

ヴェイタビ復号による誤り訂正方式の研究

1983年11月

安 田 豊

# ヴィタビ復号による誤り訂正方式の研究

安田 豊

## 内 容 梗 概

本論文は、極めて高い符号化利得を有する誤り訂正方式として知られるたたみ込み符号化／ヴィタビ復号方式について、軟判定復号時のビット誤り率特性、復号の容易な高符号化率符号の具体的構成法とその特性及び1台の装置で符号化率を自由に選択して使用できる軟判定ヴィタビ復号装置の開発とその応用に関する研究結果をとりまとめたものである。

本論文では、先ず、軟判定ヴィタビ復号時のビット誤り率の厳密な理論計算式を導き、それを用いて各種符号のビット誤り率特性を計算することにより、ビット誤り率を最小とするための軟判定しきい値の選び方、符号の符号化率及び拘束長と符号化利得の関係等を明らかにしている。

次いで、ヴィタビ復号の容易なパンクチャド符号化概念に基づく高符号化率符号の一般的構成法を示し、種々のパンクチャド符号の最適構成法とその特性について比較、検討している。そして、符号化率が $7/8$ あるいはそれ以上の高符号化率符号を構成してもかなり高い符号化利得を得ることができることを明らかにし、パンクチャド符号化を行えば、ヴィタビ復号に用いる符号の符号化率に対するハードウェア実現上の制約を解消することができることを述べている。更に、パンクチャド符号化概念に基づいて符号化率が $1/2$ から $16/17$ の範囲で自由に選択できる符号化率可変軟判定ヴィタビ復号装置を開発し、その諸特性を実験により調べることにより、開発装置が所望の特性を有しており、実用上極めて有用であることを示している。また、装置開発に当って不可欠の要因である符号の同期方式についても具体的な検討を行っている。

最後に、ヴィタビ復号の実用システムへの適用について論じ、パンクチャド符号化概念を応用することにより、通信システム全体の設計に柔軟性を持たせることができることを結論している。

# 目 次

第1章 序 論 .....	1
1.1 研究の背景 .....	1
1.2 本研究の目的と概要 .....	7
第2章 ヴィタビ復号法の概要 .....	12
2.1 誤り訂正符号の分類 .....	12
2.2 ヴィタビ復号の基本アルゴリズム .....	14
2.2.1 最尤復号の基本概念 .....	14
2.2.2 ヴィタビ復号法 .....	17
2.3 アルゴリズムの一般的記述 .....	20
2.3.1 無記憶通信路における最尤復号 .....	20
2.3.2 ヴィタビ復号における生き残りパスの選択 .....	21
2.4 ヴィタビ復号器の基本構成 .....	25
2.4.1 演算の近似 .....	25
2.4.2 復号器の基本構成とハードウェア規模 .....	26
2.5 ヴィタビ復号アルゴリズムの他の分野への適用 .....	29
2.5.1 シフトレジスタプロセス .....	29
2.5.2 ヴィタビアルゴリズムの適用例 .....	30
第3章 軟判定ヴィタビ復号の特性 .....	32
3.1 通信チャネルモデルと軟判定復調 .....	32
3.1.1 白色ガウス雑音付加チャネル (AWGNチャネル) .....	32
3.1.2 軟判定ヴィタビ復号 .....	34
3.1.3 2入力/Q出力通信路と出力シンボル生起確率 .....	35
3.2 復号ビット誤り率の理論計算式 .....	38
3.2.1 理論上界式 .....	38

3.2.2	$P_k$ の理論計算式 .....	38
3.2.3	$C_k$ の求め方 .....	44
3.3	最適軟判定しきい値 .....	46
3.3.1	最適しきい値間隔 .....	46
3.3.2	等間隔しきい値の妥当性 .....	50
3.3.3	軟判定レベル数 .....	53
3.4	代表的符号のビット誤り率特性と符号化利得 .....	55
3.4.1	予備的検討 .....	55
3.4.2	状態数 64 の符号の特性 .....	61
3.4.3	符号化率 $1/2$ の符号の特性 .....	64
第 4 章	ヴィタビ復号の容易な高符号化率符号とその特性 .....	70
4.1	高符号化率符号の構成法とヴィタビ復号 .....	70
4.1.1	符号構成手順 .....	70
4.1.2	符号器／ヴィタビ復号器の基本構成 .....	72
4.2	パンクチャド符号化時のビット消去パターン .....	73
4.2.1	復号ビット誤り率の理論上界式 .....	73
4.2.2	消去パターン総数 .....	74
4.2.3	消去パターンによる符号特性の相違 .....	75
4.2.4	パンクチャド符号の構成単位 .....	78
4.2.5	最適消去パターンの選択 .....	79
4.3	代表的なパンクチャド符号の最適消去パターンとその特性 .....	80
4.3.1	状態数 64 の符号から導かれるパンクチャド符号 .....	80
4.3.2	$1/2$ 符号から導かれるパンクチャド符号 .....	83
第 5 章	符号同期方式に対する検討 .....	90
5.1	符号同期の概念と同期情報抽出法 .....	90
5.1.1	符号同期の概念 .....	90
5.1.2	同期情報抽出法 .....	91

5.2	同期情報の分布特性	95
5.2.1	シミュレーションのパラメータ	95
5.2.2	シミュレーション結果	96
5.3	同期特性の評価法と各方式の特性比較	96
5.3.1	同期／非同期状態の判定法	98
5.3.2	同期特性の評価基準	98
5.3.3	各同期方式の特性比較	102
5.4	符号同期方式の総合評価	105
5.4.1	同期情報抽出法	105
5.4.2	同期／非同期判定法	108
第6章	符号化率可変軟判定ヴィタビ復号装置の開発と その諸特性	110
6.1	装置の概要	110
6.1.1	装置構成と主要機能	110
6.1.2	装置各部の構成概要	114
6.2	パンクチャド符号の諸特性	131
6.2.1	検討対象符号とその基本特性の比較	132
6.2.2	打切りバス長と復号ビット誤り率との関係	134
6.2.3	復号BER特性	141
6.2.4	復号後のバースト誤りの性質	142
6.3	その他の諸特性	150
6.3.1	挿入ダミーデータに対するメトリック計算	150
6.3.2	差動符号化適用時のBER特性	154
6.3.3	復号器入力データ系列と復号データ再符号化系列との 相関特性	156
第7章	通信システムへのヴィタビ復号法の適用	160
7.1	代表的な誤り訂正符号の適用例と特性比較	160

7.1.1	通信システムへの適用例	160
7.1.2	符号化利得の比較	162
7.1.3	ハードウェア規模の相対比較	164
7.2	通信システムとの適合性	165
7.2.1	通信チャネルで生じる誤りの性質	166
7.2.2	バーストモード運用システムへの適用	167
7.2.3	復号後のバースト誤り	169
7.3	バンクチャド符号化概念の活用	171
7.3.1	符号化率可変誤り訂正装置の実現とその効用	171
7.3.2	干渉波／妨害波のある通信系への応用	173
7.3.3	伝送ビットスティーリングシステムへの応用	176
第8章	結 論	181
	謝 辞	189
	参考文献	190
	付 録	199
付録1	ヴィタビ復号ビット誤り率の上界式	199
付録2	$C_k$ の計算法	210

# 第1章 序 論

## 1.1 研究の背景

誤り訂正符号に関する研究はここ 20～30 年の間に飛躍的な発展を遂げ、代数理論や情報理論を基礎として数多くの符号が生み出されてきた。一方、誤り訂正符号の実用化は符号そのものの理論研究の進展に比べるとやや遅れた感があるが、計算機のメモリーやデータ通信、深宇宙通信の分野ではかなり以前から誤り訂正符号の適用により情報記憶あるいは情報伝達の高信頼度化が図られてきた。

更に、近年の通信システムのデジタル化に伴って誤り訂正符号の適用分野は急速に拡大しており、また IC/LSI を中心とする半導体技術の進展により、これまで装置化が困難と考えられてきた多くの誤り訂正符号の符号器・復号器の実現が容易となってきたことが誤り訂正符号の実用化の動きに拍車をかけている。特に、最近では、誤り訂正符号を単に情報の信頼性を高めるといった目的に使用するだけでなく、誤り訂正符号適用により得られる符号化利得を最大限に利用して経済的なシステム設計を行おうとする傾向が強まっており、システムの大容量化とサービスの多様化に伴い、誤り訂正符号の果たす役割は益々大きなものになってきている。

さて、このように誤り訂正符号の有用性については既に広く認識されているが、一般に誤り訂正符号を適用する場合、符号器・復号器といった必要ハードウェアの増加の他に、符号化による信号の冗長性の増大という代償を払わなければならない。しかも、符号の誤り訂正能力を高めようとするとこのような代償も大きくなるのが通常であるので、通信システムに適用すべき符号の具体的な選択に当たっては、システム固有の要求条件と制約条件を十分に考慮しなければならない。例えば、衛星通信システムのように衛星電力に制約があり且つ熱雑音、干渉波などの影響を受けやすいシステムにおいては、周波数帯域の制限の範囲内でできるだけ誤り訂正能力の高い即ち能率のよい符号を適用することによって所望の信号品質を得るための所要電力を低減することが、システムの大容量化あるいは経済化を図

るための有効な手段となる。

たたみ込み符号化と組み合わせたヴィタビ復号は多くの誤り訂正符号の中でも極めて高能率な符号化／復号方式としてよく知られており、電力制限の厳しい衛星通信システム等では特に大きな偉力を発揮すると考えられてきた。しかし、その実用システムへの広範な適用に当っては、解決すべき問題もかなり残されていた。例えば、ヴィタビ復号では受信信号を軟判定 (soft decision) 復調して得られたデータをもとに復号を行うとその誤り訂正能力を著しく高めることができるが、このような軟判定復調時のしきい値と誤り率特性との関係が必ずしも明確ではなかった。また、一般にヴィタビ復号器のハードウェアは他の符号のそれと比べるとかなり複雑で、そのため、符号の符号化率の選定や扱っているデータの速度に限界があるとされていた。

本論文は、このような背景に鑑み、ヴィタビ復号の誤り訂正特性を具体的に明らかにし、実用化に当っての制約となっていた種々の問題を解決することを目的としたものである。本論文で扱う研究は以下の4つに大別される。

- (1) 軟判定ヴィタビ復号時の特性に関する理論研究
- (2) ヴィタビ復号の容易な高符号化率符号の構成法とその特性に関する研究
- (3) (2)の研究に基づいて実施した符号化率可変軟判定ヴィタビ復号装置の開発とその諸特性に関する研究
- (4) ヴィタビ復号の実用通信システムへの適用に当って考慮すべき要因と具体的適用法に関する研究

以下、本論文で扱う上記の研究の背景及び位置付けを明確にすることを目的として、ヴィタビ復号に関連する過去の研究の流れを概説する。

誤り訂正符号に関する研究の飛躍的な発展の引き金となったのは、1948年に発表されたShannonの通信理論<sup>1)</sup>である。即ち、Shannonは"情報"という極めて漠然とした概念を数学的に定量化することを試み、情報をデジタル的に伝送する場合に必要な情報源符号化 (source coding)



と、雑音のある通信路を介して信頼度の高い情報伝送を行う場合に必要となる通信路符号化 (channel coding) についての基本定理を発表した。特に後者の定理は "Shannon の第 2 定理" あるいは "通信路符号化定理" とも呼ばれ、雑音のある通信路においても復号後の誤り率を任意に小さくできるような誤り訂正符号が存在すること及びその場合の情報伝送効率に関する限界式が明らかにされた。

Shannon の理論が発表されて以来、多くの研究者が Shannon の限界にできるだけ近い能率のよい誤り訂正符号を見出すための努力を重ね、群論やベクトル空間論等の代数理論に基づいた数多くの誤り訂正符号が発表された。<sup>2), 3)</sup> このような符号は代数符号 (algebraic code) とも呼ばれ、各符号語を代数空間の中に規則的に配置することにより符号を構成することを特徴としている。誤り訂正符号はその復号をいかに簡単に能率よく行えるかが符号の有用性を測る 1 つの重要な尺度となるが、代数理論に基づく符号の復号は、原理的には符号の代数的性質を利用して符号化の逆変換操作を施すことにより規則的に実行できる。しかし、符号に代数的性質を持たせることが符号構成の自由度を制約することにもなり、必ずしも Shannon の限界に近い誤り訂正能力を有する能率のよい符号を構成できるとは限らない。

一方、Shannon の限界に近い特性を得ることだけを目的とする場合には、できるだけ符号語間の距離の大きい符号を構成してその最尤復号 (maximum likelihood decoding) を行うのが最も有効である<sup>4)</sup>。最尤復号とは、受信データ系列に最も近い符号化系列を、全ての符号化系列を対象とした確率計算 (尤度計算) をもとに選び出すという極めて直接的な復号方法である。従って、最尤復号を行う場合、送信データ系列が長くなるにつれて、その復号に要する計算回数が指数関数的に増大し、復号器の構成が事実上不可能になるという問題がある。これに対して、たたみ込み符号に対する最尤復号を現実的な復号が可能な範囲で近似し、最尤復号に近い誤り訂正特性を得る逐次復号法 (sequential decoding) が 1957 年に Wozencraft により提案された。<sup>5)</sup> その後、逐次復号法に対する研究は米

国のM. I. T. (Massachusetts Institute of Technology)を中心に進められ、1963年にはFanoによってより効果的な復号アルゴリズムが提案されるなど<sup>6)</sup>多くの研究成果が発表された。しかし、一般に逐次復号法では復号器で必要な計算回数が符号の伝送速度及び通信路で生じる雑音量の関数となるので、送信データの伝送速度が高い場合あるいは通信路の雑音量が多い場合には効果的な復号を行える復号器の実現が困難となるという本質的な問題がある。従って逐次復号法の適用例としては、現在のところ、情報の伝送速度を低くしてできるだけ信頼度の高い情報伝送を行うことが要求される深宇宙通信への適用<sup>7)</sup>等が知られているに留まっている。

これに対して、たたみ込み符号の繰り返し構造を利用して最尤復号における無駄な計算を極力省き、最尤復号と等価な復号を能率よく行う復号アルゴリズムが1967年にViterbiによって発表された。<sup>8)</sup>これがヴィタビ復号(Viterbi decoding)である。この復号アルゴリズムは逐次復号法とは基本的に異なり原理的には最尤復号そのものとなっていることがその後ForneyやOmuraによって確認された。<sup>9),10)</sup>またForneyは、ヴィタビアルゴリズムがたたみ込み符号の復号だけでなく、位相連続FSK(Frequency Shift Keying)方式の復調や帯域制限チャンネルにおける符号間干渉除去など、マルコフ過程で記述される信号系に広く適用可能な基本アルゴリズムであることを明らかにしている。<sup>11)</sup>

ヴィタビ復号については、その後多くの研究成果が発表されている。特にViterbiは、復号に用いるたたみ込み符号の距離構造を符号生成関数(code generating function)を用いて詳細に解析し、復号ビット誤り率の上界式を含めてヴィタビ復号法の体系化を行っている。<sup>12)</sup>またHellerらは、ヴィタビ復号の衛星通信システムへの適用を目的として種々のたたみ込み符号のヴィタビ復号時の特性を主として計算機シミュレーションにより明らかにし、理論上界特性との比較を行うとともに、ヴィタビ復号器におけるパス打切りの影響を定量的に検討している。<sup>13)</sup>一方、ヴィタビ復号に用いるたたみ込み符号についての研究も進められ、符号化率 $1/2$ 、 $1/3$ 、 $1/4$ のものについてはLarsenにより、また符号化率 $2/3$ 、 $3/4$

のものについては Paaske により、与えられた符号拘束長のもとで最大の自由距離 (free distance) を持つ符号が見出されている。<sup>14), 15)</sup> また、Costello はたたみ込み符号の自由距離の限界に対する検討を行っている。<sup>16)</sup>

ところで、最尤復号において必要となる受信データ系列と各符号化系列との尤度計算は、雑音による受信信号歪み量を忠実に盛り込んだ形でできるだけ精度よく行うのが望ましい。これは逐次復号法やヴィタビ復号法においても同様であるが、実際の通信回線においては受信信号の復調ベースバンド信号 (アナログ量) を何らかの形で量子化して復号器への入力データを生成する必要がある。従って、ベースバンド信号を 0, 1 の 2 値だけでなく、雑音による信号歪みの大きさをも知りうるように多値量子化して復号器への入力データを生成する (これを軟判定復調という) ことが情報の復号誤りを低減する上で極めて効果的となる。<sup>17)</sup> 一般に、軟判定復調時の量子化レベル数やその判定しきい値は復号ビット誤り率の大きさに影響を与えるので、例えばヴィタビ復号法を実用システムに適用する場合、最適な軟判定レベル数やしきい値の選び方を予め知っておく必要がある。しかし、この点については計算機シミュレーションによる検討が行われていたものの、<sup>13)</sup> 多値軟判定時の復号ビット誤り率を厳密に知ることのできる計算式が示されていなかったこともあって、具体的且つ定量的な理論検討は殆んど行われていなかった。また Lee は、通信チャネル容量を最大とする軟判定領域について一般的に論じているが、<sup>18)</sup> 具体的な誤り訂正符号適用時の最適しきい値の選び方にまで立入ったものではなかった。

ヴィタビ復号時の誤り率特性は、同じ条件の復調データを用いた復号を行う場合、拘束長の長い符号を用いるほど改善されるが、ヴィタビ復号器のハードウェア規模は符号拘束長の増加とともに指数関数的に増大するので、ヴィタビ復号用のたたみ込み符号としては拘束長のかなり短いものを用いるのが通常である。また、ヴィタビ復号器のハードウェア規模は用いる符号の符号化率にも依存し、一般に符号化率が高くなると復号に必要な計算回数も指数関数的に増大し、そのハードウェア規模はぼう大なものとなる。Larsen<sup>14)</sup> や Paaske<sup>15)</sup> による最大自由距離を有する符号の検討が

符号化率  $3/4$  以下のものに限られていたのも主としてこの理由のためである。この点に関しては、復号の容易な低符号化率符号の符号化ビットの一部を消去して等価的により高い符号化率の符号を構成すれば、その復号がもとの符号の復号と同様の手順で簡単に実行できることが知られており、<sup>19)</sup> Cainらはこのような符号をパンクチャド符号 (punctured convolutional code) と呼んで符号化率  $1/n$  の符号から導かれる符号率  $2/3$  及び  $3/4$  の符号構成例を示している。<sup>20)</sup> しかし、符号化率が  $3/4$  より高いパンクチャド符号の検討はなされておらず、ヴィタビ復号に用いる符号の符号化率はたかだか  $3/4$  までという符号化率選択上の制約は解消されてはいなかった。

ヴィタビ復号器のハードウェア化の試みは、Viterbiらが中心になって創設した米国のLINKABIT社を中心に進められ、動作速度が10Mbps以下で符号化率  $3/4$  以下の符号に対するヴィタビ復号器は既に商用化もされている。その他のメーカーによるヴィタビ復号器の開発はかなり遅れたが、最近LSI技術をベースとしたヴィタビ復号器の開発結果も発表されている。<sup>21), 22)</sup> また、高速ヴィタビ復号器の開発も試みられており、Acampora<sup>23)</sup> はアナログ信号遅延線を用いたアナログ型のヴィタビ復号器を高速信号用として提案している。更に、米国のNASAが計画している再生中継SS-TDMA衛星通信システム<sup>36)</sup> 用として、並列信号処理による超高速ヴィタビ復号器 (動作速度は数100Mbps) の開発も進められているが、<sup>24), 25)</sup> これらの対象符号はいずれも拘束長の短い  $1/2$  符号に限定されている。

ヴィタビ復号の実用通信システムへの適用については、その復号器の構成が他の代数符号の復号器に比べるとかなり複雑と考えられてきたことや、適用符号の符号化率選択上の制約、高速復号器実現の困難さ等の問題から軍用システムあるいは深宇宙通信システム等を除くとその適用実績は未だ少ない。しかし、LSI技術の進展によりハードウェア構成上の制約が著しく緩和されてきたことから、ヴィタビ復号の種々の通信システムへの適用の機運が急速に高まってきている。例えば、干渉波や妨害波の影響を強く受ける通信システムでは、それによって生じるバースト誤りを適当なビット

トインタリーブ回路でランダム化し、ヴィタビ復号によって能率よく誤りの訂正を行う方式の研究が盛んに進められている。<sup>19), 26)~30)</sup> また、海面反射によるフェージングの影響を受ける海事衛星通信システムへの適用<sup>31)~33)</sup> や、固定衛星通信システム用の低速 SCPC (Single Channel Per Carrier) チャネル、<sup>34)</sup> 中速 TDM (Time Division Multiplexing) チャネル、<sup>35)</sup> 高速 TDMA (Time Division Multiple Access) チャネル<sup>36)</sup> 等への適用の検討もなされている。しかし、これらのシステムで適用対象としている符号は殆んどが符号化率  $1/2$  のもので、帯域制限の厳しい通信システムへのヴィタビ復号の適用は未だ検討されてはいなかった。

## 1.2 本研究の目的と概要

本論文は 8 章より構成されている。各章の目的及び概要は以下の通りである。

先ず第 2 章は、第 3 章以降の研究内容の理解を容易にするため、本研究の主テーマであるヴィタビ復号法の概要を述べたものである。1.1 節でも述べたように、ヴィタビ復号法はたたみ込み符号の復号を能率よく行う復号アルゴリズムとして 1967 年に Viterbi によって提案され、<sup>8)</sup> その後 1971 年に復号法の体系化が行われた。<sup>12)</sup> 第 2 章ではヴィタビ復号法の性質と位置付けを示し、復号アルゴリズムの特徴、復号器の構成法及びヴィタビアルゴリズムの他の分野への応用等について概説している。即ち、先ず 2.1 節で代表的な誤り訂正符号の分類を行い、多くの誤り訂正符号の中でのヴィタビ復号の位置付けを明確にしている。2.2 節では、簡単な符号を例にとってヴィタビ復号の基本アルゴリズムについて述べ、2.3 節では復号アルゴリズムの一般的な記述を行っている。2.4 節ではヴィタビ復号器の基本構成を示し、復号器構成上留意すべき点及びそのハードウェア規模について述べている。2.5 節では、ヴィタビ復号アルゴリズムが誤り訂正符号だけでなく他の分野にも広く適用可能であることを述べその適用例を紹介している。

第 3 章は、軟判定ヴィタビ復号に関わる諸特性を具体的に明らかにする

ことを目的として行われた研究である。<sup>37)~42)</sup> Viterbi の導いた復号ビット誤り率の上界式<sup>8), 12)</sup> は、アナログの受信ベースバンド信号の振巾をもとに各符号化系列の尤度計算を行う理想的な軟判定復号及び 0, 1 の 2 値硬判定復調データを用いる硬判定復号に対するものであり、実際的な多値軟判定復号を行う場合の厳密な上界式は示されていなかった。それ故、軟判定時のレベル数及びそのしきい値と復号ビット誤り率の関係は計算機シミュレーション等により調べられていた。また、軟判定しきい値は等間隔に選ぶのが一般とされていたが、不等間隔とした場合の復号ビット誤り率との比較が定量的に行われた例はなかった。更に、種々のたたみ込み符号の復号ビット誤り率特性を、符号の符号化率と拘束長との関係から統一的に且つ定量的に論じた例はなかった。

そこで第 3 章では、多値軟判定復号時のビット誤り率を厳密な形で求めるための計算式を導出し、最適軟判定しきい値の選び方について検討するとともに、軟判定ヴィタビ復号時の諸特性を定量的に明らかにしている。先ず 3.1 節では、多値軟判定復調を行う通信チャネルのモデル化を行っている。次いで 3.2 節では、そのような通信チャネルにおける復号ビット誤り率の厳密な理論計算式を導いている。3.3 節では、3.2 節で導いた理論計算式を用いて軟判定レベル数及びしきい値と復号ビット誤り率との関係を示し、最適しきい値の選び方について論じている。3.4 節では、代表的なたたみ込み符号の復号ビット誤り率特性を計算し、符号の符号化率及び拘束長と符号化利得の関係を定量的に明らかにしている。

第 4 章の研究は、ヴィタビ復号の容易な高符号化率パンクチャド符号の構成とそのビット誤り率特性に関するものである。<sup>43)~46)</sup> 1.1 節で述べたように、符号化率が  $3/4$  より高い高符号化率符号の検討はこれまで殆んど行われていなかった。そこで第 4 章では Cain らによって示されたパンクチャド符号の概念<sup>20)</sup> を一般化し、その符号化/復号手順について検討するとともに、高符号化率パンクチャド符号の具体的構成法とそのビット誤り率特性を明らかにしている。先ず 4.1 節では、任意の符号化率のたたみ込み符号を原符号として、より高い符号化率の符号を任意に構成するための

一般化されたパンクチャド符号化／復号手順と符号器・復号器の基本構成を示している。また4.2節では、パンクチャド符号化における最適なビット消去パターンの選択手順について述べている。4.3節では、代表的なパンクチャド符号の最適消去パターンを明らかにし、軟判定復号時のビット誤り率特性及び符号化利得について比較、検討している。

第5章の研究は、ヴィタビ復号装置の実現に当って不可欠となる符号同期方式に関するものである。<sup>47)</sup> 一般に、誤り訂正方式を実用システムに適用する場合、受信側に必要な符号同期をいかにしてとるかが重要な問題となるが、ヴィタビ復号における符号同期の問題についてはこれまで具体的に論じられたことが殆んどなかった。そこで、第6章で述べるヴィタビ復号装置の開発に先立って、パンクチャド符号を含めたヴィタビ復号の符号同期方式とその特性について基本的な検討を行い、各種同期方式の評価を行っている。先ず5.1節では、符号同期の基本概念とその必要性について述べるとともに、ヴィタビ復号において符号同期をとるために有効な同期情報抽出法について検討している。5.2節では、拘束長7の1/2符号とそれから導かれる7/8パンクチャド符号を例にとり、5.1節で検討した5種類の同期情報の同期状態と非同期状態における分布特性を計算機シミュレーションにより明らかにしている。5.3節では、同期情報をもとに符号の同期／非同期の判定を行うための同期判定法と、符号同期特性の評価基準について検討し、各種同期方式の特性を比較している。5.4節では、同期回路の構成の容易さも含めて符号同期方式の総合評価を行い、開発装置における具体的な同期方式選択に当っての指針を与えている。

第6章の研究は、第4章で研究したパンクチャド符号の概念をベースとする符号化率可変軟判定ヴィタビ復号装置の開発とその諸特性に関するものである。<sup>48)~50)</sup> 1.1節でも述べたように、これまで開発されたヴィタビ復号器は拘束長の短い1/2符号用のものが殆んどであり、符号化率が3/4より高い符号に対するヴィタビ復号器の開発例は未だなかった。しかし、帯域制限の厳しい通信系にもヴィタビ復号の適用を可能とするためには、高符号化率符号のヴィタビ復号器の実現が不可欠であり、そのためには第

4章で理論的検討を行ったパンクチャド符号化概念に基づくヴィタビ復号器を開発して、その諸特性を実験的に確認しておくことが是非とも必要であった。そこで、能率のよい符号として知られる拘束長7の1/2符号を原符号とするパンクチャド符号構成に基づいて、符号化率が1/2~16/17の範囲で自由に設定できる符号化率可変軟判定ヴィタビ復号装置の開発を行った。本装置はこれまでハードウェア化が困難とされていた高符号化率符号のヴィタビ復号器として利用できるだけでなく、1台の装置で適用符号の符号化率を自由に選択して使用できるという大きな特徴を有している。また本装置は、第5章での検討結果に基づいて選択した符号同期方式による自己同期機能を有している。

第6章では、上記のような特徴を有する開発装置の構成概要を示し、それにより実験可能なパンクチャド符号の諸特性について検討している。先ず、6.1節では開発装置の基本構成と主要機能について述べ、装置各部の構成及び動作について説明を行っている。6.2節では、拘束長7の1/2符号とそれから導かれる種々のパンクチャド符号の復号時の必要打ち切りパス長、ビット誤り率特性、復号後のバースト誤りの性質等の諸特性について、開発装置を用いたハードウェア実験と理論検討の両面から明らかにしている。また6.3節では、開発装置で実験可能なその他の諸特性（パンクチャド符号の復号法、差動符号化適用時の特性、復号器入力データ系列と復号データ再符号化系列との相関特性等）について検討している。

第7章では、ヴィタビ復号の実用通信システムへの具体的適用法及びパンクチャド符号化概念の積極的利用法について論じている。<sup>41), 50)~52)</sup> 即ち、7.1節では代表的な誤り訂正符号の通信システムへの適用例について述べ、各符号の符号化利得及びハードウェア規模の比較を行っている。次に7.2節では、ヴィタビ復号を通信システムに適用する場合に留意すべき点について、特に通信システムとの適合性の面から検討している。7.3節では、本研究の主テーマであるパンクチャド符号化概念の積極的利用法について考察し、パンクチャド符号が通信システムの設計に柔軟性を持たせる上で極めて有用であることを述べている。



第 8 章は本論文の結論であり、本研究によって得られた主要な結果を要約している。

## 第 2 章 ヴィタビ復号法の概要

ヴィタビ復号法は、たたみ込み符号の最尤復号を能率よく行うアルゴリズムとして 1967 年に A.J.Viterbi により発表された<sup>8)</sup>。本章では、以後の各章の理解を容易にするため、ヴィタビ復号の性質、アルゴリズムの特徴、ヴィタビ復号器の基本構成等について概説する。

まず、2.1 節において代表的な誤り訂正符号の分類を示し、多くの誤り訂正符号の中におけるヴィタビ復号の位置付けを明確にする。2.2 節では簡単な符号を例にとって、ヴィタビ復号の基本アルゴリズムについて述べる。2.3 節では、2.2 節の内容を一般化し、復号アルゴリズムの一般的記述を行っている。2.4 節ではヴィタビ復号器の基本構成を示し、復号器構成上留意すべき点及びそのハードウェア規模について述べる。最後に 2.5 節では、ヴィタビ復号アルゴリズムが誤り訂正符号だけでなく、他の分野にも広く適用可能であることを述べ、その適用例を紹介する。

### 2.1 誤り訂正符号の分類

誤り訂正符号は、雑音のある通信路において情報をできるだけ正確に伝送することを目的として使用される。誤り訂正符号を適用した通信系モデルを図 2.1 に示す。伝送すべきデータ系列は誤り訂正符号器に入力され、入力データに一定の約束で冗長性が付加された符号化データが通信路に送り出される。通信路雑音の影響を受けた受信データは、誤り訂正復号器により復号され、伝送誤りの影響が除かれた復号データがとり出される。また計算機等で使用されるメモリーを雑音のある通信路の 1 つと見なして、正確な情報の記憶、読み出しのために誤り訂正符号を用いることも多い。

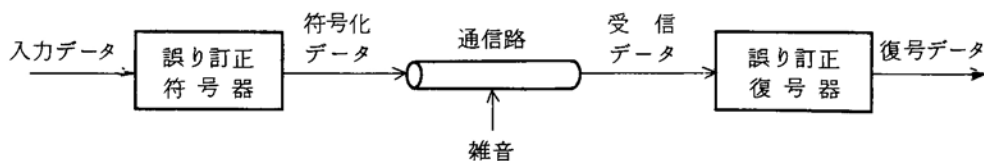
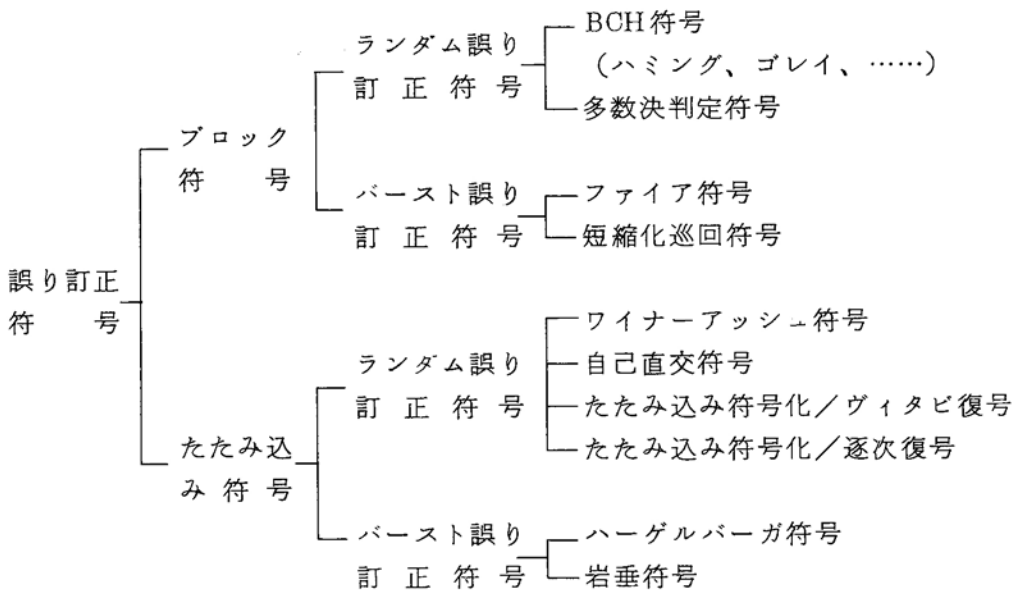


図 2.1 誤り訂正符号を適用した通信系モデル

Shannon によって能率のよい誤り訂正符号の存在が指摘されて以来<sup>1)</sup>

これまでに多くの符号が見出されたが、その中で一般に広く知られている代表的な誤り訂正符号を分類、整理すると表 2.1 のようになる。即ち、誤り訂正符号はその構成法から大きく 2 つに分類される。1 つは、伝送したいデータ系列を一定の長さのブロックに区切り、そのブロック毎に独立に符号化及び復号を行う "ブロック符号" であり、他の 1 つは、連続する一定個数のデータブロックをもとに各符号化ブロックを鎖状に構成していく "たたみ込み符号" である。更に各々の符号は、訂正できる誤りの性質から、ランダムな誤りの訂正に適した "ランダム誤り訂正符号" と、バースト状に発生する誤りの訂正に適した "バースト誤り訂正符号" に分類される。表 2.1 から明らかなように、たたみ込み符号と組み合わせるヴィタビ復号は、ランダム誤りの訂正に適した符号の 1 つとして位置づけることができる。表 2.1 に示す符号のうち、ヴィタビ復号と逐次復号を除く符号は全て、符号の持つ代数的構造を利用して復号を行うことを特徴としており、"代数符号" とも呼ばれている。これに対して、ヴィタビ復号及び逐次復号は最尤復号またはそれに近い復号を行うため、用いる符号に特別な代数的構造を要求しないという特徴がある。

表 2.1 代表的な誤り訂正符号の分類



実際の通信システムに適用すべき誤り訂正符号の選択は、通信システムで生じる誤りの性質やシステム個々の要求条件、制約条件を十分に勘案して行われなければならない。例えば衛星通信システムにおいては、干渉波や妨害波の影響が小さい場合にはガウス状の熱雑音により典型的なランダム誤りが発生することが知られており、ランダム誤り訂正符号の適用が効果的である。<sup>53)</sup> ヴィタビ復号法は、数多くのランダム誤り訂正符号の中でも特に誤り訂正能力の高い方式としてよく知られており、軟判定復調と組み合わせて用いることにより極めて高い符号化利得が期待できる。

## 2.2 ヴィタビ復号の基本アルゴリズム

ヴィタビ復号法は、たたみ込み符号に対する最尤復号を、符号の繰り返し構造を利用して必要最小限の計算回数で能率よく実行することを可能とするアルゴリズムである。以下、図 2.2 に示すような符号器で構成される 2 元たたみ込み符号を例にとって、そのヴィタビ復号の基本アルゴリズムについて述べる。<sup>4)</sup>

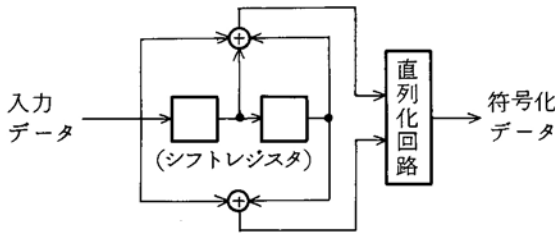


図 2.2 対象とするたたみ込み符号器  
(符号化率  $1/2$ 、拘束長  $K = 3$ )

### 2.2.1 最尤復号の基本概念

図 2.2 のたたみ込み符号器では、原データが 1 ビットずつシフトレジスタに入力され、1 ビットのデータが入力される毎に、その時点でシフトレジスタに蓄えられていた 2 ビットのデータとその入力データをもとに 2 ビットの符号化データが生成される。従って、この符号の符号化

率は $1/2$ となる。また、たたみ込み符号において、各符号化ビットの生成に關与する符号器入力データの長さは符号拘束長（ $K$ と表わす）と呼ばれ、ここで対象としている符号の拘束長 $K$ は $3$ となる。図 2.2 の符号器で構成される符号は、図 2.3 のような樹枝状符号（tree code）として表現することができる。即ち、符号器の各レジスタの初期状態を $0$ と仮定し、入力データ（ $0$ または $1$ ）が $0$ であれば上の枝（実線）が、 $1$ であれば下の枝（点線）がそれぞれ派生すると考えると、各枝に対応する $2$ ビットの符号器出力データは図 2.3 に示すような値をとる。また、各枝に付せられたラベル $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\gamma$ 、 $\delta$ は、最新の $2$ ビットの入力データパターンに対応するレジスタ内部状態（ $00, 10, 01, 11$ ）<sup>注)</sup>をそれぞれ示している。

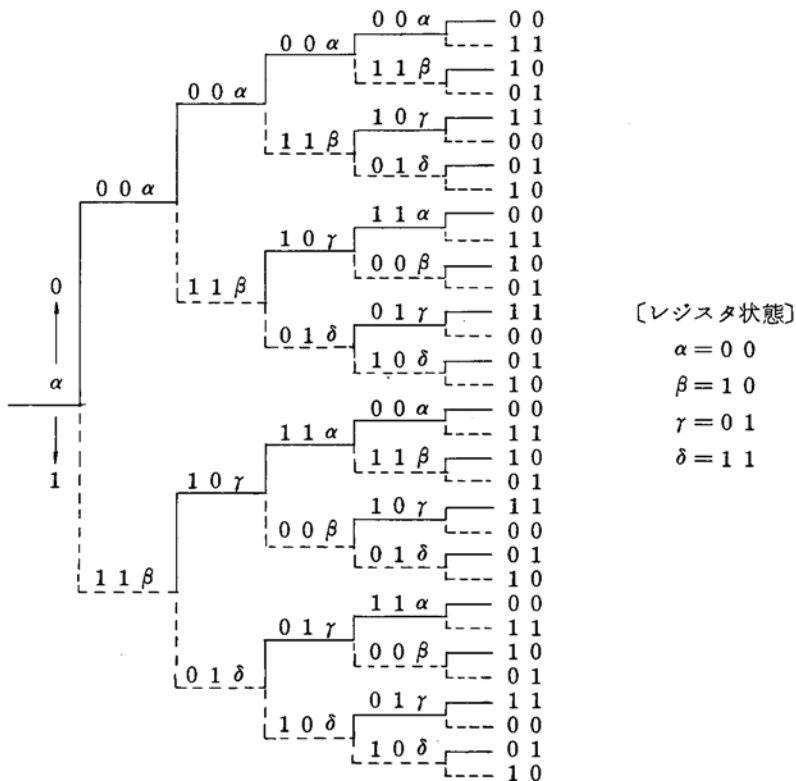


図 2.3 図 2.2 の符号器で生成される樹枝状符号

注) 新しい入力データを左側に記述。

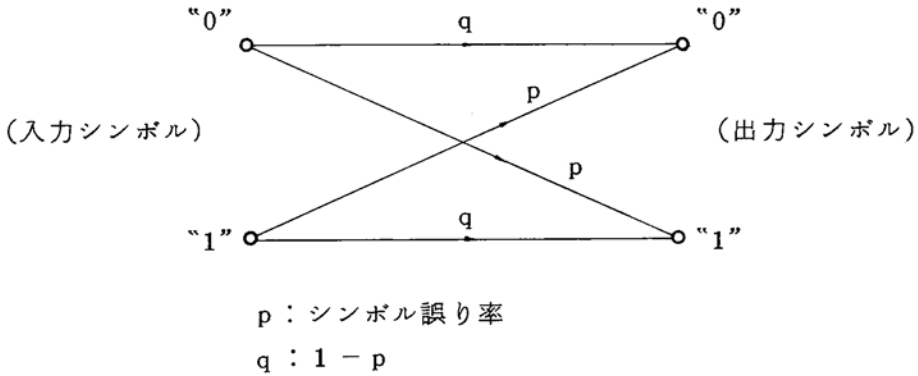


図 2.4 2元対称通信路

さて、図 2.2 の符号器で生成された符号化データ系列が、図 2.4 に示すような雑音のある 2 元対称通信路 (BSC: Binary Symmetric Channel) を通過して受信されることを想定する。この時、最初の  $m$  コの入力データに対する符号化データが受信されたとすると、送信符号化系列として可能なパターンの数、即ち図 2.3 で  $m$  番目の枝が派生した時点における樹枝状符号の総数は  $2^m$  となる。最尤復号法とは、実際の受信データ系列とこれらの可能な全ての符号化系列の各々との距離 (BSC ではハミング距離 (Hamming distance) となる) を計算し、その中で距離最小となる符号化系列を最も確からしい送信符号化系列として選択してそれに対応する符号器入力データ系列を復号データ系列として出力する復号法をいう。例えば、シフトレジスタの初期状態を  $\alpha (= 00)$  と仮定し、符号器入力データ系列の最初の 3 ビットが 110 であったとすると、対応する符号化系列は 11 01 01 となる。この符号化系列を伝送中に 1 番目と 4 番目のビットが誤ったとすると、受信データ系列は 01 00 01 となる。この受信データ系列をもとに最尤復号を行う時の手順について考えてみる。この場合、8 つの可能な符号器入力データ系列に対する符号化系列、その各々と受信データ系列とのハミング距離及び 3 番目のデータ入力後の符号器レジスタ内部状態は表 2.2 のようになる。この例においては、受信データ系列との距離が最小 (2) となる符号化系列は

3通りあり、この時点では最も確からしいパスを1つだけ選ぶことができないが、<sup>注)</sup> 実際には、以後に続くデータ系列を全て受信した時点で、受信データ系列との距離が最小となるパスが1つ選択される。

表 2.2 受信データ系列とのハミング距離の例

符号器入力 データ系列	符号化系列	受信データ系列* とのハミング距離	第4番目の節点で の状態
(000)	00 00 00	2	$\alpha$ (= 00)
(100)	11 10 11	3	$\alpha$
(001)	00 00 11	2	$\beta$ (= 10)
(101)	11 10 00	3	$\beta$
(010)	00 11 10	5	$\gamma$ (= 01)
(110)	11 01 01	2	$\gamma$
(011)	00 11 01	3	$\delta$ (= 11)
(111)	11 01 10	4	$\delta$

(\* 010001)

### 2.2.2 ヴィタビ復号法

最尤復号を2.2.1で述べたような手順によりそのまま実行しようとすると、送信データ系列が長くなるにつれて対象とすべき符号化系列の数も指数関数的に増大し、それらの全てに対して受信データ系列との距離を逐一計算して最尤符号化系列を定めるような復号器の実現は事実上不可能となる。これに対してヴィタビ復号では、たたみ込み符号の繰り返し構造を利用して最尤符号化系列選択に必要な計算回数を最小に押えることができる。

例えば図2.3に示した樹枝状符号は、" $\alpha$ "をラベルされた枝からは必

注) 伝送ビット誤りがなければ、受信データ系列との距離が0となる符号化系列が1つだけ存在する。

ず  $\alpha$  または  $\beta$  が派生し、 $\beta$  からは  $\gamma$  または  $\delta$  が、 $\gamma$  からは  $\alpha$  または  $\beta$  が、 $\delta$  からは  $\gamma$  または  $\delta$  が派生する" という性質を有している。しかも各枝の前後の状態を定めれば、その枝に対する符号化ビットは一意に決定される。即ち、 $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\gamma$ 、 $\delta$  の各状態間の状態遷移と対応する出力符号化ビットの関係は図 2.5 の状態遷移図で表わされる。たみ込み符号の持つこのような性質に着目すると、図 2.3 の樹枝状符号は、図 2.6 のような格子状表現 (trellis diagram) で示すことができる。図 2.6 では各データ入力時点における 4 つのレジスタ内部状態 ( $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\gamma$ 、 $\delta$ ) の各々に対して、入力データが 0 であれば実線、1 であれば点線で記された枝を経由して新しい状態に移行する様子が示されている。また、各枝の上に記された 2 ビットのデータはその時点の符号器出力データである。

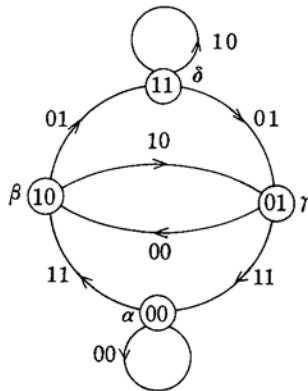


図 2.5 1/2 符号 ( $K=3$ ) の状態遷移図

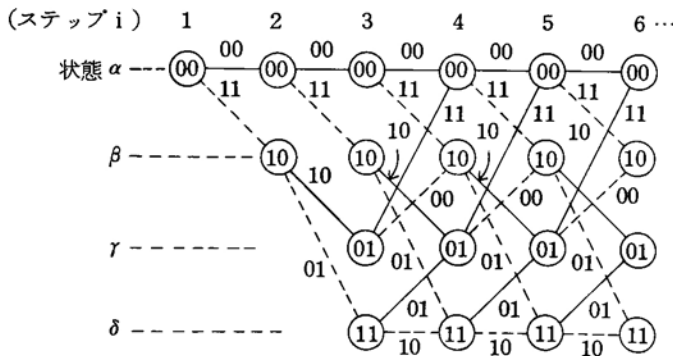


図 2.6 1/2 符号 ( $K=3$ ) の格子状表現 (trellis diagram)



図 2.6 のような格子状表現を用いると、第 3 番目の枝以降は各状態間を結ぶ枝の構造が単純な繰り返しにより表現されることがわかる。各符号化系列は、図 2.6 の各枝を結ぶパスに 1 対 1 に対応している。各ステップ  $i$  ( $=1, 2, 3, \dots$ ) において  $\alpha, \beta, \gamma, \delta$  の各状態のそれぞれに合流する枝は 2 つあるが、ヴィタビ復号においてはこの中からその時点までの受信データ系列との距離が小さい方のパスを各状態毎に生き残りパス (survivor) として選択し、それ以外のパスは以後の検討の対象から除外する。(このような操作を行っても最尤符号化系列の選択には何ら支障を与えない。) 例えば、表 2.2 の例に示した受信データ系列 (01 00 01) の場合、 $i=4$  における各状態の生き残りパスに対応する符号化系列は、次のようになる。

(状態)	[受信データ系列 (01 00 01) との距離]
$\alpha_4$ : 00 00 00	………… (2)
$\beta_4$ : 00 00 11	………… (2)
$\gamma_4$ : 11 01 01	………… (2)
$\delta_4$ : 00 11 01	………… (3)

ヴィタビ復号においては、送信データ系列が長くなってもこのような生き残りパスの選択操作を繰り返し実行することにより、検討対象とする符号化系列数の増大を防ぐことができる。例えば第 4 番目の枝に対する受信データが 11 であったとする。この時、 $i=5$  における状態  $\alpha_5$  に合流する 2 つの枝のうち、 $\alpha_4$  からの枝に対する符号化データ (00) との距離は 2、 $\gamma_4$  からの枝に対する符号化データ (11) との距離は 0 となる。 $\alpha_4$  と  $\gamma_4$  における生き残りパスの 3 番目の枝までの受信データとの距離はともに 2 であるから、 $\alpha_5$  へ合流する 2 つのパスと 4 番目の枝までの受信データとの合計距離は、 $\alpha_4$  を経由するパスが  $2 + 2 = 4$ 、 $\gamma_4$  を経由するパスが  $2 + 0 = 2$  となり後者の方が小さい。従って、 $\alpha_5$  においては、 $\gamma_4$  における生き残りパスに  $\gamma_4$  から  $\alpha_5$  への枝を加えたパスが新たな生き残りパスとして選択される。同様にして、 $i=5$  における各状態の生き残りパスが次のように選択される。

[状態]            [受信データ系列 (01 00 01 11) との距離]

$$\alpha_5 : 11 01 01 11 \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\beta_5 : 00 00 00 11 \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\gamma_5 : 00 00 11 10 \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$\delta_5 : 00 00 11 01 \quad \dots\dots\dots (3)$$

以後、 $i = 6$ 以降の各状態に対しても上記と同様の手順で生き残りパスを定めることができる。なお、1つの状態に合流する2つのパスと受信データ系列との距離が同じ場合には "コインを投げる" ことにより、即ち確率  $1/2$  でいずれかのパスを選択すればよい。

このような手順を繰り返しながら各ステップ  $i$  ( $=1, 2, 3 \dots\dots$ ) における生き残りパスを定めていけば、全てのデータが受信された時点で、各状態の生き残りパスのうちから受信データ系列との距離が最小であるようなパスを最尤パスとして選択することにより、最尤復号と全く等価な復号が実行できる。また、最後のデータ入力後の符号器のシフトレジスタの最終状態が予めわかっている場合には、その状態に対する生き残りパスを最尤パスとして選択することができる。例えば、符号器入力データ系列の末尾に必ず "00" というダミーデータを付加することを約束しておけば、全てのデータを受信し終わった時点で状態  $\alpha (=00)$  における生き残りパスを最尤パスとして選択すればよい。

## 2.3 アルゴリズムの一般的記述<sup>4), 11)</sup>

### 2.3.1 無記憶通信路における最尤復号

2.2節では2元対称通信路 (BSC) を想定して、ヴィタビ復号法の基本アルゴリズムについて述べた。ここではそれを一般化して、図 2.7 に示すような無記憶通信路 (memoryless channel)<sup>注)</sup> を介した通信系におけるヴィタビ復号アルゴリズムの一般的記述について述べる。

---

注) ある時点の出力シンボルの生起確率がそれに対する入力シンボルにのみ依存するような通信路をいう。

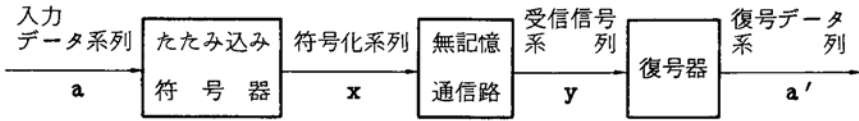


図 2.7 無記憶通信路を介した通信系モデル

符号器への入力データ系列を  $\mathbf{a} = (a_1, a_2, \dots, a_j, \dots)$ 、符号化系列を  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_j, \dots)$ 、受信信号系列を  $\mathbf{y} = (y_1, y_2, \dots, y_j, \dots)$  とする。符号の格子状表現における  $l$  番目のパスに対応する符号化系列  $\mathbf{x}^l$  が送信されて  $\mathbf{y}$  が受信される確率  $P(\mathbf{y}/\mathbf{x}^l)$  は、無記憶通信路の性質により次のような積の形で書き表わされる。

$$P(\mathbf{y}/\mathbf{x}^l) = \prod_j P(y_j/x_j^l) \quad (2.1)$$

上記の確率は  $\mathbf{y}$  を受信した時に  $\mathbf{x}^l$  が送信されたと考えることので確からしさ、即ち尤度 (likelihood) に相当する。式 (2.1) の積の形を和に直すために両辺の対数を取り、 $M^l = \log P(\mathbf{y}/\mathbf{x}^l)$  とおくと

$$M^l = \sum_j \log P(y_j/x_j^l) \triangleq \sum_j m_j^l \quad (2.2)$$

となる。最尤復号では、特定の受信系列  $\mathbf{y}$  に対して  $P(\mathbf{y}/\mathbf{x}^l)$  を最大にするような符号化系列  $\mathbf{x}^l$  を求めればよいが、これは  $M^l$  を最大にする  $\mathbf{x}^l$  を求めることと等価である。<sup>注)</sup>この  $M^l$  は  $l$  番目のパスに対する "パスメトリック (path metric)" と呼ばれる。また  $m_j^l (= \log P(y_j/x_j^l))$  は、 $l$  番目のパスの  $j$  番目の符号化シンボルに対する "シンボルメトリック (symbol metric)" と呼ばれる。

### 2.3.2 ヴィタビ復号における生き残りパスの選択

0, 1 の 2 元データ (binary data) に対する符号化率  $1/n$  のたたみ

---

注)  $-M_l$  が、受信信号系列と  $l$  番目のパスとの "距離" に対応する量となる。

込み符号器を例にとって、そのレジスタ状態の遷移プロセスについて考えてみる。一般に、符号化ステップ  $i$  におけるレジスタ状態からステップ  $(i + 1)$  におけるレジスタ状態への遷移プロセスは図 2.8 に示すようなセルの集合として表わされる。例えば、図 2.6 に示した符号化率  $1/2$  の符号（拘束長  $K = 3$ ）の格子状表現では、3 番目の枝以降の状態遷移プロセスが、図 2.9 に示す 2 つのセルの集合として表わされている。

