

超変形回転バンドの上に形成される八重極振動運動の研究

京都大学大学院理学研究科

物理学第二専攻

水鳥正二郎

ABSTRACT

超変形回転バンドの上に形成される八重極振動運動について、回転系での殻模型に乱雑位相近似を加えて計算した。応答関数理論を用いた計算の結果では、 $K=0$ モードで低励起に非常に低い励起エネルギーに非常に強い強度を持った状態が存在する。分散方程式をといた結果、対相関ギャップが存在するもとは、 $K=1$ 及び $K=2$ モードにも比較的強い強度を持った低励起状態をもつ。これらの状態は、対相関が存在するもつで集団性を発揮し、球形核の低励起集団運動と類似の性質を持っている。

CONTENTS

1. 序論	1
2. 回転系での殻模型と乱雑位相近似、残留相互作用	4
2.1 回転系での殻模型	4
2.2 乱雑位相近似	12
2.3 多重極-多重極残留相互作用	17
3. 一粒子準位の構築	21
4. 調和振動子模型での分析	23
5. 現実的な計算結果 1. 巨大共鳴	27
6. 現実的な計算結果 2. 低励起八重極振動	31
6.1 角速度 0 での計算	31
6.2 有限角速度での計算	34
7. まとめと今後に残された課題	37
Appendix A	39
Appendix B	48
Appendix C	49
Appendix D	53
References	55
Figure captions	57
Tables	63

1. 序論

超変形回転バンドの発見は、ここ数年の原子核構造の研究において最も重要な進展の一つである。1986年に ^{152}Dy で最初に離散 γ 線のスペクトルとして最初に発見されて以来、超変形回転バンドに対する実験的[2][3]及び理論的研究が[4-7]精力的に進められてきた。現在では、離散スペクトルとして捉えられている超変形回転バンドは、当初発見された Dy-Gd 領域ばかりではなく、少し変形度は小さいが Hg 領域でも数多くにのぼっており、yrast 超変形回転バンドばかりではなく、そこから粒子-空孔励起した回転バンドも多く発見されている。

これらの発見された回転バンドの性質は通常の変形度における回転バンドとは大きく異なった性格を持っていることが明らかになっている。まず、その名前の由来である非常に大きな変形度である。Dy-Gd 領域の回転バンドは、その離散スペクトルから得られる慣性能率の大きさや各々の離散状態の寿命の測定[8]からほぼ 2:1 変形をしていると考えられている。Hg 領域の回転バンドは、やはり慣性能率や個々の離散状態の寿命あるいは理論的な計算からも Dy-Gd 領域よりは小さいが、これまで発見されている他の種類の回転バンドよりも非常に大きな変形をしていることがわかっている。

第二の特徴は非常に高い角運動量を持っていると考えられていることである。崩壊の過程が明らかになっていないので確実ではないが、Dy-Gd 領域で最も角運動量の大きなものは $60\hbar$ を越えるとされており、Hg 領域でも $50\hbar$ を越えると思われる。

そのほかにも、非常に population が大きなこと、その崩壊(すなわち回転バンドのメンバー以外の状態へ遷移すること)が突然であること、異なる原子核の回転バンドの離散 γ 線のエネルギーが等しい対”Twin band”が存在すること、Hg 領域では異なった回転バンドの間の相対的な alignment が整数もしくは半整数であること等非常に際だった性質を持っている。

一方この超変形回転バンドに対する理論的研究も進展しており、特に様々な研究の基礎となるべき超変形状態での一粒子準位の研究は進んでおり、Dy-Gd 領域では異なる原子核の回転バンドの慣性能率の角速度依存性の違いから、あるいは”Twin band”の存在から各々の回転バンドの粒子配位を同定するという試みがなされている。[9]

この超変形回転バンドはそれ自身に述べたように興味深い性質を持っているが、その大変形、高速回転を利用して様々な相関の変形度依存性や角速度依存性を研究する場としても適している。特に、この様な巨大変形かつ高速回転での集団運動の様相は興味深い。

特に興味を惹くのは八重極振動である。通常の変形度の原子核では、殻構造の存在のもとで、奇パリティ

をもつ八重極振動は $1\hbar\omega_0$ の粒子-空孔励起に起因する数 MeV の励起状態と、 $3\hbar\omega_0$ の粒子-空孔励起に起因する巨大共鳴状態に分かれている。その双方ともが、励起エネルギーなどの性質が基底状態の配意にはあまり敏感ではなく、質量数とともになめらかな依存性を示す。

一方、通常変形核の四重極振動はそれとは全く異なった様相を持っている。四重極振動も低励起の状態と高励起の巨大共鳴とに分かれているが、巨大共鳴があまり質量数依存性を持たないのに対して、低励起四重極振動状態は閉殻からどれだけ離れているかによって、大きくその性質を変える。この低励起四重極振動は調和振動子モデルでの $0\hbar\omega_0$ の粒子-空孔励起にともなうものであり、Fermi 面近傍の殻構造に大きく依存する。閉殻から離れるにしたがって励起エネルギーは大きく下がり、遷移強度は増大する。更に離れると非常に非調和な性質を持つようになり、ある程度以上はなれると四重極方向に不安定になり、閉殻と閉殻の中程では、定常的な四重極変形をするようになる。この様な低励起四重極振動の性質は、原子核の有限量子系としての性質の反映であると考えられる。それに対して、高励起四重極振動や八重極振動は原子核の核物質としての性質を反映している。

超変形核では全く異なった状況に直面する。調和振動子モデルでは、2:1 変形でパリティの異なった準位が殆ど同じ比率で縮退している。従って、それらの準位の間で奇パリティをもった振動運動が可能になる。このことは、通常変形度での八重極振動とは全く異なった性格を持ち、むしろ低励起の四重極振動と類似した八重極振動が起り得ることを示唆している。

このような励起状態は二重閉殻核では存在し得ない。しかしそれでも、調和振動子モデルでの分析の結果では八重極振動の方が粒子-空孔励起のエネルギーが低く、八重極振動の方が励起エネルギーが低くなる可能性がある。

本論文では、この点に着目しつつ超変形回転バンドの上に形成される八重極振動運動についての研究を行う。ただし、議論は低励起運動に限らず、高励起状態も議論する。手法としては、回転系での殻モデル+乱雑位相近似を採用する。この手法は、原子核の高速回転状態における励起状態を、微視的観点から取り扱う方法として、発展し、通常変形殻の yrast 回転バンドの上に形成される γ 振動等の分析に効力を発揮してきた。

この方法は、原子核の変形度、対相関ギャップ、角速度等をパラメタとして取り扱うもので、これらの量に対する依存性を取り出し微視的な分析を行うことを可能にする。

第二章で今回の研究に使用した回転系での殻モデル及び乱雑位相近似、残留相互作用について述べる。第三章では計算に使用した一粒子準位について述べる。第四章では調和振動子モデルを用いて超変形状態での八重極振動運動の定性的な分析を行う。第五章では強度関数による、各々のモードの大きなエネルギースケール

ルでの振舞いを議論する。第六章では、低いエネルギーでの個々の励起状態についての議論を行う。第七章で結論を提示する。

2. 回転系での殻模型と乱雑位相近似、残留相互作用

2.1 回転系での殻模型

Cranking 模型

原子核の基底状態の記述に対して大きな成功をおさめてきたのが変形ポテンシャル模型である。これは、原子核のある変形したポテンシャルの一粒子準位を考え、それがあある準位まで核子によって占有されている状態を基底状態と考える。励起状態は、そのポテンシャルの変形度自身が振動・回転する集団的励起状態と、核子が一個（もしくは数個）上の準位へと励起する粒子-空孔励起状態とが存在すると考えられる。

これらのポテンシャルとしてよく使われてきたのは、Woods-Saxon 模型と Nilsson 模型であった。Woods-Saxon 模型は、実際の原子核の密度分布の動径依存性を simulate する動径依存をする深さをもったポテンシャルである。それに対して、Nilsson 模型は調和振動子模型から出発し、角運動量の大きな準位ほど波動関数の広がり大きいことを利用して、角運動量の自乗に依存する引力部分（及びスピン-軌道項）を付け加えたものである。

すなわち、ハミルトニアンとして以下のものを採用する。

$$h_{nils} = h_{DHO} + v_{ls} l'' \cdot s + v_{ll}(l'' l'' - \langle l'' l'' \rangle_N) \quad (2.1)$$

ただし、 h_{DHO} は変形調和振動子模型のハミルトニアンである。

$$h_{DHO} = \sum_{i=1}^3 \left\{ \frac{1}{2M} p_i^2 + \frac{1}{2} M \omega_i^2 x_i^2 \right\} \quad (2.2)$$

ここで、 ω_i は変形を考慮した振動数であり、

$$\begin{aligned} \omega_1 &= \dot{\omega} \left(1 + \frac{1}{3} \delta + \frac{1}{3} \varepsilon \right) \\ \omega_2 &= \dot{\omega} \left(1 + \frac{1}{3} \delta - \frac{1}{3} \varepsilon \right) \\ \omega_3 &= \dot{\omega} \left(1 - \frac{2}{3} \delta \right) \end{aligned} \quad (2.3)$$

ここで、 M は核子の質量であり、 δ, ε は変形パラメタであり、 $\dot{\omega}$ は体積一定の条件 $\omega_1 \omega_2 \omega_3 = \omega_0^3$ から決定される量である。ただし、 $\omega_0 = 41 \times A^{-1/3}$ は調和振動子振動数と呼ばれる量で、核子数の異なった原子核間の状態を比較するときに、エネルギーの単位としての役割を果たす。

軸対称変形の場合には、 $\omega_1 = \omega_2$ となる。この時の変形パラメタを特に δ_{osc} とよび、対称軸に垂直な方向の振動数を ω_{\perp} と呼ぶことにしよう。以下、軸対称変形を議論するときには、これらの量を使用する。

また、式(2.1)の中の $''$ はその演算子が、

$$x_i \rightarrow \omega'_i x_i, \quad \omega'_i = \left(\frac{\omega_i}{\omega_0} \right) \quad (2.4)$$

という変換を行った座標系（これを二重伸延座標系と呼ぶ）で定義した演算子であることを表す。

軸対称変形をした原子核の高スピンの Yrast 回転バンドの記述に大きな成功をおさめてきたのは Cranking 模型であった。これは、ハミルトニアン H_0 にたいして Cranking 項 $-\hbar\omega_{rot}J_1$ を加えたものである。

$$H_{cr}(\omega_{rot}) = H_0 - \hbar\omega_{rot}J_1 \quad (2.5)$$

ここで、 ω_{rot} は crank する角速度を表しており、この式では 1-軸の周りに回転させるようにとっている。^{*}

この項の意味は古典論での対応物を考えると明かである。あるハミルトニアン

$$H_0 = \sum_{i=1}^3 \frac{1}{2m} p_i^2 + V(x) \quad (2.6)$$

を、x-軸の周りに角速度 ω_{rot} で回転している系に移ってみよう。それには、

$$\begin{aligned} p_i &\longrightarrow p_i - m(\vec{\omega}_{rot} \times \vec{x})_i & (\vec{\omega}_{rot} = (\omega_{rot}, 0, 0)) \\ V(x) &\longrightarrow V(x) - \frac{1}{2}m\omega_{rot}^2(x_2^2 + x_3^2) \end{aligned} \quad (2.7)$$

という変換を行えばよい。その結果は

$$H_0 - \omega_{rot}l_1 \quad (2.8)$$

となる。

* 通常は、変形を記述する球面調和関数の量子化軸を 3-軸に、crank する軸を 1-軸にとる。ここでもその習慣にしたがう。

また、この変換は Legendre 変換とみることができる。すなわち、通常は回転を表す変数は角運動量であるが、Cranking 模型の範囲内では角速度が回転を表す変数となっている。また、crank された Hamiltonian は古典力学での Routhian に対応しており、以後これを Routhian と呼ぶことにする。

この Routhian をもとにして計算された量は、すべて実験室系に対して角速度 ω_{rot} で回転している回転系での量である。従って、実験室系からみた量に変換しなければならない場合がある。

角運動量は、 $\langle \omega_{rot} | \hat{J}_1 | \omega_{rot} \rangle$ として計算されなければならない。このばあい、この量は整数になるとは限らない。これは、回転の変数を連続量 ω_{rot} へと変換したために起こったものである。したがって、特定の角運動量の状態を議論したい時は、

$$\langle J_x \rangle (\omega_{rot}) = I \quad (2.9)$$

という条件で、 ω_{rot} の値を決めなければならない。

また Cranking 項は時間反転に対して反対称であり、一方ハミルトニアンは対称であるから、Routhian は時間反転に対する対称性を持っていない。しかしながら、1-軸周りの 180 度回転にたいする対称性は保持したままである。この対称性に伴う量子数を signature と呼ぶ。

速度依存項がある場合の Cranking 模型

慣性能率は、全角運動量を角速度で割ったものとして定義できる。これは、古典力学での剛体回転との類推からは、もし対相関がなければ、

$$J_{rig} = \sum_{i=1}^A \{ \langle x_2^2 \rangle_i + \langle x_3^2 \rangle_i \} \quad (2.10)$$

という量となると予想できる。この量は、軸対称の調和振動子模型の場合は変形度 δ_{osc} を用いて、

$$J_{geom} = \frac{2}{5} AMR^2 \left(1 + \frac{1}{3} \delta_{osc} \right) \quad (2.11)$$

という評価を行うことが出来る。ただし、 $R = 1.2 \times A^{1/3}$ は原子核の (様々な原子核に対して) 平均的半径である。 J_{rig} を剛体値、 J_{geom} を幾何学値と呼ぶことにする。Cranking 模型を用いて慣性能率を計算すると、それぞれの一粒子状態の alignment のために幾何学値をとらないが、後述する Strutinsky 法を用いて計算した平均的慣性能率は、調和振動子模型および Woods-Saxon 模型の場合は幾何学値と一致する。

しかし、Nilsson 模型の場合には、この量は 30%程度幾何学値を上回ることがよく知られている。^[10] この事は、超変形回転バンドの殻構造を考えると重要になってくる。慣性能率を過大評価していることは、それぞれの粒子準位のもつ alignment を過大評価していることによる。alignment はそれぞれの単一粒子 Routhian の角速度に対する傾きに等しいので、それを過大評価すれば、より小さな角速度で準位交差がおきることになる。

Nilsson 模型をもちいた計算では、¹⁵²Dy の超変形回転バンドがあると考えられる角速度領域で、バンド交差がおきるという結果を示してしまう。(図 1, 2 参照) 実験結果からは、バンド交差はおきていないと予想できるので、この殻模型は高い角運動量では適切ではないことになってしまう。

この慣性能率の過大評価は、Nilsson 模型の l^2 項がにせの速度依存性をもっていることに起因する。本来 l^2 項は、表面部分での potential の深みを simulate するためのものであるから、速度依存性をもたない性質の効果を速度依存性をもった効果で代用しているためにおきたことである。したがってその速度依存性は取り除かなければならない。

そのための手法の原理は、文献 11 で議論されており、具体的な計算方法は木野内らによって開発されている。^[12] ここでは彼らにしたがって、Cranking 項に加えて、次の項

$$\begin{aligned}
 h_{corr} = \hbar\omega_{rot} \frac{M\omega_0}{\hbar} \{ & v_{ll}((\omega'_2 x_2^2 + \omega'_3 x_3^2)s_1 - \omega'_1 x_1 x_2 s_2 - \omega'_1 x_1 x_3 s_3) \\
 & + 2v_{ls}((\omega'_2 x_2^2 + \omega'_3 x_3^2)l'_1 - \omega'_1 x_1 x_2 l'_2 - \omega'_1 x_1 x_3 l'_3 \\
 & \quad + \omega'_1(\omega'_2 - \omega'_3)(ix_2 x_3)) \\
 & - v_{ls}(\frac{\hbar^2}{M\omega^2}(h_0 l_1 + \frac{1}{2}(\omega_2^2 - \omega_3^2)(ix_2 x_3))) \}
 \end{aligned} \tag{2.12}$$

を加えることによって、速度依存性の効果を取り除いた模型を使用することにする。この項の導出は Appendix C にて議論する。

これによって、図 3,4 のように、超変形回転バンドの存在領域ではバンド交差は起こらないようになる。

Strutinsky 法

ここまでは、一粒子ポテンシャルの変形度をどうやって決めるのかについては、何も議論をしてこなかった。変形ポテンシャル模型では、変形度はパラメタとして取り扱っており、その変形度は何か別の原理から、決定しなければならない。そのためによく使われているのが Strutinsky 法である。^[13] ^[14]

原子核がどのような形をとるかは、原子核の全エネルギーを変形度の関数として表すことが出来れば、その最小点（もしくは極小点）をもって、変形度を決定するのはきわめて自然であろう。しかしながら、ポテンシャル模型を用いた場合、全エネルギーを単一粒子エネルギーだけから求めようとしても正しい結果が得られず、変形度も近似的な結果しか得られない。

純粋に古典論的な対象であれば、全エネルギーは核子数や変形度に対してスムーズに変化するはずである。変形した状態の方が安定であるのは、そのスムーズな変化からのずれがあるからであるが、そのずれは準位密度がエネルギーに対してスムーズに変化するのではなく、揺らいでいることに起因する。すなわち、平均的な準位密度に対して高い準位密度のところでは Fermi 面があればエネルギーは平均よりも大きく、低いところであれば、エネルギーは小さいであろう。(図5)

この平均的な準位密度からのずれが全エネルギーに対して与える効果を平均的な準位密度からの効果から分離することが出来れば、この量は準位密度が Fermi 面近傍での現実の準位密度を正しく再現していれば正しく求められているはずである。従って、全エネルギーを正しく再現しないような模型であっても、一粒子エネルギーの和 E_{tot} を平均的エネルギー E_{smooth} と殻補正 E_{sh} に分離し、平均的エネルギーの部分をもっと信頼できる量（液滴模型から計算した量）に置き換えれば、正しい全エネルギーを得ることが出来る。

この方法は、回転している原子核に対しても Cranking 模型をもちいて全エネルギーを計算するように拡張されている。^{[16] [10]}

Cranking 模型で計算した一粒子 Routhian $e_k(\omega_{rot})$ を考える。

$$h(\omega_{rot})|\psi_k(\omega_{rot})\rangle = (h_0 - \hbar\omega_{rot}j_1)|\psi_k(\omega_{rot})\rangle = e_k(\omega_{rot})|\psi_k(\omega_{rot})\rangle \quad (2.13)$$

これに対して、原子核の準位密度 g_1 および角運動量密度 g_2 を次のように定義することが出来る。

$$\begin{aligned} g_1(e, \omega_{rot}) &= \sum_k \delta(e - e_k(\omega_{rot})) \\ g_2(e, \omega_{rot}) &= \sum_k m_k \delta(e - e_k(\omega_{rot})) \end{aligned} \quad (2.14)$$

与えられる。ただし、 m_k は状態 $|\psi_k(\omega_{rot})\rangle$ がもつ角運動量の 1 軸成分である。この準位密度及び角運動量

密度に対して、平均的な振舞いを示す準位密度 \tilde{g}_1 及び角運動量密度 \tilde{g}_2 を

$$\begin{aligned}\tilde{g}_1(e, \omega_{rot}) &= \int de' f(e' - e) \sum_k \delta(e - e_k(\omega_{rot})) \\ \tilde{g}_2(e, \omega_{rot}) &= \int de' f(e' - e) \sum_k m_k \delta(e - e_k(\omega_{rot}))\end{aligned}\quad (2.15)$$

で定義する。但し、 f は原点でピークを持ち、遠方で0になるなめらかな偶関数で、通常は Gauss 関数を使う。また、この平均的な準位密度に対する Fermi 面 $\tilde{\lambda}$ は

$$\int^{\tilde{\lambda}} \tilde{g}_1(e, \omega_{rot}) de = N \text{ (particle number)} \quad (2.16)$$

から決定する。これによって、平均的な全 Routhian $\tilde{R}(\omega_{rot})$ 及び平均的な角運動量 $\tilde{I}(\omega_{rot})$ 、慣性能率 $\tilde{J}(\omega_{rot})$ が決定できる。

$$\begin{aligned}\tilde{R}(\omega_{rot}) &= \int^{\tilde{\lambda}} e \tilde{g}_1(e, \omega_{rot}) de \\ \tilde{I}(\omega_{rot}) &= \int^{\tilde{\lambda}} \tilde{g}_2(e, \omega_{rot}) de \\ \tilde{J}(\omega_{rot}) &= \tilde{I}(\omega_{rot}) / \omega_{rot}\end{aligned}\quad (2.17)$$

これらから、全エネルギーを計算する。その際には、一粒子準位の和、平均的な全エネルギー、液滴模型によるエネルギーの項をそれぞれ同じ角運動量（異なった角速度）で比較しなければならない。即ち、それぞれの角速度を

$$\begin{aligned}\sum_k^{occ} m_k(\omega_{rot}^{(mic)}) &= I \\ \tilde{I}(\omega_{rot}^{(smth)}) &= I \\ \mathcal{J}_{geom} \omega_{rot}^{(LDM)} &= I\end{aligned}\quad (2.18)$$

という条件で決定し、全エネルギーは

$$\sum_k^{occ} e_k(\omega_{rot}^{(mic)}) + I \omega_{rot}^{(mic)} - \tilde{R}(\omega_{rot}^{(smth)}) - I^2 / \tilde{J}(\omega_{rot}^{(smth)}) + U_{LDM} + \frac{1}{2} \mathcal{J}_{geom} (\omega_{rot}^{(LDM)})^2 \quad (2.19)$$

というかたちで求められる。ただし、 U_{LDM} は静止した液滴模型のエネルギーである。

しかし、この全エネルギーを計算する方法は、異なった角速度での計算を行わなければならないという点で計算量が多くなる。また、Cranking 模型の立場では、回転を表す関数はあくまで角速度となっており、求めたい一粒子ポテンシャルの変形度も回転系でのものである。

したがって、ここでの計算では全エネルギーを最小にするという条件ではなく、全 Routhian を最小にするという条件を採用した。全 Routhian は

$$R = \sum_k^{occ} e_k(\omega_{rot}) - \tilde{R}(\omega_{rot}) + U_{LDM} - \frac{1}{2} \mathcal{J}_{geom} \omega_{rot}^2 \quad (2.20)$$

で与えられる。

対相関がある場合の Cranking 模型

原子核において対相関力は非常に重要な役割をもっている。超変形回転バンドにおいても、Hg 領域では静的な対相関ギャップが存在すると考えられている。^[9] この対相関力は、核力が非常に短距離力であるということに起因していると考えられている。即ち、核力は最も波動関数の分布の重なりが大きいために互いに時間反転の関係にある二粒子の間で最も強くなる。

この対相関力を取り扱う理論として発展してきたのが BCS 理論であった。高スピンの原子核でも、この理論に基づいて対相関を扱う理論が発展してきた。

一体ハミルトニアン

$$h = h_{def} - \Delta(\hat{P}^\dagger + \hat{P}) - \lambda \hat{N} - \hbar \omega \hat{j}_1 \quad (2.21)$$

から出発する。ただし、 h_{def} は変形ポテンシャルの中の一体運動を表し、 $\hat{P}^\dagger = \sum_i' c_i^\dagger c_{\tilde{i}}^\dagger$ は核子対の生成を表す演算子である。ここで、 i は単一粒子状態に対する指標であり、 \tilde{i} は i の時間反転状態を表す。また、 \sum_i' は角運動量の z 軸への射影 m_i が正のもののみ和をとることを表す。

λ は Fermi エネルギーであり、 Δ は対相関ギャップである。この λ 及び Δ はこの場合はパラメタとして取り扱うことが出来る。これらを自己無撞着に取り扱い、ある粒子数の状態を議論したい場合には、ギャップ方程式

$$\Delta = \langle \hat{P}^\dagger / G \rangle \quad (2.22)$$

及び、粒子数に対する拘束条件

$$N = \langle \hat{N} \rangle \quad (2.23)$$

からこれらの量を決定する。

この一体ハミルトニアンは、一般化された Bogoriubov 変換を行うことによって、対角化の問題に帰着できる。

$$\begin{aligned} a_\mu &= \sum_i' (U_{\mu i} d_i + V_{\mu \bar{i}} d_i^\dagger) \\ a_{\bar{\mu}} &= \sum_i' (U_{\bar{\mu} \bar{i}} d_{\bar{i}} + V_{\bar{\mu} i} d_i^\dagger) \end{aligned} \quad (2.24)$$

ただし、演算子 $(d_i, d_{\bar{i}})$ は核子の演算子 $(c_i, c_{\bar{i}})$ と

$$\begin{aligned} d_i &= (c_{\bar{i}} + c_i)/\sqrt{2} \\ d_{\bar{i}} &= (c_i - c_{\bar{i}})/\sqrt{2} \end{aligned} \quad (2.25)$$

という関係にある。その結果、式 (2.24) で定義された準粒子演算子は、

$$\begin{aligned} e^{-i\pi \hat{j}_x} a_\mu e^{i\pi \hat{j}_x} &= a_\mu \\ e^{-i\pi \hat{j}_x} a_{\bar{\mu}} e^{i\pi \hat{j}_x} &= -a_{\bar{\mu}} \end{aligned} \quad (2.26)$$

という性質をもつ。これは、準粒子は $r = -i$ ($r = +i$) という Cranking 模型ではすなわち、 $\mu(\bar{\mu})$ で表されるシグネチャ量子数をもつ。

この変換を利用して、ハミルトニアン (2.21) を対角化する問題は、

$$h_{def} = \epsilon_{i\bar{i}'} d_i^\dagger d_{i'} + \epsilon_{\bar{i}i'} d_{\bar{i}}^\dagger d_{i'}$$

であるとする、signature $r=-i$ のパート

$$\sum_{i'>0} \{ \epsilon_{i\bar{i}'} - \lambda \delta_{i\bar{i}'} - \hbar \omega_{rot} (\hat{j}_1)_{i\bar{i}'} U_{\mu i} + \Delta \delta_{i\bar{i}'} V_{\mu \bar{i}} \} = E_\mu U_{\mu i} \quad (2.27)$$

$$\sum_{i'>0} \{ \epsilon_{\bar{i}i'} - \lambda \delta_{\bar{i}i'} - \hbar \omega_{rot} (\hat{j}_1)_{\bar{i}i'} V_{\mu \bar{i}} + \Delta \delta_{\bar{i}i'} U_{\mu i} \} = -E_\mu V_{\mu \bar{i}} \quad (2.28)$$

及び signature $r=+i$ のパート

$$\sum_{i'>0} \{ \epsilon_{\bar{i}i'} - \lambda \delta_{\bar{i}i'} - \hbar \omega_{rot} (\hat{j}_1)_{\bar{i}i'} U_{\mu \bar{i}} + \Delta \delta_{\bar{i}i'} V_{\mu i} \} = E_{\bar{\mu}} U_{\mu \bar{i}} \quad (2.29)$$

$$\sum_{i'>0} \{\epsilon_{ii'} - \lambda \delta_{ii'} - \hbar \omega_{rot}(\hat{j}_1)_{ii'} V_{\bar{\mu}i} + \Delta \delta_{ii'} U_{\bar{\mu}\bar{i}}\} = -E_{\bar{\mu}} V_{\bar{\mu}i} \quad (2.30)$$

に分けることが出来る。ここで、 $U_{\mu i}$ と $V_{\bar{\mu}i}$ 、 $U_{\bar{\mu}\bar{i}}$ と $V_{\mu\bar{i}}$ 、 E_{μ} と $-E_{\bar{\mu}}$ を入れ替えると、(2.27)と(2.30)、(2.28)と(2.29)は同じ方程式となる。従って、実際にはどちらかのパートを計算するだけでよい。

この対角化の結果を用いて、ハミルトニアン(2.21)は定数を除いて、

$$h' = \sum_{\mu} E_{\mu} a_{\mu}^{\dagger} a_{\mu} + \sum_{\bar{\mu}} E_{\bar{\mu}} a_{\bar{\mu}}^{\dagger} a_{\bar{\mu}} \quad (2.31)$$

という形に表される。

2.2 乱雑位相近似

分散方程式

一体場をどの様に完全に作ったとしても、核子間の二体力の効果をすべて汲み尽くすことは出来ない。必ず残留相互作用が存在する。その一つの例が対相関であったが、これは一粒子運動を再定義することによって、一体場的な扱いをすることが可能であった。しかし、そのような取り扱いが可能でない場合も多い。

一体場は一粒子—空孔励起にたいしては、安定になるように作ることが出来たが、その真空が二粒子—二空孔励起に対して安定であるという保証は何もない。実際、粒子—空孔励起をした状態の間の相互作用は、一体場では表現することが出来ない。そのような残留相互作用を取り扱う方法として発展してきたのが乱雑位相近似であった。

残留相互作用として分離可能な二体相互作用

$$H'_{int} = -\frac{1}{2} \sum_{\rho} \kappa_{\rho}^{(+)} \tilde{R}_{\rho}^{(+)\dagger} \tilde{R}_{\rho}^{(+)} - \frac{1}{2} \sum_{\rho} \kappa_{\rho}^{(-)} \tilde{R}_{\rho}^{(-)\dagger} \tilde{R}_{\rho}^{(-)} \quad (2.32)$$

を考える。ただし、一体演算子

$$\tilde{R}_{\rho}^{(\pm)} = \langle i | R_{\rho}^{(\pm)} | j \rangle c_i^{\dagger} c_j \quad (2.33)$$

は $r = \pm 1$ のシグネチャ量子数をもつものとする。すなわち、

$$e^{-i\pi \hat{j}_x} \tilde{R}^{(\pm)} e^{i\pi \hat{j}_x} = \pm \tilde{R}^{(\pm)} \quad (2.34)$$

という性質をもっている。

一般に一体演算子は準粒子の二次形式

$$\begin{aligned} A_{\mu\nu}^\dagger &= a_\mu^\dagger a_\nu^\dagger, & A_{\mu\bar{\nu}}^\dagger &= a_\mu^\dagger a_{\bar{\nu}}^\dagger \\ B_{\mu\nu}^\dagger &= a_\mu^\dagger a_\nu, & B_{\mu\bar{\nu}}^\dagger &= a_\mu^\dagger a_{\bar{\nu}} \end{aligned} \quad (2.35)$$

及びこれらのエルミート共役で表すことが出来る。しかし、このうち準粒子の散乱に関する演算子 B^\dagger, B の項は、乱雑位相近似では考慮にいれない。したがって、残留相互作用 (2.32) を加えたハミルトニアンとしては以下のものを考えればよい。

$$H = \sum_{\mu} E_{\mu} a_{\mu}^{\dagger} a_{\mu} + \sum_{\bar{\mu}} E_{\bar{\mu}} a_{\bar{\mu}}^{\dagger} a_{\bar{\mu}} - \frac{1}{2} \sum_{\rho} \kappa_{\rho}^{(+)} (\hat{R}_{\rho}^{(+)})^2 - \frac{1}{2} \sum_{\rho} \kappa_{\rho}^{(-)} (\hat{R}_{\rho}^{(-)})^2 \quad (2.36)$$

ただし、

$$\begin{aligned} \hat{R}_{\rho}^{(+)} &= \sum_{\mu\bar{\nu}} \{ \hat{R}_{\rho}^{(+)}(\mu\bar{\nu}) A_{\mu\bar{\nu}}^{\dagger} + \hat{R}_{\rho}^{(+)*}(\mu\bar{\nu}) A_{\mu\bar{\nu}} \} \\ \hat{R}_{\rho}^{(-)} &= \sum_{\mu<\nu} {}'' \{ \hat{R}_{\rho}^{(-)}(\mu\nu) A_{\mu\nu}^{\dagger} + \hat{R}_{\rho}^{(-)*}(\mu\nu) A_{\mu\nu} \} \end{aligned} \quad (2.37)$$

で、 \sum'' は $\bar{\mu}, \bar{\nu}$ についても同様に和をとることを意味する。

乱雑位相近似の運動方程式は、

$$[H, X_n^{(\pm)\dagger}]_{RPA} = \hbar\omega_n^{(\pm)} X_n^{(\pm)\dagger} \quad (2.38)$$

となる。ただし、 X は

$$X_n^{(\pm)\dagger} = \sum {}'''' \{ \psi_n^{(\pm)}(\alpha\beta) A_{\alpha\beta}^{\dagger} + \phi_n^{(\pm)}(\alpha\beta) A_{\alpha\beta} \} \quad (2.39)$$

で定義される。ただし $\alpha\beta$ はシグネチャ+の量に対しては $\mu\bar{\nu}$ を、シグネチャ-の量に対しては $\mu\nu$ を表すものとし、 \sum'''' はシグネチャ+の量に対しては $\sum_{\mu\bar{\nu}}$ を、シグネチャ-の量に対しては、 $\sum_{\mu\nu}$ を表すものとする。

また、RPA という添え字は乱雑位相近似の範囲内で計算を行うことを表す。乱雑位相近似方程式は、

$$t_{\rho}^{(\pm)}(\omega) = \sum_{\rho'} S_{\rho\rho'}^{(\pm)}(\omega) t_{\rho'}^{(\pm)}(\omega) \quad (2.40)$$

という形に変換できる。ただし t_{ρ} は

$$t_{\rho}^{(\pm)}(\omega) = [\hat{R}_{\rho}^{(\pm)}, X_n^{(\pm)\dagger}]_{RPA} \quad (2.41)$$

で与えられ、また

$$S_{\rho\rho'}^{(\pm)}(\omega) = \sum_{\alpha\beta} {}''' \left\{ \frac{R_{\rho}^{(\pm)*}(\alpha\beta) R_{\rho'}^{(\pm)}(\alpha\beta)}{E_{\alpha\beta} - \hbar\omega} + \frac{R_{\rho}^{(\pm)}(\mu\bar{\nu}) R_{\rho'}^{(\pm)*}(\alpha\beta)}{E_{\alpha\beta} + \hbar\omega} \right\} \quad (2.42)$$

である。ただし、 $E_{\alpha\beta}$ は $E_{\mu\bar{\nu}} = E_{\mu} + E_{\bar{\nu}}$ もしくは $E_{\mu\bar{\nu}} = E_{\mu} + E_{\bar{\nu}}$ である。式 (2.40) が遷移行列意味のある解をもつという条件から、乱雑位相近似のもとでの励起エネルギーは分散方程式

$$\det(S_{\rho\rho'}^{(\pm)} - \frac{1}{\kappa_{\rho}} \delta_{\rho\rho'}) = 0 \quad (2.43)$$

の解となる。その解 ω_n にたいして、式 (2.40) から $t_{\rho}^{(\pm)}(\omega_n)$ が normalization を除いて決定され、それから、

$$\begin{aligned} \psi_n^{(\pm)}(\alpha\beta) &= \frac{\sum_{\rho} \{t_{\rho}^{(\pm)}(\omega_n) R_{\rho}^{(\pm)}\}}{E_{\alpha\beta} - \hbar\omega_n} \\ \varphi_n^{(\pm)}(\alpha\beta) &= -\frac{\sum_{\rho} \{t_{\rho}^{(\pm)}(\omega_n) R_{\rho}^{(\pm)}\}}{E_{\alpha\beta} + \hbar\omega_n} \end{aligned} \quad (2.44)$$

が求められる。ただしこれらの量は、

$$[X_n, X_{n'}^{\dagger}] = \delta_{nn'} \quad (2.45)$$

という条件で normalize されているものとする。任意の演算子による遷移行列要素は、

$$\langle n(\pm) | \hat{O}^{\dagger} | 0 \rangle = \sum {}''' \{ \hat{O}_{\alpha\beta}^{(\pm)} \psi_n^{(\pm)}(\alpha\beta) + \hat{O}_{\alpha\beta}^{(\pm)*} \varphi_n^{(\pm)}(\alpha\beta) \} \quad (2.46)$$

で与えられる。

これらの量はすべて回転系からみた量であり、実際に実験と比較する際には実験室系からみた量に変換しなければならない。その方法は、応答関数理論のところで議論する。

応答関数

RPA 分散方程式を解いた場合には、各々の励起状態のエネルギーばかりではなく、電磁遷移強度や集団性の指標である後方強度 φ を求めることが出来る。しかしながら、RPA 方程式の解は 2 準粒子励起の数だけ存在し、それらをすべて求めることは非常に困難である。興味の対象が、個々の励起状態の性質の詳細ではなく、励起関数の大間かな振舞いであるならば、全ての RPA 解を求める必要はない。そのような場合に有効な方法が応答関数理論である。

残留相互作用がない場合の応答関数 S_0 は

$$S_{\rho\sigma}(\omega) = \sum_{\alpha\beta} \frac{\langle 0 | \hat{R}_\rho^\dagger | \alpha\beta \rangle \langle \alpha\beta | \hat{R}_\sigma | 0 \rangle}{E_{\alpha\beta} - \omega - i\Gamma} + \frac{\langle 0 | \hat{O}_\rho | \alpha\beta \rangle \langle \alpha\beta | \hat{R}_\sigma^\dagger | 0 \rangle}{E_{\alpha\beta} + \omega + i\Gamma} \quad (2.47)$$

と定義される。ただし、 S_0 は $N \times N$ 行列である。残留相互作用に対して乱雑位相近似を行った応答関数

$$S_{\rho\sigma}(\omega) = \sum_n \frac{\langle 0 | \hat{R}_\rho^\dagger | n \rangle \langle n | \hat{R}_\sigma | 0 \rangle}{\omega_n - \omega - i\Gamma} + \sum_n \frac{\langle 0 | \hat{R}_\rho | n \rangle \langle n | \hat{R}_\sigma^\dagger | 0 \rangle}{\omega_n + \omega + i\Gamma} \quad (2.48)$$

は、

$$S = (1 - \kappa S_0)^{-1} S_0 \quad (2.49)$$

で与えられる。 S と κ は $N \times N$ 行列であり、 $\kappa_{\rho\sigma} = \delta_{\rho\sigma} \kappa_\rho$ である。また、Energy の虚部 Γ は本来は無限小量であるべきだが、これをエネルギー粗視化パラメタとして用いることが出来る。

この応答関数をもちいると、演算子 \hat{R}_ρ に関する強度関数 $F_{\hat{R}_\rho}$ は、

$$F_{\hat{R}_\rho}(\omega) = \frac{1}{\pi} \text{Im} S_{\rho\rho}(\omega) \quad (2.50)$$

と表される。

ここで得られた強度関数は、回転系から見たものであり、それを、実験室系からみた応答関数（あるいは、強度関数）に変換しなければならない。そのためには、以下のような手続きを行えばよい。一般に、演

算子 \hat{R}_ρ は、特定の rank の演算子であるとは限らない。しかし、この演算子は、rank λ , 成分 κ の演算子 $\tilde{R}_{\lambda\kappa}$ の線型結合で書ける。すなわち、

$$\hat{R}_\rho = \sum_{\lambda\kappa} C_{\rho,\lambda\kappa} \tilde{R}_{\lambda\kappa} \quad (2.51)$$

を満たす行列 C が存在する。この C を用いて、応答関数 S を

$$\tilde{S} = (C^{-1})^\dagger S C^{-1} \quad (2.52)$$

と変換する。

\tilde{S} は、回転座標系の z -軸にたいして量子化された演算子に関する応答関数である。これを、 x -軸 (cranking 軸) にたいして量子化された演算子に関する応答関数へと変換する。

$$\check{S}_{\lambda\mu,\lambda'\mu'}(\omega) = \sum_{\lambda\kappa,\lambda'\kappa'} D_{\mu\kappa}^\lambda\left(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, 0\right) \tilde{S}_{\lambda\kappa,\lambda'\kappa'}(\omega) D_{\mu'\kappa'}^{\lambda'}\left(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, 0\right) \quad (2.53)$$

$$\check{R}_{\lambda\mu} = \sum_{\lambda\mu} D_{\mu\kappa}^\lambda\left(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, 0\right) \tilde{R}_{\lambda\kappa} \quad (2.54)$$

cranking 模型の近似では、実験室系での強度関数はこの応答関数 \check{S} を用いて、

$$\check{F}_{\check{S}_{\lambda\mu}}(\omega) = \frac{1}{\pi} \text{Im} \check{S}_{\lambda\mu,\lambda\mu}(\omega - \mu\omega_{rot}) \quad (2.55)$$

と計算される。

このことは、次のような描像をとっていることを意味する。Cranking 模型に基づいた乱雑位相近似で得られる励起エネルギーは、回転系での基底状態と励起状態のエネルギー差である。回転系から実験室系への変換を行えば、エネルギーも

$$E_{lab} = E_{rot} + \hbar\omega_{rot} \langle \hat{J}_1 \rangle \quad (2.56)$$

という変換を受ける。もし、両者の角運動量が同一であれば、励起エネルギーは変化しない。しかし、八重極振動状態は角運動量を担う。全体として角運動量が 1 軸方向を向いているということを仮定すれば、八重極状態が励起する事によって、角運動量は八重極振動の角運動量の 1 軸成分 μ だけ大きく (負であれば小さく) なるであろう。したがって、励起エネルギーは $\mu\hbar\omega_{rot}$ だけ変化することになる。(図 6 参照)

2.3 多重極-多重極残留相互作用

多重極-多重極型有効相互作用は、原子核の低励起状態及び高励起の巨大共鳴を記述にたいして、非常に成功をおさめてきた。特に四重極-四重極型有効作用は、球形核の低励起集団運動ばかりではなく、変形核に対する Hartree-Fock 法等による計算に対する相互作用としても、非常によく使われている。しかしながら、変形核の励起状態を記述するためには、なんらかの改良をする必要があることも明らかになってきた。八重極振動運動、^[17] 四重極巨大共鳴、^[18] 双極子巨大共鳴^[19] 等の研究において、二重伸延座標系での多重極-多重極型有効相互作用が必要であるという認識が深まってきた。

この二重伸延座標系での多重極-多重極型相互作用に対して、通常の四重極-四重極相互作用の導入の原理を一般化することによって、その必然性を明らかにしたのが坂本及び岸本であった。^[20]

原子核は強い相互作用をしている飽和した自己束縛系という顕著な性質をもっている。この性質の結果、原子核中の核子が感じるポテンシャルは原子核の核子の密度分布と自己無撞着でなければならない。この事は、励起状態においても変わらないと考えられる。即ち、原子核の密度分布が変化すると、それにしたがって原子核内の核子に対するポテンシャルが変化する。その変化したポテンシャルのもとで原子核の密度分布が決定されるが、この決定される密度分布はポテンシャルの変化の原因となる密度分布と自己無撞着でなければならない。これを自己無撞着性の条件と呼ぶ。この条件から、もとの二体の相互作用の性質を知ることなく、残留相互作用のあり方を決定することが出来る。

ハミルトニアンとして、調和振動子に多重極型相互作用が加わったものを考える。

$$H = \sum_{i=1}^A \left\{ \frac{1}{2M} p^2 + \frac{1}{2} M \omega_0^2 r''^2 \right\}_i - \sum_{\lambda K} \chi_{\lambda K} \left(\sum_i^A \dot{Q}_{\lambda K}''^\dagger(i) \right) \left(\sum_j^A \dot{Q}_{\lambda K}''(j) \right) \quad (2.57)$$

ただし、 $\dot{Q}_{\lambda K}''$ は次のような量である。

$$\begin{aligned} \dot{Q}_{\lambda K}'' &\equiv Q_{\lambda K}'' - \left\langle \sum_i^A Q_{\lambda K}''(i) \right\rangle_0 \\ Q_{\lambda K}'' &= Q_{\lambda K}''(r'') = (r'')^\lambda \left\{ \frac{1}{\sqrt{1 + \delta_{K0}}} (Y_{\lambda K}(\theta'', \varphi'') (-)^{\lambda} \pm Y_{\lambda - K}(\theta'', \varphi'')) \right\} \end{aligned} \quad (2.58)$$

この式の中の、 \pm は signature $r = \pm 1$ に対応する。角速度 0 であれば、 $K \geq 1$ の演算子にたいしては、どちらの signature をとってよい。ここで、 $\langle \rangle_0$ は非摂動ハミルトニアンの解による期待値を表す。すな

わち、

$$\langle Q \rangle_0 = \int Q \rho_0(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \equiv \int Q \rho_0(\mathbf{r}'') d\mathbf{r}'' \quad (2.59)$$

このハミルトニアン (2.57) に対応する Hartree 場は

$$\begin{aligned} V(\mathbf{r}) \equiv V(\mathbf{r}'') &= V_0(\mathbf{r}'') + \delta V(\mathbf{r}'') \\ V_0(\mathbf{r}'') &= \frac{1}{2M} p^2 + \frac{1}{2} M \omega_0^2 r''^2 \\ \delta V(\mathbf{r}'') &= - \sum_{\lambda K} \chi_{\lambda K} \alpha_{\lambda K} Q''_{\lambda K} \end{aligned} \quad (2.60)$$

で与えられる。ただし、 $\alpha_{\lambda K}$ は集団座標であり、

$$\alpha_{\lambda K} = \langle Q''_{\lambda K}(i) \rangle \quad (2.61)$$

という関係がある。ここで、 $\langle \rangle$ は全ハミルトニアンの解での期待値を表す。即ち、

$$\langle Q \rangle = \int Q \rho(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \equiv \int Q \rho(\mathbf{r}'') d\mathbf{r}'' \equiv \int Q \{ \rho_0(\mathbf{r}'') + \delta \rho(\mathbf{r}'') \} d\mathbf{r}'' \quad (2.62)$$

