

②

海岸地下水の理論と砂浜海岸および  
沿岸埋立地への応用に関する研究

平成5年10月

山元淳史

# 目次

1 緒論	1
2 非定常海岸地下水の理論	6
2.1 概説	6
2.2 非定常浸透流の基礎方程式	8
2.2.1 微視的な基礎方程式と境界条件	8
2.2.2 巨視的な浸透流の基礎方程式	9
2.3 砂質土における浸透流の抵抗則	19
2.3.1 従来抵抗則	19
2.3.2 対数正規分布による粒度分布の表示	20
2.3.3 直列毛細管モデルと抵抗則	27
2.4 海岸地下水の非定常解	45
2.4.1 地下水位変動の準一様流解	45
2.4.2 陸側境界の地下水位条件を考慮した理論解	48
2.4.3 速度ポテンシャル接続法による理論解	53
2.5 結語	64
3 砂浜海岸における地下水の挙動	72
3.1 概説	72
3.2 砂浜海岸地下水の諸問題	73
3.3 砂浜海岸の浸透流の基礎方程式と境界条件	78
3.3.1 基礎方程式	78
3.3.2 境界条件	78
3.3.3 平均海面の空間分布の算定	80

3.4	境界要素法による浸透流の三次元解析法	96
3.4.1	定式化と数値計算法	96
3.4.2	数値計算法の適用性	100
3.5	現地海岸への適用	103
3.5.1	糸魚川海岸の概要と計算条件	103
3.5.2	平均海面の空間分布	107
3.5.3	浸透流の流速分布と海岸侵食との関係	114
3.6	結語	116
4	沿岸埋立地における地下水の挙動と護岸設計への応用	121
4.1	概説	121
4.2	矢板式護岸の残留水位と安定性	123
4.2.1	護岸周辺地盤の浸透流解析法	123
4.2.2	地下水位の時間的变化	125
4.2.3	実護岸への適用例	132
4.3	重力式護岸の裏埋め土砂の流出機構	137
4.3.1	護岸損傷の実態調査の概要	137
4.3.2	浸透流の流速分布と流出機構	140
4.4	結語	146
5	結論	149

## 第1章 緒論

わが国は3,000を超える島々から構成され、総延長34,360kmにも及ぶ長大な海岸線をもつうえに山地面積が多く、必然的に狭小な沿岸域に人口・産業が集中し、そのため海岸・港湾構造物に対する依存度はきわめて高い。とくに、重化学工業を中心とした工業地帯は、一方では海上交通や工業用水利用の便から、他方では広い敷地を埋立によってしか得られないという土地利用上の制約から沿岸埋立地に多く存在しており、海岸・港湾構造物の確実な防災対策が必要とされている。

これらの構造物の外力としては、台風や低気圧による高潮とそれに伴う高波浪、冬期季節風による高波浪、海中地震による津波あるいは地震力などが主たるものであり、海岸・港湾構造物の設計においては、それらは設計潮位、波圧または設計震度として考慮されている<sup>1)</sup>。もちろん、これらの主要な外力の他にも考慮すべき外力および自然条件が、設計条件としていくつか挙げられる。たとえば、構造物の自重、上載荷重、土圧および船舶によって生じる牽引力や接岸力などがそれであり、さらに背の高い構造物では風荷重を水平力として、冬期に積雪をみる地域では雪荷重を上載荷重としてそれぞれ考慮する必要がある。地下水位もまた、その設計条件の一つである。港湾構造物のうち特に沿岸埋立地の護岸の設計においては、地下水位は残留水圧、土圧および壁体の浮力の算定に用いられる。しかし、地下水の流動は海の波に比べてあまりにも緩慢であり、構造物への影響も波浪および地震に比べて一般に小さいため、波浪および地震が主要な外力となる海岸・港湾構造物の設計においては、地下水位の変動および地盤の浸透流の挙動はあまり重要視されてこなかったようである。

一方、背後地における海岸地下水の挙動自体を対象とした問題については、詳しい検討がなされており数多くの知見が得られている。たとえば、海岸に面した浸透地盤における地下水の塩水化障害の問題については、野満・豊原・神本<sup>2)</sup>の実験および豊原<sup>10)</sup>の現地観測をはじめとして、不均質地盤での解析法<sup>4)</sup>あるいは塩水化防止工法までこれまでに数々の研究がなされている<sup>5)</sup>。また、潮汐による海岸地下水位変動の伝播問題については、各種境界条件や半不透水層の存在などの種々の条件による不圧または被圧地下水の挙動が解明されている<sup>6), 7)</sup>。その理論は鉛直流速を無視する準一様流の仮定を用いた簡単なモデルを用いているが、沿岸埋立地における



基礎設計および地盤の液状化検討の際に必要な地下水位の予測、海岸線付近での地盤の掘削工事に付随する排水工の計画、あるいは透水層の性状の推定などに用いられている。

これに対し、沿岸埋立地の護岸の設計に用いられる地下水位の条件は、一般に潮汐のみによる変動を簡単な形で考慮して与えられる。すなわち、護岸の裏込めまたは裏埋土内の地下水位は、護岸前面の潮汐による海面の変化に対して時間的遅れを生じ残留水位差をもつが、現行の港湾施設の設計基準である「港湾の施設の技術上の基準・同解説」<sup>8)</sup>では、古土井・片山<sup>9)</sup>の残留水位測定調査結果を基にして、潮差の1/3~2/3を残留水位の標準値として定めており、これによる水圧および浮力を考慮するよう規定している。しかし、実際の護岸の地下水は潮汐に加えて降雨および埋立地の地下水位分布などの影響を同時に受けて流動しているため、埋立後の土地利用状況によっては設計標準値を超えた地下水位が観測されることがあり、その場合残留水圧の増加に伴って護岸の安定性の低下が懸念される。さらに、豊島<sup>10)</sup>は高波浪時の越波した海水や降雨などによって護岸の裏埋め土砂の流出空洞化が生じ被災する例を示している。安全性の高い護岸の設計・保全を行うためには、潮汐・降雨および埋立地の地下水位分布を同時に考慮して護岸周辺地盤の浸透流を解析し、護岸の残留水位および流速分布を正確に把握する必要があるといえよう。

また、砂浜海岸の海底の砂層を含めて考えた場合は、地下水は上述した潮汐および背後地の地下水位分布に加え、波浪による wave set-up, set-down の影響を同時に受けていると考えられる。そして、海底面で生じる上向きの浸透流は底質の移動を助長する方向にあり、海浜の安定性を検討するためにも海岸地下水の挙動を正しく評価しなければならない。近年、わが国の砂浜海岸では汀線が後退し各地で海岸侵食が激化しているが、土屋<sup>11), 12)</sup>は河川流域の開発に伴う漂砂源としての流出土砂量の減少および海岸構造物による沿岸漂砂の阻止がその主要因であると分析し、その海岸侵食の機構を波浪の変形とそれに伴う海浜流を外力とした海浜変形の数値モデルにより説明している。しかし、高波浪による著しい海岸決壊箇所は必ずしも波浪の集中箇所と一致しない場合があるため、海岸地下水が海岸侵食を助長させる二次的要因になっている可能性を検討する必要がある。一方、Wave set-up によっておこる碎波帯の浸透流については、すでに Longuet-Higgins<sup>13)</sup>が一定勾配の簡単な場合についてその理論解を示しており、赤村<sup>14)</sup>は wave set-up および陸側境界の高地下水位条件を同時に考慮して断面二次元の数値計算でその挙動を明らかにしている。しかし、海底地形の複雑な現地海岸においては波浪の発散・集中に伴う平均海面の空間分布が存在するため、それと潮汐および背後地の地下水位分布を同時に考慮した砂浜海岸地下水の解析を行う必要がある。

上述した沿岸埋立地の護岸周辺地盤および砂浜海岸の地下水の挙動は、非定常浸透流の基礎方程式に外力を評価して得られた適切な境界条件および初期条件を与えて解析される。そこで

は多孔質体としての砂質土は、土粒子および間隙水を区別しない均質な連続体として取り扱われ、基礎方程式、境界条件および初期条件は巨視的な平均流速および圧力で表される。しかし、微視的には土粒子の間隙構造は非常に複雑で、浸透流はその間隙の流れであるため真の流速および圧力は空間的にも時間的にも複雑に変化している。実用に用いる巨視的な基礎方程式は、微視的な記述における連続式および運動方程式を空間的に平均操作することにより得られ、たとえば高木<sup>15)</sup>は壁面近傍の流れを解析するために、合田<sup>16)</sup>は砂濾過の問題に適用するためにそれぞれこの方法で巨視的な基礎方程式を誘導している。したがって、海岸地下水の問題を対象とするためには、まずはじめに海岸地下水の外力の性質およびその現象の特徴に応じた巨視的な基礎方程式を誘導する必要がある。また、その基礎方程式に用いられるべき抵抗則についても詳細に検討されなければいけない。

そこで、本論文では、海岸地下水の挙動の解明を目的として、非定常浸透流の基礎方程式および抵抗則の検討から砂浜海岸および沿岸埋立地の護岸周辺地盤への応用まで一連の研究を系統的に行うものとする。以下、各章の内容の概略を述べることにより、本研究における著者の立場を明らかにする。

まず、第2章においては、海岸地下水の解析に必要な非定常浸透流の基礎方程式および抵抗則について詳細に検討し、得られた基礎方程式を基にして海岸地下水の非定常解について論じる。すなわち、飽和浸透流を対象とし、微視的な記述における連続式および Navier-Stokes の方程式に対して対流慣性項を無視せず、流体の圧縮性や土粒子および構造骨格の変位も考慮して空間的平均操作を行なって巨視的な基礎方程式を誘導する。ついで、砂質土の粒度分布に対数正規分布を適用し、複雑な間隙構造をもつ多孔質体としての砂質土を直列毛細管束にモデル化してその間隙径の分布を求め、流れの特性を空間的に平均して粒度分布を考慮した形で飽和透水係数を表示し、武内<sup>17)</sup>および Loudon<sup>18)</sup>が行った実験結果と比較してその適用性を検討する。さらに、背後地の不圧海岸地下水を対象として、準一様流の仮定あるいは井島・江口・小林<sup>19)</sup>が提案した速度ポテンシャル接続法を適用し、海岸地下水の伝播に関する加速度項の影響を調べ、潮汐および陸地の高地下水位を同時に境界条件として考慮した理論解を誘導し、地下水位に与える鉛直流速の影響と透水係数の関係を明らかにすることによって、海岸地下水の基本的な特性を論じる。

第3章においては、第2章で得られた基礎方程式および理論を応用し、砂浜海岸における地下水の挙動を研究する。はじめに、海岸地下水に関する従来の研究を参考として、砂浜海岸地下水の諸問題について考察する。ついで、砂浜海岸の浸透流の基礎方程式および境界条件を示すとともに、放物型屈折・回折方程式による波浪変形の数値モデルの適用性を検討して、海岸地下水における境界条件としての平均海面の計算法を示す。また、砂浜海岸の非定常浸透流を三



次元解析するために必要となる数値計算法を境界要素法を用いて開発し、その適用性の検討を行う。そして、現地海岸の例として新潟県糸魚川海岸を対象とし、波浪の変形計算および海浜流計算を行って平均海面の空間分布を求め、それと潮汐または陸側境界の地下水位条件を同時に与えて浸透流の流速分布を計算し、海岸地下水と海岸侵食との関係について考察する。

第4章では、沿岸埋立地の護岸周辺地盤へ応用し、地下水の挙動が護岸の安定性に与える影響について研究する。すなわち、潮汐・降雨および陸側境界の高地下水位条件を同時に考慮した浸透流の数値解析を行い、護岸の残留水位および浸透流の流速分布を計算して、各々の条件に対する護岸の地下水の挙動を明らかにする。また埋立地の土地利用の関係上、残留水位が設計時の予測より高くなり安定性が損なわれている矢板式護岸に適用し、その残留水位を低下させる方法を示す。さらに、裏埋め土砂の流出空洞化が生じている重力式護岸の損傷の実態調査を行い、浸透流解析によって流速分布を求め、裏埋め土砂流出の機構を解明しその対策を検討する。最後に、第5章においては、この研究を通じて得られた主要な成果をまとめて結論とする。

#### 参考文献

- 1) 松並仁茂：港湾施設の設計，新体系土木工学 82，技報堂出版，1990.
- 2) Nomitsu, T., Y. Toyohara, and R. Kamimoto: On the contact surface of fresh- and salt-water under the ground near a sandy sea-shore, Mem. Coll. Sci., Kyoto Univ., A Vol.10, No.7, 1927, pp.279-303.
- 3) Toyohara, Y.: A study on the coastal ground water at Yumigahama, Tottori, Mem. Coll. Sci., Kyoto Univ., A Vol.18, No.5, 1935, pp.295-309.
- 4) 杉尾 哲・森 耕司：浸透層条件が不圧浸透地盤内の塩水侵入に及ぼす影響について，土木学会論文集，第 411 号，II-12，1989，pp.73-80.
- 5) 酒井軍治郎：地下水学，朝倉書店，1965，pp.378-384.
- 6) 本間 仁：高等水理学，産業図書，1958，pp.178-180.
- 7) 石原藤次郎編：応用水理学 II，丸善，1958，pp.301-317.
- 8) 日本港湾協会：港湾の施設の技術上の基準・同解説，1989.
- 9) 古土井光昭・片山猛雄：残留水位測定潮差，港湾技研資料，No.115，1971，105p.
- 10) 豊島 修：海岸護岸考，海岸，No.20，1980，pp.55-63.
- 11) 土屋義人：海岸線を守る技術とその考え方，土木学会誌，Vol.65，No.2，1980，pp.2-8.
- 12) 土屋義人：大規模海岸構造物による海岸侵食の機構，海岸工学論文集，第 38 卷，1991，pp.436-440.
- 13) Longuet-Higgins, M. S.(1983): Wave set-up, percolation and undertow in the surf zone, Proc. R. Soc. Lond., A 390, pp.283-291.
- 14) Akamura, S.: Groundwater effect on beach changes, Master thesis, Kyoto univ., 1989, pp.15-25.
- 15) 高木俊介：土壤水の運動機構について，応用物理，第 17 卷，第 8-9 号，1948，pp.241-251.
- 16) 合田 健：砂灘過の水理に関する一基礎的研究，土木学会誌，第 37 卷，第 1 号，1952，pp.29-33.
- 17) 武内 等：確率モデルによる多孔体内の流れのシミュレーション，土木学会論文報告集，第 187 号，1971，pp.79-93.
- 18) Loudon, A. G.: The computation of permeability from simple soil tests, Geotechnique, Vol.3, 1952, pp.165-182.
- 19) 井島武士・江口泰彦・小林 彰：透過性防波堤と岸壁に関する研究，第 18 回海岸工学講演会論文集，1971，pp.121-130.



## 第2章 非定常海岸地下水の理論

### 2.1 概説

海岸地下水を含む一般の地下水問題を扱うとき、多孔質体としての砂質土は均質な連続体として取り扱われ、巨視的な平均流速や圧力で表される基礎方程式が得られている。しかし、微視的には、浸透流は非常に複雑な土粒子間の間隙の流れであり、その真の流速や圧力は空間的にも時間的にも複雑に変化している。この微視的な流れの特性は、その道筋である間隙の幾何学構造に大きく影響されるが、その間隙構造も非常に複雑な形状となっている。また、実用上からいえば、土粒子の間隙を流れる局所的な流れの特性よりも、巨視的な浸透層内の平均流速が必要になることが多い。微視的な流体の運動を集大成した後に空間的に平均操作するのは非常に困難であるから、コントロールボリュームを考え物理量を空間的に平均操作して表した連続式および運動方程式を境界条件に対して解析する取り扱いによらざるをえない。ただし、平均操作して巨視的に浸透流を取り扱おうとすると、平均操作するスケールよりも小さい微視的な現象は当然無視されることになり、また、コントロールボリューム内の構造は、微視的にみると非常に複雑で不均質であるものが、平均操作により均質なメディアとして取り扱われてしまう。そこで、内部の微視的な流れを空間平均量とそれに対する場所的な変動成分として表し、多孔質体としての連続体の巨視的な基礎方程式を誘導するとともに、その変動成分がどのような形でその基礎方程式中に現われるかを調べる必要がある。

この空間的に平均操作する方法は、浸透流の巨視的な基礎方程式を求める方法として古くから用いられている。高木<sup>1)</sup>は非圧縮性を仮定し対流慣性項を無視して平均操作を行い、巨視的な基礎方程式を誘導して壁面近傍の流れを解析している。また、合田<sup>2)</sup>は砂濾過の問題に適用するために、間隙率の時間的な変化を含む連続式を誘導している。この方法では Whitaker<sup>3), 4)</sup> および Slattery<sup>5)</sup> によって、平均操作における積分演算と微分演算との関係が明かにされ、土粒子やそれによって構成される構造骨格が変形する場合でも適用できるようになった。そして、Irmay<sup>6)</sup>、Whitaker<sup>7)</sup>、Slattery<sup>8)</sup> および Bear<sup>49)</sup> により Darcy 則と微視的な流れの構造との関係が研究されており、multi-phase flow の問題にも適用されている<sup>10), 11)</sup>。

2.2 節では、飽和浸透流を対象とし、微視的な記述における Navier-Stokes の方程式に対して対流慣性項を無視せず、また流体の圧縮性や土粒子および構造骨格の変位も考慮して空間的平均操作を行なって巨視的な基礎方程式を誘導する。ついで、2.3 節において基礎方程式に用いるべき浸透流の抵抗則について詳細に検討し、透水係数を砂質土の粒度分布の特性を導入した表示として定式化する。すなわち、従来の飽和透水係数は間隙率および代表粒径の関数として表示されているが、砂質土の粒度分布をどう考慮するかは未解決の問題として残されている。そこで、粒度分布に対数正規分布を適用し、土粒子の個数分布や断面での大きさを表示したあと、複雑な間隙構造をもつ多孔質体としての砂質土を直列毛細管束にモデル化し、その間隙径の分布を考慮して流れの特性の空間平均から飽和透水係数を求め、武内<sup>12)</sup> および Loudon<sup>13)</sup> が行った実験結果と比較する。

つぎに、こうして得られた基礎方程式を用いて海岸地下水の非定常解を論じる。従来、陸地側を対象として、潮汐を周期境界条件とする地下水位変動の伝播の簡単な理論解が、鉛直流速を無視する準一様流の仮定のもとに誘導されて<sup>14)</sup>、地下水位変動の解析に用いられてきた<sup>15)</sup>。また、波浪を周期境界条件とする透過性防波堤内の水理特性については、近藤<sup>16)</sup>、近藤・藤間<sup>17), 18), 19)</sup> および Madsen<sup>20)</sup> は長波理論を応用し、富永・坂本<sup>21)</sup> および井島・江口・小林<sup>22)</sup> は速度ポテンシャルをもつ微小振幅波理論を応用して解析している。特に井島らが提案した速度ポテンシャル接続法は、対象領域が鉛直境界面によって矩形領域に分割できる場合に限られるけれども、鉛直流速を考慮した解析を可能とすることができ、たとえば堀口<sup>23)</sup> は周囲を混成堤によって遮断された洋上石油備蓄基地の域内振動の解析に応用している。さらに、倉内・近藤・藤間<sup>24)</sup> は二次のオーダーまで考慮することにより有限振幅波へ拡張しており、吉田・小島・鶴本<sup>25), 26)</sup> が提案する選点解法を用いれば、かなり複雑な形状の構造物でも適用できると考えられる。

2.4 節では、これらの理論を応用し、潮汐を周期境界条件とした海岸地下水の非定常解を求めてその基本的性質を明らかにする。すなわち、準一様流の仮定を用いて誘導された理論解をもとにして、不圧地下水の伝播に関する加速度項の影響を調べるとともに、潮汐および陸地の高地下水位を同時に境界条件として考慮した理論解を誘導する。さらに、準一様流解と速度ポテンシャル接続法を用いた断面二次元の理論解とを比較し、海岸地下水の水位に与える鉛直流速の影響と透水係数の関係を明らかにしてこれらの理論の適用性を論じる。



## 2.2 非定常浸透流の基礎方程式

### 2.2.1 微視的な基礎方程式と境界条件

砂質土の土粒子間の空隙の流れは、粘性流体の基礎方程式としての次の連続式および Navier-Stokes の運動方程式によって記述される。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0 \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = \mathbf{F} - \frac{1}{\rho} \nabla p + \frac{\mu}{\rho} \nabla^2 \mathbf{v} + \frac{1}{3} \frac{\mu}{\rho} \nabla (\nabla \cdot \mathbf{v}) \quad (2.2)$$

ここに、 $\mathbf{v}$  は速度ベクトル、 $\rho$  は密度、 $p$  は圧力、 $\mathbf{F}$  は外力および  $\mu$  は粘性係数である。これらの方程式を解くためには、初期条件および境界条件が必要である。流れが定常 ( $\partial/\partial t = 0$ ) であれば、境界条件のみ必要となり、それは、解析対象領域の外縁の開領域および土粒子表面で与えられる。領域の外縁では多孔質体の存在限界、または自由表面において既知の流速分布および圧力分布が境界条件として与えられる。

一方、すべての土粒子表面  $A_S$  について与えられる境界条件は、土粒子表面の移動速度ベクトルを  $\mathbf{w}_S$  として次式で表される。

$$\mathbf{v} - \mathbf{w}_S = 0 \quad \text{on } A_S \quad (2.3)$$

この境界条件は、土粒子表面での non-slip 条件を示す接線方向で  $\mathbf{v}_t - \mathbf{w}_{S_t} = 0$  および流体が土粒子内に入りしないことを示す法線方向で  $\mathbf{v}_n - \mathbf{w}_{S_n} = 0$  であることを意味している。

この境界条件のもとに連続式 (2.1) および運動方程式 (2.2) を解くことを考えるとき、対象とする領域内に等径の球形粒子が1個または数個であれば、解析的にあるいは数値計算によって、流体の流速分布および圧力分布が求められるであろう。しかし、現実には土粒子の数は無数にある。この無数の土粒子が等径の球体でかつ規則的に並んでいるのであれば、解の周期性を考慮することにより解析的に解けるかもしれない。また、球形粒子の位置が不規則に任意に並んでいても数個であれば、数値計算で解が得られるかも知れない。しかしながら、実際には無数の土粒子が不規則に任意に並んでおり、その土粒子の大きさも形状も複雑であるため、境界条件を簡単に数学的に表現することは難しい。もし、土粒子の大きさ、形状および配置やその空隙の構造が既知で、領域内すべての境界条件が把握できており、領域外縁の境界条件（固定壁または自由表面など）も既知であれば、微視的なすべての流体素分の流速分布および圧力分布を同時に求めることは原理的に可能ではあるが、解析的にもまた数値計算でも不可能である。

### 2.2.2 巨視的な浸透流の基礎方程式

#### (1) コントロールボリュームと空間平均の定義

(a) 平均量と変動成分の定義： 砂層を飽和状態で流れている浸透流を考える。これに砂層内のある1点  $P(x_0, y_0, z_0)$  を中心とし、図-2.1 に示すようなコントロールボリュームを設定すると、その辺長を  $x, y$  および  $z$  方向にいずれも  $l$  とすれば、その微小容積は  $\Delta V = l^3$  で表される。

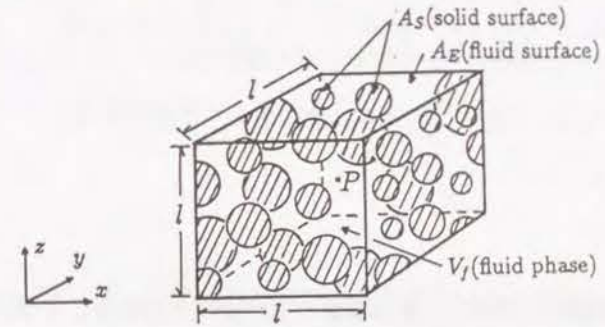


図-2.1 コントロールボリュームの模式図

点  $P$  における平均流速  $\mathbf{v}_s$ 、平均圧力  $p_0$  および平均密度  $\rho_0$  は、このコントロールボリュームの流体相  $V_f$  (容積は  $\Delta V_f(t)$ ) における流速  $\mathbf{v}$ 、圧力  $p$  および密度  $\rho$  を空間的に平均操作して表すと、次式のように定義される。

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{v}_s &= \frac{1}{\Delta V} \iiint_{V_f} \mathbf{v} dV \\ n p_0 &= \frac{1}{\Delta V} \iiint_{V_f} p dV \\ n \rho_0 &= \frac{1}{\Delta V} \iiint_{V_f} \rho dV \end{aligned} \right\} \quad (2.4)$$

ここに、巨視的な特性量である空隙率  $n$  は、このコントロールボリュームにおいて次式で定義される。

$$n = \frac{1}{\Delta V} \iiint_{V_f} dV = \frac{\Delta V_f(t)}{\Delta V} \quad (2.5)$$

また、コントロールボリューム内部での流速、圧力および密度の空間的な変動成分  $\mathbf{v}'$ 、 $p'$  および  $\rho'$  を次式のように定義する。

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{v} &= \frac{\mathbf{v}_s}{n} + \mathbf{v}' \\ p &= p_0 + p' \\ \rho &= \rho_0 + \rho' \end{aligned} \right\} \quad (2.6)$$

ここに,

$$\frac{1}{\Delta V} \iiint_{V_f} \mathbf{v}' dV = \frac{1}{\Delta V} \iiint_{V_f} p' dV = \frac{1}{\Delta V} \iiint_{V_f} \rho' dV = 0 \quad (2.7)$$

ただし, 一般的に  $\rho' \ll \rho_0$  であることから, 次式のように表される。

$$\frac{1}{\rho} \approx \frac{1}{\rho_0} \left( 1 - \frac{\rho'}{\rho_0} \right) \quad (2.8)$$

(b) 微分演算と平均操作の関係: 微分演算と平均操作との関係, すなわち微分演算後の空間平均値と, 空間平均した諸量の微分との関係を次に示す。流体相の特性量を  $\psi$  で表示すると, 空間微分に関して<sup>5), 27)</sup>,

$$\langle \nabla \psi \rangle = \nabla \langle \psi \rangle + \frac{1}{\Delta V} \iint_{A_s} \psi \mathbf{n}_s dA \quad (2.9)$$

時間微分に関して<sup>4)</sup>,

$$\left\langle \frac{\partial \psi}{\partial t} \right\rangle = \frac{\partial}{\partial t} \langle \psi \rangle - \frac{1}{\Delta V} \iint_{A_s} \psi \mathbf{w}_s \cdot \mathbf{n}_s dA \quad (2.10)$$

の表示が得られる。ここに,  $\psi$  は  $\mathbf{v}$ ,  $p$  または  $\rho$  で,  $\langle \psi \rangle$  は  $\psi$  の空間平均値を表し, 具体的には  $\mathbf{v}_s$ ,  $n\rho_0$  または  $n\rho_0$  である。また,  $\mathbf{n}_s$  は土粒子表面の単位法線ベクトル (流体相から土粒子に向う方向が正) を示す。ここで,  $\psi = 1$  とすると, 式 (2.5), (2.9) および (2.10) より次式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{\Delta V} \iint_{A_s} \mathbf{n}_s dA &= -\nabla n \\ \frac{1}{\Delta V} \iint_{A_s} \mathbf{w}_s \cdot \mathbf{n}_s dA &= \frac{\partial n}{\partial t} \end{aligned} \right\} \quad (2.11)$$

(c) コントロールボリュームの大きさ: このコントロールボリュームのスケール  $l$  は, 以上の平均操作が理論的に妥当となるように数多くの土粒子 (径  $D$ ) を含んだ十分な大きさ, すなわち次式の間関係を満たす必要がある。

$$l \gg D \quad (2.12)$$

この平均操作によって, 土粒子間隙における複雑な速度分布  $\mathbf{v}'$  は見かけ上無視されることになる。間隙中における実際の流れの道すじは著しく屈曲しており, 微分のスケールを上式で考慮すると,  $\nabla \mathbf{v}_s$  および  $\nabla \mathbf{v}'$  のオーダーには次の関係があると考えられる。

$$O(\nabla \mathbf{v}') \gg O(\nabla \mathbf{v}_s) \quad (2.13)$$

一方, 各コントロールボリューム毎に定義される平均流速の空間的变化を解析するためには, 解析する現象のスケール  $L$  に比べてコントロールボリュームのスケール  $l$  を無視できるほど小さくする必要がある。

$$l \ll L \quad (2.14)$$

この関係は Whitaker<sup>3)</sup>により, つぎの関係が成立する条件に対応すると説明されている。

$$\frac{1}{\Delta V} \iiint_V \langle \psi \rangle dV = \langle \psi \rangle \quad (2.15)$$

(2) 連続式と運動方程式の空間平均

(a) 連続式: 連続式 (2.1) を空間的に平均操作すれば次式が得られる。

$$\left\langle \frac{\partial \rho}{\partial t} \right\rangle + \langle \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) \rangle = 0 \quad (2.16)$$

この左辺第1項に式 (2.4) および (2.10) を適用すると, 次式のように変形される。

$$\begin{aligned} \left\langle \frac{\partial \rho}{\partial t} \right\rangle &= \frac{\partial}{\partial t} \langle \rho \rangle - \frac{1}{\Delta V} \iint_{A_s} \rho \mathbf{w}_s \cdot \mathbf{n}_s dA \\ &= \frac{\partial}{\partial t} (n\rho_0) - \frac{1}{\Delta V} \iint_{A_s} \rho \mathbf{w}_s \cdot \mathbf{n}_s dA \end{aligned} \quad (2.17)$$

同様に, 式 (2.16) の左辺第2項に式 (2.6), (2.7) および (2.9) を用いると, 次式のように変形される。

$$\begin{aligned} \langle \nabla \cdot \rho \mathbf{v} \rangle &= \nabla \cdot \langle \rho \mathbf{v} \rangle + \frac{1}{\Delta V} \iint_{A_s} \rho \mathbf{v} \cdot \mathbf{n}_s dA \\ &= \nabla \cdot \left\langle \rho_0 \frac{\mathbf{v}_s}{n} \right\rangle + \nabla \cdot \rho_0 \langle \mathbf{v}' \rangle + \nabla \cdot \langle \rho' \rangle \frac{\mathbf{v}_s}{n} + \nabla \cdot \langle \rho' \mathbf{v}' \rangle + \frac{1}{\Delta V} \iint_{A_s} \rho \mathbf{v} \cdot \mathbf{n}_s dA \\ &= \nabla \cdot (\rho_0 \mathbf{v}_s) + \nabla \cdot \frac{1}{\Delta V} \iiint_{V_f} \rho' \mathbf{v}' dV + \frac{1}{\Delta V} \iint_{A_s} \rho \mathbf{v} \cdot \mathbf{n}_s dA \end{aligned} \quad (2.18)$$



これより式 (2.16) は、次式のように書き換えられる。

$$\frac{\partial}{\partial t}(n\rho_0) + \nabla \cdot (\rho_0 \mathbf{v}_s) + \nabla \cdot \frac{1}{\Delta V} \iiint_{V_f} \rho' \mathbf{v}' dV + \frac{1}{\Delta V} \iint_{A_s} \rho(\mathbf{v} - \mathbf{w}_s) \cdot \mathbf{n}_s dA = 0 \quad (2.19)$$

さらに、土粒子表面  $A_s$  においては式 (2.3) により  $\mathbf{v} - \mathbf{w}_s = 0$  であるから式 (2.19) 第 4 項は 0 となり、結局空間平均された連続式は次式のように表すことができる。

$$\frac{\partial}{\partial t}(n\rho_0) + \nabla \cdot (\rho_0 \mathbf{v}_s) + \nabla \cdot \frac{1}{\Delta V} \iiint_{V_f} \rho' \mathbf{v}' dV = 0 \quad (2.20)$$

(b) 運動方程式： 運動方程式 (2.2) を空間的に平均操作すると、次式のようになる。

$$\left\langle \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} \right\rangle + \langle (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \rangle = \langle \mathbf{F} \rangle - \left\langle \frac{1}{\rho} \nabla p \right\rangle + \left\langle \frac{\mu}{\rho} \nabla^2 \mathbf{v} \right\rangle + \left\langle \frac{1}{3} \frac{\mu}{\rho} \nabla (\nabla \cdot \mathbf{v}) \right\rangle \quad (2.21)$$

この左辺第 1 項に式 (2.10) を適用すると、次式のように変形される。

$$\left\langle \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} \right\rangle = \frac{\partial \mathbf{v}_s}{\partial t} - \frac{1}{\Delta V} \iint_{A_s} \mathbf{v}(\mathbf{w}_s \cdot \mathbf{n}_s) dA \quad (2.22)$$

式 (2.21) の左辺第 2 項は  $x$  方向について考えると、 $\mathbf{v}$  の  $x$  成分を  $u = u_s/n + u'$  および  $\nabla u = \langle \nabla u \rangle + \langle \nabla u' \rangle$  として、次式のように変形される。

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{v} \cdot \nabla u \rangle &= \left\langle \left( \frac{\mathbf{v}_s}{n} + \mathbf{v}' \right) \cdot \{ \langle \nabla u \rangle + \langle \nabla u' \rangle \} \right\rangle \\ &= \frac{\mathbf{v}_s}{n} \cdot \langle \nabla u \rangle + \langle \mathbf{v}' \cdot \langle \nabla u' \rangle \rangle \\ &= \frac{\mathbf{v}_s}{n} \cdot \nabla u_s + \frac{\mathbf{v}_s}{n} \cdot \frac{1}{\Delta V} \iint_{A_s} u \mathbf{n}_s dA + \langle \mathbf{v}' \cdot \nabla u' \rangle \end{aligned} \quad (2.23)$$

ここで用いた  $\langle \mathbf{v}' \cdot \langle \nabla u' \rangle \rangle = \langle \mathbf{v}' \cdot \nabla u' \rangle$  の関係式は、Gray・O'Neill<sup>28)</sup>により証明されている。これより式 (2.21) の左辺第 2 項は、次式のように表される。

$$\langle (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \rangle = \left( \frac{\mathbf{v}_s}{n} \cdot \nabla \right) \mathbf{v}_s + \frac{1}{\Delta V} \iint_{A_s} \mathbf{v} \left( \frac{\mathbf{v}_s}{n} \cdot \mathbf{n}_s \right) dA + \frac{1}{\Delta V} \iiint_{V_f} (\mathbf{v}' \cdot \nabla) \mathbf{v}' dV \quad (2.24)$$

このうち右辺第 1 項は平均流速による対流慣性項、右辺第 3 項は流速の空間的な変動成分によって生じる対流慣性項である。右辺第 2 項は、式 (2.22) の右辺第 2 項と同じく土粒子またはそれによって構成される構造骨格の圧縮性に関する項である。

次に、式 (2.21) の右辺第 1 および 2 項は次のように変形される。

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{F} \rangle - \left\langle \frac{1}{\rho} \nabla p \right\rangle &= -\langle \nabla \Omega \rangle - \left\langle \frac{1}{\rho} \nabla p \right\rangle \\ &= -n \left( \nabla \Omega_0 + \frac{1}{\rho_0} \nabla p_0 \right) - \frac{1}{\Delta V} \iint_{A_s} \left( \Omega + \frac{p'}{\rho_0} \right) \mathbf{n}_s dA \\ &\quad + \frac{1}{\Delta V} \iiint_{V_f} \frac{\rho'}{\rho_0^2} \nabla p' dV \end{aligned} \quad (2.25)$$

ここに、式 (2.21) の右辺第 1 項の  $\mathbf{F}$  は主として重力であるが、これを次式のようにポテンシャル  $\Omega$  で表している。

$$\mathbf{F} = \mathbf{g} = -\nabla \Omega \quad (2.26)$$

この式 (2.25) の最後の右辺第 1 項が 0 のとき (たとえば  $v = 0$  のとき)、右辺第 2 項も 0 となる。ここでは Gray・O'Neill<sup>28)</sup>の方法にならい、右辺第 2 項が第 1 項に比例すると仮定すると、次式のように表される。

$$\langle \mathbf{F} \rangle - \left\langle \frac{1}{\rho} \nabla p \right\rangle = -n F_1 \nabla \Omega_0 - \frac{n F_1}{\rho_0} \nabla p_0 + \frac{1}{\Delta V} \iiint_{V_f} \frac{\rho'}{\rho_0^2} \nabla p' dV \quad (2.27)$$

ここに、 $F_1$  は主として間隙構造によって決まる定数であり、 $\Omega_0$  は点  $P$  での  $\Omega$  の値を示す。

つぎに、式 (2.21) の右辺第 3 項を書き換える。 $x$  方向について考えると、これまでと同様に式 (2.6) および (2.9) を用いて次式のように変形される。

$$\begin{aligned} \left\langle \frac{\mu}{\rho} \nabla^2 u \right\rangle &= \frac{\mu}{\rho_0} \langle \nabla \cdot \langle \nabla u \rangle \rangle - \left\langle \frac{\mu \rho'}{\rho_0^2} \nabla^2 u' \right\rangle \\ &= \frac{\mu}{\rho_0} \nabla^2 u_s + \frac{\mu}{\rho_0} \nabla \cdot \frac{1}{\Delta V} \iint_{A_s} u \mathbf{n}_s dA \\ &\quad + \frac{\mu}{\rho_0} \frac{1}{\Delta V} \iint_{A_s} \nabla u \cdot \mathbf{n}_s dA - \left\langle \frac{\mu \rho'}{\rho_0^2} \nabla^2 u' \right\rangle \end{aligned} \quad (2.28)$$

これより式 (2.21) の右辺第 3 項は、次式のように表される。

$$\left\langle \frac{\mu}{\rho} \nabla^2 \mathbf{v} \right\rangle = \frac{\mu}{\rho_0} \nabla^2 \mathbf{v}_s + \frac{\mu}{\rho_0} \nabla \cdot \frac{1}{\Delta V} \iint_{A_s} \mathbf{v} \mathbf{n}_s dA + \frac{\mu}{\rho_0} \frac{1}{\Delta V} \iint_{A_s} \nabla \mathbf{v} \cdot \mathbf{n}_s dA - \frac{1}{\Delta V} \iiint_{V_f} \frac{\mu \rho'}{\rho_0^2} \nabla^2 \mathbf{v}' dV \quad (2.29)$$

最後に、式(2.21)の右辺第4項は  $x$  方向について次式となる。

$$\left\langle \frac{1}{3} \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial}{\partial x} (\nabla \cdot \mathbf{v}) \right\rangle = \frac{1}{3} \frac{\mu}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial x} (\nabla \cdot \mathbf{v}_s) + \frac{1}{3} \frac{\mu}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{\Delta V} \iint_{A_s} \mathbf{v} \cdot \mathbf{n}_s dA + \frac{1}{3} \frac{\mu}{\rho_0} \frac{1}{\Delta V} \iint_{A_s} (\nabla \cdot \mathbf{v}) n_{sx} dA - \left\langle \frac{1}{3} \frac{\mu \rho'}{\rho^2} \frac{\partial}{\partial x} (\nabla \cdot \mathbf{v}) \right\rangle \quad (2.30)$$

ここに、 $n_{sx}$  は  $\mathbf{n}_s$  の  $x$  成分である。これより式(2.21)の右辺第4項は、次式のように表される。

$$\left\langle \frac{1}{3} \frac{\mu}{\rho} \nabla (\nabla \cdot \mathbf{v}) \right\rangle = \frac{1}{3} \frac{\mu}{\rho_0} \nabla (\nabla \cdot \mathbf{v}_s) + \frac{1}{3} \frac{\mu}{\rho_0} \nabla \frac{1}{\Delta V} \iint_{A_s} \mathbf{v} \cdot \mathbf{n}_s dA + \frac{1}{3} \frac{\mu}{\rho_0} \frac{1}{\Delta V} \iint_{A_s} (\nabla \cdot \mathbf{v}) \mathbf{n}_s dA - \frac{1}{\Delta V} \iiint_{V_f} \frac{1}{3} \frac{\mu \rho'}{\rho_0^2} \nabla (\nabla \cdot \mathbf{v}) dV \quad (2.31)$$

式(2.3), (2.22), (2.24), (2.27), (2.29) および (2.31) から、空間的に平均操作された運動方程式として最終的に次式が得られる。

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \mathbf{v}_s}{\partial t} + \left( \frac{\mathbf{v}_s}{n} \cdot \nabla \right) \mathbf{v}_s + \frac{1}{\Delta V} \iiint_{V_f} (\mathbf{v}' \cdot \nabla) \mathbf{v}' dV \\ & - \frac{1}{\Delta V} \iint_{A_s} \mathbf{w}_s (\mathbf{v}' \cdot \mathbf{n}_s) dA \\ & = -n F_1 \nabla \Omega_0 - \frac{n F_1}{\rho_0} \nabla p_0 + \frac{1}{\Delta V} \iiint_{V_f} \frac{\rho'}{\rho_0^2} \nabla p' dV + \frac{\mu}{\rho_0} \nabla^2 \mathbf{v}_s \\ & + \frac{\mu}{\rho_0} \nabla \cdot \frac{1}{\Delta V} \iint_{A_s} \mathbf{w}_s \mathbf{n}_s dA + \frac{\mu}{\rho_0} \frac{1}{\Delta V} \iint_{A_s} \nabla \mathbf{v}' \cdot \mathbf{n}_s dA \\ & - \frac{1}{\Delta V} \iiint_{V_f} \frac{\mu \rho'}{\rho_0^2} \nabla^2 \mathbf{v}' dV + \frac{1}{3} \frac{\mu}{\rho_0} \nabla (\nabla \cdot \mathbf{v}_s) + \frac{1}{3} \frac{\mu}{\rho_0} \nabla \frac{1}{\Delta V} \iint_{A_s} \mathbf{w}_s \cdot \mathbf{n}_s dA \\ & + \frac{1}{3} \frac{\mu}{\rho_0} \frac{1}{\Delta V} \iint_{A_s} (\nabla \cdot \mathbf{v}') \mathbf{n}_s dA - \frac{1}{\Delta V} \iiint_{V_f} \frac{1}{3} \frac{\mu \rho'}{\rho_0^2} \nabla (\nabla \cdot \mathbf{v}') dV \end{aligned} \quad (2.32)$$

(c) 圧縮性について： さて、空間的平均操作によって得られた連続式(2.20)および運動方程式(2.32)には、密度、圧力および流速の変動成分である  $\rho'$ ,  $p'$  および  $\mathbf{v}'$  を含む項が含まれている。このうち密度の変動成分  $\rho'$  については、一般に次の示性方程式により圧力変動成分と関係づけられる。

$$\frac{\rho'}{\rho_0} = \frac{p'}{\beta} \quad (2.33)$$

しかし、水の体積弾性係数  $\beta$  は常温常圧で  $2 \times 10^9$  N/m<sup>2</sup> であり、もし、コントロールボリュームの中に空気が混入していない場合を対象にすれば一般的な条件では  $\rho' \ll \rho_0$  であることから、コントロールボリューム内部での空間的な密度変化は非常に小さい。したがって、次式のように考えられる。

$$O(\rho' \mathbf{v}') \ll O(\rho_0 \mathbf{v}_s) \quad (2.34)$$

これより、空間平均された連続式(2.20)の左辺第3項は、左辺第2項と比べて無視することができる。なお、ここでは  $\mathbf{v}'$  および  $\mathbf{v}_s$  のオーダーはほぼ同じと考えている。結局、式(2.20)は次式のようになる。

$$\frac{\partial}{\partial t} (n \rho_0) + \nabla \cdot (\rho_0 \mathbf{v}_s) = 0 \quad (2.35)$$

この式には、もはや変動成分は含まれておらず、これが目的とする巨視的な連続式である。しかし、砂質土の中に空気が混入しているような不飽和浸透流を対象とする場合には、式(2.33)のような示性方程式が連続式および運動方程式に加えて基礎方程式を構成することになるはずである。

同様にすれば、運動方程式(2.32)についても  $\rho'$  の含まれる項、右辺第3, 7および11項は、他の項に比べて無視することができる。また、式(2.35)より平均密度  $\rho_0$  の時空間的な変化で書き換えられる右辺第8および10項も、それぞれ右辺第4および6項に比べて無視することができる<sup>28)</sup>。

次に、式(2.32)の左辺第4項、右辺第5および9項について調べる。これらの項に含まれる土粒子表面の移動速度  $\mathbf{w}_s$  は、土粒子および地盤の骨格が非圧縮であれば0である。また、非圧縮性を仮定しなくても、一般的な土質を対象とする限り  $\mathbf{w}_s$  は流速  $\mathbf{v}$  に比べて非常に小さく、左辺第4項は左辺第3項に比べて無視することができる。さらに、次式の関係が成り立つことから右辺第5および9項も、右辺第6項に比べて無視することができる。



$$O(\nabla \mathbf{w}_s) \ll O(\nabla \mathbf{v}') \quad \text{on } A_S \quad (2.36)$$

これより式(2.32)は次のように変形することができる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{v}_s}{\partial t} + \left( \frac{\mathbf{v}_s}{n} \cdot \nabla \right) \mathbf{v}_s + \frac{1}{\Delta V} \iiint_{V_f} (\mathbf{v}' \cdot \nabla) \mathbf{v}' dV \\ = -nF_1 \nabla \Omega_0 - \frac{nF_1}{\rho_0} \nabla p_0 + \frac{\mu}{\rho_0} \nabla^2 \mathbf{v}_s + \frac{\mu}{\rho_0} \frac{1}{\Delta V} \iint_{A_S} \nabla \mathbf{v}' \cdot \mathbf{n}_s dA \end{aligned} \quad (2.37)$$

### (3) 運動方程式と抵抗則

空間平均された連続式(2.35)および運動方程式(2.37)を用いて、周期境界条件における地下水問題を対象とするものとして、これらの基礎方程式の簡単化について考える。

運動方程式(2.37)は、等流状態の場合には、基本的には右辺第2項の圧力項と右辺第4項で表される抵抗項は力学的につり合わなければならない。圧力項の微分のスケールはコントロールボリュームのスケール  $l$  であり、そのオーダーは圧力の代表量を  $p^*$  として  $O(p^*/\rho_0 l)$  で表される。一方、抵抗項の土粒子表面  $A_S$  における流速の変動成分  $\mathbf{v}'$  は、non-slip 条件より  $\mathbf{v}' = \mathbf{w}_s - \mathbf{v}_s/n$  であることから平均流速  $\mathbf{v}_s$  と同じオーダーであり、その微分のスケールに土粒子径  $D$  をとれば、そのオーダーは  $O(\mu \mathbf{v}_s / \rho_0 D^2)$  である。これより平均流速  $\mathbf{v}_s$  および流速の変動成分  $\mathbf{v}_s$  のオーダーは、 $p^*$  を用いて、次のように表すことができる。

$$O(\mathbf{v}_s) = O(\mathbf{v}') \sim \frac{D^2 p^*}{\mu l} \quad (2.38)$$

これを基本として、次の無次元量を定義することができる。

$$\bar{t} = \sigma t, \quad \bar{p} = \frac{p_0}{p^*}, \quad \bar{\Omega} = \frac{\rho_0}{p^*} \Omega_0, \quad \bar{\mathbf{v}}_s = \frac{\mu l}{D^2 p^*} \mathbf{v}_s, \quad \bar{\mathbf{v}}' = \frac{\mu l}{D^2 p^*} \mathbf{v}' \quad (2.39)$$

ここに、 $\sigma$  は角周波数  $2\pi/T$  で、 $T$  は周期境界条件における現象の周期を表す。なお、 $\nabla$  のスケールは変動成分の項である左辺第3項および右辺第4項では  $D$  を用い、その他の項では  $l$  を用いる。式(2.39)に関係して、浸透流の  $Re$  数は次のように定義される。

$$Re = \frac{\rho \mathbf{v}_s D}{\mu} = O\left(\frac{\rho_0 D}{\mu} \frac{D^2 p^*}{\mu l}\right) \quad (2.40)$$

これらの無次元量に加えて、さらに長さの比を表す  $\epsilon = D/l \ll 1$  を導入し、かつ  $F_1 = 1$  として式(2.37)を変形すると、次式のようになる。

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{\sigma^2 D}{g}} \sqrt{Re} \sqrt{\frac{\rho_0 g l}{p^*}} \frac{\partial \bar{\mathbf{v}}_s}{\partial \bar{t}} + \epsilon Re \frac{1}{n} (\bar{\mathbf{v}}_s \cdot \bar{\nabla}) \bar{\mathbf{v}}_s + Re \frac{1}{\Delta V} \iiint_{V_f} (\bar{\mathbf{v}}' \cdot \bar{\nabla}) \bar{\mathbf{v}}' dV \\ = -n \bar{\nabla} \bar{\Omega} - n \bar{\nabla} \bar{p} + \epsilon^2 \bar{\nabla}^2 \bar{\mathbf{v}}_s + \frac{1}{\Delta V} \iint_{A_S} \bar{\nabla} \bar{\mathbf{v}}' \cdot \mathbf{n}_s dA \end{aligned} \quad (2.41)$$

これからわかるように、周期境界条件の地下水現象に対する巨視的な運動方程式は  $Re$  数、 $\epsilon$ 、 $p^*/\rho_0 g l$  および  $\sigma^2 D/g$  で示される4つの無次元量によって表される。この式の左辺第1項の加速度項に現れる無次元パラメーター  $\sigma^2 D/g$  は周期変動に関するパラメーターであり、土粒子径の代表的な値として  $D = 10^{-3} \text{m}$  をとれば、波浪のような短周期境界条件では  $O(\sigma^2 D/g) = 10^{-4}$  となるが、潮汐による周期境界条件では  $O(\sigma^2 D/g) = 10^{-12}$  となり、また、 $p^*/\rho_0 g l$  のオーダーは、代表値  $l = 1 \text{m}$  をとれば  $O(p^*/\rho_0 g l) = 10^{-4} \times Re$  である。これより加速度項は波浪による周期境界条件の場合には圧力項や抵抗項と同じオーダーとなり、これらの項を無視することはできないことがわかる。左辺第2項は対流慣性項であるが、 $Re < 1$  のときには一般的に圧力項および抵抗項に比べて無視できるけれども、 $Re$  数が大きくなり平均流速の勾配が大きくなるような地下水問題では無視できなくなる可能性がある。さらに、右辺第3項は平均流速による抵抗項であり、そのオーダーは  $\epsilon^2 \ll 1$  であることから通常無視することができる。この項はもと式(2.21)の右辺第3項に式(2.9)を適用して得られたものであったが、この式(2.21)右辺第3項を Gauss の公式により体積積分から面積積分に変換すると、次式のようにも表示することができ、その物理的意味がより明らかになる。

$$\frac{\mu}{\rho_0} \nabla^2 \mathbf{v}_s = \frac{\mu}{\rho_0} \frac{1}{\Delta V} \iint_{A_E} \nabla \mathbf{v}_s \cdot \mathbf{n}_e dA \quad (2.42)$$

ここに、 $A_E$  はコントロールボリュームの外縁で隣合うコントロールボリュームと流体で接している部分であり、 $\mathbf{n}_e$  はその単位法線ベクトル(外向き正)である。この項は実際には壁面のごく近傍の解析で、壁面の non-slip 条件を考慮するときのみ必要とされている<sup>1)</sup>。

さて、式(2.41)の左辺第3項および右辺第4項はいずれもコントロールボリューム内での抵抗を示す項であり、そのオーダーの比は  $Re$  数で表されている。このうち左辺第3項は微視的な流れの道筋が曲がっていることにより生じる抵抗で、 $\mathbf{V}'$  に関して非線形である。一方、 $\mathbf{V}'$  に関して線形である右辺第4項は、コントロールボリューム内での土粒子との摩擦抵抗を表しており、土粒子表面での non-slip の境界条件が集大成され平均されて定式化される抵抗則である。

そして、 $Re > 1$  であれば左辺第3項の寄与が大きくなり、一般的には非線形の抵抗則の表示が必要となるが、 $Re < 1$  のとき、すなわち左辺第3項が右辺第4項に比べて無視することがで



きるときには、 $\mathbf{v}'$  と  $\mathbf{v}_s$  との関係は明らかではないけれども、右辺第4項が平均流速  $\mathbf{v}_s$  に比例すると考えて、次式のような線形の抵抗則で表現することができよう。

$$\frac{\mu}{\rho_0} \frac{1}{\Delta V} \iint_{A_S} \nabla \mathbf{v}' \cdot \mathbf{n}_S dA = -\frac{ng}{k} \mathbf{v}_s \quad (2.43)$$

ここに、 $k$  は透水係数で速度の次元をもつ。式(2.43)の右辺が負になっているのは、 $w_s \approx 0$  のときにすべての土粒子表面 ( $A_S$ ) で  $\nabla \mathbf{v}' \cdot \mathbf{n}_S < 0$  となるからである。ここでは、その比例定数である透水係数  $k$  は一定値として仮定されているが、これは多孔質体の特性を十分反映して決定されなければならない。そこで次章において、この抵抗則の比例定数である透水係数  $k$  に及ぼす砂質土の粒度分布の影響について考慮し、その定式化を試みる。

以上のことから、 $Re < 1$  のときにおける周期境界条件の地下水問題を取り扱う巨視的な運動方程式は、次式のように表される。

$$\frac{\partial \mathbf{v}_s}{\partial t} = -n \nabla \Omega_0 - \frac{n}{\rho_0} \nabla p_0 - \frac{ng}{k} \mathbf{v}_s \quad (2.44)$$

次に、連続式を同様な方法で無次元表示する。はじめに、体積弾性係数  $\beta$  および骨格の圧縮率  $C_p = (1/n)(\partial n / \partial p)$  を用いて、式(2.35)を書き換えると次のようになる。

$$\frac{n}{\beta} \frac{\partial p_0}{\partial t} + n C_p \frac{\partial p_0}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{v}_s + \frac{1}{\beta} \mathbf{v}_s \cdot \nabla p_0 = 0 \quad (2.45)$$

これを式(2.39)で表される無次元量を用いて書き直せば、次のようになる。

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{\sigma^2 D}{g}} \left( \frac{\rho_0 g l}{\beta} \right) \frac{1}{\epsilon \sqrt{Re}} \sqrt{\frac{p^*}{\rho_0 g l}} n \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{t}} + \sqrt{\frac{\sigma^2 D}{g}} (C_p \rho_0 g l) \frac{1}{\epsilon \sqrt{Re}} \sqrt{\frac{p^*}{\rho_0 g l}} n \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{t}} \\ + \bar{\nabla} \cdot \bar{\mathbf{v}}_s + \left( \frac{\rho_0 g l}{\beta} \right) \frac{p^*}{\rho_0 g l} \bar{\mathbf{v}}_s \cdot \bar{\nabla} \bar{p} = 0 \end{aligned} \quad (2.46)$$

ここで、圧縮性に関する無次元パラメータ  $\rho_0 g l / \beta$  および  $C_p \rho_0 g l$  は代表的な値として  $\beta = 2 \times 10^9 \text{ N/m}^2$  および  $C_p = 2 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{N}$  (密な砂)をとれば、それぞれ  $O(\rho_0 g l / \beta) = 10^{-5}$  および  $O(C_p \rho_0 g l) = 10^{-3}$  である。さらに、前述した代表的な値を用いるならば、式(2.45)の第1, 2および4項のオーダーはそれぞれ  $10^{-6}$ ,  $10^{-4}$  および  $10^{-9} \times Re$  となり、結局式(2.44)に対応する連続式は次のように表される。

$$\nabla \cdot \mathbf{v}_s = 0 \quad (2.47)$$

## 2.3 砂質土における浸透流の抵抗則

これより複雑な間隙構造をもつ多孔質体としての砂質土に直列毛細管モデルを適用し、その流れの特性から粒度分布を考慮した抵抗則の表示について検討する。このモデルでは管内の流れの方向は管軸方向のみであり、また管径が小さく流れが遅いことから層流として取り扱うことができ、土粒子表面での幾何学的に複雑な境界条件は毛細管の表面での境界条件に置き換えることができる。そして、置き換えられた境界条件は今度は簡単な数学的表現が可能であり、連続式(2.1)および運動方程式(2.2)の定常解は Hagen-Poiseuille の流れとなり、毛細管内の流速分布が求められる。その結果、平均操作によりコントロールボリューム単位での平均流速と圧力勾配の関係、すなわち流れの抵抗則の表示とその比例定数である透水係数  $k$  を砂質土の粒度分布を考慮して求めることができる。