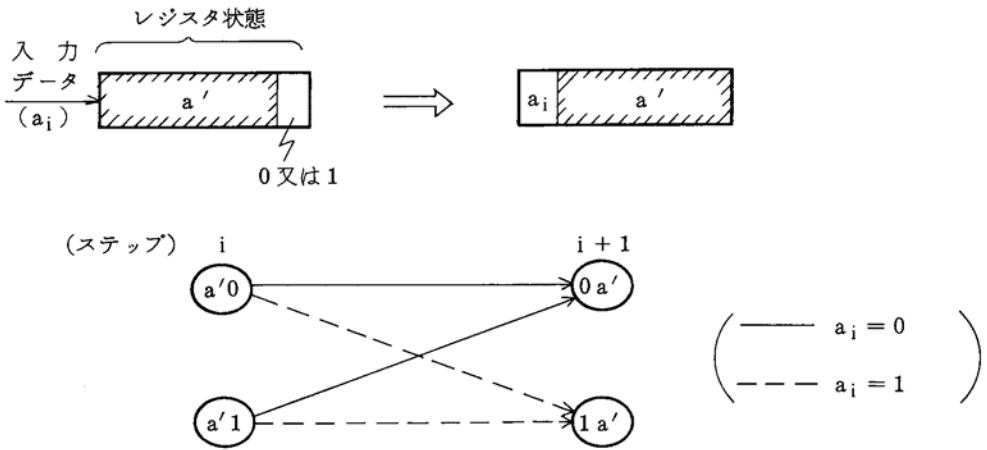


図 2.8 符号化率  $1/n$  の符号のレジスタ状態基本遷移プロセス (セル)

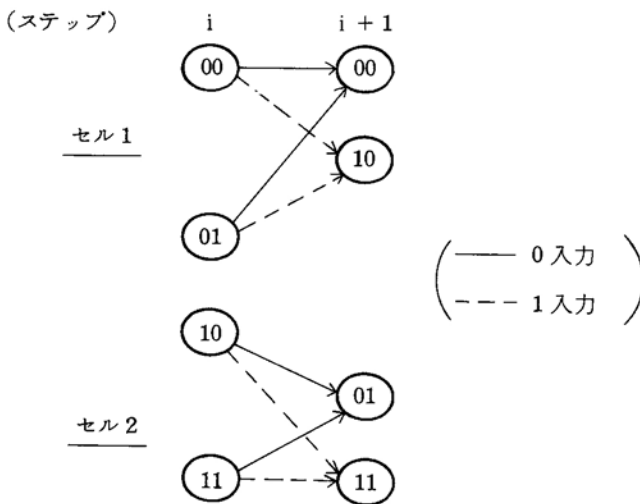


図 2.9  $1/2$  符号 ( $K=3$ ) の状態遷移プロセスの例

ヴィタビ復号においては、各復号ステップ毎に、それまでの受信データと各符号化系列とのパスメトリックをもとに、各状態の生き残りパスを選択しなければならない。このためには、図 2.8 に示すような各セルの枝に対応する符号化データと実際の受信データとの相関をもとに各枝のメトリック（これを“枝メトリック (branch metric)”という）を先ず計算しておく必要がある。図 2.8 の例では、状態  $S_i(a'0$  または  $a'1)$  から状態  $S_{i+1}(0a'$  または  $1a')$  への枝に対する枝メトリック  $\lambda(S_{i+1}, S_i)$  は、各枝の  $n$  ビットの符号化データの各々に対するシンボルメトリックの和として求められる。復号ステップ  $(i+1)$  における状態  $0a'$  及び  $1a'$  の生き残りパスのパスメトリック  $M_{i+1}(S_{i+1})$  は、この  $\lambda(S_{i+1}, S_i)$  と、ステップ  $i$  における状態  $a'0$  及び  $a'1$  の生き残りパスのパスメトリック  $M_i(S_i)$  をもとに、次のようにして計算される。（これをパスメトリックの更新という。）

$$\begin{aligned}
 M_{i+1}(0a') = \max \{ & M_i(a'0) + \lambda(0a', a'0), \\
 & M_i(a'1) + \lambda(0a', a'1) \}
 \end{aligned} \tag{2.3}$$

$$\begin{aligned}
 M_{i+1}(1a') = \max \{ & M_i(a'0) + \lambda(1a', a'0), \\
 & M_i(a'1) + \lambda(1a', a'1) \}
 \end{aligned} \tag{2.4}$$

式 (2.3) 及び式 (2.4) をもとに計算される新しい生き残りパスのパスメトリック  $M_{i+1}(S_{i+1})$  は、次の復号ステップ  $(i+2)$  における生き残りパス選択のために用いられる。

一方、このパスメトリックの更新と同時に、各状態の新しい生き残りパスに対応する符号器入力データ系列（図 2.7 の  $\mathbf{a} = a_1, a_2, \dots$ ）に相当）がパスメモリーと呼ばれるメモリー  $A_{i+1}(S_{i+1})$  に記憶される（これをパスメモリーの更新という）。このデータ系列は各状態に対する生き残りパスが最尤パスとして選択された場合の復号データ系列となる。このパスメモリーの更新は復号ステップ  $i$  における各状態のパスメモリー  $A_i(S_i)$  をもとに次の手順で実行される。

$$A_{i+1}(0a') = \{A_i(S_i), 0\} \quad (2.5)$$

$$A_{i+1}(1a') = \{A_i(S_i), 1\} \quad (2.6)$$

但し、式(2.5)及び式(2.6)の $S_i$ は、式(2.3)及び式(2.4)の右辺に示すバスメトリックの比較操作により選択された各生き残りバスの復号ステップ $i$ における状態を指す。

各状態の生き残りバス選択に伴う上述のようなバスメトリック及びバスメモリーの更新操作はACS (Add-Compare-Select) 操作<sup>11)</sup>と呼ばれる。1つのセルに対するACS操作の基本フローを図2.10に示す。ヴィタビ復号における各復号ステップでは、図2.8に示すような構造を持つ各セルに対してこのACS操作を施すことにより、全ての状態に対する生き残りバスの選択とバスメトリック及びバスメモリーの更新が完了する。

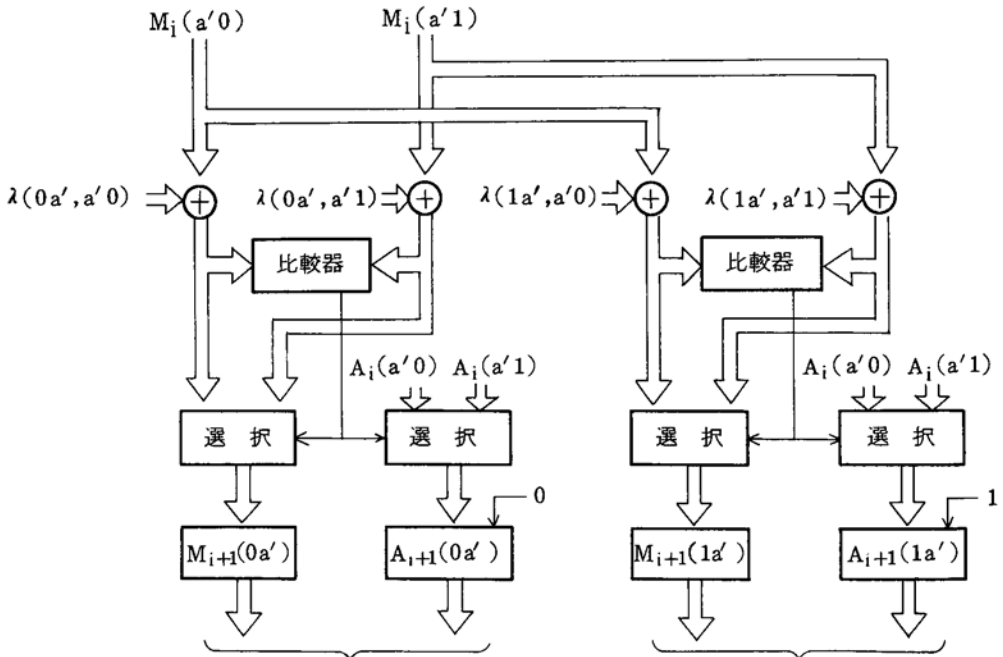


図 2.10 ヴィタビ復号における ACS 操作の基本フロー

以上は、符号化率  $1/n$  の符号に対する生き残りパス選択プロセスの説明であったが、一般に符号化率  $k_0/n_0$  ( $k_0 \geq 2$ ) の符号のヴィタビ復号も同様の手順で実行できる。但し、1つの状態から派生する枝の数及び1つの状態に合流する枝の数は  $2^{k_0}$  となり、ACS操作による各状態の生き残りパス選択のためには  $2^{k_0}$  コのパスの中から最大のパスメトリックを持つパスを1つ選択する必要があるので、 $k_0$  が大きくなるとそのACS操作は極めて複雑となる。(図 2.11 に符号化率  $2/3$  の符号に対する基本セルの構造を示す。)

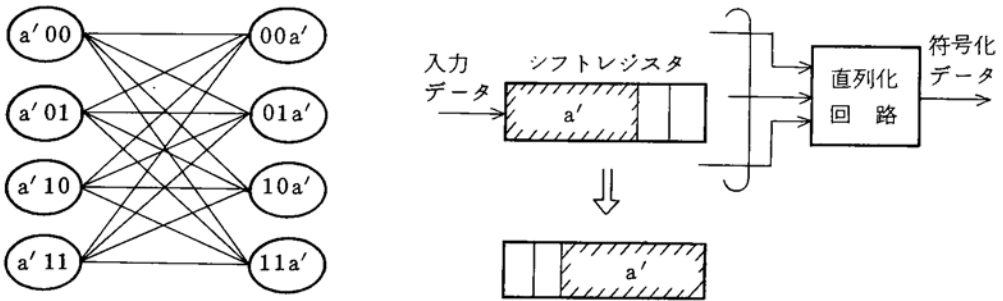


図 2.11  $2/3$  符号に対する基本セルの例

## 2.4 ヴィタビ復号器の基本構成

### 2.4.1 演算の近似

実際にヴィタビ復号器を構成する場合には、これまでに述べた復号アルゴリズムに従う演算の一部を近似する必要がある。

その第一は、式 (2.2) に含まれるシンボルメトリック  $m_j^l$  の計算である。即ち、 $m_j^l$  は、ある符号シンボル  $x_j^l$  を送信した時に信号  $y_j$  が受信される確率を式 (2.7) のように対数で表示したものである。

$$m_j^l = \log P(y_j / x_j^l) \quad (2.7)$$

従って、一般に  $m_j^l$  はアナログ量となり、その和として求められる枝メトリック及びパスメトリックもアナログ量となるが、実際のヴィタビ復

号器でそのようなアナログ量の演算をそのまま実行しようとする、そのための回路が極めて複雑となる。従って、式(2.7)のシンボルメトリックは整数値に量子化して簡単なデジタル回路により、枝メトリック、バスメトリックの計算を行うのが通常である。しかも、その量子化レベル数は、軟判定データあるいはシンボルメトリック表現に必要なビット数との関係から2のべき乗に選ばれることが多い。これが先ず第一の近似である。

第二の近似は、バスメモリーの打ち切りである。即ち、2.3.2で述べたACS操作では、受信データが全て復号器に入力された時点で、各状態の生き残りパスの中から最尤パスを1つ選択し、対応するバスメモリーの内容(符号器入力データ系列 $\mathbf{a}$ が記憶されている)を復号データとして出力することを想定している。しかしこの場合、送信データが長くなると、復号器のバスメモリーに蓄積すべきデータ系列のビット数及び復号遅延時間の増大が問題となる。従って、実際のヴィタビ復号器ではバスメモリーの長さを一定値(打ち切りパス長と呼ぶ)で打ち切り、各復号ステップにおいて、その時点で最大のバスメトリックを有する生き残りパスに対応するバスメモリーの、打ち切りパス長分だけさかのぼった時点のデータを順次復号データとして出力するという方法が用いられる。このようなパス打ち切りが復号ビット誤り率に与える影響については、第6章(6.2.2)で詳しく検討を行う。

#### 2.4.2 復号器の基本構成とハードウェア規模

ヴィタビ復号器の基本構成ブロック図を図2.12に示す。ヴィタビ復号器の基本ユニットは大きく分けて次の3つとなる。

- ① 1符号ブロック(符号化率 $k_0/n_0$ の符号では $n_0$ ビット)分の受信データをもとに、トレリス上の各枝に対する枝メトリックを計算する回路
- ② ①で計算された枝メトリックと、前復号ステップにおける各状態の生き残りパスのバスメトリックをもとにACS操作により新しい生き



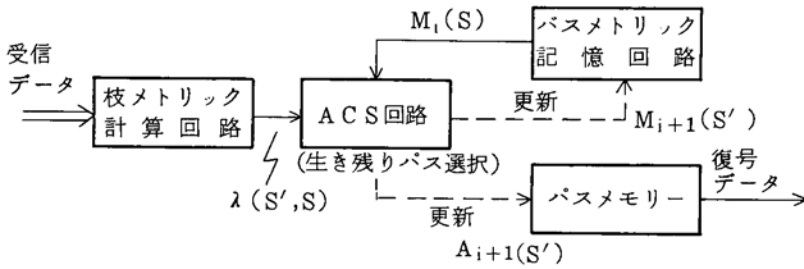


図 2.12 ヴィタビ復号器の基本構成ブロック図

残りパスを選択する回路

- ③ 各状態の新しい生き残りパスに対するバスマトリックと符号器入力データ系列  $\mathbf{a}$  を記憶するメモリー回路

符号化率  $k_0/n_0$  の符号の復号を行う場合、各復号ステップでは  $n_0$  ビット毎の受信データが枝メトリック計算回路に入力され、ACS 回路により生き残りパスが選択されてバスマトリックメモリー及びバスマモリーの内容が更新されたのち、打切りパス長分だけさかのぼった時点の  $k_0$  ビットの復号データがバスマモリーから出力される。この操作が繰り返されることにより受信データの復号が継続される。

ここで、上記各ユニットのハードウェア規模について考えてみる。①の枝メトリック計算回路は、受信信号の量子化ビット数によってそのハードウェア規模が若干異なる。しかし、基本的には ROM (Read Only Memory) 等を用いて各受信データに対するシンボルメトリックを求め、 $n$  コのシンボルメトリックの加算により、図 2.8 に示したようなセルの各枝に対する枝メトリックを計算すればよいので、必要ハードウェアはごくわずかと考えてよい。

②の "ACS 回路" は、ヴィタビ復号器の心臓部ともいえるべき部分で、用いる符号の構造により、また処理する信号のビットレートにより、そのハードウェア規模がかなり異なってくる。例えば、拘束長が  $K$  (ビット) で符号化率  $k_0/n_0$  の 2 元符号の復号を考える。符号化及び復号は各符号ブロックを単位として行われるので、符号の拘束ブロック長  $K'$

( $=K/k_0$ )<sup>注)</sup> によって符号の全状態数  $N_s$  を表現すると、

$$N_s = 2^{k_0(K'-1)} \quad (2.8)$$

となり、各セル単位で実行される ACS 操作の必要回数  $N_A$  は、

$$N_A = 2^{k_0(K'-2)} \quad (2.9)$$

となる。一方、各 ACS 操作の複雑さは、符号の符号化率によって大きく異なる。即ち、 $k_0/n_0$  符号では、1つの状態に合流する  $2^{k_0}$  本のパスの中から1つの生き残りパスを選択する、という操作が必要となるので、一般に、符号化率が高くなるにつれて ACS 操作が急激に複雑化する。

また、各復号ステップで必要となる  $N_A$  回の ACS 操作は、1つの ACS 回路を時分割で使用して行う方法と、複数個の ACS 回路を用意して並列処理で行う方法が考えられる。一般に前者では高速動作が要求され、一方後者では必要 IC 数の増大を招くので、その選択はデータのビットレート（伝送速度）とのかね合いで決められるべきものである。いずれにしても ACS 回路での必要ハードウェア規模は、符号の符号化率が高くなる ( $k_0$  が大きくなる) ほど、また同じ符号化率の符号では、符号拘束長  $K$  ( $K'$ ) が長くなるほど指数関数的に増大すると考えてよい。③のメモリー部分のハードウェア規模は、主としてバスメモリーに必要なメモリー容量に依存する。即ち、バスメモリーは  $N_s$  個の各状態に対して打切りパス長 ( $T_c$ ) 相当分のデータを記憶する必要があるので、その必要ビット容量  $M_B$  は、

$$M_B = (k_0 \times T_c) \times N_s \quad (2.10)$$

となり、符号の状態数及び必要打切りパス長に比例して増大する。

一方、バスメトリック記憶に必要なメモリー容量は、バスメトリック

---

注) この符号拘束ブロック数  $K'$  を単に符号拘束長と呼ぶ場合もあるが、本論文では、符号拘束長  $K$  は、1つの符号化ビットの生成に関するビット長（シフトレジスタの段数）として定義する。（符号化率  $1/n$  の符号では  $K$  と  $K'$  は等しくなる。）

の規格化（6.1.2 参照）により、各状態のメトリックに対して一定ビット数以下のメモリーで十分となり、打切りパス長には関係しない。

## 2.5 ヴィタビ復号アルゴリズムの他の分野への適用

以上、たたみ込み符号に対するヴィタビ復号アルゴリズムについて述べてきたが、ヴィタビアルゴリズムは誤り訂正以外の分野にも広く適用することができる。<sup>11)</sup> 本節では、ヴィタビ復号アルゴリズムの他の分野への適用について述べる。

### 2.5.1 シフトレジスタプロセス

ヴィタビ復号に用いるたたみ込み符号の拘束ブロック長を  $K'$  とするとその符号器は一般に、 $(K' - 1)$  段のシフトレジスタとレジスタの内部状態及び新しい入力データとをもとに一定の変換法則で符号化データを決定する回路とを組み合わせで構成される（図 2.13 参照）。この符号化データ決定回路は、図 2.2 の例にも見られるように、通常、排他論理和（Exclusive-OR）回路を介した結線で構成される。

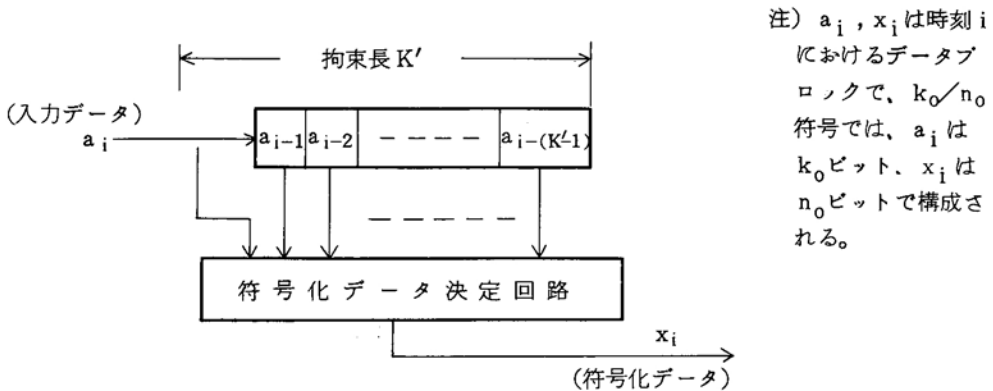


図 2.13 たたみ込み符号器の基本構成（シフトレジスタモデル）

図 2.13 に示すようなプロセスは「シフトレジスタプロセス」とも呼ばれ、各時点の符号化ビットの生成に参与するレジスタ内部状態の状態遷移が、確率過程でいうマルコフ過程で記述されるところに特徴がある。

ここでマルコフ過程とは、「時刻  $i$  までの "状態" から、時刻  $(i + 1)$  の "状態" を予測するとき、時刻  $i$  における "状態" のデータのみが予測に有効で、それ以前のどんな詳しいデータも予測に関して無効である」ような確率過程をいう。即ち、シフトレジスタプロセスにおいては、時刻  $i$  までのシフトレジスタの内部状態  $S_0, S_1, \dots, S_i$  から時刻  $(i + 1)$  における内部状態  $S_{i+1}$  への遷移確率は、

$$P(S_{i+1}/S_0, S_1, \dots, S_i) = P(S_{i+1}/S_i) \quad (2.11)$$

となり、時刻  $(i - 1)$  以前の状態に関係なく時刻  $i$  の状態から一意に定まる。

ヴィタビ復号アルゴリズムは、たみ込み符号の復号だけでなくシフトレジスタプロセスと同様のマルコフ過程で記述されるような現象に広く適用可能であることが知られている。<sup>11)</sup>

## 2.5.2 ヴィタビアルゴリズムの適用例

ヴィタビアルゴリズムを変調方式の復調に適用する場合の代表例としては、位相連続FSK(CPFASK: Continuous Phase Frequency Shift Keying) 方式への適用が挙げられる。CPFASK方式とは、デジタル変調方式の1つであるFSK方式において、各タイムスロットの信号の初期位相を前タイムスロットの信号の最終位相と一致させ、信号の位相連続性を保つことによって非線形伝送路に強い変調方式を実現しようとする方式である。<sup>注)</sup> 信号の初期位相の選択の仕方によっては、通常のデジタル変調方式(例えばPSK方式)よりも信号間の距離を増すことができ、それに伴って誤り率特性の改善が期待できることが知られている。<sup>54)</sup> しかし、一般に信号間距離を大きくしようとするとき信号の初期位相の状態数が増し、それに伴って復調アルゴリズムが複雑となって復調器の構成が困難となるという欠点がある。

---

注) 最も簡単なCPFASK方式としてはMSK(Minimum Shift Keying)方式がよく知られている。

これに対して、CPFSK方式の復調にヴィタビアルゴリズムを適用して復調器の簡単化を図る研究がなされている。<sup>55)~57)</sup>これは、CPFSK方式においては、現タイムスロットにおける送信データが前タイムスロットまでの一定数の信号位相状態と現タイムスロットにおける送信データとによって決定されるため、その変調プロセスそのものがマルコフ過程で記述される、という性質に着目してヴィタビアルゴリズムを適用するものである。

ヴィタビアルゴリズムの適用例としては、上記の他に、一般に帯域制限された通信システムで問題となる符号間干渉 (intersymbol interference) の影響や、非線形伝送路等で生じる信号歪みの影響を効果的に除去するための最尤信号検出 (maximum likelihood signal detection) 方式への適用<sup>58)</sup>等が特によく知られている。但し、この場合、その適用の意味は若干異なる。即ち、誤り訂正符号やCPFSK方式では、送信信号そのものを意図的にマルコフ過程によって生成し、受信側でヴィタビアルゴリズムを適用することによって誤り率特性の改善を目指すことを特徴としている。これに対して、符号間干渉系や非線形信号伝送系では、そこで生じる信号歪みの発生プロセスをマルコフ過程で近似し、信号歪み成分をヴィタビアルゴリズムの適用により効果的に取り除いて、本来の伝送信号が有すべき誤り率特性からの特性劣化を最小限に押えることを目指している。

### 第3章 軟判定ヴィタビ復号の特性

第2章では、2元対称通信路（BSC）及び一般的な無記憶通信路を例にとり、ヴィタビ復号法の概要について説明を行った。本章ではガウス雑音の加わる実際の通信チャネルを対象とし、軟判定ヴィタビ復号を行う場合のビット誤り率特性について詳細な検討を行う。

先ず3.1節では多値軟判定復調を行う通信チャネルのモデル化を行う。次いで3.2節ではそのような通信チャネルにおける軟判定ヴィタビ復号ビット誤り率の厳密な理論計算式を導く。3.3節では、3.2節で導いた理論計算式を用いて軟判定レベル数及びしきい値と復号ビット誤り率の関係を示し、復号ビット誤り率を最小とする最適しきい値の選び方について論じる。最後に3.4節では、3.3節での検討結果を踏まえ、代表的なたたみ込み符号の復号ビット誤り率を計算し、符号化率及び拘束長と符号化利得の関係を定量的に明らかにする。

#### 3.1 通信チャネルモデルと軟判定復調

##### 3.1.1 白色ガウス雑音付加チャネル（AWGNチャネル）

典型的な通信チャネルモデルとして、2相もしくは4相PSK（Phase Shift Keying）変調方式を適用した通信系に白色ガウス雑音（White Gaussian noise）が加わる図3.1のような通信チャネルモデルを想定する。但し、PSK復調器では受信信号の同期検波（coherent detection）を行うことを前提とし、符号間干渉は生じないと仮定する。このよ

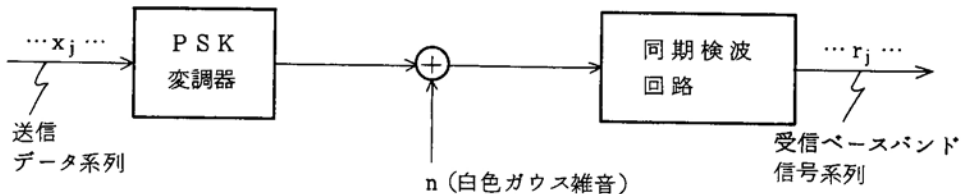


図3.1 白色ガウス雑音付加（AWGN）チャネル

うな通信チャネルモデルは、2.3.1で述べた無記憶通信路となっており AWGN (Additive White Gaussian Noise) チャネルとも呼ばれる。<sup>12)</sup> 衛星通信チャネルはその典型例として挙げられる。<sup>注)</sup>

このような通信チャネルモデルにおいて、送信1シンボル当りのエネルギーを  $E_s$ 、ガウス雑音の片側電力密度を  $N_0$  とすると、 $j$  番目の送信シンボル  $x_j$  に対する受信信号同期検波後のベースバンド信号レベル  $r_j$  は、次式で表わされる。但し、符号化後のデータを0,1の2値とし、データ0に対しては  $x_j = -1$ 、データ1に対しては  $x_j = 1$  と仮定している (図3.2参照)。

$$r_j = \sqrt{E_s} x_j + n \quad (3.1)$$

(但し、 $x_j = \pm 1$ 、 $n$  は平均値0で分散  $N_0/2$  のランダム変数)

従って、シンボル  $x_j$  を送信して  $r_j$  が受信される確率  $P(r_j/x_j)$  は、平均値  $\sqrt{E_s} x_j$ 、分散  $N_0/2$  のガウス雑音の確率密度関数より次式で与えられる。

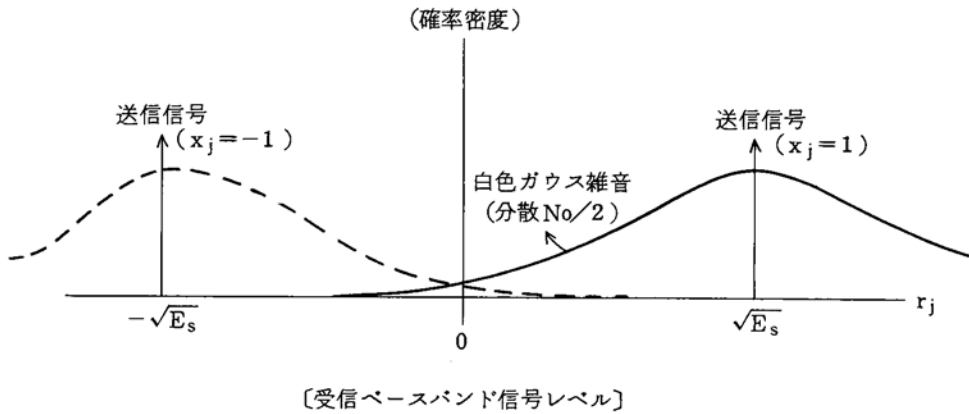


図 3.2 送受信ベースバンド信号レベルの関係

注) PSK方式以外の変調方式でも、基本的には以後の議論がそのまま適用できる。

$$P(r_j/x_j) = \frac{\exp[-(r_j - \sqrt{E_s} x_j)^2 / N_0]}{\sqrt{\pi N_0}} \quad (3.2)$$

ヴィタビ復号器において、この受信信号レベル $r_j$  (アナログ値となる) をそのままシンボルメトリックの計算に用いることができると仮定すると、 $l$  番目のパスの  $j$  番目の送信シンボル  $x_j^l$  に対するシンボルメトリック  $\tilde{m}_j^l$  は、式 (2.7) より

$$\begin{aligned} \tilde{m}_j^l &= \log_e P(r_j/x_j^l) \\ &= - (r_j - \sqrt{E_s} x_j^l)^2 / N_0 - \log \sqrt{\pi N_0} \\ &= C r_j x_j^l - D \end{aligned} \quad (3.3)$$

$$\left( \text{但し、 } C = \frac{2\sqrt{E_s}}{N_0}, D = \frac{E_s + r_j^2}{N_0} + \log \sqrt{\pi N_0} \right)$$

となる。式 (3.3) において  $C$  は定数、 $D$  は受信信号レベル  $r_j$  にのみ依存し送信シンボル  $x_j^l$  に依存しない値である。従って、符号の格子状表現におけるトレリス (trellis) 上の各パス (各符号化系列に対応) のパスメトリックの大小の比較においては、式 (3.3) の  $r_j x_j^l$  の大きさのみが影響を与えることになる。即ち、アナログ値の受信信号  $r_j$  をそのままメトリック計算に用いる場合には、 $l$  番目のパスのパスメトリック  $M^l$  は、

$$M^l = \sum_j r_j x_j^l \quad (3.4)$$

として計算すればよく、ヴィタビ復号においては、式 (3.4) の  $M^l$  を最大とするようなパスを最尤パスとして選択すればよい。

### 3.1.2 軟判定ヴィタビ復号

前節では受信ベースバンド信号  $r_j$  から直接シンボルメトリックを計算する場合のヴィタビ復号について述べたが、実際の通信チャンネルでは、通常、受信信号  $r_j$  を何らかの形で量子化し、その量子化データをもとに



ヴィタビ復号のメトリック計算を行う。このような受信信号  $r_j$  の量子化操作は復調器で行われ、 $r_j$  の極性のみに着目して 0,1 の 2 値に量子化する方法を硬判定復調 (hard decision) と呼ぶ。一般の通信チャンネルはこのような硬判定復調を行うのが普通で、この場合の通信路は 2.2.1 で述べた BSC チャンネルにモデル化される。これに対して、雑音の影響を受けた受信信号  $r_j$  を単に 0,1 の 2 値に判定するだけでなく、その判定データの“確からしさ”を表わす情報をも付加した形で多値量子化する復調法を軟判定復調 (soft decision) と呼ぶ。このような軟判定データをもとにメトリック計算を行ってもその復号アルゴリズム自体は不変で、その復号器のハードウェア規模は硬判定データを用いるヴィタビ復号器と殆んど変わらない、という特徴がある。

上記の点を考慮して、実際のヴィタビ復号器は軟判定データを用いた復号 (軟判定ヴィタビ復号) を行うことを前提として構成することが多い。

### 3.1.3 2 入力/Q 出力通信路と出力シンボル生起確率

図 3.1 に示した AWGN チャンネルにおいて軟判定復調を行う同期検波 PSK 復調器の基本構成例を図 3.3 に示す。PSK 復調後のベースバンド信号のレベルは、予め定められた軟判定しきい値  $b_i$  ( $i = 1, 2, \dots, Q-1$ ) によって  $Q$  コの軟判定領域に分割される (図 3.4 参照)。PSK 復調器では、各サンプリング時点の受信信号レベル  $r$  がどの軟判定領域に属するかを判定してその領域に対応する軟判定データ  $y_i$  を復調データとして出

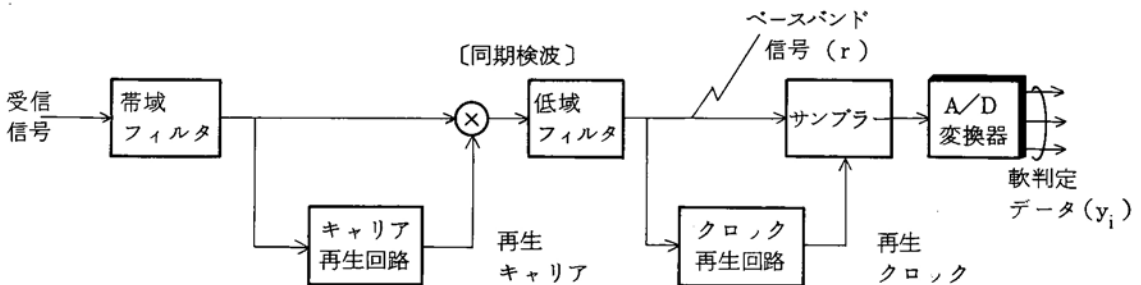


図 3.3 軟判定 PSK 復調器の基本構成

力する。このような受信ベースバンド信号から軟判定データへの変換は A/D (アナログ/ディジタル) 変換器により容易に実行できる。

図 3.3 に示したような軟判定復調を行う通信チャネルは、0, 1 の入力データの各々に対して  $y_1$  から  $y_Q$  までの軟判定データのいずれかが出力されることになる。このような通信チャネルは、2 入力/Q 出力無記憶通信路 (binary input/Q-ary output discrete memoryless channel) と呼ばれる。特に、軟判定しきい値が、図 3.4 に示すように  $r = 0$  を含み且つ  $r$  の正領域と負領域で対称である場合には  $Q$  は偶数となり、 $x = 1$  という入力シンボルに対して  $y_i$  が出力される確率 ( $P_i$ ) と  $x = 0$  という入力シンボルに対して  $y_{Q+1-i}$  が出力される確率が等しくなる (図 3.5 参照)。ここでは、このような通信路を 2 入力/Q 出力対称通信路と呼ぶ。

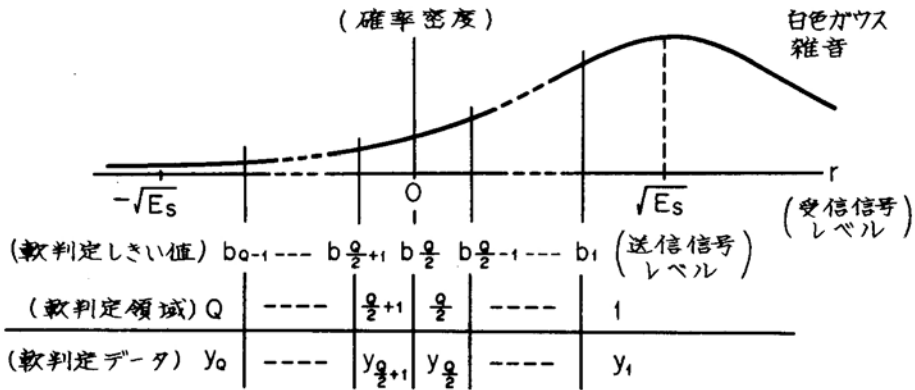


図 3.4 Q 値軟判定領域と軟判定データ

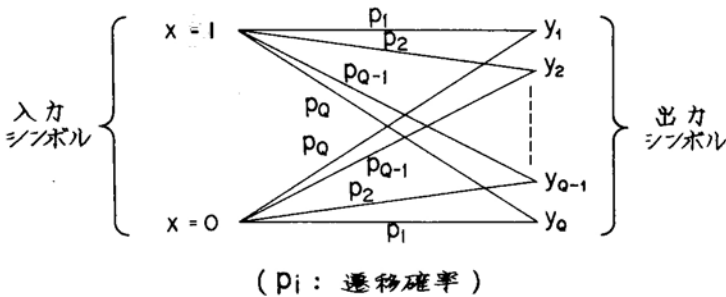


図 3.5 2 入力/Q 出力対称通信路

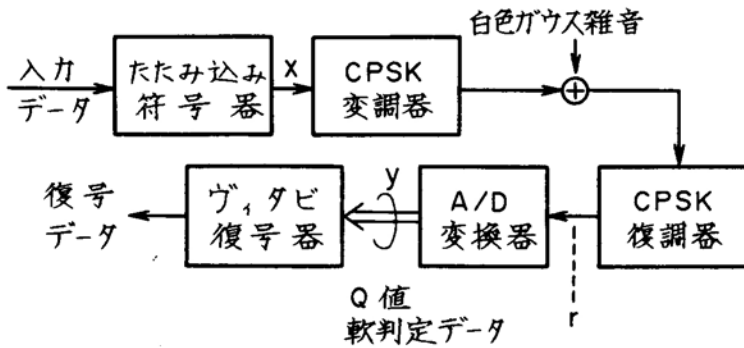


図 3.6 ヴィタビ復号を適用した通信系モデル

ここで図 3.6 に示すようなヴィタビ復号を適用した通信系モデルを考える。符号化データ  $x$  を入力して軟判定データ  $y$  を出力する通信路は、2 入力 /  $Q$  出力対称通信路と仮定する。この時、入力データが  $x ( = 0, 1 )$  である時に出力データが  $y ( = y_1, y_2, \dots, y_Q )$  である条件付確率  $P_r(y/x)$  は、送信データが 1 である時に受信ベースバンド信号  $r$  が図 3.4 の各軟判定領域  $i ( = 1, 2, \dots, Q )$  に含まれる確率  $P(i)$  を用いて次のように書き表わされる。

$$P_r(y = y_i / x = 1) = P_r(y = y_{Q+1-i} / x = 0) = P(i) \quad (3.5)$$

$$(i = 1, 2, \dots, Q)$$

送信 1 シンボル当りのエネルギーを  $E_s$ , ガウス雑音の分散を  $N_0/2$  とすると、式 (3.5) の確率  $P(i)$  は次式により求められる。

$$P(i) = \frac{1}{\sqrt{N_0 \pi}} \int_{b_i}^{b_{i-1}} \exp \left\{ -\frac{(r - \sqrt{E_s})^2}{N_0} \right\} dr \quad (3.6)$$

$$(i = 1, 2, \dots, Q)$$

但し、式 (3.6) において、 $\{b_i\}$  は図 3.4 に示す軟判定しきい値 ( $b_0 = +\infty, b_Q = -\infty$  とする) である。以後、式 (3.6) で与えられる確率  $P(i)$  を“領域確率”と呼ぶ。

## 3.2 復号ビット誤り率の理論計算式

### 3.2.1 理論上界式

情報ビット数 $k_0$ に対して $n_0$ ビットの符号化ビットが生成される符号化率 $k_0/n_0$ のたたみ込み符号（以下、符号化率 $k_0/n_0$ のたたみ込み符号を $k_0/n_0$ 符号と表現する）を用いてヴィタビ復号を行う時、その復号ビット誤り率 $P_B$ の厳密な上界式は、<sup>注)</sup>Viterbi<sup>12)</sup>により次式で与えられている。（〔付録1〕参照）

$$P_B \leq \frac{1}{k_0} \sum_{k=d}^{\infty} C_k P_k \quad (3.7)$$

ここで $d$ は用いる符号の最小距離、 $C_k$ は正しいパスからのハミング距離が $k$ であるような全てのパスに含まれる誤りビットの総数で符号の距離構造から一意に定まる定数である。また $P_k$ は、ヴィタビ復号の過程において正しいパスからの距離が $k$ であるパスの1つが誤って選択される確率である。

従って、式(3.7)の $P_k$ 及び各符号の $C_k$  ( $k=d, d+1, \dots$ )の値が与えられればヴィタビ復号時のビット誤り率特性を理論的に求めることができる。以下、 $P_k$ 及び $C_k$ の計算方法について述べる。

### 3.2.2 $P_k$ の理論計算式

ここでは、実際的な2入力/Q出力対称通信路における $P_k$ の理論計算式の導出を行う。

特定の受信データ系列に対する正しいパスのパスメトリックを $M$ とし、このパスからの距離が $k$ である任意の誤ったパスのパスメトリックを $M^*$ とする。この時、ヴィタビ復号過程（2.3節参照）でこの誤ったパスが正しいパスのかわりに選択される確率 $P_k$ は、

---

注)  $E_s/N_0$  (送信1シンボル当りのエネルギー対雑音電力密度比)がある程度大きければ、真のビット誤り率にほぼ一致することが知られている。

$$P_k = \Pr \{ M^* > M \} + \frac{1}{2} \Pr \{ M^* = M \} \quad (3.8)$$

で与えられる。

パスメトリック  $M$  (又は  $M^*$ ) は、式 (2.2) に示したように、そのパスを形成する全ての枝に含まれる符号化シンボルに対するシンボルメトリック  $m_j$  (又は  $m_j^*$ ) の和として求められる。更に、正しいパスと、着目する誤ったパスとの距離が  $k$  であることを考慮すると、 $m_j^*$  と  $m_j$  は特定の  $k$  コの  $j$  に対する値のみが異なり、他は等しくなる。従って、 $m_j^*$  と  $m_j$  の値が異なる  $j$  区のみ着目し、それらに  $1, 2, \dots, k$  と番号を付けると、式 (3.8) は次のように書き直される。

$$P_k = \Pr \left\{ \sum_{j=1}^k (m_j^* - m_j) > 0 \right\} + \frac{1}{2} \Pr \left\{ \sum_{j=1}^k (m_j^* - m_j) = 0 \right\} \quad (3.9)$$

2入力/ $Q$ 出力通信路の出力軟判定データをもとにヴィタビ復号を行う場合、そのシンボルメトリック  $m$  は通常、 $0, 1, \dots, Q-1$  の整数値で与えられる。<sup>13)</sup>これをメトリックの整数値量子化<sup>注)</sup>という。従ってここでは、図 3.4 の各軟判定領域に属する受信信号に対して、符号シンボル  $x = 0$  及び  $1$  に対応するシンボルメトリックを表 3.1 に示すような関係で与える場合の  $P_k$  の求め方について検討する。

表 3.1 ヴィタビ復号器におけるシンボルメトリックの与え方 (整数値量子化)

軟判定 符号領域 $i$ シンボル	$Q$	$Q-1$	$\dots$	$\frac{Q}{2}+1$	$\frac{Q}{2}$	$\dots$	$2$	$1$
$x = 1$	$0$	$1$	$\dots$	$\frac{Q}{2}-1$	$\frac{Q}{2}$	$\dots$	$Q-2$	$Q-1$
$x = 0$	$Q-1$	$Q-2$	$\dots$	$\frac{Q}{2}$	$\frac{Q}{2}-1$	$\dots$	$1$	$0$

注) 量子化レベル数  $Q$  は、軟判定データあるいはシンボルメトリック表現に必要なビット数との関係から、 $2$  のべき乗に選ばれることが多い。

まず、以下の計算を容易とするため表 3.1 で与えられる各シンボルメトリック  $m$  に対して、次のような線形変換を行う。(変換後のシンボルメトリックを表 3.2 に示す。)

$$m \equiv 2m - (Q-1) \quad (3.10)$$

表 3.2 変換後のシンボルメトリック

軟判定 符号 シンボル	領域 Q	領域 Q-1	領域 ---	領域 $\frac{Q}{2}+1$	領域 $\frac{Q}{2}$	領域 ---	領域 2	領域 1
x=1	$-(Q-1)$	$-(Q-3)$	---	-1	1	---	Q-3	Q-1
x=0	Q-1	Q-3	---	1	-1	---	$-(Q-3)$	$-(Q-1)$

ヴィタビ復号における生き残りパス、あるいは最尤パスの選択においては各パスメトリック  $M$  の相対的な大小関係のみが問題となるので、このようなシンボルメトリックの変換は復号時のパス選択特性に何ら影響を与えない。表 3.2 で与えられる各軟判定領域  $i$  に対するシンボルメトリック  $m(i)$  は次式のように書き表わされる。

$$\left\{ \begin{array}{l} x=1 \text{ に対して、 } m(i) = (Q+1) - 2i \quad (3.11) \\ x=0 \text{ に対して、 } m(i) = -(Q+1) + 2i \quad (3.12) \end{array} \right.$$

ここで、正しいパスとして送信符号化シンボル  $x$  が常に 1 であるパスを仮定する。ヴィタビ復号に用いられるたたみ込み符号は線形符号であるので、このように仮定しても一般性は失われぬ。この時、正しいパスからの距離が  $k$  である誤ったパスには  $x=0$  なる符号シンボルが  $k$  個含まれることになる。即ち、式 (3.9) の  $m_j$  は  $x=1$  に対するシンボルメトリック、 $m_j^*$  は  $x=0$  に対するシンボルメトリックとなる。ここで  $i_j$  を、番号  $j$  に対応する受信ベースバンド信号  $r_j$  が含まれる軟判定領域番号  $i$  とする。この時、式 (3.11) 及び式 (3.12) の関係を考慮すると、式 (3.13) で示される  $I(i_j)$  を用いて式 (3.9) の  $m_j$  及び  $m_j^*$  を書き表

わすことができる。

$$I(i_j) = (Q+1) - 2i_j \quad (3.13)$$

即ち、式(3.9)の $P_k$ は次式で書き表わされる。

$$\begin{aligned} P_k &= \Pr \left\{ \sum_{j=1}^k (-2 \times I(i_j)) > 0 \right\} + \frac{1}{2} \Pr \left\{ \sum_{j=1}^k (-2 \times I(i_j)) = 0 \right\} \\ &= \Pr \left\{ \sum_{j=1}^k I(i_j) < 0 \right\} + \frac{1}{2} \Pr \left\{ \sum_{j=1}^k I(i_j) = 0 \right\} \end{aligned} \quad (3.14)$$

従って、式(3.14)の $I(i_j)$ の和が $n$ (整数値)となる確率を $q_k(n)$ 、即ち、

$$q_k(n) = \Pr \left\{ \sum_{j=1}^k I(i_j) = n \right\} \quad (3.15)$$

と書き表わすと、 $P_k$ は、

$$P_k = \sum_{n=-\infty}^{-1} q_k(n) + \frac{1}{2} q_k(0) \quad (3.16)$$

として求められる。以上より、式(3.15)の $q_k(n)$ を計算することができれば、式(3.16)より $P_k$ が一意に計算される。

[ $q_k(n)$ の求め方]

式(3.15)の右辺の $I(i_j)$ の和は、式(3.13)の関係を代入すると次のように書き表わされる。

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^k I(i_j) &= \sum_{j=1}^k (Q+1) - \sum_{j=1}^k (2i_j) \\ &= (Q+1)k - 2 \sum_{j=1}^k i_j \end{aligned} \quad (3.17)$$

従って、 $q_k(n)$ を求めるための条件式は次のように書き直される。

$$\begin{aligned} q_k(n) &= \Pr \left\{ \sum_{j=1}^k I(i_j) = n \right\} \\ &= \Pr \left\{ \sum_{j=1}^k i_j = \frac{(Q+1)k - n}{2} \right\} \end{aligned} \quad (3.18)$$

上式中の  $j = 1 \sim k$  に対する  $i_j$  の和は、各受信ベースバンド信号  $r_j$  ( $j = 1, \dots, k$ ) が軟判定領域  $i$  に含まれる回数  $l_i$  ( $i = 1, 2, \dots, Q$ ) を用いて次式のように書き表わされる。

$$\sum_{j=1}^k i_j = \sum_{i=1}^Q i l_i \quad (3.19)$$

$$\text{但し、} \sum_{i=1}^Q l_i = k, l_i \geq 0 \quad (3.20)$$

$$(i = 1, 2, \dots, Q)$$

従って、式 (3.18) の右辺の条件式は、次の条件式と等価である。

$$\sum_{i=1}^Q i l_i = \frac{(Q+1)k - n}{2} \quad (3.21)$$

ここで、式 (3.20) の関係を満たす特定の整数値  $l_i$  の組み合わせ ( $l_1, l_2, \dots, l_Q$ ) が生じる確率を  $H(\{l_i\})$  とすると、 $H(\{l_i\})$  は式 (3.6) で与えられる領域確率  $P(i)$  を用いた多項式  $(P(1) + P(2) + \dots + P(Q))^k$  の一般項として次式より求められる。

$$H(\{l_i\}) = \frac{k!}{l_1! l_2! \dots l_Q!} P(1)^{l_1} P(2)^{l_2} \dots P(Q)^{l_Q} \quad (3.22)$$

以上より、 $q_k(n)$  は、式 (3.20) 及び (3.21) を満たす全ての整数値の組み合わせ  $\{l_i\}$  に対して、式 (3.22) で与えられる確率  $H(\{l_i\})$  の和をとることにより次のように求められる。

$$q_k(n) = \sum_{\{l_i\}} \frac{k!}{l_1! l_2! \dots l_Q!} P(1)^{l_1} P(2)^{l_2} \dots P(Q)^{l_Q} \quad (3.23)$$

なお、 $q_k(n)$  は、 $k$  に対する漸化式表現により次のように順次求めることも可能である。

即ち、予め  $i = 1, \dots, Q$  に対する  $I(i)$  を次式より求めておく。

$$I(i) = (Q+1) - 2i \quad (3.24)$$



次に、 $k = 1$  に対する  $q_k(n)$  の初期値を次のように定める。

$$\begin{cases} n = I(i) \text{ となる } n \text{ に対しては、 } q_1(n) = P(i) \cdot (i = 1, 2, \dots, Q) \\ \text{その他の } n \text{ に対しては、 } q_1(n) = 0 \end{cases} \quad (3.25)$$

この時、 $k = 2$  に対する  $q_k(n)$  は、 $q_{k-1}(n)$  を用いて次のように求められる。

$$\begin{aligned} q_k(n) &= P_r \left\{ \sum_{j=1}^k I(i_j) = n \right\} \\ &= \sum_{i=1}^Q \left[ P_r \left\{ \sum_{j=1}^{k-1} I(i_j) = n - I(i) \right\} \times P(i) \right] \\ &= \sum_{i=1}^Q \left\{ q_{k-1}(n - I(i)) \times P(i) \right\} \end{aligned} \quad (3.26)$$

以上をまとめると、図 3.4 に示すような  $Q$  値軟判定を行う 2 入力/ $Q$  出力通信路における  $P_k$  は、伝送路の  $E_s/N_0$  ( $E_s$ : 送信 1 シンボル当りのエネルギー、 $N_0$ : 片側雑音電力密度) と軟判定しきい値  $b_i$  ( $i = 1, 2, \dots, Q-1$ ) が与えられれば、次式により一意に求めることができる。

$$\left[ \begin{array}{l} P_k = \sum_{n=-\infty}^{-1} q_k(n) + \frac{1}{2} q_k(0) \\ \bullet q_k(n) = \sum_{\{l_i\}} \frac{k!}{l_1! l_2! \dots l_Q!} P(1)^{l_1} P(2)^{l_2} \dots P(Q)^{l_Q} \\ \bullet P(i) = \frac{1}{\sqrt{N_0 \pi}} \int_{b_i}^{b_{i-1}} \left\{ \exp \left[ -\frac{(r - E_s)^2}{N_0} \right] \right\} dr \\ \hspace{15em} (i = 1, 2, \dots, Q) \\ \text{〔但し } b_0 = +\infty, b_Q = -\infty \text{〕} \\ \text{但し、} P_k(n) \text{ を計算するための } \{l_i\} \text{ は、次の条件式を同時に満たす整数値 } l_i \text{ の全ての組み合わせをとる。} \\ \sum_{i=1}^Q l_i = k, l_i \geq 0 \quad (i = 1, 2, \dots, Q) \\ \sum_{i=1}^Q (i l_i) = \frac{(Q+1)k - n}{2} \end{array} \right. \quad (3.27)$$

なお、受信ベースバンド信号  $r$  の量子化を行わない理想的 ( $Q = \infty$ ) な AWGN チャネル (3.1.1 参照)、及び  $r$  を 2 値硬判定 ( $Q = 2$ ) する BSC チャネル (2.2.1 参照) に対するヴィタビ復号時の  $P_k$  は、各  $E_s$   $\sqrt{N_0}$  に対して次式により計算される。<sup>12)</sup>

AWGN チャネル ( $Q = \infty$ )

$$P_k = \operatorname{erfc} \sqrt{\frac{2k E_s}{N_0}} \quad (3.28)$$

但し、 $\operatorname{erfc}(x)$  は補誤差関数であり、次式で与えられる。

$$\operatorname{erfc}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^{\infty} e^{-t^2} dt \quad (3.29)$$

BSC チャネル ( $Q = 2$ )

$$\begin{cases} \sum_{t=(k+1)/2}^k \binom{k}{t} p^t q^{k-t} & (k : \text{奇数}) \\ \sum_{t=k/2+1}^k \binom{k}{t} p^t q^{k-t} + \frac{1}{2} \binom{k}{k/2} p^{k/2} q^{k/2} & (k : \text{偶数}) \end{cases} \quad (3.30)$$

$$\left( \begin{array}{l} p : \text{通信路のビット誤り率} \\ q = 1 - p \end{array} \right)$$

例えば同期検波 PSK 変調方式を適用した通信路では、通信路のビット誤り率  $p$  は、式 (3.29) の誤差関数を用いて、次のように計算される。

$$p = \operatorname{erfc} \sqrt{\frac{2 E_s}{N_0}} \quad (3.31)$$

この場合、式 (3.30) は、式 (3.27) において  $Q = 2$ 、 $b_1 = 0$  とした場合の  $P_k$  の計算式と一致する。

### 3.2.3 $C_k$ の求め方

復号ビット誤り率の計算式 (3.7) の  $C_k$  はヴィタビ復号に用いるたためみ込み符号の距離構造から一意に定まる量であるが、一般にその値を解

析的に直接求めることはできない。従って、各符号の $C_k$ の値は次のような手順により計算機を用いて逐一計算する必要がある。

即ち、例えば符号化シンボルが全て0であるようなパスを正しいパスと仮定し、時刻 $i$ においてこの正しいパスから派生して再び正しいパスに合流する全てのパスを考える（図3.7参照）。この時、 $C_k$ は、符号化データ系列に含まれる“1”の数が $k$ であるような全てのパスを対象として、そのパスに対応する符号器入力データ系列に含まれる“1”の数を累計することにより計算できる。しかしこの場合、符号の拘束長が長くなると状態数の増加に伴って対象とするパスの数も指数関数的に増大し、必然的に $C_k$ の計算に要するメモリーと時間の増大を招くので、各符号の $C_k$ の値をできるだけ能率よく計算できるように、その計算アルゴリズムを工夫する必要がある。（〔付録2〕参照）