ここで、2 番目の等式は体積保存条件より、

$$d\mathbf{r} = \frac{\omega_0^3}{\omega_1 \omega_2 \omega_3} d\mathbf{r}'' = d\mathbf{r}'' \quad (2.63)$$

であることにより成り立つ。

式 (2.61) と (2.62) から、集団座標は

$$\begin{aligned} \alpha_{\lambda K} &= \int \dot{Q}''_{\lambda K} \rho(\mathbf{r}'') d\mathbf{r}'' = \int \{ Q''_{\lambda K} - \langle Q''_{\lambda K} \rangle_0 \} \{ (\rho_0 + \delta \rho) d\mathbf{r}'' \} \\ &= \int \{ Q''_{\lambda K} - \langle Q''_{\lambda K} \rangle_0 \} \delta \rho d\mathbf{r}'' \\ &= \int Q''_{\lambda K} \delta \rho d\mathbf{r}'' \end{aligned} \quad (2.64)$$

となる。ただし、ここで飽和性の条件

$$\int \delta \rho d\mathbf{r}'' = 0 \quad (2.65)$$

及び、 $\langle \rangle_0$ の定義を考慮している。

ここで、一つの λK 方向へのポテンシャルの変化 $\delta V' = -\chi_{\lambda K} \alpha_{\lambda K} Q_{\lambda K}''^\dagger$ を考え、それが非摂動ポテンシャル V_0 における変位 $\mathbf{r}'' \rightarrow \mathbf{r}'' + \delta \mathbf{r}''$ によって達成されると仮定しよう。すなわち、

$$\begin{aligned} V_0(\mathbf{r}'') \rightarrow V(\mathbf{r}'') &= \frac{1}{2} M \omega_0^2 \{ (x_1'' + \delta x_1'')^2 + (x_2'' + \delta x_2'')^2 + (x_3'' + \delta x_3'')^2 \} \\ &\equiv V_0(\mathbf{r}'') + \delta V_{\lambda K} \end{aligned} \quad (2.66)$$

$$\delta V_{\lambda K}(\mathbf{r}'') = M \omega_0^2 (x_1'' \delta x_1'' + x_2'' \delta x_2'' + x_3'' \delta x_3'') = -\chi_{\lambda K} \alpha_{\lambda K} Q_{\lambda K}''^\dagger$$

このような変位は

$$\delta \mathbf{r}'' = -\frac{\chi_{\lambda K} \alpha_{\lambda K}}{M \omega_0^2} \frac{1}{\lambda} \nabla'' Q_{\lambda K}''^\dagger \quad (2.67)$$

となる。この変位によって密度分布は、

$$\delta \rho_{\lambda K} = (\delta \mathbf{r}'' \cdot \Delta'') \rho_0(\mathbf{r}'') = -\frac{\chi_{\lambda K} \alpha_{\lambda K}}{M \omega_0^2} \frac{1}{\lambda} \sum_{i=1}^3 \frac{\partial}{\partial x_i''} \left\{ \frac{\partial Q_{\lambda K}''^\dagger}{\partial x_i''} \rho_0(\mathbf{r}'') \right\} \quad (2.68)$$

という変化を受ける。式(2.64)及び(2.68)より、

$$\alpha_{\lambda K} = \frac{\chi_{\lambda K} \alpha_{\lambda K}}{2\lambda M \omega_0^2} \left\langle \Delta'' (Q_{\lambda K}'' Q_{\lambda K}''^\dagger) \right\rangle_0 \quad (2.69)$$

が成立する。ここで、

$$Q_{\lambda K} Q_{\lambda K}^* = \sum_{l=0}^{2\lambda} \frac{1 + (-)^l}{2} \left(\frac{2l+1}{4\pi} \right)^{1/2} \langle \lambda 0 l 0 | \lambda 0 \rangle \langle \lambda K l 0 | \lambda K \rangle r^{2\lambda} Y_{l0}(\hat{r}) \quad (2.70)$$

$$\Delta(r^l Y_{km}) = \{k(k+1) - l(l+1)\} r^{k-2} Y_{lm}$$

より、

$$\frac{4\pi}{2\lambda(2\lambda+1)} \Delta'' (Q_{\lambda K}'' Q_{\lambda K}''^\dagger) = \sum_{l=0}^{2\lambda-2} \frac{1 + (-)^l}{2} \left(\frac{2l+1}{4\pi} \right)^{1/2} g_{\lambda K}^{(l)} (r^{2\lambda-2} P_l)'' \quad (2.71)$$

が成り立つ。ここで、 $g_{\lambda K}^{(l)}$ は

$$g_{\lambda K}^{(l)} = \frac{2\lambda(2\lambda+1) - l(l+1)}{2\lambda(2\lambda+1)} (2l+1) \langle \lambda 0 l 0 | \lambda 0 \rangle \langle \lambda K l 0 | \lambda K \rangle \quad (2.72)$$

で与えられる。これによって、相互作用の強度は

$$\chi_{\lambda K} = \frac{4\pi M\omega_0^2}{2\lambda + 1} \left[\sum_{l=0}^{2\lambda-2} \frac{1 + (-)^l}{2} \left(\frac{2l+1}{4\pi}\right)^{1/2} g_{\lambda K}^{(l)} \langle (r^{2\lambda-2} P_l)'' \rangle_0 \right]^{-1} \quad (2.73)$$

と決められる。

これは、八重極-八重極相互作用に対しては、

$$\begin{aligned} \chi_{3K} = \frac{4\pi}{7} M\omega_0^2 \left\{ \langle (r^4)'' \rangle_0 + \frac{2}{7}(4 - K^2) \langle (r^4 P_2)'' \rangle_0 \right. \\ \left. + \frac{1}{84}(K^2(7K^2 - 67) + 72) \langle (r^4 P_4)'' \rangle_0 \right\}^{-1}, \end{aligned} \quad (2.74)$$

というかたちになる。

ここで注意を要するのは、様々な λK の変位を同時に考える際には、式(2.69)においては、 $\delta\rho_{\lambda K}$ の代わりに、 $\delta\rho$ を使用しなければならない。ここでの導出は、異なるモードの間の coupling を無視しており、本来はそれを考慮に入れなければならない。

しかしながら、非摂動状態が $K=0$ である場合には、異なった K をもつモードの間の結合は起こりえない。また、異なった λ をもったモードについては、本論文の対象である八重極振動運動については、重要なのは並進運動であるが、それは調和振動子モデルでは RPA の範囲内では結合しないことを示すことができる。

3. 一粒子準位の構築

一体場としては、Nilsson 模型を使用した。これは、計算が簡単である他に、この模型の第 0 近似として調和振動子模型を考えることが可能だからである。超変形回転バンドの存在自身が調和振動子模型での準位の縮退として捉えられており、様々な問題について調和振動子模型を用いて分析することがきわめて有用である。

模型空間としては、9 major shell ($N_n = 2-10$ 、 $N_p = 1-9$) と非常に広いものを使用した。超変形状態では、通常変形度ではかなりエネルギーの高い準位や低い準位が（すなわち、主量子数の大きな準位や小さな準位が）Fermi 面近傍にある。したがって、八重極強度として、理論値 (2.74) を使用するためには、通常変形度でよりもさらに幅広い模型空間を必要とする。

Nilsson 模型のパラメタ v_{ll} 及び v_{ls} としては、Bengtsson 及び Ragnarrson^[21] と同じ値を使用した。かれらの l^2 及び $l \cdot s$ 項はわれわれのものとは異なった四重極変形依存性を持っており、また、彼らが考慮していた十六重極変形を我々は考慮にいれていない。しかしながら、そのような点は励起状態の議論に際しては、結果の詳細には影響を与えるが、定性的な結論には影響を及ぼさないとと思われる。

図 7 及び 8 はここで採用したパラメタによる Nilsson Diagram である。図 7 は中性子のものであり、図 8 は陽子のものである。中性子で変形度 2:1 近傍で 86、0.45 近傍で 112 という magic number を、陽子で 2:1 近傍で 66 及び 64、0.45 近傍で 80 という magic number を再現しているのがわかる。ただし、陽子の殻ギャップはあまり明確ではない。

図 9-12 はここで採用した模型に基づくポテンシャルエネルギー曲面あるいは Routhian 曲面である。この結果より、 ^{152}Dy の計算では $\delta_{osc} = 0.56$ を、Gd 原子核の isotope では $\delta_{osc} = 0.52$ を、 ^{192}Hg の計算では $\delta_{osc} = 0.44$ を採用した。

これらの変形度で計算した一粒子 Routhian が図 3, 4 及び図 13, 14 である。上で決定した変形度における殻ギャップは角速度が増加しても、比較的安定であることがわかる。

対相関相互作用の強度は、本来は実験でえられた奇偶質量差等を利用して対相関ギャップに対する情報を得て、それを再現するように決めなければならない。しかしながら、この様な変形度の大きな領域での対相関ギャップの実験的な情報が全く存在しない。一方、同じ major shell 模型空間で通常変形度の対相関ギャップを再現したとしても、超変形状態では対相関に有効な模型空間は通常変形度とは大きく異なっているので、その相互作用強度は適当ではない。したがってこの計算では、Strutinsky の方法を使って対相関ギャップの

平均的な振舞いを再現するように決定した。^[14] (Appendix D 参照) ただし、対相関ギャップの平均的な振舞いとしては、文献 14 で採用している $\tilde{\Delta} = 12 \times A^{-1/2}$ ではなく、 $\tilde{\Delta} = 14 \times A^{-1/2}$ を用いた。^[22]

このようにして得られた一体場は、必ずしも実験結果を正確に再現することは出来ない。しかし、集団運動の性質の中には、その様な殻構造の詳細によらずに知ることが出来るものも多い。以下の分析でも、殻構造の詳細に依存する点ではなく、その様な詳細によらない定性的な性質に焦点をあてていく。

4. 調和振動子模型での分析

原子核の様々な性質の研究に際して、その定性的な理解のために非常に有効であったのが調和振動子模型であった。特に、超変形回転バンドの存在は、調和振動子模型で 2:1 変形での単位の縮退に関係していると理解されている。その点で、超変形回転バンドの上に形成される素励起モードの研究に際しても、まず、調和振動子模型で研究を開始するのが妥当であろう。

まず、2:1 閉殻の性質として、次の点が上げられる。変形核にたいする自己無撞着性の条件

$$\langle x_1''^2 \rangle = \langle x_2''^2 \rangle = \langle x_3''^2 \rangle \quad (4.1)$$

は生成・消滅演算子を用いて、

$$\langle \omega_{\perp} c_{+}^{\dagger} c_{+} \rangle = \langle \omega_{\perp} c_{-}^{\dagger} c_{-} \rangle = \langle \omega_3 c_3^{\dagger} c_3 \rangle \quad (4.2)$$

という形になる。式 (A-49) より、奇数の N_{shell} まで粒子が占有している核の場合にはこの条件が満たされているが、偶数の N_{shell} までの場合にはこの条件は満たされない。

また、この自己無撞着性の条件 (4.2) から、自動的に二重伸延座標系での八重極振動と双極子振動の結合項 (A-44,45) が 0 になることに注意しよう。即ち、この場合には”八重極振動”と”双極子振動”は分離する。

以下では、この自己無撞着性の条件を満足する N_{shell} が奇数の二重閉殻についてのみ考察する。特に、 $N_{shell} = 7$ の準位まで占有している原子核は、 $N = Z = 80$ となり実際の Dy-Gd 領域の超変形回転バンドの場合と比較するのに適切であり、その場合の結果を議論する。

調和振動子模型での二重伸延座標系での八重極演算子によって励起される粒子-空孔エネルギーは、表 1 に示されている値をとる。(Appendix A 参照) 2:1 変形では、 $\omega_{\perp} = 2\omega_3$ であるから、 $K=1$ モードは 0 エネルギーの励起が存在し得ることになる。これは、二重閉殻核ではパウリ効果のため禁止されているが、それ以外の核では、八重極方向への不安定性をもたらす。

二重閉殻での、それぞれの励起エネルギーの粒子-空孔励起がもつ二重伸延座標系での八重極強度

$$\sum_{i(\Delta E)} |\langle i | Q_{3K} | 0 \rangle|^2$$

は (A-50)、相互作用強度は (A-51) で示されているとおりである。

これらを使用すると、次の RPA 分散方程式を解くことができる。

$$\begin{aligned}
\frac{1}{\chi_{30}} &= \frac{\omega_3 \sum_{i(\omega_3)} |\langle i|Q_{30}|0\rangle|^2}{\omega_3^2 - \omega^2} + \frac{3\omega_3 \sum_{i(3\omega_3)} |\langle i|Q_{30}|0\rangle|^2}{9\omega_3^2 - \omega^2} \\
&\quad + \frac{5\omega_3 \sum_{i(5\omega_3)} |\langle i|Q_{30}|0\rangle|^2}{25\omega_3^2 - \omega^2} \\
\frac{1}{\chi_{31}} &= \frac{2\omega_3 \sum_{i(2\omega_3)} |\langle i|Q_{30}|0\rangle|^2}{4\omega_3^2 - \omega^2} + \frac{4\omega_3 \sum_{i(4\omega_3)} |\langle i|Q_{30}|0\rangle|^2}{16\omega_3^2 - \omega^2} \\
&\quad + \frac{6\omega_3 \sum_{i(6\omega_3)} |\langle i|Q_{30}|0\rangle|^2}{36\omega_3^2 - \omega^2} \\
\frac{1}{\chi_{32}} &= \frac{\omega_3 \sum_{i(\omega_3)} |\langle i|Q_{32}|0\rangle|^2}{\omega_3^2 - \omega^2} + \frac{3\omega_3 \sum_{i(3\omega_3)} |\langle i|Q_{32}|0\rangle|^2}{9\omega_3^2 - \omega^2} \\
&\quad + \frac{5\omega_3 \sum_{i(5\omega_3)} |\langle i|Q_{32}|0\rangle|^2}{25\omega_3^2 - \omega^2} \\
\frac{1}{\chi_{33}} &= \frac{2\omega_3 \sum_{i(2\omega_3)} |\langle i|Q_{33}|0\rangle|^2}{4\omega_3^2 - \omega^2} + \frac{6\omega_3 \sum_{i(6\omega_3)} |\langle i|Q_{33}|0\rangle|^2}{36\omega_3^2 - \omega^2}
\end{aligned} \tag{4.3}$$

これらの方程式は、次の形に帰着できる。

$$\begin{aligned}
40(N_F^2 + 6N_F + 10) &= 3(3N_F^2 + 18N_F + 19) \frac{2\omega_3^2}{\omega_3^2 - \omega^2} + 5(3N_F^2 + 18N_F + 23) \frac{6\omega_3^2}{9\omega_3^2 - \omega^2} \\
&\quad + 15(N_F^2 + 6N_F + 17) \frac{10\omega_3^2}{25\omega_3^2 - \omega^2} \quad \text{for K=0 mode} \\
40(N_F^2 + 6N_F + 11) &= 2(11N_F^2 + 66N_F - 37) \frac{4\omega_3^2}{4\omega_3^2 - \omega^2} + 16(N_F^2 + 6N_F + 13) \frac{8\omega_3^2}{16\omega_3^2 - \omega^2} \\
&\quad + 2(3N_F^2 + 18N_F + 59) \frac{12\omega_3^2}{36\omega_3^2 - \omega^2} \quad \text{for K=1 mode} \\
40(N_F^2 + 6N_F + 12) &= 10(N_F + 7)(N_F - 1) \frac{2\omega_3^2}{\omega_3^2 - \omega^2} + 5(3N_F^2 + 18N_F + 19) \frac{6\omega_3^2}{9\omega_3^2 - \omega^2} \\
&\quad + 25(N_F^2 + 6N_F + 17) \frac{10\omega_3^2}{25\omega_3^2 - \omega^2} \quad \text{for K=2 mode} \\
40(N_F^2 + 6N_F + 11) &= 30(N_F + 7)(N_F - 1) \frac{4\omega_3^2}{4\omega_3^2 - \omega^2} + 10(3N_F^2 + 18N_F + 59) \frac{12\omega_3^2}{36\omega_3^2 - \omega^2} \\
&\quad \text{for K=1 mode}
\end{aligned} \tag{4.4}$$

この結果から明らかになることは、 $K = 1$ 以外のモードでは N_F が無限大の極限で、0 エネルギーの解をもつことになる。これは、球形での調和振動子模型での結果と整合している。^[11] しかし、 $K = 1$ モードのみは必ず有限の解をもつ。このことは、ある程度重い 2:1 二重閉殻核では、 $K = 1$ 以外のモードが低いエネルギーに現われることを示唆している。

式 (4.4) を $N_F = 7$ にたいして解いた結果が図 15 である。上に述べた通り、 $K = 1$ 以外のモードで低い励起エネルギーをもった解が得られている。

特に $K = 0$ モードと $K = 2$ モードは、共に $\sim 2\text{MeV}$ 程度の励起エネルギーを持った低励起集団運動解を持っている。この二つのモードの二重伸延座標系での八重極強度はほとんど等しい。しかしながら、通常の八重極演算子の強度は $K=0$ モードの方が圧倒的に大きくなっている。また、 $K=3$ の低励起状態の二重伸延座標系での八重極強度は全ての状態の中で最も大きいにもかかわらず、八重極強度は非常に小さい。

このことを理解するために、各モードごとのエネルギー和則を計算してみよう。ある演算子 \hat{O} に対するエネルギー和則は、

$$S_1(\hat{O}) = \sum_i (E_i - E_0) \left| \langle i | \hat{O} | 0 \rangle \right|^2 \quad (4.5)$$

で定義される。乱雑位相近似はこの量を保存することはよく知られている。ある状態が、このエネルギー和則の内のどれだけを占めるかが集団運動の集団性の一つの指標になる。

もし、ハミルトニアン H の速度依存性が運動エネルギーの部分だけであれば、座標のみに依存する演算子のエネルギー和則は次の量によって計算できる。

$$S_1(\hat{O}) = \frac{1}{2M} \langle 0 | [\hat{O}, [H, \hat{O}]] | 0 \rangle \quad (4.6)$$

この関係を利用して、密度分布が二重伸延座標について等方的、すなわち $\rho(r'')$ が r'' のみの関数である場合について、*

* これは、自己無撞着性の条件 (4.2) とは異なっており、厳密に言えば、 N_F が奇数である 2:1 変形閉殻核においてすら成り立っていない。この等方性からのずれを表す量が $\langle (r^4 P_4) \rangle$ および $\langle (r^4 P_2) \rangle$ であり、実際に有限の値を持つ。この効果が、八重極相互作用強度が K モードごとに異なっていることにあらわれている。しかし、これらの量は、 $\langle r''^4 \rangle$ と比較すると N_F^{-2} の程度の量であり、近似的には密度分布は二重伸延座標について等方であるとしてよい。

二重伸延八重極和則 $S_1''(3K)$ および八重極和則 $S_1(3K)$ を計算すると次のようになる。

$$S_1''(30) = \frac{21\hbar^2}{8\pi M} (4\omega_3'^2 + \omega_\perp'^2) \langle x''^4 \rangle \quad (4.7)$$

$$S_1''(31) = \frac{7\hbar^2}{8\pi M} (8\omega_3'^2 + 7\omega_\perp'^2) \langle x''^4 \rangle \quad (4.8)$$

$$S_1''(32) = \frac{35\hbar^2}{8\pi M} (\omega_3'^2 + 2\omega_\perp'^2) \langle x''^4 \rangle \quad (4.9)$$

$$S_1''(33) = \frac{105\hbar^2}{8\pi M} (\omega_\perp'^2) \langle x''^4 \rangle \quad (4.10)$$

及び、

$$S_1(30) = \frac{21\hbar^2}{8\pi M} \left(\frac{3}{\omega_3'^4} + \frac{2}{\omega_\perp'^4} \right) \langle x''^4 \rangle \quad (4.11)$$

$$S_1(31) = \frac{7\hbar^2}{8\pi M} \left(\frac{6}{\omega_3'^4} + \frac{4}{\omega_\perp'^2 \omega_3'^2} + \frac{5}{\omega_\perp'^4} \right) \langle x''^4 \rangle \quad (4.12)$$

$$S_1(32) = \frac{35\hbar^2}{8\pi M} \left(\frac{2}{\omega_3'^2 \omega_\perp'^2} + \frac{1}{\omega_\perp'^4} \right) \langle x''^4 \rangle \quad (4.13)$$

$$S_1(33) = \frac{105\hbar^2}{8\pi M} \left(\frac{1}{\omega_\perp'^4} \right) \langle x''^4 \rangle \quad (4.14)$$

となる。これらのエネルギー和則の値を 2:1 変形、すなわち $\omega_\perp = \omega_3$ のときに比較をすると、

$$S_1''(30) : S_1''(31) : S_1''(32) : S_1''(33) = 8 : 12 : 15 : 20. \quad (4.15)$$

$$S_1(30) : S_1(31) : S_1(32) : S_1(33) = 50 : 34 : 15 : 5. \quad (4.16)$$

となる。 $K=2$ モードは実際には二重伸延八重極演算子は八重極演算子と等しいので、 $S_1''(32)=S_1(32)$ である。式 (4.16) から、純粋に変形の効果として $K=0$ モードはそもそも非常に強い八重極強度を持つのに対して、 $K=3$ モードは非常に弱い八重極強度を持つことがわかる。

この二種類の強度の物理的意味であるが、われわれが現在考えているモードは二重伸延八重極モードであり、二重伸延八重極強度はその振動運動の振幅に対応していると考えられる。それに比して、われわれがこの二重伸延八重極モードを観測するのは主として電磁遷移によってであるが、八重極電気遷移確率は陽子の八重極強度によって決まっている。したがって、実験に際して重要になって来るのは八重極強度である。

5. 現実的な計算結果 1. 巨大共鳴

まず、励起関数の大間かな構造を知るために、応答関数を計算した。その際考慮にいったモードは、八重極運動、圧縮型双極子運動、及び見せかけの重心運動である。

残留相互作用としては、2-4節で議論した二重伸延系での八重極-八重極相互作用に加えて、見せかけの重心運動の効果を興味のあるエネルギー領域よりも上に押し上げるための相互作用

$$\begin{aligned}
 H_{tra} &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 s_1 \hat{X}_i^2 + s_2 \hat{P}_i^2 \\
 s_1 &= \Omega \\
 s_2 &= \Omega + AM
 \end{aligned} \tag{5.1}$$

を導入した。^[23] ここで、 X_i, P_i は重心の座標と運動量を表す。この残留相互作用によって、重心の運動は Ω というエネルギーまで押し上げられることになる。すなわち、式(2.47),(2.49)の \hat{R}_ρ 及び、 κ_ρ として、 $r = +1$ sector で

$$\begin{aligned}
 \hat{R}_\rho &= \hat{Q}_{31}^{''(+)}, \hat{Q}_{32}^{''(+)}, \hat{Q}_{33}^{''(+)}, X_1, P_1, (r^3 Y_{11}^{(+)})^{''} \\
 \kappa_\rho &= \chi_{31}, \chi_{32}, \chi_{33}, s_1, s_2, 0
 \end{aligned}$$

$r = -1$ sector で、

$$\begin{aligned}
 \hat{R}_\rho &= \hat{Q}_{30}^{''(-)}, \hat{Q}_{31}^{''(-)}, \hat{Q}_{32}^{''(-)}, \hat{Q}_{33}^{''(-)}, X_2, X_3, P_2, P_3, (r^3 Y_{10}^{(-)})^{''}, (r^3 Y_{11}^{(-)})^{''} \\
 \kappa_\rho &= \chi_{30}, \chi_{31}, \chi_{32}, \chi_{33}, s_1, s_1, s_2, s_2, 0, 0
 \end{aligned}$$

圧縮型双極子演算子 $(r^3 Y_{1K})^{''}$ に関する残留相互作用の強さは0とおいた。このモードの性質を研究することはこの研究の目的ではないが、 $(r^3 Y_{1K})^{''}$ に関する応答関数が $\hat{Q}_{3K}^{''}$ に関する応答関数から、 \tilde{Q}_{3K} に関する応答関数へ変換する際に必要となって来る。

また、重心運動は調和振動子モデルでは自己無撞着性の条件を満たしていれば二重伸延八重極振動とは結合しない。しかしながら、 $(r^3 Y_{1K})$ の応答関数の最も低い励起状態はまさにこの重心運動となっており、八重極強度を求めるときにその成分が入ってきてしまう。また、現実的な計算では、基底状態を必ずしも自己無撞着性の条件を満たしている状態に限定していない。従ってあらわにこの運動を分離する必要がある。

重心運動を分離するためには、Appendix C で議論している方法にしたがい、双極子-双極子型相互作用を導入して、全ハミルトニアンが運動量と交換するようにすればよい。それによって、重心運動は 0 エネルギー状態になる。^[11] しかしながら、応答関数理論ではエネルギーの虚数部分を導入することによって、その 0 エネルギー状態が幅を持ってしまうこと、また現実的な模型の場合には、調和振動子模型ののように並進運動の強度が 0 エネルギー状態に必ずしも集中せず、その強度が他の低エネルギー解に分散してしまうこと等から、ここで記述したような処方方を施した。

まず、角運動量を無視した極限で考えてみよう。この時には RPA は各 K ごとに分離することが出来る。また、signature $r = +1$ の状態と $r = -1$ は縮退しているので、 $r = -1$ の sector のみを考えることにする。図 16 は ^{152}Dy についての八重極強度である。変形度 $\delta_{osc} = 0.56$ 、角速度 $\omega_{rot} = 0.0$ での計算である。図で明らかになることは、非常に $K=0$ モードで非常に低いエネルギーに非常に大きな強度を持ったピークが存在することである。それに比して、他のモードは低いエネルギーにピークはあるが、その強度は非常に小さい。このことは、調和振動子模型の際に議論したエネルギー和則のモードごとの違いによって理解することが出来る。

各々のモードの性質をもっと詳しく知るために、二重伸延八重極強度をモードごとに描いたのが、図 17 である。これは、各々のパラメタは図 16 と同じ量で計算をしたものである。非常に特徴的なのは、 $K=0$ モードは調和振動子模型の時にみられた解に対応するピークが明かであるのに対して、他のモードでは、そのようなピークが必ずしも明確ではない点である。また、調和振動子模型ではほとんどエネルギーも強度も等しかった $K=0$ モードと $K=2$ モードの低エネルギーのピークを比較すると、 $K=0$ モードのピークの方がかなり強度がかなり大きくなっていることがわかる。

高い励起エネルギーでの強度を強調するために、エネルギーをかけた強度関数を描いたのが図 18 である。特に $K=2$ モードで強度の分散がみられるが、 $K=1$ や $K=3$ のモードでも、明確な強度の集中がみられない。

通常変形度での巨大共鳴の存在は、粒子-空孔励起がある大きさのエネルギーに集中して存在する（四重極巨大共鳴であれば $1\hbar\omega_0$ 、八重極巨大共鳴であれば $1\hbar\omega_0$ 及び $3\hbar\omega_0$ ）ことによって理解されてきた。ところが、図 19 にみられるように超変形状態の上に形成される粒子-空孔励起は、必ずしも ($K=0$ を除いて) そうはなっていない。その結果として、 $K \geq 1$ のモードでは強度の集中がおきていないのである。

それでは、調和振動子模型では縮退していた粒子-空孔励起エネルギーの分散がモードごとにこの様に異なっているのはなぜであろうか。このことは、八重極演算子の選択則と現実の準位構造の関係として、次のように理解することができる。

調和振動子模型で縮退していた準位は、Nilsson 模型の l^2 及び $l \cdot s$ 項によって縮退が解け、準位は分散し $1\hbar\omega_z$ の間に広く分布するようになる。しかし、各々の準位がどのような影響を受けるかは、各々の準位の漸近的量子数 (n_3, Λ) と密接な関係がある。

$K=0$ モードの漸近的量子数に対する選択則は、 $\Delta N_{shell} = 1$ の励起に対しては、 $\Delta n_3=1$ 、 $\Delta \Lambda=0$ ($\Delta \Omega=0$) である。(Appendix A 参照) この様な関係にある準位は l^2 及び $l \cdot s$ によって同じような影響を受ける。例えば、 $[523 \frac{1}{2}]$ と $[413 \frac{1}{2}]$ はともに大きくエネルギーを下げるが、その間の相対的なエネルギーはほとんど変わらない。従って、 $K=0$ の八重極モードに寄与する粒子-空孔励起のエネルギーは調和振動子模型での励起エネルギー $1\hbar\omega_3$ の近傍に集中している。(図 20 参照) それに比して、 $K=2$ モードの $\Delta N_{shell} = 1$ の励起の選択則は $\Delta n_3 = 1$ 、 $\Delta \Lambda = \pm 2$ である。これにしたがう準位対はその性質にしたがって影響の受け方が異なっている。例えば、 $[640 1/2]$ と $[532 5/2]$ はともに僅かにエネルギーを下げ相対的なエネルギーをあまり変えないのに対して、 $[642 5/2]$ と $[530 1/2]$ は片方は大きくエネルギーを下げるのに対して、片方はエネルギーをあまり変えない。その結果相対的なエネルギーは非常に小さくなる。実際、後者は現実的な準位構造では、むしろ同じ殻に属している。したがって、 $K=2$ に対応する粒子-空孔励起のエネルギーは幅広く分散することになる。

さて、次に回転がこの強度関数のあり方にどのような影響を与えるかについて議論していく。図 21 は ^{152}Dy の角速度 $\hbar\omega_{rot} = 0.7$ での回転系での二重伸延八重極強度関数である。この角速度は、観測されている ^{152}Dy の超変形回転バンドの角運動量が大きな極限にあたる。変形度は $\delta_{osc} = 0.56$ であり、エネルギーの虚部 Γ は 1MeV である。図 17 と比較して、そのおおまかな形は変わっておらず、各々の K モードでの signature の違いによる違いもあまり大きくないことがわかる。ただし、ピークの幅は角速度 0 の場合と比較して大きくなっている。

図 22 は、実験室系での八重極強度関数である。a) は角速度 $\omega_{rot}=0.3\text{MeV}$ 、b) は 0.5MeV 、c) は 0.7MeV での計算であり、それぞれ ^{152}Dy の超変形回転バンドの下限、中程、上限に対応している。角速度の増大と共に、角速度 0 で縮退していた μ が正と負の強度が、分離していくことがわかる。特にピークの位置が異なっているが、これは 2-3 節で議論した、角運動量の違いによるエネルギーのシフトの違いによるものである。これらのピークの内、 $\mu = \pm 3$ のピークが低エネルギーに存在するのがめだつが、これは 3-軸量子化された八重極演算子での $K = 0$ に対応するものである。角速度 0.7MeV ではのピークは 2.1MeV ものシフトをされ、その結果 $\mu=-3$ のピークは負の励起エネルギーを持つまでに至っている。

この、負の励起エネルギーを持つということは、決してその方向に変形した方が安定になるという意味で、不安定になるというのではない。そう言う意味での不安定になるかどうかは、あくまで回転系での乱雑

位相近似が虚数解を持つかどうかによって決まることであって、ここでのこれらの励起した状態はあくまで同じ角運動量状態と比べればエネルギーの高い状態である。ただし、yrast 超変形回転バンドからこの励起状態への崩壊=エネルギーを放出してその状態へ至る=ということはある。

6. 現実的な計算結果 2. 低励起八重極振動

6.1 角速度 0 での計算

さて、強度関数の大間かな振舞いから、特に $K=0$ モードにおいて低励起八重極振動運動が存在する可能性が示唆された。これらの状態についての詳細、特に電磁遷移強度などを研究するために、乱雑位相近似方程式を解いてみた。使用した残留相互作用は、応答関数を計算したときの相互作用に加えて、アイソベクトル型双極子-双極子相互作用を導入した。

$$H_{dip} = \frac{1}{2}\chi_{11}(\tau_3\hat{Q}_{11}''^{(+)})^2 + \frac{1}{2}\sum_{K=0}^1\chi_{1K}(\tau_3\hat{Q}_{1K}''^{(-)})^2 \quad (6.1)$$

$$\chi_{11} = \chi_{10} = \frac{\pi V_1}{\langle r''^2 \rangle} M\omega_0^2$$

ただし、 $\tau_3\hat{Q}_{1K}'' \equiv \tau_3(rY_{1K})''$ は二重伸延座標系で定義されたアイソベクトル型双極子演算子を表し、添え字の (\pm) は signature 量子数 r を表す。 V_1 は質量公式の対称エネルギー項の係数、 A は質量数である。なお、 V_1 としては、140MeV を採用した。

すなわち、(2.32) にあらわれる \hat{R}_ρ 及び、 κ_ρ として、 $r = +1$ sector で

$$\hat{R}_\rho = \hat{Q}_{31}''^{(+)}, \hat{Q}_{32}''^{(+)}, \hat{Q}_{33}''^{(+)}, X_1, P_1, \tau_3\hat{Q}_{11}''^{(+)}$$

$$\kappa = \chi_{31}, \chi_{32}, \chi_{33}, s_1, s_2, 0$$

$r = -1$ sector で、

$$\hat{R}_\rho = \hat{Q}_{30}''^{(-)}, \hat{Q}_{31}''^{(-)}, \hat{Q}_{32}''^{(-)}, \hat{Q}_{33}''^{(-)}, X_2, X_3, P_2, P_3, \tau_3\hat{Q}_{10}''^{(+)}, \tau_3\hat{Q}_{11}''^{(+)}$$

$$\kappa_\rho = \chi_{30}, \chi_{31}, \chi_{32}, \chi_{33}, s_1, s_1, s_2, s_2, \chi_{10}, \chi_{11}$$

を考慮に入れることにする。

アイソベクトル型双極子-双極子相互作用を導入したのは、八重極振動状態への電気的雙極子遷移強度を計算するためである。通常変形核の $K=0$ 及び $K=1$ モードは電気的八重極遷移よりも、むしろ電気的雙極子遷移によって崩壊することが知られている。そもその性質として、雙極子遷移のほうが圧倒的に強度が大きいからである。通常、重心運動の存在とアイソベクトル型双極子巨大共鳴との結合によって、低励起状態の電気的雙極子遷移強度は大幅に減少していることがよく知られている。したがって、電気的雙極子遷移強度を正確に評価するためには、これらのモードの効果を取り入れた計算を行わなければならない。

^{152}Dy

応答関数理論の時と同様、まず角速度が 0 の極限での性質を調べてみる。

まず、対相関について通常相にある原子核の典型として、 ^{152}Dy を取り上げ、対相関を無視した計算を行う。 ^{152}Dy の超変形回転バンドは慣性能率の角速度依存性についての分析から対相関については通常相にあると考えられている。^[9] なお、変形度は Strutinsky 法から求めた値 $\delta_{osc} = 0.56$ を使用した。

図 23 は非摂動及び乱雑位相近似のもとでの強度関数である。図でよくわかるように、 $K=0$ モードは非常に集団性の強い解が二つ得られるのに対して、 $K=1$ および、 $K=2$ モードではそのような解は得られていない。 $K=3$ モードも比較的強い強度を持っているが、電磁遷移強度は非常に小さい。それに比して、 $K=0$ モードでは非常に強い電磁遷移強度を持っている。二つの解の電磁遷移強度を合計すると、Weisskopf の単位で 300 程度の量になる。これは、球形核での典型的な低励起八重極振動状態であると考えられている ^{208}Pb の第一励起状態の電磁遷移強度 (~ 40 in Weisskopf unit) と比較しても格段に大きい。この $K=0$ モードの電磁遷移強度などの量を表 2 にまとめてあげておく。

解が二つ得られたということ自身は、非摂動粒子-空孔励起の極によって解が二つに分けられたのであって、それは準位構造の詳細に依存する結果である。ここで使用している殻構造はそのような詳細については必ずしも信頼性に富むとは言えず、従って一般的な結論とは言い難い。しかし、二つの解の電磁遷移強度の和などの量はそのような詳細にはよらない量なので、非常に強い電磁遷移強度を持つことは一般的な結論としてよい。

^{192}Hg

次に対相関が存在する原子核の例として、 ^{192}Hg を取り上げる。この核は慣性能率の角速度依存性から、対凝縮している系であると考えられている。^[9] そこで、対相関も考慮した計算を行った。変形度は、Strutinsky 法で決定した $\delta_{osc} = 0.44$ を使用し、また Strutinsky 法を用いて決定した対相関力で計算した対相関ギャップは中性子に対しては 0.85MeV 、陽子に対しては 0.94MeV であった。

図 24 は ^{192}Hg の八重極強度関数である。図 23 と比較して、 $K=1$ 及び $K=2$ モードでも強い集団運動状態をあらわす解が得られた。

この理由は、以下の通りである。対相関について通常相にあれば、一粒子準位の占有数は完全に 1 か 0 かのどちらかである。従って、Fermi 面以下あるいは以上の準位同士に粒子空孔励起は起こり得ない。しかしながら、対相関ギャップが存在するものでは、Fermi 面はなめらかになり、一粒子準位の占有数は任意の値をとり得る。従って、通常相で禁止されていた粒子空孔励起が起こり得るようになる。これらの準位対は

4.1で議論したとおり、 $K=1$ 及び $K=2$ モードでは幅広く分布している。(図25)したがって、対相関のあるもとではこれらのモードの非摂動強度は $2\Delta \approx 2\text{MeV}$ より上に幅広く分布するようになる。(図24)これらの二準粒子励起は各々が担う強度は小さいが、数が非常に多いため残留相互作用のもとで非常に強い集団運動状態を形成するようになる。

それに比して、 $K=0$ モードはもともと 5MeV と対相関ギャップよりかなり大きい非摂動励起エネルギーを持っているため、対相関の影響をあまり受けず、通常相での結果とほとんど変わらない。

Dy 及び Gd の isotope

これまでの二例は超変形閉殻核であった。調和振動子模型では $K=1$ モードに対応する粒子空孔励起は閉殻核では禁止されていたが、閉殻から離れると0エネルギー励起が可能になり、不安定性をもたらした。現実の系でこの効果がどのようにあらわれるかを検討するため、Dyのisotopeと、現在超変形回転バンドが最も多く発見されているGdのisotopeとについて、 $K=0, 1, 2$ の八重極振動状態のエネルギーと電氣的八重極遷移強度を計算した。計算に際しては、核子数依存性のみを取り出すため、変形度及び対相関ギャップは固定して計算した。変形度は、Dyのisotopeについては ^{152}Dy で決定した $\delta_{osc}=0.56$ を、Gdのisotopeについては ^{150}Gd で決定した $\delta_{osc}=0.52$ を採用した。また対相関ギャップは両者とも 1.0MEV で計算をした。この対相関ギャップは二重閉殻核である ^{152}Dy や ^{150}Gd では大きすぎて必ずしも適当ではない。しかし、閉殻から離れた原子核についてはむしろ適切な大きさと言える。

図26はDyのisotopeの低励起振動状態の励起エネルギーであり、図27はこれらの状態への電氣的八重極遷移強度である。ただし、図27では、図26には書き入れている非集団励起状態への八重極遷移強度も付け加えている。非常に特徴的なのは、 $K=1$ モードが非常に励起エネルギーを下げている点である。それにとまって、電氣的八重極遷移強度は増大していることがわかる。それに比して、 $K=0$ モードは励起エネルギーも八重極遷移強度もほとんど変化していない。

このことも、これまで議論してきた準位構造の特徴から理解できる。 $K=1$ の粒子-空孔励起は、基本的には一つの殻の中での励起である。これは、対相関ギャップの存在では確かに閉殻でも許されたが、Fermi面が殻の中程に行くにしたがって、そのような励起の組み合わせも増えている。従って、集団性も増して行くことになる。それに比して、 $K=0$ モードは図20にみられるように、各々の粒子準位や空孔準位は幅広いエネルギーの範囲に分散しており、ただその相対エネルギー(粒子-空孔励起エネルギー)はほとんど等しい。従って、殻の中程にいくと、これまで可能であった励起がブロックされるようになるが、その一方で新たに占有されるようになった準位からの粒子-空孔励起が可能になる。その結果として、八重極遷移の強度はあまり変化しない。

一方 $K=2$ は他の二つとは異なった傾向を持つ。励起エネルギーは $K=1$ と同様に（それほど顕著ではないが）低くなっていく。それとともに、八重極遷移強度も下がって来る。これは、エネルギーが下がる原因が核子数が増加するにしたがって、粒子-空孔励起の強度が大きくなるからではなく、低いエネルギーの粒子-空孔励起が存在するようになることによって、エネルギーが下がっていることを示唆している。

図 28 は Gd の isotope の低励起振動状態の励起エネルギーであり、図 29 はこれらの状態への電氣的遷移強度である。各々のモードが二準粒子励起の極に妨げられて分裂しているため、Dy の場合ほどはわかりづらいが、 $K=0$ モードの励起エネルギーや電磁遷移強度は総体としては一定であるのに対して、 $K=1$ モードは中性子数を減らし閉殻から遠ざかって行くにつれて、エネルギーが下がり電磁遷移強度は大きくなり、 $K=2$ モードはエネルギーも電磁遷移強度も下がって来るという Dy の場合と同様の傾向をみせている。

6.2 有限角速度での計算

有限角速度が有限である場合には、 K はもはやよい量子数ではない。もし角速度が小さければ、 K は近似的な量子数としての役割を果たし、ある K をもった運動が他のモードとの結合をおこすという描像が成り立つ。しかしながら、超変形回転バンドは、これまで知られていた他の回転バンドよりもかなり大きな角速度を持っており、その描像が崩れる可能性も考えなければならない。

回転する調和振動子模型

まず、回転する (Crank した) 調和振動子模型を考えてみよう。回転する調和振動子模型では一粒子準位はもはや縮退していないが、八重極演算子による粒子-空孔励起は signature $r=-1$ の部分では縮退したままであり、signature $r=+1$ の部分でも二つに分離するだけである。従って、強度関数もきわめて単純な構造を持っている。図 30-32 は回転する調和振動子模型の上に形成される二重伸延八重極強度関数である。角速度はそれぞれ、 $\hbar\omega_{rot}=0.3, 0.5, 0.7$ MeV である。角速度 0 での計算とは異なり、異なる K の強度関数で同じエネルギーにあるピークは一つの励起状態が異なる K の八重極強度を持っていることを示している。角速度が小さい間は、 K 量子数は近似的によい量子数となっており、各々の励起状態は特定の K で特に強い強度を持つ。しかしながら、角速度 0.7 MeV での計算では signature $r = -1$ の部分で、二つの励起状態がどちらも、 $K=0$ と $K=2$ モードに同じ程度のピークを持っている。

ここで、注意を要するのはこの二つの励起状態は異なった性質を持っているということである。図 33,34 は 1-軸量子化された八重極強度関数である。エネルギーの低い方の励起状態は主として、 $\mu=\pm 3$ に強度を持っているのに対して、エネルギーの高い方の励起状態は、主として $\mu=\pm 1$ に強度を持っている。これは、非対角の強度 $\langle 0|Q_{3K}|n\rangle \langle n|Q_{3K'}|0\rangle$ が存在することによる。

従って、これは K での集団運動の分類が、もはや必ずしも適当ではないことを示唆する。しかし、一方でこれは単純な幾何学的問題でもない。このことは、signature $r = -1$ の $K=3$ の強度と $K=1$ の強度を比較すれば明かである。幾何学的には、このような現象は説明できない。これは、 $K=3$ に強度を持つ励起状態が（この計算の範囲外であるが）、励起エネルギー 3MeV の付近にある（図 15 参照）のに対して、 $K=1$ に強度を持つ励起状態は 5MeV よりも高い励起エネルギーを持つことによる。したがって、この結果はあくまで K をもった基本的なモードがあって、それが、回転しているために K 混合を起し、その結果として別の運動モードになるということが起こるという可能性を示唆していると解釈すべきである。

実際には、粒子-空孔励起における（すなわち一体場における） K 混合は小さい。図 35 における、約 4.7MeV の $K=1$ 及び $K=3$ の強度と $K=0$ 及び $K=2$ の強度の比が K -混合の一つの指標になるであろう。実際に $\sum_{i(\delta E)} \langle 0|Q_{30}|i\rangle \langle i|Q_{32}|0\rangle$ は、 $\sum_{i(\delta E)} |\langle i|Q_{32}|0\rangle|^2$ や $\sum_{i(\delta E)} |\langle i|Q_{32}|0\rangle|^2$ にたいして、1% ほどの大きさしかない。このような小さな混合の効果で、このような大きな影響を及ぼしているのである。

^{152}Dy

次に現実的な模型での計算結果を示す。図 36-38 は ^{152}Dy の超変形回転バンドの上に形成される回転系での乱雑位相近似二重伸延八重極強度関数である。角速度は、それぞれ 0.3MeV , 0.5MeV , 0.7MeV である。変形度はいずれも $\delta_{osc}=0.56$ での計算であり、角速度とともに変形が変わる効果は無視している。単位は b_0^6 である。

強度分布のおおまかな形は変化していないが、強度が一つ（あるいは二つ）の状態に集中するというとはなくなっている。特に $K=1$ は、角速度では一応ある程度の強度を持つ励起状態が存在したが、角速度 0.3MeV ですでに強度の集中する状態は存在しなくなっている。この傾向は角速度が大きくなって行くにしたがって強まっている。この理由としては、二つの理由が考えられる。一つは回転する調和振動子模型で議論した、他の K モードとの結合の効果である。もう一つは、低励起の粒子-空孔状態の数が増えて来ることによる。

