サーベイ論文

Truesdell と 18 世紀力学史

伊藤 和行*

Truesdell and history of the 18th century mechanics

Kazuyuki ITO

§1　序

力学は近代西欧科学の中でも最初に誕生した分野であり，これまで数多くの歴史研究がなされてきた．ある意味ではもはや「枯れてしまった」分野とも言えるかもしれない．たしかに 17 世紀に活躍したガリレオやニュートンらを中心とする研究は，「科学革命」の中心的テーマとして盛んに行われてきたが，その一方でニュートン以降の力学についてはあまり注目されてこなかった．しかしながら近年は 17 世紀よりもむしろ 18 世紀に関する研究が盛んになってきている．18 世紀力学は，単にニュートンが『プリンキピア』で幾何学的に展開した理論を代数化したものだという見方が近年の研究によって覆されつつあるのが現状である．

本稿では 18 世紀力学の発展を概括している過去の論考を取り上げ，これまで 18 世紀力学がどのように描かれてきたかをたどり，これからの研究の方向を考えたい．具体的には，力学史の古典である Mach，18 世紀力学史研究の祖ともいうべき Truesdell，彼以後の研究として Grattan-Guinness と Maltese を取り上げよう．

§2　Mach『力学史』

従来 18 世紀における力学の発展は，ベルヌーイ一族や，クレーロー，ダランベール，オイラー，ラグランジュといった優れた研究者たちが活躍していたにもかかわらず，ニュートンらの 17 世紀に比して低く評価されてきた．その第一の理由としてしばしば挙げられるのは，力学史の古典といわれる Mach の歴史記述の影響である．Mach

* 京都大学大学院文学研究科 ito.kazuyuki.7c@kyoto-u.ac.jp

は『力学史』[1]において，動力学の歴史を扱った際に，その記述をほぼガリレオ，ホイヘンス，ニュートンといった 17 世紀に活躍した三人の理論の検討に費やし，ニュートンにおいて古典力学の基本的な構成は完成したかのような印象を与えている．実際彼は，ニュートン業績を論じた章の冒頭で次のように述べている．

> われわれのテーマに関係するニュートンの業績には二つある．第一には，万有引力の発見によって力学的物理学の視野を著しく拡大したことである．第二には，今日受け入れられている**力学の諸原理**の定立を**完結させた**ことである．彼以後，本質的に新しい原理はもう示されなかった．その後力学の中で遂行されたものは，全くニュートン諸原理に基づいた力学の演繹的・形式的・数学的発展に関連したものばかりである[2]．

このような Mach の力学史観に従う限り．17 世紀における力学の独自性はまったく見いだされないことになる．20 世紀に入っても彼の見方は，とくに 18 世紀に関しては踏襲されていたと思われる．彼以後でもっとも包括的な力学史である Dugas の『力学史』（*Histoire de la mécanique*, 1950）では，全 6 巻のうち 1 巻が 18 世紀に割かれていたが，その歴史的位置付けについては Mach に従っていた．

> 古典力学は 17 世紀に形成された．一般的原理を組織し，発展させることが残されたが，これは 18 世紀の仕事である．ガリレオ，ホイヘンス，ニュートンが獲得したものは，ただ一つの同一の学説の連続的な発展というよりもむしろ切り離された頂きのように思われる．かれらの後継者らは，反対に，一つの共同の仕事に参加したのであって，それはラグランジュの手中で，秩序づけられた科学に到達したのであり，その形態は完全なものに近づいた[3]．

18 世紀における科学者の活動は，ニュートンとラグランジュという二つの頂きを結ぶものでしかなかったのである．このような見方に対して真っ向から反旗を翻したのが Truesdell である．彼は，『オイラー全集』の編集者の一人としてオイラーの力学関係の著作や論文の編纂に携わったが，18 世紀力学とりわけオイラーの独創性を強調し，真の意味で古典力学が成立したのは 18 世紀中頃のことだったと主張した．彼によ

---

[1] 原題は *Die Mechanik in ihrer Entwicklung histrosich-kritisch dargestelt* であるが，慣例に従って『力学史』とした．

[2] Mach [1933]2006, p. 293.

[3] Dugas 1950, p. 221.

れば，18 世紀前半の研究によって，ニュートンが『プリンキピア』において幾何学的形式で論じていたことが，解析的かつ代数的に書き換えられただけではなく，その過程を通じて新しい力学が誕生したのである．Truesdell が編集を担当した『オイラー全集』の力学，特に剛体や流体の運動の巻の序文はモノグラフと読んでよい長さと内容を含んでおり，現在でもこの分野に関する最良の研究の一つとみなされている[4].

