

フィルダムの浸透特性と  
力学的安定性に関する研究

1993年

森 井 俊 廣

# 目 次

## 第1章 序論

1.1	研究の背景と目的	1
1.2	フィルダムの浸透流解析	2
1.3	研究の概要と論文構成	4
	参考文献	5

## 第2章 飽和・不飽和浸透流解析の有限要素定式化

2.1	概説	7
2.2	飽和・不飽和浸透流解析の基本概念	8
2.2.1	ポテンシャル場の統一	8
2.2.2	飽和および不飽和浸透理論の推移	11
2.3	支配方程式	13
2.3.1	支配方程式の誘導	13
2.3.2	ポテンシャル方程式と拡散型方程式	16
2.4	有限要素定式化	17
2.4.1	反復型Galerkin有限要素法による定式化	17
2.4.2	自由水面と浸出面の決定	27
2.4.3	降雨浸透と蒸発面の境界条件	28
2.5	まとめ	29
	参考文献	31

## 第3章 飽和・不飽和浸透流解析の適用性

3.1	概説	33
3.2	不飽和流れへの適用性	34
3.2.1	水平1次元不飽和流れ	34
3.2.2	鉛直1次元不飽和流れ	38

3.3	2次元飽和・不飽和流れへの適用性	40
3.3.1	外水位の低下にともなう堤体内の非定常流れ	40
3.3.2	散水にともなう地下水の涵養	42
3.4	フィルダムの浸透流問題への適用性	45
3.4.1	堤体材料の不飽和水分特性の影響	45
3.4.2	堤体規模による不飽和水分特性の影響の違い	49
3.5	まとめ	50
	参考文献	52

#### 第4章 土の不飽和水分特性の測定

4.1	概説	53
4.2	不飽和水分特性の推定と測定法	54
4.2.1	不飽和水分特性の推定式	54
4.2.2	不飽和水分特性の測定法	58
4.2.3	瞬時水分計測法と浸透パターン	60
4.3	R I法を用いた不飽和水分特性の測定	62
4.3.1	測定装置の構造	62
4.3.2	R I法の測定原理と較正式	64
4.3.3	浸透・排水過程における測定性能	66
4.4	まとめ	69
	参考文献	71

#### 第5章 フィルダムの浸透特性

5.1	概説	73
5.2	ゾーン型ダムの定常浸透特性	74
5.2.1	ゾーン間の透水係数の非均質性の影響	74
5.2.2	浸透流量	78
5.3	湛水時における非定常浸透特性	80
5.3.1	自由水面の進行と遮水ゾーン近傍の浸透特性	80

5.3.2	初期含水状態の影響	82
5.3.3	透水係数の異方性の影響	85
5.4	貯水位急低下時の非定常浸透特性	88
5.4.1	遮水ゾーンの機能	88
5.4.2	貯水位急低下直後の浸透流動	92
5.4.3	透水係数の異方性の影響	93
5.5	均一型ダムにおけるドレーンの効果	94
5.6	まとめ	98
	参考文献	102

#### 第6章 浸透過程におけるフィルダムの力学的挙動と安定性

6.1	概説	103
6.2	浸透過程を考慮した応力・変形解析	105
6.2.1	逐次盛立て解析	105
6.2.2	浸透過程を考慮した応力・変形解析	111
6.2.3	すべり安定計算	116
6.3	浸透過程における堤体の応力・変形挙動とすべり安全率	119
6.3.1	湛水過程	119
6.3.2	力学的安定性に及ぼす水平ドレーンの効果	125
6.3.3	貯水位低下過程	126
6.4	まとめ	130
	参考文献	133

#### 第7章 結論

#### 謝辞

# 第1章 序論

## 1.1 研究の背景と目的

水は、自然の仕組みによって、たえず地球上とその内部を循環する。この大きな循環の中で、われわれは降雨が流出し、流域の水が集まって流れる河川水や地下水の一部を利用している。

稲作とともに栄えてきた日本の農業は、この循環する水を治め利用することに実に巧みであった。古くは、狭山池や満濃池に代表されるように、多くのかんがい用のため池が築造され、現在も有効に利用されている。明治時代に入ると、欧米の産業技術の導入に触発され、かんがいや用水、洪水調節、発電などを目的とする多種多数のダムが建設されるようになり、現在、水資源の開発にしめるダムの役割は非常に大きなものになってきている。ダムの建設状況を1985年現在の統計<sup>1)</sup>でみると、図 1.1.1のとおりである。ダムの大型化が進むとともに、その中にしめるフィルダムの建設割合が大きくなってきているのが

わかる。フィルダム建設のめざましい普及には、堤体材料の性質に関する研究や耐震設計、基礎処理技術の発展、あるいは施工機械の大型化と高性能化などが背景としてあり、今後とも、大ダム建設の主要な一角をしめていくと考えられる。

しかしダムが大規模化し、その社会的、経済的重要性が高まるほど、安全性がより厳しく追及されてきていること

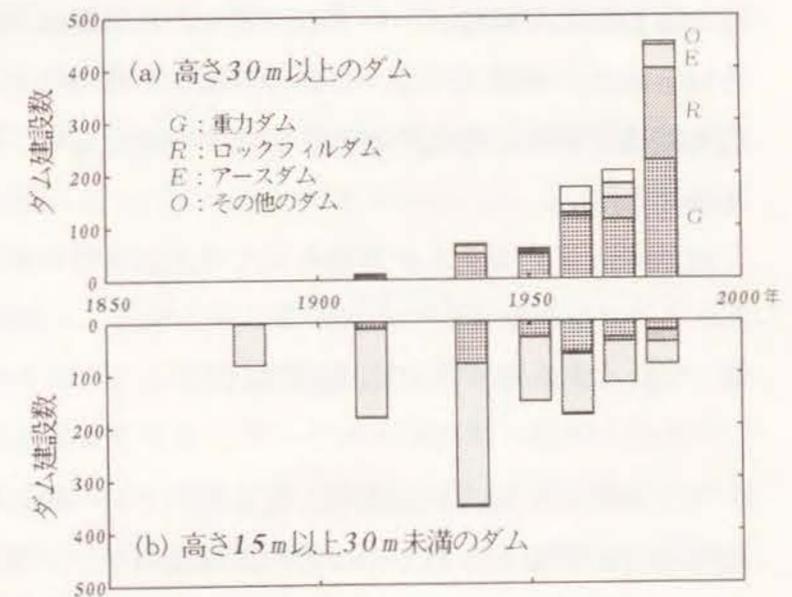


図 1.1.1 わが国のダム建設数の推移 (文献 1) の統計表より作図)

も事実である。特にフィルダムでは、水を効率的に貯えるという基本機能を遮水ゾーンにもたせつつ、建造物としての安定性をその周囲の透水ゾーンで確保させる構造となっていることから、浸透流動を中心とする水理学的挙動と、それにともなって生じる力学的挙動の両面からダムの安全性を論じていく必要がある。

本研究は、以上の現状認識に立ち、フィルダムの種々の運用過程における浸透流動の特徴を系統的に明らかにするとともに、それにともなう堤体の力学的安定性の変化を、浸透挙動と応力挙動との相互作用の観点から検討しようとするものである。研究の目的は次のとおりである。

- [1] 飽和・不飽和浸透流解析の特徴と適用性に関する検討
- [2] フィルダムの浸透特性に関する検討
- [3] 浸透過程における堤体の力学挙動と安定性に関する検討

浸透流の解析手法として、有限要素法にもとづく飽和・不飽和浸透流解析法<sup>2)~5)</sup>を用いる。飽和・不飽和浸透流解析法は、土中水の動きを調べるための常套手段として広く用いられるようになってきているが、その適用にあたってシステマチックな判断<sup>6)</sup>が十分になされているとは必ずしもいえない。また重要な解析パラメータとなる土の不飽和水分特性についても、実用的な測定技術はまだ確立されていないようにみうけられる。本研究では、これらの現状を考えた上で、目的の[1]として、飽和・不飽和浸透流解析の理論枠組みを整理するとともに、その適用性について系統的な検討を加える。

次節で、フィルダムを対象とした浸透流解析の研究推移を簡単にまとめる。

## 1. 2 フィルダムの浸透流解析

フィルダムの浸透流問題は、定常流れでも一般に境界条件が複雑となり、しかも詳細な検討が必要とされるのは非均質構造のゾーン型ダムがほとんどである。このため、その評価手法として差分法や有限要素法で代表される数値解法が広く用いられる。

浸透流解析への有限要素法の適用は、1965年あたりから10年間ほどにかけて盛んに研究され、この間に、工学的な数値解析手段としての地位が確立された。主要な研究

をあげると、定常浸透問題に対して Zienkiewicz, Mayer and Cheung<sup>7)</sup>, Taylor and Brown<sup>8)</sup>, Finn<sup>9)</sup>, 川本, 駒田と宮口<sup>10)</sup>, 沢田と吉武<sup>11)</sup>らによるものがある。貯水位低下時などの非定常浸透流問題では Neuman and Witherspoon<sup>12)</sup>, 飯田と朝倉<sup>13)</sup>, Desai<sup>14)</sup>, Kono<sup>15)</sup>, 駒田と金沢<sup>16)</sup>らの研究があげられる。

これらの研究は、いずれも、自由水面以下の飽和流れのみを対象とする飽和浸透流解析を扱ったものである。自由水面が満足しなければならない条件は、そこでの圧力水頭が大気圧に等しいという等圧線としての条件と、それを横切る流れがない、つまり2次元断面でみると自由水面は1本の流線であるという条件の2つである。解析では、これらの境界条件が満足されるように有限要素網の幾何形状を試行的に変化させながら、自由水面と下流斜面上の浸出面の位置を決定することになる。

上に述べた自由水面が満足しなければならない2つめの境界条件に対し、飽和浸透流解析の研究が着手されたのとはほぼ時期を同じにして疑問が出されるようになった。たとえば吉田<sup>17)</sup>は、不飽和領域を含む全領域でポテンシャル線と流線は直交するが、等圧線としての自由水面は流線とならないことを実験により確認している。Rubin<sup>18)</sup>やFreeze<sup>19)</sup>も、理論あるいは数値解析を通して、自由水面は単にポテンシャルの1成分として定義されるにすぎず、それ自体は流れを規定するものでないことを明らかにした。

このような物理的不合理性が解消されたのは、Freeze<sup>19)</sup>が自由水面上部の不飽和流れも考慮した統合化解析(Integrated Analysis)を展開してからである。これは差分法を用いたものであったが、その後、Neuman<sup>2)</sup>が反復型Galerkin有限要素法により飽和・不飽和浸透流解析法として定式化し、この時点で数値解法としてのスタイルをほぼ完全なものにととのえた。

飽和・不飽和浸透流解析法の特徴は、対象とする領域を1つの浸透場としてとらえ、その中で生じている土中水の動きを物理的に忠実に表現している点にある。これにより、従来の飽和浸透流解析法では追跡がむずかしかった非定常流動や降雨、蒸発などの境界条件を容易に取り扱えるようになる。また、浸透状況によって有限要素網の幾何形状が変化することはない。このため、要素網を応力・変形解析と共有させ、飽和・不飽和浸透流解析の結果を力学挙動に重ね合わせることにより、浸透流動にともなう応力挙動や力学的安定性の変化を容易に調べることができる。

### 1. 3 研究の概要と論文構成

本研究の検討課題を、第1.1節の目的にしたがってまとめると次のようになる。末尾の括弧内に関連する章を示す。

- [1] 飽和・不飽和浸透流解析の特徴と適用性に関する検討
  - ・有限要素法による定式化(第2章)
  - ・飽和・不飽和浸透流解析の適用性に関する検討(第3章)
  - ・土の不飽和水分特性の測定法に関する検討(第4章)
- [2] フィルダムの浸透流動特性に関する検討(第5章)
- [3] 浸透過程における堤体の力学的挙動と安定性に関する検討(第6章)

以下に各章の内容を簡単に述べ、研究の概要を説明する。

第2章で、反復型Galerkin有限要素法を用いて飽和・不飽和浸透流解析法の定式化を行い、数学モデルとしての内容と特徴を検討する。飽和・不飽和浸透流解析がフィルダムの浸透流問題に対する1つの有効な解析手段として定着するまでには、数値解法および基礎理論の両面で大きな変化を経ている。本章では、このうち理論面での研究の推移についてもまとめる。

第3章で、飽和・不飽和浸透流解析の数値解法としての適用性と制約を検討する。浸透流解析に限らず、一般の数値解法にはその内容にみあった適用の場があり、問題の性質によっては数値解法が何ら実務的な意味をもたないこともある。このあたりの認識を明確にするため、本章では、広く、理論解や実験結果、経験式などとの比較を行い、飽和・不飽和浸透流解析法のフィルダム浸透流問題への適用性を探る<sup>4)</sup>。

第4章では、飽和・不飽和浸透流解析の重要なパラメータの1つである土の不飽和水分特性について、そのモデル化の現状を簡単に整理するとともに、ラジオアイソトープ(RI)法を用いた実務的な測定方法を提案する。RI法そのものはすでにかなり以前から利用されているため、ここでは、特殊な取り扱い資格を必要としない低レベル線源の使用と、少ない間隙圧センサーでできるだけ多くのデータがえられる方法の2点に着目して実験検討を進める<sup>1) 9)</sup>。

第5章で、前章までに検討を加えた飽和・不飽和浸透流解析を用いて、フィルダム

の種々の運用段階における浸透流動特性を系統的に明らかにする<sup>5)</sup>。具体的には、遮水ゾーンと透水ゾーンの透水係数の違いが自由水面位置や浸透流量に及ぼす影響、湛水および貯水位低下時の非定常浸透流動とそれに与える透水係数の異方性と初期含水状態の影響、ドレーンの効果などについて調べる。ゾーン型ダムの非定常浸透特性やドレーンの効果などは、従来の飽和浸透流解析では、数値計算技術上の制約から十分に評価できなかった課題である。

第6章では、第1.2節で述べた有限要素網の幾何学的な共通性を利用して、飽和・不飽和浸透流解析の結果を応力・変形解析と重ね合わせることにより、湛水時および貯水位低下時の浸透流動にともなう応力挙動と、それによってもたらされる堤体の力学的安定性の変化について検討する<sup>2) 1)</sup>。浸透によって生じる物体力として浸透力と浮力を考慮するため、有効応力解析が可能となる。検討にあたっては、浸透にともなう主応力の変動に着目して、斜面のすべり安全率の変化の機構を明らかにする。

第7章に、以上の検討成果を要約し、研究の結論をまとめる。

### 参考文献(第1章)

- 1). 土質工学会(編): フィルダムの調査・設計から施工まで, 土質工学会, pp. 2-4, 1988.
- 2). Neuman, S. P.: Saturated-unsaturated seepage by finite elements, Journal of the Hydraulics Division, ASCE, 99 (HY12), 2233-2250, 1973.
- 3). 赤井浩一, 大西有三, 西垣誠: 有限要素法による飽和・不飽和浸透流の解析, 土木学会論文報告集, 264, 87-96, 1977.
- 4). 長谷川高士, 森井俊広: 飽和・不飽和浸透流解析法とその適用上の問題点について, 農業土木学会論文集, 105, 69-75, 1983.
- 5). 長谷川高士, 森井俊広: フィルダムの定常および非定常浸透特性, 農業土木学会論文集, 107, 1-8, 1983.
- 6). Freeze, R. A.: Influence of unsaturated flow domain on seepage through earthdams, Water Resources Research, 7 (4), 928-941, 1971.
- 7). Zienkiewicz, O. C., Mayer, P. and Cheung, Y. K.: Solution of anisotropic seepage by finite elements, Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, 92 (EM1), 111-120, 1966.
- 8). Taylor, R. L. and Brown, C. B.: Darcy flow solutions with a free surface, Journal of the Hydraulics Division, ASCE, 93 (HY2), 25-33, 1967.
- 9). Finn, W. D. L.: Finite-element analysis of seepage through dams, Journal of

- the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, 93 (SM6), 41-48, 1967.
- 10). 川本眺万, 駒田広也, 宮口友延: 堤体および基礎における浸透流の有限要素解析について, 土と基礎, 18 (2), 16-21, 1973.
  - 11). 沢田敏男, 吉武美孝: 有限要素法による堤体および基礎における浸透流解析, 農業土木学会論文集, 47, 16-21, 1973.
  - 12). Neuman, S. P. and Witherspoon, P. A.: Analysis of nonsteady flow with a free surface using the finite element method, Water Resources Research, 7 (3), 611-623, 1971.
  - 13). 飯田隆一, 朝倉肇: 非定常浸透流の有限要素法による解析, 土木研究所報告, 142 (1), 1-20, 1971.
  - 14). Desai, C. S.: Seepage analysis of earth banks under drawdown, Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, 98 (SM11), 1143-1162, 1972.
  - 15). Kono, I.: Finite element analysis of a nonsteady seepage problem, Soils and Foundations, 14 (4), 75-85, 1974.
  - 16). 駒田広也, 金沢紀一: フィルダムの貯水池水位急降下時の非定常浸透流解析および安定解析, 土木学会論文報告集, 240, 51-62, 1975.
  - 17). 吉田昭治: 浸透流の基礎的研究—浸透流の力学—, 山形大学紀要 (農学), 5 (3), 257-329, 1968.
  - 18). Rubin, J.: Theoretical analysis of two-dimensional, transient flow of water in unsaturated and partially unsaturated soils, Soil Science Society of America, Proceedings, 32 (5), 607-615, 1968.
  - 19). 森井俊広, 服部九二雄: 締固めた土の飽和・不飽和浸透特性の評価法及びフィルダム解析への適用に関する研究, 平成4年度科学研究費補助金研究成果報告書 (一般研究 C), 03660244, 1993.
  - 20). 森井俊広, 長谷川高士: 湛水時および貯水位低下時のアースダムの力学的安定性, 農業土木学会論文集, 166, 1993.

## 第2章 飽和・不飽和浸透流解析の有限要素定式化

### 2.1 概説

フィルダムの浸透流れは, コンクリート堤体下の地盤内での流れや被圧地下水流れと違い, 自由水面と下流斜面などの大気と接する境界上に浸出面をもつ。これまでの浸透流解析では, 図式解法や数値解法のいずれをとわず, これらの取り扱いに多くの努力が払われてきた。その1つの結論が, 自由水面を, 大気圧に等しい等圧線であるとともにそれを横切る流れがない1本の流線として定義するという数学的な単純化であった。これにより自由水面上部の不飽和流れは完全に無視されることになり, さらに浸出面に対しても, それを自由水面と堤体斜面との幾何学的な位置関係から決定するという単純化が加えられることになった。これらの単純化によってもたらされる結果が実際の浸透流れに対応していないことは, 第1.2節で述べたとおりである。

飽和・不飽和浸透流解析の基本的な考え方は, 対象とする領域をあらかじめ自由水面という非連続面で分割するのではなく, 不飽和領域を含む全領域を1つの連続するポテンシャル場としてとらえ, その分布特性から浸透流れの状況をつかもうとする点にある。これによりさまざまな境界・初期条件下における土中水の動きを予測でき, またその結果を力学問題とも容易に結びつけることができる。

本章では, 飽和・不飽和浸透流解析の基本概念, 支配方程式および有限要素法による定式化を説明し, その数学的特徴をまとめる。

第2.2節で基本的な考え方を説明する。飽和・不飽和浸透流解析の進展の背景には, 飽和流れを中心とした土質工学分野と不飽和流れを中心とする土壤物理学分野との融合がある。本節では不飽和流れに関する理論研究の推移についてもまとめる。

第2.3節では連続体理論にしたがい支配方程式を誘導する。支配方程式は, 全水頭を変数とするポテンシャル方程式に分類される。これを, 土壤物理学などの分野で広く用いられている拡散型方程式と比較することにより, 支配方程式の数学的な特徴を論じる。

第2.4節で有限要素法による数値定式化を行う。定式化には, 残差法の1つである

Galerkin法を用いる。残差法は、確立した微分方程式をもつすべての境界値問題に適用でき、変分法などと違い汎関数の存在を必要としない。飽和・不飽和浸透流解析のもつ特徴に、自由水面や浸出面を流れの状況に対応させながら物理的に合理的に決定でき、さまざまな境界条件を容易に処理できる点がある。本節ではこれらの点についても説明する。

第2.5節に本章の検討結果をまとめる。

## 2. 2 飽和・不飽和浸透流解析の基本概念

### 2.2.1 ポテンシャル場の統一

土中の飽和流れと不飽和流れは、土粒子と間隙流体との間の化学的、電気的相互作用を無視できる場合、それぞれ、重力ポテンシャルと毛管ポテンシャルの勾配を流動の駆動力とする。飽和流れのみを扱う従来の理論では、これら2つのポテンシャルが非連続であるとして、重力ポテンシャル勾配（動水勾配）と間隙流体の移動速度との関係を与えるDarcy式を運動方程式としてきた。しかしこれら2つのポテンシャルは、重力または毛管力のいずれが土中水の動きに対してより卓越した影響を与えるかという観点から区分されたものにしかすぎず、実際現象の中では連続的に分布する。このことは、第1.2節であげた吉田<sup>1)</sup>やRubin<sup>2)</sup>、Freeze<sup>3)</sup>らの実験あるいは数値解析検討によって確認されている事実である。したがって、対象とする全領域を連続した1つのポテンシャル場としてとらえ、またそのような考え方にもとづいて誘導した支配方程式を用いれば、従来の飽和浸透流解析のように非連続面で領域を分割することなく、ポテンシャルの分布特性に応じて土中水の動きをとらえることができる。

ポテンシャルとして次式で与えられる全水頭 $\phi$ を考える。

$$\phi = \psi + z \quad (2.2.1)$$

ここに  $\phi$  : 全水頭  
 $\psi$  : 大気圧を基準とした圧力水頭  
 $z$  : 位置水頭

図2.2.1は、アースダムの断面を例に、上に述べた1つのポテンシャル場の考え方を説明したものである。全水頭 $\phi$ が位置水頭 $z$ より大きい領域、つまり式(2.2.1)か

ら $\phi > z$ となる領域では飽和流れが、逆に $\phi < z$ の条件下では毛管力の影響が卓越する不飽和流れが形成されていることになる。そして、これらの領域の間に分布する等圧線 $\phi = z$ あるいは $\psi = 0$ が自由水面に対応する。この場合、自由水面は単にポテンシャルの1成分として定義されるだけである。

連続ポテンシャルにもとづいた土中水運動の概念は、1907年にBuckinghamにより確立された。Buckinghamは、土中の水の運動が熱や電気の流れを表すフーリエ則やオーム則と形式的にまったく同じ形でモデル化できると考えた上で、透水係数に対応する毛管伝導度と水分量との関数関係ならびに毛管ポテンシャル勾配の水分量への依存性を理論的に明らかにし、Darcy式と式形が同じ運動方程式を誘導した。その後1927年と28年に、それぞれIsraelsonとRichardsにより、Buckingham式とDarcy式との物理的対応性が明確にされ、飽和流れと不飽和流れを統一的に表現できる運動方程式としてDarcy-Buckingham式が確立されるにいたった<sup>\*)</sup>。

Darcy-Buckingham式は次の内容をもつ。

$$v_i = -K_{ij} \phi_{,j} \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (2.2.2a)$$

$$\text{ただし } K_{ij} = \begin{cases} K_{ij}(\psi), & \psi < 0 \\ K_{ij}^s, & \psi \geq 0 \end{cases} \quad (2.2.2b)$$

ここに  $i, j$  : 主軸座標を表す指標（擬標）

$v_i$  : 流量流速

$K_{ij}$  : 透水係数

$K_{ij}(\psi)$  : 圧力水頭の関数として与えられる不飽和透水係数

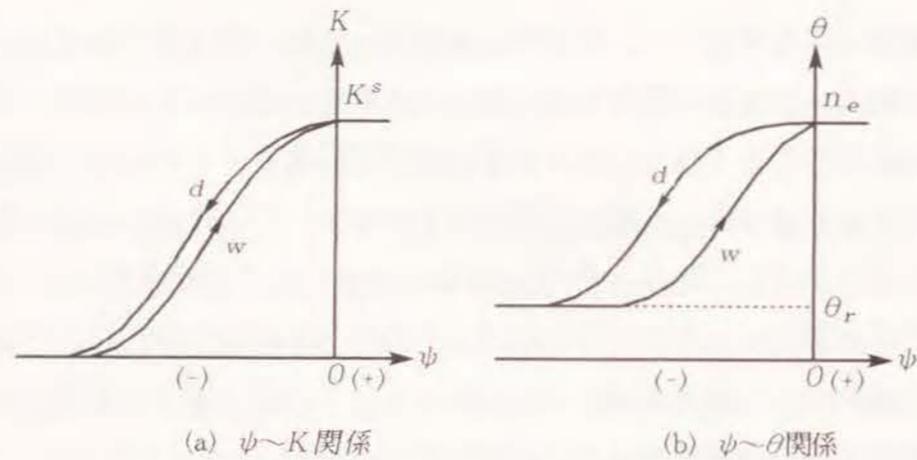
$K_{ij}^s$  : 飽和透水係数

式(2.2.2)で $i, j = 1$ は水平方向の座標 $x$ 、2は奥行き水平方向の座標 $y$ 、3は鉛

<sup>\*)</sup> Buckingham, IsraelsonおよびRichardsは文献4)からの引用による。

直座標  $z$  を表す。  $i, j$  は総和規約にしたがい、1つの項の中で繰返しがある場合には、その指標について総和をとる。コンマの後の指標は、たとえば  $\phi_{,3} = \partial\phi / \partial z$  のように、その指標が表す座標軸についての偏微分を意味する。

式(2.2.2b)は、 $\psi < 0$  の不飽和領域では透水係数が圧力水頭の関数となり、 $\psi \geq 0$  の飽和領域ではDarcy式で定義される飽和透水係数になることを表す。土中の水分量が変われば土粒子間で生じる表面張力の大きさが変化する。水分を動かすためには、水分量が少なければ大きなエネルギーが必要となり、逆に多くなればより小さなエネルギーですむ。このため負の圧力水頭(サクション)は水分量の関数となる。このような土の不飽和水分特性を概略的に示すと、図2.2.2のようになる。同図(a)は、土の通水特性を与える圧力水頭  $\psi$  と透水係数  $K$  との関係を、(b)は水分量の尺度として体積含



- $\psi$  : 大気圧を基準とする圧力水頭
- $K$  : 不飽和透水係数
- $\theta$  : 体積含水率
- $K^s$  : 飽和透水係数
- $n_e$  : 有効間隙率
- $\theta_r$  : 最小含水量
- $d$  : 乾燥過程
- $w$  : 湿潤過程

図 2.2.2 土の不飽和水分特性

水率  $\theta$  を用いて土の保水特性を表したものである。図2.2.2の体積含水率、負の圧力水頭および透水係数の関係をつかめれば、式(2.2.2)により土中水の運動を完全に記述できることになる。なお図2.2.2(b)に示す水分特性曲線は、乾燥化過程と湿潤化過

程で違った経路をとる。いまのところこのヒステリシス現象を統一的にうまく表現できるモデルは完成されておらず、もっぱら乾燥化か湿潤化かを区別して主曲線を使い分けているのが現状である。

ここまで不飽和という用語を頻りに用いてきた。不飽和とは、一般に、間隙容積の一部が水で、残りの部分が空気で占められている状態をさすと解釈できる。しかしこれには、図2.2.3に示すようにさまざまな状態がある。図2.2.3(a)は、大気と連続した間隙水の中に気泡が含まれている封入不飽和状態を表す。この場合、封入気泡による透水係数の変化を考慮することにより、飽和流れとしてDarcy式をあてはめることができる。図2.2.3(b)は、間隙内に水と空気が連続的に分布し、いずれの相も大気と接続する開放不飽和状態を表したもので、ポテンシャル勾配は連続したものとなる。図2.2.3(c)の部分不飽和状態では、間隙のある部分は飽和しているが、それが他の飽和部と連続していない。

このような状態ではポテンシャル勾配が不連続となり、式(2.2.2)は適用できない。したがって式(2.2.2)が成立するのは、おおよそ、完全飽和、封入不飽和および開放不飽和の状態に限定されることになる。

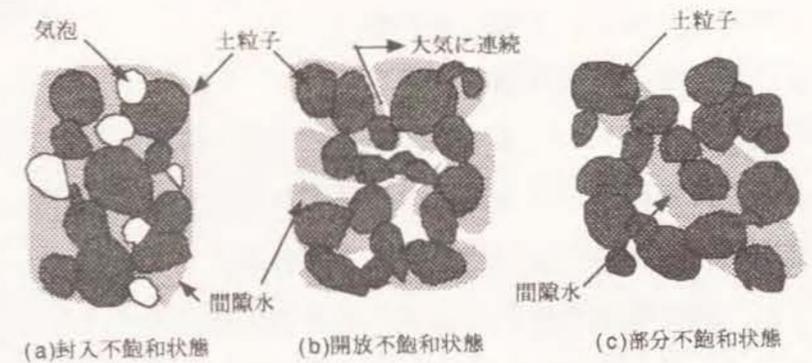


図 2.2.3 土のさまざまな不飽和状態

## 2.2.2 飽和および不飽和浸透理論の推移

飽和流れを記述するDarcy式は、1856年に、浄化槽の濾過水量に関する実験結果にもとづいて提案された。この式の最大の特徴は、土の複雑な間隙経路の中で生じている流れを、流量流速という仮想量におきかえることにより、間隙内の微視的な流体運動を巨視的に平均化した点にある。当初、Darcy式は実験式として位置づけられていたが、その後の研究により Navier-Stokes式と理論的に等価であることが明らかにさ

れた<sup>5)</sup>。

Darcy式からDarcy-Buckingham式への拡張には、土壤物理学分野における不飽和流れの研究が大きく貢献している。不飽和流れに関する研究のおおよその推移をまとめると、図2.2.4のようになる<sup>6)</sup>。Briggsは、1897年、土壌を球の集合体とみなして土壌水の保水機構とミクロな移動メカニズムを論じた。不飽和流れの研究はこのBriggsに始まるとされているが、当初、水の移動は粒子接合部の集積水のもつ

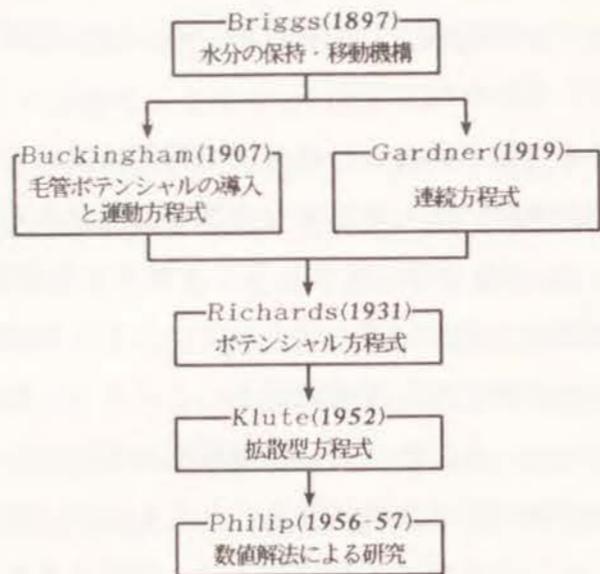


図 2.2.4 不飽和流れに関する理論研究の推移 (文献 6) より作図)

界面力のバランスによって生じると考えられていた。その後、Buckinghamは、Briggsの示した界面力と水分量との一価的な関係から毛管ポテンシャルの存在を主張し、土壌の重力排水後の水分分布から求められるとした。そして運動方程式は、先述したように、熱や電気の流れを表す法則と同じ形になるとして式(2.2.2)を提案した。このように、Buckingham式そのものはDarcy式と何ら関係なく誘導されたものである。

BriggsにしるBuckinghamにしる、それらの研究は土壌中の水の移動メカニズムを記述する運動方程式のみを扱ったもので、それだけでは水の移動を流れとして解析することができない。連続方程式の導入はGardnerによって試みられたが、運動方程式そのものがBriggsの考え方を踏襲したものであったため、完全な支配方程式を得るまでにはいたらなかった。Buckinghamの運動方程式とGardnerの連続方程式とを結びつけ、現在一般に用いられているポテンシャル方程式の原型を誘導したのがRichardsである。この時点で、すでに、Buckingham式とDarcy式との物理的対応性が明らかにされており、Richardsも、Darcy式の透水係数を水分量あるいは負の圧力の関数とすることにより、不飽和流れに適用できると考えている<sup>7)</sup>。

<sup>7)</sup> Briggs, Buckingham, GardnerおよびRichardsは文献 6)からの引用による。

その後1950年代に、Richardsの方程式にもとづき、Klute<sup>7)</sup>が水分量を変数とする拡散型方程式を誘導した。これにより、不飽和流れの数値解析への道が開かれることになり、50年代後半には、Philip<sup>8),9)</sup>が、数値解析結果と実験値との比較を通して、不飽和流れの種々の特性を明らかにした。不飽和流れに関する研究は、この時点で1つのまとまった理論段階に達したとみることができる。

## 2.3 支配方程式

### 2.3.1 支配方程式の誘導

座標  $i$  方向での間隙内の液体の真の速度を  $v_{wi}$ 、土粒子の真の速度を  $v_{si}$ 、土粒子に対する間隙内の液体の相対速度 (流量流速) を  $v_i$  とすると、これらの間に次の関係が成り立つ。

$$v_i = n S_r (v_{wi} - v_{si}) \quad (i=1, 2, 3) \quad (2.3.1)$$

ここに  $v_i$  : 土粒子に対する間隙内の液体の相対速度

$v_{wi}$  : 間隙内の液体の真の速度

$v_{si}$  : 土粒子の真の速度

$n$  : 間隙率

$S_r$  : 飽和度

式(2.2.2)と式(2.3.1)より、間隙内の液体の真の速度は次のようになる。

$$v_{wi} = v_{si} - \frac{1}{n S_r} K_{ij} \phi_{,j} \quad (i, j=1, 2, 3) \quad (2.3.2)$$

間隙内を流動する水分と土粒子に関する連続の条件は、質量保存則より、それぞれ次の式(2.3.3a)と式(2.3.3b)のようになる。

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_w n S_r) + (\rho_w n S_r v_{wi})_{,i} = 0 \quad (i=1, 2, 3) \quad (2.3.3a)$$

$$-\frac{\partial n}{\partial t} + \left\{ (1-n) v_{si} \right\}_{,i} = 0 \quad (i=1, 2, 3) \quad (2.3.3b)$$

ここに  $t$  : 時間

$\rho_w$  : 水の密度

式(2.3.3b)では、土粒子を非圧縮性とする。

式(2.3.2)の運動方程式と式(2.3.3)の連続方程式から  $v_{wi}$  を消去すると、支配方程式の原型として次式が得られる。

$$\begin{aligned} & (\rho_w K_{ij} \phi_{,j})_{,i} \\ &= \rho_w S_r v_{si,i} - \rho_w S_r \frac{\partial n}{\partial t} + n v_{si} (\rho_w S_r)_{,i} + \frac{\partial (\rho_w n S_r)}{\partial t} \end{aligned} \quad (2.3.4)$$

( $i, j=1, 2, 3$ )

土粒子の変位ベクトルを  $u_{si}$  とすると、式(2.3.4)の右辺第1項の  $v_{si,i}$  は

$$v_{si,i} = \frac{\partial}{\partial t} (u_{si,i}) = \frac{\partial n}{\partial t} \quad (i=1, 2, 3) \quad (2.3.5)$$

となり、式(2.3.4)の右辺の第1項と第2項は相殺される。さらに式(2.3.4)の右辺第3項は2次の微分項であり、第4項と比べてその大きさを無視することができる。したがって式(2.3.4)は次のように簡略化される。

$$(\rho_w K_{ij} \phi_{,j})_{,i} = \frac{\partial}{\partial t} (\rho_w n S_r) \quad (i, j=1, 2, 3) \quad (2.3.6)$$

式(2.3.6)が、第2.2節で述べたRichardsのポテンシャル方程式である。式の左辺に含まれる透水係数  $K_{ij}$  は、式(2.2.2b)で説明したように、飽和領域では飽和透水係数  $K_{ij}^s$ 、不飽和領域では圧力水頭  $\psi$  の関数  $K_{ij}(\psi)$  となる。 $K_{ij}^s$  から  $K_{ij}(\psi)$  への移行あるいはその逆の変化は連続的に生じるため、不飽和透水係数の飽和透水係数に対する比  $K_r$  を導入することにより、 $K_{ij}$  を次のように表すことができる<sup>10)</sup>。

$$K_{ij} = K_r K_{ij}^s \quad (i, j=1, 2, 3) \quad (2.3.7a)$$

$$\text{ただし} \quad \begin{cases} 0 \leq K_r < 1 & \text{at } \psi < 0 \\ K_r = 1 & \text{at } \psi \geq 0 \end{cases} \quad (2.3.7b)$$

ここで  $K_r$  は相対透水係数あるいは比透水係数とよばれ、図2.2.2(a)と同じく  $\psi$  の関数となる。

式(2.3.6)の右辺に含まれる  $\rho_w$ 、 $n$  および  $S_r$  のいずれも  $\psi$  の関数であるから、これらの間に一価関係が成り立つとすると、さらに次のように展開することができる。

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_w n S_r) = \left( n S_r \frac{d\rho_w}{d\psi} + \rho_w S_r \frac{dn}{d\psi} + \rho_w n \frac{dS_r}{d\psi} \right) \frac{\partial \psi}{\partial t} \quad (2.3.8)$$

上式の右辺の各項は、順に、圧力水頭の変化に対する液体の圧縮・膨張量、土の骨格

構造の変化量、飽和度の変化量を表す。このうち右辺の第2項は、Biotの圧密方程式にみられるように、浸透流動と変形の相互作用を考察する上で重要な量となる<sup>11)</sup>。空隙内の流体と土の骨格構造の圧縮率をそれぞれ  $c_w$  と  $c_f$  とし、含水状態を表す尺度として、飽和度のかわりに

$$\theta = n S_r \quad (2.3.9)$$

で定義される体積含水率  $\theta$  を用いることにすると、式(2.3.8)は次のようになる。

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_w n S_r) = \left( \frac{\theta}{n} S_s + c_s \right) \frac{\partial \psi}{\partial t} \quad (2.3.10a)$$

$$\text{ただし} \quad S_s = \rho_w g n (c_w + c_f) \quad (2.3.10b)$$

$$c_s = \frac{d\theta}{d\psi} \quad (2.3.10c)$$

ここに  $S_s$  : 比貯留係数  
 $c_s$  : 比水分容量  
 $\theta$  : 体積含水率  
 $c_w$  : 空隙流体の圧縮率  
 $c_f$  : 土の骨格構造の圧縮率  
 $g$  : 重力加速度

比貯留係数  $S_s$  もまた  $\psi$  の関数となるが、飽和領域で土の骨格構造の変形量が小さい場合には、一定値とみなすことができる<sup>12)</sup>。また不飽和領域では、骨格構造の変化量と空隙水の密度変化が水分量の変化に比べ十分に小さいため、 $S_s = 0$  となる。比水分容量  $c_s$  は、図2.2.2(b)の  $\theta \sim \psi$  関係の曲線勾配として求めることができ、飽和領域では  $c_s = 0$  となる。

式(2.3.7)と式(2.3.10)より、式(2.3.6)は次のようになる。

$$\left\{ K_r(\psi) K_{ij}^s \phi_{,j} \right\}_{,i} = \left\{ \frac{\theta(\psi)}{n} S_s + c_s(\psi) \right\} \frac{\partial \psi}{\partial t} \quad (i, j=1, 2, 3) \quad (2.3.11a)$$

$$\text{ただし 不飽和領域: } 0 \leq K_r(\psi) < 1, \quad \theta = \theta(\psi), \quad S_s = 0, \quad c_s = c_s(\psi) \quad (2.3.11b)$$

$$\text{飽和領域: } K_r = 1, \quad \theta = n, \quad S_s = \text{const.}, \quad c_s = 0 \quad (2.3.11c)$$

$i, j=3$  を鉛直上向き座標として、式(2.3.11a)を圧力水頭  $\psi$  で表すと次式となる。

$$\left\{ K_r(\psi) K_{ij}^s \phi_{,j} + K_r(\psi) K_{i3}^s \right\}_{,i} = \left\{ \frac{\theta(\psi)}{n} S_s + c_s(\psi) \right\} \frac{\partial \psi}{\partial t} \quad (2.3.12)$$

( $i, j=1, 2, 3$ )

式(2.3.11)または式(2.3.12)を、与えられた境界条件と初期条件の下で解くことにより、統一されたポテンシャル場の解として  $\psi = \psi(x, y, z; t)$  を得ることができる。ここで  $x, y, z$  はそれぞれ水平、奥行き水平、鉛直上向きの主軸座標、 $t$  は時間である。

### 2.3.2 ポテンシャル方程式と拡散型方程式

不飽和領域におけるポテンシャル方程式は、式(2.3.11)で  $S_s = 0$  とおくことにより、

$$\left\{ K_{ij}(\psi) \phi_{,j} \right\}_{,i} = c_s(\psi) \frac{\partial \psi}{\partial t} \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (2.3.13)$$

となる。式(2.3.13)は圧力水頭  $\psi$  を独立変数とする方程式であるため、 $\psi$  またはそれから得られる全水頭  $\phi$  により、流れの強さや方向などの進展状況を求めることができる。しかし土中の水分状態は、 $\psi$  から土の保水特性である  $\theta \sim \psi$  関係を通して間接的にしか知ることができない。

ポテンシャルから水分量への変換は Klute<sup>21)</sup> により行われた。 $\psi$  と体積含水率  $\theta$  との間に一価関係があるとすると、式(2.3.13)は次式のように  $\theta$  のみの方程式に書き換えることができる。

$$(D_{ij} \theta_{,j} + K_{is})_{,i} = \frac{\partial \theta}{\partial t} \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (2.3.14a)$$

$$\text{ただし } D_{ij} = D_{ij}(\theta) = K_{ij}(\theta) \frac{d\psi}{d\theta} \quad (2.3.14b)$$

ここに  $D_{ij}$  : 水分拡散係数

式(2.3.14)は Klute の拡散型方程式とよばれ、土壌物理学分野で広く用いられている。しかしこの式は、飽和・不飽和浸透流解析の支配方程式として用いることができない。飽和領域で水分拡散係数  $D_{ij}$  が無限大になり、式そのものが成り立たなくなるからである。また、領域が粘性土と粗粒土といった水分特性の異なる材料で構成されている場合、材料の境界面で  $\theta$  が不連続となり、拡散型方程式の解が不定となる。

飽和・不飽和浸透流解析の基礎方程式として式(2.3.11)あるいは式(2.3.12)のポテンシャル方程式を用いるのは、上にみた拡散型方程式の物理的制約からきたものであるが、別のみ方をすれば、ポテンシャルという物理量から流れの進展状況を知ろうと

する力学面への指向が強くあらわれた結果ともいえる。しかしポテンシャル方程式には、拡散型方程式に比べ不利な点があるのも事実である。その1つが、ポテンシャル方程式では  $K_{ij} = K_{ij}(\psi)$  としているため、拡散型方程式の  $K_{ij} = K_{ij}(\theta)$  より大きなヒステリシスがあらわれてくる点である。もう1つの制約として、土が極端に乾燥している状態では  $K_{ij}$  の  $\psi$  への依存性が強くなり、解が不安定になることがあげられる。ポテンシャル方程式そのものは十分に合理的な根拠にもとづいて誘導されたものであるため、この種の制約は、飽和・不飽和浸透流解析の適用性の検討あるいは土の不飽和水分特性のモデル化を通して対処していかざるをえないと考えられる。

## 2.4 有限要素定式化

### 2.4.1 反復型 Galerkin 有限要素法による定式化

有限要素法は、コンピュータの急速な進展に刺激を受けて開発された近代的な数値解析技術の1つで、工学をはじめ自然科学の多くの分野で広く使われている。定式化には変分法に属する Ritz 法や残差法の1つである Galerkin 法が用いられる。変分法では、問題を記述する支配方程式と境界条件に等価な汎関数を求め、これを最小化することにより近似解をえる。これに対し残差法は、支配方程式の変数を関数近似し、その誤差(残差)を最小にすることによって近似解を求めようとする方法で、定式化にあたって汎関数の存在を必ずしも必要としない点に特徴をもつ。

飽和・不飽和浸透流解析の支配方程式は、先に式(2.3.11)あるいは式(2.3.12)で誘導したとおりである。これを与えられた初期条件と境界条件のもとで解くことにより、連続したポテンシャル場の解として圧力水頭  $\psi(x, y, z; t)$  を知ることができる。

初期条件は次のように表される。

$$\psi(x, y, z; 0) = \psi_0(x, y, z) \quad (2.4.1)$$

ここに  $\psi_0$  : 任意の座標位置における既知の圧力水頭

境界条件には、圧力水頭が既知である場合と流量が既知である場合の2つのタイプがある。図2.4.1の不透水性地盤上のアースダムで説明すると、既知水頭境界  $\Gamma_1$  は貯水池に接する上流側斜面に、既知流量境界  $\Gamma_2$  は不透水性地盤面や大気に接する天端面と下流側斜面に対応する。

これらの境界条件は次のように与えられる。

$$\psi(x, y, z; t) = \psi_b(x, y, z; t) \quad \text{on } \Gamma_1 \quad (2.4.2a)$$

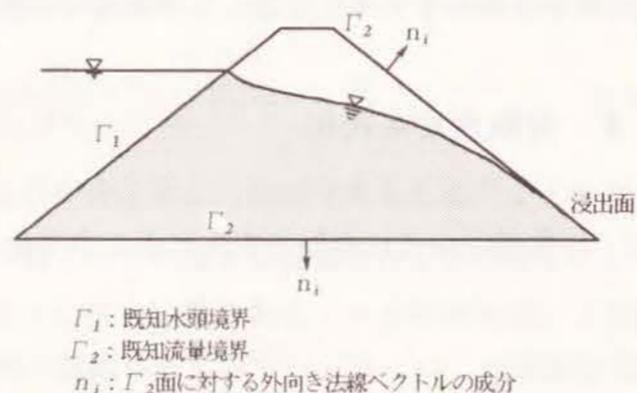
$$K_r (K_{ij}^s \psi_{,j} + K_{i3}^s) n_i = -v_b(x, y, z; t) \quad \text{on } \Gamma_2 \quad (2.4.2b)$$

(i, j = 1, 2, 3)

ここに  $\psi_b$  : 既知の圧力水頭  
 $n_i$  : 境界面  $\Gamma_2$  に対する外向き法線ベクトルの成分  
 $v_b$  : 境界面  $\Gamma_2$  における既知流量流速

式(2.3.12)に示した支配方程式は放物型の偏微分方程式であり、これに対する汎関数は存在しない。このため、有限要素定式化には残差法が必要となる。ここでは、そのうち広く使われている Galerkin 法<sup>10)</sup> を用いることにする。

以下に、式(2.3.12)の有限要素定式化を説明する。



$\Gamma_1$ : 既知水頭境界  
 $\Gamma_2$ : 既知流量境界  
 $n_i$ :  $\Gamma_2$  面に対する外向き法線ベクトルの成分

図 2.4.1 浸透場の境界条件

(1) Galerkin法による有限要素定式化 対象領域  $R$  において、与えられた境界条件を満足する圧力水頭の近似解  $\psi_R$  を次のように定義する。

$$\psi_R = \psi_R(x, y, z; t) = \xi_n(x, y, z) \psi_n(t) \quad (n = 1, 2, \dots, N) \quad (2.4.3)$$

ここに  $\psi_R$  : 圧力水頭の近似解  
 $\xi_n$  : 座標に関する形状関数  
 $\psi_n$  : 時間に関する形状関数  
 $N$  : 有限要素網の総節点数  
 $n$  : 節点番号を表す擬標

$\psi_R$  は試行関数ともよばれ、式(2.4.3)では、座標のみの関数である形状関数  $\xi_n$  と時間のみの関数である形状関数  $\psi_n$  との線形結合で与えられると考える。 $\psi_R$  は近似解であるから、式(2.3.12)より、次の残差  $L(\psi_R)$  が生じる。

$$L(\psi_R) = (K_r K_{ij}^s \psi_{R,j} + K_r K_{i3}^s)_{,i} - \left( \theta \frac{S_s}{n} + c_s \right) \frac{\partial \psi_R}{\partial t} \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (2.4.4)$$

$\psi_R$  が最良の近似解となるためには、 $L(\psi_R)$  が領域  $R$  内で恒等的にゼロになる必要がある。これは、数学的には、 $L(\psi_R)$  がすべての形状関数  $\xi_n$  と直交性を有するため条件と等価である<sup>13)</sup>。つまり  $R$  内で次式が成立しなければならない。

$$\Omega_n(\psi_R) = \int_R L(\psi_R) \xi_n dR = 0 \quad (n = 1, 2, \dots, N) \quad (2.4.5)$$

ここで、 $\Omega_n$  は変分法における汎関数に相当するもので、式(2.4.5)は領域内のすべての節点に対して  $\Omega_n$  がゼロでなければならないことを表す。

以上から、 $\psi_R$  の最良の解を得るという課題は、式(2.4.4)で  $L(\psi_R) = 0$  を直接解くのではなく、かわりに、式(2.4.5)を満足する近似解  $\psi_R$  を決定することに帰着される。

節点  $n$  に対する全体座標系での形状関数  $\xi_n$  は、 $n$  に隣接する複数個の要素の形状関数  $\xi_n^e$  の和として与えられる。このため式(2.4.5)は離散化された各要素に対しても成立し、それらを重ね合わせるにより、 $\psi_R$  に関する全体座標系での有限要素方程式が得られる。要素に関する量を上付きの添字  $e$  で表すことにすれば、任意の要素に対する直交性の条件は次のようになる。

$$\Omega_n^e(\psi_R) = \int_{R^e} L(\xi_n^e \psi_n) \xi_n^e dR = 0 \quad (n, m = 1, 2, \dots, N) \quad (2.4.6)$$

ここに  $R^e$  : 要素の領域  
 $m$  : 要素に含まれる節点の番号

上式の指標  $m$  は総和規約にしたがう。

まず、全体領域に対する汎関数  $\Omega_n$  の内容を具体的に展開すると、次のようになる。式(2.4.4)と式(2.4.5)より

$$\Omega_n(\psi) = \iint_R \left\{ \frac{\partial}{\partial x_i} \left( K_r K_{ij}^s \frac{\partial \psi}{\partial x_j} + K_r K_{i3}^s \right) - \left( \frac{\theta}{n} S_s + c_s \right) \frac{\partial \psi}{\partial t} \right\} \xi_n dR = 0 \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (2.4.7)$$

式(2.4.7)で  $x_1$  は水平座標  $x$ 、 $x_2$  は奥行き水平座標  $y$ 、 $x_3$  は鉛直座標  $z$  を表す。右辺には2次の高次微分項が含まれるため、Greenの定理を用いて次数を下げると、次のようになる。

$$\Omega_n(\psi) = \iint_R \left\{ \frac{\partial (K_r K_{ij}^s)}{\partial x_i} \frac{\partial \psi}{\partial x_j} + K_r K_{ij}^s \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_i \partial x_j} + \frac{\partial (K_r K_{i3}^s)}{\partial x_i} - \left( \frac{\theta}{n} S_s + c_s \right) \frac{\partial \psi}{\partial t} \right\} \xi_n dR$$

$$\begin{aligned}
&= \iint_R \frac{\partial(K_r K_{ij}^s)}{\partial x_i} \frac{\partial \psi}{\partial x_j} \xi_n dR + \left\{ \oint_{\Gamma} K_r K_{ij}^s \xi_n \frac{\partial \psi}{\partial x_j} n_i d\Gamma - \iint_R \frac{\partial(K_r K_{ij}^s \xi_n)}{\partial x_i} \frac{\partial \psi}{\partial x_j} dR \right\} \\
&+ \left\{ \oint_{\Gamma} K_r K_{i3}^s \xi_n n_i d\Gamma - \iint_R \frac{\partial(K_{i3}^s \xi_n)}{\partial x_i} K_r dR \right\} - \iint_R \left( \frac{\theta}{n} S_s + c_s \right) \frac{\partial \psi}{\partial t} \xi_n dR \\
&= - \iint_R K_r K_{ij}^s \frac{\partial \xi_n}{\partial x_i} \frac{\partial \psi}{\partial x_j} dR - \iint_R K_r K_{i3}^s \frac{\partial \xi_n}{\partial x_i} dR \\
&+ \oint_{\Gamma} K_r \left( K_{ij}^s \frac{\partial \psi}{\partial x_j} + K_{i3}^s \right) \xi_n n_i d\Gamma - \iint_R \left( \frac{\theta}{n} S_s + c_s \right) \frac{\partial \psi}{\partial t} \xi_n dR \\
&= - \iint_R K_r K_{ij}^s \frac{\partial \xi_n}{\partial x_i} \frac{\partial \psi}{\partial x_j} dR - \iint_R K_r K_{i3}^s \frac{\partial \xi_n}{\partial x_i} dR - \oint_{\Gamma_2} v_b \xi_n d\Gamma - \iint_R \left( \frac{\theta}{n} S_s + c_s \right) \frac{\partial \psi}{\partial t} \xi_n dR \\
&= 0 \quad (i, j=1, 2, 3; n=1, 2, \dots, N) \quad (2.4.8)
\end{aligned}$$

