素法、あるいはそれ等の特徴を生かしたハイブリッド法によって数値的に求めた地盤剛性や地盤柔性を用い、そのスペクトル特性をできるだけ保持しつつ時刻歴の非線形応答解析を行う5種類の定式化を示す。そして、成層地盤上の構造物を例に地震応答解析を行い、各定式化の物理的な意味を比較して示すとともに、時刻歴応答解析の精度について調べる。以上の検討の目的は、時間因果化を行って離散インパルス応答を算定するシステム関数をどの物理量にし、どの物理量との合成積をとることがよいのかを調べることである。

*本章は、論文[林1990b]に加筆してまとめたものである。

6.1 構造物-地盤間の相互作用力の評価方法

6.1.1 FFTによる時間因果システム化とその出力

図4.1のような地盤-構造物連成系を考えた時、構造物-地盤間に働く相互作用力 $\{R(\omega)\}$ とそれによって生ずる地盤の応答変位 $\{u(\omega)\}$ は、地盤剛性 $[S(\omega)]$ あるいは柔性 $[F(\omega)]$ との間に次のような関係を有する。

$$\{R(\omega)\} = [S(\omega)] \cdot \{u(\omega)\} \quad (6.1)$$

$$\{u(\omega)\} = [F(\omega)] \cdot \{R(\omega)\} \quad (6.2)$$

すなわち、 $\{u(\omega)\}$ 、 $\{R(\omega)\}$ は、 $[S(\omega)]$ 、 $[F(\omega)]$ をシステム関数 $(H(\omega))$ とする系の入力・出力 $(X(\omega)$ 、 $Y(\omega))$ の関係を構成する。

$$Y(\omega) = H(\omega) \cdot X(\omega) \quad (6.3)$$

ここで、4章の議論から、入力が帯域制限関数 $(X(\omega) = 0 \text{ (} |\omega| > \omega_N \text{)})$ とみなせるならば、図4.6のフローによって得られる離散インパルス応答を用いて、システムの出力 $y(t)$ は、次式のように時間領域でシミュレーションできる。

$$y(t) = \sum_{k=0}^l \Delta t \cdot x(t - k\Delta t) h_{\omega_N}^M[k\Delta t] \quad (6.4)$$

ただし、 $h_{\omega_N}^M[k\Delta t] \approx 0 \text{ (} l < k \leq N/2 \text{)}$ である。この時 $h(t)$ は、図4.6の時間因果化フローによって定まった離散インパルス応答 $h_{\omega_N}^M[k\Delta t]$ を用いて、(4.35)式のように表される $h_{\omega_N}^{PM}(t)$ に置換されている。ここで、 $h_{\omega_N}^{PM}(t)$ の継続時間 $l\Delta t$ は有限である必要があり、また、 $h_{\omega_N}^{PM}(t)$ は $t=0$ で $\delta(t)$ の構造を持っている。つまり、 $\delta(t) \Rightarrow 1$ であるから、図4.6に示したフローは、任意の ω に対して有界で、 $\omega \rightarrow \infty$ で一定値に収束するシステム関数 $H(\omega)$ に対して適用することができる。

一般に、有限要素法では、空間を有限の質量、剛性、減衰を用いて表現する。従って、有限要素法を用いて求まる地盤の動的剛性 $[S(\omega)]$ は $j\omega$ の2次関数で表されるから、 $\omega \rightarrow \infty$ において $(j\omega)^2$ のオーダーで発散する。また、境界要素法のように空間を連続体として扱う方法では、 $\omega \rightarrow \infty$ において波動が波面に対して垂直に伝播する。即ち、1次元的に波動が伝播するという物理的な性質から、境界要素法を用いて求まる地盤の動的剛性 $[S(\omega)]$ の $\omega \rightarrow \infty$ における漸近特性は $(j\omega)$ のオーダーで発散する。

以上の $[S(\omega)]$ の特性を踏まえ、 $[S(\omega)]$ や $[F(\omega)]$ から実部と虚部が解析的にヒルベルト変換対を構成している(任意の ω に対して有界で $\omega \rightarrow \infty$ で一定値に収束する)5つの関数を抽出し、(6.4)式を適用することによって構造物-地盤間に働く相互作用力を評価する5つの方法を示す。

6.1.2 地盤剛性に基づく定式化 (定式化-I ~ III)

(1) $\omega \rightarrow 0$ における漸近項を分離する方法

まず、地盤剛性 $[S(\omega)]$ の実部の偶関数性と、虚部の奇関数性を考慮して、 $[S(\omega)]$ を $\omega = 0$ のまわりにテーラー展開すると次式となる。

$$[S(\omega)] = [K_0] + [C_0](\omega j) + [K_1](\omega j)^2 + [C_1](\omega j)^3 + \dots \quad (6.5)$$

ここで、 $[S(\omega)]$ の実部と虚部は、

$$Re.[S(\omega)] = [K_0] + [K_1](\omega j)^2 + \dots$$

$$Im.[S(\omega)] = \{[C_0] + [C_1](\omega j)^2 + \dots\} \cdot \omega \quad (6.6)$$

である。ここで、 $[M_r(\omega)]$ を、

$$[M_r(\omega)] = \left(\frac{Re.[S(\omega)] - [K_0]}{-\omega^2} \right) + \left(\frac{Im.[S(\omega)]/\omega - [C_0]}{j\omega} \right) \quad (6.7)$$

と定義すれば、 $[S(\omega)]$ は $[M_r(\omega)]$ を用いて次式のように表される。

$$[S(\omega)] = [K_0] + j\omega[C_0] - \omega^2[M_r(\omega)] \quad (6.8)$$

(6.7)式の右辺第1項および第2項は、それぞれ $[M_r(\omega)]$ の実部と虚部であり、(6.6)式から $\omega = 0$ で一定値 $[K_1]$ に収束するから、 $[M_r(\omega)]$ は $\omega = 0$ で有界であることがわかる。一方、振動数無限大 ($\omega \rightarrow \infty$) においては、 $[S(\omega)]$ が高々 ω^2 のオーダーで発散するので、 $[M_r(\omega)]$ は、(6.7)式から $\omega \rightarrow \infty$ においても一定値に収束する。したがって、 $[M_r(\omega)]$ の実部-虚部は図4.6のフローによるヒルベルト変換が可能である。そして、(6.1)式と(6.8)式から、 $\{R(\omega)\}$ は、

$$\{R(\omega)\} = [K_0]\{u(\omega)\} + [C_0] \cdot j\omega\{u(\omega)\} + [M_r(\omega)] \cdot (j\omega)^2\{u(\omega)\} \quad (6.9)$$

となるから、(6.9)式の右辺第3項に対して、提案手法を適用する。ここで、 $j\omega$ は時間に関する微分 (\cdot) を意味し、

$$\{u(t)\} \Rightarrow \{u(\omega)\}$$

$$\{\dot{u}(t)\} \Rightarrow j\omega\{u(\omega)\}$$

$$\{\ddot{u}(t)\} \Rightarrow (j\omega)^2\{u(\omega)\} \quad (6.10)$$

であるから、(6.9)式の時間領域の関係式として次式を得る(定式化-I)。

$$\{R(t)\} = [K_0]\{u(t)\} + [C_0]\{\dot{u}(t)\} + \Delta t \sum_{k=0}^l [M_r[k\Delta t]]\{\ddot{u}(t - k\Delta t)\} \quad (6.11)$$

(6.11)式は、次のように時刻 $t = n\Delta T$ の加速度、速度、変位応答に関する第1項と、時刻 t 以前の加速度応答に関する第2項に書き換えられる。

$$\{R(t)\} = \left([K_0]\{u(t)\} + [C_0]\{\dot{u}(t)\} + [M_0]\{\ddot{u}(t)\} \right) + \Delta t \sum_{k=1}^l [M_r[k\Delta t]]\{\ddot{u}(t - k\Delta t)\} \quad (6.12)$$

また、(6.12)式の第1項だけであれば、地盤剛性 $[S(\omega)]$ をばね、ダッシュポット、付加質量に置換して応答解析することと等価 [Hasegawa 1987] であり、第2項はその方法に対する補正項とみなせる。

次に、次式で定義される $[C_r(\omega)]$ を考える。

$$[C_r(\omega)] = \left(\frac{Im.[S(\omega)]}{\omega} \right) + \left(\frac{Re.[S(\omega)] - [K_0]}{j\omega} \right) \quad (6.13)$$

第1項および第2項は、それぞれ $[C_r(\omega)]$ の実部、虚部であり、(6.6)式から、 $\omega = 0$ に ω^0 、 ω^1 のオーダーで漸近していくから、 $[C_r(\omega)]$ は $\omega = 0$ において特異性を持たない。一方、境界要素法によって得られる $[C_r(\omega)]$ は、 $\omega \rightarrow \infty$ で一定の実数値に収束するので図4.6のフローによる時間因果化が適用可能であるが、有限要素法によって得られる $[C_r(\omega)]$ は $\omega \rightarrow \infty$ で $j\omega$ のオーダーで発散していく。しかし、解析対象としている振動数範囲 (Zone-A) においては、有限要素法から求まる $[S(\omega)]$ と境界要素法から求まる $[S(\omega)]$ の周波数特性は同じはずである。したがって、 $[C_r(\omega)]$ についても図4.6のフローが一般的に適用可能であると考えられる。そこで、 $[S(\omega)]$ は $[C_r(\omega)]$ を用いて次式のように書けるから、

$$[S(\omega)] = [K_0] + j\omega[C_r(\omega)] \quad (6.14)$$

$\{R(\omega)\}$ は、

$$\{R(\omega)\} = [K_0]\{u(\omega)\} + [C_r(\omega)] \cdot (j\omega)\{u(\omega)\} \quad (6.15)$$

と表される。したがって、(6.8)式と同様な次の定式化が導かれる (定式化-II)。

$$\{R(t)\} = [K_0]\{u(t)\} + \Delta t \sum_{k=0}^l [C_r[k\Delta t]]\{\dot{u}(t - k\Delta t)\} \quad (6.16)$$

(2) $\omega \rightarrow \infty$ において発散する項を取り除く方法

この方法は、次式のように、動的剛性 $[S(\omega)]$ を $\omega \rightarrow \infty$ において一定値に収束する項 $[K_r(\omega)]$ とその他の発散項に分離し、一定値に収束する項 $[K_r(\omega)]$ に関して時間因果化を行うものである。

$$[S(\omega)] = [K_r(\omega)] + j\omega[C_\infty] - \omega^2[M_\infty]$$

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} [K_r(\omega)] = [K_\infty] = \text{constant} \quad (6.17)$$

ここで、(6.17)式を(6.1)式に代入すれば、相互作用力 $\{R(\omega)\}$ は次式のようになり、

$$\{R(\omega)\} = [K_r(\omega)]\{u(\omega)\} + [C_\infty] \cdot j\omega\{u(\omega)\} + [M_\infty] \cdot (j\omega)^2\{u(\omega)\} \quad (6.18)$$

発散項は、 $(j\omega)$ または $(j\omega)^2$ の形となるので、(6.10)式のように $\{u(\omega)\}$ に対する微分演算子として評価すれば、次式が得られる (定式化-III)。

$$\{R(t)\} = m\Delta T \sum_{k=0}^l [K_r[k\Delta t]]\{u(t - k\Delta t)\} + [C_\infty]\{\dot{u}(t)\} + [M_\infty]\{\ddot{u}(t)\} \quad (6.19)$$

この定式化では、地震応答結果にはほとんど関与しないと考えられる、 $[S(\omega)]$ の振動数無限大における漸近値 $[C_\infty]$ 、 $[M_\infty]$ の計算が必要となる。この事実は、定式化-III が決して健全な方法でないことを示唆している。ただし、 $[M_\infty] = [0]$ の場合には、 $Re.[S(\omega)] = Re.[K_r(\omega)]$ だから、 $[S(\omega)]$ の実部から虚部への一方向のヒルベルト変換は可能であり、変換された虚部に $j\omega[C_\infty]$ を加えたものが逆算された $[S(\omega)]$ の虚部である。したがって、あらかじめ $[C_\infty]$ を計算して、 $[S(\omega)]$ から $j\omega[C_\infty]$ を取り除かなくても、逆算された $[S(\omega)]$ の虚部の低振動数領域の誤差が小さくなるように、ヒルベルト変換後に $[C_\infty]$ を近似的に決めることもできる (図6.1中の $[C'_\infty]$)。

6.1.3 地盤柔性に基づく定式化 (定式化-IV ~ V)

地盤柔性 $[F(\omega)]$ が特異性を有さない時、地盤剛性 $[S(\omega)]$ との間には、

$$[F(\omega)] = [S(\omega)]^{-1} \quad (6.20)$$

の関係が成り立つから、 $[F(\omega)]$ は $\omega \rightarrow \infty$ で $1/j\omega$ または $1/(j\omega)^2$ のオーダーで零マトリクスに漸近していく。従って、図4.6のフローは $[F(\omega)]$ または $j\omega[F(\omega)]$ について適用可能である。(6.2)式に対して(6.4)式の離散化を行ない、 $\{R(t)\}$ について整理すれば次式が得られる (定式化-IV)。

$$\{R(t)\} = \frac{[F[0]]^{-1}}{\Delta t} \left(\{u(t)\} - \Delta t \sum_{k=1}^l [F[k\Delta t]]\{R(t - k\Delta t)\} \right) \quad (6.21)$$

また、(6.2)式の両辺に $j\omega$ を乗ずれば (時間に関して微分すれば)、次式が成立ち、

$$j\omega\{u(\omega)\} = j\omega[F(\omega)] \cdot \{R(\omega)\} \quad (6.22)$$

同様にして、次のような離散化を行なうことができる (定式化-V)。

$$\{R(t)\} = \frac{[\dot{F}[0]]^{-1}}{\Delta t} \left(\{\dot{u}(t)\} - \Delta t \sum_{k=1}^l [\dot{F}[k\Delta t]]\{R(t - k\Delta t)\} \right) \quad (6.23)$$

6.2 各定式化とヒルベルト変換に関する考察

前節では、周波数領域で求めた $S(\omega)$ または $F(\omega)$ を用いて時刻歴応答解析を行なう方法について示した。表 6.1 に、各定式化で時間因果化を行なっている関数 ($H(\omega)$) を一覧にして示す。各定式化を比較・総合して以下のことが指摘できる。

1. 剛性定式化では、時間因果化を行う関数 $H(\omega)$ が $S(\omega)$ に占める割合が、 $S(\omega)$ の $\omega \rightarrow 0$ や $\omega \rightarrow \infty$ の特性に依存するために、時間因果化の精度が直接応答結果の精度に反映されるとは限らない。しかし、柔性定式化では $F(\omega)$ または $j\omega F(\omega)$ すべてを時間因果化するために、時間因果化の精度の確保は、剛性定式化に比べて重要である。
2. 定式化-III, IV は、時間因果化を行う際のナイキスト振動数 ω_N を無限大にとれば、Wolf 等による定式化 [Wolf 1985b] と等価になる。
3. 定式化-III は、 $S(\omega)$ が周波数領域で与えられた場合の方法であるが、Wolf 等 [Wolf 1989(a)] は、 $K_r(\omega) - K_\infty(\omega)$ に対する理論的な時間領域のインパルス応答が与えられている場合について、Z 変換に基づく定式化により、効率的に相互作用力を算定する方法を提案している。
4. 土岐等 [土岐 1988] は、地盤-基礎-構造物系の非線形特性が基礎の動特性に及ぼす影響を検討するために、加振実験によって得られた周波数依存の地盤剛性を定式化-III と同型の定式化によってシミュレーションし、得られた変位によってコントロールして基礎の復元力を定める、いわゆるハイブリッド実験を行っている。土岐等の地盤剛性のシミュレーション方法は、図 6.2 のような、ハイカットされた地盤剛性の実部 $Re.[S(\omega)] \approx K_0 - \omega^2 K_1$ と、これをヒルベルト変換して得られる虚部によって、加振試験によって得られた地盤剛性を回帰して、そのフーリエ逆変換であるインパルス応答を用いて時間領域での応答解析を行うものである。ここで、質量 K_1 とバネ K_0 はそれぞれ単独で実現しうるので、ハイカットしなければ $K_0 - \omega^2 K_1$ のヒルベルト変換値は 0 となる。このことから分かるように、ヒルベルト変換によって作り出された虚部はカットオフ振動数に依存して大きく変化する。したがって、土岐等の方法で地盤剛性の虚部を精度よく近似するには、カットオフ振動数を適切に定めることが重要となる。

一方、吉田等 [吉田 1986] は、地盤剛性 $S(\omega)$ の虚部 (とその $\omega \rightarrow \infty$ への漸近値)、および静的剛性 K_0 から、ヒルベルト変換の変形式

$$Re.[S(\omega)] = -\frac{2\omega^2}{\pi} \int_0^\infty \frac{Im.[S(s)]/s - C_0}{s^2 - \omega^2} ds + K_0 \quad (6.24)$$

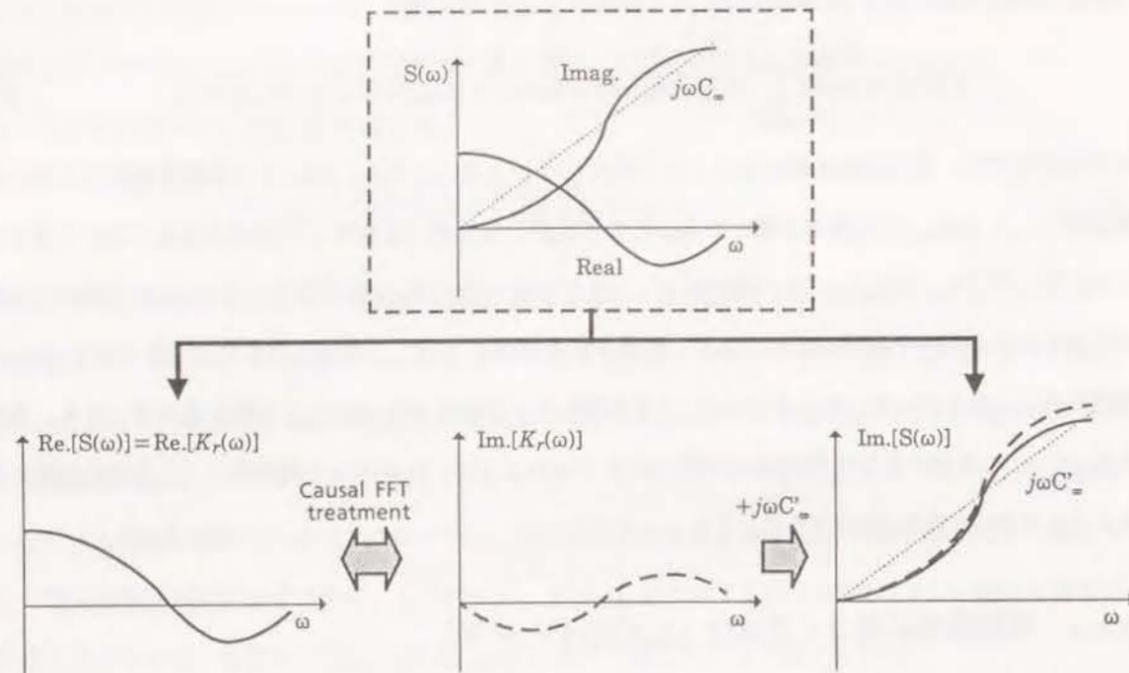


図 6.1: $[C_\infty]$ の近似

表 6.1: 仮想境界における相互作用力の評価方法の整理 $R(t)$

No.	Input-output relationship $Y(\omega) = H(\omega) \cdot X(\omega)$	System function simulated in time domain $H(\omega)$	Evaluation of $\{R(t)\}$
I	$R(\omega) = S(\omega) \cdot u(\omega)$	$M_r(\omega) = -(S(\omega) - K_0 - j\omega C_0)/\omega^2$	Eq. 6.11
II	$R(\omega) = S(\omega) \cdot u(\omega)$	$C_r(\omega) = (S(\omega) - K_0)/j\omega$	Eq. 6.16
III	$R(\omega) = S(\omega) \cdot u(\omega)$	$K_r(\omega) = S(\omega) - j\omega C_\infty + \omega^2 M_\infty$	Eq. 6.19
IV	$u(\omega) = F(\omega) \cdot R(\omega)$	$F(\omega)$	Eq. 6.21
V	$j\omega \cdot u(\omega) = j\omega F(\omega) \cdot R(\omega)$	$j\omega F(\omega)$	Eq. 6.23

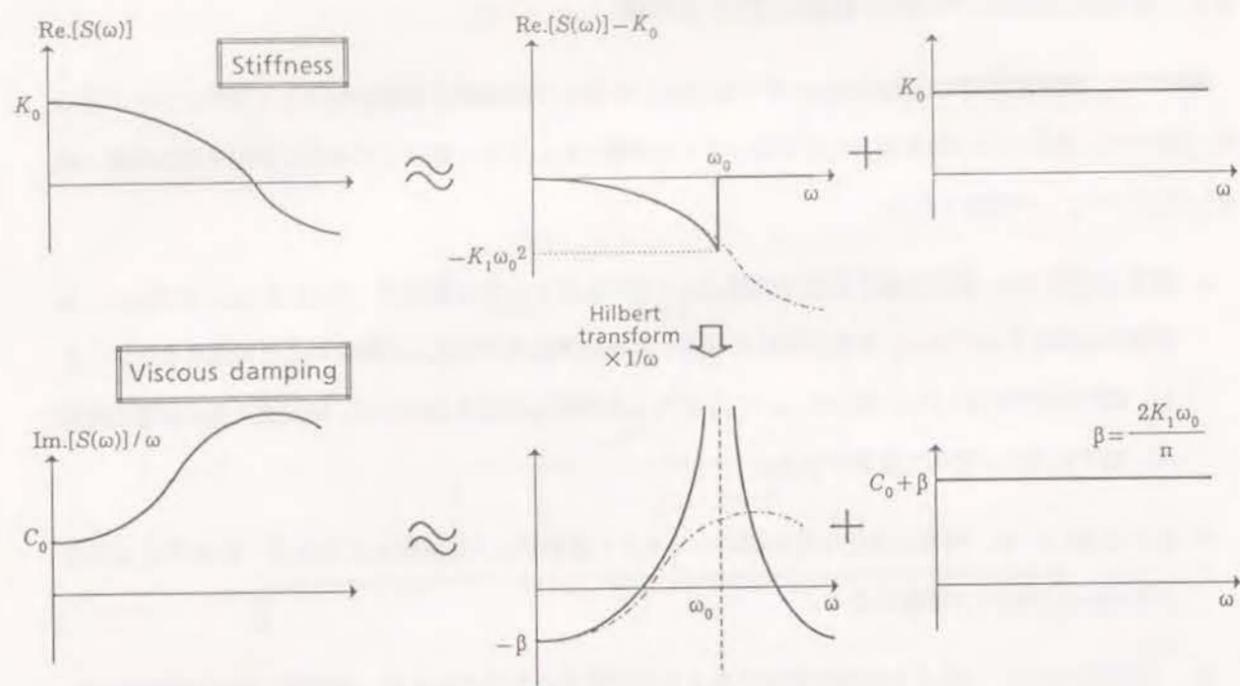


図 6.2: 動的地盤剛性の近似 (土岐等の方法 [土岐 1988])