§3 Truesdell：「理性の時代の合理力学」

Truesdell は 18 世紀の力学を「合理力学」(rational mechanics) と呼んでいる．この「合理力学」史研究のプログラムを述べた論文「理性の時代における合理力学の再発見に向けてのプログラム」（A program toward rediscovering the rational mechanics of the age of reason, 1960a）において，彼は Mach の力学史観を厳しく批判した．

> 科学史家によって，マッハの歴史的描像は，それ自体としてはもはや批判が必要なほど真剣にはとられていないが，だが歴史家は，力学自体の本質とりわけニュートンの言明の完全さに関してのマッハの見解については見落していた．歴史家たちの仕事から判断すると，彼らは，教科書に見いだされることになる，後の人々の名前に結び付いている発展を除いて，力学がニュートンでもって止まってしまったと考えているように見える．ニュートンの時代以降の力学の成長に関しては，何も大きな歴史的な努力は費やされなかった．科学者は，歴史について注意する限りでは，歴史家による後の力学の数学的発展に対する無視を共有するだけでなく，概して歴史家が初期の時代に関して学んだことを無視し，そしてそれについてのマッハの見方全体やその未熟な要約で満足したままなのである．ラグランジュとマッハの間，歴史家と科学者の間で，理性の時代は力学の暗黒時代として残されている[5].

Truesdell によれば，Mach の見方の先駆者はラグランジュなのである．ラグランジュは力学上の主著『解析力学』において，静力学を扱った第一部と動力学を扱った第二部の冒頭で，両分野の歴史について記述していた．これは力学史の最初の試みと言われるが，必ずしも公正なものではないことが知られている．象徴的なのは，その叙

[4] Truesdell 1954, 1955, 1960.

[5] Truesdell 1960a, p. 4. この Truesdell の論文の分析に関しては，Bos (1980) による所に負うところが大きい．

述の中に，オイラーの名前が一度も登場しないことである．同時代人のクレーローやダランベールに言及しつつ，オイラーに言及しないことは意図的になされたと見なすことができよう．彼にとって，18 世紀において「合理力学」を具現化した最大の貢献者はオイラーであり，彼への言及がないことは不当なものでしかなかった．Truesdell の言う「合理力学」とは，一言で言えば公理的数理科学である．彼は，1743 年にダランベールによってその明瞭な表現が与えられていることを指摘する．

1. 合理力学とは，幾何学のように，明らかに正しい公理に基づかねばならない．
2. 力学におけるさらなる真理は数学的証明のあとに従う[6]．

この 1743 年の著作とは『動力学論』（*Traité de dynamique*）だと思われるが，そこには「合理力学」に当たる言葉，たとえば “mécanique rationnelle” といった言葉は見られない．「合理力学」という概念は 18 世紀の学者たちのものではなく，Truesdell のものなのである．彼は自らの言葉で「合理力学の歴史」を次のように説明している．

> 合理力学の歴史は実験的でも哲学的でもなく，**数学的**である．それは**特別な問題**，それを解くために**新しい原理や方法**が案出されねばならないような具体的な事例の歴史である．しかし特別な問題の解答は単独なままにされることはけっしてなかった．唯一つの真の力学しかないのであるから，特別な事例はそれ自体で目的としてでへなく，**正しい概念への指標**として役立ちうるのである[7]．

それでは，18 世紀における「合理力学」の発展とはどのようなものだったのだろうか．Truesdell の考えを知るために，この論文の構成を目次によって確認しよう．

1. Newton’s Principia (1687)
2. Scientific Methods and Scenes in the Age of Reason
3. The Discoveries of James Bernoulli
4. Early Efforts to Clarify, Extend, and Organize the Principles of Mechanics
5. The Proper Frequencies and Simple Modes of Vibrating Systems before the Discovery of Equations of Motion
6. Fluid Mechanics before the Discovery of Differential Equations of Equilibrium

[6] Truesdell 1960a, p. 10.
[7] Truesdell 1960a, p. 11.

and Motion

7. The Earliest Differential Equations of Motion for Systems
8. Definitive Formulation of the Principle of Linear Momentum: Euler's "First Principles of Mechanics" ("Newton's Equations") (1750)
9. Rigid Bodies, and the Distinction of Mass from Inertia
10. Problems of Vibration and Wave Motion seen from the Equations of Motion
11. The Concept of Normal Stress, and the Principles of Hydrodynamics
12. The Laws of Elasticity, and the Concept of Shear Stress
13. The Principle of Moment of Momentum
14. The Invariance of the Laws of Mechanics, and Lagrange's Méchanique Analitique (1788)
15. Retrospect: Experience, Theory, and Experiment in the Age of Reason [8]

この論文の構成は必ずしも整然としているとは言えないだろう．全体としては各トピックが時系列に並べられているが，同時に研究分野と原理の問題が混在している．研究分野では，流体力学，剛体の運動，弦の振動，流体力学，弾性といった分野が挙げられる一方で，原理としては運動方程式，運動量の原理，角運動量の原理が扱われている．もちろん天体力学や「活力」の保存則なども本文中では扱われていた．

18 世紀の力学の特徴としては，第一に，17 世紀ではもっぱら質点の運動が論じられていたのに対して，問題が質点系の問題に拡張され，扱う問題が非常に広範になったことが挙げられよう．第二に，ニュートンの『プリンキピア』における幾何学的形式を代数的形式に書き換え，運動方程式を定式化することがなされている．それは，Truesdell によれば何よりもオイラーの功績だった．オイラーは運動方程式を定式化するのみならず，それが質点だけでなく質点系にも適応できることを示し，剛体や流体の運動の基本法則を運動方程式から導出したのである．第三に，様々な保存則の発見が挙げられる．現代の運動エネルギーの先駆とみなされる「活力」(vis viva)，運動量，角運動量などに関する保存則が主張されている．また最小作用の原理や「仮想速度」(仮想仕事) の原理も見いだされ，ラグランジュの「解析力学」の出発点となった．そして登場人物も 17 世紀に比べると多くなっている．Mach の力学史で扱われていたのが専らガリレオ，ホイヘンス，ニュートンだったのに対し，Truesdell が取り上げているのは，ヴァリニョン，ヤコブ，ヨハンおよびダニエルのベルヌーイ一族，ヘルマン，

[8] Truesdell 1960a, p. 5.