なお、前節に示した計算式から求められる $P_k$ の値は、一般に $k$ の値が大きくなると急速に減少するので、式(3.7)の右辺は $k=d, d+1, \dots$  ( $d$ : 符号の最小距離)の初めの数項に対する $C_k P_k$ の値が支配的となる。従って、各符号のビット誤り率特性を知るためには、 $k \geq d$ である $k$ のうち小さい方の数個に対する $C_k$ の値を求めておけば十分である。

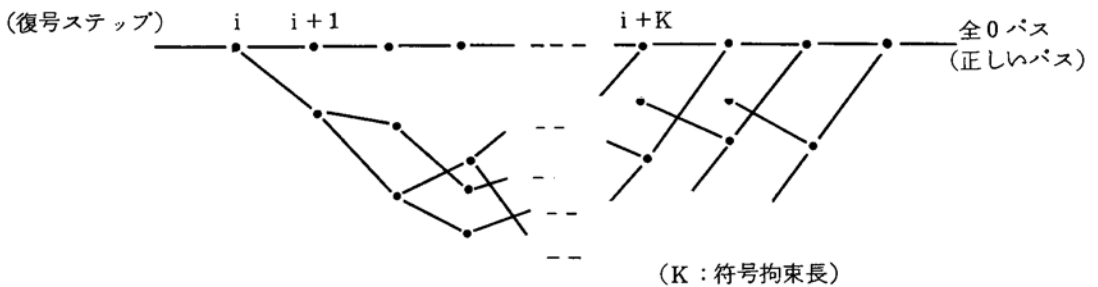


図 3.7  $C_k$  の計算対象となるパス

### 3.3 最適軟判定しきい値

本節では、前節で導いた復号ビット誤り率の計算式を用いて実際の通信チャネルにおける最適な軟判定しきい値の選び方について検討する。

#### 3.3.1 最適しきい値間隔

整数値のシンボルメリックをもとに軟判定ヴィタビ復号を行う場合、図 3.4 に示した軟判定しきい値  $b_i$  の間隔  $|b_i - b_{i-1}|$  は一般に等間隔<sup>13)</sup> に選ばれる。ここでは先ず、等間隔しきい値を前提として、その最適しきい値間隔の選び方について検討を行う。なお、しきい値を等間隔とすることの妥当性については、3.3.2 で検討を行う。

しきい値間隔を  $T (= |b_i - b_{i-1}|)$  とし、3.4 節で述べる拘束長  $K = 7$  の  $1/2$  符号と  $K = 9$  の  $3/4$  符号を例にとつて、軟判定レベル数  $Q$  を 4 及び 8 とした場合 (図 3.8 参照) のヴィタビ復号ビット誤り率 ( $P_B$ ) 対しきい値間隔 ( $T$ ) の特性を式 (3.27) を用いた理論計算により調べた。図 3.9 は、 $1/2$  符号の  $E_s/N_0$  を 1, 2, 3 dB、 $3/4$  符号の  $E_s/N_0$  を 3, 4, 5 dB とした場合の復号ビット誤り率対しきい値間隔  $T$  (送信信号振幅  $\sqrt{E_s}$  で規格化) の特性を示したものである。  $1/2$  符号については、実際にヴィタビ復号器としきい値可変の軟判定 PSK 変復調装置を用いて、同じ条件下で復号ビット誤り率対しきい値間隔特性を調べた結果を併せて示している。なお、実験に用いた変復調装置単体のビット誤り率特性は、同期検波 PSK 方式の理論特性 (式 (3.31) 参照) とよく一致することが確認されている。図 3.9 より、両符号とも、同じ  $E_s/N_0$  とのもとでもしきい値間隔  $T$  の大きさによって、復号ビット率  $P_B$  を最小とする最適なしきい値間隔が存在することがわかる。但し、しきい値間隔の最適値からのずれが小さければ  $P_B$  の劣化量はそれほど大きくない。

図 3.10 は、 $1/2$  及び  $3/4$  符号の各々について、 $E_s/N_0$  に対する  $Q = 4$  及び 8 における最適しきい値間隔  $T_{opt}$  を求めて図示したものである。同図より、各  $E_s/N_0$  に対する  $T_{opt}$  の値は、両符号とも殆んど同じで、 $E_s/N_0$  が高くなるにつれてその値が小さくなること、更に、

Q=4における $T_{opt}$ はQ=8の $T_{opt}$ の2倍より少し小さいことがわかる。更に、図3.11は、1/2符号でQ=8とする場合を例にとって、 $T_{opt}$ における復号ビット誤り率からの $P_B$ の劣化量が20%以内及び20%~50%の範囲内となるしきい値間隔の準最適領域の範囲を各 $E_s/N_0$ に対して示したものである。同図より、特に $E_s/N_0$ の低い（回線状態の悪い）ところでは、しきい値間隔の準最適領域はかなり広く、Tが $T_{opt}$ から多少ずれてもそれによる復号ビット誤り率の劣化はごくわずかであると言える。

図3.12は、しきい値間隔Tをガウス雑音の標準偏差（ $\sqrt{N_0/2}$ ）で次式のように規格化して得られる $\alpha$ の最適値 $\alpha_{opt}$ の $E_s/N_0$ に対する特性を示したものである。

$$\begin{aligned} Q=8 \text{ のとき、} \quad \alpha &= T/\sqrt{N_0/2} \\ Q=4 \text{ のとき、} \quad \alpha &= T/(2\sqrt{N_0/2}) \end{aligned} \quad (3.32)$$

更に図3.13は、Tと同様の条件で1/2符号のQ=8に対する $\alpha$ の準最適領域を示したものである。これらの図より、 $\alpha_{opt}$ の値は $E_s/N_0$ とともに大きくなるが、 $E_s/N_0$ の低いところではその値は殆んど一定でQ=4では $\alpha \simeq 0.5$ 、Q=8では $\alpha \simeq 0.6$ 近傍に最適値が存在することがわかる。但し、図3.13の例からも明らかなように $\alpha$ の準最適領域はかなり広く、結局、 $\alpha$ の値は0.5~0.7の範囲内であれば、復号ビット誤り率の最適値からの劣化量はごくわずかであると言える。

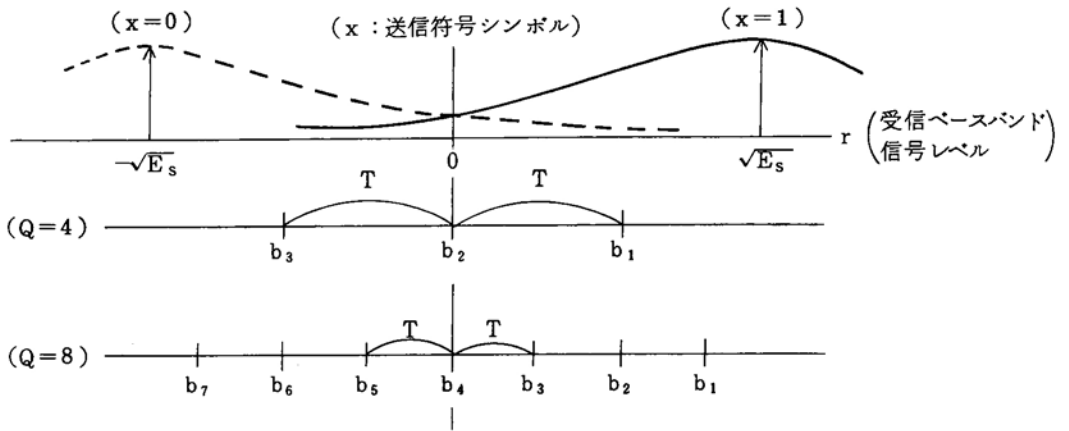


図 3.8 4 値及び 8 値軟判定しきい値 (等間隔)

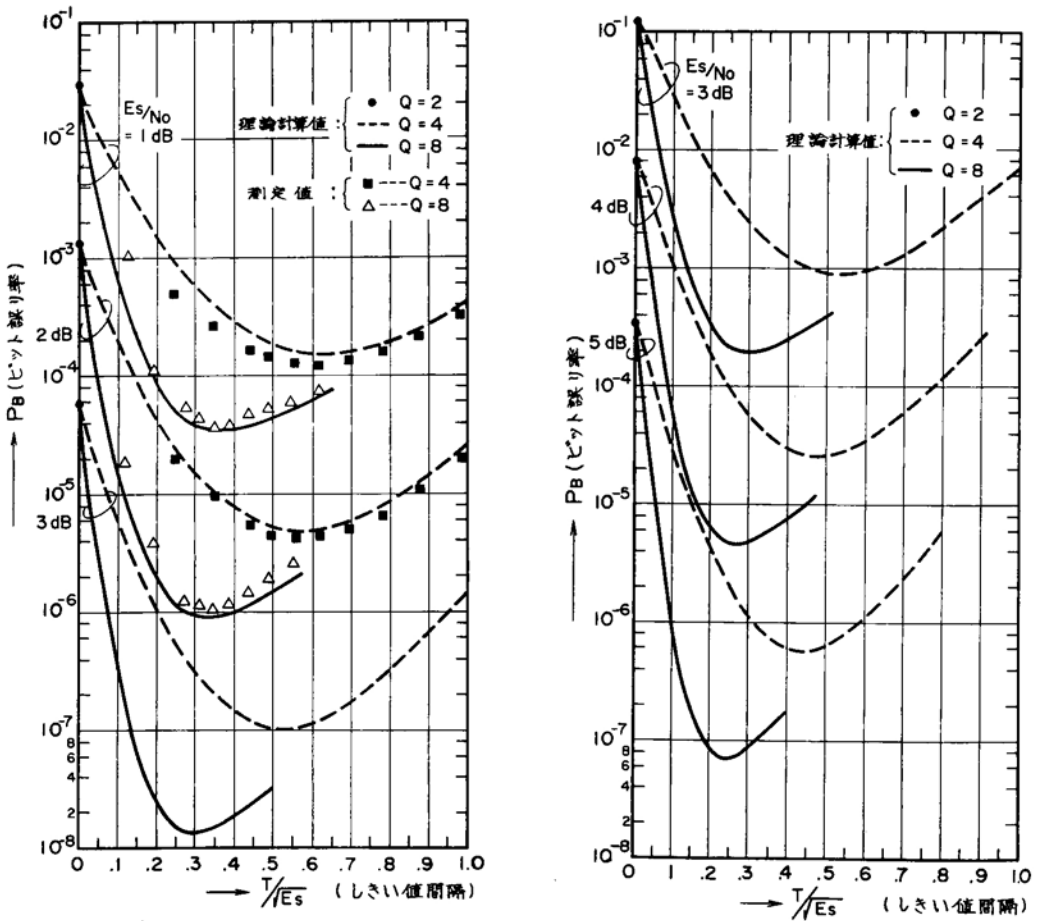


図 3.9 復号ビット誤り率対しきい値間隔特性

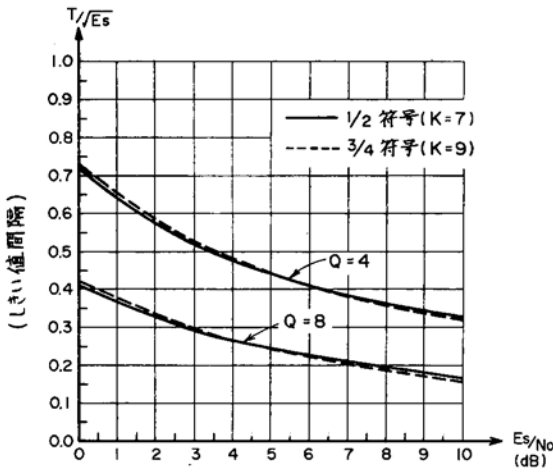


図 3.10 最適軟判定しきい値  
 間隔 ( $T_{opt}$ ) 対  $E_s/N_0$   
 特性

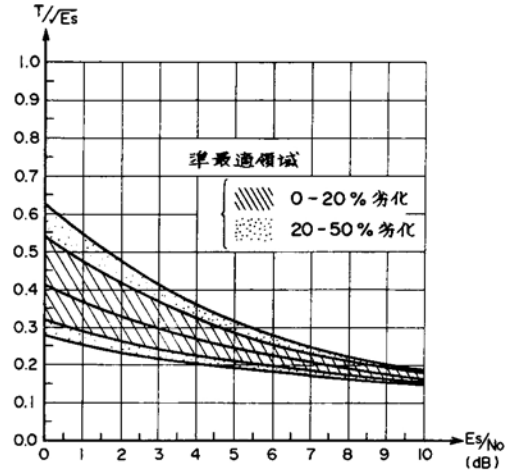


図 3.11 軟判定しきい値間隔  
 ( $T$ ) の準最適領域  
 [1/2 符号 ( $K=7$ ),  $Q=8$ ]

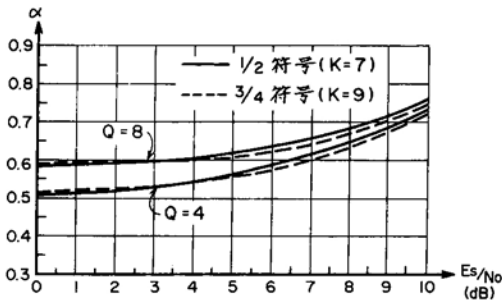


図 3.12  $\alpha_{opt}$  対  $E_s/N_0$  特性

$$\begin{cases} T = 2\alpha\sqrt{N_0/2} \quad (Q=4) \\ T = \alpha\sqrt{N_0/2} \quad (Q=8) \end{cases}$$

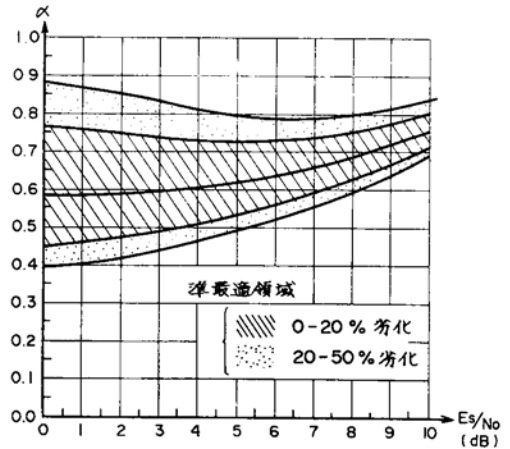


図 3.13  $\alpha$  の準最適領域  
 [1/2 符号 ( $K=7$ ),  $Q=8$ ]

### 3.3.2 等間隔しきい値の妥当性

前節では等間隔軟判定しきい値を仮定して最適しきい値間隔の検討を行ったが、しきい値を不等間隔とした場合には、復号ビット誤り率を更に小さくできるしきい値が存在する可能性も否定できない。本節では、8値軟判定を例にとり、不等間隔しきい値も含めた最適しきい値についてチャンネルカットオフレート $R_0$ <sup>18)</sup>の考えを用いて理論的に検討し、実際の復号ビット誤り率を最小にするという観点から等間隔しきい値を仮定することの妥当性を明らかにする。

#### (1) 理論検討の方法

通信チャンネルモデルとして、前節と同様、受信信号レベルの正領域と負領域で対称なしきい値 $b_i$ によりQ値軟判定を行う2入力/Q出力対称通信路を仮定する。一般に、軟判定を行う通信路における最適軟判定領域は、与えられた $E_s/N_0$ のもとでチャンネルカットオフレート (channel cut-off rate)  $R_0$ を最大にする領域と考える<sup>18)</sup>。この $R_0$ は、Shannon<sup>1)</sup>により導かれたチャンネル容量 (channel capacity)  $C$ の考え方に基いて、逐次復号法において各ビットの復号に必要な平均計算回数が有限となるような符号化率の上限を示す量として導かれたもので、最尤復号に用いる符号の符号化率 $R(=k_o/n_o)$ が $R_0$ より小さければ、符号の拘束長を無限に長くすることにより必ず復号誤り率を0とすることができる<sup>8)</sup>ことが知られている。従って、 $R_0$ は、最尤復号における復号ビット誤り率のゆるい上界を知るためのパラメータ<sup>8), 12)</sup>としてしばしば用いられる。

ここで対象としているチャンネルのカットオフレート $R_0$ は、1及び0の符号送信シンボル (レベル $\pm\sqrt{E_s}$ )の生起確率をそれぞれ $1/2$ とすると、送信シンボルが $x(=1$ または $0)$ である時の受信シンボルが $y(=y_1, y_2, \dots, y_Q)$ である条件付確率 $P(y/x)$ を用いて次式より求められる。

$$R_0 = -\log_2 \left\{ \sum_{y=y_1}^{y_Q} \left[ \sum_{x=0}^1 \frac{1}{2} \sqrt{P(y/x)} \right]^2 \right\} \quad (3.33)$$



式 (3.33) は、式 (3.6) で求められる領域確率  $P(i)$  を用いると次のように書くことができる。

$$R_0 = 2 - \log_2 \left[ \sum_{i=1}^Q \left\{ \sqrt{P(i)} + \sqrt{P(Q+1-i)} \right\}^2 \right] \quad (3.34)$$

ここで、

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^Q P(i) = \sum_{i=1}^Q P(Q+1-i) = 1 \\ \sum_{i=1}^Q \sqrt{P(i) P(Q+1-i)} = 2 \sum_{i=1}^{Q/2} \sqrt{P(i) P(Q+1-i)} \end{cases}$$

という関係を用いると、次式が得られる。

$$R_0 = 1 - \log_2 \left[ 1 + 2 \sum_{i=1}^{Q/2} \sqrt{P(i) P(Q+1-i)} \right] \quad (3.35)$$

従って、 $R_0$  を最大とするためには、次式で与えられる  $S$  を最小とすればよい。

$$S = \sum_{i=1}^{Q/2} \sqrt{P(i) P(Q+1-i)} \quad (3.36)$$

以上より、チャネルカットオフレイトからみた最適軟判定しきい値は、式 (3.36) の  $S$  を最小とするような  $Q$  個の軟判定領域の境界として理論的に求めることができる。

## (2) 最適しきい値と復号ビット誤り率

$E_s/N_0 = 0 \sim 10$  dB に対する 8 値軟判定時の最適しきい値を(1)で述べた方法により求めた結果を図 3.14 に示す。但し、図 3.14 では送信信号振幅 ( $\sqrt{E_s}$ ) で規格化した受信ベースバンド信号レベル  $r$  の正領域におけるしきい値  $b_1, b_2, b_3$  のみを示す。また図 3.14 の破線はしきい値を等間隔と限定した場合の  $R_0$  が最大となるしきい値である。

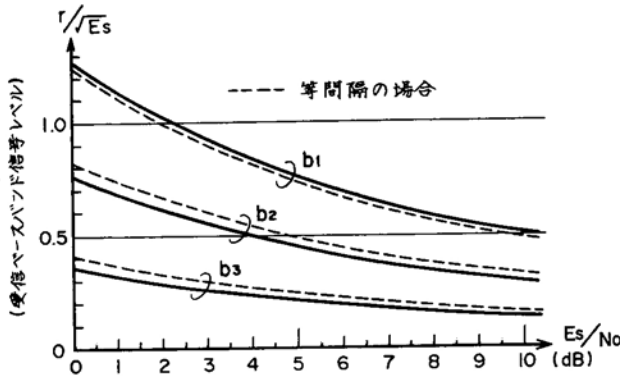


図 3.14 最適しきい値特性 (8 値軟判定時)

図 3.14 より、 $R_0$  が最大となる最適しきい値 (実線) は不等間隔となり、信号レベル  $r$  が 0 に近い領域ほどその間隔が狭くなっているが、等間隔最適しきい値 (破線) との差はごくわずかであることがわかる。表 3.3 は、図 3.14 の実線で示される最適しきい値 (不等間隔) と破線で示される等間隔しきい値のそれぞれに対する  $R_0$  の値を比較したものであるが両者の  $R_0$  の値にはほとんど差がない。このことは、軟判定しきい値を等間隔に選んでも、ほぼ最良の復号ビット誤り率特性が得られることを示唆している。

この点をより明確にするため、 $K=7$  の  $1/2$  符号と  $K=9$  の  $3/4$  符号を例にとって実際に図 3.14 で示されるしきい値で 8 値軟判定ウィタビ復号した場合の復号ビット誤り率を 3.2 節で導いた理論計算式により調べた。表 3.4 は  $E_s/N_0 = 1 \sim 5$  dB のときの不等間隔及び等間隔最適し

表 3.3 図 3.14 の最適しきい値に対する  $R_0$  の値

$E_s/N_0$ (dB)	不等間隔 (実線)	等間隔 (破線)
1	0.6248	0.6242
2	0.7167	0.7160
3	0.8031	0.8025
4	0.8770	0.8765
5	0.9328	0.9324

きい値に対する各符号の復号ビット誤り率を比較したものであるが、実際の復号ビット誤り率は両符号とも等間隔しきい値の場合の方がむしろ小さくなっている。これは、 $R_0$ を最大にするという条件だけから最適軟判定しきい値を求める場合には、ヴィタビ復号に用いるたたみ込み符号の性質や、実際の復号器内での整数値によるメトリック計算の影響が考慮されないこと等に起因すると考えられるが、いずれにしても表 3.4 の結果から、ヴィタビ復号時の最適軟判定しきい値は等間隔を仮定して求めれば十分であると結論できる。

表 3.4 ヴィタビ復号ビット誤り率の比較（8 値軟判定時）

Es/No (dB)	1/2 符号 (拘束長 7)		3/4 符号 (拘束長 9)	
	不等間隔	等間隔	不等間隔	等間隔
1	$3.58 \times 10^{-5}$	$3.41 \times 10^{-5}$	$1.44 \times 10^{-1}$	$1.38 \times 10^{-1}$
2	$9.45 \times 10^{-7}$	$8.95 \times 10^{-7}$	$6.64 \times 10^{-3}$	$6.33 \times 10^{-3}$
3	$1.42 \times 10^{-8}$	$1.33 \times 10^{-8}$	$2.06 \times 10^{-4}$	$1.95 \times 10^{-4}$
4	$8.72 \times 10^{-11}$	$7.98 \times 10^{-11}$	$4.86 \times 10^{-6}$	$4.59 \times 10^{-6}$
5	$1.61 \times 10^{-13}$	$1.43 \times 10^{-13}$	$7.68 \times 10^{-8}$	$7.19 \times 10^{-8}$

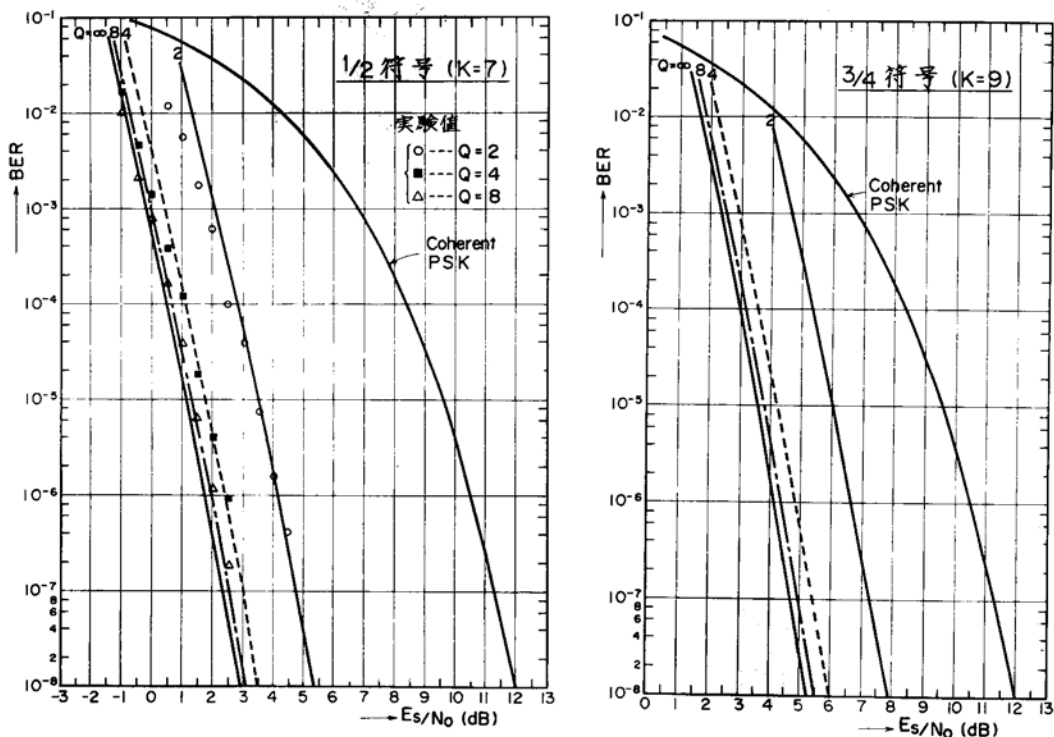
なお、図 3.14 の破線で示した等間隔最適しきい値の特性は、復号ビット誤り率を最小にするという条件から求めた 1/2 及び 3/4 符号に対する特性（図 3.10）とほぼ一致している。このことと、軟判定しきい値の最適領域がかなり広範囲であることを考えあわせると、用いる符号のいかに拘らず図 3.14 あるいは図 3.10 で示した値に近い等間隔しきい値で軟判定を行えばほぼ最良のビット誤り率特性が得られると結論できる。

### 3.3.3 軟判定レベル数

実際のヴィタビ復号における軟判定レベル数  $Q$  は、軟判定データあるいはシンボルメトリック表現に必要なビット数との関係から通常、2 のべき乗に選ばれる。3.3.1 では  $Q$  を 4 及び 8 とした場合の最適しきい値について検討したが、本節では、この場合の復号ビット誤り率（BER:

bit error rate) 対  $E_s/N_0$  特性を、 $Q = 2$  の硬判定時の特性、及び  $Q = \infty$  とした時の理想的な AWGN チャネルの特性と比較してみる。

図 3.15 は、 $K = 7$  の  $1/2$  符号及び  $K = 9$  の  $3/4$  符号を例にとって、 $Q = 2, 4, 8, \infty$  の各場合に対する復号 BER 対  $E_s/N_0$  の特性の計算結果を、同期検波 PSK の特性とともに示したものである。



(a)  $1/2$  符号 ( $K = 7$ )

(b)  $3/4$  符号 ( $K = 9$ )

図 3.15 復号 BER 対  $E_s/N_0$  特性

但し、 $Q = 4$  及び  $8$  の軟判定時のしきい値は等間隔とし、式 (3.32) で定義した  $\alpha$  の値を  $0.5$  として特性の計算を行った。また、 $Q = \infty$  については、式 (3.28) に示した AWGN チャネルの  $P_k$  の計算式を用い、 $Q = 2$  については、式 (3.30) に示した BSC チャネルの  $P_k$  の計算式を用いて

復号ビット誤り率  $P_B$  の計算を行った。更に、 $1/2$  符号については、図 3.9 の場合と同様、PSK 復調器の軟判定レベル数  $Q$  を 2, 4, 8 とした場合のハードウェア実験値を併せて示す。

図 3.15 より、軟判定レベル数  $Q$  に対して以下の点が指摘できる。同じビット誤り率を得るために必要な  $E_s/N_0$  の値は  $Q=2$  の場合が最も大きく、 $Q$  の値が大きくなるにつれて小さくなって復号 BER 対  $E_s/N_0$  特性が改善される。但し、 $Q=2$  の特性からの改善量は両符号とも  $Q=4$  で 1.7~1.8 dB,  $Q=8$  で 2.2~2.3 dB であるのに対し  $Q=\infty$  でも 2.4~2.5 dB である。即ち、 $Q=8$  と  $Q=\infty$  との特性改善量の差は 0.2 dB 程度にすぎない。このことは、軟判定データによるヴィタビ復号は非常に有効であるが、その軟判定レベル数  $Q$  を 8 より多くしても復号 BER 特性の改善はごくわずかであることを示している。実際、例えば  $Q=16$  とした場合の  $Q=8$  からの特性改善量は 0.1 dB 程度にすぎない、というシミュレーション結果も報告されている。<sup>59)</sup> 以上より、軟判定ヴィタビ復号のレベル数  $Q$  は 8 とすれば十分と言えよう。

### 3.4 代表的符号のビット誤り率特性と符号化利得

本節では、軟判定しきい値やレベル数に関する前節の検討結果を踏まえ、ヴィタビ復号用のたたみ込み符号としてよく知られている代表的符号に対するビット誤り率特性を 3.2 節で示した理論計算式により調べ、その符号化利得の比較を行う。

#### 3.4.1 予備的検討

##### (1) ビット誤り率特性に影響を与える種々の要因

ヴィタビ復号時のビット誤り率特性は、用いるたたみ込み符号の距離構造によって大きく異なる。即ち、式 (3.7) の復号ビット誤り率の理論上界式からも明らかなように、用いる符号の最小距離  $d$  が大きく、且つ各  $C_k$  ( $k=d, d+1, \dots$ ) が小さいほどそのビット誤り率特性は良くなる。一般に符号の最小距離  $d$  は、符号の符号化率が低くな

るほど、また同じ符号化率の符号ではその拘束長が長くなるほど増加する傾向がある。しかし、符号化率が低くなると一定の情報を伝送するのに必要な帯域巾が増大しそれに比例して伝送路雑音の量も増えるので、符号化率の選定に当ってはこの点も十分考慮しなければならない。また、符号拘束長の増大はヴィタビ復号器の複雑化を招くので、同じ拘束長でもできるだけ最小距離  $d$  の大きい能率のよい符号を選んで用いる必要がある。

一方、同じ符号を用いる場合でもヴィタビ復号の方法によってそのビット誤り率特性は異ってくる。即ち、3.3節で検討を行ったように軟判定レベル数やそのしきい値の選び方は特性に直接影響を与える。また、第6章で検討を行うように、実際のヴィタビ復号器では、復号時のパスメモリの打ち切りが必要となり、これが復号ビット誤り率に影響を与えるのでその点に対する配慮も必要である。

表 3.5 は、ヴィタビ復号時のビット誤り率特性に影響を与える種々の要因を整理したものである。同表に示した要因のうち、軟判定レベル数  $Q$  及びしきい値については 3.3 節で検討を行った。また、復号時の打ち切りパス長の影響については 6.2.2 で検討を行う。また、符号の符号化率及び拘束長を定めた時に、最大の最小距離  $d$  を与える符号生成多項式（符号器ソフトレジスタの結線法に対応）については既に検討が行われている。<sup>14),15)</sup> 従って、3.4.2 及び 3.4.3 では、これまでに知られている代表的なたたみ込み符号について、その符号化率及び符号拘束長とビット誤り率特性及び符号化利得の関係を明らかにする。

表 3.5 ビット誤り率特性に影響を与える種々の要因

用いる符号の構造に関わる要因	最小距離 $d$ 及び $C_k$ ( $k=d, d+1, \dots$ )	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 符号化率</li> <li>• 符号拘束長 <math>K</math></li> <li>(符号生成多項式)</li> </ul>
ヴィタビ復号の方法に関わる要因	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 軟判定レベル数 <math>Q</math> 及びしきい値</li> <li>• 打ち切りパス長</li> </ul>	

(2) ビット誤り率特性と符号化利得

符号の基本パラメータ

図 3.16 に示すたたみ込み符号器で構成される、状態数64で符号化率が  $1/2$ ,  $2/3$ ,  $3/4$  の符号を例にとって、そのビット誤り率と符号化利得の関係について調べてみる。これらの符号は、いずれも与えられた拘束長で最大の最小距離  $d$  を有する符号として知られている。<sup>14), 15)</sup> 表 3.6 に検討符号の基本パラメータを示す。一般に、たたみ込み符号は符号生成多項式  $G(x)$  を用いて一意に表現される。例えば図 3.16 に示す  $1/2$  符号の生成多項式は、符号ブロック (2 ビット) の各ビットに対して次のように表現される。

$$\begin{cases} \text{第1ビット (上段)} : G_1(x) = 1 + x^2 + x^3 + x^5 + x^6 \\ \text{第2ビット (下段)} : G_2(x) = 1 + x + x^2 + x^3 + x^6 \end{cases} \quad (3.37)$$

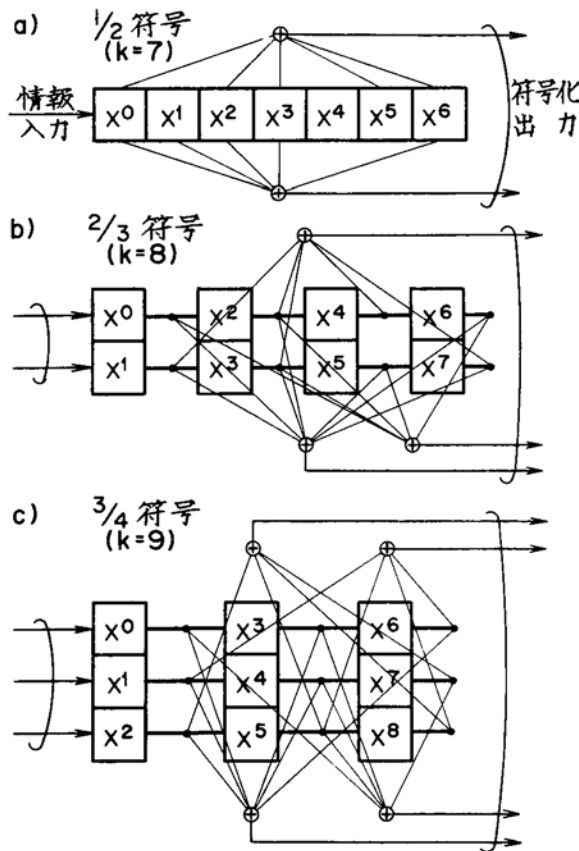


図 3.16 検討符号の符号器構成例

表 3.6 検討符号の基本パラメータ

$k_0/n_0$ 符 号	拘束長K (情報ビット)	最小距離 d	状 態 数	符号生成多項式 $G_i(x)$ の係数 (昇べきの順)	生成多項式 (8進表示)
1/2	7	10	64	1011011 1111001	133 171
2/3	8	7	64	01111001 10110110 11110111	171 266 367
3/4	9	6	64	001001011 010001101 100111010 111110100	113 215 472 764

これらの生成多項式の係数は、各符号化ビットを生成するためのシフトレジスタ出力に対する結線と1対1に対応している。従って、式(3.37)で表現される生成多項式は、表3.6のように単にその係数のみを示すか、或いはその係数を8進数に変換して表現することが多い。また各符号の拘束長Kは、図3.16のように $k_0$ ビットの情報ビットの入力点にも $k_0$ コのレジスタを置くようなシフトレジスタ構成をとれば、各符号器で必要なシフトレジスタの段数に等しいと考えてよい。

#### ビット誤り率特性

各符号のヴィタビ復号時のビット誤り率特性を調べるためには、先ず、各符号の距離構造から定まる $C_k$ の値を求めなければならない。表3.7は、表3.6に示した各符号の $C_k$ の値を付録2に述べるような方法により計算機で求めた結果を示したものである。同表から明らかのように、各符号とも $k$ の値が大きくなるにつれて対象とするパスの数が増大して $C_k$ の値も大きくなる。しかし、3.2.3で述べたように $k$ の増大に伴って式(3.7)の右辺の $P_k$ はより急激に減少するので、実際のビット誤り率(BER)特性は $k=d, d+1, \dots$ の最初の数項に対する $C_k$ の値から計算すれば十分である。

3.3節の図3.15では、1/2符号と3/4符号を例にとって、伝送路の



表 3.7 検討符号の  $C_k$  の値

符号 k	1/2 K=7 (d = 10)	2/3 K=8 (d = 7)	3/4 K=9 (d = 6)
6			1 8 8
7		8 6	8 8 1
8		3 6 0	7 0 1 4
9		1 1 4 8	3 9 7 9 7
10	3 6	5 7 6 7	2 5 2 7 2 6
11	0	2 7 2 7 7	1 4 8 8 8 7 6
12	2 1 1	1 1 4 5 2 4	
13	0	4 8 1 7 1 0	
14	1 4 0 4		
15	0		
16	1 1 6 3 3		
17	0		
18	7 7 4 3 3		
19	0		
20	5 0 2 6 9 0		

$E_s/N_0$  (送信シンボルエネルギー対片側雑音電力密度比) に対する復号 BER 特性を示した。しかし、 $E_s/N_0$  に対する BER 特性では、符号化に伴う信号伝送帯域の増加による特性劣化の影響が含まれていないので、符号化を行わないシステムとの特性比較が行いにくい。従って、符号化システムにおけるビット誤り率特性は、符号化前の情報 1 ビットの伝送に必要なエネルギー ( $E_b$ ) と片側雑音電力密度の比 ( $E_b/N_0$ ) に対して示す方法が一般に用いられる。この場合、用いる符号の符号化率を  $R (=k_o/n_o)$  とすると、

$$E_b = (1/R) E_s \quad (3.38)$$

であることから、 $E_b/N_0$  と  $E_s/N_0$  の間には次の関係が成り立つ。

$$E_b/N_0 \text{ (dB)} = E_s/N_0 \text{ (dB)} + 10 \log_{10}(1/R) \quad (3.39)$$

式 (3.39) の  $1/R$  は符号化による伝送帯域拡大率である。

表 3.6 に示した各符号の復号 BER 対  $E_b/N_0$  特性を、表 3.7 に示した  $C_k$  の値を用い、 $Q = 2, 4, 8, \infty$  の各場合に対して計算した結果を図 3.17 に示す。図 3.17 には符号化を行わない同期検波 PSK システムの

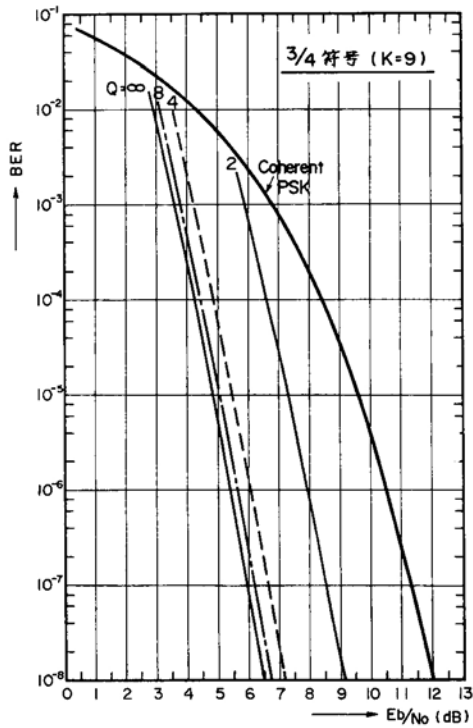
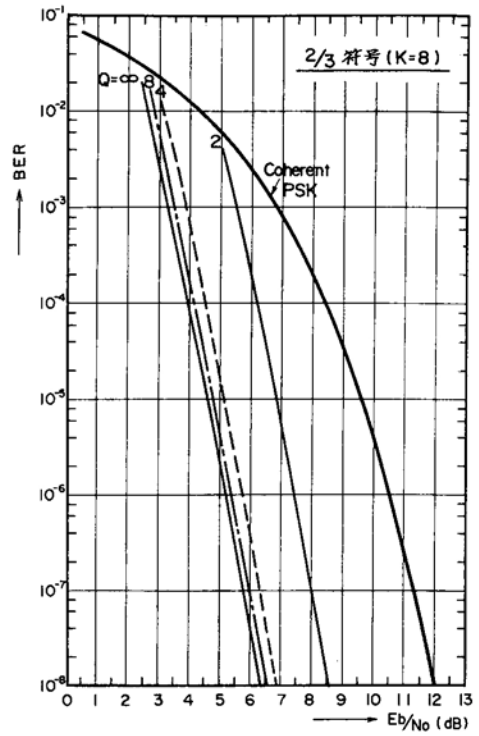
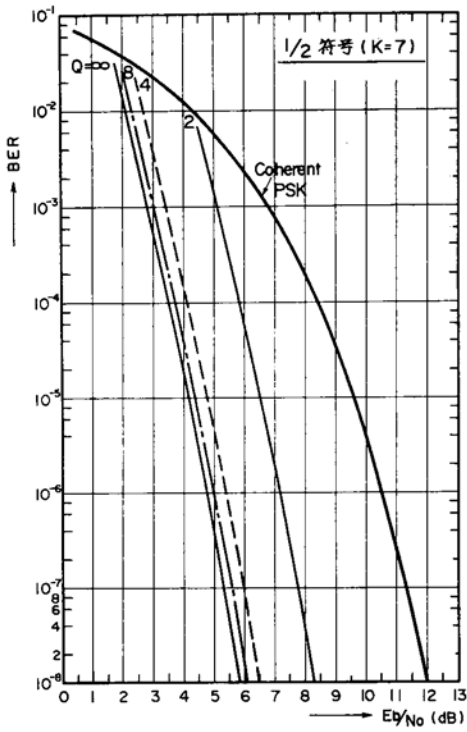


图 3.17 复号 BER 对  $E_b/N_0$  特性

特性も併せて示されているが、この場合、式(3.39)の符号化率Rは1と考えてよいので $E_b/N_0$ と $E_s/N_0$ は等しくなる。

### 符号化利得

一般に、情報伝送速度一定という条件のもとで一定のビット誤り率を達成しようとする時、符号化を行わない場合に必要な $E_b/N_0$ と符号化を行った時に必要な $E_b/N_0$ との差を符号化利得(coding gain)と呼ぶ。この符号化利得は、符号化による純粋な信号伝送電力の低減量を示しており、符号化利得が高い符号ほど一定のBERを得るための電力が少なくてすみ、通信システムの経済化を図ることができる。

表3.8は、図3.17に示した各符号の特性をもとに、 $BER=10^{-5}$ の点における符号化利得(同期検波PSKの特性より読み取った必要 $E_b/N_0$ と、各符号の $Q=2, 4, 8, \infty$ のヴィタビ復号時の特性より読み取った必要 $E_b/N_0$ との差)を比較して示したものである。表3.8より、 $1/2$ 符号の符号化利得は他の符号の利得より高く、例えば $Q=8$ の場合には5.3 dBの伝号信号伝送電力の節減が期待できることがわかる。

表 3.8  $BER=10^{-5}$ における符号化利得(dB)

符号 Q	1/2 (K=7)	2/3 (K=8)	3/4 (K=9)
2	3.1	2.7	2.3
4	4.8	4.5	4.1
8	5.3	4.8	4.6
$\infty$	5.5	5.0	4.8

### 3.4.2 状態数64の符号の特性

ここでは符号の状態数が64で符号化率が $1/4 \sim 3/4$ の5種類の符号について、そのBER対 $E_b/N_0$ 特性及び符号化利得の比較を行い、符号化率と符号特性との関係を明らかにする。状態数64の符号を選んだの

は、それらが代表的符号として特によく知られており、1/2 符号用の  
 ヴィタビ復号器が既に商用化されていること等の理由による。なお、状  
 態数が同じ場合、符号化率 1/3 及び 1/4 の符号のヴィタビ復号器は  
 1/2 符号用のヴィタビ復号器とほぼ同程度のハードウェア規模で実現  
 できるが、2/3 及び 3/4 符号用のヴィタビ復号器は 1/2 符号のそれ  
 に比べて ACS 操作におけるバス比較回数の増加によりかなり複雑とな  
 る。(2.4.2 参照)

(1) 検討符号パラメータ

表 3.9 はここで検討する状態数 64 の符号の基本パラメータ (符号化  
 率、拘束長  $K$ 、符号生成多項式 (8 進表示)、最小距離  $d$  及び  $k = d$   
 に対する  $C_k$ ) を示したものである。各符号とも与えられた拘束長  $K$  の  
 もとで最大の最小距離  $d$  を有する符号となっている<sup>14), 15)</sup>。各符号の  $C_k$  の値  
 は計算機により求めたが、そのうち、符号の BER 特性に最も大きな影  
 響を与える  $k = d$  に対する  $C_k$  の値を参考までに表 3.9 に示す。

表 3.9 検討符号 (状態数 64) の基本パラメータ

符 号	拘束長 $K$ (情報ビット数)	符号生成多項式 (8 進表示)	最小距離 $d$ ( $K = d$ に対する $C_k$ )
3/4	9	113, 215, 472, 764	6 (188)
2/3	8	171, 266, 367	7 (86)
1/2	7	133, 171	10 (36)
1/3	7	133, 145, 175	15 (11)
1/4	7	135, 135, 147, 163	20 (37)

(2) BER 対  $E_b/N_0$  特性と符号化利得

表 3.9 に示した各符号をヴィタビ復号した場合の復号 BER 対  $E_b/N_0$   
 特性を軟判定レベル数  $Q = 2, 4, 8, \infty$  の各々について計算した。

$Q = 4$  及び 8 の軟判定しきい値は等間隔とし、 $\alpha = 0.5$  とした。図 3.18  
 は、8 値軟判定時の各符号の復号 BER 対  $E_b/N_0$  特性を示したもので  
 ある。同図より各符号の BER 特性は、符号の符号化率が低くなるにつ

れて少しずつよくなる傾向があるが、 $1/2$ 、 $1/3$ 、 $1/4$  符号ではあまり大きな差のないことがわかる。

各符号の特性の差をより明確にするため、 $Q=2, 4, 8, \infty$  の各々についてその符号化利得を調べた。図 3.19 は、 $BER=10^{-4}$  と  $10^{-6}$  の点における各符号の符号化利得を比較したものである。但し、同図横軸は符号化による帯域拡大率を dB で表示した値 (式 (3.39) の右辺第 2 項) である。図 3.19 より、 $Q=2, 4, 8, \infty$  の各々に対して符号化率  $1/3$  の符号が最大の符号化利得を与えるが、 $1/2$  符号あるいは  $1/4$  符号との差はごくわずか (たかだか 0.5 dB 程度) であることがわかる。

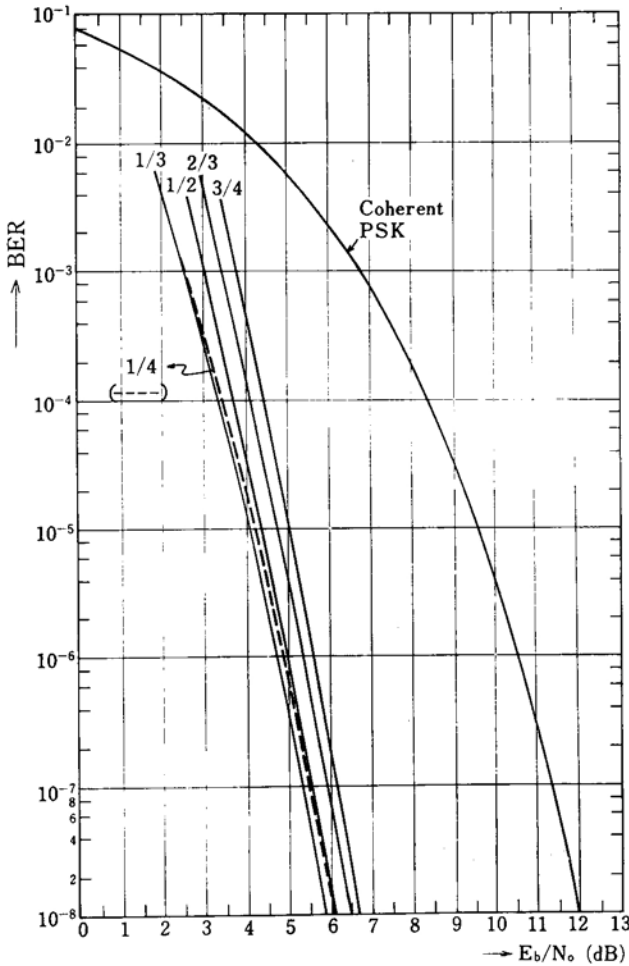


図 3.18 8 値軟判定ヴィタビ復号 BER 対  $E_b/N_0$  特性  
[状態数 64 の符号]

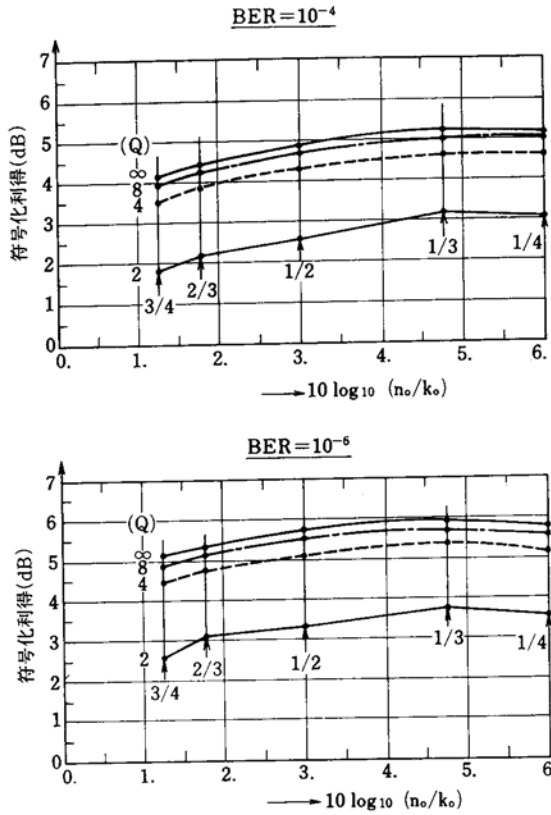


図 3.19 符号化利得の比較  
[状態数 64 の  $k_0/n_0$  符号]

### 3.4.3 符号化率 $1/2$ の符号の特性

符号化率  $1/2$  の符号は、 $2/3$  符号や  $3/4$  符号より符号化利得が高く、且つハードウェア規模の点でも優れている。一方、 $1/3$  符号や  $1/4$  符号は周波数帯域の利用効率が低く、一般の通信システムへの適用上かなり不利となる。そこでここでは、符号化率  $1/2$  の符号に焦点を絞って、符号拘束長  $K$  の異なる各符号のビット誤り率対  $E_s/N_0$  特性及び符号化利得の比較を行い、拘束長  $K$  と符号特性との関係を明らかにする。

(1) 検討符号パラメータ

表 3.10 は、ここで検討する拘束長  $K=3 \sim 14$  までの  $1/2$  符号の基本パラメータ及び各符号の  $C_k$  のうち  $k=d$  に対する値を示したものである。

表 3.10 検討する  $1/2$  符号の基本パラメータ

拘束長 $K$	状態数 ( $N_s = 2^{K-1}$ )	符号生成多項式 (8進表示)	最小距離 $d$ ( $C_d$ )
3	4	5, 7	5 (1)
4	8	15, 17	6 (2)
5	16	23, 35	7 (4)
6	32	53, 75	8 (2)
7	64	133, 171	10 (36)
8	128	247, 371	10 (2)
9	256	561, 753	12 (33)
10	512	1167, 1545	12 (14)
11	1024	2335, 3661	14 (94)
12	2048	4335, 5723	15 (76)
13	4096	10533, 17661	16 (152)
14	8192	21675, 27123	16 (22)

各符号とも与えられた  $K$  のもとで最大の最小距離  $d$  を有する符号<sup>14)</sup>となっている。同表より、符号拘束長  $K$  が增大するにつれて符号の状態数は2倍ずつ増加し、それとともに符号の最小距離  $d$  も大きくなること  
がわかる。

(2) BER 対  $E_b/N_0$  特性と符号化利得

表 3.10 に示した各符号の  $Q = 2, 4, 8, \infty$  に対するヴィタビ復号時の特性を状態数 64 の符号と同じ条件下で計算した。図 3.20 は 8 値軟判定時の各符号の BER 対  $E_b/N_0$  特性を示したものである。同図より符号拘束長  $K$  が長くなるにつれて、その BER 特性も良くなっていく様子がわかる。

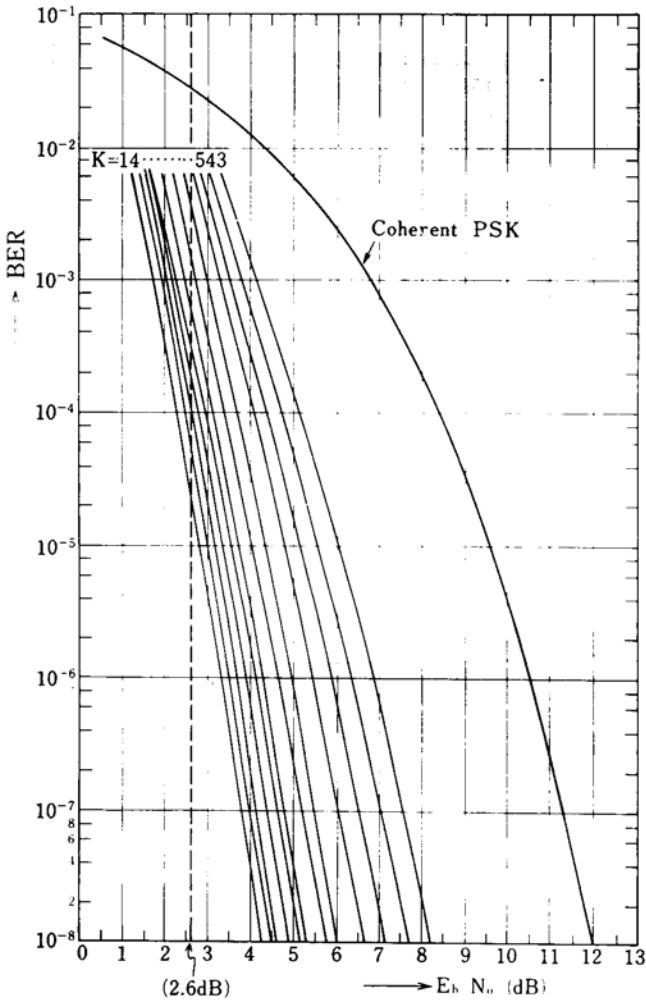


図 3.20 8 値軟判定ヴィタビ復号 BER 対  $E_b/N_0$  特性 (1/2 符号)