すなわち、角速度が大きくなって行くにしたがって、一粒子準位の Fermi 面での殻ギャップは小さくなっていく。（図 3 等参照）それによって、非摂動応答関数の極の位置が低くなっていく。さらに、一粒子準位における K 混合の効果で、これまでは選択則によってその K での八重極粒子-空孔励起を起さなかったような準位対まで八重極励起を行い得るようになり、そのためその K モードにとっては極の数が増えるということになる。これらの効果により、角速度 0 での計算で $K=0$ モードで解が複数得られたのと同じ理由で、集団的な解の数が増えていく可能性がある。

この二つの理由の内の、どちらが主たる原因であるか、あるいは両方の効果が同じ程度の影響を与えるのか、については現段階では確実なことは言えない。図には、他の K モードの集団運動との結合の効果で分離していると考えられる状態がみられるとともに、($K=0$ と $K=2$ にみられる 2MeV より少し低い二つの強度は、そのような状態であると考えられる) 一方で粒子-空孔状態の存在によると考えざるを得ないような場合もある。($K=3$ で角速度 0.3MeV でいくつかの解に分離している点など)

そのどちらの理由であっても、角速度が大きくなるにしたがってその効果は増大し、それにつれて、ここで得られた計算結果のように分散の程度も増加して行く。

^{152}Hg

次に有限の対相関ギャップが存在する場合での計算を示す。この場合の興味の対象は角速度とともに、対相関ギャップは減少して行くが、その効果が八重極振動運動にどのような影響を与えるかである。

図 39-44 は ^{192}Hg の有限角速度での回転系での電氣的八重極強度関数

$$S^E(\omega) = \sum_n \delta_n(\omega - \omega_n) \left| \left\langle n \left| \frac{1}{2}(1 - \tau_3) Q_{3K} \right| 0 \right\rangle \right|^2$$

を描いたものである。この量は、 $B(E3)$ に対応する量であるが、この場合は回転系で記述しているので、 $B(E3)$ とは呼ぶことができない。角速度は、それぞれ $0.05, 0.10, 0.15, 0.20, 0.30, 0.40 \text{ MeV}$ である。このうち、角速度 $0.15\text{-}0.40\text{MeV}$ が超変形回転バンドに対応する。変形度は $\delta_{osc}=0.44$ で固定した。図から明らかのように、 ^{152}Dy でみられた強度の分散がこの場合もみられる。

これらの強度の和をとったものが、図 45 である。図でわかるように、角速度が 0.3MeV 以下では一つのピークは小さくなっているものの、これらを足しあわせた大きさはほとんど角速度に依存しないことがわかる。興味深いのは、 $0.3\text{-}0.4\text{MeV}$ で $K=1$ の強度が急激に減少している点である。 0.4MeV では、中性子の対相関ギャップは 0 となり、陽子の対相関ギャップも非常に小さな値になっている。そこで全体の強度が小さくなっていることは、 Hg で $K=1$ の強度が大きくなっていたのが、対相関ギャップの存在による Fermi 面の歪みの効果であったことから容易に理解できる。 $K=2$ の強度も ($K=1$ の強度ほど急激ではないが、) 減少している。このことも、角速度 0 での計算結果に対する考察と整合している。

7. まとめと今後に残された課題

超変形回転バンドの上に形成される巨大共鳴について、低励起集団運動と高励起の巨大共鳴状態について次のような結果が得られた

1. 一般的な傾向として、電磁遷移強度は $K=0$ が最も強く、その次に $K=1$ のモードが強くなる。それに比して、 $K=3$ モードは非常に弱い強度しか持たない。これは幾何学的な問題であって単純な変形の効果であり、各々のモードの集団性（もしくは、各々の K を近似的な量子数とする集団運動に対してどれだけの核子が寄与しているかということ）とは、全く別の問題である。

2. $K=0$ では、非常に調和振動子模型の極限に近いはっきりした集団運動の分離がおきる。それに比して、他のモードでは特に高励起状態では、特定のエネルギー領域に強度が集中するといういわゆる巨大共鳴のような現象が必ずしも起こらない。これは、各々のモードの選択則と $l \cdot s$ 及び l^2 が各々の準位に対してどのような影響を与えるかの兼ね合いによって起こる現象である。

3. この、1.2. の加算的な効果の結果として、低励起に $K=0$ (もしくは、近似的に $K=0$) の非常に強い八重極遷移強度を持った状態があらわれる。この状態は、巨大共鳴と類似の性格を有しており、総体としては（すなわち、個々の分離した状態の個別の性質を消されれば）、巨大共鳴的な性格を持っている。

4. 特に興味深いのは、 $K=1$ のモードである。このモードは閉殻核では、有限の対相関ギャップの存在のもとで、低励起の四重極振動運動に類似した性質を持った集団運動を形成する。すなわち、この状態は（超変形）二重閉殻から離れるに従って、励起エネルギーを下げ電磁遷移強度を大きくしていくなど、通常変形度での四重極集団運動と類似の性質を持っている。

また、このモードは初めての低励起の $K=1$ モードある。すなわち、双極子振動や四重極振動においては、低励起の $K=1$ モードは Goldstone モードに対応し、内部励起としての集団運動としては存在しないからである。

5. $K=2$ に伴う励起は、 $K=0$ の励起と $K=1$ の励起の中間的な性質を持っている。すなわち、調和振動子模型では $K=0$ と同様の性質を持つと予想されるのに対して、現実的な模型の場合には、対相関の存在のもとで発達した集団運動をもつ、閉殻から離れるとエネルギーが低くなっていく等の Fermi 面近傍の詳細に強く依存する側面を持っている。

6. 有限角速度でも、各々のモードの基本的な性質は変わらない。しかし、異なるモードとの結合の結果 K がよい量子数であるような運動のモードとは全く異なった運動のモードとなる。従って高速回転の極限では、 K で集団運動を分類することが必ずしも適切でなくなる。

ここでの計算は必ずしも一体ポテンシャルを最適化していないし、八重極相互作用は理論値をそのまま使用している。従って厳密な定量性は期待できない。しかし、ここで得られた定性的な結論は変わることはないと考えられる。

しかしながら、今後超変形回転バンドの研究が進んで行くに従って、一粒子状態に対する情報も増えていくものと考えられる。その成果を踏まえてここで行われた計算をより精密化していくことが可能になるであろう。一方実験的には、現在でも超変形回転バンドの上に形成される八重極振動が大きな役割を果たしているとの解釈が示唆されている現象が知られているが、^[24] ^[25] 現在建設されている次世代分光器が稼働すれば、超変形回転バンドの上に形成される集団励起を直接測定することも可能になってくる。そのような段階では定量的にも信頼できる計算を行う必要がある。

残された理論的な課題として特に重要なものは、高速回転時における集団運動の強度の分散の機構及びその系統性の解明であろう。今回の計算で得られた強度の分散が一般的な結論なのかどうか、また本論文で示唆した二つの理由のどちらが中心であるのか、などを解明しなければならない。

ここで得られた K ごとの八重極粒子-空孔励起の分散の違いは、Nilsson 模型の立場からの理解はあるが、これは巨視的描像や対称性からの理解の試みがされるべきである。

超変形回転バンドにおける八重極相関については、ポテンシャルエネルギーを計算する方法でも研究されている。^[26] ^[9] その結果、 $K=0$ の方向にポテンシャルが軟らかくなっているという結論が得られている。しかしながら、現在までの計算は $K=0$ 方向のみが考慮に入れられているだけであり、あらゆる方向へのポテンシャルエネルギー曲面を計算することが望まれるが、その結果とここでの乱雑位相近似計算の結果の関係を明らかにすることも興味深い課題である。

謝 辞

本論文で述べた研究は、松柳研一氏（京大、理）及び清水良文氏（九大、理）との共同研究に基づくものです。常日頃から、有益な議論を通じて具体的な研究を進める上での助言を頂いたと同時に、研究にたいする態度などの面でも有益な示唆を与えて頂いたことに、深く感謝します。また、常日頃から暖かい励ましと助言を頂いた玉垣教授を初めとする核理論研究室の皆さんに深く感謝します。

APPENDIX A. 調和振動子模型

軸対称調和振動子模型

$$h_{D.H.O.} = \frac{1}{2M}(p_1^2 + p_2^2 + p_3^2) + \frac{1}{2}M(\omega_{\perp}^2(x_1^2 + x_2^2) + \omega_3^2 x_3^2) \quad (A1)$$

は次のような生成・消滅演算子を導入することによって、対角化を行なうことが出来る。

$$\begin{aligned} x_1 &= (-i)\sqrt{\frac{\hbar^2}{2M\omega_{\perp}}}(c_1^{\dagger} - c_1), & p_1 &= \sqrt{\frac{\hbar M\omega_{\perp}}{2}}(c_1^{\dagger} + c_1) \\ x_2 &= \sqrt{\frac{\hbar^2}{2M\omega_{\perp}}}(c_2^{\dagger} + c_2), & p_2 &= (-i)\sqrt{\frac{\hbar M\omega_{\perp}}{2}}(c_2^{\dagger} - c_2) \\ x_3 &= (-i)\sqrt{\frac{\hbar^2}{2M\omega_3}}(c_3^{\dagger} - c_3), & p_3 &= \sqrt{\frac{\hbar M\omega_3}{2}}(c_3^{\dagger} + c_3) \end{aligned} \quad (A2)$$

これら生成・消滅演算子は、次のように変換してもよい。

$$c_{\pm}^{\dagger} = \mp \frac{1}{\sqrt{2}}(c_1^{\dagger} \mp c_2^{\dagger}), \quad \text{and Hermite conjugate} \quad (A3)$$

ハミルトニアンは、次のように表すことが出来る。

$$h_{D.H.O.} = \hbar\omega_{\perp}(c_+^{\dagger}c_+ + c_-^{\dagger}c_- + 1) + \hbar\omega_3(c_3^{\dagger}c_3 + \frac{1}{2}) \quad (A4)$$

このハミルトニアンの期待値は、次の量子数によって分類できる。

$$\begin{aligned} N_{osc} &\equiv n_p + n_m + n_3 \\ n_3 &\equiv \langle c_+^{\dagger}c_+ \rangle \\ \Lambda &\equiv \langle c_+^{\dagger}c_+ - c_-^{\dagger}c_- \rangle \end{aligned} \quad (A5)$$

すなわち、全量子数 N_{osc} 、3 軸方向の量子数 n_3 及び軌道角運動量の 3 軸成分 Λ である。ここで、 Λ は

$$\Lambda = N_{osc}, N_{osc} - 2, \dots, 1 \text{ or } 0$$

という値を取り得る。

Fermion 系であれば、これらに加えて内部スピンからくる量子数も必要になって来る。すなわち、

$$\Omega = \Lambda \pm \frac{1}{2} \text{ (for } \Lambda \neq 0) \text{ or } \Lambda + \frac{1}{2} \text{ (for } \Lambda = 0)$$

も量子数となる。この Ω は全角運動量の3軸成分に他ならない。

これらの量子数を Nilsson の漸近的量子数と呼ぶ。これらは、調和振動子模型ではよい量子数であるが、Nilsson 模型ではよい量子数ではない。しかしながら、変形度の大きな極限では、漸近的に近似的な量子数となって行くからである。

以下にこの量子数の性質をまとめる。まず、式(A4)から明らかのように、全エネルギーは N_{osc} および n_3 のみに依存しており、 Λ だけが異なる準位は $(2n_3 + 1)$ 重に縮退している。

また、 ω_{\perp} 及び ω_3 が整数比になるときには、更に縮退する。例えば、 $\omega_{\perp} : \omega_3 = 2:1$ であれば、

$$N_{shell} = N_3 + 2(n_+ + n_-) = 2N_{osc} - n_3 \quad (A6)$$

が等しい準位はすべて縮退している。

また、これらの量子数を持った状態 $|N_{osc}n_3\Lambda\Omega\rangle$ にたいして生成・消滅演算子を作用させた結果は、

$$\begin{aligned} c_+^{\dagger} |N_{osc}n_3\Lambda\Omega\rangle &= \sqrt{(N_{osc} + n_3 + \Lambda + 2)/2} |N_{osc} + 1 \ n_3 \ \Lambda + 1 \ \Omega\rangle \\ c_-^{\dagger} |N_{osc}n_3\Lambda\Omega\rangle &= \sqrt{(N_{osc} + n_3 + \Lambda)/2} |N_{osc} + 1 \ n_3 \ \Lambda - 1 \ \Omega\rangle \\ c_3^{\dagger} |N_{osc}n_3\Lambda\Omega\rangle &= \sqrt{n_3 + 1} |N_{osc} + 1 \ n_3 + 1 \ \Lambda \ \Omega\rangle \end{aligned} \quad (A7)$$

一般の演算子に対する行列要素は、その演算子が座標及び運動量だけで表すことが出来るならば、式(A2)を用いて生成・消滅演算子で書き表すことが出来る。例えば、八重極演算子

$$Q_{3K}^{(\pm)} = \sqrt{\frac{1}{\delta_{K0} + 1}} r^3 (Y_{3K} \mp Y_{3-K})$$

は、

$$Q_{30}^{(-)} = -\sqrt{\frac{7}{16\pi}} (2x_3^3 - 3x_1^2x_3 - 3x_2^2x_3) \quad (A8)$$

$$Q_{31}^{(+)} = \sqrt{\frac{21}{32\pi}}(4x_3^2x_1 - x_1^3 - x_1x_2^2) \quad (\text{A9})$$

$$Q_{31}^{(-)} = i\sqrt{\frac{21}{32\pi}}(4x_3^2x_2 - x_2^3 - x_1^2x_2) \quad (\text{A10})$$

$$Q_{32}^{(+)} = i\sqrt{\frac{105}{16\pi}}(2x_1x_2x_3) \quad (\text{A11})$$

$$Q_{32}^{(-)} = -\sqrt{\frac{105}{16\pi}}(x_1^2x_3 - x_2^2x_3) \quad (\text{A12})$$

$$Q_{33}^{(+)} = \sqrt{\frac{35}{32\pi}}(x_1^3 - 3x_1x_2^2) \quad (\text{A13})$$

$$Q_{33}^{(-)} = i\sqrt{\frac{35}{32\pi}}(3x_1^2x_2 - x_2^3) \quad (\text{A14})$$

と言うかたちになる。これを生成・消滅演算子であらわすと、

$$Q_{30}^{(-)} = ib_0^3\sqrt{\frac{7}{16\pi}}\{3f_1c_3^{\dagger 2}c_3 + 6f_2(c_3^{\dagger}c_+^{\dagger}c_+ + c_3^{\dagger}c_-^{\dagger}c_-) + (3f_1 + 6f_2)c_3^{\dagger} - f_1c_3^{\dagger 3} + 6f_2c_3^{\dagger}c_-^{\dagger}c_+^{\dagger}\}$$

and Hermite conjugates (A15)

$$Q_{31}^{(+)} = -ib_0^3\sqrt{\frac{21}{32\pi}}\{f_3(c_+^{\dagger 2}c_+ - c_-^{\dagger 2}c_- + 2c_+^{\dagger}c_-^{\dagger}c_- - 2c_-^{\dagger}c_+^{\dagger}c_+) + f_4(-8c_+^{\dagger}c_3^{\dagger}c_3 + 8c_-^{\dagger}c_3^{\dagger}c_3 - 4c_3^{\dagger 2}c_+ + 4c_3^{\dagger 2}c_-) + (2f_3 - 4f_4)(c_+^{\dagger} - c_-^{\dagger}) + 4f_4(c_+^{\dagger}c_3^{\dagger 2} - c_-^{\dagger}c_3^{\dagger 2})\}$$

and Hermite conjugates (A16)

$$Q_{31}^{(-)} = -b_0^3\sqrt{\frac{21}{32\pi}}\{f_3(c_+^{\dagger 2}c_+ + c_-^{\dagger 2}c_- + 2c_+^{\dagger}c_-^{\dagger}c_- + 2c_-^{\dagger}c_+^{\dagger}c_+) + f_4(+8c_+^{\dagger}c_3^{\dagger}c_3 + 8c_-^{\dagger}c_3^{\dagger}c_3 + 4c_3^{\dagger 2}c_+ + 4c_3^{\dagger 2}c_-) + (2f_3 - 4f_4)(c_+^{\dagger} + c_-^{\dagger}) + 4f_4(c_+^{\dagger}c_3^{\dagger 2} + c_-^{\dagger}c_3^{\dagger 2})\}$$

and Hermite conjugates (A17)

$$Q_{32}^{(+)} = -b_0^3\sqrt{\frac{105}{32\pi}}\{f_2(c_+^{\dagger 2}c_3 - c_-^{\dagger 2}c_3 - 2c_3^{\dagger}c_+^{\dagger}c_- + c_3^{\dagger}c_-^{\dagger}c_+ - c_3^{\dagger}c_+^{\dagger 2} + c_+^{\dagger}c_-^{\dagger 2})\}$$

and Hermite conjugates (A18)

$$Q_{32}^{(-)} = ib_0^3\sqrt{\frac{105}{32\pi}}\{f_2(c_+^{\dagger 2}c_3 + c_-^{\dagger 2}c_3 + c_3^{\dagger}c_+^{\dagger 2} + c_3^{\dagger}c_-^{\dagger 2})\}$$

and Hermite conjugates (A19)

$$Q_{33}^{(+)} = -ib_0^3 \sqrt{\frac{35}{32\pi}} \{3f_3(c_+^{\dagger 2}c_- - c_-^{\dagger 2}c_+) + f_3(c_+^{\dagger 3} - c_-^{\dagger 3})\}$$

and Hermite conjugates (A20)

$$Q_{33}^{(-)} = -b_0^3 \sqrt{\frac{35}{32\pi}} \{3f_3(c_+^{\dagger 2}c_- + c_-^{\dagger 2}c_+) + f_3(c_+^{\dagger 3} + c_-^{\dagger 3})\}$$

and Hermite conjugates (A21)

となる。ただし、 $f_1 \dots f_4$ は次の量である。

$$f_1 = -\sqrt{\frac{1}{\omega_3'^3}}, f_2 = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{\omega_3'} \frac{1}{\omega_{\perp}'^2}}, f_3 = -\sqrt{\frac{1}{\omega_{\perp}'^3}}, f_4 = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{\omega_{\perp}'^2} \frac{1}{\omega_3'}} \quad (\text{A22})$$

また、 b_0 は調和振動子模型に置ける長さの単位で、 $b_0 = \sqrt{\frac{\hbar}{M\omega_0}}$ である。

式(A15)-(A21)から、八重極振動運動の N_{shell}, n_3, Λ に対する選択則が得られる。

さて、粒子-空孔励起が縮退している模型で

$$\sum_{i(\Delta E)} \langle 0 | O_1 | i \rangle \langle i | O_2 | 0 \rangle \quad (\text{A23})$$

の形の量を求めることが出来れば、RPA分散方程式(2.43)を構成することが出来る。ただし、ここで $\sum_{i(\Delta E)}$ は励起エネルギーが ΔE であるような粒子-空孔励起状態についての和を意味する。

このような量の求め方は、文献20のAppendix Bに紹介されている。時間依存の演算子

$$O(t) = e^{iH_0 t} O e^{-iH_0 t} \quad (\text{A24})$$

$$q_1(t) = (-i) \sqrt{\frac{\hbar^2}{2M\omega_{\perp}}} (c_+^{\dagger} e^{i\omega_{\perp} t} - c_- e^{-i\omega_{\perp} t}),$$

$$p_1(t) = \sqrt{\frac{\hbar M \omega_{\perp}}{2}} (c_-^{\dagger} e^{i\omega t} + c_+ e^{-i\omega_{\perp} t}) \quad (\text{A25})$$

$$q_{-1}(t) = \sqrt{\frac{\hbar^2}{2M\omega_{\perp}}} (c_-^{\dagger} e^{i\omega_{\perp} t} + c_+ e^{-i\omega_{\perp} t}),$$

$$p_{-1}(t) = (-i)\sqrt{\frac{\hbar M\omega_{\perp}}{2}}(c_{+}^{\dagger}e^{i\omega t} - c_{-}e^{-i\omega_{\perp}t}) \quad (\text{A26})$$

$$q_3(t) = (-i)\sqrt{\frac{\hbar^2}{2M\omega_3}}(c_3^{\dagger}e^{i\omega_3 t} - c_3e^{-i\omega_3 t}),$$

$$p_3(t) = \sqrt{\frac{\hbar M\omega_3}{2}}(c_3^{\dagger}e^{i\omega_3 t} + c_3e^{-i\omega_3 t}) \quad (\text{A27})$$

を導入する。これを用いて次の量

$$\Omega(t) \equiv \frac{1}{2} \langle 0 | [O_1, O_2(t)] | 0 \rangle \equiv \sum_{\Delta E > 0} [\Omega_{+}(\Delta E)e^{i\Delta Et} - \Omega_{-}(\Delta E)e^{-i\Delta Et}] + \Omega_0 \quad (\text{A28})$$

を計算すると、

$$\Omega_{+}(\Delta E) = \sum_{i(\Delta E)} \langle 0 | O_1 | i \rangle \langle i | O_2 | 0 \rangle \quad (\text{A29})$$

となる。

この性質を用いて、二重伸延座標系での八重極演算子及び八重極演算子と双極子演算子の部分和則は次のようになる。

$$\begin{aligned} \Sigma(\Delta E; 3K) &= \sum_{i(\Delta E)} |\langle i | Q_{3K}'' | 0 \rangle|^2 \\ \Sigma(\Delta E; 3K; 1K) &= \sum_{i(\Delta E)} \langle 0 | Q_{3K}'' | i \rangle \langle i | Q_{1K}'' | 0 \rangle \end{aligned} \quad (\text{A30})$$

を計算すると、二重伸延系座標系での八重極演算子の部分和則は、

$$\Sigma(3\omega_{\perp}; 3 \pm 3) = \frac{3}{8} \langle 3n_{\pm}^2 + 3n_{\pm} + 2 \rangle \frac{35}{8\pi} b_0^6 \omega'_{\perp}{}^3 \quad (\text{A31})$$

$$\Sigma(\omega_{\perp}; 3 \pm 3) = \frac{9}{8} \langle 4n_{+}n_{-} - n_{\pm}^2 + n_{\pm} + 2n_{\mp} \rangle \frac{35}{8\pi} b_0^6 \omega'_{\perp}{}^3 \quad (\text{A32})$$

$$\Sigma(2\omega_{\perp} + \omega_3; 3 \pm 2) = \frac{1}{8} \langle n_{\pm}^2 + 4n_3n_{\pm} + 3n_{\pm} + 2n_3 + 2 \rangle \frac{105}{8\pi} b_0^6 \omega'_3 \omega'_{\perp}{}^2 \quad (\text{A33})$$

$$\Sigma(2\omega_{\perp} - \omega_3; 3 \pm 2) = \frac{1}{8} \langle 4n_3n_{\pm} - 4n_{\pm}^2 + n_{\pm} + 2n_3 \rangle \frac{105}{8\pi} b_0^6 \omega'_3 \omega'_{\perp}{}^2 \quad (\text{A34})$$

$$\Sigma(\omega_3; 3 \pm 2) = \frac{1}{2} \langle n_{+}n_{-} - n_3n_{\pm} + n_3n_{\mp} + n_{\mp} \rangle \frac{105}{8\pi} b_0^6 \omega'_3 \omega'_{\perp}{}^2 \quad (\text{A35})$$

$$\Sigma(3\omega_{\perp}; 3 \pm 1) = \frac{1}{8} \langle n_{\pm}^2 + 4n_+n_- + 3n_{\pm} + 2n_{\mp} + 2 \rangle \frac{21}{8\pi} b_0^6 \omega_{\perp}'^3 \quad (\text{A36})$$

$$\Sigma(2\omega_3 + \omega_{\perp}; 3 \pm 1) = \frac{1}{2} \langle n_3^2 + 4n_3n_{\pm} + 4n_3 + 2n_{\pm} + 2 \rangle \frac{21}{8\pi} b_0^6 \omega_3'^2 \omega_{\perp}' \quad (\text{A37})$$

$$\Sigma(2\omega_3 - \omega_{\perp}; 3 \pm 1) = \frac{1}{2} \langle -n_3^2 + 4n_3n_{\pm} + n_3 + 2 \rangle \frac{21}{8\pi} b_0^6 \omega_3'^2 \omega_{\perp}' \quad (\text{A38})$$

$$\begin{aligned} \Sigma(\omega_{\perp}; 3 \pm 1) &= \frac{1}{2} \langle 4n_3^2 + 4n_3 + 2 \rangle \frac{21}{8\pi} b_0^6 \omega_3'^2 \omega_{\perp}' - \langle (2n_3 + 1)(n_+ + n_- + 1) \rangle \frac{21}{8} \omega_{\perp}'^2 \omega_3' \\ &+ \frac{1}{8} \langle 8n_+n_- + 3n_{\pm}^2 + 4n_{\mp}^2 + 7n_{\pm} + 8n_{\mp} + 4 \rangle \frac{21}{8} \omega_{\perp}'^3 \end{aligned} \quad (\text{A39})$$

$$\Sigma(3\omega_3; 30) = \frac{3}{8} \langle 3n_3^2 + 3n_3 + 2 \rangle \frac{7}{4\pi} b_0^6 \omega_3'^3 \quad (\text{A40})$$

$$\Sigma(2\omega_{\perp} + \omega_3; 30) = \frac{9}{8} \langle n_3n_{\pm} + n_3n_{\mp} + n_+n_- + n_3 + n_+ + n_- + 1 \rangle \frac{7}{4\pi} b_0^6 \omega_3' \omega_{\perp}'^2 \quad (\text{A41})$$

$$\Sigma(2\omega_{\perp} - \omega_3; 30) = \frac{9}{8} \langle n_3n_{\pm} + n_3n_{\mp} - n_+n_- + n_3 \rangle \frac{7}{4\pi} b_0^6 \omega_3' \omega_{\perp}'^2 \quad (\text{A42})$$

$$\begin{aligned} \Sigma(\omega_3; 30) &= \frac{9}{8} \langle 3n_3^2 + 3n_3 + 1 \rangle \frac{7}{4\pi} b_0^6 \omega_3'^3 - \frac{9}{4} \langle 2n_3n_+ + 2n_3n_- + 3n_4 + n_+ + n_- + 1 \rangle \frac{7}{4} \omega_{\perp}' \omega_3'^2 \\ &+ \frac{9}{8} \langle n_+^2 + n_-^2 + 2n_+n_- + 2n_+ + 2n_- + 1 \rangle \frac{7}{4} \omega_{\perp}'^2 \omega_3 \end{aligned} \quad (\text{A43})$$

となり、双極子-八重極結合は、

$$\Sigma(\omega_{\perp}; 3 \pm 1; 1 \pm 1) = \langle \omega_3'(2n_3 + 1) - \omega_{\perp}'(n_+ + n_- + 1) \rangle \frac{3}{8\pi} \sqrt{\frac{7}{2}} \omega_{\perp}' \quad (\text{A44})$$

$$\Sigma(\omega_3; 30; 10) = \langle \omega_3'(2n_3 + 1) - \omega_{\perp}'(n_+ + n_- + 1) \rangle \frac{3}{8\pi} \sqrt{\frac{21}{4}} \omega_3' \quad (\text{A45})$$

となる。

もし $\langle n_3 \rangle$ 等の量を求めることができれば、部分和の計算が可能になる。一般の変形度、粒子数にたいしてはこの量を求めることは困難であるが、2:1 変形での閉核にたいしては、簡単に求めることが出来る。

N_{shell} の等しい準位の間での和は、 N_{shell} が偶数の時には、

$$\begin{aligned}
\langle 1 \rangle_{N_{shell}} &= \frac{1}{8}(N_{shell} + 2)(N_{shell} + 4) \\
\langle n_3 \rangle_{N_{shell}} &= \frac{1}{24}N_{shell}(N_{shell} + 2)(N_{shell} + 4) \\
\langle n_+ \rangle_{N_{shell}} &= \frac{1}{48}N_{shell}(N_{shell} + 2)(N_{shell} + 4) = \langle n_- \rangle_{N_{shell}} \\
\langle n_3^2 \rangle_{N_{shell}} &= \frac{1}{48}N_{shell}(N_{shell} + 2)^2(N_{shell} + 4) \\
\langle n_+^2 \rangle_{N_{shell}} &= \frac{1}{192}N_{shell}(N_{shell} + 2)^2(N_{shell} + 4) = \langle n_-^2 \rangle_{N_{shell}} \\
\langle n_+ n_- \rangle_{N_{shell}} &= \frac{1}{384}(N_{shell} - 2)N_{shell}(N_{shell} + 2)(N_{shell} + 4) \\
\langle n_+ n_3 \rangle_{N_{shell}} &= \frac{1}{192}(N_{shell} - 2)N_{shell}(N_{shell} + 2)(N_{shell} + 4) = \langle n_- n_3 \rangle_{N_{shell}}
\end{aligned} \tag{A46}$$

N_{shell} が奇数の時には、

$$\begin{aligned}
\langle 1 \rangle_{N_{shell}} &= \frac{1}{8}(N_{shell} + 1)(N_{shell} + 3) \\
\langle n_3 \rangle_{N_{shell}} &= \frac{1}{24}(N_{shell} + 1)(N_{shell} + 2)(N_{shell} + 3) \\
\langle n_+ \rangle_{N_{shell}} &= \frac{1}{48}(N_{shell} - 1)(N_{shell} + 1)(N_{shell} + 2) = \langle n_- \rangle_{N_{shell}} \\
\langle n_3^2 \rangle_{N_{shell}} &= \frac{1}{48}(N_{shell} + 1)(N_{shell} + 3)(N_{shell}^2 + 4N_{shell} + 1) \\
\langle n_+^2 \rangle_{N_{shell}} &= \frac{1}{192}(N_{shell} - 1)(N_{shell} + 1)^2(N_{shell} + 3) = \langle n_-^2 \rangle_{N_{shell}} \\
\langle n_+ n_- \rangle_{N_{shell}} &= \frac{1}{384}(N_{shell} - 3)(N_{shell} - 1)(N_{shell} + 1)(N_{shell} + 3) \\
\langle n_+ n_3 \rangle_{N_{shell}} &= \frac{1}{192}(N_{shell} - 1)(N_{shell} + 1)^2(N_{shell} + 3) = \langle n_-^2 \rangle_{N_{shell}}
\end{aligned} \tag{A47}$$

となる。ただし、 $\langle \rangle_{N_{shell}}$ は N_{shell} の縮退している準位の中で和をとることを表す。

したがって下から $N_{shell} = N_F$ の準位までを占有しているときの真空期待値は、 N_F が偶数の時

$$\begin{aligned}
\langle 1 \rangle &= \frac{1}{24}(N_F + 2)(N_F + 4)(N_F + 6) \\
\langle n_3 \rangle &= \frac{1}{96}N_F(N_F + 2)(N_F + 4)^2 \\
\langle n_+ \rangle &= \frac{1}{192}N_F(N_F + 2)^2(N_F + 6) = \langle n_- \rangle \\
\langle n_3^2 \rangle &= \frac{1}{480}N_F(N_F + 2)(N_F + 4)(2N_F^2 + 13N_F + 16) \\
\langle n_+^2 \rangle &= \frac{1}{960}N_F(N_F + 2)(N_F + 4)(N_F^2 + 4N_F + 4) = \langle n_-^2 \rangle \\
\langle n_+n_- \rangle &= \frac{1}{1920}(N_F - 2)N_F(N_F + 1)(N_F + 2)(N_F + 4) \\
\langle n_+n_3 \rangle &= \frac{1}{1920}(N_F - 2)N_F(N_F + 2)(N_F + 4)(2N_F + 7) = \langle n_-n_3 \rangle
\end{aligned} \tag{A48}$$

奇数の N_F に対しては

$$\begin{aligned}
\langle 1 \rangle &= \frac{1}{24}(N_F + 1)(N_F + 3)(N_F + 5) \\
\langle n_3 \rangle &= \frac{1}{96}(N_F + 1)^2(N_F + 3)(N_F + 5) \\
\langle n_+ \rangle &= \frac{1}{192}(N_F - 1)(N_F + 1)(N_F + 3)(N_F + 5) = \langle n_- \rangle \\
\langle n_3^2 \rangle &= \frac{1}{480}(N_F + 1)(N_F + 3)(N_F + 5)(2N_F^2 + 7N_F + 1) \\
\langle n_+^2 \rangle &= \frac{1}{960}(N_F - 1)(N_F + 1)(N_F + 2)(N_F + 3)(N_F + 5) = \langle n_-^2 \rangle \\
\langle n_+n_- \rangle &= \frac{1}{1920}(N_F - 3)(N_F - 1)(N_F + 1)(N_F + 3)(N_F + 5) \\
\langle n_+n_3 \rangle &= \frac{1}{1920}(2N_F - 1)(N_F - 1)(N_F + 1)(N_F + 3)(N_F + 5) = \langle n_-n_3 \rangle
\end{aligned} \tag{A49}$$

となる。

これらの結果を用いると、奇数の N_F に対して、2:1 変形での式 (A31)~ (A43) の量は次の通りになる。

$$\begin{aligned}
\Sigma(6\omega_3; 3 \pm 3) &= 7(N_F^2 + 6N_F + 11)(N_F + 5)(N_F + 3)(N_F + 1) \frac{\omega_3^{13} b_0^6}{512\pi} \\
\Sigma(2\omega_2; 3 \pm 3) &= 21(3N_F^2 + 18N_F + 59)(N_F + 5)(N_F + 3)(N_F + 1) \frac{\omega_3^{13} b_0^6}{512\pi} \\
\Sigma(5\omega_3; 3 \pm 2) &= 35(N_F^2 + 6N_F + 11)(N_F + 5)(N_F + 3)(N_F + 1) \frac{\omega_3^{13} b_0^6}{1024\pi} \\
\Sigma(3\omega_3; 3 \pm 2) &= 7(3N_F^2 + 18N_F + 19)(N_F + 5)(N_F + 3)(N_F + 1) \frac{\omega_3^{13} b_0^6}{1024\pi} \\
\Sigma(\omega_3; 3 \pm 2) &= 7(N_F + 7)(N_F - 1)(N_F + 5)(N_F + 3)(N_F + 1) \frac{\omega_3^{13} b_0^6}{512\pi} \\
\Sigma(6\omega_3; 3 \pm 1) &= 7(3N_F^2 + 18N_F + 59)(N_F + 5)(N_F + 3)(N_F + 1) \frac{\omega_3^{13} b_0^6}{2560\pi} \\
\Sigma(4\omega_3; 3 \pm 1) &= 7(N_F^2 + 6N_F + 13)(N_F + 5)(N_F + 3)(N_F + 1) \frac{\omega_3^{13} b_0^6}{1024\pi} \\
\Sigma(2\omega_3; 3 \pm 1) &= 7(11N_F^2 + 66N_F - 37)(N_F + 5)(N_F + 3)(N_F + 1) \frac{\omega_3^{13} b_0^6}{2560\pi} \\
\Sigma(5\omega_3; 30) &= 21(N_F^2 + 6N_F + 17)(N_F + 5)(N_F + 3)(N_F + 1) \frac{\omega_3^{13} b_0^6}{1024\pi} \\
\Sigma(3\omega_3; 30) &= 7(3N_F^2 + 18N_F + 23)(N_F + 5)(N_F + 3)(N_F + 1) \frac{\omega_3^{13} b_0^6}{1024\pi} \\
\Sigma(\omega_3; 3 \pm 2) &= 21(N_F + 7)(N_F - 1)(N_F + 5)(N_F + 3)(N_F + 1) \frac{\omega_3^{13} b_0^6}{1260\pi}
\end{aligned} \tag{A50}$$

ただし、 $\omega_{\perp} = 2\omega_3$ を利用して、全てを ω_3 だけで表している。

一方相互作用強度 χ_{3K} も計算を同様にして計算をすることが出来る。その結果は、

$$\begin{aligned}
\frac{1}{\chi_{33}} &= 7(N_F^2 + 6N_F + 13)(N_F + 5)(N_F + 3)(N_F + 1) \frac{\omega_3^{13} b_0^6}{128\pi} \\
\frac{1}{\chi_{32}} &= 7(N_F^2 + 6N_F + 13)(N_F + 5)(N_F + 3)(N_F + 1) \frac{\omega_3^{13} b_0^6}{128\pi} \\
\frac{1}{\chi_{31}} &= 7(N_F^2 + 6N_F + 11)(N_F + 5)(N_F + 3)(N_F + 1) \frac{\omega_3^{13} b_0^6}{128\pi} \\
\frac{1}{\chi_{30}} &= 7(N_F^2 + 6N_F + 10)(N_F + 5)(N_F + 3)(N_F + 1) \frac{\omega_3^{13} b_0^6}{128\pi}
\end{aligned} \tag{A51}$$

である。

APPENDIX B. 八重極演算子の変換

二重伸延八重極演算子と通常の八重極演算子は、次の関係がある。signature $R=+1$ の演算子には、

$$\begin{pmatrix} Q_{31}^{''(+)} \\ Q_{33}^{''(+)} \\ r^{''2} x_1'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{3}{20}\omega_a + \frac{1}{20}\omega_b + \frac{4}{5}\omega_c & -\frac{1}{4}\omega_a + \frac{1}{4}\omega_b & -\frac{3}{5}\omega_a - \frac{1}{5}\omega_b + \frac{4}{5}\omega_c \\ -\frac{3}{20}\omega_a + \frac{1}{20}\omega_b & \frac{1}{4}\omega_a + \frac{3}{4}\omega_b & -\frac{3}{5}\omega_a + \frac{3}{5}\omega_b \\ -\frac{3}{20}\omega_a - \frac{1}{20}\omega_b + \frac{1}{5}\omega_c & \frac{1}{4}\omega_a - \frac{1}{4}\omega_b & \frac{3}{5}\omega_a + \frac{1}{5}\omega_b + \frac{1}{5}\omega_c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Q_{31}^{(+)} \\ Q_{33}^{(+)} \\ r^2 x_1 \end{pmatrix}$$

$$Q_{32}^{''(+)} = \omega_d Q_{32}^{(+)}$$

signature $r=-1$ の演算子には、

$$\begin{pmatrix} Q_{30}^{''(-)} \\ Q_{32}^{''(-)} \\ -r^{''2} x_3'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{3}{10}\omega_h + \frac{3}{10}\omega_i + \frac{2}{5}\omega_j & -\frac{3}{2}\omega_h + \frac{3}{2}\omega_i & -\frac{3}{5}\omega_h - \frac{3}{5}\omega_i + \frac{6}{5}\omega_j \\ -\frac{1}{10}\omega_h + -\frac{1}{10}\omega_i & \frac{1}{2}\omega_h + \frac{1}{2}\omega_i & \frac{1}{5}\omega_h - \frac{1}{5}\omega_i \\ -\frac{1}{10}\omega_h - \frac{1}{10}\omega_i + \frac{1}{5}\omega_j & \frac{1}{2}\omega_h - \frac{1}{2}\omega_i & \frac{1}{5}\omega_h + \frac{1}{5}\omega_i + \frac{3}{5}\omega_j \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Q_{31}^{(+)} \\ Q_{33}^{(+)} \\ r^2 x_2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} Q_{31}^{''(-)} \\ Q_{33}^{''(-)} \\ -r^{''2} x_2'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{20}\omega_e + \frac{3}{20}\omega_f + \frac{4}{5}\omega_g & -\frac{1}{4}\omega_e + \frac{1}{4}\omega_f & -\frac{1}{5}\omega_e - \frac{3}{5}\omega_f + \frac{4}{5}\omega_g \\ \frac{1}{20}\omega_e - \frac{3}{20}\omega_f & \frac{3}{4}\omega_e + \frac{1}{4}\omega_f & \frac{3}{5}\omega_e - \frac{3}{5}\omega_f \\ -\frac{1}{20}\omega_e - \frac{3}{20}\omega_f + \frac{1}{5}\omega_g & \frac{1}{4}\omega_e - \frac{1}{4}\omega_f & \frac{1}{5}\omega_e + \frac{3}{5}\omega_f + \frac{1}{5}\omega_g \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Q_{31}^{(+)} \\ Q_{33}^{(+)} \\ r^2 x_2 \end{pmatrix}$$

ただし、

$$\begin{aligned} \omega_a &= \omega_1^3 & \omega_b &= \omega_1^2 \omega_2' & \omega_c &= \omega_1^2 \omega_3' \\ \omega_d &= \omega_1' \omega_2' \omega_3' = 1 \\ \omega_e &= \omega_1' \omega_2'^2 & \omega_f &= \omega_2'^3 & \omega_g &= \omega_2'^2 \omega_3' \\ \omega_h &= \omega_1' \omega_3'^2 & \omega_i &= \omega_2' \omega_3'^2 & \omega_j &= \omega_3'^3 \end{aligned}$$

また、3-軸量子化された、signature r がよい量子数になるように組み合わせた八重極演算子を、1-軸量子化された八重極演算子に変換するのは、次の行列で行える。

$$\begin{pmatrix} \check{Q}_{33} \\ \check{Q}_{31} \\ \check{Q}_{3-1} \\ \check{Q}_{3-3} \end{pmatrix} = i \begin{pmatrix} \frac{3\sqrt{5}}{8} & \frac{\sqrt{15}}{4\sqrt{2}} & \frac{\sqrt{3}}{4} & \frac{1}{4\sqrt{2}} \\ \frac{\sqrt{3}}{8} & \frac{1}{4\sqrt{2}} & \frac{-\sqrt{5}}{8} & \frac{-\sqrt{5}}{4\sqrt{2}} \\ \frac{\sqrt{3}}{8} & \frac{-1}{4\sqrt{2}} & \frac{\sqrt{5}}{8} & \frac{-\sqrt{5}}{4\sqrt{2}} \\ \frac{-3\sqrt{5}}{8} & \frac{\sqrt{15}}{4\sqrt{2}} & \frac{-\sqrt{3}}{4} & \frac{-1}{4\sqrt{2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Q_{30}^{(-)} \\ Q_{31}^{(-)} \\ Q_{32}^{(-)} \\ Q_{33}^{(-)} \end{pmatrix} \quad (\text{B1})$$

$$\begin{pmatrix} \check{Q}_{32} \\ \check{Q}_{30} \\ \check{Q}_{3-2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{5}}{2} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{\sqrt{3}}{4} \\ \frac{\sqrt{3}}{4\sqrt{2}} & 0 & \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{2}} \\ \frac{-\sqrt{5}}{2} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{-\sqrt{3}}{4} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Q_{31}^{(+)} \\ Q_{32}^{(+)} \\ Q_{33}^{(+)} \end{pmatrix}$$

APPENDIX C. ポテンシャルの速度依存性に対する補正

一般に、一粒子ポテンシャル模型は並進対称性や変形していれば回転対称性を破っている。もともとの原子核のハミルトニアンはこれらの対称性を保持しているはずであるので、これらの対称性を回復しなければならない。このための処方文献 11 で議論されている。Nilsson 模型の l^2 項及び $l \cdot s$ 項の速度依存性の偽の効果もこの方法を用いて取り除くことができる。

まず、回転対称性の回復を例に挙げる。系が 1-軸の周りに角度 α だけ回転したとしよう。この時、ポテンシャルは

$$V(\varphi) \rightarrow V(\varphi - \alpha) = V(\varphi) - \alpha \frac{\partial}{\partial \varphi} V(\varphi) + O(\alpha^2) \quad (C1)$$

というように変化するはずである。このポテンシャルの変化を外場

$$H' \equiv \kappa \alpha F = -\alpha \frac{\partial}{\partial \varphi} V(\varphi) \quad (C2)$$

との結合として取り入れることによって、対称性を回復することが出来る。この時の結合定数 κ は、回転 α がこの F によって引き起こされる内部励起によってもたらされるという自己無撞着性の条件から決定される。すなわち、 α は

$$\alpha = \langle F \rangle \quad (C3)$$

という関係を満たさなければならないが、ここで $\langle \rangle$ は H' も含めた全ハミルトニアンの解での期待値を意味し、この全ハミルトニアンの密度分布はこの α という回転によって変化した密度分布

$$\rho(\varphi) \rightarrow \rho(\varphi - \alpha) = \rho_0(\varphi) - \alpha \frac{\partial}{\partial \varphi} \rho_0(\varphi) + O(\alpha^2) \quad (C4)$$

でなければならない。このことから、

$$\begin{aligned} \alpha = \langle F \rangle &= -\frac{1}{\kappa} \left\langle \frac{\partial V}{\partial \varphi} \right\rangle \\ &= -\frac{1}{\kappa} \int F(\rho_0 - \alpha \frac{\partial \rho}{\partial \varphi}) d^3 r \\ &= \frac{\alpha}{\kappa} \int \frac{\partial V}{\partial \varphi} \frac{\partial \rho}{\partial \varphi} d^3 r \\ &= -\frac{\alpha}{\kappa} \left\langle \frac{\partial^2 V}{\partial \varphi^2} \right\rangle \end{aligned} \quad (C5)$$

という結果が得られる。

また、対称性の回復は二体の有効相互作用によっても行うことができる。それには、(C2) と同等な二体の有効相互作用

$$H' = \frac{1}{2}\kappa F^2$$

を導入すればよい。

ポテンシャルが速度にも依存しているときは、角速度の変化も考えなければならない。すなわちポテンシャルの変化として、

$$V(\varphi, \dot{\varphi}) \rightarrow V(\varphi - \alpha, \dot{\varphi} - \dot{\alpha}) = V(\varphi, \dot{\varphi}) - \alpha \frac{\partial}{\partial \varphi} V(\varphi, \dot{\varphi}) - \dot{\alpha} \frac{\partial}{\partial \dot{\varphi}} V(\varphi, \dot{\varphi}) + O(\alpha^2, \alpha \dot{\alpha}, \dot{\alpha}^2) \quad (C6)$$