クレーロー，ダランベール，モーベルチュイ，オイラー，ラグランジュらである．

18 世紀の力学においては，様々な問題を様々な方法によって解く試みがなされており，一人の人物は同時期に問題によって異なるアプローチを取ることもあった．そしてそれらのアプローチの間の関係はまだ明らかにされていなかった．たとえば運動方程式と「活力」の保存則の間で，どちらが基本原理かということが重要な問題として真剣に論じれられる場面も存在していたのである．18 世紀の力学は，一言で表わせば錯綜していたと言うことができよう．

Truesdell の「合理力学」の誕生において中心的な役割を果たしたのはオイラーだった．「力学に対するニュートンのアプローチのチャンピオン」こそ，真の意味でニュートン力学の創始者だった．彼によれば，我々がニュートン力学と呼んでいるものは，『プリンキピア』ではなく．オイラーの業績，とくに 1750 年代以降の業績の中にこそ見出すことができるのである．この「合理力学」の誕生過程における重要な契機として彼が挙げているのは，二つの力学の基本法則の定式化，すなわちオイラーによる運動量（linear momentum）と角運動量（moment of momentum）の原理の定式化である．

1750 年に発表された「力学の新しい原理の発見」[9] において，オイラーは初めて十分に一般的な形で，すなわち離散的であれ連続的であれ，あらゆる種類の力学系に適用可能なものとして「運動量の原理」を定式化したのだった．その原理によれば，直交座標系を設定し，各座標成分に対して運動方程式が立てられる．質点の位置を (x, y, z)，物体に働く力を F，各座標方向の成分を F_x，F_y，F_z，質量を M とすると，次の式が与えられる．

$$F_x = Ma_x,\quad F_y = Ma_y,\quad F_z = Ma_z$$ [10]

この式は．単独の質点に対してはすでにほかの論文において与えられていた．したがってこの微分方程式自体は新奇なものではなく，これ自体が「新しい原理」なのではなかった．この論文におけるオイラーの業績は，この「運動方程式」が質点だけでなく離散的な系や連続的的な系にも適用できることを主張したことにある．複数の質点からなる離散的な系に対しては，それらの質点に関して和を取り，また連続的な系に対しては，M と F を dM と dF に置き換え，系全体あるいはその部分系に対して積分を取ればよいのである．

[9] Decouverte d'un nouveau principe de mecanique. 刊行は 1752 年．Euler 1750.

[10] 実際のオイラーの式では，単位系のために，右辺に係数 1/2 が付いている．

上の式は，いうまでもなく我々が「運動方程式」あるいは「ニュートン方程式」と呼ぶものであり，またしばしば「ニュートンの運動の第二法則」とも呼ばれる．しかし Truesdell は，「運動方程式」は『プリンキピア』の中に見いだすことはできなく，そしてその式が一般的な力学系に対して適用できることを示したのもオイラーであることを指摘する．

第二の公理の発見すなわち「角運動量の原理」の定式化は，1775 年に発表されたオイラーの論文「剛体の運動を決定するための新しい方法」[11] において確立された．以下の二つの法則は，質点系であろうと連続体であろうと，変形しないものであろうと変形可能なものであろうと，あらゆる物体に適用可能である．

1. 物体に働く全力は全運動量の変化の割合に等しい．
2. 物体に働く全トルクは全角運動量の変化の割合に等しい．ここでトルクと角運動量は同一の固定点に関して取られている．

第一式は，オイラーがすでに 1750 年の論文「力学の新しい原理の発見」において述べていた．第二式こそ「角運動量の原理」を表わしており，その式を独立した原理として認識したのはオイラーが最初だった．剛体の運動は，その重心の移動運動と，その周りの物体の回転運動に分解することによって完全に記述できるのであり，彼は曲がった弾性の梁の研究からこの独立性に気づいたのだった．

1750 年代以降，オイラーは「運動方程式」を剛体や流体の運動に適応し，両方の分野において基本方程式である「オイラー方程式」を導出したことはよく知られている．たしかにオイラーの業績は圧倒的なものだったと言えよう．我々がニュートン力学の方法としてまず学ぶ方法，すなわち空間に固定された座標系（直交座標系および極座標系）の各座標に対して運動方程式を立てて，それを積分することによって運動の軌道を求めるという方法を確立したのはオイラーだった．しかし一方で Truesdell の記述はあまりにオイラーの業績を大きく評価していることも指摘されている．数学史家 Bos によれば，彼の記述は，18 世紀の力学の歴史から，彼の「合理力学」に適合する側面だけを切り取ってきているのであって，それには馴染まない側面は無視されているのである[12]．たとえば公理的な合理力学においては，原理は明瞭かつ一般的な形で定式化されねばならないために，ダランベールの原理は重要な役割を与えられていな

[11] Nova methodus motum corporal rigidorum determinandi. 刊行は 1776 年．Euler 1775.