ここで  $\oint_{\Gamma}$  : 境界面  $\Gamma$  上での面積分

上式の最後の展開式の第3項は、式(2.4.2.b)に示した既知流量境界面  $\Gamma_2$  上での境界条件によったものである。

次に、要素に関する直交性の条件を展開する。式(2.4.8)を式(2.4.6)にあてはめると、要素に含まれる節点  $n$  について、次式がえられる。

$$\begin{aligned}
&\iint_{R^e} K_r K_{ij}^s \frac{\partial \xi_n^e}{\partial x_i} \frac{\partial \xi_m^e}{\partial x_j} dR \cdot \psi_m + \iint_{R^e} \left( \frac{\theta}{n} S_s + c_s \right) \xi_n^e \frac{d\psi}{dt} dR \\
&= - \oint_{\Gamma_2^e} v_b^e \xi_n^e d\Gamma - \iint_{R^e} K_r K_{i3}^s \frac{\partial \xi_n^e}{\partial x_i} dR \quad (2.4.9) \\
&\quad (i, j=1, 2, 3; n=1, 2, \dots, N)
\end{aligned}$$

ここに  $\Gamma_2^e$  : 要素  $e$  の既知流量境界面  
 $v_b^e$  : 要素  $e$  の  $\Gamma_2^e$  における既知流量

式(2.4.9)は、任意の時間  $t$  において成立する。左辺の第2項に含まれる時間微分項の定式化の方法には、各時間段階ごとに Galerkin法を適用する通常の方法と、ポテンシャルの変化が時間的に一定であると考えられる修正法がある。前者の方法では解が不安定になる<sup>14)</sup>ため、ここでは修正法を用いることにする。この場合、式(2.4.9)は任意の瞬間時間に対して成り立つことになり、時間微分項は他の積分項に関する有限要素定式化とは別の方法で取り扱うことができる<sup>15)</sup>。まず節点  $n$  における時間微分項

$\partial \psi_n / \partial t$  を、全領域にわたる  $\partial \psi / \partial t$  の平均として定義する。つまり

$$\frac{\partial \psi_n}{\partial t} = \frac{\iint_R \left( \frac{\theta}{n} S_s + c_s \right) \frac{\partial \psi}{\partial t} \xi_n dR}{\iint_R \left( \frac{\theta}{n} S_s + c_s \right) \xi_n dR} \quad (2.4.10)$$

式(2.4.10)の平均化が任意の要素に対してもあてはまるとすると、要素内の節点  $n$  に対する直交性の条件は、式(2.4.9)より次のようになる。

$$\begin{aligned}
&\iint_{R^e} K_r K_{ij}^s \frac{\partial \xi_n^e}{\partial x_i} \frac{\partial \xi_m^e}{\partial x_j} dR \cdot \xi_m + \frac{\partial \psi_n}{\partial t} \iint_{R^e} \left( \frac{\theta}{n} S_s + c_s \right) \xi_n^e dR \\
&= - \oint_{\Gamma_2^e} v_b^e \xi_n^e d\Gamma - \iint_{R^e} K_r K_{i3}^s \frac{\partial \xi_n^e}{\partial x_i} dR \quad (2.4.11) \\
&\quad (i, j=1, 2, 3; n, m=1, 2, \dots, N)
\end{aligned}$$

式(2.4.11)の土質パラメータのうち  $K_{ij}^s$ ,  $n$  および  $S_s$  は一定値である。 $K_r$ ,  $\theta$  および  $c_s$  は  $\psi$  の関数となるが、 $\psi$  が節点値として求められるため、これらのパラメータも節点量として表現することができる。要素の節点番号を擬標の  $l$  で表すことにすると、形状関数  $\xi_l^e$  を用いて、 $K_r$ ,  $\theta$  および  $c_s$  を次のように近似化できる。

$$K_r = K_{rl} \xi_l^e \quad (2.4.12a)$$

$$\theta = \theta_l \xi_l^e \quad (2.4.12b)$$

$$c_s = c_{sl} \xi_l^e \quad (2.4.12c)$$

ここに  $K_{rl}$ ,  $\theta_l$ ,  $c_{sl}$  : 節点  $l$  における相対透水係数, 体積含水率, 比水分容量

式(2.4.11)と式(2.4.12)より、直交性条件として最終的に次式がえられる。

$$\begin{aligned}
&\left\{ \iint_{R^e} K_{ij}^s K_{rl} \xi_l^e \frac{\partial \xi_n^e}{\partial x_i} \frac{\partial \xi_m^e}{\partial x_j} dR \right\} \psi_m + \left\{ \iint_{R^e} \left( \frac{S_s}{n} \theta_l \xi_l^e + c_{sl} \xi_l^e \right) \xi_n^e dR \right\} \frac{\partial \psi_n}{\partial t} \\
&= - \oint_{\Gamma_2^e} v_b^e \xi_n^e d\Gamma - \iint_{R^e} K_{i3}^s K_{rl} \frac{\partial \xi_n^e}{\partial x_i} dR \quad (i, j=1, 2, 3) \quad (2.4.13)
\end{aligned}$$

式(2.4.13)は任意の要素に対して成立する。したがって、先に述べたように、これをすべての要素について重ね合わせていけば、領域全体に対するマトリックス形式の有限要素方程式(平衡方程式)がえられる。つまり

$$A_{nm} \psi_m + F_{nm} \frac{\partial \psi_m}{\partial t} = Q_n - B_n \quad (2.4.14a)$$

( $i, j=1, 2, 3; n, m=1, 2, \dots, N$ )

$$\text{ただし } A_{nm} = \sum_e \iint_{R^e} K_{ij}^s K_{rl} \xi_l^e \xi_n^e \xi_m^e \xi_j^e dR \quad (2.4.14b)$$

$$F_{nm} = \sum_e \delta_{nm} \iint_{R^e} \left( \frac{S_s}{n} \theta_l \xi_l^e + c_{sl} \xi_l^e \right) \xi_n^e dR \quad (2.4.14c)$$

$$Q_n = - \sum_e \oint_{\Gamma_2^e} v_b^e \xi_n^e d\Gamma \quad (2.4.14d)$$

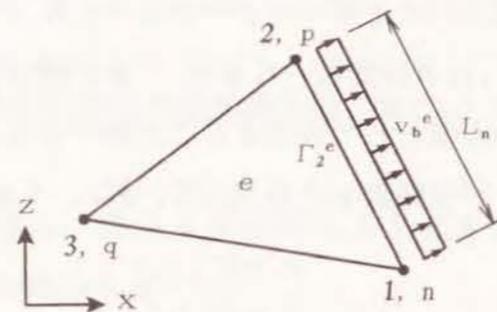
$$B_n = \sum_e \iint_{R^e} K_{i3}^s K_{rl} \xi_l^e \xi_n^e \xi_i^e dR \quad (2.4.14e)$$

ここに  $\delta_{nm}$  : Kroneckerのデルタ

式(2.4.14)で、 $\sum_e$ はすべての要素についての総和を表す。また指標  $l$  は要素  $e$  に含まれる節点すべてについての総和を表す擬標である。式(2.4.13)と式(2.4.14a)の比較から明らかなように、 $F_{nm}$ は  $n=m$  の対角項のみが非零値となる。

## (2) 要素に対するマトリックス表示

(1)で誘導した式(2.4.14)の内容を、具体的に、鉛直2次元場の三角形要素について表示する。要素はその領域内で流速が一定であるとする。図2.4.2に任意の要素  $e$  を示す。領域を  $R^e$ 、要素節点系での節点番号を1, 2, 3, それに対応する全体座標系での節点番号を  $n, p, q$  とする。また節点番号1( $n$ )と2( $p$ )を結ぶ辺を既知流量境界  $\Gamma_2^e$  とし、その辺長  $L_n$  にそって流量流速  $v_b^e$



1, 2, 3 : 要素系節点番号  
 $n, p, q$  : 全体系節点番号  
 $\Gamma_2^e$  : 既知流量境界面  
 $L_n$  :  $\Gamma_2^e$  の辺長  
 $v_b^e$  :  $\Gamma_2^e$  における既知流量  
 $x$  : 水平方向の主軸座標  
 $z$  : 鉛直上向き方向の主軸座標

図 2.4.2 既知流量境界面をもつ三角形要素  $e$

が与えられているとする。水平方向の主軸座標を  $x$ 、鉛直上向き方向を  $z$  とする。

各節点の圧力水頭に線形内挿モデルをあてはめると、形状関数は次のようになる。

$$\begin{Bmatrix} \xi_1^e \\ \xi_2^e \\ \xi_3^e \end{Bmatrix} = \frac{1}{2\Delta} \begin{bmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ x \\ z \end{Bmatrix} \quad (2.4.15a)$$

$$\text{ただし } a_1 = x_2 z_3 - x_3 z_2, \quad a_2 = x_3 z_1 - x_1 z_3, \quad a_3 = x_1 z_2 - x_2 z_1 \quad (2.4.15b)$$

$$b_1 = z_2 - z_3, \quad b_2 = z_3 - z_1, \quad b_3 = z_1 - z_2 \quad (2.4.15c)$$

$$c_1 = x_3 - x_2, \quad c_2 = x_1 - x_3, \quad c_3 = x_2 - x_1 \quad (2.4.15d)$$

$$\Delta = \frac{1}{2}(b_1 c_2 - b_2 c_1) = \frac{1}{2}(b_2 c_3 - b_3 c_2) = \frac{1}{2}(b_3 c_1 - b_1 c_3) \quad (2.4.15e)$$

ここに  $x_1, z_1, \dots, z_3$  : 節点1, 2, 3の座標

$\Delta$  : 要素の面積

式(2.4.15)から次の微分公式がえられる<sup>1)</sup>。

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial \xi_i}{\partial x} \frac{\partial}{\partial \xi_i} = \frac{b_i}{2\Delta} \frac{\partial}{\partial \xi_i}, \quad \frac{\partial}{\partial z} = \frac{\partial \xi_i}{\partial z} \frac{\partial}{\partial \xi_i} = \frac{c_i}{2\Delta} \frac{\partial}{\partial \xi_i} \quad (2.4.16a)$$

$$\iint_{R^e} \xi_1^\alpha \xi_2^\beta \xi_3^\gamma dR = 2\Delta \frac{\alpha! \beta! \gamma!}{(\alpha + \beta + \gamma + 2)!} \quad (2.4.16b)$$

ここに  $\alpha, \beta, \gamma$  : 任意の整数

式(2.4.14b)~式(2.4.14e)を式(2.4.15)と式(2.4.16)を用いて展開すると、次のマトリックスまたはベクトル表示の式がえられる。

$$A_{nm} = \sum_e \frac{1}{4\Delta} \bar{K}_r \left\{ K_{11}^s (b_n b_m) + K_{13}^s (b_n c_m + b_m c_n) + K_{33}^s (c_n c_m) \right\} \quad (2.4.17a)$$

$$F_{nm} = \sum_e \delta_{nm} \frac{\Delta}{12} \left\{ \frac{S_s}{n} (2\theta_n + \theta_p + \theta_q) + (2c_{sn} + c_{sp} + c_{sq}) \right\} \quad (2.4.17b)$$

$$Q_n = - \sum_e \frac{v_b^e L_n}{2} \quad (2.4.17c)$$

$$B_n = \sum_e \frac{1}{2} \bar{K}_r (K_{13}^s b_n + K_{33}^s c_n) \quad (2.4.17d)$$

$$\text{ただし } \bar{K}_r = \frac{K_{rn} + K_{rp} + K_{rq}}{3} \quad (2.4.17e)$$

( $n, m=1, 2, \dots, N$ )

ここに  $\bar{K}_r$  : 要素  $e$  の相対透水係数の平均値

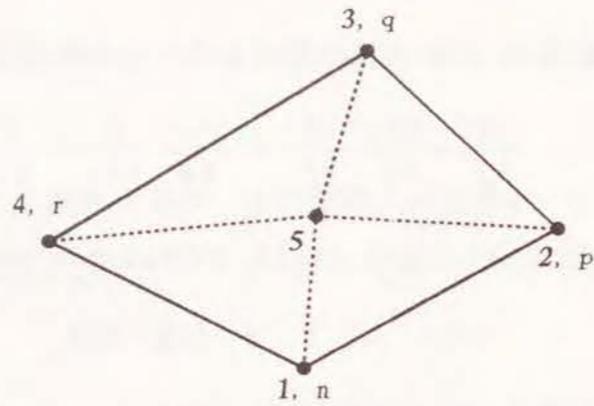
$K^s$  の添字 : 1 は水平座標  $x$ , 2 は鉛直座標  $z$

式(2.4.17a)では、透水係数テンソルの特性から  $K_{13}^s = K_{31}^s$  としている。総節点数を  $N$  とすると、 $A_{nm}$  は  $N \times N$  次元の対称マトリックス、 $F_{nm}$  は  $N \times N$  次元の対角マトリックス、 $Q_n$  と  $B_n$  は  $N$  次元のベクトルとなる。また水平面内での2次元流れでは、 $B_n$  はすべての節点でゼロとなる。

三角形要素を用いると複雑な幾何形状の領域を随意に離散化できるが、反面、節点が多くなり入力の手間や計算機の容量で制約を受けやすくなる。このため、通常は、

図2.4.3に示すように、4個の三角形要素から四辺形要素を作成する方法がとられる。この場合、内部節点の5を消去するため静的縮小<sup>17)</sup>が必要となるが、式(2.4.14a)には時間微分項が含まれるため、 $F_{nm}$ と $A_{nm}$ 、 $Q_n$ 、 $B_n$ とを同列に取り扱うことができない。

式(2.4.17b)からわかるように、 $F_{nm}$ の対角成分は $\theta$ や $c_s$ などの土質パラメータと要素の面積のみで決定され、形状関数には依存しない。このため四辺形要素に対する $F_{nm}$ は、純粹に数学的な方法によらなくても、三角形要素の表示式に対する物理的類似性から誘導することができる。式(2.4.17b)が表す内容は、1つは、 $F_{nn}$ が節点 $n$ における圧力水頭の単位時間あたりの単位変化によってもたらされる要素内の水分の貯留量を表し、これに対する各節点の寄与が節点 $n$ において2倍になるということである。もう1つは、要素内で $c_s$ や $\theta$ が均一な場合には、貯留量 $F_{nn}$ が各節点で等分に受けもたれるという点である。たとえば飽和流れを考えると、 $c_s=0$ 、 $\theta=n$ であるから、節点 $n$ で $F_{nn}=\frac{4}{3}S_s$ となる。以上から、四辺形要素に対する $F_{nm}$ の表示式として次式がえられる。



1,2,3,4 : 要素系節点番号  
n,p,q,r : 全体系節点番号  
5 : 内部節点

図 2.4.3 4個の三角形要素で構成された四辺形要素

$$F_{nm} = \sum_k \delta_{nm} \frac{\nabla}{20} \left\{ \frac{S_s}{n} (2\theta_n + \theta_p + \theta_q + \theta_r) + (2c_{sn} + c_{sp} + c_{sq} + c_{sr}) \right\} \quad (2.4.18)$$

ここに  $\nabla$  : 四辺形要素の面積  
 $n, p, q, r$  : 四辺形要素の節点番号

式(2.4.18)で、貯留量に対する内部節点5の寄与はすでに消去されており、 $F_{55}=0$ であるから、内部節点5に対する平衡方程式は次のようになる。

$$A_{51}\psi_1 + A_{52}\psi_2 + A_{53}\psi_3 + A_{54}\psi_4 + A_{55}\psi_5 = Q_5 - B_5 \quad (2.4.19)$$

内部節点が境界上にくることはないから、一般に $Q_5=0$ と考えてよい。上式を $\psi_5$ に

ついて解き、これを他の節点1~4の平衡方程式に代入すれば $\psi_5$ を完全に消去することができる。

(3) 時間微分項の差分化 修正Galerkin法によって誘導した式(2.4.14)は、特定の時間に対してのみ成立する。このため、時間微分項を適当な時間間隔 $\Delta t$ で差分化し、時間軸にそって逐次計算を行う必要がある。任意の時間段階 $t_k$ における量を上付きの添字 $k$ で、その時の時間増分を $\Delta t_k$ で表すと、式(2.4.14)の差分式は次のようになる。

$$\left[ A_{nm} + \frac{\alpha}{\Delta t_k} F_{nm} \right]^{k+1/2} \left\{ \psi_m \right\}^{k+1} = \alpha \left\{ Q_n - B_n \right\}^{k+1/2} - \left[ \beta A_{nm} - \frac{\alpha}{\Delta t_k} F_{nm} \right]^{k+1/2} \left\{ \psi_m \right\}^k \quad (2.4.20)$$

( $n, m=1, 2, \dots, N$ )

ここに  $\alpha, \beta$  : 中央差分では $\alpha=2, \beta=1$ 、後退差分では $\alpha=2, \beta=1$

上式で $[\cdot]$ 、 $\{\cdot\}$ は、それぞれその中に含まれる量がマトリックス、ベクトルであることを表す。また $k+1/2 \equiv t_k + \frac{1}{2}\Delta t_k$ 、 $k+1 \equiv t_k + \Delta t_k$ である。

式(2.4.20)の $\alpha$ と $\beta$ の値、つまり差分化の方法は、流れの形態に支配される対角マトリックス $F_{nm}$ の性質によって決まる。表2.4.1に、流れの形態に応じた差分化の方法をまとめる。

まず比貯留係数が $S_s \neq 0$ の場合、式(2.4.17b)から飽和流れ、飽和・不飽和流れのいずれにおいても常に $F_{nn} \neq 0$ であるため、式(2.4.14a)は放物型の方程式となる。この種の方程式に対しては、中央差分により安定した解がえられる。 $S_s=0$ で不飽和流れのみの場合、 $c_s \neq 0$ であるから $F_{nn} \neq 0$ となり、 $S_s \neq 0$ の場合と同じように中央差分により安定した解がえられる。 $S_s=0$ で飽和流れの場合には、常に $F_{nn}=0$ となり時間微分項は消える。このとき式(2.4.14a)は楕円型のLaplace方程式

表 2.4.1 流れの形態に応じた差分方法

比貯留係数 $S_s$	不飽和流れ	飽和・不飽和流れ	飽和流れ
$\neq 0$	— <sup>a)</sup>	中央差分	中央差分
$= 0$	中央差分	後退差分	直接解法 <sup>b)</sup>

a) 不飽和流れではつねに $S_s=0$ 。  
b) Laplaceの方程式で表される定常飽和流れ。

となるため、これを直接解くことによって圧力水頭を求めることができる。 $S_s=0$ でかつ飽和流れと不飽和流れが混在する場合には、飽和領域の圧力水頭が境界条件に応じて瞬間的に決定されてしまうため、時間的な連続性をもたなくなる。このとき、式(2.4.20)を中央差分で表示すると右辺が不定となり、そのままでは解くことができない。この種の問題に対しては、後退差分法により比較的安定した解がえられることが知られている<sup>18)</sup>。

式(2.4.20)は、時間段階  $t_k$  で既知量としてえられている圧力水頭  $\{\psi_m\}^k$  をもとに、次の時間段階  $t_{k+1}$  での値  $\{\psi_m\}^{k+1}$  を求めていく過程を表す。この過程で、時間段階  $k+1/2 \equiv t_k + \frac{1}{2} \Delta t_k$  における左辺のマトリックスおよび右辺のベクトルとマトリックスを推定する必要がある。これらは、いずれも圧力水頭によって一意的に定まる量であるから、 $t_k + \frac{1}{2} \Delta t_k$  での  $\{\psi_m\}^{k+1/2}$  から決定することができる。 $\{\psi_m\}^{k+1/2}$  の成分は、 $t_{k-1}$  と  $t_k$  ですでにえられている  $\{\psi_m\}^{k-1}$  と  $\{\psi_m\}^k$  との線形外挿から次のように求めることができる。

$$\{\psi_m\}^{k+1/2} = \{\psi_m\}^k + \frac{\Delta t_k}{2 \Delta t_{k-1}} (\{\psi_m\}^k - \{\psi_m\}^{k-1}) \quad (m=1, 2, \dots, N) \quad (2.4.21)$$

ここに  $\Delta t_{k-1}$ ,  $\Delta t_k$ : 時間段階  $t_{k-1}$ ,  $t_k$  における時間増分

図2.2.2に示したように、土の不飽和水分特性は非線形な関数で与えられるため、式(2.4.20)では繰返し計算により解の精度を高めていく必要がある。時間段階  $t_{k+1}$  の初期値として式(2.4.21)により  $\{\psi_m\}^{k+1/2}$  がえられた後は、次式の非線形繰返し計算により更新していく。

$$\{\psi_m\}^{k+1/2} = \frac{\{\psi_m\}^k + \{\psi_m\}^{k+1}}{2} \quad (m=1, 2, \dots, N) \quad (2.4.22)$$

ここに  $\{\psi_m\}^k$ : 時間段階  $t_k$  における既知の圧力水頭分布  
 $\{\psi_m\}^{k+1}$ : 前繰返し計算で式(2.4.20)からえられる圧力水頭分布

式(2.4.20)と式(2.4.22)の繰返し計算は、次式が満足されれば収束したと判断し、次の時間段階に進む。

$$\max |\{\psi_m\}^{k+1(i+1)} - \{\psi_m\}^{k+1(i)}| \leq \varepsilon \quad (m=1, 2, \dots, N) \quad (2.4.23)$$

ここに  $\max$ : 全節点における圧力水頭の最大反復誤差  
 $\varepsilon$ : 許容値  
 $i$ : 繰返し計算回数

以上で説明した時間微分項の取り扱いを中心に、有限要素法による飽和・不飽和浸透流解析の計算フローまとめると、図2.4.4のようになる。

### 2.4.2 自由水面と浸出面の決定

飽和・不飽和浸透流解析では、自由水面と浸出面を物理的に合理的に決定できる。

自由水面は、場の方程式と境界・初期条件からえられる圧力水頭分布  $\psi$  において、 $\psi=0$  を結ぶ等

圧面として与えられる。自由水面は連続した時間段階の過程で定めることができ、有限要素網の幾何形状が変わることはない。

浸出面は、その面に沿って  $\psi=0$  でかつ流量流出が生じている飽和領域の外部境界として定義される。もしこれを  $\psi=0$  の既知水頭境界  $\Gamma_1$  として指定すると、浸出面の大きさは固定されてしまい、非定常な浸透状況を評価できなくなる。また、浸出面からの流出は場の圧力水頭分布がわかってはじめて計算できる量であるから、これをあらかじめ既知流量境界  $\Gamma_2$  として指定することはできない。このように浸出面は、時間的に変化し、それをあらかじめ  $\Gamma_1$  または  $\Gamma_2$  としては指定できない、あるいは別の

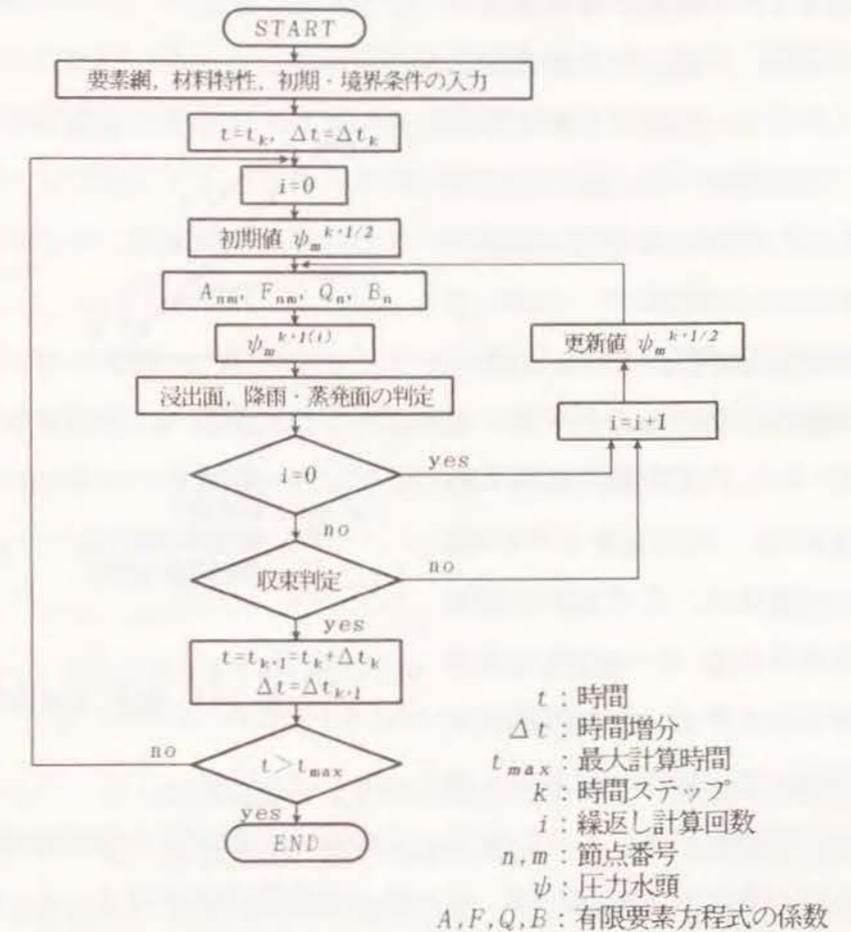


図 2.4.4 飽和・不飽和浸透流解析の計算フロー

表現をすれば、場の方程式と境界条件を満足させるように試行的に決定していかなければならない性質のものである。

時間段階  $t_{k+1}$  について考える。前時間段階  $t_k$  の圧力水頭分布は既知で、このときの浸出面が図2.4.5(a)の節点  $q$  以下の面であるとする。まず  $t_{k+1}$  の1回めの繰返し計算では、浸出面を  $\psi = 0$  の既知水頭境界、その他の外部境界面を流量  $Q = 0$  の既知流量境界面とする。もし浸出面が時間に無関係に一定もしくは

その変動が非常に小さいなら、このように指定した境界条件はそのまま満足され、浸出面上では  $\psi = 0$ ,  $Q < 0$ , その他の外部境界面では  $\psi < 0$ ,  $Q = 0$  となる。ここで、 $Q$  は領域の外側へ流出する場合にマイナス値をとる。しかし浸出面が時間とともに変化する場合には、 $t_k$  の結果にもとづいて指定した境界条件は  $t_{k+1}$  で矛盾をきたすはずである。その一例が図2.4.5(b)に示す自由水面低下のケースで、節点  $q$  はもはや浸出面上にはなく、そこでの節点流量は  $Q_q > 0$  となる。したがって次の繰返し計算では、 $Q_q = 0$  として  $q$  を非浸出面上の節点として取り扱わなければならない。図2.4.5(c)のように自由水面が上昇する場合は、 $r$  が新たに浸出面上の節点となって  $\psi \geq 0$  となる。このため次の繰返し計算では、 $\psi_r = 0$  として  $r$  を浸出面上の節点として扱う必要がでてくる。以上の判定を図2.4.4の繰返し計算過程の中で行うことにより、浸出面の位置を物理的合理性をもって決定することができる。

### 2.4.3 降雨浸透と蒸発面の境界条件

飽和・不飽和浸透流解析は、降雨浸透や蒸発などのさまざまな境界条件を比較的簡

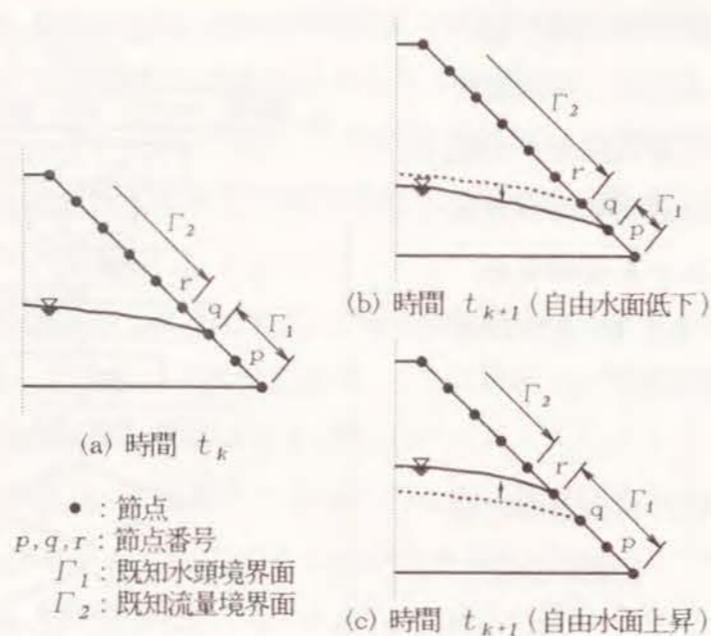


図 2.4.5 繰返し計算過程における浸出面の決定

単に取り込むことができる。

降雨浸透、蒸発のいずれにしろ、地表面で流入あるいは流出する流量が土の不飽和水分特性に大きく左右されるため、あらかじめ固定された境界条件では表現できない。たとえば、降雨強度が土の浸透能力を下まわっていれば降雨は土中に浸透していき、地表面は既知流量境界面として機能する。しかし時間が経過し降雨強度が浸透能力を上まわるようになれば、地表面は既知圧力境界面となって、降雨の一部は地表面を流下するようになる。

既知流量境界に対する条件は式(2.4.2b)に示したとおりで、その中に含まれる  $v_0$  は、降雨浸透の場合には降雨強度に、蒸発現象では蒸発位に相当する。このとき満足されなければならない圧力水頭  $\psi$  の条件は、大気圧を基準にとると次のようになる。

$$\text{降雨浸透} \quad \psi < 0 \quad (2.4.24a)$$

$$\text{蒸発} \quad \psi < \psi_L \quad (2.4.24b)$$

ここに  $\psi_L$ : 蒸発が生じる下限の圧力水頭 (土中の水分量と大気の蒸気圧との平衡条件から決定される)

2.4.2の説明と同じように、ある時間段階の1回めの繰返し計算で、地表面を既知流量境界面として指定したとする。地表面が、前の時間段階に引き続いて降雨浸透面または蒸発面でありつづけるなら、式(2.4.24)は満足され、次の繰返し計算でも既知流量境界面として計算を進めることができる。これに対し、 $\psi \geq 0$  または  $\psi \geq \psi_L$  の結果がでれば、地表面はもはや既知流量境界面でなくなったわけであり、以降の繰返し計算では、 $\psi = 0$  または  $\psi = \psi_L$  の既知水頭境界面として処理していかなければならない。

降雨浸透および蒸発面の判定は、浸出面と同じく、図2.4.4の繰返し計算の中に容易に組み込むことができる。

## 2.5 まとめ

従来の浸透流解析では、自由水面を移動する材料境界面<sup>10)</sup>と考え、それ以下の領域の飽和流れのみが対象とされてきた。しかし実際現象として、毛管力の作用により、自由水面上部の領域においても不飽和流れとして相当量の水分移動があることが、多くの研究により事実として確認されている。

本章では、対象とする領域をあらかじめ自由水面という非連続面で分割するのではなく、全領域を1つのポテンシャル場としてとらえ、その分布特性から自由水面や浸出面をはじめさまざまな浸透流況を求めようとする飽和・不飽和浸透流解析について、その基本概念、支配方程式および有限要素法による定式化を説明し、解析法としての特徴をまとめた。以下に検討結果を要約する。

- a) 土中水の流れは全水頭 $\phi$ の分布特性によって統一的に表現できる。自由水面は $\phi$ が位置水頭に等しい、つまり大気圧を基準にすると圧力水頭 $\psi$ がゼロとなる点を連ねた等圧面として定義される。自由水面より下の $\phi > 0$ の領域では重力の影響が卓越する飽和流れが、上部の $\phi < 0$ の領域では毛管力による不飽和流れが生じていることになる。これら2つの流れは、全水頭というポテンシャルを通して連続したものとして取り扱うことができる。
- b) 土粒子と間隙流体との相対運動にもとづく連続方程式とDarcy-Buckingham式により、支配方程式としてRichardsのポテンシャル方程式を誘導した。Darcy-Buckingham式は、飽和流れに広く用いられているDarcy式を不飽和流れへ拡張した運動方程式である。ポテンシャル方程式は、飽和流れと不飽和流れを統一的に表現でき、材料特性が異なる非均質構造に対しても適用できるなど、Kluteの拡散型方程式に比べすぐれた特徴をもつ。反面、透水係数のヒステリシスが大きくあらわれたり、土が極端に乾燥した状態にあると解が不安定になるなどの制約を合わせもつ。このため、その適用にあたっては、土の不飽和水分特性のモデル化や対象とする問題の性質などを十分に考慮する必要がある。
- c) Richardsのポテンシャル方程式に対し、反復型Galerkin法による有限要素定式化を行った。土の不飽和水分特性は一般に非線形な関係で与えられるため、ある時間段階のポテンシャル分布を知るには繰返し計算が必要となる。この繰返しは、計算のフローをかなり複雑にするが、浸出面や降雨浸透条件を物理的な合理性をもって判定できるという利点をもたらす。浸出や降雨浸透が生じる外部境界面が、既知水頭境界条件または既知流量境界条件のいずれに

あるのかアプリアリに決めることはできない。このため、あらかじめ仮に指定した境界条件が場の方程式と他の境界条件を物理的に満足しているかどうかを試行的に判断して、必要に応じて境界条件を更新していかなければならない。繰返し計算ではこの判定ルーチンを容易に組み込むことができる。

数値解法にはそれにふさわしい適用の場がある。逆の表現をすれば、支配方程式の性質からくる適用の制限がある。Richardsのポテンシャル方程式にもとづく飽和・不飽和浸透流解析でいうなら、上記のb)がこれにあたる。本章は支配方程式とそれに対する有限要素定式化といった数学的展開をまとめたもので、数値解法としての適用性については立ち入っていない。飽和・不飽和浸透流解析を利用してフィルダムの水理学的、力学的挙動の検討を進めるうえで、これはあらかじめ明確にしておかなければならない問題の1つである。第3章では、この適用性について、対象を一般的な問題からフィルダムの浸透問題へと絞りながら検討を進める。

## 参考文献 (第2章)

- 1). 吉田昭次：浸透流の基礎的研究—浸透流の力学—, 山形大学紀要(農学), 5(3), 257-329, 1968.
- 2). Rubin, J.: Theoretical analysis of two-dimensional, transient flow of water in unsaturated and partially unsaturated soils, Soil Science Society of America, Proceedings, 32(5), 607-615, 1968.
- 3). Freeze, R.A.: Influence of unsaturated flow domain on seepage through earth dams, Water Resources Research, 7(4), 928-941, 1971.
- 4). Swartzendruber, D.: The flow of water in unsaturated soils, "Flow through Porous Media" edited by DeWiest, R.J., Academic Press, pp.215-292, 1969.
- 5). DeWiest, R.J.: Fundamental principles of ground-water flow, "Flow through Porous Media" edited by DeWiest, R.J., Academic Press, pp.1-52, 1969.
- 6). 浸透理論体系化研究グループ：土壌水運動理論の諸系列(1)—その内容と評価—, 土壌の物理性, 13, 54-62, 1965.
- 7). Klute, A.: A numerical method for solving the flow equation for water in unsaturated materials, Soil Science, 73, 105-116, 1952.
- 8). Philip, J.R.: Numerical solution of equations of the diffusion type with diffusivity concentration-dependent, Transactions, Faraday Society, 51, 885-892, 1955.

- 9). Philip, J.R. : The theory of infiltration 1;2;3;4;5, Soil Science, **83**, 345-357;435-448; **84**, 163-178;257-264;329-339, 1957.
- 10). Neuman, S.P. : Saturated-unsaturated seepage by finite elements, Journal of the Hydraulics Division, ASCE, **99** (HY12), 2233-2250, 1973.
- 11). Narashimhan, T.N. and Witherspoon, P. : Numerical method for saturated-unsaturated flow in deformable porous media, 3. Applications, Water Resources Research, **14** (6), 1017-1034, 1978.
- 12). Gambolati, G. : Diagonally dominant matrices for the finite element method in hydrology, International Journal for Numerical Methods in Engineering, **6**, 587-608, 1973.
- 13). Pinder, G.F. and Frindo, E.O. : Application of Galerkin procedure to aquifer analysis, Water Resources Research, **8** (1), 108-120, 1972.
- 14). Neuman, S.P. and Narashimhan, T.N. : Mixed explicit-implicit iterative finite element scheme for diffusion-type problems. I. Theory, International Journal for Numerical Methods in Engineering, **11**, 309-323, 1977.
- 15). Emery, A.F. and Carson, W.W. : An evaluation of the use of the finite element method in the computation of temperature, Journal of Heat Transfer, **93**, 136-145, 1971.
- 16). Desai, C.S. and Abel, J.F. / 山田善之 (訳) : マトリックス有限要素法 — 基礎理論とその応用 —, 科学技術出版社, pp. 97-99, 1974.
- 17). 前掲書 16), pp. 136-138.
- 18). Neuman, S.P. : Galerkin approach to saturated-unsaturated flow in porous media, "Finite Elements in Fluids, Vol. 1 Viscous Flow and Hydrodynamics" edited by Gallagher, R.H., Oden, J.T., Taylor, C. and Zienkiewicz, O.C., John Wiley & Sons, pp. 201-217, 1975.

## 第3章 飽和・不飽和浸透流解析の適用性

### 3.1 概説

飽和・不飽和浸透流解析を適用できる場には多くのものが考えられる。たとえば圃場でのかんがい水の動き、降雨や流出水による地下水の涵養、汚染水の分布、そしてフィルダムなどの盛土構造物の浸透流動など、土壌物理学から土木工学、水文学などの広い分野にわたる問題をあげることができる。しかしこれらのすべてに対し、常にオールマイティであるとはかぎらない。第2.3節で指摘したように、極端に乾燥した土では十分信頼のある解がえられないかもしれない。フィルダムを対象にする範囲ではこの種の問題は生じないが、いずれにしろ、数値解法を用いる場合には、解の信頼性あるいは数値解法のもつ適用性を明確にしておく必要がある。

本章では、飽和・不飽和浸透流解析の適用性を、対象を一般問題からフィルダムの浸透問題へと絞りながら検討していく<sup>1)</sup>。

第3.2節では不飽和流れを取り上げる。第2.2節で述べたように、不飽和流れに関する研究は、Philipの一連の解析的検討<sup>2),3)</sup>を通してほぼ1つのまとまった理論段階に達した。具体的には水平1次元流れ(土による吸水現象)と鉛直1次元流れ(土への浸潤現象)について、Philipの解との比較を通して、飽和・不飽和浸透流解析の精度を調べる。

第3.3節では、飽和・不飽和流れを対象に、室内土槽実験との比較を行う。フランスのVauclinらのグループ<sup>4),5)</sup>はこの種の実験を精力的に実施し、多くの貴重なデータを公表している。本節では、このうち、貯水位低下時の堤体内の非定常浸透流動、ならびに地表散水の浸透にともなう地下水涵養に関する実験を取り上げる。これらはいずれも比較的高い飽和度条件を前提にしたもので、実験規模は小さいものの、フィルダムの浸透問題に対する飽和・不飽和浸透流解析の適用性を検討するうえで適切な比較資料となる。

第3.4節では、対象構造物としてフィルダムを取り上げる。これまで設計基準としての使用実績が豊富なCasagrandeの方法<sup>6)</sup>をもとに、定常状態における自由水面の位

置や浸透流量の計算精度を調べる。また飽和・不飽和浸透流解析の結果に及ぼす土の不飽和水分特性と堤体規模の影響を検討する。

第3.5節には、本章の検討結果を要約する。

### 3.2 不飽和流れへの適用性

#### 3.2.1 水平1次元不飽和流れ

水平1次元不飽和流れとは、純粋に負の圧力水頭（サクション）の勾配のみによって生じる土の吸水現象をさす。図3.2.1に示すように、不飽和状態にある一定断面で半無限長さの均一な水平土柱を考える。初期の体積含水率を $\theta_0$ 、長さに沿った水平座標を $x$ とする。

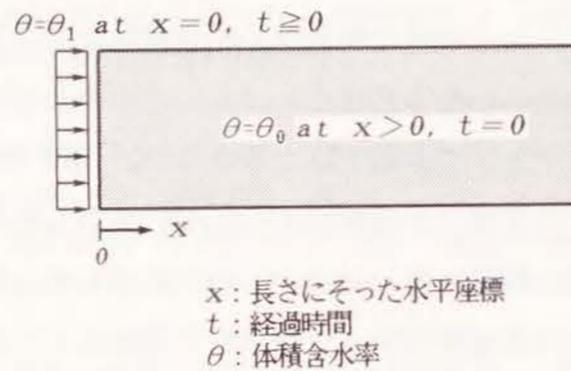


図 3.2.1 水平1次元不飽和流れの初期および境界条件

時間 $t = 0$ の瞬間に土柱の一端 $x = 0$ に $\theta_0$ より高い $\theta_1$ が与えられ、以降その状態が保持されるものとする。 $\theta_1 > \theta_0$ であるから、それぞれの含水率に対応する負圧を $\psi_1$ 、 $\psi_0$ とすると、 $\psi_1 > \psi_0$ となり、このポテンシャル勾配により、土柱の端面から内部に向かって流れが生じる。

支配方程式と初期、境界条件は次のとおりである。

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( D \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) \quad (3.2.1a)$$

$$\theta = \theta_0, \quad x > 0, \quad t = 0 \quad (3.2.1b)$$

$$\theta = \theta_1, \quad x = 0, \quad t > 0 \quad (3.2.1c)$$

ここに  $t$ : 時間  
 $x$ : 土柱の長さに沿った水平座標  
 $\theta$ : 体積含水率  
 $\theta_0, \theta_1$ : 初期、境界条件  
 $D$ : 水分拡散係数

式(3.2.1a)に、Boltzmann変換により新たな従属変数

$$\eta = \eta(\theta) = x t^{-1/2} \quad (3.2.2)$$

を導入すると、次の常微分方程式がえられる<sup>7)</sup>。

$$-\frac{\eta}{2} = \frac{d}{d\theta} \left( D \frac{d\theta}{d\eta} \right) \quad (3.2.3a)$$

$$\eta(\theta_0) \rightarrow \infty \quad \text{or} \quad \frac{d\theta}{d\eta} = 0, \quad \theta = \theta_0 \quad (3.2.3b)$$

$$\eta(\theta_1) = 0 \quad (3.2.3c)$$

式(3.2.3a)を、 $\theta_0$ から任意時間、任意位置の $\theta$ まで積分すると次式がえられる。

$$\int_{\theta_0}^{\theta} \eta d\theta = -2D \frac{d\theta}{d\eta} \quad (3.2.4)$$

上式の誘導の過程で、右辺に $-2D d\theta / d\eta |_{\theta_0}$ があらわれるが、これは式(3.2.3b)より消える。したがって式(3.2.4)が受ける条件は、式(3.2.3c)の境界条件のみとなる。

Philip<sup>8)</sup>は、式(3.2.4)と式(3.2.3c)に対する有限差分法を提示し、水平1次元問題の迅速で精度のよい評価を可能にした。計算に必要な土質パラメータは $D$ と $\theta$ の関係だけである。ここでは次の関数関係を用いる。

$$D = D(\theta) = D_1 \left( \frac{\theta}{\theta_1} \right)^m \quad (3.2.5)$$

ここに  $D_1$ :  $\theta_1$ における水分拡散係数  
 $m$ : 正の材料定数

$\theta_1 = 0.3 \text{ cm}^3 / \text{cm}^3$ ,  $D_1 = 5.0 \text{ cm}^2 / \text{s}$ の条件で、式(3.2.5)の材料定数を $m = 5$ と10とした場合の $D \sim \theta$ 関係を、図3.2.2に示す。

次に式(3.2.5)の $D \sim \theta$ 関係に対応する相対透水係数 $K_r$ と $\theta$ との関係を求める。 $K_r$ と $\theta$ の関係を次式のようにべき乗関数で表すことにする。

$$K_r = \frac{K}{K^s} = \left( \frac{\theta}{\theta_1} \right)^a \quad (3.2.6)$$

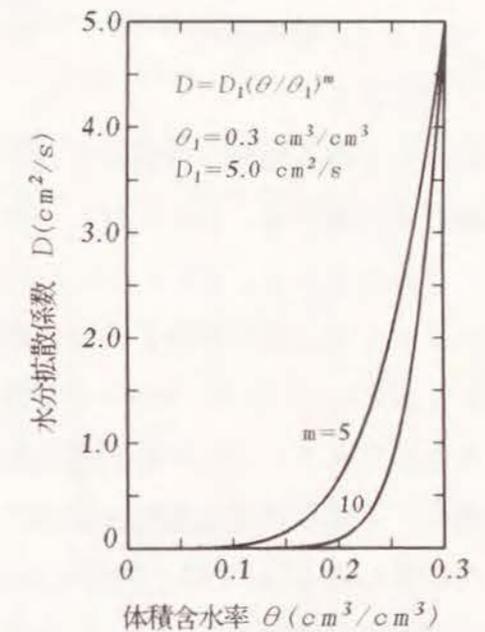


図 3.2.2 水平1次元不飽和流れ問題の土の水分拡散係数

ここに  $K$  : 不飽和透水係数  
 $K^s$  : 飽和透水係数  
 $a$  : 正の材料定数

上式で  $a$  は一般に3~5の値をとるとされている<sup>9)</sup>。

式(3.2.5)と式(3.2.6)を式(2.3.14b)に代入して積分すれば、圧力水頭  $\psi$  がえられる。図3.2.3は、このようにしてえられた  $K_r \sim \theta$  関係と  $\psi \sim \theta$  関係を  $a=5$ ,  $K^s=0.01$  cm/sの場合について表示したものである。図3.2.3は、図3.2.2と物理的に厳密に対応する。

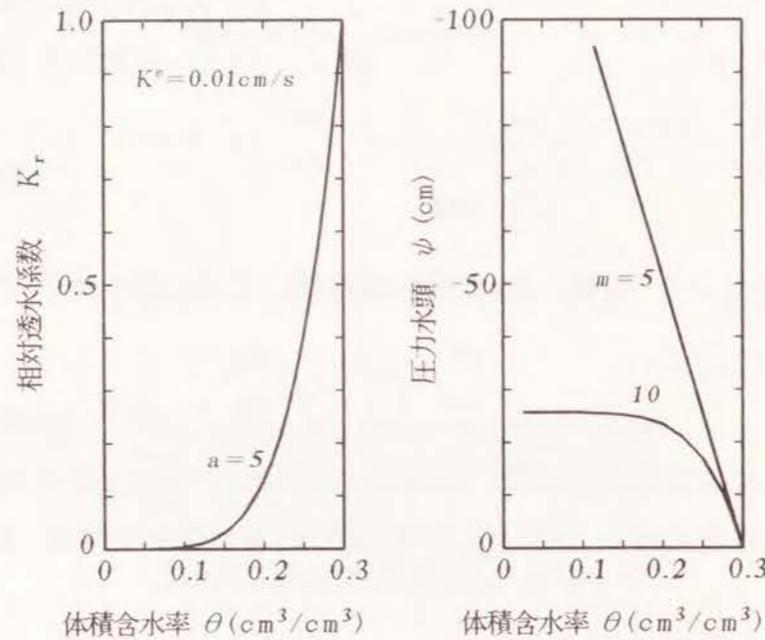


図 3.2.3 水平1次元不飽和流れ問題の土の不飽和水分特性

これらの土の不飽和水分特性を用いて、Philipによる有限差分法と飽和・不飽和浸透流解析を比較する。図3.2.4は、水平距離を横軸にとって任意時間での  $\theta$  の分布をまとめたものである。図3.2.4およびこれ以降に示す図表では、飽和・不飽和浸透流解析によってえられた解をFEMと略記する。

図3.2.4の(a)と(b)は、 $m=5$ の条件で、水分変化に及ぼす初期含水率  $\theta_0$  の影響を調べたものである。 $\theta_0=0.2$ と初期に相対的に湿潤な状態にある(b)では、Philipの解と飽和・不飽和浸透流解析との間にほとんど差がみられない。これに対し初期に乾燥した状態にある(a)では、特に浸潤前線で違いが生じている。図3.2.4(c)は、中位の初期水分条件で  $m=10$ とした場合である。Philipの解と飽和・不飽和浸透流解析はまったく対応していない。図3.2.3からわかるように、 $m=10$ では  $\psi$  のわずかな変化によっても  $\theta$  は大きく変動する。不飽和水分特性にこのように強い非線形性をもつ土に対しては、飽和・不飽和浸透流解析はほとんど無力に近いといえる。

図3.2.5は、 $m=5, 10$  と  $\theta_0=0.05, 0.1, 0.2$ の条件の組み合わせのもとで、 $\theta$  と式(3.2.2)の  $\eta$  との関係性をまとめたものである。同図は、図3.2.4の含水率プロフィー

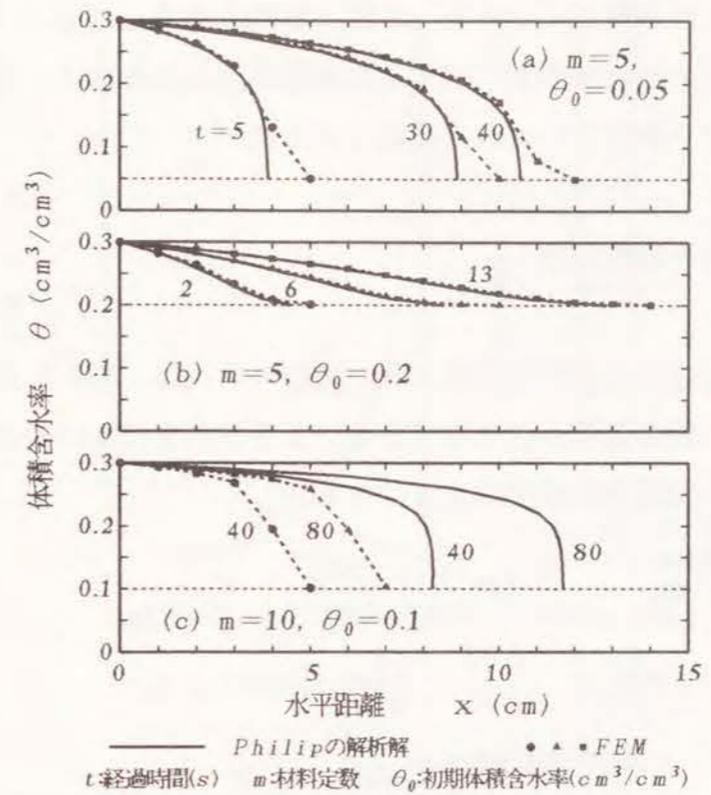


図 3.2.4 水平1次元不飽和流れにおける含水率の変化

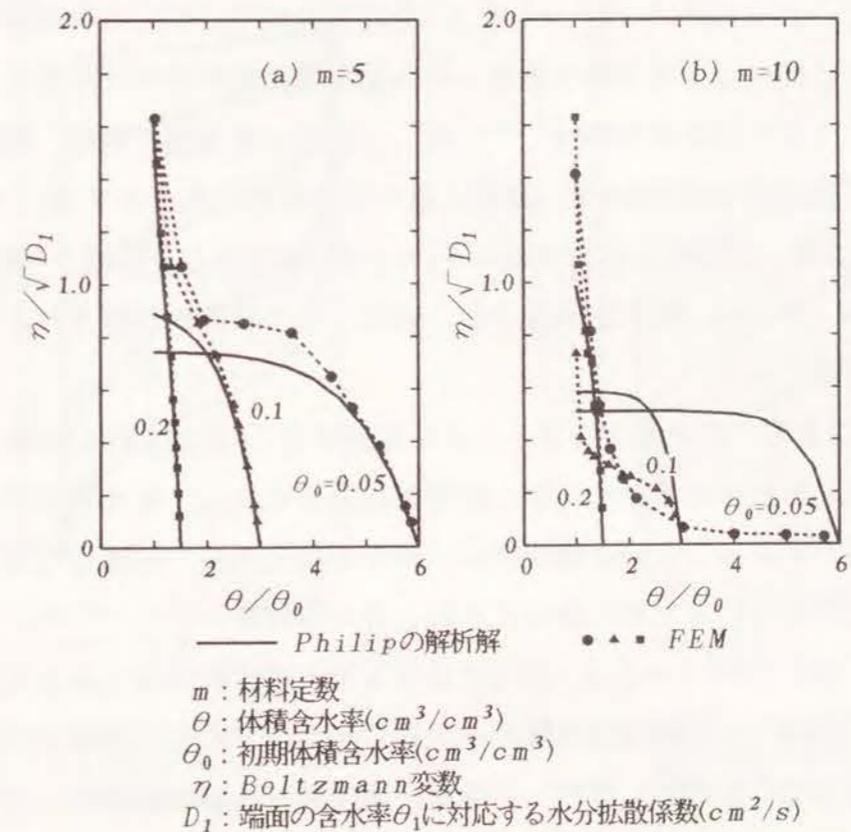


図 3.2.5 水平1次元不飽和流れにおける  $\eta \sim \theta$  関係

ルを  $\eta$  という時間・距離軸上に一本化した図と解釈できる。図3.2.5からも、初期に乾燥状態にあるほど、また  $\theta$  の  $\psi$  に対する依存性が強くなるほど、飽和・不飽和浸透流解析の解の精度が下がっていくのを確認できる。