を考えなければならない。したがって、外場として

$$\begin{aligned} H'' &= \tilde{\kappa} \dot{\alpha} \tilde{F} \\ \tilde{F} &= -\frac{1}{\tilde{\kappa}} \frac{\partial V}{\partial \dot{\varphi}} \\ \tilde{\kappa} &= -\left\langle \frac{\partial^2 V}{\partial \dot{\varphi}^2} \right\rangle \end{aligned} \quad (C7)$$

も考慮にいれなければならない。

以上が文献 11 での議論であった。ここで問題になってくるのは、 $\dot{\varphi}$ での微分をどう定義するかである。剛体的な回転をしていると仮定した場合 (対相関ギャップが 0 である場合) の $\dot{\varphi}$ での微分を定義し、その結果 Nilsson 模型の速度依存性の効果を除去することに成功したのが木野内らであった。^[12]

剛体的な回転をしている場合には、角速度 $\dot{\alpha}$ によって、運動量が $\mathbf{p} \rightarrow \mathbf{p} - M\dot{\alpha} \times \mathbf{r}$ という変化を受ける。したがって、ポテンシャルは

$$\begin{aligned} V(\mathbf{r}, \mathbf{p}) \rightarrow V(\mathbf{r}, \mathbf{p} - M\dot{\alpha} \times \mathbf{r}) &= V(\mathbf{r}, \mathbf{p}) - \dot{\alpha}_1 M \left(x_2 \frac{\partial}{\partial p_3} - x_3 \frac{\partial}{\partial p_2} \right) V(\mathbf{r}, \mathbf{p}) \\ &\quad - \dot{\alpha}_2 M \left(x_3 \frac{\partial}{\partial p_1} - x_1 \frac{\partial}{\partial p_3} \right) V(\mathbf{r}, \mathbf{p}) \\ &\quad - \dot{\alpha}_3 M \left(x_1 \frac{\partial}{\partial p_2} - x_2 \frac{\partial}{\partial p_1} \right) V(\mathbf{r}, \mathbf{p}) \\ &\quad + \text{(Higher Order)} \end{aligned} \quad (C8)$$

という変化を受ける。したがって、

$$\frac{\partial}{\partial \dot{\varphi}_1} = M \left(x_2 \frac{\partial}{\partial p_3} - x_2 \frac{\partial}{\partial p_3} \right) \quad (\text{C9})$$

と定義するのが自然である。この定義を適用し、二重伸延座標系での l^2 及び $l \cdot s$ に対するポテンシャル (C2) を計算すれば、式 (2.12) となる。

しかし、この方法は一方で Cranking 模型の持っている重要な性質を犠牲にせざるを得ない点がある。全 Hamiltonian H 、全角運動量 J 、一粒子 Hamiltonian h 、一粒子角運動量 j とする。全 Routhian $H_{\omega_{rot}}$ は次の式を満たすとする。

$$H_{\omega_{rot}} |\omega_{rot}\rangle = E_{\omega_{rot}} |\omega_{rot}\rangle \quad (\text{C10})$$

これらの量は、一粒子 Routhian 及びその固有値の和として書くことが出来る。

$$\begin{aligned} H_{\omega_{rot}} &= \sum_i^{occ} h_{\omega_{rot}}(i) = \sum_i h(i) - j_x(i) \\ E_{\omega_{rot}} &= \sum_i^{occ} \{e_{\omega_{rot}}^\nu(i)\} \end{aligned} \quad (\text{C11})$$

ただし、 e 、 h は次の方程式

$$h_{\omega_{rot}} |\chi_{\omega_{rot}}^\nu\rangle = e_{\omega_{rot}}^\nu |\chi_{\omega_{rot}}^\nu\rangle \quad (\text{C12})$$

を満たすものとする。そのとき、固有値 $e_{\omega_{rot}}^\nu$ を角速度 ω で微分した量は、その準位の持つ角運動量の 1-軸成分となる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \omega_{rot}} e_{\omega_{rot}} &= \frac{\partial}{\partial \omega_{rot}} \langle \chi_{\omega_{rot}}^\nu | h_{\omega_{rot}} | \chi_{\omega_{rot}}^\nu \rangle \\ &= \langle \chi_{\omega_{rot}}^\nu | \frac{\partial h_{\omega_{rot}}}{\partial \omega_{rot}} | \chi_{\omega_{rot}}^\nu \rangle \\ &= \langle \chi_{\omega_{rot}}^\nu | -j_x | \chi_{\omega_{rot}}^\nu \rangle \end{aligned} \quad (\text{C13})$$

このことは、全 Routhian にも成り立つ。

$$\frac{\partial}{\partial \omega_{rot}} E_{\omega_{rot}} = \langle \omega_{rot} | -J_1 | \omega_{rot} \rangle \approx I \quad (\text{C14})$$

ただし、 I は全角運動量であり最後の近似は角運動量が 1 軸方向を向いているという仮定による。

ところが、この補正項 $h_{int}(\omega_{rot}) = \kappa \langle \omega_{rot} |' F | \omega_{rot} \rangle' F$ を加えると、 $h(\omega_{rot})' = h - \hbar \omega_{rot} j_x + h_{int}(\omega_{rot})$ にたいして、

$$h(\omega_{rot})' | \chi_{\omega_{rot}}^{\nu} \rangle' = e(\omega_{rot})' | \chi_{\omega_{rot}}^{\nu} \rangle'$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial e(\omega_{rot})'}{\partial \omega_{rot}} &= \frac{\partial}{\partial \omega_{rot}} \langle \chi_{\omega_{rot}}^{\nu} |' h(\omega_{rot})' | \chi_{\omega_{rot}}^{\nu} \rangle' = \langle \chi_{\omega_{rot}}^{\nu} |' \frac{\partial h(\omega_{rot})'}{\partial \omega_{rot}} | \chi_{\omega_{rot}}^{\nu} \rangle' \\ &= - \langle \chi_{\omega_{rot}}^{\nu} |' j_x | \chi_{\omega_{rot}}^{\nu} \rangle' + \langle \chi_{\omega_{rot}}^{\nu} |' \frac{\partial h_{int}(\omega_{rot})}{\partial \omega_{rot}} | \chi_{\omega_{rot}}^{\nu} \rangle' \\ &= - \langle \chi_{\omega_{rot}}^{\nu} |' j_x | \chi_{\omega_{rot}}^{\nu} \rangle' + \kappa \left(\frac{\partial \langle \omega_{rot} |' F | \omega_{rot} \rangle'}{\partial \omega_{rot}} \right) \langle \chi_{\omega_{rot}}^{\nu} |' F | \chi_{\omega_{rot}}^{\nu} \rangle' \end{aligned} \quad (C15)$$

となり、single particle Routhian の角速度に対する変化率が、角運動量とならなくなってしまう。

このことは、全角運動量にたいしても同様であるが、全角運動量に対しては次の項

$$-\frac{1}{2} \kappa \alpha^2 \quad (C16)$$

を加えることによって、回復することが出来る。しかしながら、単一粒子 Routhian にたいしてはそのようなことが出来ない。

APPENDIX D. 対相関相互作用強度

対相関相互作用の強度は、その模型空間と整合した値をとらなければならない。通常は、その模型空間で奇核と偶核の質量差が対相関ギャップによるものと考え、その値を再現するように決定する。しかしながら、通常変形で対相関ギャップを再現するように強度を決定しても、超変形状態では(同じ major shell 模型空間をとっても)対相関に有効な模型空間は通常変形とは大きく異なっており、その強度は有効ではない。一方、超変形状態での対相関ギャップに関する情報は全く存在していない。

したがって、ここでは超変形状態においても平均的な対相関ギャップは通常変形核と同じ値をとると仮定し、Strutinsky 法を用いて計算した平均的な対相関が通常変形度での実験結果から得られている平均的な対相関を再現するように対相関強度を決定した。

BCS 方程式

$$\frac{2}{G} = \sum_{\alpha=n-n_c}^{n+n_c} [(\mathcal{E}_\alpha - \lambda)^2 + \Delta]^{-1/2} \quad (D1)$$

に対して、平均的な BCS 方程式

$$\begin{aligned} \frac{2}{G} &= \int_{\tilde{\lambda}-\Omega}^{\tilde{\lambda}+\Omega} \frac{\tilde{g}(E)dE}{[(E - \tilde{\lambda})^2 + \tilde{\Delta}]^{1/2}} \\ &= 2\tilde{g}(\tilde{\lambda}) \ln \left(\frac{2\Omega}{\tilde{\Delta}} \right) \end{aligned} \quad (D2)$$

を考える。ただし、ここで n_c は対相関に対する模型空間であり、 $\tilde{\lambda}$ は式 (2.16) で決定された平均的な単位密度に対する Fermi エネルギーである。また、 Ω は n_c と整合するように、次の式で決定される。

$$2\Omega = 2n_c / \tilde{g}(\tilde{\lambda}) \quad (D3)$$

この式 (D2) で決定される $\tilde{\Delta}$ が平均的な対相関ギャップとなるように、対相関相互作用強度 G を決定する。

原理的には、この方法で決定した相互作用強度を用いて、方程式 (2.21) 及び (2.22) を解けばよい。しかし、その場合には式 (2.27) 等の基底としては、 h_{def} の固有状態を用い、核子対励起演算子 P^\dagger をその固有状態で展開して対相関模型空間を (D1) と整合的に決めなければならない。この操作は複雑であるので、ここでは次のような方法をとった。

1. 上記の方法で、(D1)における対相関相互作用 G を決定する。
2. その結果得られた対相関ギャップを用いて、角速度 0 で式 (2.21) を対角化し、式 (2.22) がその対相関ギャップを再現するように、(2.22) における対相関相互作用 G' を決定する。
3. その G' を用いて、有限角速度での (2.22) を計算する。

REFERENCES

1. P. J. Twin et al, Phys. Rev. Lett. 57, (1986), 811.
2. P. J. Nolan and P. J. Twin Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. 38 (1988), 533.
3. P. J. Twin, *Proc. Int. Conf. on "Nuclear Structure in the Nineties"*, Oak Ridge, 1990 (to be published).
4. I. Ragnarsson and S. Åberg, Phys. Lett. B 180(1986), 191.
5. J. Dudek, B. Herskind, W. Nazarewicz, Z. Szymanski and T. R. Werner, Phys. Rev. C38(1988), 940.
6. W. Nazarewicz, R. Wyss and A. Johnson, Nucl. Phys. A503(1989), 285.
7. Y. R. Shimizu, E. Vigezzi and R. A. Broglia, Nucl. Phys. A509(1990), 80.
8. M. A. Bentley et.al., Phys. Rev. Lett. 59(1987),2141
9. S. Åberg, *Proc. Int. Conf. on "Nuclear Structure in the Nineties"*, Oak Ridge, 1990 (to be published).
10. C. G. Andersson, S. E. Larsson, P. Möller, S. G. Nilsson, I. Ragnarsson, S. Åberg, R. Bengtsson, J. Dudek, B. Nerlo-Pomorska, K. Pomorski and Z. Szymanski, Nucl. Phys. A268(1976), 205.
11. A. Bohr and B. R. Mottelson, Nuclear Structure, vol.2 (Benjamin, New York, 1975).
12. S. Kinouchi, Ph. D. Thesis, Univ. of Tsukuba, 1988.
13. V. M. Strutinsky, Nucl. Phys. A95(1967),420; Nucl. Phys. A122(1968)1.
14. M. Brack, J. Damgaard, A. S. Jensen, H. C. Pauli, V. M. Strutinsky and C. Y. Wong, Rev. Mod. Phys. 44 (72), 320.
15. P. Ring and P. Schuck, The Nuclear Many-Body Problem, Springer-Verlag, 1980.
16. K. Neergaard, V. V. Pashkevich and S. Frauendorf, Nucl. Phys. A262(1976), 61.
17. K. Neergaard and P. Vogel, Nucl. Phys. A145(1970), 33.
18. T. Kishimoto et al, Phys. Rev. Lett. 29(1972), 442.

19. T. Suzuki and D. J. Rowe, Nucl. Phys. A289(1977), 461.
20. H. Sakamoto and T. Kishimoto, Nucl. Phys. A501(1989),205.
21. T. Bengtsson and I. Ragnarsson Nucl. Phys. A436 (85), 14.
22. R. Bengtsson, Y.-S. Chen, J.-Y. Zhang and S. Åberg Nucl. Phys. A405 (83), 221.
23. J. L. Egido and H. A. Weidenmüller, Phys. Rev C 39, 2398(1989).
24. D. M. Cullen et al, Phys. Rev. Lett. 65 (1990), 1547.
25. K. Zuber et al, *Proc. Int. Conf. on "Nuclear Structure in the Nineties"*, Oak Ridge, 1990 (to be published).
26. J. Dudek, T. R. Werner and Z. Szymanski, Phys. Lett. B248(1990), 235.

FIGURE CAPTIONS

- 図 1. Nilsson 模型から計算した中性子の単一粒子 Routhian。縦軸はエネルギーで単位は $\hbar\omega_0$ 、横軸は角速度で単位はやはり $\hbar\omega_0$ である。実線は (signature parity) $=(-i, +)$ 、破線は $(i, +)$ 、点線は $(-i, -)$ 、一点鎖線は $(i, -)$ の一粒子状態状態を示している。変形度は $\delta_{osc} = 0.56$ である。図で示されている ^{152}Dy の存在する領域で準位交差がおきている。
- 図 2. Nilsson 模型から計算した陽子の単一粒子 Routhian。縦軸はエネルギーで単位は $\hbar\omega_0$ 、横軸は角速度で単位はやはり $\hbar\omega_0$ である。実線は (signature parity) $=(-i, +)$ 、破線は $(i, +)$ 、点線は $(-i, -)$ 、一点鎖線は $(i, -)$ の一粒子状態状態を示している。変形度は $\delta_{osc} = 0.56$ である。図で示されている ^{152}Dy の存在する領域で準位交差がおきている。
- 図 3. Nilsson 模型の速度依存性の効果を補正した中性子の単一粒子 Routhian。縦軸はエネルギーで単位は $\hbar\omega_0$ 、横軸は角速度で単位はやはり $\hbar\omega_0$ である。実線は (signature parity) $=(-i, +)$ 、破線は $(i, +)$ 、点線は $(-i, -)$ 、一点鎖線は $(i, -)$ の一粒子状態状態を示している。変形度は $\delta_{osc} = 0.56$ 。準位交差は、超変形回転バンドの存在領域の外になっている。
- 図 4. Nilsson 模型の速度依存性の効果を補正した陽子の単一粒子 Routhian。縦軸はエネルギーで単位は $\hbar\omega_0$ 、横軸は角速度で単位はやはり $\hbar\omega_0$ である。実線は (signature parity) $=(-i, +)$ 、破線は $(i, +)$ 、点線は $(-i, -)$ 、一点鎖線は $(i, -)$ の一粒子状態状態を示している。変形度は $\delta_{osc} = 0.56$ 。準位交差は、超変形回転バンドの存在領域の外になっている。
- 図 5. 準位密度と全エネルギーについての概念図。図 a. の平均的準位密度 に対して、図 b. の 1 のような準位密度の大きい点では全エネルギーは小さく、2 のような 準位密度の小さい点では全エネルギーは大きい。文献^[15] より。
- 図 6. 回転系での励起エネルギーと実験室系での励起エネルギーの 関係についての模式図。横軸は角速度で縦軸は実験室系でのエネルギー。各々の 角運動量での準位の間エネルギーの差は、 $\hbar\omega_{rot}$ になる。回転系での 励起エネルギーは図の点線の矢印で表されるが、実験室系での励起エネルギーは 実線の矢印で表されるものになる。
- 図 7. 今回の計算で採用したパラメタによる中性子の Nilsson Diagram。縦軸はエネルギーで単位は $\hbar\omega_0$ 、横軸は変形度 δ_{osc} 。実線は parity が奇の状態で点線は偶の状態である。2:1 近傍で 86 という magic number を、変形度 0.45 近傍で 112 という magic number を 再現している。

- 図 8. 今回の計算で採用したパラメタによる陽子の Nilsson Diagram。縦軸はエネルギーで単位は $\hbar\omega_0$ 、横軸は変形度 δ_{osco} 。実線は parity が奇の状態、点線は偶の状態である。2:1 近傍で 66 及び 64 という magic number を、変形度 0.45 近傍で 80 という magic number を再現している。
- 図 9. ^{152}Dy のポテンシャルエネルギー曲面。縦軸はエネルギーで単位は $\hbar\omega_0$ 、横軸は変形度 δ_{osco} 。角速度 0 での計算である。変形度 $\delta_{osc}=0.56$ に極小点がある。
- 図 10. ^{152}Dy の Routhian 曲面。縦軸はエネルギーで単位は $\hbar\omega_0$ 、横軸は変形度 δ_{osco} 。角速度 $\omega_{rot}=0.1\hbar\omega_0$ での計算である。極小点は角速度 0 での計算と比べて移動しているが、その変化は小さい。
- 図 11. ^{150}Gd のポテンシャルエネルギー曲面。縦軸はエネルギーで単位は $\hbar\omega_0$ 、横軸は変形度 δ_{osco} 。角速度 0 での計算である。変形度 $\delta_{osc}=0.52$ に極小点がある。
- 図 12. ^{192}Hg のポテンシャルエネルギー曲面。縦軸はエネルギーで単位は $\hbar\omega_0$ 、横軸は変形度 δ_{osco} 。角速度 0 での計算である。変形度 $\delta_{osc}=0.44$ に極小点がある。
- 図 13. Nilsson 模型の速度依存性の効果を補正した中性子の単一粒子 Routhian。縦軸はエネルギーで単位は $\hbar\omega_0$ 、横軸は角速度で単位はやはり $\hbar\omega_0$ である。実線は (signature parity) = $(-i, +)$ 、破線は $(i, +)$ 、点線は $(-i, -)$ 、一点鎖線は $(i, -)$ の一粒子状態状態を示している。変形度は $\delta_{osc} = 0.44$ で水銀領域に対応する。
- 図 14. Nilsson 模型の速度依存性の効果を補正した陽子の単一粒子 Routhian。縦軸はエネルギーで単位は $\hbar\omega_0$ 、横軸は角速度で単位はやはり $\hbar\omega_0$ である。実線は (signature parity) = $(-i, +)$ 、破線は $(i, +)$ 、点線は $(-i, -)$ 、一点鎖線は $(i, -)$ の一粒子状態状態を示している。変形度は $\delta_{osc} = 0.44$ 。
- 図 15. $N = Z = 80$ の調和振動子模型にたいする RPA 計算の結果。a) 八重極演算子にたいする強度関数。左側の軸にしたがえば二重伸延 八重極強度を表し、右側の軸にしたがえば通常八重極強度を表す。いずれも、単位は $b_0^6 = (\frac{\hbar}{M\omega_0})^3$ である。横軸は励起エネルギーで単位は MeV である。b) は各々の状態が、そのモードのエネルギー和則のどれだけを占めるかを示している。c) は粒子-空孔励起の強度関数である。単位は b_0^6 である。横軸は 励起エネルギーで単位は MeV である。
- 図 16. ^{152}Dy についての八重極強度関数。変形度 $\delta_{osc} = 0.56$ 、角速度 $\omega_{rot} = 0.0$ での計算。エネルギーの虚数部分 Γ は 1MeV という値を使用した。単位は、 $b_0^6/\hbar\omega_0\pi$ である。実線は $K=0$ モード、点線は $K=1$ モード、一点鎖線は $K=2$ モード、破線は $K=3$ モードを表す。

- 図 17. ^{152}Dy についての二重伸延八重極強度関数。変形度、角速度、 Γ は図 16 と同じである。上から、 $K=0, 1, 2, 3$ モードの八重極強度である。単位は、 $b_0^6/\hbar\omega_0\pi$ 。
- 図 18. ^{152}Dy についての二重伸延八重極エネルギー 強度関数 $SE(\omega) = \omega S(\omega)$ 。変形度、角速度、 Γ は図 16 と同じである。ただし、単位は b_0^6/π である。
- 図 19. ^{152}Dy についての非摂動二重伸延八重極強度関数。粒子-空孔励起の強度分布を示す量である。変形度等は図 16 と同じである。
- 図 20. ^{152}Dy の Fermi 面近傍の準位構造。横に記されているのは、各々の準位のもつ漸近的量子数 $[N_{osc} n_3 \Lambda \Omega]$ である。中性子数 86、陽子数 66 が魔法数となっている。矢印は $K=0$ の八重極励起の選択則に漸近的量子数がしたがう粒子-空孔励起。
- 図 21. 回転系での二重伸延八重極強度関数。角速度 $\hbar\omega_{rot} = 0.7\text{MeV}$ での計算である。変形度及び Γ は図 16 と同じである。各々の K について、実線は $\text{signature} = -1$ の強度を、破線は $r = +1$ の強度をあらわす。ただし、 $K=0$ については $r = -1$ の状態しか存在しない。単位は、 $b_0^6/\hbar\omega_0\pi$ である。
- 図 22. ^{152}Dy の超変形回転バンドの上に形成される 実験室系での八重極強度関数。a) は角速度 $\omega_{rot} = 0.3\text{MeV}$ 、b) は 0.5MeV 、c) は 0.7MeV での計算であり、それぞれ ^{152}Dy の超変形 回転バンドの下限、中程、上限に対応している。変形度は $\delta_{osc}=0.56$ で固定し、エネルギーの虚部も $\Gamma=1\text{MeV}$ という値をとっている。単位は、 $b_0^6/\hbar\omega_0\pi$ 。
- 図 23. ^{152}Dy についての二重伸延座標八重極 強度関数。上段は乱雑位相近似のもとでの強度関数であり、下段は非摂動 強度関数である。変形度は $\delta_{osc} = 0.56$ に対応し、対相関は無視している。単位は b_0^6 である。なお、主なピークに対する 八重極電氣的遷移強度を Weisskopf の単位で書き込んでいる。
- 図 24. ^{192}Hg に対する二重伸延八重極 強度関数。上段は乱雑位相近似のもとでの強度関数であり、下段は非摂動 強度関数である。変形度は $\delta_{osc} = 0.44$ 、対相関ギャップは 中性子に対しては $\Delta_n = 0.85$ 、陽子に対しては $\Delta_p = 0.94$ である。単位は b_0^6 である。なお、主なピークに対する 八重極電氣的遷移強度を Weisskopf の単位で書き込んでいる。
- 図 25. ^{192}Hg の Fermi 面近傍の準位図。陽子数 80、中性子数 112 で閉殻となっている。横に記されているのは、各々の準位のもつ漸近的量子数 $[N_{osc} n_3 \Lambda \Omega]$ である。矢印は漸近的量子数が $K=1$ モードの八重極励起の選択則を満たす粒子空孔励起。

- 図 26. Dy の isotope の $K=0, 1, 2$ の低励起八重極振動状態の励起エネルギー。右へ行くほど中性子数が多くなり、閉殻からはなれる。単位は MeV。実線は $K=0$ 、一点鎖線は $K=1$ 、破線は $K=2$ のモードのエネルギー
- 図 27. DY の isotope の八重極励起状態から基底状態への電氣的八重極遷移強度。 $K=0,1,2$ のモード毎に isotope 間で比較した。単位は Weisskopf の単位である。モードごとにスケールが違っている。
- 図 28. Gd の isotope の $K=0,1,2$ の低励起八重極振動状態の励起エネルギー。原子核によっては複数得られ、その中である程度集団的な状態を選んでいる。右へ行くほど中性子数が少なくなり、閉殻からはなれる。実線は $K=0$ 、一点鎖線は $K=1$ 、破線は $K=2$ のモードの励起状態。単位は MeV。
- 図 29. Gd の isotope の八重極振動状態から基底状態への電氣的八重極遷移強度。図 28 に記入されていない状態からの八重極遷移強度も記入されている。 $K=0,1,2$ のモード毎に isotope 間で比較した。単位は Weisskopf の単位である。
- 図 30. 回転する調和振動子模型の上に形成される回転系での二重伸延八重極強度関数。上段は signature $r=-1$ のモードで、下段は $r=+1$ のモードである。 $K=0$ モードは $r=+1$ の状態を持たないので、下段の左上の部分は何も描かれていない。単位は、 b_0^6 である。横軸は励起エネルギーで、単位は MeV である。角速度 0.3MeV の場合。変形度は $\delta_{osc}=0.60$ 。
- 図 31. 回転する調和振動子模型の上に形成される回転系での二重伸延八重極強度関数。上段は signature $r=-1$ のモードで、下段は $r=+1$ のモードである。 $K=0$ モードは $r=+1$ の状態を持たないので、下段の左上の部分は何も描かれていない。単位は、 b_0^6 である。横軸は励起エネルギーで、単位は MeV である。角速度 0.5MeV の場合。変形度は $\delta_{osc}=0.60$ 。
- 図 32. 回転する調和振動子模型の上に形成される回転系での二重伸延八重極強度関数。上段は signature $r=-1$ のモードで、下段は $r=+1$ のモードである。 $K=0$ モードは $r=+1$ の状態を持たないので、下段の左上の部分は何も描かれていない。単位は、 b_0^6 である。横軸は励起エネルギーで、単位は MeV である。角速度 0.7MeV の場合。変形度は $\delta_{osc}=0.60$ 。
- 図 33. 回転する調和振動子模型の上に形成される 1-軸量子化された八重極強度関数。signature $r=-1$ のモードのみ描かれている。エネルギーのシフトはしていないのであくまで回転系での強度関数である。角速度 0.5MeV の場合。変形度は $\delta_{osc}=0.60$ 。単位は、Weisskopf の単位である。
- 図 34. 回転する調和振動子模型の上に形成される 1-軸量子化された八重極強度関数。signature $r=-1$ のモードのみ描かれている。エネルギーのシフトはしていないのであくまで回転系での強度関数であ

る。角速度 0.7MeV の場合。変形度は $\delta_{osc}=0.60$ 。単位は、Weisskopf の単位である。

- 図 35. 回転する調和振動子モデルでの非摂動粒子-空孔二重伸延八重極強度関数。角速度 0.7MeV での計算。変形度は $\delta_{osc}=0.56$ 。単位は b_0^6 。約 4.7MeV の励起エネルギーの $K=1$ 及び $K=3$ の強度と (角速度 0 では存在しない)、 $K=0$ 及び $K=2$ の強度 (角速度 0 でも存在する) の比が K -混合の一つの指標になる。
- 図 36. ^{152}Dy の超変形回転バンドの上に形成される 回転系での乱雑位相近似二重伸延八重極強度関数。 3MeV 以下の解が求められている。上段が signature $r = -1$ のモードで、下段が $r = +1$ のモードである。角速度 0.3MeV 、変形度 $\delta_{osc}=0.56$ での計算。対相関ギャップは陽子、中性子とも 0 である。単位は、 b_0^6 である。
- 図 37. ^{152}Dy の超変形回転バンドの上に形成される 回転系での乱雑位相近似二重伸延八重極強度関数。 3MeV 以下の解が求められている。上段が signature $r = -1$ のモードで、下段が $r = +1$ のモードである。角速度 0.5MeV 、変形度 $\delta_{osc}=0.56$ での計算。対相関ギャップは陽子、中性子とも 0 である。単位は、 b_0^6 である。
- 図 38. ^{152}Dy の超変形回転バンドの上に形成される 回転系での乱雑位相近似二重伸延八重極強度関数。 3MeV 以下の解が求められている。上段が signature $r = -1$ のモードで、下段が $r = +1$ のモードである。角速度 0.7MeV 、変形度 $\delta_{osc}=0.56$ での計算。対相関ギャップは陽子、中性子とも 0 である。単位は、 b_0^6 である。
- 図 39. ^{192}Hg の有限角速度での回転系での 電氣的八重極強度関数。すなわち、 $|\langle n | \frac{1}{2}(1 - \tau_3) Q_{3K} | 0 \rangle|^2$ を描いたものである。左側が signature $r = +1$ のモードであり、右側が signature $r = -1$ のモードである。角速度は 0.05MeV 、変形度 $\delta_{osc}=0.44$ である。対相関ギャップは中性子に対しては 0.880MeV 、陽子に対しては 0.863MeV である。八重極強度の単位は、Weisskopf の単位である。
- 図 40. ^{192}Hg の有限角速度での回転系での電氣的八重極強度関数。左側が signature $r = +1$ のモードであり、右側が signature $r = -1$ のモードである。角速度は 0.10MeV 、変形度 $\delta_{osc}=0.44$ である。対相関ギャップは中性子に対しては 0.857MeV 、陽子に対しては 0.852MeV である。八重極強度の単位は、Weisskopf の単位である。
- 図 41. ^{192}Hg の有限角速度での回転系での電氣的八重極強度関数。左側が signature $r = +1$ のモードであり、右側が signature $r = -1$ のモードである。角速度は 0.15MeV 、変形度 $\delta_{osc}=0.44$ である。

る。対相関ギャップは中性子に対しては 0.808MeV 、陽子に対しては 0.830MeV である。八重極強度の単位は、Weisskopf の単位である。

図 42. ^{192}Hg の有限角速度での回転系での電氣的八重極強度関数。左側が signature $r = +1$ のモードであり、右側が signature $r = -1$ のモードである。角速度は 0.20MeV 、変形度 $\delta_{osc}=0.44$ である。対相関ギャップは中性子に対しては 0.743MeV 、陽子に対しては 0.799MeV である。八重極強度の単位は、Weisskopf の単位である。

図 43. ^{192}Hg の有限角速度での回転系での電氣的八重極強度関数。左側が signature $r = +1$ のモードであり、右側が signature $r = -1$ のモードである。角速度は 0.30MeV 、変形度 $\delta_{osc}=0.44$ である。対相関ギャップは中性子に対しては 0.392MeV 、陽子に対しては 0.675MeV である。八重極強度の単位は、Weisskopf の単位である。

図 44. ^{192}Hg の有限角速度での回転系での電氣的八重極強度関数。左側が signature $r = +1$ のモードであり、右側が signature $r = -1$ のモードである。角速度は 0.40MeV 、変形度 $\delta_{osc}=0.44$ である。対相関ギャップは陽子に対しては 0.396MeV であるが、中性子に対しては既に 0 となっている。八重極強度の単位は、Weisskopf の単位である。

図 45. 図 39-44 で描かれている励起状態の電氣的八重極強度を 足しあわせたもの。 3MeV 以下の励起状態すべての和である。左側が signature $r = +1$ のモードであり、右側が signature $r = -1$ のモードである。 a, b, c, d, e, f はそれぞれ角速度 $0.05, 0.10, 0.15, 0.20, 0.30, 0.40\text{MeV}$ での計算である。単位は Weisskopf の単位。

図 46. 図 39-44 で描かれている励起状態の二重伸延八重極 エネルギー強度を 足しあわせたもの。 3MeV 以下の励起状態すべての和である。左側が signature $r = +1$ のモードであり、右側が signature $r = -1$ のモードである。 a, b, c, d, e, f はそれぞれ角速度 $0.05, 0.10, 0.15, 0.20, 0.30, 0.40\text{MeV}$ での計算である。単位は b_0^6 。

TABLE CAPTIONS

表 1. 調和振動子模型で、八重極演算子によって励起される粒子空孔励起の持つエネルギー。各々のモードで、上の段は一般的な場合で、下の段は 2:1 変形している場合。 ω_{\perp}, ω_z は調和振動子模型の対称軸に垂直な軸方向及び対称軸方向の振動数である。

表 2. ^{152}Dy の二つの $K=0$ 低励起八重極振動状態から基底状態への電氣的遷移の性質。電氣的八重極遷移強度 $B(E3)$ 及び電氣的雙極子遷移強度 $B(E1)$ は各々の Weisskopf の単位である。電氣的八重極遷移確率 $T(E3)$ 及び電氣的雙極子遷移確率 $T(E1)$ は秒分の 1 の単位である。

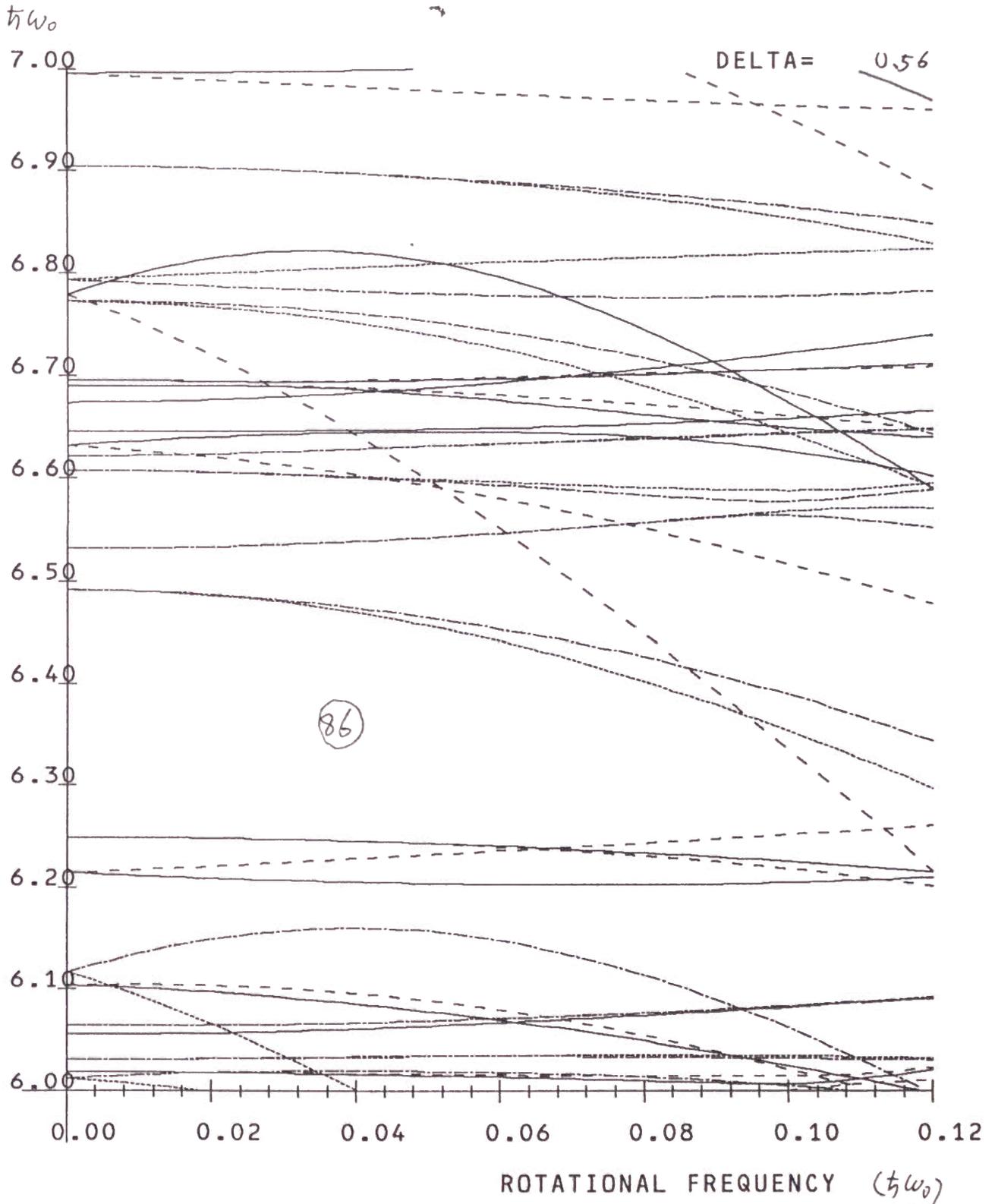
mode	Excitation Energy			
K=0	ω_z	$2\omega_{\perp} - \omega_z$	$\omega_{\perp} + \omega_z$	$2\omega_{\perp} + \omega_z$
	ω_z	$3\omega_z$		$5\omega_z$
K=1	$\omega_{\perp} - 2\omega_z$	ω_{\perp}	$\omega_{\perp} + 2\omega_z$	$3\omega_{\perp}$
	0	$2\omega_z$	$4\omega_z$	$6\omega_z$
K=2	ω_z	$\omega_{\perp} + \omega_z$	$2\omega_{\perp} + \omega_z$	
	ω_z	$3\omega_z$	$5\omega_z$	
K=3	ω_{\perp}	$3\omega_{\perp}$		
	$2\omega_z$	$6\omega_z$		

表 1

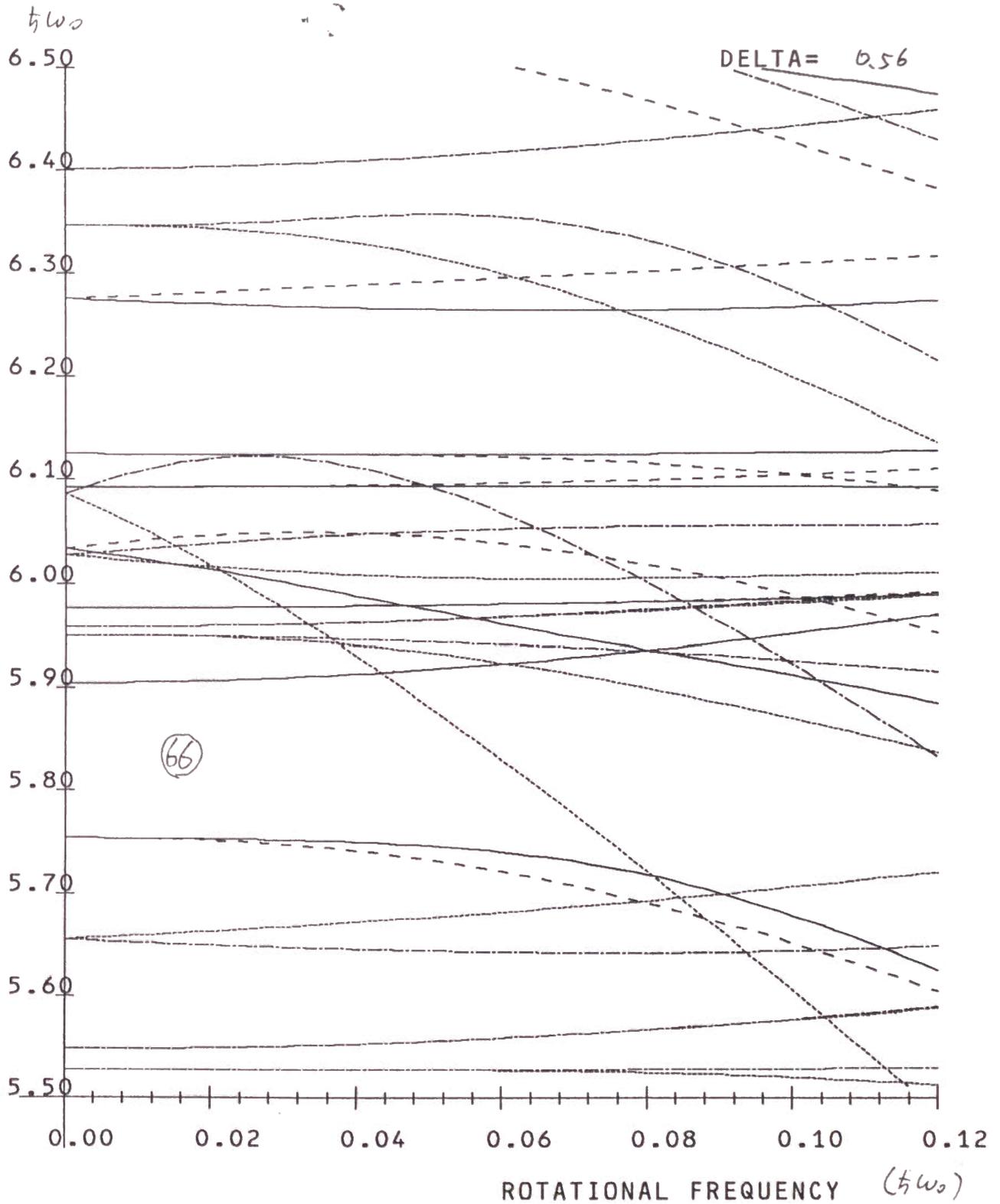
energy (MeV)	$\frac{B(E1)}{B(E1)_{sp}}$	T(E1) (/sec)	$\frac{B(E3)}{B(E3)_{sp}}$	T(E3) (/sec)
1.330	1.547×10^{-3}	1.060×10^{13}	91.15	5.243×10^8
1.895	3.674×10^{-4}	7.284×10^{12}	237.6	6.809×10^9

表 2

SINGLE PARTICLE ROUTHIAN



SINGLE PARTICLE ROUTHIAN



SINGLE PARTICLE ROUTHIAN

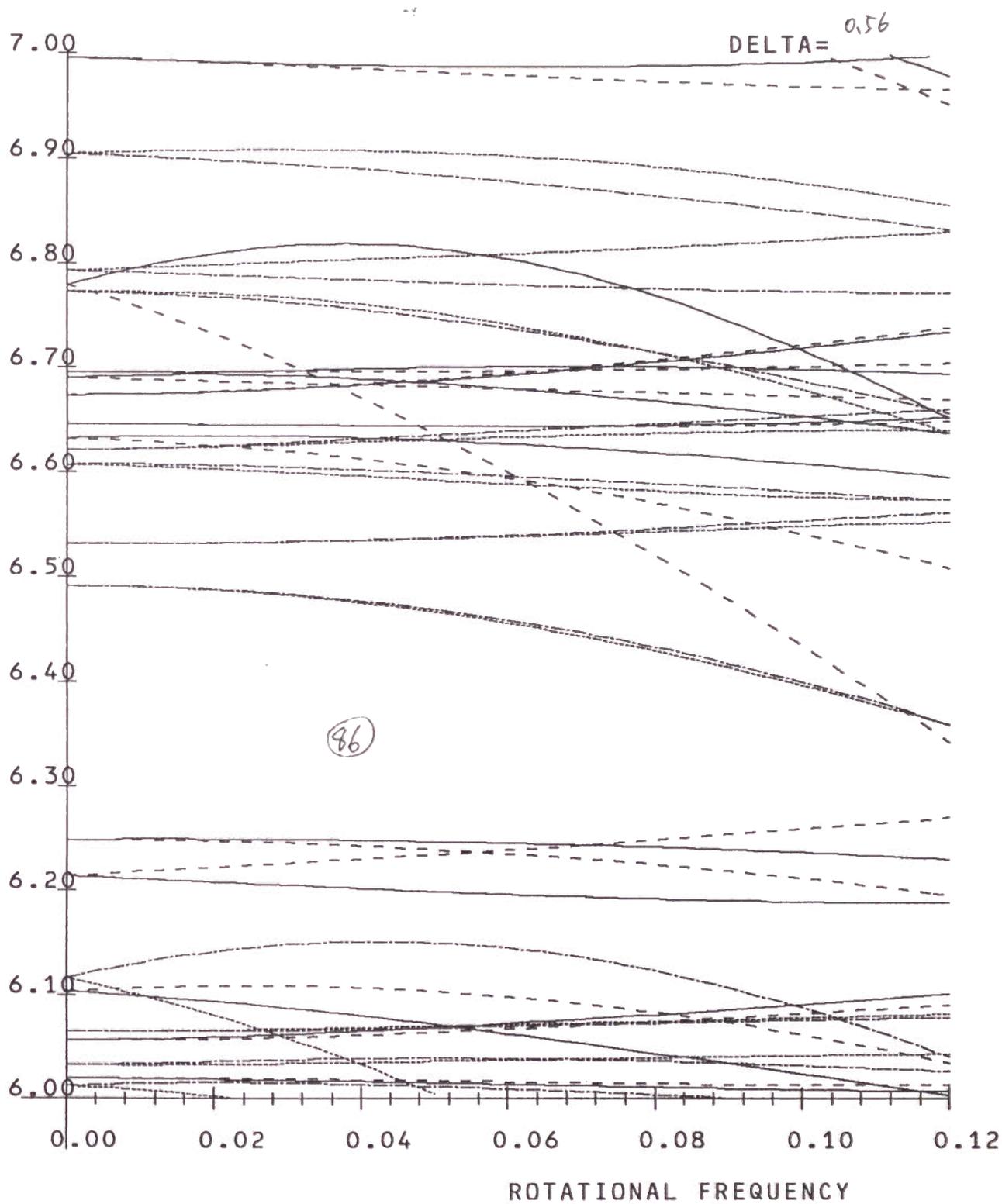
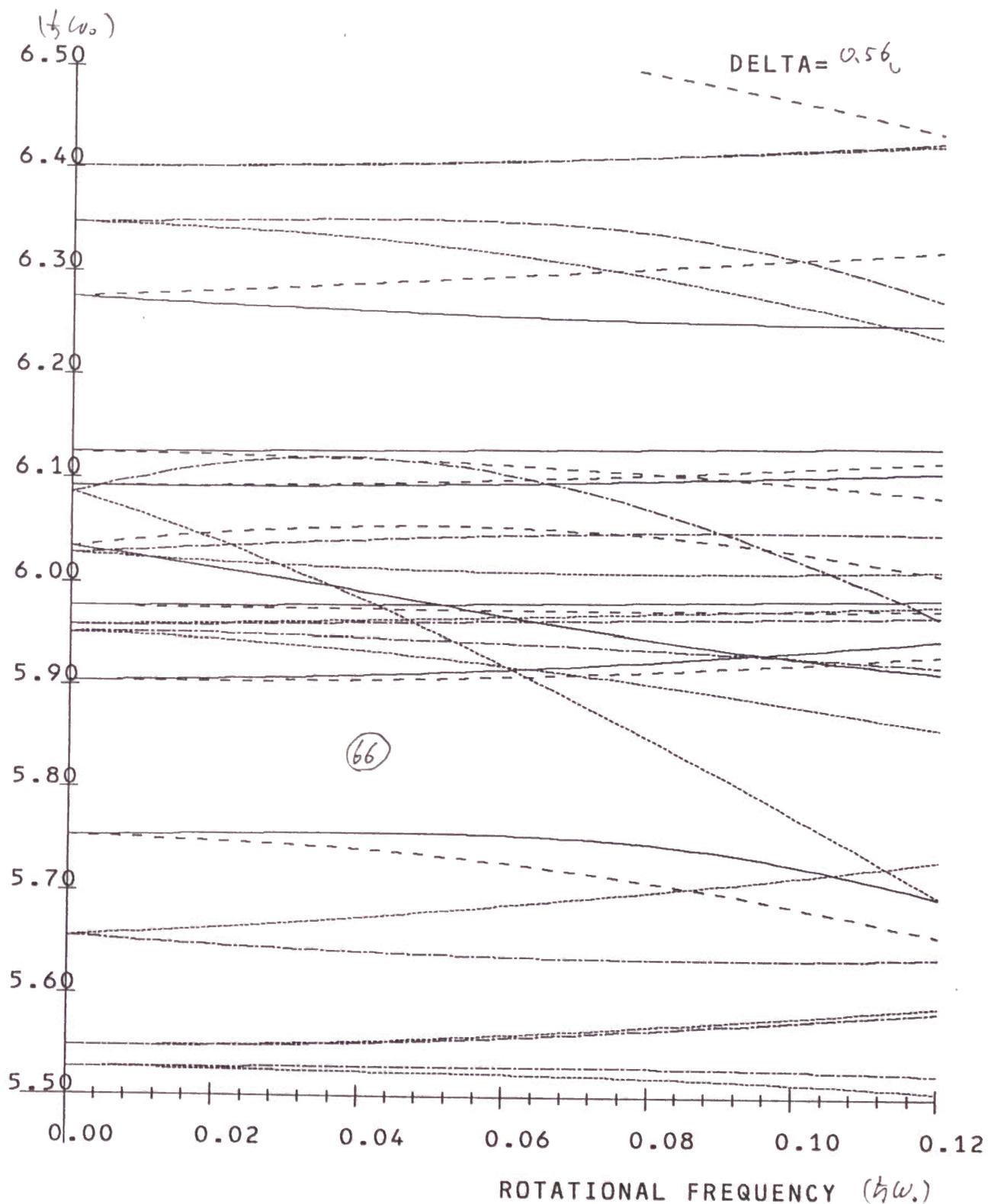