の積分を直接行なうことによって $[S(\omega)]$ の実部を求めている。この方法は、表 6.1 では $M_r(\omega)$ の実部・虚部にヒルベルト変換を施したことに相当する。吉田等の方法と比較すると、

1. $S(\omega)$ の $\omega \rightarrow \infty$ までの高振動数成分を必要とせず、後述する解析例のような成層地盤への適用が容易である。また、数値解析的に求められた地盤剛性だけでなく、実験的に求められている場合にも適用する事ができる。
2. FFT を用いたヒルベルト変換であり、アルゴリズムが簡明で数値計算が容易
3. 因果性の条件が、単に実部から虚部、虚部から実部を求めるための付帯条件として考慮されているのではなく、時刻歴応答解析の定式化上不可欠な条件として考慮されていること
4. ヒルベルト変換対を構成する関数のフーリエ逆変換として得られる時間関数は、吉田等の方法が連続関数としてのインパルス応答であるのに対して、等間隔デルタ関数列となっている

等の点に特長があり、後述のように、工学的には十分な精度でヒルベルト変換を行える方法である。

6.3 解析例と解析手法に対する考察

ここでは、図 6.3 に示した構造物-地盤相互作用系を例題にして、前節で示した帯域制限された地盤剛性 $[S(\omega)]$ の実部と虚部のヒルベルト変換方法と、これを用いた時刻歴応答解析手法の有効性と定性的傾向について考察する。なお本節で比較・検討の対象とする離散インパルス応答は、図 4.6 のフローによって定まる離散インパルス応答のうち、 $H(\omega)$ の実部のみ、あるいは、虚部のみを用いて定まる離散インパルス応答 $h_R[k\Delta t]$ 、 $h_I[k\Delta t]$ である。

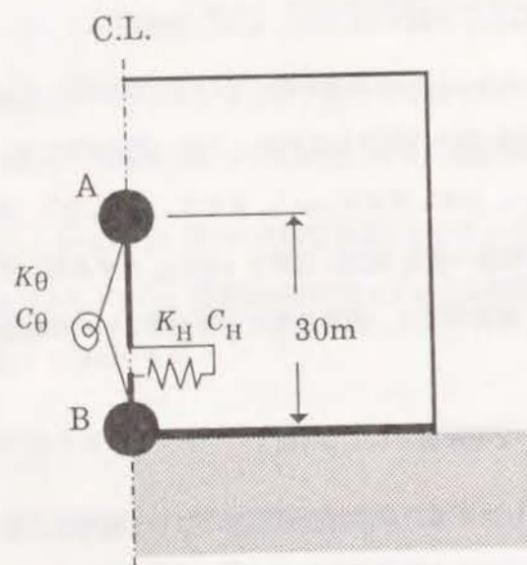
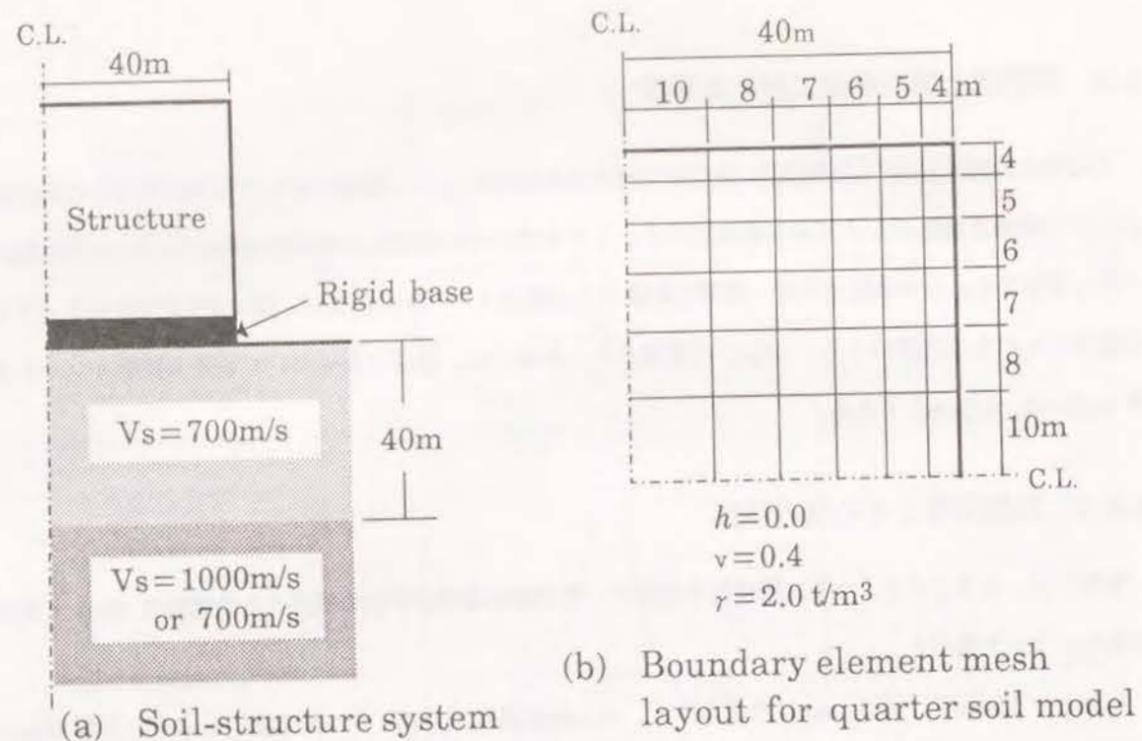
6.3.1 地盤剛性とその漸近特性

本節では、以下に示すような地盤剛性を対象に、時刻歴応答解析手法の観点から地盤剛性 $S(\omega)$ とその漸近特性について調べる。

対象とする地盤は、図 6.3(a) に示すように、せん断波速度 700m/s の一様地盤、および、表層地盤のせん断波速度 700m/s、下層のせん断波速度 1000m/s である 2 層地盤の 2 種類とする。これらの地盤上に設置された基礎半幅 $B (=40\text{m})$ の無質量剛基礎の地盤剛性を 3 次元境界要素法 [Sato 1983] によって求め、水平、上下、回転成分についての地盤剛性 $S(\omega)$ と $C_r(\omega)$ を図 6.4 に示す。なお、地表面のメッシュ分割は、図 6.3(b) に示すような 12×12 の不等間隔メッシュとし、一定要素を用いている。地盤剛性 $S(\omega)$ は、 $0 \sim 10 \text{ Hz}$ までを 0.5 Hz 刻み、 $10 \sim 40 \text{ Hz}$ までを 2.0 Hz 刻みで計算している。また、図 6.4 中には、地盤剛性 $S(\omega)$ の $\omega \rightarrow 0$ 、 $\omega \rightarrow \infty$ への漸近値である K_0 、 $j\omega C_0$ および $j\omega C_\infty$ を示す。水平、上下、回転成分の C_∞ は、基礎の半幅を B 、地盤密度を ρ 、表層地盤の横波(縦波)速度を $V_S(V_P)$ とすれば、それぞれ、 $4\rho V_S B^2$ 、 $4\rho V_P B^2$ 、 $(4/3)\rho V_P B^4$ で表される。本解析例では、表層地盤の定数が等しいので地盤条件で差がない。なお、(6.17) 式の $[M_\infty]$ は 0 とした。

以下に、図 6.4 に示した地盤剛性から指摘できることを箇条書きにして示す。

1. 一様地盤の粘性減衰 $Re.[C_r(\omega)]$ は、多少の変動はあるものの振動数の増加に伴って漸増し、徐々に C_∞ に近づいていく。 C_0 と C_∞ の差は、水平・上下・回転成分の順番に大きくなっている。
2. 2 層地盤の静的地盤剛性 K_0 は一様地盤に比べてわずかに増加し、粘性減衰定数 C_0 は減少する傾向にある。2 層地盤の粘性減衰係数 $C_r(\omega)$ は振動数の増加に伴って、一様地盤の値を中心にして振動しながら徐々に C_∞ に近づいていくが、計算した範囲内では収束していない。
3. 2 層地盤の地盤剛性に見られる周期的な変動は、相対的に剛な下層での反射波の影響によるもので、回転成分に比べて水平成分や上下成分の方が大きい。これは、水平、上下加振時の力の影響する範囲が、



(c) Analysis model for building

Weight

$$W_A = 2W_B = 2.0 \times 10^5 \text{ t}$$

Moment of inertia

$$I_A = I_B = 1.0 \times 10^8 \text{ tm}^2$$

Stiffness and damping factor

$$K_H = 2 \times 10^7 \text{ t/m}$$

$$K_\theta = 2 \times 10^{10} \text{ tm/rad}$$

$$C_H/K_H = C_\theta/K_\theta = 0.005 \text{ sec}$$

図 6.3: 解析モデルの概要

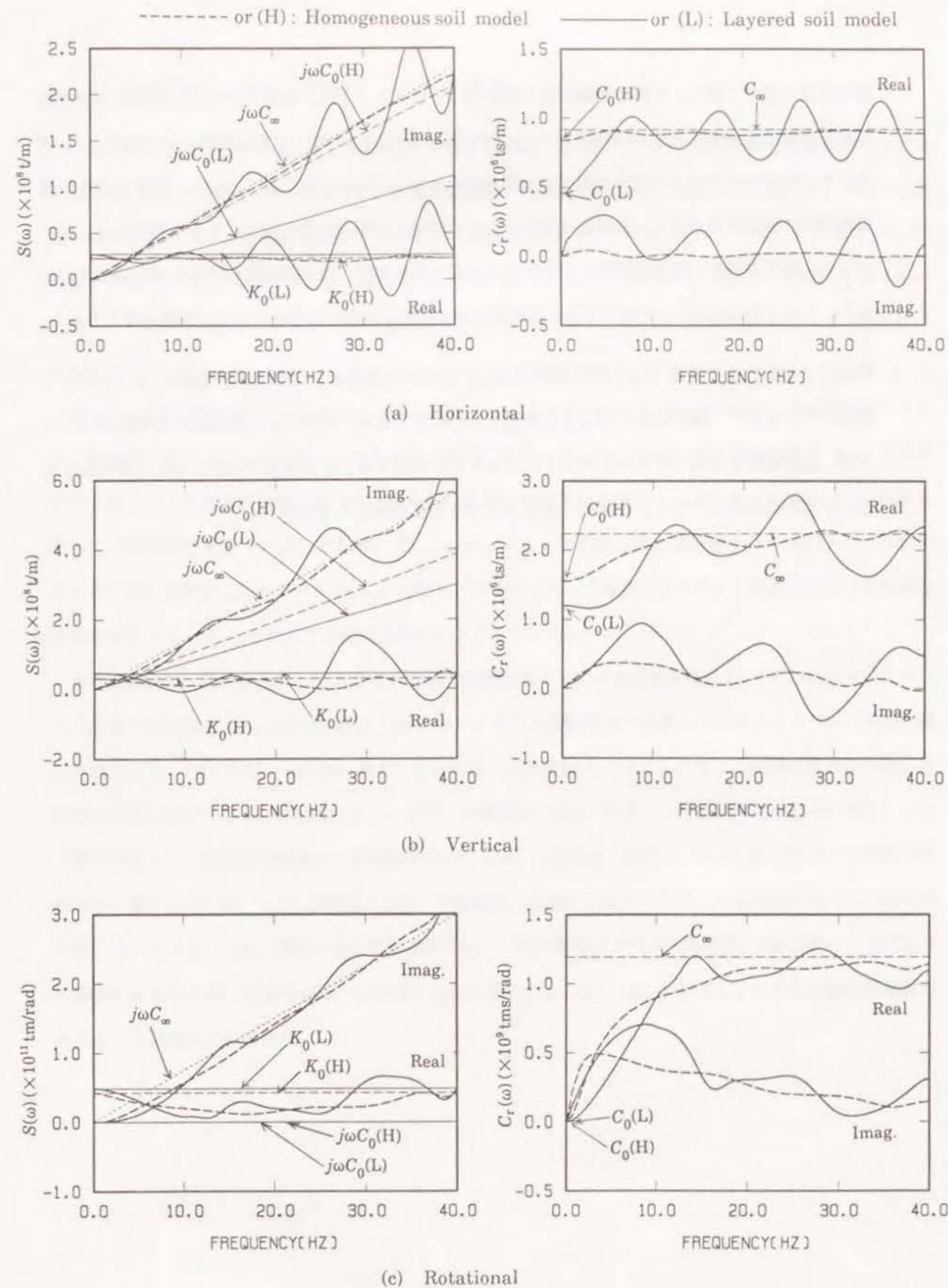


図 6.4: 地盤剛性の漸近特性

回転成分に比べて深く、下層の影響が強く現れることによる。また、衝撃力が作用してから下層での反射波が最初に到達するまでの時間を T_r とすれば、反射波は $e^{-j\omega T_r}$ の形の変動となるので、 T_r が長い水平成分のほうが上下成分に比べて変動が細かくなっている。以上のことから、層厚が大きい程地盤剛性の変動周期が短く、反射波の成分が大きいほど変動幅が大きくなることが予想できる。したがって、層厚が大きい程地盤剛性の変動をとらえるために必要となる振動数ポイントは増加する。しかし、このような問題は、不整形地盤を周波数領域で解析する際には避けられない問題と考えられる。

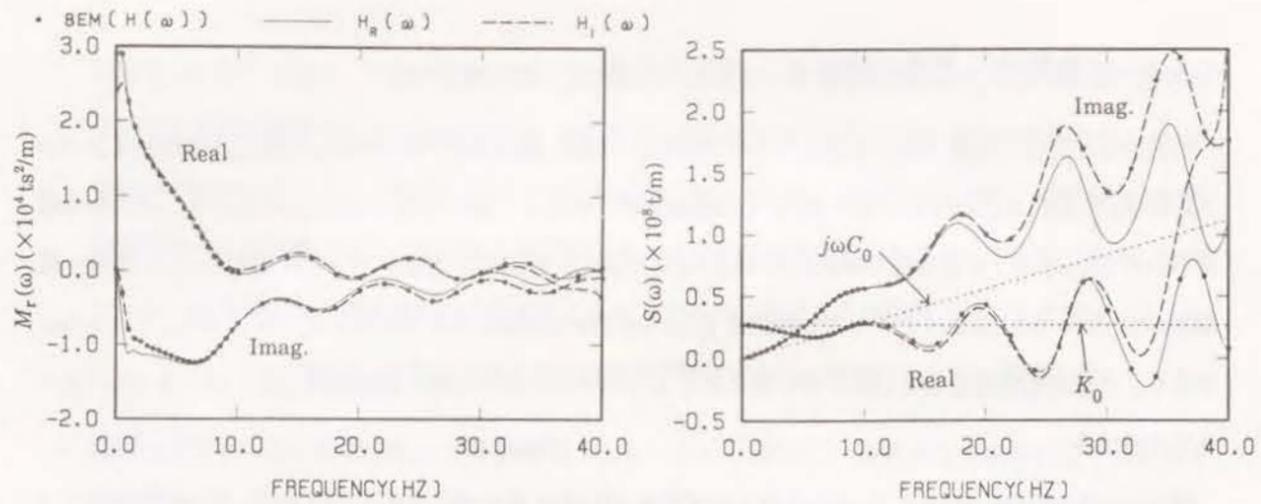
4. 時間因果化を行なう関数 $H(\omega)$ が地盤剛性 $S(\omega)$ に占める割合は、地盤条件や成分によって大きく異なっているが、一般的には、 $H(\omega)$ を無視する事はできない。ただし、一様地盤の水平成分については、地盤剛性をばねとダッシュポットによってモデル化することが可能であり、 $H(\omega)$ が $S(\omega)$ に占める割合は非常に小さく、合成積の演算を行なう必要がほとんどない。

6.3.2 地盤剛性・柔性と離散インパルス応答

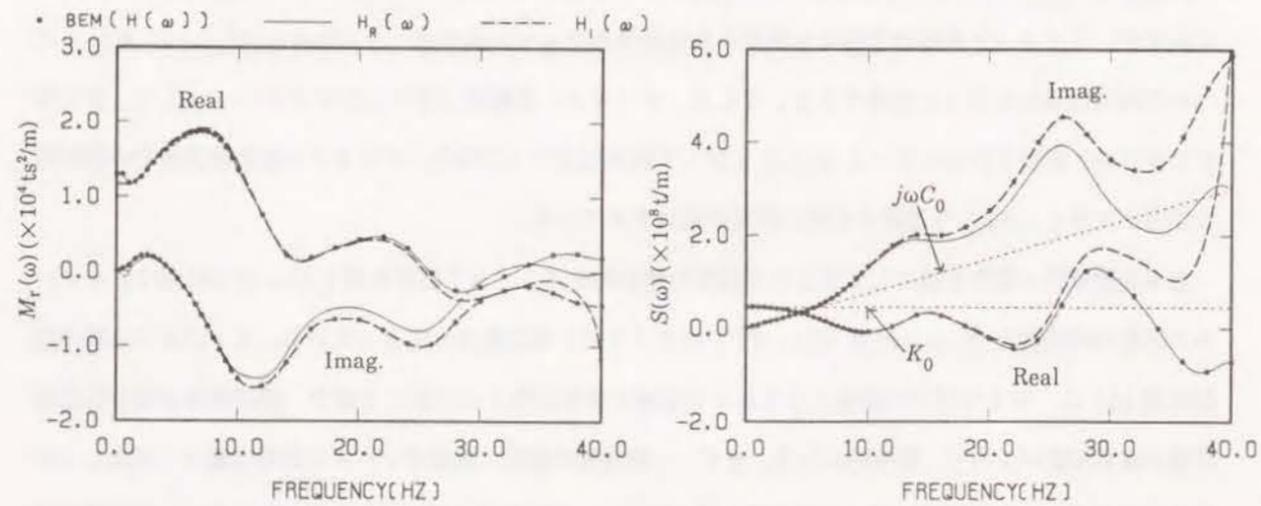
時間因果化を行う関数 $H(\omega)$ を表 6.1 に示す関数とした時、図 4.6 のフローに従って得られる離散インパルス応答 $h_R[k\Delta t]$, $h_I[k\Delta t]$ を、再び FFT で周波数領域へ変換して得られる $H_R(\omega)$, $H_I(\omega)$ と、それから逆算される $[S(\omega)]$ を、2層地盤を対象にして図 6.5 ~ 6.9 に示す。FFT では、フーリエ項数を $N = 1024$ 、時間刻みを $\Delta t = 0.0125$ sec (ナイキスト振動数 $f_N = \omega_N/2\pi = 40$ Hz) としている。従って、 $N\Delta t/2$ は 6.4 sec であり、一般的な地震波よりは短い、後に示すようにインパルス応答の継続時間 (図 6.10 ~ 6.12) に比べると十分大きい。

図 6.5 ~ 6.9 に示す $H_R(\omega)$ と $H_I(\omega)$ は、いずれも $H(\omega)$ と良い対応を示しているが、その誤差はナイキスト振動数に近づくにつれて徐々に大きくなる傾向にある。 $H_R(\omega)$, $H_I(\omega)$ から逆算された $S(\omega)$ を図中に示すが、ナイキスト振動数近傍でも精度の良い結果となっているのは、 $j\omega F(\omega)$, $C_r(\omega)$ と $K_r(\omega)$ について時間因果化を行った場合である。そして、ナイキスト振動数近傍の成分が小さい $F(\omega)$ や、吉田等がヒルベルト変換を行なっている $M_r(\omega)$ に対して因果化を行った場合、ナイキスト振動数近傍での相対的な誤差が大きく、 $S(\omega)$ へ逆算する際に誤差が拡大されている。