### 3.2.2 鉛直1次元不飽和流れ

鉛直1次元場における浸潤現象を考える。場のモデルは、図3.2.1の  $x=0$  における端面を上端面とした鉛直下向きの土柱である。 $z$  を下向きに正の鉛直座標とすると、支配方程式と境界、初期条件は次のようになる。

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left( D \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) - \frac{\partial K}{\partial z} \quad (3.2.7a)$$

$$\theta = \theta_1, \quad z=0, \quad t > 0 \quad (3.2.7b)$$

$$\theta = \theta_0, \quad z > 0, \quad t = 0 \quad (3.2.7c)$$

ここに  $\theta_0$  : 初期体積含水率

$\theta_1$  : 上端面で境界条件として与えられる体積含水率

変数変換により、式(3.2.7a)の従属変数を  $\theta = \theta(z, t)$  から  $z = z(\theta, t)$  に換えることができる。Philip<sup>2), 3)</sup> は、 $z(\theta, t)$  を級数展開で近似した有限差分法を提案している。以下にPhilipの差分解と飽和・不飽和浸透流解析との比較を行う。

図3.2.6(a)に土の不飽和水分特性<sup>2), 10)</sup> を、(b)には要素網と境界、初期条件などをまとめる。土柱の長さは150cmで、初期に最小容水状態にあるとする。初期体積含水率は  $\theta_0 = 0.2376$ 、対応する圧力水頭は  $\psi_0 = -592$ cmである。時間  $t=0$  の瞬間に上端面に  $\psi_1 = 0$ cm ( $\theta_1 = 0.495$ ) が負荷され、以降、その状態が保持されるとする。土柱の下端は排水面である。

図3.2.7に、深さ方向の水分プロフィールを比較する。実線がPhilip解、破線が飽和・不飽和浸透流解析の結果であるが、時間の経過とともに、後者での水分進行が遅くなっていくのがわかる。この予測誤差は、水平1次元問題で指摘したように、土が初期に極端に乾燥しているために生じたものと考えられる。

図3.2.8は、図3.2.7の  $t = 3.5 \times 10^5$  sにおける含水率プロフィールを初期条件にして、Philip解と飽和・不飽和浸透流解析を比較したものである。領域が、部分的にしる高い初期水分状態にあると、飽和・不飽和浸透流解析の解の精度は十分に高くなるのがわかる。

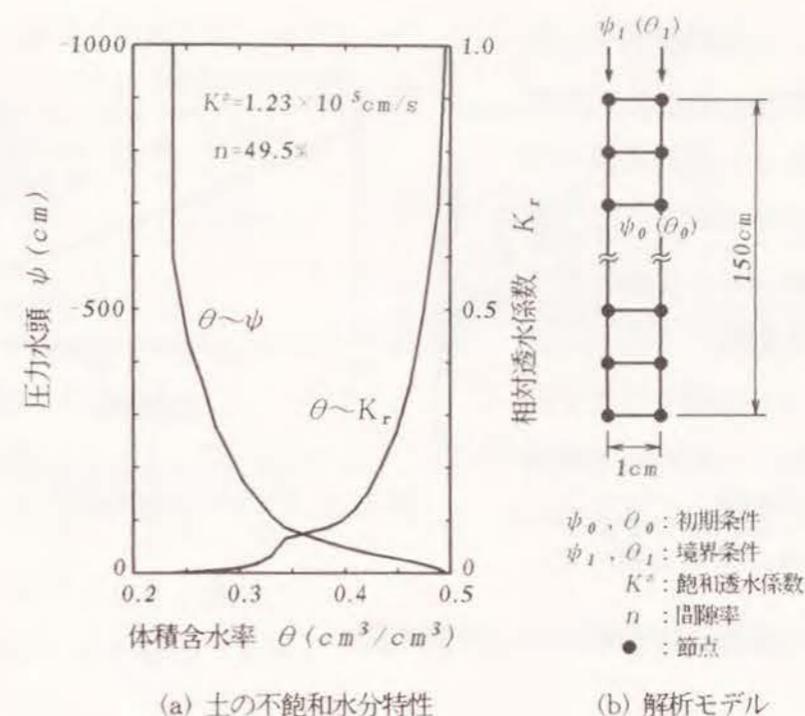


図 3.2.6 鉛直1次元不飽和流れ問題

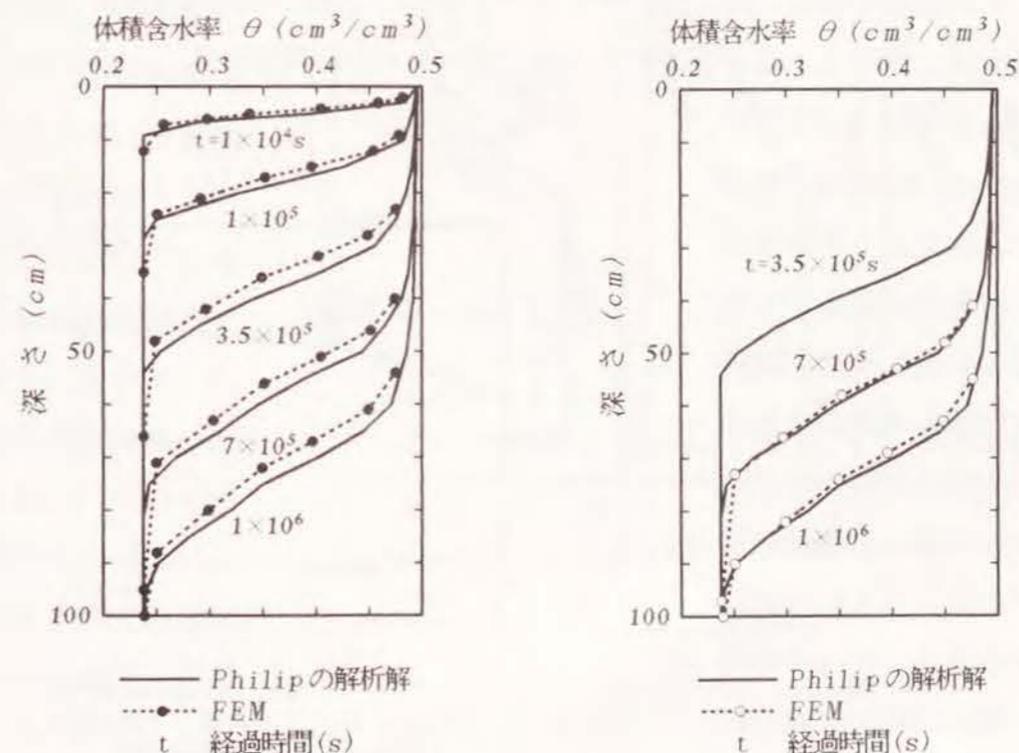


図 3.2.7 鉛直1次元不飽和浸透における深さ方向の含水率分布 (初期状態が最小容水の場合)

図 3.2.8 鉛直1次元不飽和浸透における深さ方向の含水率分布 (初期状態が部分湿潤の場合)

図3.2.9には、浸潤速度を比較する。浸潤速度は、主として境界条件が与えられる上端面近傍の含水率分布によって決定される<sup>7)</sup>ため、Philipの解、最小容水状態を初期条件とした飽和・不飽和浸透流解析および部分湿潤条件を初期条件とした飽和・不飽和浸透流解析の間にほとんど差はみられない。

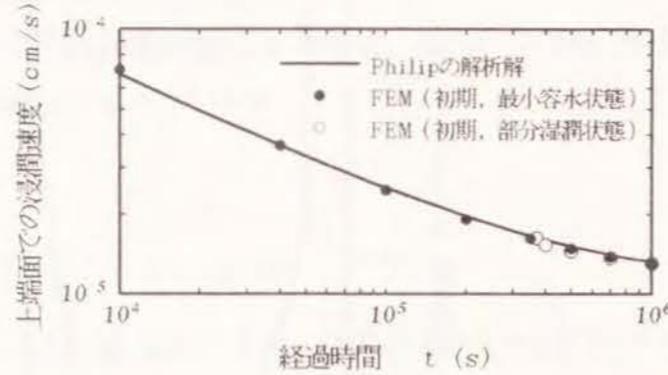


図 3.2.9 鉛直1次元不飽和浸透における浸潤速度

### 3.3 2次元飽和・不飽和流れへの適用性

#### 3.3.1 外水位の低下にともなう堤体内の非定常流れ

初期含水状態がそれほど低くないケースでの飽和・不飽和浸透流解析の適用性と、数値計算手法の簡便さを明らかにするため、Vauclinらの模型実験<sup>4)</sup>との比較を行う。

模型堤体を図3.3.1に示す。

長さ300cm、高さ200cm、奥行き5cmの2次元長方形断面で、底面ab、対称面bcおよび大気と接するcde面は不透水境界面、外水位側のae面のうち低下後の貯水位以下の部分は既知圧力水頭境界、上部は初期浸出面である。外水位は初期に底面から高さ145cmの位置にあり、時間 $t=0$ の瞬間に75cmの位置まで急低下する。飽和透水係数 $K^s=40\text{cm h}$ 、間隙率 $n=0.3$ で、不飽和水

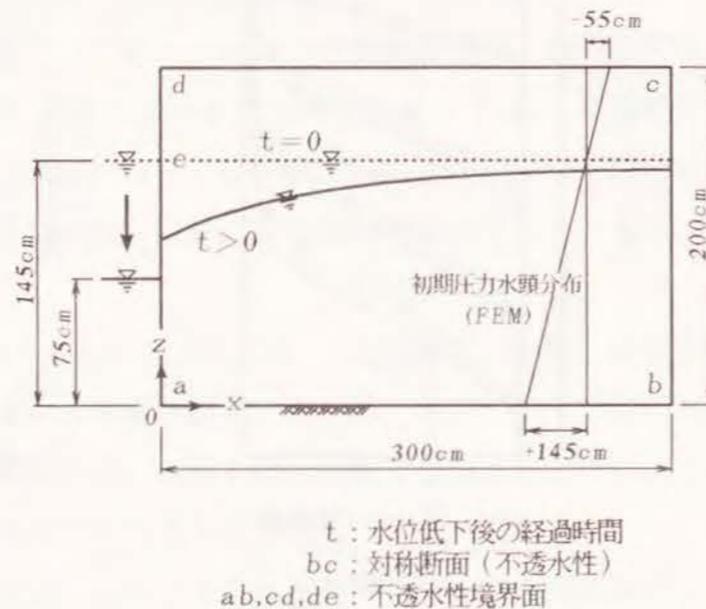


図 3.3.1 外水位急低下問題の実験条件と解析条件

分特性は次のとおりである。

$$\theta = n \frac{40000}{40000 + |\psi|^{2.5}} \quad (3.3.1a)$$

$$K = K^s \frac{3.6 \times 10^3}{3.6 \times 10^3 + |\psi|^{4.5}} \quad (3.3.1b)$$

ここに  $\theta$  : 体積含水率( $\text{cm}^3/\text{cm}^3$ )  
 $K$  : 不飽和透水係数( $\text{cm h}$ )  
 $\psi$  : 圧力水頭( $\text{cm}$ )

飽和・不飽和浸透流解析において、図3.3.1に示すように、堤体は初期に静水圧分布にあるとする。繰返し計算の許容誤差は $\varepsilon=0.01\text{cm}$ である。

図3.3.2に、水位急低下後の自由水面の経時変化を示す。外水位側の浸出面近傍を除くと、飽和・不飽和浸透流解析の結果は実験結果を良好に再現している。浸出面近傍での違いは、解析側の理由として要素辺長が粗いため、実験側からは、浸出点が堤体内の自由水面位置からの外挿によって決定されているため、これら両者の誤差が重なって生じたものと考えられる。

図3.3.3は、外水位側から40、100および

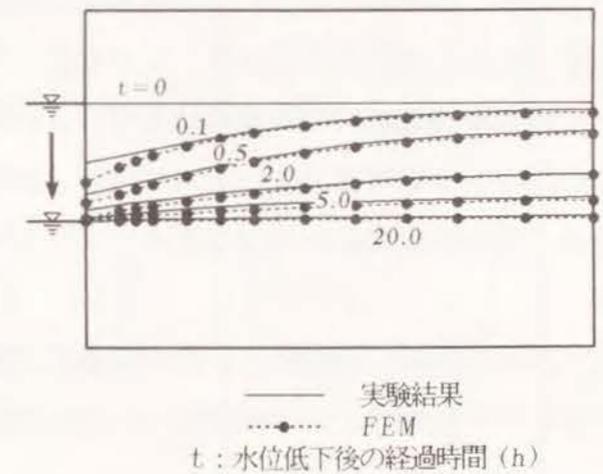


図 3.3.2 外水位急低下後の自由水面

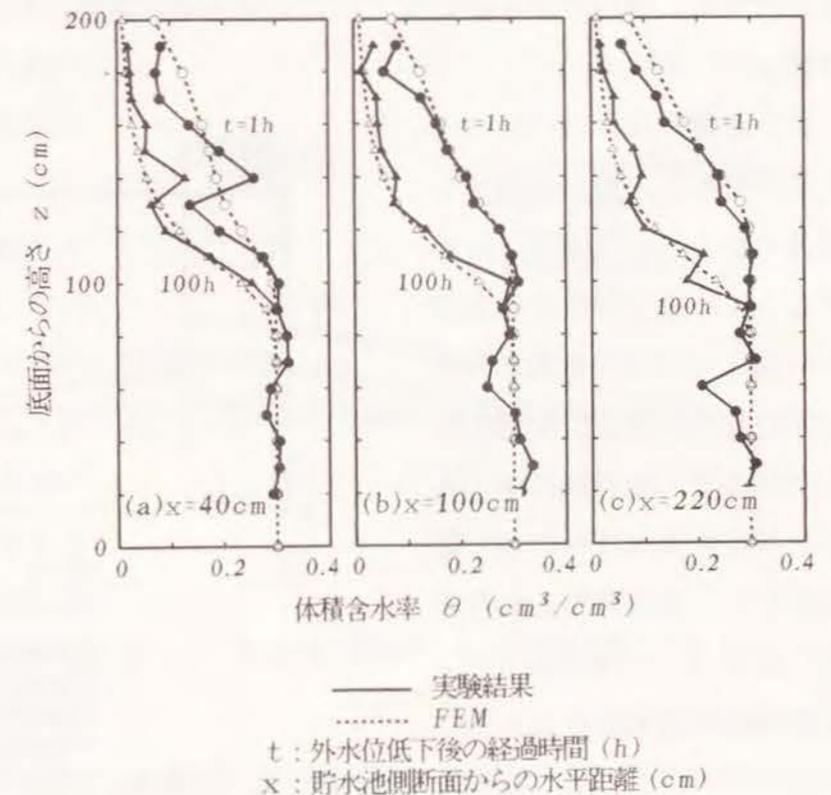


図 3.3.3 外水位急低下後の代表的な鉛直断面における含水率分布

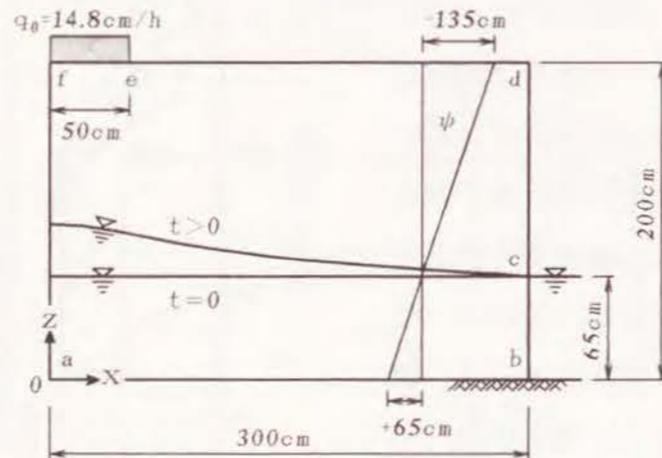
220cm位置の鉛直断面での含水率分布を、経過時間  $t = 1$  と100時間についてまとめたものである。実験値にみられる多少の不規則性は、模型地盤の締固め状態などが起因して生じたものと考えられるが、いずれにしても、全体として、実験結果に対する飽和・不飽和浸透流解析の再現性は非常によい。ちなみに、実験値は アメリシウム214 を用いたガンマ線透過方式によって測定されたものである。図3.3.3の実験結果と解析結果との良好な対応から、ラジオアイソトープ法のもつ実用性を確認することができる。

以上から、初期に比較的高い含水状態にある領域に対しては、飽和・不飽和浸透流解析は十分に精度のよい予測値を与えると判断できる。

### 3.3.2 散水にともなう地下水の涵養

Vauclinらのグループは、3.3.1の実験と同じく、比較的高い含水状態にある模型地盤を対象に、降雨やかんがいなどによる地下水の涵養について精巧な室内土槽実験を展開している<sup>5)</sup>。

模型地盤の規模は 図3.3.1 と同じである。均一に材料を締固めたのち、図3.3.4に示すように、地下水位を地表面から深さ135cmの位置で保持し、地盤内が静水圧状態に達した時点で、地表面に中心断面から長さ50cmにわたって散水を行う。単位時間あたりの散水量は  $q_0 = 14.8 \text{ cm/h}$  で、地盤の飽和透水係数より低く設定されているため、散水量のすべてが地盤に浸透するようになっている。散水時間は8時間である。地盤は、細粒



$q_0$ : 散水強度  
 $t$ : 散水開始後の経過時間  
 $\psi$ : FEM 計算の初期圧力水頭分布  
 $fa$ : 対称断面 (不透水性境界面)  
 $ab, de$ : 不透水性境界面

図 3.3.4 地下水涵養問題の実験条件と解析条件

の川砂で平均密度  $1.57 \text{ g/cm}^3$  に締固められた。間隙率は  $n = 0.3$ 、飽和透水係数は  $K^s = 35 \text{ cm/h}$  である。図3.3.5に地盤材料の不飽和水分特性を示す。底面  $ab$ 、地表面  $de$ 、対称面  $fa$  はいずれも不透水性境界面である。実験では、地表面  $de$  を被覆し蒸発が生じないようにしている。境界面  $bc$ 、 $ef$  はそれぞれ既知水頭境界面、既知流量境界面で、残る  $cd$  面は将来浸出面となりうる境界面である。

図3.3.6に、自由水面の経時変化を比較する。自由水面は散水開始後1.5時間あたりから上昇し始め、以降、急激に上昇する。時間の経過とともにこの上昇速度は緩慢になる。飽和・不飽和浸透流解析はおおむね実験結果を再現している。

中心断面から  $x = 20, 80$  および  $140 \text{ cm}$  位置の鉛直断面における体積含水率の分布をまとめると、図3.3.7のようである。計測された含水率の分布に多少の不規則性があるのはやむをえないとしても、その分布傾向は飽和・不飽和浸透流解析によって

図3.3.7の(a), (b), (c)の順で見ると、含水率分布の進展に一定の傾向があるのがわかる。散水領域の直下にある断面では、進展方向がほぼ鉛直下向きになっているが、断面が散水領域から離れるにしたがって、しだいに横方向からやや上向きに変わっていく。これをわかりやすく説明したのが図3.3.8である。この図は、飽和・不飽和浸透

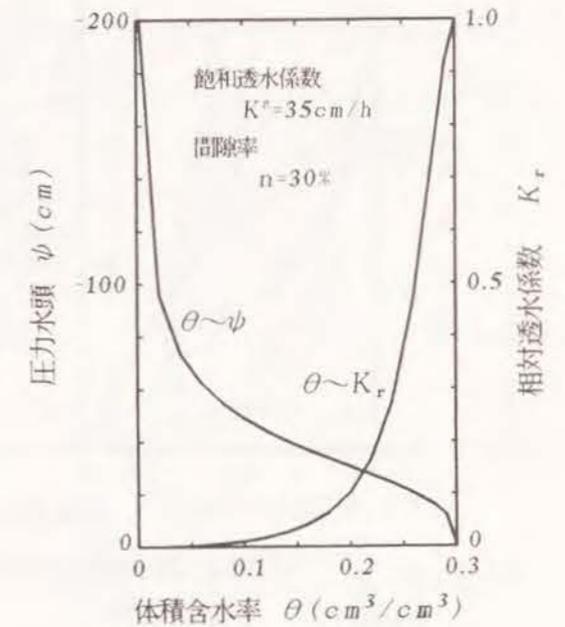


図 3.3.5 地下水涵養問題の土の不飽和水分特性

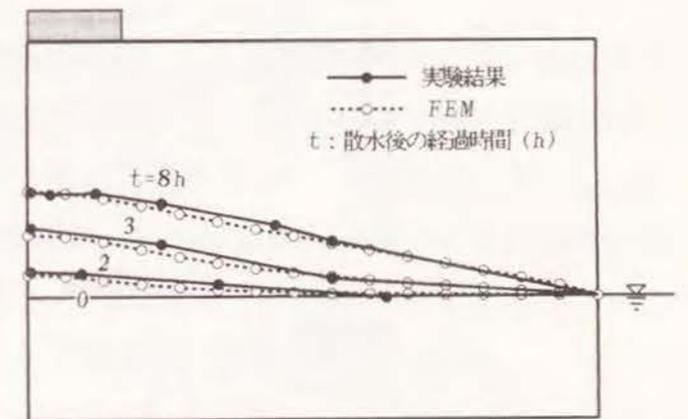


図 3.3.6 散水にともなう自由水面の上昇

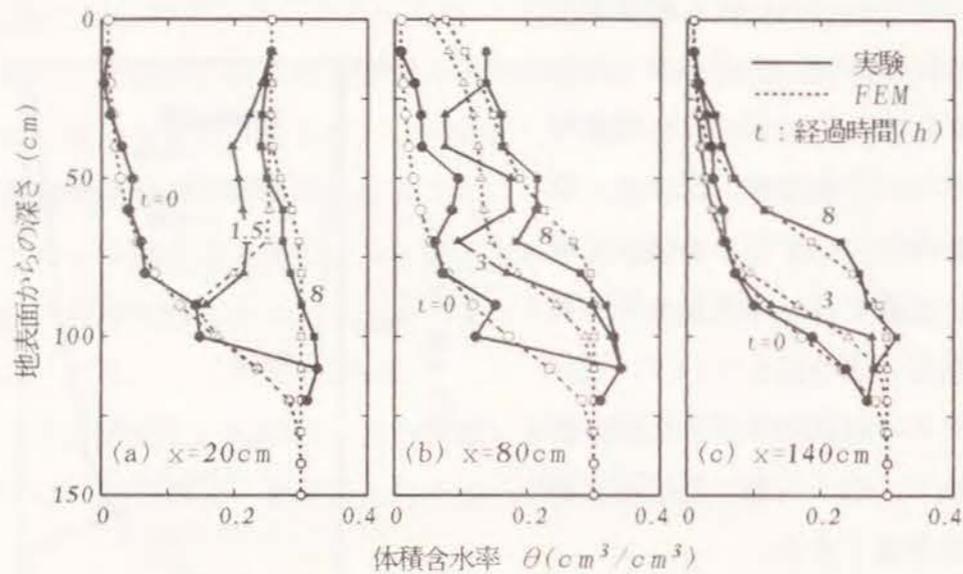


図 3.3.7 散水後の代表的な鉛直断面における含水率分布

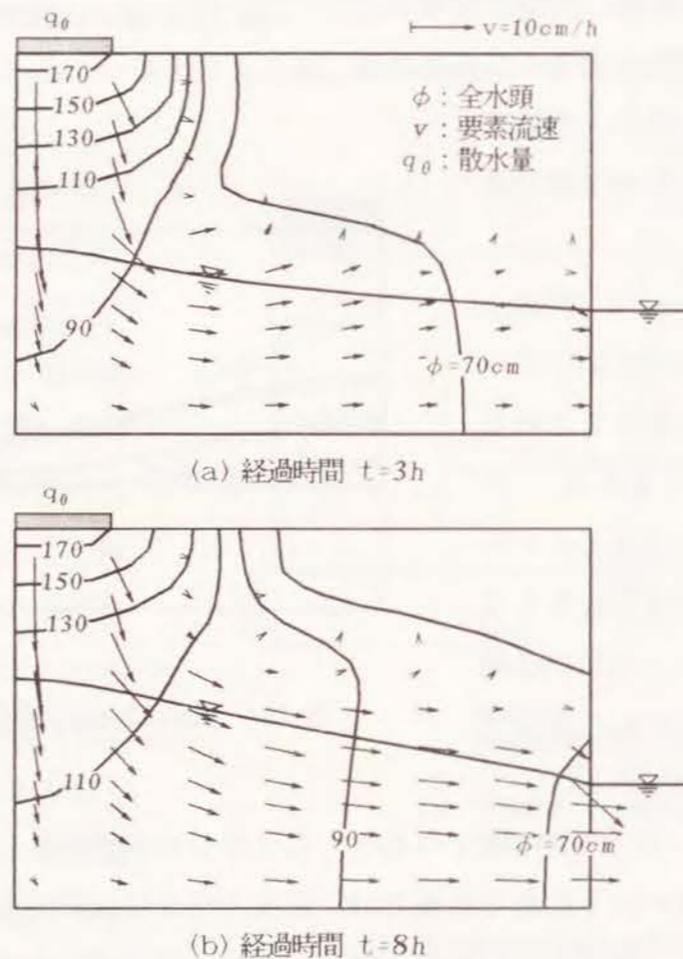


図 3.3.8 散水後のポテンシャル分布と流速分布 (FEM)

流解析結果にもとづき、散水開始後3時間と8時間を経過した時点での流速ベクトルとポテンシャル分布を描いたものである。同図から、上に述べた土中水の動きを視覚的にとらえることができる。

次に流入流量について調べる。散水領域の平面は長さが50cm、奥行きが5cmであるから、1時間あたりの流入流量は3.7ℓ/h、8時間の散水中の累積流入量 $V_i$ は29.6ℓとなる。 $V_i$ に対し、土槽右端の外水位からの越流量として測定された流出流量 $V_o$ と、含水率分布の測定値から計算された地盤内での貯留水分量 $V_s$ の関係をまとめると、図3.3.9のようになる。散水開始直後では、散水量のすべてが地盤内の含水率の増加という形で貯留されるが、自由水面が上昇しはじめる1.5~2.0時間あたりから $V_o$ が増えだし、散水終了時の8時間めから9時間めあたりで $V_o$ ラインが $V_i$ ラインにほぼ平行となり、定常状態に達している。図3.3.9の破線は飽和・不飽和浸透流解析によるものである。 $V_o$ がやや少なめになっている分だけ、地盤内に貯留される $V_s$ が大きくなり、それに応じて定常に達するまでの時間も長くなっているが、おおむね実験結果と良好に対応している。

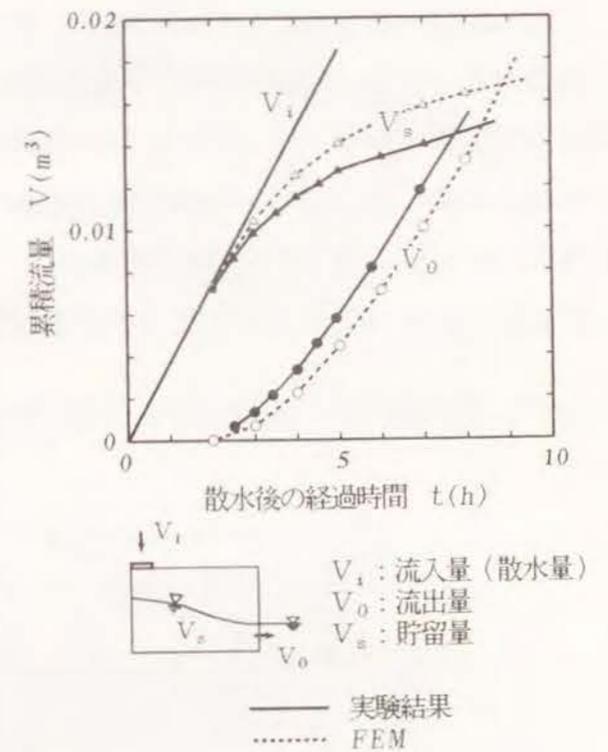


図 3.3.9 散水後の流出入量と貯留量

### 3.4 フィルダムの浸透流問題への適用性

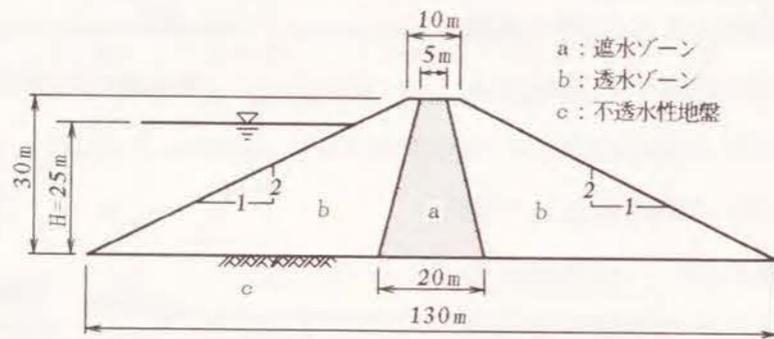
#### 3.4.1 堤体材料の不飽和水分特性の影響

フィルダムにおける定常浸透流問題を取り上げ、これまでに設計基準としての使用実績が豊富なCasagrandeの方法<sup>6)</sup>との比較を行う。なお飽和・不飽和浸透流解析では、支配方程式から時間微分項が消えるため、表2.4.1で説明したように、直接解法によ

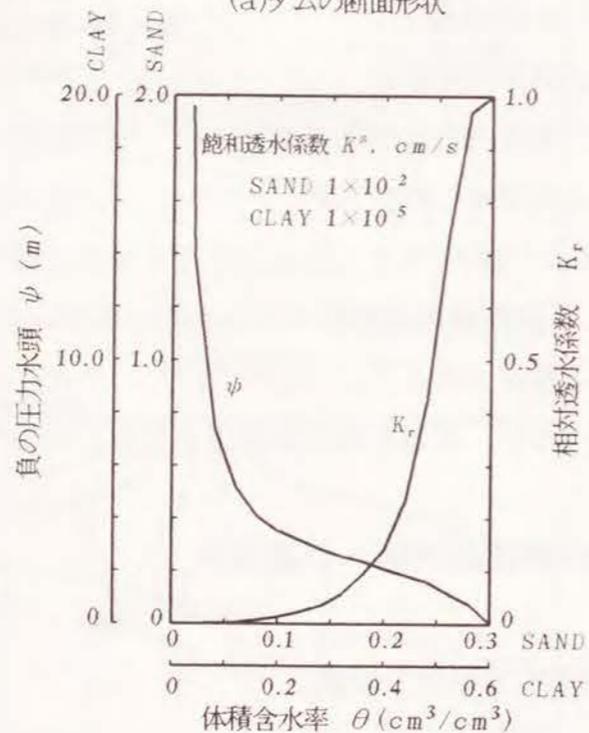
る非線形繰返し計算を行うことになる。

ダム断面形状を図3.4.1(a)に示す。ダムの高さは30m、貯水深は25mで、基礎地盤は不透水性とする。堤体材料の不飽和水分特性は図3.4.1(b)のとおりである<sup>11)</sup>。本章ならびに以下の章では、図3.4.1(b)の砂系の不飽和水分特性をSAND、粘土系のそれをCLAYとよぶことにする。SAND, CLAYそれぞれの間隙率 $n$ は0.3, 0.6, 飽和透水係数 $K^s$ は $1 \times 10^{-2} \text{ cm/s}$ ,  $1 \times 10^{-5} \text{ cm/s}$ である。

図3.4.1(a)を均一型とした場合の定常状態における自由水面を、図3.4.2に比較す



(a)ダムの断面形状



(b)土の不飽和水分特性

図 3.4.1 ダムの断面形状と堤体材料の不飽和水分特性

る。飽和・不飽和浸透流解析では、堤体材料の不飽和水分特性としてSANDを用いた場合とCLAYを用いた場合の2通りの結果を示している。2つの解析結果にほとんど差はないが、これらをCasagrandeの方法と比べると、上流側斜面の流入点の近傍で、多少の違いが生じているのかわかる。この違いは、Casagrandeの方法と飽和・不飽和浸透流解析での自由水面の定義の違いによって

生じたものである。前者では自由水面を1本の流線と考えるため、流入点で斜面と自由水面とが直交しなければならない。これに対し後者では、自由水面は単なる等圧面にしかすぎないから、この直交性が満足される必要はない。

表3.4.1に定常浸透流量をまとめる。砂系の不飽和水分特性SANDを用いた解析は、Casagrandeの方法とほとんど同じ流量を与えるが、材料が粘土系になり保水性が強くてくると、解析による推定値は1割程度多くなる。これは、図3.4.1(b)からわかるように、たとえば飽和度90%の毛管上昇領域がSANDではたかだか10cmにしかすぎないのに、CLAYでは約1mと、ダムの規模と比べ無視できないほどの大きさになり、不飽和流れの寄与が相対的に高くなるためである。したがって、堤体材料が保水性の大きい粘土系に近くなるほど、たとえ定常状態であっても、不飽和水分特性の影響が強くあらわれるようになると考えなければならない。

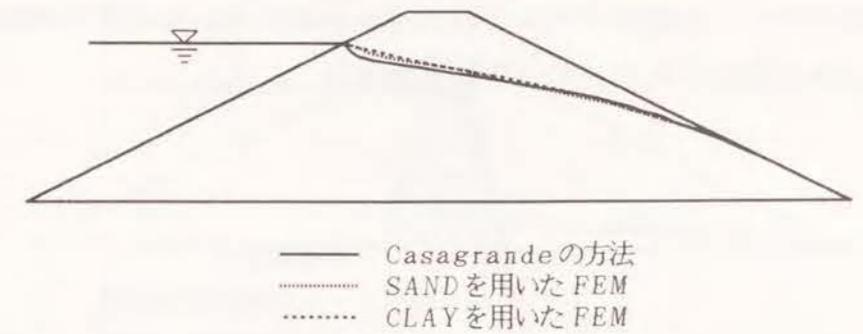


図 3.4.2 均一型ダムの定常状態における自由水面

表 3.4.1 均一型ダムの定常浸透流量の比較

方法	飽和透水係数 $K^s (\text{m/d})$	浸透流量 $Q (\text{m}^3/\text{d/m})$	$q = \frac{Q}{K^s H}$	$q_{FEM}/q_C$
Casagrande	—	—	0.1422	1.0
FEM(SAND)	8.64	31.5288	0.1460	1.027
FEM(CLAY)	0.00864	0.0340	0.1576	1.108

FEM: 飽和・不飽和浸透流解析  
SAND, CLAY: 堤体材料の不飽和水分特性  
H: 貯水深 (25m)  
q: 無次元化した浸透流量  
 $q_{FEM}$ ,  $q_C$ : FEM, Casagrandeの方法による浸透流量 q

次にゾーン型ダムについてみる。断面構造は、図3.4.1(a)に示したとおりである。透水ゾーンと遮水ゾーンの飽和透水係数の違いを表す非均質性の指標として、ゾーン透水係数比 $\mu$ を次式のように定義する。

$$\mu = \frac{K_{st}}{K_{cr}} \quad (3.4.1)$$

ここに  $\mu$  : ゾーン透水係数比  
 $K_{st}$  : 透水ゾーンの飽和透水係数  
 $K_{cr}$  : 遮水ゾーンの飽和透水係数

図3.4.3は、横軸にゾーン透水係数比 $\mu$ をとって定常浸透流量の変化を調べたものである。透水ゾーンの飽和透水係数を $K_{st} = 1 \cdot 10^{-2} \text{ cm/s}$ と共通にして $\mu = 1, 10, 100$ および1,000の4ケースを設定し、不飽和水分特性の影響をみるため、それぞれのケースについて、透水ゾーンはSANDとしたまま、遮水ゾーンにSANDを与える場合とCLAYを与える場合の2通りを考える。 $\mu = 1$ は均一型ダムを意味する。浸透流量は遮水ゾーンの飽和透水係数と貯水深で無次元化している。

図3.4.3から、無次元化された浸透流量は $\mu$ とともに急激に増えていき、 $\mu$ が大きくなり遮水ゾーンと透水ゾーンとの透水性の違いが著しくなるにつれ、不飽和水分特性の影響がより顕著にでてくるのがわかる。先の表3.4.1の結果と同じく、保水性が強い材料ほど流量は多い。

図3.4.4は、 $\mu = 100$ の条件で、自由水面とその上部に分布する飽和度 $S_r = 80\%$ および $50\%$ ラインを描いたものである。遮水ゾーンの不飽和水分特性により、自由水面上部の不飽和流れの状況が違っているのがわかる。

図3.4.3に示している破線は、

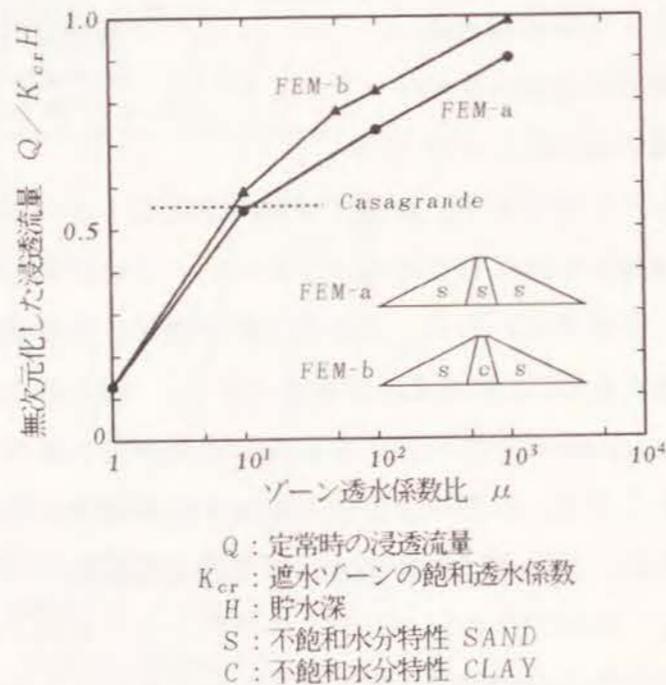


図 3.4.3 定常浸透流量に及ぼす不飽和水分特性の影響

Casagrandeの方法で求めた浸透流量である。この方法では、浸透流量は遮水ゾーン内における自由水面の低下量で決まる。そしてこの低下量は遮水ゾーンの幾何形状のみに依存する。したがって、無次元化された浸透流量は $\mu$ に関係なく一定値をとることになる。Casagrandeの方法を飽和・不飽和浸透流解析と比較すると、 $\mu$ が大きくなった場合、絶対量は小さいものの浸透流量を過小に見積ってしまう可能性があるのがわかる。

図3.4.3の結果によれば、ゾーン型ダムの浸透流量の評価にCasagrandeの方法が適用できるのは、 $\mu = 10$ 程度とゾーン間の透水性の非均質度が小さいケースに限られる。

### 3.4.2 堤体規模による不飽和水分特性の影響の違い

不飽和水分特性の違いは不飽和領域の大きさの差としてあらわれてくる。このため、3.4.1で明らかにした不飽和水分特性の浸透流量への影響の仕方は、当然、堤体の規模によって異なってくるはずである。

この点を明確にするため、3.4.1と同じように遮水ゾーンの不飽和水分特性をSANDとCLAYの2種類としたうえで、堤体の規模が異なるゾーン型ダムの定常浸透流量を調べる。図3.4.1(a)の断面形状(ダムの高さ $h = 30\text{m}$ , 貯水深 $H = 25\text{m}$ )を基本に、2倍規模( $h = 60\text{m}$ ,  $H = 50\text{m}$ ), 半分規模( $h = 15\text{m}$ ,  $H = 12.5\text{m}$ )の3ケースを考える。

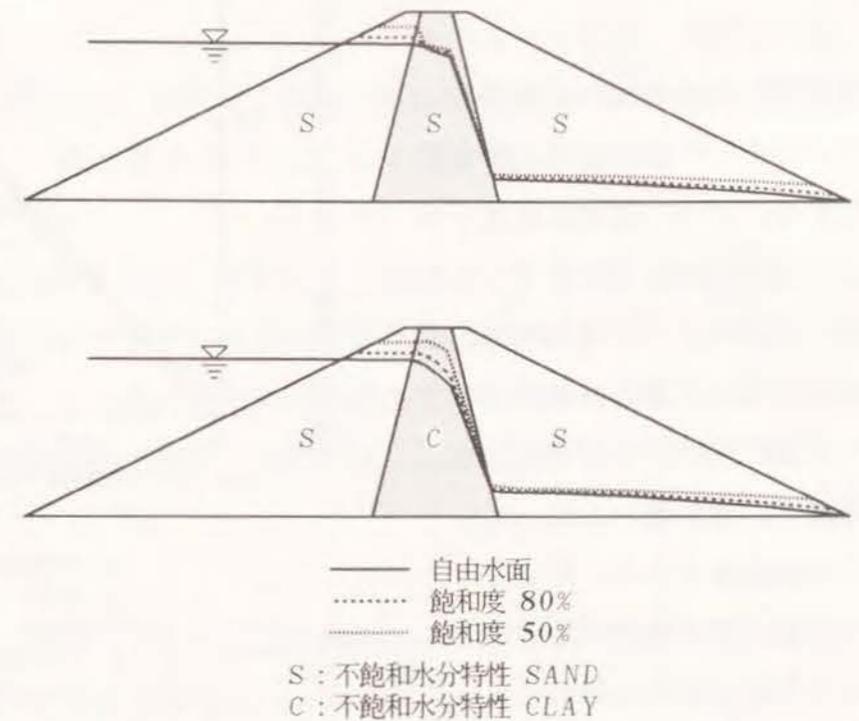


図 3.4.4 定常状態における自由水面と不飽和流れ (FEM,  $\mu = 100$ )

いずれのケースも、透水ゾーンの不飽和水分特性はSANDとする。

図3.4.5に、遮水ゾーンの不飽和水分特性がSANDの場合と、CLAYの場合の定常浸透流量を比較する。ゾーン透水係数比 $\mu$ は均一型の1から1,000までとした。図3.4.5から、堤体の規模にかかわらず、 $\mu$ が大きくなるにつれ浸透流量に対する不飽和水分特性の影響が著しくなっていくのを再確認できる。そして、この影響はダム規模が小さいほどより顕著にあらわれるようになる。

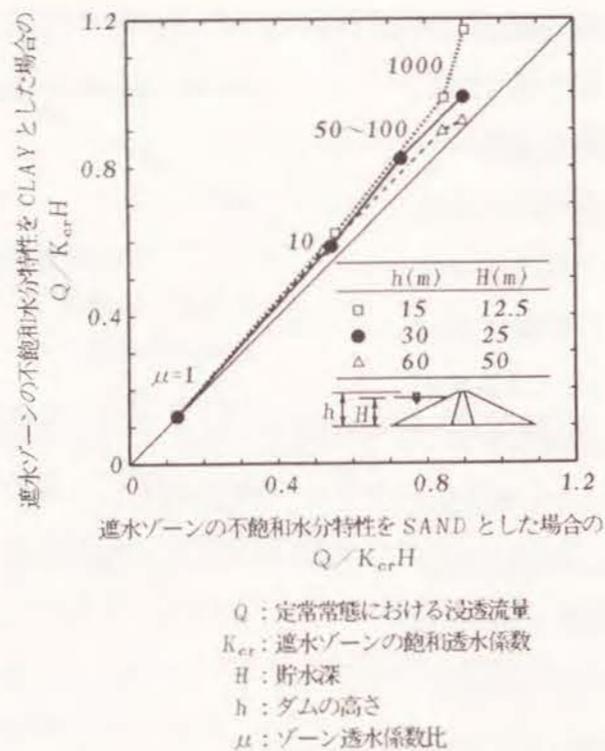


図 3.4.5 堤体規模が異なる場合の不飽和水分特性の影響

### 3.5 まとめ

理論解や実験結果、経験則との比較を通して、第2章で展開した飽和・不飽和浸透流解析の適用性を調べた。その結論は、フィルダムのように初期の水分状態が比較的高い盛土構造物に対し、飽和・不飽和浸透流解析は十分に信頼性のある解を提供するという点に集約される。そして、最も単純なケースである均一型ダムの定常浸透問題1つをとっても、浸透流量に及ぼす堤体材料の不飽和水分特性の影響など従来の飽和浸透流解析ではえられなかった情報を知ることができ、適用の場という観点からも、フィルダムの浸透流問題に対して飽和・不飽和浸透流解析はまさに好適な解析手段であるといえる。

以下に各節でえられた検討成果を要約する。

- a) 浸透領域が初期に極端に乾燥していると、水分分布の予測精度は低下する。これは、体積含水率に対する圧力水頭と不飽和透水係数の非線形な関数依

存性に起因したものである。しかし一般の土では極端な非線形性がでることは少なく、予測精度の低下は実務上ほとんど問題になることはない。

- b) 初期に比較的高い水分状態にあれば、飽和・不飽和浸透流解析は十分に精度のよい解を提供し、適用性についてはなんら問題ない。
- c) 飽和・不飽和浸透流解析により、単に自由水面だけでなく、領域内の水分分布やポテンシャル分布の変化、流量流速などを効果的にとらえることができる。これにより、たとえば地表面浸透後の土中水の動きと地下水面の涵養など、従来の飽和浸透流解析では取り扱うことができなかった問題にも対処できる。
- d) 均一型ダムの場合、飽和・不飽和浸透流解析により推定した自由水面は、設計基準として使用実績が豊富なCasagrandeの方法と良好に一致する。ただし浸透流量は、飽和・不飽和浸透流解析の方が高い値を与える。これは、自由水面上部の不飽和流れが適切に評価されていることによるもので、このように最も単純なケースにおいてすら、より正確な情報を得るためには飽和・不飽和浸透流解析を用いるのが望ましいといえる。
- e) 自由水面上部の不飽和流れは、堤体材料のもつ不飽和水分特性に左右される。材料の保水能力が高いほど、したがってそれによってもたらされる高飽和度領域が大きくなるほど、浸透流量は相対的に多めになる。この種の影響は堤体の規模が小さくなるほど、またゾーン型ダムの場合、透水ゾーンと遮水ゾーンとの透水性の非均質度が大きくなるほど、より顕著にあらわれてくる。

本章で明らかにできた飽和・不飽和浸透流解析の適用性は、土の不飽和水分特性が十分に現実的な形でモデル化されていることを前提とする。このモデル化が不十分であれば、飽和・不飽和浸透流解析によってそれなりの解はえられるものの、それは決して問題の真の解にはならない。次の第4章で、この不飽和水分特性の特徴とモデル

化の方法をまとめるとともに、ラジオアイソトープ法を用いた瞬時水分計測法による室内測定法を提案する。

### 参考文献 (第3章)

- 1). 長谷川高士, 森井俊広: 飽和・不飽和浸透流解析法とその適用上の問題点について, 農業土木学会論文集, 105, 69-75, 1983.
- 2). Philip, J.R.: The theory of infiltration I, Soil Science, 83, 345-357, 1957.
- 3). Philip, J. R.: Theory of infiltration, "Advances in Hydroscience, Vol.5" edited by Chow, V.T., Academic Press, pp.215-296, 1969.
- 4). Vauclin, M., Vachaud, G. and Khanji, D.: Two dimensional numerical analysis of transient water transfer in saturated-unsaturated soils, "Modeling and Simulation of Water Resources Systems" edited by Vansteenkiste, G.C., North-Holland, pp.299-323, 1975.
- 5). Vauclin, M., Khanji, D. and Vachaud, G.: Experimental and numerical study of a transient, two-dimensional unsaturated-saturated water table recharge problem, Water Resources Research, 15 (5), 1089-1101, 1979.
- 6). 農林水産省構造改善局: 土地改良事業計画設計基準 設計タム, pp.195-208, 1981.
- 7). Swartzendruber, D.: The flow of water in unsaturated soils, "Flow through Porous Media" edited by DeWiest, J.R., Academic Press, pp.215-292, 1969.
- 8). Philip, J.R.: Numerical solution of equations of the diffusion type with diffusivity concentration-dependent, Transactions, Faraday Society, 51, 885-892, 1955.
- 9). 山崎不二夫 (監): 土壌物理, 養賢堂, pp.119-120, 1977.
- 10). Wang, F.C., Hassan, N.A. and Franzini, J.B.: A method of analyzing unsteady, unsaturated flow in soils, Journal of Geophysical Research, 69 (12), 2569-2577, 1964.
- 11). Neuman, S. P.: Galerkin approach to saturated-unsaturated flow in porous media, "Finite Elements in Fluids. Vol.1 Viscous Flow and Hydrodynamics" edited by Gallego, R.H., Oden, J.T., Taylor, C. and Zienkiewicz, O.C., John Wiley & Sons, pp.201-217, 1975.