图 3

SINGLE PARTICLE ROUTHIAN



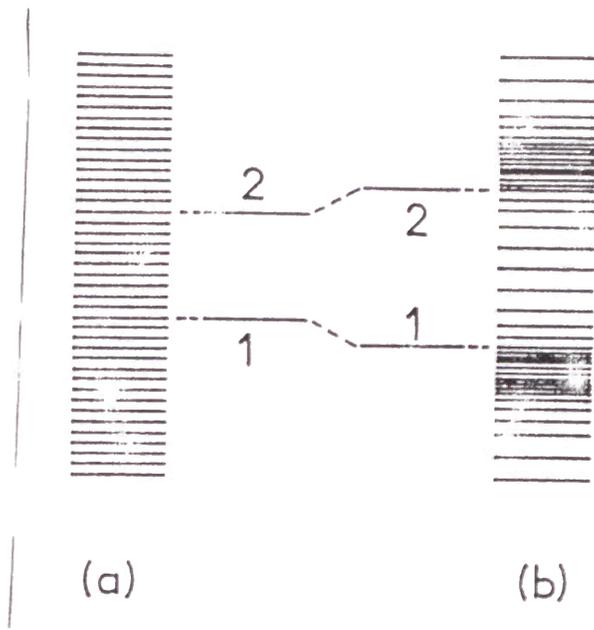


图 5

Schematic figure for the relation between the energy in rotating frame and in laboratory frame

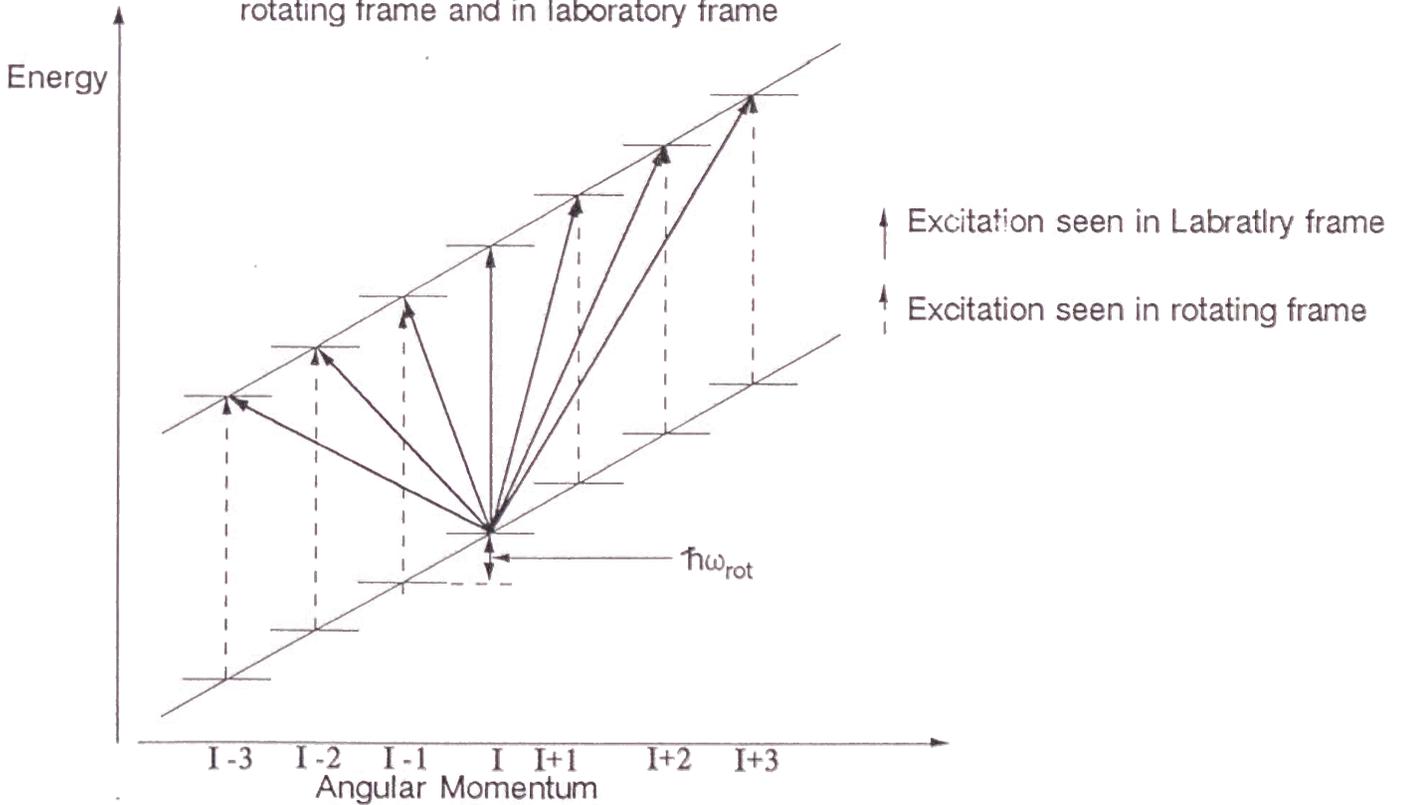
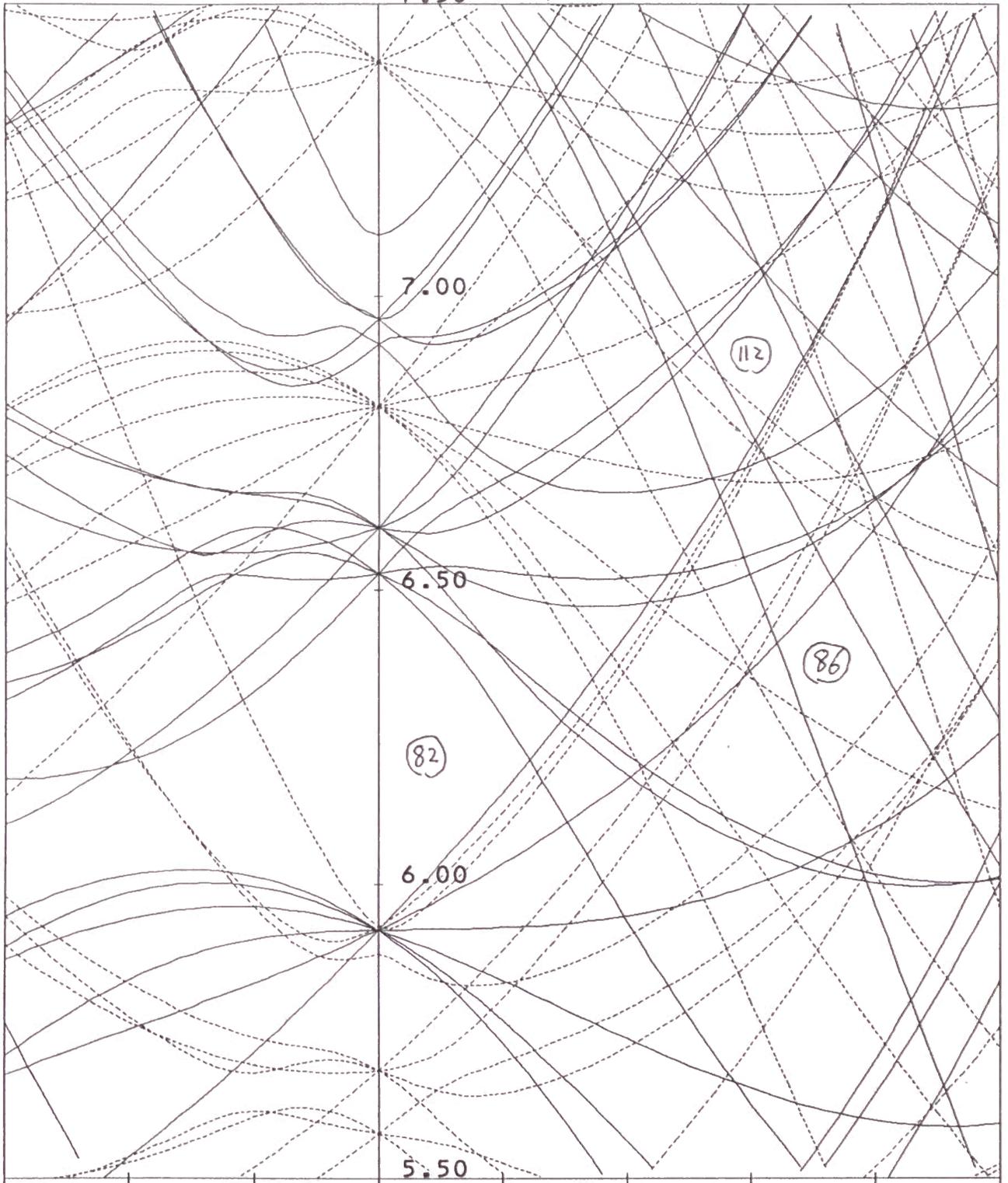


图 6

NILSSON DIAGRAM FOR NEUTRON

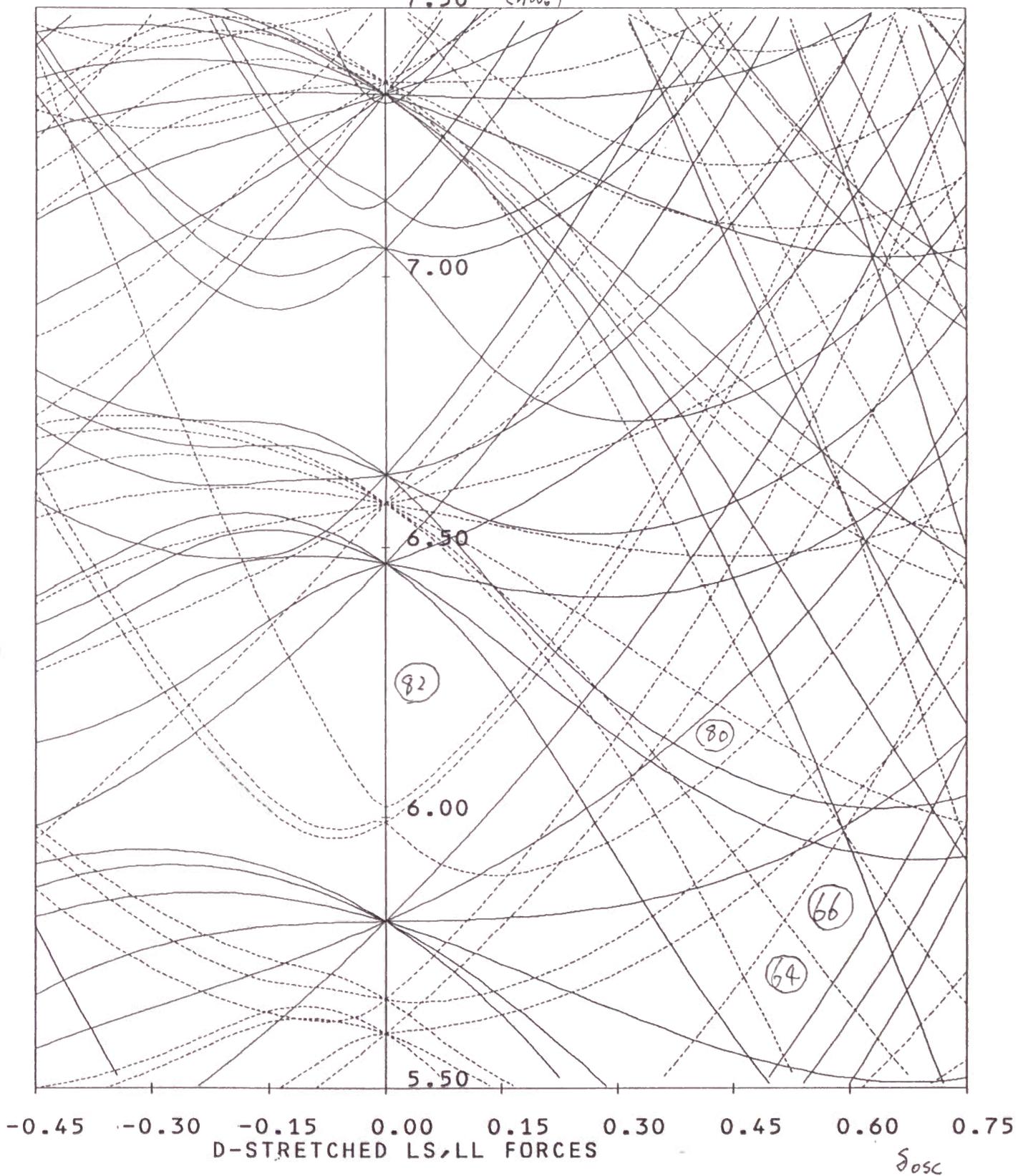
7.50 ($\frac{1}{2}W_0$)



-0.45 -0.30 -0.15 0.00 0.15 0.30 0.45 0.60 0.75
D-STRETCHED LS, LL FORCES δ_{osc}

7

NILSSON DIAGRAM FOR PROTON
7.50 ($\hbar\omega_0$)



$h\omega_0$ Potential Energy for ^{152}Dy at $\omega_{\text{rot}}=0.0$

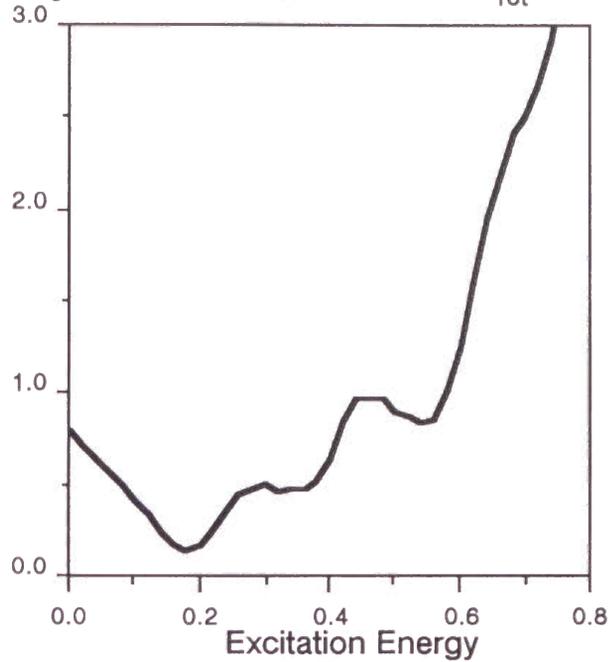


图 9

$h\omega_0$ Potential Energy for ^{150}Gd at $\omega_{\text{rot}}=0.0$

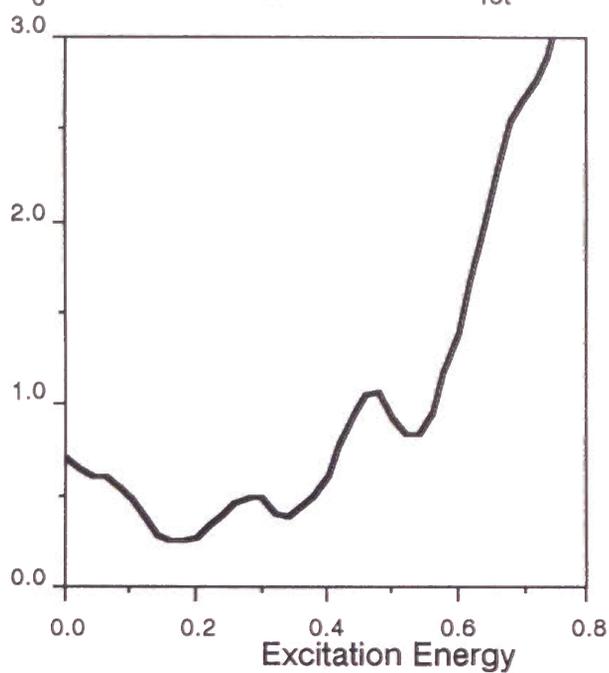


图 11

$h\omega_0$ Total Routhian for ^{152}Dy at $\omega_{\text{rot}}=0.7$

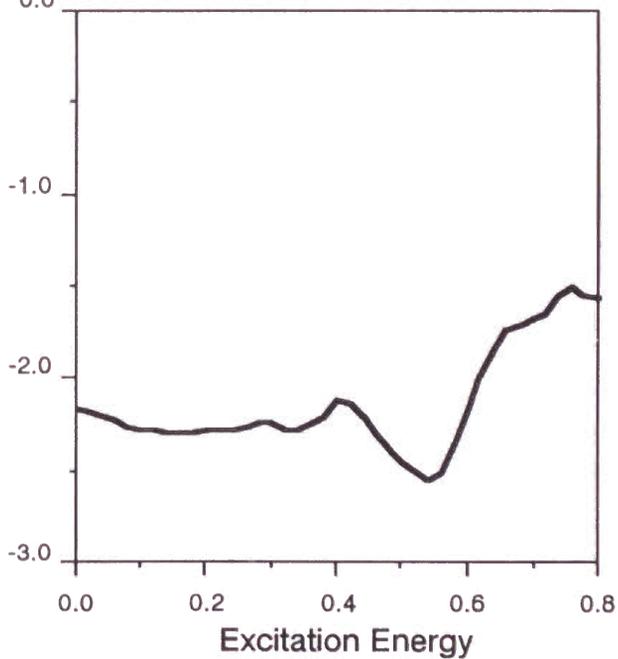


图 10

Potential Energy for ^{192}Hg at $\omega_{\text{rot}}=0.0$

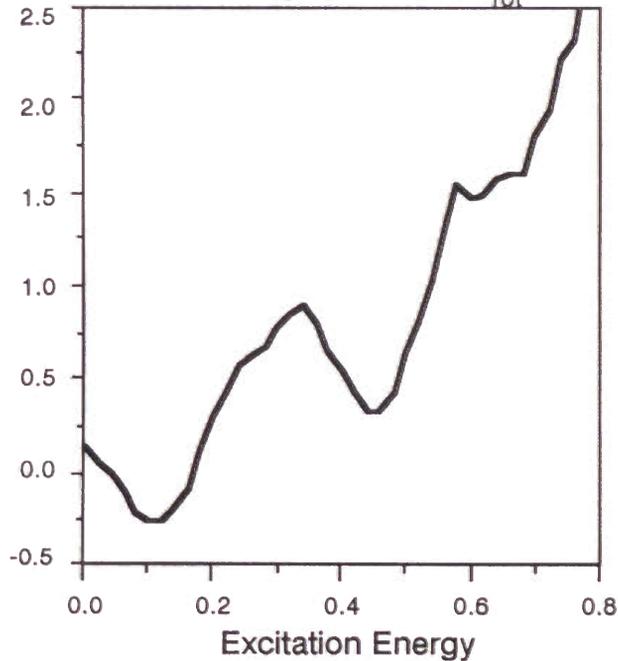
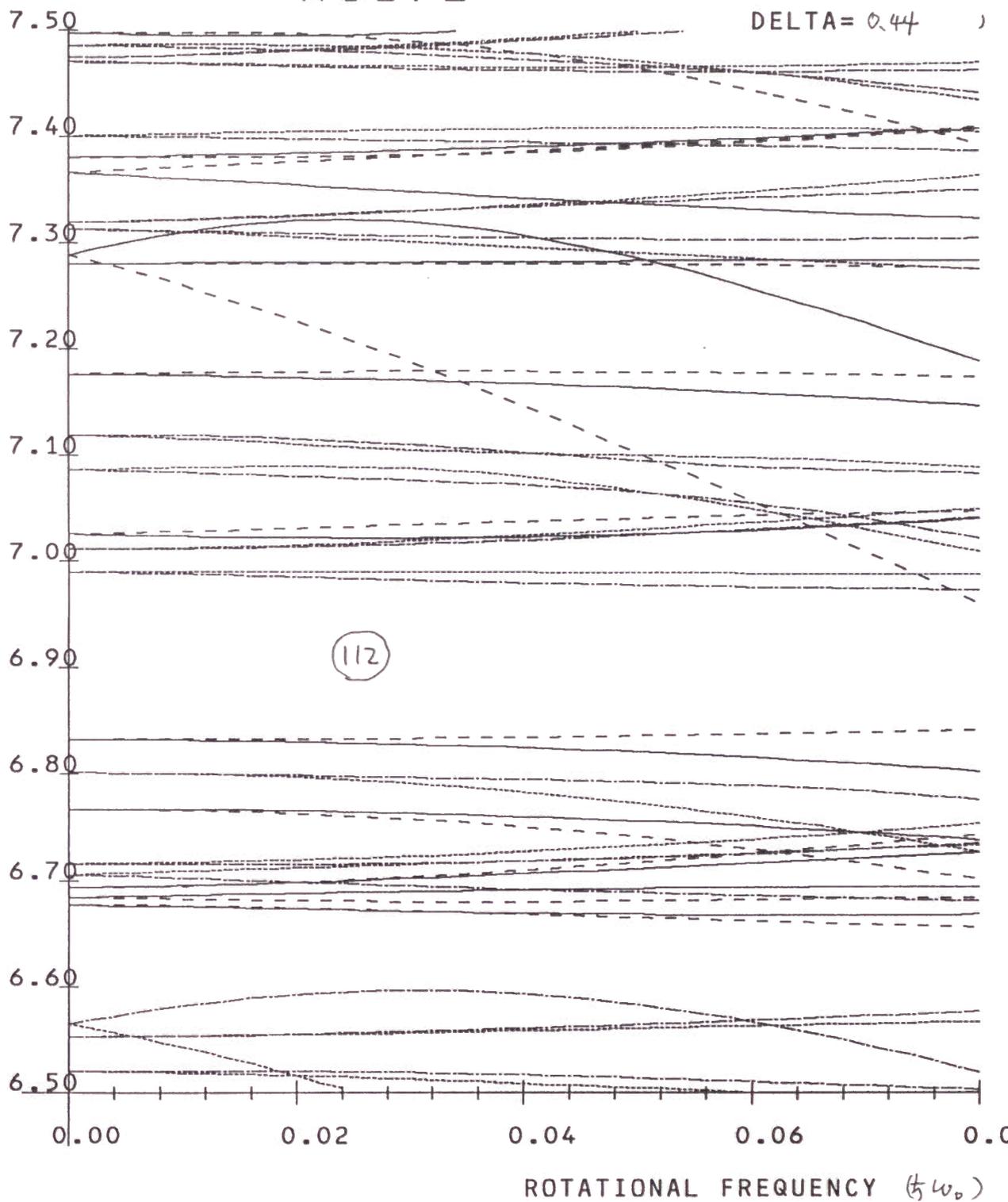


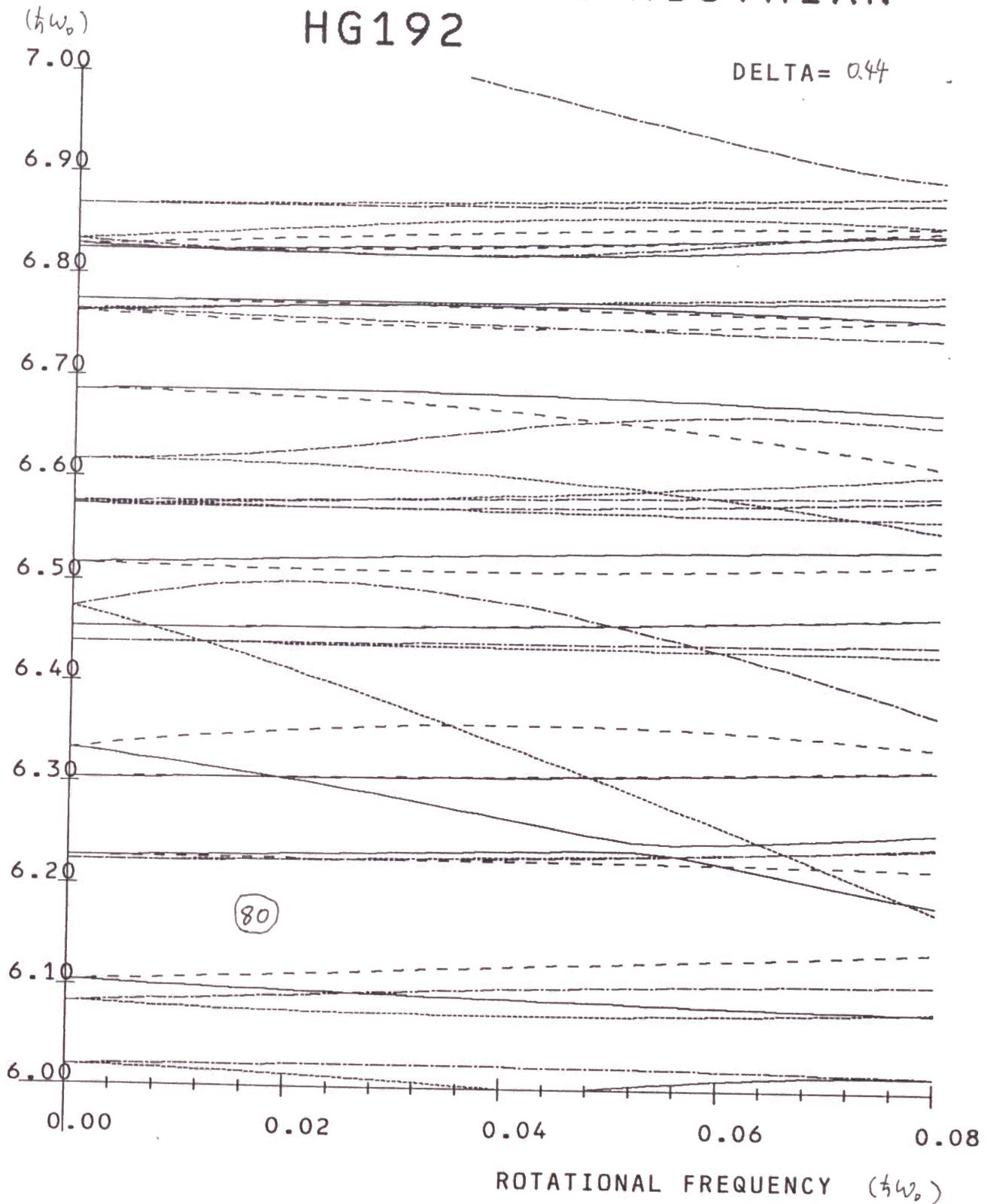
图 12

$\frac{1}{2}\omega_0$

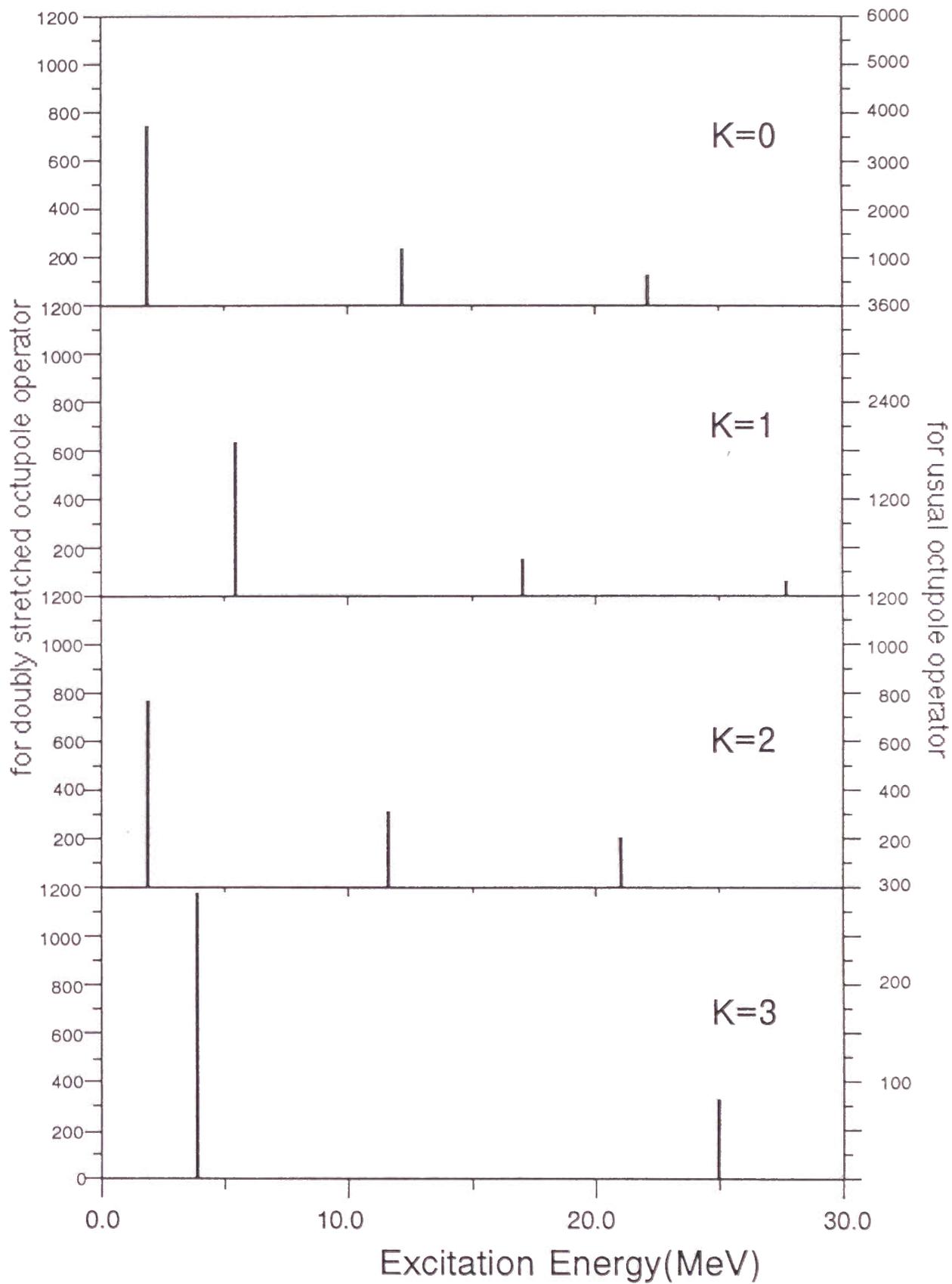
SINGLE PARTICLE ROUTHIAN HG192



SINGLE PARTICLE ROUTHIAN HG192

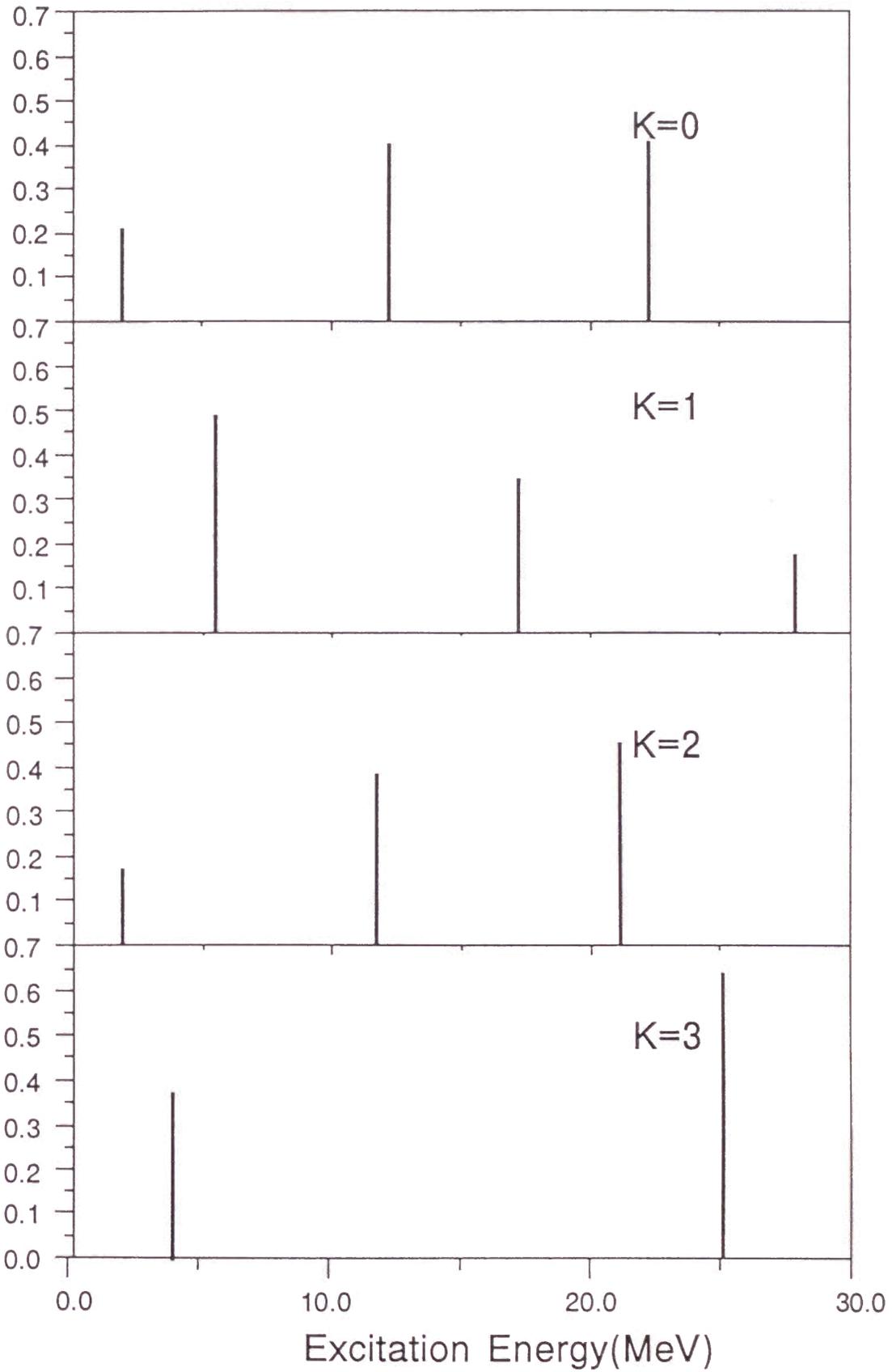


b_0^6 RPA octupole strength function b_0^6



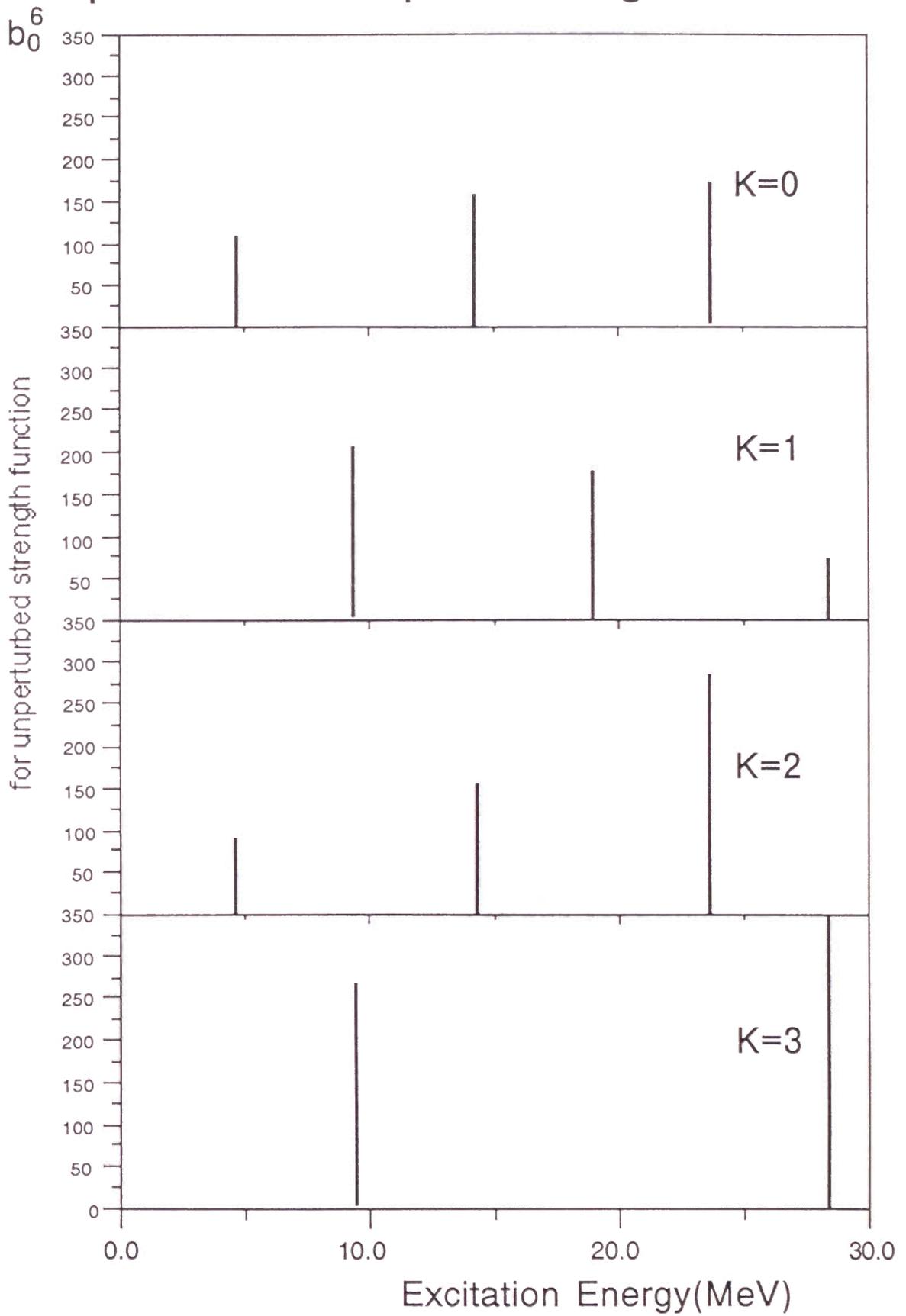
(2) 15 a)

Fraction of energy weighted sum rule



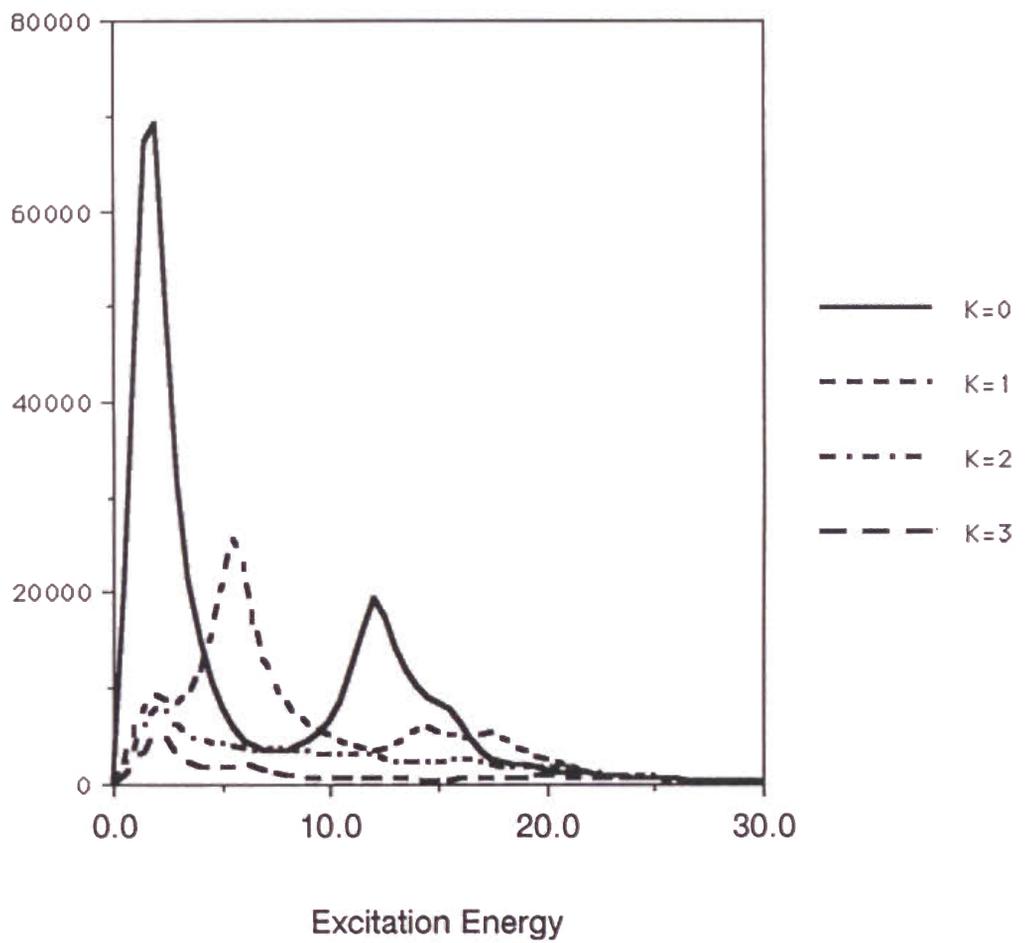
14 (5 b)

unperturbed octupole strength function



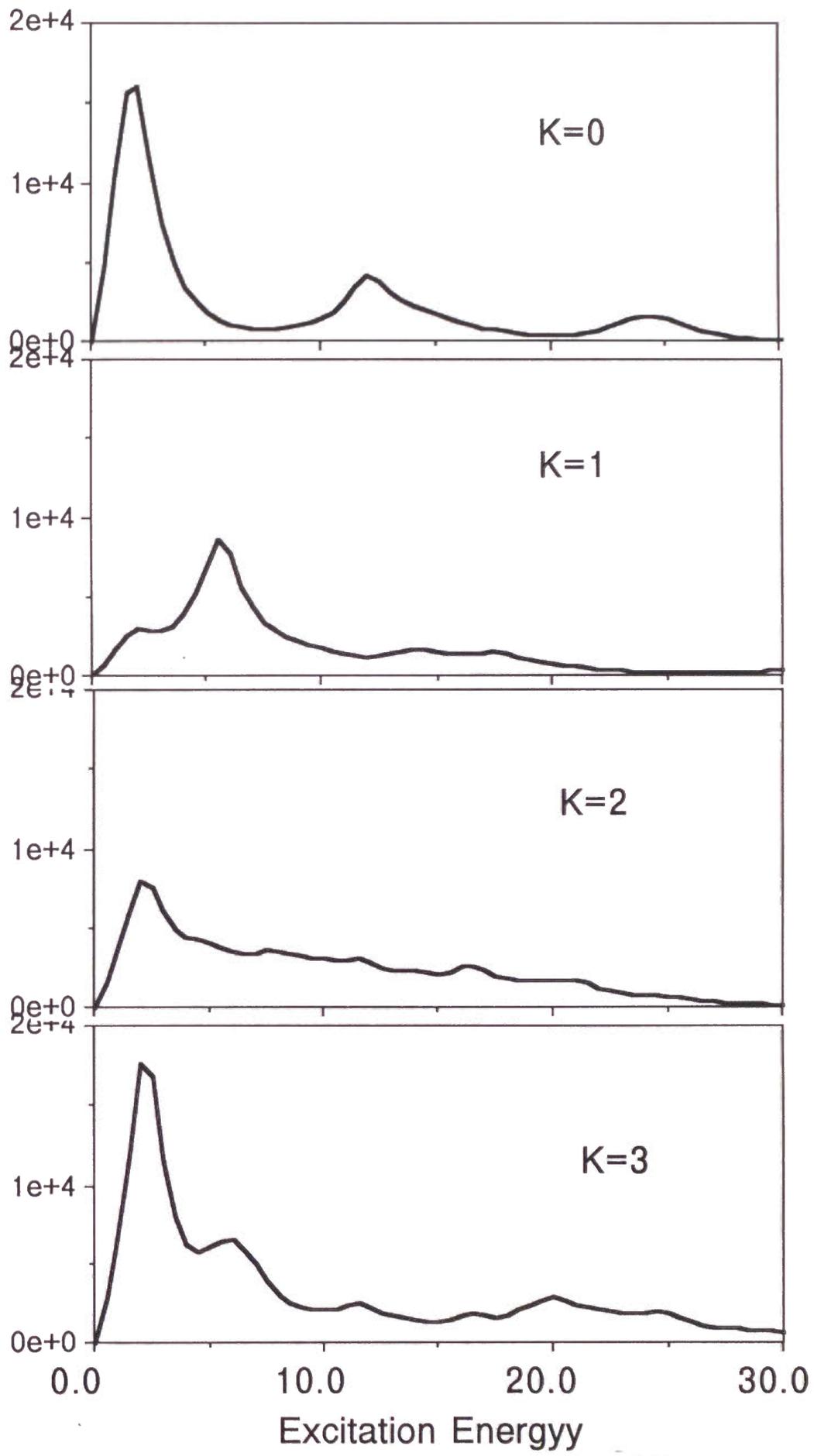
15. c)