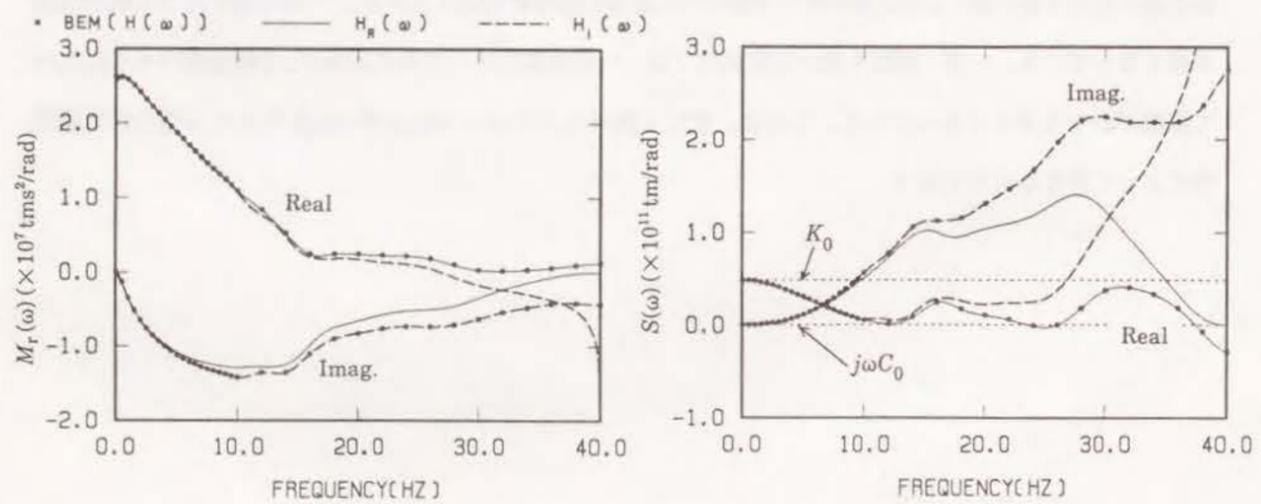
水平地盤剛性・柔性を基にして求まる 5 種類の離散的なインパルス応答を図 6.10 ~ 6.12 に示す。インパルス応答の時間刻み $\Delta t = 0.0125$ 秒は、FFT のナイキスト振動数から定まっている。インパルス応答の継続時間 $l\Delta t$ は、相互作用力の評価に含まれる合成積の演算回数 l に対応した量で、継続時間が短い程応答計算の演算回数が少なく、効率的になる。まず、一様地盤の変位・速度インパルス応答は徐々に減衰していく傾向が見られ、継続時間は約 0.2 秒程度となっている。2層地盤の場合は、0.125 秒以前は一様地盤の場合と全く変わらないが、0.125 秒付近に下層での反射波の影響が明瞭に見られ、一様地盤に比べて継続時間が長くなっている。一方、剛性を用いた定式化では、一様地盤のインパルス応答が、2層地盤のものに比べて振幅がかなり小さくなっている。これは、先にも触れたように、 $H(\omega)$ が $S(\omega)$ に占める割合が地盤条件によって異なるためである。



(a) Horizontal

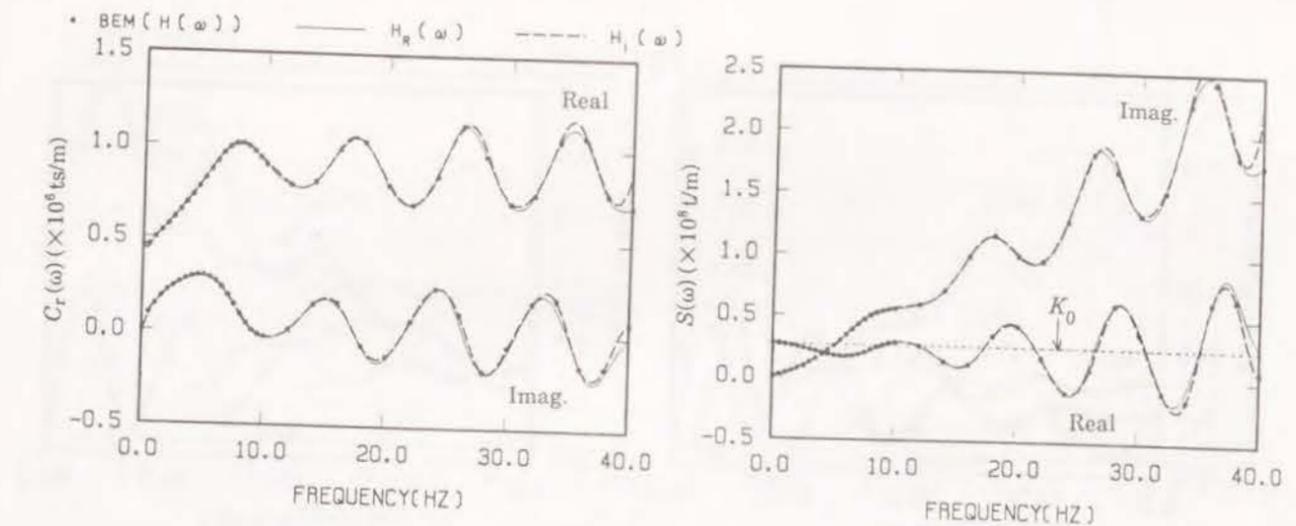


(b) Vertical

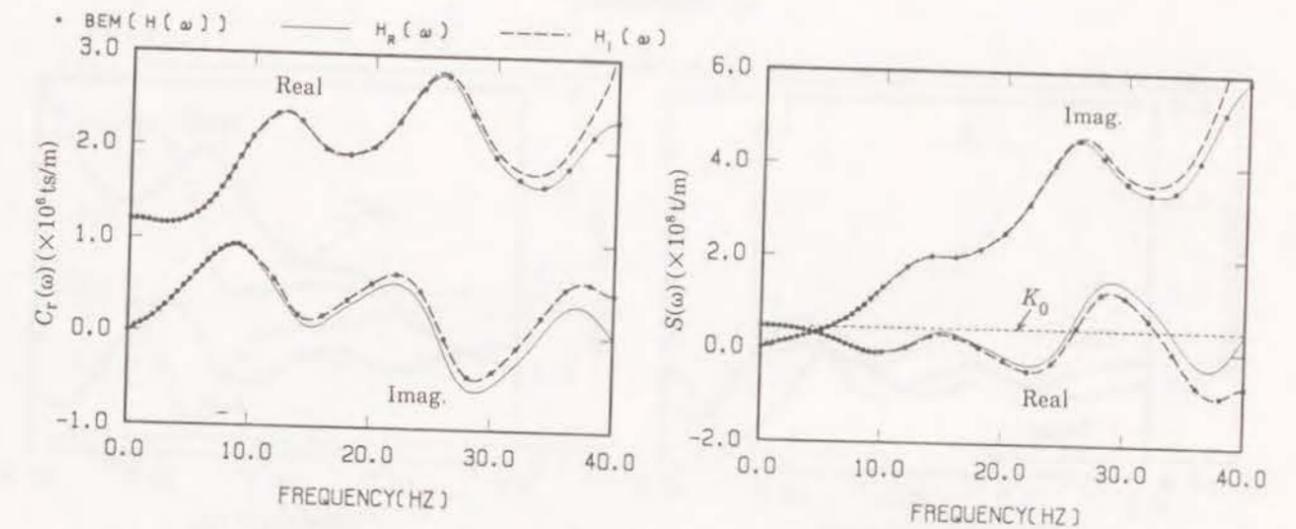


(c) Rotational

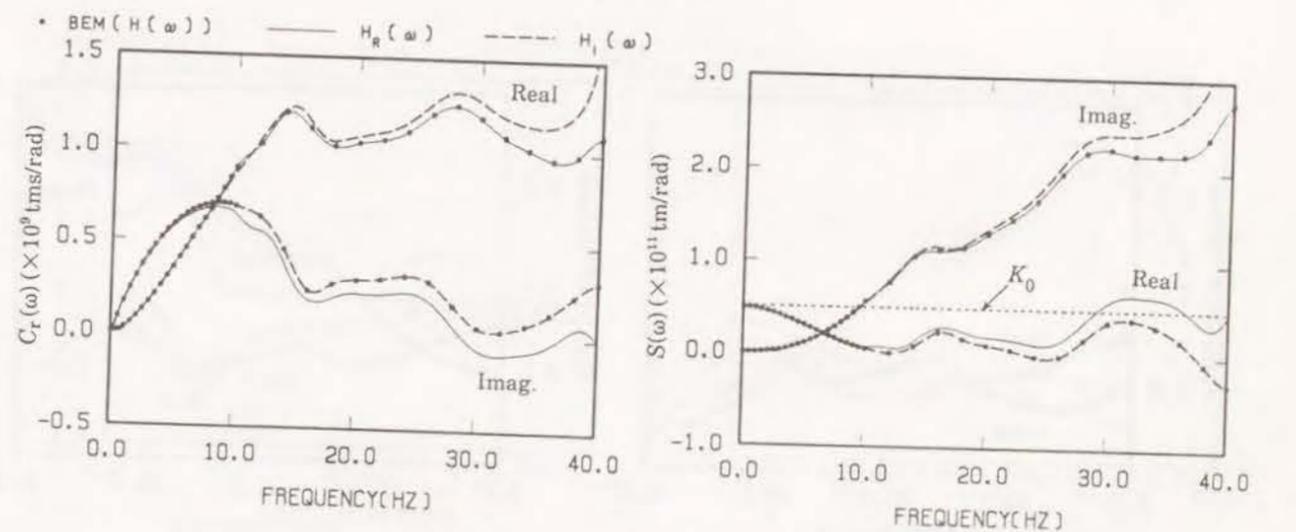
図 6.5: $H_R(\omega)$, $H_I(\omega)$ と $H(\omega)$ の比較、および、それらから逆算される地盤剛性の比較 (定式化-I)



(a) Horizontal

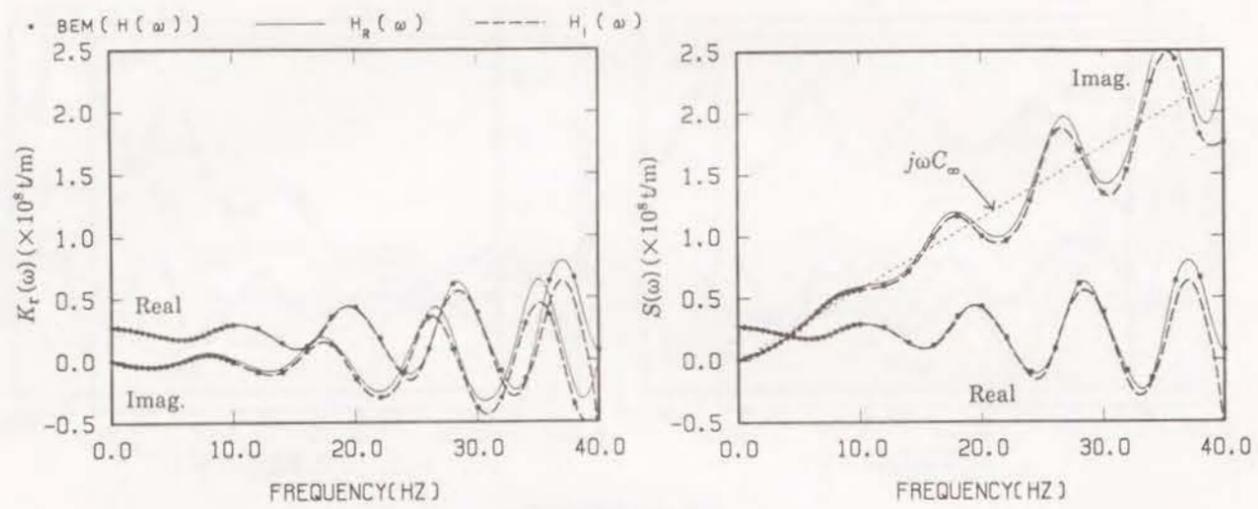


(b) Vertical

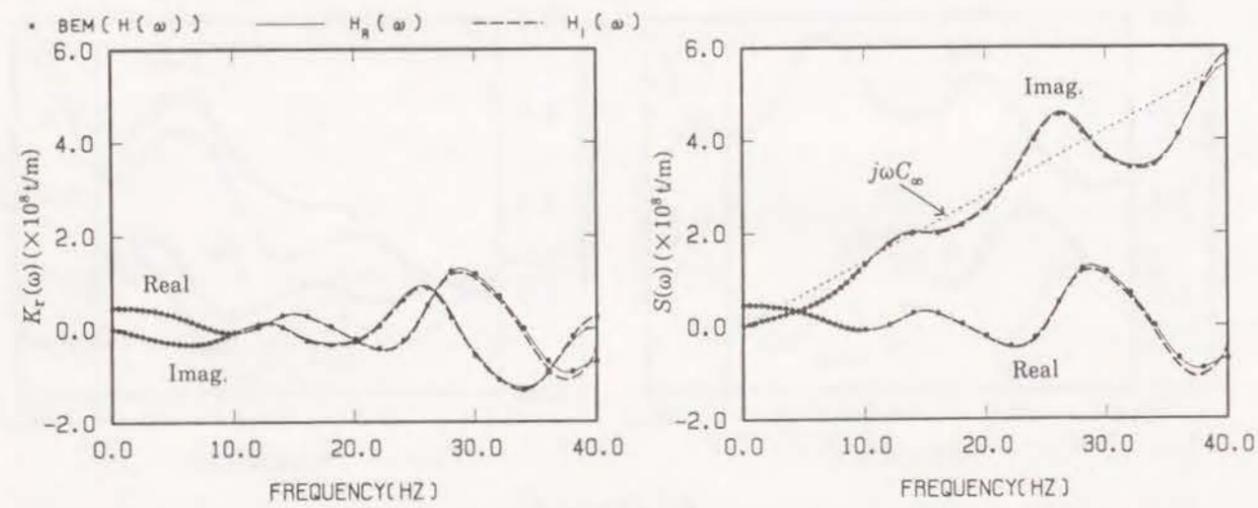


(c) Rotational

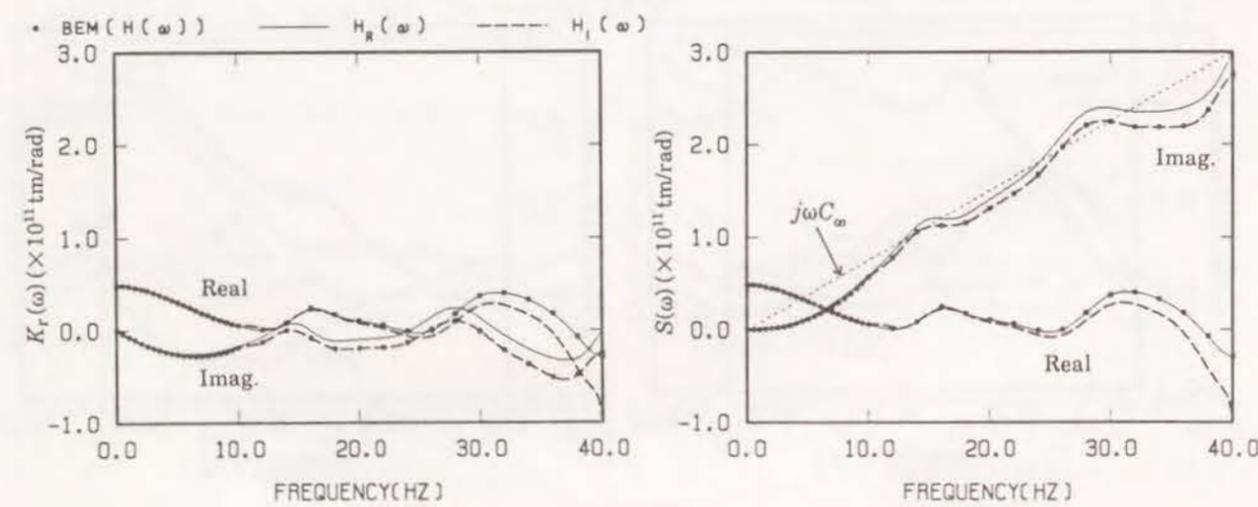
図 6.6: $H_R(\omega)$, $H_I(\omega)$ と $H(\omega)$ の比較、および、それらから逆算される地盤剛性の比較 (定式化-II)



(a) Horizontal

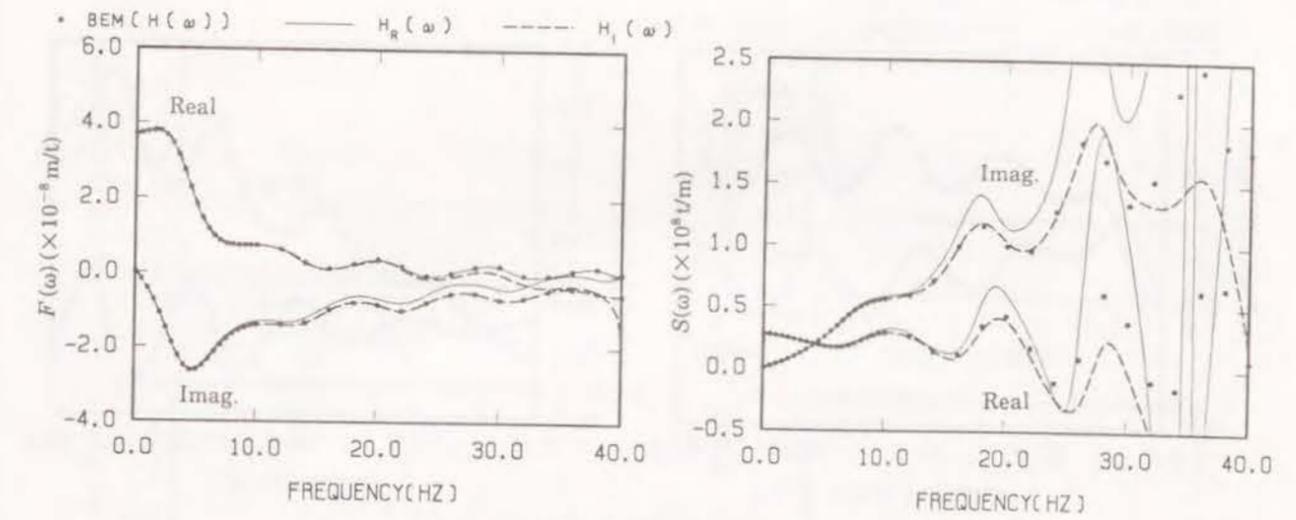


(b) Vertical

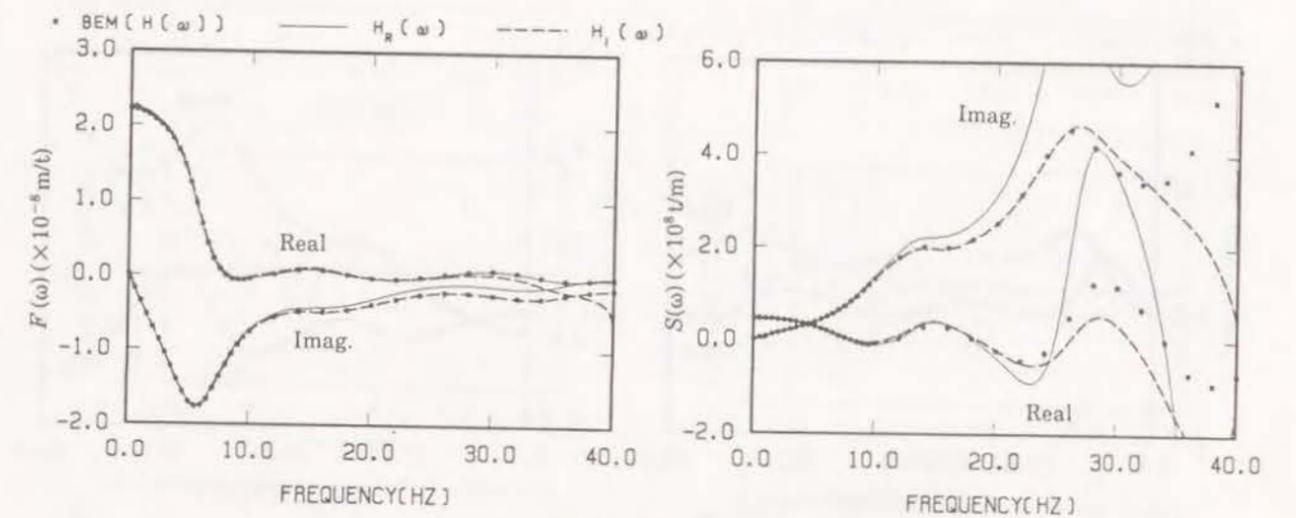


(c) Rotational

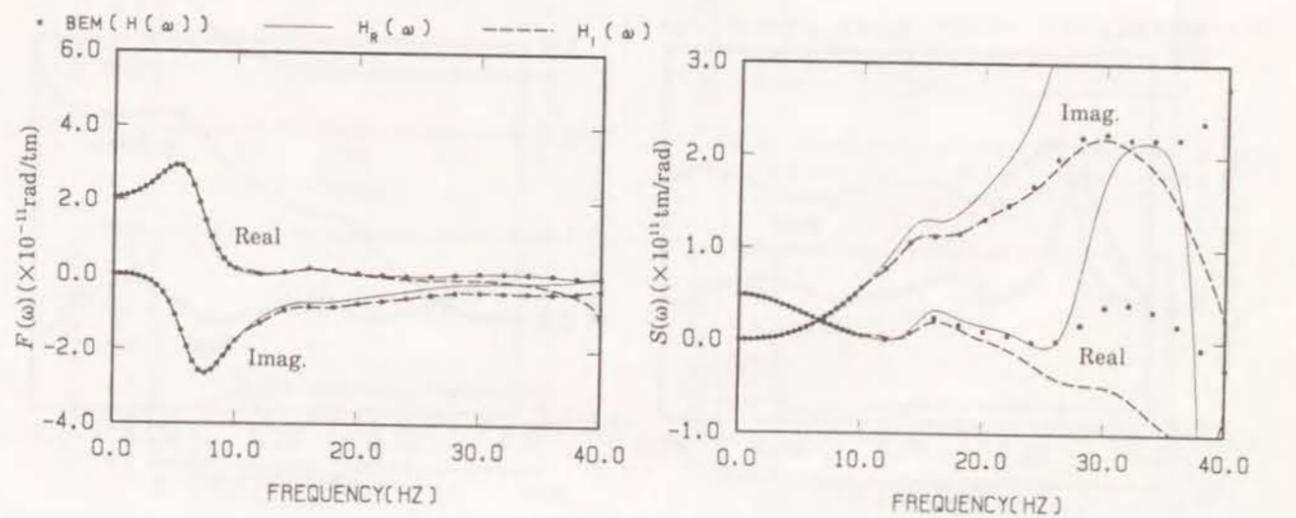
図 6.7: $H_R(\omega)$, $H_I(\omega)$ と $H(\omega)$ の比較、および、それらから逆算される地盤剛性の比較 (定式化-III)