## 第4章 土の不飽和水分特性の測定

### 4.1 概説

飽和・不飽和浸透流解析で最も重要となるパラメータの1つは、土の不飽和水分特性である。これには、体積含水率 $\theta$ と負の圧力水頭(サクション) $\psi$ との関係を表す保水特性、 $\theta$ と不飽和透水係数または相対透水係数 $K_r$ との関係を表す通水特性の2つがある。 $\theta$ と $\psi$ の関係は水分特性曲線ともよばれる。これらの関係を、たとえば間隙径の分布など、評価がより容易な材料物性を指標にして推定しようとする研究が多数なされてきている。しかし一般にあてはまる関数関係は設定できても、土質に応じた関数パラメータを特定できるまでにはいたっていないのが実状である。したがって、いまのところ、不飽和水分特性は材料に固有のものであり、それぞれの材料に対して室内実験や原位置試験で測定すべき物理量であると考えておく必要がある<sup>1)</sup>。

本章では、土の不飽和水分特性の一般的な特徴とこれまでに提案されているモデル化の方法、測定法の現状をまとめるとともに、高精度の小型圧力変換器とラジオアイソトープ(RI)法を用いた測定装置を試作し、その実用性を検討する。また公表データも参照して、不飽和水分特性のモデル化について具体的な検討を加える<sup>2)</sup>。

第4.2節で、不飽和水分特性の一般的な特徴をまとめ、これまでに提案されている推定モデルの性能を調べる。この課題についてはすでに西垣<sup>1)</sup>が検討を行っており、その中で、 $\theta \sim \psi$ 関係の推定には Brooks and Corey<sup>3)</sup>の提案式が、 $\theta \sim K_r$ 関係については Irmay型の式が最も有望であるとしている。本節では、公表されている実験データを用いて、これら2つの推定式の特徴を調べる。また不飽和透水係数の測定法として広く用いられるようになってきた瞬時水分計測法について、簡単な数値実験を通して精度と制約を調べる。

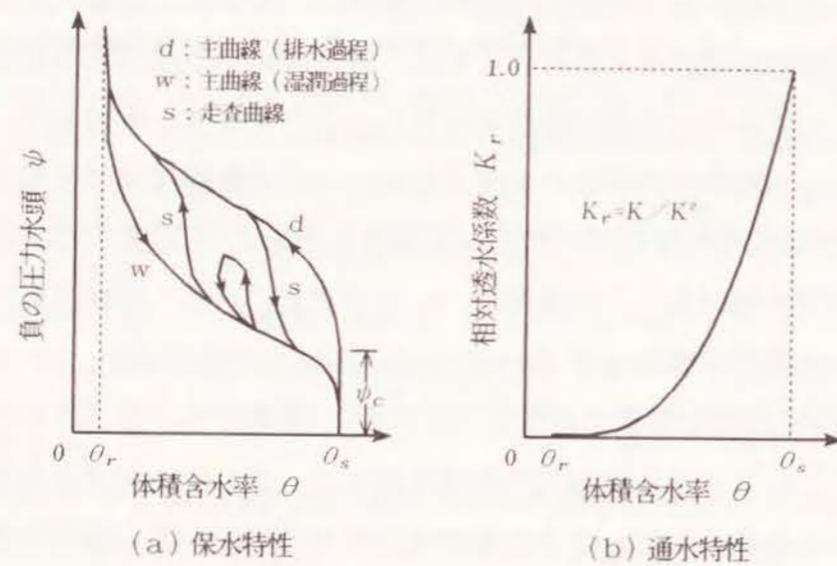
第4.3節では、新たに製作した不飽和浸透実験装置の構造とRI法の測定原理を説明する。そして、較正試験とまさ土を用いた測定結果にもとづき、測定装置の実用性を、測定の時間的な効率性と測定精度の点から調べる。RI線源として<sup>60</sup>C。(コバルト60)を用いる。線源は密封状態にあり、強度レベルが100 $\mu$ Ci以下であるため、

装置の取り扱いに法的資格を必要としない。

## 4. 2 不飽和水分特性の推定と測定法

### 4.2.1 不飽和水分特性の推定式

土の不飽和水分特性は、第2.2節で説明したように、一般に図4.2.1のようになる。同図(a)は保水特性を表す  $\theta \sim \psi$  関係、(b)は通水特性を表す  $\theta \sim K_r$  関係である。保水特性を与える水分特性曲線には、排水過程と湿潤過程の間にヒステリシスがあり、同一の含水状態でも、排水過程の方でサクションが大きくなる。そしてこの主排水曲線の途中で湿潤化やその逆が起きると、無数の走査曲線が生じる。ヒステリシスはインクビン効果やメニスカスと間隙壁とのなす接触角の変化などによって起きる<sup>4)</sup>が、 $\theta \sim K_r$  関係にはあまりあらわれない。図4.2.1の  $\theta_r$  は、浸透や排水によって液状では土中水が移動しないときの含水状態を表す最小含水量、 $\theta_s$  は飽和体積含水率である。



$\theta_r$ : 最小含水量  
 $\theta_s$ : 飽和体積含水率  
 $\psi_c$ : 限界毛管水頭  
 $K$ : 不飽和透水係数  
 $K^s$ : 飽和透水係数

図 4.2.1 土の不飽和水分特性

る。 $\theta_s$  は、通常、間隙率  $n$  には一致せず、間隙内にエントラップトエアが残るため  $\theta_s < n$  となる。 $\psi_c$  は限界毛管水頭である。

図4.2.1(a)の  $\theta \sim \psi$  関係 (主曲線) と(b)の  $\theta \sim K_r$  関係は、それぞれ、Brooks and Corey<sup>3)</sup> の提案式と Irmay 型の式でうまく表現できるとされている<sup>1)</sup>。これらは次のように与えられる。

$$S_e = \left( \frac{\psi_c}{\psi} \right)^\lambda \quad (4.2.1a)$$

$$K_r = S_e^m \quad (4.2.1b)$$

ただし 
$$S_e = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \quad (4.2.1c)$$

ここに  $S_e$ : 有効飽和度  
 $\psi$ : 負の圧力水頭  
 $\psi_c$ : 限界毛管水頭  
 $\lambda$ : 間隙径分布指数 (pore size distribution index)  
 $K_r$ : 相対透水係数  
 $\theta$ : 体積含水率  
 $\theta_s$ : 飽和体積含水率  
 $\theta_r$ : 最小含水量

式(4.2.1b)の指数  $m$  は、Brooks and Corey によると間隙径の分布などに依存する量として与えられているが、式そのものが経験的に定められたものであるため、 $m$  自体にも物理的な意味はない<sup>1)</sup>。一般には  $m = 3 \sim 3.5$  の値をとるとされており、 $m = 3$  の場合には3乗則とよばれる Irmay 式になる<sup>5)</sup>。

式(4.2.1a)と式(4.2.1b)の特徴を、公表されている実験データによって調べる。

データは砂に関する

ものが3件、粘土が

1件で、表 4.2.1に

土質パラメータと出

典を、図 4.2.2にデ

ータを示す。同図の

プロットは測定値そ

のものではなく、各

出典の中で示されて

表 4.2.1 公表実験データの土質パラメータと出典

試料	$\theta_s$	$\theta_r$	$K^s$	出典
Oso Flaco fine sand	0.416	0.048	$1.58 \times 10^{-2}$	Day, et.al. <sup>6)</sup>
Botany sand	0.35	0.031	$1.86 \times 10^{-2}$	Watson, et.al. <sup>7)</sup>
fine river sand	0.3	0.033	$1.11 \times 10^{-2}$	Vauclin, et.al. <sup>8)</sup>
Yolo light clay	0.495	0.226	$1.23 \times 10^{-5}$	Wang, et.al. <sup>9)</sup>

$\theta_s$ : 体積含水率 ( $\text{cm}^3/\text{cm}^3$ )  
 $\theta_r$ : 最小含水量 ( $\text{cm}^3/\text{cm}^3$ )  
 $K^s$ : 飽和透水係数 ( $\text{cm/s}$ )

いる回帰式やテーブル値から求めたものである。表4.2.1の $\theta_r$ は、単純に、図4.2.2の曲線形状から推定した。また $\theta_s$ と $K^s$ は各出典からの値である。

図4.2.3に、式(4.2.1c)の有効飽和度 $S_e$ を用いて、 $S_e \sim \psi$ 関係と $S_e \sim K_r$ 関係を両対数軸上にまとめる。同図の実線は、 $S_e \sim \psi$ 関係では低い $S_e$ 領域のデータの直線性に、また $S_e \sim K_r$ 関係では高い $S_e$ 領域での直線性に着目して求めた回帰線である。表4.2.2に、各回帰でえられた式(4.2.1)の指数 $\lambda$ 、 $m$ と $\psi_c$ の値をまとめる。

図4.2.3(a)から、 $S_e$ が低い乾燥状態では、式(4.2.1a)により保水特性をうまく表現できるが、湿潤状態になるとサクションを過大に評価する傾向にあることがわかる。 $\lambda$ は土性を反映して砂で大きく粘土で小さくなっているが、 $\psi_c$ については矛盾した結果がえられている。Irmay型の式(4.2.1b)は、図4.2.3(b)からわかるように、比較的広範囲の飽和度領域で $S_e \sim K_r$ 関係をうまく記述できている。

西垣<sup>1)</sup>は、多数の公表データを整理して、式(4.2.1b)の指数 $m$ が砂質土で2.5~4、粘性土で3~10の値をとることを明らかにし、飽和透水係数とおおよそ次の関係をもつことを示した。

$$m = 0.69 - 1.31 \cdot \log_{10}(K^s) \quad (4.2.2)$$

ここに  $K^s$ : 飽和透水係数(cm/s)

図4.2.4は、公表実験データの $m$ と $K^s$ との関係をまとめたものである。かなりばらつくが、式(4.2.2)により $m$ のおおよそ

表 4.2.2 公表実験データの $\psi_c$ 、 $\lambda$ および $m$

試料	$\psi_c$	$\lambda$	$m$
Oso Flaco fine sand	34.6	7.05	2.16
Botany sand	39.9	8.12	3.16
fine river sand	38.4	5.15	4.38
Yolo light clay	25.5	0.68	6.47

$\psi_c$ : 限界毛管水頭 (cm)  
 $\lambda$ : 空隙径分布指数  
 $m$ : Irmay型の式の指数

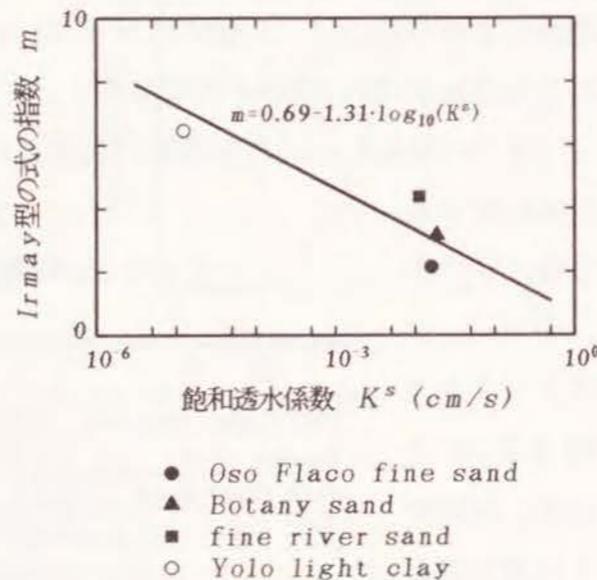


図 4.2.4 Irmay型の式の指数 $m$ と飽和透水係数との関係

の値を推定することは可能であると考えられる。

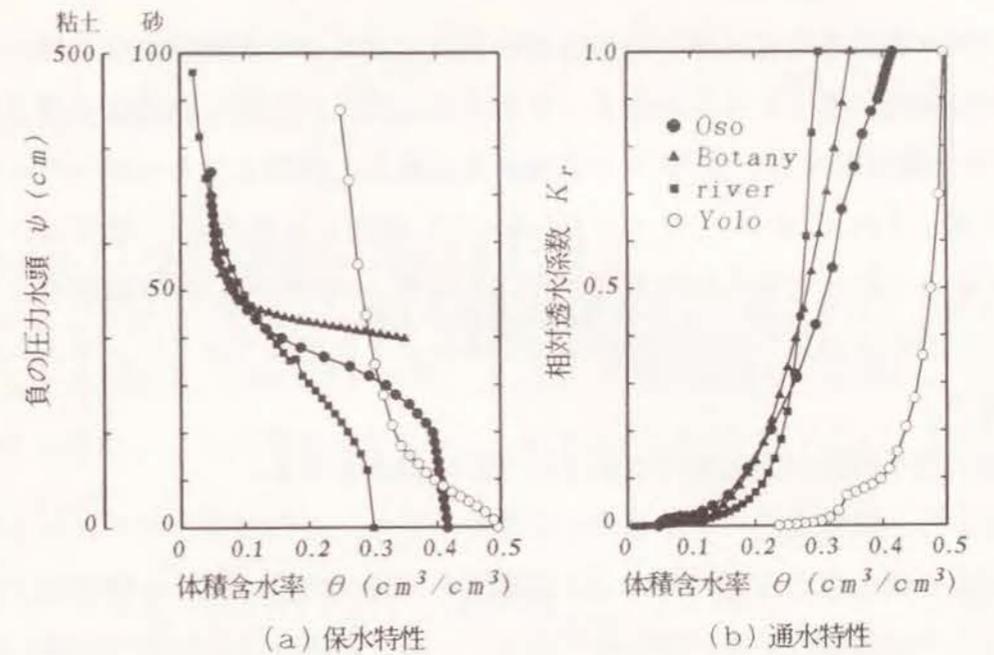


図 4.2.2 公表実験データの不飽和水分特性

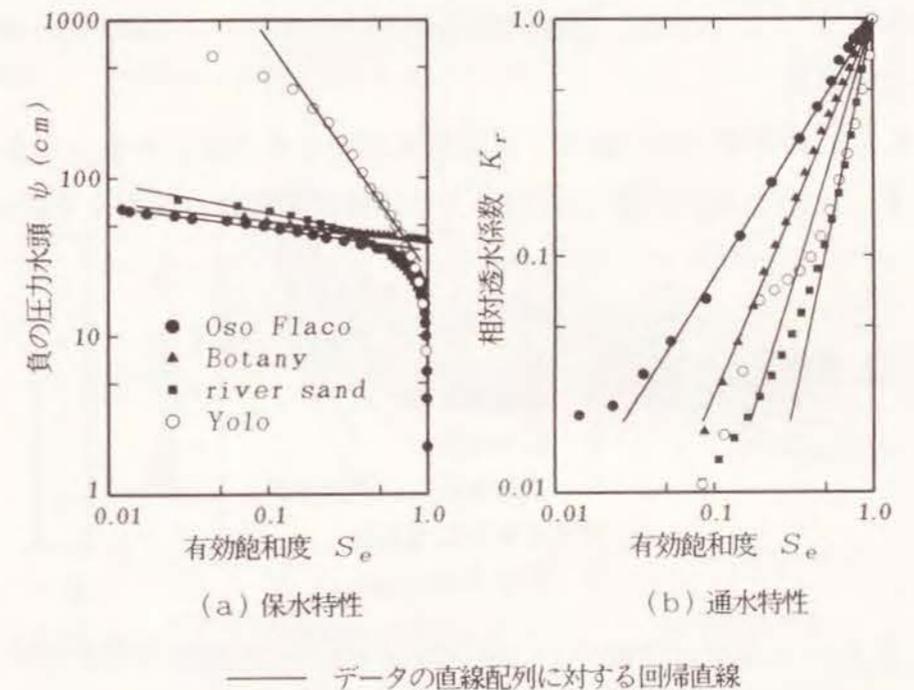


図 4.2.3 公表実験データの不飽和水分特性 (有効飽和度表示)

#### 4.2.2 不飽和水分特性の測定法

土の保水特性を与える水分特性曲線の測定には、pF試験法が広く用いられる。供試土に段階的にサクションを加え、それに抗して土に保持される水分量を測定すれば、pF～水分量曲線あるいは $\psi \sim \theta$ 曲線がえられる。対象となるのはpF=0~7、圧力水頭で表示すれば $\psi = -10^0 \sim -10^7$  cmの広い範囲となるため、通常は、2、3の測定法を組み合わせる水分特性曲線が作成される。室内の主なpF試験法として吸引法、加圧法、遠心法および蒸気圧法の4つがある。また圃場ではテンシオメータ法が用いられる<sup>10)</sup>。

不飽和透水係数の測定法には定常法と非定常法がある。

定常法は、試料土内に不飽和の定常流をつくり、その流量とサクション勾配から不飽和透水係数を求めるもので、pF試験法と同種の装置を用いる吸引法と加圧法がある。定常法は信頼性の高い測定法であるが、測定範囲が比較的水分の多い領域に限られ、また定常流をえるのに多くの時間と労力が必要となる。これらの欠点を補うために考案されたのが非定常法である。非定常法には、水分拡散係数を測定して間接的に求める方法を含め流出法、Boltzmann変換を利用した浸潤法、瞬時水分計測法などいくつかある<sup>11)</sup>。ここでは、比較的精度がよいとされている瞬時水分計測法<sup>12)・13)</sup>について説明する。

図4.2.5(a)に示す土柱の鉛直1次元排水過程を考える。 $z$ を上向きに正の鉛直座標とすると、式(3.2.7a)と式(2.3.14b)より、支配方程式は次のようになる。

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left\{ K(\theta) + \frac{\partial(\psi + z)}{\partial z} \right\} \quad (4.2.3)$$

ここに  $\theta$  : 体積含水率  
 $t$  : 経過時間  
 $z$  : 上向きに正の鉛直座標  
 $K$  : 不飽和透水係数  
 $\psi$  : 圧力水頭

式(4.2.3)の両辺を $z$ で積分し、地表面 $z=0$ で水の補給がないという境界条件を導入すると、次式がえられる。

$$\int_0^z \frac{\partial \theta}{\partial t} dz = K(\theta) \left( \frac{\partial \psi}{\partial z} + 1 \right) \quad (4.2.4)$$

これより、深さ $z$ での任意の時間段階 $t$ における不飽和透水係数は次式のように求めることができる。

$$K(\theta) = \frac{\left( \int_0^z \frac{\partial \theta}{\partial t} dz \right)_{z,t}}{\left( \frac{\partial \psi}{\partial z} + 1 \right)_{z,t}} \quad (4.2.5)$$

式(4.2.5)の分子と分母の求め方は次のとおりである<sup>14)</sup>。

図4.2.5(b)のように、土柱内の体積含水率分布の経時変化が測定されたとする。この図より、たとえば深さ $z_2$ の位置で時間 $t_1$ から $t_2$ の間に通過する流量は、斜線部の面積で与えられる。この面積を $A$ とすると、 $z = z_2$ 、 $t = (t_1 + t_2)/2$ における式(4.2.5)の分子は

$$\left( \int_0^{z_2} \frac{\partial \theta}{\partial t} dz \right)_{z_2, (t_1+t_2)/2} \approx \frac{A}{t_2 - t_1} \quad (4.2.6a)$$

として求めることができる。一方、測定からは同時に図4.2.5(c)に示す圧力水頭の経時変化がえられる。時間 $t = (t_1 + t_2)/2$ における $z_2$ の動水勾配は、 $z_1$ と $z_3$ の圧力水頭 $\psi_1$ 、 $\psi_3$ を用いて、近似的に

$$\left( \frac{\partial \psi}{\partial z} + 1 \right)_{z_2, (t_1+t_2)/2} \approx \left( \frac{\psi_1 - \psi_3}{z_1 - z_3} \right)_{(t_1+t_2)/2} + 1 \quad (4.2.6b)$$

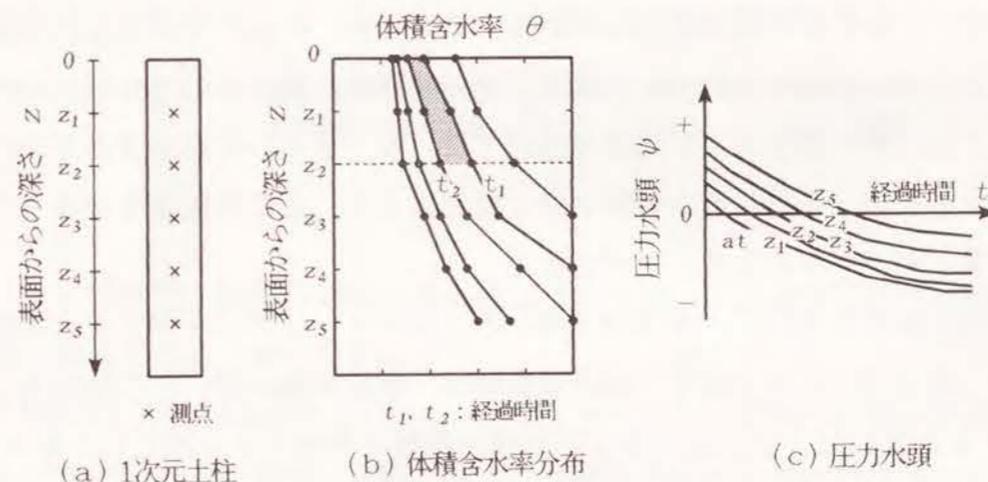


図 4.2.5 瞬時水分計測法による不飽和透水係数の求め方(文献 14)より作図)

からえられる。

上の説明から明らかなように、この方法では、1つの実験過程の中で、体積含水率と圧力水頭の経時変化を同時に測定していく必要がある。

#### 4.2.3 瞬時水分計測法と浸透パターン

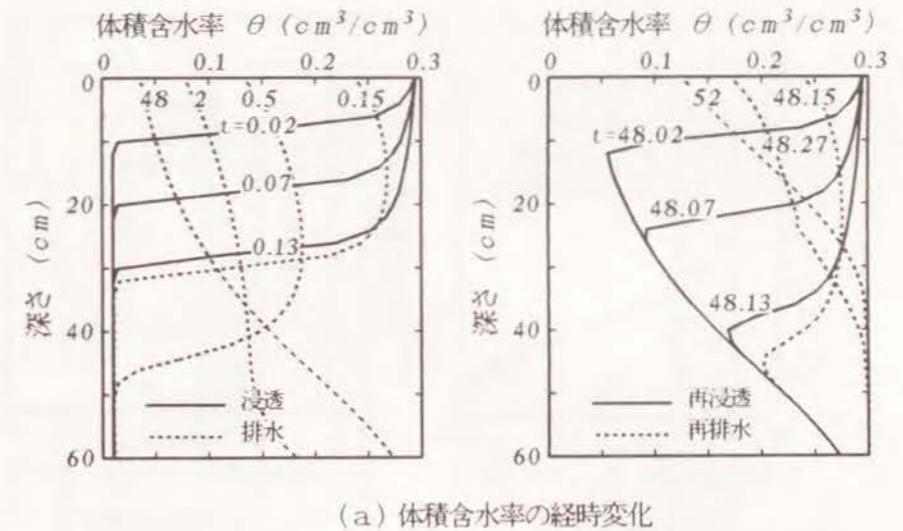
鉛直1次元土柱の数値シミュレーションデータを用いて、瞬時水分計測法の測定上の問題点と浸透パターンについて検討する<sup>15)</sup>。

シミュレーションの方法は、図3.2.6に示した内容とほとんど同じである。土柱の高さは60cmで、最初に上端面より8分間浸透させた後、48時間自由排水させる。この後、同じ時間間隔で再浸透と再排水をおこなう。土柱の上端面は、浸透と再浸透過程では圧力水頭 $\psi = -10\text{cm}$ の既知圧力境界面、排水と再排水過程では不透水性の既知流量境界面とする。土柱の下端面はつねに排水面とする。材料は砂で、間隙率は $n = 0.3$ 、飽和透水係数は $K^s = 35\text{cm/h}$ である。不飽和水分特性には、式(3.3.1)のVauclinらの実験曲線<sup>9)</sup>を用いる。初期の体積含水率は0.01とする。

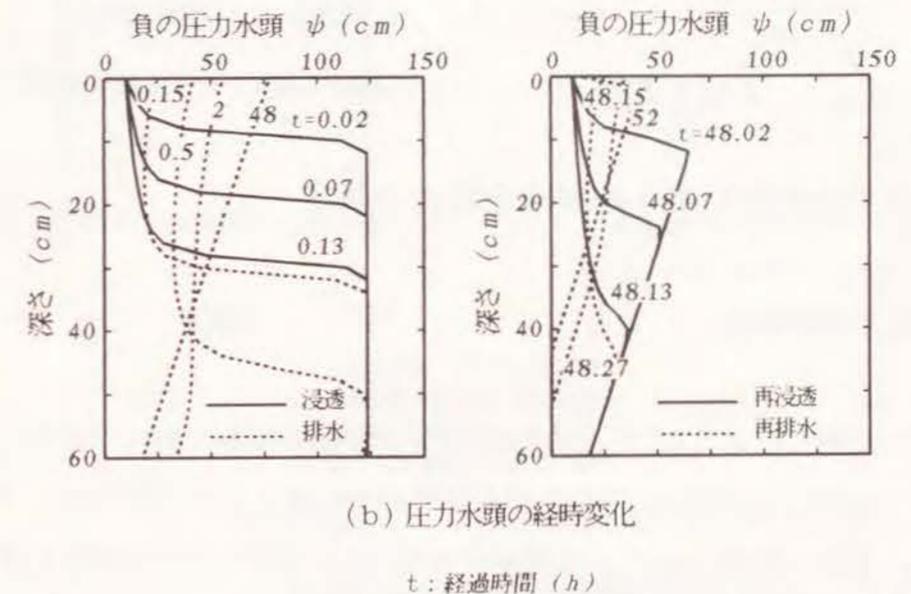
飽和・不飽和浸透流解析によるシミュレーション結果を図4.2.6に示す。(a)は体積含水率 $\theta$ 、(b)は負の圧力水頭 $\psi$ の深さ方向の分布で、いずれも、左側が浸透と排水過程、右側が再浸透と再排水過程におけるものである。

図4.2.6から明らかなように、浸透および再浸透過程では $\theta$ と $\psi$ の深さ方向の分布形状が急で、しかも短時間で変化していく。このため、4.2.2で説明した方法にしたがって不飽和透水係数を求めていく場合、経過時間を小刻みにしても推定の精度は悪くなる。これに対し排水および再排水過程では、 $\theta$ 、 $\psi$ のいずれも深さ方向になめらかに変化するため、不飽和透水係数の推定精度はよく、また時間変化がゆるやかであるので、多くのデータをとることができる。

瞬時水分計測法を用いて、図4.2.6のシミュレーションデータから求めた不飽和水分特性を、図4.2.7にまとめる。図中の曲線は、数値実験に用いた不飽和水分特性である。図4.2.7(b)は、主に排水および再排水過程のデータから推定した $\theta$ と $K_r$ の関係をまとめたものである。実線で示した実験曲線と比べると、良好な推定精度をもつことがわかる。図4.2.6の(a)と(b)で、対応する時間段階と深さ位置における $\theta$ と $\psi$ をプロットすれば、水分特性曲線がえられる。これを図4.2.7(a)に示した。この場合、



(a) 体積含水率の経時変化



(b) 圧力水頭の経時変化

t: 経過時間 (h)

図 4.2.6 浸透、排水、再浸透および再排水過程にわたる体積含水率と圧力水頭の経時変化 (FEMによるシミュレーション結果)

測定データに時間的、位置的対応さえあればよいから、浸透過程や再浸透過程からも良好な推定値をえることができる。

4.2.2で説明した瞬時水分計測法と、シミュレーション実験で採用した浸透・排水の繰返しパターンを用いれば、比較的少ない間隙圧測定センサー数で多くのデータを収集することができる。間隙圧センサーは、原理的には最低2個あればよい。

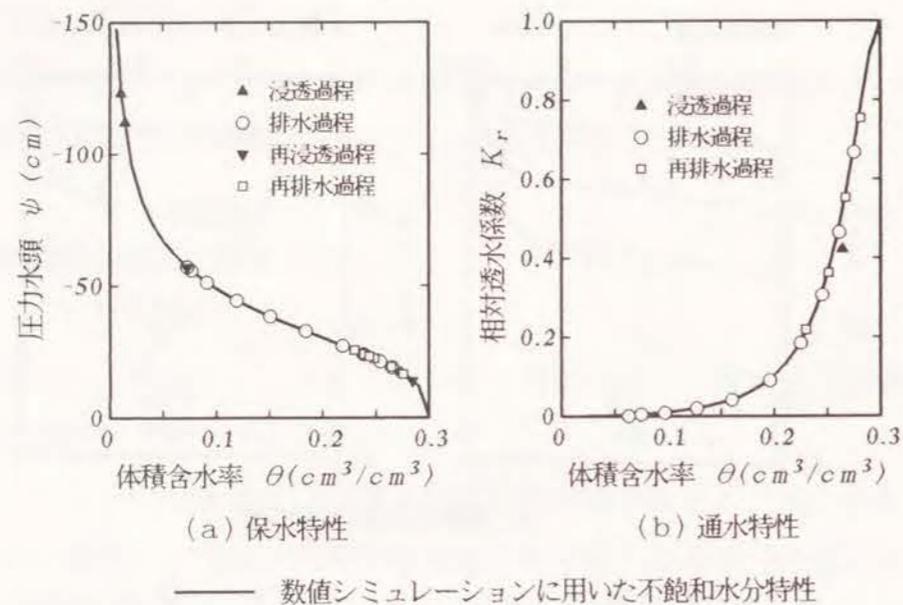


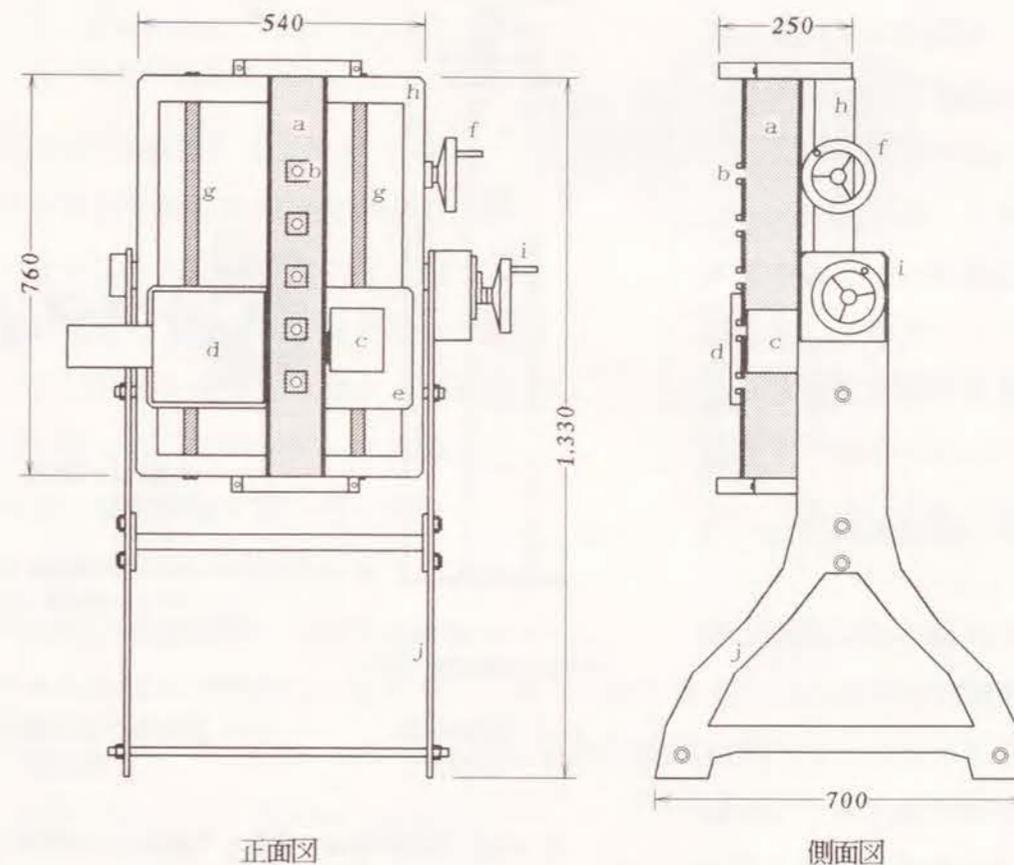
図 4.2.7 数値シミュレーション結果から推定した不飽和水分特性

### 4.3 RI法を用いた不飽和水分特性の測定

#### 4.3.1 測定装置の構造

第4.2節で説明したように、土の不飽和水分特性を知るためには体積含水率 $\theta$ と負の間隙圧 $\psi$ の経時的な変化を測定する必要がある。試作した装置では、 $\theta$ をコバルト60 ( $^{60}\text{Co}$ )を用いたRI法により測定するようにした<sup>(16)・(17)</sup>。骨格に変形が生じないとすれば、 $^{60}\text{Co}$ を利用して測定される密度の変化量から、 $\theta$ の経時変化を追跡することができる。 $\psi$ は、供試体容器に装着した小型半導体圧力変換器によって測定する。半導体圧力変換器(豊田工機(株)製 PD-104 0.3F)の容量は $\pm 0.0294\text{MPa}$ である。

図4.3.1に測定装置の構造概要を示す。供試体の側面に $^{60}\text{Co}$ を密封した線源部を配置し、ここから放出され供試体を透過してくるガンマ線の強度を、線源と反対位置にある検出部で測定する。検出管には、GM管に比べ測定効率が高いシンチレーションカウンターを用いた。線源部と検出部はスライドプレート上に固定し、両者の幾何学的配置条件が変わらないようにしている。装置の側部にあるスライドハンドルにより、スライドプレート上の線源部と検出部を、供試体容器の側面に沿って任意の位置へ上下移動させることができる。



- a: 供試体容器(アクリル製円筒)
- b: 半導体圧力変換器の取付け部
- c: 線源部(密封 $^{60}\text{Co}$ ,  $100\mu\text{C}$ 以下)
- d: ガンマ線検出部(NaIシンチレータ)
- e: 線源部と検出部の固定プレート
- f: 固定プレートの上下スライド用ハンドル
- g: スライド用ボールねじ
- h: 固定プレートと供試体容器の取付け枠
- i: 取付け枠の回転用ハンドル
- j: 支持脚

図 4.3.1 試作測定装置の構造概要

供試体容器は内径10cm、高さ80cmのアクリル製の円筒で、高さ方向に沿って10cm間隔で側面の5カ所に半導体圧力変換器の取付け部を加工している。供試体容器の構造寸法と半導体圧力変換器の取付け方法を、図4.3.2に示す。土に直接接触するのは先端部のセラミック製ポーラスカップで、これを介して測点の圧力水頭が半導体圧力変換器へ伝達され、電気信号に変換される。半導体圧力変換器の先端部とそれに接続させるアダプターの圧力伝達用の細孔にはシリコンオイルを封入して、水密性を確保し

た。ポーラスカップは、測定  
のつど、真空ポンプにより脱  
気しながら水で飽和させた。

測定システムは図 4.3.3に  
示すとおりである。検出管に  
到達する透過ガンマ線の数を  
カウンターで計数し、半導体  
圧力変換器で測定される $\psi$ と  
ともにパソコンでデータ処理  
をおこなうようにした。

#### 4.3.2 RI法の測定原理と較 正式

物質中を透過するガンマ線  
は、物質を構成する電子との  
間に生じるコンプトン散乱や  
光電吸収などによりしだいに減衰する。  
減衰の割合は透過物質の密度に依存する。

図4.3.4のように、供試体を挟んで線  
源部と検出部が対置されていると、ガン  
マ線が線源から放射され供試体を透過し  
て検出管に到達する。単位時間あたりに  
検出管に到達するガンマ線の数を計数率  
 $N$ とよぶ。 $N$ と透過物質の密度 $\rho$ との間  
には次の理論式がなりたつ<sup>18)</sup>。

$$N = \frac{s \cdot b}{4\pi \zeta^2} e^{-\kappa \rho \zeta} \quad (4.3.1)$$

ここに  $N$  : 計数率  
 $s$  : 線源の強度  
 $b$  : ビルドアップ係数

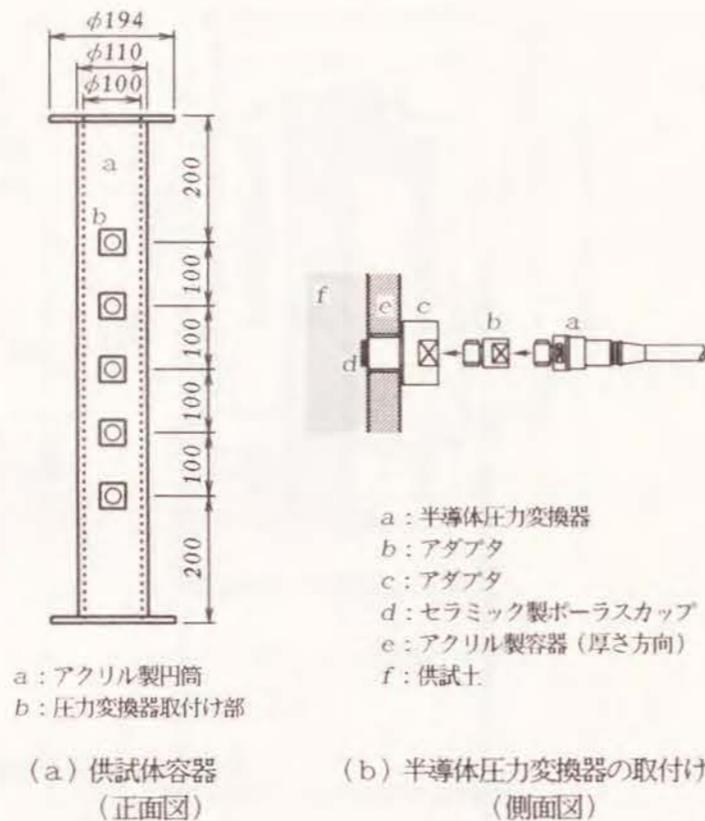


図 4.3.2 供試体容器の構造と半導体圧力変換器の取付け

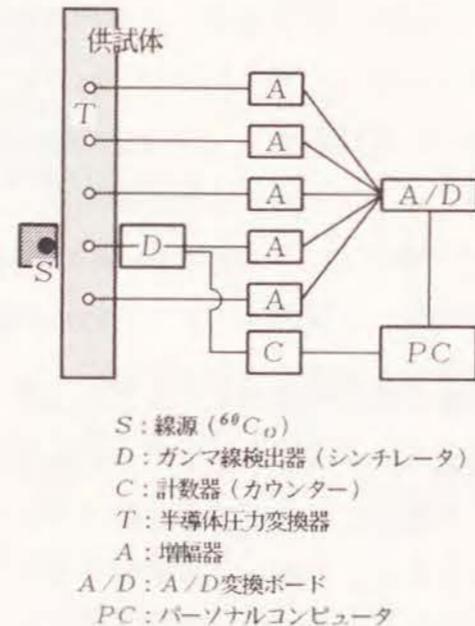


図 4.3.3 測定システム

$\zeta$  : 線源と検出管との平均距離  
 $\rho$  : 物質の密度  
 $\kappa$  : 質量吸収係数

式(4.3.1)の指数項に含まれる  $\kappa$  は、  
物質によるガンマ線の吸収度合いを表  
すパラメータである。検出管には、物  
質を透過してきた1次ガンマ線のほか  
にコンプトン散乱を受けた2次ガンマ  
線も到達してくる。ビルドアップ係数  
 $b$ はこのような2次散乱線の寄与率を  
与える。 $\kappa$ や $b$ はガンマ線のエネルギ  
ーレベルや検出管の種類、寸法など多  
くの因子から複雑な影響を受けるため、これらの値をあらかじめ具体的に定めるのは  
むずかしい。このため、式(4.3.1)は経験的に次の指数関数で置き換えられる。

$$R = c_1 e^{c_2 \rho} \quad (4.3.2a)$$

$$\text{ただし } R = N / N_0 \quad (4.3.2b)$$

ここに  $R$  : 計数率比  
 $N_0$  : 標準計数率

$c_1, c_2$  : 測定器の仕様によって定まる定数

放射性同位元素は時間とともに減衰する。たとえば $^{60}\text{Co}$ の場合、半減期は5.26年  
である。このため、測定する対象が同じ物質であっても、測定の時期によって検出さ  
れる計数率 $N$ は違ってくる。このような不都合を解消するには、 $N$ を、ある特定の測  
定条件でえられる計数率 $N_0$ で標準化した比 $R = N / N_0$ で置き換える必要がある。こ  
こで、上述しているように、 $N_0$ を標準計数率、 $R$ を計数率比とよぶ。 $N_0$ は、たと  
えば供試体容器内に何も詰めない状態や清水を満たした状態で測定すればよい。ここ  
での実験では、線源と検出管の間に何も無い状態、つまり空気に対する測定により $N_0$   
を求めるようにした。

$R$ の導入により、線源の減衰特性に左右されない透過ガンマ線の強度と物質の密度  
との関係がえられる。この関係を与える式(4.3.2)を較正式とよぶ。図4.3.1の測定  
装置でえられた $R$ と $\rho$ との関係を図4.3.5に示す。同図は、できるだけ均質に締固め

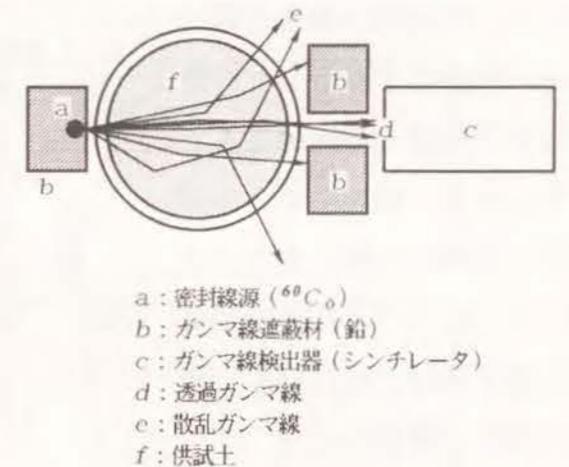


図 4.3.4 ガンマ線による密度測定の実験原理

た供試体のかさ密度（湿潤密度）と、供試体の高さ方向に沿って何点かで測定した計数率比の平均値との関係をまとめたもので、較正曲線とよばれる。試験には砂とまさ土を用いた。図 4.3.5 に併記している較正式は、13 点のデータの回帰から求めた。

線源から放射される放射線の数は時間的に一定ではなく、統計的なゆらぎをもつ。このため同一条件で厳密に密度を測定しても、必ず誤差がでる。図 4.3.5 の破線は、このような放射線強度の統計的揺動<sup>18)</sup>による RI 計器固有の測定誤差  $\Delta\rho$  を求めたものである。測定時間を長くするほど誤差は小さくなり、試作装置では 1 点あたりの測定時間を 30 秒から 1 分程度にすれば、通常の土の密度の範囲で  $\Delta\rho = 0.005 \text{ g/cm}^3$ 、体積含水率表示で  $0.005 \text{ cm}^3/\text{cm}^3$  という高い測定精度がえられるのがわかる。

#### 4.3.3 浸透・排水過程における測定性能

まさ土を用い浸透・排水パターンによる測定を実施した。測定の手順は次のとおりである。

- i) 乾燥させたまさ土を供試体容器に均質に締固め、高さ方向に沿って供試体の初期密度を測定する。
- ii) 供試体の下端面より浸透を開始し、供試体が完全飽和に達した段階で、変水位法による飽和透水試験を行う。浸透時の下端面の水頭はマリオートサイホンにより調整する。
- iii) 供試体下端面のバルブを開放し排水過程に入る。

半導体圧力変換器による間隙圧の測定は、飽和透水試験を除く浸透、排水の全過程

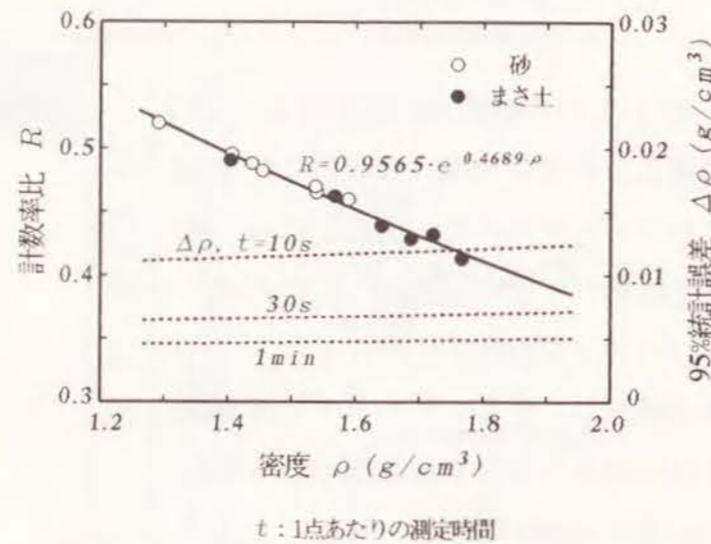


図 4.3.5 試作装置の較正曲線と統計誤差

で連続して、また RI 法による密度測定は、土中水の流動状況に応じてスライドプレートを供試体の高さ方向に沿って移動させながらおこなった。密度の 1 点あたりの測定時間は、図 4.3.5 の較正試験結果にもとづき、30 秒とした。

図 4.3.6 に、負の間隙圧  $\psi$  と体積含水率  $\theta$  の測定結果をまとめる。図 4.3.6(a) は浸透過程における  $\psi$  と  $\theta$  の時間変化をまとめたもので、浸潤前線の進行が速かったため、深さ方向の分布はえられていない。図 4.3.6(b) は排水過程における  $\psi$  と  $\theta$  の深さ方向の分布で、時間の経過とともに供試体の上部で  $\theta$  が低下し、それに対応して  $\psi$  も急激に下がっていくのがわかる。

第 4.2 節で説明した 瞬時水分計測法を用いて、図 4.3.6 から不飽和水分特性を求めると図 4.3.7 のようになる。同図(a)から、図 4.2.1 などで説明した水分特性曲線におけるヒステリシスを確認することができる。排水過程のデータのばらつきは、土中水の動き

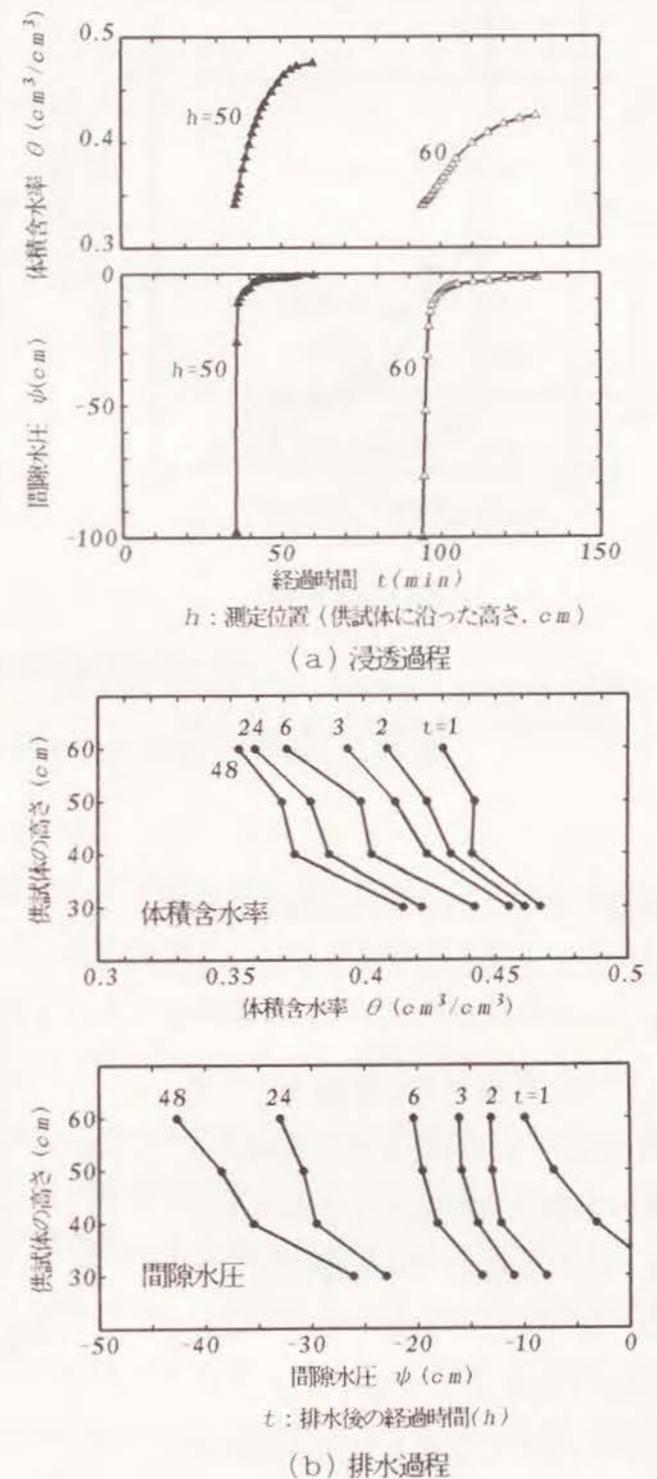
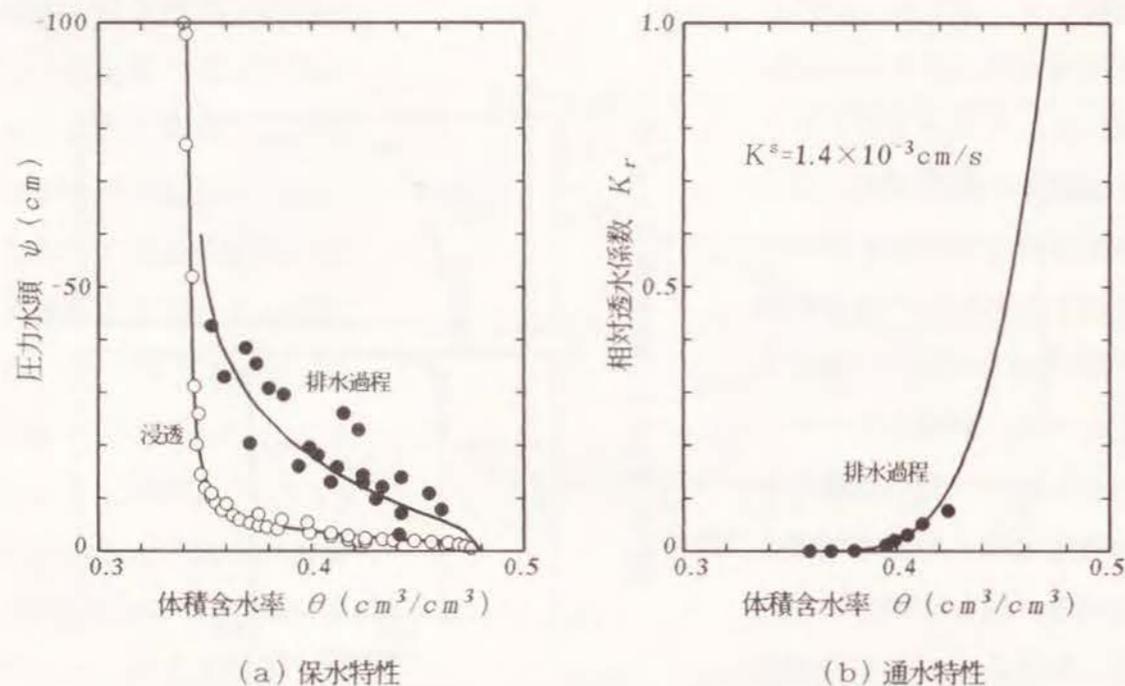


図 4.3.6 体積含水率と間隙水圧の測定結果



(注) 図中の曲線は推定線。

図 4.3.7 試作装置で測定したまさ土の不飽和水分特性

が緩慢で、 $\psi$ と $\theta$ の計測時点の対応性が特定しにくくなったために生じたものである。

図4.3.7(b)の相対透水係数  $K_r$  と  $\theta$  との関係は、4.2.3で述べた理由により、排水過程の測定値から求めたものである。この関係に Irmay型の式をあてはめ、 $K_r$ と $S_e$ の関係で整理すると、図4.3.8がえられる。実験データは $K_r$ が0.1程度以下と低含水状態のものしかえられていないが、図4.3.8から、 $K_r$ と $S_e$ は両対数軸上でおよそ直線関係にあることがわかる。回帰からえ

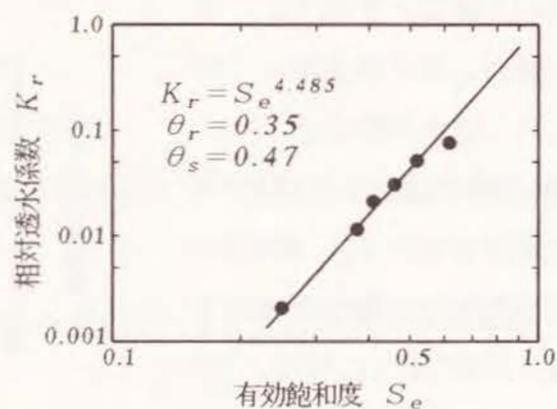


図 4.3.8 相対透水係数と有効飽和度との関係

られる Irmay 型の式の指数  $m$  は 4.485 で、これを先の図 4.2.4 にプロットし再掲すると、図 4.3.9 のようになる。同図から、不飽和透水係数を Irmay 型の式でモデル化する場合、式に含まれる指数  $m$  のおよその値を、飽和透水係数から推定できると考えてよさそうである。また同時に、まさ土の測定結果が式(4.2.2)や4.2.1の公表実験データと比較的良好に対応していることから、ここで試作した測定装置が、土の不飽和水分特性の測定に対して十分な実用性をもつと判断することができる。

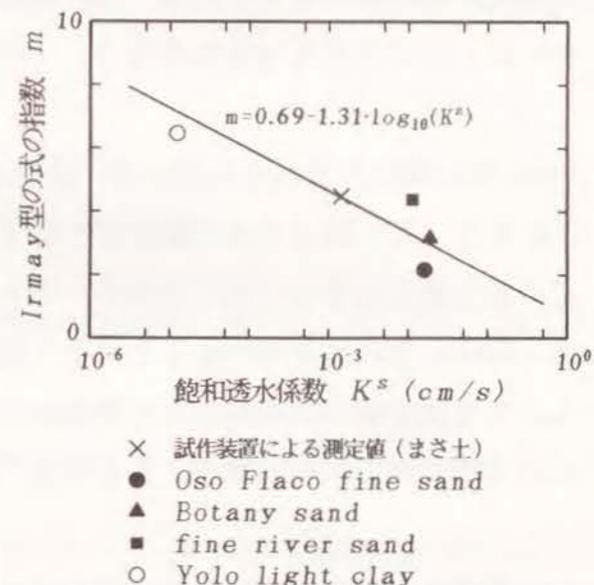


図 4.3.9 Irmay 型の式の指数  $m$  と飽和透水係数との関係 (図 4.2.4 に測定結果を打点して再掲)

#### 4.4 まとめ

飽和・不飽和浸透流解析を実施するうえで最も重要となるパラメータの1つに、土の不飽和水分特性がある。本章では、その特徴とこれまでに提案されているモデル化の方法、測定法をまとめるとともに、RI法を利用した測定装置を試作し、その実用性を検討した。

不飽和水分特性の推定モデルでは、Irmay 型の式がかなり実務性をもつと考えられるが、必ずしも十分な量のデータによって確認されているわけではない。したがっていまのところ、西垣<sup>1)</sup>が述べているように、不飽和水分特性は土に固有のものであり、それぞれの材料に対して個々に室内試験や原位置試験で測定すべき物理量であると考えておく必要がある。このようなみ方に立った場合、RI法を利用した瞬時水分計測法は、測定の時間的な効率性と測定精度の点で、かなり実用度が高い室内測定法と位置づけることができる。

以下に本章の検討成果を要約する。

a) 体積含水率  $\theta$  とサクション  $\psi$  との関係および  $\theta$  と相対透水係数  $K_r$  との関

係は、それぞれBrooks and Coreyの式および Irmay型の式でうまく表現できるとされている。前者の式では、湿潤状態でサクションを過大に評価する傾向にあるが、後者の式は、比較的広範囲の飽和度領域で $\theta \sim K$ 、関係をうまく記述できる可能性をもつ。

- b) Irmay型の式に含まれる指数 $m$ は、飽和透水係数 $K^s$ の対数値とほぼ直線関係にあり、 $K^s$ により $m$ の概略値を推定することができる。フィルダムなどの盛土構造物では、施工管理の一環として $K^s$ が明らかにされているため、Irmay型の式を用いることによりおおよその不飽和水分特性を知ることができる。さらに $K^s$ と土の密度との関係を通して、土の不飽和水分特性に及ぼす締固めの影響を、ある程度、定量化できる可能性がある。
- c) 不飽和透水係数の測定法にはいまのところ確立されたものがない。比較的測定精度がよいとされているのは瞬時水分計測法である。この方法によると、浸透あるいは再浸透過程などのように $\theta$ と $\psi$ が深さ方向に急変する場合には、計測時間を小刻みにしても測定精度はあまり上がらないが、排水あるいは再排水過程では、 $\theta$ と $\psi$ の分布がなめらかになるため、精度のよいデータが多数えられる。
- d) 瞬時水分計測法にもとづく不飽和水分特性の測定装置を試作した。体積含水率はR I法により、間隙圧は半導体圧力変換器により測定するようにした。砂とまさ土を用いた較正試験と室内での実用化試験を通して、半導体圧力変換器による間隙圧の測定に多少の煩雑さがともなうものの、装置自体の測定精度は高く、十分な実用性をもつことが明らかとなった。

本章での実験検討から、R I法を用いた瞬時水分計測により、土の不飽和水分特性を実用的な精度で測定できることが明らかとなった。また今後のデータの蓄積により、Irmay型の式やBrooks and Coreyの式、あるいはその他のモデル式によって土の不飽和水分特性を推定していくことがある程度可能になっていくと考えられる。したがって、飽和・不飽和浸透流解析を実施するうえでのネックといわれてきた不飽和水分特

性のモデル化は、いまのところ問題そのものが解決されたわけではないが、将来、十分に解決されうるだけの下地は現在すでに確立されているとみることができる。次の第5章では、このような認識に立ったうえで、本研究の2つめの主題であるフィルダムの浸透流動特性について検討を進める。

#### 参考文献 (第4章)

- 1). 西垣誠：飽和・不飽和領域内の土中水の浸透特性に関する2, 3の考察, 土質工学会論文報告集, 23 (3), 165-177, 1983.
- 2). 森井俊広, 服部九二雄：締固めた土の飽和・不飽和浸透特性の評価法及びフィルダム解析への適用に関する研究, 平成4年度科学研究費補助金研究成果報告書(一般研究C), 03660244, 1993.
- 3). Brooks, R.H. and Corey, A.T.: Properties of porous media affecting fluid flow, Journal of the Irrigation and Drainage Division, ASCE, 92 (IR2), 61-68, 1966.
- 4). 土壌物理研究会(編)：土の物理学 -土質工学の基礎-, 森北出版, pp.222-225, 1979.
- 5). 吉国洋, 宇野尚雄, 柳澤栄司(共著)：土の力学(II) -特殊土・締固め・土と水-, 土木学会(編)新体系土木工学 17, 技報堂出版, pp.202-204, 1984.
- 6). Day, P.R. and Luthin, J.N.: A numerical solution of the differential equation of flow for a vertical drainage problem, Soil Science Society of America, Proceedings, 20 (4), 443-447, 1956.
- 7). Watson, K.K.: Experimental and numerical study of column drainage, Journal of the Hydraulics Division, ASCE, 93 (HY2), 1-15, 1967.
- 8). Vauclin, M., Vachaud, G. and Khanji, D.: Two dimensional numerical analysis of transient water transfer in saturated-unsaturated soil, "Modeling and Simulation of Water Resources Systems" edited by Vansteenkiste, G.C., North-Holland, pp.299-323, 1975.
- 9). Wang, F.C., Hassan, N.A. and Franzini, J.B.: A method of analyzing unsteady, unsaturated flow in soils, Journal of Geophysical Research, 69 (12), 2569-2577, 1964.
- 10). 農業土木学会(編)：土の理工学性実験ガイド 実験書シリーズ No.1, 農業土木学会, pp.72-82, 1983.
- 11). 前掲書 4), pp.239-249.
- 12). Ragab, R., Feyen, J. and Hillel, D.: Comparative study of numerical and laboratory methods for determining the hydraulic conductivity function of a sand, Soil Science, 131 (6), 375-388, 1981.