Octupole Strength Function

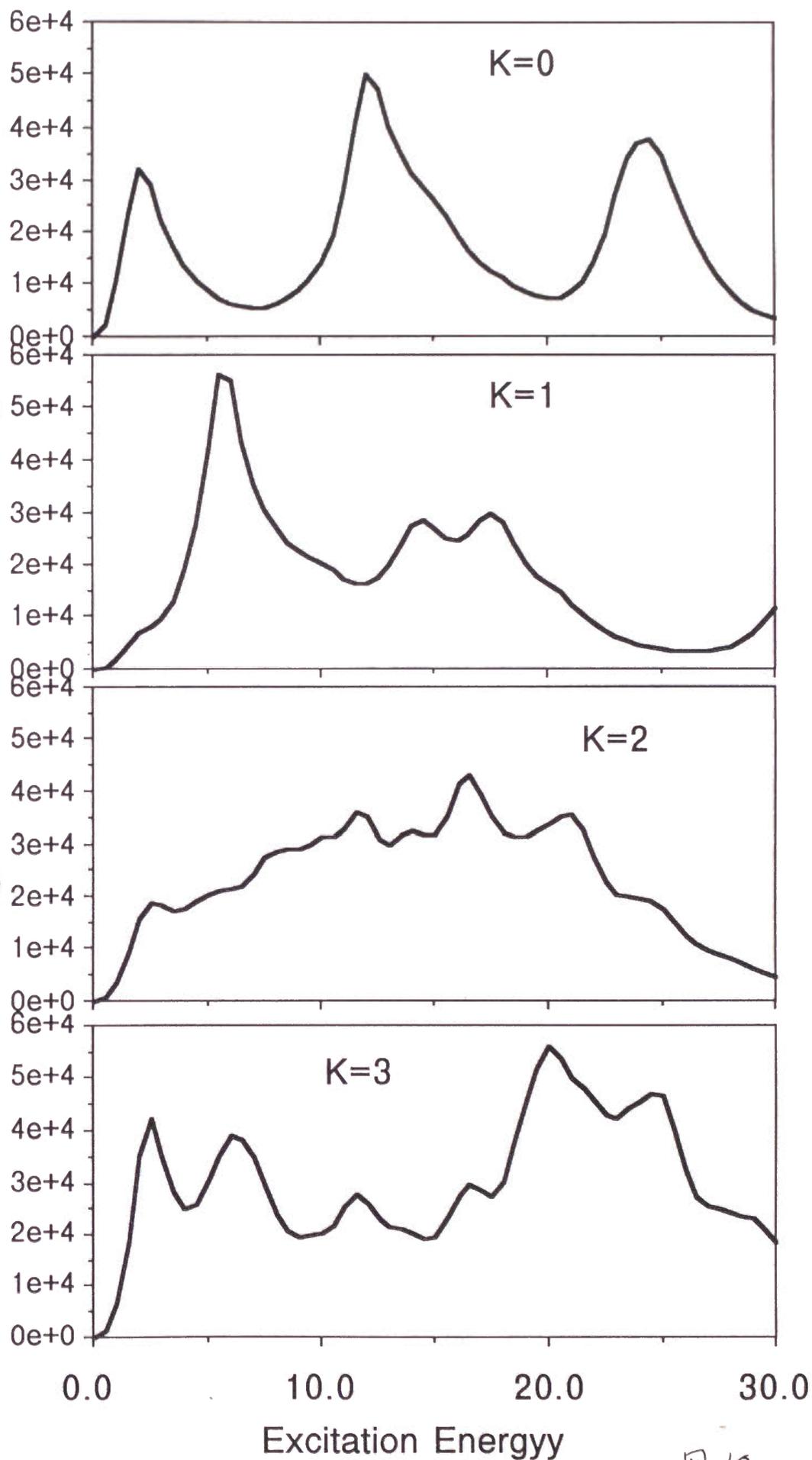


16

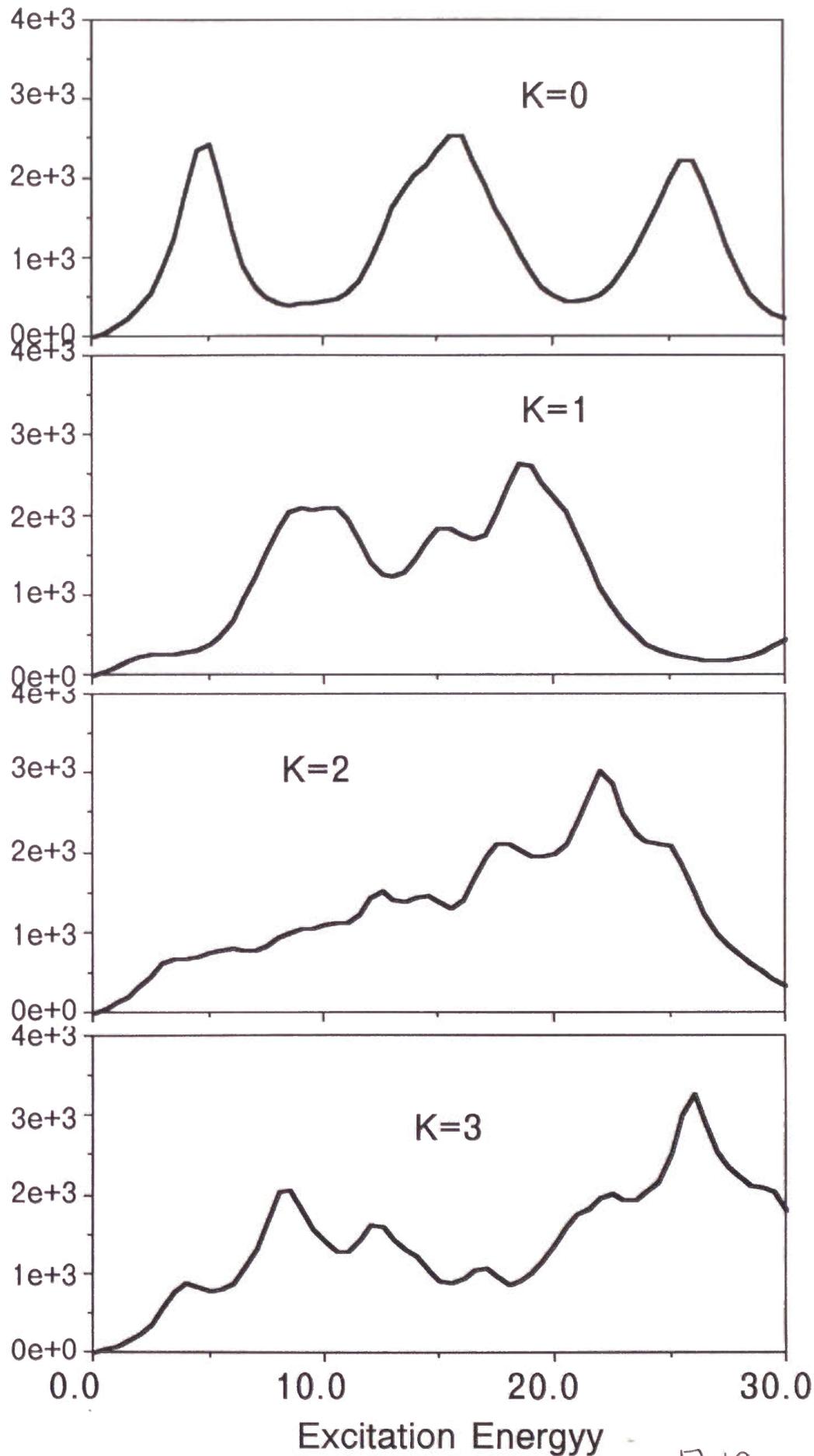
$\frac{b_0^6}{\hbar\omega_0\pi}$ RPA strength function
for doubly stretched octupole operators

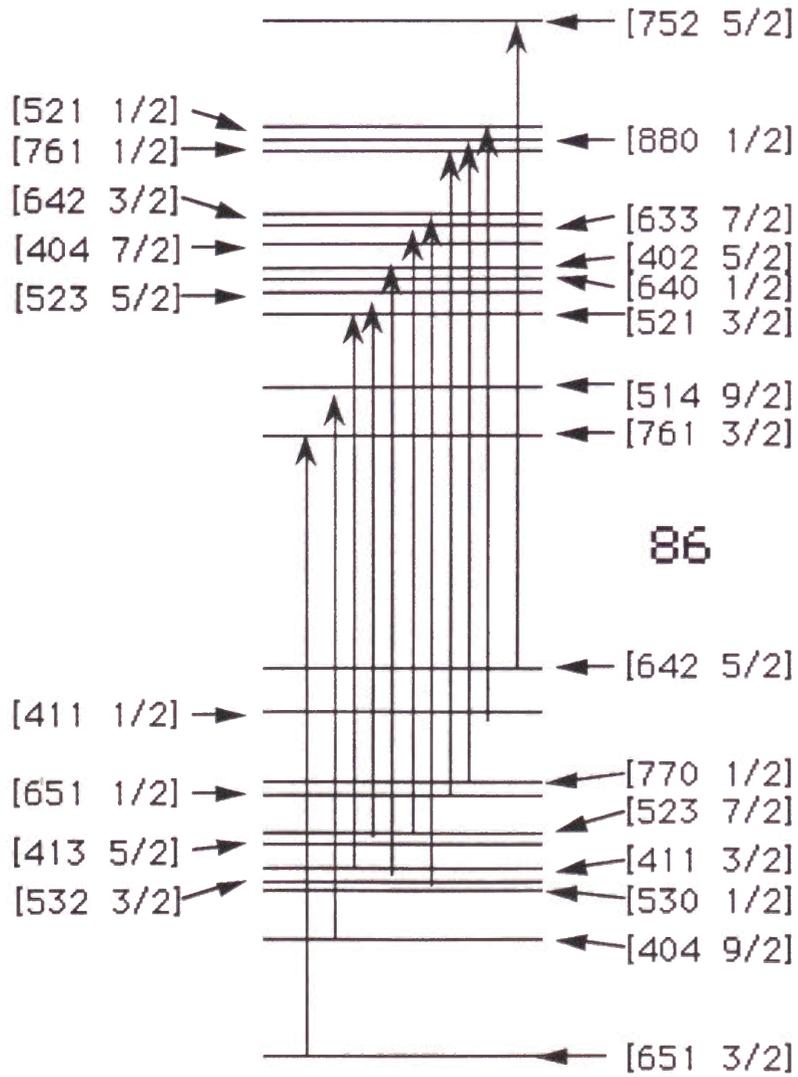


$\frac{b_0^6}{\pi}$ Energy weighted RPA strength function
for doubly stretched octupole operators

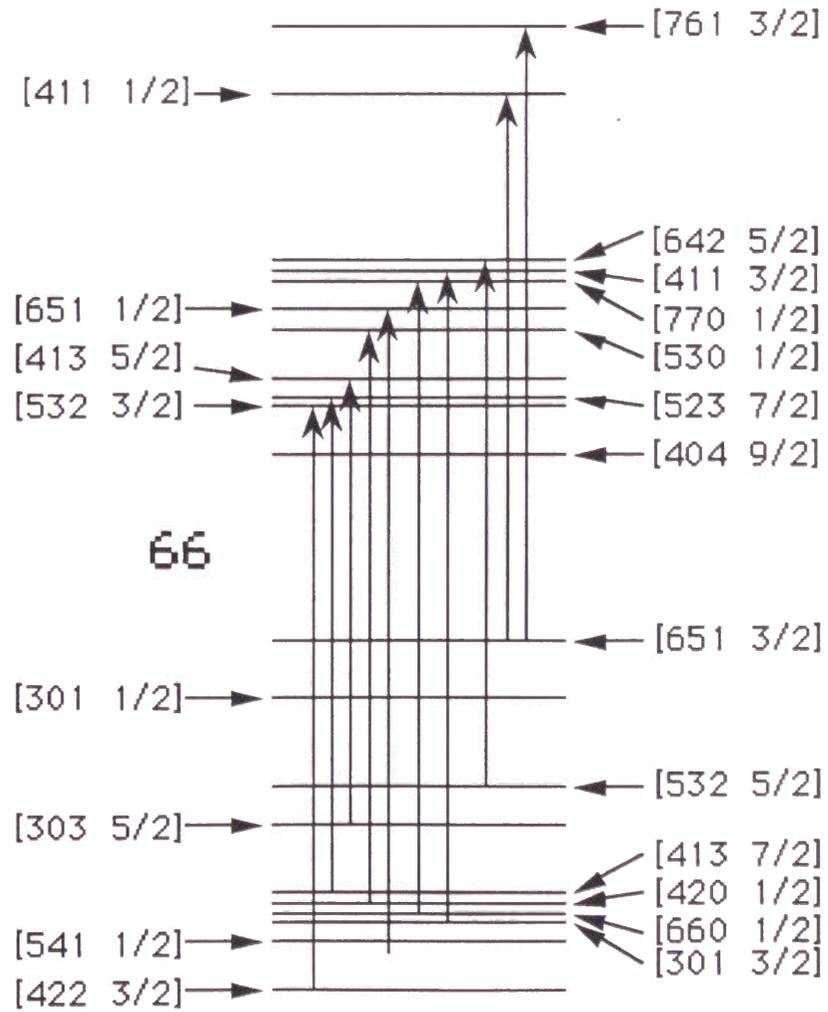


$\frac{b_0^6}{\hbar\omega_0\pi}$ Unperturbed strength function
for doubly stretched octupole operators





Neutron shell structure

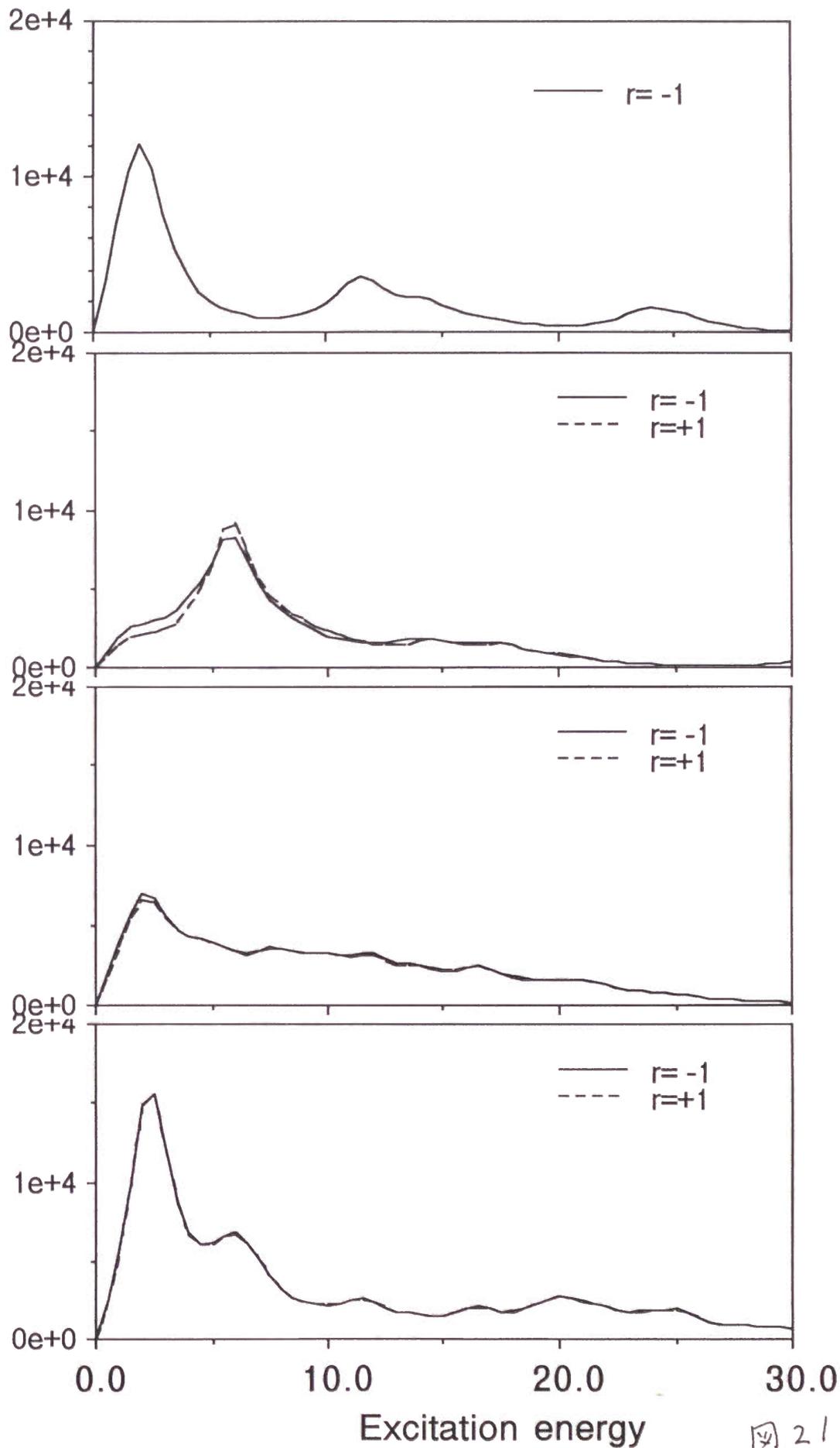


Proton shell structure

[$Nn\Delta \Omega$]

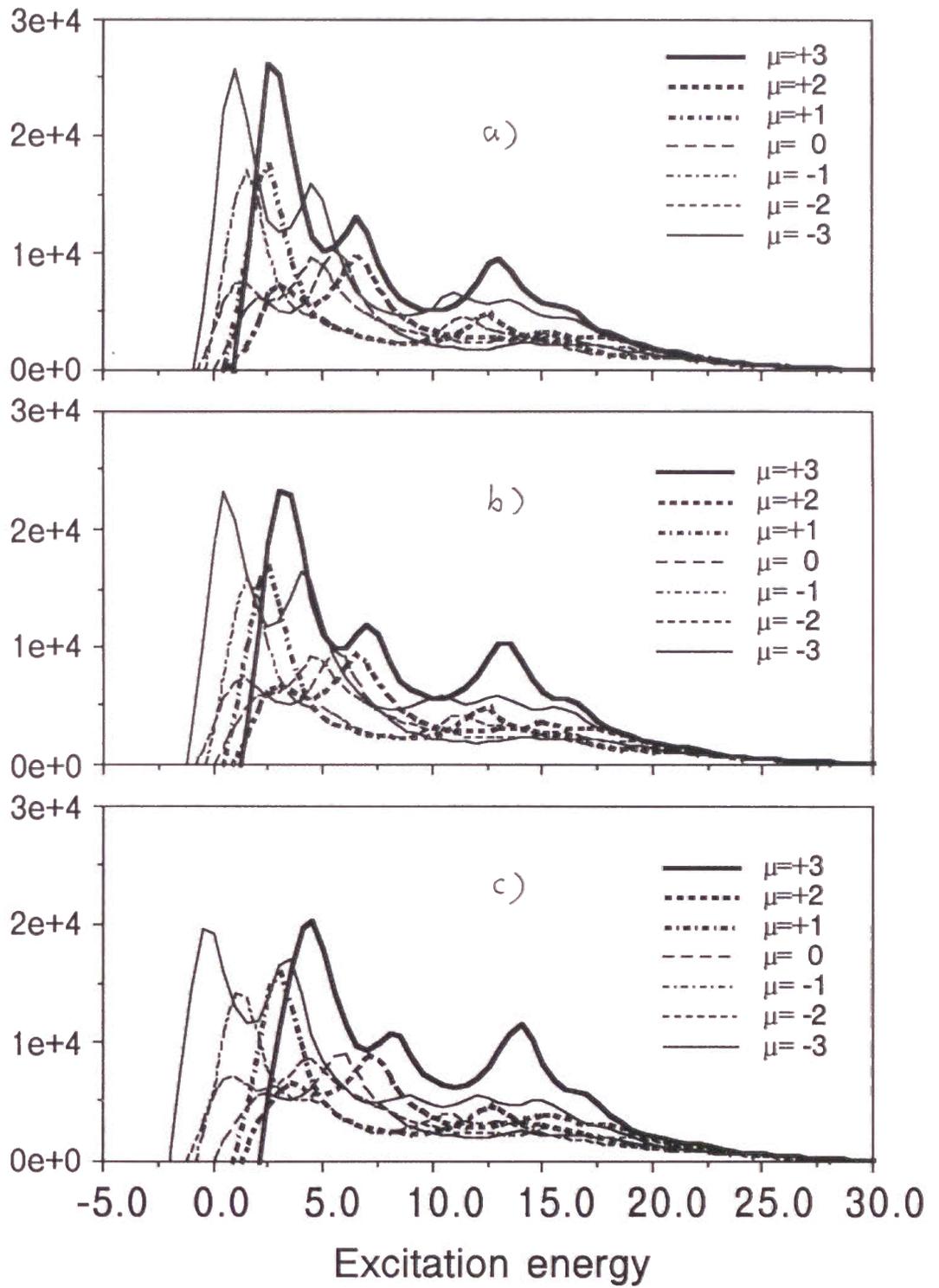
$$\frac{b_0^6}{\hbar\omega_0\pi}$$

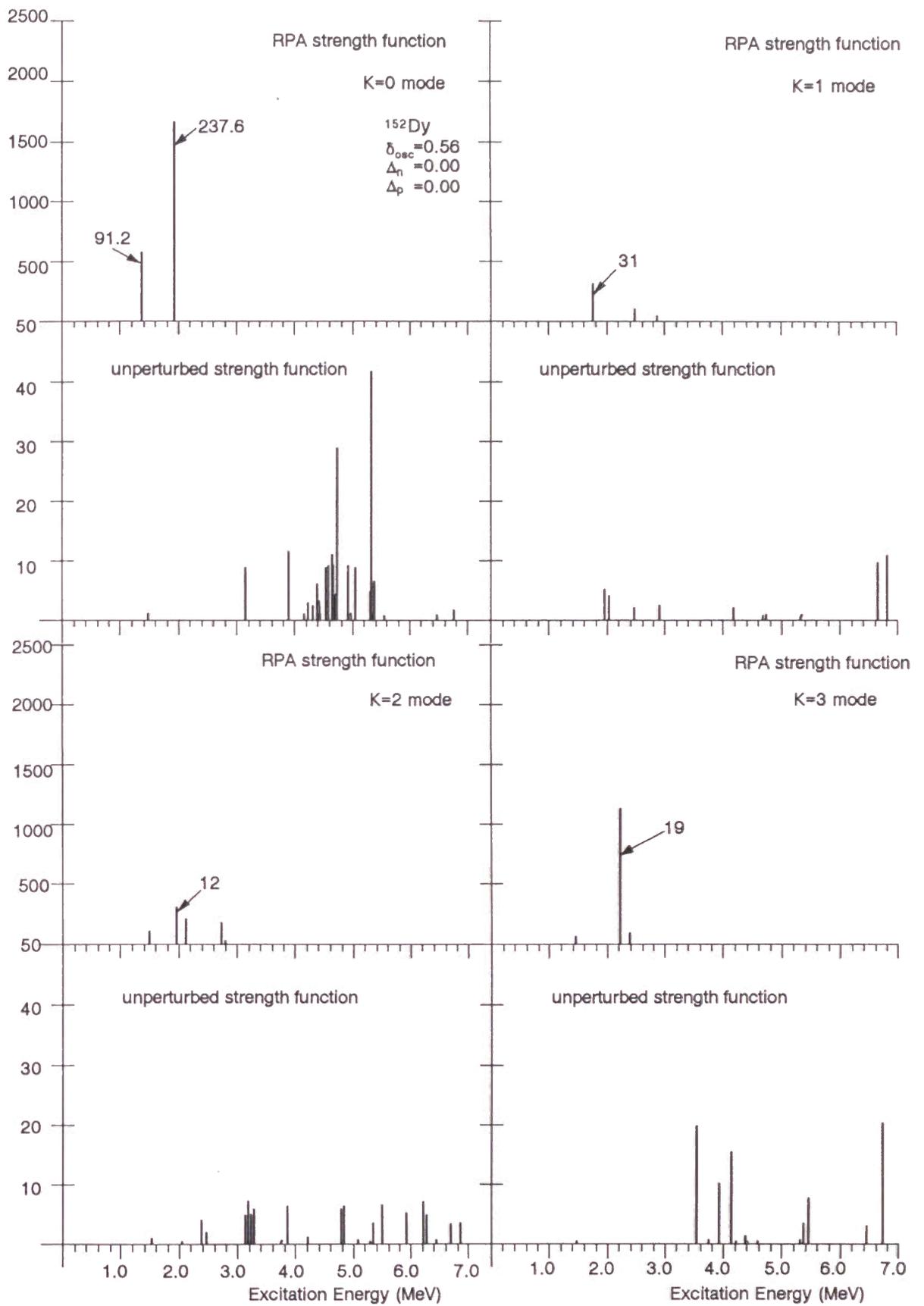
RPA strength function in rotating system for doubly stretched octupole operators

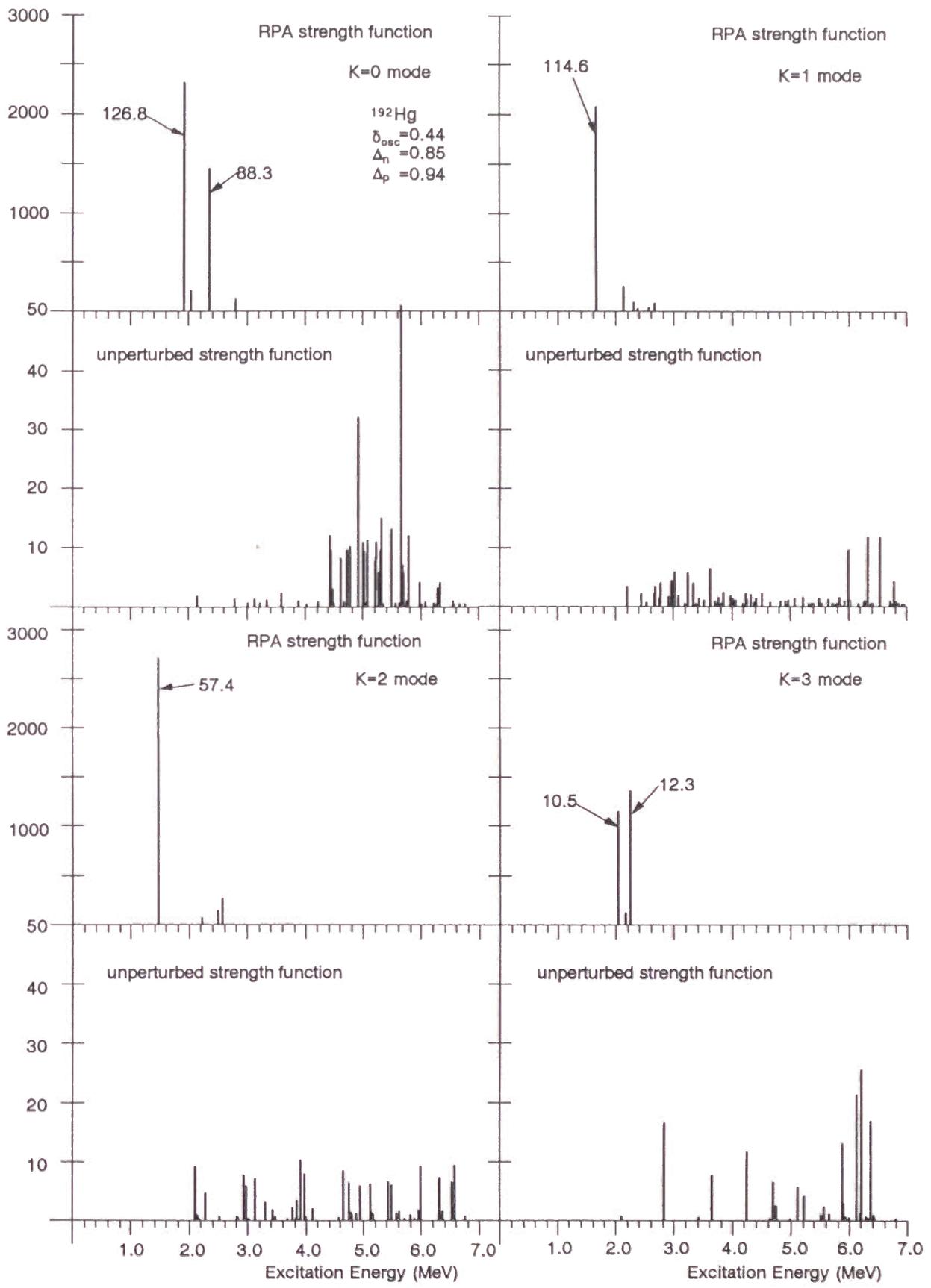


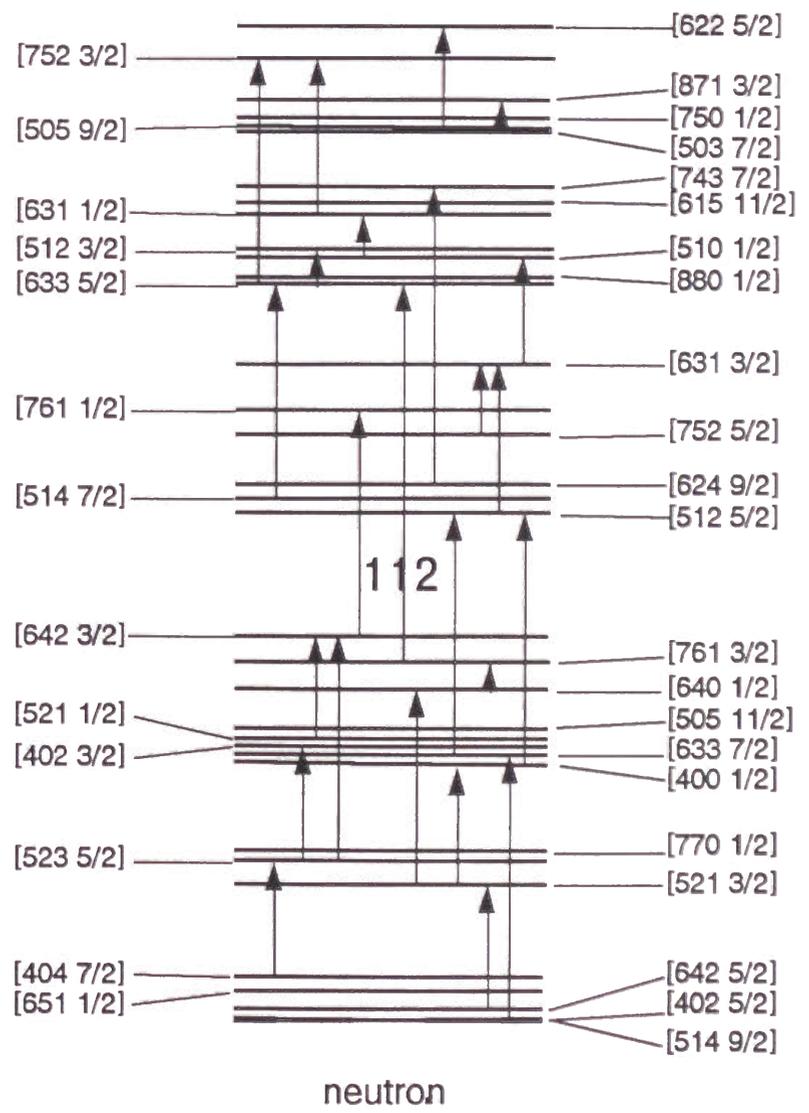
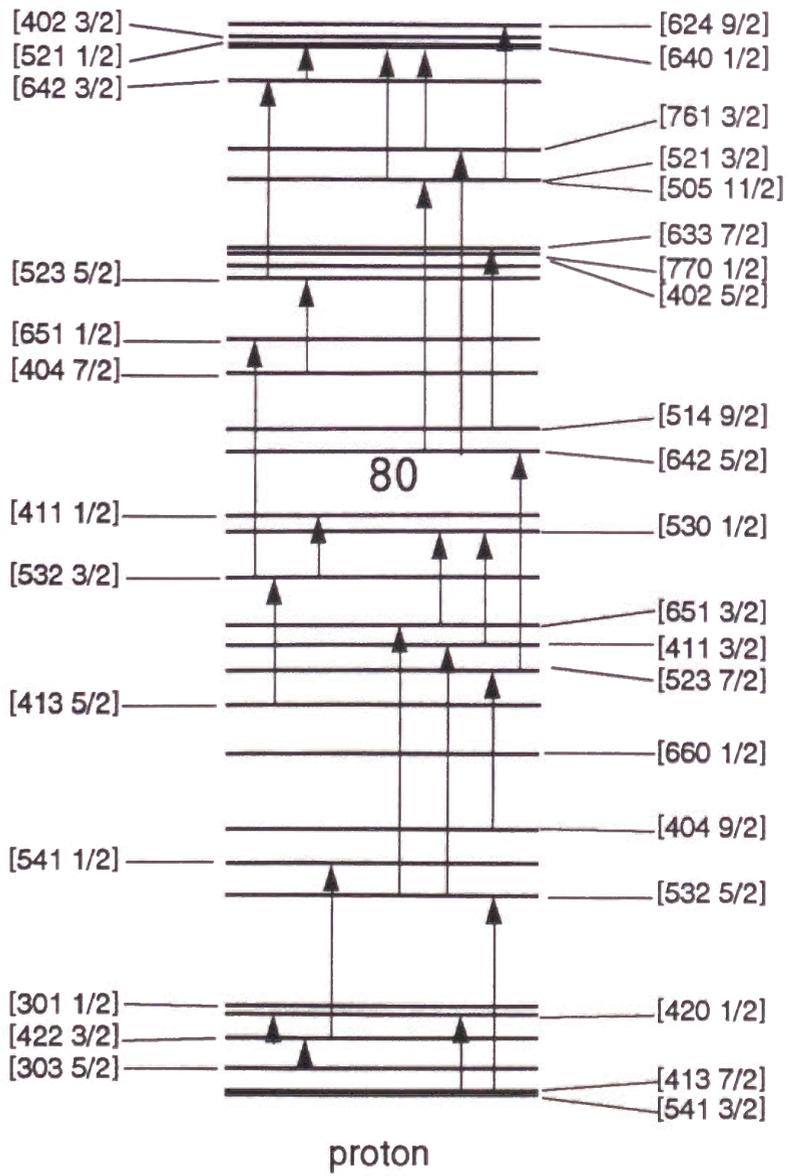
$$\frac{b_0^6}{\hbar\omega_0\pi}$$

RPA strength function in lablatory frame for x-axis quantized operator









[Nn₃Λ Ω]

level structure around the Fermi surface of ^{192}Hg

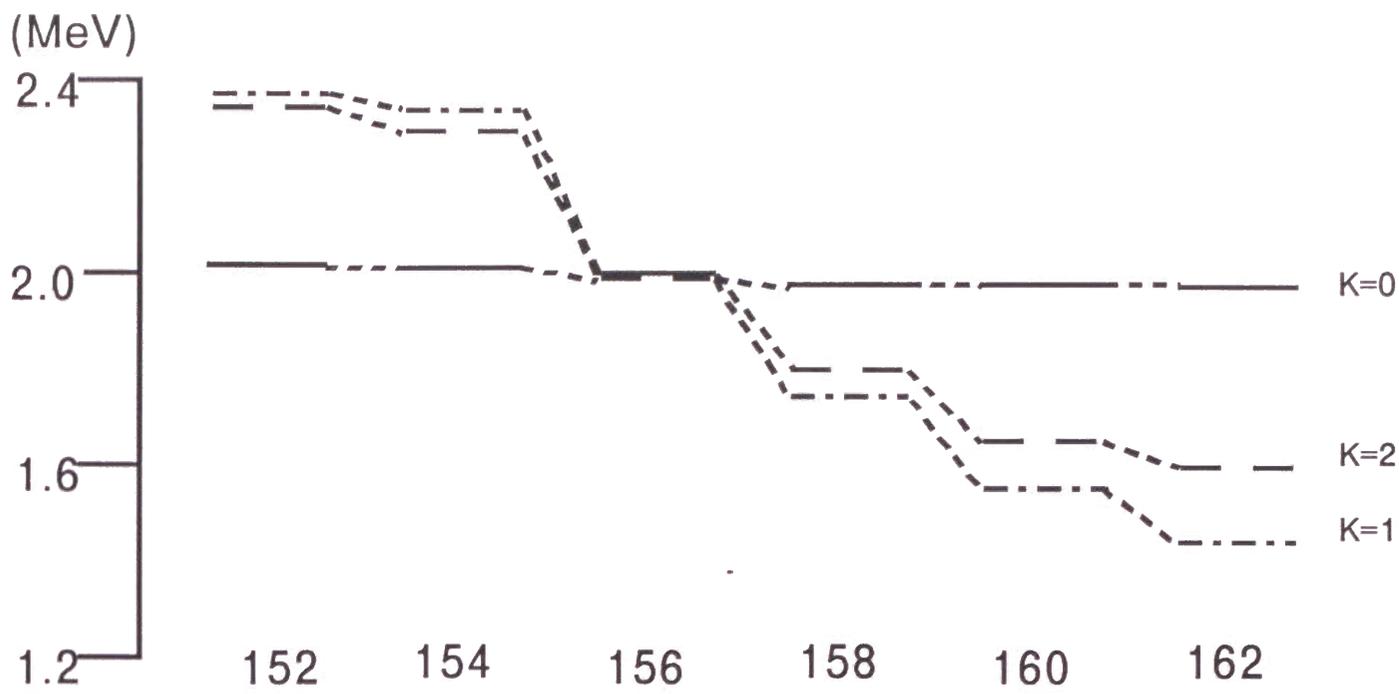


图 26

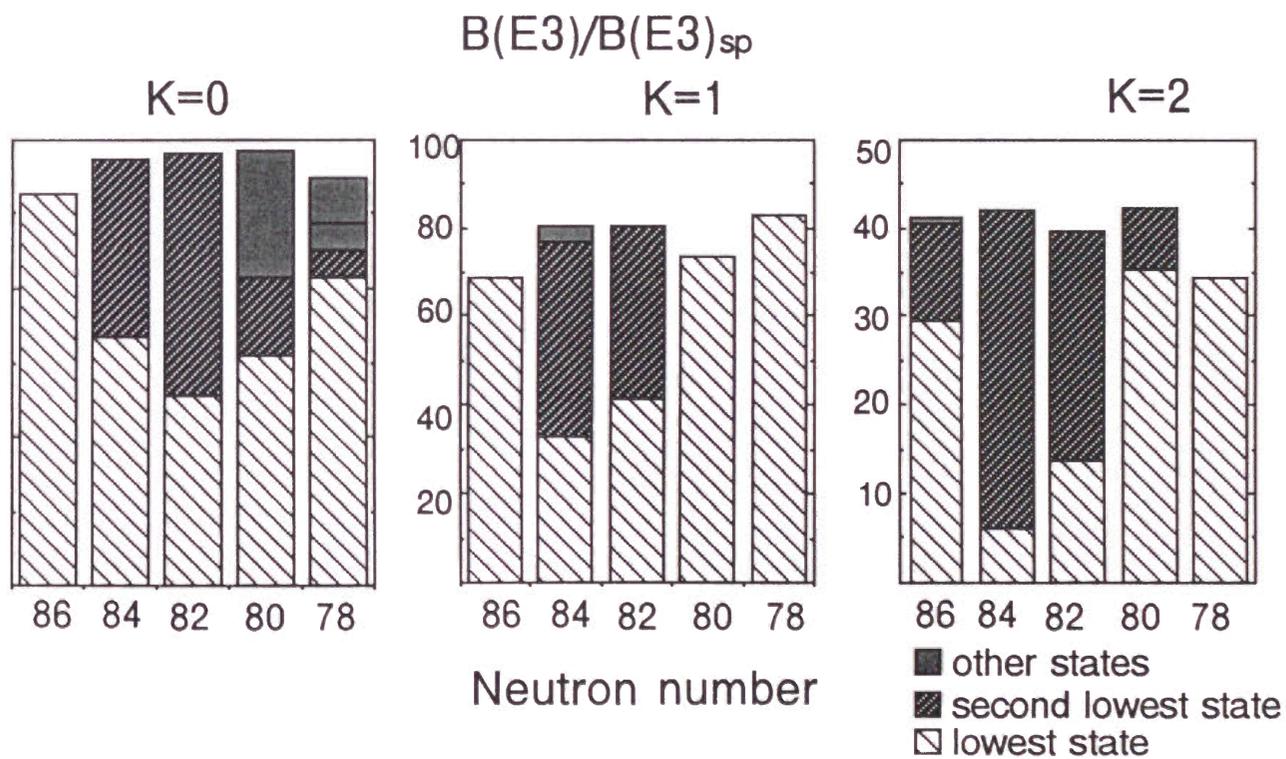
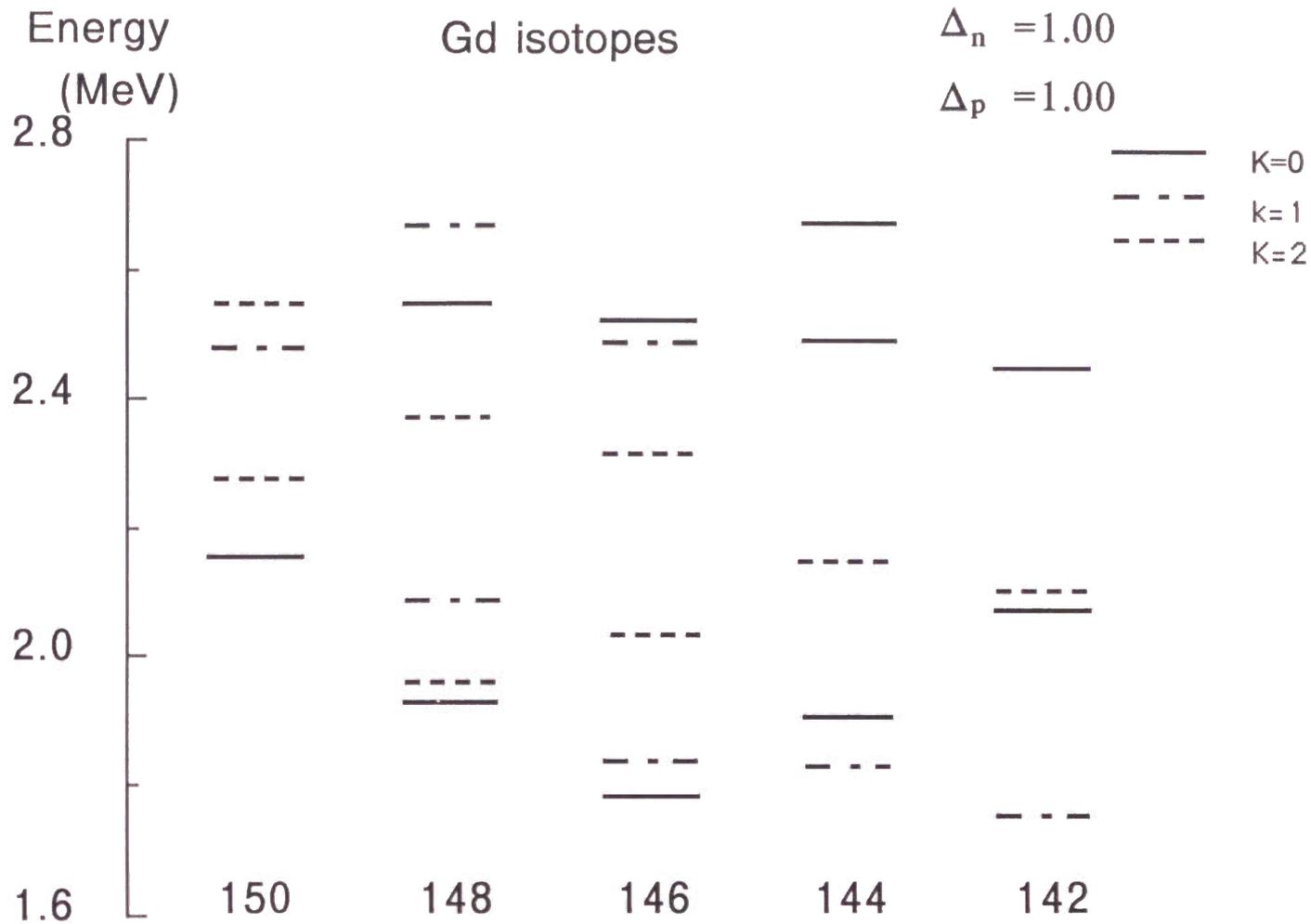
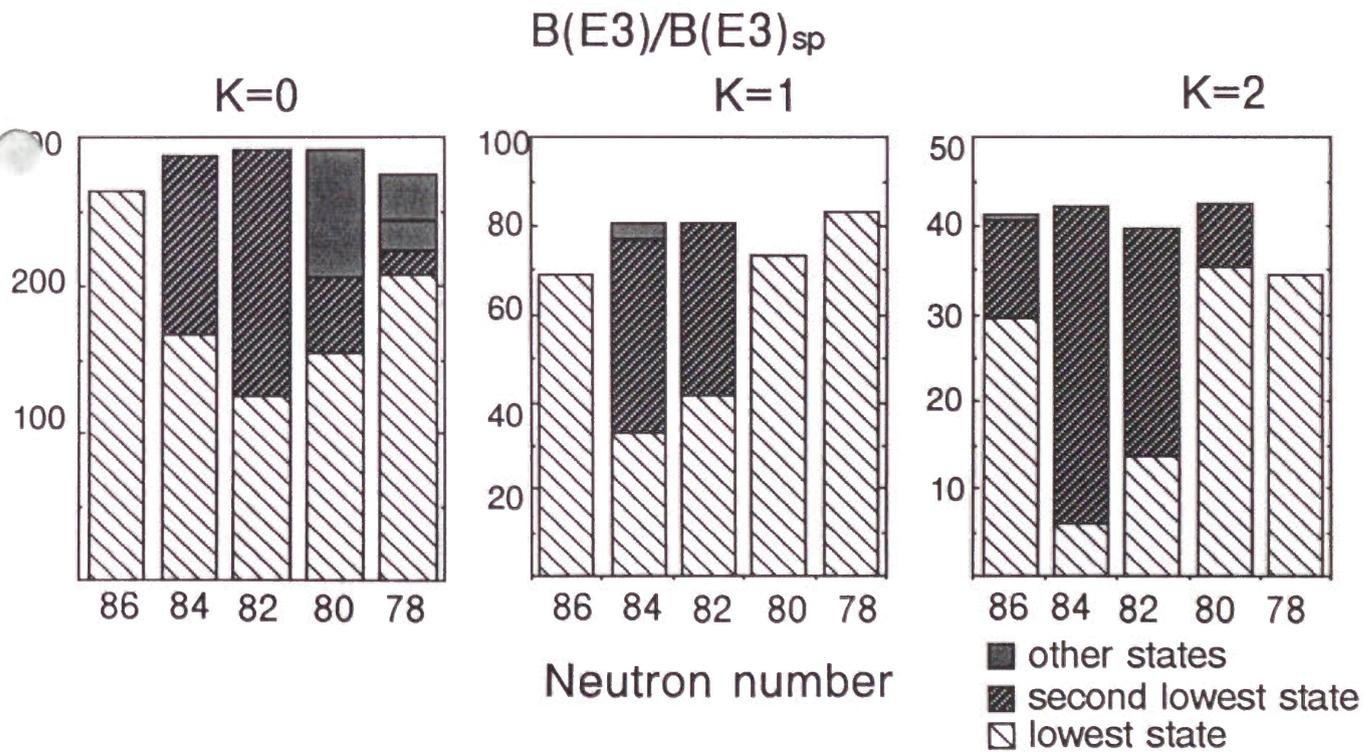


图 27.



