氏　　　　名	西野和義（にしのかずよし）
学位(専攻分野)	博　士　(理　学)
学位記番号	理　博　第1480号
学位授与の日付	平成5年3月23日
学位授与の要件	学位規則第4条第1項該当
研究科・専攻	理学研究科数理解析専攻
学位論文題目	An Application of the Peter-Weyl Theorem to Non-Abelian Lattice Gauge Theory (ペータ・ワイルの定理の格子ゲージ理論への応用)
論文調査委員	(主査) 教授 中西　襄　教授 柏原正樹　教授 荒木不二洋

論 文 内 容 の 要 旨

この論文の目的は，等質空間上の関数空間の構造に関する Peter-Weyl の定理を，Kogut-Susskind ハミルトニアン模型の解析に応用することによって，モデルの物理的状態空間に対する新しい定式を提示することにある。またその応用として（2＋1）次元SU(2)モデルの場合に，物理的状態空間の元のテンソル積の既約分解に関する Clebsch-Gordan 係数を計算し，ハミルトニアンの物理的状態空間における行列要素を具体的に求める。これは，テンソル作用素の期待値に対する Wigner-Eckart の定理を経由しない新しい計算法である。

まず，Kogut-Susskind ハミルトニアン模型およびその物理的状態空間を数学的に記述し，状態空間の定義と Peter-Weyl の定理との関連を述べる。この点は，従来の論文では明確にされていなかった。また拡張された配位空間を，構造群の，方向づけられたリンク自由度の数だけの無限直積として導入する。

次に，本論文の中心であるモデルの物理的状態空間の再定式化を，調和解析の手法によって行う。そのために，Peter-Weyl の定理から，コンパクト群上で右および左作用を同時に受ける場合に対する定理を，系として証明する。他方，拡張された配位空間は，そのある部分群の右作用による coset によって，もとの配位空間と同一視できることを示し，また拡張された配位空間に，もとの配位空間に作用するゲージ変換が左作用として持ち上げられることを示す。この左作用と，同一視に使われた右作用に関して，拡張された配位空間へ上記 Peter-Weyl の定理の系を適用することにより，物理的状態空間の新しい定式が得られる。これをハミルトニアンに含まれる相互作用項に応用し，相互作用項の新しい表示を得る。

以上の結果の応用として，（2＋1）次元 SU(2)モデルの物理的状態空間に属する2つの状態のテンソル積を既約成分に分解するさいの Clebsch-Gordan 係数を求める。状態空間のテンソル積に関する考察とその結果は，従来になかった新しいものである。そして，その係数の特殊な場合として，ハミルトニアンの行列要素の計算を行う。ハミルトニアンの行列要素の表式は，以前に Sharatchandra たちによって Wigner-Eckart の定理を繰り返し使う方法で求められていたが，その計算の詳細は未発表のままである。

本論文の方法では，見通しよくこの計算を行うことができ，またSU (N) $(N>2)$ モデルへの拡張についても可能である。

なお，考察として，配位空間上の関数空間がもつ環としての性質に注目して，従来の方法の欠点を指摘し，本論文の方法ではその性質をどのように利用しているのかを明らかにする。

論文審査の結果の要旨

量子色力学のクォーク閉じ込め問題に関連して導入された格子ゲージ理論の１つの変形 version として，1975年 Kogut-Susskind は，時間を連続変数とし空間部分のみを格子化した Hamiltonian 形式の理論を構成した。このモデルの物理的状態空間の構造に関して，1982年 Sharatchandra はその基底の分類（ラベル付け）を行い，1990年 Anishetty-Sharatchandra は，（２＋１）次元 SU(２)の場合に，そのラベル付けの視覚的な表示を与え，その基底に関する Hamiltonian の期待値の計算結果を発表した。これはこの分野において今までになされた唯一の kinematic な結果であるが，その方法は Wigner-Eckart の定理をくり返し用いる複雑なものと考えられ，いまだ公表されていない。

申請者西野和義は，Peter-Weyl の定理を応用することにより，この問題を見通しよく解決することに成功した。すなわち，まず調和解析的手法により，物理的状態空間の元である配位空間のゲージ不変な関数を，構造群の無限直積の表現の行列要素として表す新しい表示を構成した。そしてこの表示を用いて，状態のテンソル積の分解に関する定理を証明した。これは本論文の中心的結果である。この定理により，Hamiltonian の物理的状態による期待値が組織的に容易に計算される。（２＋１）次元 SU(２)モデルの場合の計算結果は，Anishetty-Sharatchandra の結果で符号の誤りを正したものと一致している。

以上の結果は，格子ゲージ理論の Hamiltonian 形式の理論を数学的に定式化し，複雑な計算を見通しよく解析する手段を与えたものとして評価できる。博士（理学）の学位に値する研究であると認める。

なお，主論文に報告されている研究業績を中心とし，これに関連した研究分野について試問した結果，合格と認めた。