[12] Bos 1980, p. 340.

い．なぜなら，ダランベールは，その原理を明瞭な形で定式化することがなかったからである．また Truesdell の「合理力学」には哲学的な議論が入り込む余地はなかった．それゆえ「活力」論争や最小作用の原理を関する議論は哲学的な性格を帯びていた以上，彼によって扱われることはなかった．第三に「合理力学」における基本概念は力とトルクであり，基本原理はそれらを含む微分方程式であることから，他の原理はほとんど視野の外に置かれてしまった．ダランベールの原理，仮想仕事の原理，ラグランジュ形式がそうである．最後に「合理力学」は公理的科学であって実験科学ではないために，技術や他の実践との関係がまったく無視されてしまった．

このような Truesdell の 18 世紀力学像では，ラグランジュはオイラーの影に隠れてしまうことになってしまった．彼は論文の末部の近くで，ラグランジュの『解析力学』に対して次のような評価を与えている．

> その標題が意味しているように，『解析力学』は，合理力学に関する著作ではなく，むしろ主として，それにならって解析力学と今日呼ばれている特別な領域において，運動の微分方程式を導出する一つの方法に関する論考である．このことは，それが，振動弦，棒や膜の基音や節，弾性曲線の形状，管中の流体の流れなどに対する具体的な解を含むことに失敗していることを説明するかもしれない．．．[13]

このようなラグランジュへの評価はたしかに一面的なものであって，Truesdell の「合理力学」という見方は 18 世紀力学すべてを表わすものではなかったと言えよう．しかしながら，もっとも重要な側面を表わしていることも確かである．たとえば，オイラーは，ベルリンやペテルスブルクの科学アカデミーの紀要に，非常に多くの力学論文を発表しているが，それは「数学」のセクションに掲載されていた．すなわち力学の理論的研究は数学の一部とみなされていたである．いずれにせよ彼によって初めて 18 世紀力学に初めて光が当てられた言うことはできるのである．Truesdell の見方はかなり偏った点があったが，それまでほとんど研究されていなかった 18 世紀力学．とくに剛体や流体，弦の振動といった連続体の力学についての研究が行われるようになったことは間違いなく彼の功績である．彼以後の研究はすべて彼の研究を出発点としていることは間違いないだろう．

[13] Truesdell 1960a, p. 35.

§4　Grattan-Guinness：18 世紀力学における三つの伝統

Truesdell の研究の中心は，オイラーそしてベルヌーイ一族を中心とした 18 世紀前半から中頃の力学であり，ダランベールらのフランスの力学や，ラグランジュ以降の力学は議論の中心から除かれていた．それに対して，19 世紀初頭のフランスの数学を中心として研究を行ってきた Grattan-Guinness は，論文「1800 年までの力学の多様性」(The varieties of mechanics by 1800, 1990) において，彼とは異なった視点から 18 世紀力学を描いている．そこで彼は，力学伝統，力学の領域，哲学的問題といった観点から検討を進めており，Truesdell とはかなり異なる描像が示されている[14]．

まず Grattan-Guinness は，18 世紀力学には三つの主要な伝統—ニュートン的伝統，変分力学，エネルギ - 力学—があったと主張する．第一のニュートン的伝統は，いうまでもなくニュートンの『プリンキピア』に端を発する伝統であり，18 世紀末までには，傑出した地位を獲得していた，ただし彼によれば，それは支配的なものではなかった．第二法則は，動力学における出発点してしばしば置かれているが，現在受け入れられている $f = ma$ という形式は，この世紀の中頃にオイラーらによって一般化されたとされている．第二の変分力学の登場においても，オイラーが重要な役割を果たしているが，この伝統はとくにダランベールとラグランジュによって後半に流布するようになっている．彼によれば，変分計算を含む純粋に代数的な微積分によって表現可能な一群の方法が提出されており，最小作用の原理，ダランベールの原理，仮想速度の原理がそうである．このアプローチでは，平衡と状態の変化における連続性が前提されていて，仕事はいつもポテンシャルを取るものと仮定されていた．ポテンシャル理論の初期の発展はこの伝統の中でなされたのだった．哲学的な問題としては，力の概念は二次的なものとみなされていたことが重要である，