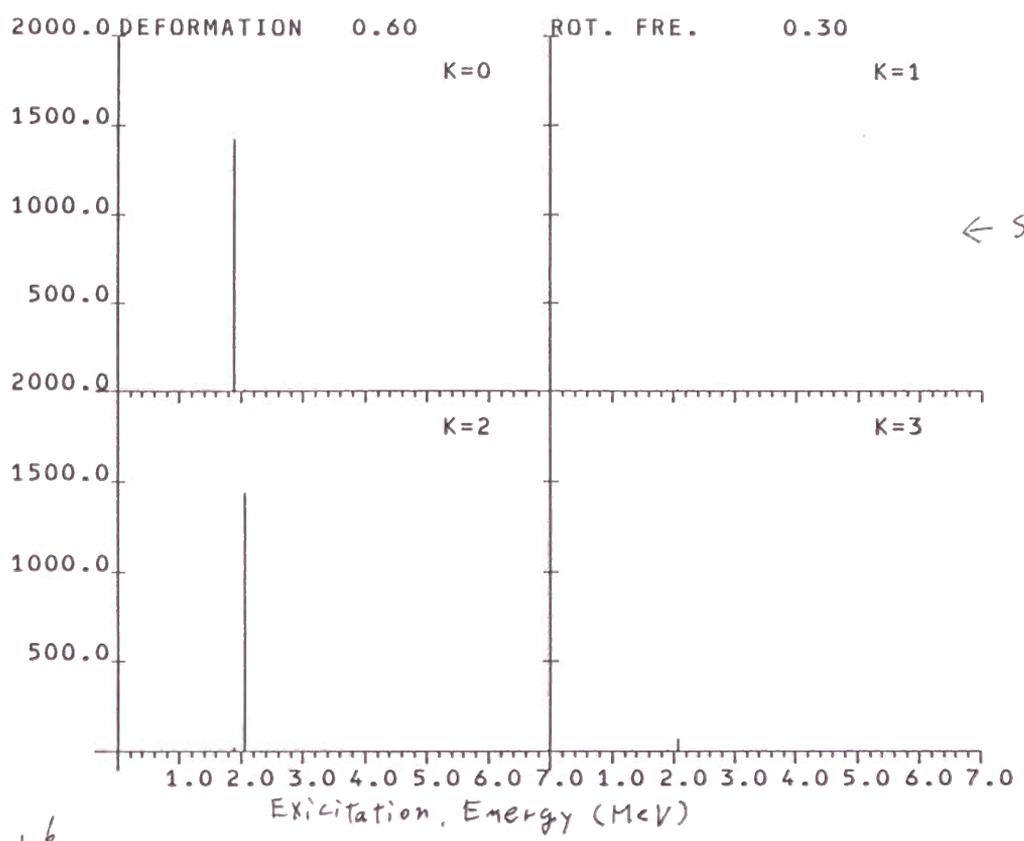
19 28



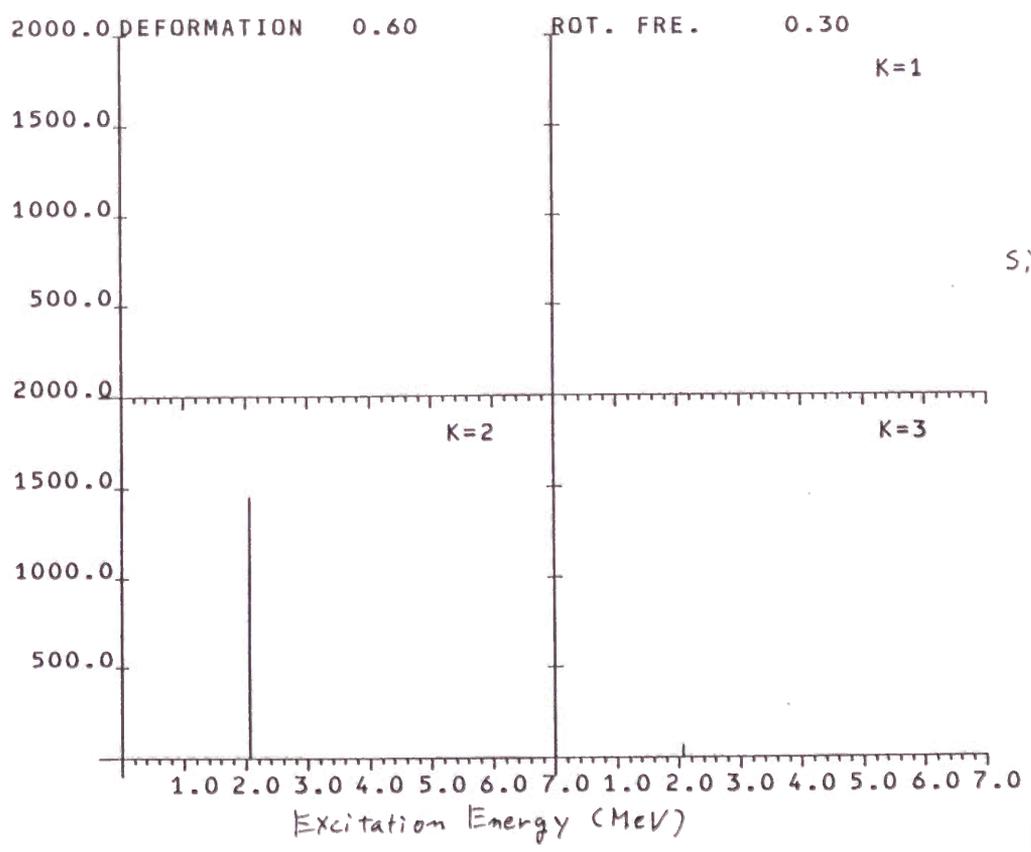
19 29

STRENGTH IN INT. SYS.

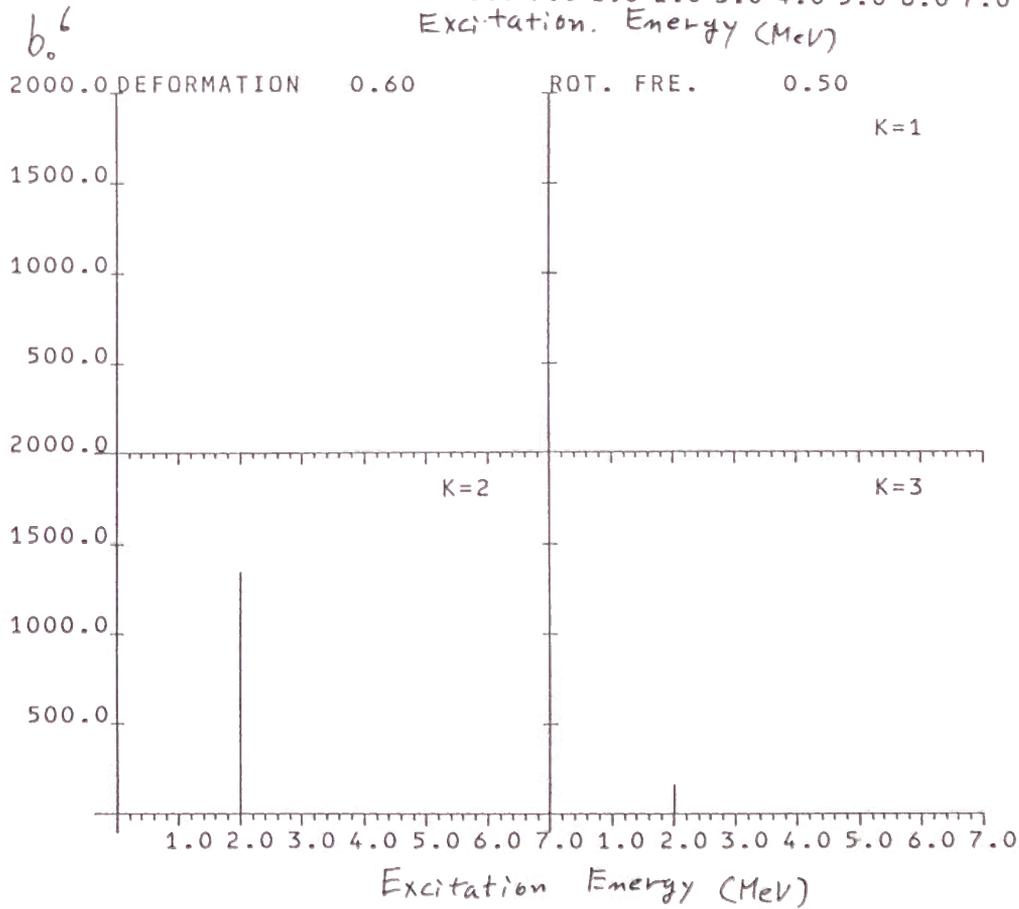
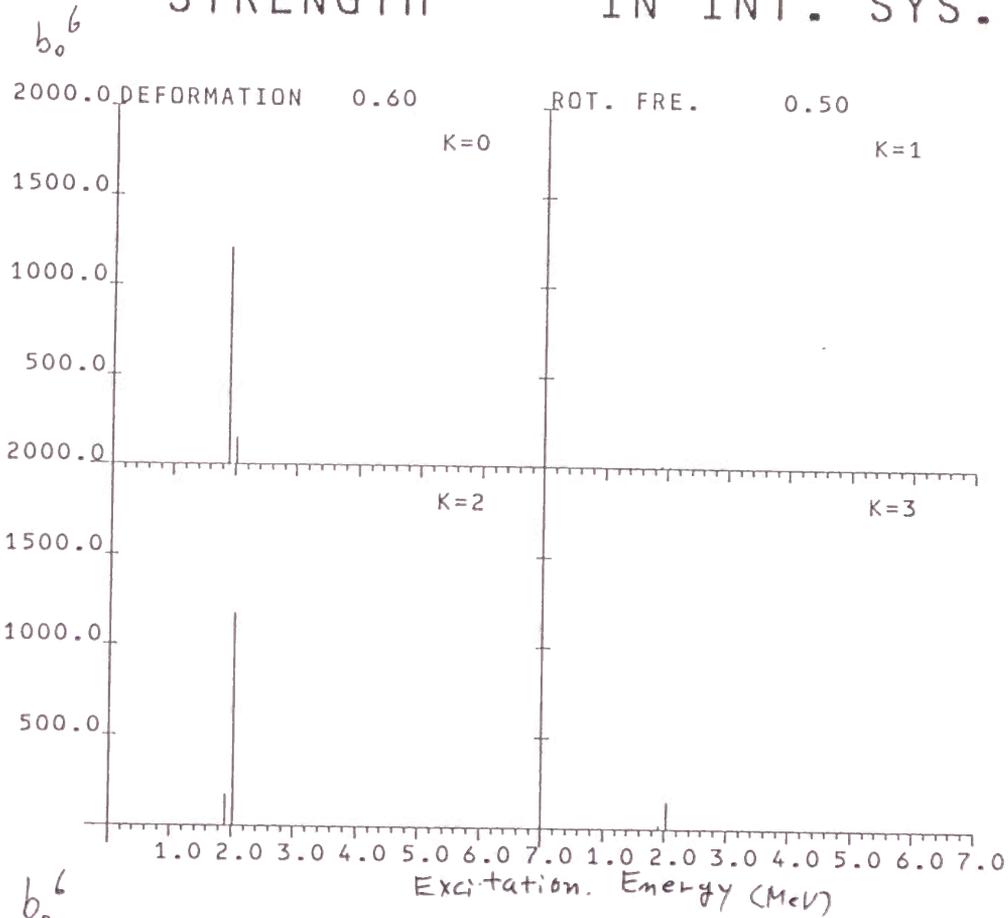
b_0^6



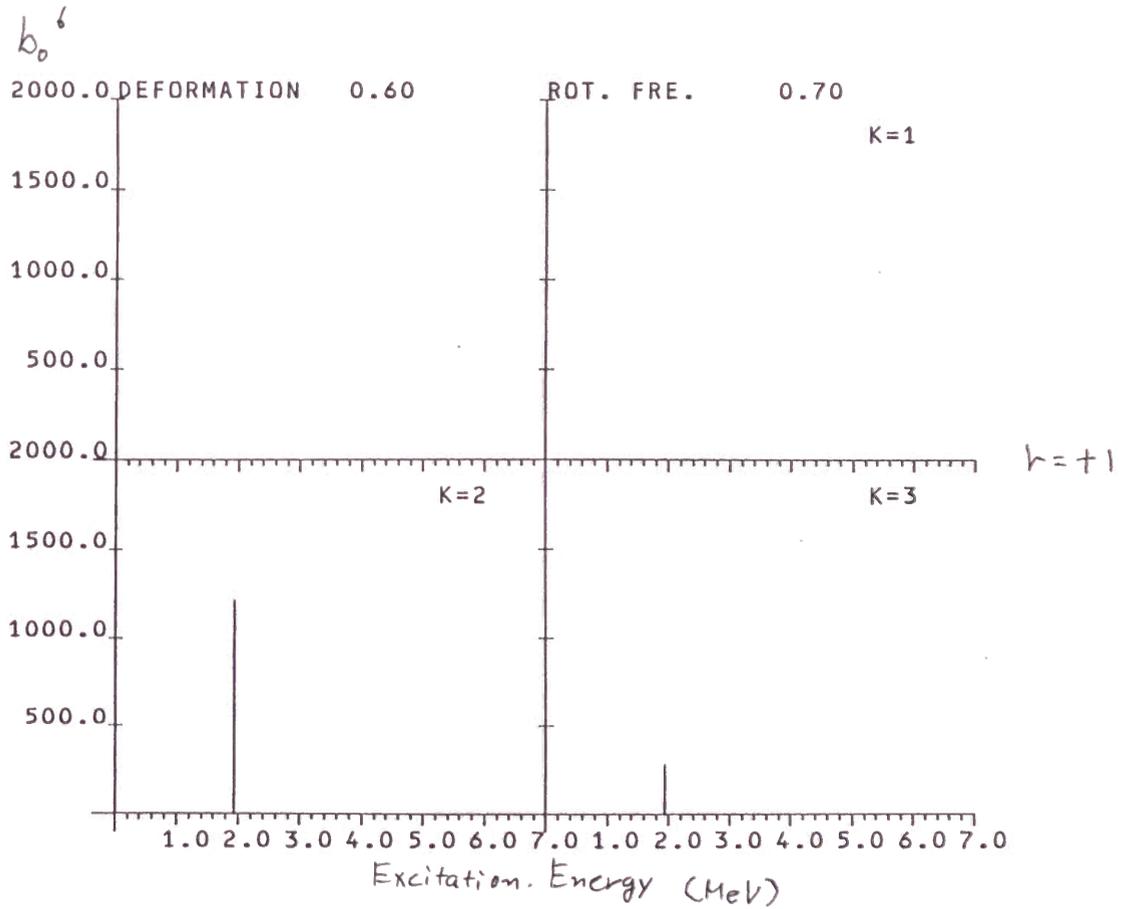
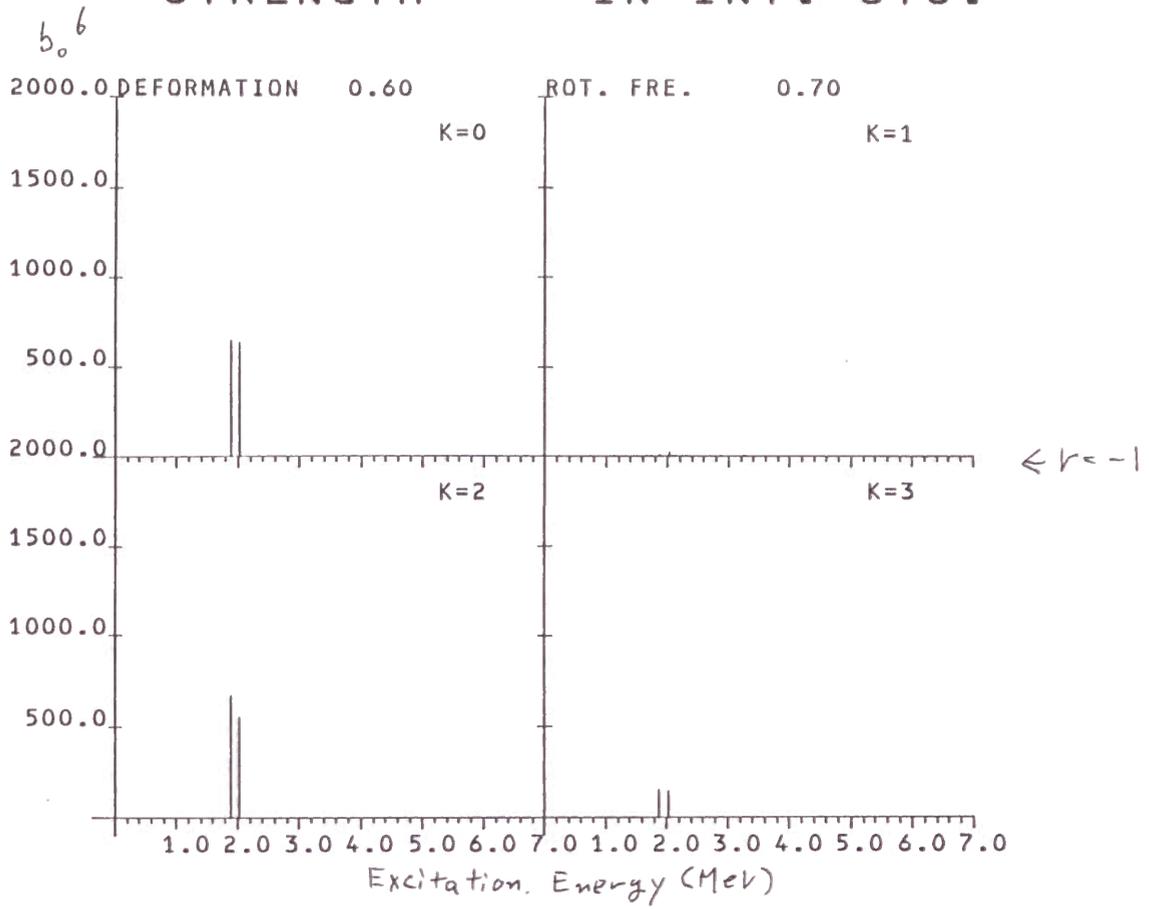
b_0^6



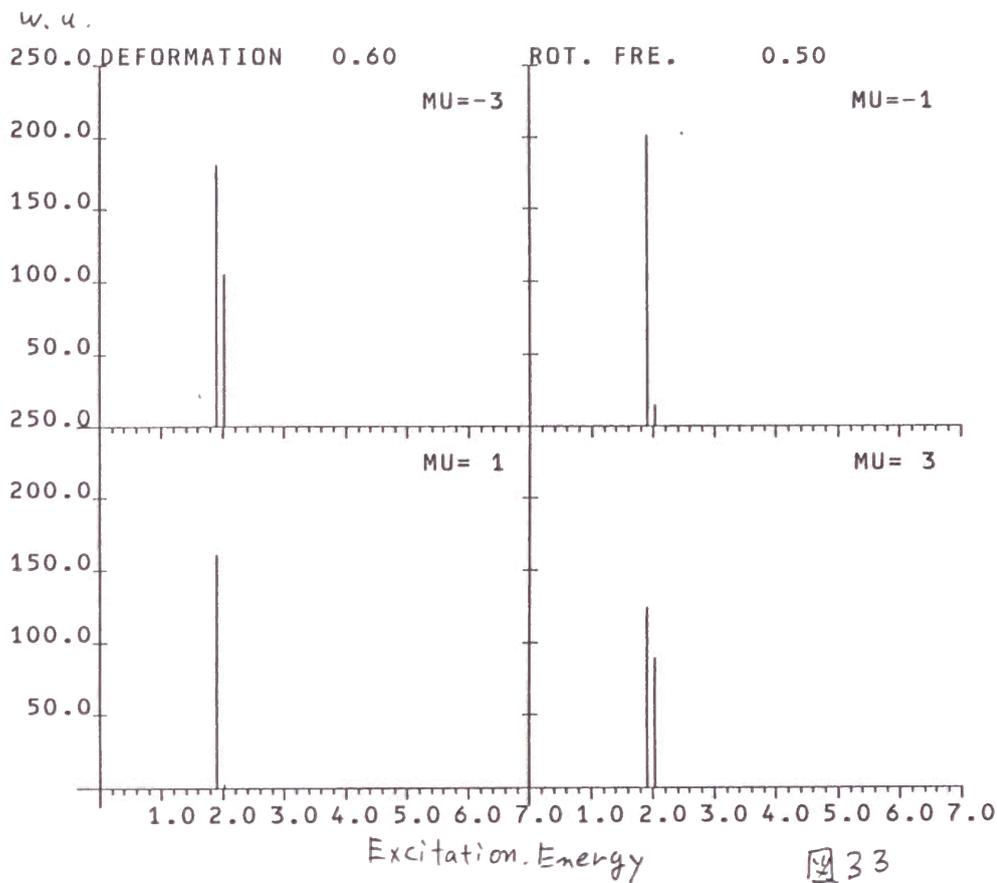
STRENGTH IN INT. SYS.



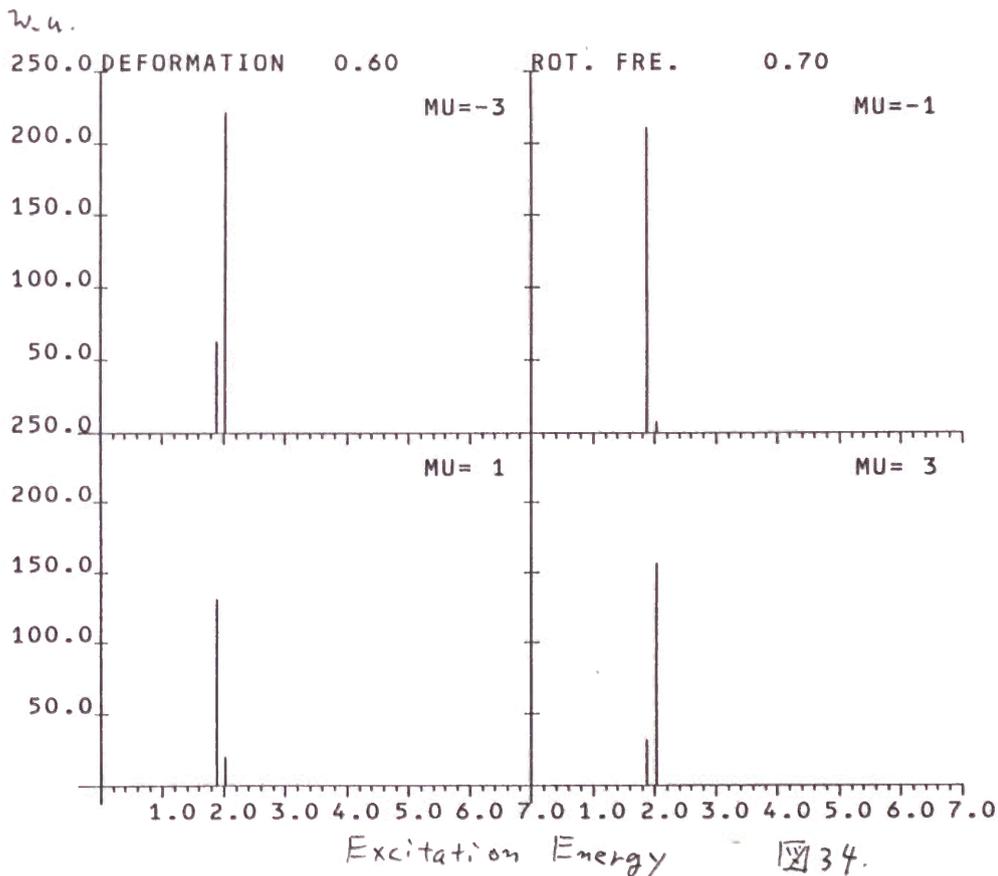
STRENGTH IN INT. SYS.



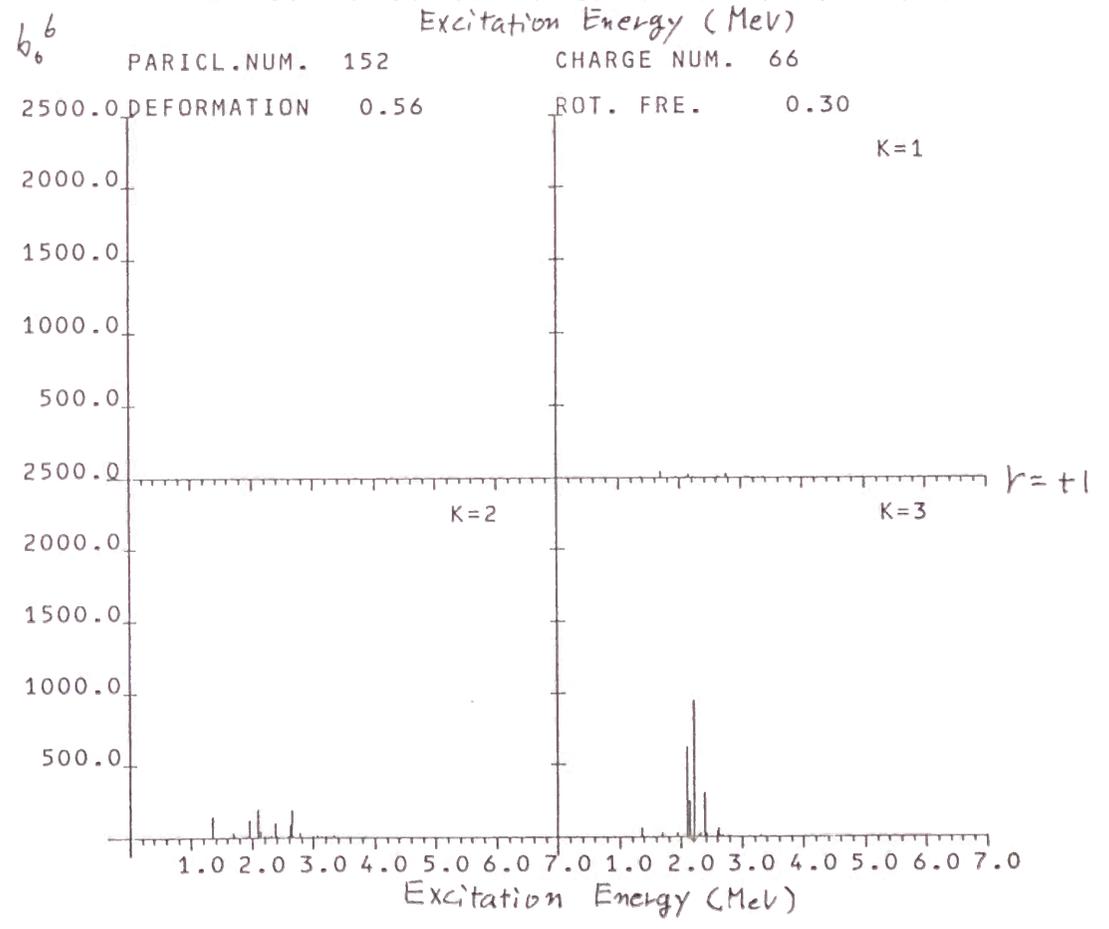
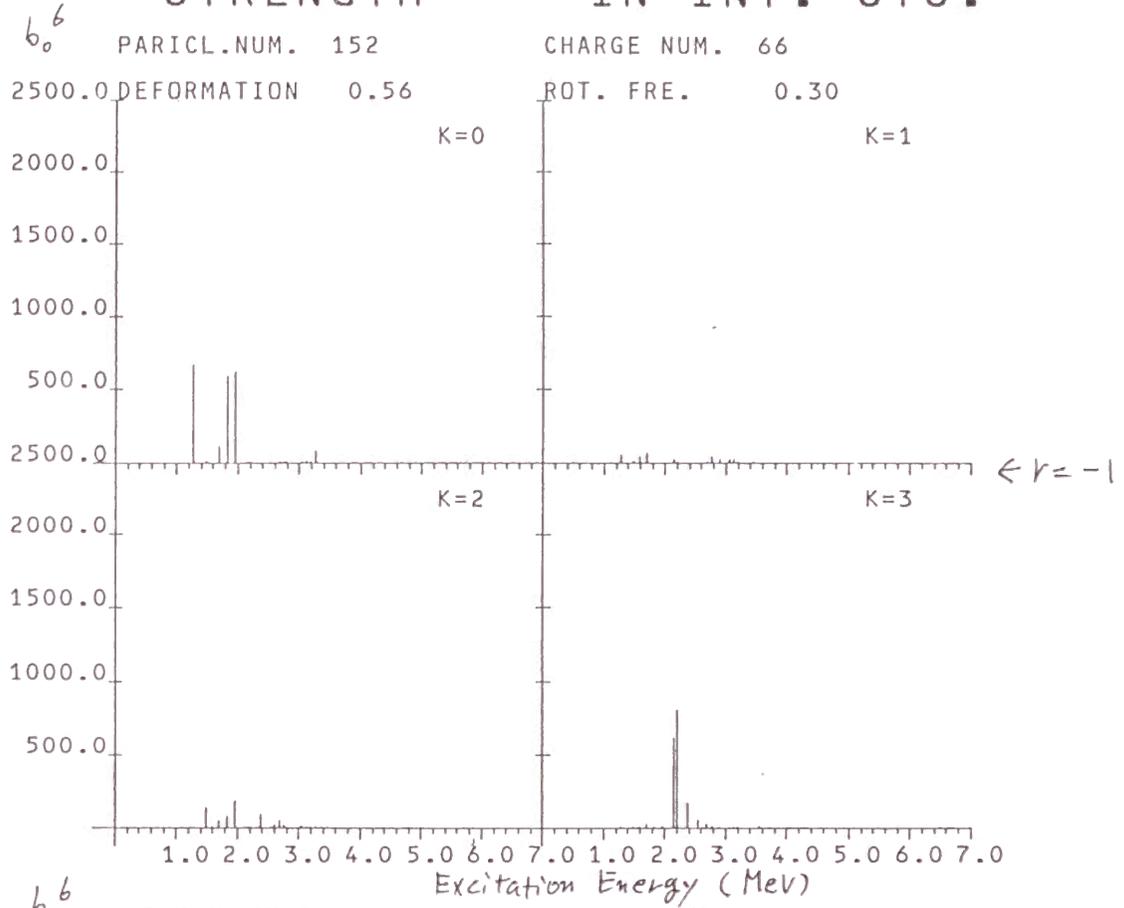
BE3 VALUES IN LAB. SYS.



BE3 VALUES IN LAB. SYS.



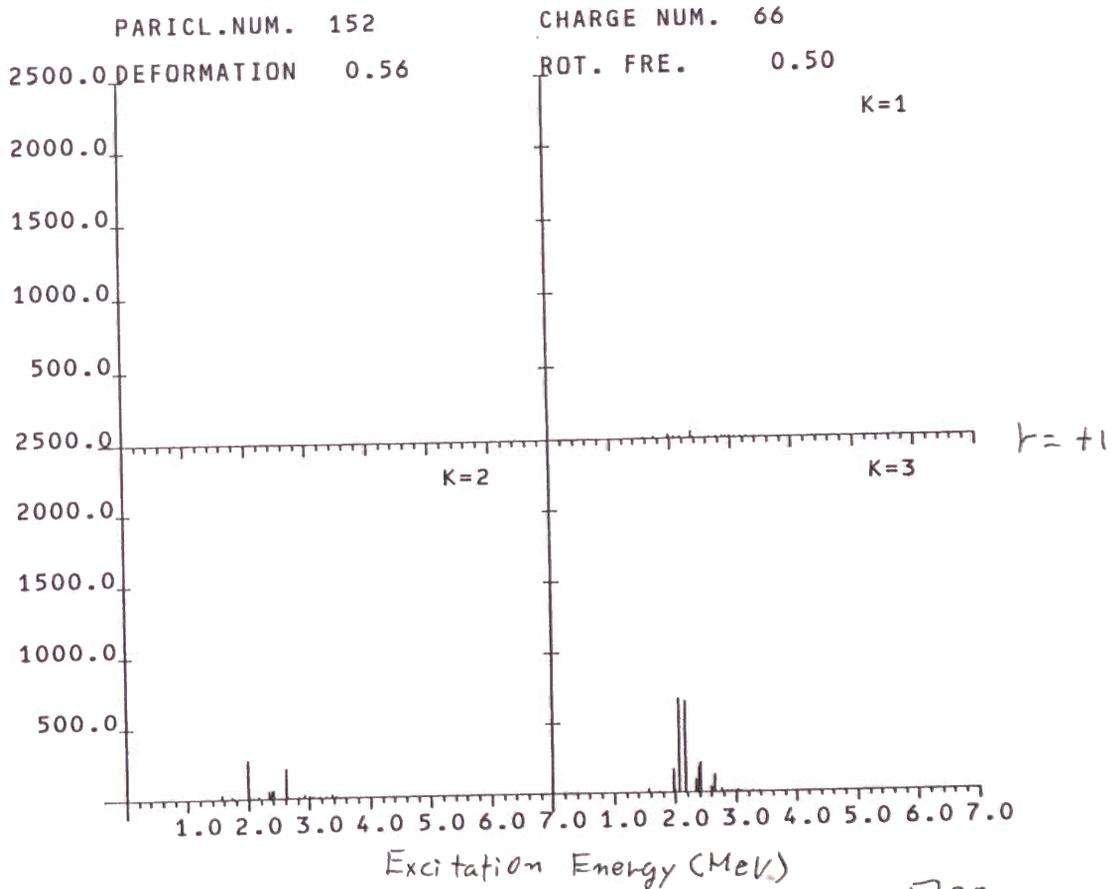
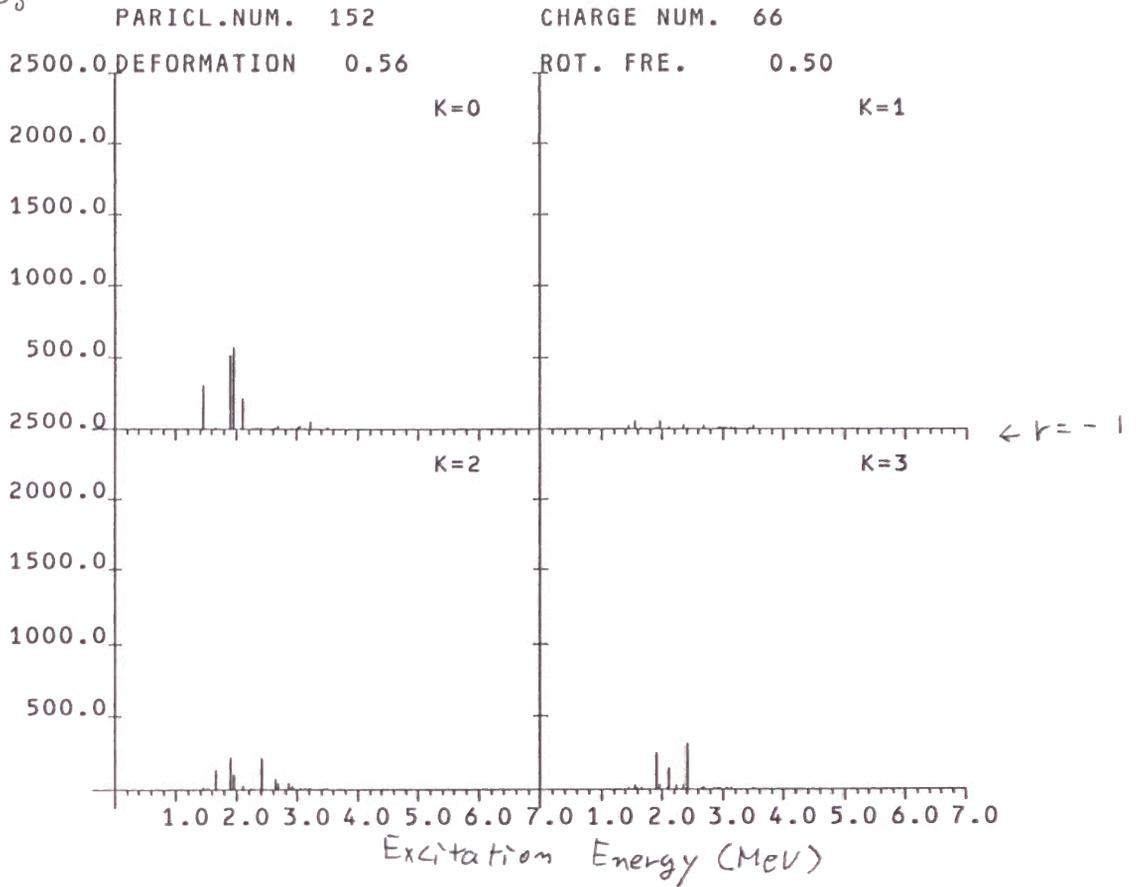
STRENGTH IN INT. SYS.



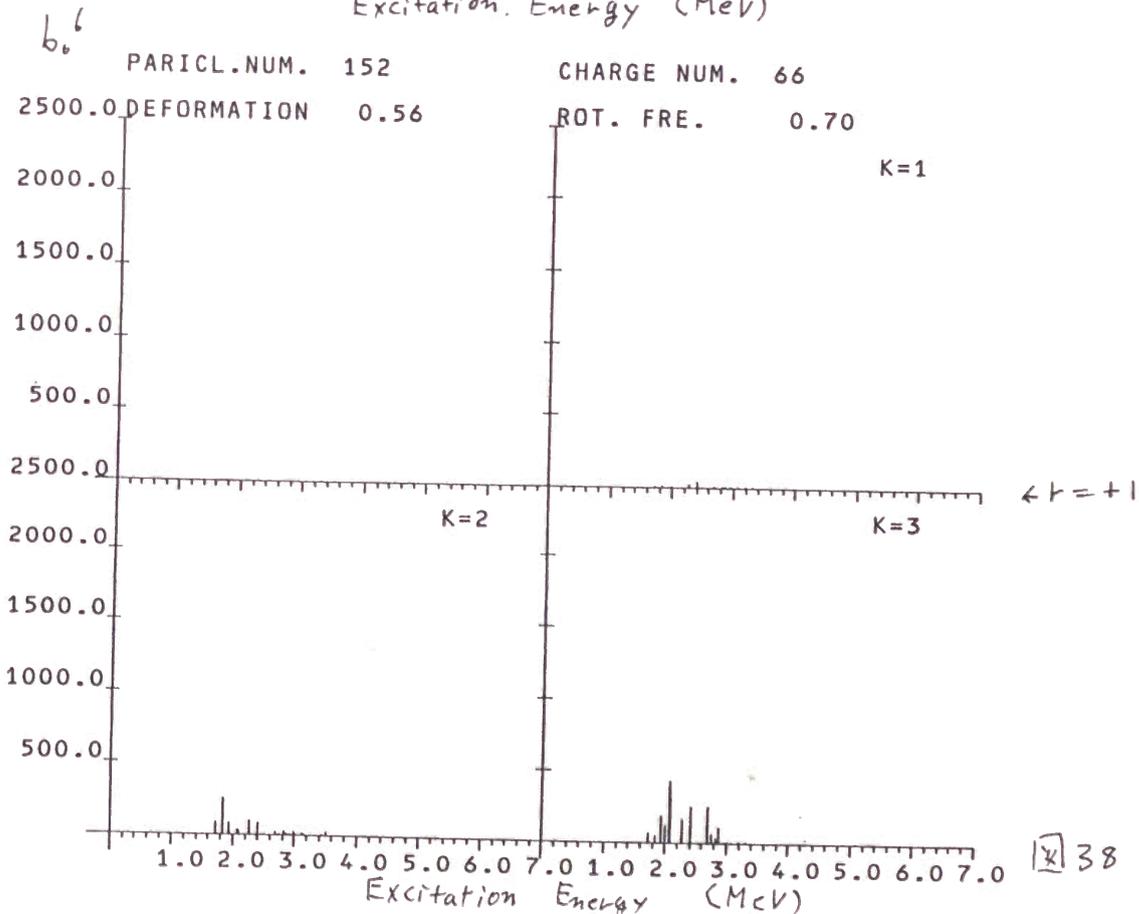
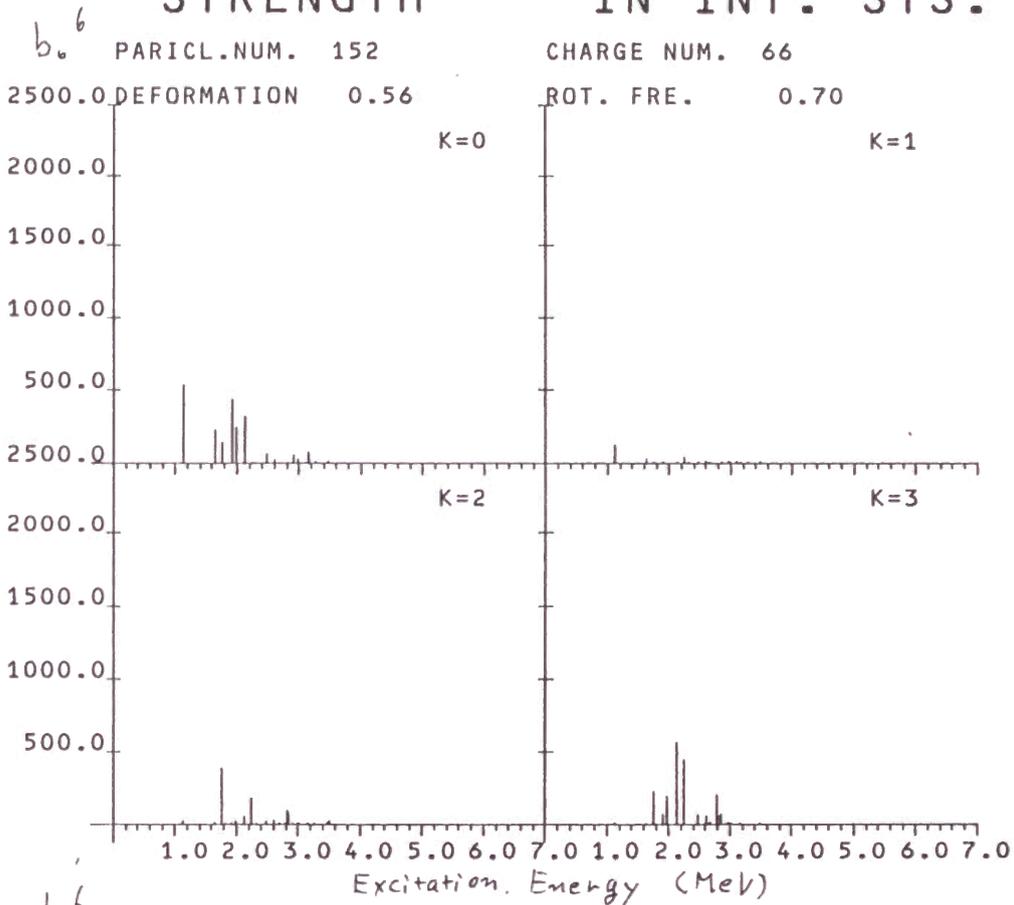
b₀'

STRENGTH

IN INT. SYS.