### 2.3.1 従来の抵抗則

前章では、 $Re < 1$  のとき巨視的な運動方程式には流速に関して線形の抵抗則が必要であり、その比例定数である透水係数は砂質土の特性を十分反映して決められるべきものであることを述べた。さて、砂質土の特性のうち、土粒子の粒径や間隙率から飽和土の透水係数を算定する式は、すでに種々提案されており<sup>29), 30)</sup>、それらの比較も行なわれている<sup>31)</sup>。その中で飽和透水係数  $k$  の表示式としてよく用いられているものを挙げれば、次のようである。

$$\text{Terzaghi の式: } k = \frac{C_t g}{\nu} \left( \frac{n - 0.13}{\sqrt[3]{1 - n}} \right)^2 D_{10}^2 \quad (2.48)$$

$$\text{Zunker の式: } k = \frac{C_z g}{\nu} \left( \frac{n}{1 - n} \right)^2 D_W^2 \quad (2.49)$$

$$\text{Kozeny の式: } k = \frac{C_k g}{\nu} \frac{n^3}{(1 - n)^2} D_W^2 \quad (2.50)$$

$$\text{Hazen の式: } k = C_h (0.7 + 0.03t) D_{10}^2 \quad (2.51)$$

ここに、 $g$  は重力加速度、 $\nu$  は流体の動粘性係数、 $t$  は温度 ( $^{\circ}\text{C}$ )、 $C_t$ ,  $C_z$ ,  $C_k$  および  $C_h$  は土粒子の状態によって異なる実験定数である。Zunker の式(2.49)と Kozeny の式(2.50)に用いられている代表粒径  $D_W$  はもともと間隙の径深として定義され、次式で計算される。

$$\frac{1}{D_W} = \frac{A_S}{V_f} = \sum \left( \frac{\Delta p_i}{D_i} \right) \quad (2.52)$$



ここに、 $A_s$  は土粒子の表面積、 $V_f$  は間隙の体積および  $\Delta p_i$  はある粒径範囲を代表する平均粒径  $D_i$  の試料が全試料に対して占める重量表示の含有率である。さらに、間隙率が未知のときに最もよく用いられる Creager の表では、 $D_{20}$  と  $k$  の関係が示されており、Kenney・Lau・Ofoegbu<sup>32)</sup> は代表粒径として  $D_5$  を推薦している。

このように従来の抵抗則における透水係数は、土粒子の粒径  $D$  の 2 乗に比例するが、これは流れが層流であるということから流体力学的根拠がある。しかし、その代表粒径をどうとるかについては、砂質土の粒度分布と関係して種々の取り扱いが示されている。

### 2.3.2 対数正規分布による粒度分布の表示

#### (1) 対数正規分布と粒度分布特性値

砂質土は種々の粒径を持つ土粒子の集合体であり、その粒度分布は通常篩分け試験を行ない、累積重量百分率表示の粒径加積曲線によって表されるが、浸透問題においては中央粒径 ( $D_{50}$ )、均等係数 ( $U_c = D_{60}/D_{10}$ ) および曲率係数 ( $U'_c = D_{30}^2/(D_{10} \cdot D_{60})$ ) によってその粒度分布の特性を表示することが多い。

これに対してより統計的な取り扱いのため、粒度分布を対数正規分布に近似する方法が Hazen によって始められた。Gardner<sup>33)</sup> は 200 以上の土試料を調査した結果、粒度分布が対数正規分布で表現できることを示しており、筋内<sup>34)</sup> および陶野<sup>35)</sup> によっても対数正規性の研究が行なわれ、人工的な混合土や風化土を除けば、自然の砂質土の粒度分布を対数正規分布に近似できることがわかっている。また岩井・松尾<sup>36)</sup>、岩井<sup>37), 38), 39), 40)</sup> は、より現実に近い分布形として、粒度分布の最大粒径および最小粒径を考慮した両側有限の対数正規分布についても検討している。さらに粒度分布が対数正規分布に従わない砂質土は、2 種以上の対数正規分布に従う砂質土が混合していると考えることができ<sup>41)</sup>、Burger<sup>42)</sup> により粒度分析で得られた離散的な測定点から、対数正規補間により滑らかな粒度分布関数を求める方法が示されている。

重量百分率表示の粒度分布が対数正規分布で表されるならば、その確率密度関数  $f(D)$  は次式で与えられる。

$$f(D) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_0 D} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln D - \lambda}{\sigma_0}\right)^2\right\} \quad (2.53)$$

ここに、 $D$  は土粒子の粒径、 $\lambda$  は  $\ln D$  の平均値、および  $\sigma_0$  は  $\ln D$  の標準偏差である。粒度分布の特性値となる  $\lambda$  および  $\sigma_0$  は、それぞれ次式で与えられる。

$$\lambda = \ln D_{50} \quad (2.54)$$

$$\sigma_0 = \ln \sqrt{\frac{D_{84}}{D_{16}}} \quad (2.55)$$

ここに、 $D_{50}$  は中央粒径 (幾何平均粒径)、 $\sqrt{D_{84}/D_{16}}$  は対数幾何標準偏差であり、 $D_{84}$  および  $D_{16}$  は、より正確にはそれぞれ 84.1% 粒径および 15.9% 粒径で与えられる。

Shirazi・Boersma<sup>43)</sup> は粒度分布が対数正規分布に従うと仮定し、従来の USDA の三角座標の土性図における粘土、シルトおよび砂の混合割合から中央粒径および対数幾何標準偏差を計算して、それを基に新しい土性図を作成した。これによると、一般的な土質では  $D_{50}$  が 0.001 から 1.03mm にあるときは、 $\sqrt{D_{84}/D_{16}}$  は 1 から 32.0 の範囲をとる。またこのとき、 $\sigma_0$  は 0 から 3.47 の範囲となる。

さて、一般的には  $D_{50}$ 、 $U_c$  および  $U'_c$  が粒度分布の特性値として用いられることが多く、このうち  $U_c$  はその粒度分布のばらつき程度の、また  $U'_c$  は分布形状のそれぞれ指標となっている。そこで、ともに分布のばらつきを示す  $U_c$ 、 $U'_c$  と  $\sigma_0$  との関係性を求めておく都合がよい。福田<sup>44)</sup> は、実験データから最小自乗法で  $U_c$  と  $\sigma_0$  との相関関係 (正確には堆積学における  $\phi$ -scale での  $\sigma_\phi$  と  $U_c$  との相関関係) を求め、 $U'_c$  については  $\sigma_0$  と無相関であるとしているが、これらの関係は対数正規分布の定義から理論的に求めることができる。

標準正規確率表から、上側確率が 10, 30 または 60% になるパーセント点は、それぞれ  $P_{10} = 1.28$ 、 $P_{30} = 0.524$  または  $P_{60} = -0.253$  と読みとることができる。この意味は、例えば 10% 点について次のようである。

$$\frac{\ln D_{50} - \ln D_{10}}{\sigma_0} = P_{10} \quad (2.56)$$

したがって、 $U_c$ 、 $U'_c$  および  $\sigma_0$  の関係は、それぞれ次式のように求められる。

$$\left. \begin{aligned} U_c &= \exp\{(P_{10} - P_{60})\sigma_0\} = \exp(1.53\sigma_0), & \sigma_0 &= \ln U_c^{0.652} \\ U'_c &= \exp\{(2P_{30} - P_{10} - P_{60})\sigma_0\} = \exp(0.0206\sigma_0), & \sigma_0 &= \ln U'_c^{-48.5} \\ U'_c &= U_c^{-0.0134} \end{aligned} \right\} \quad (2.57)$$

さて、式 (2.52) で計算される代表粒径  $D_w$  について、宇野・杉井・稲垣<sup>45)</sup> はある砂試料で  $D_{20}$  に近い値となることを見出した。しかし、粒度分布が対数正規分布に従うならば、代表粒径  $D_w$  は理論的に粒度分布の特性値の関数として表すことができる<sup>46)</sup>。代表粒径  $D_w$  を粒度分布の確率密度関数  $f(D)$  の調和平均と考えると、 $1/D_w$  は次式のように粒径  $D$  の逆数の期待値  $E(1/D)$  で表される。

$$\begin{aligned} \frac{1}{D_w} &= \int_0^\infty \frac{1}{D} f(D) dD \\ &= \exp\left(-\lambda + \frac{1}{2}\sigma_0^2\right) \end{aligned} \quad (2.58)$$

これより  $D_w$  は  $\sigma_0$  または  $U_c$  を用いて次のように表される。



$$D_w = D_{50} \exp\left(-\frac{1}{2}\sigma_0^2\right) = D_{50} \exp\left\{-0.212(\ln U_c)^2\right\} \quad (2.59)$$

この関係を図-2.2 に示す。従来の式 (2.52) による代表粒径  $D_w$  の算定には多少の手間を必要としたが、粒度分布が対数正規分布で近似できることを確認さえすれば、 $U_c$  または  $\sigma_0$  よりこの図を用いて、代表粒径  $D_w$  が何%粒径に相当するかを簡易に算定することができる。この図より宇野らが  $D_w \approx D_{20}$  の関係を導いた砂試料の  $U_c$  および  $\sigma_0$  の値はそれぞれ約 14 および約 1.7 であったと推定される。

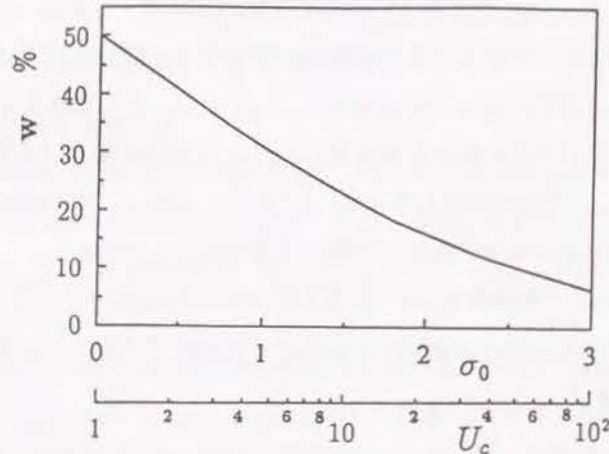


図-2.2 均等係数  $U_c$ 、標準偏差  $\sigma_0$  と代表粒径  $D_w$  (w % 通過径) の関係

一方、Terzaghi の式 (2.48) および Hazen の式 (2.51) に用いられている  $D_{10}$ 、あるいは Creager の方法で用いられている  $D_{20}$  についても、 $D_{50}$  および  $\sigma_0$  または  $U_c$  を用いてそれぞれ次のように表すことができる。

$$\left. \begin{aligned} D_{10} &= D_{50} \exp(-1.28\sigma_0) = D_{50} U_c^{-0.835} \\ D_{20} &= D_{50} \exp(-0.842\sigma_0) = D_{50} U_c^{-0.548} \end{aligned} \right\} \quad (2.60)$$

このように従来の透水係数の表示式における代表粒径を  $D_{50}$  および  $\sigma_0$  に書き換えると、 $\sigma_0$  または  $\sigma_0^2$  の係数は大きさは異なるがすべて負になっており、混合粒径の粒度のばらつきが大きいほど、透水係数は小さくなることになる。また、従来の各表示式における代表粒径の違いは、混合粒径のばらつきの度合いによる透水係数の変化をどの程度考慮しているかによることわかる。

#### (2) 土粒子の個数分布と断面での大きさの表示

(a) 粒度分布から個数分布への変換：これまで、粒度分布を重量百分率で表示してきた。ここでは土屋<sup>47)</sup>の方法に従い、重量百分率表示の粒度分布から、単位断面、単位体積および単位

長さ当りの土粒子の個数分布を求める。まず、砂質土をある断面で切ったときの、単位面積当たりの土粒子の個数分布  $h'(D)$  と、それを確率密度関数に直した  $h(D)$  を考える。砂質土が等方かつ均質であれば、式 (2.53) の  $f(D)$  と  $h'(D)$  との関係は次のように表すことができる。

$$\frac{\frac{A_3 D^3 \rho_s g h'(D)}{A_1 D}}{\int_0^\infty \frac{A_3 D^3 \rho_s g h'(D)}{A_1 D} dD} = f(D) \quad (2.61)$$

ここに、 $\rho_s$  は土粒子の密度でここでは粒径によらず一定と考え、また  $A_1$  および  $A_3$  はそれぞれ一次元および三次元形状係数で、土粒子が球形のとき  $A_1 = 1$  および  $A_3 = \pi/6$  となる<sup>48)</sup>。

さて、直径 1 の球を 1 つの平面で切断するとき、一定の直径に垂直な平面だけを考えれば、その切断面の面積の期待値は  $\pi/6$  となる。したがって、直径  $D$  の土粒子をある断面で切ったときの面積の期待値は  $\pi D^2/6$  である。また、多孔質体が等方均質で粒径に比べ十分に断面が大きいときは、面積空隙率の期待値は体積空隙率  $n$  と等しいと考えて良いから<sup>49)</sup>、土粒子の断面の合計は全断面積の  $(1-n)$  倍となる。そこで、単位面積当たりに関する正規化、

$$\int_0^\infty \frac{\pi}{6(1-n)} D^2 h'(D) dD = 1 \quad (2.62)$$

により、式 (2.61) は次のように書き換えることができる。

$$h'(D) = \frac{6(1-n)}{\pi} \frac{f(D)}{D^2} \quad (2.63)$$

ここで式 (2.62) の定義により、単位面積当たりの土粒子の個数の期待値  $N_h$  は次式で与えられる。

$$N_h = \int_0^\infty h'(D) dD \quad (2.64)$$

また、断面での土粒子の個数の確率密度関数  $h(D)$  は、次のように定義される。

$$h(D) = \frac{h'(D)}{N_h} \quad (2.65)$$

さらに、式 (2.53) の  $f(D)$  を式 (2.63) に代入すると、式 (2.64) および (2.65) より  $N_h$  および  $h(D)$  は、それぞれ次式で表される。

$$N_h = \frac{6(1-n)}{\pi} \frac{1}{D_{50}^2} \exp(2\sigma_0^2) \quad (2.66)$$

$$h(D) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_0 D} \exp\left[-\frac{1}{2}\left\{\frac{\ln D - (\lambda - 2\sigma_0^2)}{\sigma_0}\right\}^2\right] \quad (2.67)$$



式(2.53)と式(2.67)を比較すると、 $h(D)$ もまた対数正規分布に従い、その $\ln D$ の標準偏差は $f(D)$ と同じく $\sigma_0$ であるが、 $\ln D$ の平均値は $\lambda - 2\sigma_0^2$ と異なっている。また、式(2.66)より標準偏差 $\sigma_0$ が大きくなればなるほど、ある断面における土粒子の個数は増えることがわかる。

次に、単位体積当たりの土粒子の個数分布 $g'(D)$ と、それを確率密度関数に直した $g(D)$ を同様の方法で求める。 $f(D)$ と $g'(D)$ との関係は次のようである。

$$\frac{A_3 D^3 \rho_s g g'(D)}{\int_0^\infty A_3 D^3 \rho_s g g'(D) dD} = f(D) \quad (2.68)$$

直径 $D$ の球形の土粒子の体積は $\pi D^3/6$ で表され、単位体積当たりの土粒子の体積の合計は $1-n$ であるから、単位体積当たりに関する正規化、

$$\int_0^\infty \frac{\pi}{6(1-n)} D^3 g'(D) dD = 1 \quad (2.69)$$

を用いると、式(2.68)は次式のようにになる。

$$g'(D) = \frac{6(1-n)}{\pi} \frac{f(D)}{D^3} \quad (2.70)$$

ここで、単位体積当たりの土粒子の個数の期待値 $N_g$ および土粒子の個数の確率密度関数 $g(D)$ は、それぞれ次式で定義される。

$$N_g = \int_0^\infty g'(D) dD \quad (2.71)$$

$$g(D) = \frac{g'(D)}{N_g} \quad (2.72)$$

式(2.53)の $f(D)$ を式(2.70)に代入すると、 $N_g$ および $g(D)$ はそれぞれ次式で求められる。

$$N_g = \frac{6(1-n)}{\pi} \frac{1}{D_{50}^3} \exp\left(\frac{9}{2}\sigma_0^2\right) \quad (2.73)$$

$$g(D) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_0 D} \exp\left[-\frac{1}{2}\left\{\frac{\ln D - (\lambda - 3\sigma_0^2)}{\sigma_0}\right\}^2\right] \quad (2.74)$$

このように、単位体積当りの個数分布も平均値 $\lambda - 3\sigma_0^2$ および標準偏差 $\sigma_0$ の対数正規分布に従う。同様にして、単位長さ当りの土粒子の個数の期待値 $N_y$ および確率密度関数 $y(D)$ は、それぞれ次式で表すことができる。

$$N_y = \frac{4(1-n)}{\pi} \frac{1}{D_{50}} \exp\left(\frac{1}{2}\sigma_0^2\right) \quad (2.75)$$

$$y(D) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_0 D} \exp\left[-\frac{1}{2}\left\{\frac{\ln D - (\lambda - \sigma_0^2)}{\sigma_0}\right\}^2\right] \quad (2.76)$$

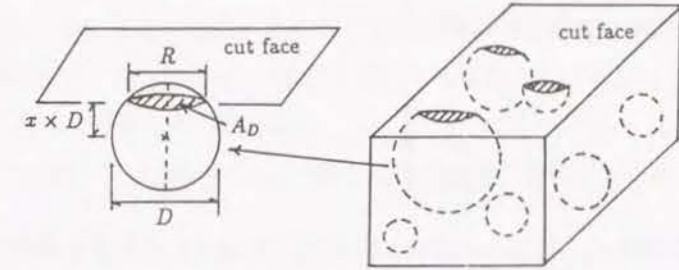


図-2.3 多孔質断面と径 $R$ および面積 $A_D$ の定義

(b) 砂質土断面における土粒子断面円の径および面積の分布：球形粒子からなる均質の砂質土を任意の平面で切断すると、図-2.3のように土粒子の断面円が現れる。ここでは、 $\sigma_0$ の変化により、土粒子径 $D$ の断面円の径 $R$ と、その面積 $A_D$ の分布形がどのように変わるかを調べる。

土粒子断面円の大きさは、土粒子径 $D$ と、切断面と土粒子との位置関係で決定される。このうち土粒子径 $D$ は式(2.67)の確率密度関数 $h(D)$ に従い、砂質土が等方かつ均質であれば、任意の断面で等しい。一方、土粒子を切断する平面はある一定の半径を等確率で垂直に切るものと考え、平面と土粒子中心間の距離を $x \times D$ として、次式で定義される確率変数 $x$ とその確率分布 $P_x(x)$ を導入する。

$$P_x(x) = 2; \quad 0 \leq x \leq \frac{1}{2} \quad (2.77)$$

ここに、 $h(D)$ と $P_x(x)$ は独立であり、両者の結合確率として $R$ および $A_D$ の確率密度関数を求める。

さて、断面円の径 $R$ および面積 $A_D$ は、 $D$ および $x$ を用いてそれぞれ次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} R &= D\sqrt{1-4x^2} \\ A_D &= \frac{\pi}{4}D^2(1-4x^2) \end{aligned} \right\} \quad (2.78)$$

ここで、関数 $gr(x, D)$ を次のように定める。

$$gr(x, D) = R = D\sqrt{1-4x^2} \quad (2.79)$$

この逆関数およびその微分は、それぞれ次式で計算される。

$$\left. \begin{aligned} gr^{-1}(x, D) &= \frac{1}{2} \sqrt{1 - \frac{R^2}{D^2}} \\ \frac{\partial gr^{-1}}{\partial R} &= -\frac{R}{2D^2 \sqrt{1 - \frac{R^2}{D^2}}} \end{aligned} \right\} \quad (2.80)$$

ただし,  $R$  の確率密度関数  $f_R(R)$  は, 式 (2.79) および (2.80) と,  $0 \leq R \leq D$  のとき  $P_x(gr^{-1}) = 2$  であることを用いて, 次式のように求められる。

$$\begin{aligned} f_R(R) &= \int_0^\infty P_x(gr^{-1}) h(D) \left| \frac{\partial gr^{-1}}{\partial R} \right| dD \\ &= \int_R^\infty \frac{R}{D^2 \sqrt{1 - \frac{R^2}{D^2}}} h(D) dD \end{aligned} \quad (2.81)$$

同様にして, 断面円の面積  $A_D$  の確率密度関数  $f_{AD}(A_D)$  は次式のように求められる。

$$f_{AD}(A_D) = \int_{\sqrt{4A_D/\pi}}^\infty \frac{2}{\pi D^2 \sqrt{1 - \frac{4A_D}{\pi D^2}}} h(D) dD \quad (2.82)$$

これらの確率関数の積率は次式のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \text{径 } R : \quad & \text{期待値 } E(R) = \frac{\pi}{4} D_{50} \exp(-1.5\sigma_0^2) \\ & E(R^2) = \frac{2}{3} D_{50}^2 \exp(-2\sigma_0^2) \\ & \text{分散 } \text{Var}(R) = D_{50}^2 \left\{ \frac{2}{3} \exp(-2\sigma_0^2) - \frac{\pi^2}{16} \exp(-3\sigma_0^2) \right\} \\ \text{面積 } A_D : \quad & \text{期待値 } E(A_D) = \frac{\pi}{6} D_{50}^2 \exp(-2\sigma_0^2) \\ & E(A_D^2) = \frac{\pi^2}{30} D_{50}^4 \\ & \text{分散 } \text{Var}(A_D) = D_{50}^4 \left\{ \frac{\pi^2}{30} - \frac{\pi^2}{36} \exp(-4\sigma_0^2) \right\} \end{aligned} \right\} \quad (2.83)$$

このようにして, 砂質土断面における土粒子断面円の径と面積の期待値および分散を求めることができた。同じ  $D_{50}$  をもつ砂質土では均一粒径の場合より混合粒径の方が, すなわち  $\sigma_0$  が大きければ大きいほど, 式 (2.66) より断面円の数自体は増えるけれども, その径および面積の期待値は逆に小さくなるのがわかる。

さらに, 式 (2.81) および (2.82) を  $D_{50}$  で無次元化すると, 次のように表される。

$$\begin{aligned} f_R^*(R^*) &= \int_0^\infty \frac{R^*}{(D^* + R^*)^2 \sqrt{1 - \frac{R^{*2}}{(D^* + R^*)^2}}} \\ &\quad \times \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_0}(D^* + R^*)} \exp\left[-\frac{1}{2} \left\{ \frac{\ln(D^* + R^*) + 2\sigma_0^2}{\sigma_0} \right\}^2\right] dD \end{aligned} \quad (2.84)$$

$$\begin{aligned} f_{AD}^*(A_D^*) &= \int_0^\infty \frac{1}{(D^* + \sqrt{A_D^*})^2 \sqrt{1 - \frac{A_D^*}{(D^* + \sqrt{A_D^*})^2}}} \\ &\quad \times \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_0}(D^* + \sqrt{A_D^*})} \exp\left[-\frac{1}{2} \left\{ \frac{\ln(D^* + \sqrt{A_D^*}) + 2\sigma_0^2}{\sigma_0} \right\}^2\right] dD \end{aligned} \quad (2.85)$$

ここに,  $D^* = D/D_{50}$ ,  $R^* = R/D_{50}$  および  $A_D^* = A_D/(\pi D_{50}^2/4)$  であり, さらに  $f_R^*(R^*)$  および  $f_{AD}^*(A_D^*)$  はそれぞれ  $R^*$  および  $A_D^*$  の確率密度関数を表す。標準偏差  $\sigma_0$  をパラメータとしてこれらの分布形を図-2.4 および 2.5 に示す。この図から, 標準偏差  $\sigma_0$  が大きくなるほど無次元した径  $R^*$  および面積  $A_D^*$  の最頻値が小さくなるのがわかる。また, その最頻値が 0.5 のとき対応する確率が最も小さくなり, 0.5 より小さくなると正のひずみをもつ確率分布となるのがわかる。

### 2.3.3 直列毛細管モデルと抵抗則

#### (1) 間隙構造と定義

砂質土の透水性は, 間隙率, 間隙の表面積, 構成土粒子の粒径や粒度分布と形状, あるいは土粒子の充填方法などに影響される。このうち最も測定が容易な粒径, 粒度分布および間隙率によって, 砂質土の透水係数の表示を求める。

従来の研究の多くは, 粒度分布および間隙率からまず間隙の構造を推定し, 次にその間隙構造から透水係数を予測する方法をとっている。これに対し Bloemen<sup>50)</sup> は, 間隙構造について検討せず, 粒度分布から直接透水係数を求める研究を行っている。彼は, 縦軸に通過重量百分率の対数目盛りを, 横軸に粒径の対数目盛りをとった特別な粒径加積曲線において, その勾配の期



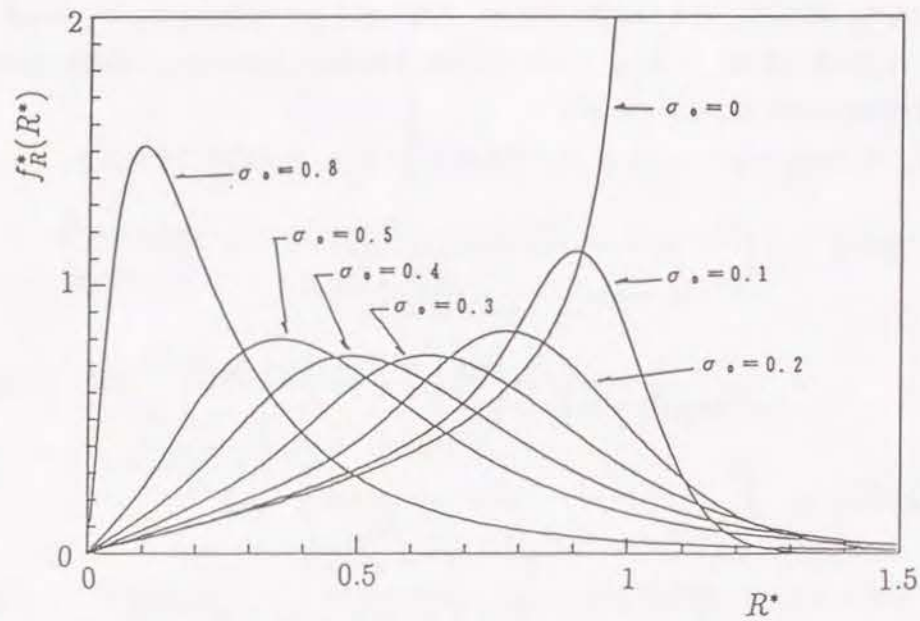


図-2.4 径  $R^*$  の確率密度関数

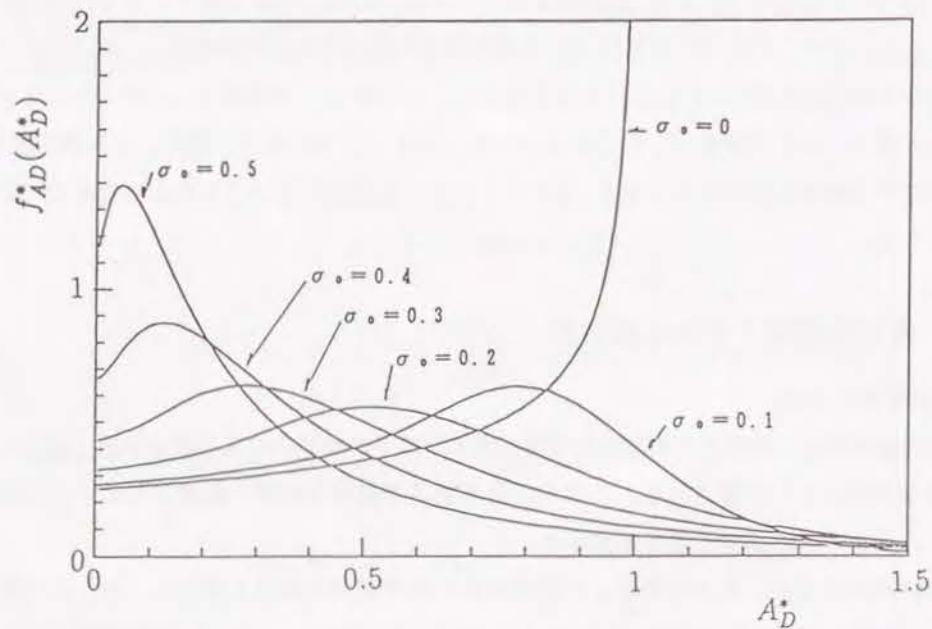


図-2.5 面積  $A_D^*$  の確率密度関数

期待値  $f$  を粒度分布指標として採用した。標準偏差  $\sigma_0$  が小さくなれば、粒度分布指標  $f$  は大きくなる傾向がある。この期待値  $f$  と中央粒径  $D_{50}$  を用いて実験データの解析を行い、飽和透水係数の表示式として、次式を得ている。

$$k = 0.02D_{50}^{1.93}f^{-0.74}(\text{cm/day}) \quad (2.86)$$

しかし、間隙率を考慮していないので、その精度はあまり良くないこと、間隙構造についての情報がなく、理論的裏付けができないなどの問題点がある。したがって、ここではまず間隙構造を表す間隙量(径)の分布について検討する。

さて、砂質土の構成土粒子はそれぞれ独立しており明確な境界を持っているが、間隙は非常に複雑な形状でかつ連続的に存在しており、個々の間隙の明確な境界を持たない。したがって、間隙構造を定量的に記述するためには、何らかの間隙の定義を行い、その間隙量(間隙径、間隙面積、間隙の方向など)の分布を調べる必要がある。この間隙の定義には、大別して二つの方法がある。一つは砂質土の間隙を水分特性曲線と関連づけて、同じ毛管現象を起こす等価毛管束で近似し、その毛管径の分布で間隙の分布を表すものである。いま一つの方法では個々の間隙を幾何学的に定義し、主として構成土粒子との関係からその分布を決定するもので、さらに幾何学的な定義の仕方などがあるが、ここではまずこれらについて考察する。

(a) 等価毛管束による間隙の定義： 等価毛管束は水分特性曲線から求めることができる。この水分特性曲線は含水量と負の圧力水頭(サクション)との関係を示したものであるが、その含水量は土の毛管現象および間隙の大きさに依存する。土の間隙を同じ毛管上昇をもつ円柱状の等価毛管束で近似するとき、土の間隙の大きさはその毛管束の径で表すことができる<sup>51)</sup>。そして毛管束の径の分布関数、すなわち間隙径分布は、この水分特性曲線の勾配に比例する方法で求めることができる。この間隙径分布について、Brutsaert<sup>52)</sup>はガンマ分布、対数正規分布および極値分布などによる表現の適用性を検討しているが、この中で土粒子径分布がほぼ対数正規分布に従うことから間隙径分布に対数正規分布を適用することは妥当であると述べている。また、Bathke・Amoozegar・Cassel<sup>53)</sup>も、この間隙径の分布形の簡単な表現方法について検討を行っている。さらに、水銀圧入法によって実際に粘土試料の間隙を測定したところ、その間隙径分布は対数正規分布に近いという実験結果も報告されている<sup>54)</sup>。

間隙径分布と対応する水分特性曲線を粒度分布などの土の物性から予測する方法についても数多くの研究がある。不飽和透水係数を含水量の関数で表した Brooks・Coorey<sup>55)</sup>の式、または Campbell<sup>56)</sup>の式で用いる諸係数を、Bloemen は先の粒度分布指標の期待値  $f$  と関係づけており、Campbell<sup>57)</sup>は  $D_{50}$  および  $\sigma_0$  と関係づけている。また、Gupta・Larsen<sup>58)</sup>は砂、シルト、粘土、有機物含有量、密度およびサクションの関数として含水量を計算している。この水分特性曲線は粒径加積曲線と同じような形をしており、粒径が揃っているほど、すなわち分級がよ



いほど含水量の変化は大きく間隙径が揃う傾向にある<sup>59)</sup>。

しかし、いずれの研究も実験による回帰分析が主体となっており、間隙径分布と土の物性との関係を理論的に明確にしたものではない。さらに、水分特性曲線にはいわゆる「インクビン効果」などで説明されるヒステリシスが存在する<sup>60)</sup>。すなわち脱水過程および吸水過程で二つの水分特性曲線が得られる。このうち一般的には脱水過程の水分特性曲線を基に等価毛管径を決定するように定義されているが、このヒステリシスを毛管束のモデルにどう含めるかの問題も残る。さらに、 $20\ \mu\text{m}$ 以下の間隙径は測定が困難<sup>61)</sup>なことや、間隙測定法の違いにより異なった実験結果が得られることもある<sup>62)</sup>。したがって、構成土粒子の粒度分布と間隙の分布との関連を調べるには、次に述べるように幾何学的に間隙を定義する方が理解しやすいと考える。

(b) 幾何学的な間隙の定義： 土の間隙構造を幾何学的に検討する研究は、単位間隙の定義の仕方によりいくつかに分類できる。また、その間隙の大きさの決定方法にも間隙と構成土粒子との関係で論じるものと、多孔質体の断面から実測で求める方法とがある。これらの研究のうち主なものについて考察する。

最も簡単な間隙の幾何学表現としては、Fara・Scheidtger<sup>63)</sup>の研究があげられる。彼らは砂質土の断面に引いた任意のラインと土粒子断面との交わりかたを統計的に調べることによって、間隙構造を表現しようとしている。

パイプ状間隙を単位間隙とし、それを三次元的に組み合わせて間隙構造を表現する方法は、特に分散係数の解析のためによく用いられている。de Jong<sup>64)</sup>は、管径  $d$  および管長さ  $L_p$  が一定で、管軸方向がランダムなパイプ状間隙を設定した。一方、Haring・Greenkorn<sup>65)</sup>は、管径  $d$  および管長さ  $L_p$  の分布にベータ関数を仮定している。

室田・佐藤<sup>66)</sup> および武内<sup>12)</sup>は、同様に多孔質体の断面で単位間隙を定義している。図-2.6のような多孔質体の切断面において、3個の土粒子断面円の中心を結ぶ三角形内の間隙を独立した一つの単位間隙と考え、その間隙面積  $A_p$  と等しい面積の円の直径を間隙径  $d$  と定義した。そして間隙径の分布は、人工的に作った多孔質体の切断面の間隙面積を直接測定する方法で求めている。室田・佐藤および武内は、この実験により間隙径分布が径の小さいところを除けば正規分布に近いことを示した。また、Milligan・Adams<sup>67)</sup>も、熱処理ゲルの電子顕微鏡写真の解析から、正規分布に近い間隙径分布関数を示している。しかしながら、この間隙の定義は、間隙を決定する3個の土粒子断面円の選択に任意性があり、間隙径を一意的に決めることができない。例えば、図-2.7 (a) および (b) で同じ土粒子の配置でありながら、3個の土粒子断面円の選び方によって間隙径が異なるうえに (c) のような選び方も許されない。さらに、切断面が少しずれただけで土粒子断面円および間隙の面積は大きく変わることから、この定義によって求めた間隙径分布を三次元的な毛細管モデルの間隙径分布に応用することには問題がある。

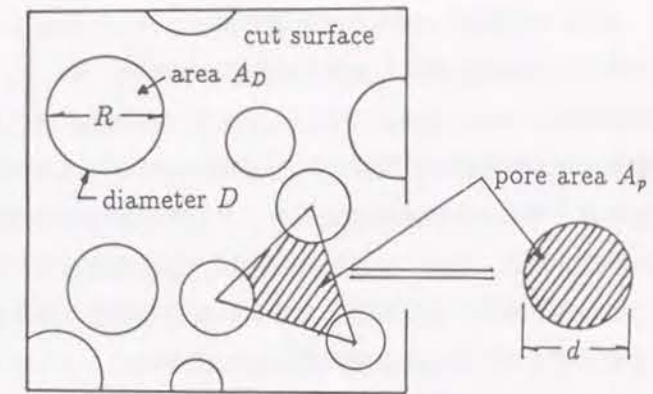


図-2.6 多孔質断面と室田・佐藤(1969)による間隙面積  $A_p$  および間隙径  $d$  の定義

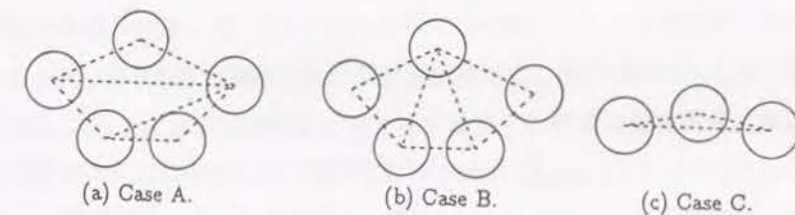


図-2.7 任意性をもつ単位間隙の定義

一方、玉井・浅枝・田中<sup>68)</sup>は毛細管モデルによる不飽和透水係数のシミュレーションにおいて、間隙径  $d$  を粒径  $D$  の等しい4つの砂粒子にとり囲まれている状態で定義し、 $d = (\sqrt{2}-1)D$  の関係を仮定して、構成土粒子の粒度分布が対数正規分布になることから、間隙径の分布も平均値の周りに対数正規分布するものと考えている。また、Araya・Paris<sup>69)</sup>も似たような方法で間隙径を定義している。まず土粒子を各粒径毎に区分し、各区分の間隙率は全体のものと同じで均一径粒子が立方充填していると仮定して、間隙を一本の円柱状間隙に置き換え、土粒子形状のパラメータを導入して間隙径および円柱長さを求めている。しかし、土粒子径分布と間隙径分布を関係づけるために用いられたこれらの仮定では、土粒子の配置や断面における粒径の個数分布と粒度分布との違い、または毛細管の分布の決定に間隙率を考慮するなどの改良の余地があると考えられる。

さらに、間隙量の分布関数をエントロピーの概念で求める方法もある。最上<sup>70)</sup>は土粒子配置の統計モデルにエントロピーの概念を初めて導入し、個々の間隙量をもつサンプル空間の存在確率が最も大きくなるような分布関数を求め、これを間隙量の分布関数と考えた。この方法は金谷<sup>71)</sup>により、全体の間隙率の制約条件や間隙の状態密度関数を考慮するなどの改良が加えられている。また中野<sup>72), 73)</sup>は、微小立方体の内部にO型およびX型の間隙をもつサンプル空間を多孔質体の幾何学的モデルとして与え、エントロピーの概念を用いてその間隙量の分布関数



を求めた。そして、O型およびX型の間隙が同確率で存在し、 $x, y, z$  方向にも同確率で向いているとして、土中水の保持形態を検討し水分特性曲線を解析的に導いている。このモデルは、不飽和透水係数に係わるメニスカスを解析するうえでは自然の間隙構造により近い3次元的な間隙モデルと評価できるが、粒径分布と間隙分布との関連性を明らかにすることは困難である。このエントロピーの理論と同じように土の構造のランダム性に注目した研究として、フラクタル理論の導入が試みられている。Rieu・Sposito<sup>74), 75)</sup>は、土の構造を3より少し小さいフラクタル次元を持つ自己相似性のフラクタル構造として水分量や透水性の検討を行っている。しかし、個々の間隙形状やそのつながり方はまだ明確にされていない。

また、最近では浸透流の微視的な流れの構造の解析に periodic cell モデルが利用されている。その解析の方法は homogenization method と言われ、十数年前から研究が進められている。これは、同じ幾何学的構造をもつコントロールボリューム (cell) が、周期的に繰り返されて全体を構成していると考えられる。すなわち、巨視的には均質な多孔質体と仮定する。そして、cell のスケール  $l$  と巨視的な平均の流れを特性づけるスケール  $L$  との比、 $\epsilon = l/L \ll 1$  を用いて摂動展開を行なう。Levy<sup>76)</sup> および Burridge・Keller<sup>77)</sup> は、間隙水を圧縮性とした多孔質弾性体の cell を仮定し、巨視的なスケールの式である Biot の式の係数を微視的な cell の解析から求めようとしている。Zick・Homsy<sup>78)</sup> は等径の球からなる cell を仮定し、その球の詰め方による違いを調べている。また、Auriault・Borne・Chambon<sup>79)</sup> は、cell 自体には非常に簡単な幾何学的形状を仮定しているが、透水係数の非定常性をあきらかにしている。さらに、Mei・Auriault<sup>80), 81)</sup> は粘土と砂が混在しているような不均質な問題にも拡張し、また  $Re$  数が小さく対流慣性項は小さいが無視できない場合には Darcy 則が流速の3乗のオーダーで修正されるとしている。この periodic cell モデルでは、cell 内部での解を得るために、領域外縁で周期的な境界条件が利用できる。すなわち、隣合う cell との間には開領域が存在するが、cell の周期性により出入する流体の質量の合計は差し引きゼロ、運動量のやりとりの合計も差し引きゼロと仮定でき、隣合う cell の影響を実質考慮する必要がない。しかし、cell 内部の流れの構造を解析的にもしくは数値計算によって求めるためには、その cell 内部も何らかの幾何学的なモデル化が必要であり、せいぜい1個ないし数個の土粒子に限られてしまう。periodic cell モデルは毛細管モデルに比べてより現実に近い幾何学的な間隙構造を表現できる可能性はあるけれども、本研究の目的である粒度分布を考慮することは難しい。

## (2) 単位間隙の設定

これより新たに幾何学的な単位間隙の定義を行い、その単位間隙の大きさの分布を調べる。前述したように、間隙の幾何学的特性は、構成土粒子の粒径、粒度分布、土粒子形状および土粒子の充填状態によって決定される。このうち、粒度分布は対数正規分布に従うものとし、粒度分布

特性値  $D_{50}$  および  $\sigma_0$  が与えられているものとする。土粒子形状の特性は、比表面積によって表されることがある。しかし、その測定は容易でなく、測定値も空間平均値であるから個々の土粒子の形状を定量的に示すものではない。したがって、ここでは理想的な球形粒子を仮定する。また、土粒子の充填状態を定量的に表す指標としては、空間平均値である間隙率のみが使用できるものとし、等方均質な充填状態と考える。土粒子の充填方法に関する研究では、徳光<sup>82)</sup>や Furnas<sup>83)</sup>が混合粒径の間隙率を解析的に求めようとしており、宇野・杉井・佐橋<sup>84)</sup>はエントロピーの概念を用いて二次元等径粒状体の接点数と間隙比との関係を調べている。またモンテカルロ・シミュレーションにより数値的に土粒子の配置を検討する方法も提案されている<sup>85)</sup>。しかし現段階では、土粒子の局所的な配置の状況を定量的に表すのは困難であり、空間平均値である間隙率のみが測定可能である。したがって、間隙と土粒子の位置関係にはいくつかの仮定を与えることにする。

単位間隙形状は、3次元的な取り扱いとして従来から良く使われているパイプ状間隙を採用する。すなわち、図-2.8 に示すようにいくつかの土粒子に囲まれた間隙を独立した一つの間隙と考え、その間隙を同じ容積のパイプ状間隙に置き換える。

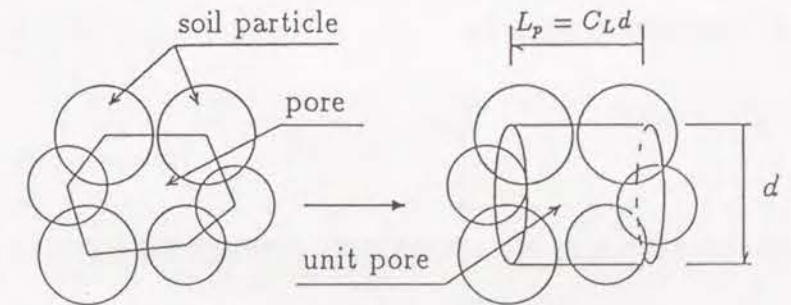


図-2.8 単位間隙の定義

de Jong<sup>64)</sup>は分散係数を求める実験により、パイプの管長さ  $L_p$  は平均粒径の約  $1/3$  で最密充填時の四面体間隙の中心間の距離に等しいことを示している。Saffman<sup>86)</sup>は同様の間隙構造において、 $L_p$  は平均粒径に等しいとしている。また武内<sup>12)</sup>は、シミュレーションにおける  $L_p$  を粒子間の距離に比例するものとし、その比例係数をやはり実験により得ている。一方、等方充填の仮定から、多孔質体をパイプの軸に水平に切っても垂直に切っても同じ間隙の分布が現れるはずである。このことからここでは、単位間隙のパイプの管長さ  $L_p$  は、土粒子径との関連ではなく、管径  $d$  に比例するものとし、定数  $C_L$  を用いて次式で与える。

$$L_p = C_L d \quad (2.87)$$



次に、単位間隙径の分布を求める。武内<sup>12)</sup>はシミュレーションにより間隙径分布を得ている。また杉尾<sup>87)</sup>も Koplik<sup>88)</sup>に似た間隙構造を仮定し、シミュレーションによりその空隙個数を求めている。しかしここでは、粒径と間隙径との関係を仮定し、間隙径分布を対数正規分布に従う粒径分布から数学的に求める。単位間隙の大きさは、周囲を取り囲む土粒子の大きさおよび充填方法（土粒子数および位置関係）によって決まる。このうち充填方法についての仮定として、周囲を取り囲む土粒子数は定数  $C_n$  個で固定とし、間隙径は  $C_n$  個の土粒子径より求められ、かつどの土粒子も同じ程度で間隙径に影響するものとする。

さて、3個の土粒子（土粒子径；  $D_1, D_2$  および  $D_3$ ）が互いに接しているとき、土粒子中心間を結ぶ三角形の面積  $S$  は Heron の公式により次のように求められる。

$$S = \frac{1}{4} \sqrt{(D_1 + D_2 + D_3)D_1 D_2 D_3} \quad (2.88)$$

ところで面積  $S$  は、任意の平面で切った単位間隙の断面積にほぼ比例していると考えられるから、 $S \propto d^2$  とすれば次のようになる。

$$d \propto \sqrt[3]{D_a D_1 D_2 D_3}, \quad D_a = \frac{(D_1 + D_2 + D_3)}{3} \quad (2.89)$$

そして、土粒子を3個から  $C_n$  個にしたときには、この関係を拡張して次式のように考える。

$$d \propto \sqrt[C_n+1]{D'_a D_1 D_2 \cdots D_{C_n}}, \quad D'_a = \frac{(D_1 + D_2 + \cdots + D_{C_n})}{C_n} \quad (2.90)$$

これは間隙径  $d$  が、相加平均  $D'_a$  と、 $D_1, D_2, \dots, D_{C_n}$  の計  $C_n + 1$  個の幾何平均で与えられるという関係式である。さらに、 $D'_a$  は  $D_1 \times D_2 \times \cdots \times D_{C_n}$  と比べると変化が少ないから省略し、より簡単な関係式として最終的に次式を仮定する。

$$d = \alpha \sqrt[C_n]{D_1 D_2 \cdots D_{C_n}} \quad (2.91)$$

すなわち、間隙径は間隙を取り囲む土粒子の径の幾何平均に比例すると考える。ここに、 $\alpha$  は比例定数で後に求める。式 (2.91) の両辺の対数をとると次式を得る。

$$\ln d = \ln \alpha + \frac{1}{C_n} (\ln D_1 + \ln D_2 + \cdots + \ln D_{C_n}) \quad (2.92)$$

$D_i (i = 1, 2, \dots, C_n)$  は、対数正規分布  $g(D)$  に従う確率変数である。 $\ln d$  は、同じ正規分布に従う  $\ln D_i$  の一次結合で与えられるため正規分布に従い、ゆえに単位間隙径  $d$  は、次の期待値および分散をもつ対数正規分布  $F(d)$  に従う。

$$\left. \begin{aligned} E(\ln d) &= E(\ln D) + \ln \alpha \\ &= \lambda - 3\sigma_0^2 + \ln \alpha \\ \text{Var}(\ln d) &= \frac{1}{C_n} \sigma_0^2 \\ F(d) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi/C_n} \sigma_0 d} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left\{ \frac{\ln d - (\lambda - 3\sigma_0^2 + \ln \alpha)}{\sigma_0/\sqrt{C_n}} \right\}^2 \right] \end{aligned} \right\} \quad (2.93)$$

ここに  $C_n$  は間隙径  $d$  のばらつきを示す係数であり、粒径  $D$  よりも分散が大きければ  $C_n > 1$  となり、その逆であれば  $1 > C_n > 0$  となる。さらにこれから次式の期待値が求められる。

$$\left. \begin{aligned} E(d) &= \alpha D_{50} \exp \left\{ \left( \frac{1}{2C_n} - 3 \right) \sigma_0^2 \right\} \\ E(d^3) &= \alpha^3 D_{50}^3 \exp \left\{ \left( \frac{9}{2C_n} - 9 \right) \sigma_0^2 \right\} \\ E\left(\frac{1}{d^3}\right) &= \frac{1}{\alpha^3} \frac{1}{D_{50}^3} \exp \left\{ \left( \frac{9}{2C_n} + 9 \right) \sigma_0^2 \right\} \end{aligned} \right\} \quad (2.94)$$

最後に、比例定数  $\alpha$  は間隙率  $n$  と単位体積当たりの単位間隙の個数  $N_p$  から計算することができる。しかし、この  $N_p$  は土粒子の充填状態により左右される性質のものであるため、次の仮定を考えておく。なお、式中の  $\alpha$  および  $N_p$  の添字 1~5 はその仮定の番号である。

はじめに、 $N_p$  は式 (2.73) に示される単位体積当たりの土粒子の個数  $N_g$  および定数  $C_m$  を用いて、次式の関係があるものと仮定する。

$$\begin{aligned} N_{p1} &= \frac{N_g}{C_m} \\ &= \frac{6}{\pi C_m} (1-n) \frac{1}{D_{50}^3} \exp \left( \frac{9}{2} \sigma_0^2 \right) \end{aligned} \quad (2.95)$$



さらに、単位体積当りの間隙の総容積が間隙率  $n$  となることから次式を得る。

$$\frac{\pi C_L}{4} E(d^3) N_{p1} = n \quad (2.96)$$

この式に式 (2.94) の第2式および式 (2.95) を代入すれば、係数  $\alpha$  は次式のように求められる。

$$\alpha_1 = \left( \frac{2C_m}{3C_L} \frac{n}{1-n} \right)^{1/3} \exp \left\{ \left( \frac{3}{2} - \frac{3}{2C_n} \right) \sigma_0^2 \right\} \quad (2.97)$$

次に、 $N_p$  は (断面での間隙個数)  $\times$  (直列毛細管一本の単位間隙個数) と考える。室田・佐藤の方法を参考にすると、断面での間隙個数は式 (2.66) の  $N_h$  で与えられ、直列毛細管一本の単位間隙個数が  $1/E(d)$  に比例するとすれば、 $N_p$  および  $\alpha$  はそれぞれ次式のように表される。

$$\left. \begin{aligned} N_{p2} &= \frac{N_h}{C_m E(d)} \\ \alpha_2 &= \left( \frac{2C_m}{3C_L} \frac{n}{1-n} \right)^{1/2} \exp \left\{ \left( 2 - \frac{2}{C_n} \right) \sigma_0^2 \right\} \end{aligned} \right\} \quad (2.98)$$

同様に、直列毛細管一本の単位間隙個数が  $N_y$  に比例するとすれば、次式のように表される。

$$\left. \begin{aligned} N_{p3} &= \frac{N_h N_y}{C_m} \\ \alpha_3 &= \left( \frac{\pi C_m}{6C_L} \right)^{1/3} \frac{n^{1/3}}{(1-n)^{2/3}} \exp \left\{ \left( \frac{13}{6} - \frac{3}{2C_n} \right) \sigma_0^2 \right\} \end{aligned} \right\} \quad (2.99)$$

また、混合粒径であっても小さい土粒子が大きい土粒子間に入り込み、標準偏差  $\sigma_0$  が大きくなっても単位間隙を取り囲む土粒子数  $C_n$  は増えるが  $N_p$  は変わらないとすれば次式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} N_{p4} &= \frac{6}{\pi C_m} (1-n) \frac{1}{D_{50}^3} \\ \alpha_4 &= \left( \frac{2C_m}{3C_L} \frac{n}{1-n} \right)^{1/3} \exp \left\{ \left( \frac{9}{2} - \frac{3}{2C_n} \right) \sigma_0^2 \right\} \end{aligned} \right\} \quad (2.100)$$

次に、モデルの径深  $d_{pm}$  と実際の径深  $d_{pr}$  が同じとすれば次式のように表される。

$$\left. \begin{aligned} d_{pm} &= \frac{\sum \text{断面積} \frac{\pi}{4} d_i^2 \times \text{管長} C_L d_i}{\sum \text{潤辺} \pi d_i \times \text{管長} C_L d_i} = \frac{E(d^3)}{4E(d^2)} \\ &= \frac{1}{4} \alpha_5 D_{50} \exp \left\{ \left( \frac{5}{2C_n} - 3 \right) \sigma_0^2 \right\} \\ d_{pr} &= \frac{\text{間隙容積}}{\text{砂粒子総表面積}} = \frac{1}{6} \frac{n}{1-n} \frac{E(D^3)}{E(D^2)} \\ &= \frac{1}{6} \frac{n}{(1-n)} D_{50} \exp \left( -\frac{1}{2} \sigma_0^2 \right) \\ \alpha_5 &= \frac{2}{3} \frac{n}{(1-n)} \exp \left\{ \left( \frac{5}{2} - \frac{5}{2C_n} \right) \sigma_0^2 \right\} \end{aligned} \right\} \quad (2.101)$$

これらの仮定から求められた  $\alpha_1 \sim \alpha_5$  は、すべて間隙率  $n$  および標準偏差  $\sigma_0$  の関数として表されている。

### (3) 直列毛細管モデル

実際の間隙は複雑な形をしており、流路としての間隙を表現するためには、単位間隙どうしのつながり方をなんらかの方法で考慮しなければいけない。Childs・Collis-George<sup>89)</sup>は2つの断面に現れるつながった間隙のうち、小さい方の間隙径でフラックスが規定されるという連結確率を導入し、間隙径分布から飽和透水係数を求める式を提案した。また Garcia-Bengochea・Lovell・Altschaeff<sup>90)</sup>は、この方法で透水係数を求め実験結果と比較している。Juang・Holtz<sup>91), 92)</sup>は、さらに2つの間隙径がつながる確率も考慮して Childs らの求めた式を改良し、締めめによる間隙径の変化と透水性の関連を調べる実験によって検証している。これらの連結確率の仮定は、実際の間隙中において流路の幅が変化することを表し、間隙径分布のばらつきが大きいほど透水係数が小さくなることを説明できる。ただし、間隙径分布は水分特性曲線から求められ、土粒子形状などの係数は実験により与える必要がある。間隙径分布が対数正規分布で与えられているとき、数値的にはこれら方法でも透水係数を予測することができるが、ここではどの間隙も等確率で次の間隙に連結されると考えた直列毛細管モデルを採用し、間隙径に依存した連結確率は導入しない。

さて、Dunn・Phillips<sup>93)</sup>は、間隙を3種類の管径の異なるパイプを直列につないだモデルで考えた。これを拡張して、図-2.9のように単位間隙であるパイプ (管径;  $d_1, d_2, \dots, d_n$ ) が  $N$  本連なった間隙モデルを考える。この間隙を流れる流体は層流状態で、管径の変化による形状抵抗は無視し、表面摩擦による抵抗のみを受けるものとする。