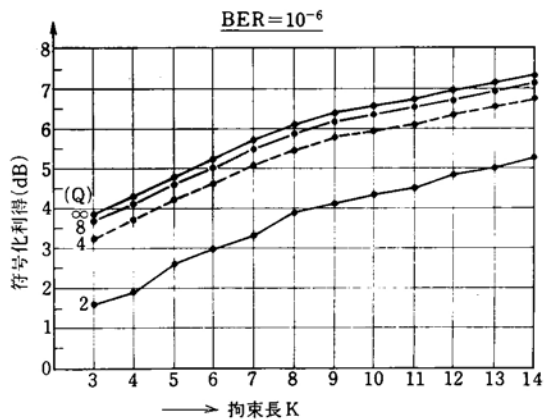
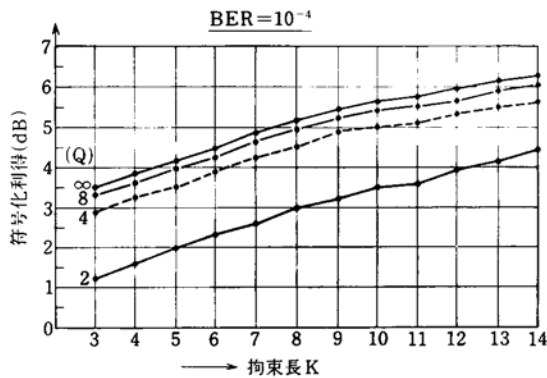


図 3.21 符号化利得の比較 (1/2 符号)

図 3.21 は、各符号の  $Q = 2, 4, 8, \infty$  に対する符号化利得と拘束長  $K$  の関係を達成  $BER = 10^{-4}$  と  $10^{-6}$  の場合について示したものである。

同図より  $Q = 2, 4, 8, \infty$  の各場合とも、 $K$  が増大するについで符号化利得が一様に増加してゆくこと、但し、 $K > 7$  の領域ではその増加率がやや鈍る傾向のあることがわかる。例えば 8 値軟判定時の、 $BER = 10^{-6}$  の点における符号化利得は  $K = 7$  で約 5.7 dB であるのに対し、 $K = 9$  では約 6.2 dB、 $K = 14$  では約 7.1 dB となっている。

(3) 拘束長無限大の符号の符号化利得の予測

符号拘束  $K$  を 14 より更に長くしていくと、符号の符号化利得はどの

程度まで増加していくのであろうか？この点について、3.3.2節で述べたチャンネルカットオフレイト $R_0$ の考え方に基いて検討してみる。

ここで対象としている2入力/Q出力対称通信路におけるチャンネルカットオフレイト $R_0$ は、式(3.34)で与えられる。従って、例えば等間隔しきい値( $\alpha = 0.5$ )による8値軟判定( $Q = 8$ )を行うことを仮定すると、その場合の $R_0$ 対 $E_s/N_0$ 特性は、式(3.6)の $P(i)$ を計算して式(3.34)に代入することにより一意に求めることができる。図3.22は、この場合の $R_0$ 対 $E_s/N_0$ 特性を示したものである。

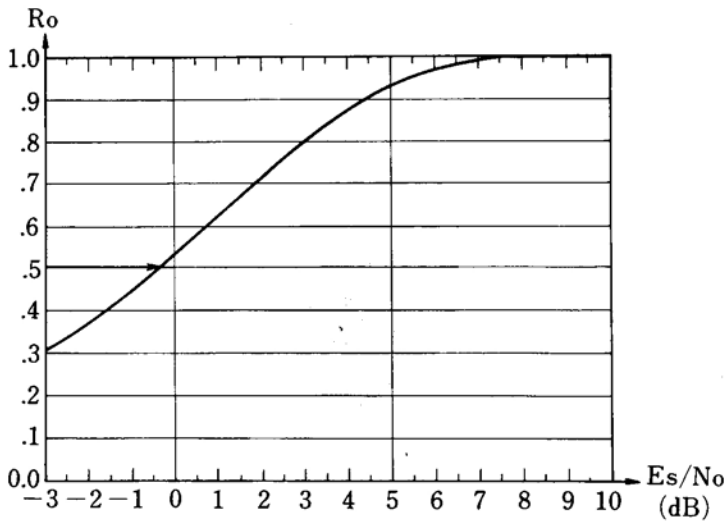


図 3.22 チャンネルカットオフレイト  $R_0$  対  $E_s/N_0$  特性  
〔8 値軟判定、等間隔しきい値 ( $\alpha = 0.5$ )〕

一方、ヴィタビ復号に用いる符号の符号化率  $R$  が  $R_0$  より小さければ、その符号拘束長  $K$  を無限に長くすることにより復号ビット誤り率  $P_B$  を 0 にすることができる。<sup>8)</sup> 例えば  $1/2$  符号の場合は  $R = 0.5$  であるから、8 値軟判定 ( $\alpha = 0.5$ ) を仮定すると、図 3.22 より、 $E_s/N_0$  が  $-0.4$  dB より大きければ  $R$  が  $R_0$  より小さくなることがわかる。このことは、 $E_b/N_0$  ( $= E_s/N_0 + 3$  dB) が  $2.6$  dB より大きければ、 $K$  を無限に大きくすることにより復号 BER を 0 にしうることを意味している。図 3.20 では、この

$E_b/N_0 = 2.6$  dBの領域を点線で示している。同図において、例えば  $BER = 10^{-6}$  を達成しようとする時、同期検波PSK方式で必要となる  $E_b/N_0$  が約10.5dBであることを考慮すると、 $BER = 10^{-6}$  における符号化利得は、1/2符号の拘束長を長くすれば、少くとも  $10.5 - 2.6 = 7.9$  dB以上は得られると考えてよい。(K=14の符号の利得は約7.1 dBとなっている。)

なお、Kの長い符号ほどその符号化利得は大きくなるが、表3.10に示すようにKの増大につれて符号の状態数も2倍ずつ増加し、ヴィタビ復号器のハードウェア規模は指数関数的に増大する。現時点で実際にハードウェア化されているヴィタビ復号器はK=7のものまでであるが、将来、LSI技術が更に発達することを考慮すると、K=10程度の符号に対するヴィタビ復号器の実現は十分に可能となると考えられ、この場合、例えばK=7の符号よりも更に1~2dB高い符号化利得を期待することができよう。

## 第4章 ヴィタビ復号の容易な高符号化率符号とその特性

本章では、ヴィタビ復号の容易な高符号化率符号の具体的構成法を示し、代表的な符号の特性について検討する。

先ず4.1節では、低符号化率符号の符号化ビットの一部を消去することにより等価的により高い符号化率の符号を構成する符号化の概念（パンクチャド符号化と呼ぶ）について述べ、その符号器／ヴィタビ復号器の基本構成を示す。次いで4.2節で、パンクチャド符号化における最適なビット消去パターンの選択手順について述べる。4.3節では、代表的なパンクチャド符号の最適消去パターンを明らかにし、軟判定ヴィタビ復号時のビット誤り率特性及び符号化利得について比較、検討する。

### 4.1 高符号化率符号の構成法とヴィタビ復号

一般に、低符号化率たたみ込み符号の符号化ビットの一部を消去することにより、等価的により高い符号化率のたたみ込み符号を得ることができる。ここでは、このような符号を文献20)にならって“パンクチャド符号（punctured convolutional code）”と呼び、その一般的構成法とヴィタビ復号法について述べる。

#### 4.1.1 符号構成手順

一般に、任意の符号化率 $k_0/n_0$ の符号が与えられたとき、それより高い任意の符号化率 $k'_0/n'_0$  ( $k'_0/n'_0 > k_0/n_0$ ) のパンクチャド符号は次のような手順により構成することができる。

(i)  $k_0$ と $k'_0$ の公倍数を $L$ とし、整数値 $l$ 及び $l'$ を次のように定める。

$$l = L/k_0, \quad l' = L/k'_0 \quad (4.1)$$

(ii) 原符号の連続する $l$ ブロックをパンクチャド符号の構成単位と<sup>注)</sup>考え、そこに含まれる $ln_0$ ビットの符号化ビットのうち、特定の $l'n'_0$ ビット

---

注) 符号化率 $k_0/n_0$ のたたみ込み符号の構成単位 ( $n_0$ ビット) をブロックと呼ぶ。

のみをパンクチャド符号の符号化ビットとして送出する。即ち、予め定められたビット消去位置（消去パターン）に対応して、次式より定まる  $m$  ビットを周期的に消去する。（図 4.1 参照）

$$\begin{aligned}
 m &= l n_0 - l' n_0' \\
 &= L (n_0/k_0 - n_0'/k_0') > 0
 \end{aligned}
 \tag{4.2}$$

式 (4.2) で与えられる消去ビット数  $m$  は、 $k_0'/n_0' > k_0/n_0$  という条件が満たされていれば正の整数となり、従って、上記手順によるパンクチャド符号を必ず構成することができる。しかも、その符号化率  $K'/N'$  は、 $l k_0$  ビット毎の原符号の符号器入力ビットに対して、 $l' n_0'$  ビットの符号化ビットが送出されることを考慮すると、

$$K'/N' = \frac{l k_0}{l' n_0'} = \frac{(L/k_0) k_0}{(L/k_0') n_0'} = k_0'/n_0'
 \tag{4.3}$$

となり、上記手順により得られるパンクチャド符号は所望の符号化率を有している。

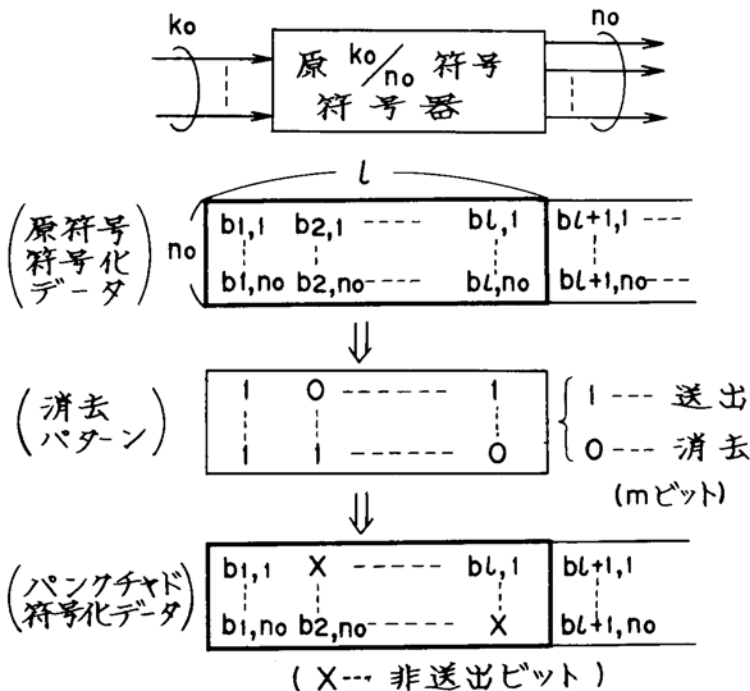


図 4.1 パンクチャド符号の基本構成手順

#### 4.1.2 符号器／ヴィタビ復号器の基本構成

前節で述べたように、パンクチャド符号は、原  $k_0/n_0$  符号の符号化ビットの一部を予め指定されたビット消去パターンに従って周期的に選択消去することにより構成される。一方、受信側では、送信側で消去されたビット位置に対応して受信データ系列にダミーデータを挿入し、送信側でのビット消去前のデータ系列を再生したのち、原  $k_0/n_0$  符号のヴィタビ符号と同様の手順で復号が実行される。但し、この場合、挿入されたダミーデータに対しては通常のシンボルメトリック計算を禁止し、0、1の両符号シンボルに、等しい尤度値（メトリック値）を与えるような操作が必要となる。

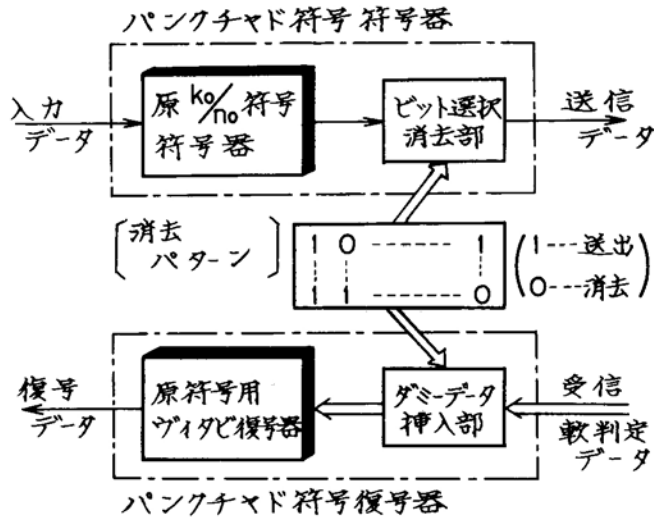


図 4.2 パンクチャド符号器／軟判定ヴィタビ復号器の構成ブロック図

図 4.2 は、パンクチャド符号の符号器及び軟判定ヴィタビ復号器の基本構成ブロック図を示したものである。同図から明らかなように、パンクチャド符号の符号器／復号器は、原  $k_0/n_0$  符号用の符号器／復号器にビット選択消去部（送信側）、ダミーデータ挿入部（受信側）などの簡単な回路を付加することにより構成することができる。従って、ヴィタ

ビ復号の容易な低符号化率符号をパンクチャド符号の原符号として選んでおけば、高符号化率符号のヴィタビ復号器も容易に構成することができる、符号化率の増大に伴うヴィタビ復号器の指数関数的な複雑化（2.4.2参照）という問題を避けることができる。

なお、パンクチャド符号の符号器／復号器の詳細構成については、第6章で述べる。

## 4.2 パンクチャド符号化時のビット消去パターン

前節で述べた手順によって構成されるパンクチャド符号のビット消去パターンは、基本的には“ $l_{n_0}$ ビット中の $m$ ビットを消去する”という条件が満たされていれば自由に選ぶことができる。しかし、一般に、パンクチャド符号の距離構造は、同じ符号化率の符号でもその消去パターンによって異なる。従って、ビット誤り率特性のできるだけ良いパンクチャド符号を構成するためには、ビット消去による原符号からの最小距離 $d$ の減少をできるだけ少なくするような消去パターンを調べておく必要がある。ここでは、このような最適消去パターンの選択手順について述べる。

### 4.2.1 復号ビット誤り率の理論上界式

一般に、原 $k_0/n_0$ 符号の $l$ ブロックを1つの構成単位として導かれるパンクチャド符号の最小距離を $d$ とすると、そのヴィタビ復号時のビット誤り率 $P'_B$ の厳密な上界式は、通常の場合（式（3.7））と同様に、次式で与えられる。

$$P'_B \leq \frac{1}{lk_0} \sum_{k=d}^{\infty} C_k P_k \quad (4.4)$$

但し、この場合の $C_k$ は、パンクチャド符号の構成単位である $l$ ブロック内の各ブロックから派生する原符号の全てのパスを対象として求めなければならない。また、各パス間のハミング距離は、原符号の各パス上の符号化ビットのうち消去されるビット間の距離を0として計算し直す必要がある。（〔付録2〕参照）

式(4.4)において、 $l$ 及び $k_0$ は予め定まった定数であり、また $P_k$ はパンクチャド符号の距離構造に関係なく通信路の状態によって定まる量である(3.2.2参照)。従って、ヴィタビ復号時のBER特性が良いパンクチャド符号とは、通常の符号と同様、 $d$ が最大で且つ各 $C_k$ ( $k=d, d+1, \dots$ )ができるだけ小さい符号と考えてよい。更に、 $P_k$ は $k$ の値が大きくなると急激に減少する(3.2.3参照)ことを考慮すると、一般に、 $d$ が最大で且つ $k=d$ に対する $C_k$ ( $C_d$ )が最小となる符号が最適符号となる。

#### 4.2.2 消去パターン総数

特定の原符号から導かれる各符号化率のパンクチャド符号の最適ビット消去パターンを定めるためには、可能な全ての消去パターンの中から前節で述べたような復号ビット誤り率 $P_B'$ を最小とする符号を与える消去パターンを選択する必要がある。即ち、符号化率 $k_0/n_0$ の原符号の $l$ ブロックの符号化ビット( $ln_0$ ビット)のうち $m$ ビットを消去して得られる符号化率 $k_0'/n_0'$ のパンクチャド符号の場合、可能な消去パターン総数 $M$ は次式で与えられる。

$$M = {}_{ln_0}C_m \quad (C: \text{Combination}) \quad (4.5)$$

更に、ここで“消去パターンの $l$ 個のブロックの巡回置換によって得られる全ての消去パターンは同一のパンクチャド符号を与える(図4.3参照)”という性質を利用すると、実際に検討対象とすべきパターン数 $M'$ は次式となる。

$$M' = M/l = {}_{ln_0}C_m / l \quad (4.6)$$

例えば、式(4.1)の $L$ を $k_0$ と $k_0'$ の最小公倍数(L.C.M.)に選んだ場合、<sup>注)</sup>符号化率 $1/2, 2/3, 3/4$ の各符号を原符号とする符号化率 $2/3$ から $7/8$ までの各パンクチャド符号の対象パターン総数 $M'$ は表4.1のようになる。同表より一般にパンクチャド符号の符号化率が高く

---

注) この場合、消去パターンのブロック数 $l$ 及び消去ビット数 $m$ が最小となり、 $M'$ が最小となる。



$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

図 4.3 同一パンクチャド符号を与える消去パターンの例  
(1/2符号を原符号とする3/4符号)

表 4.1 検討対象とすべき消去パターン総数M'

原符号 符号化率	1/2			2/3			3/4		
	l	m	パターン数	l	m	パターン数	l	m	パターン数
2/3	2	1	2						
3/4	3	2	5	3	1	3			
4/5	4	3	14	2	1	3	4	1	4
5/6	5	4	42	5	3	91	5	2	38
6/7	6	5	132	3	2	12	2	1	4
7/8	7	6	429	7	5	2907	7	4	2925

(l : 消去パターンのブロック数)  
(m : 消去ビット数)

なるにつれて検討対象とすべき消去パターン数も増加することがわかる。なお、式(4.1)のLは最小公倍数の整数倍に選ぶことも可能で、この場合、対象パターン数は更に増加するが、対象パターン数が増加しても最適符号の特性は殆んど改善されない(4.2.4参照)。

#### 4.2.3 消去パターンによる符号特性の相違

ここでは、拘束長 $K=7$ の1/2符号から導かれる7/8パンクチャド符号を例にとって、符号のBER特性に大きな影響を与える最小距離 $d$ 及び $k=d$ に対する $C_k$ ( $C_d$ )の値が、消去パターンによってどのように異なるかを調べてみる。1/2符号から7/8符号を構成する場合、式(4.1)のLを7とすれば、原1/2符号の7ブロックに含まれる14ビ

ットの符号化ビットのうち6ビットを消去すればよい。従って、検討対象とすべき消去パターン総数 $M'$ は、

$$M' = {}_{14}C_6 / 7 = 429 \quad (4.7)$$

となる(表4.1参照)。この429通りの消去パターンの各々から導かれる7/8パンクチャド符号の距離構造を計算機により調べた。

表4.2は、全ての7/8パンクチャド符号をその最小距離 $d$ により分類したものであり、同表より、 $d=3$ の符号が全体の約30%、 $d<3$ の符号が約40%、更に、復号ビット誤りが無限に続く可能性があり実用的でないカタストロフィック符号<sup>12)</sup>(catastrophic code)が全体の約30%を占めることがわかる。更に、図4.4は、表4.2で分類された128個の $d=3$ の符号について、その $C_d$ の値の分布特性を示したものである。同図より、同じ最小距離を有する符号でもその $C_d$ の値はかなり広範囲に分布していることがわかる。式(4.4)から明らかなように $d$ が同じ符号ではこの $C_d$ の大きさにほぼ比例して復号ビット誤り率 $P_B'$ が大きくなることから、最適消去パターンの選択に当っては、 $d$ の大きさだけでなくこの $C_d$ の値の小さいことも十分に考慮する必要がある。

表 4.2 7/8パンクチャド符号の最小距離特性  
〔原符号：1/2 (K=7)〕

検討消去パターン総数	429
$d=3$ の符号総数	128 (29.8%)
$d<3$ の符号総数	180 (42.0%)
カタストロフィックな符号総数	121 (28.2%)

図4.5は、4.3節の表4.4に示す最適消去パターンと、それと異なる3つの消去パターンから得られる各7/8パンクチャド符号の8値軟判定ヴィタビ復号時のBER対 $E_b/N_0$ 特性を例示したものである。但し、各消去パターンは、原1/2符号の生成多項式を上段のビットに対して133(8進表示)、下段のビットに対して171とした場合(表3.6参照)

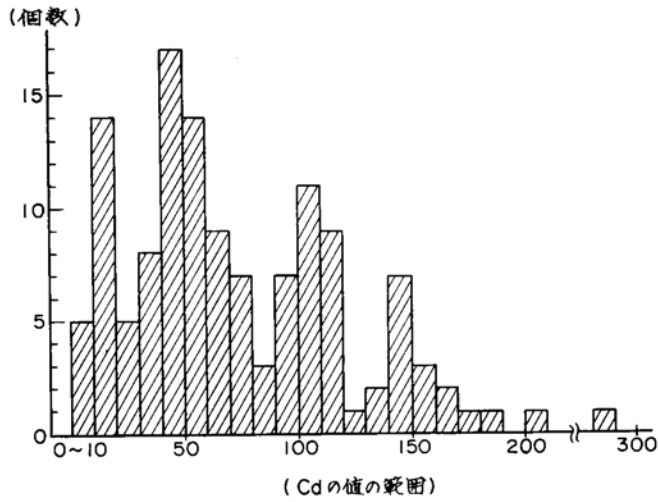


図 4.4  $d=3$  の  $7/8$  符号の  $C_d$  の分布特性  
 [原符号:  $1/2$  ( $K=7$ ) ]

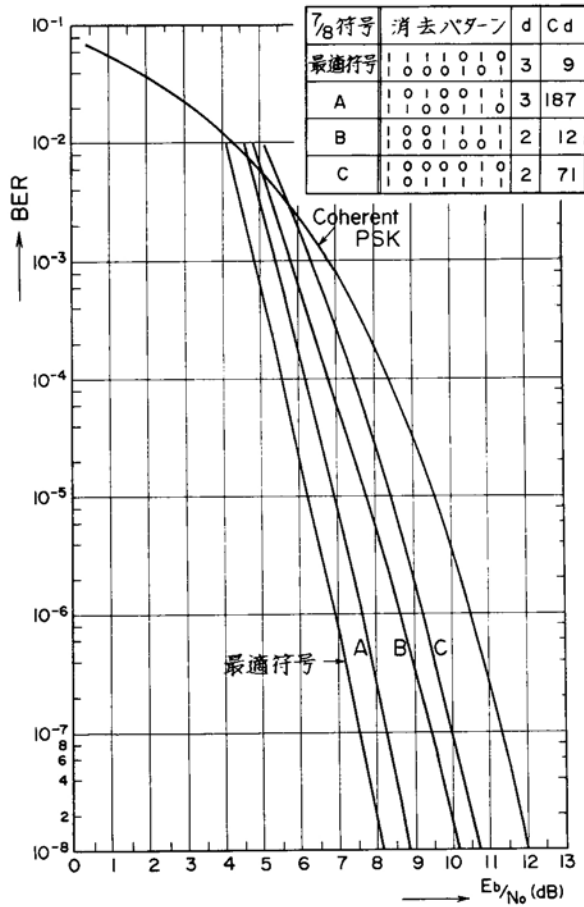


図 4.5  $7/8$  パンクチャド符号の BER 特性の比較  
 [原符号:  $1/2$  ( $K=7$ ) ]

に対応している。図 4.5 から明らかなように、同じ最小距離  $d = 3$  の符号でも、符号 A の特性は最適符号の特性より 1 dB 近く劣っている。これは、符号 A の  $C_d$  の値が最適符号の  $C_d$  の値より 20 倍程度大きいことに起因している。

#### 4.2.4 パンクチャド符号の構成単位

4.1 節で述べたような手順でパンクチャド符号を構成する場合、その構成単位となるブロック数  $l$  を定める式 (4.1) の  $L$  は、 $k_0$  と  $k'_0$  の公倍数でさえあれば自由に選べる。従って、符号の距離特性という面から見ると、大きな  $L$  を選んで  $l$  を大きくし、消去パターン選択の自由度を大きくした方が特性のよい符号が得られる可能性がある。

ここでは、 $K=7$  の  $1/2$  符号から導かれる  $2/3$  及び  $3/4$  パンクチャド符号を例にとって、 $L$  を  $k_0$  と  $k'_0$  の最小公倍数 ( $\text{LCM}(k_0, k'_0)$ ) の 1, 2, 3 倍とした場合の最適消去パターンと、それから得られる符号の  $d$  及び  $C_d$  の値を調べた。表 4.3 はその結果を示したものである。同表中  $\widetilde{C}_d$  は、次式に示すように、 $C_d$  をパンクチャド符号ブロックの符号化前ビット数 ( $=lk_0$ ) で規格化したものである。

$$\widetilde{C}_d = C_d / (lk_0) \quad (4.8)$$

式 (4.4) より明らかなように、一般に、同じ  $d$  の符号に対しては、 $k_0$  あるいは  $l$  に関係なく、上記の  $\widetilde{C}_d$  の値が小さいものほど良好な BER 特性が得られる。

表 4.3 の結果をみると、 $2/3$  符号では  $L$  を大きくしてもその最適消去パターンは、 $L$  が最小公倍数のときの最適パターンの繰り返しとしかならず、従って、得られるパンクチャド符号の特性は全く変わらないと言える。一方、 $3/4$  符号では各最適パターンはそれぞれ異っており、 $L$  が大きくなるほど対応する符号の  $\widetilde{C}_d$  の値が少しずつ小さくなっている。しかし、この場合でも、 $L$  を最小公倍数として得られる最適符号からの BER 特性の改善は実際にはごくわずかである。従って、消去パターンを長くすることによる復号器の複雑化 (打切りパス長の増大、及び

表 4.3 L の大きさと最適符号の  $d$  及び  $C_d$  の関係  
 [原符号 :  $1/2$  ( $K=7$ )]

L \ 符号	2/3 符号			3/4 符号		
	最適消去 パターン	$d$	$C_d$ ( $\tilde{C}_d$ )	最適消去 パターン	$d$	$C_d$ ( $\tilde{C}_d$ )
LCM ( $k_0, k'_0$ )	11	6	3	110	5	42
	10		(1.5)	101		(14)
$2 \times \text{LCM}$	1111	6	6	101110	5	74
	1010		(1.5)	111001		(12.3)
$3 \times \text{LCM}$	111111	6	9	110111011	5	110
	101010		(1.5)	101100110		(12.2)

(原符号の生成多項式  $\left\{ \begin{array}{l} \text{上段ビット : } 133 \text{ (8進表示)} \\ \text{下段ビット : } 171 \text{ (8進表示)} \end{array} \right.$ )

符号同期の複雑化など；第 6 章参照) を考慮すると、パンクチャド符号構成では  $L$  を  $k_0$  と  $k'_0$  の最小公倍数とした場合の最適消去パターンを考<sup>注)</sup>えれば十分であると結論できる。

#### 4.2.5 最適消去パターンの選択

特定の原符号から得られる所望の符号化率のパンクチャド符号の最適消去パターンの決定に当っては、カタストロフィックな符号を与える消去パターンを排除しつつ、 $d$  が最大で且つ各  $C_k$  ( $k=d, d+1, \dots$ ) が最小となるような符号を与える消去パターンを見出すことが必要となる。この場合、式 (4.1) の  $L$  を  $k_0$  と  $k'_0$  の最小公倍数としても、パンクチャド符号の符号化率が高くなると検討対象とすべき消去パターン数は相当大きくなる。従って、各符号の距離特性 ( $d$  及び  $C_k$ ) をできるだけ能率よく調べて計算時間の短縮を図ることが必要となる。([付録 2] 参照)

注)  $K=8$  の  $2/3$  符号を原符号とする  $3/4$  パンクチャド符号では、 $L$  を最小公倍数とした場合の最適符号の最小距離  $d$  が 4 であるのに対し、 $L$  を (最小公倍数  $\times 2$ ) とすると、 $d$  が 5 の符号が得られる。しかし、この場合にも両者の BER 特性の差はごくわずかである。

なお、一般に、 $d$  が同じ符号では  $C_d$  の値が小さい符号ほどその BER 特性は良くなるので、必ずしも  $k=d+1$  以降の  $C_k$  の値は考慮しなくてもよい。しかし、場合によっては、 $C_d$  が最小でも  $k=d+1$  以降の  $C_k$  が大きすぎて、最良の BER 特性を与えない符号も存在する。<sup>注)</sup> 従って、 $C_d$  の値が小さいいくつかの候補符号に対しては、 $k=d+1$  以降の  $C_k$  の値も考慮して最適消去パターンを決定するのが望ましい。

#### 4.3 代表的なパンクチャド符号の最適消去パターンとその特性

本節では、4.2 節に述べた方法に従って、代表的なたたみ込み符号から導かれる種々のパンクチャド符号の最適消去パターンを調べ、それに基づく最適符号の 8 値軟判定ヴィタビ復号時の BER 特性及び符号化利得の比較、検討を行う。

##### 4.3.1 状態数 64 の符号から導かれるパンクチャド符号

第 3 章の表 3.9 に示した状態数 64 の  $1/2$ ,  $2/3$ ,  $3/4$  符号を原符号とする、符号化率  $1/2$  から  $7/8$  までのパンクチャド符号の最適消去パターンを表 4.4 に示す。また、表 4.4 に示した消去パターンから構成される最適パンクチャド符号の最小距離  $d$  と  $C_d$ 、及び式 (4.8) によって規格化された  $\tilde{C}_d$  の値を表 4.5 に示す。なお同表中、\*印のある符号は  $C_d$  の値が最小ではないが、 $k=d+1$  以降の  $C_k$  の値が小さく最もよい BER 特性を与える最適符号である。

表 4.5 より、各パンクチャド符号の最小距離  $d$  は符号化率が高くなるにつれて減少していくこと、また  $d$  が同じでもその  $\tilde{C}_d$  の値が増加していくことがわかる。更に、同じ符号化率のパンクチャド符号で比較すると、原符号の符号化率が高くなるほど  $d$  が大きくなるか、または  $d$  が同じ場合にはその  $\tilde{C}_d$  の値がわずかではあるが小さくなる。(唯一の例外と

---

注) 例えば  $K=7$  の  $1/2$  符号から導かれる  $7/8$  パンクチャド符号では、 $d=3$  で  $C_d=5$  の符号が存在するが、最適符号として選んだのは、 $C_d=9$  の符号である (表 4.5 参照)。

表 4.4 最適消去パターン (1:送出ビット、0:消去ビット)  
 [原符号:状態数 64 の符号]

原符号 符号化率	1/2 (K=7)	2/3 (K=8)	3/4 (K=9)
1/2	1 (133) 1 (171)	————	————
2/3	11 10	1 (171) 1 (266) 1 (367)	————
3/4	110 101	111 101 111	1 (113) 1 (215) 1 (472) 1 (764)
4/5	1111 1000	10 11 11	1011 1111 1111 1111
5/6	11010 10101	10111 11010 11111	10101 11111 11111 11111
6/7	111010 100101	111 101 110	10 11 11 11
7/8	1111010 1000101	1011101 1110010 1111111	1111111 1010111 1111011 1101111

( K:符号拘束長  
 太枠()内:原符号の生成多項式(8進表示) )

して 2/3 符号を原符号とする 3/4 符号は、1/2 符号から導かれる  
 3/4 符号より d が小さくなっている。) このことは、各パンクチャド符  
 号の特性は、符号化率が高くなるほど劣化し、また同じ符号化率の符号  
 では原符号の符号化率が低いほどその特性が悪くなる傾向のあることを

表 4.5 最適符号の  $d$ 、 $C_d$  及び  $\tilde{C}_d$

原符号 符号化率	1/2 (K=7)		2/3 (K=8)		3/4 (K=9)	
	$d$	$C_d(\tilde{C}_d)$	$d$	$C_d(\tilde{C}_d)$	$d$	$C_d(\tilde{C}_d)$
1/2	10	36 (36)				
2/3	6	3 (1.5)				
3/4	5	42 (14)	4	6 (1)	6	188 (62.7)
4/5	4	12 (3)	4	8 (2)	4	11 (0.9)
5/6	4	92 (18.4)	4	116 (11.6)	4	137* (9.1)
6/7	3	5 (0.8)	3	3 (0.5)	4	84 (14)
7/8	3	9* (1.3)	3	6 (0.4)	3	4 (0.2)

(\*...  $C_d$  が最小ではないが最良の BER 特性を与える最適符号)

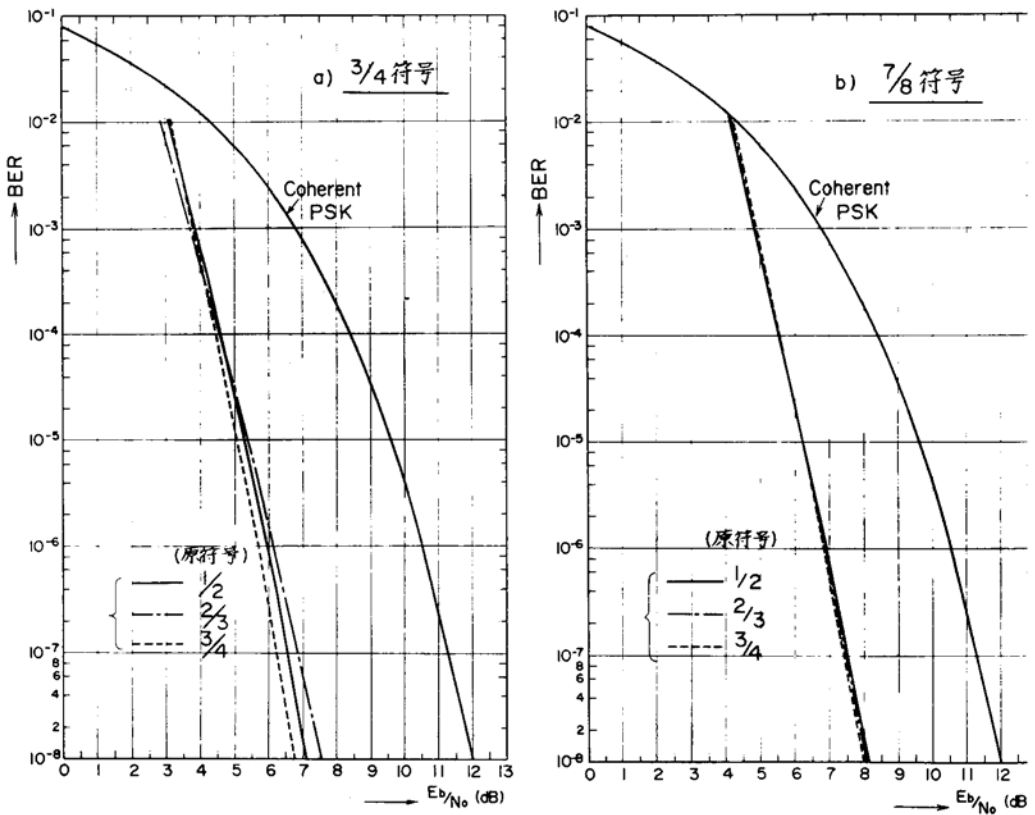


図 4.6 3/4 及び 7/8 パンクチャード符号の BER 特性  
[原符号：状態数 64 の符号]



示唆している。

図 4.6 は、 $1/2$ 、 $2/3$  及び  $3/4$  符号を原符号とする 3通りの  $3/4$  及び  $7/8$  パンクチャド符号について、その 8 値軟判定ヴィタビ復号時の BER 対  $E_b/N_0$  特性 ( $k=d \sim d+4$  に対する  $C_k$  を用いた理論計算値) を比較したものである。但し、 $3/4$  符号については原符号の特性を含んでいる。図 4.6 より、 $3/4$  符号の特性は、原  $3/4$  符号の特性が最も良く、 $1/2$  符号からのパンクチャド符号、 $2/3$  符号からのパンクチャド符号の順に少しずつ劣化すること、一方、 $7/8$  符号の特性は各符号とも殆んど有意な差が認められないことがわかる。

原符号の違いによるパンクチャド符号の特性の差及びその符号化率と符号化利得との関係をより詳細に調べるため、表 4.4 に示した全ての符号の BER 特性を計算し、達成  $BER = 10^{-4}$  と  $10^{-6}$  の点における符号化利得を求めた。図 4.7 は、符号化による帯域拡大率 (dB) を横軸にとつて、各符号の符号化利得を比較したものである。図 4.7 より、状態数 64 の符号から導かれるパンクチャド符号の特性について次のような性質が指摘できる。

- (i) パンクチャド符号の符号化率が高くなるにつれてその符号化利得は減少する。
- (ii) 同じ符号化率のパンクチャド符号では、原符号の違いによる符号化利得の差はごくわずかで、たかだか 0.2~0.3 dB 程度である。

#### 4.3.2 $1/2$ 符号から導かれるパンクチャド符号

前節の検討結果からも明らかなように、 $1/2$  符号からのパンクチャド符号は、 $2/3$  符号や  $3/4$  符号からのそれとほぼ同じ符号化利得を有する。従って、ハードウェアの複雑さを考慮すると、パンクチャド符号の原符号としては、復号の容易な  $1/2$  符号を選ぶことが有効である。ここでは、3.4.3 節で検討を行った代表的な  $1/2$  符号のうち、拘束長  $K$  が 3 から 9 までの  $1/2$  符号を原符号として選び、それから導かれる種々のパンクチャド符号の最適消去パターンとその特性について検討す

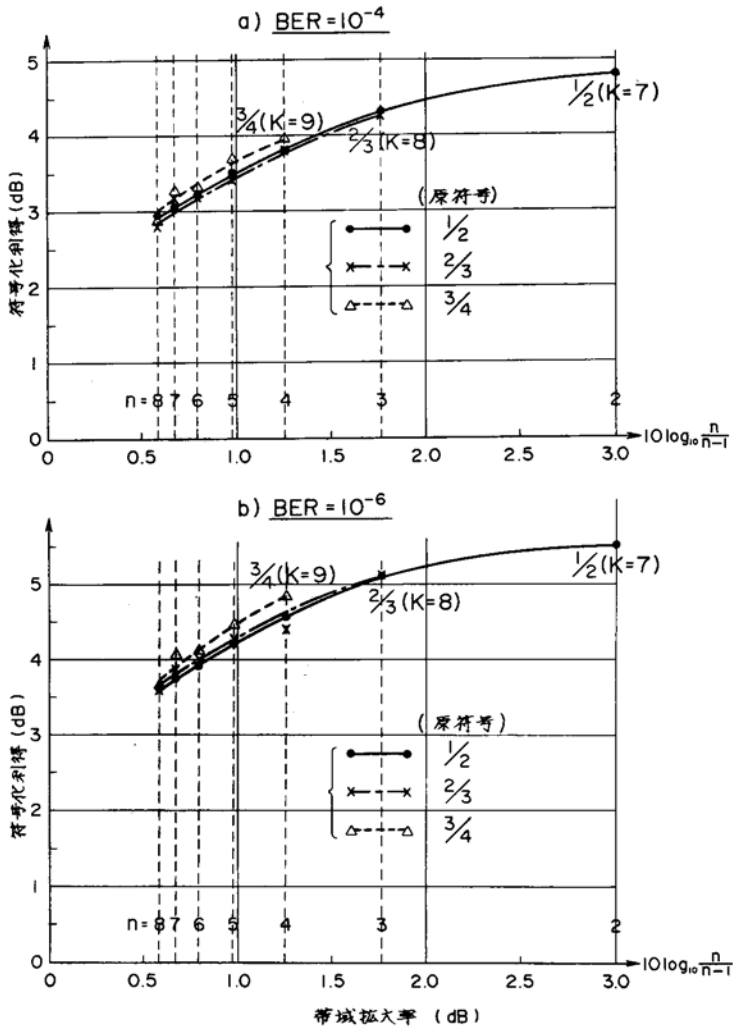


図 4.7  $(n-1)/n$  パンクチャド符号の符号化利得  
 [原符号：状態数 64 の符号]

る。

表 4.6 は、 $K=3 \sim 9$  の各  $1/2$  符号から導かれる符号化率  $2/3$  から  $13/14$  までのパンクチャド符号の最適消去パターンを示したものである。最適消去パターンの選択に当っては、符号化率  $2/3$  から  $7/8$  の符号については表 4.1 に示した数の全ての消去パターンを検討対象としたが、符号化率  $8/9$  以上の符号については“同じブロックの 2 ビットの

うち少なくとも1ビットは送出する”という制約条件のもとで最適パターンを選択した。(表4.6に示した7/8までのパンクチャド符号の最適消去パターンは全てこの条件を満足している。)この場合、符号化率 $(n-1)/n$ のパンクチャド符号の検討消去パターン数は、

$$M'' = 2^{n-2} \quad (4.9)$$

となる。

表4.7は、表4.6に示した消去パターンに基く最適符号の最小距離 $d$ と $C_d$ 及び式(4.8)で規格化された $\tilde{C}_d$ の値を示したものである。同表中、\*印のある符号は $C_d$ の値が最小ではないが、 $k=d+1$ 以降の $C_k$ の値も考慮して最適符号として選んだ。表4.7より、パンクチャド符号の符号化率が高くなるにつれてその最小距離 $d$ は減少していくが、 $K=6$ 以上の原符号から導かれる符号では、例えば13/14符号でも距離が3以上となることがわかる。

次に、表4.6に示した各符号の8値軟判定ヴィタビ復号時のBER特性を計算した。計算に当っては、各符号とも原則として $k=d+5$ 以上の $C_k$ の値を無視した。図4.8は、原符号の拘束長が異なる3/4及び7/8パンクチャド符号のBER対 $E_b/N_0$ 特性を比較して示したものである。同図より、3/4、7/8符号とも原符号の拘束長が長くなるほどその復号BER特性がよくなる様子がわかる。但し、 $K=6$ の1/2符号から導かれる7/8符号では、 $K=5$ の1/2符号から導かれる7/8符号よりわずかに特性が劣っている。

図4.9は、表4.6に示した全符号の達成 $BER=10^{-4}$ 及び $10^{-6}$ における符号化利得を比較したものである。同図より、拘束長の異なる1/2符号から導かれるパンクチャド符号の特性に関して次の点が指摘できる。

- (i) 原符号の拘束長のいかに拘らず、パンクチャド符号の符号化率が高くなるにつれてその符号化利得は減少する。
- (ii) 同じ符号化率のパンクチャド符号では、原符号の拘束長が長くなるにつれて、その符号化利得も0.3~0.5dB程度ずつ大きくなる。即ち、パンクチャド符号構成をとっても、原符号の拘束長の違いによる符号

化利得の差は殆んどそのまま保たれる。

(ii)の結果は、3.4.3節でも述べたように、将来のIC技術の進歩により拘束長の長い $1/2$ 符号のヴィタビ復号器の実現が容易になった場合、そのような符号を原符号とするパンクチャド符号構成が有効であることを示唆している。

表 4.6 最適消去パターン (1 : 送出ビット, 0 : 消去ビット)  
 [原符号 : K=3~9 の 1/2 符号]

原符号 符号化率	1/2 K=3	K=4	K=5	K=6	K=7	K=8	K=9
	1/2	1 (5) 1 (7)	1 (15) 1 (17)	1 (23) 1 (35)	1 (53) 1 (75)	1 (133) 1 (171)	1 (247) 1 (371)
2/3	10 11	11 10	11 10	10 11	11 10	10 11	11 10
3/4	101 110	110 101	101 110	100 111	110 101	110 101	111 100
4/5	1011 1100	1011 1100	1010 1101	1000 1111	1111 1000	1010 1101	1101 1010
5/6	10111 11000	10100 11011	10111 11000	10000 11111	11010 10101	11100 10011	10110 11001
6/7	101111 110000	100011 111100	101010 110101	110110 101001	111010 100101	101001 110110	110110 101001
7/8	1011111 1100000	1000010 1111101	1010011 1101100	1011101 1100010	1111010 1000101	1010100 1101011	1101011 1010100
8/9	10111111 11000000	10000011 11111100	10100011 11011100	11100010 10011101	11110100 10001011	10110110 11001001	11100000 10011111
9/10	101111111 110000000	101000000 110111111	111100011 100001100	100001111 111100000	111011110 100010001	101100110 110011001	111000101 100111010
10/11	1011111111 1100000000	1000000011 1111111100	1000000101 111111010	100110100 111000101	111011011 100100100	1001000011 111011100	100010110 111101001
11/12	10111111111 11000000000	1000000010 1111111101	1010110101 1101001001	1000111010 1111000101	1111011110 1000100001	10110000110 1100111001	11000010001 1011101110
12/13	101111111111 110000000000	10000000011 11111111100	10101110101 11001000100	11010010110 101011001001	11111110101 100000001010	100100001100 11101110011	11000001010 10111100101
13/14	1011111111111 1100000000000	1010000000000 1101111111111	111011010111 100100100100	1100011000100 101110011011	1101000001111 101011110000	1010100100000 1101011011111	1100000100001 101111011110

(太枠内) : 原符号の各ビットの生成多項式 (8進表示)

表 4.7 最適符号の  $d$ ,  $C_d$  及び  $\tilde{C}_d$   
 [原符号 : K=3~9 の 1/2 符号]

原符号 符号化率	K=3		K=4		K=5		K=6		K=7		K=8		K=9	
	$d$	$C_d (\tilde{C}_d)$	$d$	$C_d (\tilde{C}_d)$	$d$	$C_d (\tilde{C}_d)$	$d$	$C_d (\tilde{C}_d)$	$d$	$C_d (\tilde{C}_d)$	$d$	$C_d (\tilde{C}_d)$	$d$	$C_d (\tilde{C}_d)$
1/2	5	1 (1)	6	2 (2)	7	4 (4)	8	2 (2)	10	36 (36)	10	2 (2)	12	33 (33)
2/3	3	1 (0.5)	4	10 (5)	4	1 (0.5)	6	96 (48)	6	3 (1.5)	7	47 (23.5)	7	11 (5.5)
3/4	3	15 (5)	4	124 (41.3)	3	1 (0.3)	4	3 (1)	5	42 (14)	6	239 (79.7)	6	52 (17.3)
4/5	2	1 (0.3)	3	14 (3.5)	3	11 (28)	4	40 (10)	4	12 (3)	5	168 (42)	5	31 (7.8)
5/6	2	2 (0.4)	3	63 (12.6)	3	20 (4)	4	100 (20)	4	92 (18.4)	4	7 (1.4)	5	168 (33.6)
6/7	2	5 (0.8)	2	2 (0.3)	3	69 (11.5)	3	25 (4.2)	3	5 (0.8)	4	85 (14.2)	4	9 (1.5)
7/8	2	8 (1.1)	2	4 (0.6)	3	49 (7)	3	60 (8.6)	3	9* (1.3)	4	258 (36.9)	4	70 (10)
8/9	2	14 (1.8)	2	6 (0.8)	3	293 (36.6)	3	72 (9)	3	13 (1.6)	3	3 (0.4)	4	124 (15.5)
9/10	2	20 (2.2)	2	8 (0.9)	2	1 (0.1)	3	143 (15.9)	3	29 (3.2)	4	1189 (132.1)	4	300 (33.3)
10/11	2	30 (3)	2	14 (1.4)	2	3 (0.3)	3	201 (20.1)	3	52 (5.2)	3	18 (1.8)	4	556 (55.6)
11/12	2	40 (3.6)	2	20 (1.8)	2	6* (0.5)	3	311 (28.3)	3	66 (6)	3	14 (1.3)	4	1899 (172.6)
12/13	2	55 (4.6)	2	26 (2.2)	2	7 (0.6)	3	514 (42.8)	3	83 (6.9)	3	37 (3.1)	4	2038 (169.8)
13/14	2	70 (5.4)	2	32 (2.5)	2	10 (0.8)	3	692 (53.2)	3	215 (16.5)	3	52 (4)	4	3424 (263.4)

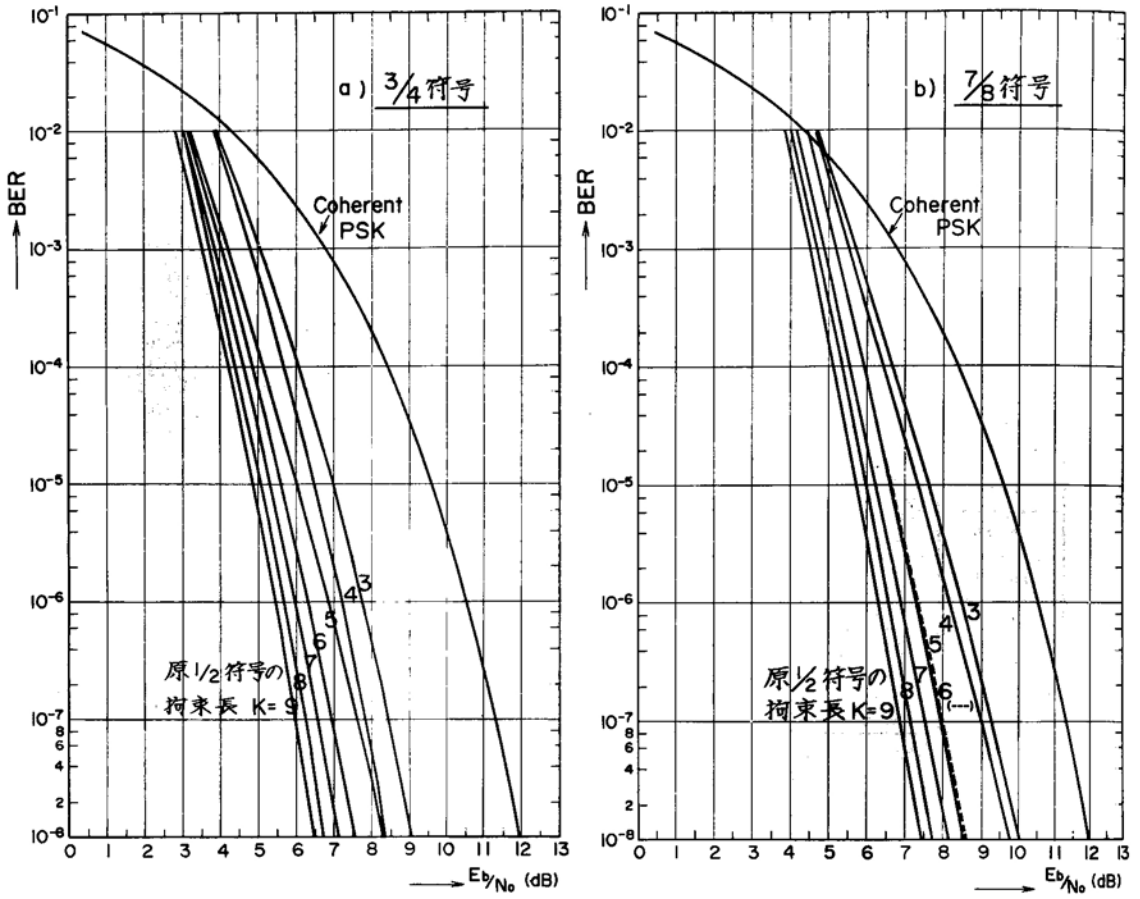


図 4.8  $3/4$  及び  $7/8$  パンクチャド符号の BER 特性  
 [原符号： $K=3\sim 9$  の  $1/2$  符号]