(a) Horizontal



(b) Vertical



(c) Rotational

図 6.8: $H_R(\omega)$, $H_I(\omega)$ と $H(\omega)$ の比較、および、それらから逆算される地盤剛性の比較 (定式化-IV)

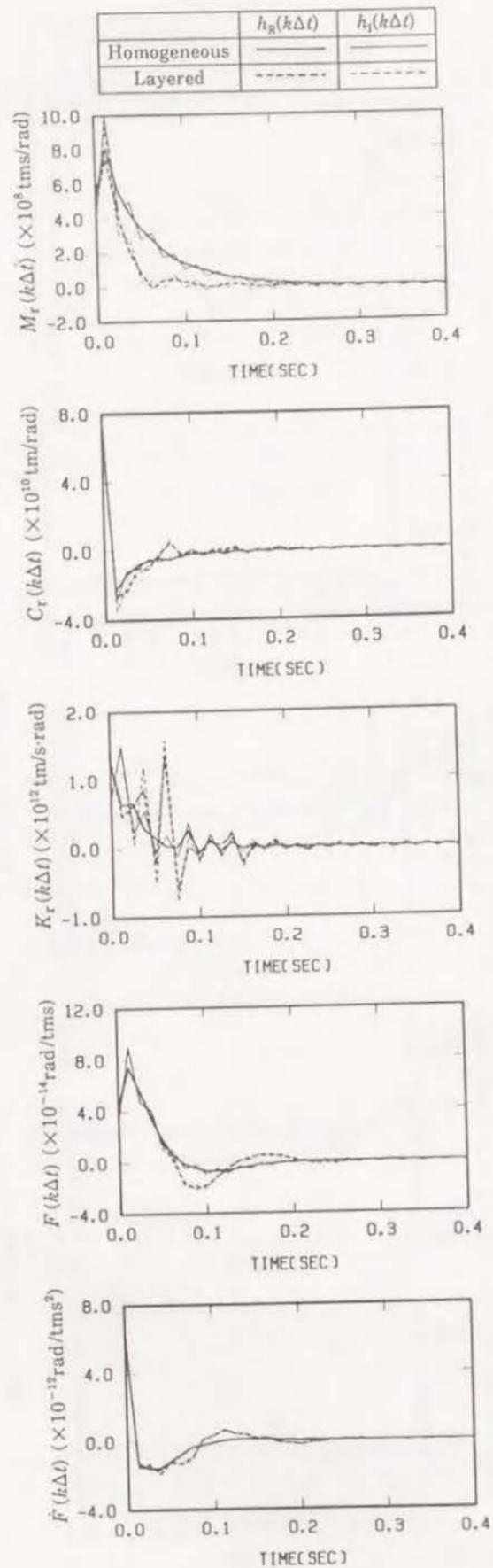


図 6.12: $h_R[k\Delta t]$, $h_I[k\Delta t]$ の比較 (回転成分)

6.3.3 時刻歴応答解析

解析対象として、図 6.3 に示した一様地盤、または、2 層地盤と構造物の連成系を考える。構造物は 2 質点系で、各質点は水平・回転の 2 自由度を有している。入力地震波としては、図 6.13 に示すような最大加速度 250Gal の人工地震波を用い、鉛直下方から入射する SV 波として自由地表面で定義している。応答解析は、時間刻み $\Delta T = 0.0025$ 秒として、Newmark $-\beta$ 法 ($\beta = 1/4$) で時間積分を行なっている。なお、時刻歴応答解析の精度は、境界要素法で求めた地盤剛性 $S(\omega)$ を用いて行った周波数領域の解析を正解値と位置付けて検証を行う。周波数領域の解析で得られた地表面の入力に対する構造物 A 点の加速度伝達関数を図 6.14 に示す。卓越振動数は約 2.5Hz であり、地盤条件の差は卓越振動数には殆どあられず、2 層地盤のほうが一様地盤に比べてピーク値が大きくなっている。つまり、本解析モデルでは、2 層地盤の方が逸散減衰が小さくなっている。

インパルス応答の継続時間 $l\Delta t$ (合成積の演算回数 l) と構造物 A 点の最大応答加速度の関係を図 6.15 に示す。まず、定式化-V ($j\omega F(\omega)$ を時間因果化) では、水平方向のインパルス応答には反射波の到達する前の $l\Delta t < 0.125$ では地盤条件による差がほとんどなく、 $l\Delta t$ が 0.125 秒を越えると徐々に各地盤モデルの正解値に漸近していく。これは、柔性定式化 (定式化-IV, V) が、合成積の演算回数 l に対応するインパルス応答の継続時間 $l\Delta t$ 秒だけ遡って、過去に働いた相互作用力の影響を考慮するためである。そして、小さな $l\Delta t$ でインパルス応答を打ち切ると、下層での反射波を無視してしまうから逸散減衰を過大評価し、応答解析結果は正解値に比べて応答値が小さくなってしまふ。なお、定式化-IV では $l=0$ の場合を除き、応答が徐々に発散して行き、安定な解が得られなかった。また、定式化-III ($K_r(\omega)$ を時間因果化) では、前述のように C_∞ が表層の地盤条件だけで決まるので、(6.17) 式から $K_r(\omega)$ が下層の影響を含んでいることになる。つまり、合成積の演算によって下層の影響を考慮することになるから、定式化-III の $l\Delta t$ と構造物の最大応答加速度の関係も、柔性を用いた定式化-V の場合と似た傾向を示す。

一方、他の地盤剛性 $S(\omega)$ を用いた定式化-I, II ($M_r(\omega)$, $C_r(\omega)$ を時間因果化) では、合成積の演算が、 $S(\omega)$ とその $\omega \rightarrow 0$ への漸近特性である K_0 , $j\omega C_0$ との差の補正項として働く。つまり、合成積の演算を行わなくても、下層の影響を含んだ K_0 , $j\omega C_0$ を用いて解析していることになる。従って、小さな $l\Delta t$ に対しても、定式化-III, V 程大きな誤差は見られず、各地盤条件に対応する正解値へ別々に収束していく。

表 6.2, 6.3 に、 $l\Delta t = 0.4$ の場合について各定式化により得られる構造物 A 点の最大加速度を示す。離散インパルス応答を算定する際のナイキスト振動数 $f_N = \omega_N/2\pi$ については 40Hz の場合に加えて、20Hz の場合も計算してその影響を調べた。また、非線形解析の例として、構造物の水平剛性について完全弾塑性型 (降伏耐力 40,000 t) の履歴特性を持つ場合を考え、線形応答解析の結果と比較する。さらに、図 6.16, 6.17

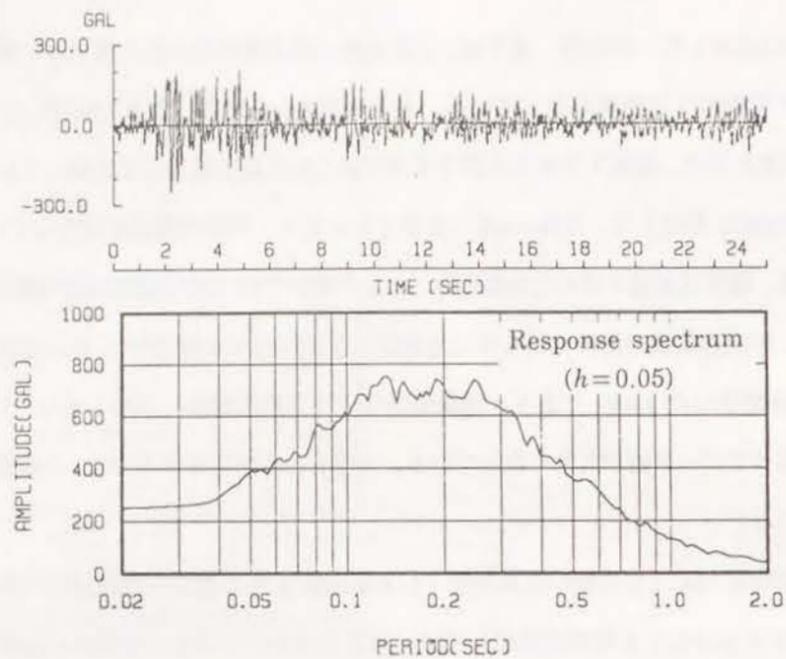


図 6.13: 自由地表面で定義された人工地震波

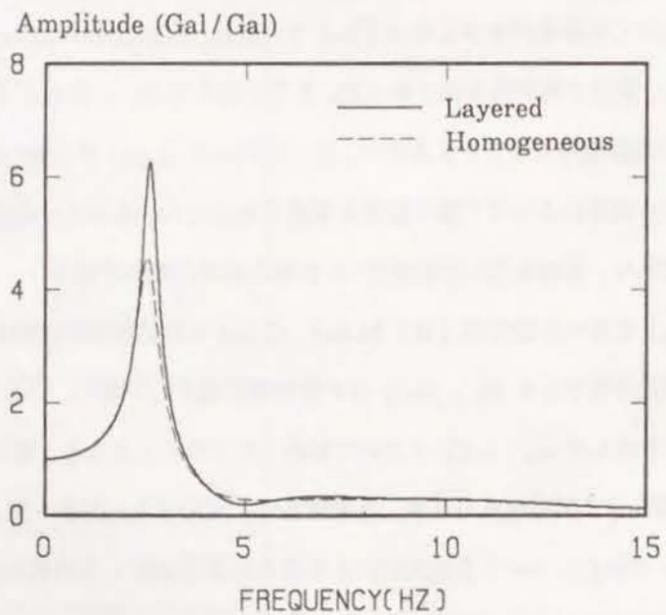
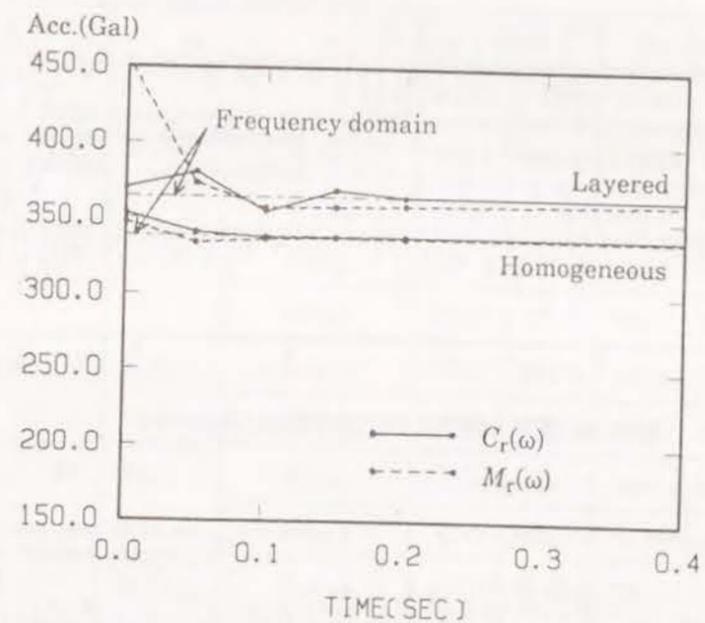
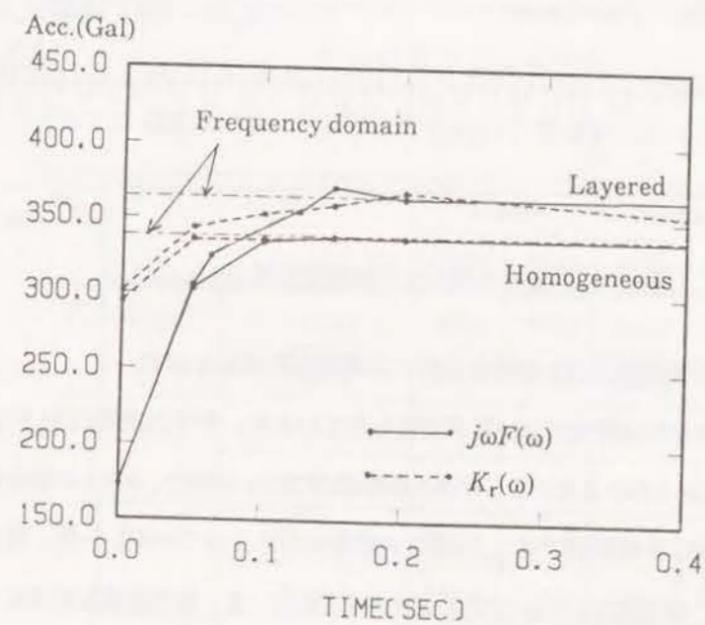


図 6.14: 入力地震波に対する構造物 (Point-A) の伝達関数



(a) Formulation I, II



(b) Formulation III, V

図 6.15: 構造物 (Point-A) の最大応答加速度と離散インパルス応答の継続時間の関係 ($l\Delta t$)

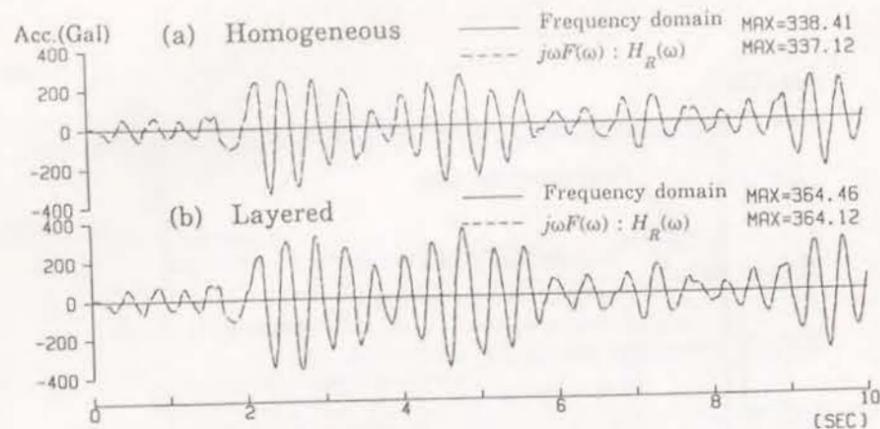


図 6.16: 線形な構造物の加速度応答 (Point-A)

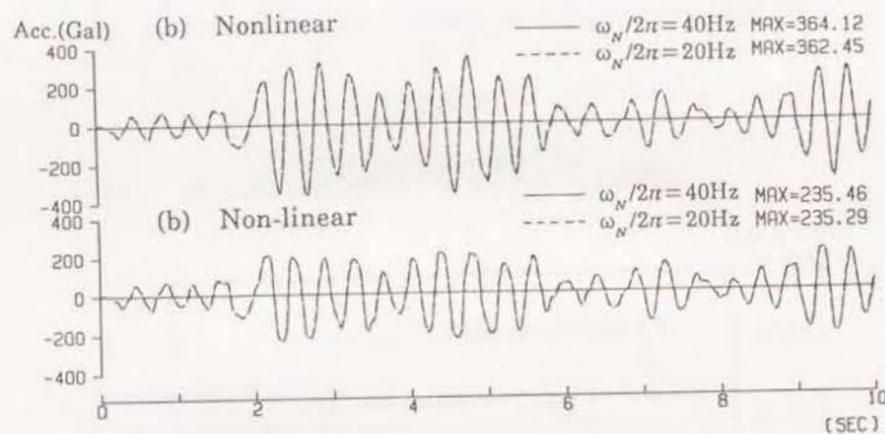


図 6.17: 非線形な構造物の加速度応答 (Point-A)

には定式化-V ($j\omega F(\omega)$ を時間因果化) の場合を例に加速度応答波形を示す。

まず、定式化-IV 以外は全般に精度のよい結果が得られているが、中でも定式化-II, V ($C_r(\omega)$, $j\omega F(\omega)$ を時間因果化) の精度がよかった。また、ナイキスト振動数が 20Hz の場合、40Hz の場合に比べて時刻歴応答解析の精度が低下するが、本解析例では 1.5% 程度の誤差におさまっている。一方、構造物の非線形性を考慮した解析においても、定式化-IV を除き安定な解が得られている。最大応答加速度については、地盤条件によらず 230Gal 前後でほとんど変わらない。これは、構造物の水平ばねが塑性化することにより加速度波形が頭打ちになるためと考えられる。しかし、図 6.17 のようにナイキスト振動数 f_N を変えて加速度波形を比較しても、応答結果はよく一致していることから、合成積のサンプリング間隔 Δt の影響はほとんどなく、非線形解析においても十分な精度が期待できることがわかる。

表 6.2: 構造物の最大応答加速度 (Gal) (一様地盤 $\Delta t = 0.4$)

No.			Linear		Nonlinear	
			f_N	20Hz	40Hz	20Hz
I	$M_r(\omega)$	$H_R(\omega)$	353.3	336.9	228.9	229.4
		$H_I(\omega)$	337.5	337.3	229.5	229.5
II	$C_r(\omega)$	$H_R(\omega)$	339.3	337.9	230.1	229.7
		$H_I(\omega)$	337.7	337.4	229.6	229.6
III	$K_r(\omega)$	$H_R(\omega)$	337.1	337.0	229.3	229.3
		$H_I(\omega)$	337.1	338.6	229.4	229.9
IV	$F(\omega)$	$H_R(\omega)$	Divergence		Divergence	
		$H_I(\omega)$	Divergence		Divergence	
V	$j\omega F(\omega)$	$H_R(\omega)$	336.4	337.1	229.4	229.5
		$H_I(\omega)$	337.1	337.5	229.5	229.6
Freq. domain analysis ($H(\omega)$)			338.4		—	

表 6.3: 構造物の最大応答加速度 (Gal) (二層地盤 $\Delta t = 0.4$)

No.			Linear		Nonlinear	
			f_N	20Hz	40Hz	20Hz
I	$M_r(\omega)$	$H_R(\omega)$	362.5	361.5	234.7	235.1
		$H_I(\omega)$	362.2	362.6	235.5	235.4
II	$C_r(\omega)$	$H_R(\omega)$	364.2	364.2	236.2	235.7
		$H_I(\omega)$	363.1	362.8	235.6	235.4
III	$K_r(\omega)$	$H_R(\omega)$	352.1	354.0	234.8	234.8
		$H_I(\omega)$	362.8	363.8	235.4	236.0
IV	$F(\omega)$	$H_R(\omega)$	Divergence		Divergence	
		$H_I(\omega)$	Divergence		Divergence	
V	$j\omega F(\omega)$	$H_R(\omega)$	362.5	364.2	235.3	235.5
		$H_I(\omega)$	360.3	360.4	235.3	235.5
Freq. domain analysis ($H(\omega)$)			364.4		—	

6.4 まとめ

地盤の周波数特性を保持しつつ時間領域で応答解析を効率的に行う方法として、有限要素法や境界要素法等によって周波数領域で求めた地盤剛性や柔性を用いる5種類のサブストラクチャー法の定式化を示して、相互に比較した。各定式化は、表6.1に示す5つの関数($H(\omega)$)に図4.6のフローを適用して求まる離散インパルス応答($h_R[k\Delta t]$ または $h_I[k\Delta t]$)を用いて、地盤-構造物間に働く相互作用力を評価するものである。

以下に、その特徴と本章のまとめを以下に箇条書きにして示す。

1. 各定式化と類似の既往の定式化との対応関係について示したが、いずれの提案手法でも、周波数領域で地盤剛性や柔性を求める際の振動数範囲を実用的な範囲まで低振動数領域に限定できること、さらに、時間領域の応答解析の際に必要な合成積の演算回数を減らすことにより、既往の方法に比べて効率的な応答解析手法となっている。
2. 地盤剛性に基づく定式化では、時間因果化を行う関数 $H(\omega)$ が、 $S(\omega)$ のうち、 $S(\omega)$ の $\omega \rightarrow 0$ や $\omega \rightarrow \infty$ の特性から定まる地盤ばね・ダッシュポット・付加質量を用いて表現できる地盤剛性に対する補正項として作用するから、時間因果化の精度(ひいては合成積の演算精度)が直接応答結果精度に反映されるとは限らない。しかし、地盤柔性に基づく定式化では $F(\omega)$ または $j\omega F(\omega)$ のすべてを時間因果化の対象とするので、時間因果化の精度の確保と合成積の演算の持つ意味は、剛性定式化に比べて重要である。
3. 成層地盤上の構造物を例に地震応答解析を行い、各定式化の物理的意味と精度について考察した。その結果、表6.1に示した定式化のうち、変位インパルス応答を用いた定式化-IVは安定した応答結果が得られなかったが、その他の定式化によれば、構造物-地盤系を周波数領域で解析した場合とほぼ等価な結果が得られた。特に精度が高かったのは、定式化-IIと定式化-Vで、 $C_r(\omega)$ または $j\omega F(\omega)$ をシステム関数として選んだ場合である。
4. 数値ヒルベルト変換手法として図4.6のフローを見た場合、表6.1の $H(\omega)$ のように、振動数無限大で一定値に収束し、かつ、すべての振動数に対して有界などの物理量について適用しても、工学的に十分な精度で変換できる方法であるといえる。

第7章

構造物-流体-地盤連成系の時刻歴非線形応答解析

4~6章では、構造物-地盤系の動的連成問題を対象として、限られた振動数範囲で予め計算した振動数依存の地盤の動的剛性を用いて、その特性を保持しつつ構造物の非線形性を時間領域で評価する地震応答解析手法を示し、線形解析を通じてその有効性(精度と効率性)を示してきた。本章では、6章で示した定式化の応用例として、海洋構造物-流体-地盤連成系を対象とした時刻歴非線形応答解析を行う。