[14] 目次は以下の通りである．1.INTRODUCTION; 1.1.Scope; 1.2.Limitations; 1.3.Mechanics, Physics, and Newtonianism; 1.4.Some Boundary Lmes. 2.THREE MAIN TRADITIONS; 2.1.The Newtonian Tradition in Mechanics; 2.2.Variational Mechanics and Its Cousins; 2.3.Energy Mechanics; 2.4.Competition. 3.THE RANGE OF MECHANICS; 3.1.Corporeal Mechanics; 3.2.Celestial Mechanics; 3.3.Planetary Mechanics; 3.4.Engineering Mechanics; 3.5.Molecular Mechanics. 4.SOME PHILOSOPHICAL ISSUES; 4.1.Truths or Hypotheses?; 4.2.The Concepts of Force. 5.THREE MAJOR TEXTS, A HISTORY, AND A REPORT; 5.1.Lagrange; 5.2.De Prony; 5.3.Laplace; 5.4.Montucla; 5.5.Delambre. 6.SOME OTHER IMPRESSIONS AROUND 1800; 6.1.German Sources; 6.2.British Sources. 7.CONCLUDING COMMENTS. 8.APPENDIX: COMMENTS ON THE LITERATURE; 8.1.The Primary Literature; 8.2.The Secondary Literature: Histories and Textbooks; 8.3.The Secondary Literature: Encyclopaedias and Dictionaries; 8.4.Tertiary Literature.

第三の伝統はエネルギーをめぐるものであるが，このエネルギーという言葉自体が一般的になるのは，19 世紀に入ってからであり，また運動エネルギーとポテンシャルエネルギーという言葉が導入されたのは 19 世紀中頃の出来事である．18 世紀には「活力」と呼ばれており，この「力」が他のもの，すなわちのちに「仕事」と呼ばれるものに変換されることが見いだされていた．そしてこのアプローチは工学技術に関わる所から刺激を受けている．工学的問題を扱ったラザール・カルノらは，力学における衝撃の役割，さらには静力学的安定と同様に動力学的に不安定な状態の役割を強調している．彼らはまた静力学より動力学に優先権を与えるように主張したが，それは，他の伝統における見方とはまったく反対のものだった．

Grattan-Guinness によれば，これら三つの伝統の間で競争が存在していたが，エネルギー力学は他の二つの伝統に付随するものとみなされていた．というのも，その保存方程式は，運動方程式の第一積分として与えられるか，最小作用の原理を通じて得られたからである．状況が変わって他の二つの伝統との競争相手になるのは，ラザール・カルノ以後，19 世紀に入ってからだった．これらの伝統の間の競争は主として，ある伝統の原理が他の伝統の原理を導くのに十分であるかという点をめぐって行なわれていた．各伝統には各々支持者がいたが，より現実的にそれらの伝統を使い分ける者も存在しており，オイラーもその一人だった．彼は最小作用の原理がまったく一般的であると主張していたが，その一方では，実際の問題を解く際には他の伝統を用いていたのである．

以上のような Grattan-Guinness の見方で特徴的なのは，エネルギー力学の扱いである．18 世紀には，彼が述べているように，エネルギー概念はまだ成立しておらず，その重要性を理解するには，19 世紀における力学の展開から読み込むことが必要だろう．その意味において 18 世紀に関する限りでは，エネルギー力学を伝統と捉えることには無理があると思われるが，そのことによって 19 世紀への接続が見えてくることも忘れてはならない．とくにラザール・カルノの重要性は，この文脈でなければ理解できないと思われる．

ついで Grattan-Guiunness は，当時の力学を 5 つの分野に分けて概括している．これらについては簡単にリスト化することだけにしよう．

1. 物体の力学：日常的な大きさの対象を扱う質点系や大きさのある物体の釣合，静水学と動水学（流体力学），弾性理論，振動の伝播，音響学
2. 天体力学：軌道運動と回転，摂動効果，三体問題

3. 惑星力学：地球の形状，歳差運動，章動，月の運動と潮汐
4. 工学的力学：摩擦，築堤，アーチや橋梁を含む建築物の建造，構造物の安定性，船舶の建造と操舵，装置や機械の働きと効率，水力学，砲術などの軍事的問題
5. 分子力学：仮想的な物質の内部構造の作用

多くのトピックが時代とともにどのように変化していくのかはわからないが，我々が考えている以上に多様な問題が論じられていたことがわかるだろう，また実践的な場面では、静力学な問題が大いに重要だったことがうかがわれる．

ついで哲学的な問題として二つのことが検討されている．第一点は，力学の理論が「真理か，仮説か」という問題である．「仮説」といえば，ニュートンの「我仮説を作らず」という言葉がまず思い起こされるが，空間や時間という枠組や，静止，運動，速さ，加速といった概念の位置づけが問題になっている．また最小作用の原理の場合のように宗教がその真理性の擁護に関わる場合も見られる．一方工学的な問題に携わっていた人たちは，仮説について語る傾向があったことが指摘されている．

第二に「力の概念」の位置づけをめぐっては多くの論争が行われ，何らかの存在であるのか，その効果によってのみ知られうるのか，ニュートンの第二法則によって「定義」されるものなのかという点が問題となっていた．さらに「力」という言葉の多義性によって問題はいっそう厄介なものになっていたのだった．「力」は「活力」の他，「死力」，「運動力」，「潜勢力」などの意味を持っており，それらは 19 世紀には運動エネルギー，力，仕事，ポテンシャルエネルギーといった複数の概念によって表されることになるのである．