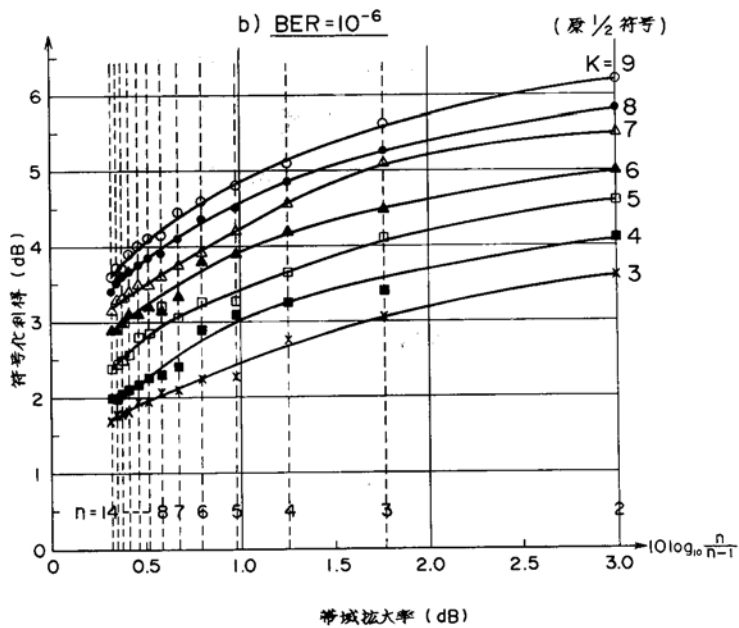
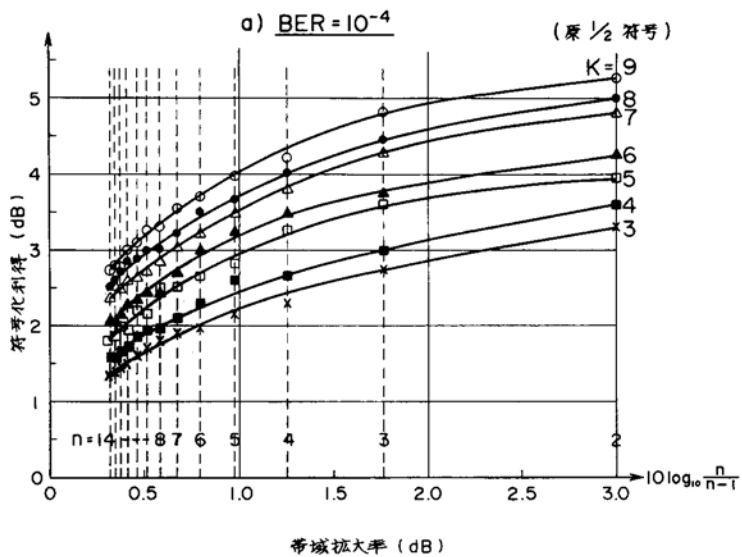


図 4.9  $(n-1)/n$  パンクチャド符号の符号化利得  
 [原符号 :  $K = 3 \sim 9$  の  $1/2$  符号]

## 第5章 符号同期方式に対する検討

第4章で検討を行ったパンクチャド符号の考え方に基いて開発した軟判定ヴィタビ復号装置の構成とその諸特性については第6章で述べるが、装置実現に当っては、受信側で必要な符号同期をどのようにしてとるかが重要な問題となる。そこで本章では、実際のヴィタビ復号装置で用いるべき符号同期方式選択のための指針を得ることを目的として、ヴィタビ復号における符号同期方式とその特性に対する基本的な検討を行う。

先ず5.1節では、符号同期の基本概念とその必要性について述べるとともに、ヴィタビ復号において符号同期をとるために有効な同期情報の抽出法について検討する。5.2節では、5.1節で選択した5種類の同期情報抽出法について、開発装置で用いる拘束長7の1/2符号とそれから導かれる7/8パンクチャド符号を例にとり、同期状態と非同期状態における同期情報の分布特性を計算機シミュレーションにより明らかにする。5.3節では、同期情報をもとに符号の同期/非同期の判定を行うための同期判定法と符号同期特性の評価基準を明らかにし、それに基づいて各種同期方式の特性を比較する。5.4節では、ハードウェア実現の容易さも含めて各種符号同期方式の総合評価を行い、開発装置における同期方式選択の指針を与える。

### 5.1 符号同期の概念と同期情報抽出法

#### 5.1.1 符号同期の概念

一般に誤り訂正符号を通信システムに適用する場合、受信側では送信側における符号ブロックの区切りを正しく知って復号を実行する必要がある。この符号ブロックの区切りが送信側と受信側とで一致しない状態を“非同期状態”という。図5.1は、1/2符号を用いた場合の非同期状態の例である。このような非同期状態においては符号化系列でないデータ系列が復号器に入力されることになり復号が正しく実行されない。従って、システム側で特別なフレーム同期あるいはバースト同期がとら



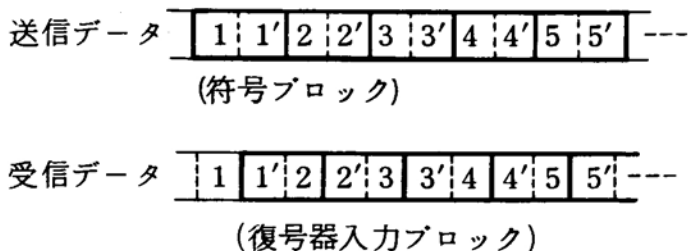


図 5.1 1/2 符号における非同期状態

れていない場合には誤り訂正復号器自体でこの非同期状態を検出して、常に正しい符号ブロックで復号を実行できるように受信データの復号器への入力位相を制御する操作が必要となる。これを符号の自己同期という。

符号の自己同期を果たすためには、同期状態と非同期状態を明確に区別しうる情報（以下“同期情報”と呼ぶ）を復号器から抽出する必要があるが、一般に同期情報は回線状態の影響を強く受け、回線状態が悪い時（ $E_s/N_0$  が低い時）の同期状態と、非同期状態との識別が困難になる傾向がある。ビタビ復号法は極めて高い符号化利得を有することから、 $E_s/N_0$  がかなり低い回線に適用されることが多い。従って、回線状態の悪い場合にも符号同期を安定に保つことができるような同期方式を選択することが特に重要である。

### 5.1.2 同期情報抽出法

ビタビ復号においては、復号過程で得られるパスメトリックに着目して同期情報を抽出することが先ず考えられる<sup>4)</sup>。図 5.2 は、伝送路雑音がない場合の同期状態と非同期状態における全パスメトリックの分布と時間変化の様子を示したものである。（但し説明の都合上、復号器においてはパスメトリック記憶回路のメモリーオーバーフローを防ぐためのメトリック減算操作（6.1.2(4)参照）を行わないと仮定している）。即ち符号の同期がとれている時には、全状態の生き残りパスのメトリック

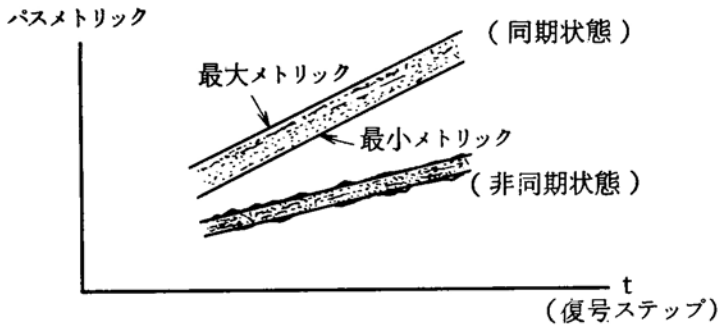


図 5.2 パスメトリックの分布の時間変化の様子

は符号の距離構造から定まる一定の大小関係を保ったまま一様に増加していく。一方、符号の同期がとれていない時には、符号系列でないデータパターンが復号器に入力されるため、各状態の生き残りパスのメトリック差は減少し<sup>4)</sup>、且つメトリックの増加率も減少するという傾向がある。従って、伝送路雑音のある状態に於ても、このような同期状態と非同期状態におけるメトリックの分布及び時間変化の傾向の差異が保たれるならば、メトリック情報を用いて符号の同期／非同期状態を判定することができる。また、メトリック以外の情報を同期情報として用いることも可能である。同期情報抽出法として考えられる主な方法を以下に述べる。(表 5.1 に、ここで検討対象とする同期情報抽出法を示す。)

(i) メトリックの大小関係に着目する方法

これは、同期状態と非同期状態において各メトリックの分布の広がり異なるという性質(図 5.2 参照)を利用する方法である。具体的には種々の方法が考えられるが、ここではハードウェア実現上の容易さも考慮して、表 5.1 に掲げる 2 つの方法(A 及び B)を検討対象とする。即ち、方法 A (Max-Min) は、各復号ステップにおける最大メトリックと最小メトリックの差に着目する方法であり、方法 B

(Max-Others) は、最大メトリックとそれ以外の各メトリックの差の合計値に着目する方法である。方法 B は、最大メトリックと、その他の全メトリックの平均値の差に着目する方法と考えることもできる。

表 5.1 検討対象とする同期情報抽出法

復号過程で抽出	(具体的方法)
(i) 各復号ステップにおけるメトリックの大小関係に着目	..... { A.Max-Min B.Max-Others
(ii) メトリックの時間変化に着目	..... C.△Max
(iii) 最尤パスの連続性に着目	..... D.Path Trace
<u>復号データを利用</u>	
(iv) 復号データを再符号化して受信データとの相関をみる	..... E.Correlation

(ii) メトリックの時間変化に着目する方法

これは、各メトリックの時間的な増加率が同期状態と非同期状態で異なるという性質（図 5.2 参照）を利用する方法で、復号器内の初期メモリリセットを行えば比較的早く有用情報が抽出できるという利点を有する。具体的には、特定のメトリックの増加率に着目する方法、全メトリックの平均値の増加率に着目する方法等いろいろ考えられるが、ここでは最大メトリックの増加率に着目する方法 C（△Max）を検討対象とする。

(iii) 最尤パスの連続性に着目する方法

これはメトリックそのものを用いる方法ではなく、各復号ステップで選択された最尤パスが連続しているか否かに着目して同期情報を得る方法である。ヴィタビ復号においては、各復号ステップで最大のメトリックを有する生き残りパスをその時点での最尤パスとして選択することにより復号が順次実行される。従って、符号の同期がとれていて且つ伝送路雑音がない時には、実際の送信符号系列に対応する連続パスが復号過程における最尤パスとして必ず選択されるが、符号の同期がとれていない時、あるいは伝送路雑音が多い場合には、各復号ステップで全く独立な（即ち、連続していない）パスが最尤パスとして選択される確率が高くなる。具体的には、例えば連続する 2 つの復号ステップの各々における最尤パスがトレリス上で連続しているか否か

を常に観測することにより同期情報を得ることができる(図 5.3 参照)。表 5.1 の方法 D (Path Trace) は、このような考え方に基いたものである。

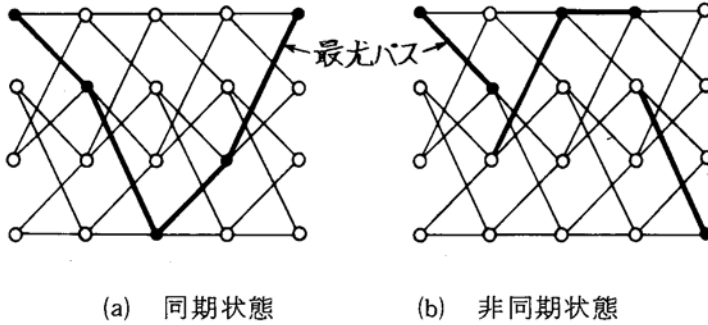


図 5.3 最尤パスの連続性 (拘束長  $K=3$  の  $1/2$  符号)

- (Ⅳ) 復号データ再符号化系列と受信データ系列との相関に着目する方法
- (i)~(iii) はヴィタビ復号過程におけるメトリックをもとに同期情報を得る方法であるが、この他に、ヴィタビ復号されたデータ系列を再符号化して、復号前の受信データ系列とつぎ合わせるにより得られる相関情報を用いる方法 (表 5.1 の方法 E (Correlation)) も考えられる。図 5.4 はこのような相関情報を得る場合のブロック図である。この方法は、“非同期状態では非符号化系列が復号器に入力されるので、復号データ再符号化系列と復号器入力データ系列との相関が小さくなる” という性質を利用するものである。このような相関情報は、

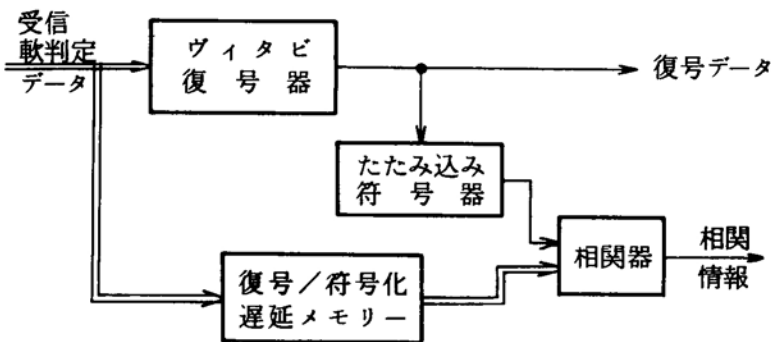


図 5.4 復号データ再符号化法 (方法 E) のブロック図

符号の同期がとれている場合には、受信データに含まれるビット誤りの割合（伝送路ビット誤り率）の推測のために利用することができる（6.1.2(4)参照）。

## 5.2 同期情報の分布特性

表 5.1 に示した 5 種類の同期情報抽出法を対象として、同期及び非同期状態におけるヴィタビ復号時の各同期情報の値の分布特性を計算機シミュレーションにより調べた。本節ではシミュレーションのパラメータと得られた結果について述べる。

### 5.2.1 シミュレーションのパラメータ

シミュレーションの対象符号としては、第 6 章で述べる開発装置で用いている  $K=7$  の  $1/2$  符号及びそれから導かれる  $7/8$  パンクチャド符号（最適消去パターンに従う）を選んだ。またヴィタビ復号は 8 値軟判定データに基く復号を想定し、与えられた  $E_s/N_0$  のもとでの A～E の各同期情報の分布特性（平均値と標準偏差  $\sigma$ ）を調べた。なお、 $1/2$  符号の符号ブロックの復号位相状態は、図 5.1 から明らかなように同期状態と非同期状態の 2 通りのみであるが、 $7/8$  符号では復号位相状態は 8 通り（1 符号ブロックのビット数 = 8）あり、その中の 1 つだけが同期状態で他は全て非同期状態となる。しかし、7 通りの非同期状態における同期情報分布特性にはそれほど大きな差はないので、その中の特定の位相状態を非同期状態の代表として選びシミュレーションを行った。

同期及び非同期状態のシミュレーションではいずれにおいても、復号器の内部状態が定常状態に達するまでの初期復号ステップ（100 ステップ程度）を除外した上で、各同期情報の値の変化を約 10,000 ステップにわたって追跡し、得られたデータの統計処理を行った。また、 $1/2$  符号と  $7/8$  符号ではその復号 BER 対  $E_s/N_0$  特性がかなり異なるので、 $E_s/N_0 = \infty$  の場合と、復号 BER が  $10^{-1}$  以下となる領域、即ち、 $1/2$  符号については  $E_s/N_0 = -2 \sim 4$  dB、 $7/8$  符号については

$E_s/N_0 = 2 \sim 7$  dB の範囲 (図 6.14 参照) でシミュレーションを行った。

### 5.2.2 シミュレーション結果

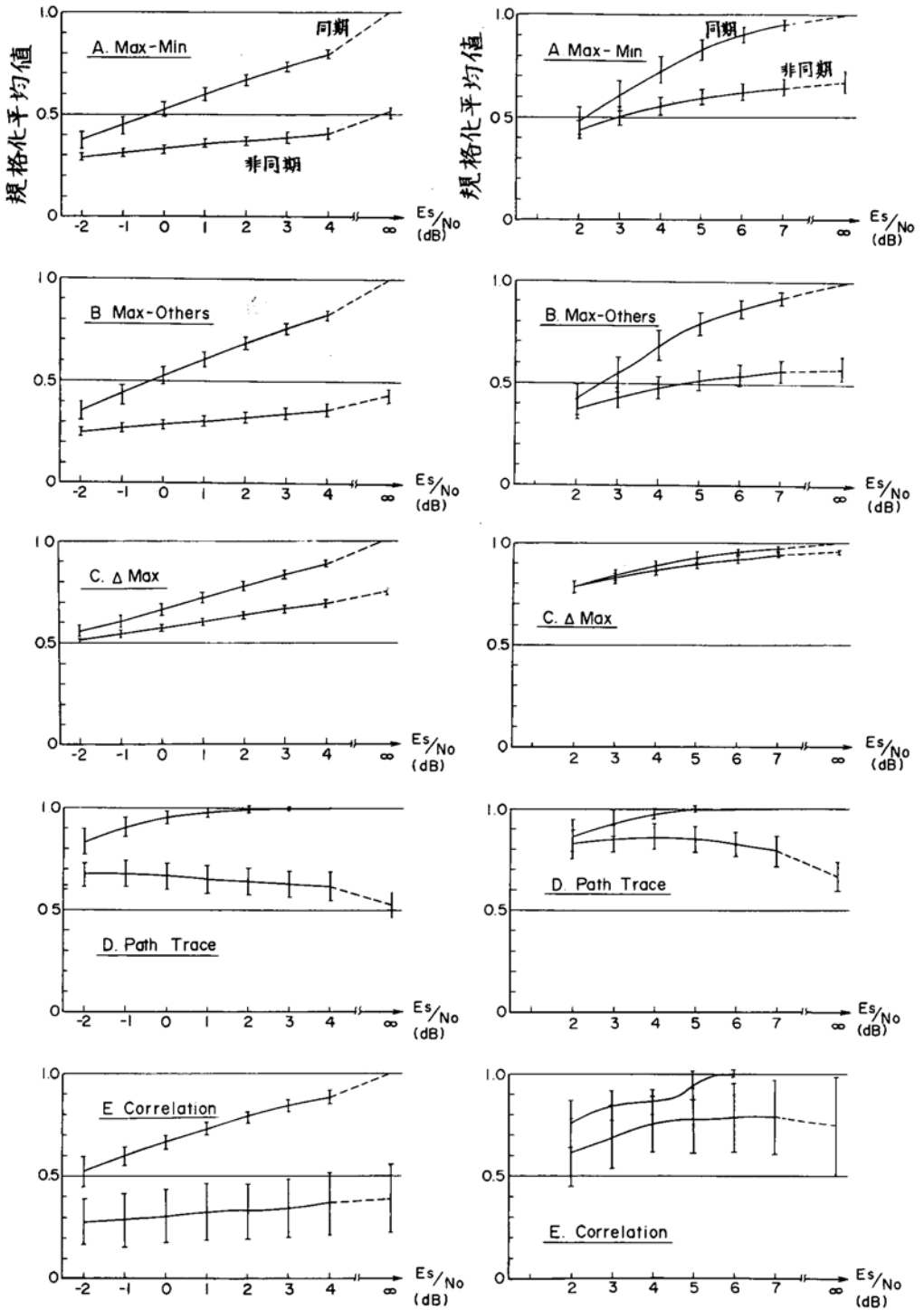
図 5.5 は、同期状態及び非同期状態に対するシミュレーションにより得られた、各  $E_s/N_0$  における方法 A～E の同期情報の平均値を、その標準偏差  $\sigma$  とともに示したものである。但し、各同期情報はその信頼度を高めるため、連続する 100 復号ステップの積分値から求めており、 $\sigma$  はそのようにして求められた同期情報値の確率分布の標準偏差である。なお、各同期情報の平均値及び  $\sigma$  は、同期状態で伝送路雑音がない時 ( $E_s/N_0 = \infty$ ) に得られる同期情報の最大値 (理論的に一意に定まる) で規格化している。

図 5.5 に示す同期情報の分布特性は、各方法とも同じ  $E_s/N_0$  に対する平均値の大きい方が同期状態、小さい方が非同期状態に対応しており、この平均値の逆転現象は見られないが、7/8 パンクチャド符号では両状態に対する同期情報平均値が、特に  $E_s/N_0$  の低いところでかなり接近している。また両符号とも、 $E_s/N_0$  の値が大きくなるにつれて同期状態及び非同期状態の同期情報平均値が増加し、且つ両者の差が開く傾向にあることがわかる。但し、方法 D 及び E に対しては、非同期状態の同期情報値が  $E_s/N_0$  が高くなっても必ずしも増加せず、方法 D ではむしろ減少の方向にある。

一般に、同期状態と非同期状態を明確に区別するためには、両状態における同期情報の平均値の差ができるだけ大きく、且つその  $\sigma$  ができるだけ小さいことが望ましいが、この観点からは両符号とも方法 A あるいは方法 B によって同期情報を抽出するのが有効であることを図 5.5 の結果は示唆している。

### 5.3 同期特性の評価法と各方式の特性比較

本節では、同期情報を用いて符号の同期/非同期状態を判定するための具体的方法及び同期特性の評価法について述べる。また、5.2 節で検討し



(a) 1/2 符号 (K=7)

(b) 7/8 パンクチャド符号

図 5.5 各同期情報 (100 ステップ積分時) の分布特性

た各同期情報の分布特性に基いて各種同期方式の特性比較を行う。

### 5.3.1 同期／非同期状態の判定法

特定の同期情報を用いて符号の同期がとれているか否かを判定する方法として、以下に述べる2つのアプローチを考える。即ち、1つは、予め同期状態と非同期状態を分離するためのしきい値を定めておき、例えば同期情報がそのしきい値より大きい時には“同期状態”、小さい時には“非同期状態”と判定する方法で、以下この方法をしきい値判定法と呼ぶ。他の1つは、復号器への入力データ系列のブロック位相として可能な全ての位相（例えば1/2符号では2通り、7/8符号では8通り）を対象として、その各々の入力データ位相に対して得られる同期情報の大小関係を比較し、最大の同期情報を出力する位相のもとの復号を“同期状態”、他の位相での復号を“非同期状態”と判定する方法である。以下この方法を比較判定法と呼ぶ。

### 5.3.2 同期特性の評価基準

同期特性の評価に当っては、同期状態と非同期状態を誤って判定する同期／非同期誤判定確率の大きさが最も重要である。ここでは、この誤判定確率をできるだけ小さくするという観点から5.3.1に示した2つの同期判定法の評価基準について検討する。検討に先立って、各 $E_s/N_0$ のもとの同期状態および非同期状態における同期情報値の分布が、それぞれ、平均値 $U_S$ （同期）、 $U_A$ （非同期）及び標準偏差 $\sigma_S$ （同期）、 $\sigma_A$ （非同期）のガウス分布となると仮定する。

まず、しきい値判定法における同期／非同期の誤判定確率について検討する。図5.6は、表5.1に示した同期情報抽出法のうち、方法A

(Max-Min)を例にとって、高い $E_s/N_0$ と低い $E_s/N_0$ に対する同期情報の100復号ステップ積分時の値の分布特性（シミュレーション結果）を示したものである。（低い $E_s/N_0$ としては、1/2符号及び7/8符号のそれぞれについて復号BERが $10^{-3}$ 程度となる点（図6.14参照）



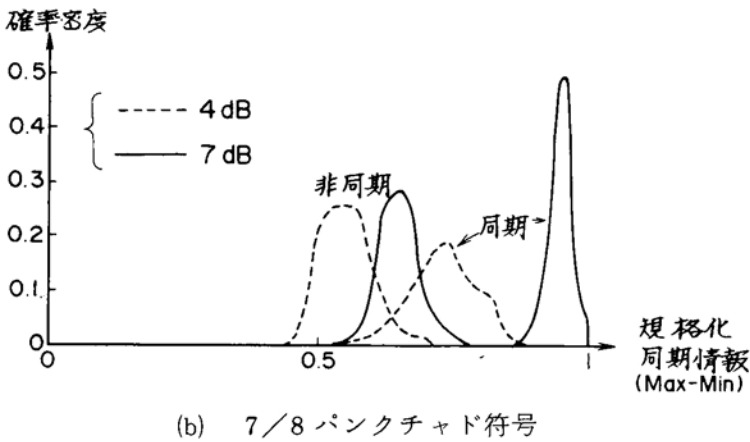
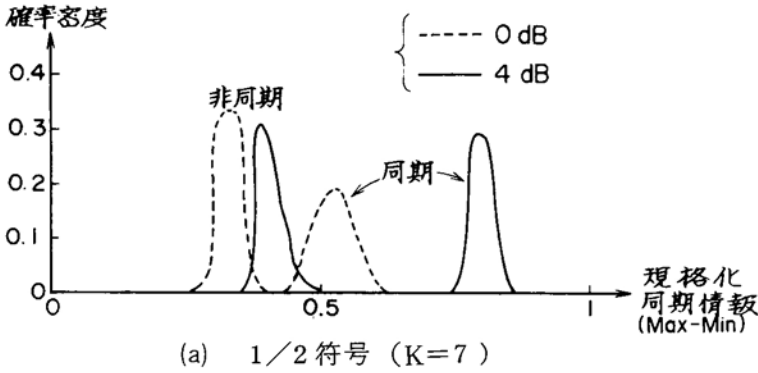


図 5.6 同期情報値の確率分布の例  
〔方法 A. Max - Min〕

を選んでいる。) 図 5.6 の例からも明らかなように、一般に  $E_s/N_0$  の低い時の同期状態における同期情報値は、 $E_s/N_0$  の高い時の非同期状態における同期情報値にかなり接近する。従って、しきい値判定法における設定しきい値は、伝送路  $E_s/N_0$  が変動しうる場合、 $E_s/N_0$  が低い時の同期状態と  $E_s/N_0$  が高い時の非同期状態が正しく識別できるように予め選んでおく必要がある。

即ち、 $\rho$  を同期判定を行う上で許容すべき伝送路の最悪  $E_s/N_0$ 、 $\rho'$  を非同期状態の同期情報平均値 ( $U_A$ ) が最大となる  $E_s/N_0$  (方法 D 及び E を除けば  $E_s/N_0 = \infty$  の時に最大となる) とすると、しきい値  $T_H$  は、 $E_s/N_0 = \rho$  に対する  $U_S (U_S(\rho))$  と  $E_s/N_0 = \rho'$  に対する  $U_A (U_A(\rho'))$  の間に設定しなければならない。この時、最悪ケースを想定

すると、同期状態にあるのに非同期状態と誤判定する確率  $P_E$  ( $E_s/N_0 = \rho$  のとき最大となる) と、非同期状態にあるのに同期状態と誤判定する確率  $P'_E$  ( $E_s/N_0 = \rho'$  のとき最大となる) は、それぞれ誤差関数を用いて次式で与えられる (図 5.7 参照)。

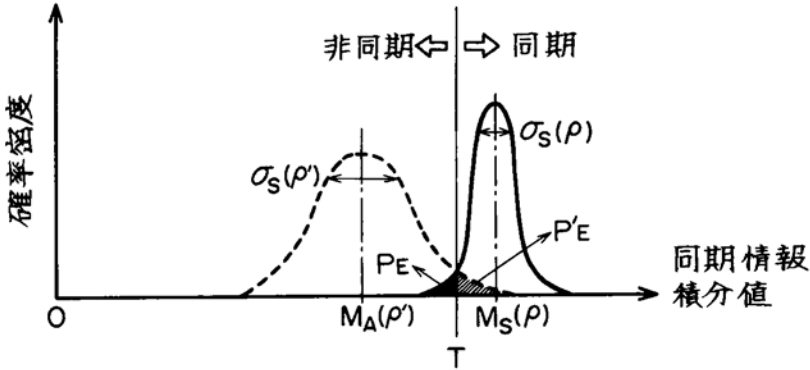


図 5.7 しきい値判定法における同期/非同期誤判定確率

$$P_E = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \frac{Z}{\sqrt{2}} \right), \quad Z = \frac{U_S(\rho) - T_H}{\sigma_S(\rho)} \quad (5.1)$$

$$P'_E = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \frac{Z'}{\sqrt{2}} \right), \quad Z' = \frac{T_H - U_A(\rho')}{\sigma_A(\rho')} \quad (5.2)$$

従って、式 (5.1) 及び (5.2) で与えられる  $P_E$  と  $P'_E$  が等しくなる (即ち  $Z$  と  $Z'$  が等しくなる) ような  $T_H$  を、しきい値判定法における設定しきい値  $\hat{T}_H$  とすると、 $\hat{T}_H$  及びその場合の  $P_E$  及び  $P'_E$  は次式で与えられる。

$$\hat{T}_H = \frac{\sigma_S(\rho) U_A(\rho') + \sigma_A(\rho') U_S(\rho)}{\sigma_S(\rho) + \sigma_A(\rho')} \quad (5.3)$$

$$P_E = P'_E = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \frac{Z}{\sqrt{2}} \right), \quad Z(\rho) = \frac{U_S(\rho) - U_A(\rho')}{\sigma_S(\rho) + \sigma_A(\rho')} \quad (5.4)$$

一方、比較判定法においては、伝送路  $E_s/N_0$  が未知の場合にも、同じ  $E_s/N_0$  のもとでの同期状態と非同期状態における同期情報値の大きさをもとに同期/非同期の判定を行うことができる。即ち、比較判定法においては、同期判定を行う時の伝送路  $E_s/N_0$  を  $\rho$  とすると、 $E_s/N_0$

=  $\rho$  に対する同期状態と非同期状態における同期情報値の差（平均が  $U_S(\rho) - U_A(\rho)$ 、分散が  $\sigma_S^2(\rho) + \sigma_A^2(\rho)$  のガウス分布となる）が負となる時に同期／非同期の誤判定が生じる。このような誤判定確率  $P_E$  は、次式で与えられる。

$$P_E = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \frac{Z}{\sqrt{2}} \right), \quad Z(\rho) = \frac{U_S(\rho) - U_A(\rho)}{\sqrt{\sigma_S^2(\rho) + \sigma_A^2(\rho)}} \quad (5.5)$$

式 (5.4) 及び式 (5.5) から明らかなように、しきい値判定方法及び比較判定法における同期／非同期の誤判定確率  $P_E$  は、両式中に示される  $Z$  が与えられれば一意に決定される。図 5.8 は  $P_E$  と  $Z$  の関係を示したもので、 $Z$  の値が大きくなるほど誤判定確率が減少していくこと、即ち、同期／非同期判定の信頼度が高くなることがわかる。以後、式 (5.4) 及び式 (5.5) で与えられる  $Z$  を、しきい値判定方法及び比較判定法における同期特性の評価値として用いることとする。

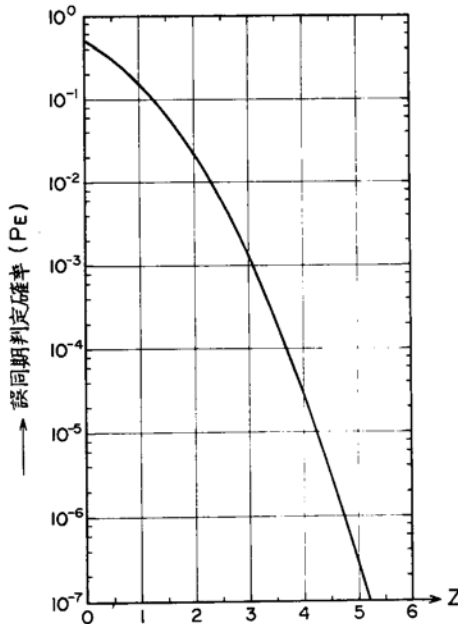


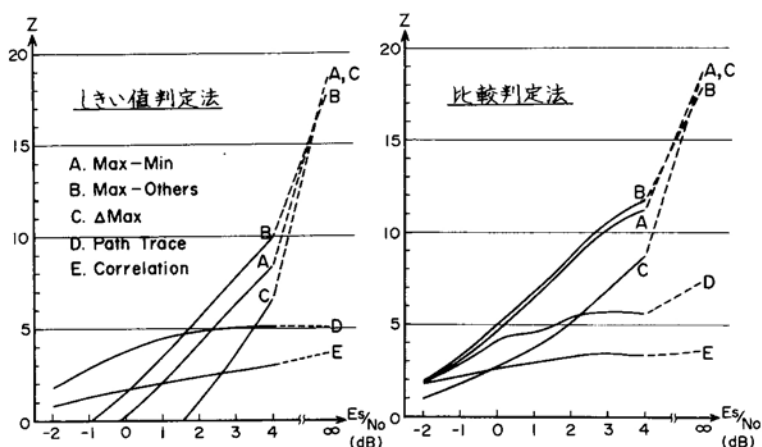
図 5.8 同期／非同期誤判定確率と  $Z$  の関係

### 5.3.3 各同期方式の特性比較

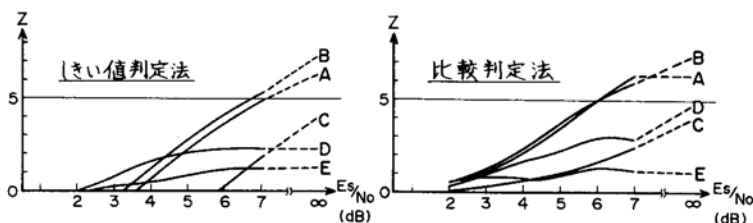
#### (1) 100 復号ステップ積分時の特性

表 5.1 に示した方法 A～E の同期情報抽出法により得られる 100 復号ステップ積分時の各同期情報の平均値及び標準偏差  $\sigma$  に関するシミュレーションデータ (図 5.5 参照) をもとに、式 (5.4) 及び式

(5.5) で与えられる評価値  $Z$  を計算した。図 5.9 は、 $1/2$  符号及び  $7/8$  パンクチャド符号の各々について、方法 A～E で得られる同期情報を用いてしきい値判定を行った場合及び比較判定を行った場合の、 $E_s/N_0 (= \rho)$  に対する評価値  $Z$  の特性を比較して示したものである。同図より、各種同期情報を用いた場合の同期特性について次の点が指摘できる。



(a)  $1/2$  符号 ( $K=7$ )



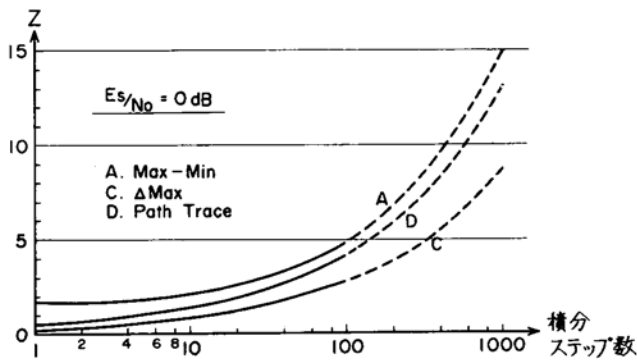
(b)  $7/8$  パンクチャド符号

図 5.9 各方式の  $Z$  対  $E_s/N_0$  特性 (100 ステップ積分時)

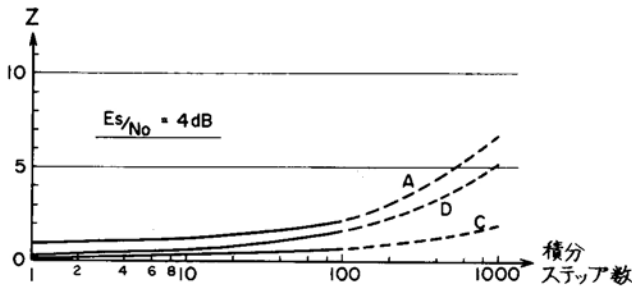
- (i) 各方式とも、 $E_s/N_0$  が大きくなるにつれて $Z$ の値が大きくなり、同期判定の信頼性が高くなる。また、同じ $E_s/N_0$  に対しては、比較判定法の方がしきい値判定法より大きい $Z$ を与える。特に、 $E_s/N_0$  の低いところにおいて比較判定法の優位性が顕著である。
  - (ii) 同期情報抽出法としてはバスマトリックの分布に着目する方法A及び方法Bが他の方法より全般に大きい $Z$ を与え、信頼性の高い同期方式の実現を可能とする。但し、 $E_s/N_0$  のかなり低いところで、しきい値判定法による同期判定を行う場合には、方法D及び方法Eの同期情報抽出法が方法A～Cのそれより誤同期判定確率を小さくしうる。
  - (iii) 7/8パンクチャド符号では、1/2符号に比べて各方式とも $Z$ の値が相対的に小さくなっている。これは、7/8パンクチャド符号では、1/2符号の符号化ビットを14ビット中6ビットも消去しているため、同期状態と非同期状態における復号器内部状態の違いを引き起こす情報がかなり失われていることに起因すると考えられる。
- (2) 積分ステップ数と同期特性との関係

図 5.9 に示した評価値 $Z$ の特性は、連続する100復号ステップにわたる積分値から同期情報を得る場合のシミュレーションデータから得られたものである。しかし、一般に各同期情報の分布の標準偏差 $\sigma$ は、この同期情報抽出時の積分ステップ数に大きく依存し、積分ステップを長くするほど小さくなる傾向がある。(但し、その平均値は殆んど変わらない。) このことは、積分ステップ数が長くなるほど、式(5.4)及び式(5.5)から求められる評価値 $Z$ の値が大きくなり、同期特性が改善されうることを意味している。

図 5.10 は、表 5.1 の方法A、C、Dの3つの同期情報抽出法を例にとり、比較判定法を用いる場合の評価値 $Z$ の、積分ステップ数に対する変化の様子を示したものである。但し、伝送路の $E_s/N_0$  は1/2符号で0 dB、7/8符号で4 dB(いずれも復号BER $\approx 10^{-3}$ となる)の場合を想定している。同図の実線は、計算機シミュレーションより



(a) 1/2 符号 (K=7)



(b) 7/8 パンクチャド符号

図 5.10 Z 対積分ステップ数特性 [比較判定法]

得られた各積分ステップ数に対する同期情報の標準偏差から Z の値を計算した結果であり、点線は、“復号器内部状態は 100 復号ステップ離れたところでは互いに無関係である”と仮定して得られた推測値である。この仮定により、積分ステップ数 100 に対する標準偏差を  $\sigma$  とすると、積分ステップ数 =  $100x$  ( $x > 1$ ) に対する標準偏差は  $\sigma/\sqrt{x}$  になると考えることができる。図 5.10 より、同期情報抽出のための積分ステップ数について次の点が指摘される。

- (i) 各方式とも、積分ステップ数を長くすると、評価値 R の値が大きくなり、誤同期判定確率を小さくすることができる。(但し、積分ステップ数が長くなると同期判定に要する時間もそれに比例して長くなる。)

- (ii) 例えば、評価値  $Z$  が 5 以上（誤判定確率が  $3 \times 10^{-7}$  以下となる：図 5.8 参照）を同期方式としての選択基準とする時、両符号に対する各同期情報抽出のための必要積分ステップ数は比較判定法に対して表 5.2 のようになる。

表 5.2  $Z \geq 5$  とするための必要積分ステップ数 [比較判定法]

同期情報抽出法	1/2 符号	7/8 パンクチャド符号
A. Max - Min	110	520
C. $\Delta$ Max	270	6,250
D. Path Trace	150	900

このように、各同期方式の誤同期判定確率は、同期情報抽出のための積分ステップ数に大きく依存し、理論的には積分ステップ数を長くすることによりいくらでも小さくできるので、具体的な同期方式の選択に当っては、許容同期判定時間とのかね合いから最適な積分ステップを定めることが必要となろう。特に、しきい値判定法を用いる場合には、評価値  $Z$  の値が比較判定法に比して相対的に小さいので、積分ステップ数を相当長くして  $E_s/N_o$  の低いところでの誤同期判定確率を小さくすることが必要と考えられる。

#### 5.4 符号同期方式の総合評価

実際のヴィタビ復号装置で用いる符号同期方式は、同期/非同期誤判定確率に基いた 5.3 節での検討結果とともに、ハードウェア実現の容易さ等も考慮して選択しなければならない。本節では、各種同期方式の利害、得失を整理し、その総合的な評価、検討を行う。

##### 5.4.1 同期情報抽出法

表 5.1 に示した 5 種類の同期情報抽出法について、ハードウェア実現の容易さを含めた総合的な評価、検討を行う。

## 方法 A (Max-Min) 及び方法 B (Max-Others)

バスメトリックの大小関係に着目する方法 A 及び方法 B は、同期／非同期誤判定確率からみた同期特性が他の方法より全般にかなり優れている (図 5.9 参照)。方法 A と方法 B を比べると、特性の点からは方法 B の方がわずかに優れているが、ハードウェア実現の容易さの点からは、メトリックの最大値と最小値だけから同期情報が抽出できる方法 A の方が優れている。

## 方法 C ( $\Delta$ Max)

バスメトリックの最大値の増加量に着目する方法 C は、復号器内の初期メモリリセットを行えば比較的早く有為情報が抽出できるという利点を有するが、その同期特性は方法 A 及び B よりかなり劣る (図 5.9 参照)。特に 7/8 パンクチャド符号に対しては、同期／非同期の誤判定確率がかなり高くなる。これは、原符号の各枝の符号シンボルのうち消去ビット位置に対応するシンボルのメトリック増加は同期状態、非同期状態とも全く同じであるため、両状態におけるメトリック増加量の有為な差が出にくくなることによる。ハードウェア構成の点からは、前ステップと現ステップのメトリック最大値の差を観測すればよいので、さほど複雑とはならない。

## 方法 D (Path Trace)

最尤バスの連続性に着目する方法 D は、 $E_s/N_0$  の高いところではその特性は方法 A 及び B より劣るが、 $E_s/N_0$  の低いところでも同期特性がそれほど劣化しないという利点がある (図 5.9 参照)。これは、図 5.5 から明らかなように、 $E_s/N_0$  が変化しても同期情報の値そのものはあまり変化しないことに起因している。このように方法 D は、 $E_s/N_0$  のかなり低いところでも同期／非同期の判定をできるだけ正確に行いたい場合に有効な方法であるが、ハードウェアの実現に当たっては、各復号ステップにおける最尤バスの連続性を判定するための特別な付加回路が必要となる。



## 方法 E (Correlation)

受信データ系列と復号データ再符号化系列との相関に着目する方法 E は、図 5.9 から明らかなようにその同期特性そのものはあまり良くない。この原因の 1 つは、非同期状態においても両データ系列の相関が 0 とはならない（即ち、誤り率が  $1/2$  とならない）点にある。この点については、開発装置を用いた実験結果をもとに 6.3.3 で更に詳しく検討する。同期特性が良くないもう 1 つの原因は、図 5.5 から明らかなように、非同期状態における同期情報値の分散が他の方法に比べて非常に大きい点にある。しかし、同期状態と非同期状態における同期情報の平均値そのものには、 $E_s/N_0$  のかなり低いところでも十分な差があるので、同期情報抽出のための積分時間を長くすれば同期特性の大巾な改善が期待できる。

ハードウェア構成面からは、受信側で符号器、データ遅延回路、相関器等を別個に用意しなければならない（図 5.4 参照）が、これらの回路は符号同期がとれている時の伝送路 BER 推定回路としてそのまま利用することができる、という利点もある。なお、方法 E で同期情報を抽出する場合には、他の方法に比べて、ヴィタビ復号器の打切りパス長及び符号器のシフトレジスタの段数（符号拘束長  $K$  に等しい）に相当する時間だけ有為情報の抽出が遅れる。

表 5.3 は、以上に述べた 5 種類の同期情報抽出法の利害得失を整理して示したものである。

表 5.3 同期情報抽出法の総合評価

同期情報抽出法	同期特性	ハードウェア構成	備 考
A.Max-Min	○	◎	•同期特性が優れており、且つ、ハードウェア構成も簡単。
B.Max-Others	◎	△	•同期特性は最も良いがハードウェア構成がやや複雑。
C.△Max	△	◎	•復号器内の初期メモリリセットを行えば比較的早く有為情報抽出可能。
D.Path Trace	△	△	•Es/No の低いところでもかなり正確な同期/非同期判定が行える。
E.Correlation	△	△	•積分ステップ数の増加により、同期特性の大巾な改善が期待できる。 •同期がとれている時には、相関情報を伝送路BERの推定値として利用できる。

#### 5.4.2 同期/非同期判定法

各同期情報を用いた同期/非同期判定法としては、図 5.9 から明らかのように、比較判定法の特徴がしきい値判定法の特徴よりかなり良い。しかし、伝送路の  $E_s/N_o$  の変動が少い場合、あるいは、予め伝送路の  $E_s/N_o$  の値が推定できる場合には、それに応じてしきい値判定法のしきい値を設定し直すことにより、その同期特性を図 5.9 の特性より改善することができる。

一方、同期/非同期の判定に要する時間の点からは、全ての復号器入力データ位相のもとの同期情報値の値を比較する必要のある比較判定法の方が、しきい値判定法より長い時間を要する。ハードウェア構成の点からは、比較判定法は、非同期状態から同期状態への同期引き込みを行う時（これを、同期の“後方保護”という）には単一の復号器で判定を実行できるが、符号の同期がとれている状態で同期はずれの検出を行う時（これを、同期の“前方保護”という）には、全ての復号器入力データ位相に対する同期情報を常に監視するための複数の復号器が必要となるという問題がある。また、比較判定を単一の復号器で行う場合にも、

最大の同期情報値を与える入力データ位相を記憶するための回路が必要となり、しきい値判定法に比べてやや必要ハードウェア量が多くなる。

以上に述べたしきい値判定法と比較判定法の利害得失を整理して表 5.4 に示す。

表 5.4 同期／非同期判定法の総合評価

同期／非同期判定法	同期特性	ハードウェア構成	備 考
しきい値判定法	○	◎	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 伝送路 <math>E_s/N_0</math> が既知の時は、同期特性を改善することができる。</li> </ul>
比較判定法	◎	○	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 判定しきい値の設定不要。</li> <li>• 前方保護用に用いる時は複数の復号器必要。</li> <li>• 同期判定に要する時間が、しきい値判定法より長くなる。</li> </ul>

## 第6章 符号化率可変軟判定ヴィタビ復号装置の開発とその諸特性

第4章で検討を行ったパンクチャド符号の考え方に基いて、符号化率を自由に選択できる軟判定ヴィタビ復号装置の開発を行った。本開発装置は第5章での検討結果に基いて実現した符号の自己同期機能を有している。本章では開発装置の構成概要と、それにより実験可能なパンクチャド符号の諸特性について検討する。

先ず、6.1節では開発装置の基本構成と主要機能について述べ、装置各部の構成について説明を行う。6.2節では、 $K=7$ の $1/2$ 符号とそれから導かれる種々のパンクチャド符号の諸特性（打切りパス長特性、復号BER特性、復号後のパースト誤りの性質等）を、開発装置を用いたハードウェア実験と理論検討の両面から明らかにする。6.3節では、開発装置で実験可能なその他の諸特性（パンクチャド符号復号時の挿入ダミーデータに対するメトリック計算禁止の効果、差動符号化適用時のBER特性、復号器入力データ系列と復号データ再符号化系列の相関特性等）に対する検討を行う。

### 6.1 開発装置の概要

本節では、開発装置の基本構成と主要機能を示すとともに、装置各部の構成概要について述べる。

#### 6.1.1 装置構成と主要機能

##### (1) 装置構成

開発装置の基本構成ブロック図を図6.1に示す。入力データ系列は拘束長 $K=7$ の $1/2$ たたみ込み符号器で符号化され、その符号化ビットの一部が、外部から指定されるビット消去パターンに従って周期的に選択消去される。このようにして生成される高符号化率のパンクチャド符号化データ系列は、外部変調器により変調されて伝送路に送出される。一方、受信側では、外部復調器で軟判定復調された入力データに対して、送信側で消去されたビットの位置にダミーデータを挿

入し、原 1/2 符号の符号化系列に対応するデータ系列を再生したのち、通常の 1/2 符号用の軟判定ヴィタビ復号器（状態数 64）で復号が行われる。但し、挿入されたダミーデータに対しては、メトリック計算禁止パルスが軟判定データに同期してヴィタビ復号器へ入力される。

符号同期部では、ヴィタビ復号器から出力される符号同期情報をもとに、ダミーデータの挿入位相を正しく制御するためのタイミング制御信号が生成され、これにより任意のパンクチャド符号のブロック同期が自動的にとられる。更に、本装置には、白色ガウス雑音の加わる通信チャネル（AWGNチャネル）における軟判定データを模擬的に生成するためのデジタル擬似雑音発生回路が内蔵されている。これにより外部変復調装置と接続しなくても本装置単体で種々の誤り訂正特性を調べることができる。

このように、本装置の主要部はハードウェア構成の比較的容易な 1/2 符号用のたたみ込み符号器とヴィタビ復号器に、符号化ビット選択消去部、ダミーデータ挿入部等の簡単な周辺回路を付加することにより構成されており、外部から指定する消去パターンを変更することにより、符号化率及び符号を自由に選択して使用できるという特徴を有している。本装置の外観を写真 6.1 に示す。

## (2) 主要機能

開発装置の性能概要を表 6.1 に示す。外部から指定される消去パターンの周期（パンクチャド符号の構成単位）を  $\ell$  ブロック（ $= 2\ell$  ビット）、 $\ell$  ブロック当りの消去ビット数を  $m$  とすると、この場合のパンクチャド符号の符号化率  $R$  は、

$$R = \frac{\ell}{2\ell - m} \quad (6.1)$$

となる。本装置では  $1 \leq \ell \leq 16$ 、 $0 \leq m \leq \ell - 1$  の範囲で  $\ell$  及び  $m$  の値が任意に設定可能であるので、符号化率の選択範囲は、1/2 ~ 16/17 となる。また、 $m$  ビットの消去ビット位置の選択は任意で

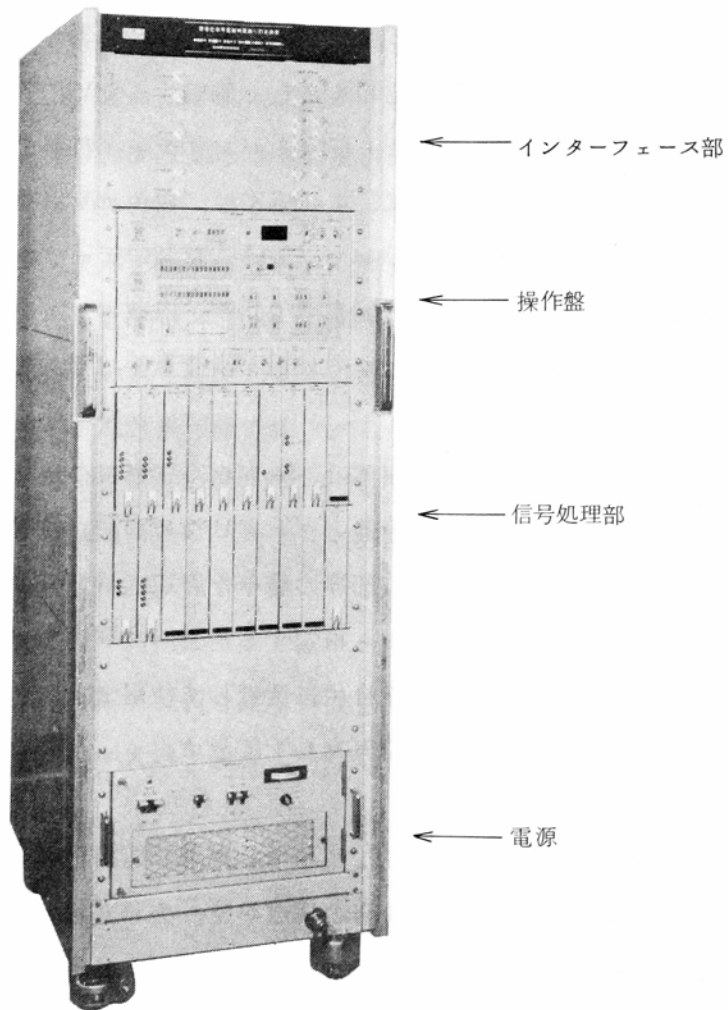


写真 6.1 開発装置の外観



あるので、同じ符号化率でも異った消去パターンから導かれる種々のパンクチャド符号を自由に選択できる。

本装置は、 $K=7$  の  $1/2$  符号から導かれる種々のパンクチャド符号の軟判定ヴィタビ復号に関わる諸特性を実験的に調べるための多くの機能を有しているが、特にヴィタビ復号器においては、受信軟判定データのレベル数  $Q$  を 2 (硬判定)、4、8、15 値のいずれかに設定し、且つ、打切りパス長を 8~256 ビットの範囲で 8 ビット単位で変更できる構成となっている。また、符号の自己同期回路と差動符号器/復号器の組み合わせにより 2 相又は 4 相変調時に受信側で生じる位相不確定を除去できる機能を有している。更にデジタル擬似雑音発生器では、伝送路の  $E_s/N_0$  を  $-3 \sim 10$  dB の範囲で 0.5 dB ステップで設定でき、式 (3.32) で定義される軟判定しきい値間隔  $\alpha$  が 0.5, 0.6, 0.7 の各々の場合に対する 8 値または 15 値軟判定データを生成する機能を有している。

### 6.1.2 装置各部の構成概要

#### (1) たたみ込み符号器

本装置で用いている拘束長  $K=7$  で符号化率  $1/2$  のたたみ込み符号器の構成を図 6.2 に示す。図 6.2 から明らかなように、各ブロックの 2 ビットの符号化ビットのうち、第 1 ビットの生成多項式は 133(8