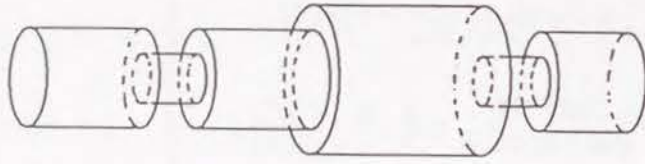


図-2.9 直列毛細管モデル

実際の間隙は各流路間がさらに細い間隙でつながっており、流路の合流、分岐、さらには流体の移動のない袋小路になった流路まで複雑な形状をしている。しかし、浸透流の抵抗則の比例定数である飽和透水係数を求めるにあたっては、流線方向の流れの特性のみわかればよいのであって、流路の合流、分岐などによる分散を同時に考慮する必要はない。したがって、ここでの間隙モデルのパイプの方向は流線方向としている。 $i$  番目の単位間隙の管長さを  $C_L d_i$ 、水頭差を  $h_i$  とすると、Hagen-Poiseuille の法則により、平均流速  $V_i$  および流量  $Q$  は次式のように表される。

$$\left. \begin{aligned} V_i &= \frac{g}{32\nu} d_i^2 \left( \frac{h_i}{C_L d_i} \right) = \frac{g}{32\nu C_L} d_i h_i \\ Q &= \frac{\pi}{4} V_i d_i^2 = \frac{\pi g}{128\nu C_L} d_i^3 h_i \end{aligned} \right\} \quad (2.102)$$

間隙の全長  $\Delta L$  および全水頭差  $\Delta h$  はそれぞれ次式で示される。

$$\left. \begin{aligned} \Delta L &= C_L \sum d_i = C_L N \cdot E(d) \\ \Delta h &= \sum h_i = \frac{128\nu C_L}{\pi g} Q \sum \frac{1}{d_i^3} \\ &= \frac{128\nu C_L}{\pi g} Q N \cdot E\left(\frac{1}{d^3}\right) \end{aligned} \right\} \quad (2.103)$$

これより、流量  $Q$  は単位間隙径の平均値を用いて次式のように示される。

$$Q = \frac{\pi g}{128\nu} \frac{E(d)}{E\left(\frac{1}{d^3}\right)} \frac{\Delta h}{\Delta L} \quad (2.104)$$

同様に、この間隙の平均断面  $A_m$  については次式で表される。

$$A_m = \frac{\sum \frac{\pi}{4} d_i^2 \cdot C_L d_i}{\Delta L} = \frac{\pi E(d^3)}{4 E(d)} \quad (2.105)$$

これより、間隙内の平均流速  $V_m$  は次式で求められる。

$$V_m = \frac{Q}{A_m} = \frac{g}{32\nu} \frac{E(d)^2}{E(d^3)E\left(\frac{1}{d^3}\right)} \frac{\Delta h}{\Delta L} \quad (2.106)$$

浸透流の線形の抵抗則である Darcy 則の表示における比例定数、すなわち透水係数  $k$  を用いれば、多孔質体の断面平均流速  $V_s$  は  $V_s = nV_m = k(\Delta h/\Delta L)$  であるから、式 (2.106) に式 (2.94) を代入し式 (2.91) の  $\alpha$  に式 (2.97) の  $\alpha_1$  を用いると、粒度分布特性値  $\sigma_0$  と透水係数  $k$  の最終的な次の関係式が得られる。

$$\frac{\nu k}{g D_{50}^2 f(n)} = C_1 \exp(-C_2 \sigma_0^2) \quad (2.107)$$

ここに、

$$f(n) = \frac{n^{3/5}}{(1-n)^{2/3}}, \quad C_1 = \frac{1}{32} \left( \frac{2C_m}{3C_L} \right)^{2/3}, \quad C_2 = 3 + \frac{11}{C_n} \quad (2.108)$$

この式では、透水係数  $k$  が間隙率  $n$ 、中央粒径  $D_{50}$  および標準偏差  $\sigma_0$  の関数として表現されており、混合粒径の粒度のばらつき  $\sigma_0$  が大きい程透水係数  $k$  が小さくなることを示している。

また、式 (2.91) の  $\alpha$  に式 (2.98), (2.99), (2.100) および (2.101) の  $\alpha_2 \sim \alpha_5$  を用いても、 $C_1$ ,  $C_2$  および  $f(n)$  が少し変わるだけで式 (2.107) の関係は変わらない。以下、 $\alpha_2$  を用いて変わる係数のみ示すと次のようになる。

$$f(n) = \frac{n^2}{1-n}, \quad C_2 = 2 + \frac{12}{C_n} \quad (2.109)$$

この  $f(n)$  は、Rumer・Drinker<sup>94)</sup> が球の周りの流れの抵抗則から誘導した透水係数の式と同じ形式の関数となっている。同様に、 $\alpha_3$  を用いれば、



表-2.1 透水試験結果(1) (球形ガラス粒子・武内(1971)による)

Run	中央粒径 $D_{50}$ (mm)	間隙率 $n$	均等係数 $U_c$	標準偏差 $\sigma_0$	透水係数 $k$ (cm/s)
E	0.620	0.38	1.10	0.062	0.288
F	0.774	0.38	1.13	0.079	0.383
G	0.915	0.38	1.09	0.056	0.575
H	1.200	0.38	1.08	0.050	1.030
I	1.464	0.38	1.14	0.085	1.460
10	1.12	0.356	2.41	0.572	0.466
11	1.20	0.346	2.50	0.596	0.567
12	0.981	0.361	1.63	0.318	0.500
13	1.04	0.364	2.33	0.550	0.530
14	1.12	0.346	2.00	0.451	0.596
15	0.971	0.356	1.24	0.140	0.438
16	1.11	0.351	1.90	0.417	0.551
17	1.10	0.360	1.74	0.360	0.610
18	1.25	0.368	1.89	0.414	0.749

$$f(n) = \frac{n^{3/5}}{(1-n)^{4/3}}, \quad C_1 = \frac{1}{32} \left( \frac{\pi C_m}{6 C_L} \right)^{2/3}, \quad C_2 = \frac{10}{6} + \frac{11}{C_n} \quad (2.110)$$

$\alpha_4$  を用いれば,

$$C_2 = \frac{11}{C_n} \quad (2.111)$$

$\alpha_5$  を用いれば, 次式のようになる。

$$f(n) = \frac{n^3}{(1-n)^2}, \quad C_1 = \frac{1}{72}, \quad C_2 = 1 + \frac{13}{C_n} \quad (2.112)$$

この  $f(n)$  は, Kozeny の式 (2.50) と同じ形式である。係数  $C_1$  と  $C_2$  には, 土粒子の充填状態, 土粒子形状特性, 流路の屈曲度<sup>95)</sup> およびモデルでは無視されている流路の合流, 分岐の効果も影響する。したがって, それぞれ実験により求める必要があると考えられる。

#### (4) 実験結果との比較

武内<sup>12)</sup> および Loudon<sup>13)</sup> が球形ガラス粒子および川砂で行なった定水位透水試験の結果 (表-2.1, 2.2 および 2.3) を用いて, 式 (2.107) の関係を調べるとともに, 比例定数  $\alpha$  の与え方に

表-2.2 透水試験結果(2) (川砂・武内(1971)による)

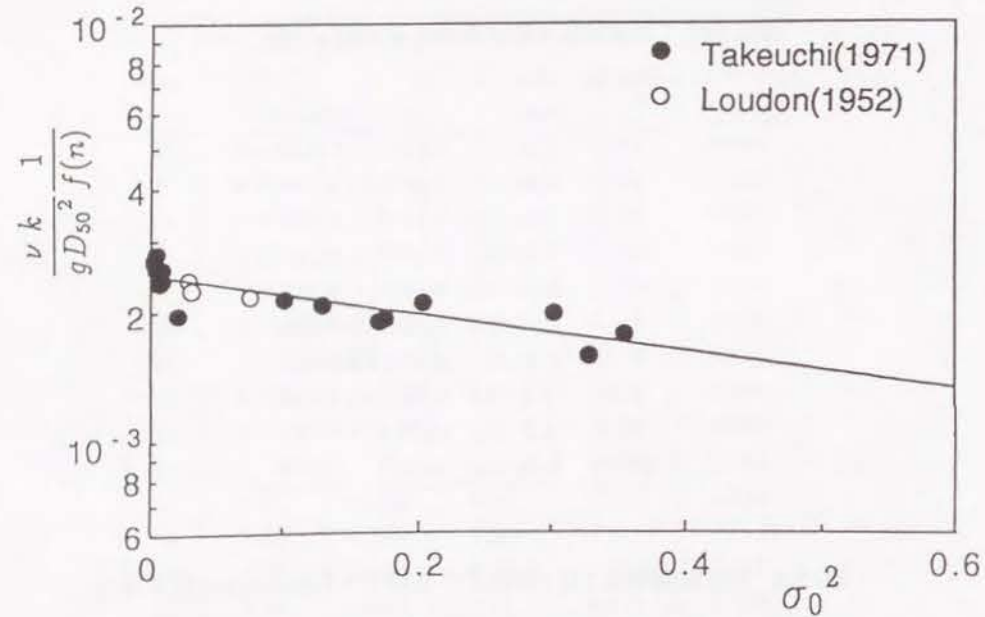
Run	中央粒径 $D_{50}$ (mm)	間隙率 $n$	透水係数 $k$ (cm/s)
1	0.36	0.40	0.0633
2	0.44	0.40	0.105
3	0.62	0.40	0.161
4	0.62	0.42	0.225
5	0.75	0.39	0.217
6	0.75	0.40	0.294
7	0.92	0.40	0.471
8	1.3	0.38	0.374
9	1.3	0.375	0.591
10	0.36	0.40	0.813

表-2.3 透水試験結果(3) (球形ガラス粒子・Loudon(1952)による)

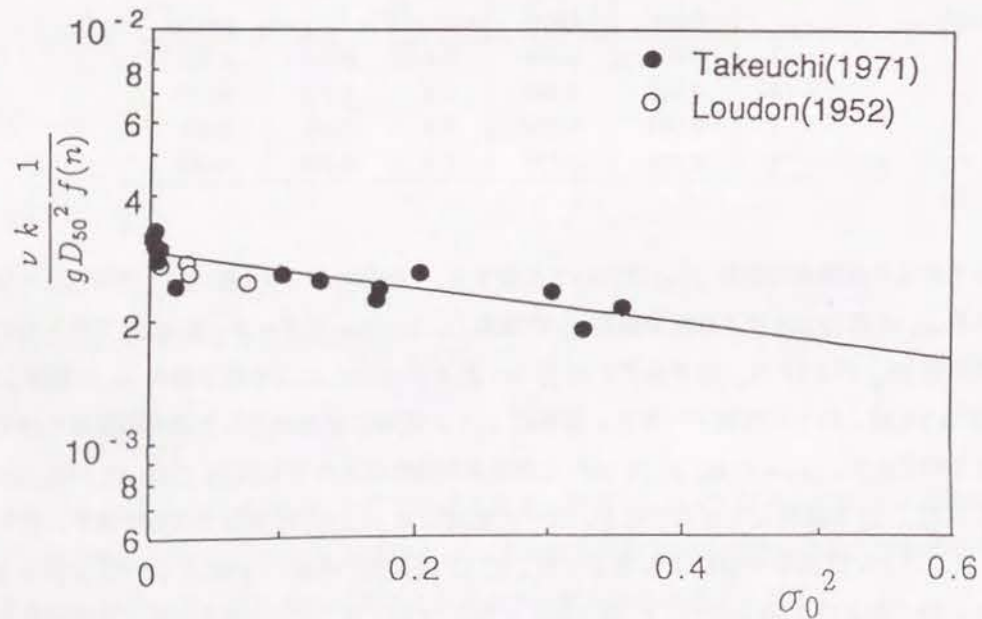
Run	代表粒径 $D_w$ (mm)	10%粒径 $D_{10}$ (mm)	間隙率 $n$	標準偏差 $\sigma_0$	透水係数 $k$ (cm/s)
1	0.831	0.680	0.4	0.168	0.205
2	0.541	0.440	0.4	0.173	0.510
3	0.303	0.270	0.4	0.094	0.066
4	0.164	0.120	0.4	0.273	0.019

よって異なる間隙率の関数  $f(n)$  について比較する。武内のデータ (表-2.1) で得られている均等係数  $U_c$  は式 (2.57) により標準偏差  $\sigma_0$  に換算し, Loudon のデータ (表-2.3) で得られている代表粒径  $D_{10}$  および  $D_w$  はそれぞれ式 (2.59) および (2.60) により標準偏差  $\sigma_0$  に換算した。

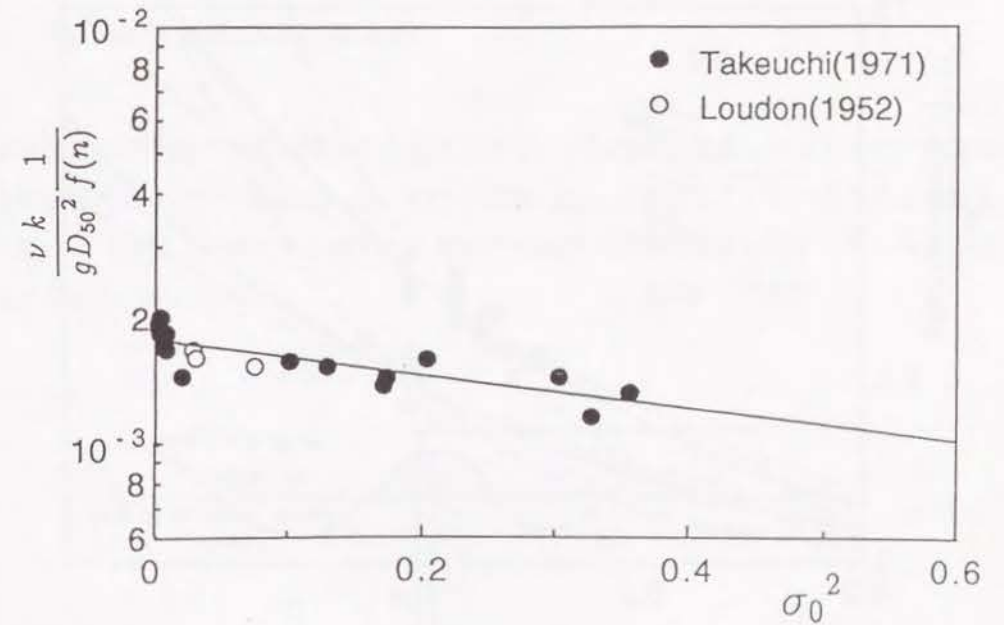
図-2.10 はこれらの実験データを, 横軸に  $\sigma_0^2$ , 縦軸に無次元化した透水係数をとって図示したものであり, (a)~(d) は, 式 (2.107) の間隙率の関数にそれぞれ式 (2.108), (2.109), (2.110) および (2.112) を採用したものである。図中の直線は式 (2.107) の関係を表しており, その係数  $C_1$  および  $C_2$  は回帰分析により求められ,  $C_1$  は (a)~(d) の順に  $2.47 \times 10^{-3}$ ,  $2.93 \times 10^{-3}$ ,  $1.81 \times 10^{-3}$  および  $4.90 \times 10^{-3}$ ,  $C_2$  は 1.05, 0.942, 0.971 および 0.623 となる。この図から, 混合粒径の粒度のばらつきを示す標準偏差  $\sigma_0$  が大きくなるほど透水係数  $k$  が小さくなる傾向が確認できる。また, 間隙率の関数  $f(n)$  の与えかたによって標準偏差の係数  $C_2$  が若干変わることから, 間隙率  $n$  と標準偏差  $\sigma_0$  はまったく独立ではなく, なんらかの相関があると考えられる。



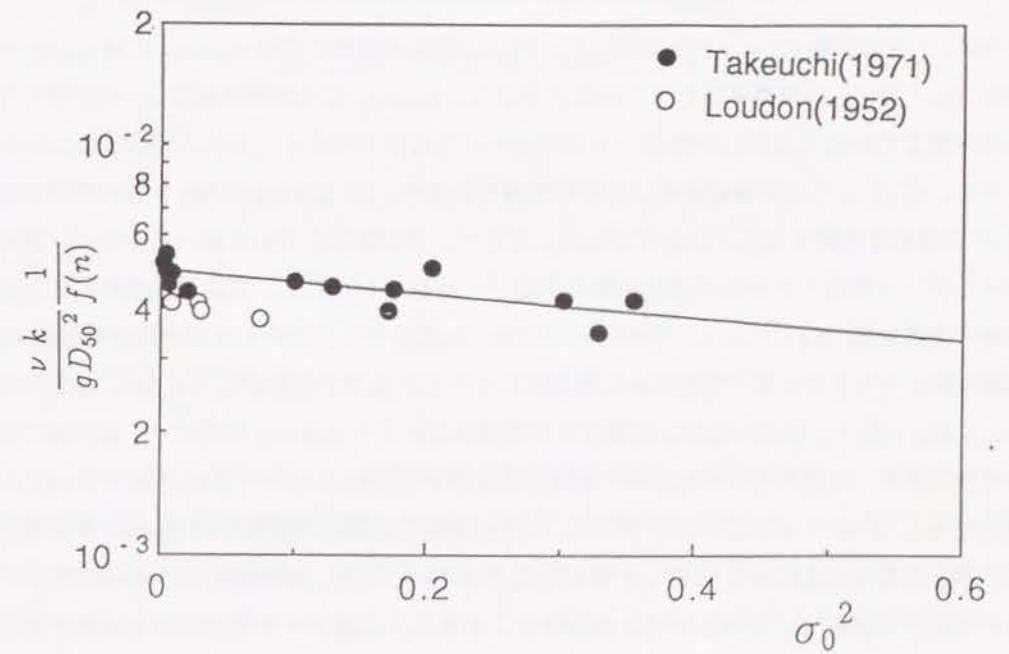
(a)  $f(n) = n^{5/3}/(1-n)^{2/3}$ の場合



(b)  $f(n) = n^2/(1-n)$ の場合



(c)  $f(n) = n^{5/3}/(1-n)^{4/3}$ の場合



(d)  $f(n) = n^3/(1-n)^2$ の場合

図-2.10 無次元化した透水係数と標準偏差の関係

図-2.10 無次元化した透水係数と標準偏差の関係 (つづき)



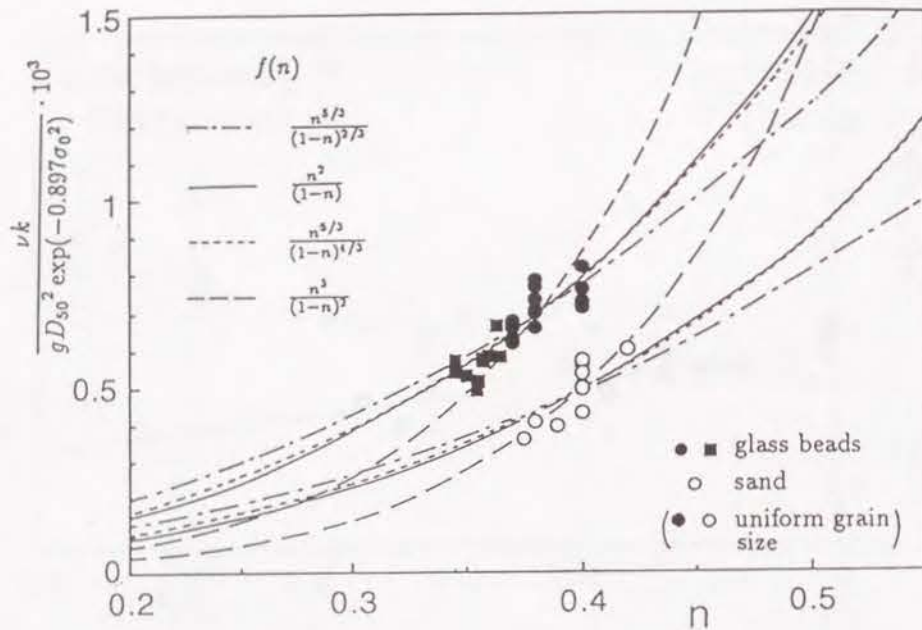


図-2.11 無次元化した透水係数と間隙率  $n$  の関係

さらに、(d) の係数  $C_2 = 0.623$  に対して、同じ間隙率の関数を含む Kozeny の式 (2.50) の代表粒径  $D_w^2$  が  $C_2$  に換算すると 1 であることより、Kozeny の式が標準偏差  $\sigma_0$  の影響をやや過大に考慮していることがわかる。

さて、式 (2.107) は実験結果をよく説明できているが、図-2.10(a)~(d) からは間隙率の関数  $f(n)$  の優劣を判断することはむずかしい。そこで、各関数形の違いを調べるために、武内が行なったガラス球粒子と川砂の透水係数の実験データをもとにして、間隙率と無次元化した透水係数の関係を図-2.11 に示す。図中の丸印は均一粒径を示し、四角印は混合粒径で係数  $C_2$  に平均値 0.897 を与えている。等径球を理想充填したときは最密で間隙率  $n = 0.260$ 、最粗で間隙率  $n = 0.476$  であり、自然の砂質土の間隙率の範囲はこれより大きい。川砂の  $C_1$  も同様に回帰分析で求められ、前述したガラス球粒子と同じ順に示すと  $1.61 \times 10^{-3}$ 、 $1.84 \times 10^{-3}$ 、 $1.14 \times 10^{-3}$  および  $2.80 \times 10^{-3}$  となる。この図から、式 (2.107) の間隙率の関数に式 (2.109) を適用したとき、透水係数  $k$  が間隙率  $n$  に対して最も変化すること、また、その変化の大きい間隙率の関数ほど対応する係数  $C_2$  が小さいことがわかる。さらに、実験データの間隙率の範囲が狭くなお広範囲な実験値を必要とするが、球形ガラス粒子に対しては式 (2.109) が、川砂に対しては式 (2.112) がそれぞれ最もよく実験結果を説明できているといえる。

## 2.4 海岸地下水の非定常解

### 2.4.1 地下水位変動の準一様流解

海岸線付近の不圧地下水面は潮汐に応じて変化し、その振幅は減衰しながらしだいに陸地の奥の方に伝播することが知られている。本間<sup>14)</sup>は図-2.12 に示すように水平な不透水層をもつ簡単な場合について、そのような地下水位変動の理論解を鉛直流速を無視する準一様流の仮定を与えて求めている。

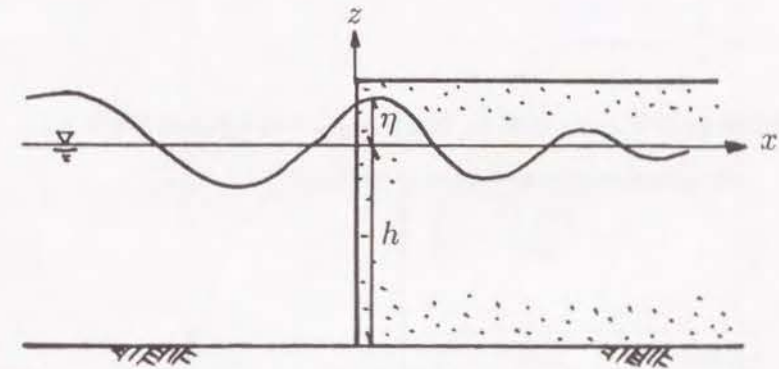


図-2.12 海岸地下水の座標系と記号

浸透流の運動方程式および  $z$  方向に積分された連続式は、式 (2.44) および (2.47) よりそれぞれ次式で与えられる。

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -ng \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{ng}{k} u \quad (2.113)$$

$$n \frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial \{(h + \eta)u\}}{\partial x} = 0 \quad (2.114)$$

ここに、 $u$  は  $x$  方向の平均流速、 $n$  は間隙率、 $g$  は重力加速度、 $k$  は透水係数、 $\eta$  は地下水面の水位変動および  $h$  は水深である。連続式 (2.114) の第 2 項は非線形項であり、三宅<sup>96)</sup> および尾島・足立<sup>97)</sup> はこの項を線形化せずに解を求めているが、ここでは簡単のために地下水面の変動の振幅が水深に比べて十分小さいものと仮定して、連続式 (2.114) を次のように線形化する。

$$n \frac{\partial \eta}{\partial t} + h \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (2.115)$$

これと運動方程式 (2.113) より、 $\eta$  の方程式として次式が得られる。

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} - \frac{1}{gh} \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} - \frac{n}{kh} \frac{\partial \eta}{\partial t} = 0 \quad (2.116)$$

潮汐の振幅を  $\eta_0$  として、次のような周期境界条件を与える。

$$\left. \begin{array}{l} x=0 \text{ で } \eta = \eta_0 \sin \sigma t \\ x \rightarrow \infty \text{ で } \eta = 0 \end{array} \right\} \quad (2.117)$$

このとき式 (2.116) の解は、次式で与えられる。

$$\eta = \eta_0 \exp(-m_1 \frac{x}{h}) \sin(\sigma t - m_2 \frac{x}{h}) \quad (2.118)$$

ここに、 $\sigma$  は角周波数  $2\pi/T$  であり、係数  $m_1$  および  $m_2$  はそれぞれ次式で表される。

$$\left. \begin{array}{l} m_1 = \sqrt{\frac{1}{2} \frac{\sigma^2 h}{g} \left( \sqrt{1 + \left(\frac{ng}{k\sigma}\right)^2} - 1 \right)} \\ m_2 = \sqrt{\frac{1}{2} \frac{\sigma^2 h}{g} \left( \sqrt{1 + \left(\frac{ng}{k\sigma}\right)^2} + 1 \right)} \end{array} \right\} \quad (2.119)$$

これより、地下水表面は海岸線から離れるに従ってその振幅が指数関数的に減少し、 $n_2 x / \sigma h$  で表される位相の遅れが存在することがわかる。また、周期が長くなるほど、その伝播距離に対する減衰は小さくなって位相が遅れることがわかる。

一方、地下水の流れは一般にきわめて緩慢であることから、運動方程式 (2.113) の加速度項を省略できるとする仮定も良く用いられている。このとき、式 (2.116) に対応する  $\eta$  の方程式は次のようになる。

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} - \frac{n}{kh} \frac{\partial \eta}{\partial t} = 0 \quad (2.120)$$

この解は、式 (2.118) において係数  $m_1$  および  $m_2$  の代わりに次式で示される係数  $m$  を用いて同じ表示で与えられる。

$$m = \sqrt{\frac{1}{2} \frac{\sigma^2 h}{g} \frac{ng}{k\sigma}} \quad (2.121)$$

表-2.4 波浪および潮汐に対する無次元パラメータの数値例

	T	$\sigma$	$\sigma^2 h/g$	$ng/k\sigma$	
				$k = 10 \text{ cm/s}$ (砂利)	$k = 10^{-3} \text{ cm/s}$ (細砂)
波浪	6 s	1.05	1.12	37.4	$3.74 \times 10^5$
潮汐	12 hr	$1.45 \times 10^{-4}$	$2.16 \times 10^{-8}$	$2.70 \times 10^5$	$2.70 \times 10^9$

( $h = 10\text{m}, n = 0.4$ )

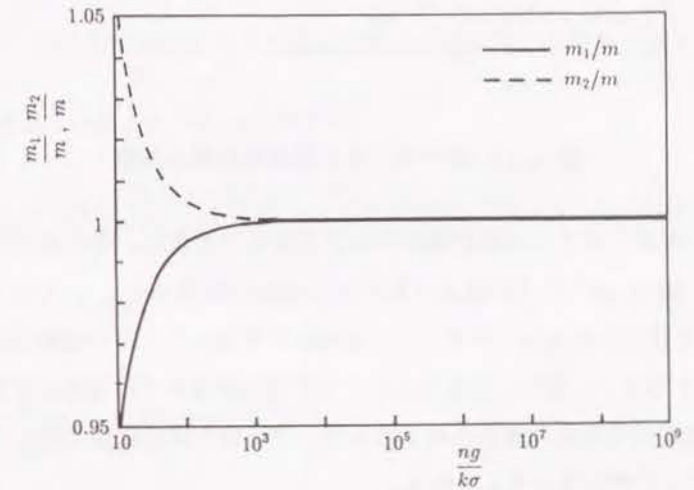


図-2.13 係数  $m_1$  および  $m_2$  と係数  $m$  の  $ng/k\sigma$  による変化

ここに、係数  $m_1$ ,  $m_2$  および  $m$  は、いずれも  $\sigma^2 h/g$  および  $ng/k\sigma$  の二つの無次元パラメータを含んでいる。波浪および潮汐を周期境界条件とした場合、それらの代表的な数値を表-2.4 に示す。

さて、係数  $m_1$  および  $m_2$  と係数  $m$  の違いを明らかにするために、それらの比と  $ng/k\sigma$  の関係を示したものが図-2.13 である。また、海岸線からの距離に対する振幅  $\eta_{max}$  の減衰状況を図-2.14 に示す。ただし、実線は係数  $m$ 、点線は係数  $m_1$  および  $m_2$  を用いたものであり、表-2.4 に示した4つの組み合わせについて計算してある。

図-2.13より、潮汐による周期境界条件を与える場合には、透水係数がかなり大きくなっても  $ng/k\sigma > 10^5$  であり、係数  $m_1$  および  $m_2$  と係数  $m$  との差はほとんどない。一方、 $ng/k\sigma$  が小さくなればなるほど、すなわち波浪のような短周期境界条件で、かつ透水性の良い地盤を対象とする場合には、運動方程式 (2.113) の加速度項の影響が現れ、係数  $m_1$  および  $m_2$  と係数  $m$  との差が大きくなる。このとき、 $m_1 < m$  および  $m_2 > m$  となることから、加速度項を考慮



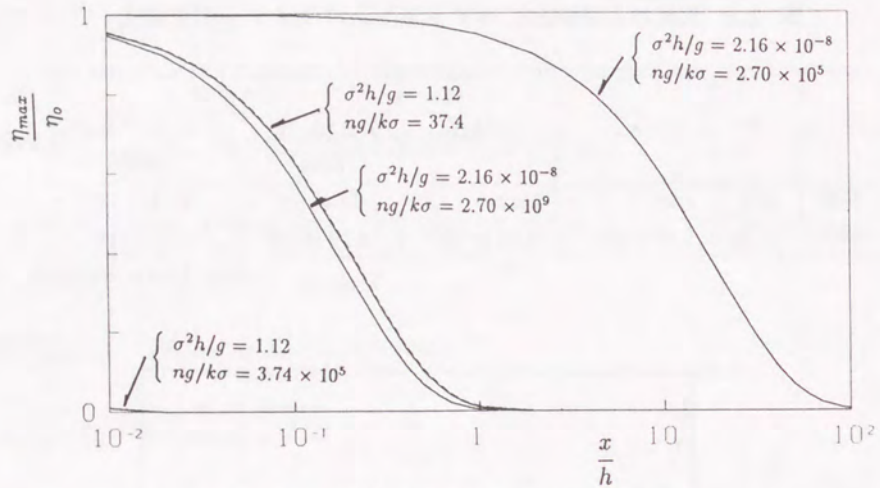


図-2.14 海岸地下水の変動の振幅の減衰

することにより、距離に対する振幅の減衰が小さくなるとともに、その波長も短くなることからわかる。しかし、図-2.14からわかるように、 $m_1 < m$  および  $m_2 > m$  を用いて計算した点線は  $m$  による実線とほとんど重なっており、加速度項を考慮したときの振幅に与える影響はわずか1%以下と非常に小さい。また、波浪のような短周期境界条件では遠方まで伝播しないことから、より正確には加速度項を考慮すべきであるが、不圧地下水の伝播に関しては、実用上加速度項を無視することができると思われる。

#### 2.4.2 陸側境界の地下水位条件を考慮した理論解

海岸地下水は潮汐の影響だけでなく、降雨や背後地の地下水位の影響を同時に受けている。前節では潮汐のみ考慮した地下水位変動の理論解を示したが、ここでは背後地に貯水池や河川または地下集水管などがある場合を想定し、図-2.15 に示すように地下水位が海岸線から距離  $L$  離れた地点で一定水位  $\eta_L$  に接続する場合の理論解を、準一様流の仮定のもとに誘導する。ただし、 $\eta_L$  は水深  $h$  に比べて十分小さいものとし、透水層の下面は水平とする。

浸透流の運動方程式および連続式は前節と同じく式 (2.113) および (2.114) であり、これに対する周期境界条件を次のように与える。

$$\left. \begin{aligned} x=0 \text{ で} & \quad \eta = \eta_0 \sin \sigma t \\ x=L \text{ で} & \quad \eta = \eta_L \end{aligned} \right\} \quad (2.122)$$

$\eta_L > 0$  のとき、実際には下流側の境界である  $x=0$  で浸出面が現れるが、 $\eta_L \ll h$  であれば浸出面による水位差は無視することができ<sup>98)</sup>、地下水面は海水面と接続すると考えて良い。

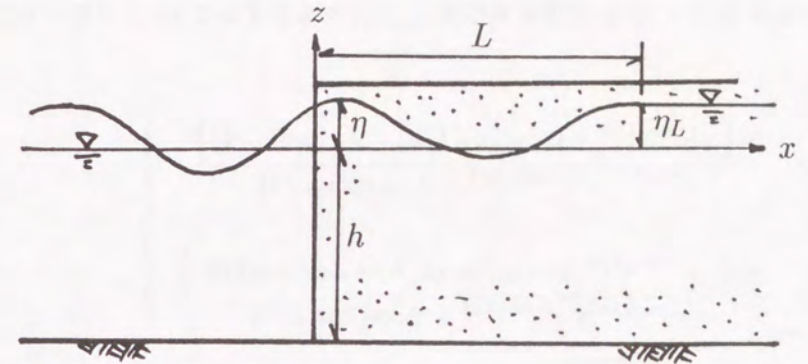


図-2.15 陸地境界条件を考慮した場合の海岸地下水の座標系と記号

さて、 $\eta$  が次のように表されるものとする。

$$\eta(x, t) = \eta_2(x, t) + \eta_L \frac{x}{L} \quad (2.123)$$

これより  $\eta$  の方程式 (2.116) および周期境界条件式 (2.122) は、 $\eta_2$  を用いてそれぞれ次のように書き換えられる。

$$\frac{\partial^2 \eta_2}{\partial x^2} - \frac{1}{gh} \frac{\partial^2 \eta_2}{\partial t^2} - \frac{n}{kh} \frac{\partial \eta_2}{\partial t} = 0 \quad (2.124)$$

$$\left. \begin{aligned} x=0 \text{ で} & \quad \eta_2 = \eta_0 \sin \sigma t \\ x=L \text{ で} & \quad \eta_2 = 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.125)$$

次に、 $\eta_2(x, t)$  の解を変数分離法により  $\eta_s(x)e^{i\sigma t}$  の実数部に等しいと置けば、式 (2.124) より  $\eta_s$  に関して次式を得る。

$$\frac{\partial^2 \eta_s}{\partial x^2} + f^2 \eta_s = 0 \quad (2.126)$$

ここに、

$$f^2 = \left( \frac{m_2}{h} - i \frac{m_1}{h} \right) = \frac{\sigma^2}{gh} - i \frac{n\sigma}{kh} \quad (2.127)$$

$\eta_s$  の一般解は次のように表される。

$$\eta_s = Ge^{-ifx} + He^{ifx} \quad (2.128)$$



ここに、積分定数  $G$  および  $H$  は境界条件式 (2.125) を満足するように、それぞれ次式で与えられる。

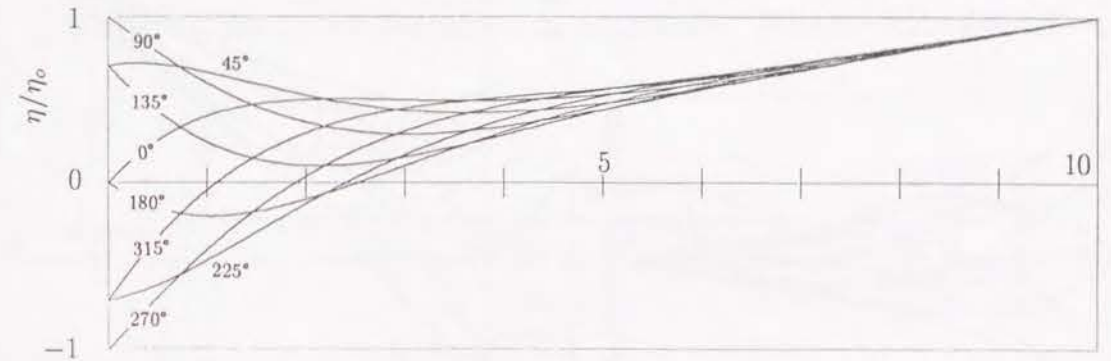
$$\left. \begin{aligned} G &= \frac{\eta_0 \left\{ -ie^{2m_1 L/h} + i \cos(2m_2 L/h) - \sin(2m_2 L/h) \right\}}{e^{2m_1 L/h} + e^{-2m_1 L/h} - 2 \cos(2m_2 L/h)} \\ H &= \frac{\eta_0 \left\{ -ie^{-2m_1 L/h} + i \cos(2m_2 L/h) + \sin(2m_2 L/h) \right\}}{e^{2m_1 L/h} + e^{-2m_1 L/h} - 2 \cos(2m_2 L/h)} \end{aligned} \right\} \quad (2.129)$$

したがって、地下水位  $\eta$  は式 (2.123), (2.128) および (2.129) より、次式のように求められる。

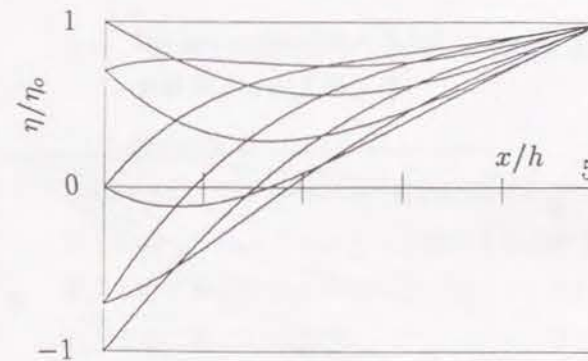
$$\begin{aligned} \eta &= \frac{\eta_0}{e^{2m_1 L/h} + e^{-2m_1 L/h} - 2 \cos(2m_2 L/h)} \\ &\times \left[ e^{-m_1 x/h} \left\{ e^{2m_1 L/h} \sin\left(\sigma t - m_2 \frac{x}{h}\right) - \cos\left(2m_2 \frac{L}{h}\right) \sin\left(\sigma t - m_2 \frac{x}{h}\right) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \sin\left(2m_2 \frac{L}{h}\right) \cos\left(\sigma t - m_2 \frac{x}{h}\right) \right\} + e^{m_1 x/h} \left\{ e^{-2m_1 L/h} \sin\left(\sigma t + m_2 \frac{x}{h}\right) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \cos\left(2m_2 \frac{L}{h}\right) \sin\left(\sigma t + m_2 \frac{x}{h}\right) + \sin\left(2m_2 \frac{L}{h}\right) \cos\left(\sigma t + m_2 \frac{x}{h}\right) \right\} \right] \\ &+ \eta_L \frac{x}{L} \end{aligned} \quad (2.130)$$

ここに、係数  $m_1$  および  $m_2$  は式 (2.119) で与えられるが、前節と同様に運動方程式 (2.113) の加速度項を無視したときは、式 (2.121) で示される係数  $m$  に置き換えた表示となる。また、 $L \rightarrow \infty$  で  $\eta_L = 0$  の極限をとると、前節の式 (2.118) に一致する。

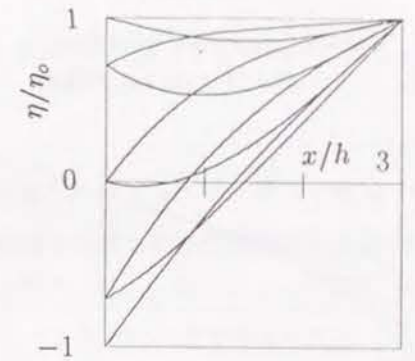
式 (2.130) による海岸地下水位変動の解の計算例を図-2.16 に示す。ここでは、間隙率  $n = 0.4$ 、周期  $T = 12\text{hr}$ 、浸透層厚  $h = 10\text{m}$  および  $\eta_0/h = 1/10$  を一定とし、透水係数  $k$  および陸地の地下水位条件 ( $\eta_L$  および  $L$ ) を種々変えて、位相  $45^\circ$  毎に示している。海岸地下水の水面形が潮汐による波動成分と、一定勾配  $\eta_L x/L$  の成分を足し合わせた形になっているのが確認できる。もちろん  $L/h$  が小さいほど、または  $\eta_L/\eta_0$  が大きいほど一定勾配の成分の影響が大きい。また、透水係数が小さくなると地下水は海岸線近傍でのみ振動し、その後はほぼ一定勾配で  $\eta_L$  に接続することがわかる。



(a)  $k = 0.1\text{cm/s}, \eta_L/\eta_0 = 1$  および  $L/h = 10$  の場合



(b)  $k = 0.1\text{cm/s}, \eta_L/\eta_0 = 1$   
および  $L/h = 5$  の場合



(c)  $k = 0.1\text{cm/s}, \eta_L/\eta_0 = 1$   
および  $L/h = 3$  の場合

図-2.16 陸地の地下水位条件を考慮した海岸地下水位変動の解



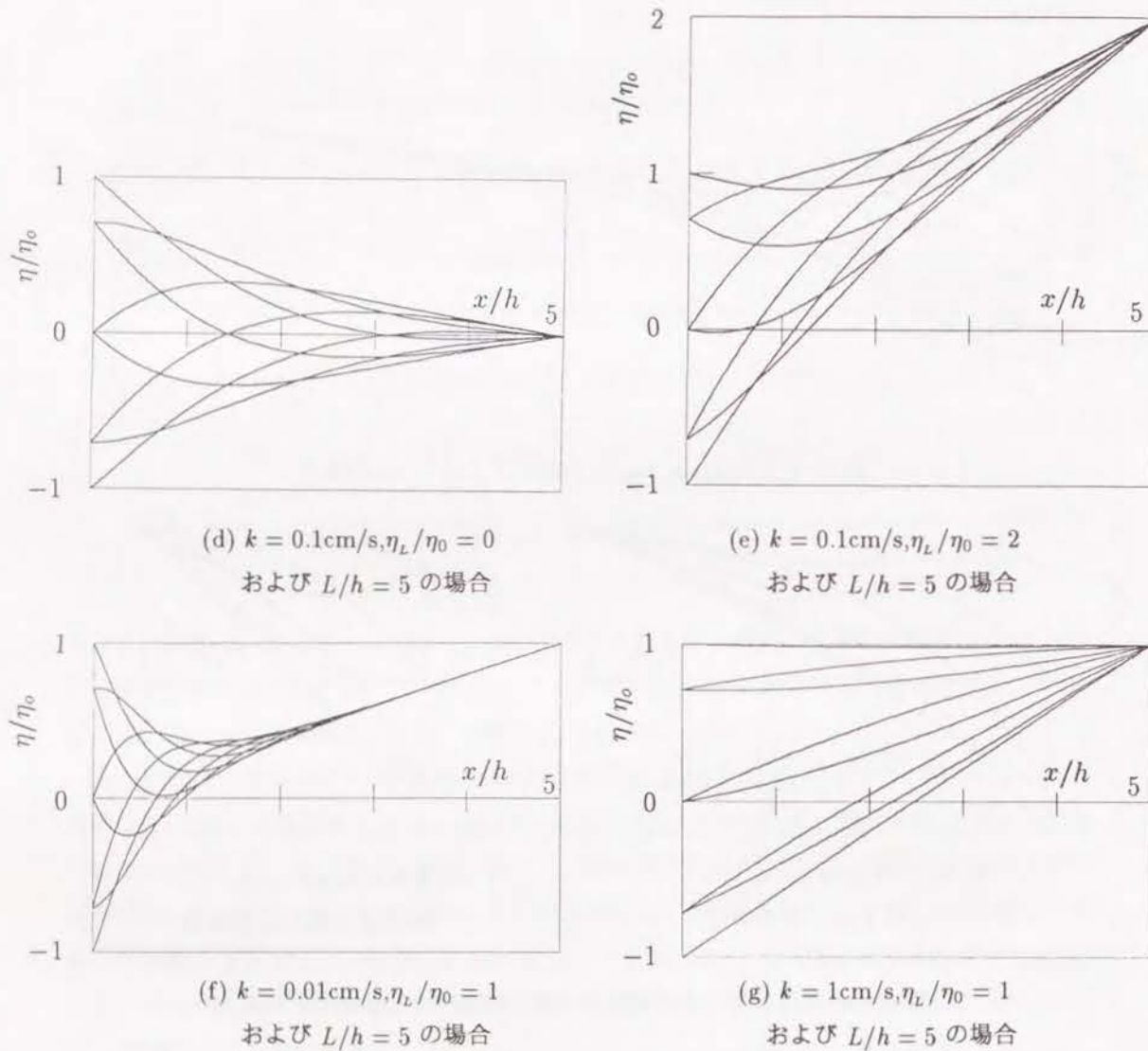


図-2.16 陸地の地下水位条件を考慮した海岸地下水位変動の解 (つづき)

### 2.4.3 速度ポテンシャル接続法による理論解

これまで、鉛直流速を無視する準一様流の仮定を用いて、海岸地下水位変動の伝播の理論解を誘導してきた。一方、井島・江口・小林<sup>22)</sup>が透過性防波堤内の波浪減衰の解析を目的として提案した速度ポテンシャル接続法を用いれば、鉛直流速を考慮した断面二次元の浸透流解析が可能である。ここでは、潮汐を周期境界条件とした場合の海岸地下水の伝播を速度ポテンシャルをもつ微小振幅波と考え、速度ポテンシャル接続法を用いてその挙動を解析し、準一様流の仮定を用いて誘導された理論解と比較して、地下水位変動に与える鉛直流速の影響を調べる。

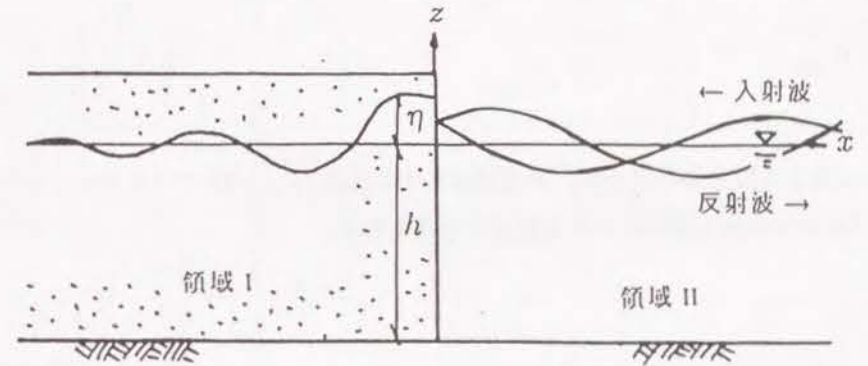


図-2.17 速度ポテンシャル接続法を適用する場合の海岸地下水の座標系と記号

#### (1) 理論解析

図-2.17 に示すように、半無限に広がる透水層 (領域 I) が  $x=0$  で水深  $h$  の海域 (領域 II) に接しているものとする。領域 I における鉛直流速を考慮した浸透流の基礎方程式は、流体、土粒子および構造骨格の非圧縮性を仮定した連続式と、Darcy 則による抵抗則を用いた運動方程式によって構成され、式 (2.44) および (2.47) よりそれぞれ次式で与えられる。

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = 0 \quad (2.131)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} &= -\frac{n}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} - \frac{ng}{k} \bar{u} \\ \frac{\partial \bar{w}}{\partial t} &= -ng - \frac{n}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial z} - \frac{ng}{k} \bar{w} \end{aligned} \right\} \quad (2.132)$$

ここに、 $\bar{u}$ 、および  $\bar{w}$  はそれぞれ  $x$ 、および  $z$  方向の平均流速、 $\bar{p}$  は平均圧力、 $\rho$  は流体密度、 $n$  は間隙率、 $g$  は重力加速度および  $k$  は透水係数である。

浸透流を非回転運動とし速度ポテンシャル  $\bar{\Phi}(x, z; t)$  を用いると、流速および圧力はそれぞれ次式で表される。

$$\bar{u} = \frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial x}, \quad \bar{w} = \frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial z} \quad (2.133)$$

$$\frac{\bar{p}}{\rho} = -\frac{1}{n} \frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial t} - \frac{g}{k} \bar{\Phi} - gz \quad (2.134)$$

また、式 (2.133) を式 (2.131) に代入すると、次の Laplace の式が得られる。

$$\frac{\partial^2 \bar{\Phi}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{\Phi}}{\partial z^2} = 0 \quad (2.135)$$

この  $\bar{\Phi}$  に対する境界条件のうち、浸透層の水平の底面 ( $z = -h$ ) で与えられる条件は、不透面を横切る流れが存在しないことから次式で与えられる。

$$\frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial z} = 0 \quad (2.136)$$

地下水面 ( $z = \eta$ ) では力学的および運動学的条件はそれぞれ次の式 (2.137) および (2.138) で与えられ、さらに  $\eta$  を消去すれば、 $z = 0$  における  $\bar{\Phi}$  の条件式 (2.139) が得られる。

$$\frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial t} + \frac{ng}{k} \bar{\Phi} + ng\eta = 0 \quad (2.137)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = \frac{1}{n} \frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial z} \quad (2.138)$$

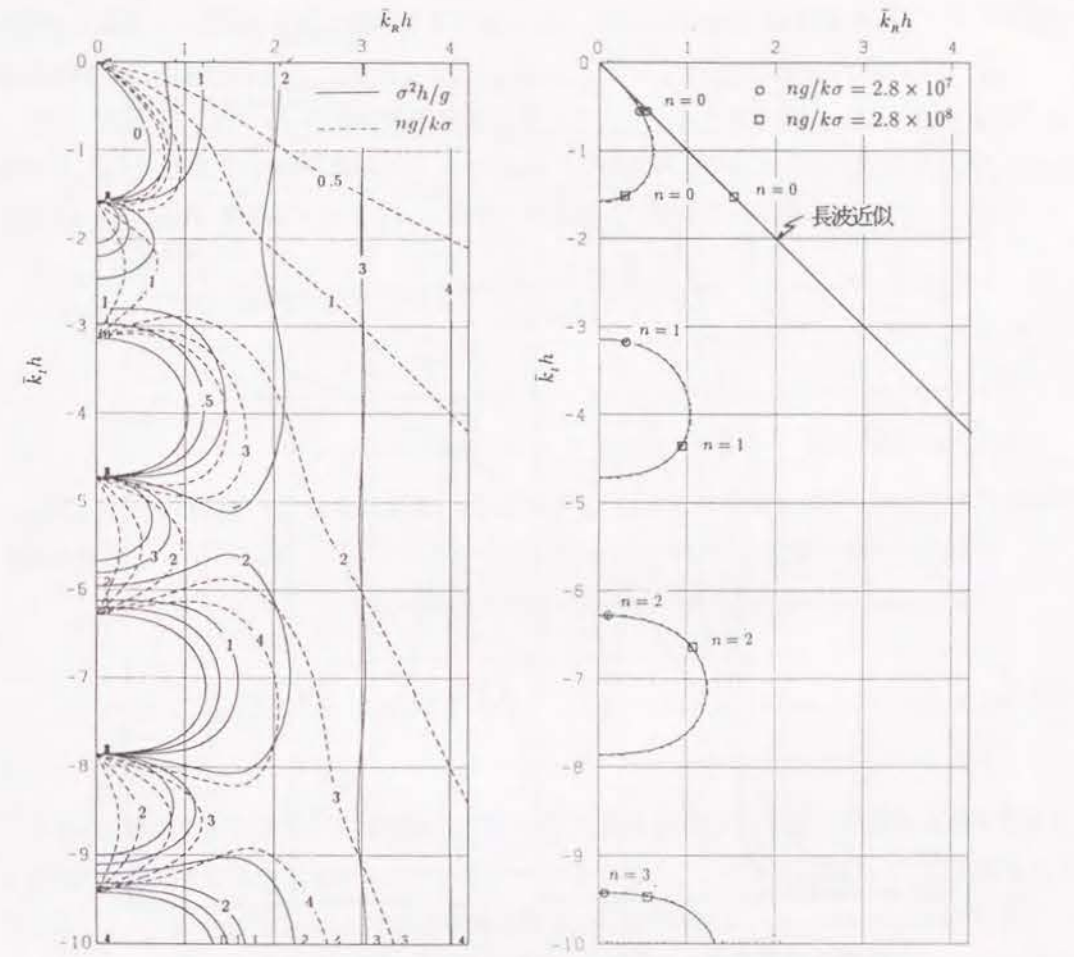
$$\frac{\partial^2 \bar{\Phi}}{\partial t^2} + \frac{ng}{k} \frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial t} + g \frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial z} = 0 \quad (2.139)$$

変数分離により  $\bar{\Phi}(x, z; t) = \bar{\phi}(x, z)e^{i\sigma t}$  とすると、 $\bar{\phi}(x, z)$  は底面での条件式 (2.136) を満足する Laplace 式 (2.135) の一般解として次のように表される。

$$\bar{\phi}(x, z) = \sum_{r=0}^{\infty} \left( D_r e^{i\bar{k}_r x} + E_r e^{-i\bar{k}_r x} \right) \frac{\cosh \bar{k}_r (z+h)}{\cosh \bar{k}_r h} \quad (2.140)$$

ここに、 $D_r$  および  $E_r$  は積分定数、 $\bar{k}_r$  は複素波数で式 (2.140) を式 (2.139) に代入して得られる次の分散関係式より求められる。

$$\bar{k}_r h \tanh \bar{k}_r h = \left( 1 - i \frac{ng}{k\sigma} \right) \frac{\sigma^2 h}{g} \quad (2.141)$$



(a) 波浪の場合

(b) 潮汐の場合 (1) ( $\sigma^2 h/g = 2.02 \times 10^{-8}$ )

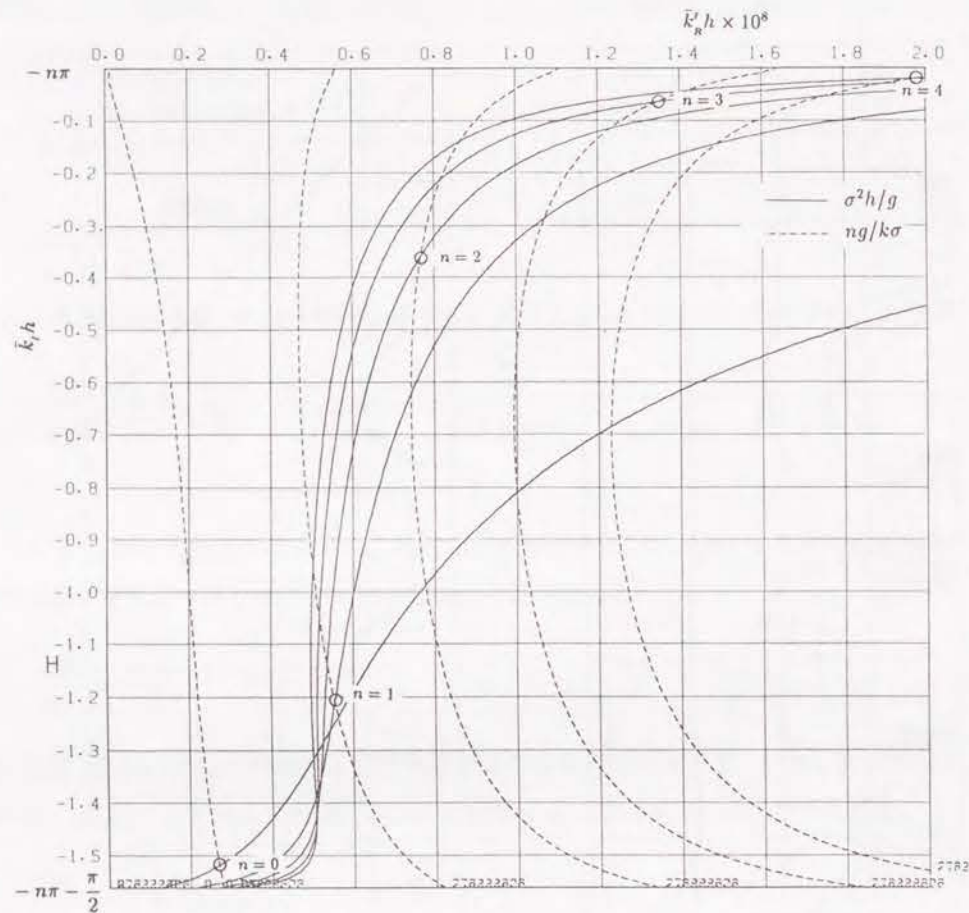
図-2.18 複素波数  $\bar{k}_r$  の解の特性

この分散関係式を満たす  $\bar{k}_r$  は無数に存在する。 $\bar{k}_r$  の複素解を求めるために、 $\bar{k}_r = \bar{k}_R + i\bar{k}_I$  ( $\bar{k}_R$  および  $\bar{k}_I$  は実数) とおくと、上式の実部および虚部をわけて次式のように表される。

$$\left. \begin{aligned} \frac{ng}{k\sigma} &= \frac{\bar{k}_R h \sin(2\bar{k}_I h) + \bar{k}_I h \sinh(2\bar{k}_R h)}{\bar{k}_I h \sin(2\bar{k}_I h) - \bar{k}_R h \sinh(2\bar{k}_R h)} \\ \frac{\sigma^2 h}{g} &= \frac{\bar{k}_R h \sinh(2\bar{k}_R h) - \bar{k}_I h \sin(2\bar{k}_I h)}{2\{\cos^2(2\bar{k}_I h) \cosh^2(2\bar{k}_R h) + \sin^2(2\bar{k}_I h) \sinh^2(2\bar{k}_R h)\}} \end{aligned} \right\} \quad (2.142)$$