Grattan-Guiunness は最後で二つの結論を提示している．第一に，近年の研究とりわけ Truesdell の研究では，ラグランジュの貢献が低く評価され，オイラーの業績の意義が大きくなっている．しかしオイラーの評価は高すぎるかもしれなく，ほかの人々，すなわちダランベール，ダニエル・ベルヌーイ，ボスコヴィチ，ヘルマン，ランベール，マクローリン，ヴァリニョンらにもっと高い評価が与えられるべきなのである．第二に，工学的力学の領域は，力学の構成要素としてもっと真剣に研究されるべきである．くわえて力学教育の歴史については，他の領域に比べるとほとんど知られていないことが指摘されている．

Grattan-Guiunness の考察は概説的なものであって，個々の問題について具体的な議論がなされてはいないが，全体としては Truesdell の描像に欠けていた点をきちんと指摘していると思われる．それはダランベールとラグランジュの変分力学の伝統，哲学

的問題の存在，そして工学力学の重要性の指摘である．

§5 Maltese：ニュートン伝統とラグランジュ伝統

近年 18 世紀力学に関する研究が増加する一方で，個々の研究の専門分化が進み，全体像を描いたものはほとんど発表されていないともいえよう，本節では，数少ない近代初期力学の概説書である Giulio Maltese の『17 および 18 世紀における動力学史序説』（*Introduzione alla storia della dinamica nei secoli XVII e XVIII*, 1996）を取り上げよう．Maltese はこの本の他にも 18 世紀力学史に関する二冊の著作，『*F* = *ma* の歴史』（*La storia di F=ma*, 1992）と『*F* = *ma* から力学の基本法則へ』（*Da F=ma alle leggi cardinali della meccanica*, 2001）を刊行しているが，オイラーを中心とした運動方程式の成立過程を研究の中心としていることはそれらの標題からうかがわれる．『動力学史序説』は以下でも見るように十分に目配りをした概説と言えるが，イタリア語で書かれているためにその内容に値するだけの読者を得てはいないことは残念である．

『動力学史序説』は，序章を入れて全 16 章から構成されている．前半部は 17 世紀に当てられ，古代・中世の力学から，ガリレオ，デカルト，ホイヘンス，ライプニッツ，ニュートンといった人物にそって議論が展開されている．一方後半部の 18 世紀では，人物よりもむしろテーマにそって節が配置されている．

0. 序論
1. 祖先：アリストテレスの遺産と中世の動力学
2. 17 世紀科学革命
3. ガリレオ・ガリレオ
4. ルネ・デカルトの時代における動力学
5. クリスチャン・ホイヘンスと 1600 年代後半の動力学
6. ライプニッツと「活力」，連続の原理
7. アイザック・ニュートン
8. 1700 年代の動力学：歴史記述と諸問題
9. 振動中心から振動弦へ
10. 1700 年代前半における動力学の発展
11. ニュートン力学の誕生
12. ダランベールの力学
13. 動力学における変分の伝統とエネルギーの伝統

14. 流体動力学の発展への徴候
15. 1700 年代末における運動の科学．1800 年代への眼差しと結論[15]

18 世紀力学を扱った後半部の最初の章である第 8 章では，まず過去の力学史の記述を，Mach や Truesdell らを取り上げて検討してから，18 世紀前半に研究者たちが直面していた問題を 6 項目に整理し以下のようにまとめている．

1. 運動の第二法則の二つの可能な陳述における曖昧性の解決が必要だった．

$$F = ma = \frac{dv}{dt}$$

$$F = \Delta(mv)$$

これには，力学的量は離散的かあるいは連続的か，物質は無限に固い粒子からなるのか，完全に弾性的な粒子からなるのかという問題と関わっていた．この問題が解決されなければ，第二法則は動力学の基礎とはなり得なかったが，1730 年頃に，オイラーによってこの二重性は解決され，前者が選ばれたのだった．

2. 拡がりのある物体の動力学を構築するためには，第二法則の適用範囲を拡張しなければならなかった．言い換えると，第二法則が，有限な広がりをもつ物体を構成するあらゆる粒子に適用できなければならなかったのであって，そうして初めて，力学の二つの基本法則の一つとなることができたのだった．
3. 運動の有効な表現方法が見いだされねばならなかった．今日では，まず直交座標系表現があるが，17 世紀と 18 世紀をまたぐ時代にはそのようなものがなかった．よく用いられていたのは内在的な座標であり，軸は軌道の鉛直方向と接線方向に向いていた．そのため軸の方向が各点において変わり，計算を非常に複雑にしていた．
4. 運動の相対性を動力学の中に正しく位置付けることが必要だった．これは，運動法則が同一の形体を保つような参照系が存在するか否かを理解することだっ

[15] オリジナルは以下の通りである．0.Introduzione; 1.Gli antenati: l'eredità di Aristotele e la dinamica medievale; 2.La rivoluzione scientifica del XVII secolo; 3.Galileo Galilei; 4.La dinamica all'epoca di René Descartes; 5.Christiaan Huygens e la dinamica nella seconda metà del Seicento; 6.Leibniz, la 'vis viva'e il principio di continuità; 7.Isaac Newton; 8.La dinamica nel Settecento: la storiografia e i problemi; 9.Dal centro di oscillazione alla corda vibrante; 10.Progressi in dinamica nella prima metà del Settecento; 11.Nascita della meccanica newtoniana; 12.La meccanica di d'Alembert; 13.Tradizione variazionale e tradizione energetica in dinamica; 14.Cenni sullo sviluppo della dinamica dei fluidi; 15.La scienza del moto alla fine del Settecento. Sguardo all'Ottocento e conclusioni.