7.1 軟着底海洋構造物の地震時挙動の推定について

重力式海洋構造物は、海水から受ける浮力の影響により海底面と構造物の間に働く接地圧が小さく、滑動が生じやすくなっている。これを防ぐためには多量のバラスト等を必要とし、建設コストを引き上げる要因となっている。そこで機能上の障害が無い限り滑動を許容することが考えられるが、そのためには滑動量を定量的に把握することが不可欠である。従来は、構造物-流体-地盤系の時刻歴応答解析を行う場合、流体の寄与分を振動数依存性を無視して構造物に一定の付加質量を加えて解析していた(例えば、[土岐 1982])。しかし、圧縮性流体中の構造物に働く動水圧を検討した清川等の一連の研究(例えば、[清川 1984], [清川 1985], [清川 1989])によれば、水深の増加に伴って、構造物表面から発生する圧縮性進行波が低い振動数から現れるようになり、流体の動特性は振動数とともに大きく変動するようになる。つまり、大水深構造物の地震時滑動問題を解析する場合、流体の圧縮性に起因する動水圧の振動数依存性を時間領域で考慮する必要があるが、そのような研究は見られない。本章では、6章で示した地盤剛性に基づく定式化を構造物-流体-地盤系に適用して時刻歴応答解析を行い、一定の付加質量を構造物に加えて解析する方法と対比させながら、大水深の海域に設置された軟着底海洋構造物の地震時挙動について考察を加える。

*本章は、論文[林 1990d]に加筆してまとめたものである。

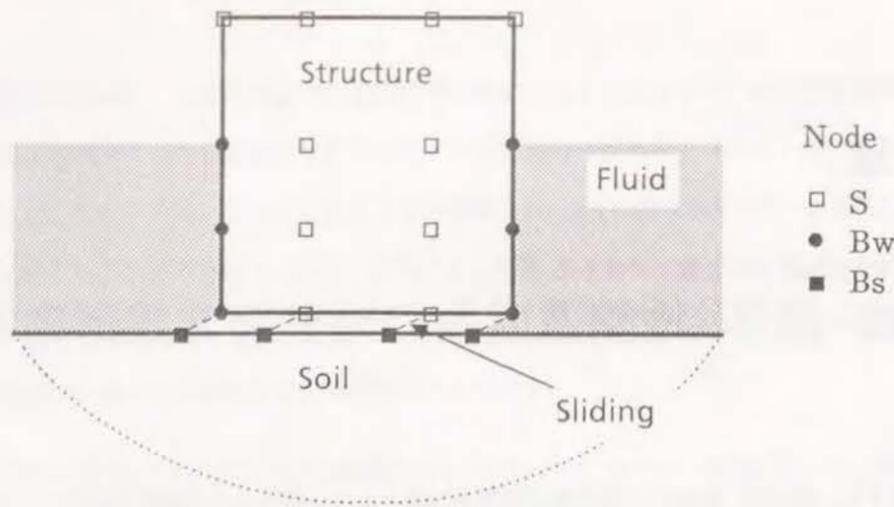


図 7.1: 構造物-流体-地盤連成系

7.2 構造物の滑動と流体および地盤の剛性の周波数依存性を考慮した時刻歴応答解析

図 7.1 に示すような構造物-流体-地盤連成系について、構造物の滑動の影響と、圧縮性流体中の構造物に働く動水圧の周波数変動特性の影響とを考慮した時刻歴応答解析手法を以下に示す。解析法の特徴は、構造物の境界における地盤および流体の動的剛性 $[S(\omega)]$ の振動数に依存して変動する性質を、効率的に、かつ、精度よく考慮できることである。なお、以下に示す定式化は 6 章の定式化-I に対応する。

構造物-流体-地盤連成系を図 7.1 に示すように離散的にモデル化した場合、構造物と地盤の間の滑りは、構造物と地盤の接触面に 2 重節点を設けて、その間に滑りを表すジョイント要素 [土岐 1981] やコンタクト要素 [林 1988] 等の非線形要素等を挿入することによって表現することができる。時刻 t における滑動を表す非線形要素と構造物に関する釣合い方程式は次式で表される。

$$\begin{bmatrix} [M_{SS}] & [M_{SB}] \\ [M_{BS}] & [M_{BB}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\ddot{u}_S(t)\} \\ \{\ddot{u}_B(t)\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [C_{SS}] & [C_{SB}] \\ [C_{BS}] & [C_{BB}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\dot{u}_S(t)\} \\ \{\dot{u}_B(t)\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [K_{SS}] & [K_{SB}] \\ [K_{BS}] & [K_{BB}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{u_S(t)\} \\ \{u_B(t)\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{P_S(t)\} \\ \{P_B(t)\} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \{0\} \\ -\{R(t)\} \end{Bmatrix} \quad (7.1)$$

ここで、 $[M]$ 、 $[C]$ 、 $[K]$ は構造物の質量行列、減衰行列、剛性行列、 $\{P(t)\}$ と $\{u_S(t)\}$ 、 $\{u_B(t)\}$ はそれぞれ非線形要素の不釣り合い力ベクトルと応答変位ベクトルをそれぞれ表す。また、添字 B は構造物が流体や地盤と接する境界上の自由度、添字 S はその他の自由度を表す。 $\{R(t)\}$ は境界に働く構造物との相互作用力であり、以下のように評価して応答計算を行う。

$\{R(t)\}$ をフーリエ変換した $\{R(\omega)\}$ は、構造物の境界における流体と地盤の動的剛性行列 $[S(\omega)]$ と、構造物がない時の境界の応答変位 $\{u_G(\omega)\}$ を用いて次のように表される。

$$\{R(\omega)\} = [S(\omega)] \cdot \{u(\omega)\} \quad (7.2)$$

$$= ([K_0] + j\omega[C_0] + (j\omega)^2[M_r(\omega)]) \cdot \{u(\omega)\}$$

$$\{u(\omega)\} = \{u_B(\omega)\} - \{u_G(\omega)\} \quad (7.3)$$

ここで、 $[K_0]$ 、 $[C_0]$ は $[S(\omega)]$ を $j\omega$ に関してテーラー展開した 0 次、1 次の係数で、静的剛性と減衰係数に対応する。また、 $[M_r(\omega)]$ は付加質量項に相当する周波数依存の関数で、非常に広帯域の関数であるところに特徴がある。ここで、 $t = n\Delta T$ の相互作用力 $\{R(n\Delta T)\}$ は、 $[M_r(\omega)]$ を図 4.6 のフロー中の $H(\omega)$ とみなして算定される離散インパルス応答 $M_r[k\Delta t]$ (図 4.6 のフロー中の $h_{\omega_N}^M[k\Delta t]$ に相当) を用いて次式のように評価する。

$$\{R(n\Delta T)\} = [K_0]\{u(n\Delta T)\} + [C_0]\{\dot{u}(n\Delta T)\} + \sum_{k=0}^l \Delta t \cdot [M_r[k\Delta t]]\{\ddot{u}((n-km)\Delta T)\} \quad (7.4)$$

離散インパルス応答の時刻間 Δt は、図 4.6 のフローで用いる FFT のナイキスト振動数 ω_N により $\Delta t = \pi/\omega_N$ のように決まり、時刻歴応答解析の時刻間 ΔT の m 倍となるように決める。

構造物の境界は、図 7.1 に示すように流体との境界である自由度 w と、地盤との境界自由度 s に分離して考えることができる。

$$[S(\omega)] = \begin{bmatrix} [S_{ss}(\omega)] & [S_{sw}(\omega)] \\ [S_{ws}(\omega)] & [S_{ww}(\omega)] \end{bmatrix} \quad (7.5)$$

$$[K_0] = \begin{bmatrix} [K_{0ss}] & [K_{0sw}] \\ [K_{0ws}] & [K_{0ww}] \end{bmatrix}, \quad [C_0] = \begin{bmatrix} [C_{0ss}] & [C_{0sw}] \\ [C_{0ws}] & [C_{0ww}] \end{bmatrix}, \quad [M_r(\omega)] = \begin{bmatrix} [M_{r_{ss}}(\omega)] & [M_{r_{sw}}(\omega)] \\ [M_{r_{ws}}(\omega)] & [M_{r_{ww}}(\omega)] \end{bmatrix} \quad (7.6)$$

$$\{u(\omega)\} = \begin{Bmatrix} \{u_{Bs}(\omega)\} \\ \{u_{Bw}(\omega)\} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \{u_{Gs}(\omega)\} \\ \{u_{Gw}(\omega)\} \end{Bmatrix} \quad (7.7)$$

なお、地盤との境界を表す自由度 s は、構造物と地盤の間の滑りを表現する非線形要素の節点のうち、地盤側の節点の自由度となる。また、次節以下に示す解析例では、地盤と流体の連成効果は小さいと考えて無視すれば、

$$[S_{ws}(\omega)] = [S_{sw}(\omega)] = [0] \quad (7.8)$$

であり、構造物がなければ流体は地震中も静止しているものと仮定できる。

$$\{u_{Gw}(\omega)\} = \{0\} \quad (7.9)$$

$$\{u_{Gs}(\omega)\} = \{u_0(\omega)\} \quad (7.10)$$

ただし、 $\{u_0(\omega)\}$ は自由海底面で定義された地震動である。さらに、流体と構造物の連成解析を行う際に、流体の効果を振動数に依存しない一定の付加質量 $[M_W]$ と考える場合には、

$$[K_{0ww}] = [C_{0ww}] = [M_{rww} [k \Delta t]] = [0] \quad (k > 0) \quad (7.11)$$

$$\Delta t \cdot [M_{rww} [0]] = [M_W] \quad (7.12)$$

とした場合に相当する。

7.3 解析対象と解析モデル

図 7.2 に示すように水深 $H = 50$ m, 半径 $a = 25$ m の円筒構造物が軟着底しているとし、海底面で地震時に滑動する問題を考える。解析モデルを図 7.3 に示す。構造物は剛体と仮定して 1 つの質点 (質量 M) に集約した。地盤剛性 $S_{ss}(\omega)$ はせん断波速度 1500 m/sec の地盤を想定して算定し、ばねとダッシュポットで近似した。

流体の剛性 $S_{ww}(\omega)$ は、図 7.2 のような着底した剛な円筒構造物が、流体中で単位変位振幅で調和振動する時に構造物に働く動水圧に相当するが、下の流体の圧縮性を考慮した 3 次元ヘルムホルツ方程式 ((7.13) 式) と境界条件 ((7.14) ~ (7.17) 式) を、固有関数展開法により解析的に解くことができる [清川 1984]。

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} + (\omega/c)^2 \phi = 0 \quad : (\text{流体中}) \quad (7.13)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} - (\omega^2/g) \phi = 0 \quad : (\text{海水表面}) \quad (7.14)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \quad : (\text{海底面}) \quad (7.15)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial r} = j\omega \cos \theta \quad : (\text{構造物表面}) \quad (7.16)$$

$$r \cdot \left(\frac{\partial \phi}{\partial r} + jk_0 \phi \right) = 0 \quad (r \rightarrow \infty) \quad : (\text{放射条件}) \quad (7.17)$$

ただし、 ϕ はポテンシャル、 c は流体の平均音速 (1475 m/s)、 k_0 は波数 ($k_0 \tanh k_0 H = \omega^2/g$ の実正根) を表す。なお、(7.13) 式で、流体の圧縮性を考慮しない時は $c \rightarrow \infty$ とすればよい。また、(7.14) 式は、流体自由表面での表面波を考慮した式となっている。上式を満足する解は、固有関数展開法により次式のように求められる。

$$\phi(r, \theta, z) = j\omega \left\{ \phi^0(r, z) - \sum_{n=1}^{n_0} \phi_n^1(r, z) - \sum_{n=n_0+1}^{\infty} \phi_n^2(r, z) \right\} \cdot \cos \theta \quad (7.18)$$

$$\begin{aligned} \phi^0(r, z) &= \frac{2\nu}{\lambda_0 \{H \cdot (k_0^2 - \nu^2) + \nu\}} \cdot \frac{\cosh k_0(H+z)}{\cosh k_0 H} \cdot \frac{H_1^{(2)}(\lambda_0 r)}{H_1^{(2)\prime}(\lambda_0 a)} \\ \phi_n^1(r, z) &= \frac{2\nu}{\lambda_n' \{H \cdot (k_n^2 + \nu^2) - \nu\}} \cdot \frac{\cos k_n(H+z)}{\cos k_n H} \cdot \frac{H_1^{(2)}(\lambda_n' r)}{H_1^{(2)\prime}(\lambda_n' a)} \\ \phi_n^2(r, z) &= \frac{2\nu}{\lambda_n \{H \cdot (k_n^2 + \nu^2) - \nu\}} \cdot \frac{\cos k_n(H+z)}{\cos k_n H} \cdot \frac{K_1(\lambda_n r)}{K_1'(\lambda_n a)} \end{aligned} \quad (7.19)$$

ただし、 $H_1^{(2)}$: 第 2 種 1 次ハンケル関数、 K_1 : 第 2 種 1 次変形ベッセル関数、 $H_1^{(2)\prime}$, K_1' : それぞれの関数の導関数、 k_n : 固有値 ($k_n \tan k_n H = \omega^2/g$ の実正根、 $k_1 < k_2 \dots$)、 $\lambda_0^2 = k_0^2 + (\omega/c)^2$ 、 $\lambda_n^2 = k_n^2 - (\omega/c)^2$ 、 $\lambda_n' = j\lambda_n$ で、 n_0 は $k_n^2 - (\omega/c)^2 < 0$ となる整数 n のうち最大のものである。

(7.19) 式において、 $\{ \}$ 内第 2 項が流体の圧縮性を考慮したことによって付け加わる項であり、有限個の進行波成分で形成されている。この進行波成分の発生は、 $k_n^2 - (\omega/c)^2 < 0$ となる整数が存在するかどうか

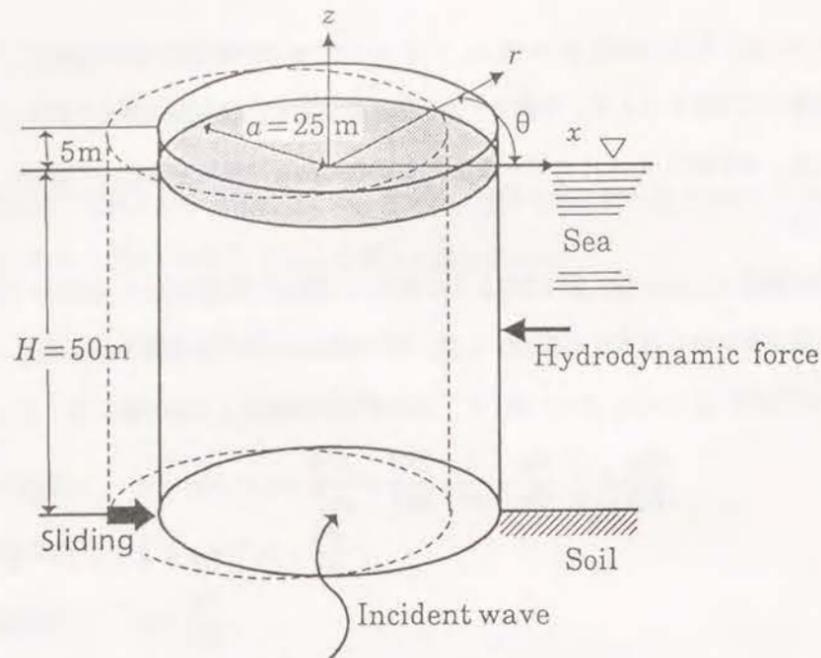


図 7.2: 解析対象

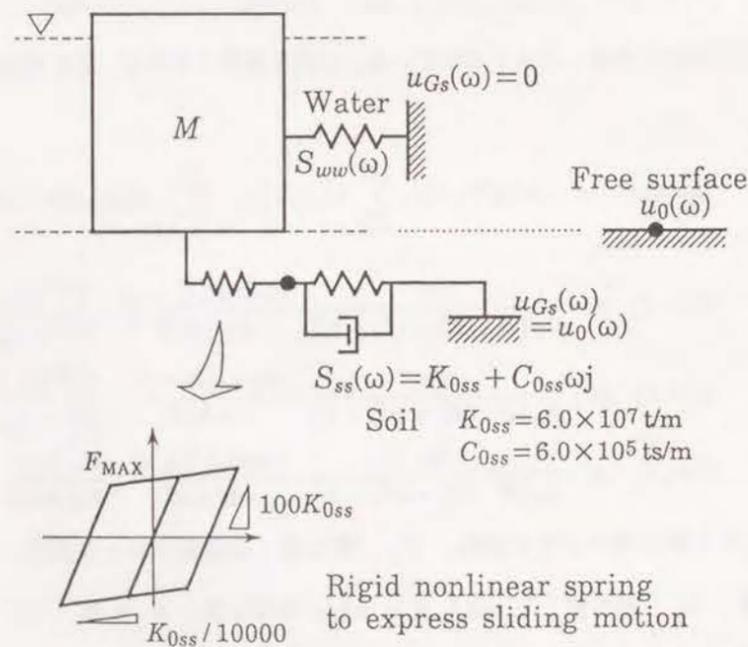


図 7.3: 解析モデル

かによって決まるが、 k_n は水深と振動周期から決まる固有値である。従って、ある振動数 f で進行波成分が発生する条件は、次式のように水深だけに関係する。

$$H < (2n - 1)c/4f \quad (7.20)$$

上式に基づき、各モードの発生限界を示したのが図 7.4 である。大水深、高振動数となる程高次のモードが発生することがわかる。水深 50m の時には、基本モードが 7.375Hz で発生し、その奇数倍で進行波成分が発生する。

また、任意の点の動水圧 $p(r, \theta, z)$ は、一般化されたベルヌーイの定理の 2 次の微小量を見捨て、

$$p(r, \theta, z) = \rho j \omega \phi(r, \theta, z) \quad (7.21)$$

のように求められる。動水圧の x 方向成分を没水円柱の表面にわたって積分することによって、構造物に働く力、すなわち、流体による動的剛性 $S_{ww}(\omega)$ を算定することができる。

$$S_{ww}(\omega) = -\omega^2 \rho \pi a \int_{-H}^0 \left\{ \phi^0(a, z) - \sum_{n=1}^s \phi_n^1(a, z) - \sum_{n=s+1}^{\infty} \phi_n^2(a, z) \right\} dz \quad (7.22)$$

求めた $S_{ww}(\omega)$ を、付加質量項 $-Re.[S_{ww}(\omega)]/\omega^2 (= Re.[M_r(\omega)])$ と造波減衰項 $Im.[S_{ww}(\omega)]/\omega (= -\omega \cdot Im.[M_r(\omega)])$ の形で、図 7.5(a), (b) にそれぞれ実線で示す。なお、流体の圧縮性を考慮しない場合の振動数無限大における付加質量 $M_W (= 59.5 \text{ t/Gal})$ を点線で示す。圧縮性を考慮した場合、 $S_{ww}(\omega)$ は顕著な周波数依存性を示す。流体の付加質量項は 7.5Hz 近傍でピークを持ち、 M_W の約 1.7 倍となっている。また、造波減衰は 7.5Hz 近傍から急激に増加する傾向にあり、圧縮性進行波の基本モードに対応する振動数から逸散減衰が急増することがわかる。

次節の応答計算に用いる離散インパルス応答 $M_r[k\Delta t]$ は、図 7.5(a) の付加質量項 $Re.[M_r(\omega)]$ を図 4.6 の $Re.[H_{\omega N}(\omega)]$ として求められる $h_R[k\Delta t]$ とする。算定された離散インパルス応答を、 $\Delta t \cdot M_r[k\Delta t]$ の形で図 7.6 に示すとともに、 $M_r[k\Delta t]$ に対応する $M_r(\omega)$ を付加質量項と造波減衰項の形で図 7.5 に破線で示す。ただし、本論文で検討の対象とする振動数範囲を 20Hz 以下とし、離散インパルス応答の時間刻みは $\Delta t = 0.01 \text{ sec}$ とした。したがって、離散インパルス応答算定に用いた $M_r(\omega)$ は 50Hz まで計算した。解析的に求めた $M_r(\omega)$ (実線) と $M_r[k\Delta t]$ に対応する $M_r(\omega)$ (破線) を比較すると、付加質量項をヒルベルト変換して算定された減衰項は、振動数が高くなるにつれて誤差が徐々に大きくなる傾向にあるが、20Hz 以下では十分な精度でシミュレートできていると言える。また、 $M_r[k\Delta t]$ の変動は、図 7.5 の付加質量項のピーク振動数にほぼ相当しており、継続時間は短く、1.0sec で十分振幅が小さくなっている。なお、次に示す応答計算例では、 $M_r[k\Delta t]$ の継続時間に相当する (7.4) 式の $l\Delta t$ を 1.5 sec としている。