この連立方程式より計算機を用いて  $\bar{k}_r$  の解を順次求めるためには、ある程度解に近い値を初期値として計算機に入力する必要がある。図-2.18 は、解の概略値を求めるために、この式の関係





(c) 潮汐の場合 (2) ( $\sigma^2 h/g = 2.02 \times 10^{-8}, ng/k\sigma = 2.79 \times 10^8$ )

図-2.18 複素波数  $\bar{k}_r$  の解の特性 (つづき)

を表したものである。解は第2, 第4象限にあるが, 原点に関して対象であるため第4象限のみ示す。(a) および (b) では横軸に  $\bar{k}_R h$  を, 縦軸に  $\bar{k}_I h$  をとっており, 実線が式 (2.142) の第2式の  $\sigma^2 h/g$  を, 点線が第1式の  $ng/k\sigma$  をそれぞれ示している。一般的な波浪の条件では (a) を用い, 実線と点線の交点として  $\bar{k}_R h$  および  $\bar{k}_I h$  の概略値を求めることができる。一方, 潮汐の場合は  $\sigma$  がかなり小さくなるために, (a) と同じスケールを用いると (b) のように実線と点線が重なってしまい, その交点が判定しづらい。そこで (c) のように, 縦軸に  $n\pi$  ( $n=0, 1, 2, \dots$ ) を, 横軸に次式で計算される  $\bar{k}_R' h$  をとった図を用いれば, その交点から  $\bar{k}_R h$  および  $\bar{k}_I h$  の概略値を求めることができる。

$$\bar{k}_R' = \bar{k}_R - \bar{k}_{R0}, \quad \bar{k}_{R0} h \sinh(2\bar{k}_{R0} h) = \bar{k}_I h \sin(2\bar{k}_I h) \quad (2.143)$$

本研究ではこうして求められた概略値を初期値とし, Newton-Rapson 法を用いて, より正確な複素波数  $\bar{k}_r$  を求める。

さて, 領域 II ( $x > 0$ ) についても同様に速度ポテンシャルを  $\Phi_1(x, z; t) = \phi_1(x, z)e^{i\sigma t}$  と表すと,  $\phi_1$  は水底での条件 ( $\partial\phi_1/\partial z = 0$  at  $z = -h$ ) および自由表面での条件 ( $\partial\phi_1/\partial z = \sigma^2\phi_1/g$  at  $z = 0$ ) を満足する Laplace 式の一般解として次のように表される。

$$\begin{aligned} \phi_1(x, z) = & (Ae^{ik_0x} + Be^{-ik_0x}) \frac{\cosh k_0(z+h)}{\cosh k_0h} \\ & + \sum_{n=1}^{\infty} C_n e^{-k_n x} \frac{\cos k_n(z+h)}{\cos k_n h} \end{aligned} \quad (2.144)$$

ここに,  $A, B$  および  $C_n$  は積分定数,  $k_0$  および  $k_n$  は次の分散関係式から求められる実数の波数である。

$$\begin{aligned} \frac{\sigma^2 h}{g} &= k_0 h \tanh k_0 h \\ &= -k_n h \tanh k_n h \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \end{aligned} \quad (2.145)$$

つぎに, 領域 I および II の速度ポテンシャル式 (2.140) および (2.144) に含まれる積分定数を,  $x$  方向の境界条件によって求める。ポテンシャル  $\bar{\phi}$  は  $x \rightarrow \infty$  において有界でなければならないから,  $\bar{k}_R > 0$  および  $\bar{k}_I < 0$  である複素波数  $\bar{k}_r$  のみを用いれば, 式 (2.140) において  $E_r = 0$  とすることができる。また,  $x = 0$  における境界条件は, 流速および圧力の連続性から次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial x} &= \frac{\partial \phi_1}{\partial x} \\ \beta \bar{\phi} &= \phi_1 \end{aligned} \right\} \quad (2.146)$$

ここに,

$$\beta = \frac{1}{n} \left( 1 - i \frac{ng}{k\sigma} \right) \quad (2.147)$$

式 (2.140) および (2.144) を式 (2.146) に代入し,  $\cosh k_0(z+h)$  および  $\cos k_n(z+h)$  が  $z = -h \sim 0$  で完全直交関数系であることを利用して整理すれば, 式 (2.140) および (2.144) の積分定数について次の関係式が求められる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{B}{A} &= -1 + \beta \sum_{r=0}^{\infty} \frac{F_r}{1 - \left(\frac{\bar{k}_r h}{k_0 h}\right)^2} \\ \frac{C_n}{A} &= \frac{N_0}{N_n} \beta \sum_{r=0}^{\infty} \frac{F_r}{1 + \left(\frac{\bar{k}_r h}{k_0 h}\right)^2} \\ \frac{D_r}{A} &= -\frac{iN_0}{ng} F_r \frac{1}{k\sigma} \end{aligned} \right\} \quad (2.148)$$

ここに,

$$\left. \begin{aligned} N_0 &= \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2k_0 h}{\sinh 2k_0 h}\right) \\ N_n &= \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2k_n h}{\sin 2k_n h}\right) \end{aligned} \right\} \quad (2.149)$$

また、式(2.148)に含まれる  $F_r$  は、次の無限連立一次方程式より求められる。

$$\left. \begin{aligned} \sum_{r=0}^{\infty} F_r \frac{\beta + \left(\frac{\bar{k}_r h}{k_0 h}\right)}{1 - \left(\frac{\bar{k}_r h}{k_0 h}\right)^2} &= 2 \\ \sum_{r=0}^{\infty} F_r \frac{\beta + i\left(\frac{\bar{k}_r h}{k_0 h}\right)}{1 + \left(\frac{\bar{k}_r h}{k_0 h}\right)^2} &= 0 \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \end{aligned} \right\} \quad (2.150)$$

そして、入射波の波形を  $\eta_i = a \cos(k_0 x + \sigma t)$  ( $a$  は入射波の振幅) とすると係数  $A$  が次式のように表され、式(2.148) から速度ポテンシャル式(2.140) および(2.144) に含まれるすべての積分定数を決定することができる。

$$A = \frac{ia g}{\sigma} \quad (2.151)$$

このようにして速度ポテンシャルが確定されると、反射率、波形、任意の位置での流速および圧力を求めることができる。まず、反射率  $K_R$  は次式で表される。

$$K_R = \left| \frac{B}{A} \right| = \left| 1 - \beta \sum_{r=0}^{\infty} \frac{F_r}{1 - \left(\frac{\bar{k}_r h}{k_0 h}\right)^2} \right| \quad (2.152)$$

領域 I の地下水の波形  $\eta$  および領域 II の波形  $\eta_1$  はそれぞれ次式で表される。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\eta(x, t)}{a} &= \operatorname{Re} \left[ \beta \sum_{r=0}^{\infty} \frac{D_r}{A} e^{i\bar{k}_r x} e^{i\sigma t} \right] \\ \frac{\eta_1(x, t)}{a} &= \operatorname{Re} \left[ \left( e^{ik_0 x} + \frac{B}{A} e^{-ik_0 x} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{C_n}{A} e^{-k_n x} \right) e^{i\sigma t} \right] \end{aligned} \right\} \quad (2.153)$$

ただし、右辺の  $\operatorname{Re}$  は実数部分を意味する。次に、 $x = 0$  における水平流速  $\bar{u} = u_1$  は、式(2.140) または(2.144) から次のように求められる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\bar{u}}{ik_0 A} &= \sum_{r=0}^{\infty} \frac{\bar{k}_r D_r}{k_0 A} \frac{\cosh \bar{k}_r(z+h)}{\cosh \bar{k}_r h} \\ \frac{u_1}{ik_0 A} &= \left( 1 - \frac{B}{A} \right) \frac{\cosh k_0(z+h)}{\cosh k_0 h} + \sum_{n=1}^{\infty} i \frac{C_n \bar{k}_n \cos k_n(z+h)}{A k_0 \cos k_n h} \end{aligned} \right\} \quad (2.154)$$

同様に、 $x = 0$  における波圧  $\bar{p} = p_1$  は、次式で表される。

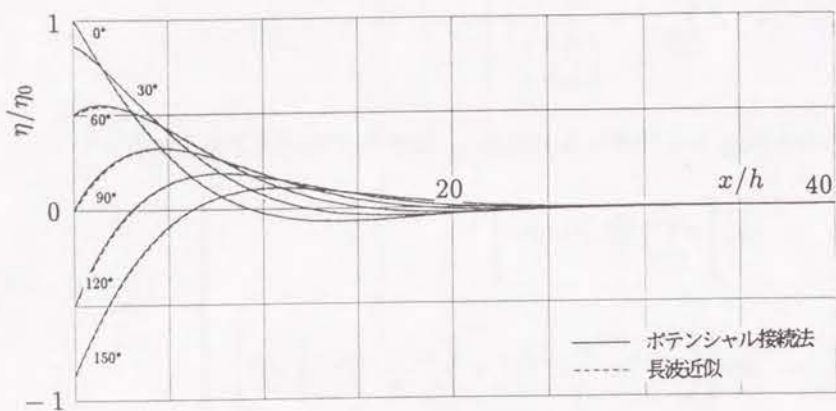
$$\left. \begin{aligned} \frac{\bar{p}}{-i\rho\sigma A} &= \sum_{r=0}^{\infty} \frac{D_r}{A} \frac{\cosh \bar{k}_r(z+h)}{\cosh \bar{k}_r h} \\ \frac{p_1}{-i\rho\sigma A} &= \left( 1 + \frac{A}{B} \right) \frac{\cosh k_0(z+h)}{\cosh k_0 h} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{C_n \cos k_n(z+h)}{A \cos k_n h} \end{aligned} \right\} \quad (2.155)$$

式(2.154)の第一式と第二式、および式(2.155)の第一式と第二式は、任意の  $0 > z > -h$  において等しくなければならない。したがってこれらの式は、速度ポテンシャルの無限級数項を有限項で打ち切ったときの、計算精度の検証式として用いることができる。

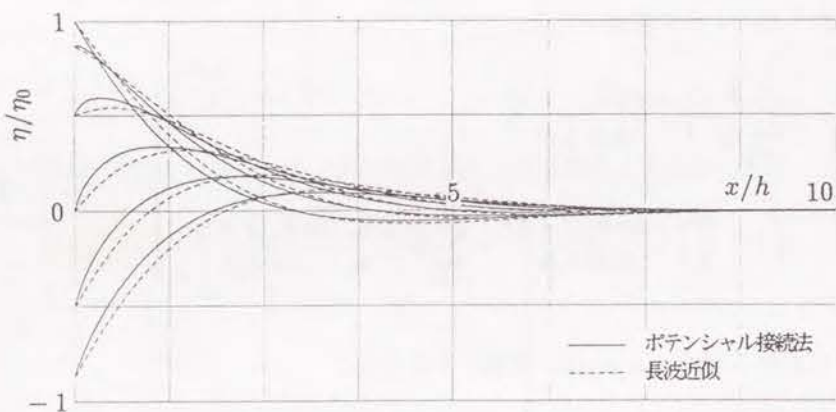
## (2) 数値計算結果と考察

図-2.19 は、周期  $T = 12.4\text{hr}$  (半日周潮) の潮汐による周期境界条件において、浸透層厚  $h = 10\text{m}$ 、間隙率  $n = 0.4$  の場合の地下水面  $\eta$  を、透水係数を変えて位相  $30^\circ$  毎に示したもので

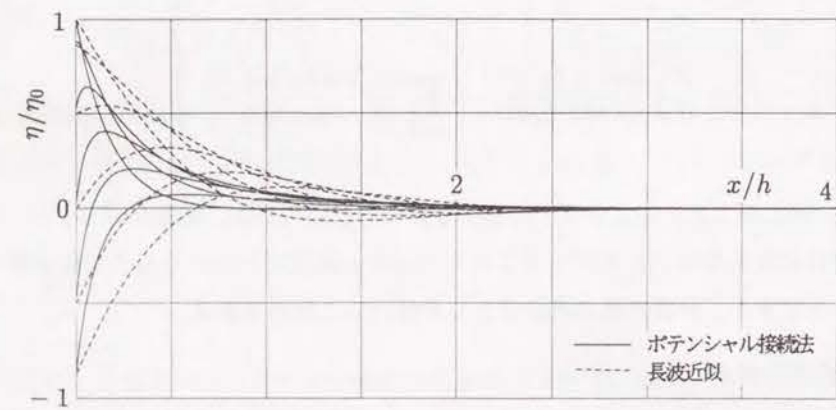




(a)  $k = 1 \text{ cm/s}$  の場合 ( $\sigma^2 h/g = 2.02 \times 10^{-8}$ ,  $ng/k\sigma = 2.79 \times 10^6$ )

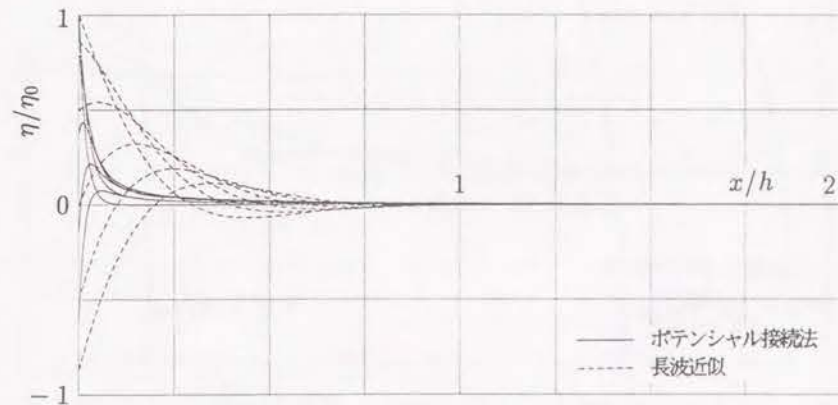


(b)  $k = 10^{-1} \text{ cm/s}$  の場合 ( $\sigma^2 h/g = 2.02 \times 10^{-8}$ ,  $ng/k\sigma = 2.79 \times 10^7$ )



(c)  $k = 10^{-2} \text{ cm/s}$  の場合 ( $\sigma^2 h/g = 2.02 \times 10^{-8}$ ,  $ng/k\sigma = 2.79 \times 10^8$ )

図-2.19 不圧海岸地下水の水位に与える鉛直流速の影響



(d)  $k = 10^{-3} \text{ cm/s}$  の場合 ( $\sigma^2 h/g = 2.02 \times 10^{-8}$ ,  $ng/k\sigma = 2.79 \times 10^9$ )

図-2.19 不圧海岸地下水の水位に与える鉛直流速の影響 (つづき)

ある。ただし、実線は式 (2.153) で示した速度ポテンシャル接続法による理論解、点線は分散関係式 (2.141) において  $\tanh \bar{k}_r h \approx \bar{k}_r h$  としたときの長波近似解である。図-2.20 は、式 (2.154) で示される  $x = 0$  での水平流速を示す。反射率  $K_R$  は透水係数が小さくなるほど 1 に近づき、 $k = 1 \text{ cm/s}$  の場合でも 0.99966 であることから、事実上、完全反射 ( $\eta_0 = 2a$ ) とみなすことができる。また、長波近似による  $\bar{k}_r h$  および  $\bar{k}_i h$  はそれぞれ次式で表され、式 (2.119) の  $m_2$  および  $-m_1$  に相当することから、長波近似解は準一様流の仮定を用いて誘導された理論解と一致することがわかる。

$$\left. \begin{aligned} \bar{k}_r h &= \sqrt{\frac{1}{2} \frac{\sigma^2 h}{g} \left( \sqrt{1 + \left( \frac{ng}{k\sigma} \right)^2} + 1 \right)} \\ \bar{k}_i h &= -\sqrt{\frac{1}{2} \frac{\sigma^2 h}{g} \left( \sqrt{1 + \left( \frac{ng}{k\sigma} \right)^2} - 1 \right)} \end{aligned} \right\} \quad (2.156)$$

図-2.19 および 2.20 の結果から、透水係数が小さくなると地下水面の変動は遠方まで及ばなくなるが、水位に関して両理論解の差が大きくなるとともに、水平流速が鉛直方向に一様ではなくなるのがわかる。これは、透水係数が小さくなるに従って、式 (2.156) で示される長波近似による波数と、分散関係式 (2.141) の最低次の波数との差が大きくなるためであり、特に  $\bar{k}_r$  の差が大きくなることが図-2.18(b) から確認できる。このことから、潮汐による周期境界条件

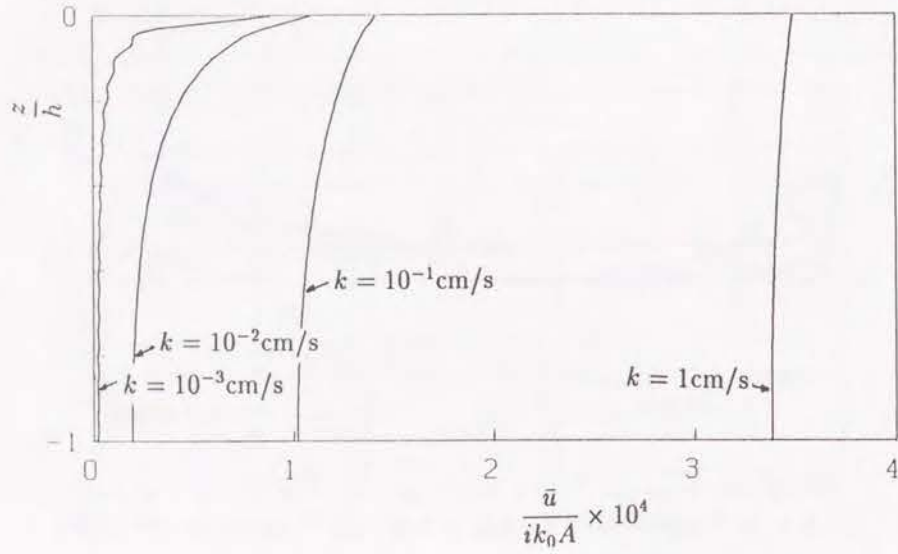


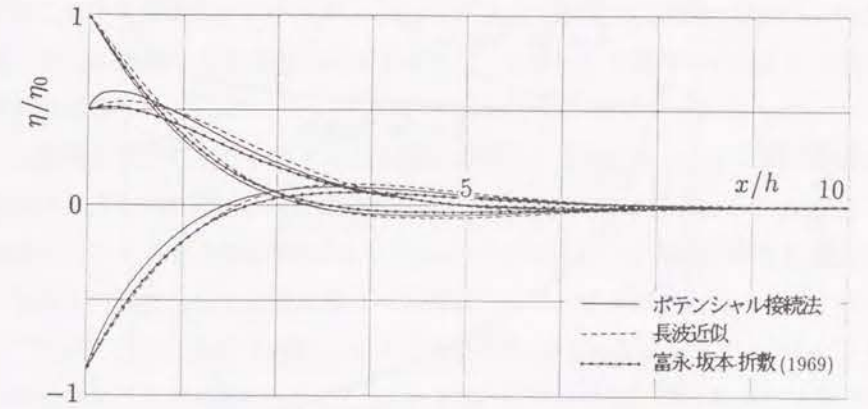
図-2.20  $x = 0$  における水平流速分布

を与える場合であっても、透水係数が  $10^{-2}$  cm/s より小さいときには鉛直流速を考慮した二次元解析が必要であることがわかる。

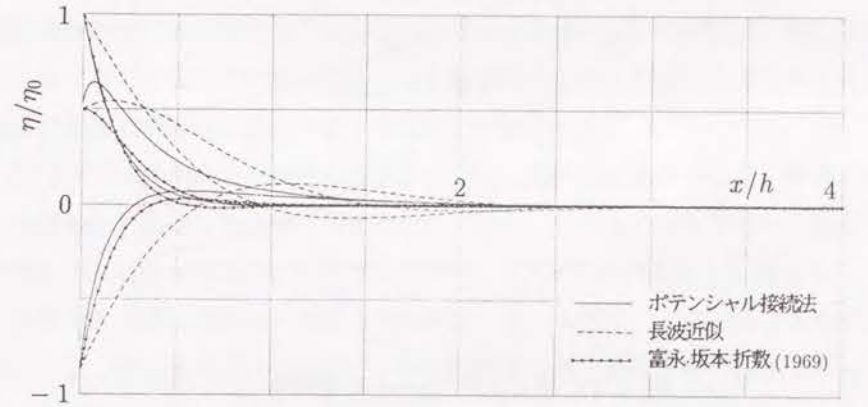
一方、富永・坂本・折敷<sup>99)</sup>は、分散関係式 (2.141) において  $\cosh \bar{k}_r h \approx 1 + i\bar{k}_r \bar{k}_i h^2$  および  $\sinh \bar{k}_r h \approx (\bar{k}_r + \bar{k}_i)h$  と近似する方法を提案し次式を得ている。

$$\left. \begin{aligned} \bar{k}_r h &= \frac{1}{2} \sqrt{-\left(\frac{\sigma^2 h n g}{g k \sigma}\right)^2 + 2 \frac{\sigma^2 h n g}{g k \sigma} \sqrt{\left(\frac{\sigma^2 h n g}{g k \sigma}\right)^2 + 1}} \\ \bar{k}_i h &= -\frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{\sigma^2 h n g}{g k \sigma}\right)^2 + 2 \frac{\sigma^2 h n g}{g k \sigma} \sqrt{\left(\frac{\sigma^2 h n g}{g k \sigma}\right)^2 + 1}} \end{aligned} \right\} \quad (2.157)$$

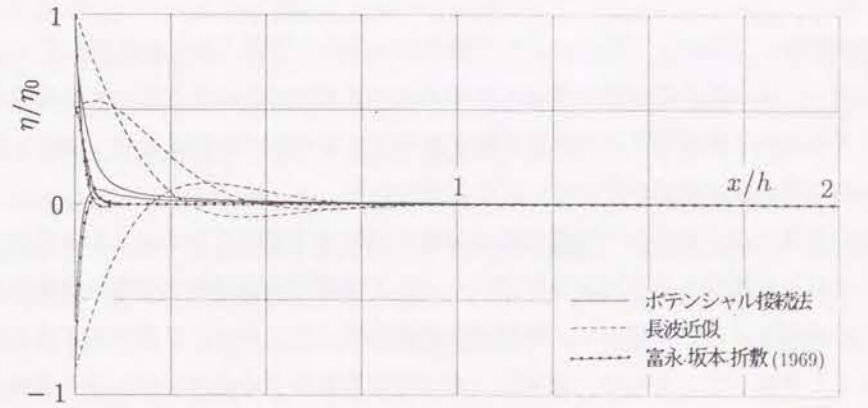
この波数を用いた場合、図-2.21 に示すように、全体的には前述した長波近似解よりもポテンシャル接続法の理論解に近い水位が計算できているが、位相や透水係数によっては逆に近似が悪くなることもある。これは、とくに透水係数が小さくなるに従って、速度ポテンシャルの級数解における高次の項が重要となることによる。図-2.22 は、速度ポテンシャルの積分定数  $D_{r(n)}$  の大きさを示しており、透水係数が小さくなると高次の項の積分定数が最低次の項の積分定数  $D_{r(0)}$  と比べて相対的に重要になることがわかる。数値計算する場合には固有関数で無限級数展開した速度ポテンシャルを有限項で打ち切る必要があり、本研究では第 31 項までの計算をしたが、ポテンシャル接続法を適用するときの注意点として、透水係数が小さくなればなるほど、より多くの項数を計算する必要があることが指摘される。



(a)  $k = 10^{-1}$  cm/s の場合 ( $\sigma^2 h/g = 2.02 \times 10^{-8}$ ,  $ng/k\sigma = 2.79 \times 10^7$ )



(b)  $k = 10^{-2}$  cm/s の場合 ( $\sigma^2 h/g = 2.02 \times 10^{-8}$ ,  $ng/k\sigma = 2.79 \times 10^8$ )



(c)  $k = 10^{-3}$  cm/s の場合 ( $\sigma^2 h/g = 2.02 \times 10^{-8}$ ,  $ng/k\sigma = 2.79 \times 10^9$ )

図-2.21 富永らの式と長波近似解およびポテンシャル解による水位の比較



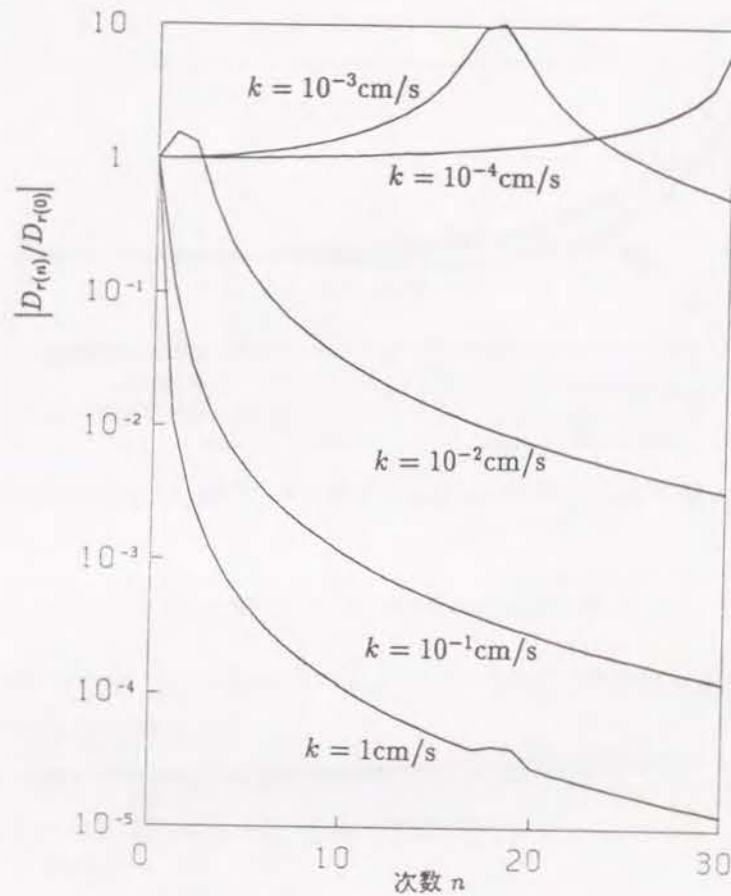


図-2.22 積分定数  $D_r(n)$  の絶対値

## 2.5 結 語

以上、この章では、空間的平均操作により浸透流の巨視的な基礎方程式を誘導するとともに、直列毛細管モデルによって粒度分布を考慮した浸透流の抵抗則の定式化を試みた。また、得られた基礎方程式を用いて海岸地下水の非定常解を誘導し、その基本的性質を明らかにした。これにより得られた主な成果を要約すると、次のようである。

1) はじめに砂質土の土粒子間隙の微視的な流れを記述する基礎方程式および境界条件を示し、そのうち土粒子表面で与えるべき境界条件については間隙構造の幾何学的な複雑さゆえに簡単に数学的に表現することが難しく、微視的な運動を集大成した後に空間平均するのは非常に困難であることを述べた。そして、海岸地下水の挙動を解析するためには、多孔質体としての砂質土を連続体として取扱い、物理量を空間的に平均操作して表した連続式および運動方程式を境界条件および初期条件に対して解析する必要があることを示した。

2) 微視的な流れの速度、圧力および密度を空間平均値とその変動成分に分けて表し、微視的な記述における連続式および Navier-Stokes の方程式に対して流体の圧縮性や土粒子および構造骨格の変位も考慮して空間的平均操作を行い、その均質な連続体に対する空間平均された基礎方程式を誘導した。

3) 周期境界条件における地下水の挙動を対象にするとして、この空間平均された連続式および運動方程式を無次元表示し各項のオーダーを評価することによって、 $Re < 1$  および潮汐を周期境界条件とする場合の単純化された巨視的な連続式および運動方程式を導いた。

4) 砂質土の粒度分布に対数正規分布を適用し、その標準偏差  $\sigma_0$  と一般的に粒度分布の特性値として用いられている均等係数  $U_c$  および曲率係数  $U'_c$  との関係を示すとともに、従来の浸透流の抵抗則に含まれる代表粒径 ( $D_{10}$ ,  $D_{20}$  および  $D_w$ ) を対数正規分布の特性値である標準偏差  $\sigma_0$  および中央粒径  $D_{50}$  で表示した。

5) 重量表示の粒度分布から、単位体積、単位断面面積および単位長さ当りの個数分布を誘導し、多孔質体断面における土粒子の断面円の大きさを求めた。その結果、同じ中央粒径をもつ砂質土では、混合粒径の方が均一粒径よりも断面での土粒子の個数自体は増えるがその断面円の径および面積の期待値は逆に小さくなることがわかった。

6) 砂質土の間隙構造を定量的に記述するための間隙の定義について、数多くの従来の研究を水分特性曲線と関連した等価毛管束による方法と、何らかの幾何学的な定義を行い構成土粒子との関係から間隙分布を決定する方法に分類しそれぞれの問題点を指摘した。

7) 砂質土の複雑な間隙を円筒形の単位間隙にモデル化し、土粒子径と間隙径との関係を幾何学的方法で仮定することによって、その間隙径分布を粒度分布の標準偏差  $\sigma_0$  および間隙率  $n$  を用いた対数正規分布で表示した。

8) 多孔質体としての砂質土に径の異なる単位間隙を連ねた直列毛細管モデルを適用し、その平均断面および平均流速を間隙径の期待値の関数として表示した。そして、浸透流の抵抗則に Darcy 則の表示を適用し、その係数である飽和透水係数を砂質土の中央粒径  $D_{50}$  の自乗に比例し、標準偏差  $\sigma_0$  および間隙率  $n$  の関係として定式化し、武内<sup>12)</sup> および Loudon<sup>13)</sup> が行った実験結果と比較してその適用性を明らかにした。

9) 鉛直流速を無視する準一様流の仮定のもとに誘導される海岸地下水の地下水位変動の伝播の理論解について、加速度項を考慮した場合および無視した場合のそれぞれの解の比較を行った。その結果、潮汐を周期境界条件として与える場合にはその差はほとんどなく、波浪のような短周期境界条件を与える場合でも遠方まで伝播しないことから、不圧海岸地下水の伝播に関しては実用上加速度項を無視することができることを明らかにした。

10) 同様に準一様流の仮定を用い、潮汐と陸地の高地下水水位を同時に境界条件として考慮



した理論解を誘導し、種々の陸側境界条件および透水係数に対する地下水位を表す水面形を求めた。

11) 速度ポテンシャル接続法による鉛直流速を考慮した断面二次元の浸透流の理論解を示し、とくに潮汐を境界条件としたときの複素波数の求め方を述べるとともに、地下水位を表す水面形について準一様流による理論解との比較を行って、潮汐を周期境界条件として与える場合であっても、透水係数が小さい場合には鉛直流速を考慮した二次元解析が必要であることを示した。

## 参考文献

- 1) 高木俊介：土壤水の運動機構について，応用物理，第17巻，第8-9号，1948，pp.241-251.
- 2) 合田 健：砂濾過の水理に関する一基礎的研究，土木学会誌，第37巻，第1号，1952，pp.29-33.
- 3) Whitaker, S.: Advances in theory of fluid motion in porous media, Ind. Eng. Chem., Vol.61, No.12, 1969, pp.14-28.
- 4) Whitaker, S.: The transport equations for multi-phase systems, Chem. Eng. Sci., Vol.28, 1973, pp.139-147.
- 5) Slattery, J. C.: Flow of viscoelastic fluids through porous media, AIChE J., Vol.13, No.6, 1967, pp.1066-1071.
- 6) Irmay, S.: On the theoretical derivation of Darcy and Forchheimer formulas, Trans. Am. Geophys. Union., Vol.39, No.4, 1958, pp.702-707.
- 7) Whitaker, S.: Flow in porous media I: a theoretical derivation of Darcy's law, Transp. Porous Media, Vol.1, 1986, pp.3-25.
- 8) Slattery, J. C.: Single-phase flow through porous media, AIChE J., Vol.15, No.6, 1969, pp.866-872.
- 9) Bear, J.: Dynamics of Fluids in Porous Media, American Elsevier Publ., 1972, pp.65-118.
- 10) Corapcioglu, M. Y.: Advances in Porous Media Vol.1, Elsevier Science Publ., 1991, pp.179-213.
- 11) Nield, D. A. and A. Bejan: Convection in Porous Media, Springer-Verlag, 1992, pp.29-46.
- 12) 武内 等：確率モデルによる多孔体内の流れのシミュレーション，土木学会論文報告集，第187号，1971，pp.79-93.
- 13) Loudon, A. G.: The computation of permeability from simple soil tests, Geotechnique, Vol.3, 1952, pp.165-182.
- 14) 本間 仁：高等水理学，産業図書，1958，pp.178-180.
- 15) たとえば，古土井光昭・片山猛雄：残留水位測定調査，港湾技術研究所資料，No.115，1971，105p.

- 16) 近藤俊郎：透過性防波堤の伝達波，第16回海岸工学講演会講演集，1969，pp.321-327.
- 17) 近藤俊郎・藤間 聡：透過性防波構造物の水理特性，第17回海岸工学講演会論文集，1970，pp.155-162.
- 18) 近藤俊郎・藤間 聡：透過性防波構造物の水理特性（第2報），第18回海岸工学講演会論文集，1971，pp.131-136.
- 19) 近藤俊郎・藤間 聡・浅野潤一：透過性防波構造物の水理特性（第3報），第19回海岸工学講演会論文集，1972，pp.193-197.
- 20) Madsen, O. S.: Wave transmission through porous structures, Proc. ASCE, Vol.100, WW3, 1974, pp.169-188.
- 21) 富永正照・坂本忠彦：透過性構造物による波の変形に関する研究(1)，第16回海岸工学講演会講演集，1969，pp.309-319.
- 22) 井島武士・江口泰彦・小林 彰：透過性防波堤と岸壁に関する研究，第18回海岸工学講演会論文集，1971，pp.121-130.
- 23) 堀口孝男：洋上石油備蓄基地の域内振動に関する解析，海岸工学論文集，第39巻，1992，pp.826-830.
- 24) 倉内公嘉・近藤俊郎・藤間 聡：水室付き直立透水層堤の反射率推定理論に用いる線形化抵抗係数について，第34回海岸工学講演会論文集，1987，pp.467-471.
- 25) 吉田明德・小島治幸・鶴本良博：波動境界値問題におけるポテンシャル接続法の選点解法，土木学会論文集，第417号，II-13，1990，pp.265-274.
- 26) 吉田明德・小島治幸・鶴本良博：ポテンシャル接続法（選点解法）による有限振幅波の境界値問題解析法，海岸工学論文集，第37巻，1990，pp.519-523.
- 27) Whitaker, S.: Diffusion and dispersion in porous media, AIChE J., Vol.13, No.3, 1967, pp.420-427.
- 28) Gray, W. G. and K.O'Neill: On the general Equations for flow in porous media and their reduction to Darcy's law, Water Res. Res., Vol.12, No.2, 1976, pp.148-154.
- 29) 土木学会編：水理公式集，土木学会，1985，pp.375-376.
- 30) 河野伊一郎：地下水工学，鹿島出版会，1989，pp.90-92.
- 31) 吉田 洋・宇野尚雄・柳澤栄司：土の力学(2)，土木学会編 新体系土木工学17，技報堂出版，1984，pp.251-253.
- 32) Kenney, T. C., D. Lau and G. I. Ofoegbu: Permeability of compacted granular materials, Can. Geotech. J., Vol.21, 1984, pp.726-729.
- 33) Gardner, W. R.: Representation of soil aggregate-size distribution by a logarithmic-normal distribution, Soil Sci. Soc. Am. J., Vol.20, 1956, pp.151-153.
- 34) 箭内寛治：土の粒度分布に関する考察，第10回土質工学研究発表会講演概要集，1975，pp.51-54.



- 35) 陶野郁雄：砂質堆積物の粒度試験，第14回土質工学研究発表会講演概要集，1979，pp.129-132.
- 36) 岩井重久・松尾新一郎：土の粒度加積曲線に関する統計学的研究，土木学会誌，第36巻，第12号，1951，pp.560-563.
- 37) 岩井重久：濾過砂粒度の従来の統計的解析，水道協会雑誌，第203号，1951，pp.24-34.
- 38) 岩井重久：濾過砂粒度の完全な統計的解析，水道協会雑誌，第204号，1951，pp.12-24.
- 39) 岩井重久：砂ろ過理論における Fair-Hatch 法の改良 (I)，水道協会雑誌，第242号，1954，pp.9-15.
- 40) 岩井重久：砂ろ過理論における Fair-Hatch 法の改良 (II)，水道協会雑誌，第243号，1955，pp.13-19.
- 41) 井口正男：漂砂と流砂の水理学，古今書院，1975，pp.112-120.
- 42) Burger, H.: Log-normal interpolation in grain size analysis, *Sedimentology*, Vol.23, 1976, pp.395-405.
- 43) Shirazi, M. A. and L. Boersma: A unifying quantitative analysis of soil texture, *Soil Sci. Soc. Am. J.*, Vol.48, 1984, pp.142-147.
- 44) 福田光治：重量による粒度分布と個数による粒度分布の関係について，土木学会第43回年次学術講演会概要集，Ⅲ-214，1988，pp.470-471.
- 45) 宇野尚雄・杉井俊夫・稲垣弘二：透水係数に及ぼす諸要因との関係，第24回土質工学研究発表会講演概要集，1989，pp.1655-1656.
- 46) Hatch, L. P.: Flow through Granular Media, *J. App. Mech.*, Vol.7, No.3, 1940, pp.A-109-A-112.
- 47) 土屋義人：混合砂礫の限界掃流力に関する研究，京都大学防災研究所年報，第6号，1963，pp.228-253.
- 48) 中川博次・辻本哲郎：移動床流れの水理，土木学会編 新体系土木工学 23，技報堂出版，1986，pp.25-26.
- 49) Bear, J.: *Dynamics of Fluids in Porous Media*, American Elsevier Pub. Comp. Inc., New York, 1972, pp.19-22.
- 50) Bloemen, G. W.: Calculation of hydraulic conductivities of soils from texture and organic matter content, *Z. Pflanzenernaehr. Bodenkd.*, Vol.143, 1980, pp.581-605.
- 51) 土壌物理研究会編：土の物理学，森北出版，1979，pp.225-236.
- 52) Brutsaert, W.: Probability laws for pore-size distribution, *Soil Sci.*, Vol.101, 1966, pp.85-92.
- 53) Bathke, G. R., A. Amoozegar and D. K. Cassel: Description of soil pore size distribution with mean weighted pore diameter and coefficient of uniformity, *Soil Sci.*, Vol.152, 1991, pp.82-86.

- 54) 地下水入門編集委員会編：地下水入門，土質工学会，1983，p.31.
- 55) Brooks, R. H. and A. T. Corey: Properties of porous media affecting fluid flow, *Proc. ASCE*, Vol.92, IR2, 1966, pp.61-88.
- 56) Campbell, G. S.: A simple method for determining unsaturated conductivity from moisture retention data, *Soil Sci.*, Vol.117, 1974, pp.311-314.
- 57) Campbell, G. S. (中野政詩，東山 勇監訳)：パソコンで学ぶ土の物理学，鹿島出版会，1987，pp.40-42.
- 58) Gupta, S. C. and W. E. Larson: Estimating soil water retention characteristics from particle size distribution, organic matter percent, and bulk density, *Water Res. Res.*, Vol.15, No.6, 1979, pp.1633-1635.
- 59) Hartge, K. H. (福士定雄訳)：土壌物理学概論，博友社，1985，pp.135-136.
- 60) Hillel, D. (岩田進午監修，高見晋一，内嶋善兵衛訳)：土壌物理学概論，養賢堂，1984，pp.63-65.
- 61) Wilkins, D. E., W. F. Buchelle and W. G. Lovely: A technique to index soil pores and aggregates larger than 20 micrometers, *Soil Sci. Soc. Am. J.*, Vol.41, 1977, pp.139-140.
- 62) Ragab, R. and J. Feyen: Effect of the method for determining pore size distribution on prediction of the hydraulic conductivity function and of infiltration, *Soil Sci.*, Vol.134, 1982, pp.141-145.
- 63) Fara, H. D. and A. E. Scheidegger: *Statistical Geometry of Porous Media*, *J. Geo. Res.*, Vol.66, No.10, 1961, pp.3279-3284.
- 64) de Jong, de Josselin: Longitudinal and transverse diffusion in granular deposits, *Trans. Amer. Geophys. Union* Vol.39, No.1, 1958, pp.67-74.
- 65) Haring, R. E. and R. A. Greenkorn: A statistical model of a porous medium with nonuniform pores, *AIChE J.*, Vol.16, No.3, 1970, pp.477-483.
- 66) 室田 明・佐藤邦明：空隙規模の分布による透水係数の評価について，第13回水理講演会講演集，1969，pp.73-78.
- 67) Milligan, W. O. and C. R. Adams: An analytical expression for cumulative pore volumes and pore size distributions, *J. Phys. Chem.* Vol.58, 1954, pp.891-893.
- 68) 玉井信行・浅枝 隆・田中靖治：毛管モデルによる不飽和透水係数の評価，土木学会論文集，第381号，Ⅱ-7，1987，pp.75-81.
- 69) Arya, L. F. and J. F. Paris: A physicoempirical model to predict the soil moisture characteristic from particle-size distribution and bulk density data, *Soil Sci. Soc. Am. J.*, Vol.45, 1981, pp.1023-1030.
- 70) Mogami, T.: Mechanics of granular material composed of particles of various sizes, *Trans. of JSCE*, No.137, 1967, pp.43-47.



- 71) 金谷健一：粒状体の統計モデルとエントロピー，土質工学会論文報告集，Vol.20，No.4，1980，pp.151-160.
- 72) 中野政詩：土の水分量と毛管張力の関係（脱水過程）I—理論—，農業土木学会論文集，第35号，1971，pp.1-9.
- 73) 中野政詩：土の水分量と毛管張力の関係（脱水過程）I—主として諸定数，理論曲線，実験曲線について—，農業土木学会論文集，第35号，1971，pp.10-14.
- 74) Rieu, M. and G. Sposito: Fractal Fragmentation, soil porosity, and soil water properties:1. theory, *Soil Sci. Soc. Am. J.*, Vol.55, 1991, pp.1231-1238.
- 75) Rieu, M. and G. Sposito: Fractal Fragmentation, soil porosity, and soil water properties:2. applications, *Soil Sci. Soc. Am. J.*, Vol.55, 1991, pp.1239-1244.
- 76) Levy, T.: Propagation of waves in a fluid-saturated porous elastic solid, *Int. J. Engng Sci.*, Vol.17, 1979, pp.1005-1014.
- 77) Burrige, R. and J. B. Keller: Poolelasticity equations derived from microstructure, *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol.70, No.4, 1981, pp.1140-1146.
- 78) Zick, A. A. and G. M. Homsy: Stokes flow through periodic arrays of spheres, *J. Fluid Mech.*, Vol.115, 1982, pp.13-26.
- 79) Auriault, J.-L., L. Borne and R. Chambon: Dynamics of porous saturated media, checking of the generalized law of Darcy, *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol.77, No.5, 1989, pp.1641-1650.
- 80) Mei, C. C. and J.-L. Auriault: Mechanics of heterogeneous porous media with several spatial scales, *Proc. R. Soc. Lond.*, A426, 1989, pp.391-423.
- 81) Mei, C. C. and J.-L. Auriault: The effect of weak inertia on flow through a porous medium, *J. Fluid Mech.*, Vol.222, 1991, pp.647-663.
- 82) 徳光善治：粒体のつめこみに関する研究，材料，第13巻，第133号，1964，pp.752-758.
- 83) Furnas, C. C.: I-Mathematical relations for beds of broken solids of maximum density, *Ind. Eng. Chem.*, Vol.23, No.9, 1931, pp.1052-1058.
- 84) 宇野尚雄・杉井俊夫・佐橋祐輔：土の粒状体構造表現の試み，土木学会第43回年次学術講演会概要集，3-427，1988，pp.896-897.
- 85) 瀬瀬 満：統計確率論的手法（モンテカルロ法）（その6），出光技報，35巻，1号，1992，pp.104-116.
- 86) Saffman, P. G.: A theory of dispersion in porous media, *J. Fluid Mech.*, Vol.6, 1959, pp.321-349.
- 87) 杉尾 哲：空隙モデルの併用による2次元非定常浸透流の解析，土木学会論文報告集，第296号，1980，pp.39-47.
- 88) Koplik, J.: Creeping flow in two-dimensional networks, *J. Fluid Mech.*, Vol.119, 1982, pp.219-247.

- 89) Childs, E. C. and N. Collis-George: The permeability of porous materials, *Proc. R. Soc. Lond.*, A 201, 1950, pp.392-405.
- 90) Garcia-Bengochea, I., C. W. Lovell and A. G. Altschaeffl: Pore distribution and permeability, *Proc. ASCE*, Vol.105, GT7, 1979, pp.839-856.
- 91) Juang, C. H. and R. D. Holtz: A probabilistic permeability model and the pore size density function, *Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech.*, Vol.10, No.5, 1986, pp.543-553.
- 92) Juang, C. H. and R. D. Holtz: Fabric, pore size distribution, and permeability of sandy soils, *J. Geotech. Eng.*, Vol.112, No.9, 1986, pp.855-868.
- 93) Dunn, G. H. and R. E. Phillips: Equivalent diameter of simulated macropore systems during saturated flow, *Soil Sci. Soc. Am. J.*, Vol.55, 1991, pp.1244-1248.
- 94) Rumer, R. R. and P. A. Drinker: Resistance to laminar flow through porous media, *Proc. ASCE*, Vol.92, HY5, 1966, pp.155-164.
- 95) Carman, P. C.: Fluid flow through a granular bed, *Trans. Inst. Chem. Eng. London* 15, 1937, pp.150-156.
- 96) 三宅康夫：現場用水試験の非線形解，土と基礎，Vol.15，No.10，1967，pp.19-24.
- 97) 尾島 勝・足立一美：不圧滞水層における非定常浸透流の非線形性に関する研究，土木学会論文報告集，第303号，1980，pp.43-52.
- 98) 地下水ハンドブック編集委員会編：地下水ハンドブック，建設産業調査会，1989，pp.85-86.
- 99) 富永正照・坂本・折敷秀雄：不圧海岸地下水の運動に関する研究，土木学会年次学術講演会，Vol.24，1969，pp.311-314.



## 第3章 砂浜海岸における地下水の挙動

### 3.1 概説

砂浜海岸の地下水は、波浪による wave set-up、潮汐および背後地の地下水位変動の影響を同時に受けており、この地下水の挙動を正しく評価することは、海岸構造物および海浜の安定性を検討するためにきわめて重要とされる。特に、海底面で生じる上向きの浸透流は、底質の移動を助長する方向にあり、海岸侵食の一要因になっている可能性もある。波浪が海浜に襲来すると碎波するまでは wave set-down が、碎波点の内側においては wave set-up が生じ、海底面での圧力勾配による浸透流が碎波帯のスケールで発生して、陸地の地下水位へも影響を与えるように考えられる。また、潮汐は陸方向へ地下水位の変動として伝播し、逆に降雨などの要因で陸地の地下水位が海面より上昇する場合には、内陸から沖方向へ向う浸透流が発生する。

前章では、陸地側のみを対象として、準一様流の仮定または速度ポテンシャル接続法を用いて、潮汐を周期境界条件とする地下水位変動の伝播の理論解を誘導した。一方、wave set-up によって起こる碎波帯の浸透流については、すでに Longuet-Higgins<sup>1)</sup>が一定勾配の簡単な場合についてその理論解を示している。また、赤村<sup>2)</sup>は wave set-up および陸側境界の高地下水位条件を同時に考慮して断面二次元の数値計算でその挙動を明らかにしている。

本章では、海底および陸地の砂層の両方を解析対象領域とし、実際の海底地形を与えて波浪による wave set-up の空間分布を求め、それと潮汐または陸側境界の地下水位条件を組み合わせる三次元の浸透流解析を行い、その流速分布および浸透水圧分布を計算して、それらの特性を明らかにする。まず、3.2 節では、海岸地下水と底質の移動に関する従来の研究、Longuet-Higgins の理論解および赤村の計算結果を参考として、砂浜海岸の海岸地下水の諸問題について述べる。つぎに 3.3 節では、砂浜海岸の浸透流の基礎方程式および境界条件を示すとともに、その境界条件として与えられる平均海面の算定法について述べる。特に、現地海岸における平均海面の空間分布を計算するために必要となる波浪計算については、放物型屈折・回折方程式による波浪変形の数値モデルの適用性を検討して、平均海面の計算法を示す。3.4 節では、砂浜海岸の非定常浸透流を三次元解析するために必要な数値計算法を、境界要素法を用いて開発し、自由表面

の取扱い、精度および収束性等の適用性を検討する。3.5 節では、現地海岸の例として海岸侵食の著しい新潟県系魚川海岸を対象とし、wave set-up、潮汐および陸側境界の地下水位条件を同時に与えて浸透流の流速分布を求め、海岸侵食との関連について考察する。

### 3.2 砂浜海岸地下水の諸問題

砂浜の地下水位の変動が、とくに前浜付近の海浜変形に影響を及ぼすことは古くから指摘されており、砂浜の地下水位を人工的に下げることによって波の遡上時の海水の一部を強制的に砂中に浸透させ、浜砂の堆積を促進させようとする浜漂砂制御工法 (Sub-sand filter system) が Chappell<sup>3)</sup> および Machemehl・French・Huang<sup>4)</sup> によって提案されている。土屋・河田<sup>5)</sup>は周期波および孤立波による海浜変形の実験を行い、浜漂砂に及ぼす吸水の影響を明らかにして、この強制浸透による浜漂砂制御工法の海岸侵食制御への適用の可能性を示している。佐藤・浦上・西原<sup>6)</sup>は、波と陸地の高地下水位条件を同時に与えた海浜変形の実験では砂浜内部に多少の地下水面の勾配があっても海浜変形に対するその影響はほとんど認められないが、波がほとんどない静穏時では地下水位が平均海面より高くなる干潮時に浸出した地下水が砂を流し砂流出の原因になり得ることを数値計算で示している。また、柳嶋・加藤・片山・磯上・村上<sup>7)</sup>は現地海岸において荒天時にウェルポイント工法により強制的に地下水位を下げることによってバームの侵食量を減少させる実験を行っており、佐藤・秦<sup>8)</sup>は汀線に平行に埋設した集水管で砂浜の地下水を排水する方法を用いて海浜変形を制御する実験を行っている。さらに、片山・黒川・柳嶋・加藤・長谷川<sup>9)</sup>は砂層中に透水層を設け wave set-up を小さくして前浜の侵食量を減少させる実験を行っている。これらの研究結果からは、砂浜海岸地下水の流動が、波浪と比べるとわずかではあるけれども底質の移動に影響を与え、海浜変形の一要因となっていることがわかる。

一方、wave set-up による碎波帯の浸透流については、すでに Longuet-Higgins<sup>1)</sup>が一定勾配の簡単な場合の理論解を示している。以下にその理論を簡単に紹介する。

定常浸透流の基礎方程式  $\nabla^2 \phi = 0$  に対する海底面での境界条件として、wave set-down を無視し碎波点 A から遡上点 B までの wave set-up による一定の圧力勾配  $K$  を、次式のように与える。

$$\frac{\partial \phi}{\partial x'} = \begin{cases} K; & (x_a \leq x' \leq x_b) \\ 0; & (x' > x_a, x_b > x') \end{cases} \quad (3.1)$$

ここに、 $x'$  および  $y'$  は  $A(x_a, 0)$  および  $B(x_b, 0)$  の中点を原点とした直交座標系である。速度ポテンシャル  $\phi$  および流れ関数  $\psi$  の解は容易に得られ、それぞれ次式となる。

$$\phi = K l e^{-\zeta} \cos \zeta \quad (3.2)$$



$$\psi = Kle^{-\xi} \sin \zeta \quad (3.3)$$

ここに、 $2l = AB$  であり、 $\xi$  および  $\zeta$  は次式で定義される楕円座標を示す。

$$\left. \begin{aligned} x' &= l \cosh \xi \cos \zeta \\ y' &= l \cosh \xi \sin \zeta \end{aligned} \right\} \quad (3.4)$$

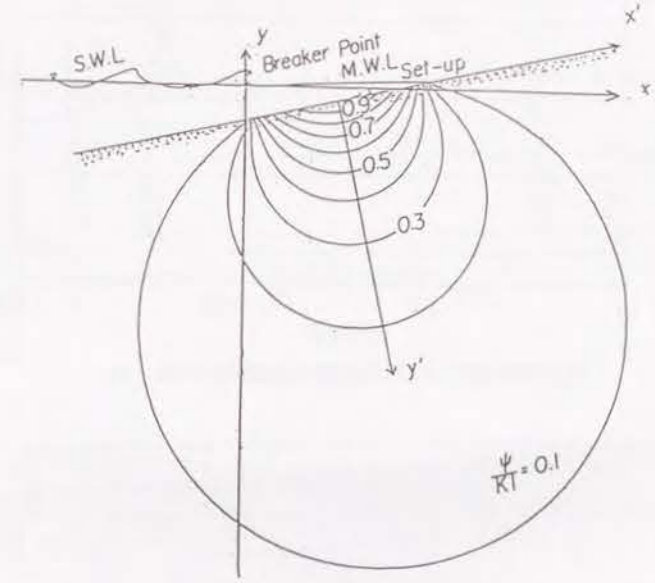
図-3.1 は、赤村<sup>2)</sup>により計算されたこの理論解の流線および流速分布である。これより碎波点付近では流出方向（上向き）、汀線付近では流入方向（下向き）の流速が現れることがわかる。ところで、浸透流は wave set-up と同時に、陸側境界の地下水位条件による影響を受けている。赤村はそれぞれの外力に対する浸透流の応答を調べるために、wave set-up のみによる場合と、それに陸側境界の高地下水位条件が加わった場合について、有限要素法を用いて断面二次元定常浸透流計算を行っている。以下にその概要を示す。

計算条件は、透水係数  $k = 1(\text{cm/s})$ 、浸透層厚  $h = 30(\text{m})$  とし、水深は Bruun<sup>10)</sup> および Dean<sup>11)</sup> によって示された次の平衡海浜断面形状の経験式で与える。