- 13). Watson, K. K. : An instantaneous profile method for determining the hydraulic conductivity of unsaturated porous materials, Water Resources Research, 2, 709-715, 1966.
- 14). 河野伊一郎, 西垣誠 : 不飽和砂質土の浸透特性に関する実験的研究, 土木学会論文報告集, 307, 59-69, 1981.
- 15). 森井俊広, 服部九二雄 : 不飽和土の浸透特性に関する実験的研究 (II) 浸透パターンに関する検討, 平成4年度農業土木学会大会講演会講演要旨集, 268-269, 1992.
- 16). 森井俊広 : 不飽和土の浸透特性に関する実験的研究 (I) RI法を用いた密度測定装置の性能, 第46回農業土木学会中国四国支部講演会講演要旨, 87-88, 1991.
- 17). 瀬古育二, 自閑茂治, 森井俊広, 延山政之 : RI法によるコンクリート供試体の密度分布測定, コンクリート工学年次論文報告集, 11 (1), 193-196, 1989.
- 18). 土質工学会(編) : 土工管理とラジオアイソトープ, 土質工学会, pp. 27-58, 1974.

## 第5章 フィルダムの浸透特性

### 5.1 概説

フィルダムの基本機能は安全に水を貯えることにある。したがってその水理学的、力学的安全性を検討するには、あらかじめ堤体および基礎の浸透特性が明確にされていなければならない。

1960年あたりから、有限要素法を中心とした数値解法により、フィルダムの浸透特性に関する多くの研究がなされてきた。しかしこれらは、そのほとんどが飽和流れのみを対象としたものであった。第2章あるいは第3章で述べたように、従来の飽和浸透流解析では、自由水面の位置を決定する過程で複雑な計算技術が必要となるため、湛水時や貯水位低下時の非定常な動き、あるいは複雑なゾーン構造をもつダムの浸透挙動などを必ずしも十分には評価することができなかった。飽和・不飽和浸透流解析は、土中水の移動が生じる全領域を1つのポテンシャル場としてとらえ、その分布特性から浸透流動のさまざまな特性をとらえる。このため、飽和浸透流解析では取り扱うことができなかった問題に対しても容易に対処できる。また、フィルダムのように初期の含水状態が高い盛土構造物に対しては、十分に信頼性のある解を提供することができる。

本章では、飽和・不飽和浸透流解析を用いて、フィルダムの種々の運用段階における浸透特性と、それに及ぼすゾーン間の透水係数の非均質性や異方性などの影響、さらにドレーンの効果を明らかにする<sup>1)</sup>。

第5.2節では、中央遮水壁および傾斜遮水壁型ダムの定常浸透流を対象に、自由水面と浸透流量に与える遮水壁の形状や透水係数の非均質性の影響を調べる。また、これまで設計基準として広く用いられているCasagrandeの方法<sup>2)</sup>の問題点について検討する。

第5.3節と第5.4節で、それぞれ、初期湛水過程と貯水位急低下過程における非定常浸透特性を調べる。これらは、フィルダムの安全性を検討するうえで最も重要な課題の1つであるが、同時に、従来の飽和浸透流解析では十分に評価できてこなかった問

題でもある。第5.3節では、均一型、中央遮水壁型および傾斜遮水壁型ダムを対象に、貯水位上昇にともなう自由水面と浸透流量の経時変化、遮水壁近傍の浸透特性を調べる。また、これらの浸透流動に及ぼす初期水分状態と堤体材料の透水異方性の影響も検討する。第5.4節では、ポテンシャル分布と動水勾配に着目して、貯水位急低下時の非定常浸透特性とそれに及ぼす透水異方性および堤体材料の不飽和水分特性の影響を検討する。また、貯水位急低下時における遮水壁上流面の機能を明らかにする。

第5.5節では、下流法先ドレーン、水平ドレーン、立上がりドレーンを取り上げ、各ドレーンがもつ水理学的効果を調べる。

第5.6節に本章の検討結果を要約する。

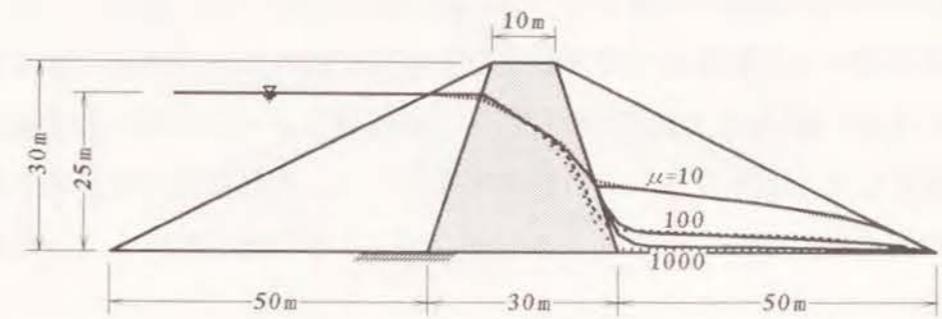
## 5.2 ゾーン型ダムの定常浸透特性

### 5.2.1 ゾーン間の透水係数の非均質性の影響

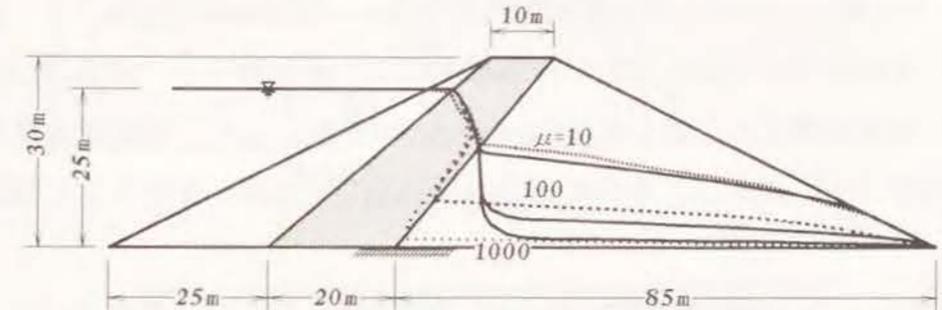
Casagrandeの方法によると、ゾーン型ダムの遮水ゾーン内における自由水面の形状は、遮水壁の幾何形状のみによって決まり、遮水ゾーンと下流側透水ゾーンとの透水係数の違いにはまったく依存しない。

遮水ゾーンと透水ゾーンとの飽和透水係数の違いを表す非均質性の指標として、先の式(3.4.1)で定義したゾーン透水係数比 $\mu$ を用いると、Casagrandeの方法でダムをゾーン型とみなせるのは、おおよそ $\mu \geq 10$ 程度とされている<sup>2)</sup>。 $\mu$ を遮水ゾーンの側からながめると、 $\mu$ が大きくなるにしたがい下流側透水ゾーンへの浸透排水が良好になっていくわけであるから、遮水ゾーン内の自由水面の位置と形状はこの $\mu$ に応じて変化していくはずである。一般には、 $\mu$ が大きくなるにしたがい自由水面の位置は低下していくと考えられる。

高さ30mの中規模程度の中央遮水壁型ダムと傾斜遮水壁型ダムを対象に、飽和・不飽和浸透流解析とCasagrandeの方法でえられる定常状態での自由水面を比較する。ゾーン透水係数比 $\mu = 10, 100$ および $1,000$ における自由水面を図5.2.1に示す。実線がCasagrandeの方法によるもの、破線は飽和・不飽和浸透流解析(FEM)によるものである。Casagrandeの方法では、下流側透水ゾーン内のみで $\mu$ の違いが自由水面の位置にあらわれる。いずれの $\mu$ も、透水ゾーンの飽和透水係数を $K_{st} = 1 \times 10^{-2} \text{ cm/s}$ と共通



(a) 中央遮水壁型ダム



(b) 傾斜遮水壁型ダム

— Casagrandeの方法による自由水面

- - - FEMによる自由水面

$$\mu = K_{st} / K_{cr}$$

$\mu$ : ゾーン透水係数比

$K_{st}$ : 透水ゾーンの飽和透水係数 ( $= 1 \times 10^{-2} \text{ cm/s}$ )

$K_{cr}$ : 遮水ゾーンの飽和透水係数

図 5.2.1 ゾーン透水係数比が異なる場合の自由水面位置の比較

にしている。透水ゾーンと遮水ゾーンの不飽和水分特性として、図3.4.1(b)のSANDとCLAYを用いた。基礎は不透水性である。

図5.2.1から次のことがいえる。

- i) 飽和・不飽和浸透流解析によると、遮水ゾーン内の自由水面は $\mu$ によって変わり、それが大きくなると、つまり遮水ゾーンと透水ゾーンとの透水性の違いが大きくなると、自由水面は遮水ゾーンの背面に沿って急激に低下するようになる。この傾向は傾斜型ダムでより著しい。
- ii) 下流側透水ゾーンの自由水面は、Casagrandeの方法と飽和・不飽和浸透流

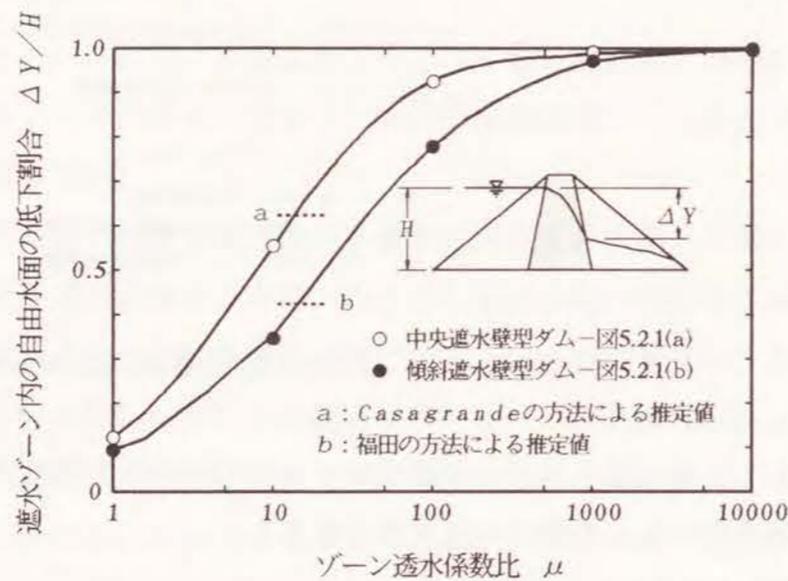
解析で比較的良好に一致する。Casagrandeの方法では、遮水ゾーン、下流側透水ゾーンそれぞれでえられる自由水面をなめらかな曲線で結ぶとされているが、図 5.2.1からはむしろ、下流側透水ゾーンの基本放物線はそのままにして、遮水ゾーン内の自由水面をゾーン背面に沿って、基本放物線との交点までなめらかに低下させる方が、より現実的であるように考えられる。

上の i) で指摘した  $\mu$  による自由水面の変化を、自由水面の遮水ゾーン内での鉛直低下量  $\Delta Y$  を貯水深  $H$  で無次元化した指標を用いてまとめると、図 5.2.2 となる。破線は、中央遮水壁型ダムに対しては Casagrande の方法により、傾斜遮水壁型ダムに対しては福田の方法<sup>3)</sup>によって求めた  $\Delta Y/H$  で、これらはいずれも  $\mu$  に関係なく一定値をとる。

図 5.2.2 から、ゾーン透水係数比が  $\mu = 1,000$  程度になると、遮水ゾーン内での自由水面の低下量は貯水深

の 90% ほどに達し、さらに  $\mu = 10,000$  オーダになると、自由水面は遮水ゾーン内でほとんど低下してしまうことがわかる。遮水ゾーン内での自由水面の低下はこのように  $\mu$  に大きく支配されており、遮水ゾーンの断面形状の影響は相対的に小さいようである。

図 5.2.2 の傾向をさらに一般的な形で分析するため、図 5.2.3 に示すように、同一規模ではあるが、遮水ゾー

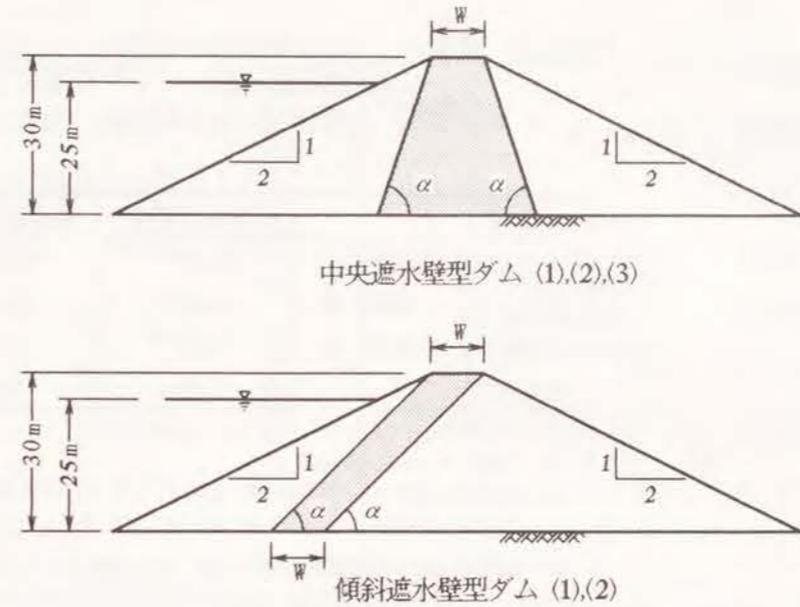


$$\mu = K_{s1} / K_{cr}$$

$K_{s1}$ : 透水ゾーンの飽和透水係数 ( $=10^{-2} \text{ cm/s}$ )  
 $K_{cr}$ : 遮水ゾーンの飽和透水係数

$\Delta Y$ : 遮水ゾーン内での自由水面の鉛直低下量  
 $H$ : 貯水深

図 5.2.2 ゾーン透水係数比にともなう遮水ゾーン内の自由水面の低下



タイプ	$\alpha(^{\circ})$	$W(\text{m})$	ゾーン透水係数比 $\mu$
中央遮水壁型(1)	80.5	5,10,15	1,10,100,1000,10000
中央遮水壁型(2)	71.6	〃	〃
中央遮水壁型(3)	63.4	〃	〃
傾斜遮水壁型(1)	63.4	〃	〃
傾斜遮水壁型(2)	45.0	〃	〃

$\mu = K_{s1} / K_{cr}$   
 $K_{s1}$ : 透水ゾーンの飽和透水係数 ( $=1 \times 10^{-2} \text{ cm/s}$ )  
 $K_{cr}$ : 遮水ゾーンの飽和透水係数

図 5.2.3 自由水面低下量と浸透流量の変化を調べるためのモデルダムの断面

ンの形状(傾斜角  $\alpha$ ) が異なる 3 種類の中央遮水壁型ダムと 2 種類の傾斜遮水壁型ダムを考える。それぞれのダムタイプにおいて、遮水ゾーンの大きさ(天端幅  $W$ ) を 3 通り、ゾーン透水係数比  $\mu$  を 5 通り設定する。ただし  $\mu = 1$  は均一型ダムを表し、またいずれの  $\mu$  も透水ゾーンの飽和透水係数を  $K_{s1} = 1 \times 10^{-2} \text{ cm/s}$  と共通にしている。

表 5.2.1 は、同じ貯水深の条件の下で、遮水ゾーン内の自由水面の低下量に及ぼすゾーン透水係数比  $\mu$ 、遮水ゾーンの大きさ  $W$  および遮水ゾーンの形状  $\alpha$  の影響度合いを、分散分析法で調べたものである。図 5.2.3 の組み合わせから、中央遮水壁型ダムで 45 ケース、傾斜遮水壁型ダムでは 30 ケースを分析の対象とした。表 5.2.1 に示した

数値は寄与率で、この値が高いほど自由水面の低下に与える影響度が大きいことになる。

表5.2.1から、遮水ゾーン内での自由水面の低下に対し、遮水ゾーンの大きさや形状は有意な影響をもつものの、寄与率でみると、ゾーン透水係数比  $\mu$  が圧倒的に大きな影響力

をもっているのがわかる。別の表現をすれば、同一規模のゾーン型ダムでは、自由水面はゾーン間の透水係数の違いでほとんど決定されてしまい、遮水ゾーンの形状や大きさにはあまり左右されないということになる。

以上の検討から、Casagrandeの方法は、遮水ゾーン内の自由水面の決定においてゾーン間の透水係数の違いを考慮に入れていない点で、重要な問題を抱えていると判断せざるをえない。また限られた例からではあるが、図5.2.1より、Casagrandeの方法や福田の方法は、図3.4.3でも指摘したように、 $\mu = 10$ 程度とゾーン透水係数比が比較的小さなケースにしか適用できないのではないかと考えられる。

### 5.2.2 浸透流量

表5.2.1の分散分析に用いた計75ケースの飽和・不飽和浸透流解析結果から、定常状態における浸透流量  $Q$  と遮水ゾーン内の自由水面の低下量  $\Delta Y/H$  との関係をもとめると、図5.2.4のようになる。中央遮水壁型と傾斜遮水壁型ダムで  $Q \sim \Delta Y/H$  関係に多少のずれがあるが、おおよその傾向として、ゾーン型ダムの浸透流量は遮水ゾーン内の自由水面の低下量のみでほとんど決定されてしまうことがわかる。浸透流量は、対数値でみると、自由水面の低下量が小さい間はほぼ直線状に減少するが、低下量が貯水深の90%程度に達すると急減する。

表 5.2.1 透水ゾーン内の自由水面の低下量  $\Delta Y/H$  に及ぼすゾーン透水係数比、遮水ゾーンの規模および形状の影響（分散分析による寄与率、%）

因子	中央遮水壁型	傾斜遮水壁型
ゾーン透水係数比 $\mu$	98.90** a)	97.32**
遮水ゾーンの規模 $W$	0.24**	1.14**
遮水ゾーンの形状 $\alpha$	0.25**	0.18*
誤差項 b)	0.61	1.36

$\mu$ : 5水準(1, 10, 100, 1000, 10000)  
 $W$ : 3水準(5, 10, 15m)  
 $\alpha$ : 中央遮水壁型ダムでは3水準(80.5, 71.6, 63.4°)  
 傾斜遮水壁型ダムでは2水準(63.4, 45.0°)

a) 右肩の\*\*は因子の影響が高度に有意、\*は有意であることを表す。  
 b)  $\mu$ ,  $W$  および  $\alpha$  の2因子または3因子の交互作用効果を表す。

設計基準によると、ゾーン型ダムの定常浸透流量は、図5.2.5に示す遮水ゾーン背面の自由水面高さ  $y_0$  を用いて、次式から計算される<sup>2)</sup>。

$$Q = K_{cr} \cdot y_0 \quad (5.2.1)$$

ここに

$Q$ : 単位奥行きあたりの浸透流量

$K_{cr}$ : 遮水ゾーンの飽和透水係数

$y_0$ : 遮水ゾーン背面の自由水面の高さ

式(5.2.1)によると、ゾーン型ダムの浸透流量は、遮水ゾーンの透水性と遮水ゾーン内の自由水面の位置、つまり低下量の2つの因子で決定されることになる。後者の因子の重要性は図5.2.4で明らかにしたとおりであるが、しかし、この式には大きな矛盾が隠されてしまっている。それは、遮水ゾーン内の自由水面の低下量に及ぼすゾーン透水係数比  $\mu$  の影響が無視されているという点である。式(5.2.1)を貯水深  $H$  で無次元化すると次式がえられる。

$$\frac{Q}{K_{cr} H} = \frac{y_0}{H} \quad (5.2.2)$$

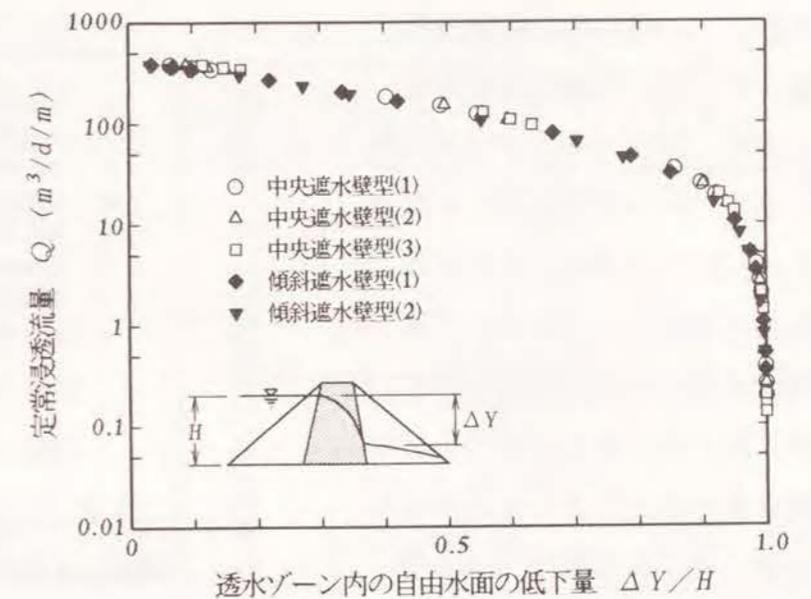


図 5.2.4 ゾーン型ダムの定常浸透流量と自由水面低下量との関係

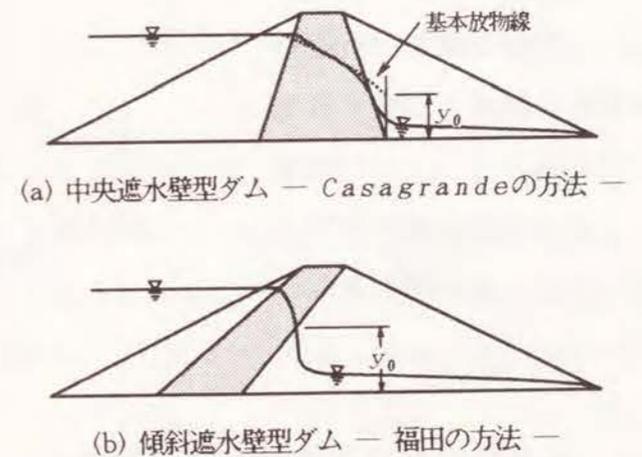


図 5.2.5 Casagrandeの方法および福田の方法によるゾーン型ダムの自由水面

式(5.2.2)の右辺の  $y_0/H$  は、遮水ゾーン内の自由水面の低下量  $\Delta Y/H$  と等価な関係をもつ。そこで 図5.2.4を、 $Q/K_{cr}H$  と  $\Delta Y/H$  の関係にまとめなおすと、図 5.2.6 のようになる。ある特定の  $\mu$  の条件の下では、式(5.2.2) で表されるように、 $Q/K_{cr}H$  と  $\Delta Y/H$  は直線の関係をもつ。しかし  $\mu$  が異なると  $Q/K_{cr}H$  の値は大きく違ってくる。図5.2.6には、 $y_0$  を用いて算出したCasagrandeの方法と福田の方法による  $Q/K_{cr}H \sim \Delta Y/H$  関係も合わせて示している。これらを飽和・不飽和浸透流解析の結果と比較すると、図 5.2.2と同じく、 $\mu = 10$ 程度とゾーン透水係数比が比較的小さなケースにしか適用できないのがわかる。

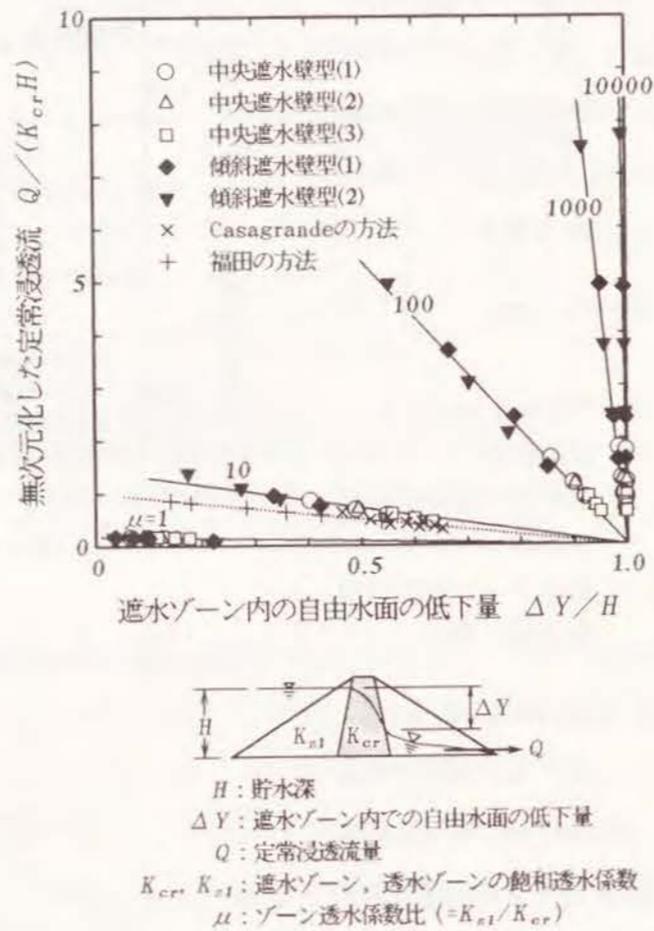


図 5.2.6 ゾーン型ダムにおける無次元化した浸透流量と自由水面低下量との関係

いる。貯水位は瞬間的に所定の高さまで上昇するとする。均一型ダムとゾーン型ダムの遮水ゾーンの不飽和水分特性には図3.4.1(b)のCLAYを、ゾーン型ダムの透水ゾーンにはSANDを用いる。

図 5.3.2に自由水面の経時変化をまとめる。中央遮水壁型ダムでは  $\mu = 10, 100$  および  $1,000$ 、傾斜遮水壁型ダムでは  $\mu = 100$  とした。いずれも透水ゾーンの透水係数を  $K_{sl} = 1 \times 10^{-2} \text{ cm/s}$  と共通にしているため、自由水面が遮水ゾーンに達していない湛水直後の段階では、水面形状と進行速度はほぼ同じとなっている。しかし遮水ゾーンに到達した以降では、進行速度が遮水ゾーンの透水性に大きな影響を受けるようになる。

図 5.3.3は、中央遮水壁型ダムの上流斜面における流入流量の経時変化をまとめたものである。図 5.3.2で、 $\mu$  が大きくなるにつれ遮水ゾーン内の自由水面の進行が遅くなっているが、これに対応する形で、図 5.3.3の流量も定常状態に達するまでの時間が長くなっている。

図 5.3.2からは、さらに、次の2つの特徴を指摘することができる。1つは、中央遮水壁型ダムの湛水の初期段階において、堤体材料が保持していた水分が降下して、遮水ゾーンの背面に不連続な自由水面が形成されている点である。もう1つの特徴として、傾斜遮水壁型ダムで、遮水ゾーン内の自由水面がゾーンの背面にほぼ平行に進行し、重力場の視点からみるとかなり不安定な水面形状を示している点があげられる。

図5.3.4に、このような遮水ゾーン近傍での複雑な浸透状況を調べるため、 $\mu = 1,000$ の中央遮水壁型ダムと  $\mu = 100$ の傾斜遮水壁型ダムについて、代表経過時点での自由水面形状、ポテンシャル分布および流速分布を示した。中央遮水壁型ダムでは、

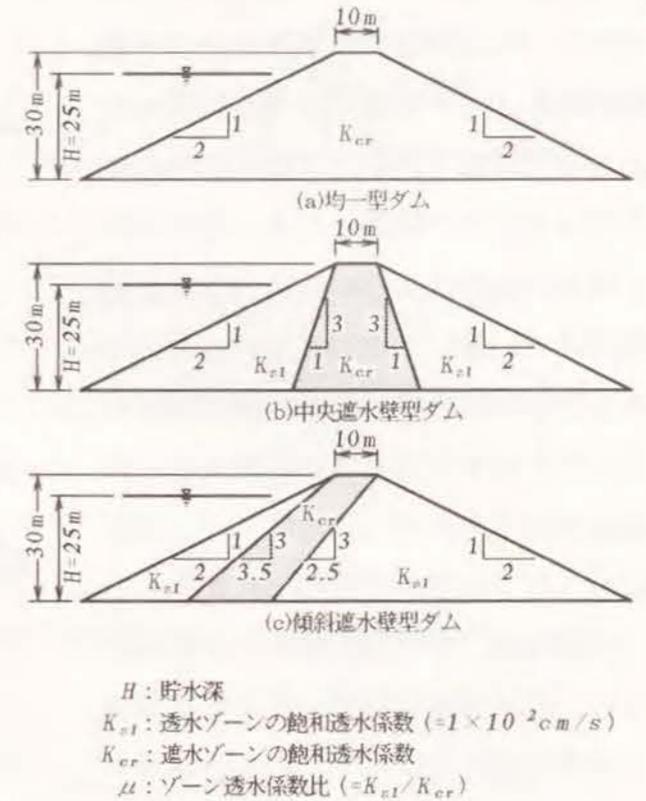


図 5.3.1 湛水時解析に用いる3種類のダムの断面

### 5. 3 湛水時における非定常浸透特性

#### 5.3.1 自由水面の進行と遮水ゾーン近傍の浸透特性

飽和・不飽和浸透流解析は、湛水時における貯水位の上昇や放水にともなう急低下などの過程で生じる非定常な浸透流動を予測する場合に、有効な手段となる。本節では、具体的に、湛水時にみられる非定常浸透流動の特徴を調べる。一連の検討には、図5.3.1に示す中規模の均一型、中央遮水壁型および傾斜遮水壁型ダムの3断面を用

自由水面が遮水ゾーンに達した時点で、遮水ゾーンの前面でやや上向きの不飽和流れが、また背面ではそれに沿ったかなり大きな下向きの不飽和流れが生じており、その結果として、遮水ゾーン背面の底部に不連続な自由水面が形成されている。この遮水ゾーン背面での下向きの流れは、定常状態に達した時点でもわずかであるが継続する。傾斜遮水壁型ダムでも、遮水ゾーン背面に沿った下向きの不飽和流れが生じる。この流れは、図5.3.4(b)からわかるように、通常想定されているような鉛直下向きの流れではなく、むしろ遮水ゾーンの形状に沿って上流側に向いたものとなっている。

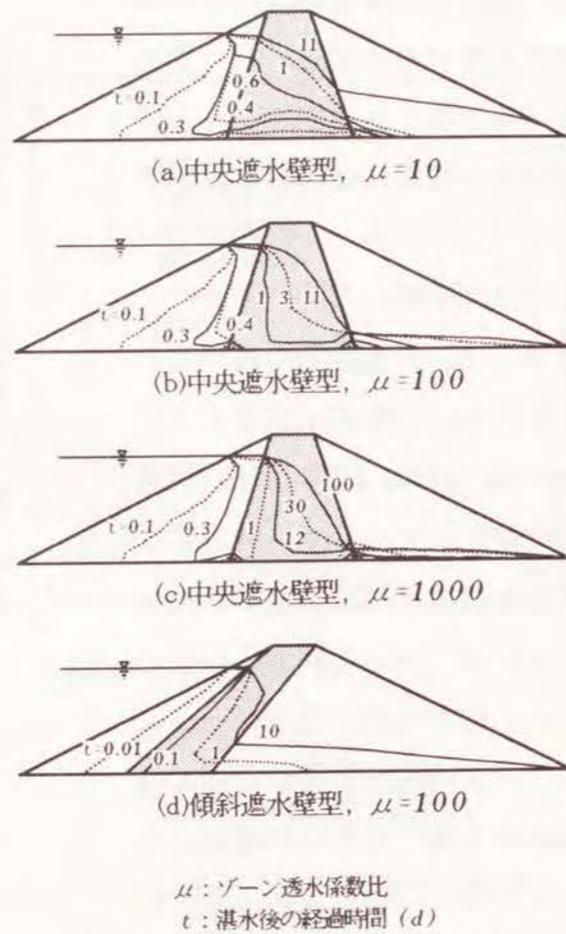


図 5.3.2 湛水時の自由水面の進行状況

### 5.3.2 初期含水状態の影響

湛水時の非定常な浸透流動は、築堤完了後の堤体の初期含水状態に影響を受ける。

図 5.3.5は、均一型ダムを対象に、初期飽和度  $S_{r0}$  を90, 87.5および80%とした場合の浸透流動の違いを比較したものである。同図(a)には、代表的な経過時間における

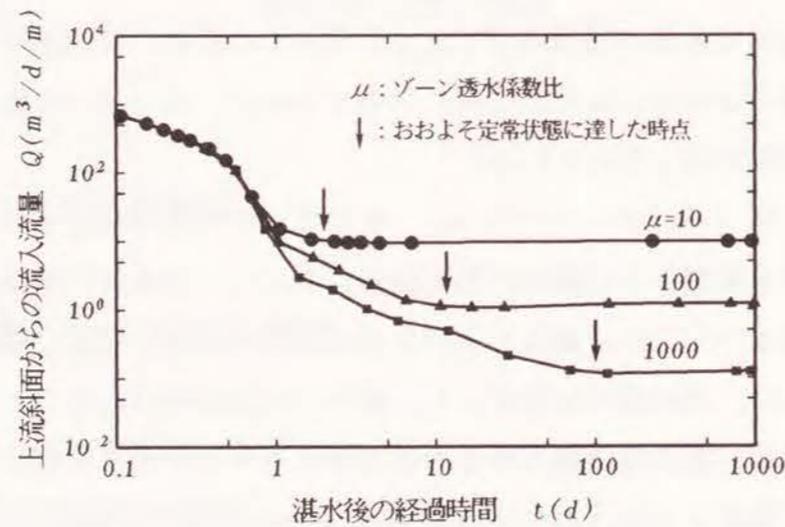


図 5.3.3 湛水時の流入流量の経時変化(中央遮水壁型ダム)

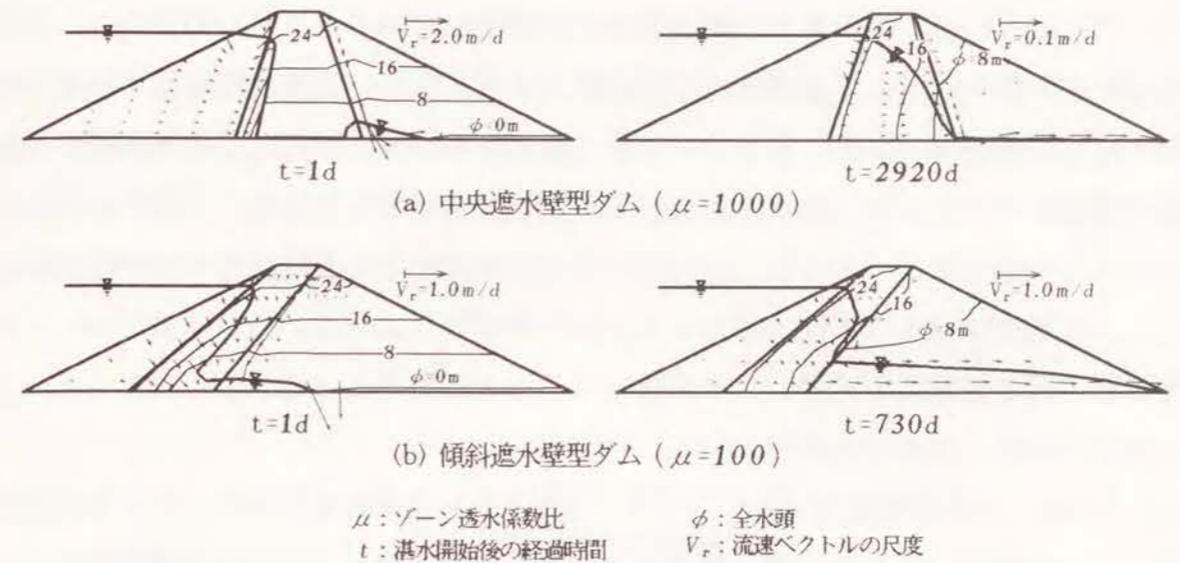
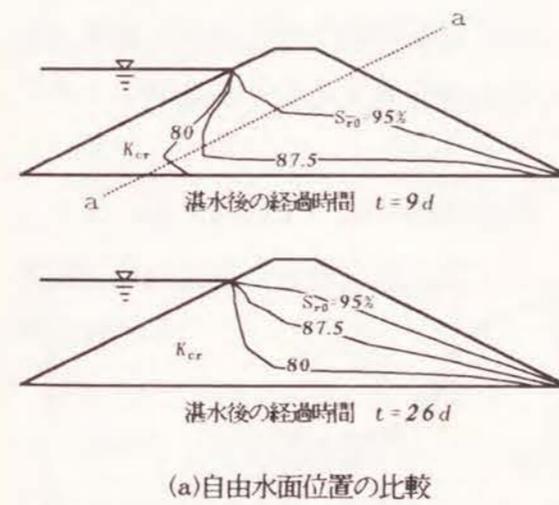
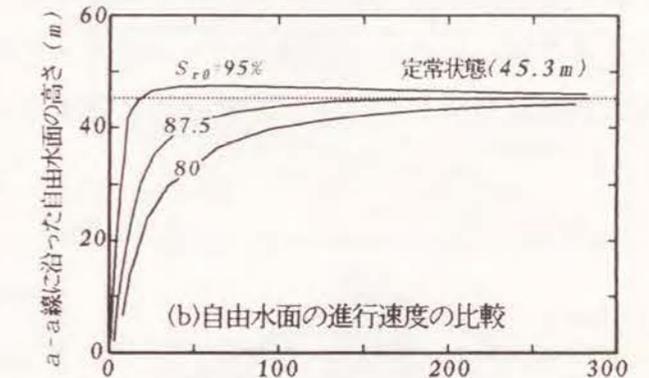


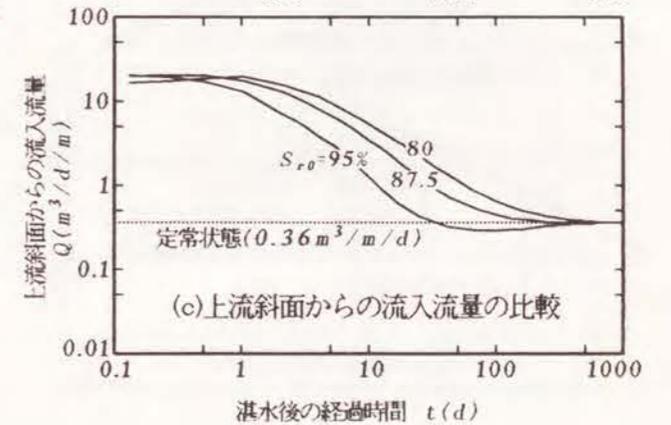
図 5.3.4 湛水時初期と定常浸透時における自由水面、ポテンシャルおよび流速分布



(a)自由水面位置の比較



(b)自由水面の進行速度の比較



(c)上流斜面からの流入流量の比較

図 5.3.5 湛水時の浸透状況に及ぼす初期含水状態の影響(均一型ダム)

自由水面を、(b)には、(a)に示したライン a-a に沿った自由水面高さの経時変化を示す。図5.3.5(c)は、流入および流出流量の経時変化である。これらの図から、初期の含水状態が低くなると、自由水面の進行速度が遅くなり、定常状態に達するまでの時間も長くなるのがわかる。またこのとき、流入流量は多くなり、下流側斜面からの流出の開始、つまり自由水面が下流側斜面に到達する時間も遅くなる。図5.3.5(b)に示した  $S_{r0} = 95\%$  のケースから、初期の含水状態が高いと、自由水面が大きな速度で進行し、浸透流体のもつ慣性効果とでもよぶべき性質によって、自由水面がいったん定常状態の高さを越えて上昇し、その後ゆっくりと最終的な定常水位にまでもどっていく状況を見ることが出来る。

図5.3.6は、中央遮水壁型ダムについて、図5.3.5と同様の検討をおこなった結果である。 $S_{r0}$ は遮水ゾーンのみ90, 87.5および80%に変えた。ゾーン透水係数比は  $\mu = 100$  である。遮水ゾーン内の自由水面は、均一型ダムと同じように、初期の含水状態に大きな影響を受けるが、流入流量については、遮水ゾーン領域の堤体全断面にしめる割合が小さい分だけ、 $S_{r0}$ による顕著な違いは生じていない。流入流量に違いがでてくるのは、自由水面が遮水ゾーンに入ってからで、それ以降、 $S_{r0}$ が低くなるほど流入流量はやや多くなり、定常状態に達するまでの時間が長くなっている。

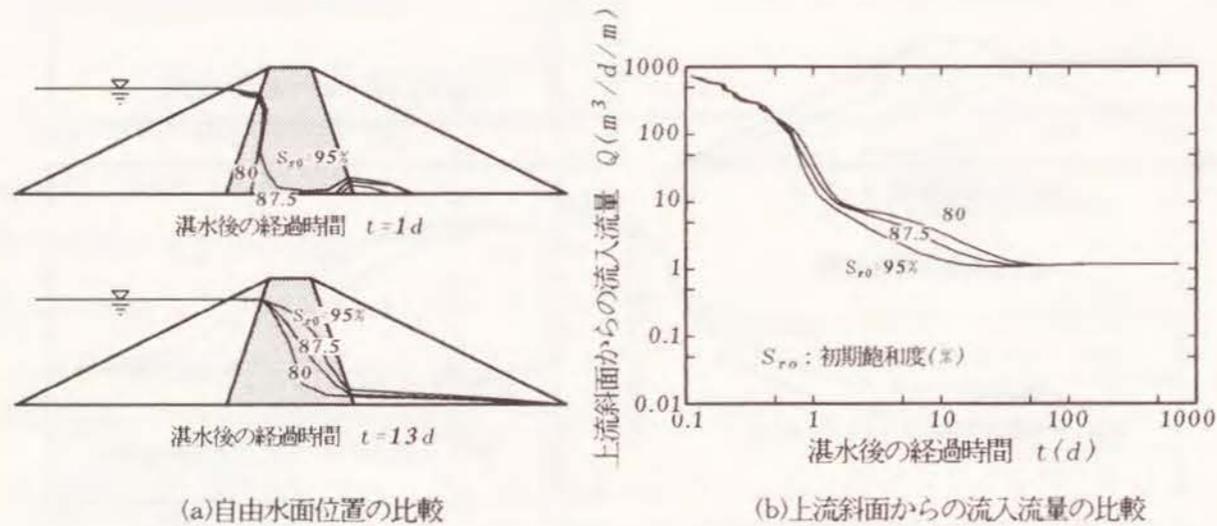


図 5.3.6 湛水時の浸透状況に及ぼす初期含水状態の影響  
(中央遮水壁型ダム, ゾーン透水係数比  $\mu = 100$ )

### 5.3.3 透水係数の異方性の影響

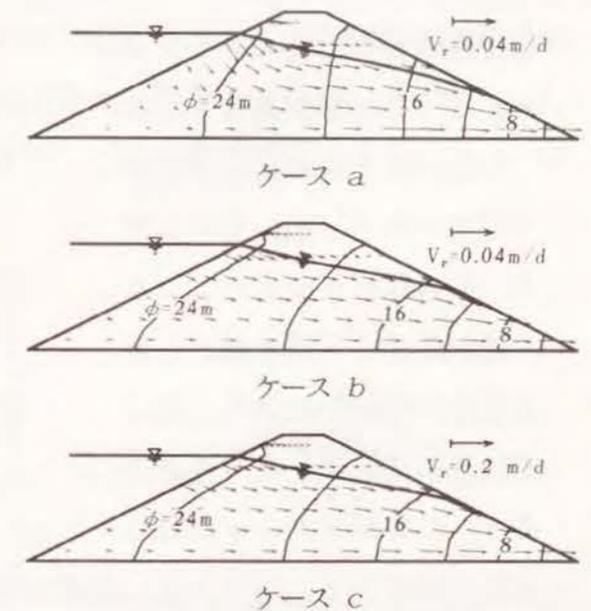
フィルダム材料の透水性の異方性は、現場試験などによって直接求めることが難しいことから、ダムの運用段階で計測されたポテンシャル分布と設計段階における解析予測値とを照らし合わせて、大まかに決定されているのが実状のようである<sup>2)</sup>。透水係数の異方性の程度は次式で表される。

$$\rho = \frac{K_h}{K_v} \quad (5.3.1)$$

ここに  $\rho$  : 透水係数の異方性の程度  
 $K_h$  : 水平方向の飽和透水係数  
 $K_v$  : 鉛直方向の飽和透水係数

透水係数の異方性の程度  $\rho$  は、一般に、細粒な均質土層で9程度以下、細粒まじりの粗粒土層で25程度以下で、良好な施工条件が確保されれば、これらの値はもう少し下がるとされている<sup>2)</sup>。ここでは、1つの目安として  $\rho = 5$  を設定し、湛水時の浸透流動に及ぼす透水係数の異方性の影響を調べる。

図5.3.7と図5.3.8は、それぞれ、均一型ダムと中央遮水壁型ダムについてみたものである。図5.3.7では、基準の透水係数を  $K_0 = 1 \times 10^{-4} \text{ cm/s}$  として、aに  $K_h, K_v$  がともに  $K_0$  に等しい等方性のケースを、またbには  $K_h = K_0, K_v = K_0 / 5$ 、cには  $K_h = 5K_0, K_v = K_0$  とした異方性のケースをとりあげた。ケースbとcは、透水係数の異方性の程度か



ケース	水平方向の 透水係数 $K_h$	鉛直方向の 透水係数 $K_v$	異方性 の程度 $\rho = K_h / K_v$
a	$K_0$	$K_0$	1
b	$K_0$	$K_0 / 5$	5
c	$5K_0$	$K_0$	5

$K_0 = 1 \times 10^{-4} \text{ cm/s}$

$\phi$ : 全水頭(m)       $V_r$ : 流速ベクトルの尺度

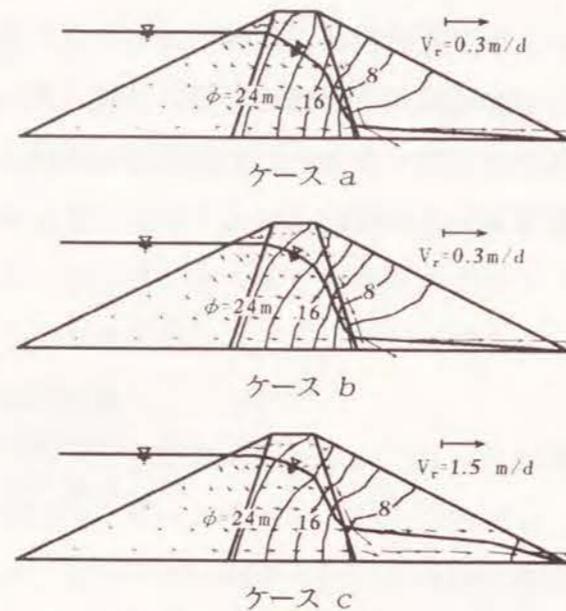
図 5.3.7 浸透流動に及ぼす透水係数の異方性の影響  
(均一型ダム, 定常状態)

らみると、ともに $\rho = 5$ となるが、絶対量としての透水係数の成分には大きな違いがある。図 5.3.8の中央遮水壁型ダムでは、透水ゾーンは飽和透水係数 $K_{sl} = 1 \times 10^{-2}$ の等方性材料であるとして、遮水ゾーンについてのみ、図 5.3.7と同じように、a, b, cの3ケースを設定した。

図5.3.7と図5.3.8から次のことがいえる。

i) 透水係数に異方性があると、等方性的場合に比べポテンシャルの分布形態が違ってくる。この違いはダムのタイプによって差がある。均一型ダムでは、等方性だと等ポテンシャル線が底面の不透水面からほぼ鉛直に近い形で立ち上がっているのに対し、異方性があると、このポテンシャル線は大きくねてくる。このとき、流速分布の方向も上流側斜面と浸出点のごく近傍を除いてほぼ水平に近くなる。中央遮水壁型ダムでも等ポテンシャル線はねてくるが、等方性的場合との違いは均一型ダムほど明確でない。

ii) 透水係数が異方性をもつと、等方性的場合に比べ自由水面の位置が高めになる。ただしこの変化もダムのタイプによって差がある。均一型ダムでは、浸出点の近くで自由水面がわずかに高めになる程度で、等方性と異方性とでめだつた違いは生じていない。これに対し中央遮水壁型ダムでは、遮水ゾーン内でかなり明瞭な違いがでており、しかも図5.3.8のケースcでは、



遮水ゾーンの透水係数			
ケース	水平方向の透水係数 $K_h$	鉛直方向の透水係数 $K_v$	異方性の程度 $\rho = K_h / K_v$
a	$K_0$	$K_0$	1
b	$K_0$	$K_0/5$	5
c	$5K_0$	$K_0$	5

$K_0 = 1 \times 10^{-4} \text{ cm/s}$   
 透水ゾーンの透水係数  $K_{sl} = 1 \times 10^{-2} \text{ cm/s}$

$\phi$ : 全水頭(m)       $V_r$ : 流速ベクトルの尺度

図 5.3.8 浸透流動に及ぼす透水係数の異方性の影響 (中央遮水壁型ダム, 定常状態)

下流側透水ゾーンでの自由水面が他の2ケースに比べ相当高くなっている。このことから、ゾーン型ダムの自由水面は、単に透水係数の異方性の程度だけでなく、水平方向の透水係数の大きさそのものにも影響を受けるといえる。図 5.3.9は、堤体断面のほぼ中心点を通る水平ライン、鉛直ラインおよび傾斜45°ラインに沿った自由水面の進行状況をまとめたものである。ケースaとbとでは、鉛直方向の透水係数に明確な違いがあるにもかかわらず、自由水面の進行速度はほとんど同じである。これに対し、ケースcでは、自由水面が他の2ケースに比べ速く進行している。このことから、水平方向の透水係数は定常状態のみならず非定常な段階でも、自由水面の形成に大きな影響をもつことがわかる。

iii) 透水係数の異方性の程度 $\rho$ が同じであれば、均一型ダムやゾーン型ダムの遮水ゾーンにおける浸透流動は、鉛直方向と水平方向の飽和透水係数の絶対的な大きさにまったくかあるいはほとんど影響を受けないと考えてよい。このとき違ってくるのは流速の大きさ、つまり浸透流量である。表 5.3.1

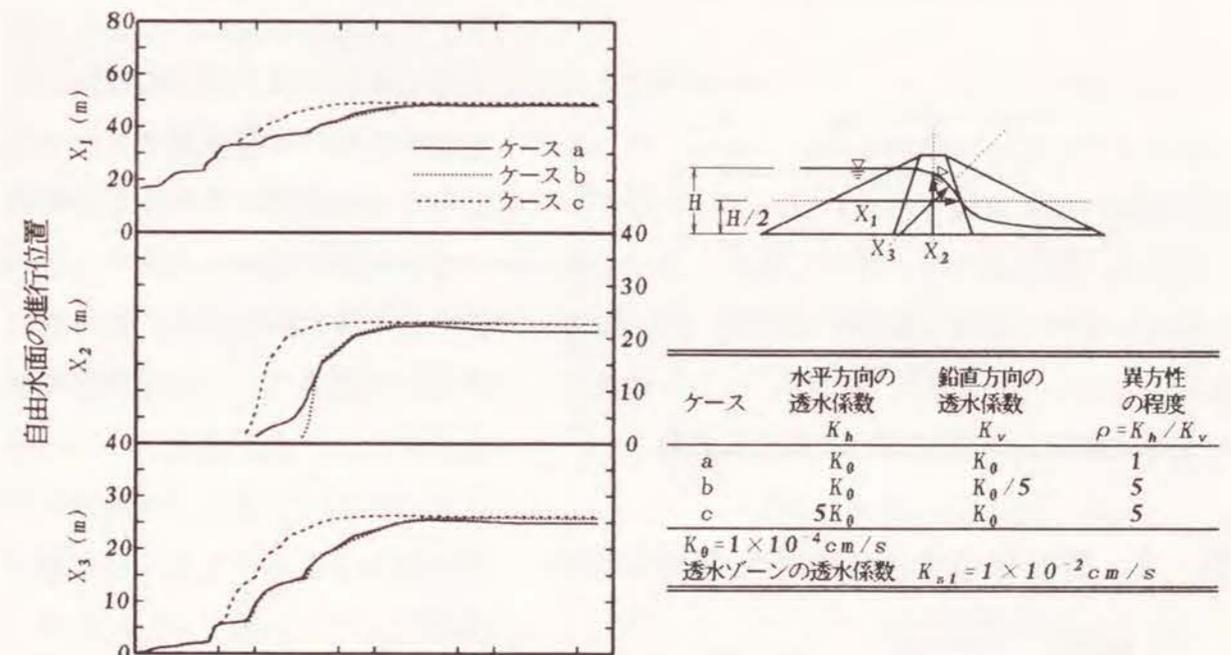


図 5.3.9 自由水面の進行に及ぼす水平方向の透水係数の影響 (中央遮水壁型ダム)

に、図5.3.7と図5.3.8の定常状態における浸透流量をまとめる。均一型ダム、中央遮水壁型ダムのいずれも、ケースaとbとでは $\rho$ に明らかな違いがあるにもかかわらず、浸透流量にはそれほど大きな差がみられない。これに対し、ケースcの浸透流量は他の2ケースに比べかなり多くなっており、その大きさは、水平方向の透水係数の違いに対応しておおよそ5倍となっている。このことから、フィルダムにおける定常浸透流量は、透水係数の異方性の程度よりむしろ水平方向の透水係数の絶対値に大きく依存するといえる。

表 5.3.1 定常浸透流量に及ぼす透水係数の異方性の影響

ケース	透水係数の異方性の程度 $\rho = K_h / K_v$	水平方向の透水係数 $K_h$	鉛直方向の透水係数 $K_v$	浸透流量 ( $m^3/d/m$ )	
				均一型	中央型 <sup>2)</sup>
a	1	$K_0$ <sup>1)</sup>	$K_0$	0.362	1.174
b	5	$K_0$	$K_0/5$	0.329	1.145
c	5	$5K_0$	$K_0$	1.645	5.284

1)  $K_0$ は基準の透水係数、 $=1 \times 10^{-4} cm/s$ .  
2) 中央遮水壁型ダムの透水ゾーンは等方性で、透水係数は $1 \times 10^{-2} cm/s$ .