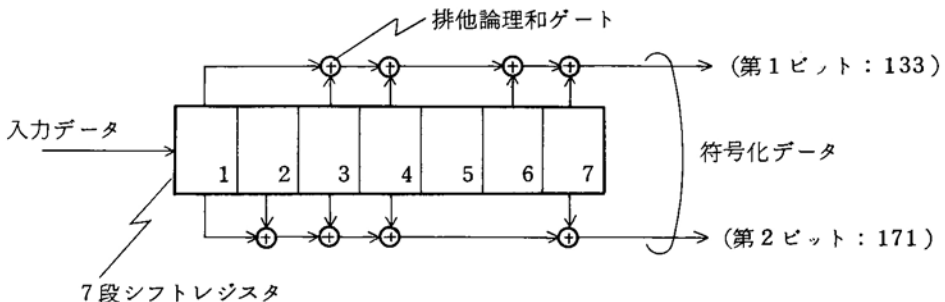


図 6.2  $1/2$  たたみ込み符号器 ( $K=7$ ) の構成



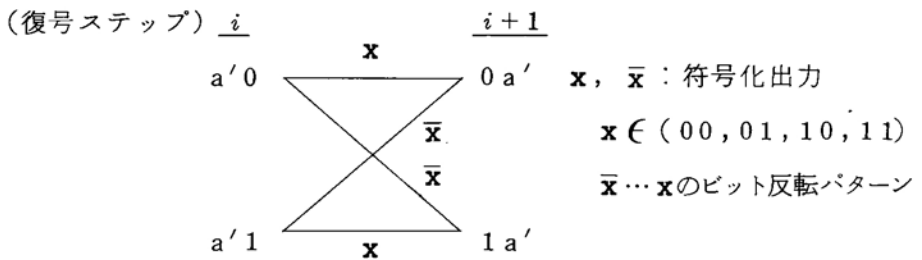
進表示)、第2ビットは171である。即ち、両符号化ビットとも奇数個のレジスタ出力の排他論理和により生成されるため、入力データが全て“1”の時には符号器出力データ系列も全て“1”となる。従って、本符号器で生成される符号は、0と1の極性反転に対してトランスペアレントな符号<sup>注)</sup>となっている。このことは、次のようにして証明される。即ち、特定の符号化系列を $x$ 、その極性反転データ系列を $\bar{x}$ とし、全て“1”のデータ系列を1と表わすと、

$$\bar{x} = x \oplus 1 \quad (6.2)$$

(⊕: 排他論理和)

という関係がある。従って、符号が1という符号化系列を有し、且つたみ込み符号が一般に線形符号であることを考慮すると、式(6.2)で表わされるデータ系列 $\bar{x}$ もまた符号化系列となる。

本符号の状態数は64で、トレリス図上の状態遷移は、32個のセルの組み合わせで表現される。ここで、図6.2に示すシフトレジスタの第1段目と第7段目のレジスタの内容がともに符号化ビットの生成に関与していることを考慮すると、各セルの枝に対応する2ビットの符号化ビットは、図6.3に示すような関係を有していることがわかる。



$a'0, a'1, 0a', 1a'$ : 状態 ( $a' \dots$  32通りの5ビットパターン)

図6.3 1/2符号(K=7)の単位セル構造

注) 特定の符号化系列を反転したデータ系列もまた符号化系列となるような符号をいう。

## (2) 符号化ビット選択消去部

符号化ビット選択消去部の構成ブロック図を図 6.4 に示す。

1/2 たたみ込み符号器の出力ビットは直列データ系列に変換され、消去パターンで“1（送出）”と指定されたビットのみが速度  $2r_b$ （ $r_b$ ：入力データビットレート）の歯抜けクロックで FIFO（First-in First-out）メモリーに書き込まれる。FIFO メモリーからの読み出しは、パンクチャド符号の符号化率を  $R(=\frac{\ell}{2\ell-m})$  とすると、速度  $r_b/R$  のクロックに同期して行われ、これが符号化系列として送出される。表 4.6 に示した 7/8 パンクチャド符号の最適消去パターンを用いた場合を例にとって、各クロックのタイミング関係を図 6.5 に示す。

## (3) ダミーデータ挿入部

ダミーデータ挿入部では、符号化ビット選択消去部と逆の操作で、消去されたビット位置にダミーデータを挿入する。但し、受信データが軟判定データである時には、挿入するダミーデータは、軟判定データと同じビット数を有している必要がある。図 6.6 にダミーデータ挿入部の構成ブロック図を示す。同図の挿入パターンは、図 6.4 の消去パターンと同じで、“0”がデータ挿入位置を示す。従って、図 6.5 に示した速度  $2r_b$  の歯抜けクロックに同期して、受信軟判定データが FIFO メモリーから読み出され、歯抜け部分にはダミーデータ保持回路からダミーデータが挿入されて、原 1/2 符号化系列に対応するデータ系列が再生される。この再生データ系列は、挿入パターンの反転により生成されるメトリック計算禁止パルスとともに 1/2 符号用ヴィタビ復号器に送り込まれる。

また、送信側で消去されたビット位置に正しくダミーデータを挿入するため、ヴィタビ復号器から出力される同期情報をもとに符号同期部において同期/非同期状態の判定を行ない、挿入パターンのアドレス制御によって符号同期を自動的に確立できる構成となっている。

(5) 符号同期部参照)

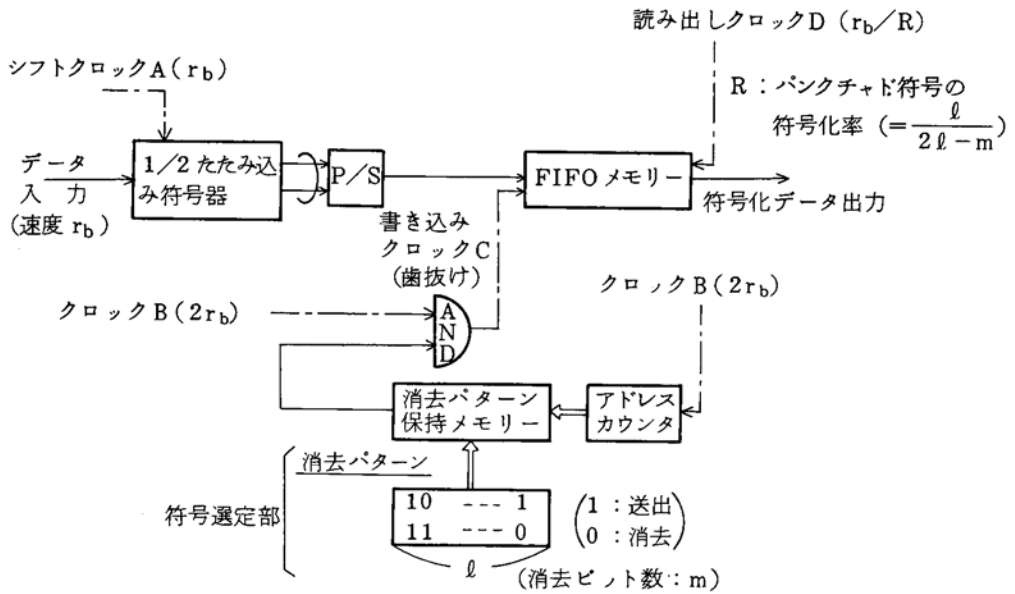


図 6.4 符号化ビット選択消去部の構成ブロック図

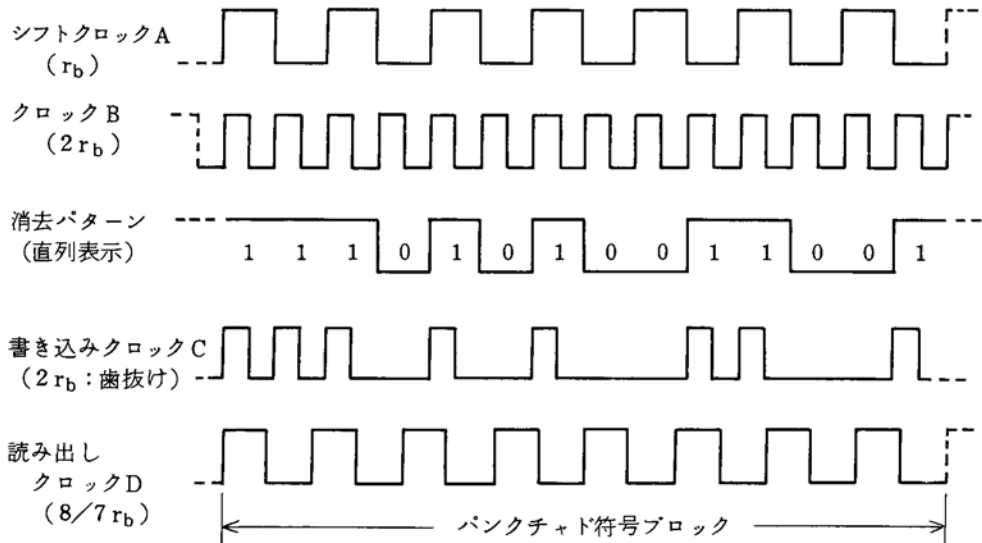


図 6.5 各クロックのタイミング関係 (7/8 パンクチャド符号)

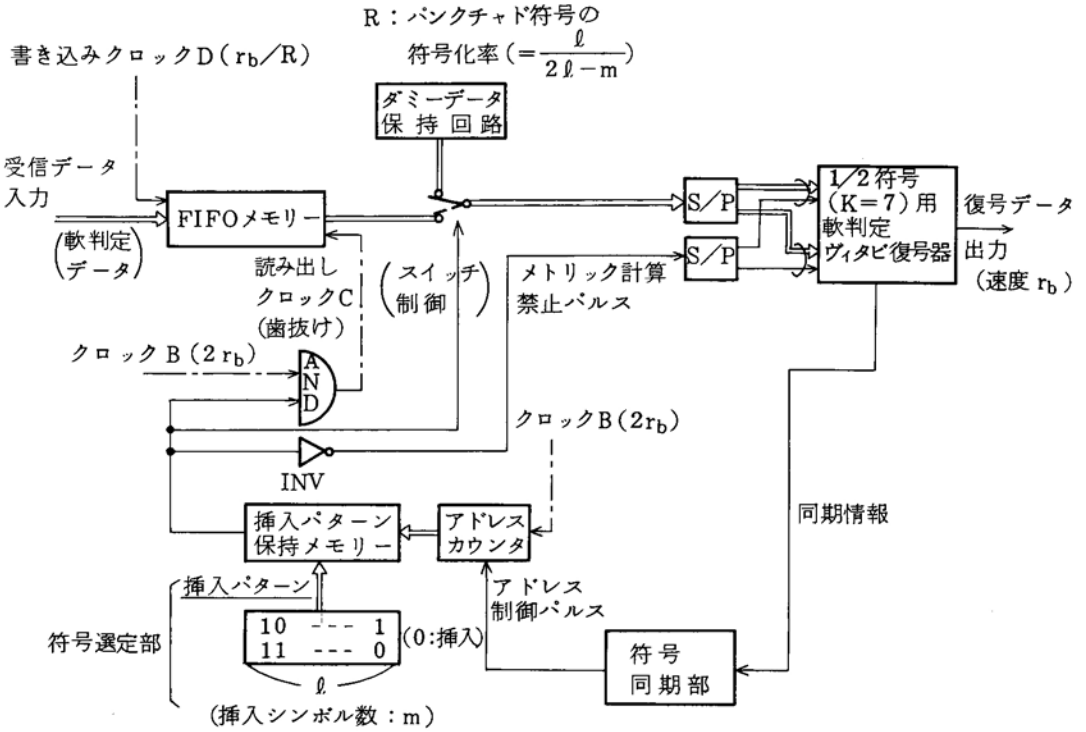


図 6.6 ダミーデータ挿入部の構成ブロック図

#### (4) ヴィタビ復号器

本装置には、 $K=7$ の1/2符号に対するヴィタビ復号器が内蔵されている。ヴィタビ復号器の基本構成とその動作は、2.4節に述べた通りであるが、ここでは本装置内蔵のヴィタビ復号器の具体的構成と動作について述べる。

#### 枝メトリック計算回路

枝メトリック計算回路の構成ブロック図を図 6.7 に示す。本回路では、各復号ステップ毎の入力軟判定データをもとに、拘束長7の1/2符号のトレリスの32個のセルの各枝に対する2つのシンボルメトリックがROM (Read Only Memory) より読み出され、その2つのシンボルメトリックを加算することにより、各枝のメトリックが順次計算される。本装置では、ヴィタビ復号の軟判定レベルを2, 4, 8, 15値

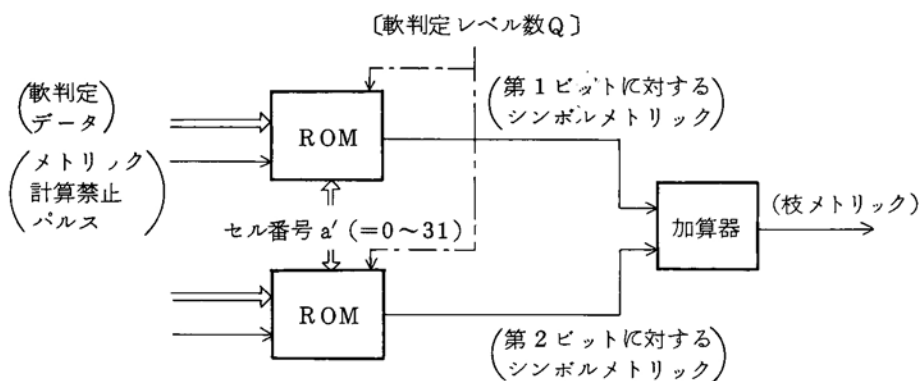


図 6.7 枝メトリック計算回路の構成

のいずれかに設定できる構成となっており、その各々に対応した軟判定データとシンボルメトリックの関係がROMに記憶されている。

8値軟判定及び15値軟判定における軟判定データとシンボルメトリックの関係を図6.8に示す。通常のヴィタビ復号器では8値軟判定データに対するシンボルメトリックを3ビット(例えば0~7)で表示するのが一般である。しかし、本装置内蔵のヴィタビ復号器ではシンボルメトリックを4ビット(±1, ±3, ±5, ±7)で表示し、メトリック計算禁止パルスと同期して入力される挿入ダミーデータに対しては0という中間メトリックを与える構成となっている。

更に、本装置では図6.8(b)に示すような15値軟判定のモードも選択できるが、この場合、外部復調器における軟判定領域は、0,1の両送信信号レベルの中間領域(図6.8(b)の0000で表示される領域)を含めた形にしておく必要がある。このような軟判定領域の設定により、パンクチャド符号の復号時にダミーデータとして0000を挿入すれば、メトリック計算禁止パルスを用いなくても通常のメトリック計算をそのまま実行することにより挿入ダミーデータに対して自動的に中間メ

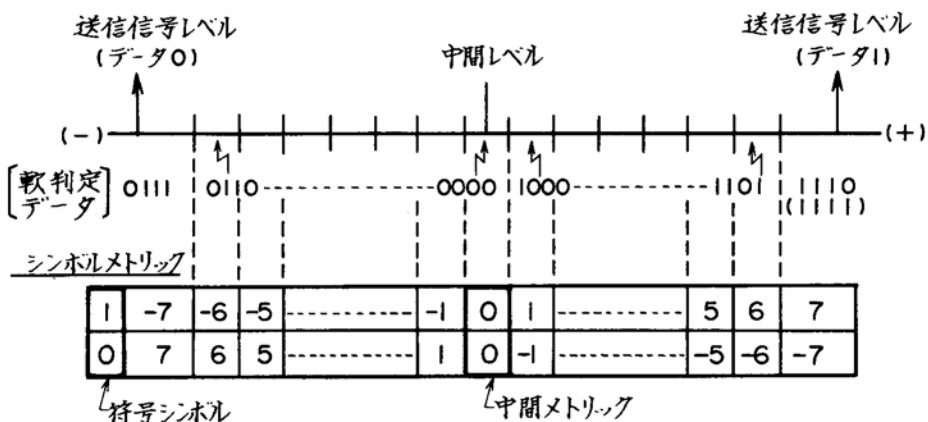
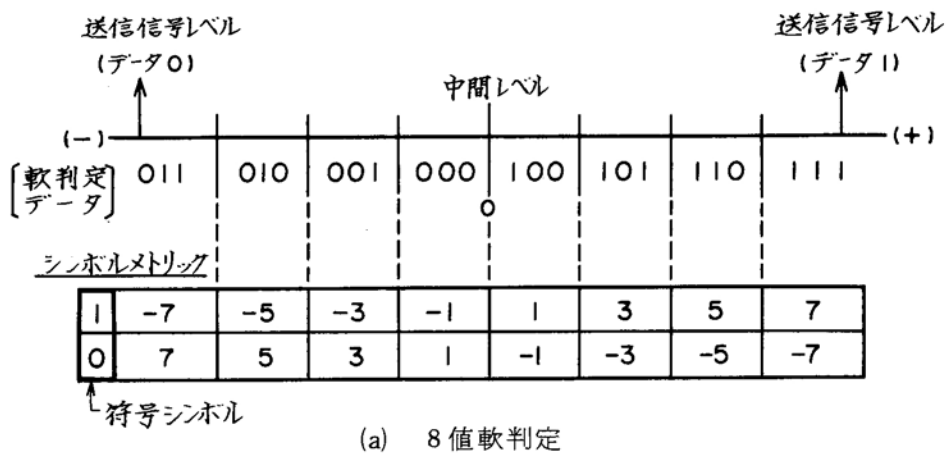


図 6.8 軟判定データとシンボルメトリックとの関係

トリックが与えられることになる。

### ACS 回路

ACS (Add-Compare-Select) 回路は、各復号ステップ毎に各状態の生き残りパスを選択し、それに伴うパスメトリック記憶回路とパスメモリーの内容更新を制御する回路で、ヴィタビ復号器の心臓部とも言うべき部分である。ACS 回路における基本操作は 2.3.2 に述べた通りである。本装置で扱うデータの速度は、符号化前のビットレートで最大 100kbps までと比較的低速であるので、本ヴィタビ復号器では

1つのACS回路を各復号ステップ内で時分割で使用し、64状態の各々に対する生き残りパスとそのパスメトリックを32コの各セル各位で順次決定していく構成となっている。

なお、一般に各状態の生き残りパスのパスメトリックは復号ステップの増大につれて単調に増加してゆく。従って、それによるパスメトリック記憶回路のメモリーオーバーフローを防ぐため、実際のヴィタビ復号器では周期的に各状態のパスメトリックから一定値を等しく減ずるようなメトリック減算操作（メトリックの規格化）<sup>注)</sup>が必要となる。<sup>12)</sup> 本復号器では、各復号ステップにおいて、全状態の生き残りパスが選択された時点で決定される全パスメトリックのうちの最小値を記憶しておき、次の復号ステップにおけるACS操作時にその最小パスメトリックを各状態のパスメトリックから等しく減じることによりメトリックの規格化を行っている。

また、この最小メトリックの選択操作と同時に、最大のパスメトリックを有する生き残りパスの選択操作も行われ、それをもとに生き残りパスメモリから出力すべき復号ビットの制御を行う構成となっている。また、各復号ステップで決定される最大メトリック ( $M_{max}$ ) と最小メトリック ( $M_{min}$ ) の差情報は、(5)で述べる符号同期部において必要となる同期情報として用いられる。

#### パスメトリック記憶回路

各状態の生き残りパスのパスメトリックを記憶するパスメトリック記憶回路は、2組のRAM (Random Access Memory) で構成され、各復号ステップ毎に前ステップのパスメトリックの読み出しと、現ステップの新しいパスメトリックの書き込みが交互に行われる。

ここで、パスメトリック記憶回路で必要となるメモリー容量について考えてみる。各状態のパスメトリック ( $M$ ) は、各復号ステップで

---

注) このようなメトリック減算操作を行っても、各パスメトリックの相対的な大小関係は不変であるので、ヴィタビ復号時の誤り率特性には何ら影響はない。

前ステップの最小メトリック ( $M'_{min}$ ) によるメトリック減算操作を行うことを考慮すると、

$$\begin{aligned} M_{min} - M'_{min} &\leq M \leq M_{max} - M'_{min} \\ &= (M_{max} - M_{min}) + (M_{min} - M'_{min}) \end{aligned} \quad (6.3)$$

となる。一般に、 $k_0/n_0$  符号の拘束長を  $K$ 、シンボルメトリックの最大値と最小値の差を  $S$  とすると、

$$M_{max} - M_{min} \leq \frac{K - k_0}{k_0} n_0 S \quad (6.4)$$

という関係がある。<sup>4)</sup> また、

$$0 \leq M_{min} - M'_{min} \leq n_0 S \quad (6.5)$$

であることを考慮すると、

$$0 \leq M \leq \frac{Kn_0}{k_0} S \quad (6.6)$$

となる。本復号器は  $K = 7$  の  $1/2$  符号に対するもので、また、図 6.8 より明らかなように  $S = 14$  であるので、式 (6.6) より、

$$0 \leq M \leq 196 \quad (6.7)$$

となり、各バスメトリックを 2 進表示する場合の必要最大ビット数は 8 となる。

従って、バスメトリック記憶回路で必要となる全メモリー容量は、 $2 \times (64 \times 8) = 1,024$  ビットとなる。

### 生き残りバスメモリー

各状態の生き残りバスに対応する符号器入力データ系列を記憶する生き残りバスメモリーは、バスメトリック記憶回路と同じく 2 組のメモリーを用意して各復号ステップ毎に読み出しと書き込みを交互に行う構成となっている。また、ACS 回路からの制御により、最大バスメトリックを有する生き残りバスに対応する、打切りバス長 ( $T_c$ ) だけさかのぼった時点の記憶ビットが復号データとして出力される。

このような構成をとるバスメモリーの必要容量は、本復号器の最大打切りバス長が 256 であることを考慮すると、 $2 \times (64 \times 256) = 32,768$  ビットとなる。本装置では、これを  $64 \times 9$  ビット RAM 58 枚



を用いて構成しているが、大容量RAMを用いれば必要チップ数の減少が可能である。また、各状態の記憶ビット系列のうち、新しい方から第6ビット目までは0～63までの状態番号の2進数表示系列(6段のシフトレジスタの内容ビット系列)に一致することを考慮すると、その部分は実際に記憶しておく必要はなくこの場合、 $2 \times (64 \times 6) = 768$ ビット分のメモリーが節約できる。更に、2組のメモリーを交互に書き込みと読み出しに使う方法をとらずに、1組のメモリーで生き残りパスメモリーの更新を行う構成も原理的には可能で、<sup>60)</sup>この場合には、必要メモリー容量は半分ですむ。

なお、本装置は実験装置であるので、打切りパス長をかなり長くできる構成としているが、実際には打切りパス長は256ビットより短くてよいと考えられ(6.2.2参照)、その分、必要メモリー容量は少くできる。

#### 伝送路 BER 推定回路

本装置では、ヴィタビ復号器から出力される復号データ系列を、送信側の符号化回路と同一構成のたたみ込み符号器で再符号化し、その再符号化データ系列とヴィタビ復号器への入力データ系列(受信データ系列)との相関を調べることにより伝送路BERを推定する機能を有している。このBER推定回路の構成を図6.9に示す。ヴィタビ復号器へ入力される受信軟判定データ(パンクチャド符号に対する挿入ダメーデータを含む)のうちの第1ビット(硬判定時の復調ビットに対応)は、メトリック計算禁止パルスとともに遅延回路に送られる。遅延回路では、復号遅延(打切りパス長相当分)と符号化遅延(符号拘束長 $K=7$ 相当分)を加えた時間分だけ信号が遅延され、その出力データ系列(受信データの第1ビット)と復号データ再符号化系列との不一致ビットの割合が相関器で調べられる。但し、パンクチャド符号化時の挿入ダメーデータに対しては上記の相関は意味を持たないので、メトリック計算禁止パルスにより相関計算が禁止される。

このようにして得られる相関情報は、符号の同期がとれている時に

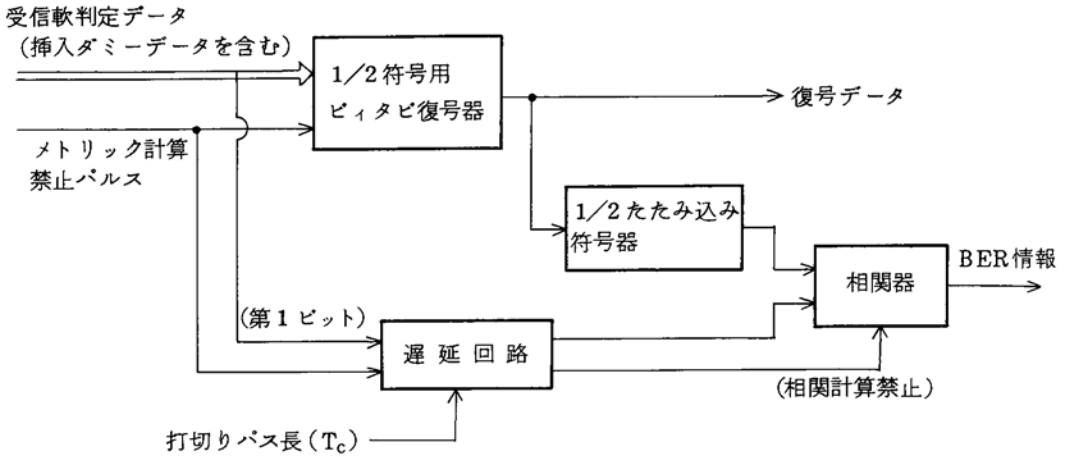


図 6.9 伝送路 BER 推定回路の構成

は受信データに含まれるビット誤りの割合（即ち伝送路 BER）の推定値として利用することができる。このような伝送路 BER 推定手段は、ヴィタビ復号のように非組織符号<sup>注)</sup>を用いる誤り訂正方式において広く有効である。また、一般に符号の同期がとれていない状態では、受信データ系列と復号データ再符号化系列との相関が小さくなるので、この相関情報をもとに符号の同期／非同期状態の判定を行うことも可能である。（5.1.2 参照） 従って、本装置では、最大メトリックと最小メトリックの差情報の他に、この相関情報をもとに符号の自己同期をとることができる構成となっている。

#### (5) 符号同期部

本装置の符号同期部は、符号のブロック同期を自動的に確立し保持する機能、及び同期検波 PSK 復調時に生じる受信信号の位相不確定の影響を除去する機能を有している。以下、符号同期部の構成について述べる。

#### 同期確立・保持機能

符号の同期／非同期状態の判定を行うための同期情報抽出法として

注) 符号化前のデータパターンが符号化データ系列に含まれない符号を非組織符号という。

は、第5章の表5.1に示した5種類の抽出法のうち、①各復号ステップのパスメトリックの最大値と最小値の差の積分値を用いる方法A (Max-Min) と、②受信データ系列と復号データ再符号化系列との相関情報を用いる方法E (Correlation) の2つの方法のいずれかを選択して使用できる構成とした。方法Aは、同期特性が特に優れており、しかもヴィタビ復号のACS演算過程で必要となる最大メトリックと最小メトリックをそのまま同期情報抽出のために用いることができるというハードウェア構成上の利点を有している。一方、方法Eは本装置が(4)で述べたような伝送路BER推定回路を有しており、その出力相関情報をそのまま同期情報として利用できることから選択した。以後、前者の同期情報抽出法を“メトリック法”、後者を“BER法”と呼ぶ。

同期情報に基づく符号の同期/非同期判定法については、非同期状態から同期状態への引き込み(同期の後方保護)に対しては、第5章で検討を行った“しきい値判定法”と“比較判定法”の他、両者の中間的な方法として、同期情報値が一定のしきい値を越えるような復号位相状態がない時には最大の同期情報値を与える復号位相状態を同期状態と判定する“適応判定法”を設け、この3つの方法からいずれか1つを選択できる構成とした。一方、同期状態における符号の同期はずれの検出に対しては、5.4.2で述べたように、比較判定法では複数の復号器を必要とすることから、しきい値判定法を用いることとした。またしきい値判定法における同期判定しきい値は、後方保護用と前方保護用にそれぞれ独立に、外部から設定できる構成としている。<sup>注)</sup>

5.3.3(2)で述べたように、同期/非同期誤判定確率は、同期情報抽出のための積分ステップ数にも大きく依存し、積分時間を長くすれば誤判定確率を低くすることができる。しかし、この場合、判定に要す

---

注) BER法においては、伝送路の状態や符号に関係なく、正確な同期の確立を行おうとする伝送路BERの範囲の上限値をそのまましきい値として設定すればよい。

る時間も長くなる。従って、本装置では、同期判定しきい値とともに、この積分ステップ数も外部から設定できる構成とし、誤り訂正を行う伝送路の状態、誤同期確率及び同期引き込み時間等への要求条件をもとに、後方保護、前方保護のそれぞれに対して独立に最適な積分ステップ数を選択して使用できる構成となっている。表 6.2 に本符号同期部の基本パラメータを示す。

表 6.2 符号同期部の基本パラメータ

同期情報抽出法	① メトリック法 (バスメトリックの最大値-最小値) ② BER法 (受信データと復号データ再符号化データの相関)
同期/非同期判定法	[後方保護] (非同期状態から同期状態への引き込み) ① しきい値判定法 ② 比較判定法 ③ 適応判定法 (しきい値は外部から設定) [前方保護] (同期状態における同期はずれ検出) しきい値判定法 (しきい値は外部から設定)
積分ステップ数設定範囲	[メトリック法] $2^4 \sim 2^{13}$ ビット [BER法] $10 \sim 10^5$ ビット 但し、前方保護においては、設定しきい値をN回連続下回った時に同期はずれと見なす。 (N=1~16)

### 位相不確定の除去機能

一般に位相変調方式を用いて同期検波復調を行う場合、受信側では再生搬送波の位相が不確定となり、復調データの反転あるいはチャネル入れ換え等が生じる。例えば2相PSK方式では、0及び $\pi$ の2つの搬送波位相あいまい度があり、図 6.10(a)から明らかなように基準位相が $\pi$ ずれると復調データの反転が生じる。また、4相PSK方式では図 6.10(b)に示すようなグレイ (Gray) 符号化<sup>注)</sup>を行うと仮定し、各位

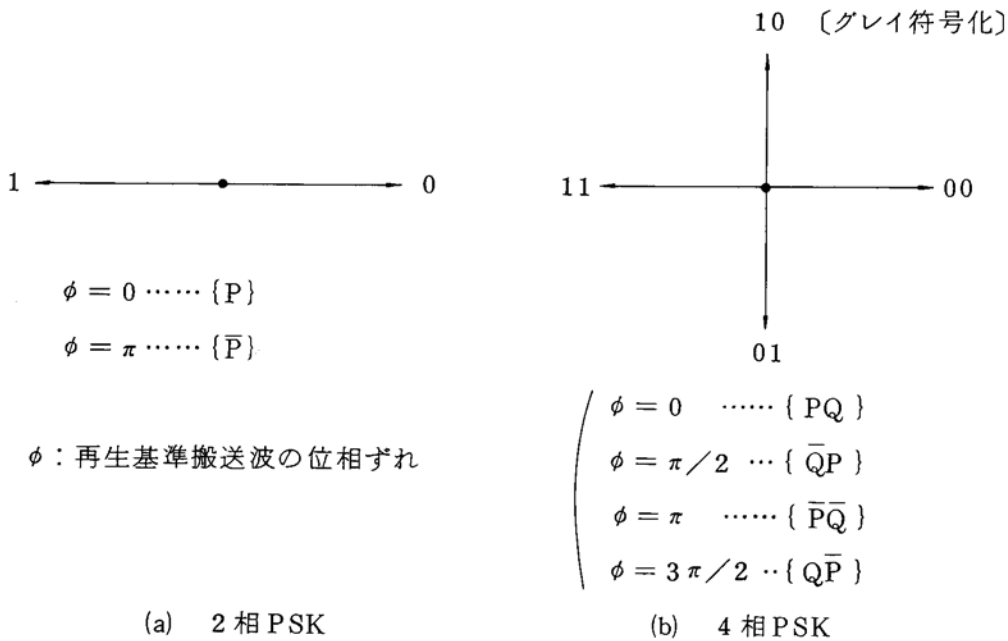


図 6.10 2相/4相 PSK の信号位相配置と位相不確定の影響

相に対応する 2 ビットのうち、P チャンネルに第 1 ビット、Q チャンネルに第 2 ビットが割り当てられると、搬送波位相の 4 つのあいまい度 ( $0, \pi/2, \pi, 3\pi/2$ ) に対する復調データ系列はそれぞれ  $\{PQ\}$ ,  $\{\bar{Q}\bar{P}\}$ ,  $\{\bar{P}\bar{Q}\}$ ,  $\{Q\bar{P}\}$  となる。即ち、位相ずれが  $\pi$  であった時 (これを  $180^\circ$  位相不確定と呼ぶ) は、復調データの反転が生じるが、位相ずれが  $\pi/2$  あるいは  $3\pi/2$  であった時 (これを  $90^\circ$  位相不確定と呼ぶ) には、片チャンネルのデータ反転とともに P, Q 両チャンネルデータの入れ換えが生じる。従って、このような位相不確定の影響を含んだ受信データに対してヴィタビ復号を行う場合には、復号が正しく実行されるように適当なデータ変換を行う必要がある。

6.1.2 (1) で述べたように、本装置で用いている  $K=7$  の  $1/2$  符号

注) 受信信号が雑音の影響で隣りの位相に誤っても 1 ビットの誤りしか生じないような符号化をいう。

は、0, 1のデータ反転に対してトランスペアレントな符号となっており、このような符号では $180^\circ$ 位相不確定の影響で受信データ系列の反転が生じても復号そのものは正常に実行される。(これは、パンクチャド符号に対しても同様である。)但し、この場合、復号データ系列そのものも反転してしまうので、このようなデータの極性反転が生じても正しい復号データを得るためには、符号器への入力データ系列を予め差動符号化しておき、ヴィタビ復号データを差動復号してもとのデータ系列を得ることが必要となる。このため本装置は図6.11に示すような位置関係で差動符号器/復号器を内蔵しており、 $180^\circ$ 位相不確定の影響を取り除くことができる構成となっている。

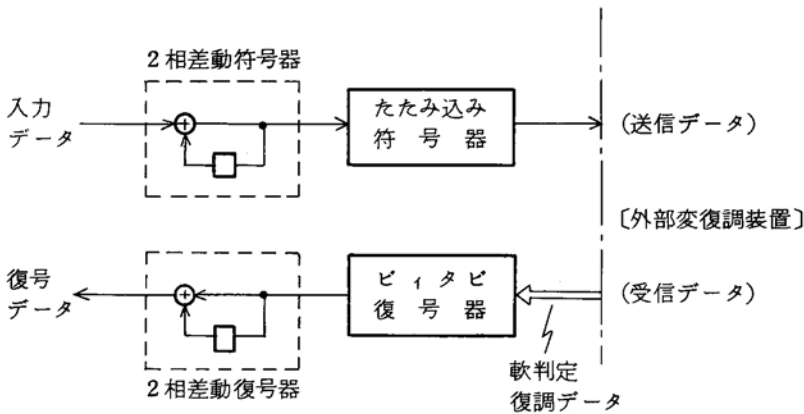


図 6.11  $180^\circ$ 位相不確定除去のための差動変換

一方、4相PSKで生じる $90^\circ$ 位相不確定の影響でP, Q両チャンネルのデータが入れかわった場合( $QP$ 又は $\bar{Q}\bar{P}$ )には、符号化系列でないデータ系列が復号器に入力されることになり正しく復号ができない。従って、このようなデータ系列が復号器に入力された場合には非同期状態と同じ状態になるので符号の同期回路によりそれを検出することが可能である。本装置では、 $90^\circ$ 位相不確定の影響がある場合、符号

同期部にてそれを検出し、図 6.12 に示すような  $90^\circ$  位相不確定除去回路で復号器入力データ系列のチャンネル入れ換えを行って正しく復号が行えるような構成をとっている。但し、同回路中のインバーターは、軟判定データの第 1 ビットの極性のみ入れ変える構成となっている。

(図 6.8 に示したように、8 値軟判定データの第 2 ビット及び第 3 ビットの構成は、受信信号レベルの正領域と負領域で対称となっているので、第 1 ビットの極性変換だけでチャンネルの入れ換えが実行できる。)

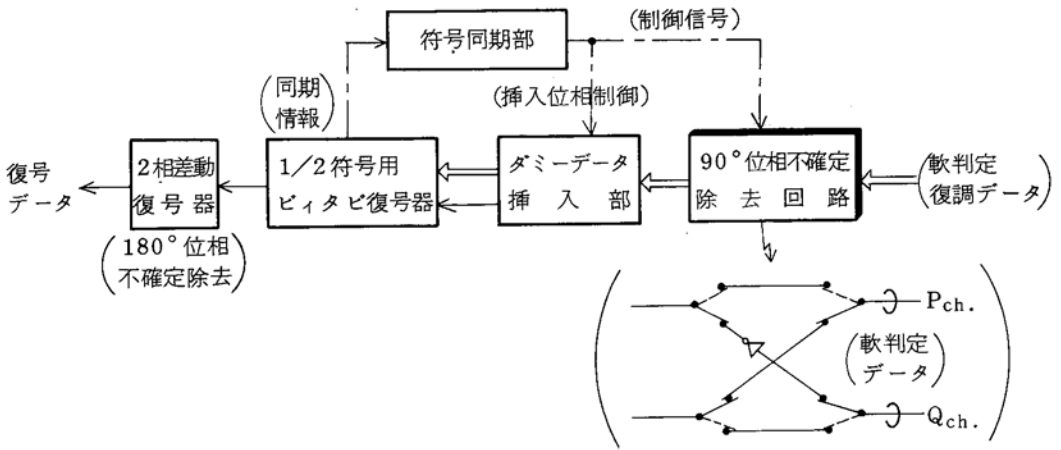


図 6.12  $90^\circ/180^\circ$  位相不確定除去のための回路構成 (受信側)

(6) デジタル擬似雑音発生部<sup>61)</sup>

デジタル擬似雑音発生部は、図 6.8 に示した復調軟判定データをデジタル的に生成する機能を有する。図 6.13 に本回路の基本構成を示す。

本回路は P, Q 両チャンネル独立に軟判定データを生成する機能を有しており、各チャンネルのデータに対して、先ず PN 発生器により乱数  $x$  ( $0 \leq x < 1$ ) を発生し、 $x$  と、指定された  $E_s/N_0$  に対応する伝送路ビット誤り率  $p$  との大小を比較して次のように誤りビット  $e$  を生成する。

$$\begin{cases} x \leq p & \rightarrow e = 1 \\ x > p & \rightarrow e = 0 \end{cases} \quad (6.8)$$

(但し、 $p = \operatorname{erfc} \sqrt{2E_s/N_0}$ )

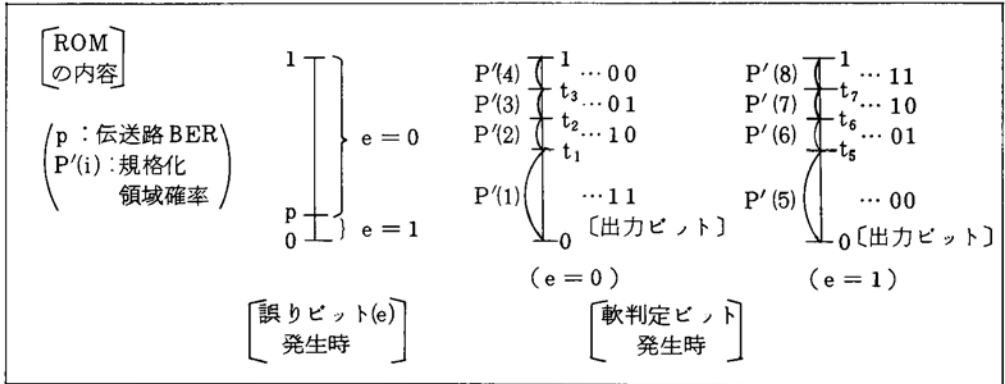
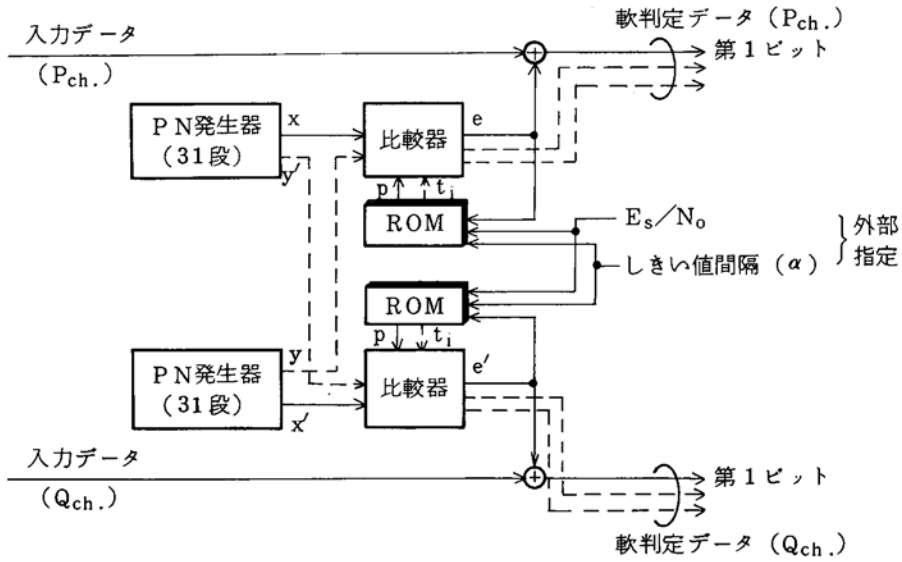


図 6.13 デジタル擬似雑音発生回路の構成

このようにして発生された  $e$  と入力データとの排他論理和をとることにより、軟判定データの第1ビットが生成される。

一方、第1ビット以外の軟判定ビットは、 $e = 0$  の場合と  $e = 1$  の場合とで別個に規格化された領域確率  $P'(i)$  から定まるしきい値  $t_i$  と別のPN発生器から発生された乱数  $y$  ( $0 \leq y < 1$ ) との大小関係に



より一意に決定される (図 6.13 参照)。8 値軟判定時の規格化領域確率は次式により求められる。

$$\begin{cases} \underline{e = 0} \cdots \cdots P'(i) = P(i) / (1 - p), & (i = 1 \sim 4) \\ \underline{e = 1} \cdots \cdots P'(i) = P(i) / p, & (i = 5 \sim 8) \end{cases} \quad (6.9)$$

( $p$  : 伝送路ビット誤り率)

但し、 $P(i)$ は伝送路  $E_s/N_0$ 、及びしきい値間隔  $\alpha$  より定まる  $\{b_i\}$  から式 (3.6) より求められる領域確率である。この時、図 6.13 の各しきい値  $t_i$  は、

$$\begin{cases} t_i = \sum_{j=1}^i P'(j), & (i = 1 \sim 4) \\ t_i = \sum_{j=5}^i P'(j), & (i = 5 \sim 8) \end{cases} \quad (6.10)$$

として一意に求められる。(  $t_4 = t_8 = 1$  となる )

本装置では、各  $E_s/N_0$  (  $-3 \sim 10\text{dB}$ ,  $0.5\text{dB}$  ステップ ) 及び  $\alpha$  (  $0.5, 0.6, 0.7$  ) に対して予め計算された  $p$  及び  $t_i$  を記憶している ROM を用いて、各入力データに対して発生された乱数をもとに上記のような手順で軟判定データを生成する構成としている。

なお、図 6.8(a) から明らかなように、4 値軟判定データにより復号を行う場合には 8 値軟判定データの第 1 ビットと第 2 ビットを用いればよく、2 値硬判定データによる復号は第 1 ビットのみを用いればよい。但し、図 6.8(b) に示した 15 値軟判定データは、8 値軟判定データの場合と同様の手順で作成した別個の ROM を用いる構成としている。

## 6.2 パンクチャド符号の諸特性

本節では、開発装置を用いたハードウェア実験と理論解析の両面から、拘束長  $K = 7$  の  $1/2$  符号及びそれから導かれる種々のパンクチャド符号の軟判定ウィタビ復号時の諸特性について検討する。

### 6.2.1 検討対象符号とその基本特性の比較

ここで検討対象とする $K=7$ の $1/2$ 符号及びそれから導かれる符号化率 $16/17$ までの最適パングチャド符号の基本パラメータを表6.3に示す。図6.14は、表6.3に示した各符号の8値軟判定ヴィタビ復号時

表6.3 検討対象とするパングチャド符号〔原符号： $K=7$ の $1/2$ 符号〕

ko/no 符号	符号化率 (R)	$l$	$m$	ビット消去率 ( $=\frac{m}{2l}$ )	最適消去パターン (1…送出, 0…消去)	$d(C_d)$
1/2	0.5	1	0	0	$\frac{1}{1} \begin{pmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 1 & 7 & 1 \end{pmatrix}$ >原符号の生成多項式(8進表示)	10(36)
16/31	0.516	16	1	0.031	$\frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1}$	9(154)
8/15	0.533	8	1	0.063	$\frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1}$	8(22)
4/7	0.571	4	1	0.125	$\frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1}$	7(6)
2/3	0.667	2	1	0.25	$\frac{1}{1} \frac{1}{1}$	6(3)
3/4	0.75	3	2	0.333	$\frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1}$	5(42)
4/5	0.8	4	3	0.375	$\frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1}$	4(12)
5/6	0.833	5	4	0.4	$\frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1}$	4(92)
6/7	0.857	6	5	0.417	$\frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1}$	3(5)
7/8	0.875	7	6	0.429	$\frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1}$	3(9)
8/9	0.889	8	7	0.438	$\frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1}$	3(13)
9/10	0.9	9	8	0.444	$\frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1}$	3(29)
10/11	0.909	10	9	0.45	$\frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1}$	3(52)
11/12	0.917	11	10	0.455	$\frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1}$	3(66)
12/13	0.923	12	11	0.458	$\frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1}$	3(83)
13/14	0.929	13	12	0.462	$\frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1}$	3(215)
14/15	0.933	14	13	0.464	$\frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1}$	3(143)
15/16	0.938	15	14	0.467	$\frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1}$	3(240)
16/17	0.941	16	15	0.469	$\frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1}$	3(393)

( $l$ …符号構成ブロック数  
 $m$ …消去ビット数/ブロック)

( $d$ …符号の最小距離  
 $C_d$ … $k=d$ に対する $C_k$ )

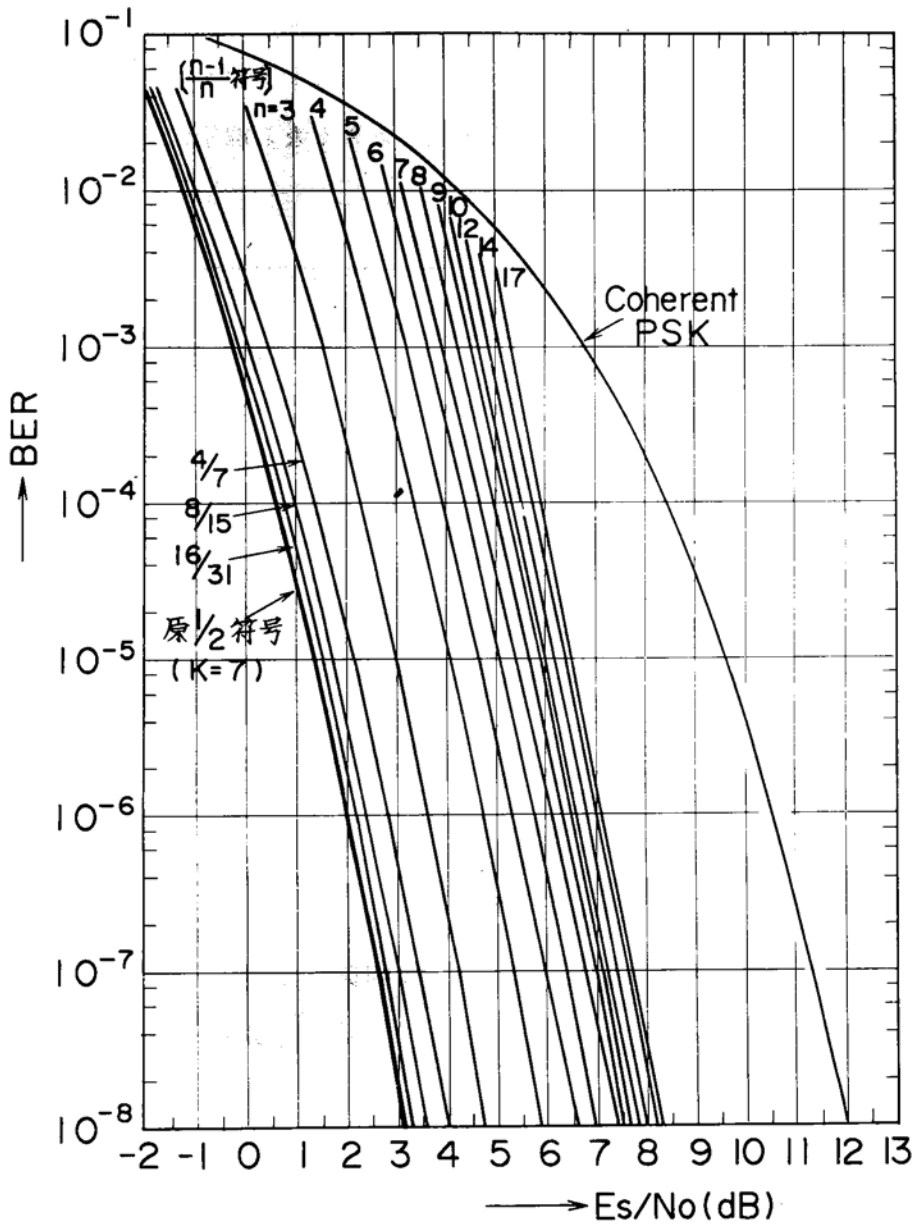


図 6.14 検討対象符号の復号BER対  $E_s/N_0$  特性  
 [8 値軟判定ヴィタビ復号時]

の復号BER対 $E_s/N_0$ 特性（理論計算特性）を示したものである。また図6.15は、復号BER =  $10^{-5}$ を得るのに必要な伝送路 $E_s/N_0$ の原符号からの増加量を、各パンクチャド符号のビット消去率を横軸にとって示したものである。これらの図より、パンクチャド符号の符号化率が高くなるにつれて、原符号からの特性劣化が大きくなる様子がわかる。

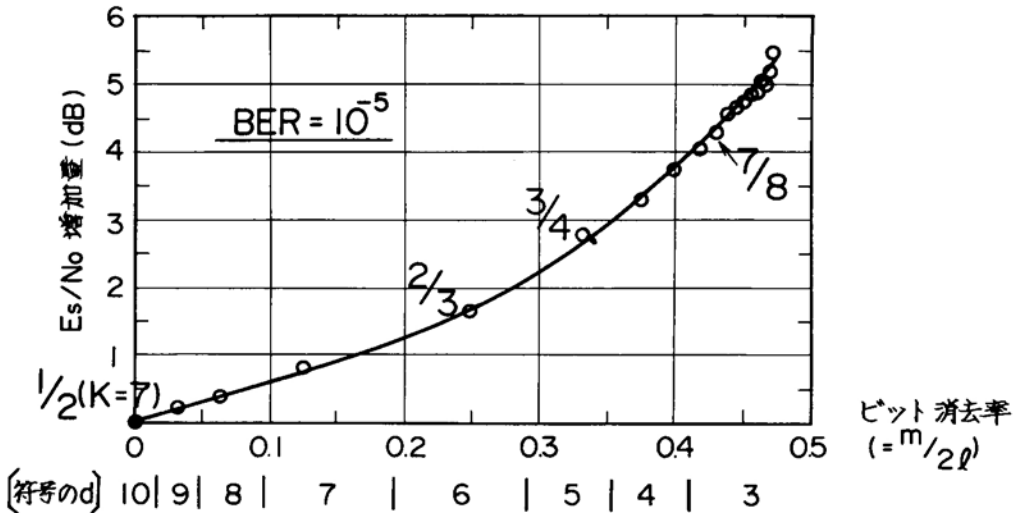


図 6.15 ビット消去率に対する必要  $E_s/N_0$  の増加量

## 6.2.2 打ち切りパス長と復号ビット誤り率との関係

ヴィタビ復号器の設計に当っては、復号時のパス打ち切り（2.4.1 参照）による復号ビット誤り率の増加をできるだけ低く押えるよう、その打ち切りパス長を慎重に定める必要がある。ここでは、表6.3に示した各符号についてその打ち切りパス長に対する復号BERの特性を実験により調べた結果を示し、各符号の必要打ち切りパス長について検討する。

### (1) 復号BER対打ち切りパス長特性

図6.16は、原 $1/2$ 符号及び $3/4$ ,  $7/8$ ,  $15/16$ パンクチャド符号を例にとって、8値軟判定時の復号BER対打ち切りパス長特性を示したものである。但し、各符号とも復号BER  $\approx 10^{-3}$  近傍となる