た．すなわち運動に関連した現象が，その系とは独立した観測者にも同じように見えるような系の存在である．この側面の正しい理解によって，剛体の運動を移動運動と回転動に分解し，別々に考察することが可能になった．

5. 回転運動の記述を可能にする動力学的原理が必要だった．この原理への過程は，ニュートンの業績とはまったく独立した仕方で成し遂げられ，最終的にもう一つの基本原理である角運動量の法則に到達した．
6. 数学．ニュートンもライプニッツも無限小計算に到達していたが，前者の形式は後者のものに比べて曖昧だった．ニュートンの流率法では，速度 v の導関数は v によって表されていたが，ライプニッツは，二つの微分量の比 dv/dt として表している．ライプニッツの微分法の方がニュートンの流率法よりも扱いやすく，ニュートンの考えをライプニッツの形式に翻訳することによって，近代動力学の説明力は生まれたのである[16]．

以上のような問題を解決したのが，オイラーによるニュートン力学の完成だったことはほぼ間違いないだろう．先にも触れたように，Maltese の主なる研究対象はオイラーであり，その点から彼は Truesdell に近い立場にあるのではないかと考えられよう．彼は Grattan-Guinness の論文を踏まえて議論を展開しているので，「18 世紀力学における三つの伝統」に対してどのような立場を取っているのだろうか．最終章に当たる第 15 章第一節では「スカラー・アプローチそれともベクトル・アプローチ？ 動力学におけるニュートン伝統とラグランジュ伝統」という，我々にとっても興味深いトピックが扱われている[17]．

Maltese はまず 18 世紀末にはニュートン力学は支配的ではないとしても，傑出した地位に到達していたことを指摘する．その二つの基本法則，すなわち運動量の法則と角運動量の法則は，1775 年にオイラーによって示されていた．それらの法則の直交座標系（デカルト座標系）における定式化は運動法則の最も自然な表現方法であり，現代的な言葉を使えばベクトル量間の関係と言うことができよう．1750 年から 1775 年に至るオイラーの研究は，力学の近代的定式化の誕生を導くものだった．しかし力学におけるニュートン伝統はその正しい道に入って間もなく，その世紀の末に向かって衰退し始めることを彼は指摘する．その理由は多く，どれか一つが決定的ということはないが，それらが一緒になって衰微を導いたと Maltese は述べているが，もう一つ

[16] Maltese 1996, pp. 133–4.

[17] Maltese 1996, pp. 245–51.

の伝統であるラグランジュ伝統の記述からは，ニュートン的伝統はそれとの競争において敗れたと彼が考えていることが推測できる．

Maltese によれば，ラグランジュ形式は単純で強力だったのである．というのも，ニュートン的伝統においてベクトル量を扱わうことによって生じる困難が，スカラー量の方程式であるラグランジュ形式ではなくなるからである．ニュートン力学における基本量が空間，時間，質量と力であるのに対して，ラグランジュ力学における基本量は，空間，時間，質量とエネルギーであった．エネルギーすなわち仕事というスカラー量が，力というベクトル量に取って代わることによって，問題の単純化が可能になったのだった．さらにラングランジュ形式では，ある種の拘束力を排除することができたし，その形式は座標系の選択に対して不変であるという利点もあった．

以上のように Maltese が提示したのは，ニュートン伝統とラグランジュ伝統という構図だった．それは，力というベクトル量によるアプローチとエネルギーというスカラー量によるアプローチとの対比でもある．ラグランジュの方法を論じる際にも変分法は後方に退き，仮想速度の原理（仮想仕事の原理）が主なる議論の対象となっていた．Grattan-Guinness は，変分力学とエネルギー力学を明確に区別していたが，そのような分類は 19 世紀における変分力学の発展を前提としたものだったと思われる．ラグランジュが『解析力学』で展開した方法は仮想速度の原理に基づいたものであって，仕事の次元で考察がなされていた．ラグランジュが，流体力学において速度ポテンシャルに相当する量を導入したことはよく知られており，その点からも Maltese のスカラー・アプローチという表現は有効なものだと言えるだろう．

オイラーは，運動方程式を積分することによって，いわゆるエネルギー積分を行っていたことが知られているが，彼はつねに運動方程式を基本原理として力学体系を構築しようとしていた．興味深いことに，1730 年代まではオイラーもエネルギーの次元で力学問題を考察していた．彼は，師ヨハン・ベルヌーイから学んだ「活力」の式を用いていたのである．現代的表現を用いれば，運動方程式 $f = ma$ にあたる $mdv = fdt$ の両辺に v を掛けると，$mvdv = fvdt$ が導かれる．さらに右辺に $dx = vdt$ を代入すると $mvdv = fdx$ となる．両辺を積分すると左辺は「活力」の式になることからわかるように，この式は「活力」の微分表現に当たるものである．この時代のオイラーは，物理的次元でいえばエネルギーすなわち「活力」でもって問題を考えていたことと言うことができよう．彼の方法が大きく変わるのは 1740 年代後半のことであり，運動方程式が力学の基本法則としてすべての議論の中心に置かれるようになる．