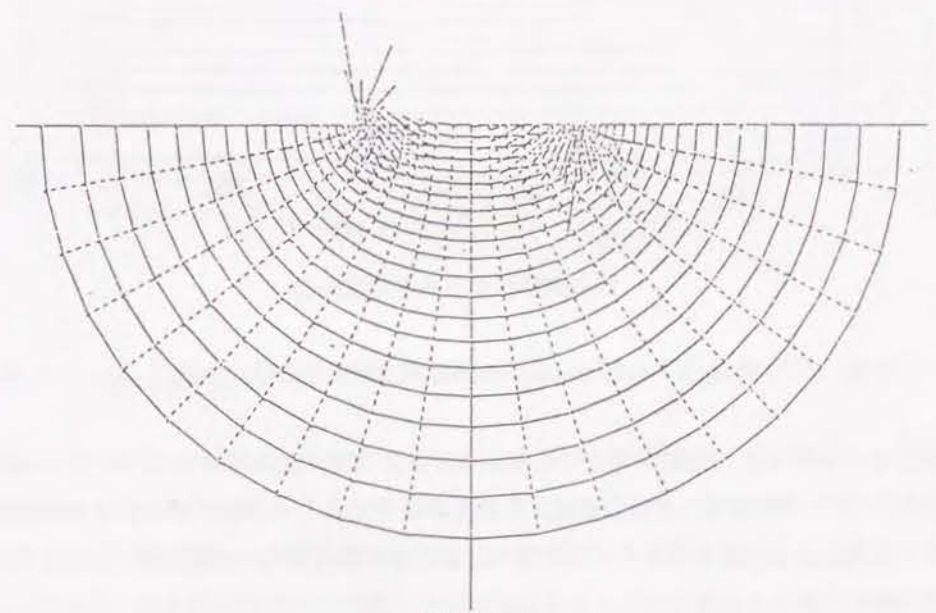
$$D = Ax^\alpha \quad (3.5)$$

ここに、 $D$  は静水深、 $A$  は一定定数であり、 $\alpha$  は  $2/3$  とする。海底面での境界条件は、wave set-down を無視し、wave set-up による圧力勾配を碎波点から汀線まで一律  $0.5/100$  で与える。陸側境界の地下水位条件は、図-3.4の A 点 ( $x = -100(\text{m})$ ) における地下水位  $\eta_A$  を境界条件式 (3.15) で求める場合と、 $\eta_A = 3(\text{m})$  とする場合の二通りとする。後者は陸側境界の地下水位が海面より上昇し、汀線での wave set-up に対して  $2.5\text{m}$  の水位差をもつことを意味する。図-3.2 および 3.3 はその計算結果である。与えられた条件では海底面から流出する浸透流の流速値は  $0.01 \sim 0.1(\text{cm/s})$  であり、陸側境界の高地下水位条件が加わった場合には、汀線付近でも流速が上向きとなることから、陸側境界における高地下水位条件の方が wave set-up に比べて浸透流により大きな影響を与えていることがわかる。

以上の Longuet-Higgins<sup>1)</sup> および赤村<sup>2)</sup>の研究では、wave set-up による浸透流の基本的な特性が明らかにされている。しかし、現地の砂浜海岸に適用して浸透流の流速分布あるいは圧力分布を求めるためには、なおいくつかの課題が残されていると考えられる。すなわち、Longuet-Higgins および赤村は浸透流の境界条件である wave set-up を岸沖方向に一定勾配の簡単な形で与えているが、複雑な海底地形を有する現地海岸では波高および波向きの空間分布が存在することから、wave set-up は岸沖方向に一定勾配ではなく沿岸方向にも勾配をもっており、wave set-up に比べて小さいが碎波点より沖では wave set-down も発生している。したがって、浸透流の境



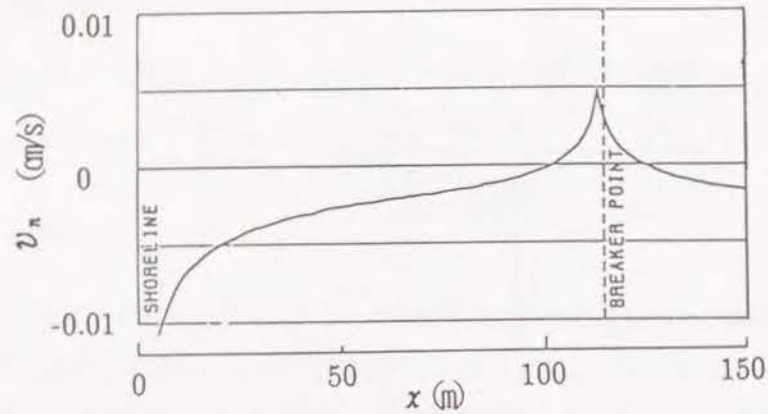
(a) 流線



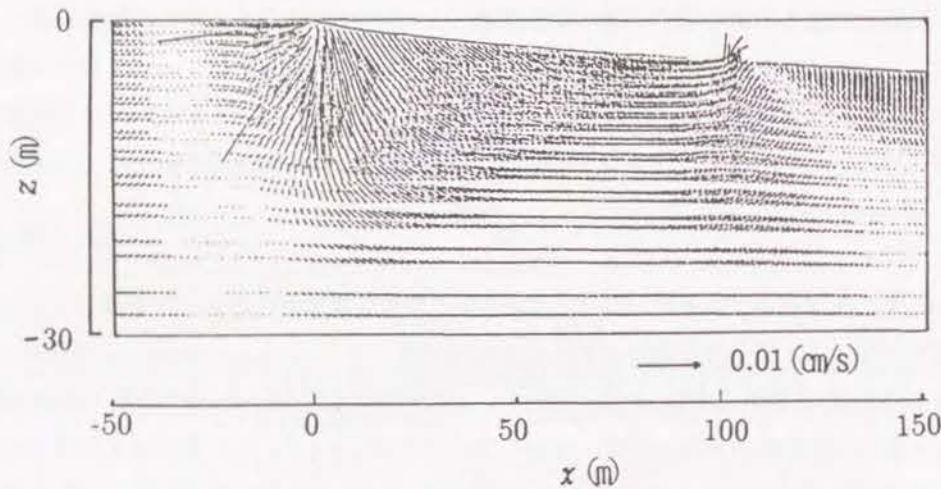
(b) 流速分布

図-3.1 Longuet-Higgins(1983)の理論解





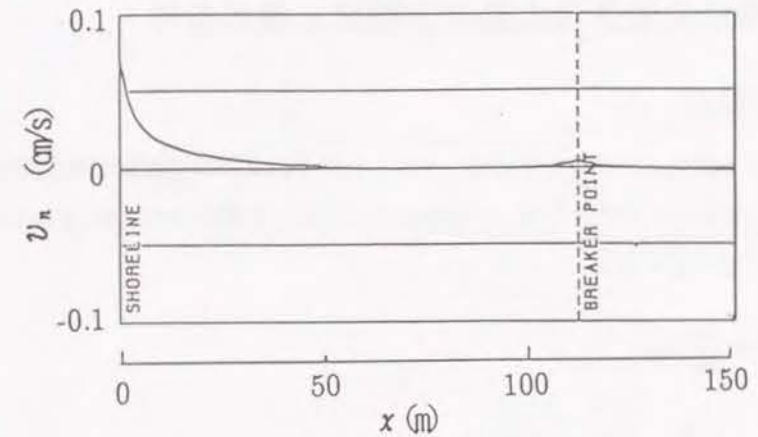
(a) 海底面における法線方向の沖方向分布



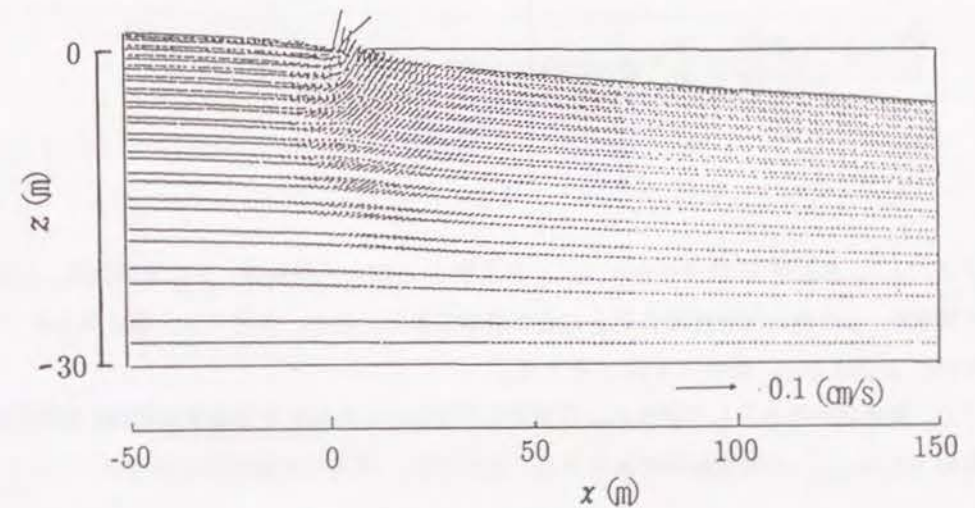
(b) 流線ベクトルの空間分布

図-3.2 Wave set-upのみ考慮した場合 (赤村 (1989))

界条件として平均海面の空間分布を与える必要があると考えられる。また、この wave set-up, set-down による平均海面の空間分布は、波浪変形計算により波高および波向きを求めた後、radiation stress を外力とする海浜流計算により静水深からの変化量として計算されるため、波高および波向きの空間分布をできるだけ正しく算定する必要がある。さらに、より現実に近い解析を行うためには、陸側の境界条件として与えられる背後地の地下水位の空間分布、および透水係数の分布も考慮すべきである。また、平均海面の空間分布および陸側境界の地下水位条件のみ与えるときは浸透流は定常として解析されるが、同時に潮汐を考慮する場合は背後地の地下水面が変動するために非定常問題としての取扱いが必要となる。さらに、Longuet-Higgins



(a) 海底面における法線方向の沖方向分布



(b) 流線ベクトルの空間分布

図-3.3 Wave set-up と陸側境界の高地下水位条件を考慮した場合 (赤村 (1989))

の理論解や赤村の断面二次元浸透流解析でもわかるように、砂浜海岸の海岸地下水は鉛直方向に流速分布および圧力分布をもっている。これに加えて、wave set-up の空間分布を境界条件として与え、さらに陸側境界の高地下水位条件および潮汐による陸地の地下水位変動を同時に考慮するためには、海底と陸地の砂層の両方を解析対象領域とした三次元非定常浸透流解析法が必要とされる。





運動学的条件は定常問題に対しては、次式のようになる。

$$\left. \frac{\partial \phi}{\partial n_r} \right|_{FA} = 0 \quad (3.15)$$

ここに、 $n_r$ は自由表面における外向き法線である。

e) 海底面 DE では wave set-up, set-down および潮汐による水圧変動を受け、次式となる。

$$\phi|_{DE} = k\eta \quad (3.16)$$

### 3.3.3 平均海面の空間分布の算定

現地海岸における wave set-up, set-down による平均海面の空間分布は、3.2 節で述べたように波浪変形計算および海浜流計算により求められる。そこでまず、波浪変形の数値モデルの適用性について検討を行った後、海浜流の計算方法を示す。

#### (1) 放物型屈折・回折方程式による波浪変形計算

緩勾配条件を仮定した屈折・回折結合方程式、いわゆる緩勾配方程式（以下、MSE）は、複雑な海底地形の場での実用的な波浪変形計算法として頻りに用いられるようになってきた。特に、海浜流、海浜計算等を対象とした波浪場の計算では、計算領域が砕波帯を含むため、境界条件の設定上放物型近似方程式（以下、PAE）が用いられることが多く、この方程式の効果的な計算法もいくつか提案されている。楕円型の微分方程式を放物型方程式で近似する方法は古くから用いられている手法であるが、Lozano・Liu<sup>12)</sup>によりこの手法が MSE に適用され、Radder<sup>13)</sup>によりその近似性が検討されて以来、現地への適用を目的とした研究が活発になってきた。

PAE の解法は、Tsay・Liu<sup>14)</sup>、磯部<sup>15)</sup>の示したように 1 次のオーダー（波向線方程式の適用できるオーダー）での特性曲線に変換して計算する方法と、Radder, 平口・丸山<sup>16)</sup>、土屋・山下・山元<sup>17)</sup> のように固定座標系で解く方法とに大別されるが、後者の場合には近似のオーダーによってその適用性が決まる。さらに、山下・土屋・阿曾<sup>18)</sup>は、波と流れとの相互作用および砕波や海底摩擦によるエネルギー逸散を考慮した PAE の数値モデルを開発している。

ここでは、PAE の数値計算法の基礎的検討および現地海岸への適用性の向上を目的とし、デカルト直交座標系における高次の項を含む PAE を示し、広範囲の波向に対して適用性のある計算方法を示す。従来用いられている方法によると、数値的な位相誤差が無視できない条件が存在するが、この問題を解消するために、1) 数値的な位相誤差を除去するための最適メッシュ条件、および 2) 側方境界条件の設定方法 について検討する。さらに、ここで開発する数値計算法を、海底地形が複雑で波向線法の適用性に問題のあるような現地海岸（糸魚川海岸）へ適用し、両計算結果を比較してその有用性を示す。

#### (a) 基礎方程式

Berkhoff<sup>19)</sup>により示された MSE に波と流れとの相互作用および砕波や海底摩擦によるエネルギー逸散項  $i\sigma W\varphi$  を考慮すれば、屈折および回折を結合した線形の波動方程式は次式で表される。

$$\nabla \cdot (G\nabla\varphi) + 2i\omega (\vec{U} \cdot \nabla\varphi) + (k^2G + \omega^2 - \sigma^2 + i\sigma W + i\omega\nabla \cdot \vec{U})\varphi = 0 \quad (3.17)$$

ここに、 $G = C \cdot C_g$  で  $C$  は波速、 $C_g$  は群速度、 $k$  は波数、 $\vec{U}$  は平均流ベクトル、 $\omega$  および  $\sigma$  はそれぞれ固定および移動座標系における角周波数である。また、速度ポテンシャル  $\Phi$  は平均海面上に原点をとった右手座標系で、次式で定義される。

$$\Phi(x, y, z, t) = \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} \varphi(x, y) e^{-i\omega t} \quad (3.18)$$

すなわち、 $\Phi$  は  $x, y, z$  および時間  $t$  の関数に変数分離され、未知関数  $\varphi(x, y)$  を MSE により求めることとなる。また、MSE は次式のように変形される。

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = -A\varphi - B \frac{\partial \varphi}{\partial x} \quad (3.19)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} A &= k^2 + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{1}{G} \frac{\partial G}{\partial y} \frac{\partial}{\partial y} + \frac{1}{G} \left\{ \omega^2 - \sigma^2 + i\sigma W + i\omega (\nabla \cdot \vec{U}) \right\} + \frac{2i\omega}{G} v \frac{\partial}{\partial y} \\ B &= \frac{2i\omega}{G} u + \frac{1}{G} \frac{\partial G}{\partial x} \end{aligned} \right\} \quad (3.20)$$

ただし、 $u$  および  $v$  はそれぞれ平均流の  $x$  および  $y$  方向成分である。ここで、Radder と同様に、ポテンシャル  $\varphi$  を次式のように入射波成分  $\varphi^+$  および反射波成分  $\varphi^-$  に分離する。

$$\varphi = \varphi^+ + \varphi^- \quad (3.21)$$

さらに、splitting matrix  $\mathbf{T}$  を用いて次のように表示する。

$$\begin{bmatrix} \varphi^+ \\ \varphi^- \end{bmatrix} = \mathbf{T} \begin{bmatrix} \varphi \\ \partial\varphi/\partial x \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi \\ \partial\varphi/\partial x \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

これにより、 $\alpha + \gamma = 1, \beta + \delta = 0$  の関係を得、式 (3.19) を用いると次式を得る。

$$-\beta A - \frac{\alpha^2}{\beta} = 0, \quad \beta A + \frac{\gamma^2}{\beta} = 0 \quad (3.23)$$

これより splitting matrix は次式のように求められる。

$$\mathbf{T} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & -i/\sqrt{A} \\ 1 & i/\sqrt{A} \end{pmatrix} \quad (3.24)$$

ここで、位相関数  $s$  および波の振幅  $a$  を用いて入射波成分  $\varphi^+$  を次のように定義する。

$$\varphi^+ = ae^{is} \quad (3.25)$$

波数ベクトル  $\vec{k}$  は、次のように位相関数の勾配で定義される。

$$\nabla s = \left( \frac{\partial s}{\partial x}, \frac{\partial s}{\partial y} \right) = (k_x, k_y) = \vec{k} \quad (3.26)$$

反射波のない場合を仮定すると、 $\partial^2 \varphi^+ / \partial y^2$  の項は次式のようなである。

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \varphi^+}{\partial y^2} &= - \left( \frac{\partial s}{\partial y} \right)^2 \varphi^+ + \left( \frac{\partial^2 a}{\partial y^2} + 2i \frac{\partial a}{\partial y} \frac{\partial s}{\partial y} + ia \frac{\partial^2 s}{\partial y^2} \right) e^{is} \\ &= \left( -k_y^2 + \frac{1}{a} \frac{\partial^2 a}{\partial y^2} + \frac{2i}{a} \frac{\partial a}{\partial y} \frac{\partial s}{\partial y} + i \frac{\partial^2 s}{\partial y^2} \right) \varphi^+ \end{aligned} \quad (3.27)$$

上式と、式(3.19)の  $A\varphi$  の項を比較すると、Radderは  $A \approx k^2$  を仮定し、平口・丸山は  $A \approx k^2 - k_y^2$  まで考慮していることがわかる。 $A\varphi$  の高次項全てを含む表示としては、次式となる。

$$\begin{aligned} A\varphi^+ &= \left[ \left( k^2 - k_y^2 + \frac{1}{a} \frac{\partial^2 a}{\partial y^2} + \frac{2i}{a} \frac{\partial a}{\partial y} k_y + i \frac{\partial k_y}{\partial y} + \frac{1}{aG} \frac{\partial G}{\partial y} \frac{\partial a}{\partial y} + \frac{i}{G} \frac{\partial G}{\partial y} k_y \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{2\omega v}{G} \left( \frac{i}{a} \frac{\partial a}{\partial y} - k_y \right) + \frac{1}{G} \left\{ \omega^2 - \sigma^2 + i\sigma W + i\omega (\nabla \cdot \vec{U}) \right\} \right] \varphi^+ \end{aligned} \quad (3.28)$$

ここで、全ての項を含む形で  $A = f^2$  および  $A' = k^2 + (1/G) \left\{ \omega^2 - \sigma^2 + i\sigma W + i\omega (\nabla \cdot \vec{U}) \right\}$  とし、次式を PAE として用いることにする。

$$\frac{\partial \varphi^+}{\partial x} = \left\{ \frac{i}{2} \left( f + \frac{A'}{f} \right) - \frac{1}{2fG} \frac{\partial (fG)}{\partial x} + \frac{i}{2fG} \frac{\partial}{\partial y} \left( G \frac{\partial}{\partial y} \right) - \frac{\omega v}{fG} \frac{\partial}{\partial y} - \frac{i\omega}{G} u \right\} \varphi^+ \quad (3.29)$$

一方、砕波による散逸率  $W$  は段波モデルにより、次式のように表される。

$$W = \frac{2BP}{r^3} \frac{1}{T} \left( \frac{H_w}{h} \right)^4 \quad (3.30)$$

ここに、 $r = 0.7 + 5 \tan \theta$  であり、 $BP$  は砕波水深比によって、次式のように表される。

$$BP = \begin{cases} 11 - 10(h/h_b); & 0.6 < h/h_b \leq 1.0 \\ 5.0; & h/h_b \leq 0.6 \end{cases} \quad (3.31)$$

ここに、 $\theta$  は海底勾配、 $H_w$  は局所波高、 $h$  は局所水深、 $h_b$  は砕波水深および  $T$  は波の周期であり、砕波限界の指標としては合田の指標<sup>20)</sup>を用いる。

#### (b) PAE の数値計算法

PAE は無条件安定性および伝播に伴う位相誤差を少なくするために、 $y$  方向について Crank-Nicholson スキームにより差分化される。ここでは、一様水深場を対象とし流れの項および逸散項を無視して、斜め入射の場合に生じる数値的な位相誤差を検討し、最適メッシュ比条件を明らかにする。一様水深場における PAE は、式(3.29)において  $G$  の微分項をゼロとして、次式で表される。

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = \frac{i}{2} \left( f + \frac{k^2}{f} \right) \varphi + \frac{i}{2f} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} \quad (3.32)$$

上式を差分化すると、次式のようなになる。

$$\begin{aligned} \frac{\varphi_j^{n+1} - \varphi_j^n}{\Delta x} &= \frac{i}{2} \left( f + \frac{k^2}{f} \right) \frac{\varphi_j^n + \varphi_j^{n+1}}{2} \\ &\quad + \frac{i}{4f\Delta y^2} \left\{ (\varphi_{j-1}^n - 2\varphi_j^n + \varphi_{j+1}^n) + (\varphi_{j-1}^{n+1} - 2\varphi_j^{n+1} + \varphi_{j+1}^{n+1}) \right\} \end{aligned} \quad (3.33)$$

ここで、隣合うメッシュ点での位相差を  $\delta_y$  とすると、 $\varphi_{j-1}^n$  および  $\varphi_{j+1}^n$  は次式で表される。

$$\left. \begin{aligned} \varphi_{j-1}^n &= A_n e^{i(\theta_n - \delta_y)} = \varphi_j^n e^{-i\delta_y} = \varphi_j^n (\cos \delta_y - i \sin \delta_y) \\ \varphi_{j+1}^n &= A_n e^{i(\theta_n + \delta_y)} = \varphi_j^n e^{+i\delta_y} = \varphi_j^n (\cos \delta_y + i \sin \delta_y) \\ \varphi_{j-1}^{n+1} &= \varphi_j^{n+1} (\cos \delta_y - i \sin \delta_y) \\ \varphi_{j+1}^{n+1} &= \varphi_j^{n+1} (\cos \delta_y + i \sin \delta_y) \end{aligned} \right\} \quad (3.34)$$

これらの式を式(3.33)に代入すると、 $\varphi_{j-1}^{n+1}$  および  $\varphi_{j+1}^{n+1}$  の関係として、次式を得る。



$$\begin{aligned} \varphi_j^{n+1} &= \left[ \frac{1 - \Delta x^2/4 \{1/2(k^2/f + f) - 1/f \Delta y^2(1 - \cos \delta_y)\}^2}{1 + \Delta x^2/4 \{1/2(k^2/f + f) - 1/f \Delta y^2(1 - \cos \delta_y)\}^2} \right. \\ &\quad \left. + i \frac{\Delta x \{1/2(k^2/f + f) - 1/f \Delta y^2(1 - \cos \delta_y)\}^2}{1 + \Delta x^2/4 \{1/2(k^2/f + f) - 1/f \Delta y^2(1 - \cos \delta_y)\}^2} \right] \\ &= (A' + iB')\varphi_j^n \end{aligned} \quad (3.35)$$

したがって、 $j$  点における  $x$  方向の次のメッシュ点との位相差  $\delta$  は、差分式 (3.33) を用いると、次式のようになる。

$$\delta = \tan^{-1} \frac{B'}{A'} = \tan^{-1} \left[ \frac{\Delta x \{1/2(k^2/f + f) - 1/f \Delta y^2(1 - \cos \delta_y)\}^2}{1 + \Delta x^2/4 \{1/2(k^2/f + f) - 1/f \Delta y^2(1 - \cos \delta_y)\}^2} \right] \quad (3.36)$$

一方、真の位相差は  $\delta_x = k_x \Delta x$  であり、これと  $y$  方向のメッシュ幅  $\Delta y$  と  $x$  方向のそれ  $\Delta x$  との比、 $R = \Delta y / \Delta x$  を用いて、式 (3.36) は次式のように変形される。

$$\delta = \tan^{-1} \left( \frac{E}{1 - 1/4E^2} \right) \quad (3.37)$$

ここに、

$$E = \delta_x \left[ \frac{1}{2k \cos \alpha} \left( f + \frac{k^2}{f} \right) - \frac{k \cos \alpha}{f \delta_x^2 R^2 \{1 - \cos(R \delta_x \tan \alpha)\}} \right] \quad (3.38)$$

この式において、 $\delta = \delta_x$  となるように  $R$  を決定すれば、数値的な位相誤差の介入しない最適メッシュ比が得られることになる。

図-3.5 は、 $R = 0.1, 1$  および  $10$  の場合について、 $\delta/\delta_x$  と  $\delta_x$  との関係を、入射角  $\alpha$  をパラメータとして示したものであり、波数および  $\Delta x$  を決定すれば  $\delta_x$  が求められ、それに対する数値的位相誤差の少ない入射角が判定できる。一方、図-3.6 には、 $\delta/\delta_x = 1$  (誤差無し条件) の場合の  $R$  を求めるのに好都合なように、 $\alpha$  と  $\delta_x$  との関係で最適メッシュ比  $R$  を破線で、また最適な  $R$  の得られる限界を実線で示している。

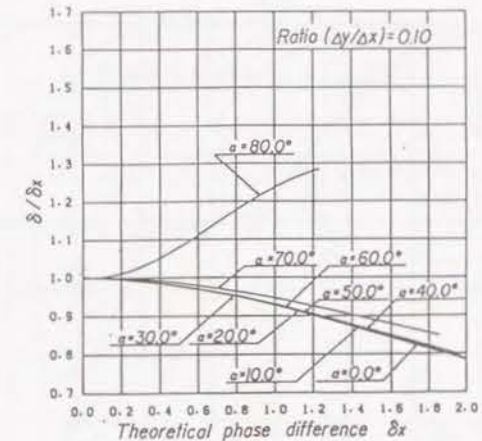
さて、式 (3.29) を Crank-Nicholson スキームにより差分化すると、未知数  $\varphi_j^{n+1}$  に対して、次式の三重対角行列が得られる。

$$A_j \varphi_{j+1}^{n+1} + B_j \varphi_j^{n+1} + C_j \varphi_{j-1}^{n+1} = D_j \quad (3.39)$$

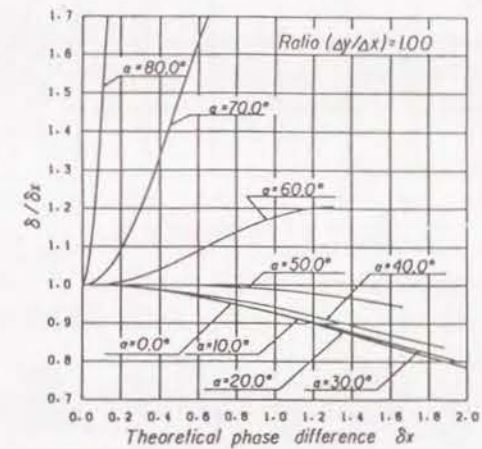
ここに、

$$A_j = \frac{\omega \Delta x}{4 \Delta y} \frac{v_j^{n+1/2}}{f_j^{n+1/2} G_j^{n+1/2}} - \frac{i \Delta x}{4 (\Delta y)^2} \frac{G_{j+1/2}^{n+1/2}}{f_j^{n+1/2} G_j^{n+1/2}} - \frac{i \Delta x}{4 (\Delta y)^2} \frac{1}{f_j^{n+1/2}}$$

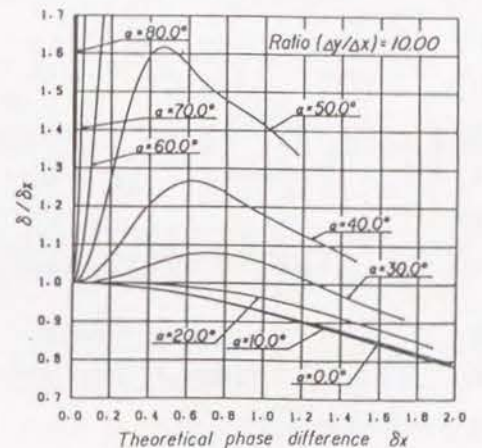
$$B_j = 1 - \frac{i \Delta x}{4} \left( f_j^{n+1/2} + \frac{A_j^{n+1/2}}{f_j^{n+1/2}} \right) + \frac{f_j^{n+1} G_j^{n+1} - f_j^n G_j^n}{4 f_j^{n+1/2} G_j^{n+1/2}}$$



(a)  $R = 0.1$  の場合



(b)  $R = 1$  の場合



(c)  $R = 10$  の場合

図-3.5 PAE の数値位相誤差  $\delta/\delta_x$  と入射角  $\alpha$  との関係

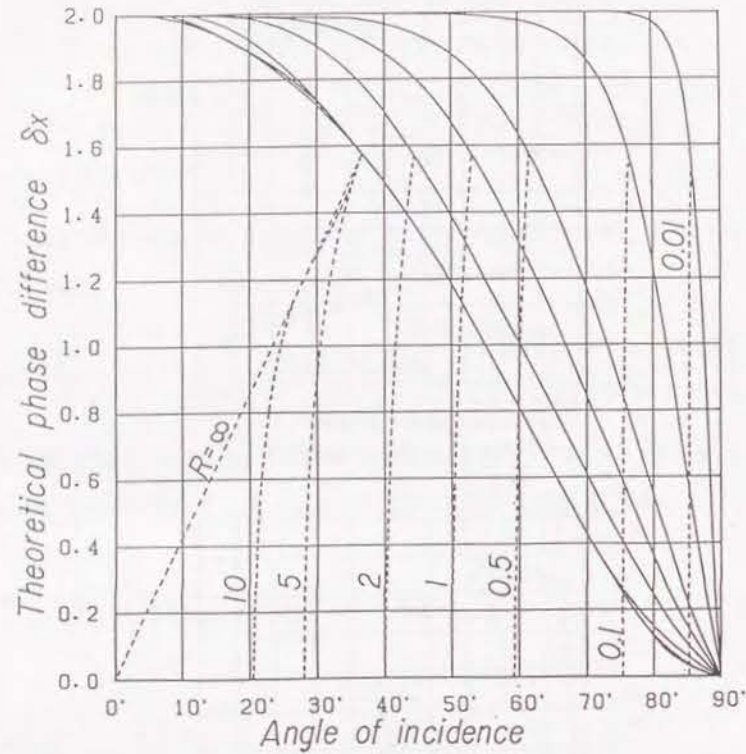


図-3.6 PAEの入射角  $\alpha$  と最適メッシュ比  $R$  との関係

$$\begin{aligned}
 C_j &= \frac{i\omega\Delta x}{2} \frac{u_j^{n+1/2}}{G_j^{n+1/2}} + \frac{i\Delta x}{4(\Delta y)^2} \frac{G_{j+1/2}^{n+1} - G_{j-1/2}^{n+1}}{f_j^{n+1/2} G_j^{n+1/2}} + \frac{i\Delta x}{2(\Delta y)^2} \frac{1}{f_j^{n+1/2}} \\
 D_j &= \varphi_{j+1}^n \left( \frac{i\Delta x}{4(\Delta y)^2} \frac{G_{j+1/2}^n}{f_j^{n+1/2} G_j^{n+1/2}} - \frac{\omega\Delta x}{4\Delta y} \frac{v_j^{n+1/2}}{f_j^{n+1/2} G_j^{n+1/2}} + \frac{i\Delta x}{4(\Delta y)^2} \frac{1}{f_j^{n+1/2}} \right) \\
 &\quad + \varphi_j^n \left\{ 1 + \frac{i\Delta x}{4} \left( \frac{f_j^{n+1/2}}{f_j^{n+1/2}} + \frac{A_j^{n+1/2}}{f_j^{n+1/2}} \right) - \frac{f_j^{n+1} G_j^{n+1} - f_j^n G_j^n}{4f_j^{n+1/2} G_j^{n+1/2}} \right. \\
 &\quad \left. - \frac{i\omega\Delta x}{2} \frac{u_j^{n+1/2}}{G_j^{n+1/2}} - \frac{i\Delta x}{2(\Delta y)^2} \frac{1}{f_j^{n+1/2}} - \frac{i\Delta x}{4(\Delta y)^2} \frac{G_{j+1/2}^n - G_{j-1/2}^n}{f_j^{n+1/2} G_j^{n+1/2}} \right\} \\
 &\quad + \varphi_{j-1}^n \left( \frac{\omega\Delta x}{4\Delta y} \frac{v_j^{n+1/2}}{f_j^{n+1/2} G_j^{n+1/2}} + \frac{i\Delta x}{4(\Delta y)^2} \frac{G_{j-1/2}^n}{f_j^{n+1/2} G_j^{n+1/2}} + \frac{i\Delta x}{4(\Delta y)^2} \frac{1}{f_j^{n+1/2}} \right)
 \end{aligned} \tag{3.40}$$

この三重対角行列は、次式のような Thomas アルゴリズムで解くことができる。

$$\varphi_j^{n+1} = E_j \varphi_{j+1}^{n+1} + F_j \quad j = 1, 2, \dots, NY-1 \tag{3.41}$$

このため、 $E_1, F_1$  および  $\varphi_{NY}$  によって境界条件が与えられる。いま、radiation 条件  $\varphi_y = ik_y \varphi$  が側方境界で与えられる場合を考えると、差分のとり方により 2 通りの境界条件が、さらに境界に一樣水深部を仮想的に考え、ここで理論的な位相関係を満たす方法の合計 3 通りが考えられる。すなわち、(i) 前進差分を用いる場合、

$$\left. \begin{aligned} E_1 &= \frac{1}{1 + ik_{y1+1/2}^{n+1} \Delta y}, \quad F_1 = 0 \\ \varphi_{NY} &= \frac{F_{NY-1}}{1 + ik_{yNY-1/2}^{n+1} \Delta y - E_{NY-1}} \end{aligned} \right\} \tag{3.42}$$

(ii) 中央差分を用いる場合

$$\left. \begin{aligned} E_1 &= \frac{2 - ik_{y1+1/2}^{n+1} \Delta y}{2 + ik_{y1+1/2}^{n+1} \Delta y}, \quad F_1 = 0 \\ \varphi_{NY} &= \frac{F_{NY-1}}{(2 - ik_{yNY+1/2}^{n+1} \Delta y)/(2 + ik_{yNY+1/2}^{n+1} \Delta y) - E_{NY-1}} \end{aligned} \right\} \tag{3.43}$$

および、(iii) 一樣水深を仮想的に設定し、位相関係、

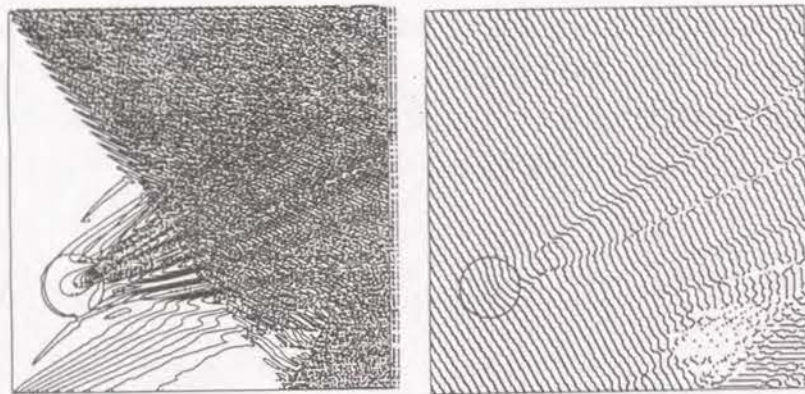
$$\left. \begin{aligned} \varphi_1^{n+1} &= \varphi_2^{n+1} \exp(-ik_y \Delta y) \\ \varphi_{NY}^{n+1} &= \varphi_{NY-1}^{n+1} \exp(ik_y \Delta y) \end{aligned} \right\} \tag{3.44}$$

を用いる場合には次式のようなになる。

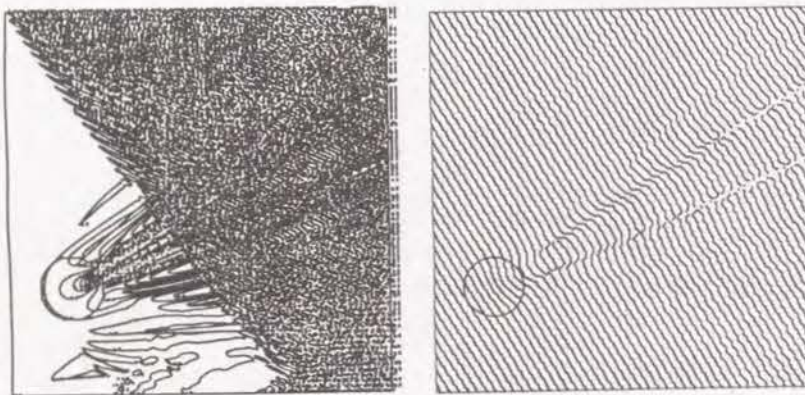
$$\left. \begin{aligned} E_1 &= \exp(-ik_{y1+1/2}^{n+1} \Delta y), \quad F_1 = 0 \\ \varphi_{NY} &= \frac{F_{NY-1}}{\exp(-ik_{yNY-1/2}^{n+1} \Delta y - E_{NY-1})} \end{aligned} \right\} \tag{3.45}$$

図-3.7 に以上の 3 通りの境界条件を、入射角  $30^\circ$  および  $\Delta x = \Delta y = L/8$  ( $L$  は波長) として Radder と同一の球面浅瀬の場に適用した結果を示す。(i) および (ii) の場合には波高分布に境界からの微小擾乱が発生し、とくに (i) の場合には位相関係の判別ができない部分もみられることから、ここで提案した一樣な仮想水深を用いる方法の有用性が確認できる。

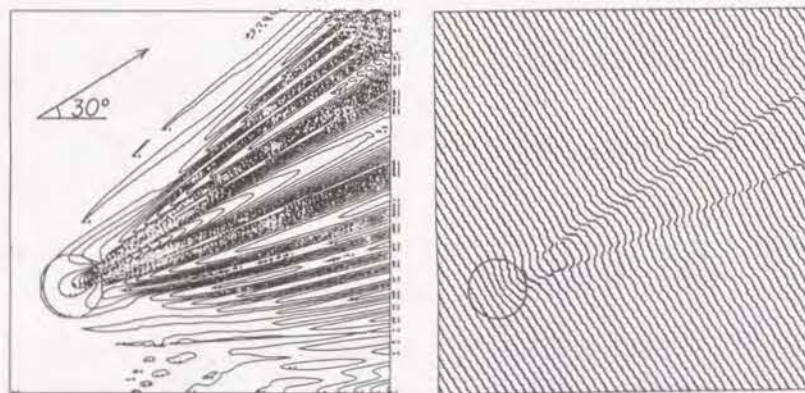




(a) 前進差分による場合



(b) 中央差分による場合



(c) 一様な仮想水深を用いた場合

図-3.7 PAEの境界条件による計算結果の比較(左:波高分布,右:等位相線)

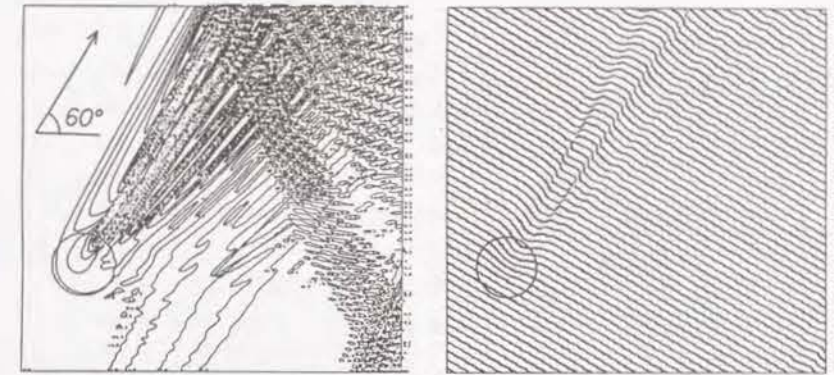


図-3.8 最適メッシュ比条件による入射角 60°の場合の計算結果

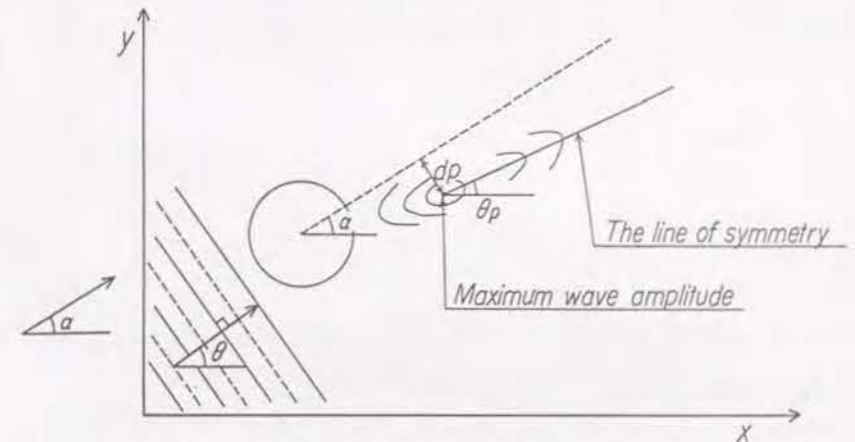


図-3.9 浅瀬通過後の誤差  $d_p$  および 波向  $\theta_p$  の定義

以上の数値計算法を境界条件を検討した場合と同様の球面浅瀬に適用し、入射角 30°, 45° および 60° について計算結果を示す。図-3.8 は、入射角 60° の場合に、最適メッシュ比条件を用いて、(iii)の境界条件により計算した結果である。この方法によれば、直交座標系においても、PAEでかなり大きい入射角の計算が可能であることがわかる。表-3.1 は、球面浅瀬における一連の計算結果から、図-3.9で定義した浅瀬中心からのズレ  $d_p$  および浅瀬通過後に生じる最大波高点からの波向  $\theta_p$  を、計算メッシュ幅および計算方法について示したものである。表-3.1中、model欄のRはRadderの方法、Aは本研究で示した方法を意味する。これより、Radderの数値計算法と比較して、ここで示した方法は適用性において十分改良されていることがわかる。



表-3.1 球面浅瀬による計算結果

入射角 $\alpha$	Model	最適メッシュ条件		メッシュ幅		波向 $\theta$	浅瀬通過後	
		$\delta_x$	$R$	$\Delta_x$	$\Delta_y$		誤差 $d_p$	波向 $\theta_p$
30°	R	—	—	L/4, 1.5211	L/4, 1.5211	32.968	9.82	20.0
30°	R	—	—	L/8, 0.7606	L/8, 0.7606	30.636	2.98	27.5
30°	A	—	—	L/4, 1.5211	L/4, 1.5211	33.153	6.44	17.5
30°	A	—	—	L/8, 0.7606	L/8, 0.7606	30.870	1.57	23.5
30°	A	0.2061	4.27	0.2304	0.9839	30.000	0.94	30.0
45°	R	—	—	L/4, 1.5211	L/4, 1.5211	45.456	25.92	23.5
45°	R	—	—	L/8, 0.7606	L/8, 0.7606	43.883	6.52	32.5
45°	A	—	—	L/4, 1.5211	L/4, 1.5211	46.466	10.21	35.0
45°	A	—	—	L/8, 0.7606	L/8, 0.7606	45.368	2.20	41.5
45°	A	0.2208	1.42	0.3024	0.4294	45.000	0.94	45.0
45°	A	0.3626	1.43	0.4966	0.7102	45.000	1.57	45.0
60°	R	—	—	L/4, 1.5211	L/4, 1.5211	54.222	43.98	25.0
60°	R	—	—	L/8, 0.7606	L/8, 0.7606	54.126	12.57	37.0
60°	A	—	—	L/4, 1.5211	L/4, 1.5211	56.747	14.92	45.5
60°	A	—	—	L/8, 0.7606	L/8, 0.7606	58.965	2.91	56.5
60°	A	0.3512	0.475	0.6802	0.3231	60.000	1.57	60.0
60°	A	0.4367	0.477	0.8458	0.4034	60.000	1.96	59.5

c) 波向線法との比較

これまで述べてきた計算方法を図-3.10 に示すように、海谷が侵入して複雑な海底地形を呈している新潟県糸魚川海岸に適用し、従来の波向線法と比較する。

まず、式(3.28)式中の  $k_y$  およびそれ以降の微分項を予め求めておく必要があるため、波向線法が適用できるように現地の海底地形を平滑化する。次に、波向線法によって pre-wave field を求め、最適メッシュ条件により決定される格子点上にスプライン補間により内挿する。この pre-wave field を用いて、側方境界条件を radiation 条件として計算する。

以上の手順によって、周期 8s、沖波波高 2.5m、入射角 22.5° (NNW) の場合の計算を行い、図-3.11 に結果を示した。図-3.11(a) は PAE により得られた波高分布であり、図中の  $x=880$  および 1100(m) の線上での波高および波向を、波向線法の結果 (Ray method の表示) と比較して示している。波向きに関しては、両結果はほぼ対応しているが、局部的には無視できない程度の相違が生じている。また、波高に関しては、波向線法の結果には大きな凹凸が見られるが、PAE のそれは滑らかである。波高の集中箇所はほぼ対応しているが、波向線法の結果を平滑化したとしても両者の差は極めて大きく、radiation stress の計算においては両者の差異はさらに大きくなる。このため、浸透流の境界条件として与えられる平均海面の空間分布を計算するた

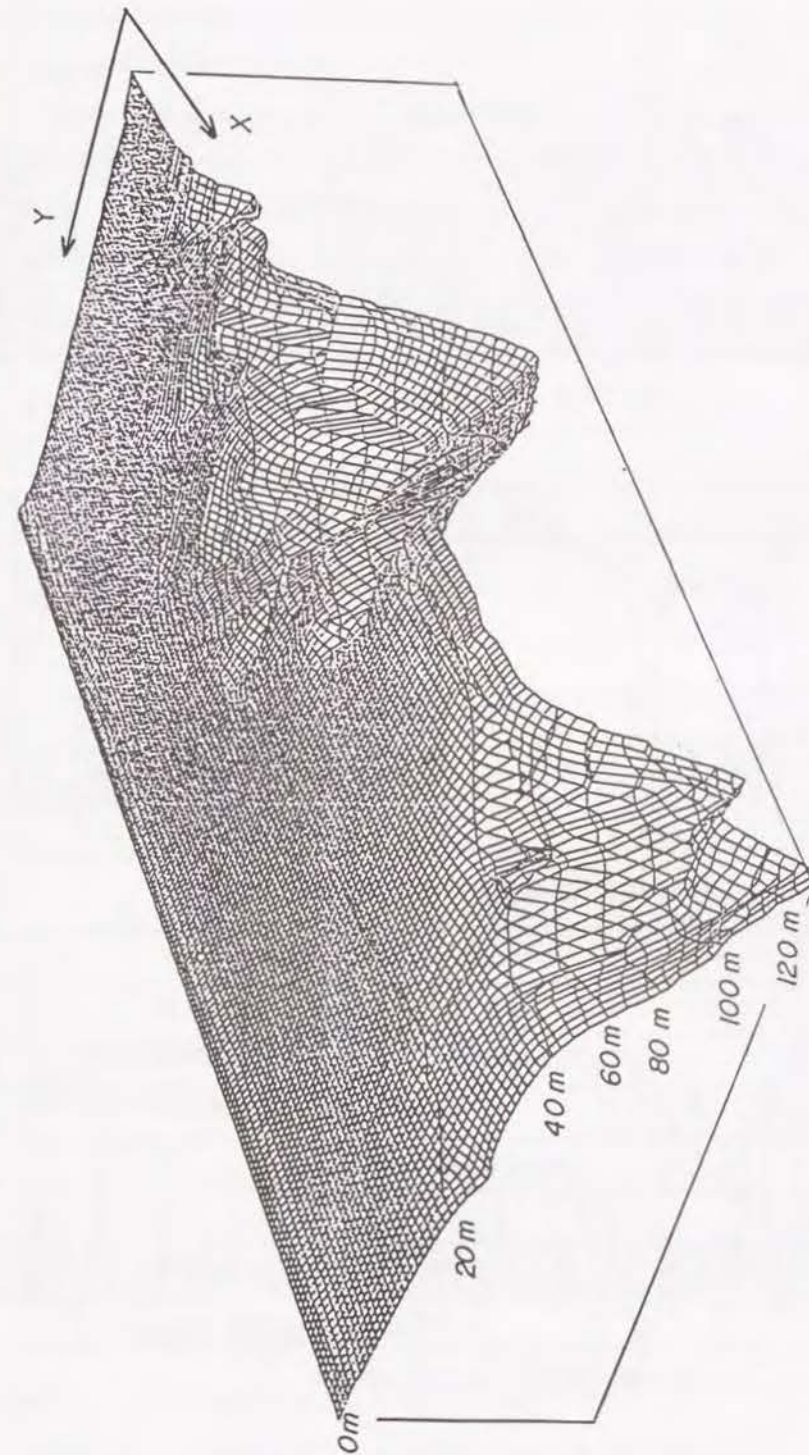
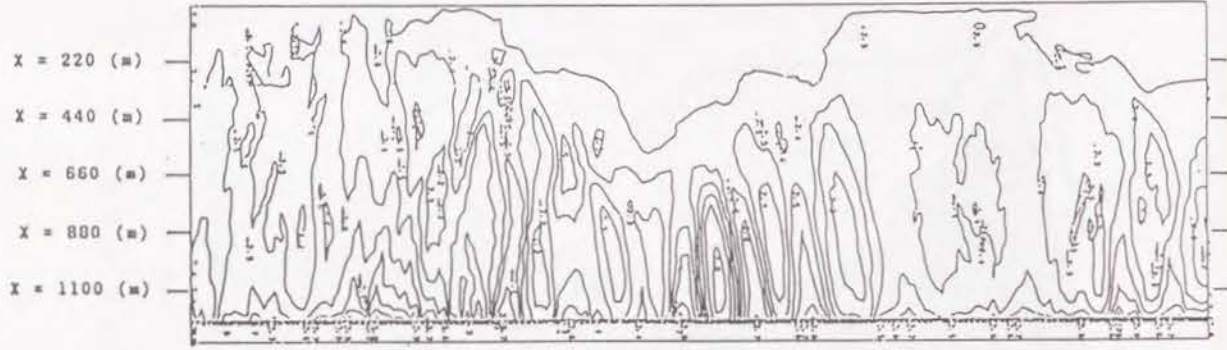
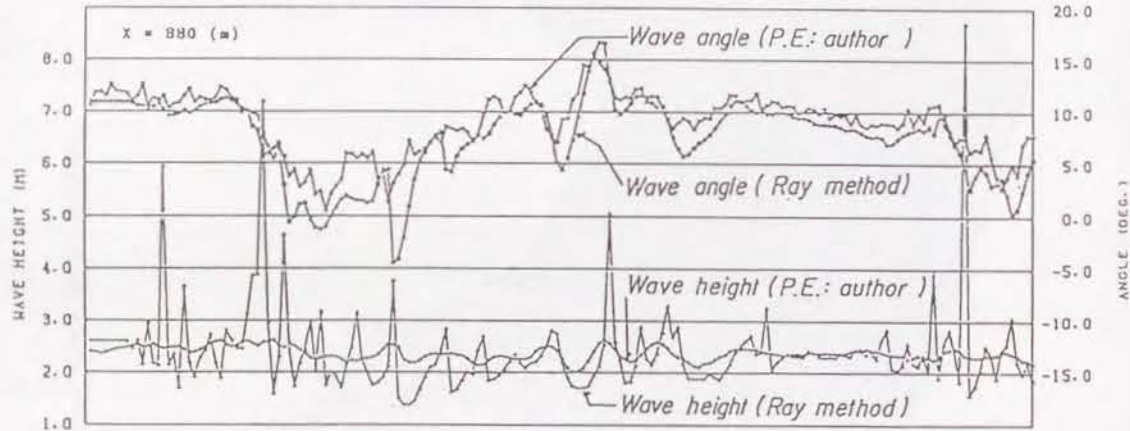


図-3.10 糸魚川海岸の海底地形

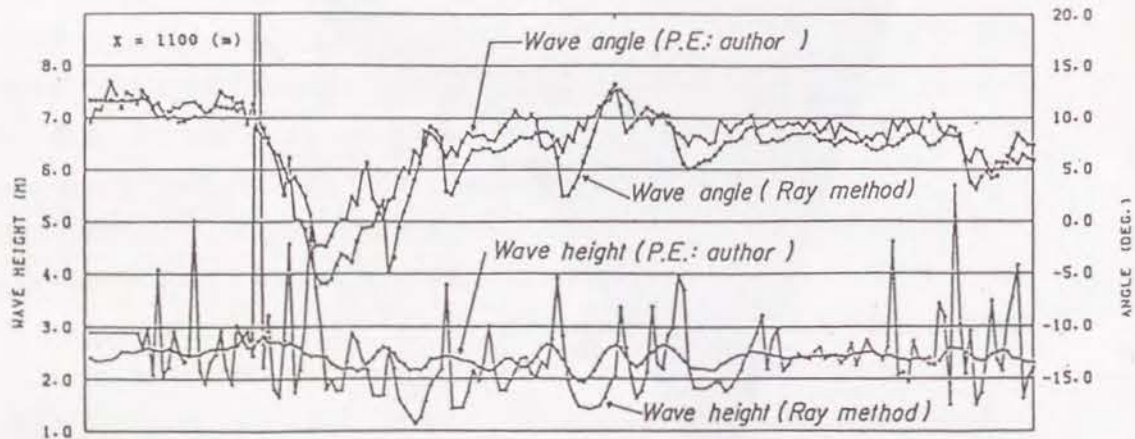




(a) PAEによる波高分布



(b) x=880m 線上の波高および波向の分布



(c) x=1100m 線上の波高および波向の分布

図-3.11 PAEと波向線法による波浪変形計算結果の比較 (周期 8s, 沖波波高 2.5m および波向 NNW)

めの波高および波向の分布は、PAEを用いて計算することが必要である。

(2) 海浜流計算

(a) 海浜流の基礎方程式

波浪による wave set-up, set-down の現象は Longuet-Higgins・Stewart<sup>21)</sup> および Bowen<sup>22)</sup> により研究され、沿岸方向の水深変化のない海浜における平均海面の理論解が示されている。しかし、複雑な海底地形を有する現地海岸において、平均海面の空間分布を求めるためには、波浪変形計算により得られる radiation stress を用いた海浜流の計算を行う必要がある。

ここでは、山下・土屋・阿曾<sup>18)</sup> によって開発された海浜流の数値モデルを用いる。これは波向を考慮した水平拡散項を含んだ水平二次元モデルであり、その基礎方程式は次の連続式および  $x, y$  方向の運動方程式により構成される。

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial M}{\partial x} + \frac{\partial N}{\partial y} = 0 \quad (3.46)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial M}{\partial t} + \beta \left( U \frac{\partial M}{\partial x} + V \frac{\partial M}{\partial y} \right) \\ = -gH \left( \frac{\partial H}{\partial x} - \frac{\partial D}{\partial x} \right) - \frac{1}{\rho} \tau_x^B - \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial S_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial S_{yx}}{\partial y} \right) - \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial T_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial T_{yx}}{\partial y} \right) \end{aligned} \quad (3.47)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial N}{\partial t} + \beta \left( V \frac{\partial N}{\partial y} + U \frac{\partial N}{\partial x} \right) \\ = -gH \left( \frac{\partial H}{\partial y} - \frac{\partial D}{\partial y} \right) - \frac{1}{\rho} \tau_y^B - \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial S_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial S_{xy}}{\partial x} \right) - \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial T_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial T_{xy}}{\partial x} \right) \end{aligned} \quad (3.48)$$

ここに、 $H$  は全水深、 $D$  は静水深、 $M$  および  $N$  はそれぞれ  $x$  および  $y$  方向の線流量であり、平均流速  $U$  および  $V$  を用いてそれぞれ  $M = UH$  および  $N = VH$  で表される。また、 $\beta$  は運動量補正係数であり、次式で定義される。

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \int_{-D}^{\eta} u_i u_j dz = \beta U_i \frac{\partial U_j H}{\partial x_i} \quad (3.49)$$

海底面での摩擦  $\tau_i^B$  は、摩擦係数  $C_f (10^{-3} < C_f < 10^{-2})$  を用いて次のように与える<sup>23)</sup>。

$$\tau_i^B = \rho C_f \sqrt{U^2 + V^2} U_i \quad (3.50)$$

Radiation stresses は次式のように表される。

$$S_{ij} = \frac{E}{2} \left\{ \frac{k_i k_j}{k^2} \frac{2C_g}{C} + \delta_{ij} \left( \frac{2C_g}{C} - 1 \right) \right\}, \quad E = \frac{1}{8} \rho g H_\omega^2 \quad (3.51)$$