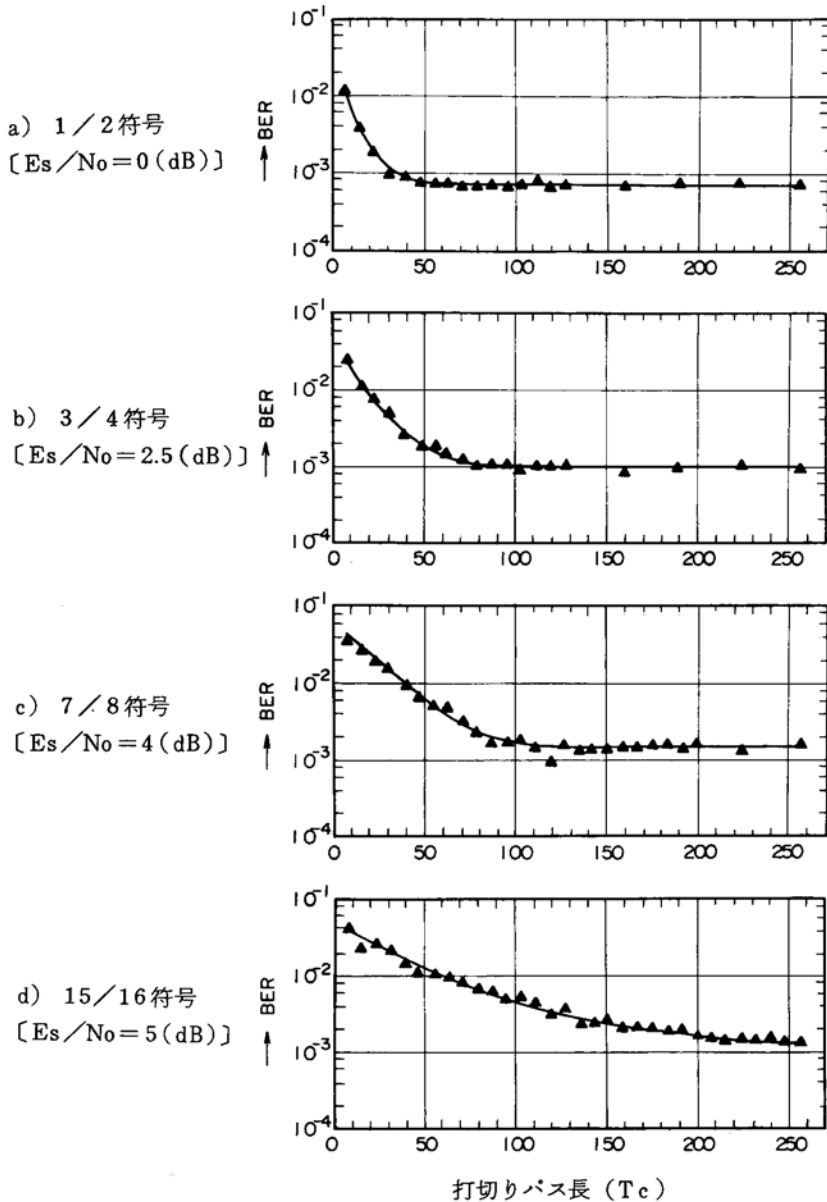


図 6.16 復号 BER 対打切りパス長特性

$E_s/N_0$  に相当するデジタル擬似雑音のもとで特性の測定を行った。図 6.16 より、打切りパス長が短いと、その復号 BER は、打切りパス長を十分に長くした場合に比べて 1 桁以上も劣化する様子がわかる。但し、原 1/2 符号では打切りパス長を約 40 ビットとすれば、復号 BER はほぼ一定値に収束する。また、パングチャド符号では、その符

号化率が高くなるにつれて打切りパス長も長くする必要があり、例えば 15/16 符号では必要打切りパス長は 200 ビット程度となる。打切りパス長を十分に長くした時の収束値からの復号 BER の増加率を 10 % 程度に押えることを条件として、各符号の必要打切りパス長の値を実験により調べた結果を表 6.4 に示す。(この必要打切りパス長はヴィタビ復号時の軟判定レベル数や伝送路  $E_s/N_0$  には殆んど依存しないことも確認されている。)

表 6.4 ハードウェア実験に基づく各符号の必要打切りパス長 ( $T_c$ )

符号	1/2	16/31	8/15	4/7	2/3	3/4	4/5	5/6	6/7	7/8
$T_c$	40	48	48	48	56	64	72	80	88	96
符号	8/9	9/10	10/11	11/12	12/13	13/14	14/15	15/16	16/17	
$T_c$	104	104	112	128	160	160	160	200	200	

図 6.17 は、表 6.4 に示された必要打切りパス長と、 $(n-1)/n$  符号の符号ブロック内ビット数  $(n)$  との関係を示したものである。

同図より必要打切りパス長はほぼ  $n$  に比例して増加していくことがわかる。即ち、各符号の  $n$  が、符号の構成単位である消去ブロック数  $(\ell)$  あるいはパンクチャド符号の等価拘束長  $\hat{K} (=K+\ell-1)$  と比例関係にあることを考慮すると、パンクチャド符号の必要打切りパス長はこれらの量にほぼ比例して増加するといえる。

## (2) 必要打切りパス長に対する理論検討

ヴィタビ復号の打切りパス長については、従来、符号拘束長  $K$  の 4 ~ 5 倍にとれば十分とされているが、<sup>4)</sup>パンクチャド符号の場合にはこれがそのままあてはまらない。ここでは、各符号の距離構造をもとに復号時の妥当な打切りパス長を理論的に推定してみる。

以下、簡単のため 1/2 符号を仮定して議論を進め、その拘束長を  $K$ 、打切りパス長を  $T_c$  とする。このとき、第  $i$  番目の復号ビットは、

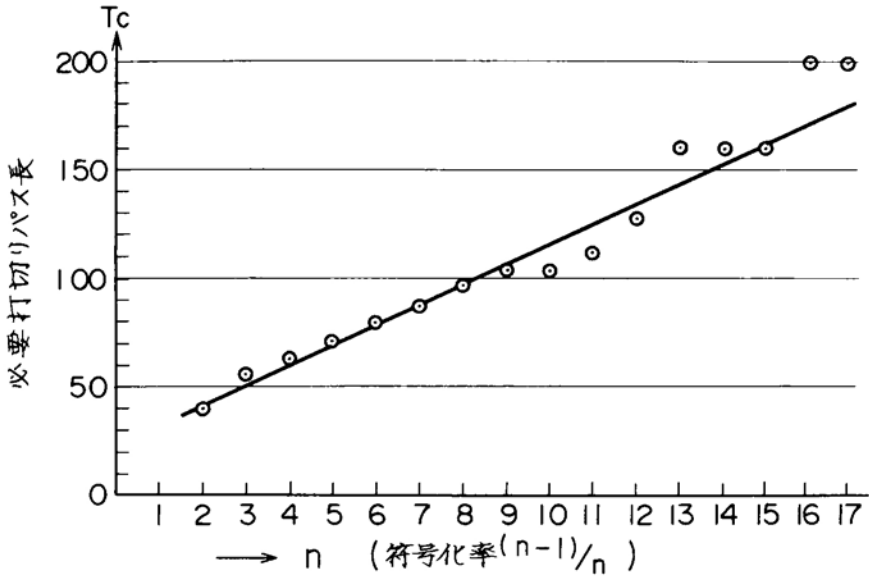


図 6.17 必要打ち切りパス長と符号ブロック長(n)の関係

復号ステップ  $i + Tc$  における  $N_s = 2^{K-1}$  個の各状態  $(0, 1, \dots, N_s - 1)$  に対する生き残りパス中最大のパスメトリックを持つパスを最尤パスとして選択することにより決定される。従って、正しいパスを全 0 パスと仮定すると、復号ステップ  $i + Tc$  において状態 “0” 以外の  $N_s - 1$  個の状態に対する生き残りパスのいずれかが最尤パスとして選択されることにより生じるビット誤りは、パス打ち切りにより生じた付加的なビット誤りと考えることができる。即ち、復号ステップ  $i$  あるいはそれ以前に正しいパス (全 0 パス) から分岐して復号ステップ  $i + Tc$  で状態  $j$  ( $j = 1, 2, \dots, N_s - 1$ ) に到達するすべてのパスは、パス打ち切りによる付加的なビット誤りを引き起こす可能性がある。<sup>62)</sup> (図 6.18 参照)

着目する符号において、状態 0 から状態  $j$  ( $j = 1, 2, \dots, N_s - 1$ ) に遷移するパスのうち、全 0 パスからの距離が  $k$  で長さが  $Tc$  以上であるパスの総数を  $a'_k(Tc)$  とすると、 $a'_k(Tc)$  は次式で求められる。

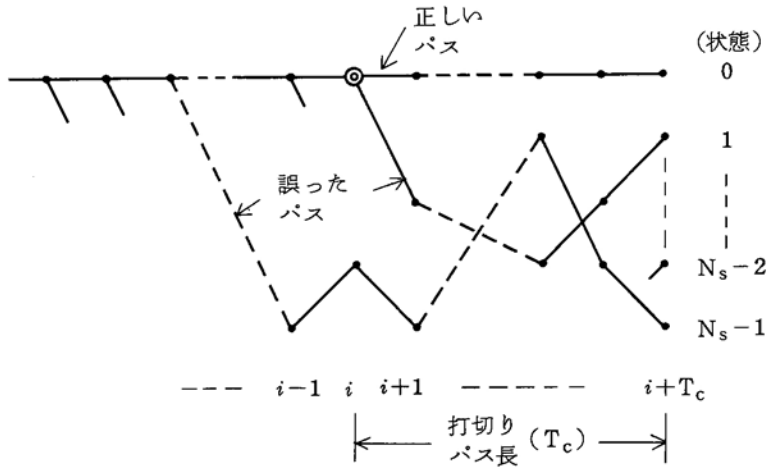


図 6.18 パス打ち切りにより誤って選択されうるパスの例

$$a'_k(T_c) = \sum_{j=1}^{N_s-1} \sum_{b=T_c}^{\infty} \beta_{k,b}(0, j) \quad (6.11)$$

但し、 $\beta_{k,b}(0, j)$  は、状態 0 から長さ  $b$  で状態  $j$  に遷移するパスのうち、全 0 パスからの距離が  $k$  であるようなパスの総数である。式 (6.11) で与えられる  $a'_k(T_c)$  は、 $T_c$  がある程度大きければ小さい  $k$  に対しては 0 (即ち対象とするパスが存在しない) となる。従って、 $a'_k(T_c)$  が 0 でないような最小の  $k$  を  $d_T$  とすると、 $d_T$  は長さ  $T_c$  のパス打ち切りによって選択されうるパス間の最小距離と考えることができる。

パス打ち切りによって選択されうる  $a'_k(T_c)$  本の“距離  $k$  のパス”の 1 つが誤って選択される確率は、式 (3.7) と同じく  $P_k$  で与えられる。従って、打ち切りパス長を  $T_c$  としたときのヴィタビ復号後のビット誤り率  $P_B(T_c)$  は、式 (3.7) の  $d, C_k, P_k$  を用いて次式で上界される。

$$P_B(T_c) \simeq \sum_{k=d}^{\infty} C_k P_k + \sum_{k=d_T}^{\infty} a'_k(T_c) P_k \quad (6.12)$$



上式中の第2項がパス打ち切りによるビット誤りの増加に対応する項である。但し、実際には復号ステップ  $i + T_c$  において図 6.18 に示したようなパスが誤って選択されても、 $i$  番目の復号ビットがたまたま正しいパスのそれと一致することもあり、また、正しいパスから分岐して再び正しいパスに合流する誤ったパスのうち長さが  $T_c$  以上のものは、そのビット誤りへの寄与が第1項と第2項に二重に含まれることなどを考慮すると、式 (6.12) はかなりゆるい上界となっている。

ヴィタビ復号時のパス打ち切りによるビット誤り率の増加を少なくするには、式 (6.12) の第2項をできるだけ小さくする、即ち、 $d_T$  をできるだけ大きくする必要がある。図 6.19 は、 $K=7$  の  $1/2$  原符号

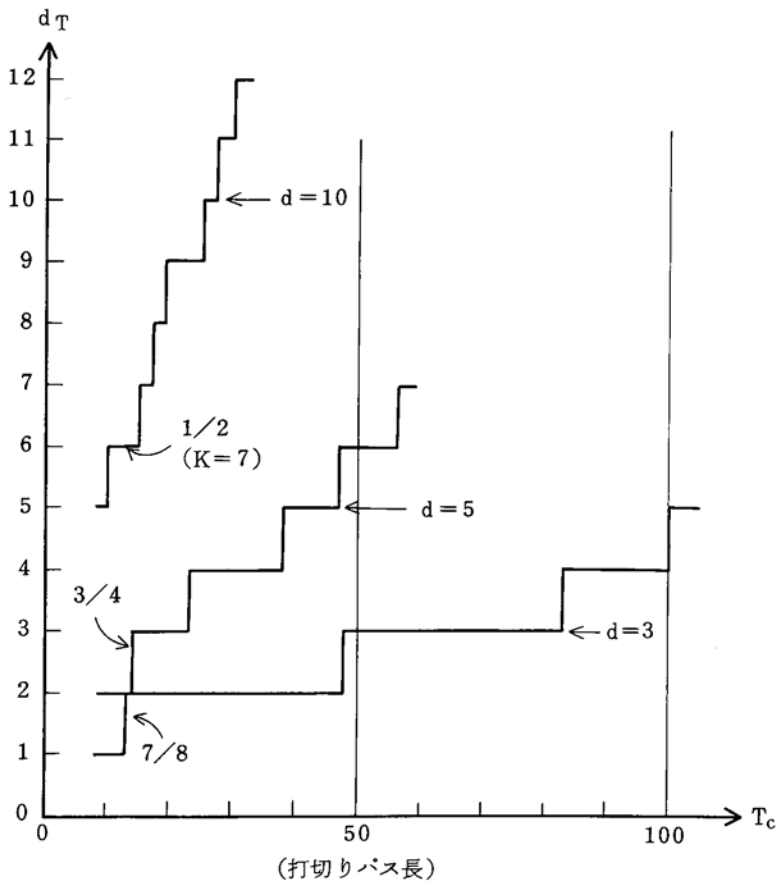


図 6.19 打切りパス長  $T_c$  に対する  $d_T$  の値

と、それから導かれる  $3/4$  及び  $7/8$  パンクチャド符号 (表 6.3 参照) を例にとって、その打ち切りパス長  $T_c$  に対する  $d_T$  の値の変化の様子を、各符号の距離構造をもとに計算機で調べた結果である。(各符号の  $d$  の値を矢印で示す。) 同図より、各符号とも  $T_c$  が大きくなるにつれて  $d_T$  の値も大きくなること、符号の符号化率が高くなるにつれて同じ  $T_c$  に対する  $d_T$  の値は小さくなる傾向があることがわかる。パス打ち切りによるビット誤りの増加が無視しうる程度に小さくなるためには式 (6.12) の右辺において第 1 項が支配的になる必要があり、そのためには少なくとも  $d_T > d$  とする必要がある。

表 6.5 は、 $K=7$  の  $1/2$  符号と符号化率が  $2/3 \sim 16/17$  までの各パンクチャド符号について、 $d_T = d + 1$  及び  $d + 2$  となる最小の  $T_c$  の値を示したものである。表 6.5 と、表 6.4 に示した実験に基く必要打ち切りパス長の値を比較すると、パンクチャド符号のヴィタビ復号時の打ち切りパス長  $T_c$  は少なくとも  $d_T = d + 1$  となるように選ぶ必要があり、特に低符号化率符号では  $d_T \geq d + 2$  となるように選ぶのが望ましいと結論できる。

表 6.5  $d_T = d + 1$  及び  $d + 2$  となる  $T_c$  の最小値

$\frac{n-1}{n}$ 符号	$n=2$	3	4	5	6	7	8	9
$d_T = d + 1$	27	33	47	67	73	51	83	94
$d_T = d + 2$	30	41	56	87	88	86	100	123

$\frac{n-1}{n}$ 符号	$n=10$	11	12	13	14	15	16	17
$d_T = d + 1$	103	111	114	134	155	161	171	174
$d_T = d + 2$	132	161	158	194	220	231	236	238

### 6.2.3 復号BER特性

図 6.20 は、表 6.3 に示した符号の中から  $1/2$ 、 $3/4$ 、 $7/8$ 、 $15/16$  の各符号を選んで、その 8 値軟判定ヴィタビ復号時の BER 対  $E_b/N_0$  特性 ( $E_b/N_0$  (dB) =  $E_s/N_0$  (dB) +  $10 \log_{10}(n_o/k_o)$ ) のデジタル擬似雑音相加による実験値を理論計算特性 (実線) とともに示したものである。軟判定しきい値  $\alpha$  は 0.6 とし、実験における各符号の復号打

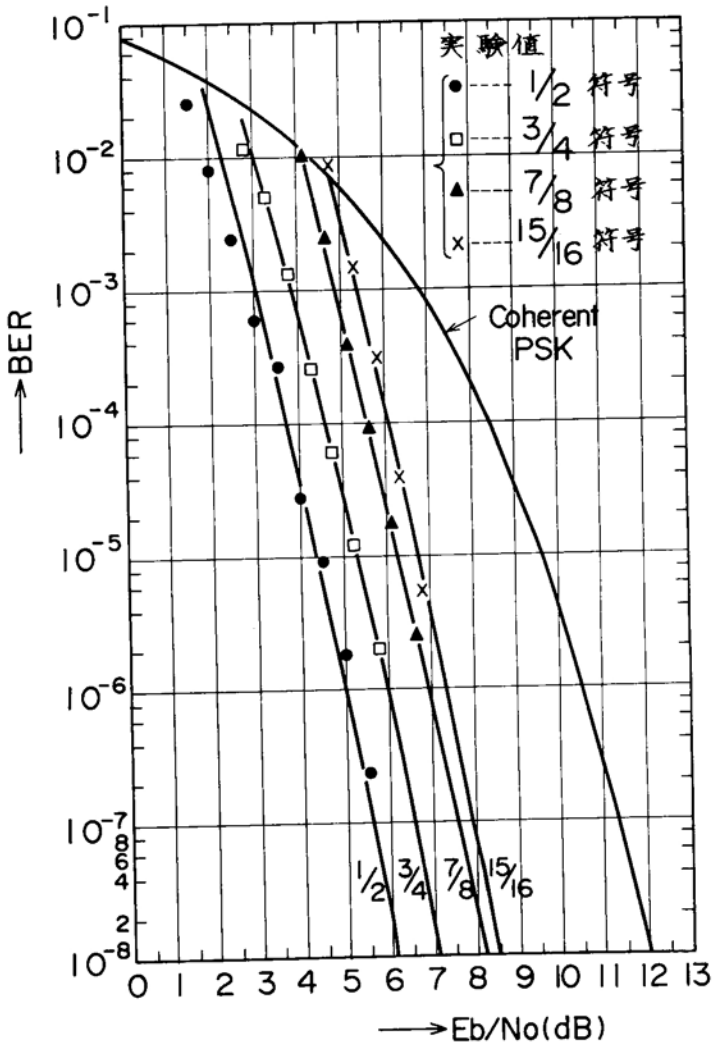


図 6.20 復号 BER 対  $E_b/N_0$  特性 (8 値軟判定時)

切りパス長は、表 6.4 に示した値に設定した。各符号とも BER 特性の理論値と実験値はよく一致しており、パンクチャド符号構成に基く開発装置が所望の誤り訂正効果をもたらすこと、更に、各符号の打ち切りパス長を表 6.4 に示した値に設定しておけば、パス打ち切りによる復号 BER 特性の劣化は無視できること等が確認された。(図 6.20 に示した符号以外の符号化率の符号についても、その BER 特性の実験値は理論特性とよく一致しており、各符号が図 4.9 に示した符号化利得を有することが確認されている。)

#### 6.2.4 復号後のバースト誤りの性質

ヴィタビ復号後の残留誤りは顕著なバースト誤りとなることが知られている。このようなバースト誤りは、ヴィタビ復号を適用するデジタル信号伝送システム(例えば音声、画像符号化システム、再送誤り制御 (ARQ) あるいは他の誤り訂正符号を用いるデータ伝送システム等)に影響を与えるので、その性質を十分に把握しておくことが重要である。ここでは、表 6.3 に示した種々の符号の復号後のバースト誤りの性質について検討する。

##### (1) ランダム誤りとバースト誤り

ランダム誤りとバースト誤りを明確に区別することは難しいが、例えばビット誤りの発生間隔  $E_f$  (ビット) の分布特性を調べることにより、ビット誤りパターンのおよその性質を知ることができる。図 6.21 は、白色ガウス雑音の加わる PSK 通信系で、誤り訂正を行わない場合と、 $K=7$  の  $1/2$  符号に対する軟判定ヴィタビ復号を行った場合に対するビット誤り発生間隔の確率分布特性 (発生間隔  $E_f$  は、 $2^i \leq E_f < 2^{i+1}$  ( $i=0, 1, \dots$ ) の各区間毎に分類) を比較して示したものである。但し、いずれの場合も、 $BER \approx 10^{-5}$  (ヴィタビ復号を行う場合は復号  $BER \approx 10^{-5}$ ) となるような  $E_s/N_0$  のもとでの測定結果である。

図 6.21 より、ヴィタビ復号を行った場合の誤り発生間隔分布の形

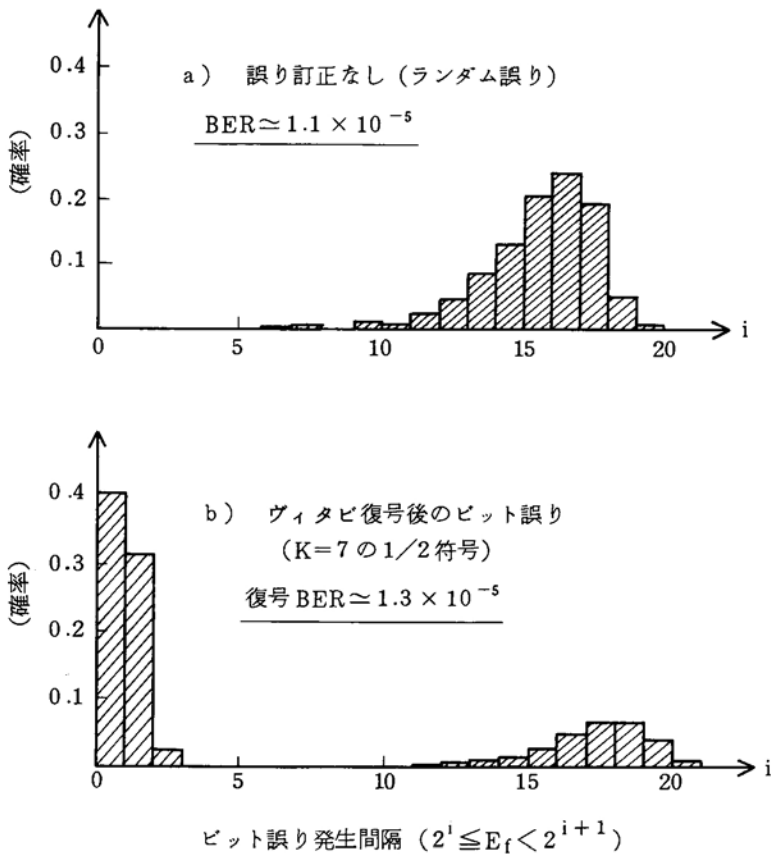


図 6.21 ビット誤り発生間隔確率分布の比較

状は、誤り訂正を行わない場合 (ランダム誤りが発生すると考えてよい) のそれとは大きく異っており、典型的なバースト誤りの傾向を示すことがわかる。<sup>63)</sup> 即ち、ヴィタビ復号時の誤り発生間隔は、 $E_f$  の極めて短いところと、かなり長いところに分かれて分布しており、前者がバースト誤り中のビット誤り発生間隔の成分、後者が2つのバースト誤りの発生間隔の成分と考えることができる。

このことは、ヴィタビ復号においては正しいパスが選択されている時はビット誤りは全く発生しないが、誤ったパスが選択された時には一時的にその誤ったパスに沿った復号ビットが出力されるためバースト状の誤りが生じるということにより定性的に理解することができよう。

(2) バースト誤りの長さの分布

表 6.3 に示した種々の符号について、軟判定ヴィタビ復号時に生じるバースト誤りの長さの分布特性を、開発装置を用いた実験により調べた。<sup>64)</sup> バースト誤りの長さを明確に規定することは難しいが、ここでは図 6.22 に示すように、ビット誤りの発生間隔  $E_f$  が 20 以上となった時にはバースト誤りがとぎれたと判断することにより各バースト誤りの長さを規定した。このような誤り発生間隔によりバースト誤りの区切りを規定する場合、しきい値とする間隔が短かすぎると 1 つのバースト誤りを分断してしまふ可能性があり、また、長すぎると 2 つ以上のバースト誤りを 1 つのバースト誤りと見なしてしまふ可能性がある。従って、種々のしきい値に対するバースト誤り長特性を調べた上でほぼ最適と考えられるしきい値として 20 という値を選んだ。

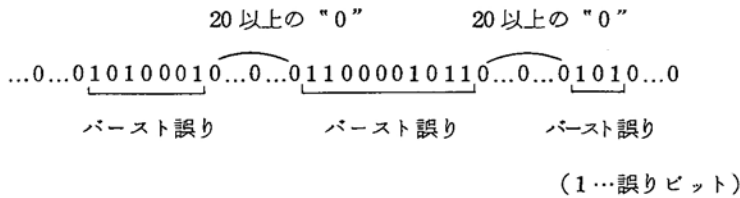


図 6.22 バースト誤りの長さの定義

図 6.23 は、表 6.3 に示した符号の中から、 $1/2$ 、 $3/4$ 、 $7/8$ 、 $15/16$  の 4 つの符号を例にとって、8 値軟判定ヴィタビ復号後の BER が  $10^{-3}$  及び  $10^{-5}$  近傍となる  $E_s/N_0$  値のもとでの復号バースト誤りの長さの分布を示したものである。図 6.23 より、各バースト誤りの長さは 1 ビットから数 10 ビットまでかなり広い範囲に分布するが、符号の符号化率が低いほど、あるいは同じ符号でも復号 BER が低い（伝送路  $E_s/N_0$  が高い）ほどバースト誤りの長さが短くなる傾向があることがわかる。ハードウェア実験により得られた各符号の復号バースト誤りの長さの平均値と復号 BER との関係を図 6.24 に示す。（この特性

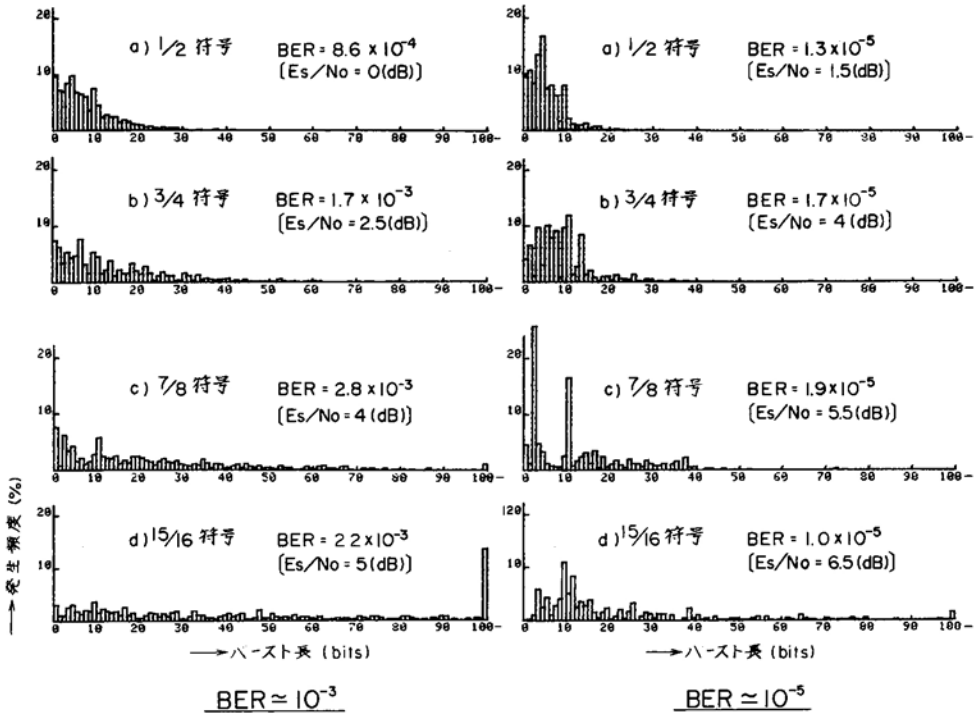


図 6.23 8 値軟判定ウィタビ復号時のバースト誤り長分布特性

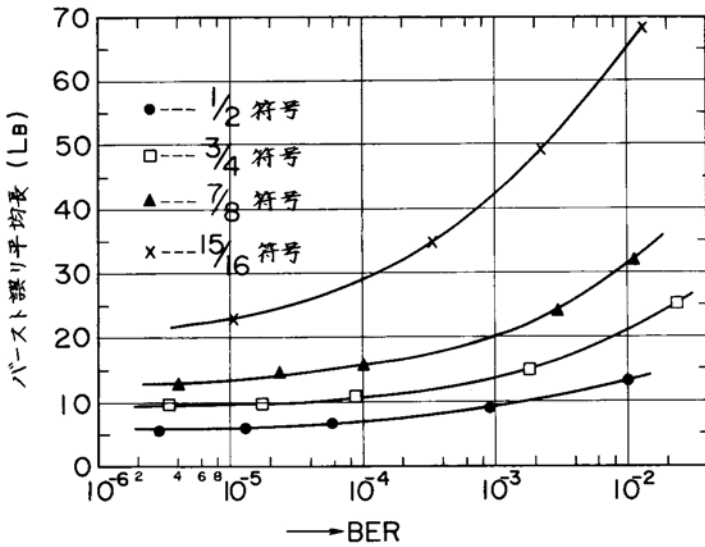


図 6.24 平均バースト誤り長対復号 BER 特性

は、軟判定レベル数には殆んど依存しないことも確認されている。) なお、各バースト誤り中のビット誤り率はほぼ  $1/2$  となっている。

(3) バースト誤りの長さに対する理論検討

ヴィタビ復号後のビット誤りの一般的性質は、用いる符号の生成関数 (generating function)<sup>12)</sup> からある程度理論的に調べることが可能である。<sup>65)</sup> ここでは、復号後のバースト誤りの平均的な長さを式

(3.7) と同じ  $P_k$  を用いて簡単な表現でしかもかなり正確に知ることができる式を示し、その式を用いて各符号のヴィタビ復号後のバースト誤りの長さの理論検討を行ってみる。

ヴィタビ復号に用いるたたみ込み符号において、正しいパスからの距離が  $k$  であるような誤ったパスの総数を  $a_k$  とし、それらの各パスの長さ (正しいパスから分岐して再び正しいパスに合流するまでに必要な符号器入力ビット数) を  $\ell_k(i)$ , ( $i = 1 \sim a_k$ ) とすると、その平均値  $\bar{\ell}_k$  は次式で表わされる。

$$\bar{\ell}_k = \left( \sum_{i=1}^{a_k} \ell_k(i) \right) / a_k \quad (6.13)$$

一方、ヴィタビ復号の過程で正しいパスからの距離が  $k$  である  $a_k$  個のパスのいずれかが誤って選択される確率は、式 (3.7) の  $P_k$  を用いて  $a_k P_k$  で上界され、結局、最小自由距離  $d$  の符号の復号過程で誤ったパスが選択される確率 (第1種の誤りが生じる確率)  $P_E$  は次式で上界される。<sup>12)</sup> ([付録1] 参照)

$$P_E < \sum_{k=d}^{\infty} a_k P_k \quad (6.14)$$

従って、ヴィタビ復号の過程で誤って選択されるパスの長さの平均値を  $L$  とすると、 $L$  は式 (6.13) の  $\bar{\ell}_k$  を用いて次のように求めることができる。

$$L \simeq \frac{\sum_{k=d}^{\infty} \bar{\ell}_k a_k P_k}{P_E}$$



$$\frac{\sum_{k=d}^{\infty} \overline{\ell}_k a_k P_k}{\sum_{k=d}^{\infty} a_k P_k} \quad (6.15)$$

ここで、ヴィタビ復号後のバースト誤りの長さを、誤ったパスが選択されたときに生じる最初のビット誤りから最後のビット誤りまでの復号ビットの総数と定義する。正しいパスを全0パターン(00...0)とし、正しいパスから分岐して再びそれに合流する誤ったパスを考える。このようなパスが正しいパスから分岐する時点では必ず符号器に“1”が入力される必要があり、それが再び正しいパスに合流するには、(K-1)ビット(K:符号拘束長)の“0”が連続して符号器に入力される必要がある。復号過程で誤ったパスが選択されるとそのパスに対応する符号器入力ビットが復号器から出力される。従って、誤ったパスが引き起すバースト誤りの長さ $L_B$ は、そのパスの長さをLとすると、

$$L_B = L - (K - 1) \quad (6.16)$$

として求められる。(図6.25参照)。

以上より、ヴィタビ復号に用いる符号の $\overline{\ell}_k$ 及び $a_k$ を知れば、式

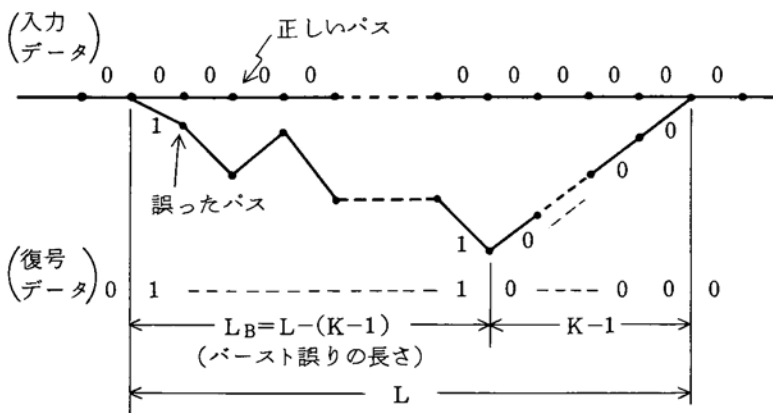


図 6.25 誤ったパス選択に伴う復号バースト誤りの長さ

(6.15) 及び式 (6.16) より、復号後に生じるバースト誤りの長さの平均値  $L_B$  を求めることができる。但し、以上の検討では、誤ったパスが選択されている時点で更に別の誤ったパスが選択されるような第2種の誤り<sup>12)</sup>は無視し、また、ヴィタビ復号器におけるパス打ち切りの影響はないとしている。

ここで、 $K=7$  の  $1/2$  符号およびそれから構成される各パンクチャド符号の  $a_k$  及び  $\overline{\ell_k}$  の値を、式 (6.14) の右辺の値が十分に収束する範囲の  $k$  ( $=d, d+1, \dots$ ) に対して計算機により求め、式 (6.15) と式 (6.16) を用いて復号バースト誤りの平均長  $L_B$  を調べた。式 (6.15) 中の  $P_k$  の値は、8 値軟判定を仮定して理論計算により求めた。図 6.26 は原  $1/2$  符号及び  $3/4$ 、 $7/8$  パンクチャド符号について、8 値軟判定ヴィタビ復号後のビット誤り率  $P_B$  に対するバースト誤りの平均長  $L_B$  の変化の様子を理論計算により示したものである。比較のため、図 6.24 に示した実験値も併せて示すが、 $1/2$  符号では理論特性と実験値はよく一致している。一方、 $3/4$  符号及び  $7/8$  符号では、

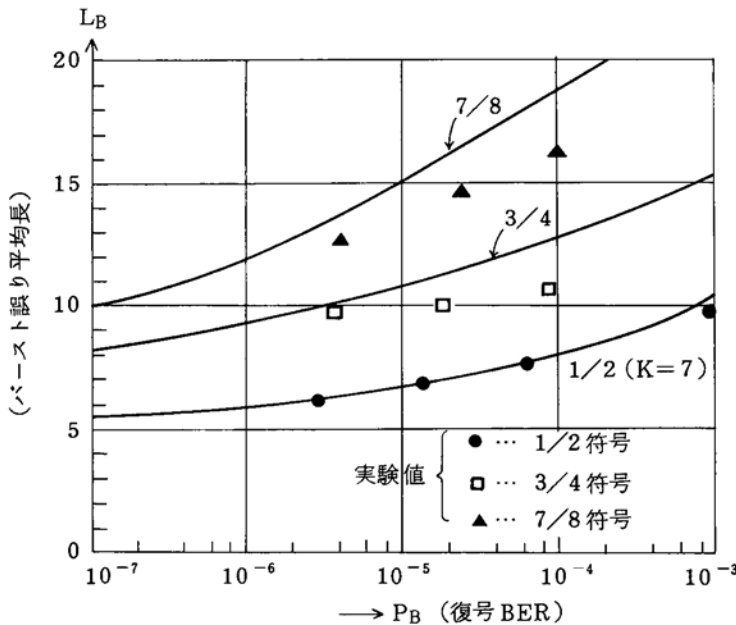


図 6.28 8 値軟判定ヴィタビ復号 BER ( $P_B$ ) に対するバースト誤り平均長 ( $L_B$ ) の理論計算特性

実験値は理論特性より少し小さくなっている。これは、理論計算では第2種の誤りの影響やバス打切りの影響が考慮されていないため3/4符号や7/8符号のようにバス間の距離が小さく、且つ誤ったバスの長さが相対的に長くなると両者の誤差が無視し得なくなってくることによると考えられる。しかし、復号BERが小さくなってくると、そのような誤差要因の生起確率は急激に減少し、実験値と理論特性はほぼ一致すると考えてよい。また、各符号とも復号ビット誤り率が小さくなるにつれてバースト誤りの長さも短くなる傾向があるが、これは、 $E_s/N_0$ が大きくなるにつれて式(6.15)中の右辺は $k=d$ に対する項が支配的となり、 $L$ の値が $k=d$ に対する $\bar{\ell}_k$ の値(一般に $k$ が小さくなる程 $\bar{\ell}_k$ の値も小さくなる)に近づくことによる。

表6.6は $P_B = 10^{-5}$ の点における各符号の復号バースト誤りの平均長 $L_B$ (実測値)及び $P_B \rightarrow 0$ における収束理論値(= $\bar{\ell}_d - 6$ )の計

表 6.6  $P_B \approx 10^{-5}$ におけるバースト誤り平均長( $L_B$ )とその収束値( $P_B \rightarrow 0$ のとき)

$\frac{n-1}{n}$ 符号	n=2	3	4	5	6	7	8	9
$L_B$ (ビット) (収束値)	5.9 (5.0)	8.1 (3.0)	9.8 (7.8)	8.6 (5.0)	11.6 (10.7)	12.3 (7.0)	12.0 (7.0)	13.9 (7.7)

$\frac{n-1}{n}$ 符号	n=10	11	12	13	14	15	16	17
$L_B$ (ビット) (収束値)	15.7 (12.8)	17.1 (10.4)	22.1 (14.8)	20.3 (10.7)	21.0 (15.7)	20.1 (14.9)	22.8 (14.8)	28.2 (17.2)

算結果である。表6.6からも明らかなように、各パンクチャド符号のヴィタビ復号時のバースト誤りの長さは、各符号の距離構造の違いから多少ばらつきがあるものの、全般に符号化率が高くなるにつれて長くなる傾向がある。(例えば7/8符号では、 $P_B = 10^{-6}$ の点におけるバースト誤り平均長は12ビット程度で、原1/2符号( $K=7$ )に比べて約2倍となる。)これは、パンクチャド符号の符号消去率が

高くなるにつれて、 $l_k$  が大きく且つ正しいパスからの距離が小さい誤ったパスの比率が大きくなり、相対的にそのような長いパスを選択する確率が高くなっていくことによる。しかし、復号ビット誤り率が低いところでは、各符号の復号バースト誤りの平均長はたかだか 20 ビット程度と考えるとよい。

なお、復号バースト誤りに含まれるビット誤りの数は、正しいパスを全 0 パスとしたとき、誤って選択されるパスの入力ビット系列に含まれる 1 の数から理論的に調べることができるが、図 6.25 に示したような誤りのパスに対する入力ビット系列には、最後の  $K-1$  ビットを除けば 0 と 1 がほぼ等確率で含まれるので、各符号とも復号バースト誤り中ではそのほぼ半分が誤りビットとなる。

### 6.3 開発装置で実験可能なその他の諸特性

6.2 節では  $1/2$  符号 ( $K=7$ ) から導かれるパンクチャド符号の諸特性について比較、検討を行ったが、本節では、開発装置で実験可能なその他の諸特性の検討結果について述べる。

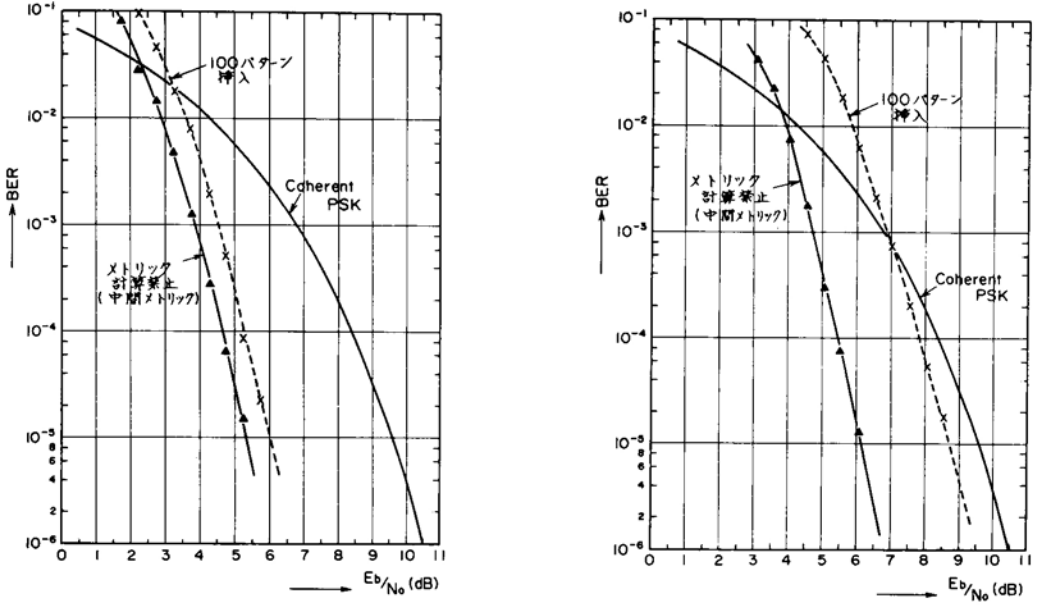
#### 6.3.1 挿入ダミーデータに対するメトリック計算

##### (1) メトリック計算禁止の効果

これまで示した 8 値軟判定時の各パンクチャド符号の特性は、原符号の符号化系列再生のために受信側で挿入するダミーデータに対しては、メトリック計算禁止パルスにより“0”という中間メトリックを与える復号法(6.1.2(4)参照)により得られたものである。これに対して、通常の 8 値軟判定用ヴィタビ復号器ではシンボルメトリックを例えば 0~7 の 3 ビットで与えるような構成がとられることが多い。このようなヴィタビ復号器をパンクチャド符号の復号にもそのまま用いようとする、挿入ダミーデータとして中間受信信号レベル(0)に最も近い 000 または 100 (図 6.8(a)参照)を与えてそのシンボルメトリックを通常と同様に計算することにより復号を行わざるを得ない。

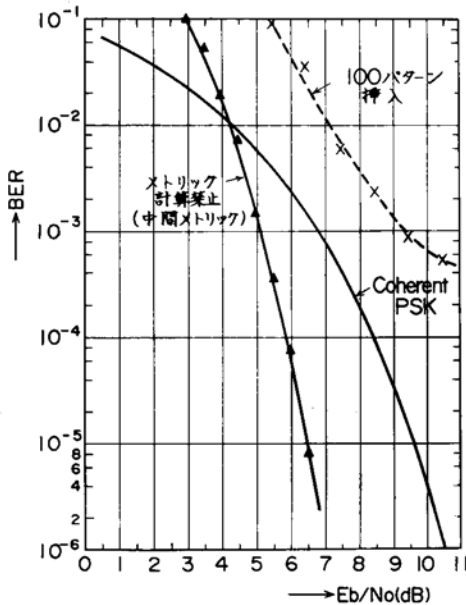
そこでバンクチャド符号の復号にメトリック計算禁止パルスを用いず、上記のようなダミーデータパターン挿入により復号を行った場合の BER 特性の劣化の程度について、開発装置を用いて実験的に調べた。

図 6.27 は、3/4、7/8 及び 9/10 の各バンクチャド符号に対



(a) 3/4 符号

(b) 7/8 符号



(c) 9/10 符号

図 6.27 挿入ダミーデータに対するメトリック計算の違いによる BER 特性の比較

して、ダミーデータとして100パターンを挿入して復号を行った場合のBER対 $E_b/N_0$ 特性を、メトリック計算禁止パルスを用いて中間メトリックを与えた場合の特性と比較して示したものである。但し、BER特性の測定用データとしては0と1がほぼ等確率で出現するPN系列を用いた。図6.27より、100パターン挿入時の特性は、メトリック計算禁止時より3/4符号で0.5 dB以上、7/8符号では2dB以上劣化し、9/10符号では、 $E_b/N_0$ をいくら高くしても復号BERが一定値以下にはならないことがわかる。図6.28は、100パターン挿入時のメトリック計算禁止時からの特性劣化量<sup>注)</sup>を表6.3に示す各 $(n-1)/n$ バンクチャド符号について実験により調べ、 $BER=10^{-5}$ の点における劣化量と符号ブロック長(n)との関係を示したものである。同図から明らかなように、特性劣化量はnにほぼ比例して増加し、nが10以上となるとバンクチャド符号の復号BERを $10^{-5}$ 以下とすることができず、誤り訂正効果が全く期待できない。この理由は、次のように説明することができる。

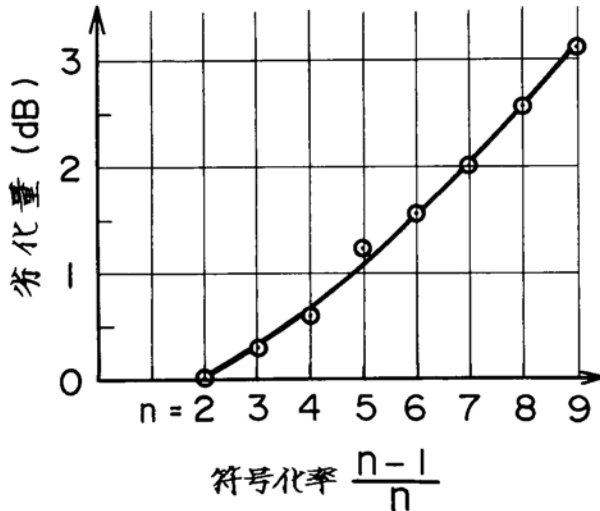


図 6.28 100パターン挿入時の特性劣化量 ( $BER = 10^{-5}$ の点)

注) この特性劣化量は、000パターンを挿入した場合、100及び000パターンを交互あるいはランダムに挿入した場合もほぼ同じとなることが実験により確認されている。

100あるいは000という挿入ダミーデータに対して通常のメトリック計算を行うと、符号シンボルが0の場合と1の場合とでシンボルメトリックの値に差が生じる(図6.8参照)。即ち、メトリック計算禁止時に比べ等価的に符号の距離が $1/7$ だけ減少し、これが符号の特性劣化を引き起こす。従って、もともと符号の最小距離が小さい高符号化率パングチャド符号では、消去ビットに対応するダミーデータ挿入部分でのこのような距離の減少の影響が大きい。特に、距離の減少効果が積算されて符号の等価的な最小距離が0になると、 $E_b/N_0$ をいくら高くしても復号BERが一定値以下にならないという現象が生じる。

上述の点を考慮すると、特に高符号化率のパングチャド符号の復号に際しては、挿入ダミーデータに対する通常のメトリック計算を禁止して、0,1の両符号シンボルに同じメトリック値(例えば0)を与えるような操作が必須であると言えよう。

## (2) 軟判定データの与え方

開発装置では、4ビットのシンボルメトリックを有効に活用する方法として図6.8(b)で示したような15値軟判定データによる復号も行える構成となっているが、この場合のBER特性は、8値軟判定時のBER特性と殆んど変わらない。これは、軟判定レベル数を8値より増やしてもそのBER特性の改善量は高々 $0.1 \sim 0.2$  dB程度<sup>59)</sup>にすぎず、図6.8(b)のように受信信号の中間レベル( $r=0$ )を包含するような軟判定領域(軟判定データ0000に対応)を設けると、それによるBER特性の劣化が軟判定レベル数の増加による特性の改善量と殆んど等しくなるためと考えられる。即ち、送信信号が1であるときに受信信号レベルが $r$ である確率と、0であるときに $r$ である確率は、 $r=0$ の時のみ等しくなるので、軟判定領域は $r=0$ というしきい値を含み、 $r$ の正領域と負領域で対称となるように設定するのが自然であると言える。(この時、軟判定レベル $Q$ は偶数となる。)

従って、符号の特性という点からは、図6.8(b)のような変則的な軟

判定領域に基く復号の意義はあまり見出せず、図 6.8(a)に示したような 8 値軟判定領域に基く復号が最も实际的で且つ有効な方法であると言えよう。

### 6.3.2 差動符号化適用時の BER 特性

位相変調方式の復調時に生じる位相不確定除去のために差動符号化 (differential coding) を適用しているシステムにおいて、ヴィタビ復号を行う時の復号 BER 特性について検討する。

図 6.30 は、開発装置を差動変換機能付きの 4 相 PSK 変復調装置と接続し、図 6.29 に示すような位置関係で 2 値硬判定ヴィタビ復号を行った時 (復号前差動) の特性と、開発装置で位相不確定を除去し、ヴィタビ復号後に差動復号を行った時の特性とをそれぞれ示したものである。

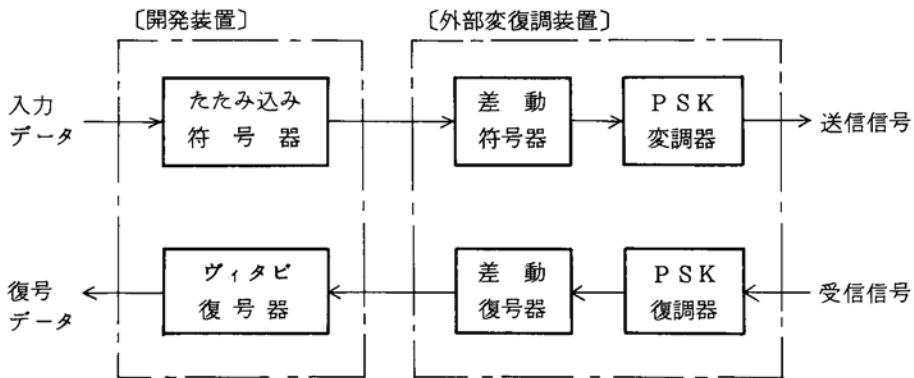


図 6.29 差動変換機能付き変復調装置との接続

比較のため、差動変換を全く行わない場合 (位相不確定の影響がないと仮定) の特性も併せて示す。図 6.30 より、ヴィタビ復号前に差動復号を行うと、差動復号により生じる対誤りがヴィタビ復号の誤り訂正能力を著しく劣化させ、符号化利得が殆んど期待できないことがわかる。一方、ヴィタビ復号後に差動復号を行った場合には、その復号 BER 特性の、差動符号化を行わない場合の特性からの劣化量は無視できる程度に



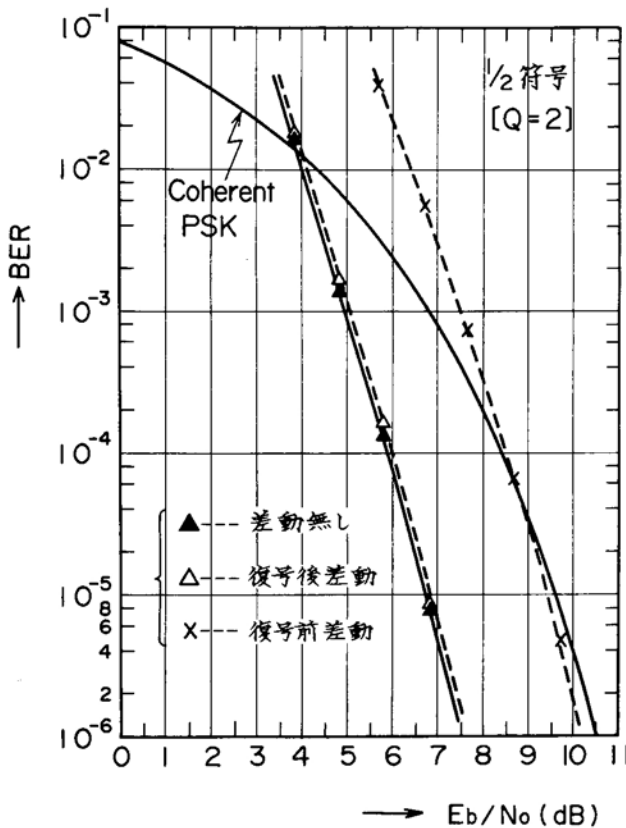


図 6.30 差動符号化時のヴィタビ復号 BER 特性  
〔1/2 符号 (K=7) の 2 値硬判定時〕

小さい。これはヴィタビ復号後に生じるバースト誤り中のビット誤り率が約 1/2 とかなり高いため、差動復号を行ってもその誤りビット数は 2 倍とはならず、ビット誤り率の増加はごくわずかであることによる。

なお、軟判定データを用いてヴィタビ復号を行う場合には、軟判定データそのものの差動復号が通常の硬判定データに対する差動復号のように単純には実行できないこともあり、この点からも軟判定ヴィタビ復号後に差動復号を行うという方法が適している。