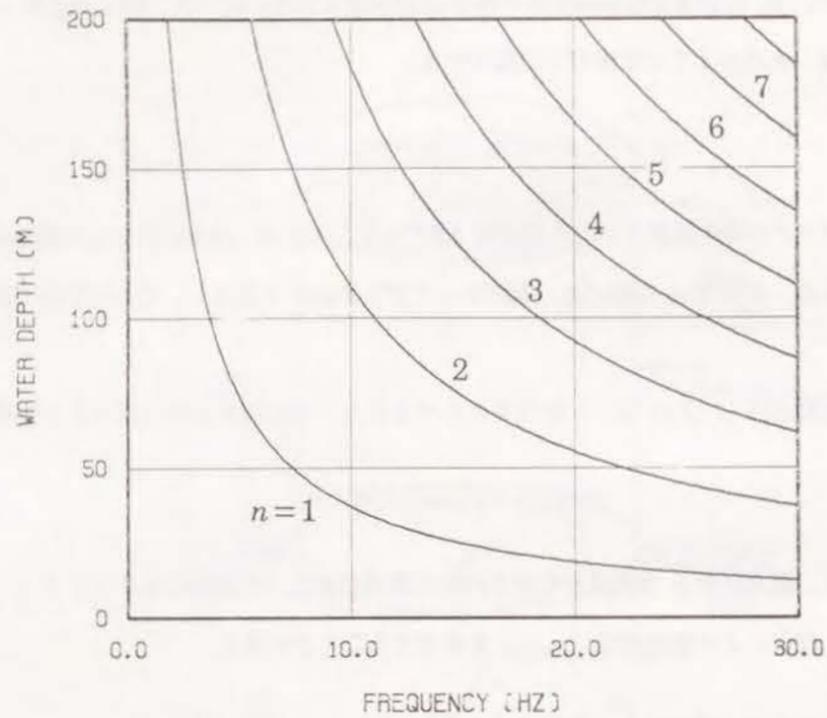


図 7.4: 圧縮性進行波モードの発生限界

また、構造物と地盤の間には構造物の滑動を表現するための bi-linear 型履歴特性を持つばねを挿入する。履歴特性の第一折れ点に相当する静止摩擦力 F_{MAX} は、 μ : 構造物-海底面間の摩擦係数 ($=0.6$), g : 重力加速度, F : 浮力 ($=\pi a^2 H \rho g$) とした時、 $F_{MAX} = \mu \cdot (Mg - F)$ で与えられるものとする。ただし、 ρ は流体密度 ($\rho g = 1.025 \text{ t/m}^3$) である。弾性剛性は、地反力が静止摩擦力以下の時の相対変位が地盤の変形に比べて無視できるように地盤ばね剛性の 100 倍とし、第 2 勾配は、構造物が滑動を始めると摩擦力がほとんど増加しないように地盤ばね剛性の $1/10000$ とした。なお、非線形ばねの弾性剛性とその他のばねの剛性との比が大きいため、早く正解値に収束するように Newton 法を用いて収束計算を行った。しかし、安定な解を得るためには、滑動を表現する剛なばねの振動にも追従して応答計算を行わなければならないので、応答計算の時間刻み ΔT を十分小さくする必要があり、本解析例では $\Delta T = 0.0005 \text{ sec}$ とした。 ΔT は、流体の圧縮性を考慮するために用いる離散インパルス応答の時間刻み $\Delta t = 0.01 \text{ sec}$ に比べて十分に小さくして応答計算を行う必要がある。別の言葉で言えば、滑動を表現するために必要な振動数範囲は、流体の圧縮性の影響を考慮しなければならない振動数範囲よりも十分に広くする必要がある。

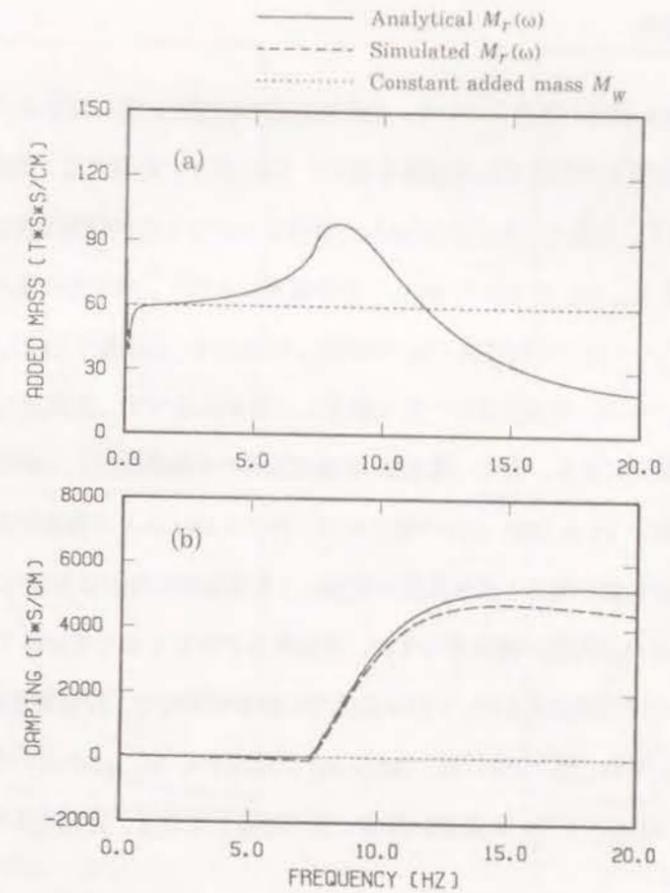


図 7.5: 流体の付加質量効果と造波減衰効果

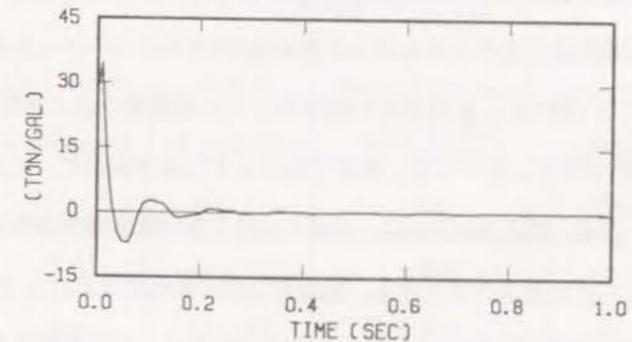


図 7.6: 離散インパルス応答 $\Delta t \cdot M_r[k\Delta t]$

7.4 構造物の応答特性

まず、滑りが生じていない線形の場合について、自由海底面の加速度応答に対する、構造物の加速度応答と海底面の摩擦力および流体力の周波数伝達関数を図 7.7, 7.8 に示す。各図では、地盤のせん断波速度 V_s が 1500m/s の場合に加えて、比較のために 1000m/s の場合についても伝達関数を算定している。

図 7.7 では、流体の剛性 $S_{ww}(\omega)$ のうちの $M_r(\omega)$ の評価方法として、解析的に求めた $M_r(\omega)$ ($H(\omega)$) を用いた場合を実線で示し、一定の付加質量 M_w で近似した場合の一点鎖線と比較している。 $M_r(\omega)$ の振動数依存性を考慮した場合には、付加質量を一定と仮定した場合に比べて、減衰項の急増する 7.5Hz 以上で加速度応答が減少する傾向にある。特に、構造物-地盤連成系の卓越振動数が圧縮性進行波の基本モードに対応する振動数よりも高い $V_s = 1500$ m/s の場合には、特に 7.5Hz 以上で加速度応答が減少する傾向が顕著であり、さらに、付加質量の増加と逸散減衰の増加により卓越振動数が長周期化する。

また、摩擦力についてもほぼ同様の傾向を示すが、付加質量が大きくなっている 7.5Hz 付近の増加が大きい。流体力についてもほぼ同様であるが、7.5Hz 以上での減少は少なく、付加質量項が増加する 10Hz 以下で振幅が増大している。なお、図 7.7 中には、 $M_r[k\Delta t]$ に対応する $M_r(\omega)$ を用いた場合を点線で示しているが、解析的に求めた $M_r(\omega)$ を用いた結果に非常に良く対応しており、提案手法の精度が高いことがわかる。

また、図 7.8 は構造物の重量 (平均単位体積重量 γ) をパラメータにして示している。構造物の重量が増えると、長周期化するとともに加速度応答と摩擦力のピーク値がやや増大する傾向にあるが、表 7.1 中に示した静止摩擦力 F_{MAX} の方が増加率が大きく、滑りにくくなることがわかる。また、流体力はほとんど変化せず、建屋重量にほとんど影響されないことが分かる。

次に、時刻歴の地震応答解析結果を示す。表 7.1 に示したように、設定した構造物の固有振動数は高いので、入力地震波は比較的短周期成分を多く含んだ人工地震波 (マグニチュード 6.5, 震源距離 7.2km) を想定し、海底自由表面で定義した (図 7.9)。応答解析の結果得られた構造物の最大応答加速度を図 7.10(a) に、滑動量の最大値を図 7.10(b) に示す。図中には、提案手法による結果を実線で、付加質量一定とした既往の方法の結果を破線で示す。なお、図 7.10(a) には、すべりを許さない線形解析の結果を重ねがいている。さらに、構造物の応答加速度の床応答スペクトルを、構造物の単位体積重量をパラメータとして図 7.11, 7.12 に示す。さらに、構造物の単位体積重量 γ を 1.0 とした場合を例に、加速度応答と滑動の時刻歴波形を図 7.13 に示す。

まず、図 7.7 の加速度伝達関数を用いて説明したとおり、付加質量一定として流体の影響を評価した場合、圧縮性の影響を考慮した場合よりも線形の応答解析では加速度応答が大きくなっている。しかし、付加質

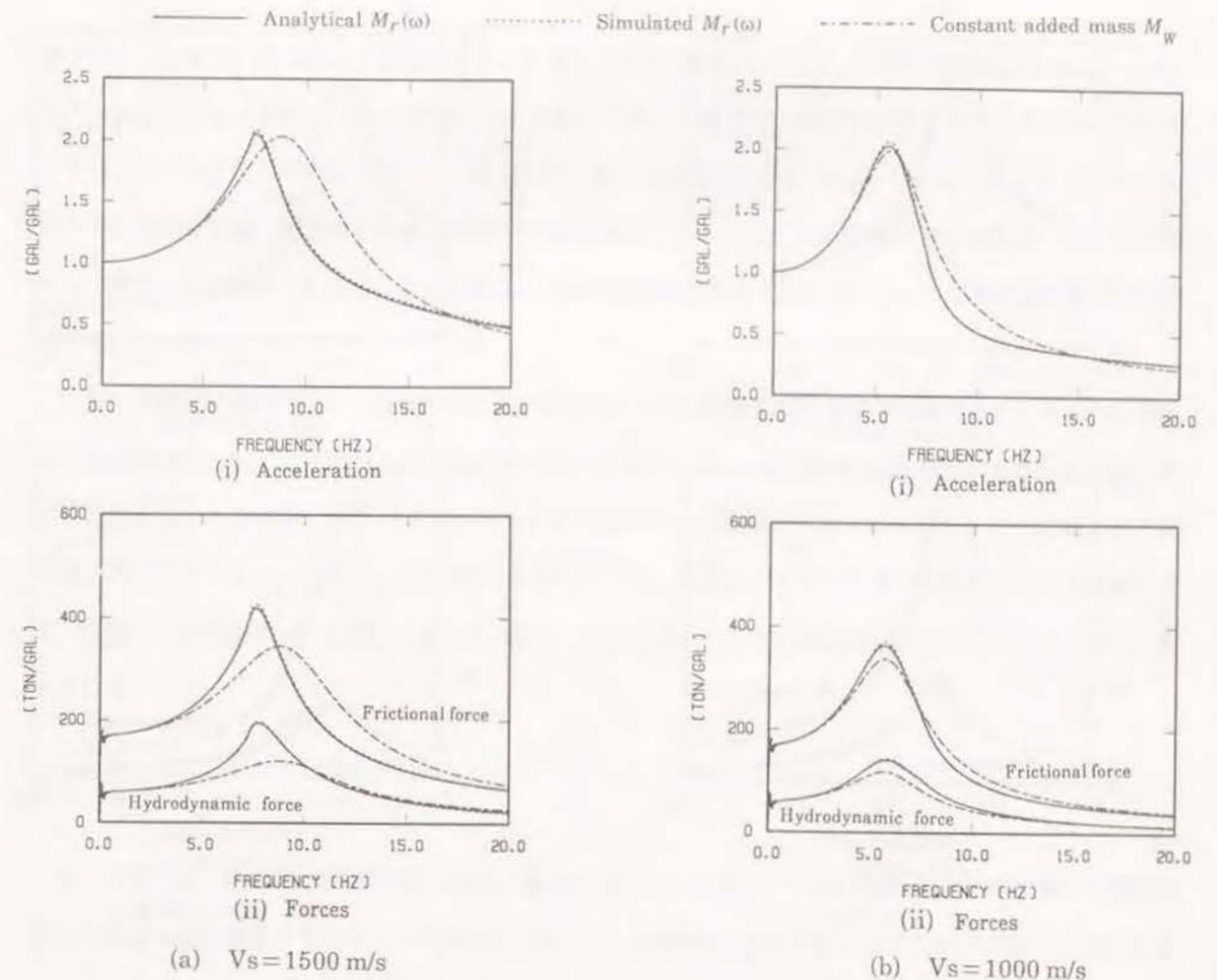


図 7.7: 付加質量効果をパラメータとした動的応答特性の比較 ($\gamma = 1.0$)

表 7.1: 対象構造物の動特性

Unit weight of structure γ (t/m ³)	Weight of structure Mg (t)	Natural frequency $\frac{\sqrt{K/(M+M_w)}}{2\pi}$ (Hz)	$\alpha_{MAX} =$ $\frac{F_{MAX}}{(M+M_w)}$ (Gal)
1.6	172,783	8.028	183.6
1.4	151,185	8.432	141.9
1.2	129,587	8.904	90.7
1.0	107,989	9.464	26.1

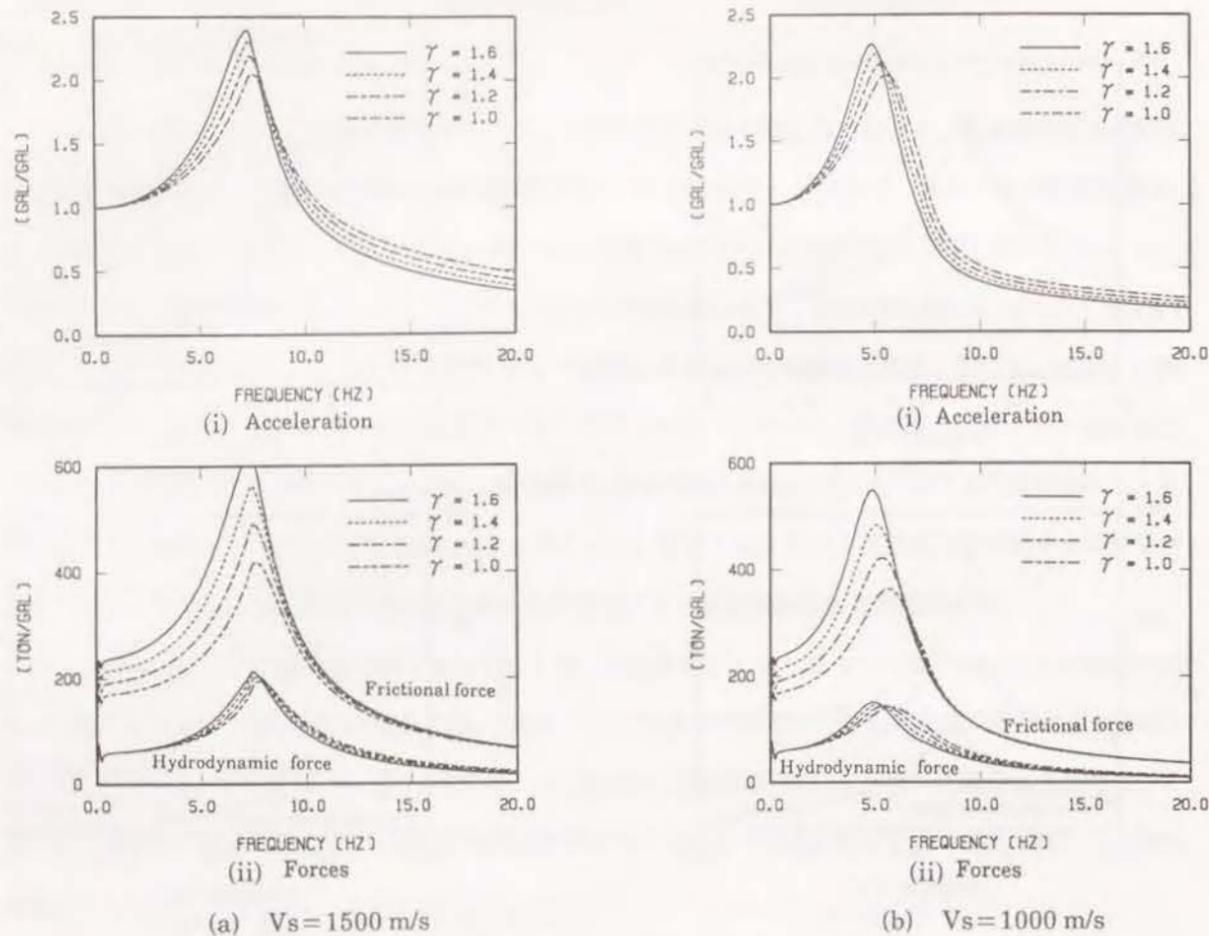


図 7.8: 構造物の重量をパラメータとした動的応答特性の比較

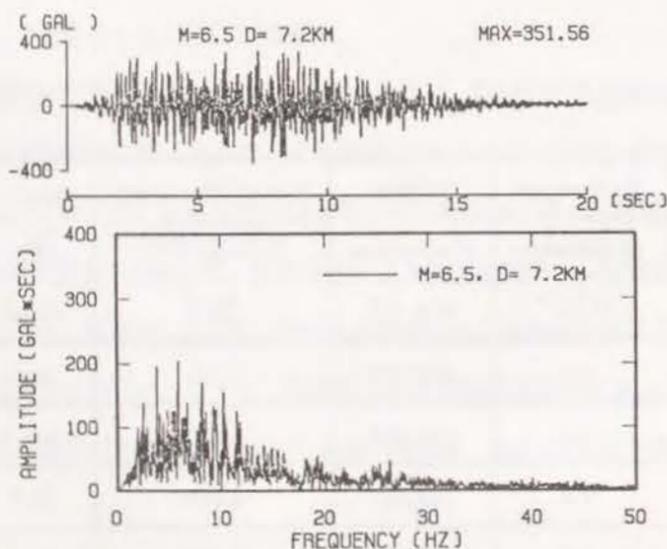


図 7.9: 人工地震波

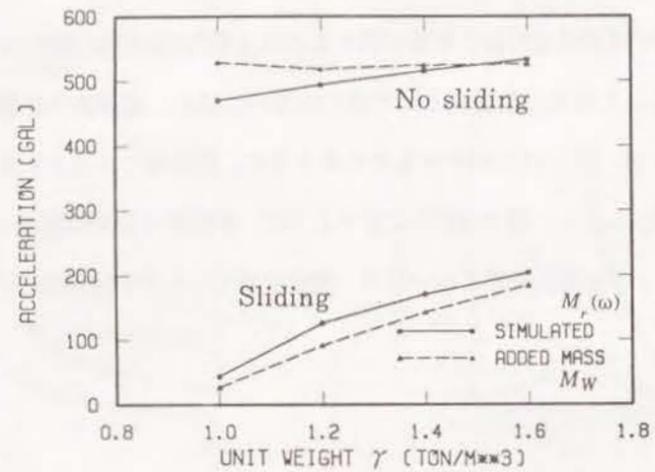
量一定とした場合、構造物の滑動を許すことにより摩擦力が頭打ちとなり、同時に加速度応答も表 7.1 に示した $a_{MAX} = F_{MAX} / (M + M_W)$ で頭打ちとなる。しかし、流体の圧縮性の影響を考慮すると摩擦力が頭打ちになっても流体力が変動するので、線形解析とは逆に加速度応答は a_{MAX} よりも大きくなる。ただし、流体の圧縮性を考慮した場合の加速度応答スペクトルは、7Hz 以上の振動数領域で付加質量一定として解析した場合よりも小さくなっている。これは、圧縮性進行波が発生することによって逸散減衰が増大した影響と考えられる。

一方、滑動変位量は、圧縮性進行波の影響が現れるのは比較的高振動数領域にあるために、圧縮性を考慮しても付加質量一定として解析した場合と殆ど変わらない。また、構造物の重量が増加すると接地圧が増加して滑りにくくなるが、図 7.11, 7.12 からわかるように、構造物に入力されるエネルギーが増大して加速度応答が大きくなる。しかし、図 7.10(b) に示すように、滑動量は少々の重量の増加ではほとんど変化せず、波浪による滑動や上下地震動を考えない限り、重量を減らした方が加速度応答を減らせるので有利と考えられる。

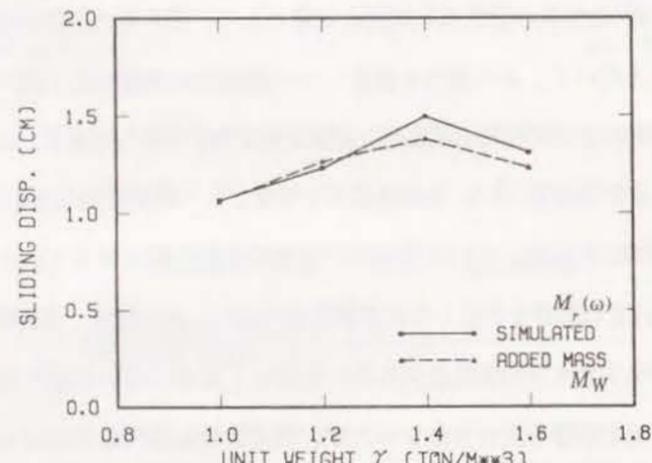
7.5 まとめ

4～6 章では、構造物-地盤系の動的連成問題を対象として、限られた振動数範囲で予め計算した振動数依存の地盤の動的剛性を用いて、その特性を保持しつつ構造物の非線形性を時間領域で評価する地震応答解析手法を示し、線形解析を通じてその有効性(精度と効率性)を示してきた。本章では、6 章で示した定式化の応用例として、海洋構造物-流体-地盤連成系を対象とした時刻歴非線形応答解析を行う。

そして、大深度の海域に軟着底している構造物の地震時滑動問題に対して、今まで考慮されることのなかった海水の圧縮性進行波の影響を考慮した応答解析を行った。その結果、本解析例程度の深度では、流体の圧縮性進行波に起因する動水圧の振動数依存性の影響は、比較的高い振動数領域に現れるため、構造物の滑動量自体にはそれほど影響を及ぼさなかったが、構造物の加速度応答は付加質量一定として解析する既往の方法によるよりも応答が大きくなるので注意する必要があることがわかった。また、本解析例程度の深度では滑動量には圧縮性の影響は現れなかったが、圧縮性の影響は深度が深くなる程低い振動数から現れるので、今後、より大深度の場合についての検討を行っていく必要がある。