このオイラーの力学すなわちニュートン力学はそれまでの力学の方法に比べれば圧

倒的に優れたものだった．そのことは，彼の論文を当時の他の研究者，たとえばダニエル・ベルヌーイやダランベールの論文と比較すると明瞭である．オイラーによって我々は違う時代に連れてこられた印象すら受けるかもしれない．しかしその方法は，ベクトル量を扱う以上，対象となる変数が多くなるという問題を含んでいた．Maltese の主張にならって考えるならば，ラグランジュは，オイラーのニュートン力学が持つ問題点を，スカラー量すなわちエネルギーや仕事の次元で考えることによって乗り越える試みだったと評価することもできるのではないだろうか．以上のような主張が 18 世紀後半の力学の発展を理解する上で，どれだけ有効なのかはまだ明らかではない．しかし Truesdell 以降の研究によって，オイラーまでの歩みがある程度明らかになってきたことを踏まえると，ラグランジュを中心とした 18 世紀の後半から 19 世紀への歩みについて眼を向ける必要があることは間違いないだろう．近年フランスで『ダランベール著作集』（*Oeuvres complètes*, 2002–）の刊行が始まったが，残念ながら力学の主要著作は未刊行である．またラグランジュの『解析力学』の新しい校訂版も望まれよう．そして忘れてならないのは，Grattan-Guinness の指摘している工学力学の伝統と，それに結び付いた静力学の歩みである．とりわけラザール・カルノの力学は，フランス革命後に数理科学の中心地となったエコール・ポリテクニクの科学にも繋がるものである．

18 世紀力学を一つの描像で表すことは無理なのだろう．それは 17 世紀における力学の歩みからもわかることであり，一世紀という時間は一つの描像で表わすには長すぎるのである．18 世紀前半はたしかにベルヌーイ一族とオイラーを中心とするバーゼル学派の時代だったと言えよう．しかしニュートン力学の成立とともに，ラグランジュ力学という新たな力学が登場するのである．ラグランジュ力学の歴史的な位置づけはまだ十分にはなされていないのが現状である．

参考文献

Bos, H. J. M. 1980. Mathematics and rational mechanics. In *The ferment of knowledge*, eds. G. Rousseau and R. Porter, pp. 327–356. Cambridge: Cambridge University Press.

Dugas, René. 1968. *Histoire de la mécanique*. Neuchâtel: Griffon.

Euler, Leonhard. 1750 (pub. in 1752). Decouverte d’un nouveau principe de mecanique. *Mémoires de l’académie des sciences de Berlin* 6: 185–217. In *Leon-*

hardi Euleri Opera omnia, Ser. 2, Vol. 5, 1957, pp. 81–108, Zürich: O. Füssli.

———. 1775 (pub. in 1776). Nova methodus otum corporum rigidorum determinandi. *Novi commentarii academiae scientiarum Petropolitanae* 20: 208–238. In *Leonhardi Euleri Opera omnia*, Ser. 2, Vol. 9, 1968, pp. 99–125, Zürich: O. Füssl.

Grattan-Guinness, Ivor. 1990. The varieties of mechanics by 1800. *Historia Mathematica* 17: 313–338.

Lagrange, Joseph Louis. 1788. *Mechanique analytique*. Paris: La Veuve Desaint.

Maltese, Giulio. 1992. *La storia di f=ma : la seconda legge del moto nel XVIII secolo*. Firenze: Olschki.

———. 1996. *Introduzione alla storia della dinamica nei secoli XVII e XVIII*. Genova: Accademia Ligure di Scienze e Lettere.

———. 2001. *Da f=ma alle leggi cardinali del moto : lo sviluppo della tradizione newtoniana nella meccanica del '700*. Milano: Hoepli.

Truesdell, Clifford. 1954. Rational fluid mechanics, 1657–1765. In *Leonhardi Euleri Opera omnia*, Ser. 2, Vol. 12, pp. IXX–CXXV. Zürich: O. Füssli.

———. 1955. Rational fluid mechanics, 1765–1786. In *Leonhardi Euleri Opera omnia*, Ser. 2, Vol. 13, pp. LXXII–CII. Zürich: O. Füssli.

———. 1960a. A program toward rediscovering the rational mechanics of the age of reason. *Archives for the History of Exact Ideas* 1: 1–36, reprinted in *Essays in the History of Mechanics*, 1968, pp. 85–137, Berlin: Springer.

———. 1960b. The rational mechanics of flexible or elastic bodies 1638–1788. In *Leonhardi Euleri Opera omnia*, Ser. 2, Vol. 11, Sec. 2, pp. 1–435. Zürich: O. Füssli.

Mach, Ernst. [1933]2006 年.『マッハ力学史：古典力学の発展と批判（上，下）』岩野秀明訳．東京：ちくま学芸文庫．［原書：*Die Mechanik in ihrer Entwicklung historisch-kritisch dargestellt*, 9th ed. (Leipzig: Brockhaus, 1933)］