以上にみたように、フィルダムの浸透流動に及ぼす透水係数の異方性の影響は、ダムのタイプによって差がある。つまり、均一型ダムでは異方性の影響はポテンシャル分布の違いにより強くあらわれ、ゾーン型ダムでは自由水面の位置により大きな影響を与える。先に述べたように、現在、透水係数の異方性を探る手段としてポテンシャル分布が着目されているが、これは、均一型ダムでは十分に現実的な方法であるといえる。しかしゾーン型ダムでは、むしろ遮水ゾーンや下流側透水ゾーン内の自由水面の位置に着目した方がよいと考えられる。

## 5.4 貯水位急低下時の非定常浸透特性

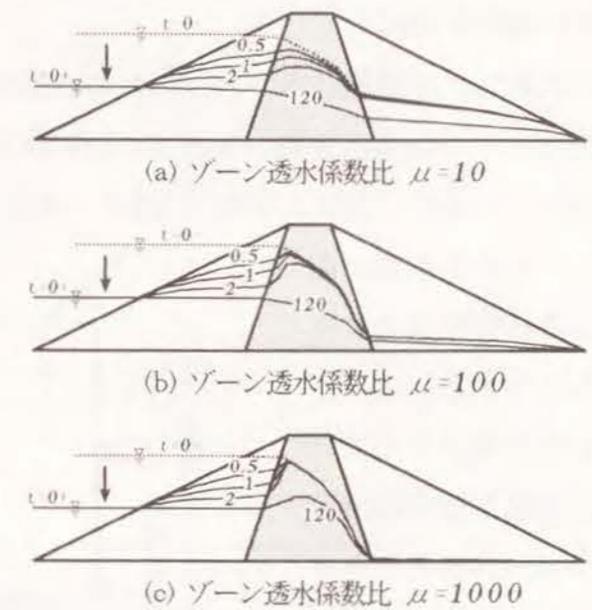
### 5.4.1 遮水ゾーンの機能

貯水池の水位が低下すると、堤体の上流側斜面に作用していた水圧が減少するとと

もに、堤体内から貯水池側へ向かう流れが起きるため、堤体の安全性にとって好ましくない状態が生じる。本節では、図5.3.1に示した中央遮水壁型ダムを対象に、貯水位急低下時の浸透流動の特徴と透水係数の異方性の影響を調べる。初期の貯水深は25mで、これが瞬時に12.5mの水位まで低下する場合を考える。

図5.4.1は、 $\mu = 10, 100$ および1,000の3ケースについて、貯水位急低下後の自由水面を比較したものである。いずれのケースも、透水ゾーンの飽和透水係数を $K_{s1} = 1 \times 10^{-2} cm/s$ と共通にしている。遮水ゾーン内の自由水面の変化をみると、図5.4.1から、 $\mu$ が小さい、つまり遮水ゾーンの透水係数が相対的に大きい場合には、貯水位急低下直後から上流側透水ゾーン内の変化に対応する形で自由水面が低下していく。逆に、 $\mu$ が大きいと、上流側透水ゾーン内の自由水面がかなり低下した段階でも初期状態のままであるのがわかる。

図5.4.2は、遮水ゾーン内の鉛直中心線における自由水面高さの経時変化を示したものである。遮水ゾーンの透水係数が小さくなる



t: 貯水位低下後の経過時間 (d)  
透水ゾーンの透水係数  $K_{s1} = 1 \times 10^{-2} cm/s$

図 5.4.1 貯水位急低下後の自由水面の変化 (中央遮水壁型ダム)

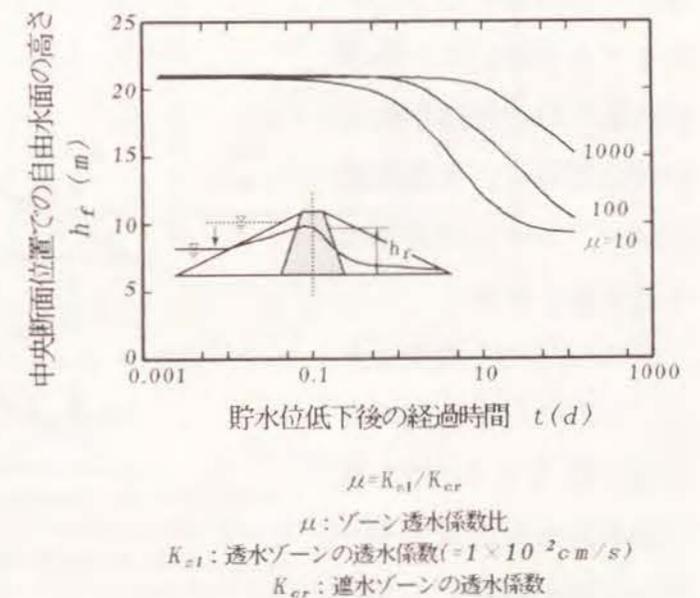


図 5.4.2 貯水位急低下後の遮水ゾーン内の自由水面の変化

につれて、自由水面の低下し始める時間が遅くなり、そのずれはおおよそ透水係数のオーダの違いに対応している。

これに対し、上流側透水ゾーン内での自由水面の低下は、図 5.4.1 からわかるように、遮水ゾーンの透水係数の大きさ、いかえるならゾーン透水係数比  $\mu$  にあまり影響を受けていない。図 5.4.3 は、一例として、 $\mu = 100$  のケースについて、上流側透水ゾーンにおける自由水面

の高さの経時変化をまとめたものである。ここで検討しているダムでは、貯水位急低下後の経過時間  $t = 5 \sim 10$  日あたりまでは、上流側透水ゾーン内の自由水面が低下後の貯水面レベルまで下がっている。そこで  $t = 10$  日までを対象に、図 5.4.4

に示す全堤体と上流側透水ゾーンのみでの 2 つの断面モデルを用いて、貯水位急低下時の浸透挙動を比較してみる。上流側透水ゾーンモデルの背面は不透水面とする。

図 5.4.5 に上流側透水ゾーン内の自由水面の高さを、図 5.4.6 には、低下後の貯水面位置より上部と下部の斜面で生じる堤外排水量を、全堤体モデルと上流側透水ゾーン

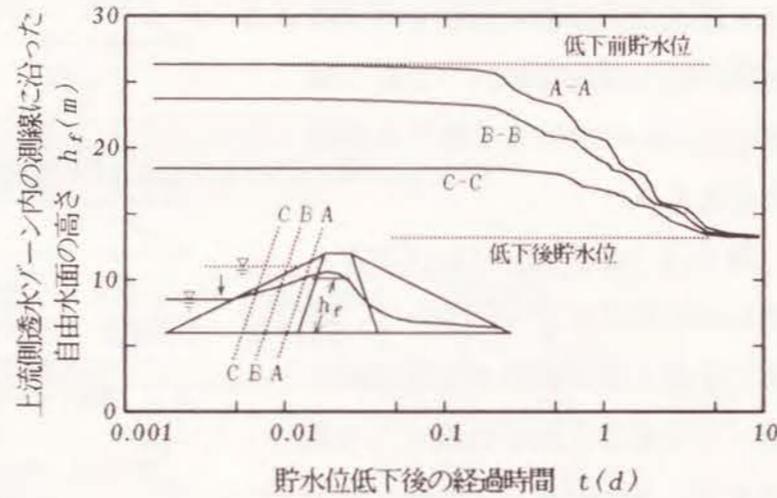


図 5.4.3 貯水位急低下後の上流側透水ゾーン内の自由水面の変化  
ゾーン透水係数比  $\mu = 100$   
透水ゾーンの透水係数  $K_{z1} = 1 \times 10^{-2} \text{ cm/s}$

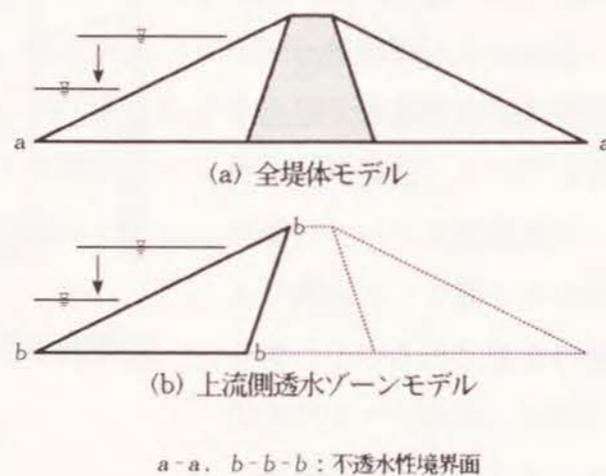


図 5.4.4 全堤体モデルと上流側透水ゾーンモデル

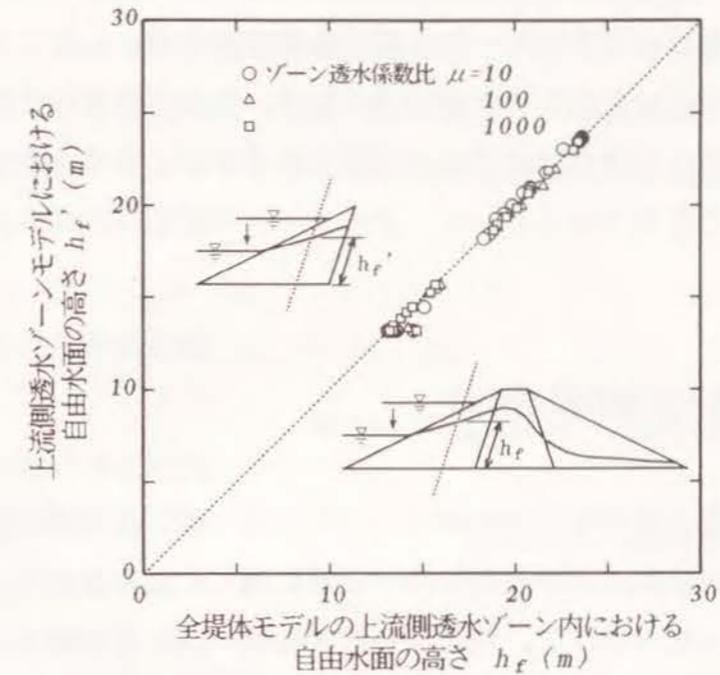
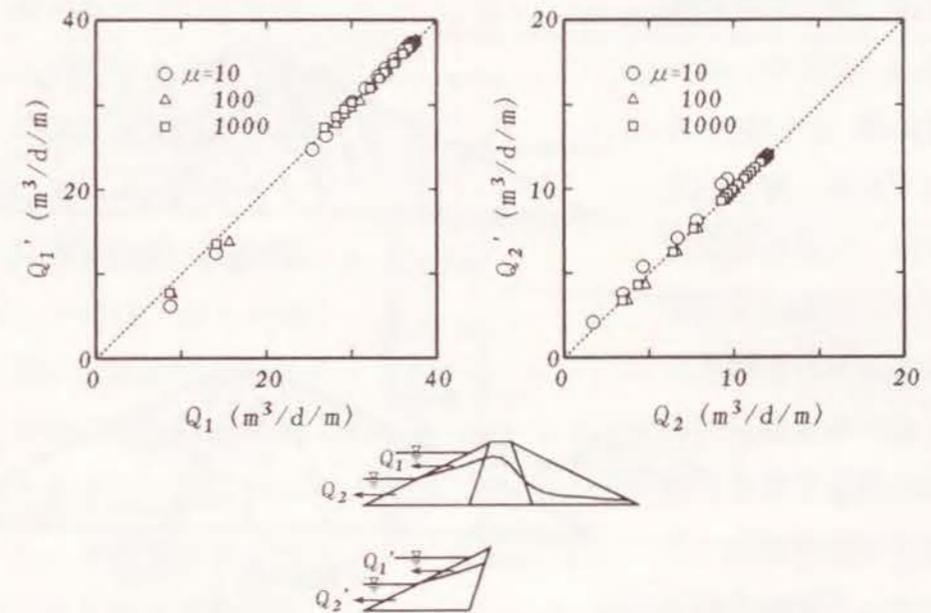


図 5.4.5 全堤体モデルと上流側透水ゾーンモデルとの自由水面位置の比較



$Q_1$  : 全堤体モデルの貯水面上部における流出量  
 $Q_1'$  : 上流側透水ゾーンモデルの貯水面上部における流出量  
 $Q_2$  : 全堤体モデルの貯水面以下における流出量  
 $Q_2'$  : 上流側透水ゾーンモデルの貯水面以下における流出量  
 $\mu$  : ゾーン透水係数比

図 5.4.6 全堤体モデルと上流側透水ゾーンモデルとの堤外排水量の比較

モデルで比較する。貯水位急低下後の早期の段階では、両モデルからえられる自由水面高さと堤外排水量はほぼ完全に一致しているのがわかる。このことより、貯水位急低下時の上流側透水ゾーン内の非定常浸透流動は、たとえ $\mu$ が10程度と小さい場合でも、遮水ゾーンの透水係数にはほとんど影響を受けないとみることができる。別の表現をすれば、貯水位急低下時において、遮水ゾーンの前面は不透水面として機能するといえる。

#### 5.4.2 貯水位急低下直後の浸透流動

貯水位急低下問題で着目しなければならないのは、低下直後の浸透流動である。低下直後の段階では、自由水面が初期の高い位置に残ったままなので、上流側透水ゾーン内に大きな動水勾配が発生し、堤体から貯水池側へ向かう流速もそれに応じて大きなものとなる。

図5.4.3に示したように、ここで検討の対象としているダムでは、おおよそ $t=0.1$ 日あたりから上流側透水ゾーン内の自由水面が低下しはじめる。この段階でのポテンシャル、流速、動水勾配の各分布を図5.4.7に示す。ゾーン透水係数比は $\mu=100$ である。

図5.4.7から、貯水位急低下直後では、自由水面位置から遮水ゾーン前面にはほぼ平行した下向きの流れが発生し、これが低下後の貯水面レベルで水平方向に向きを変え、堤体斜面近傍では貯水池内へ上向きの流れとして排水されているのがわかる。最大流速は、低下後の貯水面直上の斜面近傍で生じている。またこれに対応する形で、自由水面位置

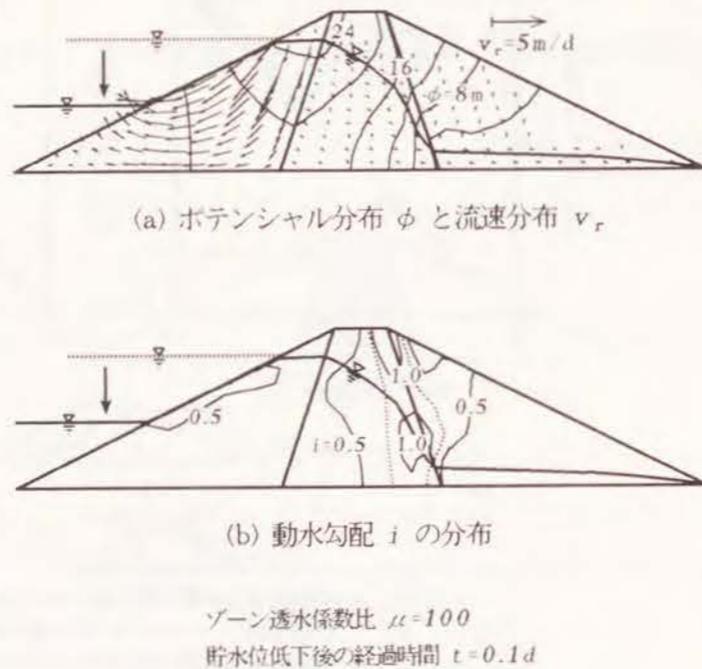


図 5.4.7 貯水位急低下直後の浸透状況

から低下後の貯水面位置までの斜面表層部が相対的に大きな動水勾配をもつようになる。図5.4.7(b)で、遮水ゾーン背面の堤頂部付近でかなり大きな動水勾配が生じている。これは、遮水ゾーン背面に沿った下向きの流れにより堤頂部に近い領域で含水率が低下し、その結果として、含水状態に強く依存した負圧分布が発生しているためである。

#### 5.4.3 透水係数の異方性の影響

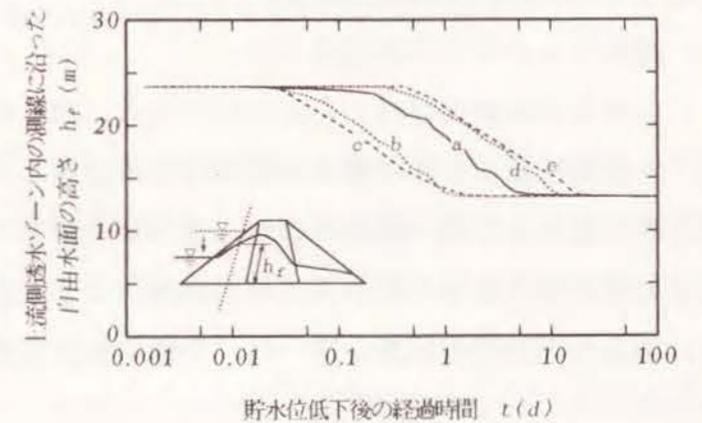
貯水位低下時における上流側透水ゾーンの浸透流動に及ぼす透水係数の異方性の影響を調べるため、表5.4.1に示す5つのケースを設定する。ケースaは等方性の場合である。ケースbとd、ケースcとeは、それぞれ、透水係数の異方性の程度は $\rho=10, 20$ と同じであるが、絶対量としての透水係数の成分には大きな違いをもつ。いずれも遮水ゾーンは等方性で、飽和透水係数は $K_{cr}=1 \times 10^{-4} \text{ cm/s}$ と共通にしている。5.3.3で述べたように、 $\rho=20$ は粗粒材料の上限に近い値である。

図5.4.8は、上流側透水ゾーン中央部における自由水面高さの経時変化である。同図のbとd、あるいはcとeとの比較から、透水係数の異方性の程度が同じであっても、透水係数の水

表 5.4.1 上流側透水ゾーンにおける透水係数の異方性

ケース <sup>1)</sup>	透水係数の異方性の程度 $\rho = K_h/K_v$	水平方向の透水係数 $K_h$	鉛直方向の透水係数 $K_v$
a	1	$K_0$ <sup>2)</sup>	$K_0$
b	10	$10K_0$	$K_0$
c	20	$20K_0$	$K_0$
d	10	$K_0$	$K_0/10$
e	20	$K_0$	$K_0/20$

1) いずれも遮水ゾーンは等方性で、透水係数は $1 \times 10^{-4} \text{ cm/s}$ .  
2)  $K_0$ は基準の透水係数、 $=1 \times 10^{-2} \text{ cm/s}$ .



a, b, c, d, e: 透水係数の異方性の程度を変えたケース

図 5.4.8 貯水位低下時の自由水面の変化に及ぼす透水係数の異方性の影響

平成成分 $K_h$ 、鉛直成分 $K_v$ の大きさによって自由水面の低下の状況がかなり違ってくるのがわかる。 $K_h$ が相対的に大きくなると、貯水位急低下後の早い段階から自由水面が低下しはじめるが、低下速度そのものは小さい。逆に $K_v$ が相対的に小さくなると、自由水面の低下の開始は等方性のケースより遅くなっている。等方性のケースaを基準にすると、ケースbとcでより大きな違いがでてきていることから、自由水面の動きに対し $K_h$ の方が相対的に強い影響をもつといえる。透水係数の異方性の程度が自由水面の低下に与える影響は、 $\rho = 10$ と $\rho = 20$ ではあまり変わらない。

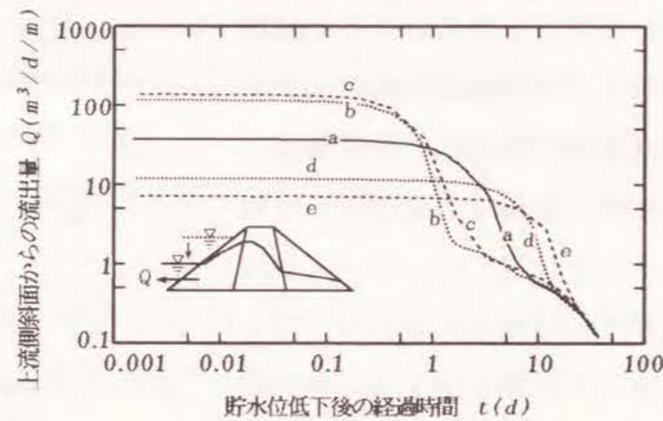
図5.4.9は、図5.4.8と同じケースについて、貯水面下部の斜面における貯水池側への排水量を比較したものである。ケースbとcでは自由水面の低下が早期に起きるため、その分、堤外排水量も早めに低下しだしているのがわかる。

次に動水勾配への影響を調べる。

図5.4.10は、貯水位急低下直後で自由水面がほぼ同じ状態にある段階での、各ケースの動水勾配分布をまとめたものである。いずれも、遮水ゾーンと下流側透水ゾーンにおける分布傾向はほとんど同じである。図5.4.10から、透水係数に異方性があると、上流側透水ゾーンの動水勾配が全体に増加し、自由水面位置と低下後の貯水面位置との中間あたりで、斜面近傍から遮水ゾーン前面までの広い領域にわたって大きな動水勾配が生じるのがわかる。この領域は $\rho$ が大きくなると広がるが、水平方向あるいは鉛直方向の透水係数の違いは、全体の動水勾配分布にあまり影響していない。

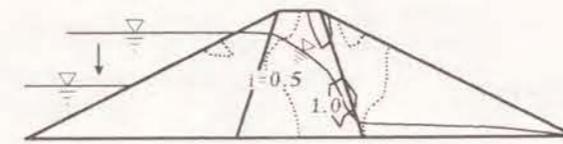
### 5.5 均一型ダムにおけるドレーンの効果

均一型ダムやゾーン透水係数比 $\mu$ が小さいゾーン型ダムでは、図5.2.1や図5.3.7に示したように、自由水面が下流側斜面に達し浸出面が形成される。浸出面の近くでは

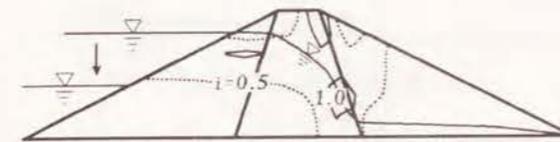


a, b, c, d, e : 透水係数の異方性の程度を変えたケース

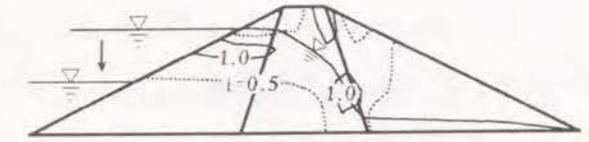
図 5.4.9 貯水位低下時の堤外排水量に及ぼす透水係数の異方性の影響



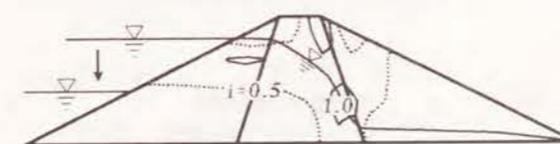
a :  $K_h = K_0, K_v = K_0, \rho = 1$



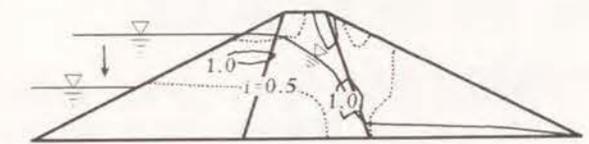
b :  $K_h = 10K_0, K_v = K_0, \rho = 10$



c :  $K_h = 20K_0, K_v = K_0, \rho = 20$



d :  $K_h = K_0, K_v = K_0/10, \rho = 10$



e :  $K_h = K_0, K_v = K_0/20, \rho = 20$

a, b, c, d, e : 透水係数の異方性の程度を変えたケース  
 $K_h, K_v$  : 透水ゾーンの水平、鉛直方向の透水係数  
 $K_0$  : 基準の透水係数,  $= 1 \times 10^{-2} \text{ cm/s}$   
 $\rho$  : 透水係数の異方性の程度,  $= K_h / K_v$   
 $i$  : 動水勾配

遮水ゾーンの透水係数  $K_{cr} = 1 \times 10^{-4} \text{ cm/s}$   
 貯水位低下後の経過時間  $t = 0.0001 \text{ d}$

図 5.4.10 貯水位低下直後の動水勾配分布に与える透水係数の異方性の影響

堤体内で最も大きな流速が発生するため、細かい土粒子が洗い流されてパイピングなどの内部浸食が生じることがある。これを避けるには、堤体内に排水ゾーンを設け、自由水面を強制的に下げるのが効果的である。この目的で設置されるのがドレーンである。

図 5.5.1に示す下流法先ドレーン、水平ドレーンおよび立上りドレーンを対象に、堤体内の自由水面の低下や浸透流量に及ぼす効果を、ドレーンのタイプとドレーン材料の透水性の点から調べる。堤体は飽和透水係数 $K_{cr} = 1 \times 10^{-4} \text{ cm/s}$ をもつ均一型とし、ドレーンの規模は図 5.5.1の大きさに固定する。ドレーンの飽和透水係数 $K_{dr}$ は、堤体材料に対する比 $K_{dr} / K_{cr}$ が10, 50, 100および1,000になるように設定する。堤体

材料とドレーン材料の不飽和水分特性は、それぞれ図3.4.1(b)のCLAYとSANDとする。

図 5.5.2に定常状態での自由水面を示す。また図5.5.3には、透水係数の比 $K_{dr}/K_{cr}$ を横軸にとって、ドレーンからの定常排水流量  $Q/Q_0$  の変化をまとめた。ここで、 $Q_0$  はドレーンがない均一型ダムでの定常浸透流量である。図5.5.2と図5.5.3から次のことがわかる。

i) 堤体内の自由水面の低下はドレーンのタイプによって異なる。図 5.5.1に示したドレーン規模の範囲でみると、自由水面の低下に及ぼす影響は下流法先ドレーンで相対的に小さく、またその低下の範囲は堤体内でのドレーンの設置位置によってほとんど決まる。これに対し、水平ドレーンと立上りドレーンでは、 $K_{dr}/K_{cr}$  が大きい場合、下流法先ドレーンに比べ大幅な自由水面の低下を期待することができる。水平ドレ

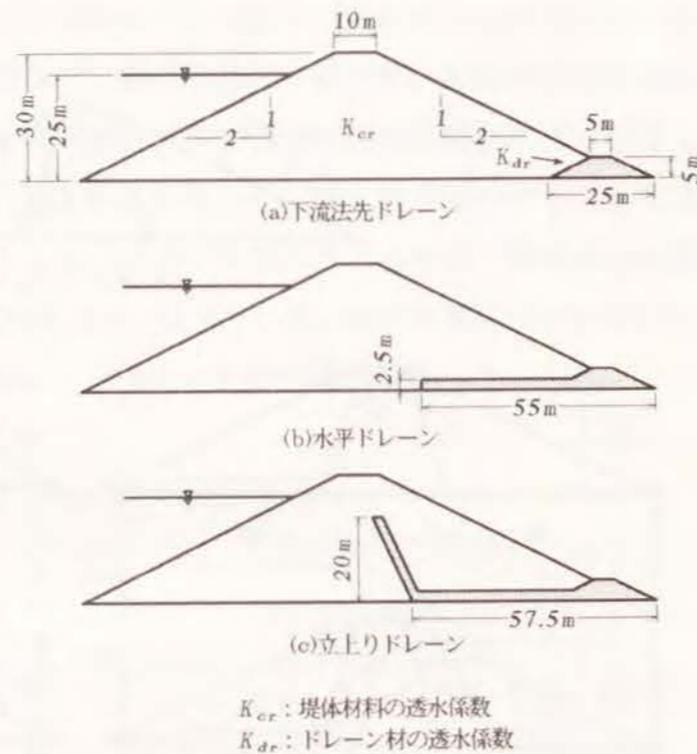


図 5.5.1 ドレーンの種類

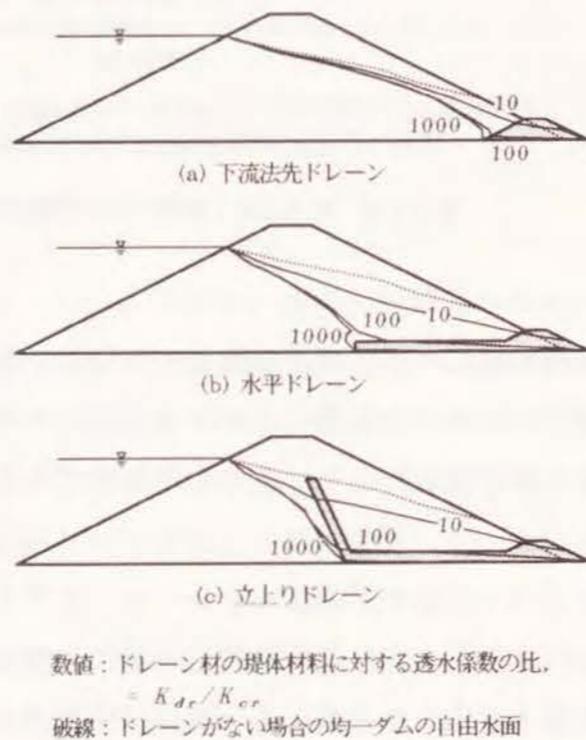


図 5.5.2 ドレーンのタイプと透水性による自由水面の違い (均一型ダム, 定常状態)

ーンによる自由水面の低下の範囲は、ドレーンの水平設置長さに支配される。立上りドレーンについても、同様に、ドレーン水平部の設置長さに支配されているとみることができる。このことは、 $K_{dr}/K_{cr}$  が大きい場合でも自由水面の低下に与える立上り部の効果があまりないことを意味する。実際、水平ドレーンと立上りドレーンの排水量に大きな違いはでていない。

ii) 堤体内の自由水面の低下量は $K_{dr}/K_{cr}$ に影響を受けるが、下流法先ドレーンでは $K_{dr}/K_{cr}$ が50程度以上になると、また水平ドレーンと立上りドレーンでは100程度以上になると、自由水面はあまり低下しなくなる。この傾向は排水量にもみることができ、上記の $K_{dr}/K_{cr}$ になるとそれ以上は排水量が増えていない。

図 5.5.1に示した形状、規模をもつ3種類のドレーンのなかで比較するなら、自由水面の低下に対して水平ドレーンが最も効果的であるといえる。そしていずれのタイプのドレーンにおいても、ドレーン材料の堤体材料に対する透水係数の比 $K_{dr}/K_{cr}$ として50~100程度が確保できれば、それ以上ドレーンの透水性をよくしても現実的な効果は向上しないと考えられる。

図 5.5.4は、水平ドレーンをもつダムで、 $K_{dr}/K_{cr}$ を100と1,000とした場合の湛水過程での自由水面を比較したものである。湛水は瞬時に所定の高さまで行われるとされている。いったん堤体の下流側まで進行した自由水面が徐々に上流側に引き戻され

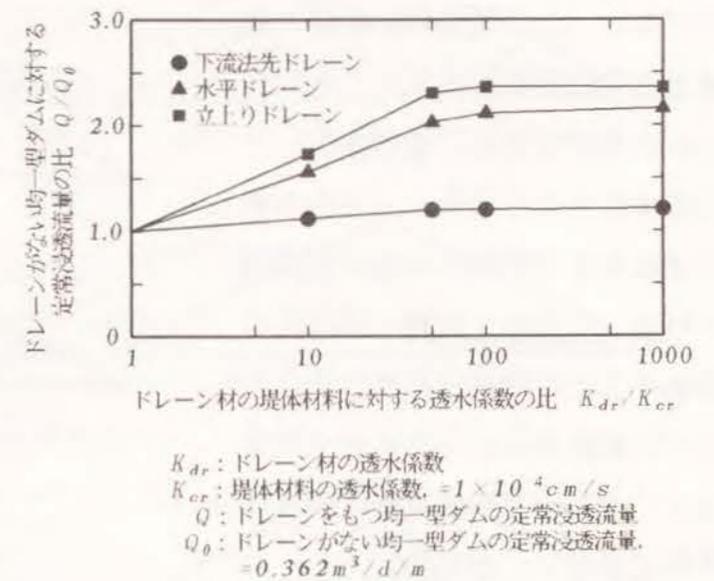


図 5.5.3 ドレーンのタイプと透水性による浸透流量の違い (均一型ダム, 定常状態)

ており、自由水面の低下に対する水平ドレーンの効果が、時間の経過とともに発揮されていく状況を見ることができる。またドレーンの透水性をよくすると、自由水面の過渡的な下流側への進行が抑制される。ドレーン材料の透水性を高めることの効果はおそらくこの点だけにかぎられ、上に述べたように、それ以上の現実的な効果は期待できない。むしろ、ドレーンの透水性が高くなると貯水池からの浸透流量が増加し、堤体内の動水勾配も大きくなるため、ダムにとっては好ましくない状況をもたらされることになる。

図5.5.5は、図5.5.1の3種類のドレーンについて、 $K_{dr}/K_{cr}$ を100と1,000にした場合の動水勾配の分布をまとめたものである。透水係数の比 $K_{dr}/K_{cr}$ が大きくなるとドレーン近傍の領域で動水勾配が増え、水平ドレーンでは水平部の上流端近傍の飽和領域で、また立上りドレーンでは、不飽和領域とはいえ、立上り部の最上端近くで1.0を越える大きな動水勾配が生じているのがわかる。

## 5.6 まとめ

第2章で展開した飽和・不飽和浸透流解析を用いて、フィルダムの浸透流動の特徴をまとめた。従来の飽和浸透流解析では十分な追及ができなかった湛水および貯水位急低下過程での非定常浸透流動に重点をおき、これらを第5.3節と第5.4節で検討した。また第5.2節ではゾーン型ダムにおける定常浸透特性を、第5.4節では均一型ダムでのドレーンの効果を調べた。

以下に本章の検討成果を要約する。

a) 定常状態での遮水ゾーン内の自由水面は、透水ゾーンの遮水ゾーンに対す

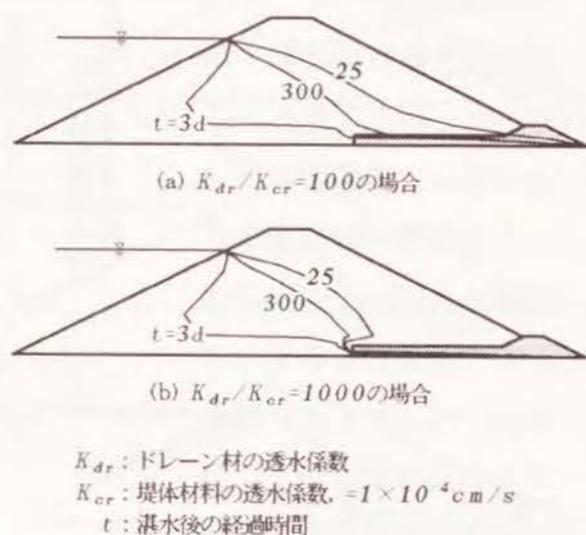


図 5.5.4 水平ドレーンをもつ均一型ダムの湛水過程における自由水面の進行

$K_{dr}$ : ドレーン材の透水係数  
 $K_{cr}$ : 堤体材料の透水係数,  $=1 \times 10^{-4} \text{ cm/s}$   
 $t$ : 湛水後の経過時間

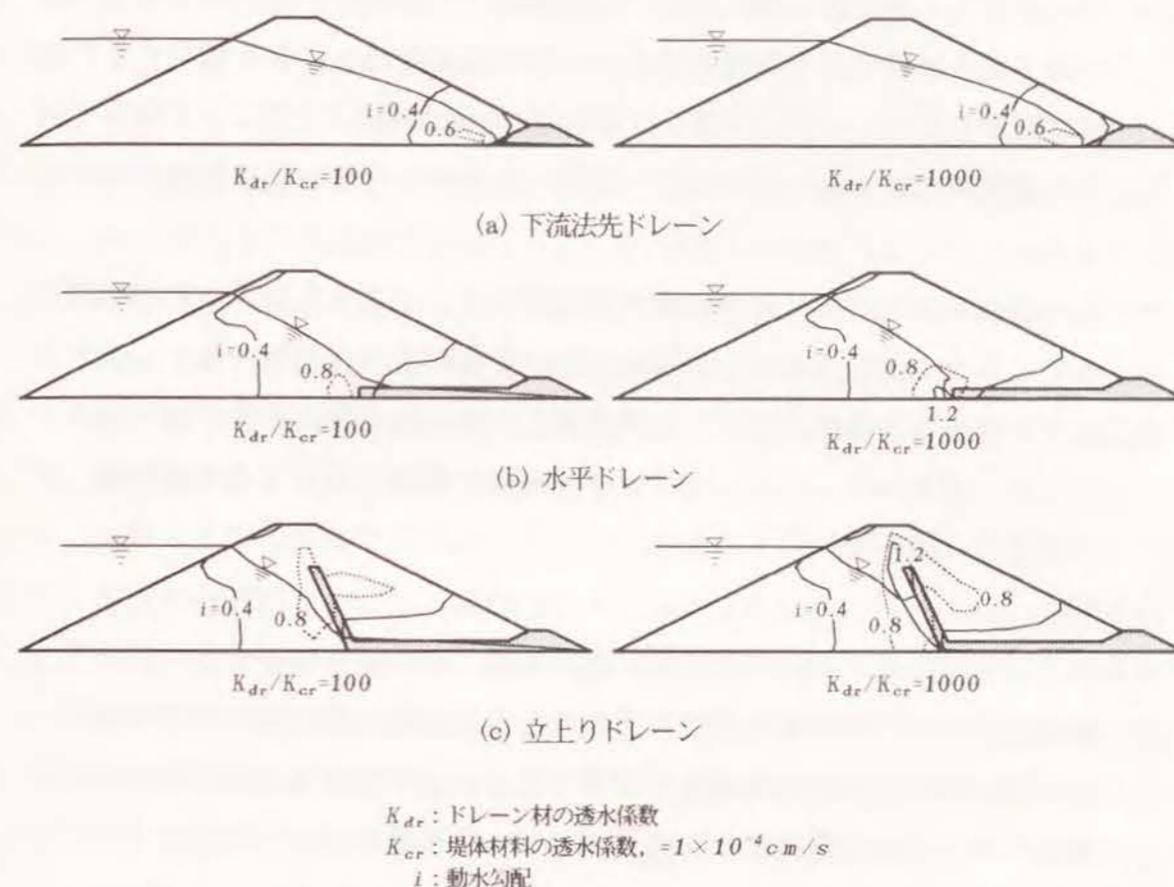


図 5.5.5 ドレーンのタイプと透水性による動水勾配分布の違い (均一型ダム, 定常状態)

$K_{dr}$ : ドレーン材の透水係数  
 $K_{cr}$ : 堤体材料の透水係数,  $=1 \times 10^{-4} \text{ cm/s}$   
 $i$ : 動水勾配

る透水係数の比 $\mu$  (ゾーン透水係数比) によって大きく変わる。 $\mu$ が大きくなるにしたがい、自由水面は遮水ゾーンの背面に沿って急激に低下するようになる。この傾向は中央遮水壁型ダムより傾斜遮水壁型ダムで著しい。

b) 定常状態における遮水ゾーン内の自由水面の位置と形状は $\mu$ に強く支配される。遮水ゾーンの断面形状による影響は相対的に小さい。つまり、ほぼ同一規模、同一タイプのゾーン型ダムを対象とする範囲では、自由水面は $\mu$ によってほとんど決定されてしまい、遮水ゾーンの形状や大きさにはあまり左右されないことになる。

- c) ゾーン型ダム of 定常状態における浸透流量は、遮水ゾーン内での自由水面の低下量とほぼ1対1の関係をもつ。この低下量は $\mu$ に強く依存するため、浸透流量もまた $\mu$ に依存する。このためCasagrandeの方法などで算出される浸透流量は、 $\mu$ が大きい場合、実際より過小に評価される可能性がある。
- d) Casagrandeの方法では $\mu$ の影響を考慮することができない。 $\mu$ が10程度以上になると、遮水ゾーン内の自由水面の位置が高めに評価されてしまうことになる。この改善として、下流側透水ゾーン内の基本放物線はそのままにして、遮水ゾーン内の自由水面をゾーンの背面に沿って基本放物線との交点までなめらかに低下させる方が、より現実的であると考えられる。
- d) 中央遮水壁型ダムや傾斜遮水壁型ダムでは、遮水ゾーンの背面に沿って大きな下向きの不飽和流れが生じており、その結果、湛水後の初期の段階では、遮水ゾーン背面の底部に不連続な自由水面が形成される。定常状態に達した時点でも、遮水ゾーンの背面に沿った不飽和流れは継続する。
- f) 湛水過程において、堤体の初期含水状態が低いと、自由水面の進行が遅くなり、貯水池からの流入流量が多くなる。この傾向はゾーン型ダムより均一型ダムで顕著となる。
- g) 湛水時の浸透挙動に及ぼす透水係数の異方性の影響は、ダムのタイプにより異なる。均一型ダムでは、異方性の影響はポテンシャル分布に強くあらわれ、等方性である場合に比べポテンシャル線はねてくる。ゾーン型ダムでは、自由水面がより大きな影響を受け、等方性の場合に比べ自由水面の位置は高くなる。ゾーン型ダムの湛水過程における自由水面の進行と定常時の浸透流量は、単に透水係数の異方性の程度だけでなく、水平方向の透水係数の大きさにも強く依存する。
- h) 貯水位急低下時における上流側透水ゾーン内の自由水面と堤外排水量は、遮水ゾーンと透水ゾーンとの透水係数の違い、つまりゾーン透水係数比 $\mu$

にあまり影響を受けない。 $\mu$ が10程度と小さい場合でも、貯水位急低下時には、遮水ゾーンの前面は不透水性境界面として機能する。

- i) 貯水急低下直後の上流側透水ゾーンでは、自由水面位置から遮水ゾーン前面に平行な下向き流れが発生し、これが低下後の貯水面レベルあたりで水平上流側へ向きを変え、堤体斜面近傍では貯水池内へ上向きの流れとして排水される。最大流速は低下後の貯水面直上の斜面近傍で生じ、これに対応する形で、自由水面位置から低下後の貯水面位置までの範囲の斜面表層部で相対的に大きな動水勾配が発生する。
- j) 貯水位低下時に生じる上流側透水ゾーン内の自由水面の低下は、透水係数の異方性の影響を受ける。透水係数の異方性の程度 $\rho$ が同じであっても、水平方向の透水係数が相対的に大きくなると、自由水面は貯水位急低下直後の早い段階から低下しはじめ、逆に、鉛直方向の透水係数が相対的に小さくなると、自由水面の低下の開始は遅くなる。透水ゾーンの一般的な目安として $\rho=10$ と $20$ をとりあげたが、自由水面の低下に与える影響は両者でそれほど変わらない。
- k) 透水係数が異方性をもつと、貯水位急低下直後における上流側透水ゾーン全体の動水勾配が高くなり、特に自由水面位置と貯水面位置との中間あたりの広い領域で、大きな動水勾配が発生しやすくなる。この領域は透水係数の異方性の程度が大きくなると広がるが、水平方向あるいは鉛直方向の透水係数そのものの大きさにはほとんど影響を受けない。
- l) 自由水面の低下に対して、下流法先ドレーンはあまり効果をもたない。水平ドレーンと立上りドレーンの効果は同程度で、下流法先ドレーンに比べ大幅な自由水面の低下を期待することができる。ただし立上りドレーンの立上り部は、ドレーン材料の透水係数を十分に大きくしても、自由水面の低下に対して実質的な効果をもたない。自由水面の低下の範囲は、下流法先ドレーンでは堤体内のドレーンの設置位置によって、水平ドレーンと立

上りドレーンでは水平部の設置長さによってほとんど決まってしまう。

m) 自由水面は、ドレーン材料の堤体材料に対する透水係数の比 $K_{dr}/K_{cr}$ とともに大きく低下する。ただしこの効果には限度があり、 $K_{dr}/K_{cr}$ が50~100程度以上になると、自由水面はそれほど低下しない。 $K_{dr}/K_{cr}$ を大きくすることにより、たとえば湛水時における自由水面の下流側への過渡的な進行を抑制できるが、むしろ貯水池からの浸透流量の増加やドレーン近傍での大きな動水勾配の発生など、ダムにとって好ましくない状況もたらされることになる。

ここで、上記l)とm)は、構造的な規模がほぼ同じドレーンを対象にしてえられた定性的な結論である。

以上により、従来の飽和浸透流解析では十分にとらえることができなかったフィルダムの水理学的特性の詳細を明らかにできた。しかしこの水理学的特性は、単にそれだけでは実態を明らかにしたという段階にとどまるものでしかなく、フィルダムの設計や保守管理に対する反映度は小さい。次の第6章では論点をさらにおし進め、浸透過程における応力・変形解析を通して、堤体の水理学的特性と力学的安定性との関連を検討する。

#### 参考文献 (第5章)

- 1). 長谷川高士, 森井俊広: フィルダムの定常および非定常浸透特性, 農業土木学会論文集, 107, 1-8, 1983.
- 2). 農林水産省構造改善局: 土地改良事業計画設計基準 設計・ダム, 農業土木学会, pp. 195-208, 1981.
- 3). 福田秀夫: 傾斜心壁型フィルタイプダムの浸潤線・透水量に関する研究, 鹿島出版, pp. 57-81, 1966.