ここで、 $\delta_{ij}$  はクロネッカーデルタである。さらに、水平混合項  $T_{yx}$  は次式で表される。

$$-T_{yx} = -\rho \int_{-D}^{\eta} \langle u'' v'' \rangle dz \approx \rho H \nu_e \frac{dU}{dx} = \rho H u'' H \frac{dU}{dx} \quad (3.52)$$

ここに、 $\langle \rangle$  は一周期での時間平均操作を意味する。渦動粘性係数  $\nu_e$  は波向  $\theta$  を用いて、次のように与えられるものとする。

$$\nu_e(x, y) = \alpha \sqrt{gDD} (\cos \theta, \sin \theta), \quad \alpha \approx K \left( \frac{5}{16} \gamma^2 \frac{dD}{dx} \right)^{1/3} \quad (3.53)$$

ここに、 $K \sim 1$  および  $\gamma$  は砕波高水深比である。

以上から、平均海面  $\eta$  は計算された全水深  $H$  を用いて 静水深  $D$  を差引き、次式で求められる。

$$\eta = H - D \quad (3.54)$$

#### (b) 数値計算法

連続式 (3.46) および運動方程式 (3.47), (3.48) を Crank-Nicholson スキームおよび ADI 法により、以下の差分式に書き換えて数値計算する。 $x$  方向には、

$$\frac{H_{i,j}^{n+1/2} - H_{i,j}^n}{\Delta t/2} + \left( \frac{M_{i,j}^n - M_{i-1,j}^n}{2\Delta x} + \frac{M_{i,j}^{n+1} - M_{i-1,j}^{n+1}}{2\Delta x} \right) + \frac{N_{i,j}^{n+1/2} - N_{i,j-1}^{n+1/2}}{\Delta y} = 0 \quad (3.55)$$

$$\begin{aligned} & \frac{M_{i,j}^{n+1} - M_{i,j}^n}{\Delta t} \\ & + \beta \left\{ \frac{U_{i,j}^n - |U_{i,j}^n|}{2} \left( \frac{M_{i+1,j}^n - M_{i,j}^n}{\Delta x} \right) + \frac{U_{i,j}^n + |U_{i,j}^n|}{2} \left( \frac{M_{i,j}^n - M_{i-1,j}^n}{\Delta x} \right) \right. \\ & \left. + \frac{V_{i,j}^* - |V_{i,j}^*|}{2} \left( \frac{M_{i,j+1}^n - M_{i,j}^n}{\Delta y} \right) + \frac{V_{i,j}^* + |V_{i,j}^*|}{2} \left( \frac{M_{i,j}^n - M_{i,j-1}^n}{\Delta y} \right) \right\} \\ & = -g \left( \frac{H_{i+1,j}^n + H_{i,j}^n}{2} \right) \left\{ \left( \frac{H_{i+1,j}^n - H_{i,j}^n}{2\Delta x} + \frac{H_{i+1,j}^{n+1/2} - H_{i,j}^{n+1/2}}{2\Delta x} \right) - \frac{D_{i+1,j}^n - D_{i,j}^n}{\Delta x} \right\} \\ & - \left\{ \frac{S_{xxi+1,j} - S_{xxi,j}}{\Delta x} + \frac{1}{2\rho} \left( \frac{S_{yxi+1,j+1} - S_{yxi+1,j-1}}{2\Delta y} + \frac{S_{yxi-1,j+1} - S_{yxi-1,j-1}}{2\Delta y} \right) \right\} \\ & - \left\{ \frac{T_{xxi+1,j} - T_{xxi,j}}{\rho \Delta x} + \frac{1}{2\rho} \left( \frac{T_{yxi+1,j} - T_{yxi+1,j-1}}{\Delta y} + \frac{T_{yxi,j} - T_{yxi,j-1}}{\Delta y} \right) \right\} - \frac{\tau_{xi,j}^B}{\rho} \quad (3.56) \end{aligned}$$

$y$  方向には、

$$\begin{aligned} & \frac{H_{i,j}^{n+1} - H_{i,j}^{n+1/2}}{\Delta t/2} + \left( \frac{N_{i,j}^{n+1/2} - N_{i,j-1}^{n+1/2}}{2\Delta y} + \frac{N_{i,j}^{n+3/2} - N_{i,j-1}^{n+3/2}}{2\Delta y} \right) \\ & + \frac{M_{i,j}^{n+1} - M_{i-1,j}^{n+1}}{\Delta x} = 0 \quad (3.57) \\ & \frac{N_{i,j}^{n+3/2} - N_{i,j}^{n+1/2}}{\Delta t} + \beta \left\{ \frac{V_{i,j}^{n+1/2} - |V_{i,j}^{n+1/2}|}{2} \left( \frac{N_{i,j+1}^{n+1/2} - N_{i,j}^{n+1/2}}{\Delta y} \right) \right. \\ & \left. + \frac{U_{i,j}^* - |U_{i,j}^*|}{2} \left( \frac{N_{i+1,j}^{n+1/2} - N_{i,j}^{n+1/2}}{\Delta x} \right) + \frac{V_{i,j}^{n+1/2} + |V_{i,j}^{n+1/2}|}{2} \left( \frac{N_{i,j}^{n+1/2} - N_{i,j-1}^{n+1/2}}{\Delta y} \right) \right. \\ & \left. + \frac{U_{i,j}^* + |U_{i,j}^*|}{2} \left( \frac{N_{i,j}^{n+1/2} - N_{i-1,j}^{n+1/2}}{\Delta x} \right) \right\} \\ & = -g \left( \frac{H_{i,j+1}^{n+1/2} + H_{i,j}^{n+1/2}}{2} \right) \left\{ \left( \frac{H_{i,j+1}^{n+1/2} - H_{i,j}^{n+1/2}}{2\Delta y} + \frac{H_{i,j+1}^{n+3/2} - H_{i,j}^{n+3/2}}{2\Delta y} \right) \right. \\ & \left. - \frac{D_{i,j+1}^n - D_{i,j}^n}{\Delta y} \right\} - \frac{\tau_{yij}^B}{\rho} - \left\{ \frac{S_{yyi,j+1} - S_{yyi,j}}{\Delta y} \right. \\ & \left. + \frac{1}{2\rho} \left( \frac{S_{xyi+1,j+1} - S_{xyi-1,j+1}}{2\Delta x} + \frac{S_{xyi+1,j-1} - S_{xyi-1,j-1}}{2\Delta x} \right) \right\} \\ & - \left\{ \frac{T_{yyi,j+1} - T_{yyi,j}}{\rho \Delta y} + \frac{1}{2\rho} \left( \frac{T_{xyi,j+1} - T_{xyi-1,j+1}}{\Delta x} + \frac{T_{xyi,j} - T_{xyi-1,j}}{\Delta x} \right) \right\} \quad (3.58) \end{aligned}$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} U_{i,j}^* &= \frac{U_{i,j+1}^{n+1} + U_{i,j}^{n+1} + U_{i-1,j+1}^{n+1} + U_{i-1,j}^{n+1}}{4} \\ V_{i,j}^* &= \frac{V_{i,j+1}^{n+1/2} + V_{i,j}^{n+1/2} + V_{i-1,j+1}^{n+1/2} + V_{i-1,j}^{n+1/2}}{4} \end{aligned} \right\} \quad (3.59)$$

境界条件は、固定境界では  $M = 0$  および  $N = 0$ ，開境界では  $\partial M / \partial x = 0$  および  $\partial N / \partial y = 0$  で与えられる。また、時間刻み  $\Delta t$  は Courant 数が 1 になるように設定する。

実際の計算の手順としては、まず波浪計算により求められている格子点上の波高および波向から式 (3.51) により radiation stress を計算し、 $M = N = 0$  および  $H = D$  の初期条件からこれらの  $x$  および  $y$  方向の式を定常になるまで時間ステップ毎に交互に解き、未知数  $M$ ,  $N$  および  $H$  を求める。最後に、式 (3.54) を用いて全格子点上の平均海面  $\eta$  を求める。



### 3.4 境界要素法による浸透流の三次元解析法

地下水問題の数値解析手法としては、差分法 (FDM: Finite Difference Method) あるいは有限要素法 (FEM: Finite Element Method) が多用されている。差分法は基礎方程式である偏微分方程式を差分近似して差分方程式にする手法であり、有限要素法はその偏微分方程式を変分原理によって変分方程式に表示し、形状関数を導入して代数方程式に変換する手法である。これらの手法は最も汎用性に富んでおり、その有用性も広く認められているが、対象領域全体を差分格子や有限要素に分割するため、三次元問題に適用すると膨大な記憶容量および計算時間が必要となる。一方、境界要素法 (BEM: Boundary Element Method) は、偏微分方程式を積分定理によって積分方程式に変換し、有限要素法と同様に形状関数を導入して代数方程式にしたものである。この方法では、透水係数を小領域毎に設定するような問題には不向きではあるけれども、積分定理による一次元下がつた境界上の積分方程式が得られるので境界表面上だけを要素分割するだけでよい。

本研究では、計算領域の境界となる海底面が複雑な現地海岸を三次元で取扱う必要があるため、記憶容量および計算時間の面で有利な境界要素法を採用する。

#### 3.4.1 定式化と数値計算法

##### (1) 境界積分方程式とその離散化

3.2.1 で示したように海岸地下水の境界値問題は、領域  $\Omega$  で基礎方程式 (3.9) である Laplace の方程式を、境界  $\Gamma$  で境界条件として  $\phi$  (Dirichlet 条件) または  $q \equiv \partial\phi/\partial n_r$  (Neumann 条件) を与えて解くことである。まず、次の恒等式を考える。

$$\int_{\Omega} \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \right) \phi^* d\Omega = 0 \quad (3.60)$$

ここに、 $\phi^*$  は点  $i$  および点  $j$  の 2 点の関数で、次の微分方程式を満足する Laplace 方程式の基本解である。

$$\frac{\partial^2 \phi^*}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi^*}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi^*}{\partial z^2} + \delta(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) = 0 \quad (3.61)$$

ここに、 $\mathbf{r}_i$  および  $\mathbf{r}_j$  はそれぞれ点  $i$  および  $j$  の位置ベクトルであり、 $\delta(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)$  は Dirac の  $\delta$  関数である。点  $i, j$  間の距離を  $r$  とすると、基本解  $\phi^*$  は次式で与えられる。

$$\phi^* = \frac{1}{4\pi r}, \quad r = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 + (z_i - z_j)^2} \quad (3.62)$$

式 (3.60) を部分積分により変形し式 (3.61) を用いて整理すれば、境界および領域内部における積分方程式がそれぞれ次のように求められる。

$$\frac{\theta_i}{4\pi} \phi_i = \iint_{\Gamma} q \phi^* d\Gamma - \iiint_{\Omega} \phi q^* d\Omega \quad (3.63)$$

$$\phi_i = \iint_{\Gamma} q \phi^* d\Gamma - \iiint_{\Omega} \phi q^* d\Omega \quad (3.64)$$

ここに、 $q^* = \partial\phi^*/\partial n_r$  であり、 $\theta_i$  は点  $i$  が置かれている境界のなす立体角で、なめらかな場合は  $2\pi$  となる。

次に、これらの積分方程式を三角形線形要素により離散化する。要素内の関数値  $\phi, q$  は斜交座標  $\xi_1, \xi_2$  を用い、三角形の頂点を節点として次のように表される。

$$\phi = \xi_1 \phi_1 + \xi_2 \phi_2 + (1 - \xi_1 - \xi_2) \phi_3 \quad (3.65)$$

$$q = \xi_1 q_1 + \xi_2 q_2 + (1 - \xi_1 - \xi_2) q_3 \quad (3.66)$$

したがって、要素分割数を  $m$  とすれば、式 (3.63) および (3.64) の右辺の項はそれぞれ次のように離散化される。

$$\iint_{\Gamma_j} \phi q^* d\Gamma = \phi_{j1} \cdot h_{ij}^{(1)} + \phi_{j2} \cdot h_{ij}^{(2)} + \phi_{j3} \cdot h_{ij}^{(3)} \quad (3.67)$$

$$\iint_{\Gamma_j} q \phi^* d\Gamma = q_{j1} \cdot g_{ij}^{(1)} + q_{j2} \cdot g_{ij}^{(2)} + q_{j3} \cdot g_{ij}^{(3)} \quad (3.68)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned}
h_{ij}^{(1)} &= \iint_{\Gamma_j} \xi_1 q^* d\Gamma = \frac{1}{4\pi} \sum_{k=1}^l \left\{ \left( -\frac{r'}{r_k^3} \right) \xi_{1k} \cdot w_k |G| \right\} \\
h_{ij}^{(2)} &= \iint_{\Gamma_j} \xi_2 q^* d\Gamma = \frac{1}{4\pi} \sum_{k=1}^l \left\{ \left( -\frac{r'}{r_k^3} \right) \xi_{2k} \cdot w_k |G| \right\} \\
h_{ij}^{(3)} &= \iint_{\Gamma_j} (1 - \xi_1 - \xi_2) q^* d\Gamma = \frac{1}{4\pi} \sum_{k=1}^l \left\{ \left( -\frac{r'}{r_k^3} \right) (1 - \xi_{1k} - \xi_{2k}) \cdot w_k |G| \right\} \\
g_{ij}^{(1)} &= \iint_{\Gamma_j} \xi_1 \phi^* d\Gamma = \frac{1}{4\pi} \sum_{k=1}^l \left\{ \left( \frac{1}{r_k} \right) \xi_{1k} \cdot w_k |G| \right\} \\
g_{ij}^{(2)} &= \iint_{\Gamma_j} \xi_2 \phi^* d\Gamma = \frac{1}{4\pi} \sum_{k=1}^l \left\{ \left( \frac{1}{r_k} \right) \xi_{2k} \cdot w_k |G| \right\} \\
g_{ij}^{(3)} &= \iint_{\Gamma_j} (1 - \xi_1 - \xi_2) \phi^* d\Gamma = \frac{1}{4\pi} \sum_{k=1}^l \left\{ \left( \frac{1}{r_k} \right) (1 - \xi_{1k} - \xi_{2k}) \cdot w_k |G| \right\}
\end{aligned} \right\} \quad (3.69)$$

ここに、 $r_k$  は考えている点  $i$  から積分点までの距離、 $r'$  は考えている点  $i$  から要素  $\Gamma_i$  を横切る平面までの法線距離、 $\xi_1$  および  $\xi_2$  は積分点、 $w_k$  は面積積分の重み係数、 $|G|$  は Jacobian であり、三角形の面積積分の積分点数  $l$  は本研究では 7 としている。

また、 $i = j$  の場合には、式 (3.63) の右辺の  $\theta_i$  を与える代わりに次式を用いる。

$$h_{ii}^{(\beta)} = - \sum_{\substack{j=1 \\ (j \neq i)}}^n h_{ij}^{(\beta)} \quad (3.70)$$

これにより、式 (3.63) は次式のように書き換えられる。

$$\sum_{i=1}^m \sum_{i=1}^m (\phi_{j1} \cdot h_{ij}^{(1)} + \phi_{j2} \cdot h_{ij}^{(2)} + \phi_{j3} \cdot h_{ij}^{(3)}) = \sum_{i=1}^m \sum_{i=1}^m (q_{j1} \cdot g_{ij}^{(1)} + q_{j2} \cdot g_{ij}^{(2)} + q_{j3} \cdot g_{ij}^{(3)}) \quad (3.71)$$

さらに、節点に関して次式を用いて整理する。

$$H_{ij} = \sum_{\beta=1}^3 h_{ij}^{(\beta)} \quad (3.72)$$

$$G_{ij} = \sum_{\beta=1}^3 g_{ij}^{(\beta)} \quad (3.73)$$

これより、式 (3.63) および (3.64) の離散化による代数方程式として、次式が得られる。

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m H_{ij} \phi_j = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m G_{ij} q_j \quad (3.74)$$

$$\phi_i = \sum_{j=1}^m G_{ij} q_j - \sum_{j=1}^m H_{ij} \phi_j \quad (3.75)$$

式 (3.74) により境界上の  $\phi_j$  および  $q_j \equiv \partial \phi_j / \partial n_r$  がすべて求められ、さらにその境界値を用いて式 (3.75) により領域内部の任意の点  $i$  の速度ポテンシャル  $\phi_i$  が求められることになる。

ただし、本研究では境界近傍での積分誤差を数値的に補正するため、椋園<sup>24)</sup>の提案した次式を式 (3.75) の代わりに用いている。

$$\left. \begin{aligned}
\phi_i &= \frac{1}{c_i} \left( \sum_{j=1}^m G_{ij} q_j - \sum_{j=1}^m H_{ij} \phi_j \right) \\
c_i &= \sum_{j=1}^m H_{ij}
\end{aligned} \right\} \quad (3.76)$$

## (2) 自由表面

図-3.4の自由表面 FA の境界条件は式 (3.13) および (3.14) で表されており、また、その座標自体が未知であるため繰り返し計算を必要とする。定常問題においては、仮定した水面形のもとで境界条件式 (3.15) を用いて解き、得られたポテンシャルと式 (3.13) を比較することにより、自由表面の位置の適否を判定し修正することのできる逐次近似解法とする。

一方、非定常問題においては、時間微分に対し中央差分を採用し、初期条件の自由表面から時間ステップ毎に逐次計算を行って自由表面を移動させ、全時間にわたる解を得ることとする<sup>25)</sup>。Huyakorn・Pinder<sup>26)</sup>は自由表面の運動学的条件式 (3.14) を境界要素法に用いるために、次式のように書き換えている。

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = -\frac{k}{n} \sqrt{1 + \left( \frac{\partial \eta}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \eta}{\partial y} \right)^2} \frac{\partial \phi}{\partial n_r} \quad (3.77)$$

これを次の差分式に書き換える。



$$\frac{\eta_{t+\Delta t} - \eta_t}{\Delta t} = -\frac{k}{2n} \sqrt{1 + \left(\frac{\partial \eta_t}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \eta_t}{\partial y}\right)^2} \left( \frac{\partial \phi}{\partial n_r} \Big|_t + \frac{\partial \phi}{\partial n_r} \Big|_{t+\Delta t} \right) \quad (3.78)$$

各時間ステップ毎に、次の時刻  $t + \Delta t$  の自由水面の位置を仮定し、境界条件として式 (3.13) のみを与え境界要素法で  $(\partial \phi / \partial n_r)_{t+\Delta t}$  を計算して、式 (3.78) により  $\eta_{t+\Delta t}$  を求め、先の自由水面と比較し修正する逐次近似解法とする。

### 3.4.2 数値計算法の適用性

境界要素法による数値計算結果の精度および収束性を確認するために、簡単なケースでの試計算を行い、既存の計算結果または解析解と比較する。

#### (1) 定常問題

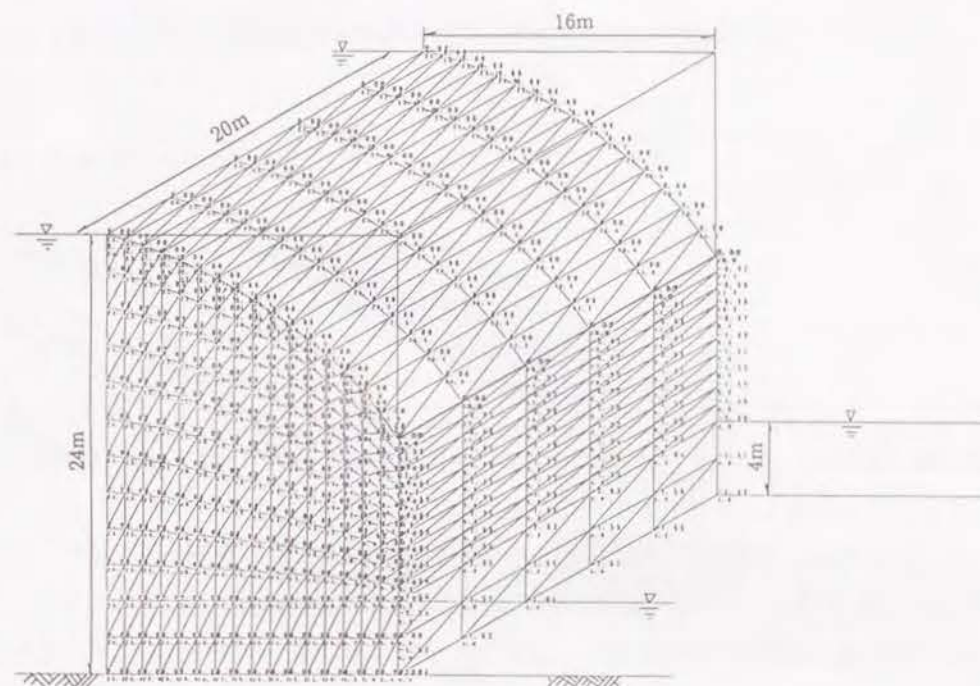
不透水地盤上に設置された高さ 24m、幅 16m および奥行き 20m の長方形ダムに、上流側水深 24m および下流側水深 4m を与えて浸透流計算を行う。図-3.12 (a) に示すように、境界面を高さ方向に 12 分割、幅方向に 16 分割および奥行き方向に 5 分割し、節点数を 802 および境界要素数を 1328 に設定する。また、かど点を挟む要素間では  $\partial \phi / \partial n_r$  が不連続となる必要があるため、浸出点では近接二重節点とし、その他のかど点は完全二重節点とする。

自由表面は初め直線形状で仮定し、13 回の繰り返し計算により修正して得られた。このとき収束判定値となる  $\sum (y_{m+1} - y_m)$  は、繰り返し回数  $m=1$  のとき 93.0m、 $m=13$  のとき 0.22m となり、収束安定性が確認できた。しかし、浸出点で設定する近接二重節点間の距離が短いと収束速度が極端に遅くなり、逆に距離が長いと浸出点付近の流速値の精度が悪くなるという問題が残った。ここでは何回かの試みにより、近接二重節点間の距離として最終的に 0.1m (他の節点間の 1/10) を採用した。

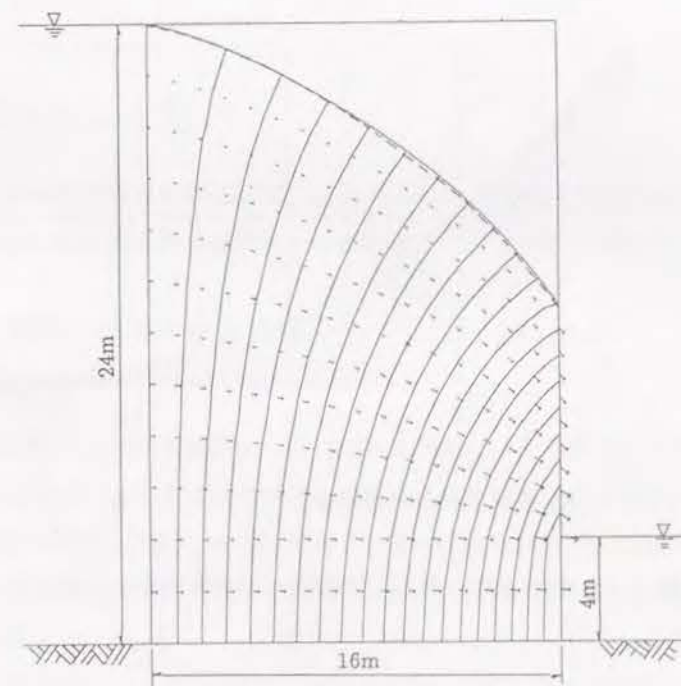
図-3.12 (b) に、鉛直断面の等ポテンシャル線、自由表面および流速分布の計算結果を示す。図中の破線は、岡<sup>27)</sup>が差分法により計算した自由表面の結果であり、本計算結果とほぼ一致していることから、ここで用いた境界要素法による数値計算は実用的に十分な精度であることがわかる。また、奥行き方向のどの鉛直断面でも計算結果の差異はほとんどなく、かど点を二重節点にすることで境界からの擾乱を抑えられることが確認できた。

#### (b) 非定常問題

次に、透水層厚  $h_0 = 10\text{m}$  の一端で瞬時に水位が  $\Delta h = 1\text{m}$  上昇し、その後一定水位  $h_0 + \Delta h = 11\text{m}$  に保たれる場合の自由表面を計算する。図-3.13 (a) に示すように、自由表面の勾配が大きい部分をとくに細かく分割し、計算条件として透水係数  $k = 1\text{cm/s}$ 、間隙率  $n = 0.4$  および時間間隔  $\Delta t = 0.05\text{hr}$  を与えた。



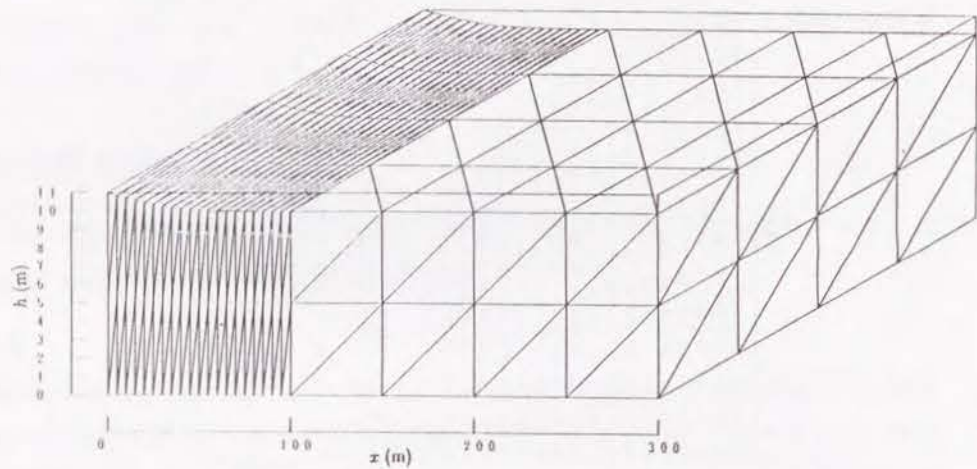
(a) 境界要素法による要素分割



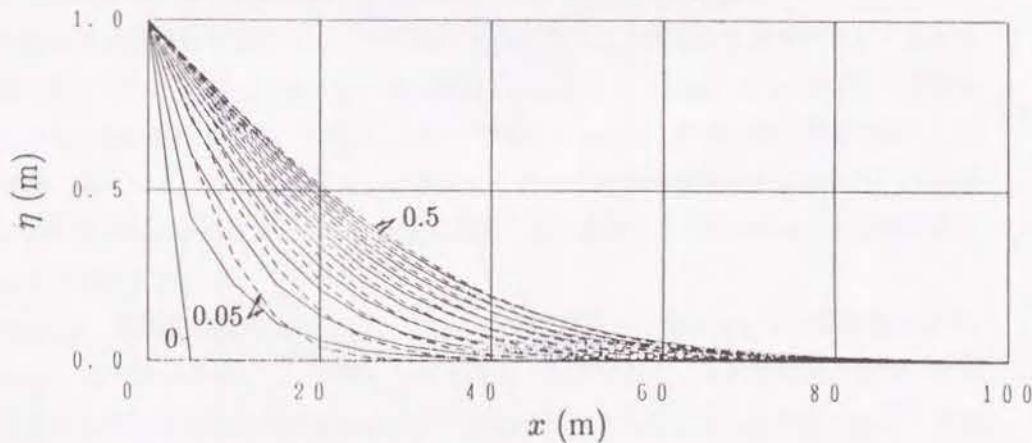
(b) 等ポテンシャル面および流速分布についての境界要素法 (実線) と差分法 (点線・岡 (1971)) との比較

図-3.12 長方形ダムの浸透流解析への境界要素法の適用性





(a) 境界要素法の要素分割



(b) 自由表面の計算結果と解析解との比較

図-3.13 地下水位上昇の伝播問題への境界要素法の適用性

自由表面  $\eta$  は準一様流の仮定を用いれば、次式で求めることができる<sup>28)</sup>。

$$\left. \begin{aligned} \eta &= h_0 + \Delta h \cdot \operatorname{erfc}(u) \\ \operatorname{erfc}(u) &= 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^u e^{-s^2} ds \\ u^2 &= \frac{nx^2}{4k(h_0 + \Delta h/2)t} \end{aligned} \right\} \quad (3.79)$$

図-3.13(b) は、 $t = 0.5\text{hr}$  までの自由表面の計算結果を実線で、式 (3.79) による解析解を破線で示したものである。両者の対応は良く、この条件では十分な計算精度が得られていることがわかる。しかし、透水係数  $k$  または時間間隔  $\Delta t$  がより大きく、節点間隔  $\Delta x$  がより小さくなる条件で同様の計算を行った場合は、計算精度が悪くなる傾向にあった。したがって、本計算は陰解法を用いているけれども、実用的には次式で示される陽解法の時間間隔  $\Delta t$  に対する制限を守るべきである。

$$\Delta t < \frac{n\Delta x^2}{k} \quad (3.80)$$

### 3.5 現地海岸への適用

ここでは、新潟県糸魚川海岸を例として、wave set-up、潮汐および陸地の地下水位条件を同時に考慮した三次元の変位浸透流解析を行い、浸透流と海岸侵食との関連について考察する。

#### 3.5.1 糸魚川海岸の概要と計算条件

##### (1) 糸魚川海岸の概要

糸魚川海岸は姫川河口の東側に位置し、姫川港から海川にいたる約 3.7km の海岸である。かつて姫川からの流送土砂による河口デルタとして形成された礫浜であったが、1964 年以来継続して施工してきた姫川港西防波堤の延長に伴って徐々に侵食海岸へと変貌してきた。さらに、1970 年 1 月の異常波浪により著しい海岸侵食を受け護岸が各所で倒壊し、姫川に近い西側では特に甚大な被害を被っている。

土屋・芝野・山下・白井・山元<sup>29)</sup>は糸魚川海岸の侵食の実態とその要因を明らかにし、海岸侵食の 1 次要因として、姫川からの流送土砂の減少および姫川港西防波堤の延長に伴う漂砂源の遮断を指摘している。また、海岸侵食を助長してきた 2 次要因として、1970 年の災害の復旧



工事と併せて行われた海岸沿いの国道8号線バイパス工事および海岸堤防前面の消波工の設置工事を挙げている。この工事では海岸堤防の法線が10~20m海側へ移され設置角が2°程度卓越波向に対して大きくなったため、海岸堤防に対する波の入射角が旧来のそれよりも約2倍となり、同一の波浪条件で比較して沿岸漂砂量は約2倍に増加した。さらに、堤防設置にともなう反射波の発生や消波工前面の法先水深が深くなってきたことによる消波機能の低下が原因となり、沖方向漂砂が卓越して海岸侵食が助長され、とくに寺町から横町にかけての区間は冬期季節風時の高波浪によって越波し、堤防背後の国道8号線の片側通行規制が行われ、全面通行止になることもしばしばとなり、ついには、越波対策として人工リーフを施工するまでに至った。とくに、糸魚川海岸では、図-3.14に示すようにその前面に「アイガメ」と呼ばれる洋谷が海岸線近くまで迫ってきており、沿岸部における波浪の集中、発散箇所が波状に出現して海岸侵食をより複雑なものとしている。このときの汀線の変化を図-3.15に示す。1947年から1965年までは海川側で汀線が前進しているが、1970年の冬期災害を含む1965年から1974年までは一部を除いてほぼ全域で汀線後退がみられることがわかる。

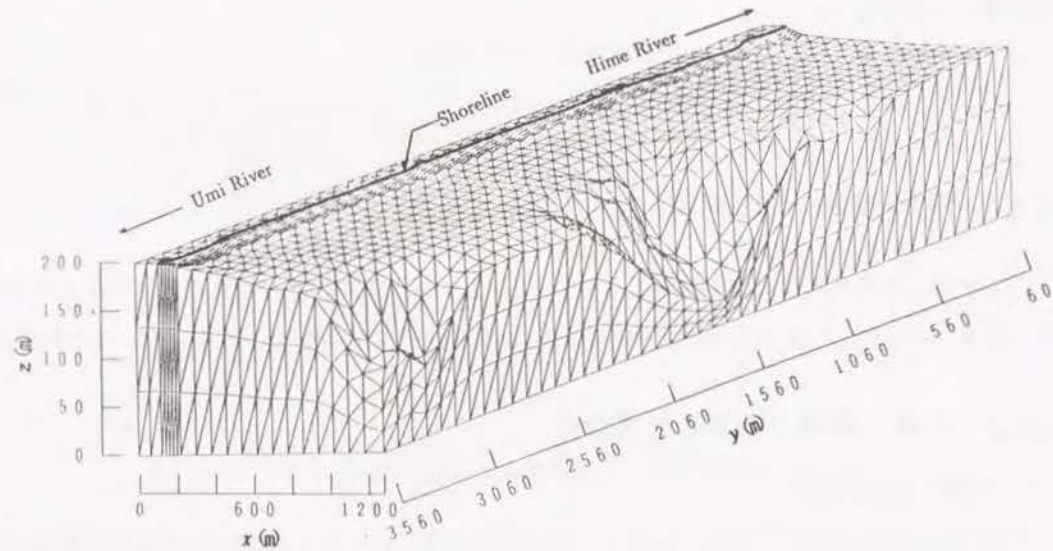


図-3.14 糸魚川海岸の海底地形と要素分割

## (2) 1970年冬期の海岸災害

1970年冬期には、「1970年1月低気圧」など異常低気圧の通過に伴って、日本海沿岸で海岸災害が多発した。そのうち、とくに1970年1月29日から2月3日にかけて、この糸魚川海岸では、海岸護岸が各所で倒壊し甚大な被害を被った。ここでは、当時の海象状況および災害の概要を述べる<sup>30), 31)</sup>。

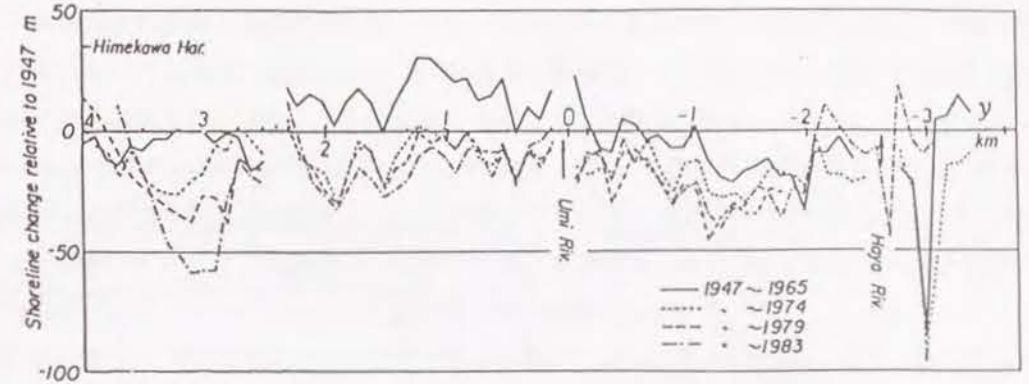


図-3.15 空中写真に基づく汀線変化

1) 海象状況：災害をもたらした異常低気圧は1月29日に台湾北東海上にあり、次第に発達しながら東進して、1月30日21時頃には紀伊半島へ上陸、1月31日3時にはその中心気圧976hPaと中型台風なみの勢力に発達しながら三陸沖から北海道東岸へと去った。台湾付近で発生し、発達しながら通過する低気圧は、一般に「台湾坊主」と呼ばれ、日本海沿岸に高波浪をもたらすものとして知られている。一方、糸魚川海岸における来襲波浪は、1月31日未明から強風が吹き始め、その風速は海上で25~30m/s、陸上では15~20m/sであり、しかも2月2日夕刻まで続いた。その結果、糸魚川海岸をはじめとする新潟県下全域で、高波浪が来襲し、この低気圧の通過に伴う日本海沿岸各県の漁港関係被害の約半分は新潟県下において記録されている。

図-3.16はこの低気圧低下に伴う海象状況を示したもので、当時姫川港の沖合いに設置されていた波高計は1月31日14時頃に、海岸部の被災と同時に破損し、直前に有義波高 $H_{1/3} = 6.33\text{m}$ を記録していたが、実際にはこれ以上の波浪が来襲したものと考えられている。また、波向の測定は周辺の海岸でも行われていなかったが、姫川港における風向記録ではほとんどWと記されており<sup>32)</sup>、波向はNNWもしくはNWと推定される。

2) 被害の状況：姫川河口右岸の姫川海岸から大和川海岸には、天端高+7.70mの海岸堤防が築造されており、また、その前面は50m以上の浜幅が存在していた。しかし、この高波浪の来襲に伴って前浜が侵食され、さらに堤防前面の洗掘により堤体背後の土砂が吸出されるに及んで、次々に海岸堤防が倒壊し、背後地が大きく決壊されるに至った。特に、姫川河口右岸では、糸魚川市横町の海岸堤防背後にあった8棟40戸の公営住宅は、写真-3.1に示すように海岸堤防の倒壊と同時に転落流出し、甚大な被害を被った。また、大和川地区では約2.3kmの海岸堤防のうち、約1.6kmも倒壊流出して、人家多数が危険な状態となった。



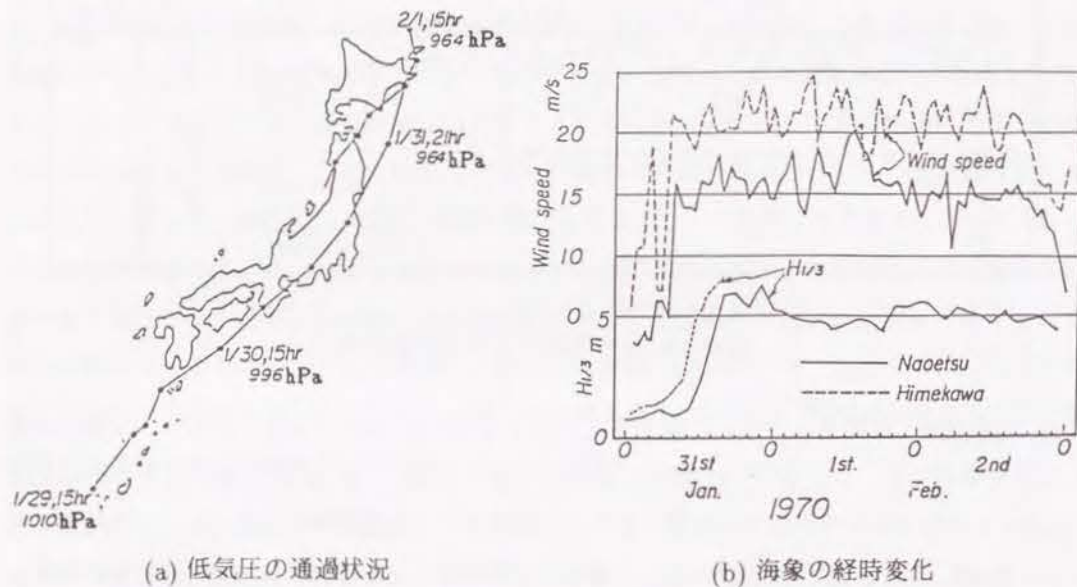


図-3.16 1970年冬期災害時の海象状況



写真-3.1 1970年冬期災害時の横町の被災状況

### (3) 浸透流解析の目的と計算条件

糸魚川海岸の海岸侵食は前述したように、いくつかの要因が相互に影響して起こったと考えられる。土屋<sup>33)</sup>は糸魚川海岸のような大規模海岸構造物による海岸侵食の機構を、構造物による沿岸漂砂の阻止と、波浪・海浜流の変化との二つに大別して説明している。

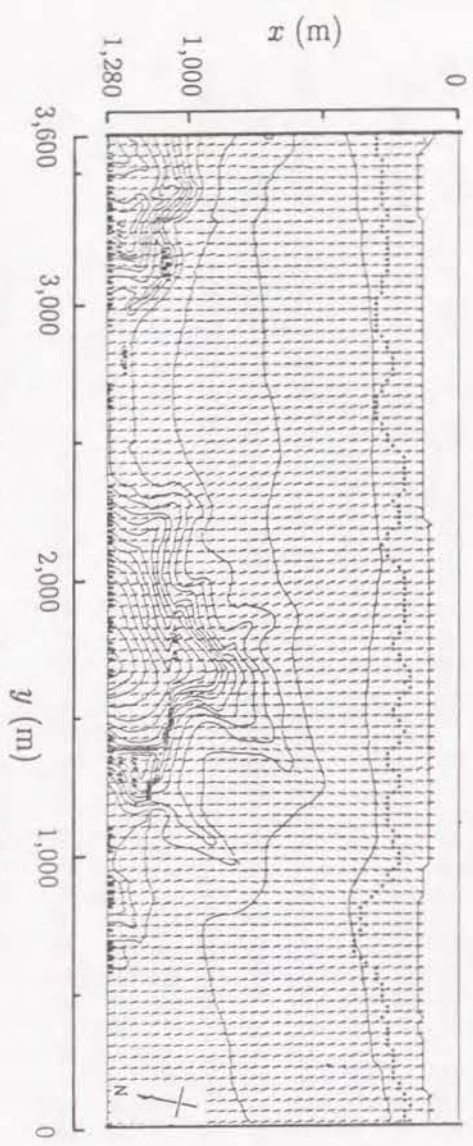
一方、1970年冬期波浪による著しい海岸決壊は必ずしも波浪の集中箇所と一致しておらず、海岸地下水が海岸侵食を助長する二次的要因となったのではないかとと思われる。そこで、どの位置でどの程度の流速の浸透流が現れていたのかを計算し、波浪の集中箇所と海岸決壊箇所との比較を行って、海岸侵食に与える海岸地下水の影響を検討する。

計算には1970年の災害時の波浪条件を用い、周期11sおよび沖波波高6mとし、波向はNNWまたはNWを与える。また、土質調査の結果<sup>34)</sup>、海面下約28mまでは細砂層で、それ以深はN値50以上の砂礫層が数m確認されている。明確な不浸透面が確認されていないため、浸透流が不浸透面の影響をあまり受けないように浸透層厚は200mとし、簡単のために透水係数 $k$ は一定とする。海底地形は1971年4月の深浅測量図をデジタイザーを用いて読み取り、スプライン補間して得られた20mメッシュの水深データを用いる。

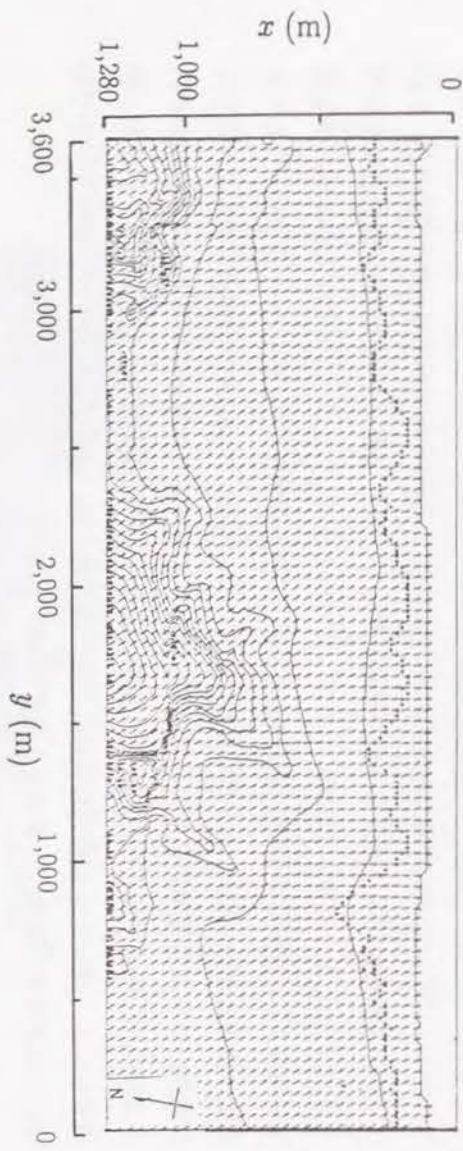
### 3.5.2 平均海面の空間分布

与えられた波浪条件を用いて波浪変形計算および海浜流計算を行い、海岸地下水における境界条件としての平均海面の空間分布を求める。はじめに、波浪変形計算で得られた波向を図-3.17に示す。入射角は汀線にほぼ垂直な座標軸に対して、波向NWの場合は $33^\circ$ 、波向NNWの場合は $10.5^\circ$ として与えている。図中、\*印は砕波点を意味し、それより岸側では原則的に漸次波高は減少する。砕波点の位置は海谷による屈折・回折の影響を受け、特にNWの波向を与えた場合は汀線から60m~300mと非常にばらついている。一方、図-3.18は海浜流計算により得られた流速ベクトルの空間分布を示している。砕波点より沖側では海谷の影響によるいくつかの大きな循環流の形成が見られ、入射角の大きい波向NWの方が全体的に流速が大きい。また、砕波帯内では、波向NWの場合にはほぼ全域で東向き強い沿岸流が現れるが、波向NNWの場合には流速分布が複雑で、場所により逆の西向き沿岸流が現れるところもある。



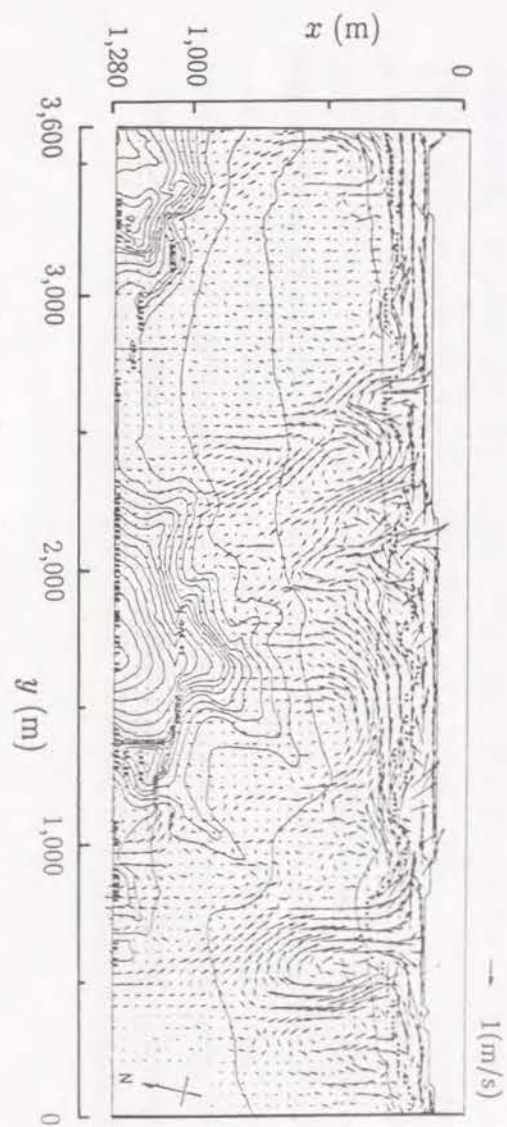


(a) 沖波波高 6m, 周期 11s および波向 NNW の場合

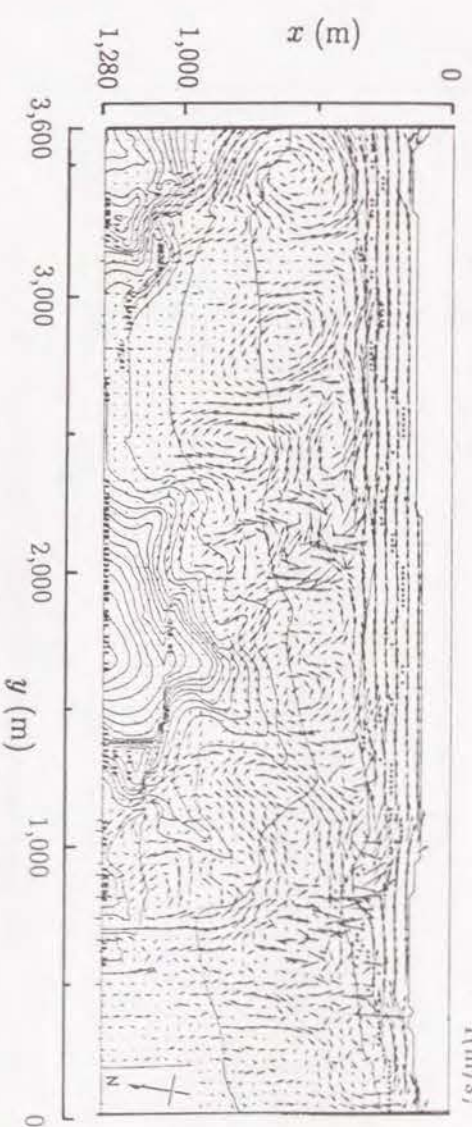


(b) 沖波波高 6m, 周期 11s および波向 NW の場合

図-3.17 糸魚川海岸における波浪変形計算によって求められた波向の空間分布



(a) 沖波波高 6m, 周期 11s および波向 NNW の場合

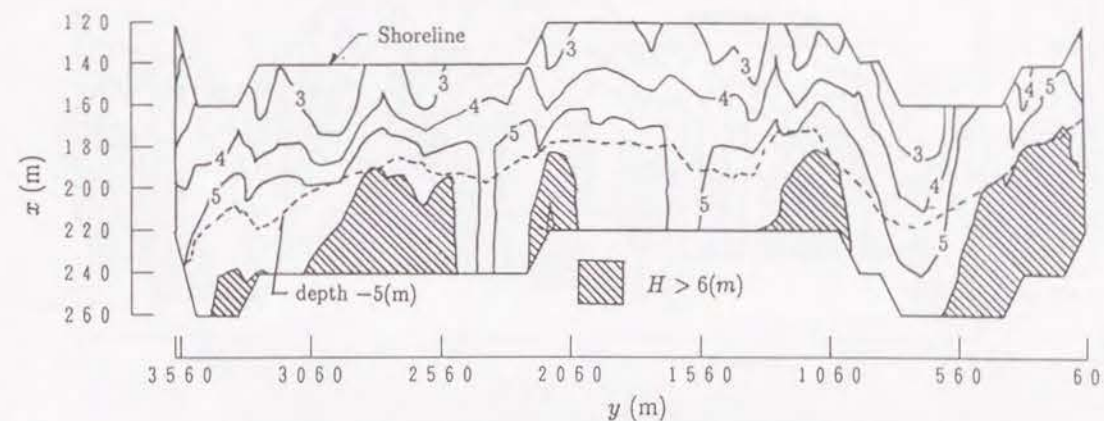


(b) 沖波波高 6m, 周期 11s および波向 NW の場合

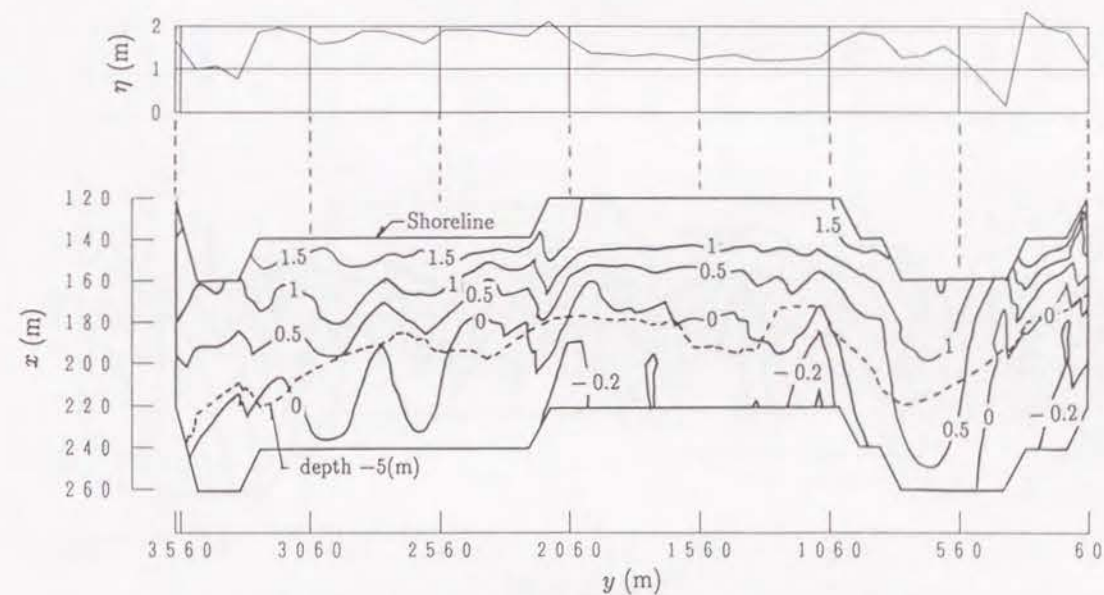
図-3.18 糸魚川海岸における海浜流の流速ベクトルの空間分布



図-3.19 および 3.20 は波高分布および wave set-up による平均海面の空間分布を、汀線から 100m 以内について等水深線図に重ねて示したものである。(a) の波高分布図には斜線部で示された波浪の集中箇所がいくつか現れており、波向 NW の場合は NNW に比べてその集中箇所が海川側（東側）に移動していることがわかる。また、これと (b) の平均海面の空間分布図を比べると、波高と平均海面とは必ずしも対応していないことがわかる。すなわち、海岸中央部から海川側にかけては、波浪の集中するところで平均海面のコンターの 0 の位置が汀線より離れ wave set-up が大きくなっているが、姫川側では逆にになっている。さらに、汀線での wave set-up は海川側で大きく、海谷が岸まで迫る海岸中央部で小さくなる傾向があり、その大きさは波向よりも海底地形の影響をより強く受けているようである。図-3.21 は波向 NNW の高波浪が満潮時に来襲した場合を想定し、水深を 50cm 深くしたときの同様の計算結果である。図-3.19 と比べると碎波点が岸に近づくため波高が大きくなり、wave set-up は汀線に近いところから始まっているが、汀線における wave set-up はほぼ同じ大きさであり、満潮時には平均海面の勾配が大きくなることわかる。



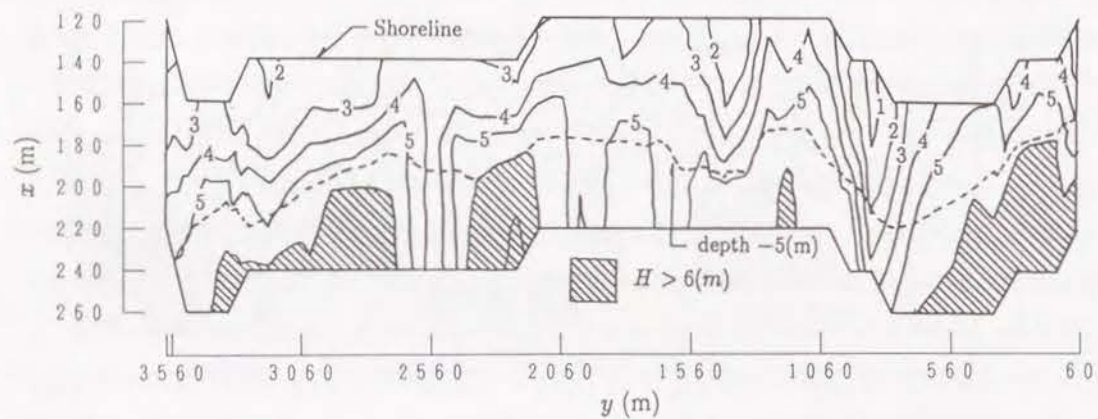
(a) 波高分布 (斜線部は波高 6m 以上で波浪の集中箇所を示す)