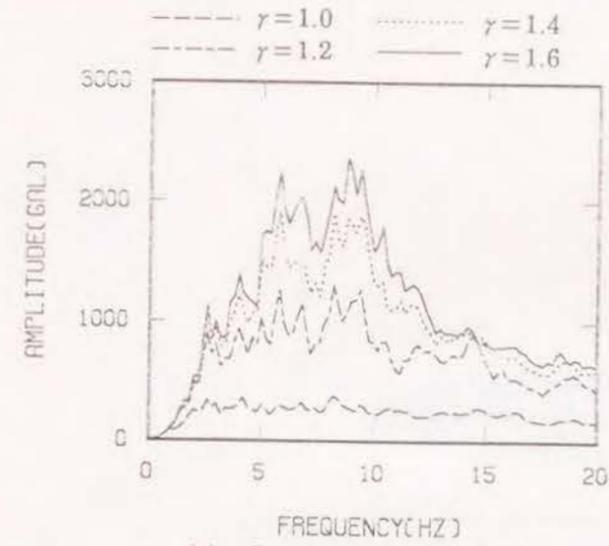


(a) Acceleration

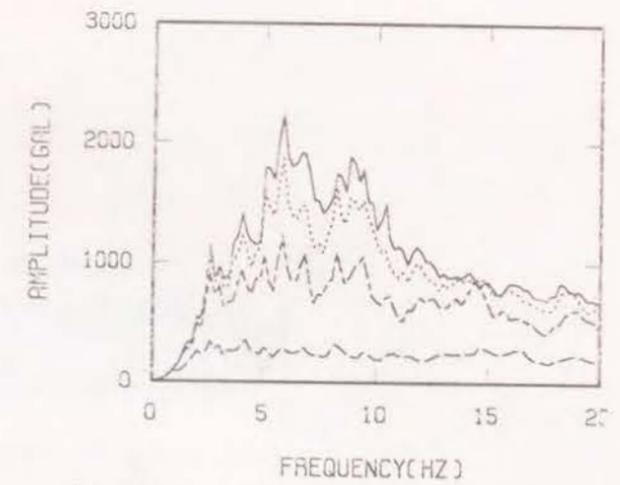


(b) Sliding displacement

図 7.10: 最大応答値

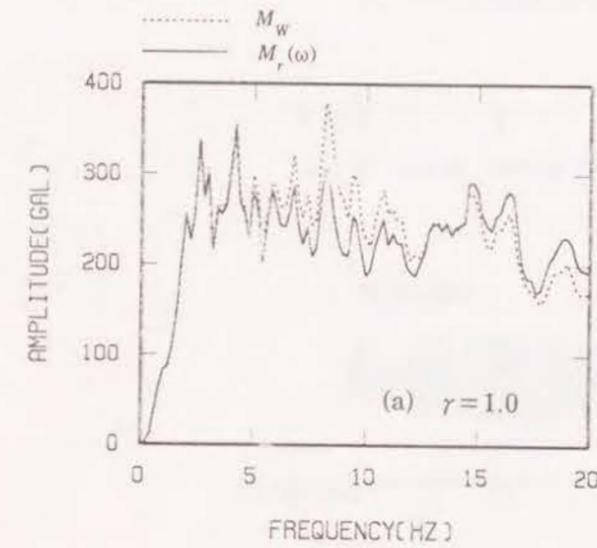


(a) Constant added mass M_W

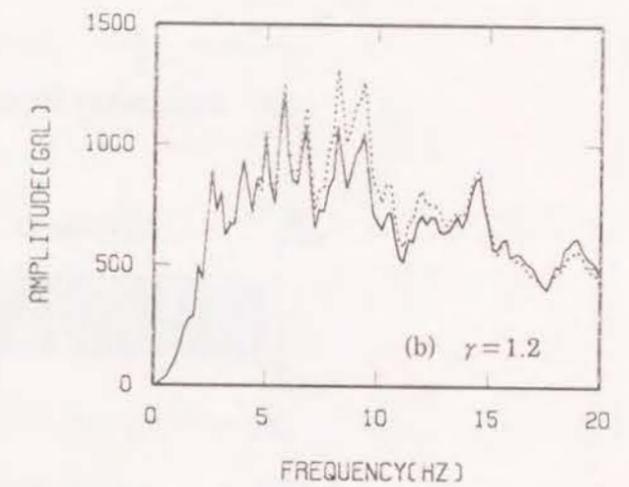


(b) Frequency dependent added mass $M_r(\omega)$

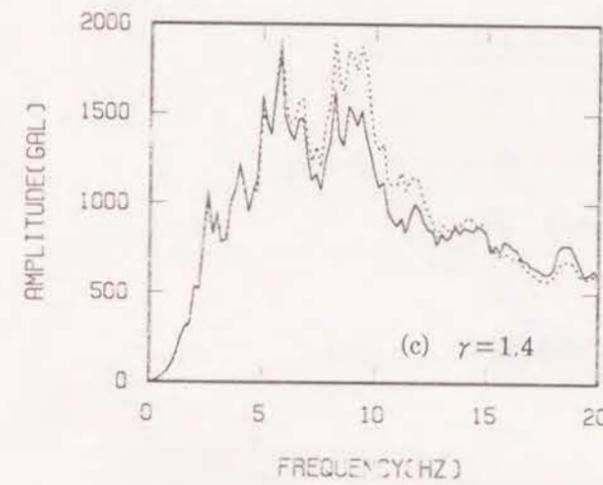
図 7.11: 加速度応答スペクトルの比較



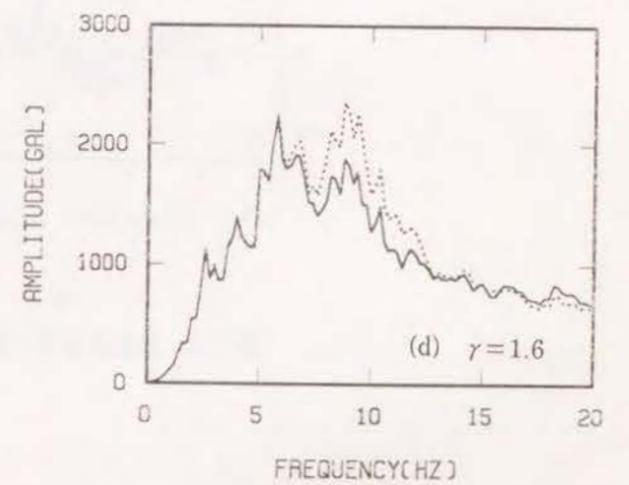
(a) $\gamma = 1.0$



(b) $\gamma = 1.2$

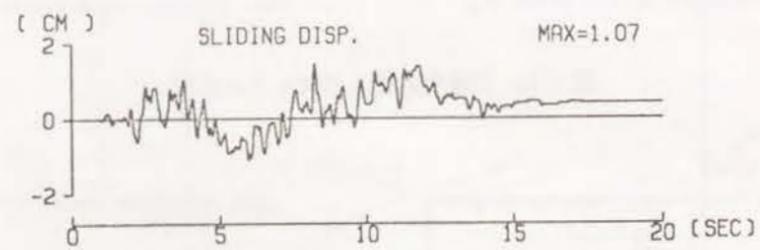
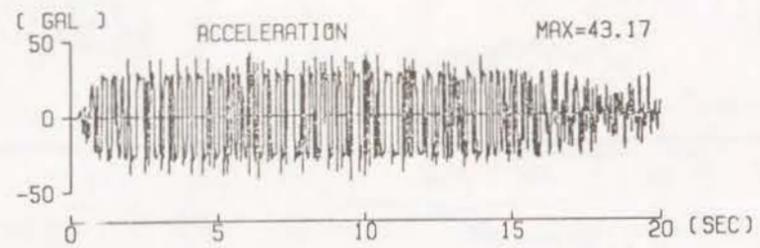


(c) $\gamma = 1.4$

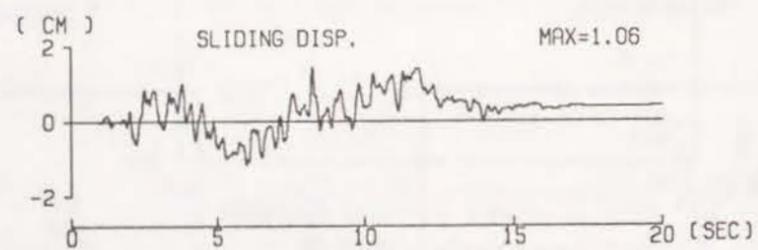
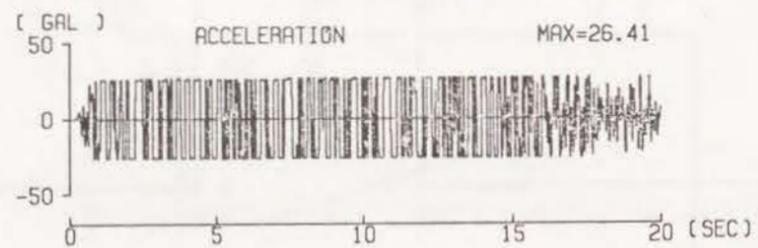


(d) $\gamma = 1.6$

図 7.12: 加速度応答スペクトルの比較



(a) Frequency dependent added mass $M_p(\omega)$



(b) Constant added mass M_w

図 7.13: 加速度応答と滑動量の時系列変化 ($\gamma = 1.0$)

第 8 章

結語

本論文では、大型構造物の地震時安定性の観点から、地震時に生じた地盤や構造物の非線形現象を推定し、将来起きるであろう大地震時の構造物や地盤の非線形挙動を予測することを目指して、(i) デジタル強震計によって観測された加速度記録を積分して変位を算定する方法と、(ii) 建屋-地盤-流体連成系の時刻歴非線形応答解析手法を提案した。以下に、その研究成果を要約する。

(i) 時間因果性に基づく FFT 手法による加速度記録の積分手法

2,3 章では、震源近傍や軟弱地盤上で計測された強震観測記録から、断層の滑り量や震源メカニズムの推定や液状化地盤の残留変位の定量的把握等を行うことを目的として、加速度記録を時間積分して変位波形を求める方法として、時間因果性に基づく FFT 手法を用いた方法を提案した。

[時間因果性に基づく FFT 手法による加速度記録の積分手法 (2 章)] 観測加速度記録を積分して残留変位を有する変位波形を算定する時間積分方法として、まず、慣用的な時間積分方法である直接時間積分による方法と有限フーリエ級数展開に基づく方法の特徴と問題点を整理した。その結果、周波数領域で時間積分を行う有限フーリエ級数展開に基づく方法は、時間領域で積分を行う直接時間積分に比べて計器補正やフィルター操作が容易であるが、変位波形が残留変位を有する場合には、零線が傾いてしまう。さらに、慣用的方法によれば、変位の実部・虚部両方に対してフィルター操作を施すために、残留変位を形成する長周期成分を殆どカットしてしまうことを指摘した。

そこで、有限フーリエ級数展開に基づく方法と同じく周波数領域で積分を行って変位フーリエスペクトルを算定した後、変位波形の時間因果性を考慮して、変位フーリエスペクトルの実部だけを用いて変位波形を算定する方法を提案した。提案手法の特長は、変位が残留変位を有する場合にも零線が傾くことがなく、観測加速度記録にローカットフィルターを施しても精度の高い変位波形が求められる可能性が高いことである。このことを定量的に評価するために、震源運動を表す理想的な数学モデ

ルとして傾斜関数型変位を選び、カットオフ振動数をパラメータとして残留変位の再現度を評価する指標を示した。そして、傾斜関数の立ち上がり時間や立ち上がり開始時間が小さい場合には、変位波形の再現度が高いことを示した。

[デジタル型強震計の特性と提案積分手法の実記録への適用性 (3章)]

2章で提案した加速度の積分方法を実観測記録へ適用する際の注意事項として、まず、加速度記録の抽出時間・零線補正の施し方・カットオフ振動数等が重要であることを指摘した。次に、デジタル型強震計を大型振動台上に設置して変位制御の加振試験を行い、デジタル型強震計の特性について調べるとともに、観測された加速度記録を積分して得られる変位波形による振動台変位の再現度の観点から提案積分手法の有効性を示した。そして、提案積分手法の実観測記録への適用に関して、以下の点が指摘できた。

- SSA-1 と SAMTAC-17 によって計測された加速度の長周期成分は、検討の対象とした 15 秒程度まで安定した特性を持ち、S/N 比が高ければその信頼性は高い。
- 大地震の震源近傍で観測された記録のように S/N 比が大きい記録の場合には、ローカットフィルターを施さずに積分した方が変位波形の再現度が高い。また、S/N 比が小さな長周期成分をカットした場合でも、震源近傍で観測された余震記録や小地震の記録のように継続時間の短い記録の場合には、提案手法によって変位波形が再現できる可能性が高い。
- SSA-1 と SAMTAC-17 の加振時のノイズレベルは、加振レベルには依存していない。そして、ローカットフィルターのカットオフ振動数設定の目安となる S/N 比は、加振時のノイズレベルに対して 20~26dB 程度と考えられる。

今後は、2, 3章で示した積分方法を、震源近傍や軟弱地盤上で計測された強震観測記録に適用することにより、断層の滑り量や震源メカニズムの推定や、地盤の残留変位の定量的把握等に適用していく予定である。

(ii) 構造物-地盤-流体系の時刻歴応答解析手法

4~6章では、構造物と地盤(あるいは流体)の周波数に依存して変動する連成効果と、構造物や周辺地盤の不均質性や非線形性の両方を考慮できる時刻歴応答解析手法として、効率的で精度の高い時刻歴サブストラクチャー法の定式化を示すとともに、数値計算例を通して定式化に対する考察を行った。また、7章では、6章で示した定式化を構造物-地盤-流体系の非線形問題に適用した。なお、本論文で提案した動的サブストラクチャー法は、地盤や流体の動的柔軟性や剛性を周波数領域で数値的に計算し、これを FFT で時間

領域へ変換して得られる離散インパルス応答を用いて構造物の時刻歴応答解析を行なうものである。そして、提案手法によれば、周波数領域で行なう地盤や流体の解析手法として、境界要素法、薄層要素法、(エネルギー伝達境界や半無限要素等を用いた)有限要素法やそれらのハイブリッド法等、解析手法を選ばず適用することができるので、応用性と実用性に優れた方法であると言える。

4~7章の結論を以下にまとめて示す。

[応答解析手法の効率性と有効性 (4,5章)]

提案手法の大きな特長の1つとして、構造物と地盤(あるいは流体)との相互作用力の計算に含まれる合成積の演算を行う際に、離散インパルス応答の時刻刻み Δt を時刻歴応答計算の時刻刻み ΔT の m (整数) 倍にしている点があげられる。このことは、構造物やその周辺地盤の非線形性評価や運動方程式の時間積分に必要な振動数範囲が、流体や地盤の周波数に関して変動する特性が構造物の応答に影響を及ぼす振動数範囲に比べて格段に広い、という事実に基づいている。これにより、応答解析手法としては、以下のような点で高い解析効率を有している。

- 周波数領域の地盤柔軟性や地盤剛性から離散インパルス応答を求める場合には、地盤柔軟性もしくは地盤剛性の計算に必要な振動数範囲を $1/m$ にして、実用的な範囲まで低い振動数に限定できるので、無限振動数まで計算することを前提としている既往の多くの方法に比べてはるかに効率的と言える。
- 時間領域の応答解析の際に必要な合成積の計算に要する演算回数も $1/m$ に減らすことができる。この演算回数の低減効果については、周波数領域から FFT により離散インパルス応答を定める場合のみならず、時間領域でインパルス応答 $h(t)$ を定式化して直接離散インパルス応答を算定する場合にも十分に期待できる。このことから、境界要素法等による既往の時間領域のサブストラクチャー法は、計算効率を大きく向上する事ができる。

一方、離散インパルス応答を定める際に FFT アルゴリズムを用いていることによる利点として、以下のことが挙げられる。

- 周波数領域のシステム関数から離散インパルス応答を定める数値処理が容易である。
- システム関数が数値的に得られていればよいので、地盤や流体の解析手法を選ばず、また、ハイブリッド実験 [土岐 1988] などへの応用も容易である。

[離散インパルス応答の評価 (5章)]

相互作用力を計算する際に必要となる離散インパルス応答の評価法として、周波数領域で定義されたシステム関数から定める方法と、インパルス応答の解析解から定める

方法を示した。離散インパルス応答の評価を困難なものとしているのは、システム関数が周波数帯域制限されていない関数であること、言い換えれば、インパルス応答の変化が急峻であることに起因している。離散インパルス応答の評価について、以下のことが指摘できる。

- 離散インパルス応答を算定するにあたって、その0秒の値の精度確保が応答解析の精度と安定性を考慮する上で重要となる。これは、離散インパルス応答の0秒の値が、構造物-地盤系の地震応答に殆ど影響しない高振動数領域の地盤柔性の特性、離散インパルス応答の時間刻み(ナイキスト振動数)、離散インパルス応答の評価方法等の諸条件に大きく影響を受けて変動する量であり、しかも、その評価精度が応答解析の精度に直接関係するためである。さらに、0秒の値の補正は、衝撃力(変位)が加わってから応答が生ずるまでの時間が短い程必要となるので、地盤柔性や地盤剛性の非対角項成分よりも対角成分にとって重要となる。そして、以上のことから、4章に示した離散インパルス応答の0秒の値の補正法の重要性が指摘できる。
- 周波数領域のシステム関数から離散インパルス応答を定める方法として、インパルス応答の因果性を考慮して、限られた周波数範囲で計算されたシステム関数の実部だけ、虚部だけ、あるいは、両方を用いて定める方法を示し、相互の比較を行って以下の結論を得た。いずれの離散インパルス応答を用いても、離散インパルス応答の0秒の値を適切に補正すれば応答解析の精度は十分に確保できる。しかし、虚部を用いないで実部だけから定めた方が、0秒の値の補正をする必要もなく、また、時刻歴応答解析の安定性と効率性に優れている場合が多いので、最も推奨される。

[相互作用力の評価法とその比較(6章)] 構造物と地盤あるいは流体との相互作用力を評価する方法として5種類の評価式を提案し、それぞれについて既往の方法との違いについて言及するとともに、提案手法間の相互の比較を行った。各提案手法は、それぞれ表6.1に示した5種類の物理量($H(\omega)$)に対応する離散インパルス応答を用いて相互作用力を評価するものである。以下に、各定式化間の比較結果を示す。

- 地盤柔性に基づく定式化についてみると、既往の時刻歴サブストラクチャー法で多く採用されている変位インパルス応答を用いた定式化(表6.1の定式化-IV)では、安定した応答結果が得られないことが多い。これに対して、速度インパルス応答を用いた定式化(表6.1の定式化-V)の方が、応答計算の安定性、効率性、精度の観点から優れていることが多い。
- 地盤剛性に基づく定式化(表6.1の定式化-I~III)は、いずれも工学的に十分な精度で応答解析が行える手法であるといえるが、定式化-IIが最も推奨される方法である。

- 地盤剛性に基づく定式化では、離散インパルス応答を算定する物理量が、地盤剛性を地盤ばね・ダッシュポット・付加質量で近似した残差であるから、地盤柔性のすべてを離散インパルス応答に変換する地盤柔性に基づく定式化よりも、離散インパルス応答の評価精度(ひいては、離散インパルス応答を含む合成積の演算精度)が応答解析の精度に及ばず影響度は小さい。

[構造物-地盤-流体系の時刻歴非線形応答解析(7章)] 7章では、4~6章で提案した構造物-地盤系の時刻歴応答解析手法の一応用例として、構造物-地盤-流体系を対象に、流体の動水圧の複雑な振動数依存性を考慮した時刻歴応答解析例を示した。解析対象は大深度の海域に軟着底している構造物で、設計上問題となる海底面での地震時滑動現象に対して、今まで考慮されることのなかった海水の圧縮性進行波の影響を考慮した応答解析を行った。その結果、本解析例程度の深度では、流体の圧縮性進行波に起因する流体剛性の振動数依存性は、比較的高い振動数から現れるため、滑動量自体にはそれほど影響を及ぼさないが、構造物の加速度応答は、従来法のように付加質量一定として解析するよりも大きくなるので注意する必要があることがわかった。また、本論文で示した解析例程度の深度では、滑動量自体には圧縮性の影響が現れなかったが、圧縮性の影響は深度が深くなるほど低い振動数から現れるので、今後、より大深度の場合についての検討を行っていく必要がある。

(iii) 時間因果性に基づくFFT手法

最後に、本論文で用いた「時間因果性に基づくFFT手法」に関して、本論文の様々な検討を通じて得られた重要な知見について以下にまとめる。

1. 数値ヒルベルト変換手法として時間因果性に基づくFFT手法を見た場合、振動数無限大で一定値に収束し、かつ、すべての振動数に対して有界な物理量に対して適用する限り、工学的に十分な精度で変換が行える方法である。
2. 狭義のフーリエ変換は、時間制限関数で周波数帯域制限関数に適用可能であり、また、一般のFFT解析も、有限の周波数帯域と有限の継続時間を有する関数を対象としている。これに対して、本論文で用いた時間因果性に基づくFFT手法は、周波数関数から時間関数を数値的に定める問題について、時間領域で時刻無限大で一定値に収束する時間関数や、振動数無限大で一定値に収束する周波数関数の場合の数値的取扱いを示したものである。
3. 本論文では、加速度記録を積分して変位波形を推定する問題や、地盤や流体の動的剛性や動的柔性からインパルス応答を評価する問題に、時間因果性に基づくFFT手法を適用した。前者で時間因果性

に基づくFFT手法が果たす役割は、信頼性の乏しい加速度記録のやや長周期成分を、精度よく計測された比較的短い周期成分から時間因果性の条件を考慮して求めたことに相当する。後者については、周波数領域で帯域制限されていないシステム関数が限られた周波数範囲でしか計算出来ない場合に、計算した成分を周期的に繰り返して高振動数成分を補うとともに、時間因果性の条件を考慮してインパルス応答を算定したことに相当する。すなわち、本論文においては、限られた周波数範囲で算定された周波数関数から、時間因果性という拘束条件のもとで周波数関数を外挿する方法を示していると言える。