## 第6章 浸透過程におけるフィルダムの力学的挙動と安定性

### 6.1 概説

堤体内に浸透流動が生じると、浸透力や浮力などの物体力の作用によりダムの力学的安定性が変化する。この変化は浸透流動に呼応して非定常的である。また浸透流動と安定性の変化との間には、応力挙動を介して説明可能な1つの力学機構が成立すると考えられる。従来の浸透流解析では、飽和流れのみを対象とするため、解析領域の形状が浸透状況によって変化してしまう。このため解析結果を力学問題と対応させることがむずかしく、単に浸透挙動の予測を与えるだけにとどまってきた。また設計基準などにおける安定性の検討では、特定の想定条件下でしかも最終結果として安全率の値のみがえられればよいわけであるから、それにいたるまでの力学的過程あるいは機構を必ずしも知る必要はない。このような理由から、これまで、浸透流動にともなう安定性の変化とそれをもたらす力学機構について十分には議論されてこなかったのが実状である。

飽和・不飽和浸透流解析では、解析の対象となる領域を1つのポテンシャル場としてとらえるため、当初に設定した有限要素網が浸透状況によって変わることはない。したがって逐次盛立て解析などの応力・変形解析と同一の要素網を用いることができ、各節点に対し、浸透力や浮力などによる物体力を等価節点力として1対1で負荷させることができる。この関係を示したのが図6.1.1の(a)と(b)であり、たとえば、(a)を盛立て完了段階とすると、それ以降の(b)の湛水過程で生じる物体力を(a)の節点に厳密に対応させることができる。一方、図6.1.1(c)に示したのは、従来の飽和浸透流解析でえられる要素網である。これによると、自由水面上の節点における圧力水頭がゼロになるまで浸透領域の形状を試行的に変化させていくため、最終的にえられる要素網は応力・変形解析のそれとかなり違ったものになる。このため、浸透力や浮力による物体力を(a)と(c)の節点間で厳密に対応させるのが難しくなる。

本章では、図6.1.1の(a)と(b)に示した有限要素網の幾何学的共通性を利用して、

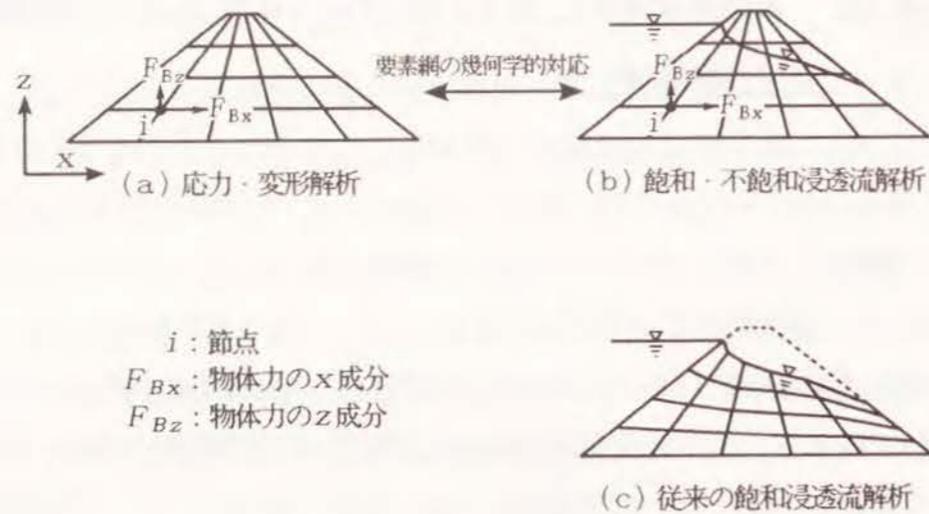


図 6.1.1 応力・変形解析と浸透流解析の有限要素網の幾何学的対応関係

飽和・不飽和浸透流解析法と逐次盛立て過程を含む応力・変形解析法とを重ね合わせた有限要素法を開発し、これにより、アースダムの湛水時および貯水位低下時の非定常浸透過程における浸透流動と応力挙動、力学的安定性の間の相互関係を調べる<sup>1)</sup>。

第6.2節で、フィルダムに特有な逐次盛立て工程を考慮した応力・変形解析の方法を説明し、その計算例を示す。浸透過程で生じる物体力には浸透力、浮力および自由水面の変化にともなう単位体積重量の変化分の3つがある。このうち、物体力として、浸透力と浮力を考慮することにより有効応力解析が可能になることを明らかにしたうえで、浸透過程における応力・変形解析の方法とそれにもとづいた斜面安定計算法を説明する。ここでは、飽和・不飽和浸透流解析からえられる浸透力や浮力などの物体力を等価節点力に置き換え、これを外部荷重として応力・変形解析に与えるようにしている。堤体の力学的安定性の指標には、応力・変形解析からえられる要素の応力度によって計算した斜面の円弧すべり安全率を用いる。土の強度はMohr-Coulombの破壊基準にしたがうとする。なお、議論を簡単にするため、水分分布にともなう土のせん断強さの変化は考慮しない。

第6.3節では、比較的小規模のアースダムを対象に、湛水および貯水位低下過程における堤体の応力・変形挙動と安全率の変化を調べる。ここでは、特に、浸透にともなう生じる主応力の変化に着目し、これによって上下流斜面の安全率の変化の機構

を説明する。第5.5節でとりあげた水平ドレーンについても、その効果を力学的安定性の面から検討する。

第6.4節に本章の検討成果を要約する。

## 6.2 浸透過程を考慮した応力・変形解析

### 6.2.1 逐次盛立て解析

(1) 計算方法 フィルダムやアースダムは、使用する材料の最大粒径や締固めの効果を考慮して、重機を用いた薄層転圧工法により盛立てられる。このため、堤体は季節ごとの工事中断期間に対応していくつかの盛立て層に区分される。その例を図6.2.1(a)に示す。ある段階で盛立てられた層は、それ自身の重量によって変形するとともに、それに続く上部層の盛立てにより応力と変位が累積していく。その結果、たとえば鉛直変位量でみると、図6.2.1(b)の計測結果のように、盛土高さのほぼ中央部あたりで最大となる状の分布を示す。

盛立て過程における堤体の応力と変位は、このようなフィルダム特有の築造工程を考慮して評価していかなければならない。これに用いられるのが逐次盛立て解析とよばれる応力・変形解析法で、その基本は、1967年の Clough and Woodward<sup>3)</sup> による有限要素計算でほぼ確立された。これに続いてKulhawy, Duncan and Seed<sup>4)</sup> が、三軸試験でえられる応力～ひずみ曲線を双曲線で近似することにより、非線形弾性解析の基

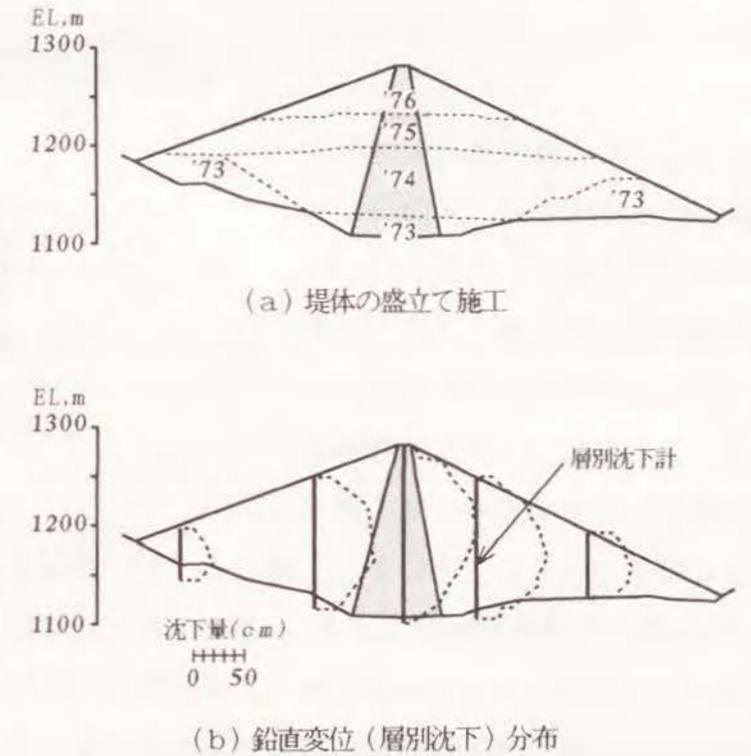


図 6.2.1 フィルダムの盛立て施工と鉛直変位分布 (高瀬ダム, 文献 2) より作図)

本を固めた。Kulhawyらの双曲線モデルは多少複雑な式で表現されるが、三軸試験のみからすべてのモデルパラメータを決定できる点、またMohr-Coulombの破壊基準を含むため、個々の要素の安全率を、同じモデルパラメータを用いて評価できる点など、多くの実用性をもつ。

図 6.2.2に、逐次盛立て解析の計算方法を説明する。同図で、すでに盛立てられている第(I-1)層以下の盛土部における応力分布を $\{\sigma\}_{I-1}$ 、変位分布を $\{u\}_{I-1}$ とする。ここで添字は盛立て層あるいは盛立て段階を表す。第I層が新たに盛立てられることにより、第(I-1)層以下の盛土部に応力増分 $\{\Delta\sigma\}_{I-1}$ と変位の増分 $\{\Delta u\}_{I-1}$ が生じる。またこれと同時に、第I層自体にも自重により応力 $\{\Delta\sigma\}_I$ と変位 $\{\Delta u\}_I$ が発生する。逐次盛立て解析では、第(I-1)層以下の盛土部の増分挙動と第I層自体の挙動が重ね合わさって、第I層盛立て段階での全体の挙動が決まる。つまり

$$\{u\}_I = \{u\}_{I-1} + (\{\Delta u\}_{I-1} + \{\Delta u\}_I) \quad (6.2.1a)$$

$$\{\sigma\}_I = \{\sigma\}_{I-1} + (\{\Delta\sigma\}_{I-1} + \{\Delta\sigma\}_I) \quad (6.2.1b)$$

ここに  $\{\sigma\}_I, \{u\}_I$ : 第I層盛立て段階での応力, 変位分布  
 $\{\sigma\}_{I-1}, \{u\}_{I-1}$ : 第(I-1)層盛立て段階での応力, 変位分布  
 $\{\Delta\sigma\}_I, \{\Delta u\}_I$ : 自重によって生じる第I層の応力, 変位分布  
 $\{\Delta\sigma\}_{I-1}, \{\Delta u\}_{I-1}$ : 第I層の盛立てによって生じる第(I-1)層以下の盛土部の応力, 変位増分

式(6.2.1)の $\{\Delta\sigma\}_{I-1}, \{\Delta u\}_{I-1}$ の計算では、高密度流体(dense liquid)法<sup>5)</sup>

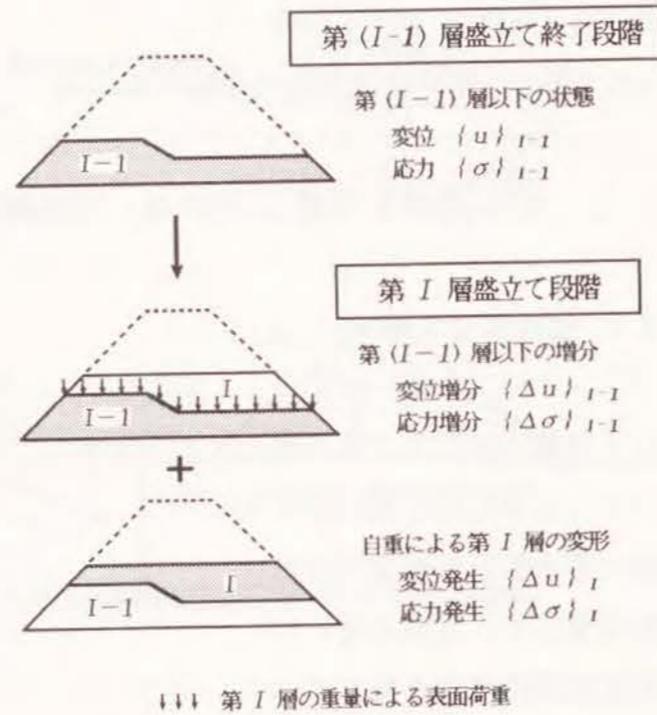


図 6.2.2 逐次盛立て解析の説明

を用い、表面外荷重として第I層の盛立て荷重のみが第(I-1)層以下の盛土部に作用するようにする。また $\{\Delta\sigma\}_I$ と $\{\Delta u\}_I$ の計算では、第(I-1)層以下の盛土部は完全な剛体であると仮定する。

堤体材料が線形弾性体である場合には、式(6.2.1)の $\{\sigma\}_I$ と $\{u\}_I$ は1回の計算で求まる。しかし先述したKulhawyらの双曲線モデルなどで表される非線形弾性材料では、新たな盛立て荷重の負荷により、応力レベルとそれに応じた弾性係数、ポアソン比が前の盛立て段階の値と異なったものになるため、反復法または増分法による繰返し計算をおこなう必要がある。

(2) 計算例 有限要素法(FEM)を用いた、2例のロックフィルダムの逐次盛立て解析結果を示す。

1つめの例は、オーストラリアに建設された高さ162m、傾斜遮水壁タイプのTalbingoダム<sup>6)</sup>である。図 6.2.3

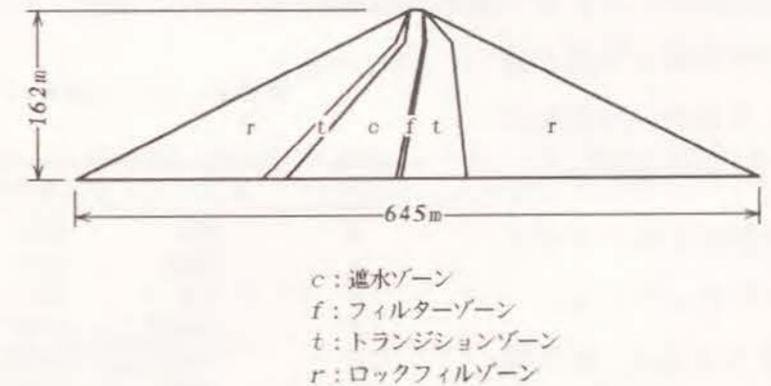


図 6.2.3 Talbingoダムの最大断面におけるゾーン構造

に最大断面のゾーン構造を示す。いずれのゾーンも、次式のKulhawyらによる双曲線モデルで表される非線形弾性材料であるとする。

$$E_t = K P_a \left( \frac{\sigma_3}{P_a} \right)^n \beta^2 \quad (6.2.2a)$$

$$\nu_t = \left\{ G - F \cdot \log \left( \frac{\sigma_3}{P_a} \right) \right\} \left\{ 1 - \frac{d(\sigma_1 - \sigma_3)}{K P_a (\sigma_3 / P_a)^n \beta} \right\}^{-2} \quad (6.2.2b)$$

$$\text{ただし } \beta = 1 - \frac{R_f (1 - \sin \phi) \cdot (\sigma_1 - \sigma_3)}{2 (c \cdot \cos \phi + \sigma_3 \sin \phi)} \quad (6.2.2c)$$

ここに  $E_t$ : 接線弾性係数  
 $\nu_t$ : 接線ポアソン比  
 $\sigma_1, \sigma_3$ : 最大, 最小主応力  
 $P_a$ :  $\sigma_1, \sigma_3$ と同じ単位系で表される大気圧  
 $K, n$ : 材料定数  
 $G$ : 大気圧条件下における初期接線ポアソン比

- $F$ :  $\sigma_3$  にもなう初期接線ポアソン比の変化割合
- $d$ : ひずみにもなう初期接線ポアソン比の変化割合
- $R_f$ : 破壊比
- $c$ : 粘着力
- $\phi$ : 内部摩擦角

計算に用いたパラメータの値と盛土の単位体積重量は表 6.2.1のとおりである。堤体は層厚おおよそ1.6m, 10層で盛立てられるとし, 各層の繰返し計算では, 鉛直変位, 水平変位, 鉛直応力, 水平応力およびせん断応力の5項目の繰返し計算誤差が, それぞれ, 最大発生量の1%以下になった段階を収束とする。

図 6.2.4に, コンタープロットの形で, 鉛直変位の計測値と解析値を比較する。計測値は層別沈下計と外部標的測量からえられたものである。鉛直変位の最大値は遮水壁の中央高さ位置で発生しており, 計測値が

2.6mであるのに対し, 解析値は3.6mとやや大きめになっている。

図 6.2.5は, 逐次盛立て解析によりえられた主応力のコンター分布である。最大主応力  $\sigma_1$  は, ロックフィル

表 6.2.1 Talbingoダムの材料パラメータ

パラメータ*	遮水ゾーン	フィルター	トランジション	ロックフィル
$K$	250	430	850	680
$n$	0.45	0.45	0.82	0.44
$d$	4.8	7.4	7.7	7.7
$F$	0.045	0.135	0.07	0.06
$G$	0.315	0.285	0.21	0.25
$R_f$	0.86	0.60	0.76	0.71
$c$ (MPa)	0.085	0.0	0.0	0.0
$\phi$ (°)	23.0	45.0	45.0	45.0
$\gamma$ (kN/m <sup>3</sup> )**	18.103	20.398	20.398	20.398

\* Kulhawyらの双曲線モデルによる。  
\*\* 単位体積重量。

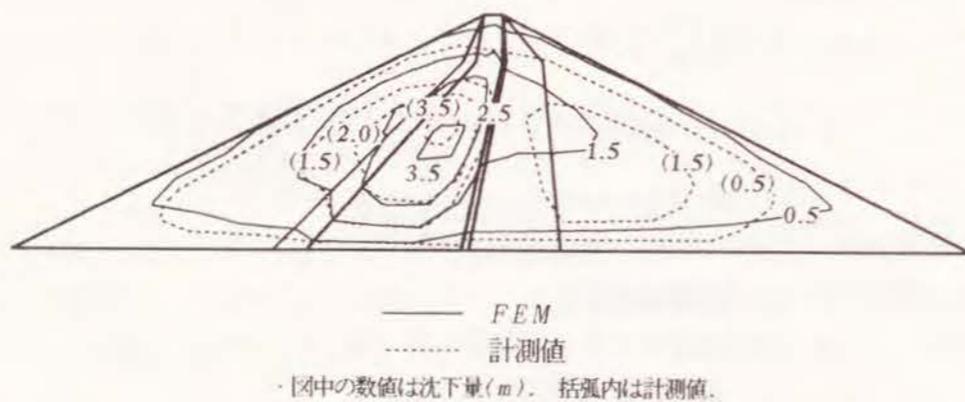


図 6.2.4 盛立て終了時の鉛直変位分布 (Talbingoダム)

ゾーン内では斜面にはほぼ平行な分布となっている。最大値はトランジションゾーンと下流側フィルターゾーンに生じているが, 遮水ゾーン内の  $\sigma_1$  はこれらのゾーンより小さく, 材料剛性の相対的な違いにより, 一種のもち上げ現象が起きているのがわかる。最小主応力  $\sigma_3$  の分布は,  $\sigma_1$  ほどにはダム断面の幾何形状に対応していない。最大値は遮水ゾーンの底部で生じている。また上下流斜面の3分の2高さあたりを中心に, ごく表層部で引張り力があらわれている。

2つめの解析例として, 国内に建設された高さ176mの中央遮水壁型ロックフィルダムを取り上げる<sup>7)</sup>。以下ではこれをTダムとよぶ。

図 6.2.6に最大断面におけるゾーン構造を示す。解析では, ロックフィルゾーンとフィルターゾーンを合わせて透水ゾーンとみなし, これと遮水ゾーンの2ゾーン構造に簡略化する。盛立ては図 6.2.6に示すように, おおよそ9層とする。

各ゾーン材料の変形特性は主応力比一定モデルで表す。これは非線形弾性モデルの一種で, 盛立て過程において, 堤体に発生する主

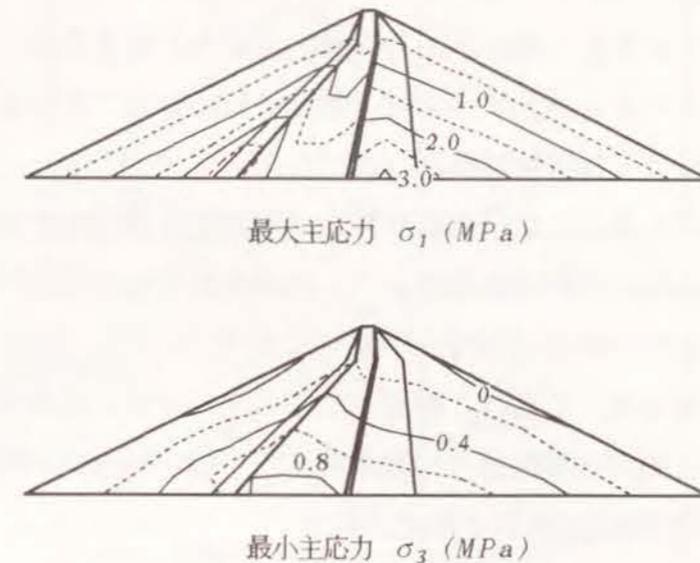


図 6.2.5 逐次盛立て解析による盛立て終了時の主応力分布 (Talbingoダム)

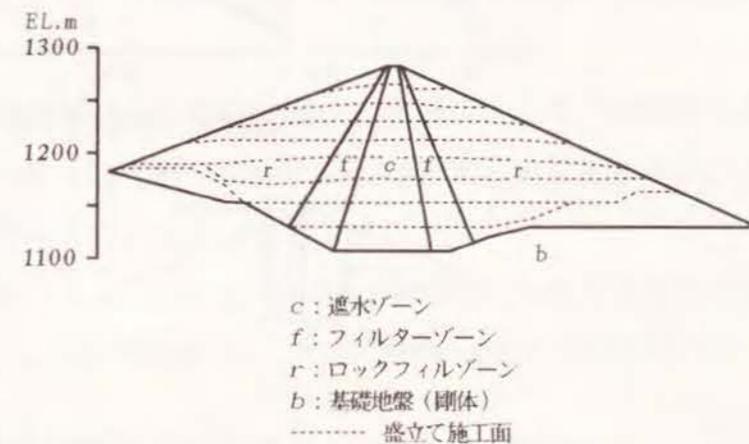


図 6.2.6 Tダムのゾーン構造と盛立て層

応力の比が一定もしくはゆるやかに低減するという計測事実にもとづいて開発したものである。主応力比一定モデルにおける弾性係数とポアソン比は、等方線形部分弾性理論によると、最小主応力の最大主応力に対する比 $\sigma_3/\sigma_1$ を主要変数として表示できる。モデルパラメータは、軸圧に対応させて側圧も増加できるようにした主応力比制御型の三軸圧縮試験から決定した。

盛立て過程における鉛直変位（層別沈下量）の計測値と解析値を図 6.2.7 に比較する。盛立ての初期の段階から、両者はおおむね満足できるレベルで対応していると判断できる。図 6.2.7 で、下流シェルゾーンの沈下計 C の下部で相対的に大きなずれがみられるが、これは、解析でフィルターゾーンを無視したことによる影響と考えられる。計測値と解析値の比較から、フィルター材の剛性はロックフィル材のその1.3~1.4倍程度であると推定される。

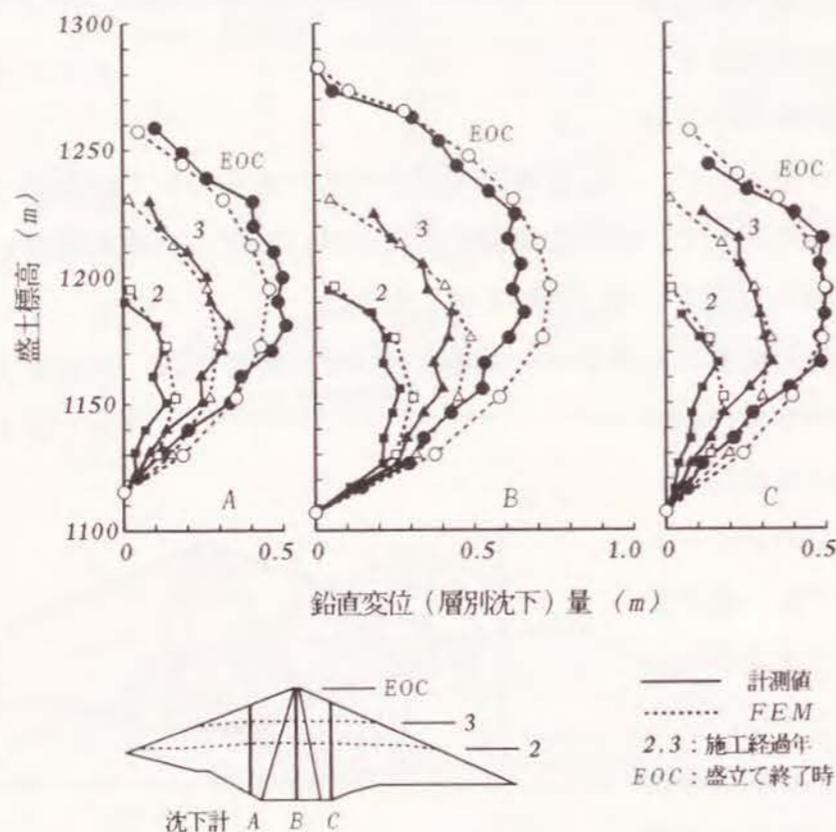


図 6.2.7 盛立て時における鉛直変位の計測値と解析値との比較 (Tダム)

図 6.2.8 は、盛立て過程における最大主応力 $\sigma_1$ と最小主応力 $\sigma_3$ の主応力経路をまとめたものである。盛立ての比較的早期の段階から、 $\sigma_1$ と $\sigma_3$ はほぼ直線的な関係を保ちながら推移しており、主応力比でみると、およそ $\sigma_1/\sigma_3=0.4\sim 0.6$ の値をとる。解析値はおおむね計測挙動を良好に再現しているといえるが、 $\sigma_1$ がやや小さめとなっている。

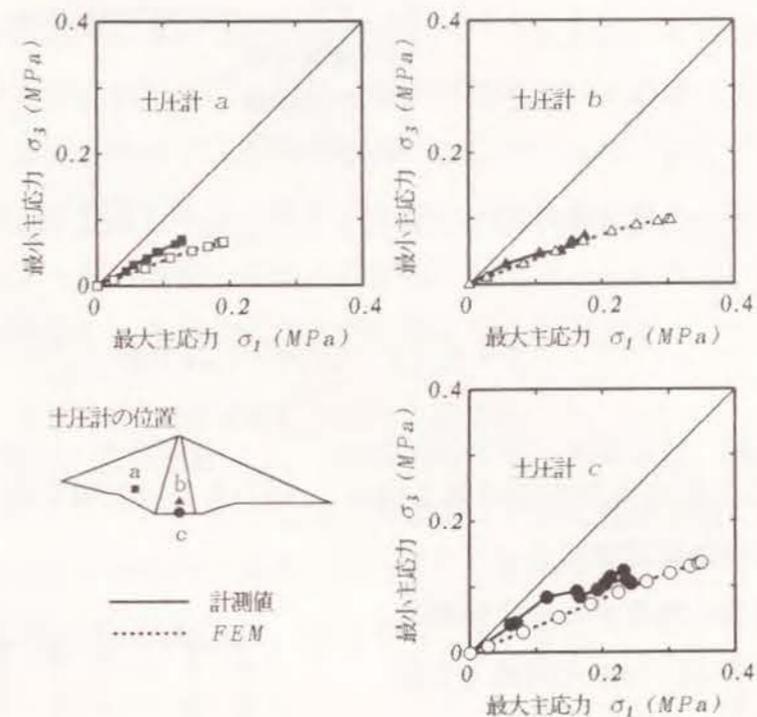


図 6.2.8 盛立て時における主応力経路の計測値と解析値との比較 (Tダム)

## 6.2.2 浸透過程を考慮した応力・変形解析

(1) 浸透力と浮力を考慮した有効応力解析 盛立てられた堤体に湛水により浸透が生じると、浸透場にある土粒子骨格は、新たな外力として浸透力と浮力の作用を受ける。

自由水面より下部の飽和浸透領域にある単位体積の土要素を考える。要素内の土粒子部分に働く力を $f$ とする。この $f$ は土粒子部分にのみ作用する力であるから、 $f$ によって生じる応力はすべて有効応力とみなすことができる。

$f$ には、土粒子部分に働く重力 $f_1$ 、土粒子に働く水圧の合力 $f_2$ および間隙水が流動することによって生じる力 $f_3$ の3つがあり、これらは次のように表される<sup>8)</sup>。

$$f_1 = -(1-n)\gamma_s \nabla z \quad (6.2.3a)$$

$$f_2 = -(1-n)\gamma_w \nabla \psi \quad (6.2.3b)$$

$$f_3 = -n\gamma_w \nabla \phi \quad (6.2.3c)$$

ここに  $\nabla$ : デル演算子

- $n$  : 間隙率
- $\gamma_s, \gamma_w$  : 土粒子, 水の単位体積重量
- $z$  : 位置水頭
- $\psi$  : 圧力水頭
- $\phi$  : 全水頭

したがって土粒子部分に作用する力  $f$  は, これらの合力として次のように与えられる。

$$f = f_1 + f_2 + f_3 = -\gamma_{sub} \nabla z - \gamma_w \nabla \phi \quad (6.2.4)$$

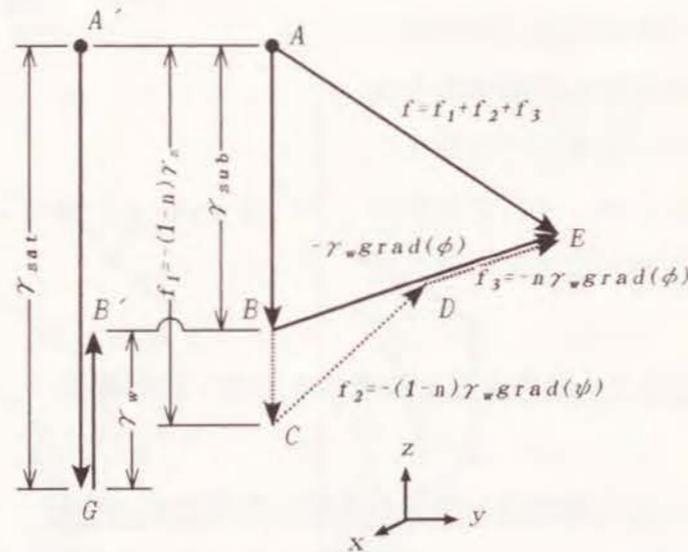
ここに  $\gamma_{sub}$  : 土の水中単位体積重量

式(6.2.4)の最後の辺の第1項は, 浮力を受けた場合の土の水中における重量を表す。

第2項は浸透流によって土粒子部分に作用する単位体積あたりの力, つまり浸透力である。

式(6.2.4)を力の三角形で表示すると, 図 6.2.9 のようになる。同図の  $\overline{AC}$ ,  $\overline{CD}$  および  $\overline{DE}$  が, それぞれ, 土粒子部分に作用する力  $f_1$ ,  $f_2$  および  $f_3$  を表す。式(6.2.4)の意味するところは, これらの合力  $f = f_1 + f_2 + f_3 = \overline{AE}$  が, 水中単位体積重量  $\overline{AB}$  と浸透力  $\overline{BE}$  の合力と等価であるということである。 $\overline{AB}$  は, 図 6.2.9 の左側に示したように, 飽和単位体積重量  $\overline{AG}$  から浮力  $\overline{GB}$  を差し引いたものに等しい。

以上から, 自由水面以下の飽和浸透場にある盛土に対し,



- $f$  : 土粒子に働く力の合力
- $f_1$  : 土粒子に働く重力
- $f_2$  : 土粒子に働く水圧
- $f_3$  : 間隙水の流動によって働く力
- $n$  : 間隙率
- $\gamma_s$  : 土粒子の単位体積重量
- $\gamma_w$  : 水の単位体積重量
- $\gamma_{sat}$  : 土の飽和単位体積重量
- $\gamma_{sub}$  : 土の水中単位体積重量
- $z$  : 鉛直座標
- $\psi$  : 圧力水頭
- $\phi$  : 全水頭

図 6.2.9 浸透場にある土粒子に作用する力の三角形

浸透力と浮力を考慮すれば, 有効応力にもとづく応力・変形解析が可能になることがわかる。この応力・変形解析の結果にもとづいて斜面のすべり安定を論じる場合, 堤体に生じた応力分布のみを対象とすればよく, 間隙水圧分布を考慮する必要はない。

浸透力と浮力はいずれも物体力とみなすことができる<sup>1)</sup>。したがって, まず, 飽和・不飽和浸透流解析によって要素の面積と各節点の全水頭値から物体力を求め, 次に, これを等価節点力として, 応力・変形解析の各節点に分配し外荷重として作用させれば, 浸透にともなって新たに生じる応力・変形挙動を評価することができる。

## (2) 浸透過程を考慮した応力・変形解析

浸透過程で生じる変位は, 盛立て

段階で生じるそれに比べ一般的に小さい。このため, 盛立て完了後に浸透流動にともなって起きる応力・変形挙動は線形弾性的であるとみなすことができる。

変位法にもとづく有限要素法の平衡方程式は, 次式で与えられる。

$$[K] \{u\} = \{Q\} \quad (6.2.5)$$

- ここに  $[K]$  : 剛性マトリックス
- $\{u\}$  : 節点変位ベクトル
- $\{Q\}$  : 節点外荷重ベクトル

盛立て完了後のある時間段階  $t_k$  での浸透状況によって, 節点外荷重に  $\{\Delta Q\}_k$  の変化が生じたとする。このとき,  $t_k$  で発生する変位の変化量  $\{\Delta u\}_k$  は次のように与えられる。

$$[K]_k \{\Delta u\}_k = \{\Delta Q\}_k \quad (k=1, 2, 3, \dots) \quad (6.2.6a)$$

$$\text{ただし } \{\Delta u\}_k = \{u\}_k - \{u\}_{k-1} \quad (6.2.6b)$$

$$\{\Delta Q\}_k = \{Q\}_k - \{Q\}_{k-1} \quad (6.2.6c)$$

- ここに  $[K]_k$  :  $t_k$  における剛性マトリックス
- $\{u\}_{k-1}, \{u\}_k$  :  $t_{k-1}, t_k$  における変位
- $\{Q\}_{k-1}, \{Q\}_k$  :  $t_{k-1}, t_k$  における節点外荷重
- $t_{k-1}, t_k$  : 連続する時間段階

式(6.2.6)の  $\{\Delta u\}_k$  に対応する応力の変化量を  $\{\Delta \sigma\}_k$  とすると, 時間  $t_k$  における変位分布  $\{u\}_k$  と応力分布  $\{\sigma\}_k$  は, 重ね合わせによって次式のように求めることができる。

$$\{u\}_k = \{u\}_{k-1} + \{\Delta u\}_k \quad (6.2.7a)$$

$$\{\sigma\}_k = \{\sigma\}_{k-1} + \{\Delta \sigma\}_k \quad (6.2.7b)$$

$$(k=1, 2, 3, \dots)$$

ここに  $\{u\}_k, \{\sigma\}_k$ :  $t_k$ における変位, 応力分布  
 $\{u\}_{k-1}, \{\sigma\}_{k-1}$ :  $t_{k-1}$ における変位, 応力分布  
 $\{\Delta u\}_k, \{\Delta \sigma\}_k$ :  $t_{k-1}$ から $t_k$ にかけて生じる変位, 応力の変化

式(6.2.7)の右辺の  $\{u\}_0$  と  $\{\sigma\}_0$  は, それぞれ, 盛立て終了段階での応力分布と変位分布で, これらは6.2.1で説明した逐次盛立て解析から求める。

式(6.2.6)に含まれる  $\{\Delta Q\}_k$  について考える。

図6.2.10は, 連続する2つの時間段階  $t_{k-1}$  と  $t_k$  における2次元  $x-z$  断面内の土要素を表したものである。 $t_{k-1}$  において  $aa$  にあった自由水面が  $t_k$  に  $bb$  まで上昇し, この間に新たに陰影部の領域  $V_{s'}$  が飽和状態になったとする。浸透場で生じる外部荷重として, (1)で説明した浸透力と浮力による物体力のほかに,  $V_{s'}$  の単位体積重量の変化によって生じる鉛直下向きの荷重を考える必要がある。このため  $\{\Delta Q\}_k$  の水平方向成分  $\{\Delta Q_x\}_k$  と鉛直方向成分  $\{\Delta Q_z\}_k$  は次のようになる。

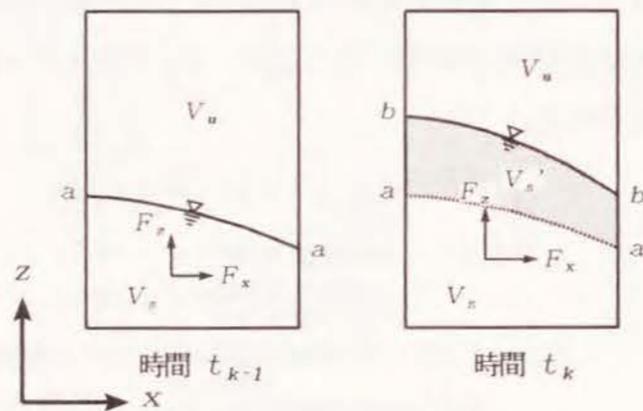
$$\{\Delta Q_x\}_k = \{ (F_x)_k - (F_x)_{k-1} \} \quad (6.2.8a)$$

$$\{\Delta Q_z\}_k = \left\{ (F_z)_k - (F_z)_{k-1} + \gamma_w \frac{1}{1+e} V_{s'} - (\gamma_{sat} - \gamma_t) V_{s'} \right\} \quad (6.2.8b)$$

ここに  
 $F_x, F_z$ : 浸透力による物体力の水平方向, 鉛直方向成分  
 $V_{s'}$ :  $t_k$  で新たに飽和状態になった領域  
 $e$ :  $V_{s'}$  の間隙比  
 $\gamma_t$ :  $V_{s'}$  の  $t_{k-1}$  における湿潤単位体積重量  
 $\gamma_{sat}$ :  $V_{s'}$  の飽和単位体積重量  
 $\gamma_w$ : 水の単位体積重量

式(6.2.8)に含まれる  $F_x$  と  $F_z$  は, 式(6.2.4)の最後の辺の第2項から, 次式のように求めることができる。

$$F_x = -\gamma_w \frac{\partial \phi}{\partial x} \Delta \quad (6.2.9a)$$



$aa$ : 時間  $t_{k-1}$  における自由水面  
 $bb$ : 時間  $t_k$  における自由水面  
 $V_s$ : 飽和領域  
 $V_u$ : 不飽和領域  
 $V_{s'}$ : 自由水面の変化によって新たに飽和状態になった領域 ( $\in V_s$ )  
 $F_x, F_z$ : 浸透力による物体力の水平, 鉛直成分

図 6.2.10 異なる時間段階における土要素の状態 (自由水面が上昇する場合)

$$F_z = -\gamma_w \frac{\partial \phi}{\partial z} \Delta \quad (6.2.9b)$$

ここに  $\gamma_w$ : 水の単位体積重量  
 $\phi$ : 全水頭  
 $\Delta$ : 対象とする領域または要素の面積

式(6.2.8b)の右辺第2項は, 新たに飽和状態になった領域  $V_{s'}$  に鉛直上向きに作用する浮力による物体力で, 土粒子の実質部分にのみ働く<sup>10)</sup>としている。第3項は,  $V_{s'}$  の単位体積重量の変化にともなう生じる物体力である。自由水面が低下する場合には,  $-(\gamma_t - \gamma_{sat}) V_{s'}$  となるため, この項は鉛直上向きに作用することになる。そして,  $V_{s'}$  は新たに不飽和状態になる領域を表す。飽和・不飽和浸透流解析では, 自由水面上部の水分量の経時変化を追跡することができる。したがって, 不飽和領域の  $\gamma_t$  の変化を式(6.2.8b)の右辺第3項に加えることができるが, ここでは簡略化のため, 自由水面上部の不飽和領域における  $\gamma_t$  は一定であるとする。

以上の計算ステップをまとめると, 図6.2.11のとおりである。同図は, 式(6.2.7)による計算を, 盛立て終了段階から湛水, 貯水位低下段階につ

いて示したものである。先に述べたように, 浸透過程で生じる変位量は盛立て過程でのそれに比べ相対的に小さい。このた

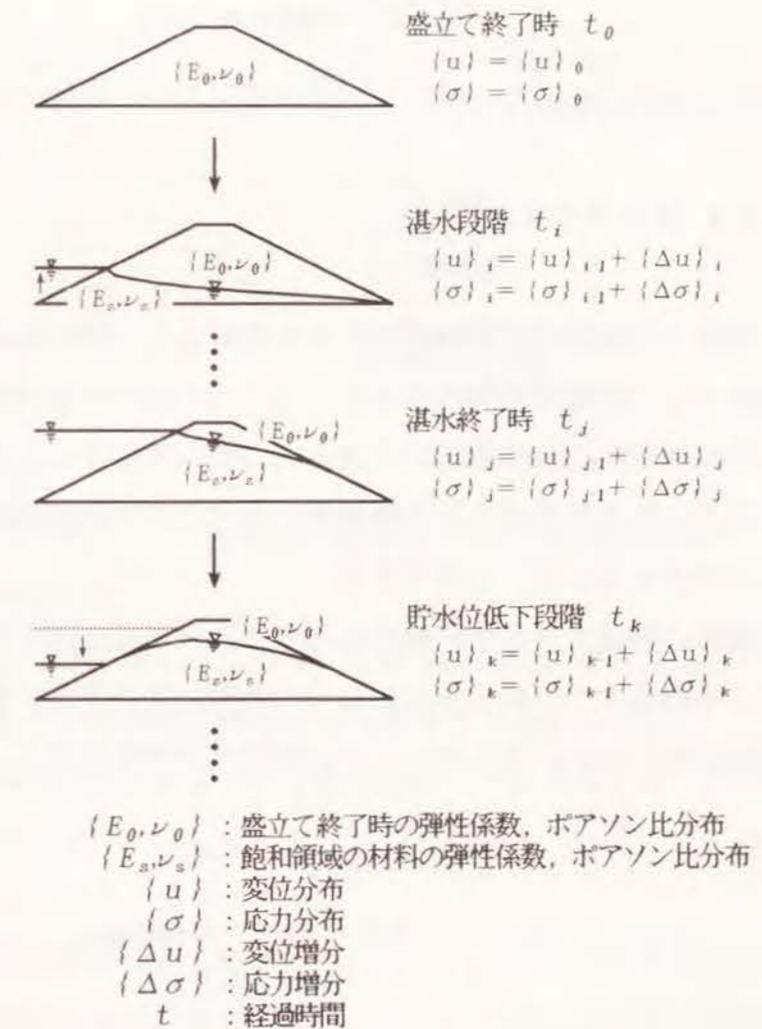


図 6.2.11 浸透過程を考慮した応力・変形解析の計算ステップ

め、浸透にともなう応力・変形挙動は弾性的であると仮定する。

盛立てが完了した後に湛水が始まると、飽和にともなう軟化などにより堤体材料の剛性が低下する。ただし飽和状態でも、物体力の鉛直成分が上向きに作用する除荷過程の場合には、この飽和弾性係数より大きめの剛性となる。したがって、飽和領域の変形特性は次のように表すことができる。

$$\text{载荷過程 } \{E_s\} = c_L \{E_0\}, \quad \{\nu_s\} = \{\nu_0\} \quad (6.2.10a)$$

$$\text{除荷過程 } \{E_s\} = c_{UL} \cdot c_L \{E_0\}, \quad \{\nu_s\} = \{\nu_0\} \quad (6.2.10b)$$

ここに  $\{E_s\}$ ,  $\{\nu_s\}$  : 飽和領域の弾性係数, ポアソン比分布  
 $\{E_0\}$ ,  $\{\nu_0\}$  : 盛立て終了段階における弾性係数, ポアソン比分布  
 $c_L$  : 物体力の鉛直成分が下向きに作用する载荷過程での剛性の低下割合  
 $c_{UL}$  : 物体力の鉛直成分が上向きに作用する除荷過程での剛性の増加割合

式(6.2.10)において、ポアソン比は盛立て終了以降一定であると考える。

### 6.2.3 すべり安定計算

飽和・不飽和浸透流解析でえられる浸透力、浮力および単位体積重量の変化による物体力を、等価節点外荷重として 6.2.2の応力・変形解析に与えれば、浸透過程の任意の時間段階における変位分布と応力分布を知ることができる。そしてこの応力分布からえられる各要素のせん断強さに対する安全率を通して、堤体の斜面すべりに対する安全性を論じることができる。

堤体の斜面すべりが円弧状に起きると考える。図6.2.12(a)は、ある時間段階  $t_k$  における円弧すべり面を示したものである。すべり面に横切られる要素  $e$  の安全率(要素安全率)を  $F_s^e$  として、このときのすべり安全率  $F_s$  を次のように定義する。

$$F_s = \frac{1}{L} \sum_e (l^e F_s^e) \quad (6.2.11)$$

ここに  $l^e$  : 要素  $e$  内のすべり面の長さ  
 $L$  : すべり面の全延長

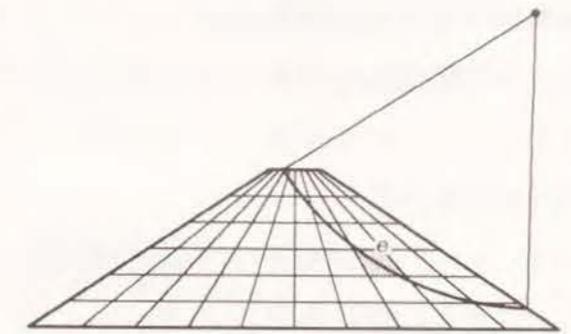
式(6.2.11)の記号  $\sum_e$  は、すべり面に横切られる要素すべてについての総和を表す。したがって  $F_s$  は、要素内のすべり面の長さに応じた要素安全率の重み付き平均と解

釈できる。堤体内の応力分布は浸透状況に応じて時々刻々に変わるため、 $F_s$  もまた時間とともに変化する。

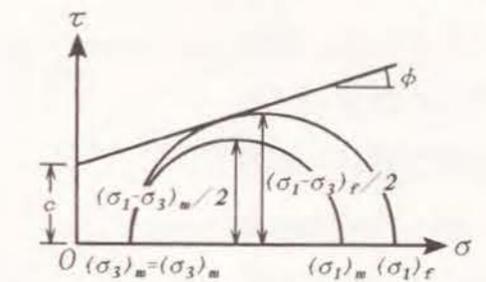
$F_s^e$  は、要素内で生じている主応力差に対するせん断破壊時に発揮される最大主応力差の比で定義する。これは応力度にもとづく安全率<sup>4)</sup>とよばれ、土のせん断強さがMohr-Coulomb破壊基準にしたがうとすると、図6.2.12(b)の幾何条件より、 $F_s^e$  は次式のように与えられる。

$$F_s^e = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)_f / 2}{(\sigma_1 - \sigma_3)_m / 2} = \frac{2(c \cdot \cos \phi + \sigma_3 \sin \phi)}{(1 - \sin \phi) \cdot (\sigma_1 - \sigma_3)_m} \quad (6.2.12)$$

ここに  
 $(\sigma_1 - \sigma_3)_m$  : 要素内で生じている主応力差  
 $(\sigma_1 - \sigma_3)_f$  : 破壊時の最大主応力差  
 $c$  : 要素材料の粘着力  
 $\phi$  : 要素材料の内部摩擦角



e : すべり面に横切られる要素  
 (a) 有限要素網と円弧すべり面との関係



$\tau$  : せん断応力  
 $\sigma$  : 直応力  
 $\phi$  : 内部摩擦角  
 $c$  : 粘着力  
 $\sigma_1, \sigma_3$  : 最大, 最小主応力  
 $m$  : 現在の応力状態  
 $f$  : せん断破壊時の応力状態

(b) 要素安全率の定義

図 6.2.12 堤体のすべり安全率と要素安全率

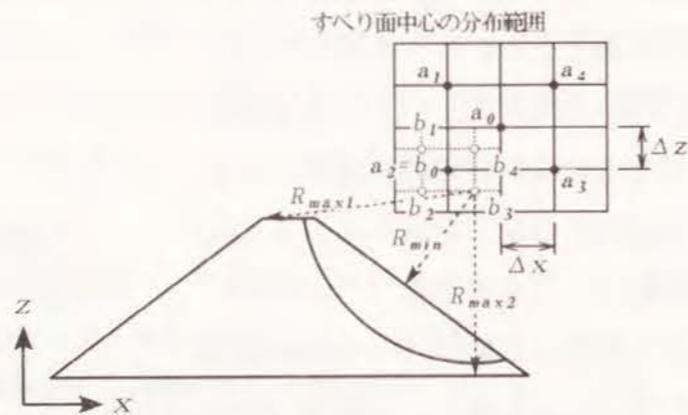
上式にあらわれる要素内の最大主応力

$\sigma_1$  と最小主応力  $\sigma_3$  は、6.2.2(1)で証明したようにいずれも有効応力である。このため式(6.2.11)と式(6.2.12)による計算過程で間隙水圧を考慮する必要はない。

最小安全率を与えるすべり面の位置と大きさは、時間段階ごとに決定する。計算には、すべり面の中心位置と半径の両者に対して反復計算をおこなう 2分法<sup>11)</sup>を用いる。これを図6.2.13で説明すると次のとおりである。

計算は、円弧すべり面の中心位置についての繰返し計算と、各中心に対する半径を変えた繰返し計算の2つの内容からなる。まず最初のステップでは、あらかじめ指定したすべり面の中心の分布範囲を  $x, z$  方向にそれぞれ4分割し、すべり面の中心として点  $a_0, a_1, \dots, a_4$  を設定する。このときの分割長を  $\Delta x, \Delta z$  とする。これ

らの各点の中から最も小さな安全率を与える点を求め、それを中心に  $\Delta x = \Delta x / 2$ ,  $\Delta z = \Delta z / 2$  の辺長で新たな中心点  $b_0, b_1, \dots, b_4$  を設定しなおし、再び最小の安全率を与える点を決定する。このような細分化を繰り返していき、最小安全率が5点の安全率の平均値に対し収れん誤差  $\varepsilon$  内で一致したとき、それを斜面のすべり安全率とする。



$a_0, a_1, \dots, a_4$ : すべり面の中心  
 $R_{max1}$ : すべり面中心から遠い方の堤頂までの距離  
 $R_{max2}$ : すべり面中心から基盤面までの垂直距離  
 $R_{min}$ : すべり面中心から最も近い斜面までの垂直距離  
 $\Delta x, \Delta z$ : すべり面中心の水平、鉛直移動幅

図 6.2.13 2分法による堤体のすべり安全率の算定

上記の細分化の過程における各中心点に対する安全率の計算では、同時に、半径に関する細分化もおこなう。これが2つめの繰り返し計算である。図 6.2.13の例にしたがい、中心点  $b_3$  における安全率を求める場合について考える。点  $b_3$  を中心とするすべり面がとりうる半径の範囲を  $R_{min}$  から  $R_{max}$  とする。ここで、 $R_{min}$  は点  $b_3$  から最も近い斜面までの垂直距離、 $R_{max}$  は、点  $b_3$  から最も遠い堤頂までの距離  $R_{max1}$  と点  $b_3$  から基盤面までの垂直距離  $R_{max2}$  のうち小さい方の値である。 $R_{min}$  と  $R_{max}$  の間を5分割し、両端を除く4点  $r_1, r_2, \dots, r_4$  を半径として、安全率を計算する。このときの分割距離を  $\Delta R$  とする。最小の安全率を与える半径を中心に  $\Delta R = \Delta R / 2$  の再分割により新たに3点の半径を設定しなおし、その最小安全率が3点の安全率の平均値と収れん誤差  $\varepsilon$  内で一致するまで計算を繰り返す。このようにしてえられた最小安全率が、点  $b_3$  を中心とするすべり面の安全率となる。

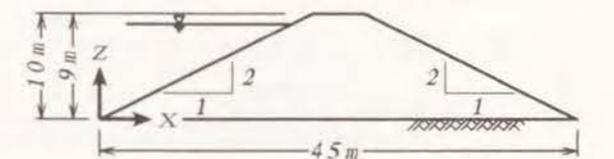
浸透過程における堤体のすべり安全率を検討する場合、水分状態にともなう堤体材料のせん断強さの変化を考慮する必要がある。一般には、含水比が高くなると間隙内の負圧が小さくなり、それに応じてせん断強さは低下する。この傾向は多くの室内実

験で確認されている事実であるが、まだ十分に定量化されるにはいたっていない。このような理由と議論の煩雑化を避けるため、ここでは、堤体材料の粘着力と内部摩擦角は水分状態によって影響を受けず、盛立て終了段階での強度特性が保持されると仮定する。

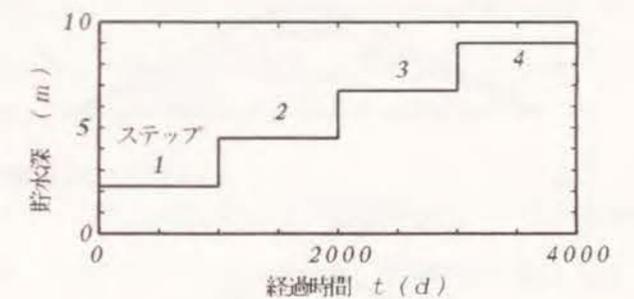
### 6.3 浸透過程における堤体の応力・変形挙動とすべり安全率

#### 6.3.1 湛水過程

(1) 計算条件 高さが10m程度の比較的小規模のアースダムを対象とする。図 6.3.1にダム断面と湛水ステップを示す。基礎は不透水性の剛体地盤と仮定する。湛水は4段階とし、各湛水段階で定常浸透状態がえられるように長期の湛水時間をとる。計算に用いる堤体材料の特性を表6.3.1にまとめる。不飽和水分特性は、図3.4.1(b)のCLAYとする。変形特性は式(6.2.2)の双曲線モデルで表す。パラメータは、Kulhawy and Duncan<sup>1,2)</sup>が Orovilleダムの盛立て解析に用いた値である。



(a) 不透水性剛体地盤上のアースダム



(b) 湛水ステップ

図 6.3.1 ダムの断面と湛水ステップ

逐次盛立て解析は 1.25m厚さの8層盛立てとし、非線形繰返し計算における収束判定は6.2.1の TalbingoダムやTダムと同じとする。式(6.2.10)で導入した飽和領域での剛性の変化を表す係数  $c_L$  と  $c_{UL}$  は、それぞれ、0.5と1.5とする。またすべり安全率の計算における収れん誤差  $\varepsilon$  は1%とする。

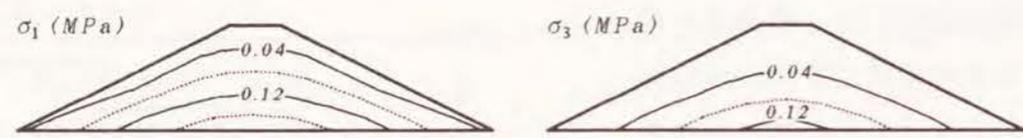
#### (2) 応力挙動とすべり安全率

図6.3.2は、(a)に盛立て終了段階における最大主応力  $\sigma_1$  と最小主応力  $\sigma_3$  の分布を、(b)と(c)に湛水ステップ2と4における主応

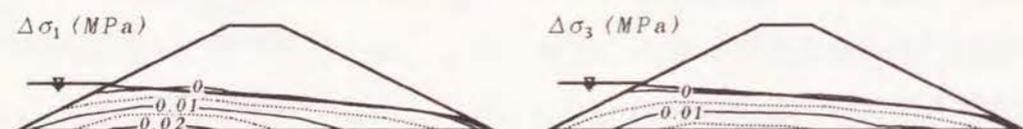
表 6.3.1 堤体材料の性質

物理特性	間隙比 $e$	0.5
	初期飽和度 $S_{r0}(\%)$	80.0
	湿潤単位体積重量 $\gamma_t(kN/m^3)$	19.61
	飽和単位体積重量 $\gamma_{sat}(kN/m^3)$	20.27
透水性	飽和透水係数 $K^s(cm/s)$	$1 \times 10^{-4}$ a)
	比貯留係数 $S_s$	0.0
	不飽和水分特性	CLAY b)
変形・強度特性 <sup>c)</sup>	$K$	150.0
	$n$	1.0
	$R_f$	0.9
	$G$	0.49
	$F$	0.0
	$d$	0.0
	$c(MPa)$	0.0317
$\phi(^{\circ})$	13.0	

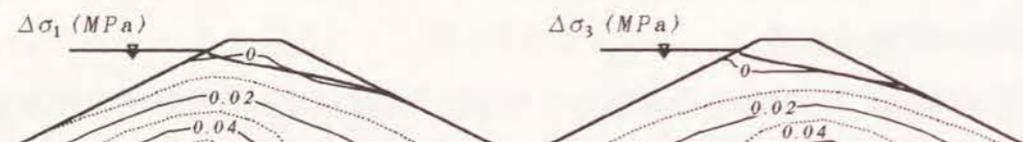
a) 等方性.      b) 図 3.4.1(b) 参照.  
c) 式(6.2.2)参照, パラメータ値は文献 12) より引用.