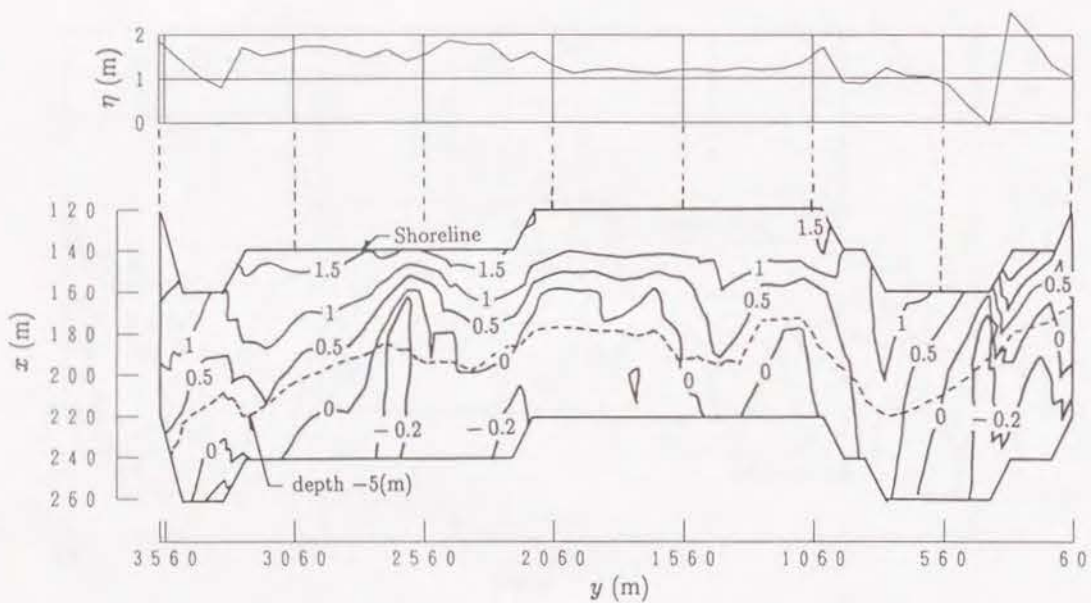
(b) 平均海面の空間分布 (上図は汀線における wave set-up 量)

図-3.19 糸魚川海岸の汀線から 100m 以内における波高と平均海面の空間分布  
(沖波波高 6m, 周期 11s および波向 NNW の場合)



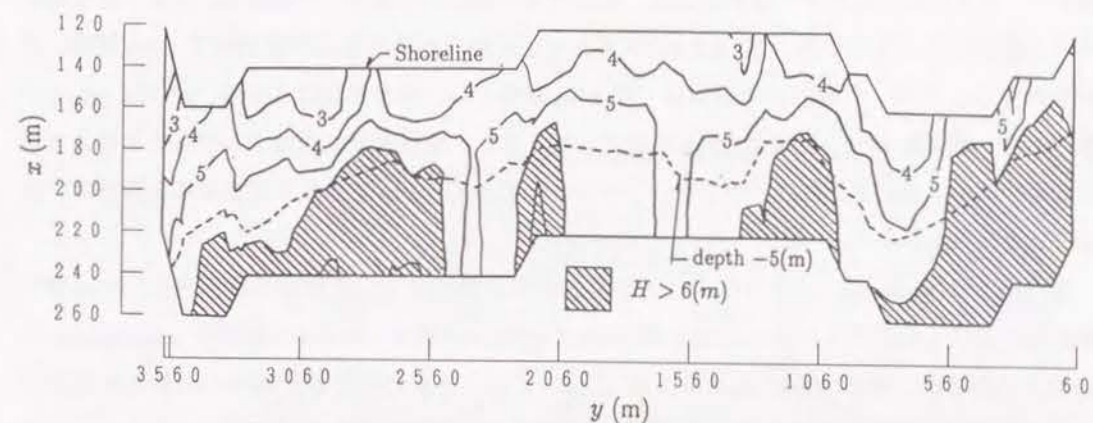


(a) 波高分布 (斜線部は波高 6m 以上で波浪の集中箇所を示す)

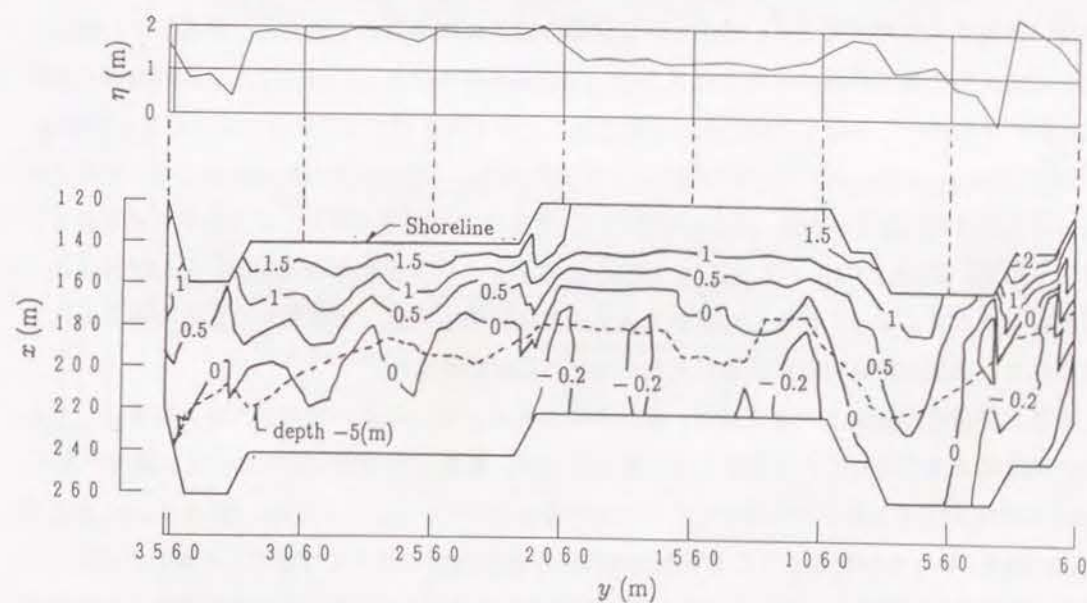


(b) 平均海面の空間分布 (上図は汀線における wave set-up 量)

図-3.20 糸魚川海岸の汀線から 100m 以内における波高と平均海面の空間分布  
(沖波波高 6m, 周期 11s および波向 NW の場合)



(a) 波高分布 (斜線部は波高 6m 以上で波浪の集中箇所を示す)



(b) 平均海面の空間分布 (上図は汀線における wave set-up 量)

図-3.21 満潮時における糸魚川海岸の波高と平均海面の空間分布  
(沖波波高 6m, 周期 11s および波向 NNW の場合)

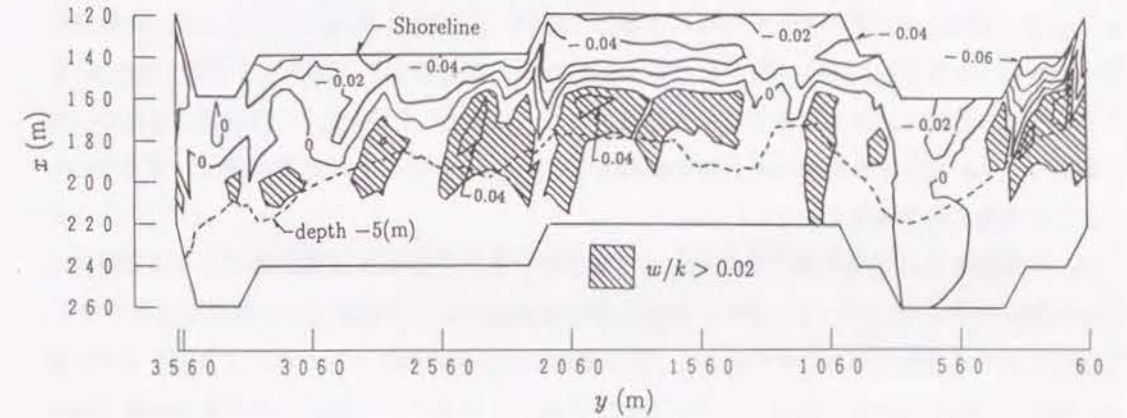


### 3.5.3 浸透流の流速分布と海岸侵食との関係

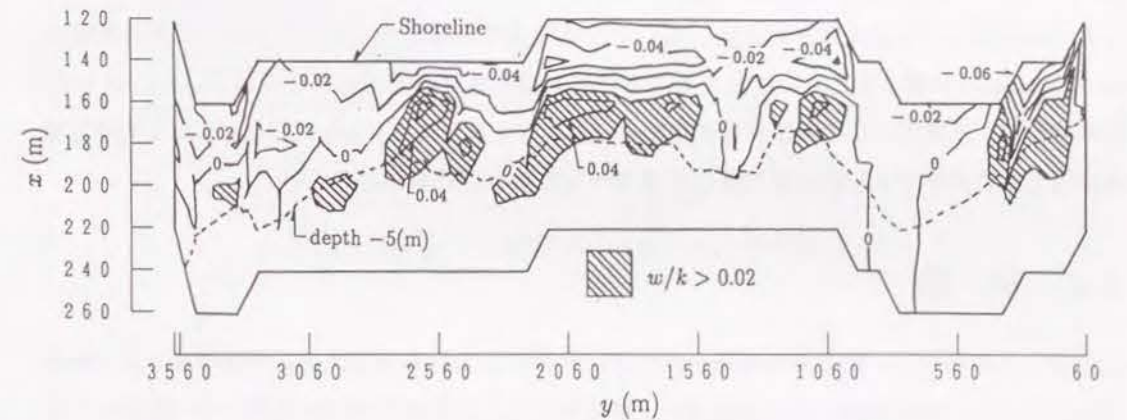
前節で求めた平均海面の空間分布を境界条件として、境界要素法による三次元の浸透流解析を行う。計算に用いる境界の要素分割は、記憶容量の制限から波浪・海浜流の計算より少し粗くする必要がある。すなわち、図-3.14に示すように岸沖方向の分割は砕波帯内で20m間隔、砕波帯外で80m間隔、汀線方向の分割は一律80m間隔とし、深さ方向は3分割、底面は18×6分割として、節点数1659、要素数2844に設定した。また、陸地境界に高地下水水位条件を与えた場合は汀線直前に浸出面が現れるが、その高さはたかだか約10cmであり計算結果に影響がないためこれを無視した。

図-3.22はwave set-upのみによる定常浸透流の計算結果で、汀線から砕波帯内100m間の海底面における鉛直方向の動水勾配(=鉛直流速 $w$ /透水係数 $k$ )および汀線でのwave set-upの沿岸方向分布を、波向NNWおよびNWについて示したものである。図中の斜線部は海底面における浸透流の鉛直上向き流速の大きい範囲であり、波向による差異はほとんどなく、汀線より20~80mの範囲となっている。一方、3.2節で示したLonguet-Higginsの理論解や赤村の断面二次元での計算結果では、鉛直上向き流速の最大値は砕波点で現れた。砕波点が汀線より100~240mの位置であることを考慮すると、本計算の場合はLonguet-Higginsの理論解や赤村の計算結果に比べてかなり汀線に近い位置で鉛直上向き流速が大きくなっていることがわかる。これは、Longuet-Higginsや赤村が海底面での境界条件に一定の圧力勾配を仮定していたのに対し、この三次元計算ではwave set-upの空間分布を計算して境界条件として与えたためであると考えられる。図-3.19(b)および図-3.20(b)に示すように平均海面の勾配は一定勾配ではなく汀線直近で大きくなっており、勾配が大きくなり始める位置、すなわち勾配が大きく変わる変曲点で浸透流の鉛直上向き流速が大きくなることわかる。

また、浸透流の鉛直上向き流速は、海谷の前面および姫川に近い西側で大きい値を示している。前者は波浪が海谷により発散する位置であるが、後者の場合は波浪も集中する場所であり、1970年の冬期災害ではこの位置で特に大きな被害を受けている。ここでは、図-3.19(b)および図-3.20(b)からもわかるように平均海面の勾配が他の場所に比べて大きく、汀線のすぐ近くで鉛直上向き流速が現れている。このことは、波浪の集中に加えて、鉛直上向きの浸透流が底質の移動に関与して海岸侵食を加速させた可能性を示している。ただし、ここで計算された海底面での動水勾配は最大0.07であり、浸透流速は粒子の沈降速度と比較して非常に小さい。たとえば、底質が粒径0.1mmおよび透水係数 $10^{-2}$ cm/sの細砂の場合は、浸透流速は沈降速度1cm/sに対して最大でも0.07%の $7 \times 10^{-4}$ cm/sである。また、粒径1mm、透水係数1cm/sの粗砂および粒径10mm、透水係数 $10^2$ cm/sの礫の場合には、浸透流速はそれぞれ沈降速度10cm/sおよび $10^2$ cm/sに対して0.7%の $7 \times 10^{-2}$ cm/sおよび7%の7cm/sであり、粒径が大きくなるほ



(a) 波向 NNW の場合



(b) 波向 NW の場合

図-3.22 海底面における浸透流の鉛直流速の空間分布



と浸透流速は大きくなる傾向にはあるが、いずれにせよその影響はわずかであるといえよう。したがって、1970年の冬期災害における海岸侵食の主要因はあくまで高波浪であり、浸透流は海岸侵食をわずかに助長する二次要因であったと推定される。なお、高波浪時に浸透流が底質に与える影響の定量的な評価については、今後の課題と考えている。

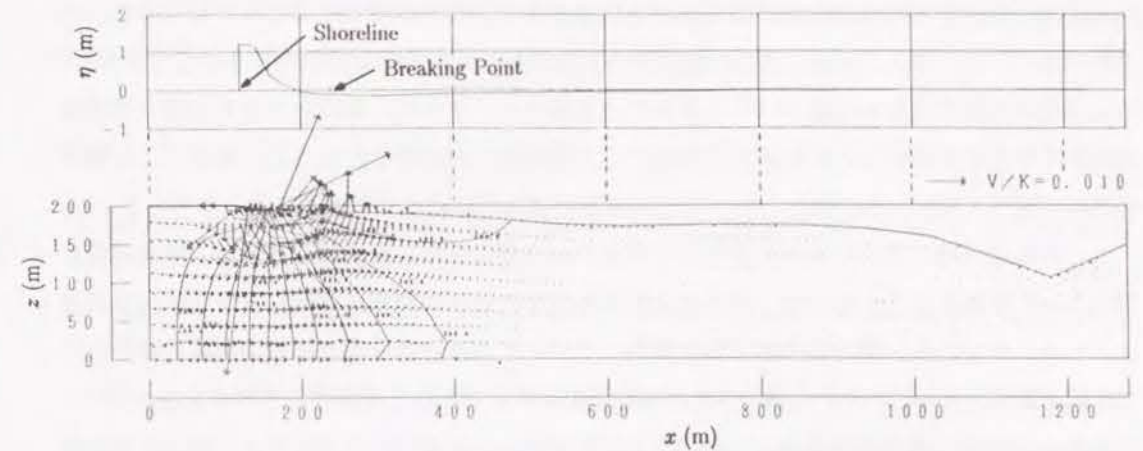
次に、陸地境界の高地下水水位および潮汐の影響について述べる。図-3.23は波向NNW,  $y = 1260\text{m}$ の断面における流速分布を示し、(a)はwave set-upのみ考慮した場合、(b)はwave set-upおよび陸地の高地下水水位を同時に考慮した場合、(c)はwave set-upおよび潮汐を同時に考慮した場合である。(b)は汀線より120~160m離れた陸側境界の地下水水位を海面(静水面)より3m高くして定常浸透流計算を行った結果であり、(c)は満潮時から12時間後に潮位が一定の割合で50cm下がる条件を与え、透水係数 $k = 0.01(\text{cm/s})$ として非定常浸透流計算を行ったときの干潮時の計算結果である。

(b)の陸地境界の高地下水水位条件を与えた場合は、等ポテンシャル線が密になり浸透層内の水平流速が大きくなっている。また、砕波帯内の海底面における鉛直上向き流速も大きくなり、汀線付近での流速は上向きに変わる。(c)の干潮時には陸地の地下水水位が海面より高くなっており、陸地の自由表面付近で鉛直下向きの流速が現れる。海底面での鉛直上向き流速の最大値は(a)に対してそれぞれ(b)が1.5倍、(c)が1.2倍であり、与えられた条件では、底質の移動に関する海底面での鉛直上向き浸透流に関して、陸地境界の高地下水水位条件および潮汐の影響はwave set-upの影響より小さいけれどもその流速を増加させる要因となっている。したがって、海岸侵食の二次要因として浸透流を考慮する必要がある場合には、wave set-upに加えて陸地境界の地下水水位条件および潮汐も同時に考慮すべきであることがわかる。

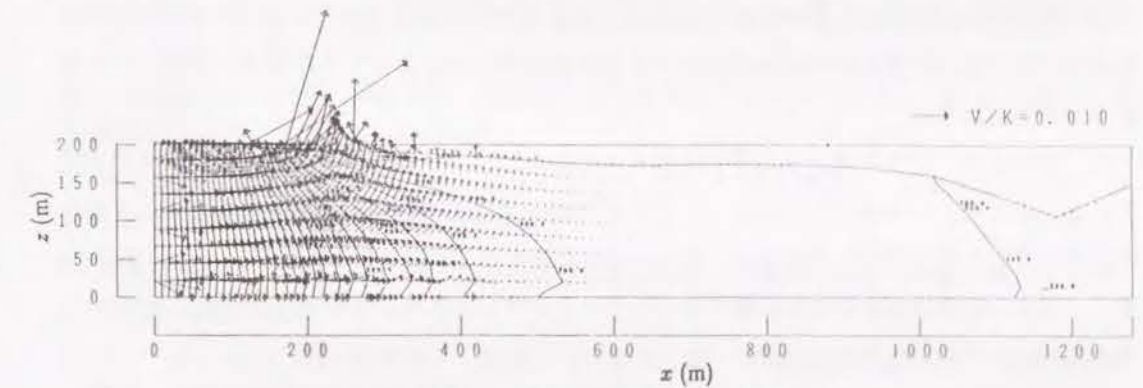
### 3.6 結 語

以上、この章では、第2章で展開された非定常浸透流の基礎方程式および海岸地下水の理論の応用として、砂浜海岸における浸透流の境界条件としての平均海面の空間分布の算定法および三次元非定常浸透流解析法について検討し、糸魚川海岸に適用して砂浜海岸の海岸地下水の挙動を明らかにした。これにより得られた主な成果を要約すると、次のようである。

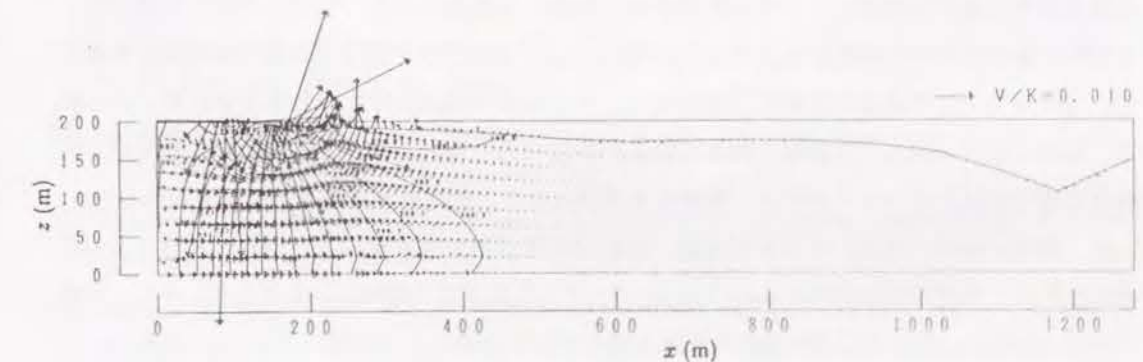
- 1) 砂浜の地下水水位を人工的に下げて浜砂の堆積を促進させようとする浜漂砂制御工法および地下水水位と漂砂の関連についての従来の研究を紹介し、砂浜海岸地下水が底質の移動に関して海浜変形の一要因になっている可能性があることを示した。
- 2) Wave set-upによる浸透流についての Longuet-Higgins<sup>1)</sup>の理論解および赤村<sup>2)</sup>の断面二次元での数値解析を参考として、現地の砂浜海岸地下水の流速分布および圧力分布を求めるために、なお残されている問題点を明らかにした。すなわち、複雑な海底地形を有する現地海岸



(a) Wave set-upのみ考慮した場合 (上図は平均海面を示す)



(b) Wave set-upと陸側境界の高地下水水位を考慮した場合



(c) Wave set-upと潮汐を考慮した場合

図-3.23 海浜断面における浸透流速ベクトル



では浸透流の境界条件として波浪による平均海面の空間分布を与える必要があること、この平均海面の空間分布を求めるためには波高および波向き空間分布をできるだけ正しく算定する必要があること、また、潮汐、陸側の境界条件として与えられる背後地の地下水位の空間分布、および透水係数の分布も考慮すべきであることを述べた。さらに、潮汐を考慮する場合は背後地の地下水位が変動するために非定常問題としての取扱いが必要であることを、海底および陸地の砂層の両方を解析対象領域とした三次元非定常浸透流解析法が必要であることを示した。

3) 砂浜海岸地下水の境界条件である平均海面の空間分布は、波浪変形計算および海浜流計算によって求められる。そこで、固定直交座標系で波浪変形計算を精度良く行うための方法論を示した。すなわち、楕円型の緩勾配方程式よりすべての高次項を含む放物型屈折・回折方程式を誘導するとともに、斜め入射の場合に生じる数値的位相誤差を除去するための最適メッシュ比条件および側方境界条件の与え方を検討し、従来の波向き線法の計算結果と比較してその有用性を示した。

4) 波浪変形計算により得られる radiation stress を用いた水平二次元海浜流の数値計算法を述べ、海浜流の流速と同時に得られる全水深と静水深の差によって平均海面の空間分布を求める方法を示した。

5) 現地海岸における地下水の挙動を解析するためには、三次元非定常浸透流解析法が必要となる。そこで、計算機の記憶容量および計算時間の点で、有限要素法および差分法よりも有利とされている境界要素法を採用し、自由表面を計算することのできる数値解析法を提案した。また、既存の計算結果および解析解が得られている定常および非定常の地下水問題に適用して、その精度および収束性を確認した。

6) 新潟県糸魚川海岸は1970年冬期の異常波浪により海岸護岸が各所で倒壊し甚大な被害を被ったが、その海岸決壊箇所と波浪の集中箇所は必ずしも一致しておらず、海岸地下水が海岸侵食を助長したのではないかとと思われるため、当時の波浪条件によって波浪変形計算を行うとともに、海岸地下水の挙動を wave set-up、潮汐および陸側境界の地下水位条件を同時に考慮して、三次元の非定常浸透流計算により解析し、その流速分布および圧力分布を求めた。その結果、底質の移動を助長する鉛直上向きの流速が砕波帯内で現れ、それと波浪の集中箇所とが重なる位置で被災していることから、浸透流が海岸侵食の二次的要因である可能性を指摘した。

7) 糸魚川海岸の波浪による平均海面の空間分布を波浪変形計算および海浜流計算によって求めた結果、波浪の集中箇所と wave set-up が大きくなる場所は対応しておらず、また、汀線での wave set-up の分布は海底地形の影響を強く受けていることがわかった。

8) 砂浜海岸地下水の鉛直上向き流速が最も大きくなる位置は、従来の研究では砕波点とされていたが、現地海岸では汀線直近の平均海面の勾配が大きく変わる位置であることがわかった。

9) 陸地の地下水位が海面よりも高い場合は汀線直前に浸出面が現れ、浸透層内の水平流速および砕波帯内の鉛直上向き流速が大きくなる。また、干潮時には陸地の地下水位が海面より高くなっており、陸地の自由表面付近で鉛直下向きの流速が現れる。

## 参考文献

- 1) Longuet-Higgins, M. S. (1983): Wave set-up, percolation and undertow in the surf zone, Proc. R. Soc. Lond., A 390, pp.283-291.
- 2) Akamura, S.: Groundwater effect on beach changes, Master thesis, Kyoto univ., 1989, pp.15-25.
- 3) Chappel, J.: サーフ・ビーチ保全のための新技術, 土木学会誌, Vol.60, No.11, 1975, p.85.
- 4) Machemehl, J. L., T. J. French and N. E. Huang: New method of beach erosion control. Civil Engg. in the Oceans, ASCE, pp.142-160, 1976.
- 5) 土屋義人・河田恵昭: 浜漂砂に及ぼす吸水の影響について, 第27回海岸工学講演会論文集, 1980, pp.270-274.
- 6) 佐藤道郎・浦上博行・西原克夫: 海岸地下水の浸出による前浜の砂流出, 第33回海岸工学講演会論文集, 1986, pp.233-237.
- 7) 柳嶋慎一・加藤一正・片山 忠・磯上知良・村上裕幸: 地下水位低下の前浜地形変化におよぼす影響, 海岸工学論文集, 第38巻, 1991, pp.266-270.
- 8) 佐藤道郎・秦 禎勝: 前浜地下水の吸水による海浜変形の実験, 海岸工学論文集, 第39巻, 1992, pp.336-340.
- 9) 片山 忠・黒川 誠・柳嶋慎一・加藤一正・長谷川徹: 透水層設置による前浜地下水位の制御, 海岸工学論文集, 第39巻, 1992, pp.871-875.
- 10) Bruun, P.: Coast Erosion and development of beach profiles, Beach Erosion Board, Tech. Memo. No.44, 1954, pp.82.
- 11) Dean, R. G.: Equilibrium beach profiles, U.S. Atlantic and Gulf Coasts. Ocean Eng. Rep. No.12, Dep. Civ. Eng., Univ. Delaware, 1977.
- 12) Lozano, C. J. and P.L-F. Liu: Refraction-diffraction model for linear surface water waves, J. Fluid Mech., Vol. 101, 1980, pp.705-720.
- 13) Radder, A. C.: On the parabolic equation method for water-wave propagation, J. Fluid Mech., Vol. 95, 1979, pp.159-176.
- 14) Tsay, T. K. and P. L-F. Liu: Numerical solution of water-wave refraction and diffraction problems in the parabolic approximation, J. Geophys. Res., Vol. 87, 1982, pp.7932-7940.
- 15) 磯部雅彦: 波向線座標における放物型方程式を用いた屈折・回折の計算法, 第33回海岸工学講演会論文集, 1985, pp.95-99.



- 16) 平口博丸・丸山康樹：斜め入射波に対する放物型方程式の適用性の拡張，第33回海岸工学講演会論文集，1985，pp.114-118.
- 17) 土屋義人・山下隆男・山元淳史：放物型屈折・回折方程式の数値計算法と現地海岸への適用，第34回海岸工学講演会論文集，1987，pp.96-100.
- 18) 山下隆男・土屋義人・阿曾克司：長期海浜変形予測モデル，海岸工学論文集，第39巻，1992，pp.411-415.
- 19) Berkhoff, J. C. W.: Computation of combined refraction-diffraction, Proc. 13th Coastal Eng. Conf., 1972, pp.471-490.
- 20) 合田良実：砕波指標の整理について，土木学会論文報告集，第180号，1970.
- 21) Longuet-Higgins, M. S. and R. W. Stewart: Radiation stress and mass transport in gravity waves, with application to 'surf beats', J. Fluid Mech., Vol.13, 1962, pp.481-504.
- 22) Bowen A. J.: The generation of longshore currents on a plane beach, J. Marine Res., Vol.27, No.2, 1969, pp.206-215.
- 23) 山下隆男・土屋義人・熊谷隆宏：安定海浜の形成の数値シミュレーション，海岸工学論文集，第38巻，1991，pp.391-395.
- 24) 榎園正人：境界要素解析，培風館，1986，pp.164-165.
- 25) Liggett, J. A.: Location of free surface in porous media, Proc. ASCE, Vol.103, HY4, 1977, pp.353-365.
- 26) Huyakorn, P. S. and G. F. Pinder(赤井浩一訳)：地下水解析の基礎と応用(下巻)，現代工学社，1987，pp.330-335.
- 27) 岡 太郎：自由水面を有する浸透流の三次元解析手法とその考察，京大防災研究所年報，第14号B，1971，pp.167-187.
- 28) 地下水入門編集委員会編：地下水入門，土質工学会，1983，p.33-35.
- 29) 土屋義人・芝野照夫・山下隆男・白井 亨・山元淳史：糸魚川海岸の侵食制御について，京都大学防災研究所，第29号，B-2，1986，pp.727-762.
- 30) 諏訪 啓・加藤 昇：45.1低気圧による新潟県，糸魚川市「大和川漁港海岸」の災害について，漁港，Vol. 12, No. 2, 1970, pp.31-35.
- 31) 西田俊策・田中則男：昭和45年冬期異常気象による海象と構造物の被害について，第17回海岸工学講演会論文集，1970，pp.185-191.
- 32) 河川局防災課：昭和45年1月低気圧(台湾坊主)による海岸災害について，海岸，Vol.11, 1970，pp.108-124.
- 33) 土屋義人：大規模海岸構造物による海岸侵食の機構，海岸工学論文集，第38巻，1991，pp.436-440.
- 34) 新潟県土木部糸魚川土木事務所：平成3年度防波堤(沖)地方港湾改修姫川港土質調査委託報告書，1991.

## 第4章 沿岸埋立地における地下水の挙動と護岸設計への応用

### 4.1 概説

沿岸埋立地の地下水は潮汐や降雨の影響を受け常に流動しており，埋立地の諸施設の建設工事に際して，その挙動を知ることは極めて重要である。とくに，沿岸埋立地の護岸周辺地盤は，潮汐による海底面での圧力変動や，背後地での土地利用状況に応じた降雨浸透および高地下水位条件の影響を同時に受けているため，地下水が最も大きく流動する場所となる。また，護岸前面の海面と背後地の地下水位で水位差(残留水位差)が生じるため，護岸の安定性を論じるためには埋立地の地下水位，周辺地盤の流速分布および圧力分布を正しく評価する必要がある。

さて，沿岸埋立地の護岸の設計に際し，その設計条件は安全性，機能，重要度，耐用年数，自然状況および経済性などを十分考慮して設定されなければいけない。護岸設計の一般的な手順としては，まず護岸の配置，形式，構造および天端高等を決定しその基本断面を数種類仮定したあと，設計条件に従って外力および荷重として波圧，自重，上載荷重，土圧，残留水圧，浮力，地震力および係船岸の場合は船舶の牽引力を与え，壁体の滑動，転倒，地盤支持力，すべり破壊および沈下に対する検討を行って護岸の安定に対して最も有利な基本断面を決定し，その後細部設計を行う<sup>1)</sup>。この護岸の安定計算に用いられる外力のうち，地下水位が関係する項目としては残留水圧，浮力および主働土圧が挙げられる。図-4.1に示すように，潮汐による護岸前面の海面の変化に対し，裏込めまたは裏埋土内の水位の変化は遅れを生じ水位差を生じる。このときの最大の水位差を残留水位差，それによる水圧を残留水圧という。現行の港湾施設の設計基準である「港湾の施設の技術上の基準・同解説」<sup>2)</sup>では，古土井・片山<sup>3)</sup>の残留水位測定調査結果を基にして，矢板式護岸ではL.W.L.上潮差(H.W.L.-L.W.L.)の2/3，重力式護岸では1/3を残留水位の標準値として定めており，これによる水圧および浮力を考慮するよう規定している。もちろん付近の類似の護岸の残留水位を調査したり，壁体およびその周囲の透水性が時とともに小さくなることを見越してこの標準値よりも大きな残留水位差を考慮することもあるが，残



留水位は護岸の安定計算に影響を与えるため、いたずらに大きく見積もることは経済的に不利であり、設計基準どおりの残留水位を仮定することが多い。

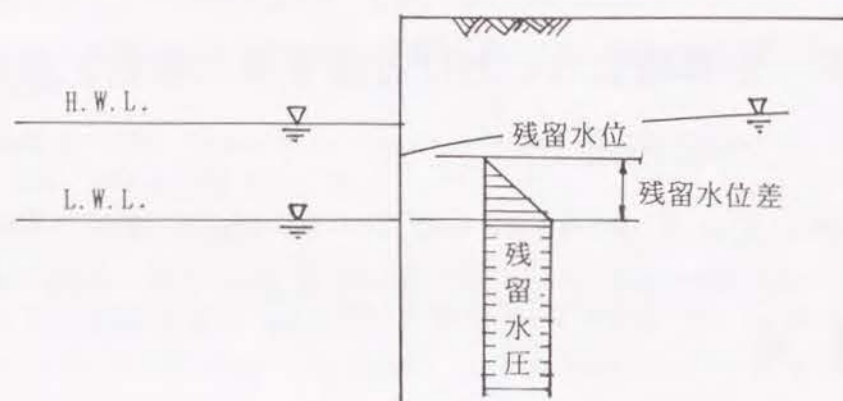


図-4.1 護岸の残留水位の定義

このように、実際の埋立地の護岸設計においては地下水位を推定し設計条件の一つとして用いるが、埋立完了後の埋立地の土地利用状況によっては設計基準を越える地下水位が観測されることがある。例えば、護岸の背後地が未舗装の場合には、雨水や越波水の浸透により残留水位が設計水位よりも上昇し、素堀りの貯水池や側溝がある場合はその位置での高地下水条件が残留水位に影響する。さらに、残留水位の上昇は残留水圧の増加のみならず、浸透流速も大きくし裏埋め土砂の流出による空洞化の原因ともなる。大島・橋本・藤本<sup>4)</sup>、大河原・橋本・斉藤<sup>5)</sup>および安間・石渡<sup>6)</sup>は、海岸護岸・堤防の被災事例の分析により構造物脚部の洗掘と裏込め材の吸い出しによる被災が最も多いことを報告している。また、桑原・中崎・玉井<sup>7)</sup>、<sup>8)</sup>、<sup>9)</sup>は海岸堤防裏込め土砂の空洞化の実態を調査し、衝撃的な碎波圧が海底地盤や護岸の表法被覆壁に作用することによる裏埋め土砂の動的な挙動を研究し、地下水位の変動は無視して高波浪だけで空洞化の機構を説明しようとしている。これに対して豊島<sup>10)</sup>は、高波浪時の越波した海水や降雨などによって護岸の裏埋め土砂の流出空洞化が生じることを説明しているが、バットレスタイプ護岸の吸い出しによる被災対策として表面に排水孔を設けることを提案するにとどまっておらず、具体的な解析は行われていない。しかし、沿岸埋立地の護岸の設計に際しては、潮汐による護岸背後の地下水位変動および背後地の土地利用計画に応じた高地下水条件等を同時に考慮して、護岸設計条件である残留水位を決定する必要がある。

沿岸埋立地の不圧地下水の地下水位変動については、すでに 2.4 節で準一様流の仮定または速度ポテンシャル接続法を用いて、潮汐および陸側境界の高地下水条件を考慮した理論解を誘導した。本章では、潮汐、降雨および陸側境界の高地下水条件を同時に考慮した浸透流の

数値解析を行い、護岸の残留水位および浸透流の流速分布に着目し、それらの外力が護岸の安定性に与える影響について検討する。すなわち、4.2 節では、矢板式護岸の残留水位に与える潮汐・降雨または陸側境界の高地下水条件の影響を非常浸透流計算により解析する。また、実際に残留水位が高く護岸の安定性が損なわれている矢板式護岸に浸透流解析を適用し、地下水位低下工法を採用し施工した実例を示す。次に、4.3 節では、裏埋め土砂流出が問題となっているセルラブロック積み重力式護岸の損傷の実態を示し、護岸周辺地盤の浸透流解析を行うことにより裏埋め土砂流出の機構を解明して、その設計法の確立に寄与する。

## 4.2 矢板式護岸の残留水位と安定性

### 4.2.1 護岸周辺地盤の浸透流解析法

#### (1) 基礎方程式と境界条件

護岸周辺地盤の浸透流の基礎方程式は、非圧縮性を仮定し速度ポテンシャル

$$\phi = k \left( z + \frac{p}{\rho g} \right) \quad (4.1)$$

を用いれば、次の Laplace の式で表される。

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad (4.2)$$

ここに、 $\rho$  は流体密度、 $p$  は圧力、 $g$  は重力加速度および  $k$  は透水係数である。座標系は護岸の平均海面に原点、鉛直上方に  $z$  軸および水平陸方向に  $x$  軸をとる。

さて、解析対象領域を図-4.2 のように考える。点 A および D は護岸から十分離れた位置に設定し、面 BC は不透水層との境界面で、点 F は矢板根入れ先端部である。式 (4.2) に対する境界条件は、それぞれ次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \phi|_{AB} = \phi|_{GA} = k\eta_0 \\ \phi|_{CD} = k\eta_L \\ \frac{\partial \phi}{\partial z} \Big|_{BC} = \frac{\partial \phi}{\partial x} \Big|_{EF} = \frac{\partial \phi}{\partial x} \Big|_{FG} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (4.3)$$

ここに、 $\eta_0$  は海面および  $\eta_L$  は点 D の地下水位を示す。自由表面（地下水面）DE では  $z = \eta(x, t)$  の値は未知であるが、力学的および運動学的条件はそれぞれ次式で与えられる。





岸の形状、透水係数、降雨量および地下水位条件と残留水位との関係を明らかにする。なお、潮汐は周期  $T = 12\text{hr}$ (半日周潮) および潮差  $2a = 2\text{m}$  として海面変動を  $\eta_0 = a \sin(2\pi t/T)$  で与え、モデルの地盤幅は陸側  $w_1 = 100a$  および海側  $w_2 = 50a$  に固定して検討する。

はじめに、護岸前面水深  $h_0 = 10a$ 、海底浸透層厚  $d_0 = 10a$ 、根入れ長  $d_1 = (3/5)d_0$  および透水係数  $k = 0.1\text{cm/s} = 43.2a/T$  としたときの潮汐のみによる護岸背後の地下水位の時間的変化を図-4.3 に示す。地下水位の振幅は潮汐の  $1/4$  でその遅れは  $1.85\text{hr}(0.154T)$  である。水位差は L.W.L. 時 ( $t = 9\text{hr}$ ) に  $0.876a$  と計算されたが、最大の水位差は約 30 分前の  $t = 8.55\text{hr}$  の時に現れ  $0.899a$  であった。しかし、その差は僅かであり、L.W.L. 時の方が主動土圧が大きくなることを考慮すれば、設計基準どおり L.W.L. 時の水位差を残留水位差として護岸の安定計算を行えばよいであろう。図-4.4 は、 $t = 9\text{hr}$ (L.W.L.) のときの流速ベクトルの分布である。流速の最大値は矢板根入れ先端部で現れている。等ポテンシャル線は根入れ先端を中心とした同心円状になっており、流速は根入れ先端からの距離に反比例した大きさであることがわかる。また、H.W.L. 時にはこれと流速の大きさは全く同じでその方向が逆である流速ベクトル分布図が得られる。

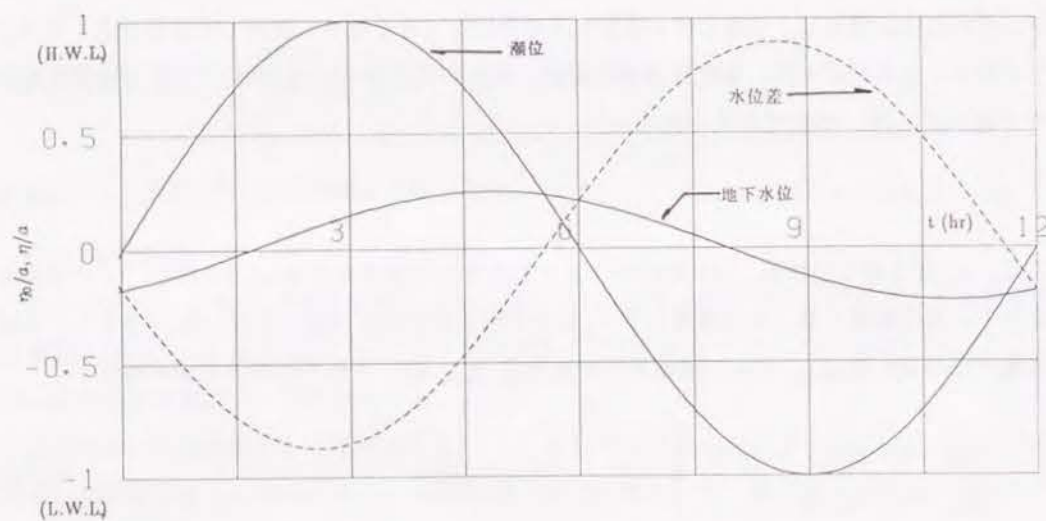


図-4.3 潮位  $\eta_0$  と地下水位  $\eta$  の時間的変化

表-4.1 は護岸前面水深  $h_0$ 、海底浸透層厚  $d_0$ 、根入れ長  $d_1$  および透水係数  $k$  を変えて同様な解析を行い、残留水位差  $\eta_{max}$  の計算結果を示したものである。与えた条件で大差はないが、前面水深  $h_0$ 、海底浸透層厚  $d_0$  および根入れ長比  $d_1/d_0$  が大きいほど、また透水係数  $k$  が小さいほど残留水位差  $\eta_{max}$  は大きくなる傾向にあることがわかる。ただし、どの条件でも残留水位差は  $1.0a$  を越えることはなく、降雨や陸側境界の高地下水位条件を考慮しない場合は、残留

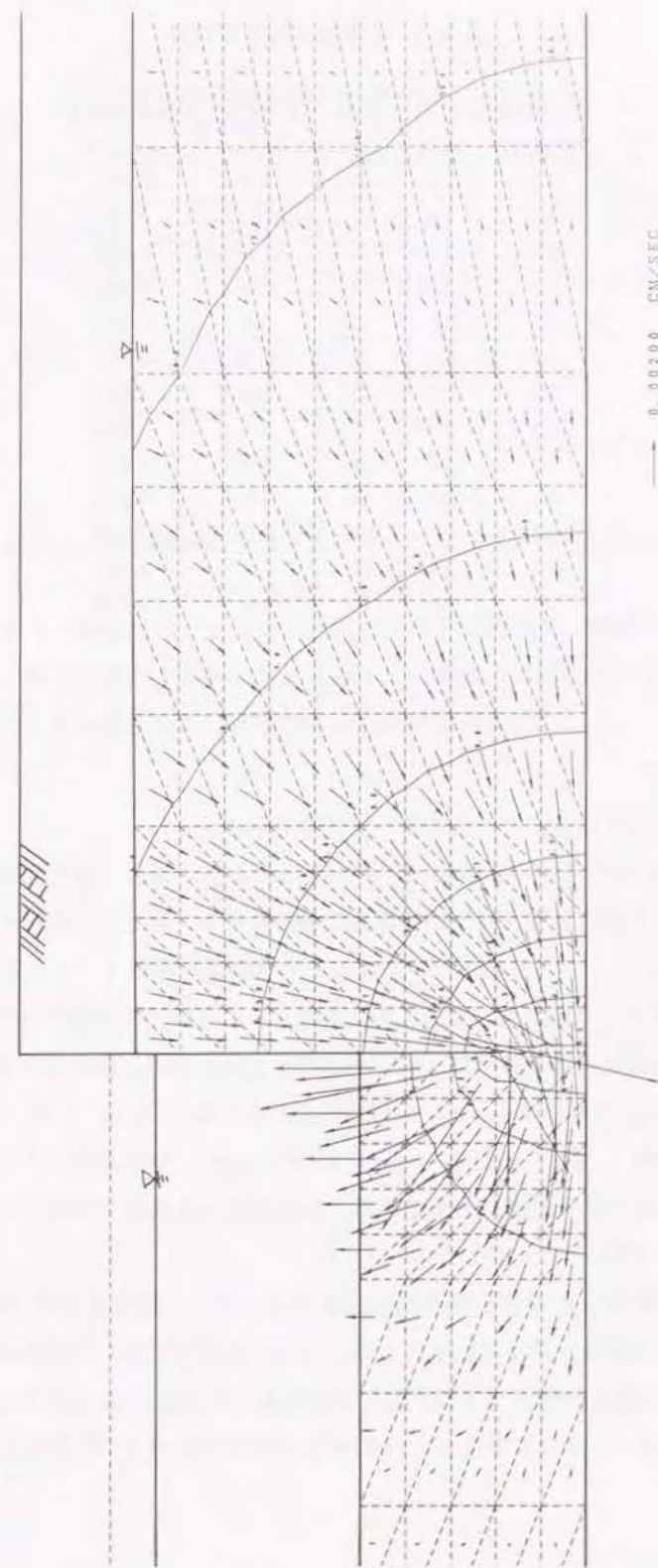


図-4.4 L.W.L. 時の流速ベクトルの分布と等ポテンシャル線



表-4.1 残留水位の計算結果

透水係数 $k(\text{cm/s})$	水深 $h_0/a$	層厚 $d_0/a$	根入れ長 $d_1/d_0$	残留水位差 $\eta_{\text{max}}/a$
0.1	10	4	0.5	0.810
0.1	10	6	0.33	0.786
0.1	10	6	0.67	0.863
0.1	10	10	0.2	0.763
0.1	10	10	0.4	0.821
0.1	10	10	0.6	0.876
0.1	10	10	0.8	0.913
0.1	10	20	0.1	0.746
0.1	10	20	0.3	0.848
0.1	10	20	0.5	0.900
0.1	10	20	0.7	0.934
0.1	10	20	0.9	0.961
0.1	6	10	0.6	0.829
0.1	4	10	0.6	0.747
0.01	10	10	0.6	1.0
0.001	10	10	0.6	1.0

水位差は設計基準の  $(4/3)a$  より安全側の小さい値を示す。

次に、陸側境界における地下水位  $\eta_L$  が平均海面より高い場合、または降雨により降雨浸透率  $R$  の供給が自由表面にあった場合の残留水位を計算する。ただし、前面水深  $h_0/a = 10$ 、海底浸透層厚  $d_0/a = 10$ 、根入れ長比  $d_1/d_0 = 0.6$  および透水係数  $k = 0.1\text{cm/s}$  を固定する。図-4.5 は、陸側境界で  $\eta_L = 2a$  または  $4a$  を与えたときの護岸背後の地下水位の時間的変化である。L.W.L. 時の残留水位はそれぞれ  $1.57a$  および  $2.31a$  となり、設計基準を上回る値になっている。また、 $\eta_L = 2a$  の場合は H.W.L. 時に水位差が負になるが、 $\eta_L = 4a$  の場合は常に地下水位の方が海面より高い。図-4.6 は  $\eta_L = 2a$  の場合の L.W.L. 時の流速ベクトルである。図-4.4 と比べると、全体的に水平流速が大きくなり、矢板根入れ先端部では等ポテンシャル線が密で流速は約 2 倍になっていることがわかる。

同様に、降雨を考慮した場合も残留水位差は大きくなり、降雨浸透率  $R = 10, 20$  および  $30\text{mm/hr}$  に対して残留水位差はそれぞれ  $1.11a, 1.32a$  および  $1.54a$  と計算され、 $R = 30\text{mm/hr}$  の場合は設計基準を越えた値となる。このときの流速の方向は、図-4.7 からわかるように全体的に鉛直流速が大きく、やはり矢板根入れ先端での流速は図-4.4 の約 2 倍となっている。

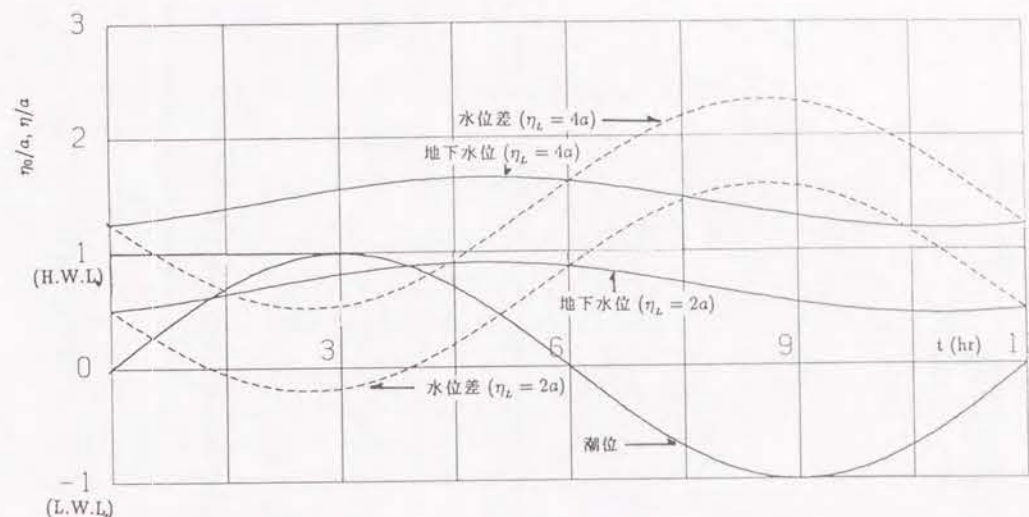


図-4.5 潮位  $\eta_0$  と陸側境界の高地下水水位条件による地下水位  $\eta$  の時間的変化

以上の数値解析から、潮汐のみにより地下水位が変動する場合は、残留水位差は設計基準値より安全側の小さい値を示すが、陸側境界の高地下水水位条件や降雨条件を与えた場合は、設計基準値より危険側の大きな値となる可能性があることがわかる。

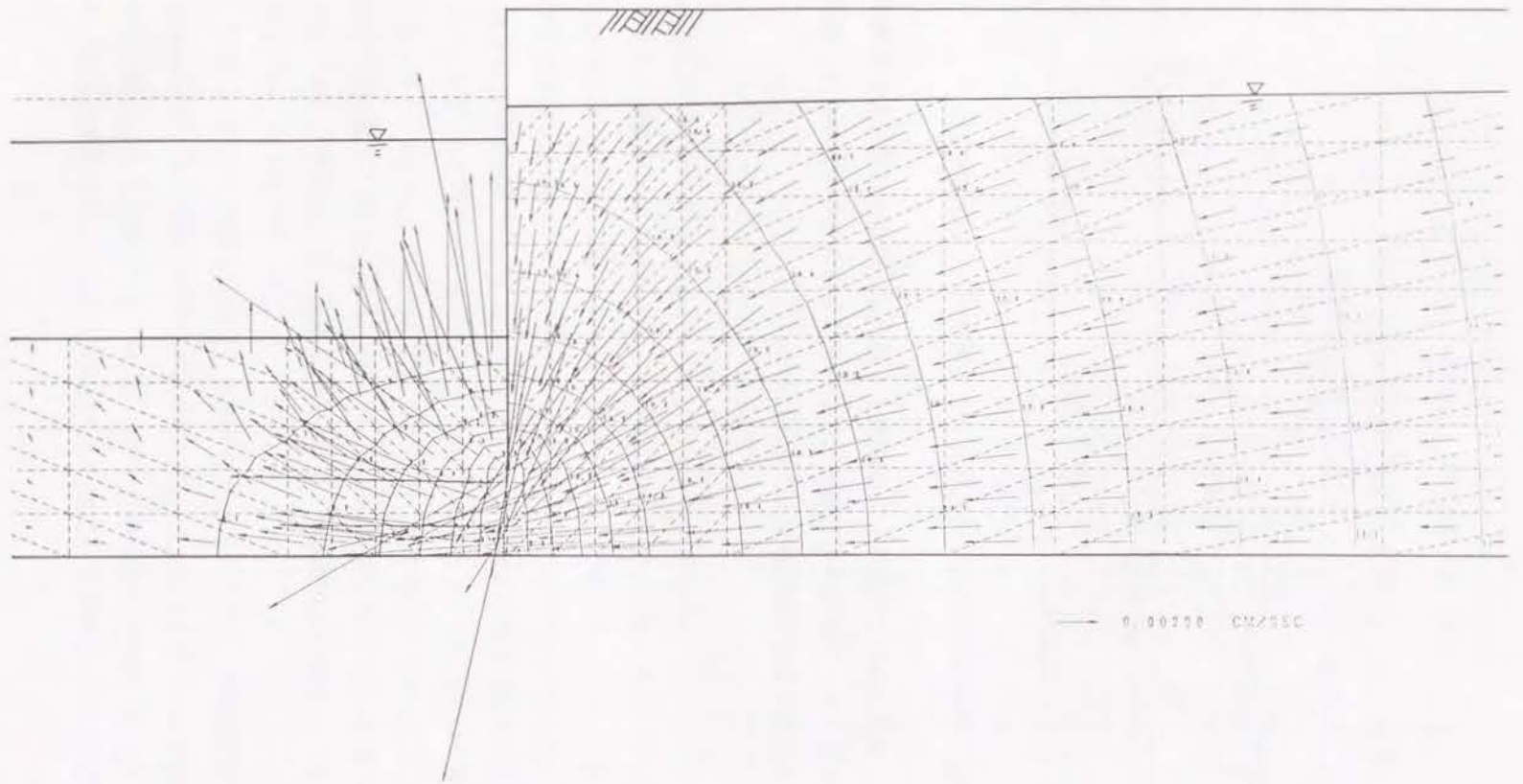


図-4.6 陸側境界の地下水位 $\eta_L = 2a$ を与えた場合の流速ベクトルの分布と等ポテンシャル線

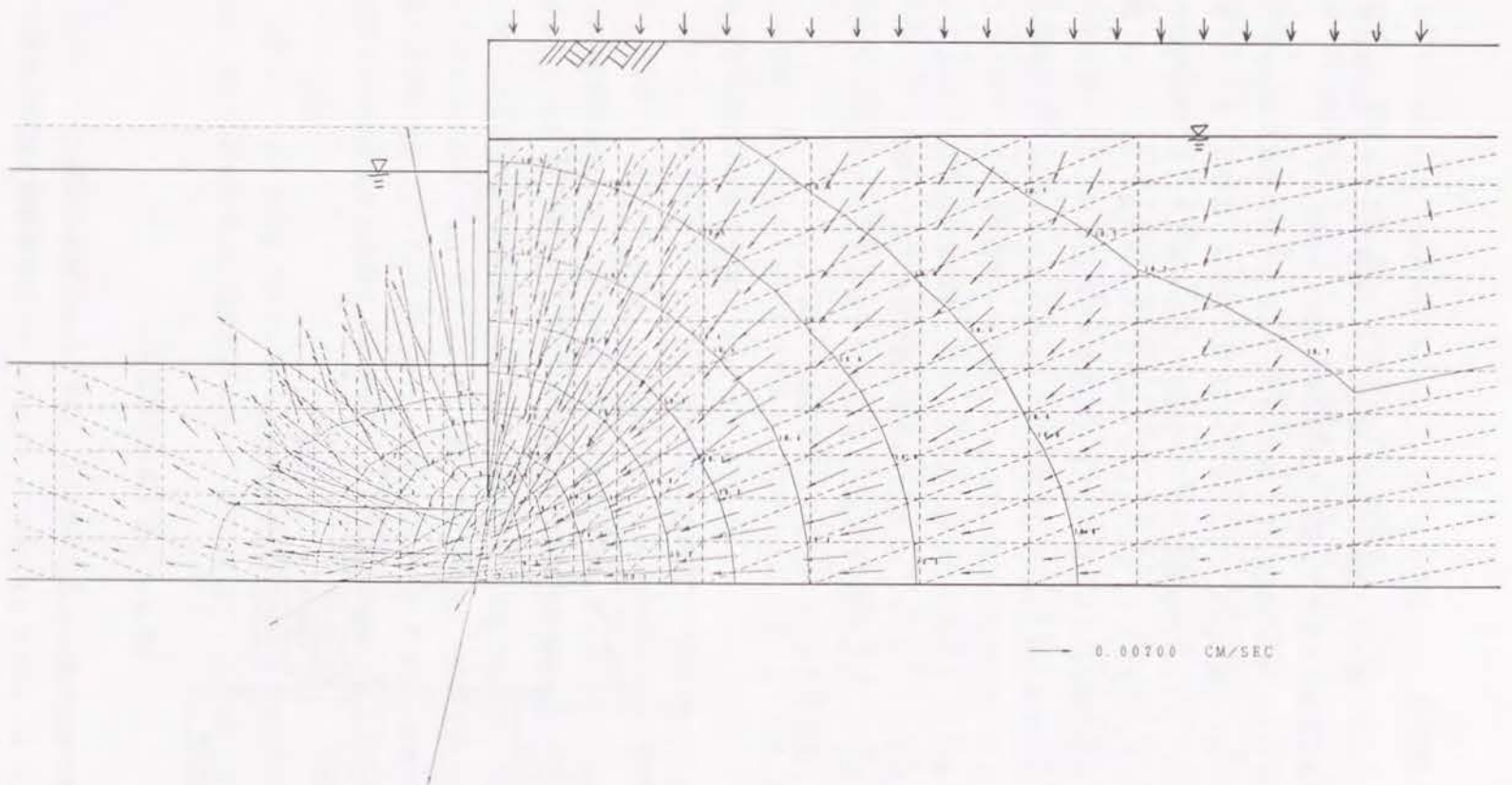


図-4.7 降雨浸透率  $R = 30\text{mm/hr}$  を与えた場合の流速ベクトルの分布と等ポテンシャル線



### 4.2.3 実護岸への適用例

残留水位が設計値よりも高い場合は、護岸の安定性向上のために残留水位を下げる必要がある。ここでは、矢板式護岸の地下水位低下工事に浸透流解析を適用した例を示す。

対象としたのは、昭和48年に埋立用護岸として築造された千葉県袖ヶ浦市の延長880mの鋼矢板式護岸である。この護岸は図-4.8に示すように、FSPII型の鋼矢板、鉄筋コンクリート製コーピング、SS41のタイロッドおよび鉄筋コンクリート製控え版から構成される。護岸背後の残留水位は設計基準および追計算により、A.P.+1.34mで設計されたと推定される。しかし、護岸背後地はほとんど未舗装で雨水は容易に浸透し、さらに護岸から約50mのところ露天掘りの貯水池があるため、護岸背後の地下水位は設計値よりも3m高いA.P.+4.35mが最高水位として記録されている。また、護岸前面の水深は昭和48年建設当時干潮海面から1mであったと推定されているが、洗掘によって海底面が年毎に低下し、平成2年には水深が2.3~2.9mとなり受動土圧の低下が心配された。さらに、鋼矢板の海中部は電気防食により防食されているが、飛沫帯では電気防食が効果なく腐食が進行するため、昭和63年の調査では原寸10.5mmに対し6.0~8.3mmに減肉し、鋼矢板の曲げモーメントに対する耐力が低下した。