Bibliography

- [Anderson 1986] Anderson, J.G., P. Bordin, J.N. Brune, J. Prince, S.K. Singh, R. Quaas and M. Onate : Strong Ground Motion from the Michoacan, Mexico, Earthquake, Science, Vol.233, pp.1043-1049, 1986
- [Antes 1986] Antes, H. and O.V. Estorff : Dynamic Soil-Fluid Interaction Analysis by the Boundary Element Method, Proc. BETECH 86 Conference MIT, Cambridge, MA, pp.687-698, 1986
- [Antes 1987] Antes, H. and O.V. Estorff : Analysis of Absorption Effects on the Dynamic Response of Dam Reservoir Systems by Boundary Element Methods, Earthquake Engineering of Structural Dynamics, Vol.15, pp.1023-1036, 1987
- [芦田 1976] 芦田 譲、齊藤正徳 : デジタル・チェビシェフ・フィルター、物理探鉱, Vol.23-1号, pp.6-19, 1976
- [荒川 1983] 荒川直士、川島和彦、田村敬一、相沢興、高橋和之 : 高密度強震観測用デジタル強震計の記録精度に関する実験的検討、土木研究所資料 2019号、昭和58年8月
- [Berg 1961] Berg, G.V. and G.W. Housner : Integrated Velocity and Displacement of Strong Earthquake Ground Motion, Bulletin of Seismological Society of America, Vol.51, No.2, pp.175-189, 1961
- [Bettes 1977] Bettes, P. : Infinite Elements, International Journal for Numerical Method in Engineering, Vol.11, pp.53-64, 1977
- [Boyce 1970] Boyce, W.H. : Integration of Accelerograms, Bulletin of Seismological Society of America, Vol.60, No.1, 1970

- [Clayton 1977] Clayton, R. and B. Engquist : Absorbing Boundary Conditions for Acoustic and Elastic Waves Equations, Bulletin of the Seismological Society of America, Vol.67, pp.1529-1540, 1977
- [Cohen 1983] Cohen, M. and P.C. Jennings : Silent Boundary Methods for Transient Analysis, in Computational Methods for Transient Analysis, T. Belytschko and T.J. Hughes, eds., Amsterdam: Elsevier Science Publishers, pp.301-360, 1983
- [Cummins 1962] Cummins, W.E. : The Impulse Response Function and Ship Motions, Schiffstechnik Bd. 9, Heft 47, pp.101-109, 1962
- [Day 1977] Day, S. M. : Finite Element Analysis of Seismic Scattering Problems, Ph. D. Thesis, Univ. of Cal., San Diego, CA, USA, 1977
- [Dominguez 1978] Dominguez, J. and J.M. Roesset: Dynamic Stiffness of Rectangular Foundations, Research Report R78-20, MIT, 1978
- [Engquist 1977] Engquist, B. and A. Majda : Absorbing Boundary Conditions for the Numerical Simulation of Waves, Mathematics of Computation, Vol.31, pp.629-651, 1977
- [福井 1988] 福井卓雄、二次元動弾性問題の時間積分境界要素法による解析、構造工学における数値解析シンポジウム論文集、第12巻、pp.197-202、昭和63年7月
- [福井 1989] 福井卓雄、石間浩司：波動問題の時間積分境界要素法における数値誤差と安定性、構造工学における数値解析シンポジウム論文集、第13巻、pp.155-160、平成元年7月
- [後藤 1978] 後藤尚男、亀田弘行、杉戸真太、今西直人：デジタルフィルターによるSMAC-B2加速度計記録の補正について、土木学会論文報告集、第277号、pp.57-69、1978年9月
- [後藤 1987] 後藤尚男、亀田弘行、杉戸真太、鈴木裕：機械式およびデジタル強震計の記録精度について —SMAC強震計記録の補正法の検討—、京都大学防災研究所年報、第30号、B-2、pp.45-55、昭和62.4
- [Hasegawa 1987] Hasegawa, M., T. Ichikawa, S. Nakai and T. Watanabe : Non-linear Seismic Response Analysis of an Embedded Reactor Building Based on the Substructure Approach, Nuclear Engineering and Design, pp. 175-186, 1987

- [林 1986] 林康裕、市川隆之、福和伸夫：非対称な埋込みを有する構造物の非線形地震応答解析、第7回日本地震工学シンポジウム、pp.1027-1032、1986
- [林 1988] Hayashi, Y., N. Fukuwa, S. Nakai and Y. Koyanagi : Earthquake Response Analysis Considering Soil-Structure Separation Using Contact Elements and Dynamic Flexibility of Soil in Time domain, Proc. 9th World Conference on Earthquake Engineering, Vol. VIII, pp.265-270, 1988
- [林 1989] 林康裕、勝倉裕、佐藤俊明：周波数領域の情報を用いた時刻歴応答解析に関する一考察、日本建築学会構造工学論文集、Vol.35B, pp.19-28、1989年3月
- [林 1990a] Hayashi, Y. and H. Katukura : Effective Time-Domain Soil-Structure Interaction Analysis Based on FFT Algorithm with Causality Condition, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 19, pp.693-708, 1990
- [林 1990b] 林康裕、勝倉裕：周波数領域の地盤剛性や柔性を用いた地盤・建屋相互作用系の時刻歴応答解析、日本建築学会構造系論文報告集、第413号、pp.65-74、1990年7月
- [林 1990c] 林康裕、勝倉裕：地盤・建屋相互作用系の時刻歴解析と周波数解析の等価性に関する基礎的研究、日本建築学会構造系論文報告集、第418号、pp.97-107、1990年12月
- [林 1990d] 林康裕、清川哲志、勝倉裕：軟着底海洋構造物の地震時滑動について、第8回日本地震工学シンポジウム論文集、pp.1329-1334、1990年12月
- [林 1991] 林康裕、勝倉裕、渡辺孝英、片岡俊一、横田治彦、田中貞二：デジタル強震計の加速度記録を積分して得られる変位の信頼性について、日本建築学会構造系論文報告集、第419号、pp.57-66、1991年1月
- [Hillmer 1988a] Hillmer, P. and G. Schmid : Berechnung dynamisch belasteter rahmenartiger Stabtragwerke mit lokal auftretenden Nichtlinearitäten unter Verwendung der Laplace-Transformation, Ingenieur-Archiv 58, pp.148-160, 1988
- [Hillmer 1988b] Hillmer, P. and G. Schmid : Calculation of Foundation Uplift Effects Using a Numerical Laplace Transform, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol.16, pp.789-801, 1988

- [井合 1978] 井合進、倉田栄一、土田肇：強震記録のデジタル化と補正、港湾技研資料 No.286、1978年3月
- [市川 1987] Ichikawa, T., Y. Hayashi and S. Nakai : Earthquake Response Analysis of Embedded Reactor Building Considering Soil-Structure Separation and Nonlinearity of Soil, Transaction of 9th International Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology, pp.323-328, Lausanne, August, 1987
- [池淵 1981] Ikebuchi, T. : Hydrodynamic Forces on a Body Moving Arbitrary in Time on a Free Surface, 関西造船協会誌, 第181号, pp.45-53, 1981年
- [Iwan 1985] Iwan, W.D., M.A. Moser and C.Y. Peng : Some Observations on Strong-motion Earthquake Measurement Using a Digital Accelerograph, Bulletin of Seismological Society of America, Vol.75, pp.1225-1246, 1985
- [和泉 1988] 和泉正哲, 勝倉裕, 大野晋 : 超関数理論に基づくFFT手法を用いた地震動の分離と合成に関する理論的考察, 日本建築学会構造系論文報告集, 第390号, pp.18-26, 昭和63年8月
- [Karabalis 1984] Karabalis, D. L. and D.E. Beskos : Dynamic Response of 3-D Rigid Surface Foundations by Time Domain Boundary Element Method, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 12, pp.73-93, 1984
- [Karabalis 1986] Karabalis, D.L. and D.E. Beskos : Dynamic Response of 3-D Embedded Foundations by the Boundary Element Method, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 56, pp.91-119, 1986
- [片岡 1990] 片岡俊一、横田治彦、田中貞二、勝倉裕、林康裕、渡辺孝英：大型振動台によるデジタル加速度強震計の振動試験、第8回日本地震工学シンポジウム論文集、pp.577-582、1990年12月
- [勝倉 1989] 勝倉裕、渡辺孝英、林康裕、田中貞二 : 地震動の加速度記録より因果性を考慮して得られる変位の Drift 成分に関する研究、日本建築学会構造系論文報告集、第397号、pp.42-47、1989年3月

- [勝倉 1991] Katukura, H. and Y. Hayashi : Causal FFT treatment applicable to singularity functions, Journal of Numerical Methods in Engineering, Vol.31, pp.53-66, 1991
- [川上 1986] 川上英二、今村幸一：地上剛体基礎の浮上りを伴うロッキング振動の一解析手法-基礎を加振源とする場合の境界要素法による解法、日本建築学会構造工学シンポジウム論文集、Vol.32A, pp.835-846, 1986年3月
- [Kawamoto 1982] Kawamoto, J.D. : Solution Techniques for Nonlinear Structural Dynamic Problems, Research Report R82-41, Department of Civil Engineering, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA 1982
- [川瀬 1982] Kawase, H., K. Yoshida, S. Nakai and Y. Koyanagi : Dynamic Response of a Structure on a Layered Medium - A Dipping Layer and a Flat Layer -, Proc. 6th Japan Earthquake Engineering Symposium, pp.1641-1648, 1982
- [清川 1984] 清川哲志, 平山彰彦 : 円筒の付加質量に及ぼす流体の圧縮性および表面波の影響, 土木学会39回年次学術講演会梗概集, 第2部, pp.291-292, 昭和59年10月
- [清川 1985] 清川哲志 : 流体の圧縮性を考慮した面対称柱体の地震時動水圧、第32回海岸工学講演会論文集, pp.560-564, 1985
- [清川 1989] Kiyokawa, T. and H. Inada : Hydrodynamic Forces Acting on Axisymmetric Bodies Immersed in Ice Covered Sea During Earthquakes, Proc. of 8th International Conference on OMAE, Vol. II, pp.153-160, 1989
- [小堀 1966] Kobori, T., R. Minai and Y. Inoue : On Earthquake Response of Elasto-Plastic Structure Considering Ground Characteristics, Proc. of 4th World Conference of Earthquake Engineering, Vol. 3, pp.117-132, 1966
- [小堀 1964a] 小堀鐸二、南井良一郎、井上豊 : 矩形基礎の Ground Compliance とその Simulation について、京都大学防災研究所年報、第7号、pp.164-178、昭和39.3
- [小堀 1964b] 小堀鐸二、南井良一郎、井上豊、鈴木有 : 基礎地盤の Dynamical Ground Compliance の Simulation について、建築学会論文報告集、第103号、pp.100、昭和39.10

- [小堀 1982] Kobori, T., S. Setogawa, T. Hisatoku and T. Nagase : Nonlinear Uplift Response of Soil-Structure-Interaction System Considering Dynamical Ground Compliance, Proc. 7th Eur. Conf. of Earthquake Eng., Athens, Vol. 2, pp.647-654, 1982
- [Kunar 1980] Kunar, R.R. and L. Rodriguez-Ovejero : A Model with Nonreflecting Boundaries for Use in Explicit Soil-Structure Interaction Analysis, Earthquake Engineering and Structure Dynamics, Vol. 8, pp.361-374, 1980
- [Lysmer 1965] J. Lysmer : Vertical Motions of Rigid Footings, Ph.D. Thesis, University of Michigan, 1965
- [Lysmer 1969] Lysmer, J. and R.L. Kuhlemeyer : Finite Dynamic Model for Infinite Media, J. Eng. Mech. Div. ASCE, Vol.95, EM4, pp.859-877, 1969
- [Lysmer 1972] Lysmer, J. and L.A. Drake : A Finite Element Method for Seismology, Chap.6 of Methods in Computational Physics, Vol.11 : Seismology, Academic Press, 1972
- [Medina 1983] Medina, F. and R.L. Taylor : Finite Element Techniques for Problems for Unbounded Domain, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol.19, pp.1209-1226, 1983
- [三田 1989] Mita, A., K. Yoshida, S. Kumagai and K. Shioya : Soil-Structure Interaction Experiment Using Impulse Response, Earthquake Engineering and Structural Dynamics. Vol.18, pp.727-744, 1989
- [中村 1986] 中村豊 : 地震計の特性変換による地震動記録波形の微分・積分および特性補正、鉄道技術研究報告、No.1315、1986年3月
- [Newmark 1959] Newmark, N.M. : A method of Computation for Structural Dynamics, Journal of the Engineering Mechanics Division ASCE, Vol.85, No. EM3, pp.67-94, 1959
- [岡田 1984] 岡田成幸 : 強震観測装置開発に関する研究 一第1報 在来型強震計の観測能力評価と改善への方向一、日本建築学会論文報告集、第339号、pp.45-56、昭和59年5月
- [岡田 1985] 岡田成幸 : 強震観測装置開発に関する研究 一第2報 仕様の検討と装置の実現一、日本建築学会論文報告集、第355号、pp.60-69、昭和60年9月

- [近江 1988] 近江正徳, 登坂宣好 : 三次元時間領域境界要素法による剛基礎群の過渡応答解析, 日本建築学会構造系論文報告集, 第393号, pp.137-151, 昭和63年11月
- [Oortmerssen 1976] Oortmerssen, G. Van : The Motion of a Moored Ship in Waves, Publication No.510, Netherlands Ship Model Basin, 1976
- [大崎] 大崎順彦 : 地震動のスペクトル解析入門、鹿島出版会
- [Papoulis 1977] Papoulis, A. : Signal Analysis, McGraw-hill, New York, 1977
- [Robinson 1977] Robinson, A.R. : Transmitting Boundary - Again, Structural and Geotechnical Mechanics (W.J. Hall ed.), Prentice-Hall, 1977, pp.163-177
- [Sato 1983] Sato, T., H. Kawase and K. Yoshida : Dynamic Response Analysis of Rigid Foundations Subjected to Seismic Waves by Boundary Element Method, Proc. 5th International Conference of Boundary Elements, 1983, pp.765-774
- [下村 1986] 下村幸男, 田治見宏 : 正弦加力を受ける基礎の浮上りと地下逸散減衰の関係について — 半無限弾性地盤上の基礎の浮上りを伴う動的挙動に関する研究 その1 —、日本建築学会構造系論文報告集、第369号、pp.87-101、昭和61年11月
- [Smith 1974] Smith, W.D. : A Nonreflecting Plane Boundary for Wave Propagation Problems, Journal of Computational Physics, Vol.15, pp.492-503, 1974
- [田治見 1976] 田治見宏, 下村幸男 : 3次元薄層要素による建物-地盤系の動的解析, 日本建築学会論文報告集, 第243号, pp.41-51, 1976年
- [田治見 1981] 田治見宏, 将通, 浮上りをともなう基礎動特性に関する研究 (その1), 日本建築学会大会学術講演梗概集, pp.697 - 698, 昭和56年9月
- [田治見 1987] 田治見宏 : 薄層法による基礎浮き上り振動解析法, 構造工学における数値解析シンポジウム論文集, 第11巻, pp.109-114, 昭和62年7月
- [高木 1981] 高木又男, 斉藤公男 : 非周期的造波問題の周波数領域での取扱い (第1報), 関西造船協会誌, 第182号, pp.39-48, 1981年

- [田村 1988] 田村敬一、川島一彦、相沢興、高橋和之：地震時地盤ひずみの解析を目的とした個別記録方式によるデジタル強震計の記録精度、土木学会論文集、第 392 号/I-9、pp.367-375、1988 年 4 月
- [田中 1972] 田中貞二、森下利三、大沢月半、吉沢静代：強震計記録の補正について、日本建築学会大会学術講演梗概集、pp.411-412、昭和 47 年
- [土岐 1981] Toki, K., T.Sato and F.Miura : Separation and Sliding between Soil and Structure during Strong Ground Motion , Earthquake Engineering and Structural Dynamics. Vol.9, pp.263-277, 1981
- [土岐 1987] 土岐憲三、澤田純男、中瀬仁、杉山和久：SMAC 強震記録の長周期成分の補正法について、京都大学防災研究所年報、第 30 号、B-2、pp.19-44、昭和 62.4
- [土岐 1988] 土岐憲三、佐藤忠信、清野純史、N.K.Garmroudi、吉川正昭：地盤-構造物系の非線形動的相互作用に関するハイブリッド実験法の開発、京都大学防災研究所年報、第 31 号、B-2、pp.23-38、昭和 63.4
- [土岐 1982] 土岐憲三、三浦房紀、寺田倫康：水-地盤-護岸構造物系の地震応答解析、京大防災研年報、第 25 号、B-2、pp.67-83、昭和 57 年 4 月
- [東京測振] (株)東京測振：デジタル強震計 SAMTAC-17E 取扱説明書、デジタル強震計 SAMTAC-17E 試験成績表等
- [Trifunac 1971] Trifunac,M.D. : Zero Baseline Correction of Strong-motion Accelerograms, Bulletin of Seismological Society of America, Vol.61,No.5,pp.1201-1211,1971
- [Verbic 1972] Verbic, B. : Analysis of Certain Structure-Foundation Interaction Systems, Doctorial Thesis, Department of Civil Engineering, Rice Univercity, 1973
- [Waas 1980] Waas, G. : Dynamisch belastete Fundamente auf geschichtetem, VDI-Berichte, Nr.381, pp.185-189,1980
- [Wepf 1988] Wepf, D.H., J.P.Wolf and H.Bachmann : Hydrodynamic-Stiffness Matrix Based on Boundary Elements for Time-Domain Dam-Reservoir-Soil Analysis, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol.16, pp.417-432, 1988

- [Wolf 1985a] Wolf,J.P. : Dynamic Soil-Strucure Interaction, Prentice-Hall, 1985
- [Wolf 1985b] Wolf, J. P. and P.Obernhuber : Non-linear Soil-Structure-Interaction Analysis Using Dynamic Stiffness or Flexibility of Soil in the Time Domain, Earthquake Engineering and Structural Dynamics. Vol.13, pp.195-212, 1985
- [Wolf 1988] Wolf,J.P. : Soil-Strucure Interaction Analysis in Time Domain, Prentice-Hall, 1988
- [Wolf 1989(a)] Wolf, J. P. and M.Motosaka : Recursive Evaluation of Interaction Forces of Unbounded Soil in the Time Domain, Earthquake Engineering and Structural Dynamics. Vol.18, pp.345-363, 1989
- [Wolf 1989(b)] Wolf, J. P. and M.Motosaka : Recursive Evaluation of Interaction Forces of Unbounded Soil in the Time Domain from Dynamic-Stiffness Coefficients in the Frequency Domain, Earthquake Engineering and Structural Dynamics. Vol.18, pp.365-376, 1989
- [山田 1989] 山田善一、野田茂、伊津野和行、土井弘次：カルマンフィルター法によるデジタル式強震計記録補正の試み、構造工学論文集、Vol.35A、pp.629-642、1989 年 3 月
- [山田 1987] 山田善一、野田茂、岡市明大：加振実験による地震計記録の長周期成分の信頼度の照査、京都大学防災研究所年報、第 30 号、B-2、pp.57-87、昭和 62.4
- [吉田 1986] 吉田長行、藤谷義信、藤井大地：基本物理量の相互関係に基づく地盤と基礎の動的相互作用解析、日本建築学会構造系論文報告集、第 367 号、pp.103-110、昭和 61 年 9 月
- [吉田 1974] 吉田裕、岡田和生：地震加速度記録の積分におけるろ波計算のアルゴリズム、土木学会論文報告集、第 221 号、pp.25-38、1974.1

謝辞

耐震工学における動的非線形問題の研究を始める契機となったのは、著者が京都大学在学中、若林実教授、藤原悌三助教授、中村武助教授の御指導下で行った、「鋼構造部材や鉄筋コンクリート部材に及ぼす歪速度の影響に関する研究」です。以来、現在に至るまでの約9年間、先生方には公私にわたって貴重な助言を頂きました。特に、藤原悌三教授には、本論文を著すにあたって、終始、適切な御指導と暖かい励ましを頂きました。また、本論文をまとめるにあたり、南井良一郎教授、土岐憲三教授、金多潔教授に貴重な助言を頂きました。ここに、記して深謝する次第です。

本論文は、清水建設(株)入社後、大崎研究室において最近4年間に行った研究成果を学位論文としてまとめたものです。清水建設(株)副社長の大崎順彦博士、大崎研究室室長の山原浩博士、同主席研究員の小柳義雄氏には幅広く研究・仕事に携わる環境を作って暖かく見守って頂きました。心から感謝します。また、勝倉裕博士、川瀬博博士、佐藤俊明博士においては、公私にわたり終始貴重な時間を裂いて議論の相手となって頂くともに、本論文をまとめるにあたって貴重なご指摘を頂きました。特に、本論文題目のキーワードである「時間因果性に基づくFFT手法」は、勝倉裕博士が東北大学在籍中に体系付けられた Symmetrical FFT Treatment の発展版ともいえるものであり、本論文で用いたFFT解析は、同氏との議論をもとに発想したものが少なくありません。

また、スムーズに研究を進められた背景として、大崎研究室には境界要素法、有限要素法、薄層要素法等、当時最先端の周波数領域の解析コードが完備されていたことを見逃せません。このような解析コードの開発に当たられた同研究室の諸氏に感謝します。特に、本論文の計算には、2次元有限要素法周波数応答解析プログラム(TERA)、吉田一博氏および川瀬博博士による3次元境界要素解析コード(BESTA3)、高橋郁夫氏による3次元質点系周波数応答解析コード(DAC3F)、渡辺宏一氏等による3次元質点系時刻歴応答解析プログラム(DAC3N)、流体の動水圧算定にあたっては清川哲志博士による解析コード(OSCAL2)を使用させて頂きました。

最後になりましたが、デジタル強震計の大型振動台試験の実施にあたっては、大崎研究室の勝倉裕博士、渡辺孝英博士、清水建設技術(株)研究所の田中貞二博士、横田治彦博士、片岡俊一氏に貴重な御助言と御協力を頂きました。さらに、東京大学地震研究所の工藤一嘉博士、坂上実技官をはじめ、強震計メーカーの方々にも御協力を頂きました。心より感謝します。