(a) 盛立て終了時の主応力分布



(b) 湛水ステップ2における主応力の低下量



(c) 湛水ステップ4における主応力の低下量

$\sigma_1, \sigma_3$ : 最大, 最小主応力  
 $\Delta\sigma_1, \Delta\sigma_3$ : 盛立て終了時から各湛水ステップまでの主応力の低下量

図 6.3.2 盛立て終了時の主応力分布と湛水過程における主応力の低下量

力の低下量  $\Delta\sigma_1, \Delta\sigma_3$  の分布をまとめたものである。 $\Delta\sigma_1, \Delta\sigma_3$  は、湛水段階で生じた主応力から盛立て終了時の主応力を引いたものである。図 6.3.2の(b)と(c)には自由水面も併記した。

盛立て終了段階における主応力はほぼダム断面形状に対応した分布をとり、 $\sigma_1, \sigma_3$  のいずれも断面中央の底部で最大値を示している。湛水過程に生じた主応力の低下量  $\Delta\sigma_1, \Delta\sigma_3$  についてみると、図6.3.2から次の特徴を指摘できる。

- i)  $\Delta\sigma_1, \Delta\sigma_3$  の分布は、自由水面やダム斜面の形状に対応しない。つまり湛水にともなう堤体内の主応力の低下は、たとえ定常状態に達した段階でも等方的、静水圧的に生じていない。たとえば湛水ステップ4でみると、貯水面直下のダム底面における主応力の最大低下量は  $\Delta\sigma_1$  が約0.05MPa、 $\Delta\sigma_3$  が0.02~0.03MPaと異なり、またいずれも貯水圧の0.088MPaに比べ小さくなっている。
- ii)  $\Delta\sigma_1, \Delta\sigma_3$  は自由水面の上昇にともなって大きくなるとともに、その最大低下量の発生位置が、ダムの底面に沿って、上流側から下流側に向かって移っていく。

分割法による斜面安定計算では、スライスに自由水面がある場合やスライスが自由水面または貯水面より下にある場合、スライスのすべり面上に働く間隙水圧を水柱による静水圧で置き換える方法がとられる。しかしこの方法は、上記 i) からわかるように、たとえ定常浸透状態であっても妥当なものであるとはいえない。

上の ii) で述べた特徴は、湛水過程における堤体の上流斜面と下流斜面の力学的安定性の違いをもたらす。

図 6.3.3は、堤体の底部近傍で、上下流対称位置にある要素について、盛立て終了段階から湛水過程にいたるまでの  $\sigma_1$  と  $\sigma_3$  の推移状況をまとめたものである。同図から、堤体の上流側領域では湛水とともに相対的に  $\Delta\sigma_1$  が  $\Delta\sigma_3$  に比べ大きくなり、逆に、下流側領域では  $\Delta\sigma_3$  の方が  $\Delta\sigma_1$  より大きくなっているのがわかる。この  $\Delta\sigma_1$  と  $\Delta\sigma_3$  の相対的な変化に着目して要素安全率の変化を推定してみると、図6.3.4のようになる。上流側領域では  $\Delta\sigma_1 > \Delta\sigma_3$  であるから、図6.3.4(a)に示すように、当初のMohrの応力円は湛水にともなって小さくなり、その結果、要素安全率は大きくなる。一方、下流側の領域では  $\Delta\sigma_1 < \Delta\sigma_3$  であるから、図6.3.4(b)のように応力円は大き

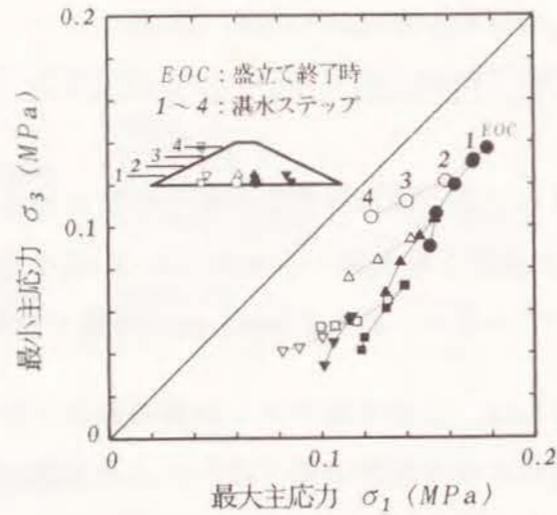


図 6.3.3 盛立て終了時から湛水過程までの主応力の推移

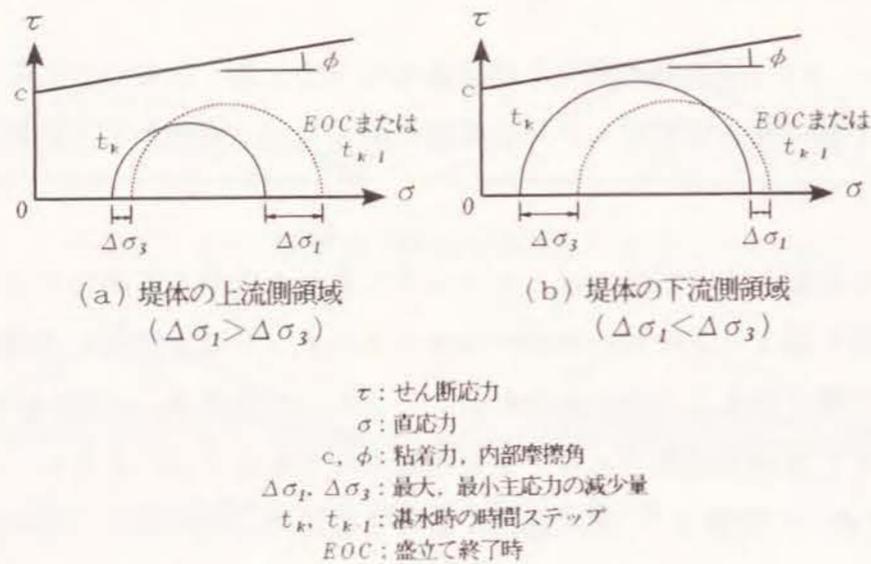


図 6.3.4 湛水時の主応力の推移にともなう要素安全率の変化

くなり、要素安全率は低下する。

上流側領域と下流側領域でのこのような差をもたらす原因は、浸透にともなって生じる物体力の水平方向成分  $F_{Bx}$  の分布にある。図 6.3.5 に、湛水ステップ 4 で生じた  $F_{Bx}$  の鉛直成分に対する比  $F_{Bx}/F_{Bz}$  をコンター図の形でまとめる。ここで、 $F_{Bx}$  はそのすべてが浸透力によって受けもたれているのに対し、 $F_{Bz}$  には、浸透力によって

生じる鉛直方向の物体力成分のほかに浮力および単位体積重量の変化によって生じる物体力成分も含む。図 6.3.5 から、堤体の上流側領域では鉛直上向きの物体力成分  $F_{Bz}$  が圧倒的に大きい、下流側へ向かうにしたがい、しだいに流れの方向の物体力成分  $F_{Bx}$  が  $F_{Bz}$  と同程度の大きさをもつようになっているのがわかる。

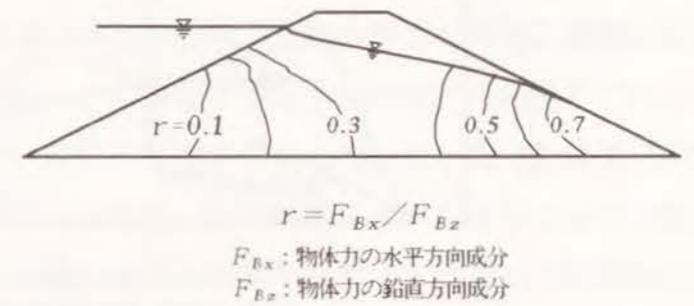


図 6.3.5 湛水ステップ 4 における物体力の分布

図 6.3.4 で説明した要素安全率の変化により、上流側のすべり安全率は湛水にともない増加し、下流側斜面では低下する。これをまとめたのが図 6.3.6 である。同図には、比較のため、図 6.3.1(a) と高さは同じであるが斜面勾配が 1:1.25 と急な断面（底敷長 30m）をもつダムの下流斜面におけるすべり安全率も、合わせて示した。上流斜面、下流斜面のいずれも貯水深がダム高さの半分程度に達した段階から安全率に顕著な変化がみられる。1:2 斜面と 1:1.25 斜面で安全率の大きさに違いがでるのは当然であるが、その変化の傾向は斜面勾配に関係なくほぼ同じである。

図 6.3.7 には、盛立て終了段階と湛水ステップ 4 における要素安全率の分布を示す。下流斜面では、すべり面の先端部に向かって要素安全率が低下している。これに対し上流斜面では、すべり面上端部近傍でわずかであるが要素安全率が低下しているものの、湛水にともないすべり面先端部で安全率がかなり高

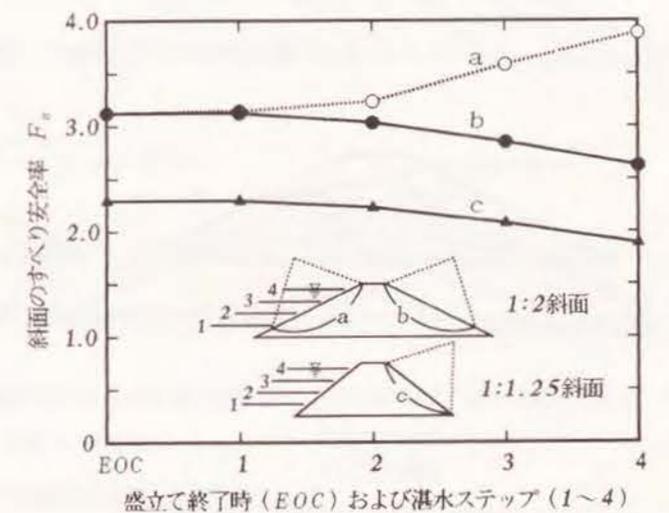


図 6.3.6 湛水にともなう上下流斜面の安全率の変化

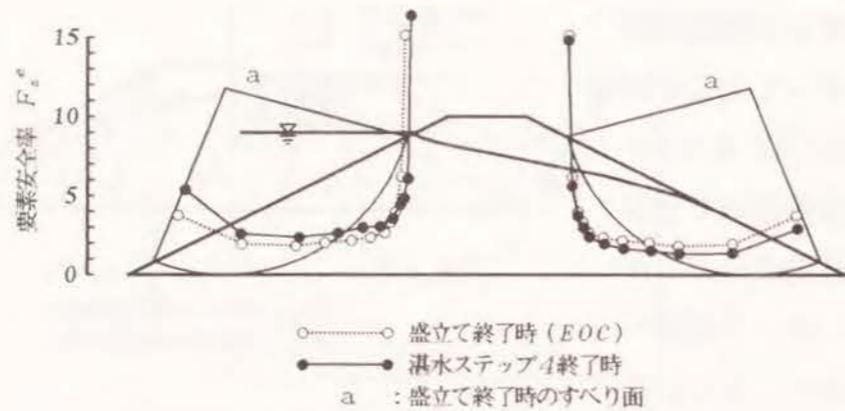
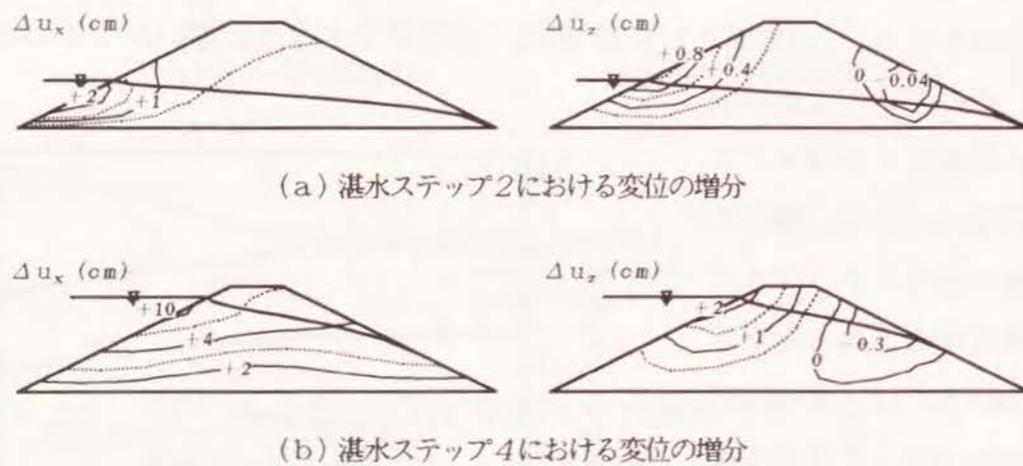


図 6.3.7 盛立て終了時および湛水ステップ4における要素安全率の分布

くなっているのがわかる。

(3) 変位挙動 図 6.3.8に、湛水ステップ2および4における変位の増分量を示す。ここで増分量は盛立て終了段階を基準とする。図 6.3.8に示した分布状況は、



$\Delta u_x$ : 盛立て終了時からの水平変位の増分量  
+ 下流方向への変位  
 $\Delta u_z$ : 盛立て終了時からの鉛直変位の増分量  
+ 浮き上がり  
- 沈下

図 6.3.8 湛水にともなう堤体の変形

飽和領域の剛性の変化を与える係数 $c_L$ と $c_{UL}$ によって変わってくるため、分布値そのものは特に現実的な意味をもっていない。

図 6.3.8から、上流斜面の貯水面近傍を中心に下流側へ押される形で堤体の変形が生じ、貯水位が高くなるにしたがい、この水平変位は下流側領域へ波及していくのがわかる。湛水ステップ4でみると、変位固定境界の基盤面をゼロにして堤頂に向かってしだいに水平変位が大きくなる傾向にあり、貯水荷重によって堤体全体が下流側へ変形している。鉛直変位挙動には、湛水ステップにかかわらず共通した特徴がみられる。つまり、上流斜面の貯水面近傍を中心に浮き上がりが生じ、下流側では斜面中腹部の自由水面位置を中心にわずかであるが沈下が発生している。絶対量には違いがあるものの、堤体全体として物理的バランスを保つような変位挙動になっている。

### 6.3.2 力学的安定性に及ぼす水平ドレーンの効果

図6.3.1(a)の基礎内に長さ14m、厚さ1mの水平ドレーンをもつアースダムを考える。ドレーン材料の透水係数は堤体材料の100倍とし、湛水ステップは図6.3.1(b)のとおりとする。

図 6.3.9に、盛立て終了段階以降に生じた湛水ステップ4での主応力の変化を示す。飽和浸透領域内で、領域の中央底面部を中心に最大、最小主応力 $\sigma_1$ 、 $\sigma_3$ が減少するとともに、堤体下流側の自由水面より上部の領域では、逆に、わずかではあるが $\sigma_1$ 、 $\sigma_3$ が増加している。後者は、ドレーンのない場合の図6.3.2(c)にはみられなかった動きである。この下流側領域における主応力の増分は、絶対値でみ

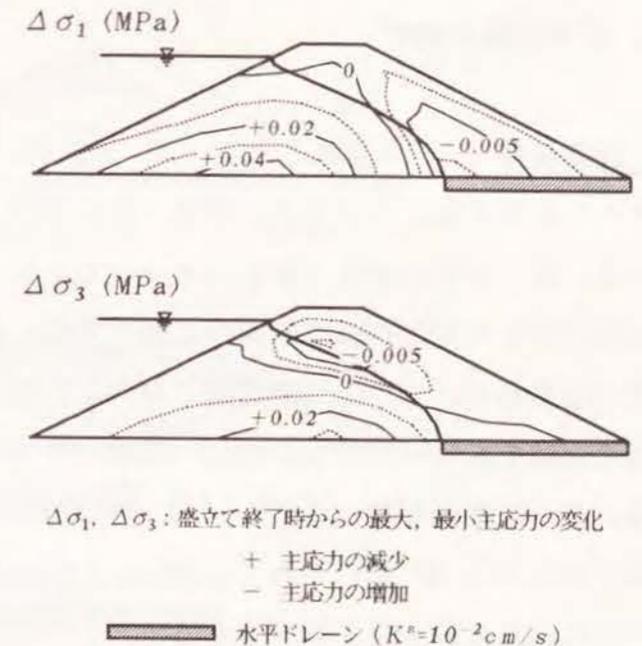


図 6.3.9 水平ドレーンをもつアースダムの湛水にともなう主応力の変化(湛水ステップ4)

ると $\sigma_1$ の方が $\sigma_3$ に比べ相対的に大きいので、Mohrの応力円は拡大する。したがって、たとえ水平ドレーンの設置により自由水面を堤体内で完全に低下させることができたとしても、下流斜面のすべり安全率は下がることになる。

図6.3.10は、図6.3.1のドレーンのないアースダムと下流斜面のすべり安全率を比較したものである。貯水位が高くなるにしたがい、上に述べた主応力の変化によりすべり安全率はわずかながら低下しているが、ドレーンのない場合に比べ、湛水ステップ4で11%程度の安全率の向上がでている。

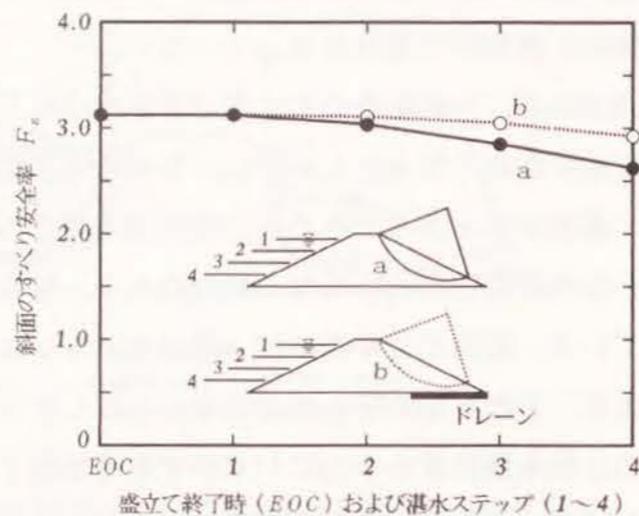


図 6.3.10 水平ドレーンの有無による湛水時の下流斜面のすべり安全率の違い

### 6.3.3 貯水位低下過程

(1) 計算条件 図6.3.11に示す A, B, B', C および D の 5 つの貯水位低下パターンを考える。ここで A, B は、それぞれ、貯水位が初期の水位 H から瞬間的に  $H/4$ ,  $H/2$  だけ急低下するパターンである。C は 1 日あたり 1.125m ずつ 4 日間、D は 0.5m ずつ 9 日間にかけて階段状に低下する。C, D のいずれも最終の貯水位低下量は  $H/2$  である。B' は、B と同じ  $H/2$  の急低下パターンであるが、堤体材料の飽和透水係数を  $K^s = 1 \times 10^{-5}$  cm/s と、他のパターンにおける値より 1 オーダ小さくしている。ダムの断面形状は図6.3.1(a)、堤体材料の性質は表 6.3.1 のとおりである。A, B, B', C, D のいずれも、図6.3.1(b)の湛水をおこなったのち、それぞれのパターンに応じて貯水位を低下させる。

(2) 応力挙動とすべり安全率 湛水終了時の定常状態から貯水位低下直後にかけて生じた物体力と主応力の変化量を、図6.3.12に示す。貯水位低下パターンは B

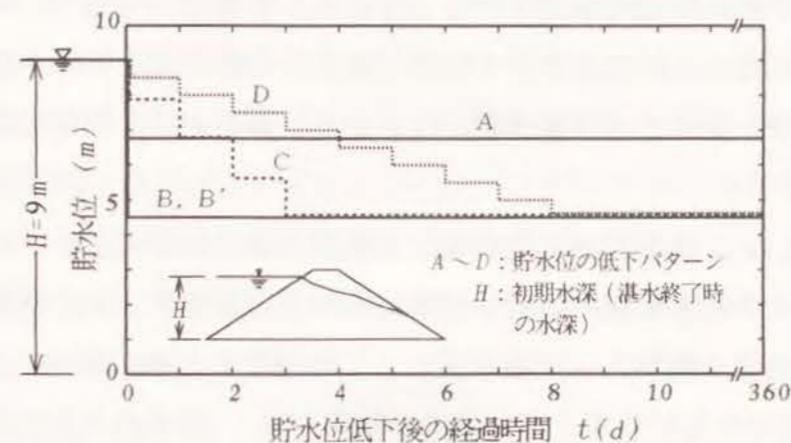
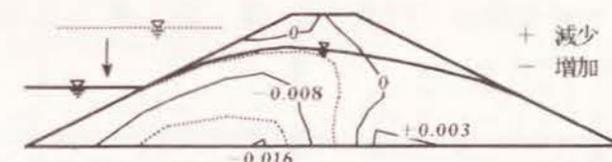


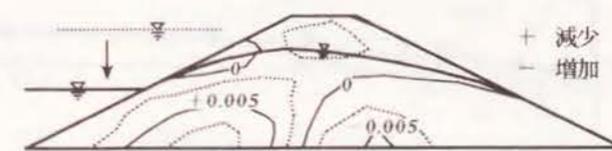
図 6.3.11 貯水位の低下パターン



(a) 物体力の変化  $\Delta F_B$  (MN/m)



(b) 最大主応力の変化  $\Delta \sigma_1$  (MPa)



(c) 最小主応力の変化  $\Delta \sigma_3$  (MPa)

貯水位低下パターン B  
貯水位低下後 1 日経過

図 6.3.12 貯水位の低下にともなう物体力と主応力の変化 (湛水終了時の定常状態からの変化量)

で、貯水位急低下後の経過時間は  $t = 1$  日である。物体力は浸透力、浮力および単位体積重量の変化によって生じる成分の合計である。自由水面上部の不飽和領域における単位体積重量は、飽和単位体積重量  $\gamma_{sat}$  から、瞬間的に、初期の湿潤単位体積重量  $\gamma_r$  にもどるとする。

図6.3.12(a)から、初期貯水面近傍の上流斜面領域で鉛直に近い下向きの物体力が、また自由水面以下の飽和領域では貯水池側に向かうほぼ水平方向の物体力が生じているのがわかる。前者の物体力は圧縮荷重として作用するため、堤体の上流側領域で最大主応力  $\sigma_1$  の増加をもたらす。逆に後者の物体力は、堤体内の各位置での相対的な大きさの違いから引張りに近い状況をもたらすため、最小主応力  $\sigma_3$  を減少させることになる。図6.3.12の(b)と(c)は、まさにこのような物体力にともなう主応力の変化の状況を表したもので、堤体の上流側領域では底部を中心に  $\sigma_1$  が増え、逆に  $\sigma_3$  は減少している。堤体の下流側領域では、これとは反対に、 $\sigma_1$  は減少し  $\sigma_3$  は増加している。図6.3.4を参考にすると、堤体の上流側領域ではMohrの応力円が拡大するため、貯水位の低下にともない斜面のすべり安全率は低下することになる。

図6.3.13に、貯水位低下パターン A, B, B', C および D における上流斜面のすべり安全率の変化を示す。同図から次のことがいえる。

i) 貯水位を急低下させる場合 (パターン A, B, B') とゆるやかに下げて

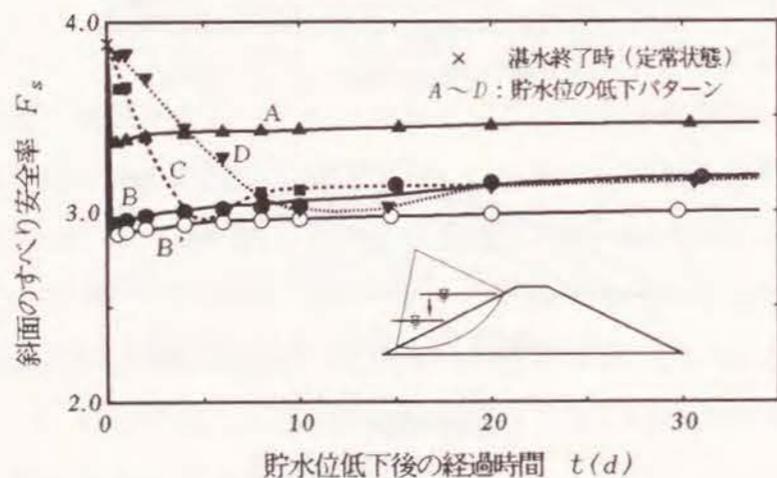


図 6.3.13 貯水位の低下にともなう上流側斜面のすべり安全率の変化

いく場合 (パターン C, D) とでは、明らかに、すべり安全率の下がり方が異なる。貯水位が急低下する場合には、貯水位の低下直後に最も危険な最小安全率が生じ、その後、しだいに回復していく。安全率の回復の速度は貯水位の低下量が少ないほど速い。一方、パターン C や D のように貯水位をゆっくり下げていく場合には、その速度が小さくなるほど安全率の低下も緩慢となる。そしてこの場合、最小安全率は貯水位の低下が終了してしばらくたった後に生じる。

ii) 堤体材料の透水性が低くなるほど最小安全率はより小さくなり、また回復した段階での安全率も小さめとなる。

図6.3.14は、貯水位低下パターン B と D について、貯水位低下後の代表的な経過時間における要素安全率の分布をまとめたものである。貯水位急低下の場合、要素安全率はすべり面全体にわたっていったん低下したのち、時間の経過とともにすべり面の上半分で回復していく。これに対し貯水位をゆるやかに下げていったパターン D では、貯水位の低下が終了した段階でも要素安全率が低下する傾向にあるため、図6.3.13に示したように、貯水位低下終了後 3~4 日めあたりで最小の安全率が発生する。

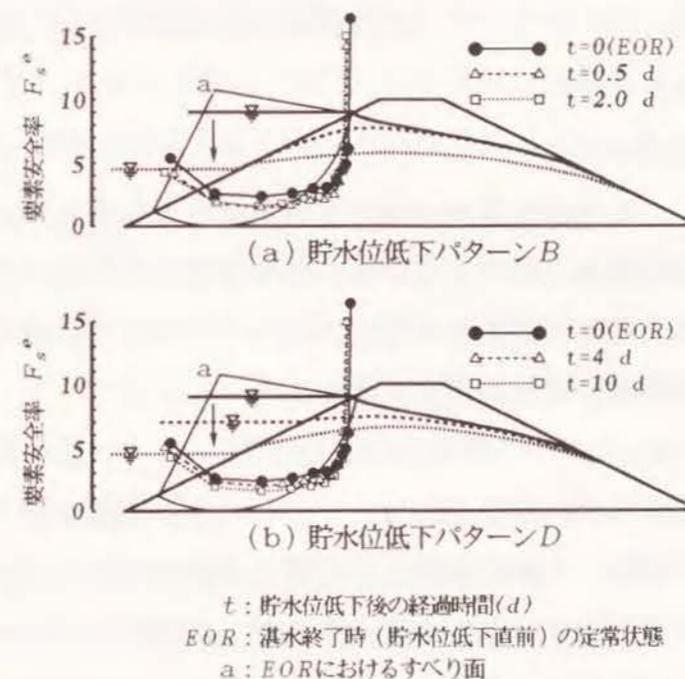
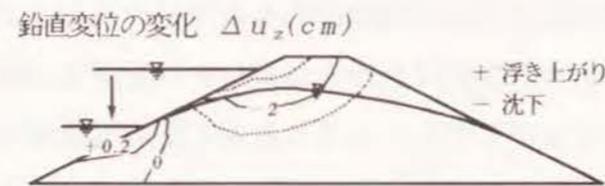
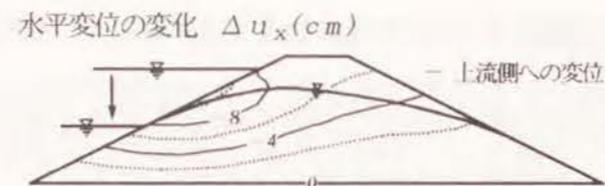


図 6.3.14 貯水位の低下にともなう上流側斜面の要素安全率の変化

### (3) 変位挙動

図6.3.15に、貯水位低下パターンBについて、湛水終了段階の定常状態から貯水位低下直後にかけて生じた変位の変化量を示す。経過時間は $t = 1$ 日である。6.3.1(3)で述べた理由により、図6.3.15の分布値そのものは特に現実的な意味をもっていない。このため、その分布傾向だけを見ていくと、上流斜面の貯水位低下範囲を中心に沈下と貯水池側へ向かう水平変位が生じており、これと同時に、低下後の貯水面以下の堤体上流域で浮き上がりが発生しているのがわかる。これらの動きは、図6.3.12(a)に示した物体力の作用方向にほぼ対応している。



貯水位低下パターンB  
貯水位低下後1日経過

図 6.3.15 貯水位の低下にともなう堤体の変形

## 6.4 まとめ

飽和・不飽和浸透流解析では、対象領域を1つのポテンシャル場としてとらえるため、当初に設定した有限要素網が浸透状況によって変わることはない。したがって逐次盛立て解析などの応力・変形解析と要素網を共有させることができる。この有限要素網の幾何学的共通性を利用して、飽和・不飽和浸透流解析からえられる浸透力、浮力および単位体積重量の変化による物体力を応力・変形解析の等価節点外力として与え、有効応力にもとづいた浸透過程の応力・変形挙動とそれにともなう力学的安定性の変化を調べた。

第6.2節で、浸透によって生じる物体力の評価方法、応力・変形解析法および斜面安定計算法について説明した。第6.3節では、アースダムの湛水および貯水位低下過程を対象に、浸透時の堤体の力学的挙動と安定性との相互関係について論じた。この中で、上流斜面と下流斜面のすべり安全率の変化が、浸透にともなう生じる主応力の変化を通して合理的に説明できることを明らかにした。また第5.5節で取り上げた水平ドレーンの力学的な効果についても検討した。

以下に、本章でえられた検討成果を要約する。

- 浸透により浸透力、浮力および自由水面の移動にともなう単位体積重量の変化が生じる。これらはいずれも物体力であり、有限要素法では等価節点力に置き換えることができる。そして、物体力のうち浸透力と浮力の合力は土粒子部分に作用する力と等価であり、これら2つを考慮することにより有効応力解析が可能となる。
- 飽和・不飽和浸透流解析でえられるa)の等価節点力を、応力・変形解析の外荷重として与えることにより、浸透時の応力・変形挙動を求めた。築堤完了段階の応力と変位は逐次盛立て解析により求めた。浸透時の応力・変形挙動は、発生する変位が小さいことから線形弾性的であるとした。斜面のすべりが円弧状に生じるとして、任意の時間ステップにおける応力分布から各要素に生じている応力度にもとづく安全率を算出し、これらを各要素内のすべり面の長さに応じて重み付き平均し、斜面のすべり安全率とした。
- 湛水時および貯水位低下時の斜面のすべり安全率の変化は、浸透時の最大主応力 $\sigma_1$ と最小主応力 $\sigma_3$ の変化の相対的な関係によってもたらされる。これを個別に説明すると次のとおりである。

**湛水過程** 自由水面以下の飽和領域で $\sigma_1$ 、 $\sigma_3$ のいずれも低下する。しかしその低下量 $\Delta\sigma_1$ 、 $\Delta\sigma_3$ を比べると、堤体の上流側領域では $\Delta\sigma_1 > \Delta\sigma_3$ 、下流側領域では $\Delta\sigma_1 < \Delta\sigma_3$ の関係にある。このため、Mohrの応力円の大きさと破壊基準線との関係から、湛水にともなう上流斜面のすべり安全率は増加し、逆に、下流斜面では低下することになる。

**貯水位低下過程** 堤体上流側領域では $\sigma_1$ が増加し $\sigma_3$ は低下する。このため、応力円は初期の定常状態より拡大し、その結果、上流斜面のすべり安全率は低下する。

このような $\sigma_1$ 、 $\sigma_3$ の変化は、浸透時の物体力の作用方向あるいは水平成

分と鉛直成分との相対的な大きさによって生じる。

- d) 湛水にともなう堤体内の主応力の低下は、たとえ定常状態に達した段階でも等方静水圧的には生じない。分割法による斜面安定計算では、一般に、スライスのすべり面上に働く間隙水圧を、水柱の静水圧で置き換える方法がとられるが、この方法は必ずしも妥当であるとはいえない。
- e) 貯水位が急低下すると、その直後に上流斜面で安全率が最小となる。この安全率は時間の経過とともに回復するが、その回復速度は貯水位の低下量が少ないほど速い。また同一の断面形状で同一の貯水位低下パターンを受けても、堤体材料の透水性が低いと、最終的に回復される安全率は小さめとなる。これに対し貯水位をゆっくり下げる場合では、貯水位の低下速度が遅いほどすべり安全率の低下も緩慢となる。この場合、最小安全率は貯水位の低下が終了したのち、しばらくたってからあらわれる。
- f) 水平ドレーンにより自由水面を堤体内で完全に低下させても、湛水時において下流斜面のすべり安全率はわずかであるが下がる。堤体下流側の自由水面より上部の領域では、ドレーンがない場合と違って、 $\sigma_1$ 、 $\sigma_3$ のいずれも増加する。その変化量は  $\Delta\sigma_1 > \Delta\sigma_3$  の関係にあり、c) で述べた理由によりすべり安全率の低下をもたらすことになる。
- g) 湛水時および貯水位低下時の堤体の変位挙動は、物体力の作用によりかなり複雑な様相を示す。その傾向をまとめると次のとおりである。まず湛水過程では、上流斜面の貯水面近傍を中心に、下流側へ押される形で水平方向の堤体の変形が生じる。このとき、上流斜面の貯水面近くで浮き上がりが、下流斜面中腹部の自由水面位置あたりでわずかな沈下が生じる。貯水位が低下した直後では、上流斜面の貯水位低下範囲を中心に、沈下と貯水池側へ向かう水平変位が生じ、低下後の貯水面以下の堤体上流域では浮き上がりが発生する。

飽和・不飽和浸透流解析と応力・変形解析とを重ね合わせた有限要素法を開発し、アースダムを対象に、有効応力にもとづいた浸透過程の応力挙動とそれにともなう力学的安定性の変化を調べた。この中で、特に、湛水や貯水位低下時における斜面のすべり安全率の変化が、物体力にともなう主応力の変化を通して合理的に説明できることを明らかにできたのは、重要な成果であったと考えられる。なぜなら、本章の頭書のとおり、設計基準などにおける安定性の検討では、特定の想定条件下でしかも最終結果としての安全率の値のみがえられればよいため、それにいたるまでの力学的過程あるいは機構に対して、必ずしも十分な注意が向けられてこなかったからである。

次の第7章で、本研究の検討成果を総括的にまとめる。

#### 参考文献 (第6章)

- 1). 森井俊広, 長谷川高士: 湛水時および貯水位低下時のアースダムの力学的安定性, 農業土木学会論文集, 166, 1993.
- 2). 高井亮治, 岩片透, 宮田美幸: 高瀬ダムの調査, 設計および堤体の挙動, 土質工学ケースヒストリー集, 第1集, 土質工学会, pp. 320-377, 1983.
- 3). Clough, R. W. and Woodward, R. J.: Analysis of embankment stresses and deformations, Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, 93 (SM4), 529-549, 1967.
- 4). Kulhawy, F. H., Duncan, J. M. and Seed, H. B.: Finite element analyses of stresses and movements in embankments during construction, Report No. TE-69-4 to US Army Engineers, Waterways Experiment Station, University of California-Berkeley, 1969.
- 5). Kulhawy, F. H.: Embankments and excavations, "Numerical Methods in Geotechnical Engineering" edited by Desai, C. S. and Christian, J. T., McGraw-Hill, pp. 528-555, 1977.
- 6). Adikari, G. S. N. and Parkin, A. K.: Deformation behaviour of Talbingo Dam, International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 6, 353-382, 1982.
- 7). 三室高, 池田幸, 延山政之, 森井俊広: 主応力比を基本変数としたフィルダム材料の変形特性の評価方法, 粗粒材料の現場締固めの評価に関するシンポジウム発表論文集, 土質工学会, 25-32, 1990.
- 8). 吉国洋, 宇野尚雄, 柳澤栄司 (共著): 土の力学(II)-特殊土, 締固め, 土と水-, 土木学会編新体系土木工学 17, 技報堂, pp. 261-265, 1984.

## 第7章 結 論

- 9). 川本腓万, 駒田広也, 宮口友延: 堤体および基礎における浸透流の有限要素解析について, 土と基礎, 18 (12), 19-26, 1970.
- 10). 松井家孝: ロックフィルダムの弾塑性解析 — 築造・湛水過程における内部挙動と材料物性との関連 —, 電力中央研究所技術第2研究所報告, No. 72012, 1973.
- 11). 成岡昌夫, 中川建治, 水島章次, 梶田建夫 (共著): 土木工学のためのプログラミング — FORTRAN —, 培風館, pp. 210-228, 1977.
- 12). Kulhawy, F. H. and Duncan, J. M.: Stresses and movements in Oroville Dam, Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, 98 (SM7), 653-665, 1972.

施工機械の大型化と高性能化, あるいは堤体材料の性質に関する研究や耐震設計, 基礎処理技術の進展などを背景に, 大ダム建設にシめるフィルダムの割合が増大しつつある。しかしダムが大規模になりその社会的, 経済的重要性が高まるほど, 安全性がより厳しく要求されてきていることも事実である。特にフィルダムでは, 効率的な貯水という基本機能を遮水ゾーンにもたせつつ, 建造物としての安定性を周囲の透水ゾーンで確保させる構造となっていることから, 浸透流動を中心とする水理学的挙動と, それにともなって生じる力学的挙動の両面から, ダムの安全性を論じていく必要がある。

本研究では, 土中水の動きを物理的に忠実に表現できる飽和・不飽和浸透流解析を用いて, 運用段階におけるフィルダムの浸透流動特性を系統的に明らかにした。そして, これをもとに, 浸透流動によってもたらされる堤体の力学的挙動と安定性との相互関係について検討した。具体的には, 第2章で飽和・不飽和浸透流解析の数学的定式化と特徴を説明し, 数値解法としての適用性を第3章で調べた。第4章では, 飽和・不飽和浸透流解析の最も重要なパラメータの1つである土の不飽和水分特性のモデル化と測定法について検討し, R I法を用いた測定装置を開発した。第5章で, 飽和・不飽和浸透流解析法による数値検討を通して, 湛水や貯水位低下などの運用段階におけるフィルダムの浸透流動特性まとめた。第6章では, 飽和・不飽和浸透流解析と応力・変形解析を重ね合わせた有限要素法を展開し, これにより, 浸透過程における堤体の応力挙動と力学的安定性との相互関係を論じた。

以下に, 第1章の研究目的にそって検討成果を要約し, 本研究の結論をまとめる。

### [1] 飽和・不飽和浸透流解析の特徴と適用性

- a) 飽和・不飽和浸透流解析の基本は, 全領域を1つの連続したポテンシャル場としてとらえ, その分布特性から自由水面や浸出面をはじめさまざまな浸透状況を求めようとする点にある。全水頭を $\phi$ , 大気圧を基準とした圧

力水頭を $\phi$ 、位置水頭を $z$ とすると、自由水面、飽和流れおよび不飽和流れは次のように表される。

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{自由水面} : \phi = z, \quad \psi = 0 \\ \text{飽和流れ} : \phi > z, \quad \psi > 0 \\ \text{不飽和流れ} : \phi < z, \quad \psi < 0 \end{array} \right.$$

b) 飽和・不飽和浸透流解析の支配方程式は、Richardsのポテンシャル方程式で与えられる。土が極端に乾燥している場合には不安定な解をもたらす可能性があるが、飽和流れと不飽和流れを統一的に表現でき、材料特性が異なる非均質構造に対しても適用できるなど、拡散型方程式に比べすぐれた特性をもつ。Richardsの方程式を反復型Galerkin法で有限要素定式化することにより、浸出面や降雨浸透条件を合理的に判定できる。

c) 飽和・不飽和浸透流解析は、比較的高い水分状態にある領域に対して十分に精度のよい解を提供する。乾燥した土でも、土の不飽和水分特性の非線形性が強くなければ、精度が問題になるようなことはない。このため、乾燥地でのかんがい水の動態予測からフィルダムなどの土木構造物における浸透流動、あるいは降雨や地表水による地下水涵養の予測など、広範囲の分野に対して適用性をもつ。また単に自由水面だけでなく、複雑な構造をもつ領域内の水分量や間隙圧、流量流速などの分布とその時間変化など、従来の飽和浸透流解析では評価することがむずかしかった土中水の詳細な動きをとらえることができる。外部水位や降雨、蒸発などほとんどすべての境界条件を扱える点も、すぐれた特徴としてあげることができる。

d) フィルダムの浸透流問題についてみると、均一型ダムで定常浸透流という最も単純なケースにおいてすら、浸透流量は自由水面上部の不飽和流れに影響を受ける。このため、Casagrandeの方法など従来の飽和流れのみを対象とした手法では、浸透特性を十分に把握できない。より正確な情報をえるためには飽和・不飽和浸透流解析を用いていく必要がある。堤体材料の保水性が高いほど、堤体の規模が小さくなるほど、また遮水ゾーンと透水

ゾーンとの透水性の違いが大きくなるほど、この必要性は大きくなる。

e) 飽和・不飽和浸透流解析を適用するうえでキーとなるのは、土の不飽和水分特性をいかに精度よく測定し、モデル化するかという点にある。その1つの有効な測定技術として、小型半導体圧力変換器とR I法を併用した瞬時水分計測法にもとづく測定装置を開発した。較正試験と室内測定により、測定装置が十分な実用性をもつことを明らかにした。

## [2] フィルダムの浸透特性

f) ゾーン型ダムの遮水ゾーンにおける自由水面は、透水ゾーンの遮水ゾーンに対する飽和透水係数の比 $\mu$ に大きな影響を受ける。 $\mu$ が大きくなると、自由水面は遮水ゾーン背面に沿って急激に低下するようになる。この傾向は、中央遮水壁型ダムより傾斜遮水壁型ダムで著しい。自由水面の位置は $\mu$ によってほとんど決定されてしまい、遮水ゾーンの断面形状にはあまり左右されない。このため、図式解法として広く用いられているCasagrandeの方法では、 $\mu$ が10程度以上になると遮水ゾーン内の自由水面の位置を高めに評価してしまう可能性がある。

g) ゾーン型ダムの定常状態における浸透流量は、遮水ゾーン内の自由水面の低下量とほぼ1対1の関係をもつ。したがって、浸透流量もまたゾーン間の透水係数の比 $\mu$ に依存する。 $\mu$ が大きいと、Casagrandeの方法では浸透流量を過小に評価する可能性がある。

h) ゾーン型ダムの下流側透水ゾーンでは、遮水ゾーンの背面に沿ってかなり大きな下向きの不飽和流れが生じる。その結果、湛水の初期段階で、遮水ゾーン背面の底部に不連続な自由水面が形成される。この遮水ゾーンの背面に沿った不飽和流れは、定常状態に達した段階でも継続する。

i) 湛水過程における自由水面の進行速度は、堤体の初期含水状態に影響を受

ける。初期含水状態が低いと進行速度は遅く、貯水池からの流入流量は多くなる。逆に、初期の含水状態が高い場合には、進行速度は速くなり、浸透流体のもつ慣性効果があらわれるようになる。湛水過程の浸透流動は、透水係数の異方性によっても影響を受ける。この影響は、均一型ダムではポテンシャル分布に、ゾーン型ダムでは自由水面の位置に強くあらわれてくる。

j) 貯水位急低下時の上流側透水ゾーンにおける自由水面は、ゾーン間の透水係数の比 $\mu$ にあまり影響を受けない。 $\mu$ が10程度と小さい場合でも、遮水ゾーンの前面は不透水性境界面として機能する。貯水位急低下時の最大流速は低下後の貯水面近くで生じ、これに対応する形で、初期自由水面位置から低下後の貯水面位置までの斜面表層部で、相対的に大きな動水勾配が発生する。

k) 透水係数が異方性をもつと、上流側透水ゾーンで貯水位低下直後における動水勾配が大きくなる。また異方性の程度が同じであっても、水平方向、鉛直方向のいずれの透水係数が相対的に大きいかによって、上流側透水ゾーン内の自由水面の上がり方が違ってくる。

l) 自由水面の低下に及ぼす下流法先ドレーンの効果は相対的に小さい。水平ドレーンと立上りドレーンの効果は同程度であり、下流法先ドレーンに比べ大幅な自由水面の低下を期待することができる。この効果は、いずれもドレーンの水平部の長さによって決まってくる。

m) 堤体内の自由水面は、ドレーン材料の堤体材料に対する透水係数の比とともに大きく低下するようになる。ただし、この比が50~100程度以上になると自由水面はあまり低下しなくなり、逆に、貯水池からの浸透流量が増加したりドレーン近傍で高い動水勾配が生じるなど、ダムにとって好ましくない状況がもたらされる。

### [3] 浸透過程における堤体の力学的挙動と安定性

n) 湛水時および貯水位低下時の堤体斜面のすべり安全率の変化は、最大主応力 $\sigma_1$ と最小主応力 $\sigma_3$ の変化の相対的な関係によって決まる。湛水過程では $\sigma_1$ 、 $\sigma_3$ のいずれも低下する。盛立て完了時からの変化量 $\Delta\sigma_1$ 、 $\Delta\sigma_3$ でみると、堤体の上流側領域では $\Delta\sigma_1 > \Delta\sigma_3$ 、下流側では $\Delta\sigma_1 < \Delta\sigma_3$ の関係にあるため、斜面のすべり安全率は上流側で増加し、下流側では低下することになる。貯水位が低下する場合の堤体の上流側領域では、 $\sigma_1$ が増加し $\sigma_3$ が減少するため、すべり安全率は低下する。 $\sigma_1$ と $\sigma_3$ の変化は、浸透力、浮力および自由水面の移動にともなう単位体積重量の変化によって生じる物体力の分布に支配される。

o) 貯水位が急低下すると、その直後に上流斜面で最も危険な最小安全率が生じる。安全率は時間の経過とともに回復するが、回復速度は貯水位の低下量が小さいほど速い。貯水位がゆっくりと低下する場合には、その低下速度が遅いほど安全率の下がり方も緩慢となる。最小安全率は、貯水位の低下が終了したのち、しばらくたってからあらわれる。

p) 水平ドレーンにより自由水面を堤体内で完全に低下させても、堤体下流側の自由水面上部の領域で $\sigma_1$ と $\sigma_3$ の変化が起きるため、湛水時において、下流斜面のすべり安全率はわずかであるが低下する。

q) 湛水時および貯水位低下時の堤体の変位挙動は、物体力の作用によりかなり複雑な様相を示す。湛水過程では、堤体は、上流斜面の貯水面近傍を中心に下流側に押される形で水平方向に変形するとともに、上流斜面と下流斜面にそれぞれ浮き上がりや沈下が生じる。貯水位が低下した直後では、上流斜面の貯水位低下範囲を中心に、沈下と貯水池側へ向かう水平変位が生じ、低下後の貯水面より下の堤体上流側領域では浮き上がりが起きる。

本研究の成果を結論的にまとめるなら、飽和・不飽和浸透流解析が、フィルダムの

浸透流問題に限らず、土中水の動きに関わるさまざまな問題に有効に適用できることを明らかできた点と、これを用いて、フィルダムの水理学的特性と力学的特性との結びつきを明確にできたことの2つに集約される。特にフィルダムのように、より効率的な貯水とより安定した構造という非常に厳しい機能を要求される構造物では、単に浸透流動を中心とする水理学的特性を明らかにするだけでは問題は解決しない。ダム設計をおこなううえで、どうしても水理学的特性と力学的安定性との関わりあい立ち入らざるをえない。この意味で、上にあげた2点めは、本研究の重要な成果の1つであると位置づけることができる。

しかし、たとえばダムの保守管理についてみると、漏水量や間隙水圧の計測値と数値解法による予測値との間のずれが多く、事例で報告されている。また漏水量の経年的な漸減は、遮水ゾーンの圧密現象を考慮しても適切に説明できていない。このように解決されなければならない課題はまだ多数残されている。今後これらの研究検討が大いに進展することを期待するとともに、本研究の成果がその一助になればさいわいと思う。

## 謝 辞

フィルダムの浸透特性と力学的安定性との関わりあいを系統的に明らかにできればと考え、これまでに学んできた成果をここに取りまとめました。研究を進めていくにあたり、多くの方々に助けられ、また多くのことを教えていただきました。

京都大学教授長谷川高士先生には、大学院在学中に研究テーマをご教示いただくとともに、修了後も、終始貴重なご指導とご助言をいただきました。特に、大学院在学中に等角写像法などの古典的な浸透流理論で足踏みしていたところへ、ダムのダイナミックな動きについて具体例を通して教えていただいたことは、その後の研究への大きな転換点となりました。また企業へ就職した後も、とかくなおざりになりがちだった研究への取り組み姿勢を常に鼓舞していただいたことは、本論文をまとめるうえでの大きな資産となりました。心から厚くお礼を申し上げます。

鳥取大学名誉教授柘植巳一先生ならびに助教授服部九二雄先生には、大学在学中に大学院への進学のお機会を与えていただいたこと、また1990年秋に再び大学に戻って以降は、研究の進め方についてご指導とご配慮をいただいたことに深く感謝いたします。両先生のご高配がなければ、これまでに学んできた内容を形あるものにすることなどなかなか難しかったのではないかと思います。

本論文を仕上げるにあたり、京都大学教授丸山利輔先生と高橋強先生にはたいへんお世話になりました。ご多忙にもかかわらず本文を閲読していただき、貴重なご助言をいただきました。厚くお礼を申し上げます。

大学院修了後、約7年間、ソイルアンドロックエンジニアリング株式会

社に勤務させていただきました。この間にも多くの方々のお世話になりました。大竹将夫社長と延山政之副社長には、問題のとらえ方と解決のためのアプローチについて実務面、理論面から多くのことを教えていただくとともに、フィルダムの盛土試験や施工管理、挙動解析など貴重な現場経験の機会を与えていただきました。第4章の不飽和浸透実験にあたっては、R I測定装置の製作と調整で、熊原義文氏から暖かいご協力をいただきました。ここに深くお礼を申し上げます。

第4章の不飽和浸透実験の一部では、1991年度と92年度にわたり、課題番号03660244として文部省科学研究費による補助をいただきました。ここに記して感謝いたします。

この他、実に多くの方々から暖かい励ましをいただきました。心から厚くお礼を申し上げます。また変則的な人生を見守ってしてくれた両親、そして何度かにわたる生活の場の変化に快く対応してくれた妻と二人の娘にも感謝します。

1993年9月