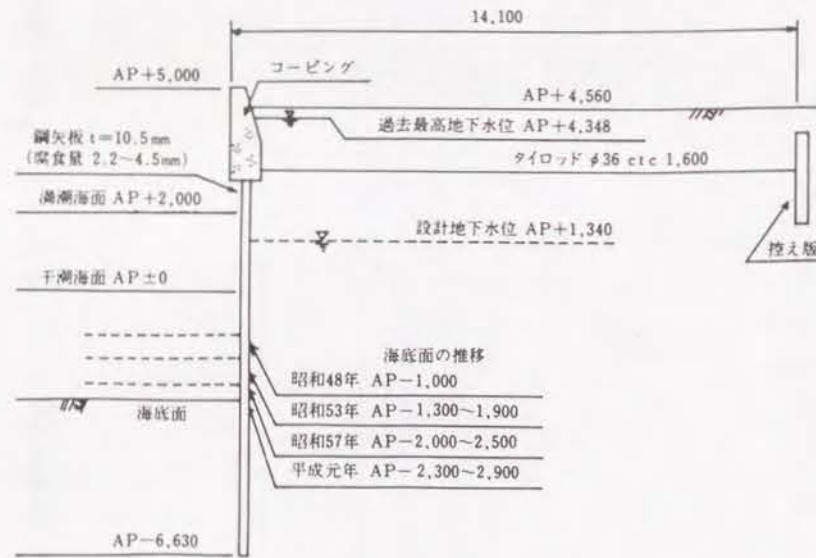


図-4.8 矢板式護岸の断面図

図-4.9は、この護岸周辺地盤の浸透流解析によって得られた工事前の流速ベクトルの分布図である。透水係数  $k$  は、地表面 A.P.+4.56 ~ -4.6m については現場透水試験の結果から  $1.4 \times 10^{-2}$  cm/s、また A.P.-4.6 ~ -10.6m については粒度試験の結果から 2.3 節で示した方法

を用いて  $9.3 \times 10^{-4}$  cm/s と推定し、A.P.-10.6m を不透面とした。また、露天掘りの貯水池を考慮し、護岸より 50m 離れた陸側境界の地下水位を  $\eta_L = A.P.+4.6m$  として与えている。透水層下層の透水係数が小さいため、矢板根入れ先端で等ポテンシャル面が密になっているが、流速はあまり大きくない。また、護岸背後の地下水位も A.P.+3.93 ~ +3.96m と潮汐による変動はほとんどないことから、貯水池による陸側境界の高地下水条件の影響が大きいことがわかる。

そこで、護岸から 6m の距離で H.W.L.(A.P.+2.0m) の位置に護岸と平行に有孔管を入れて集水し、ここでの地下水位を強制的に下げること考える。図-4.10 は、このときの流速ベクトルの分布図である。残留水位を A.P.+2.17m まで低下させることが可能となり、図-4.9と比較すると有孔管より陸側では水平流速が大きくなっているけれども、矢板先端部での流速は 55% に小さくなるのがわかる。

こうした結果を踏まえ、設計値よりも大きくなっている残留水圧を下げて護岸の安定性を回復するために、地下水位低下工法を採用した場合の設計標準断面図を図-4.11 に示す。この工法では主動土圧の影響線内の地下水位を下げるために、地下水を碎石層と有孔管(集水のための小さい穴のついたポリエチレン管)により集水し自然流下方式で海に排水する。ただし、海水の逆流を極力防ぐため、有効管の位置は H.W.L. とした。なお、有孔管周辺の碎石層は不織布で覆い、碎石および有孔管の目詰り防止を図っている。

さらに、有効管敷設のために掘削した地盤の埋め戻しに軽量材を用い、主動土圧も低減させた。すなわち、高発泡倍率 ( $16 \text{ kgf/cm}^2$ ) の EPS(発泡スチロール) ブロック<sup>13), 14)</sup> を高さ 1m、幅 5m の範囲に入れ、その上部にやはり軽量(単位体積重量  $1.4 \text{ t/m}^3$ ) でかつ止水性の良い流動床灰を土砂代替として埋め戻した。この流動床灰は石炭循環流動層ボイラから排出される石炭灰であり、石炭燃焼時に脱硫材として石灰石を投入するため燃料石炭中の灰分の他に硫酸カルシウムや未反応脱硫材 (CaO) を含んでおり、加水により硬化する性質があるため土木利用および道路利用が研究されている<sup>15), 16)</sup>。また、海底面には捨石工を施工し海底面を保護するとともに、海側から矢板を支える受動土圧を増加させる。鋼矢板の飛沫帯には重防食を施工し、腐食の進行を止めた。

これらの工法を採用した結果、表-4.2 に示す検討項目において本護岸の安定性の向上が確認され、高い残留水位をもつ既設護岸において地下水位低下工法が有効であることが示された。

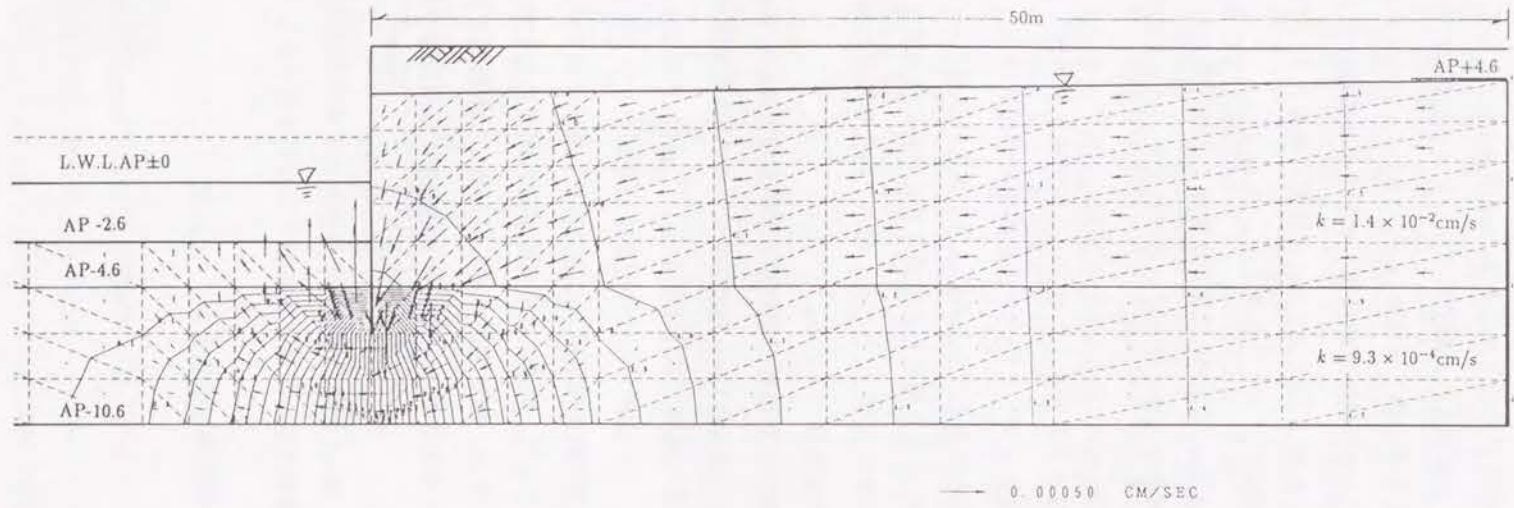


図-4.9 工事前の流速ベクトルの分布と等ポテンシャル線

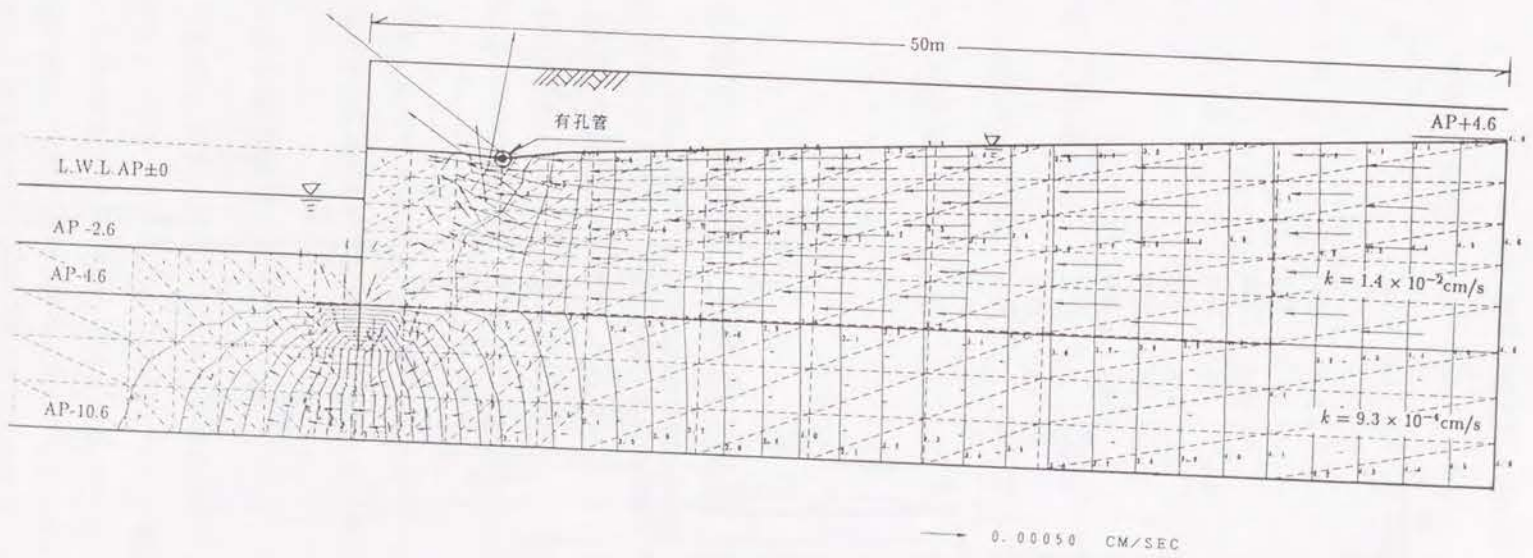


図-4.10 工事後の流速ベクトルの分布と等ポテンシャル線





した護岸は延長約 1500m で場所により構造形式が異なるが、最も陥没が頻発するのは図-4.12 に示すセルラーブロック積み重力式護岸 (400m) である。

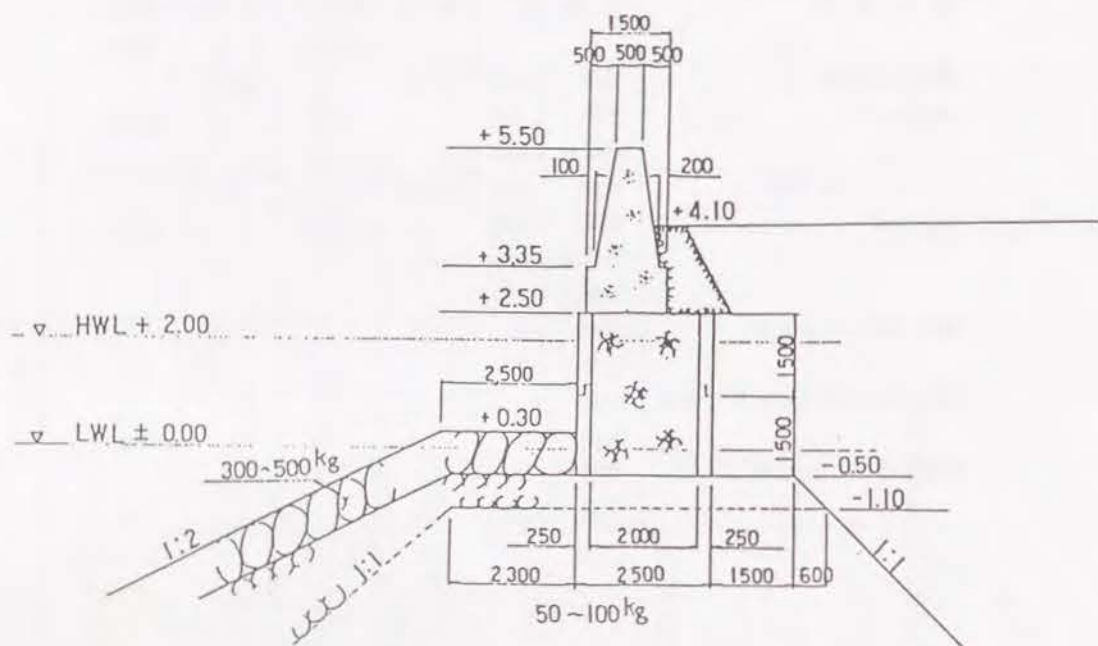


図-4.12 セルラーブロック積み重力式護岸の断面図

アスファルト舗装の陥没は、裏埋め土砂の流出空洞化によって生じると考えられるが、アスファルトのアーチアクションによりある程度の大きさになってはじめて陥没するため、空洞位置を目視により発見することは極めて困難である。そこで、電磁波を利用した地中レーダーによりアスファルト舗装下の空洞を調査し、試掘によってその状況を調べた。地中レーダーによる調査では 17 箇所で見異常が発見されたが、そのうち図-4.12のタイプの護岸背後を試掘した結果の一例を図-4.13 および写真-4.1 に示す。ここでは、路面下に 35~40cm 規模の空洞が確認された。また、試掘箇所より土質試料を採取し物理試験を行ったが、空洞位置の試料の間隙比は他の場所に比べて 0.1~0.4 も大きくなっていることがわかった。

一方、セルラーブロック、その下部の捨石および被覆石の損傷状況を、目視および潜水により調査した。その結果、セルラーブロック間の目地損傷、セルラーブロックと捨石間の間隙および被覆石の一部欠落が認められた。写真-4.2 に示すように、とくにセルラーブロック下部の間隙は大きく、奥行きは 0.5~1.5m に達しており、その位置は地中レーダーによる空洞箇所とほぼ一致していた。また、空洞試掘箇所に着色水を流し込んだところ、すぐにその間隙から流出することから、ブロックおよび被覆石の損傷が裏埋め土砂の流出原因の一つであることがわかった。

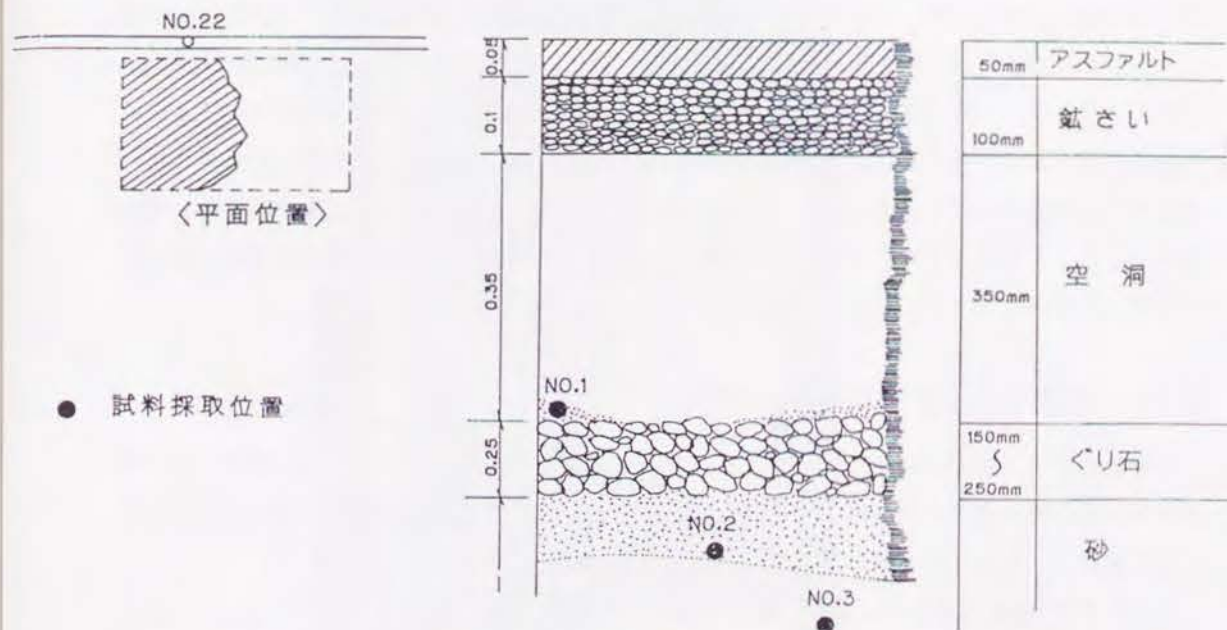


図-4.13 護岸背後の試掘調査結果

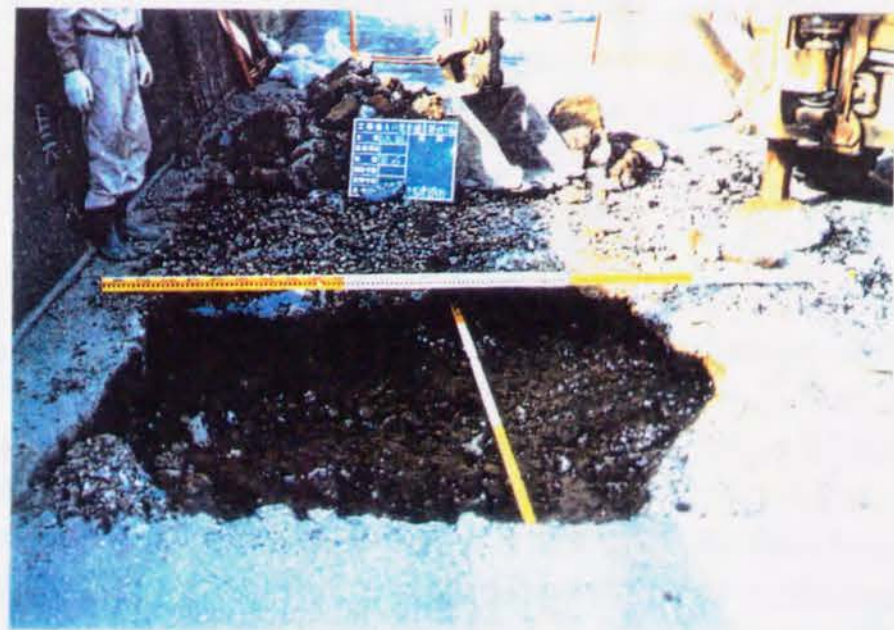


写真-4.1 護岸背後の路面下の空洞状況



また、護岸パラベット背後から距離  $L = 2\text{m}$  および  $19\text{m}$  の位置で、1991年8月25日から30日間地下水位を測定した。晴天時および降雨時の代表的な記録を図-4.14に示す。 $L = 19\text{m}$ での地下水位は潮汐とほとんど連動せず、晴天時には約  $2\text{m}$  でほぼ一定であり、降雨時には約  $3\text{m}$ にまで上昇する。一方、護岸背後の  $L = 2\text{m}$ での地下水位は、潮汐と同時に陸側の高地下水位の影響を受けており、常に海面より高く、その残留水位  $1\text{m}$  は設計基準の標準値  $0.67\text{m}$  を上回っていることがわかる。したがって、とくに大雨時には、海方向の浸透流の流速が設計時に推定されたものよりも大きくなっているのは明らかで、埋立地の高地下水位が護岸裏埋め土砂の流出の第2の原因になっていると考えられる。

### 4.3.2 浸透流の流速分布と流出機構

実態調査により明らかになったブロックと捨石の損傷、被覆石の一部欠落および埋立地の高地下水位と、護岸裏埋め土砂の流出とを関係づけるために、護岸周辺地盤の浸透流を数値計算により解析し、流速分布を求める。

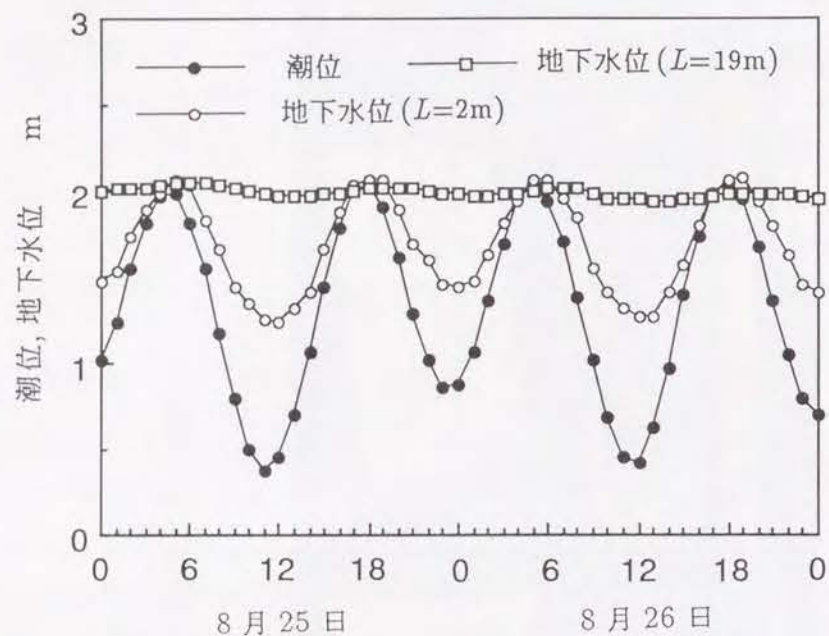
この護岸の地盤の標準的な土層は、地表面 (AP+4.10) から AP-2.00 までの埋立土、AP-8.00 までの中砂およびそれ以下のシルト混じり中砂により構成されている。したがって、数値計算においては AP-8.00 を不浸透面として与える。また、透水係数  $k$  については、当初埋立土は粒度試験結果から 2.4 節の方法を用いて  $4.2 \times 10^{-3}\text{cm/s}$ 、中砂は  $1.0 \times 10^{-2}\text{cm/s}$  および捨石は  $1.0 \times 10^2\text{cm/s}$  と設定したが、実際の地下水位記録を数値計算で表現することができず、何度か透水係数を変えて計算を試みた結果、最終的に全ての透水層の透水係数を  $4.2 \times 10^{-2}\text{cm/s}$ 、間隙率を 0.308 とした。地下水位記録に合わせた透水係数が妥当であるならば、捨石層の透水性がかなり小さくなっていることを意味する。また、護岸背後の埋立土層には建設時の仮設路盤などが残されてかなり複雑になっており、より正確な透水係数を知るためには現場透水試験が必要であろう。

数値計算法は 4.3 節で述べた有限要素法を用い、図-4.12の護岸断面を 169 の要素に分割して、周期  $T = 12\text{hr}$  (半日周潮) および潮差  $2\text{m}$  の潮汐を与え、4 ケースの計算を行った。図-4.15 は、時刻  $t = 6\text{hr}$  (H.W.L. より 6 時間後の M.S.L 時) における流速ベクトルの分布と等ポテンシャル線の計算結果である。また、表-4.3 は、護岸背後の 8 要素で計算される流速を  $t = 6\text{hr}$  (M.S.L) および  $t = 9\text{hr}$  (L.W.L.) について示したものである。要素 No.1 および 2 は自由表面付近、No.7 および 8 は捨石に接する埋立土の最深部であり、奇数番号はブロックから  $0.25\text{m}$ 、偶数番号は同じく  $0.50\text{m}$  の距離である。なお、護岸背後の地盤の土粒子の大きさとそれに対する浸透破壊発生条件としての限界流速の関係については数多くの実験が行われ、浸透破壊の形態、限界流速の定義および土試料の不均一性の違いによって 1 オーダー以上幅のある限界流速値が提案され

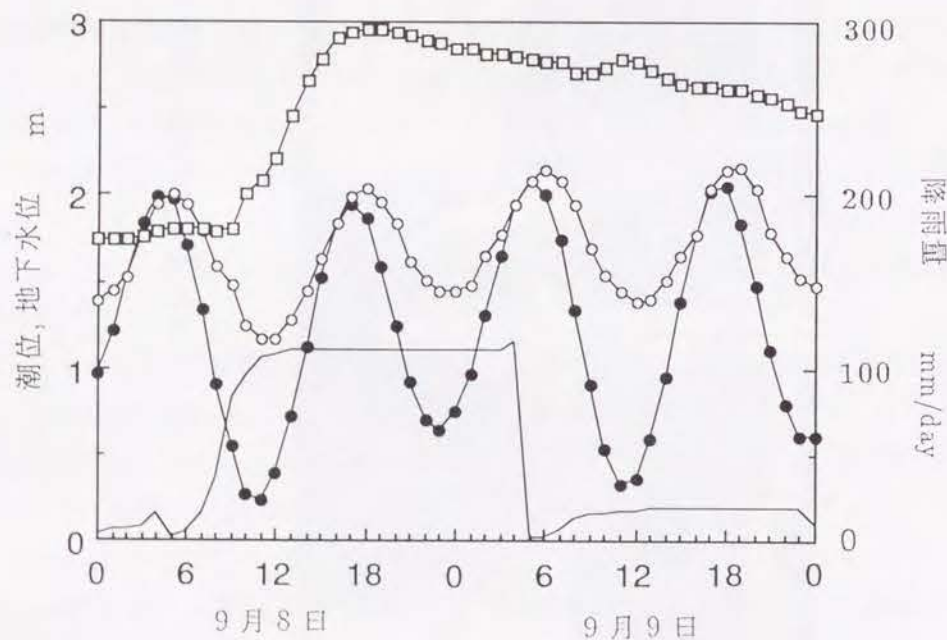


写真-4.2 護岸前面から見たセルラブロック下部の損傷状況





(a) 晴天時



(b) 降雨時

図-4.14 潮位, 地下水位および降雨量の記録

ており<sup>17), 18)</sup>, ここで対象とする埋立土および中砂 ( $D_{50} = 0.20 \sim 0.57 \text{ mm}$ ) の限界流速値はそれらの実験結果を参考にすると  $1 \times 10^{-2} \sim 4 \times 10^{-1} \text{ cm/s}$  と推定される。しかし, 現場の地盤が不均一であることならびに限界流速値にかなり幅があることから, 4 ケースの流速の計算結果については主として相対的な比較を行うものとする。

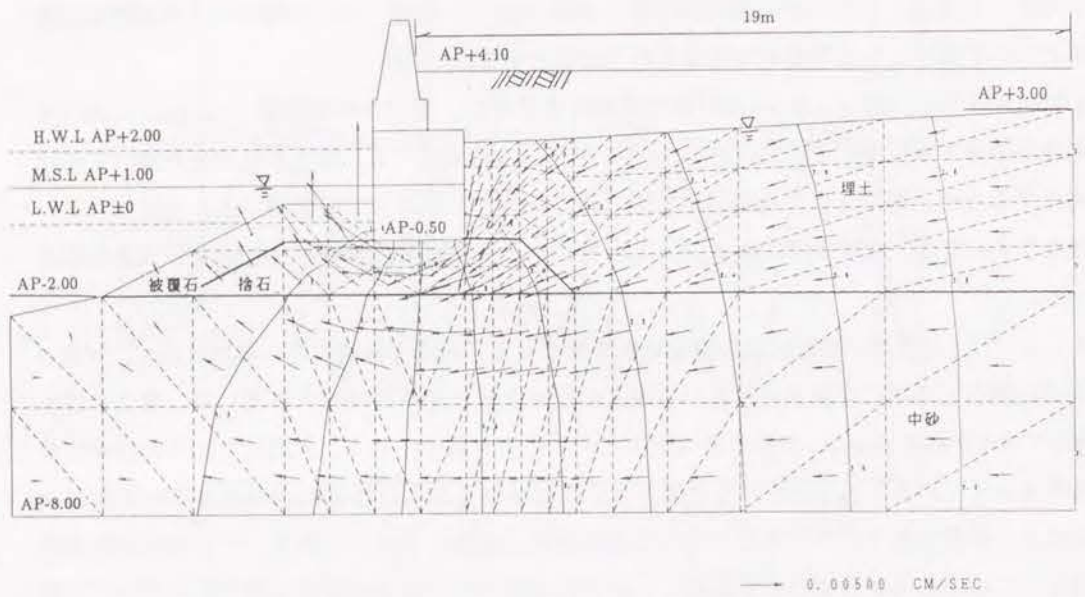
4 ケースのうち, 図-4.15(a) は現状で大雨時を想定し, 護岸からの距離  $L = 19\text{m}$  における陸側境界の地下水位条件を  $\eta_L = AP + 3m$  で一定として与えている。地下水は捨石を通して海域に流出するため, 護岸背後の浸透流の方向は鉛直下向きで, 埋立土層の深いところほど大きい流速を示す。また, 残留水位差は  $1.54\text{m}$  と計算され, 設計基準の標準値  $0.67\text{m}$  より大きな値となった。

さらに, (b) は護岸の損傷状況の調査結果を踏まえて, 前面の被覆石の一部が欠落し, ブロック下部と捨石との間に空洞ができて現在の最も危険な場所の状態を考慮して, 埋立土層の下端 (ブロック右下角節点) の圧力を海底面と同じにした場合であり, 大雨時と同様の陸側境界条件を与えている。(a) と比べると残留水位差は小さくなるけれども護岸背後の流速は  $3 \sim 4$  倍になり, 空洞先端付近では先に示した限界流速値の範囲に入ることから, 土砂流出の危険性が高まっていることがわかる。すなわち, 埋立地の地下水位が降雨等で上昇すると同時に, 高波浪等によりブロックや捨石が破損した場合, 護岸背面から損傷箇所を通して海域に向う大きな流速をもった浸透流が生じ, それによって裏埋め土砂が運ばれると考えられる。

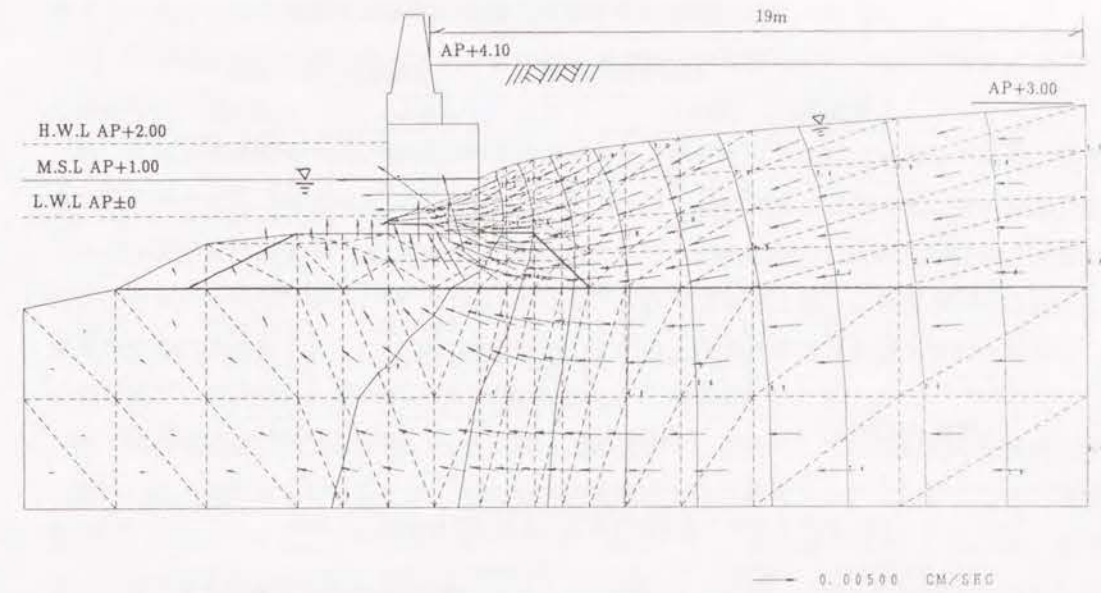
(c) は, さらに空洞が拡大し, またブロック間の目地が大きく開いて護岸の止水性が期待できず, 護岸背後の地下水位が潮位と同じになった最悪の状況を想定した場合である。護岸背後の浸透流の方向はほぼ水平で (a) と比べると流速は  $5 \sim 10$  倍であり, 護岸背面のすべての位置で先に示した限界流速値の範囲に入っていることがわかる。このことは, 裏埋め土砂が流出し空洞ができると, それによってさらに浸透流速が加速され空洞が拡大するということになることを意味している。

(d) は, 被覆石を設計時の状態に復旧しブロックの損傷を補修した上で, 陸側境界の  $L = 19\text{m}$  において地下水位低下工法を施工し  $\eta_L = AP + 2m(\text{H.W.L.})$  とした状態を想定したものである。これは, 現在のブロック損傷のない場所での晴天時と同条件であることから, 裏埋め土砂の流出がない場合と考えられる。護岸背後の流速は, それが最も大きくなる埋立土層の最深部において (a) と比べて約  $2/3$  と小さくなっており, 残留水位が下がって土砂の流出する範囲が限定されることから, 地下水位低下工法が裏埋め土砂流出に対して有効であるといえる。ただし, 残留水位差はまだ  $1.03\text{m}$  と高く再び被覆石またはブロック損傷などが発生するとその場所から裏埋め土砂が流出する可能性が残っているため, 常時被覆石およびブロックの管理を行うことが望ましい。

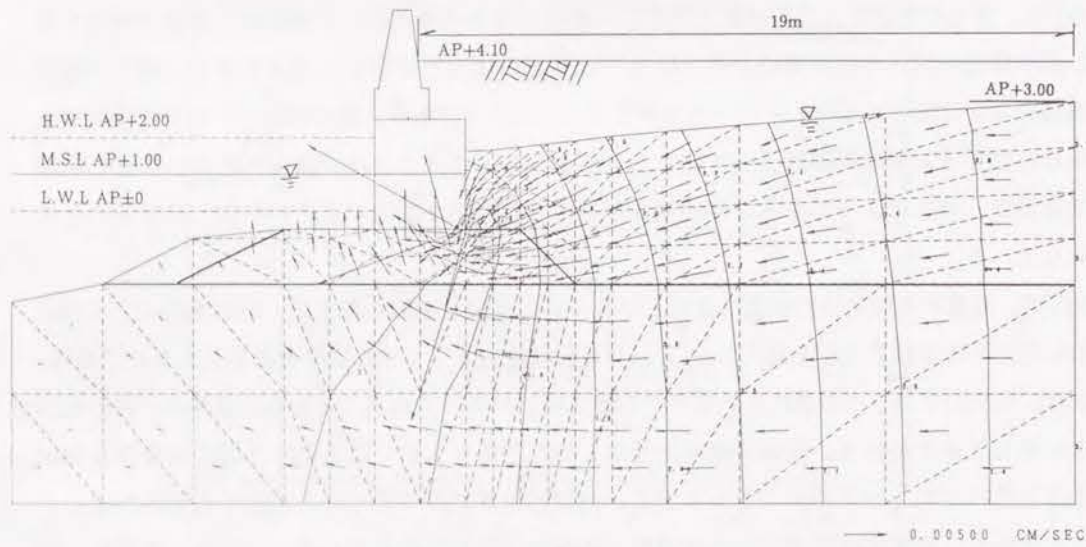




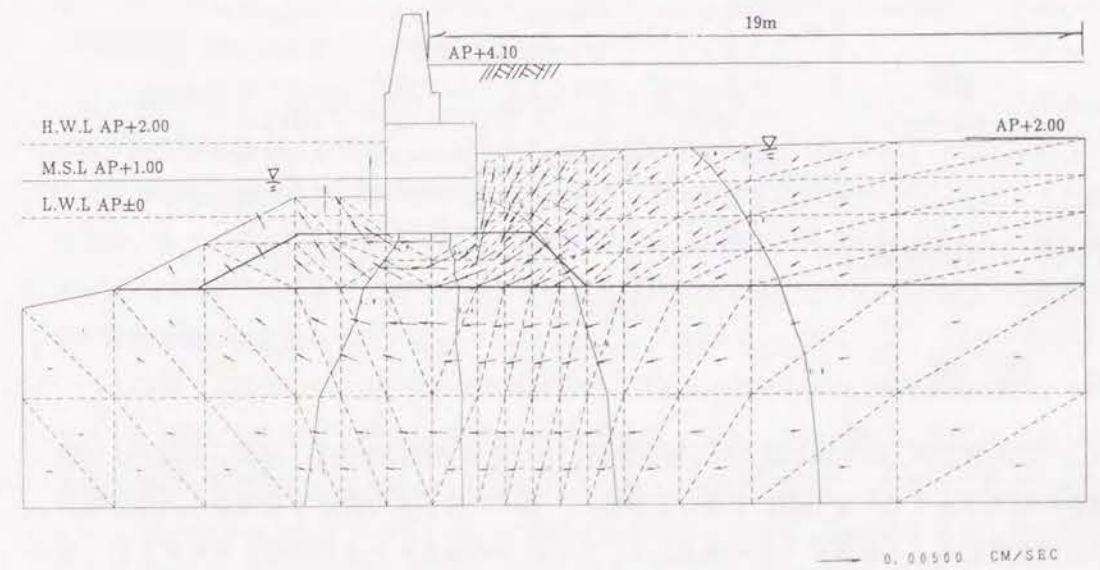
(a) 現状での大雨時を想定した場合



(c) 空洞拡大時を想定した場合



(b) 損傷箇所での大雨時を想定した場合



(d) 地下水位低下工法施工後を想定した場合

図-4.15 護岸周辺の浸透流の計算結果

図-4.15 護岸周辺の浸透流の計算結果 (つづき)



表-4.3 護岸背面の浸透流速と残留水位差の計算結果

(a) 現状での大雨時と損傷箇所での大雨時を想定した場合

	要素 No.	現状での大雨時		損傷箇所での大雨時	
		M.S.L.	L.W.L.	M.S.L.	L.W.L.
流速 (cm/s)	1	$2.14 \times 10^{-3}$	$2.52 \times 10^{-3}$	$5.16 \times 10^{-3}$	$1.17 \times 10^{-2}$
	2	$2.06 \times 10^{-3}$	$2.43 \times 10^{-3}$	$4.81 \times 10^{-3}$	$1.18 \times 10^{-2}$
	3	$3.16 \times 10^{-3}$	$4.20 \times 10^{-3}$	$8.17 \times 10^{-3}$	$1.53 \times 10^{-2}$
	4	$2.89 \times 10^{-3}$	$3.68 \times 10^{-3}$	$6.86 \times 10^{-3}$	$1.37 \times 10^{-2}$
	5	$4.79 \times 10^{-3}$	$6.75 \times 10^{-3}$	$1.35 \times 10^{-2}$	$2.20 \times 10^{-2}$
	6	$4.05 \times 10^{-3}$	$5.42 \times 10^{-3}$	$1.06 \times 10^{-2}$	$1.74 \times 10^{-2}$
	7	$8.26 \times 10^{-3}$	$1.14 \times 10^{-2}$	$2.50 \times 10^{-2}$	$3.23 \times 10^{-2}$
	8	$6.74 \times 10^{-3}$	$8.84 \times 10^{-3}$	$2.09 \times 10^{-2}$	$2.39 \times 10^{-2}$
残留水位差 (m)		0.20~1.54		-0.04 ~0.66	

(b) 空洞拡大時と地下水位低下工法施工後を想定した場合

	要素 No.	空洞拡大時		地下水位低下工法施工後	
		M.S.L.	L.W.L.	M.S.L.	L.W.L.
流速 (cm/s)	1	$1.78 \times 10^{-2}$	$2.47 \times 10^{-2}$	$2.05 \times 10^{-3}$	$2.32 \times 10^{-3}$
	2	$1.42 \times 10^{-2}$	$2.09 \times 10^{-2}$	$1.92 \times 10^{-3}$	$2.20 \times 10^{-3}$
	3	$1.49 \times 10^{-2}$	$2.27 \times 10^{-2}$	$2.60 \times 10^{-3}$	$3.54 \times 10^{-3}$
	4	$1.30 \times 10^{-2}$	$2.05 \times 10^{-2}$	$2.32 \times 10^{-3}$	$2.97 \times 10^{-3}$
	5	$1.33 \times 10^{-2}$	$2.13 \times 10^{-2}$	$3.56 \times 10^{-3}$	$5.34 \times 10^{-3}$
	6	$1.27 \times 10^{-2}$	$2.04 \times 10^{-2}$	$2.90 \times 10^{-3}$	$4.07 \times 10^{-3}$
	7	$1.27 \times 10^{-2}$	$2.06 \times 10^{-2}$	$5.53 \times 10^{-3}$	$8.29 \times 10^{-3}$
	8	$1.30 \times 10^{-2}$	$2.05 \times 10^{-2}$	$4.22 \times 10^{-3}$	$6.01 \times 10^{-3}$
残留水位差 (m)		0		-0.25 ~1.04	

#### 4.4 結 語

以上、この章では、沿岸埋立地の護岸周辺地盤における浸透流の挙動を、潮汐、降雨および陸側境界の高地下水水位条件を同時に考慮して解析し、護岸の残留水位および浸透流の流速分布が護岸の安定性に与える影響について検討した。これにより得られた主な成果を要約すると、次のようである。

1) 沿岸埋立地の護岸の地下水位について、現行の護岸設計基準では潮汐のみによる残留水位差を考慮しているが、降雨および越波水の浸透または陸側の高地下水水位条件となる埋立地の土地利用状況によっては、その残留水位の標準値を越え護岸の被災原因となる可能性があるこ

とを指摘した。

2) 第2章で検討された非定常浸透流の基礎方程式および海岸地下水の理論を基にして、護岸周辺地盤の非定常浸透流の基礎方程式および境界条件を示した。

3) 有限要素法による断面二次元非定常浸透流の数値解析法を示し、とくに自由表面の計算方法について述べた。

4) 矢板式護岸のモデルに潮汐、陸側境界の高地下水水位条件および降雨条件を与え、数値計算により非定常浸透流の流速分布、圧力分布および護岸の残留水位を求めた。その結果、最も大きな残留水位差がL.W.L.時の約30分前に現れること、矢板根入れ先端部で最大の流速が現れることがわかった。また、潮汐のみにより地下水位が変動する場合は残留水位差は設計基準値より安全側の小さい値を示すが、陸側境界の高地下水水位条件や降雨条件を与えた場合は、設計基準値より危険側の大きな値となる可能性があることを明らかにした。

5) 残留水位が設計値より高いため予測以上の残留水圧が作用している既設の矢板式護岸周辺地盤の浸透流解析を行った結果、その原因は護岸背後地の素掘りの貯水池による陸側境界の高地下水水位条件であることが説明できた。また、護岸から6mの距離でH.W.L.の位置に護岸と平行に有孔管を入れて集水する地下水位低下工法を行った場合、残留水位を低下させることができ、有孔管より陸側では水平流速が大きくなるが矢板根入れ先端部の流速は小さくなることを示した。そして、実際に地下水位低下工法と軽量材による埋め戻しおよび捨石工を組み合わせて施工し、護岸の安定性を回復することができた。

6) 裏埋め土砂の流出空洞化による道路陥没が頻繁に生じているセルラーブロック積み重力式護岸の実態を調査した結果、セルラーブロック間の目地損傷、セルラーブロックとその下の捨石間の空隙および被覆石の一部欠落が認められ、その位置で空洞化が発生していることがわかった。また、護岸背後の地下水位および潮位を測定した結果、埋立地の地下水位は常に海面より高く降雨時にはさらに上昇し、護岸裏埋め土砂内の地下水位は潮汐と同時にこの高地下水水位の影響を受けて変動していることがわかった。

7) この重力式護岸について、現状で大雨を想定し埋立地の地下水位が上昇した場合、セルラーブロック下部に空隙ができた損傷箇所で大雨水を想定した場合、空洞が拡大し裏埋め土砂内の地下水位が潮汐と連動するようになった場合および地下水位低下工法により埋立地の地下水位をH.W.L.に下げた場合の4ケースについて浸透流解析を行った結果、降雨による埋立地の高地下水水位と、護岸損傷により局部的に透水性が良くなるのが裏埋め土砂流出の原因であり、一度空洞ができると浸透流速が加速されその空洞がさらに拡大することがわかった。また、その対策としては地下水位低下工法が有効であることを示した。



## 参考文献

- 1) 松並仁茂：港湾施設の設計，新体系土木工学 82，技報堂出版，1990.
- 2) 日本港湾協会：港湾の施設の技術上の基準・同解説，1989.
- 3) 古土井光昭・片山猛雄：残留水位測定潮差，港湾技研資料，No.115，1971，105p.
- 4) 大島康宏・橋本 宏・藤本 勲：海岸護岸・堤防の安定性に関する研究（堤防・護岸の被災事例について），海岸，No.20，1980，pp.66-78.
- 5) 大河原満・橋本 宏・斉藤雄三郎：被災事例から見た海岸堤防・護岸に関する一考察，第30回海岸工学講演会論文集，1983，pp.264-268.
- 6) 安間 清・石渡友夫：海岸保全施設の維持管理手法，港湾技研資料，No.557，1986，52p.
- 7) 桑原久実・中崎昭人・玉井佐一：海岸護岸・堤防裏込め土砂の空洞化に関する実態調査，自然災害科学，Vol.9，No.1，1990，pp.42-51.
- 8) 桑原久実・中崎昭人・玉井佐一：波浪による護岸周辺地盤内の浸透力に関する研究—砕波後の波が作用する場合—，自然災害科学，Vol.8，No.3，1989，pp.31-46.
- 9) 桑原久実・中崎昭人・玉井佐一：衝撃変動水圧による高飽和地盤の動的応答特性，自然災害科学，Vol.8，No.2，1989，pp.1-8.
- 10) 豊島 修：海岸護岸考，海岸，No.20，1980，pp.55-63.
- 11) たとえば，Kinzelbach, W.(上田年比古監訳)：パソコンによる地下水解析，森北出版，1990.
- 12) 河野伊一郎：有限要素法による堤体浸透問題の解析，土と基礎，Vol.21，No.8，1973，pp.13-19.
- 13) EPS 土木工法開発機構：EPS 土木工法設計マニュアル，1988.
- 14) 山元淳史・飯田省三：発泡スチロールを用いた護岸改良，出光技報，34 巻，3 号，1991，pp.45-53.
- 15) 山元淳史・新嶋洋明・大洞正量・福元洋一・片岡義尚：流動床灰の道路土工材への適用に関する研究，土木学会第 45 回年次学術講演会概要集，Ⅲ-213，1990，pp.462-463.
- 16) 山元淳史・原 正典・新嶋洋明・細田信道：流動床灰の土質改良材への適用性について，土木学会第 18 回関東支部技術研究発表会，Ⅲ-24，1991，pp.174-175.
- 17) 長瀬迪夫：浸透破壊に関する考え方と破壊条件，応用地質年報，No.9，1987，pp.43-124.
- 18) 中島秀雄・長瀬迪夫・飯島 豊：X 線を用いた土の浸透破壊実験とその考察，応用地質年報，No.9，1987，pp.21-41.

## 第 5 章 結 論

以上，著者は本論文において，海岸地下水の挙動を明らかにすることを目的として，まず非定常浸透流の基礎方程式を誘導し，浸透流の抵抗則を定式化して，海岸地下水の非定常解を論じた。そして，その理論の応用として，砂浜海岸および沿岸埋立地の護岸周辺地盤の地下水の挙動を数値解析して，海岸地下水に関する多くの知見を得た。本章においては，得られた主要な研究成果を要約して，本論文の結論としたい。

まず，第 1 章においては，砂浜海岸および護岸周辺地盤における地下水の研究の必要性を述べて本研究の目的を明らかにし，ついで，本研究の研究方法及び内容の概要を述べた。

第 2 章では，海岸地下水の解析に必要となる非定常浸透流の基礎方程式を誘導し，その基礎方程式に用いられるべき浸透流の抵抗則について詳細に検討した。また，得られた基礎方程式を用いて潮汐を周期境界条件とする地下水位変動の伝播を表す非定常解を論じた。その主な結論は次のように要約される。

(1) 多孔質体としての砂質土を均質な連続体として取扱い，微視的な流れの速度および圧力を空間平均値とその変動成分に分けて表し，微視的な記述における連続式および Navier-Stokes の方程式に対して対流慣性項を無視せず，また流体の圧縮性や土粒子および構造骨格の変位も考慮して空間的平均操作を行って，空間平均された基礎方程式を誘導した。また，周期境界条件における地下水の挙動を対象として，この方程式を無次元表示して各項のオーダーを評価することにより，単純化された巨視的な基礎方程式を導いた。

(2) 砂質土の粒度分布に対数正規分布を適用し，その標準偏差と均等係数および曲率係数との関係，土粒子の個数分布や断面での大きさを示すとともに，従来の浸透流の抵抗則に含まれている代表粒径を対数正規分布の特性値で表示した。

(3) 砂質土の複雑な間隙構造を円筒形の単位間隙モデルで表現し，間隙径分布を粒度分布特性値で表示して，多孔質体としての砂質土にその単位間隙を連ねた直列毛細管モデルを適用し，流れの特性を空間平均することにより粒度分布を考慮した浸透流の抵抗則の表示を検討した。その結果，浸透流の抵抗則が Darcy 則に基礎をおいたとき，その係数が砂質土の中央粒径の自乗に比例し，さらに標準偏差および間隙率の関数として定式化できることを示し，実験結果と比



較してその適用性を明らかにした。

(4) 鉛直流速を無視した準一様流の仮定を用いて誘導された潮汐による地下水位変動の伝播の理論解をもとにして、不圧海岸地下水の伝播に対する加速度項の影響は実際上小さいことを示した。また、潮汐に加えて陸地の高地下水水位を境界条件として考慮した理論解を誘導し、種々の境界条件および透水係数に対する地下水位を表す水面形を求めた。

(5) 鉛直流速を考慮した速度ポテンシャル接続法による理論解と準一様流による理論解とを比較することにより、潮汐を周期境界条件として与えた場合であっても、透水係数が小さい場合には鉛直流速を考慮する必要があることを明らかにした。

第3章では、第2章で展開した海岸地下水の理論の応用として、砂浜海岸における地下水の挙動を明らかにした。すなわち、まず砂浜海岸地下水の諸問題について考察し、海岸地下水における境界条件としての波浪による平均海面の空間分布の算定法とそれを境界条件とする三次元浸透流解析法について検討し、糸魚川海岸に適用した。これにより得られた主な結論は次の通りである。

(6) 砂浜海岸地下水の問題点として、海岸地下水が底質の移動に関与して海浜変形の一要因になっている可能性があること、複雑な海底地形を有する現地海岸に適用するためには波浪による平均海面の空間分布を算定する必要があること、さらに背後地の地下水位の分布および潮汐も同時に考慮する必要があることを指摘した。また、浸透流の流速分布および圧力分布を求めするためには、海底と陸地の砂層の両方を解析対象領域とした三次元の非定常浸透流の数値解析法が必要であることを示した。

(7) 砂浜海岸地下水の境界条件である波浪による平均海面の空間分布を求めるためには、波浪および波向きの分布を精度良く算定する必要があるため、固定直交座標系における放物型屈折・回折方程式による波浪変形の数値計算法を示した。すなわち、楕円型の緩勾配方程式よりすべての高次項を含む放物型近似方程式を誘導し、最適メッシュ比および側方境界条件の与え方を検討して数値的位相誤差を除去した数値計算法を提案した。

(8) 砂浜海岸の非定常浸透流を三次元解析するために、記憶容量および計算時間の点で有利な境界要素法を採用し、自由表面を計算することのできる数値解析法を提案して、既存の計算結果および解析解が得られている地下水問題に適用し、その精度および収束性を確認した。

(9) 現地海岸の例として新潟県糸魚川海岸を対象とし、波浪の変形によって生じる平均海面の空間分布、陸側境界の地下水位条件および潮汐を同時に与え、三次元非定常浸透流計算により浸透流の流速分布および圧力分布を求めた。その結果、底質の移動を助長する鉛直上向きの流速が砕波帯内の海底面で現れ、それと波浪の集中箇所および海岸決壊箇所との比較から、浸透流が海岸侵食の二次的要因である可能性を指摘した。

第4章では、沿岸埋立地への応用として、潮汐、降雨および陸側境界の高地下水水位条件を同時に考慮して、護岸周辺地盤における浸透流の挙動を数値解析し、護岸の残留水位および浸透流の流速分布が護岸の安定性に与える影響について検討した。その主な結論は次のように要約される。

(10) 現行の護岸設計基準での地下水の取扱い方を要約した後、降雨あるいは陸側境界の高地下水水位条件を与えた場合の矢板式護岸の浸透流を有限要素法で解析し、埋立地の土地利用状況によっては護岸の残留水位が設計基準値を越える可能性があることを指摘した。

(11) 自由表面を精度良く計算することができる有限要素法による非定常浸透流解析法を示し、陸側境界の高地下水水位が原因で護岸の残留水位が設計値より高くなって安定性が損なわれている矢板式護岸の周辺地盤の浸透流解析に適用した。その結果、地下水位低下工法によって残留水位差を減少させることができることを確認し、実護岸に適用してその護岸の安定性を回復させることができた。

(12) 重力式護岸の裏埋め土砂の流出空洞化の実態調査を行い、合わせて浸透流の流速分布を解析した結果、降雨による陸側境界の高地下水水位、被覆石の滑落およびセルラーブロックと捨石の間隙が裏埋め土砂流出の原因であり、一度空洞ができると浸透流速が加速されその空洞が拡大することを明らかにした。また、その対策として地下水位低下工法が有効であることを示した。

以上、本論文では、非定常浸透流の基礎方程式および抵抗則の検討から現地海岸への応用まで、海岸地下水に関する一連の研究を系統的に行った。個々の砂浜海岸および沿岸埋立地の地下水の挙動をより正確に知るためには、陸地の地下水位の分布や地層の状況を詳しく調査する必要があり、また、地下水位より上の不飽和領域の問題、塩水化の問題および浸透破壊のメカニズムの解明など、今後さらに検討を進めるべき問題が残されているが、本論文で得られた成果が海岸保全のみならず、海岸・港湾構造物の有効でかつ安全な設計あるいは自然と調和したより快適な沿岸環境の創造にいささかでも寄与することができるならば、著者の望外の喜びとするものである。

最後に、本研究を遂行するにあたり、全過程にわたって終始一貫した暖かい御指導と御鞭撻を賜った京都大学防災研究所土屋義人教授に深甚なる感謝の意を表明する。また、本研究を実施するにあたり、貴重な御助言と暖かい励ましのお言葉を頂いた京都大学防災研究所吉岡洋助手、山下隆男助手に深謝するとともに、種々御厄介になった海岸災害部門の諸氏に謝意を表明する。さらに、御助言、御激励をいただいた京都大学防災研究所河田恵昭教授、福井工業大学芝野照夫教授、京都大学防災研究所岡太郎教授に感謝するとともに、著者に本研究の機会を与えていただいた出光エンジニアリング株式会社の先輩、同僚諸氏に感謝する。