STRENGTH IN INT. SYS.



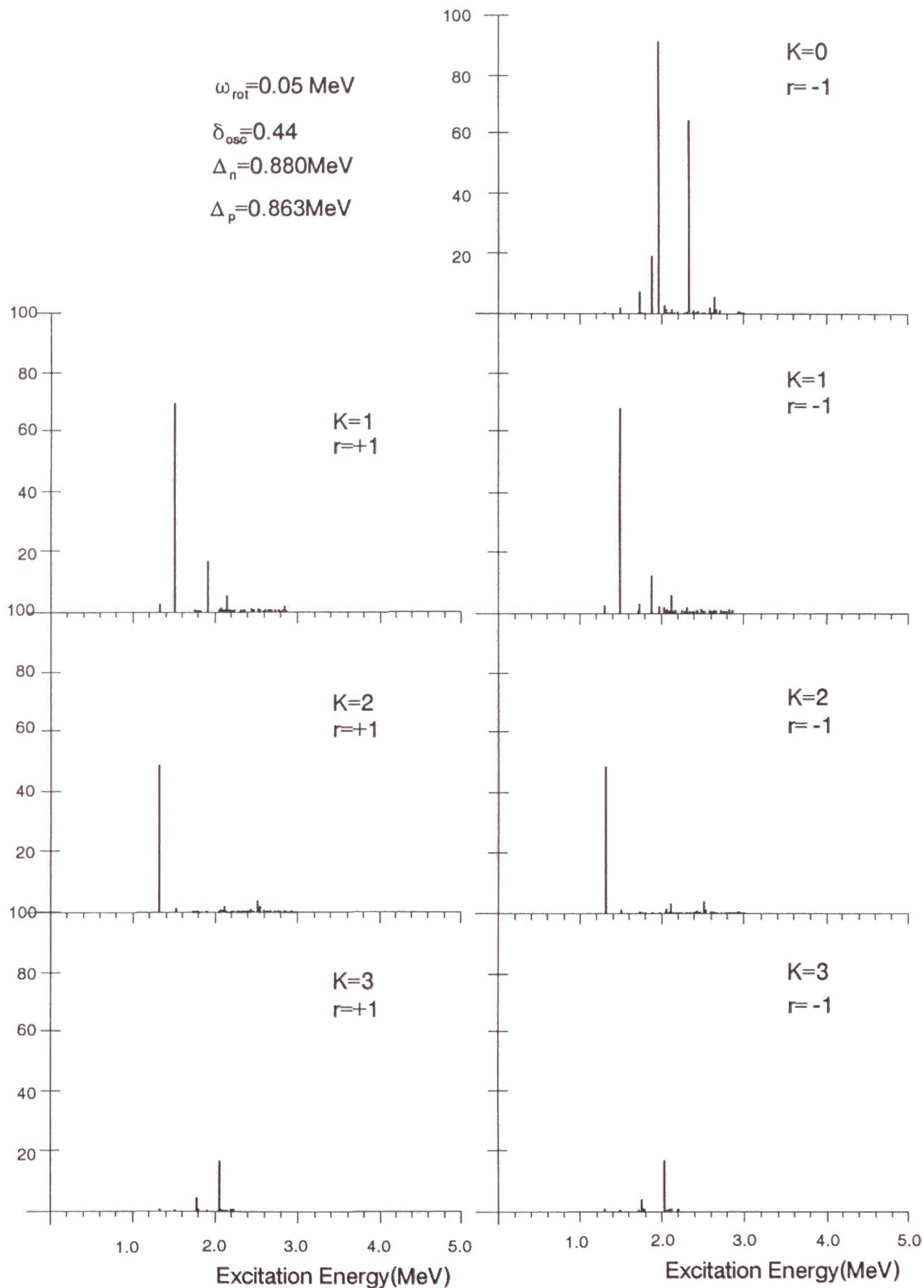
Octupole strength evaluated in intrinsic frame

$$\omega_{rot}=0.05 \text{ MeV}$$

$$\delta_{osc}=0.44$$

$$\Delta_n=0.880 \text{ MeV}$$

$$\Delta_p=0.863 \text{ MeV}$$



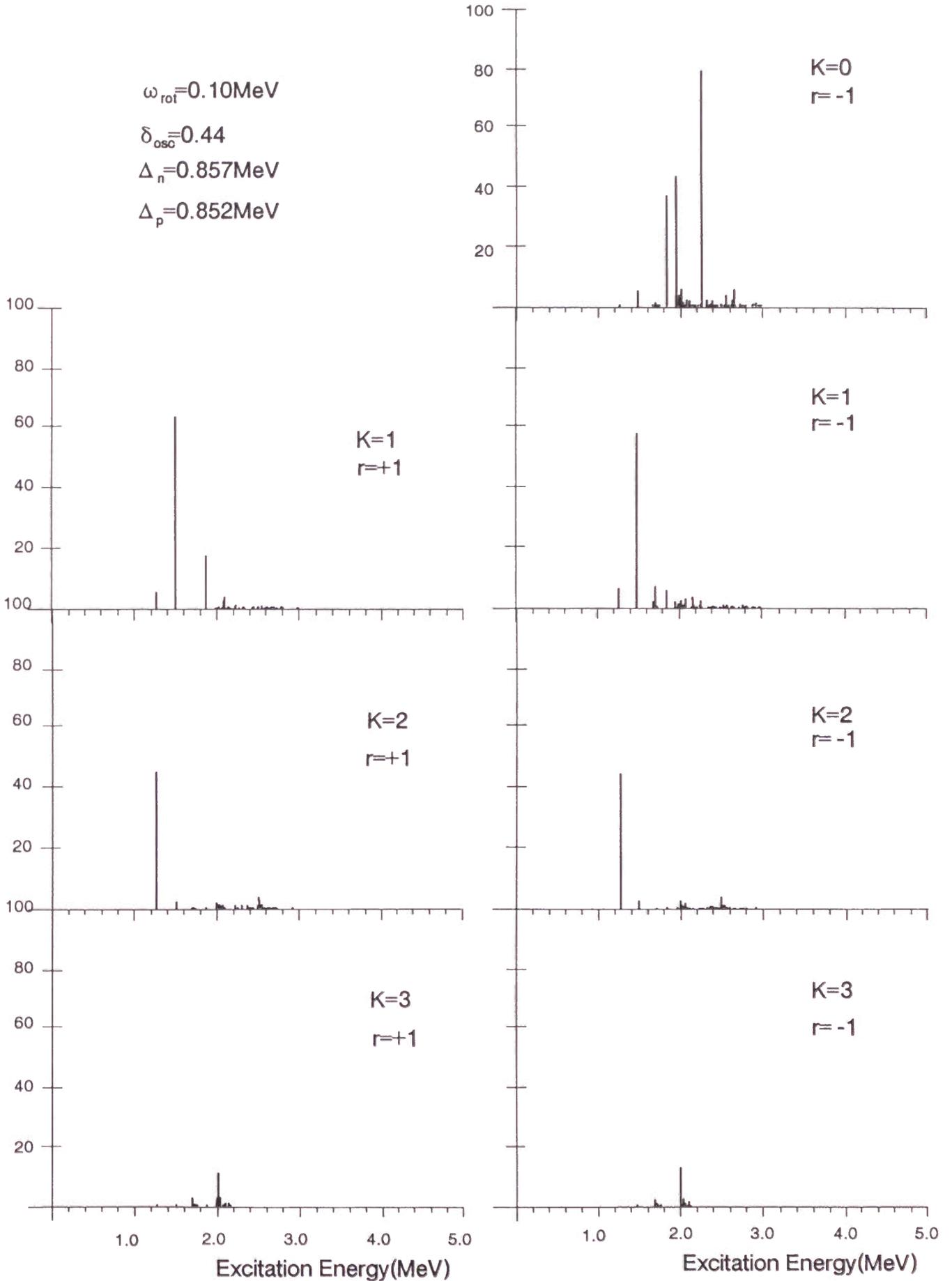
Octupole strength evaluated in intrinsic frame

$$\omega_{\text{rot}}=0.10\text{MeV}$$

$$\delta_{\text{osc}}=0.44$$

$$\Delta_n=0.857\text{MeV}$$

$$\Delta_p=0.852\text{MeV}$$



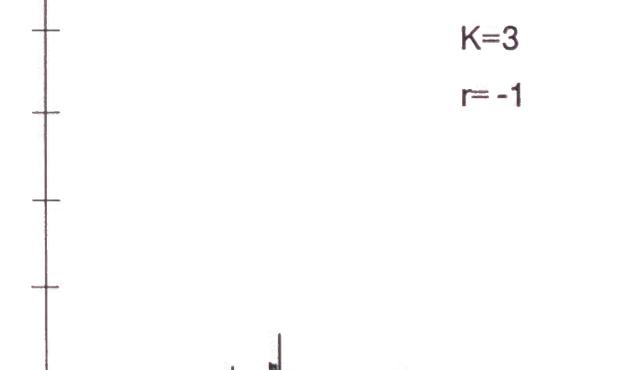
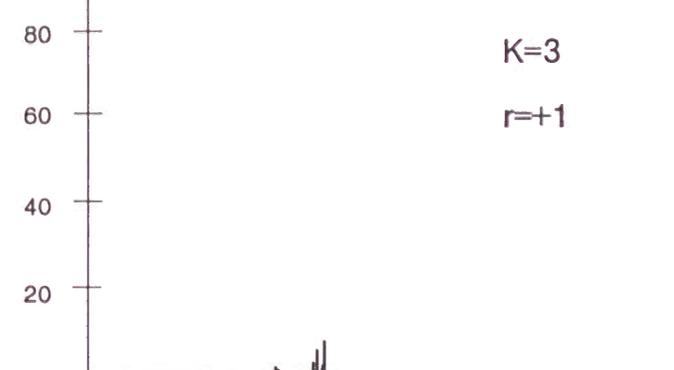
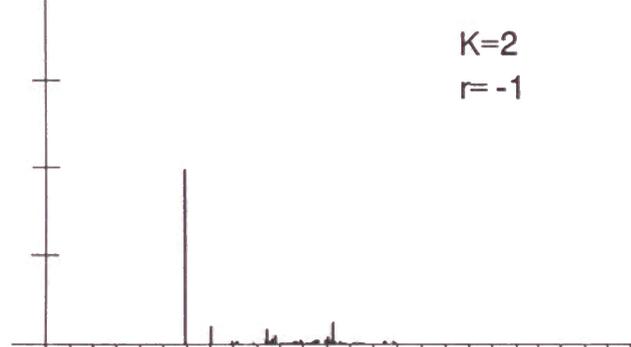
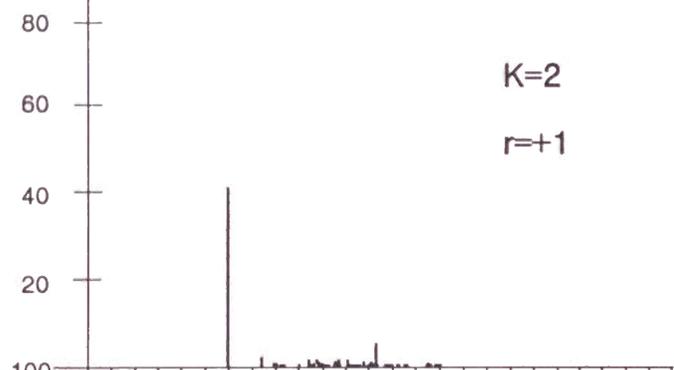
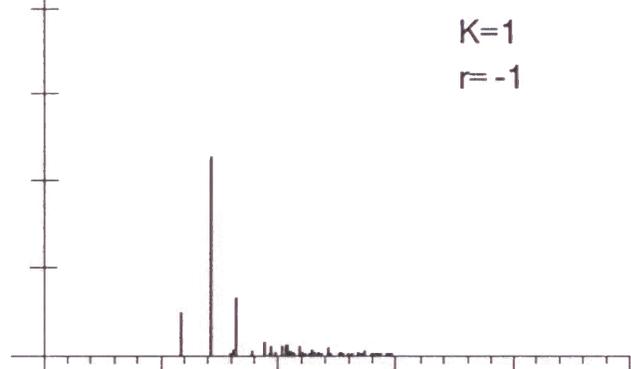
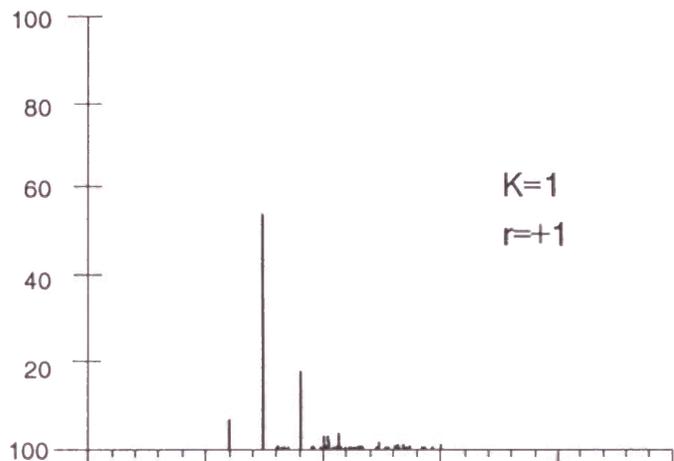
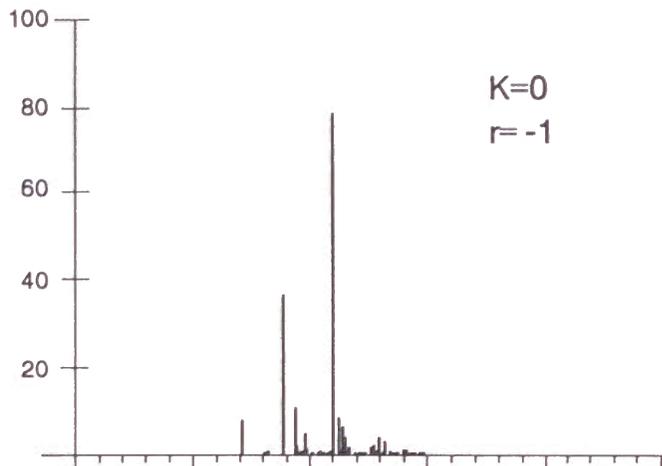
Octupole strength evaluated in intrinsic frame

$\omega_{rot}=0.15\text{MeV}$

$\delta_{osc}=0.44$

$\Delta_n=0.808\text{MeV}$

$\Delta_p=0.830\text{MeV}$



Excitation Energy(MeV)

Excitation Energy(MeV)

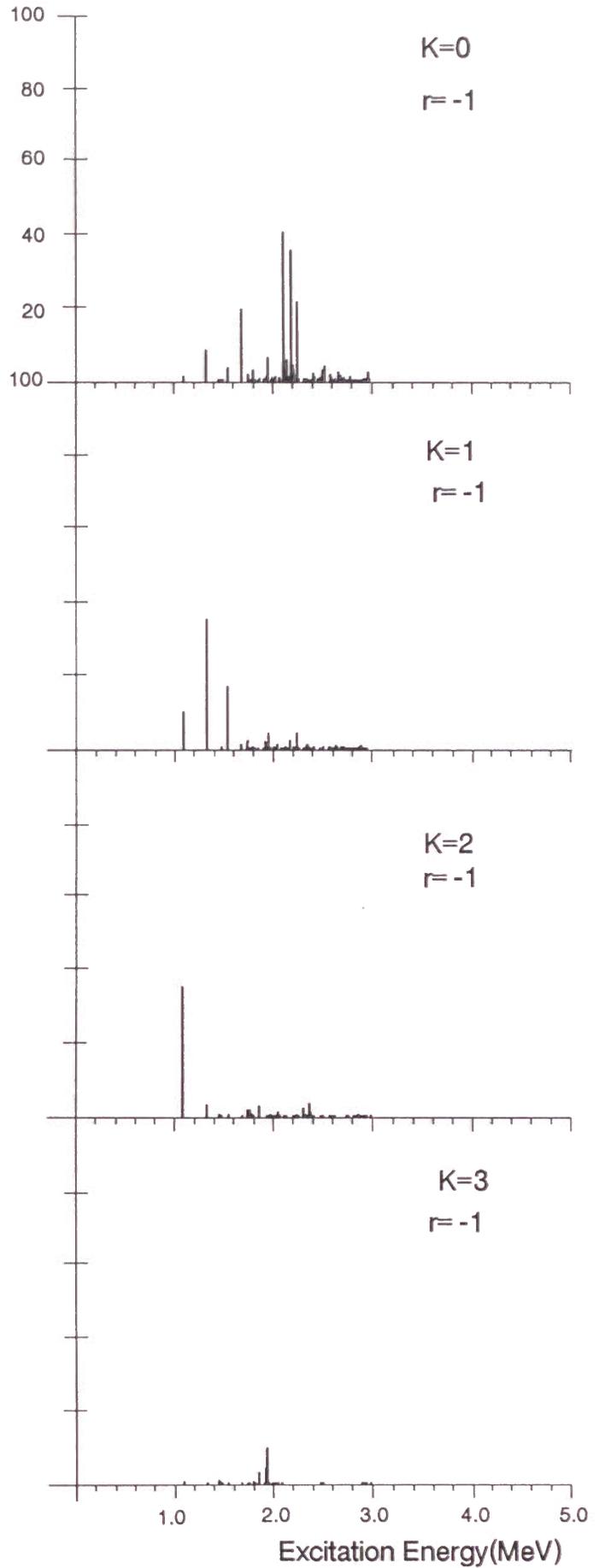
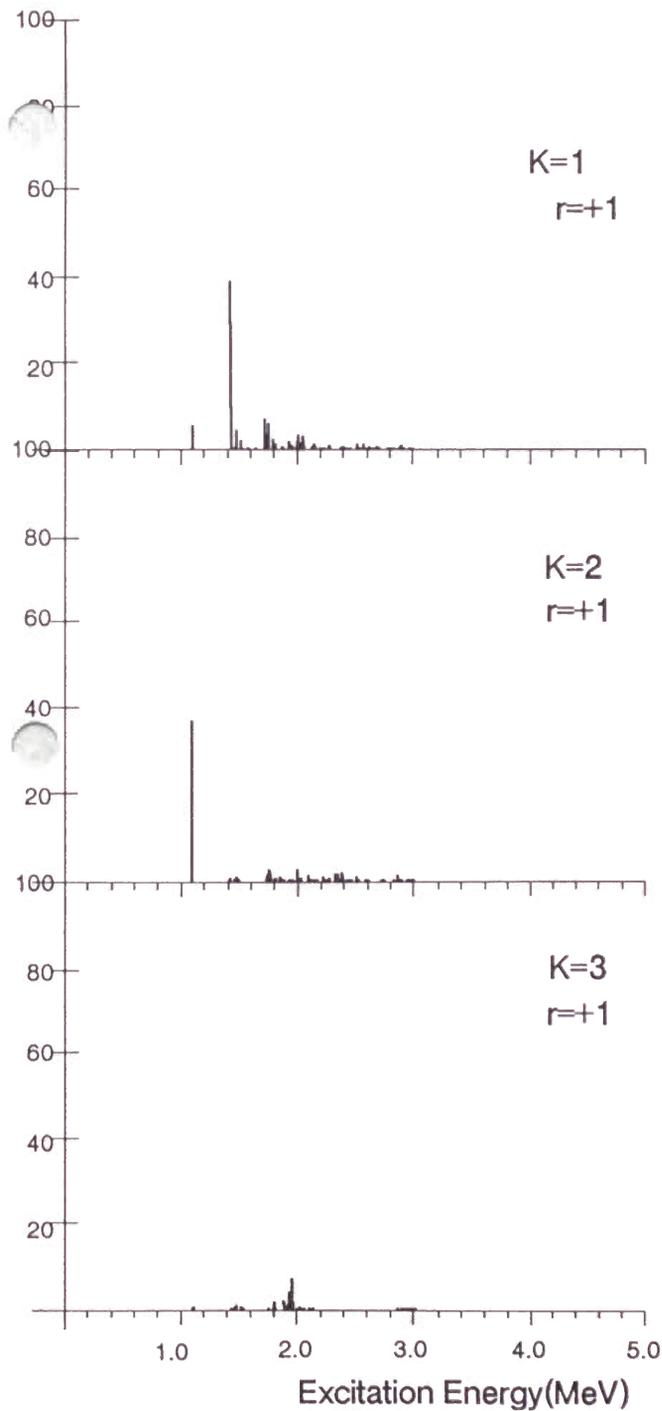
Octupole strength evaluated in intrinsic frame

$$\omega_{rot} = 0.20 \text{ MeV}$$

$$\delta_{osc} = 0.44$$

$$\Delta_n = 0.743 \text{ MeV}$$

$$\Delta_p = 0.799 \text{ MeV}$$



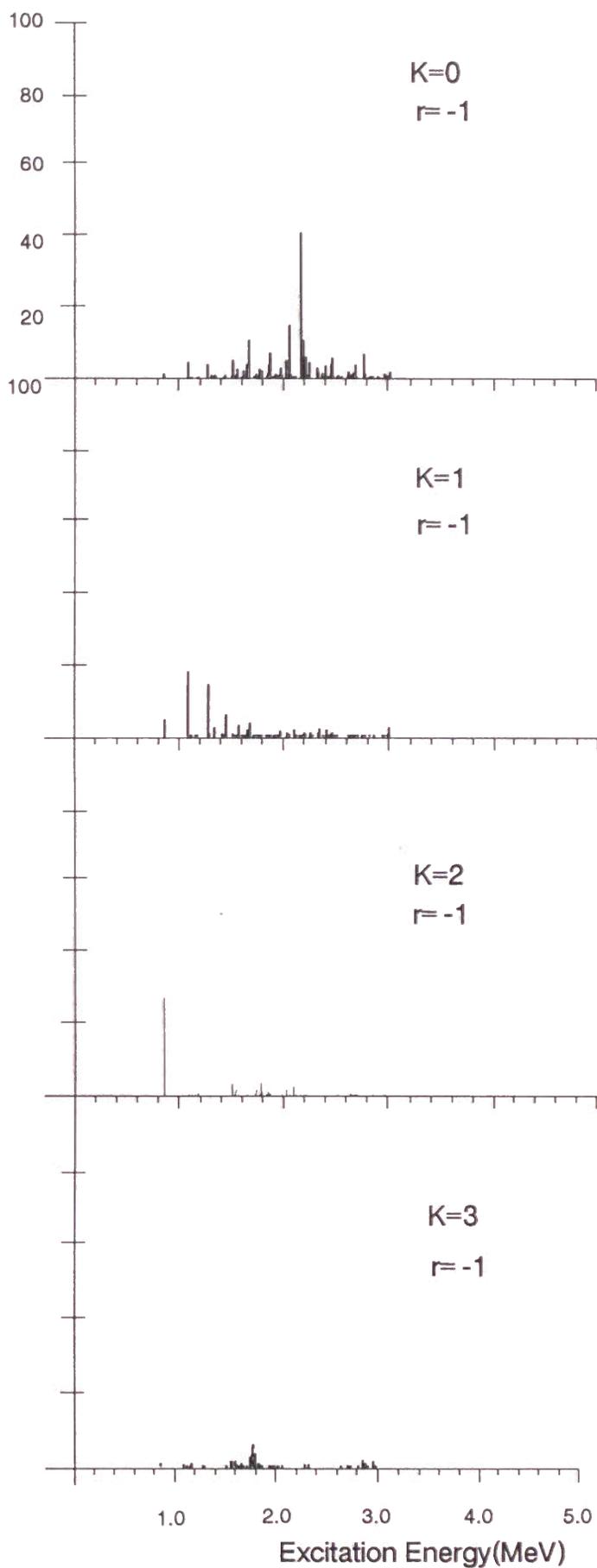
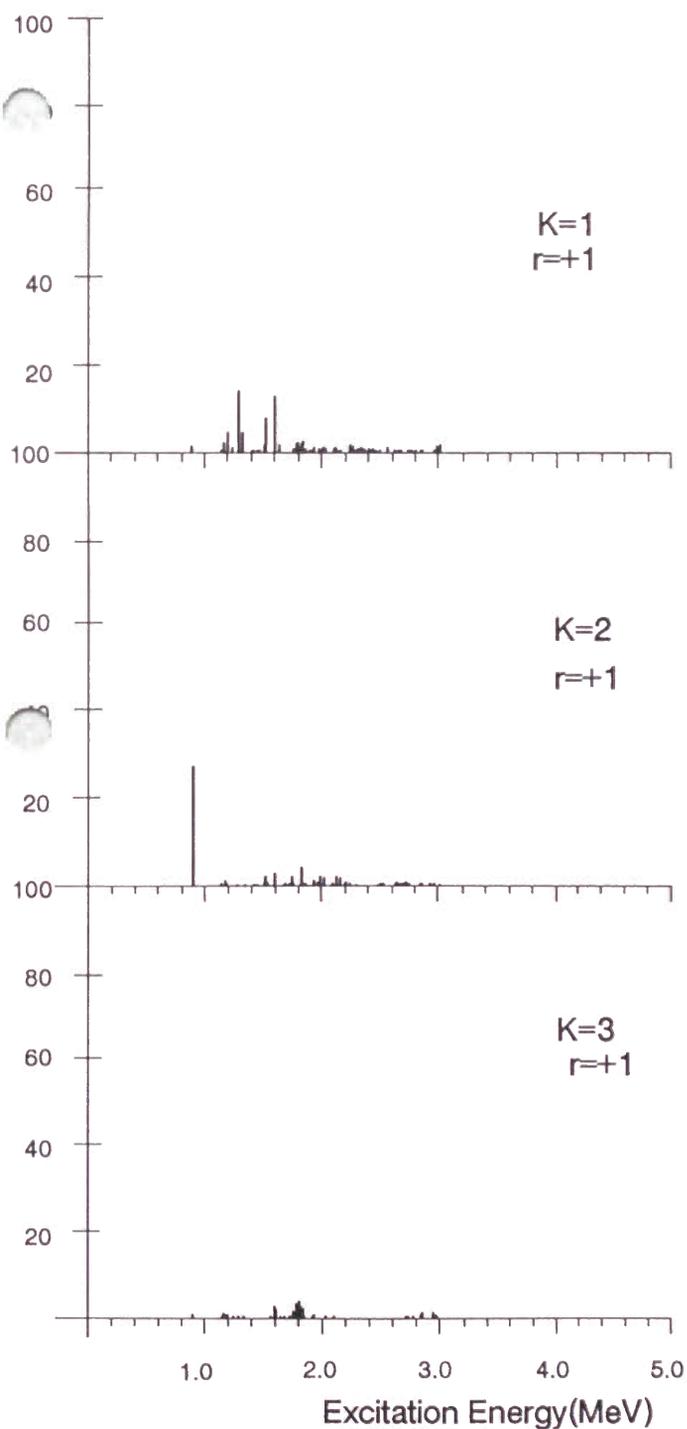
Octupole strength evaluated in intrinsic frame

$$\omega_{rot}=0.30\text{MeV}$$

$$\delta_{osc}=0.44$$

$$\Delta_n=0.392\text{MeV}$$

$$\Delta_p=0.675\text{MeV}$$



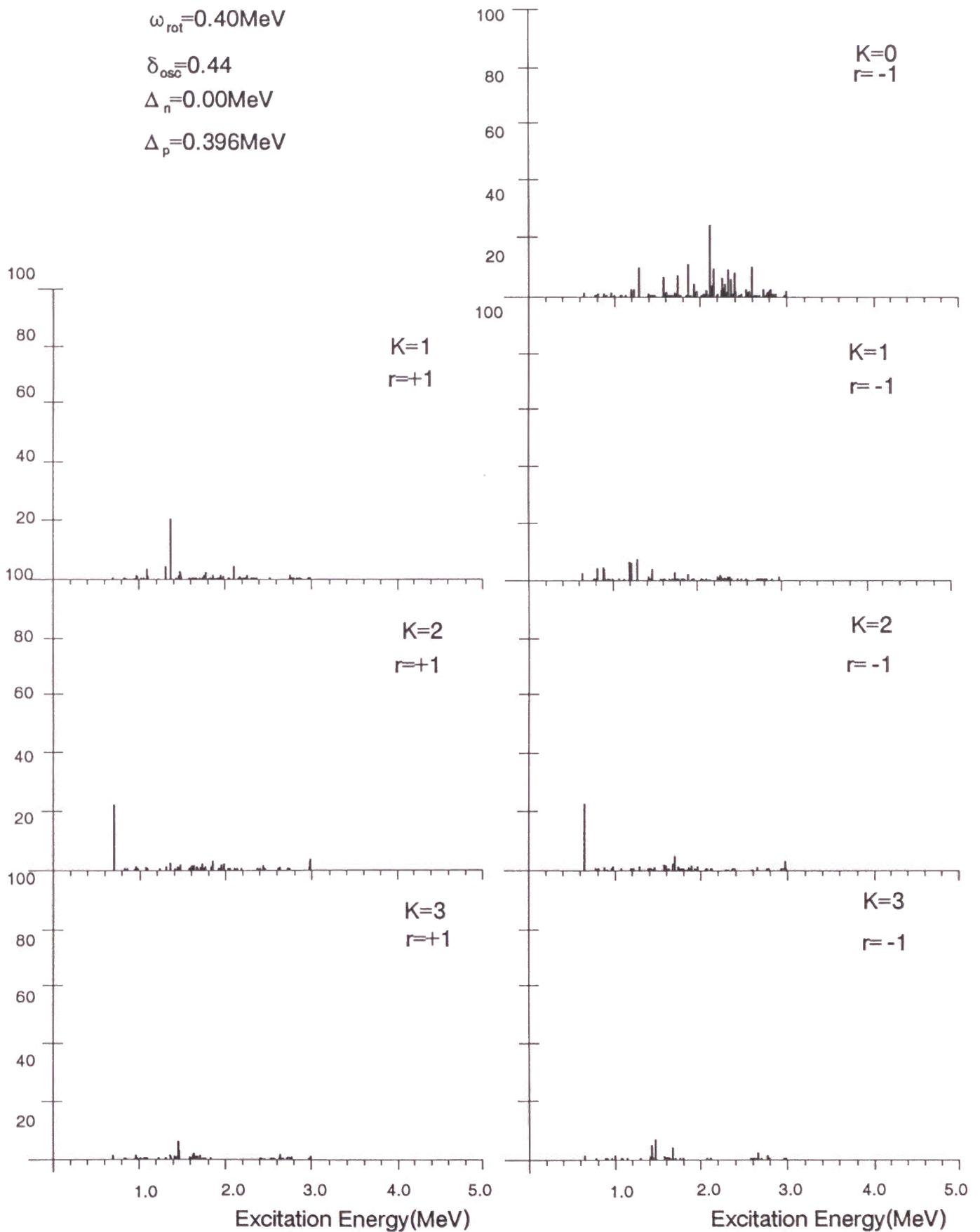
Octupole strength evaluated in intrinsic frame

$$\omega_{\text{rot}}=0.40\text{MeV}$$

$$\delta_{\text{osc}}=0.44$$

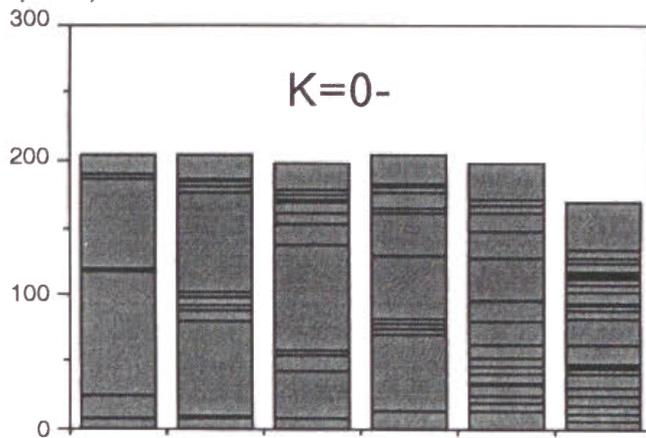
$$\Delta_n=0.00\text{MeV}$$

$$\Delta_p=0.396\text{MeV}$$

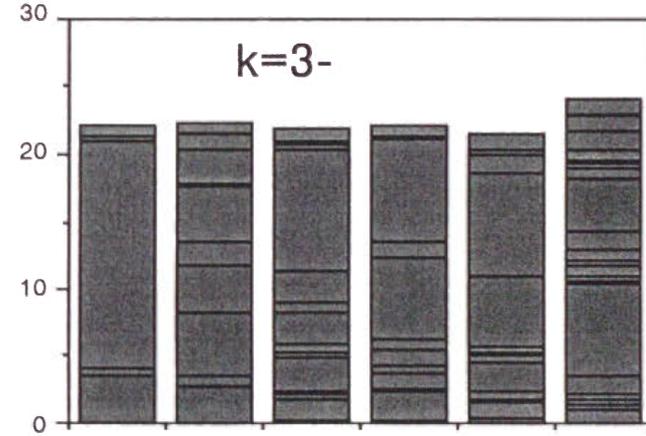
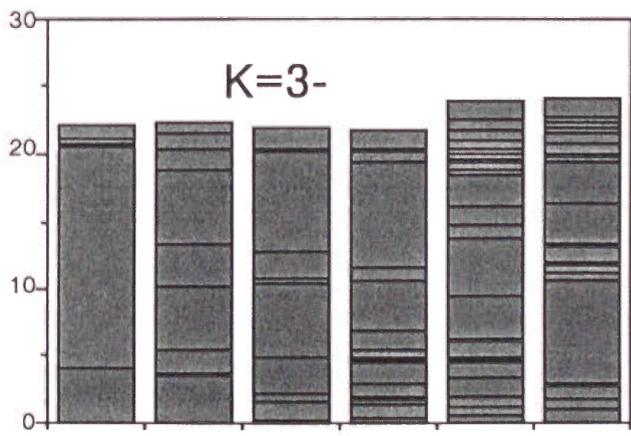
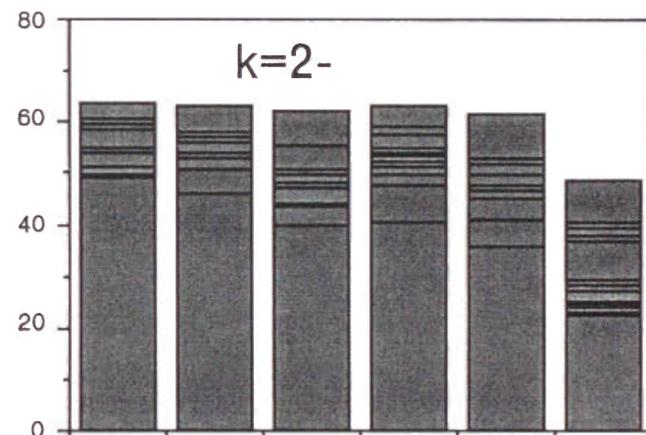
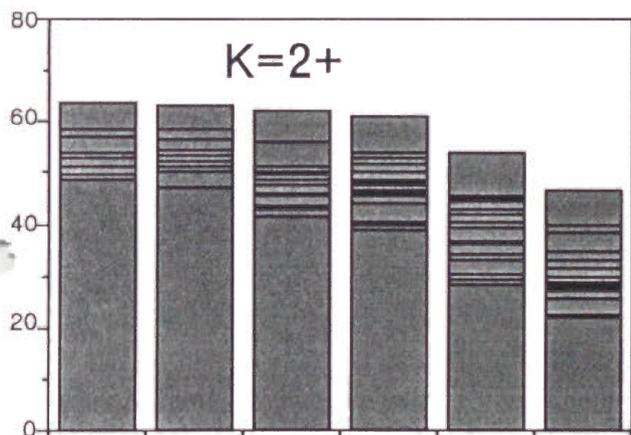
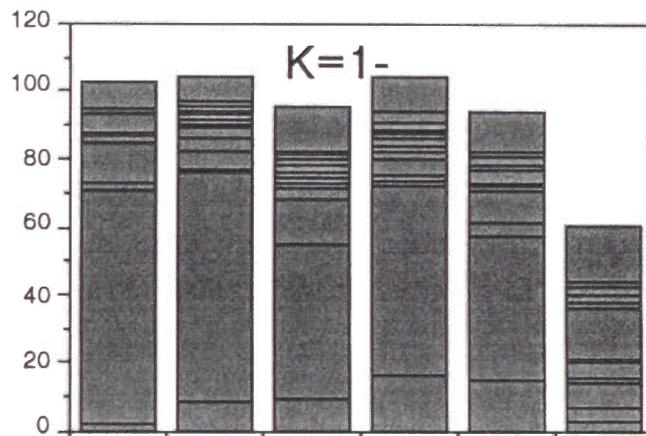
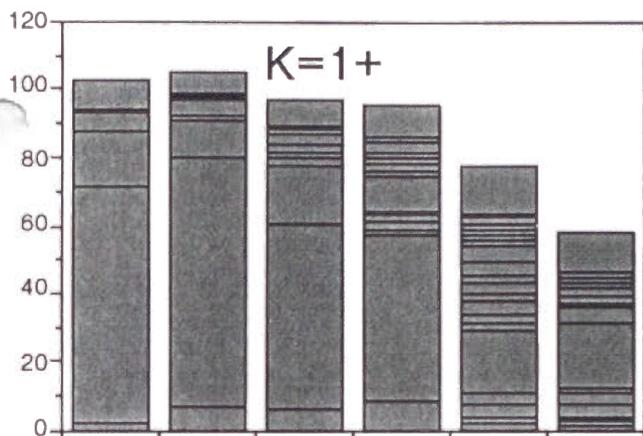


Octupole strength of low lying states

(Weisskopf unit)



(Weisskopf unit)

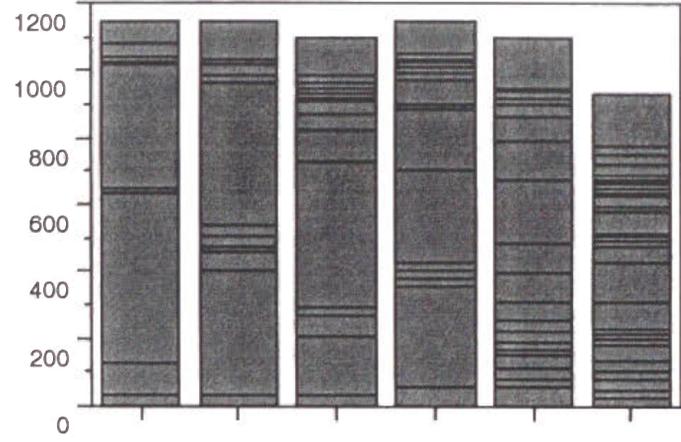


a b c d e f

a b c d e f

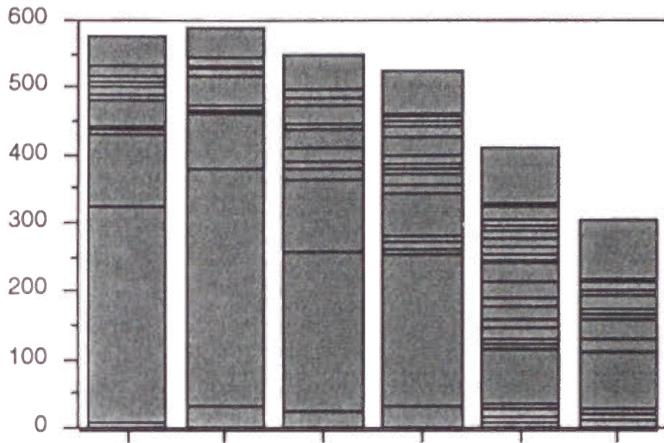
Energy weighted sum rule
shared by lowlying states
for doubly stretched
octupole operators

$h\omega_0 b_0^6$ K=0-modes

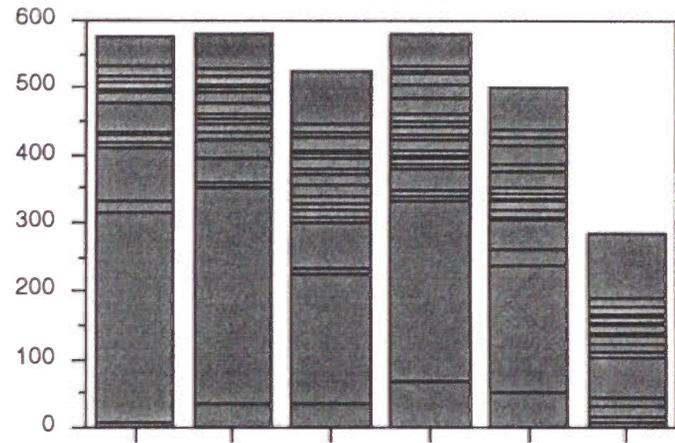


$h\omega_0 b_0^6$

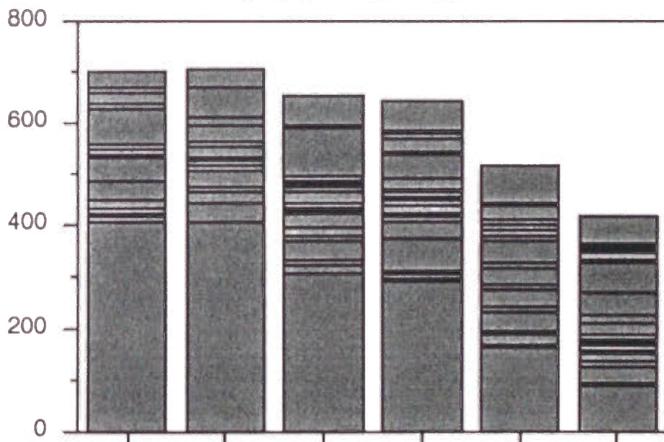
K=1+ modes



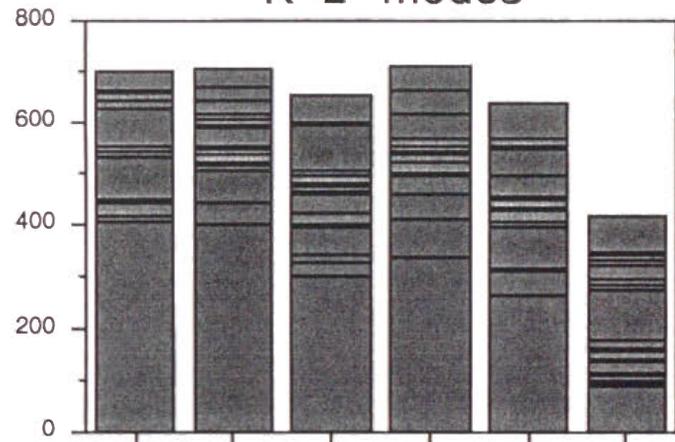
K=1- modes



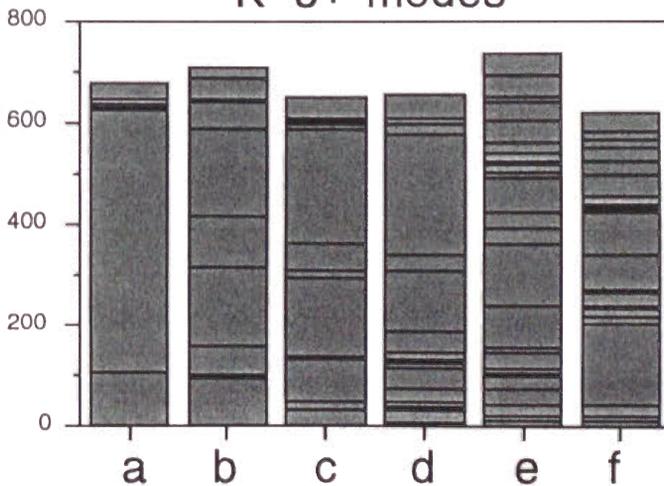
K=2+ modes



K=2- modes



K=3+ modes



K=3- modes