以上の性質はパンクチャド符号のヴィタビ復号についても全く同様である。この点を考慮して、開発装置では、受信データに含まれる位相不確定の影響は符号同期回路とヴィタビ復号後の差動復号回路により除去するという構成をとっている。

### 6.3.3 復号器入力データ系列と復号データ再符号化系列との相関特性

開発装置では、ヴィタビ復号器入力データ系列と復号データ再符号化系列との相関をとって、伝送路BERを推定する機能を有しており、その相関値をもとに符号の同期／非同期判定を行うこともできる構成となっている（6.1.2参照）。ここでは、符号の同期状態と非同期状態における両データ系列の相関特性について検討する。

#### (1) 同期状態における伝送路BER推定特性

符号同期状態においては、復号器入力データ系列と復号データ再符号化系列の相関から伝送路BERを推定することができる。図6.31は1/2, 3/4, 7/8, 15/16符号を例にとって $E_s/N_0$ に対する推定BERの特性を示したものである。同図より、1/2符号では、実際の伝送路BERと推定BERは殆んど一致するが、符号の符号化率が高くなって誤り訂正能力が低下すると、 $E_s/N_0$ の低いところでは、推定BERの方が実際のBERより高くなる。このような推定BERと実際のBERの誤差が大きくなる $E_s/N_0$ の範囲は、各符号の復号BERが $10^{-3}$ より大きくなる $E_s/N_0$ の範囲とほぼ一致している。（図6.14参照）。即ち、復号BERが $10^{-3}$ 以上となると、誤りビットを含んだ復号データ系列の再符号化系列と実際の送信符号化系列とのずれの影響が無視できなくなるためと考えられる。

#### (2) 非同期状態における相関特性

ヴィタビ符号を行う場合には、非同期状態においても復号器入力データ系列と復号データ再符号化系列の相関は0とはならず、これが相関情報を用いる同期情報抽出法（表5.1の方法E. Correlation）の特性が劣っている1つの理由となっている（5.4.1参照）。図6.32は表6.3に示す各符号の非同期状態（ $E_s/N_0 = \infty$ に設定）における復号器入力データ系列と復号データ再符号化系列の不一致ビット数の割合の実験値を示したものである。但し、各符号とも、位相不確定によるチャネルの入れ換わりが生じていない場合、及び90°位相不確定によりチャネル入れ換わりが生じている場合の各々について、非同期

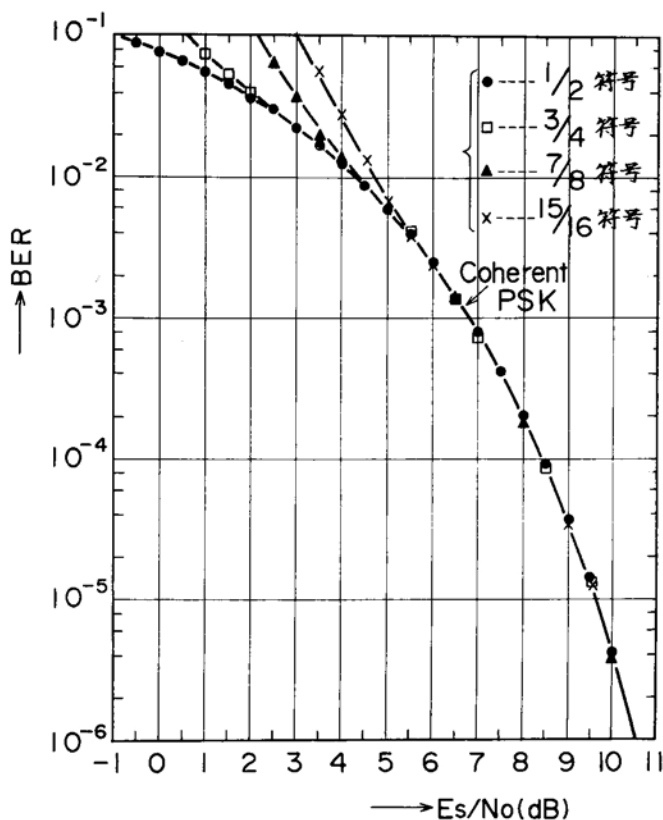


図 6.31 開発装置による推定伝送路 BER 対  $E_s/N_0$  特性

状態となる全ての復号器入力位相のもとでの実験値の平均を求めた。

図 6.32 より明らかなように、非同期状態における不一致ビット数の割合は各符号とも 0.5 ではなく 0.2 程度となり、非同期状態においても復号器入力データ系列と復号データ再符号化系列との相関がかなり高いことがわかる。これは定性的には次のように説明される。即ち図 6.33 に示すように、最尤復号を行うヴィタビ復号においては、非同期状態においても実際に送信された符号化系列とは無関係に常に復号器入力データ系列に最も近い符号化系列のパスが選択される。従って、選択された符号化系列に対応する復号データの再符号化系列（最

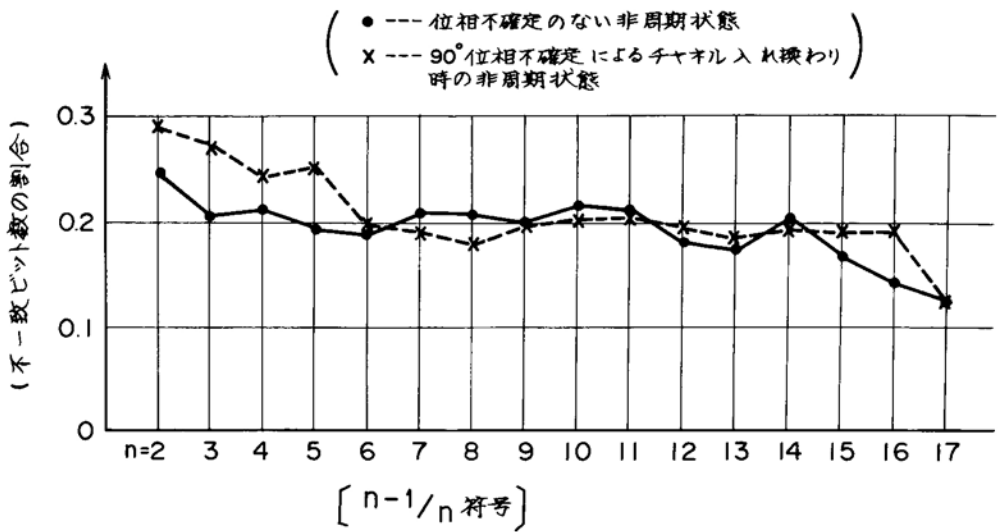


図 6.32 非同期状態における復号器入力データ系列と復号データ再符号化系列の不一致ビット数の割合 [  $E_s/N_0 = \infty$  ]

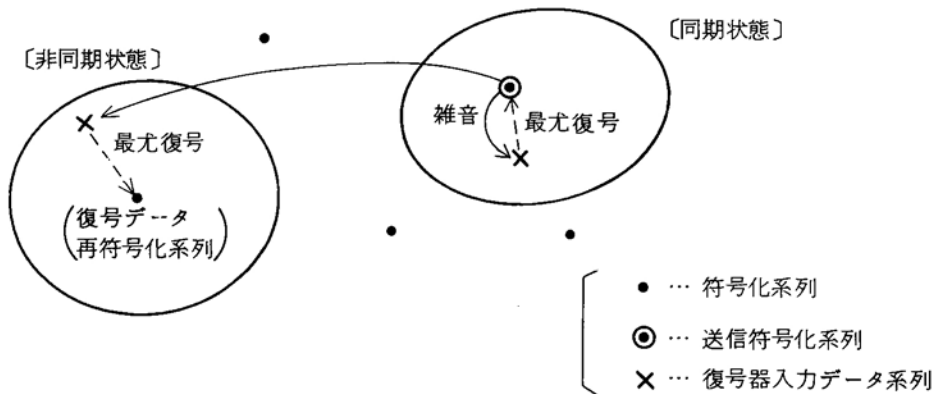


図 6.33 ヴィタビ復号器入力データ系列と復号データ再符号化系列との関係

尤パスの連続性が保たれているならば、選択された符号化系列に等しくなる)と復号器入力データ系列との相関はかなり高くなる。

しかし、非同期状態における復号器入力データ系列(受信データ系列)と復号データ再符号化系列との不一致ビット数の割合は、図 6.32 からも明らかなように平均的には 0.1 より大きい。即ち、伝送路  $E_s/N_0$  がある程度高ければ、同期状態における不一致ビット数の割合(図 6.31 に示した推定 BER)との差はかなり大きい。従って、5.4.1 にも述べたように、両データ系列の相関をとるための積分ステップ数を十分長くして相関値の分散を小さくすれば、この相関値をもとに符号の同期/非同期状態を正確に判定することができる。このことは、開発装置の BER 法による同期確立、保持実験からも確認されている。

## 第7章 ヴィタビ復号の通信システムへの適用

これまで、パンクチャド符号を含めた各種たたみ込み符号の軟判定ヴィタビ復号時の特性及びパンクチャド符号化に基いて開発した軟判定ヴィタビ復号装置の構成とその諸特性について論じた。本章ではヴィタビ復号方式の通信システムへの適用法及びパンクチャド符号化概念の積極的利用法等について検討する。

先ず7.1節では代表的な誤り訂正符号の通信システムへの適用例について述べ、各符号の符号化利得及びハードウェア規模の比較を行う。次に7.2節では、ヴィタビ復号を通信システムに適用する場合に留意すべき点について、特に通信システムとの適合性の面から検討する。7.3節では、本論文で検討したパンクチャド符号化概念の積極的な利用法について考察し、パンクチャド符号が通信システムの設計に柔軟性を持たせる上で極めて有用であることを述べる。

### 7.1 代表的な誤り訂正符号の通信システムへの適用例と特性比較

本節では、代表的な誤り訂正符号のデジタル通信システムへの適用実績を示し、各符号の符号化利得及びハードウェア規模の比較を行う。

#### 7.1.1 通信システムへの適用例

近年、通信システムをデジタル化して情報を効率よく伝送しようとする機運が急速に高まってきており、そのようなデジタル通信システムにおいては、誤り訂正符号の適用が不可欠の要素と考えられてきている。

注1)

表7.1は、国際的な衛星通信組織であるインテルサット(INTELSAT)及び海事衛星通信サービスを提供するインマルサット(INMARSAT)を例にとって、通信チャネルへの誤り訂正符号の適用例を示したものである。

注2)

---

注1) International Telecommunications Satellite Organization (国際電気通信衛星機構)

注2) International Maritime Satellite Organization (国際海事衛星機構)

表 7.1 インテルサット及びインマルサットシステム  
における誤り訂正符号の適用例

衛星システム	通信チャネル	適用符号
インサットシステム	SCPC チャネル	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>\frac{3}{4}</math> 自己直交符号 (<math>t=2</math>)…48Kbps、50Kbps データ伝送</li> <li>• <math>\frac{7}{8}</math> 自己直交符号 (<math>t=2</math>)…56Kbps、64Kbps データ伝送</li> <li>• (120, 112)修正 BCH 符号…4.8Kbps 以上の音声データ伝送</li> </ul>
	TDMAチャネル	• (128, 112) BCH 符号…全 TDMAバースト (120Mbps)
	DSI 割当制御チャネル	• (24, 12) Golay 符号…DSI アサインメントメッセージ
インマルサットシステム	アサインメント/リクエストチャネル	<ul style="list-style-type: none"> <li>• (63, 57) BCH 符号…アサインメント信号</li> <li>• (63, 39) BCH 符号…リクエスト信号</li> </ul>
	高速データチャネル (船から陸方向)	• $K=7$ の $\frac{1}{2}$ たたみ込み符号/軟判定ウィタビ復号…56Kbps データ伝送

先ずインテルサットシステムでは、かなり以前から SCPC (Single Channel per Carrier) チャネルや SPADE (SCPC PCM Multiple Access Demand Assignment Equipment) システムにおけるデータ伝送サービス (48、50、56Kbps データ) 用として 2 誤り訂正の自己直交たたみ込み符号が用いられており、信号品質の向上が図られている。また、最近、SCPC 音声チャネルを介した高速音声データ (例えば 9,600 bps) 伝送用として符号化率  $14/15$  の (120, 112) 修正 BCH 符号を用いることも仕様化された。更に、間もなく運用が開始されるインテルサット V 号系衛星では、本格的なデジタル通信方式である TDMA/DSI (Time Division Multiple Access/Digital Speech Interpolation) 方式による通信サービスの提供が開始されるが、その PCM 音声チャネルには、(127, 112) 符号にダミービットを 1 ビット付加した (128, 112) 2 誤り訂正 / 3 誤り検出 BCH 符号 (符号化率  $7/8$ ) が適用されている<sup>66), 67)</sup>。また、DSI における呼の接続制御を行うための割当情報 (assignment message) 部分には、情報の信頼性を高くするため、(23, 12) グレイ (Golay) 符号に 1 ビットのダミービットを付加した (24, 12)

ゴレイ符号（符号化率 $1/2$ ）による強力な誤り保護が別途施されている。<sup>68), 69)</sup>  
一方、インマルサットシステムにおいても、チャンネルの割当制御を行うアサインメント／リクエスト（assignment/request）情報部分に、  
（63, 57）及び（63, 39）BCH符号による誤り保護が施されている。また、船から陸方向の56Kbps高速データチャンネルにおいては、符号化率 $1/2$ で拘束長7のたたみ込み符号を用いた軟判定ヴィタビ復号による誤り訂正を行うことが定められている。更に、音声チャンネル部分をデジタル化して高能率な軟判定ヴィタビ復号を適用し、所要衛星電力の軽減あるいは船舶局アンテナの小型化を図る新しいデジタル船舶局システム<sup>33), 70)~72)</sup>の検討も進められている。

### 7.1.2 符号化利得の比較

ここでは、既に通信システムへの適用実績がある3つの代表的なランダム誤り訂正符号（BCH符号、自己直交符号、軟判定ヴィタビ復号）を例にとって、その符号化利得を比較してみる。図7.1は、これら3種類の誤り訂正符号の符号化利得を、 $BER = 10^{-3}$  及び  $10^{-6}$  の点で比較したものである。（同図横軸は、符号化率 $k_o/n_o$ の符号の帯域拡大率（dB）である。）BCH符号及び自己直交符号に対しては、1～3誤り訂正符号<sup>73)</sup>の特性を示している。また、ヴィタビ復号については状態数64の $1/2$ 、 $2/3$ 、 $3/4$ 符号（3.4.1参照）、及び $1/2$ 符号（ $K=7$ ）を原符号とする符号化率 $2/3 \sim 16/17$ のパンクチャド符号の8値軟判定時の特性（図4.7参照）を示している。図7.1より、軟判定ヴィタビ復号が他の2つの符号よりかなり高い符号化利得を有すること、特に符号化率の低いところにおいてその優位性が顕著であることがわかる。

なお、BCH符号及び自己直交符号では符号の符号化率が高くなるにつれて符号化利得が増加し、符号化率 $7/8$ あたりにそのピークがあるのに対し、軟判定ヴィタビ復号の利得は符号化率が高くなるにつれて低下するという特徴がある。これは、BCH符号及び自己直交符号では、同じ誤り訂正ビット数 $t$ 即ち同じ最小距離 $d$ を有する符号の特性を比較してお



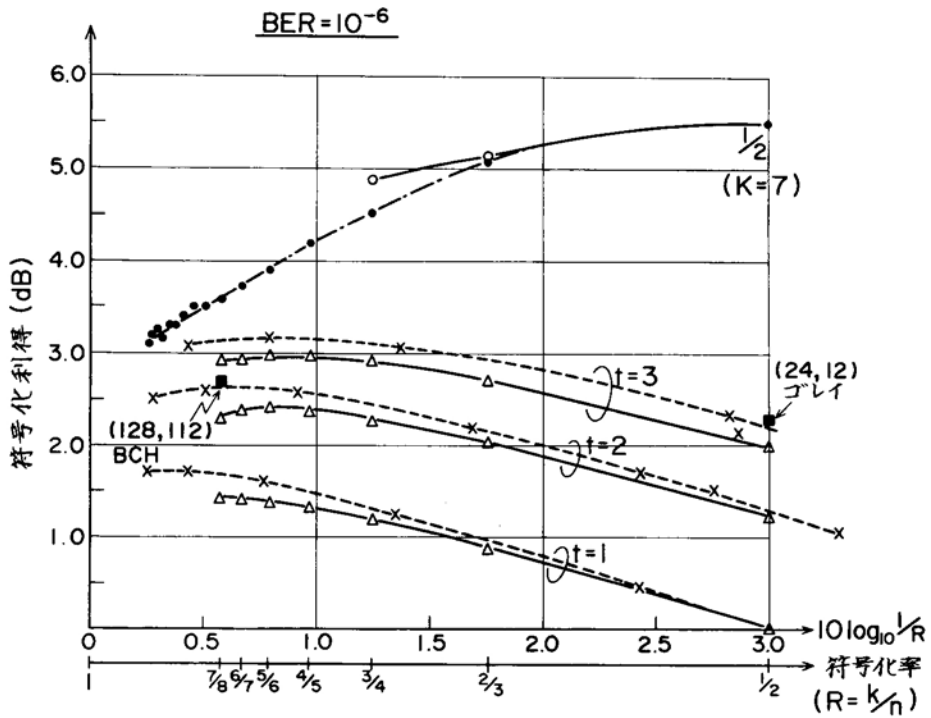
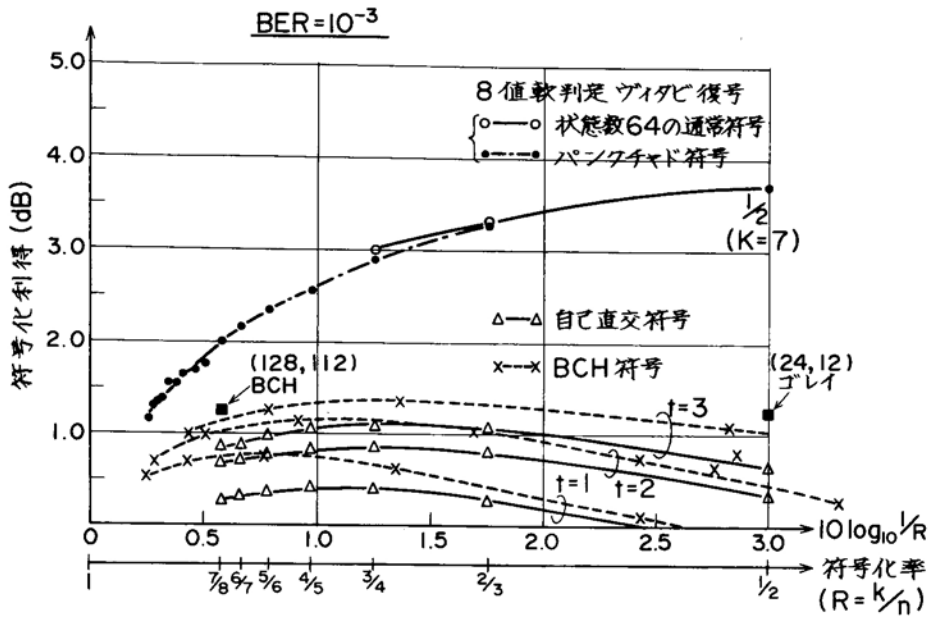


図 7.1 代表的符号の符号化利得の比較 (t : 誤り訂正可能ビット数)

り、符号化率が高くなるにつれて符号のブロック長あるいは拘束長が増加しているのに対し、ウィタビ復号では拘束長一定とした符号の特性

を比較しているためである。また、BCH符号や自己直交符号等の代数符号に対して軟判定復号を行うことも原理的には可能で、その場合、符号<sup>74)~76)</sup>の利得は1~2dB増加し、軟判定ウィタビ復号の特性にかなり近い特性が得られる。しかし、一般に代数符号の軟判定復号では通常の硬判定復号に比べて復号アルゴリズムが大巾に複雑化し、復号器のハードウェア化が困難となる。従って、図7.1ではBCH符号及び自己直交符号に対しては硬判定時の特性を示している。

### 7.1.3 ハードウェア規模の相対比較

図7.2は、符号化率 $1/2$ 、 $3/4$ 、 $7/8$ の代表的符号の符号器/復号器(以下Codec)を現在の標準ICで構成することを想定した場合のハードウェアの相対規模(符号化率 $1/2$ の2誤り訂正自己直交符号のCodecを1とする)の試算例である。但し、BCH符号としては、インテルサットTDMA/DSIシステムに適用実績のある(24,12)ゴレイ符号と、(128,112)BCH符号用Codec、自己直交符号としてはインテルサットSCPCシステムに適用実績のある2誤り訂正符号用Codecを、それぞれ検討対象とし、ウィタビ復号については、インマルサット高速データチャンネルに適

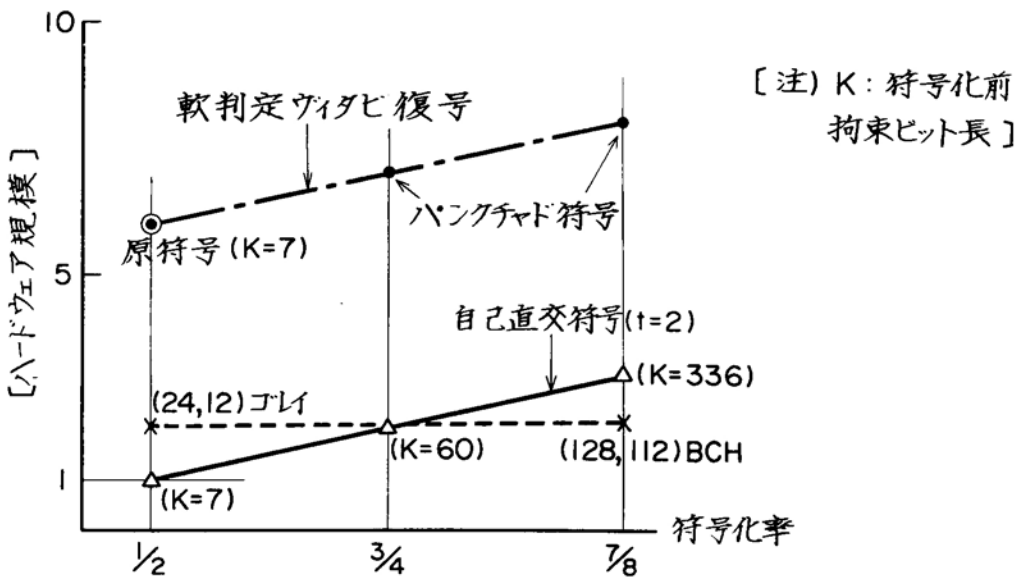


図7.2 代表的符号用Codecの相対ハードウェア規模(標準IC使用時)

用実績のある $K=7$ の $1/2$ 符号と、それから導かれる符号化率 $3/4$ 及び $7/8$ のパンクチャド符号の Codec を検討対象とした。また、伝送信号のビットレートは $100\text{Kbps}$ 程度と想定している。

図 7.2 において自己直交符号 Codec の規模が符号化率とともに増加しているのは、その拘束長が符号化率の増加とともに長くなり、それに伴って復号が複雑となることによる。一方、BCH 符号では、大容量ROMを用いたテーブル参照法による復号を想定しており、この場合必要ROM容量が現実的な範囲であれば、各符号の復号器のハードウェア規模はあまり変わらない。また、パンクチャド符号のヴィタビ復号では原符号（この例では、 $K=7$ の $1/2$ 符号）用の Codec をそのまま適用することができる。しかし、6.2.2 の検討結果からも明らかなように、符号化率の増加に伴って復号時の打切りバス長を長くする必要があり、高符号化率符号に対しては、バスメモリーに要するメモリー容量の増加分だけハードウェア規模が増大する。

図 7.2 に示したように、現時点における標準 IC により Codec を構成する場合には、一般にヴィタビ復号 Codec が他の Codec より複雑となることは否めない。しかし、近年急速に進展している LSI 技術を最大限に活用すれば、各符号とも数チップの IC でその Codec を実現することは技術的に十分可能と考えられ、この場合、ヴィタビ復号 Codec と他の符号用 Codec の複雑さの本質的な差はなくなろう。また、扱えるデータ速度が数 $10\text{Mbps}$ から数 $100\text{Mbps}$ という高速ヴィタビ復号器開発の検討も盛んに進められており、例えば大容量メモリーと LSI を最大限に利用して信号の並列処理を行えばそのような高速ヴィタビ復号器の実現も十分に可能と考えられる。<sup>24), 25)</sup>

## 7.2 通信システムとの適合性

本節では、ヴィタビ復号法を実用通信システムに適用する場合に留意すべき点について、特に通信システムとの適合性の面から検討する。

### 7.2.1 通信チャネルで生じる誤りの性質

ヴィタビ復号はガウス状の雑音の影響によりランダムな誤りの生じる通信チャネルへの適用を前提としている。従って、変復調装置を含めた通信チャネル（伝送路）で生じる誤りの性質がランダムでないとその誤り訂正能力が著しく低下するので、ヴィタビ復号の適用に当ってはこの点に対する十分な配慮が必要である。

例えば、PSK 復調時の位相不確定を除去するために差動符号化を行うシステムでは、差動復号で生じる対誤りがヴィタビ復号の誤り訂正特性を著しく劣化させるので、差動復号をヴィタビ復号後に行うような構成としなければならない（6.3.2 参照）。また、デジタル信号伝送スペクトルの集中を避けるため、CCITT の V.35 で規定されているような自己同期型のデータスクランプリング（data scrambling）を行う場合には、受信側のデスクランプリング操作により単独ビット誤りが3ビット程度の誤りとなって集中的に生じる。従って、この場合にも、差動復号の場合と同様、ヴィタビ復号後にデータのデスクランプリングを行うような構成をとる必要がある。

また、干渉波の影響を受ける通信チャネルにおいても、干渉による雑音がガウス状で本来の受信信号と無相関であればヴィタビ復号はそのまま適用できる<sup>77)</sup>。海事衛星通信システムのように海面マルチパスフェージングの影響を受ける場合にも、フェージングの周期（数 Hz 以下）に比べて信号の伝送ビットレートが十分高ければヴィタビ復号の誤り訂正能力は十分に発揮できる<sup>32)</sup>。但し、実際の受信信号との相関が強い干渉波や人為的な妨害波の影響等でバースト誤りが生じるような通信チャネルにおいては、適当なビットインターリービング操作により誤りをランダム化<sup>19), 26)~31)</sup>してヴィタビ復号を適用することが必要となる。図 7.3 にビットインターリービング回路を介したヴィタビ復号通信系のモデルを示す。このような方法を用いると、ある程度の長さまでのバースト誤りは、ランダム誤りと同様に訂正できることになるので、ヴィタビ復号の適用範囲を拡大することになるが、ビットインターリービング回路に要するメモリー規

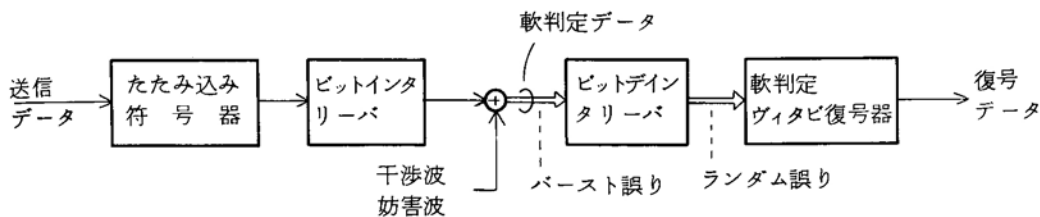


図 7.3 ビットインタリーブ回路を介したヴィタビ復号通信系モデル

模と同じだけの信号遅延が生じることになるので、この点にも十分注意をすべきである。

### 7.2.2 バーストモード運用システムへの適用

通信システムにおける信号伝送モードは、信号を連続的に送出する“連続モード”と、信号をバースト状に送出する“バーストモード”に大別される。連続モードでデータを伝送するデジタルシステムの例としては、インテルサットのSCPCチャンネルや、インマルサットの高速データチャンネルが挙げられる。また、バーストモードで運用されるシステムの例としては、TDMAシステムやパケット通信システムが挙げられる。衛星電力の有効利用のため、音声のある時のみ信号を送出するボイスアクチベーション（voice activation）システムも、バーストモードで運用されるシステムの例である。連続モードで運用されるシステムに誤り訂正符号を適用する場合には、それによる特別な制約は生じない。しかし、バーストモードで運用されるシステムに誤り訂正符号を適用する場合には、一般にバースト状のデータ毎に符号化／復号の完結が必要となり、この場合、符号の適用に当って種々の制約が生じる<sup>79)</sup>。例えば、バースト状のデータの符号化の完結を行うためには、一般に符号化完結のために余分のビットを付加して伝送する必要が生じ、このような付加ビット数が多くなると信号伝送効率が大幅に低下する。

ヴィタビ復号に用いるたたみ込み符号の拘束長は一般に非常に短く、

注)  
符号化完結のための付加ビットは 10 ビット前後でよい。従って、ウィタビ復号をバーストモード運用システムに適用しても信号伝送効率の低下はごくわずかである。ウィタビ復号をバーストデータに対して適用する場合、各バーストデータの先頭における復号の開始及び各バーストデータの末尾における復号完結は次のような手順で行えばよい。即ち、バースト先頭部において、送信側のたたみ込み符号器のシフトレジスタの内容を常にリセット（例えば全て 0 とする）して符号化を開始するとする。この場合、ウィタビ復号器においては、符号器初期状態に対応する状態（例えば全“0”）に最大のバスマトリックを与え、その他の状態のバスマトリックを最小値にセットして復号を開始すれば、バーストデータの先頭から正しく復号を行うことができる。一方、バーストデータの復号の完結は、符号化完結のための付加ビットを含む全てのバーストデータが復号器に入力された時点で、符号化完結時の符号器の最終レジスタ状態（例えば全“0”）に対する生き残りバスマメモリーの内容を順次出力することにより実行される。図 7.4 に、 $K=7$  の  $1/2$  符号に対するバーストデータの符号化／復号の基本手順を示す。

なお、バーストモード運用時にもウィタビ復号器に連続クロックが供給されている場合には、ウィタビ復号器ではバーストデータの先頭あるいは末尾で特別な復号操作を行うことなく、連続データに対する復号と同様の復号を継続し、復号データ系列の中から実際の送信バーストデータに対応する部分を切り分けるという方法も可能である<sup>41)</sup>。但し、この場合にも、各バーストデータの先頭部分でウィタビ復号器へのデータ入力位相を制御して符号の同期状態を保つことは必要である。バーストデータに対してこのような復号法を適用した場合、バーストデータの先頭と末尾部分で復号データの連続性が失われ、若干誤り率が高くなる可能性があるが、復号データの不連続点の影響は符号拘束長の 4～5 倍程度

---

注) ダミーデータ（例えば 0）を符号器に入力して、バーストデータの最終ビットをシフトレジスタから押し出す。

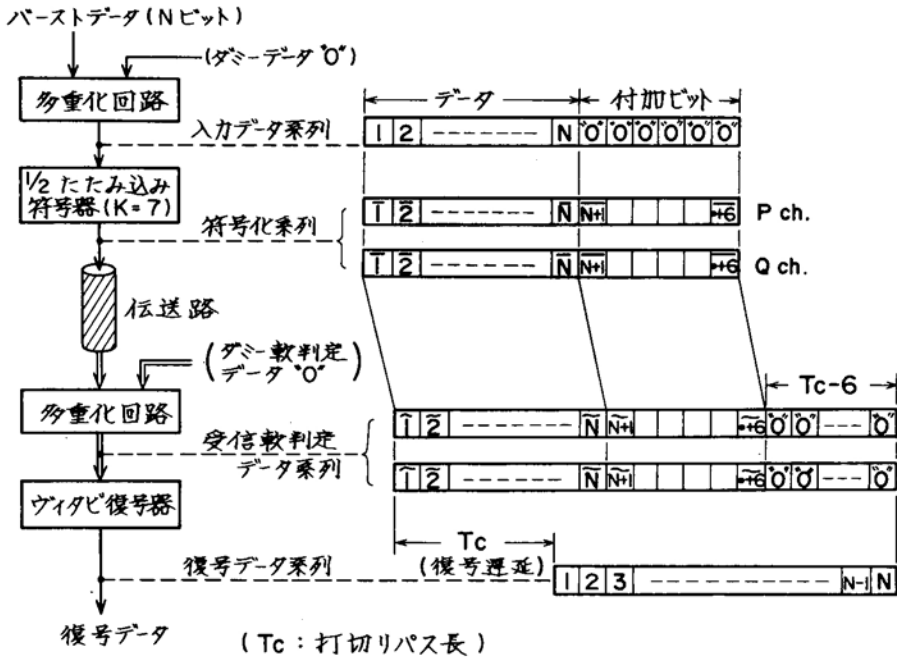


図 7.4 バーストデータの符号化/復号の基本手順 [1/2 符号 (K=7)]

でなくなると考えてよい。<sup>4)</sup>

以上に述べたウィタビ復号におけるバーストデータの符号化/復号法は、パンクチャド符号を用いる場合にもそのまま有効である。

### 7.2.3 復号後のバースト誤り

一般に誤り訂正符号を適用すると、復号後の残留誤りがバースト状に発生し、このようなバースト誤りは種々のデジタル通信システム（例えば音声、画像符号化伝送システム、他の誤り制御方式を用いるデータ伝送システム等）に影響を与える。従って、誤り訂正符号を通信システムに適用する場合は、復号後に生じるバースト誤りの性質を十分に把握して、それが通信システムに与える影響を予め知っておくことが必要である。

一般に、BCH 符号や自己直交符号等の代数符号<sup>80)</sup>に比べると、ウィタビ復号後のビット誤りは集中的に発生することが特徴として挙げられる。即ち、6.2.4 における検討結果からも明らかのように、ウィタビ復号後

のバースト誤りは長さが数10ビット前後のものが殆んどで、しかもバースト誤り中の誤りビットの割合は約1/2とかなり高くなっている。このような特徴を持つ復号バースト誤りが音声、画像などの信号品質に与える影響を理論的に評価することは難しい。しかし、例えばいくつかの代表的な音声符号化方式に対しては、ウィタビ復号後のバースト誤りが音声品質に与える影響は、同じ誤り率のランダム誤りの影響とほぼ同じであることが確かめられている。<sup>71), 81)~83)</sup>

また、復号後の誤りが集中的に発生するので、例えば復号データに対して差動復号操作や自己同期型のデータデスクランプリング操作を行っても、そのビット誤り数は殆んど増えないという特徴がある。更に、受信データブロックに含まれる誤りを検出して誤りブロックの再送要求を行う再送誤り制御 (ARQ) によるデータ伝送システムでは、ウィタビ復号データのように誤りが集中的に発生した方が同じビット誤り率のもとでの再送要求ブロック数を少くしてデータの伝送効率を高くする上で都合である。<sup>70), 84)</sup>

この他、2種類の誤り訂正符号を用いて2重に符号化/復号を行うような通信システムでは、図7.5に示すように、内側 (伝送路側) の符号 (内符号: inner code) の復号後に生じるバースト誤りを適当なビットインタリービング回路によりランダム化して、外側 (情報源側) の符号

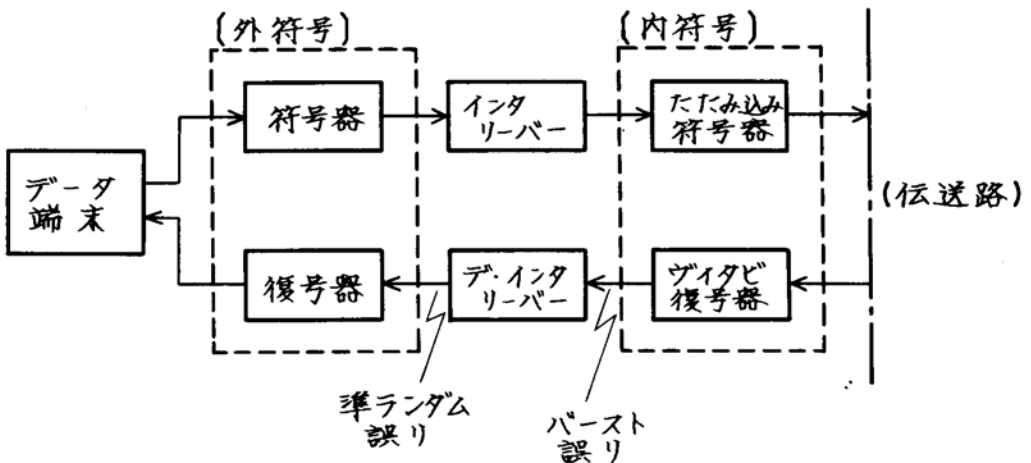


図 7.5 2つの誤り訂正符号の継続接続システムの構成例



(外符号：outer code)による誤り訂正を行うことが効果的である。<sup>76),85)</sup>この場合、内側の符号の復号時に生じるバースト誤りの長さが短い方がビットインターリーブ回路に要するメモリー量及び信号の遅延量を少なくする上で有利である。従って、ヴィタビ復号はこのようなシステムの内符号としても有効である、と言えよう。なお、ヴィタビ復号を内符号とする2重符号化(concatenated coding)システムでは、外符号として、ある程度の長さまでのバースト誤りを訂正できるリード・ソロモン符号(Reed-Solomon code)をインターリーブ回路を用いずに直接適用する方式も検討されている。<sup>86)</sup>

### 7.3 パンクチャド符号化概念の活用

7.1節及び7.2節において、誤り訂正符号の適用に当たってのヴィタビ復号の優位性と、その通信システムとの適合性について検討を行い、ヴィタビ復号が広範な通信システムに適用可能であることを述べた。本節では、本研究の主テーマであるパンクチャド符号化概念の積極的な活用法とその効果について論じる。

#### 7.3.1 符号化率可変誤り訂正装置の実現とその効用

4.1節でも述べたように、パンクチャド符号構成を用いると、既存の低符号化率符号からそれより高い任意の符号化率の符号を自由に構成でき、かつその復号は原符号の復号アルゴリズムに基づいて行えるという特徴がある。従って、パンクチャド符号化により、これまでハードウェア化が困難とされていた高符号化率符号のヴィタビ復号器の実現が容易になるだけでなく、第6章で述べたような符号化率可変誤り訂正装置の構成も可能となる。このような符号化率可変誤り訂正装置を用い、符号化後の伝送ビットレートを一定とする構成にすれば、通信回線の状態あるいはユーザーの要求信号品質に応じて用いる符号の最適符号化率を適宜選択することにより常に最大の情報伝送効率を引き出すことができる。逆に、情報伝送速度を一定とする構成とすれば、常に必要最小限の符号化ビット

レートで情報の伝送を行うことができ、情報伝送に必要な電力及び周波数帯域の有効利用を図ることができる。このように符号化率可変誤り訂正装置は、通信システムの設計に柔軟性を持たせる上で極めて有効である。

図 7.6 は、 $K=7$  の  $1/2$  符号を原符号とするパンクチャド符号を用いて符号化率可変誤り訂正装置を構成した場合の、復号を行う前の伝送路

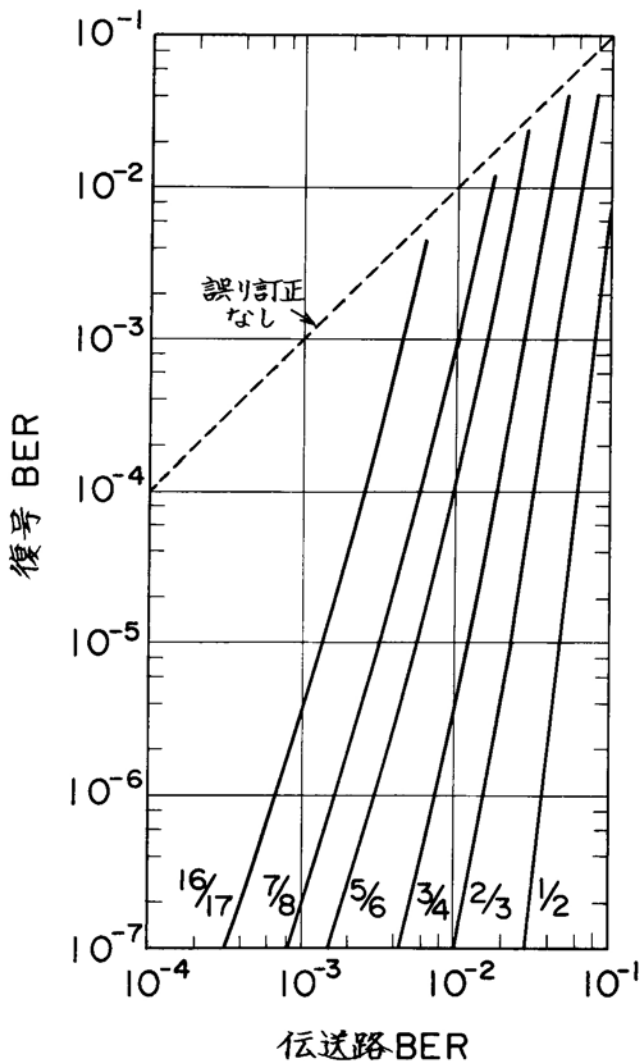


図 7.6 復号 BER 対伝送路 BER 特性  
 [ $K=7$  の  $1/2$  符号とそれから導かれるパンクチャド符号]

BER と、いくつかのパンクチャド符号を用いて 8 値軟判定 ヴィタビ復号を行ったあとの復号 BER の関係を示したものである。回線状態を伝送路 BER で表わし、所望の BER を復号 BER で評価すれば、図 7.6 のような特性図を用いて最適な符号を選択することができる。即ち、伝送路 BER が低い（回線の状態が良い）時には、高い符号化率の符号を選択して情報の伝送速度を高くし、伝送路 BER が高い（回線の状態が悪い）時には符号化率の低い符号を選んで情報伝送速度を低くし、常に一定値以下の復号 BER を確保することができる。例えば、64Kbps の通信回線に図 7.6 の特性を持つ誤り訂正装置が適用されている場合、伝送路の BER が  $10^{-2}$  の状態で BER =  $10^{-5}$  以下の信号品質を得たいとすれば最適な符号は 3/4 符号となり、その時の情報伝送速度は 48Kbps となる。一方、伝送路 BER が  $10^{-3}$  の時には、符号化率 16/17 の符号でも BER =  $10^{-5}$  以下という条件を満たすことができ、この場合情報伝送速度は 60 Kbps 以上となる。

また、誤り訂正装置の持つ伝送路 BER 推定機能（6.1.2 参照）を利用して回線状態を復号器自体が常に監視できる構成とすれば、予め設定された要求信号品質に対して常に最適な符号化率の符号を自動的に選択できる適応型誤り訂正装置の実現も可能となろう。

### 7.3.2 干渉波／妨害波のある通信系への応用

7.2.1 で述べたように、ヴィタビ復号を適用しようとする通信システムが干渉波あるいは妨害波などの影響を強く受ける場合、それによって生じるバースト誤りを適当なビットインターリーブ回路により分散あるいはランダム化して、ヴィタビ復号の誤り率改善特性の劣化をできるだけ少く押える必要がある。特に、強力なパルス状の妨害波等の影響を強く受けるシステムでは、妨害信号を含んだ受信信号の軟判定復調データが全く意味を持たないので、そのようなデータに対してはヴィタビ復号時の通常メトリック計算を禁止し、各枝の 0 又は 1 の符号シンボルに対してできるだけ等しい大きさのメトリック値を与えること（これを「ブランク

ング (blinking) と呼ぶ) が効果的である。<sup>19), 27)</sup>

例えば、Q値軟判定ヴィタビ復号を行う通信系で上記のようなランダムブランキングを行った場合の復号BER特性について考えてみる。Q値軟判定領域を図 3.4 のように定め、ブランキングのない場合の各領域確率を  $P(i)$ 、( $i = 1 \sim Q$ ) とする。また、ブランキング信号を伴うビットの復号時には、ヴィタビ復号器において、0 又は 1 の送信シンボルの中間レベル(0)に最も近い領域  $i = Q/2$  又は  $Q/2 + 1$  に対応するシンボルメトリックを等確率で与えるような復号を仮定する。この時、各軟判定領域に受信信号レベル  $r$  が含まれる確率  $P'(i)$  は等価的に次式で表わされる。

$$\begin{cases} i = Q/2, Q/2 + 1 \text{ に対して} \\ P'(i) = P(i) \times (1 - b_r) + b_r/2 \\ i \neq Q/2, Q/2 + 1 \text{ に対して} \\ P'(i) = P(i) \times (1 - b_r) \end{cases} \quad (7.1)$$

但し、式 (7.1) において  $b_r$  は、全ビット数に対するブランキングビット数の割合で、ブランキング率と呼ぶ。ブランキング率が  $b_r$  であるようなシステムのヴィタビ復号BER特性は、式 (3.6) で与えられる領域確率  $P(i)$  を式 (7.1) によって  $P'(i)$  に変換し、それを用いて式 (3.27) により  $P_k$  を計算することにより理論的に求めることができる。

図 7.7 は、 $K = 7$  の  $1/2$  符号を 8 値軟判定ヴィタビ復号する通信系におけるBER対  $E_s/N_0$  特性をブランキング率  $b_r$  をパラメータとして計算した結果である。(  $b_r = 0$  はブランキングのない通常システムの特性に対応している。) 同図より、ランダムブランキングを行う場合、ブランキング率  $b_r$  が 0.1 程度より低ければ BER 特性の劣化は 1 ~ 2 dB 程度以内であることがわかる。しかし、 $b_r$  が 0.1 より高くなると、BER 特性は急激に劣化し、しかも  $E_s/N_0$  を大きくしても一定のビット誤り率以下にはならないような特性の飽和現象が生じることがわかる。

このようなブランキング率の増大による復号BER特性の劣化を最小限に押えるための手段として、パンクチャド符号化概念の応用が考えられる。即ち、ブランキング率  $b_r$  をパンクチャド符号構成時のビット消去率

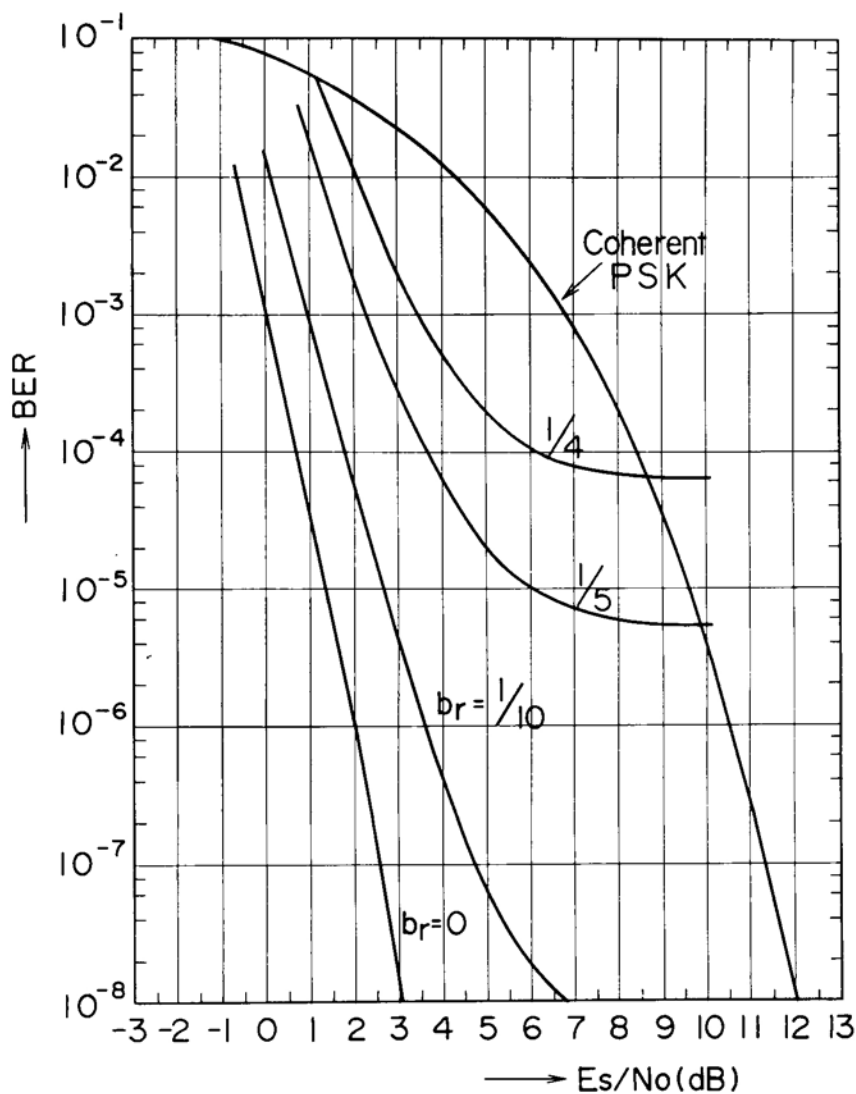


図 7.7 ランダムブランキングシステムにおける EBR 対  $E_s/N_0$  特性  
 [1/2 符号 ( $K=7$ ) / 8 値軟判定ヴィタビ復号]

と見なし、ブランキングビットが、その通信系に適用される符号を原符号とするビット消去率  $b_r$  のパンクチャド符号の最適消去ビット位置に分散されるようにインタリービング回路を設計する。そして、ブランキング信号をパンクチャド符号の復号時におけるメトリック計算禁止パルスと見なし、ブランキング信号を伴った軟判定データに対しては同じシン

ボルメトリック（例えば0,1の両符号シンボルの中間メトリック）を与えて復号する。このような方法を用いれば、ビット消去率 $b_r$ の最適バンクチャド符号の復号BER対 $E_s/N_0$ 特性（表6.3及び図6.14参照）と同じ特性を得ることが原理的には可能で、同じブランキング率 $b_r$ に対するBER特性（図7.7参照）を大巾に改善することができよう。

### 7.3.3 伝送ビットステータリングシステムへの応用

デジタル通信系においては、音声のシグナリング情報やフレーム同期情報の伝送を目的として、周期的に伝送ビットのステータリングを行う場合がある。例えば、日本や米国で用いられる1.544 MbpsのPCM（pulse code modulation）多重信号系では、通常8ビットで符号化されるPCMサンプルのLSB（least significant bit）をPCM6フレーム毎にステータリングしてシグナリング情報の伝送に当てるデジタルR1というシグナリング方式が用いられている<sup>87)</sup>。また、インテルサットのSCPCチャンネル（64 Kbps）を介して音声信号を伝送する場合には、各音声サンプルを7ビットでPCM符号化し、剰余ビットをフレーム同期信号（Start of Message : SOM）の伝送に当てている<sup>88)</sup>。更に、デジタル音声挿入（DSI）システム等においては、チャンネル過負荷時にPCMサンプルのLSBをステータリングし、そのステータリングビットを他チャンネルのPCMサンプル信号の伝送に当てることによって一時的にチャンネル容量を大きくし、音声の締出し（freeze-out）率を低くするような制御が行われることも多い<sup>89)</sup>。しかし、誤り訂正を行わない非冗長信号系においては、このようなビットステータリングによる音声信号等の品質劣化はかなり大きく<sup>87)</sup>、また通常のデータ信号に対してこのような方式を適用することはできない。

これに対して、誤り訂正を行う冗長信号系においては、伝送ビット（符号化ビット）の一部をステータリングしても、正しくデータの復号を行

---

注) 7ビットでPCM符号化する。

うことが可能となる。特に、軟判定ヴィタビ復号を行う通信系においては、パンクチャド符号の概念を適用することにより、信号品質の劣化をごくわずかに押えながら、伝送ビットスティーリングを行うことが可能である。

図 7.8 にヴィタビ復号通信系における伝送ビットスティーリングの概念図を示す。本システムでは、たたみ込み符号化された伝送ビットを一定周期でスティーリングし、そのビットを介して別の情報（シグナリング信号や同期信号などの制御信号、他チャンネルのデータなど）を伝送する。一方、受信側では、別情報の伝送周期毎のブロック同期をとりながら送信側で挿入された別情報を抽出したのち、軟判定ヴィタビ復号器において復号を行う。但し、ヴィタビ復号器では、別情報伝送用に使用されたビットに対しては、パンクチャド符号の復号時に挿入されるダミーデータと同様、通常のリック計算を禁止し、0,1の符号シンボルに同じ尤度値（リック値）を与えるような操作を行う。即ち、このような伝送ビットスティーリングシステムは、通信系に適用されているたたみ込み符号から、より符号化率の高いパンクチャド符号を構成し、それによる必要伝送ビットレートの低下分を別情報の伝送に当てるシステムと考えることができる。

伝送ビットスティーリングシステムがパンクチャド符号による誤り訂正システムと等価であることを考慮すれば、最適なビットスティーリングの位置は、パンクチャド符号を構成する場合の最適ビット消去パターンから定めることができる。また、伝送ビットスティーリングによる符号化利得の劣化量は、それと等価なパンクチャド符号に対するヴィタビ復号時の BER 特性から容易に求めることができる。

伝送ビットスティーリングによる原符号の BER 特性の劣化をできるだけ低く押えるためには、等価的に構成されるパンクチャド符号の最小距離をできるだけ大きく保つことが必要であり、そのためには一定ビット数のブロック毎に 1 ビットのスティーリングを行う方法が最も有効である。ここでは、拘束長  $K=7$  の  $1/2$  符号を用いて 8 値軟判定ヴィタビ復

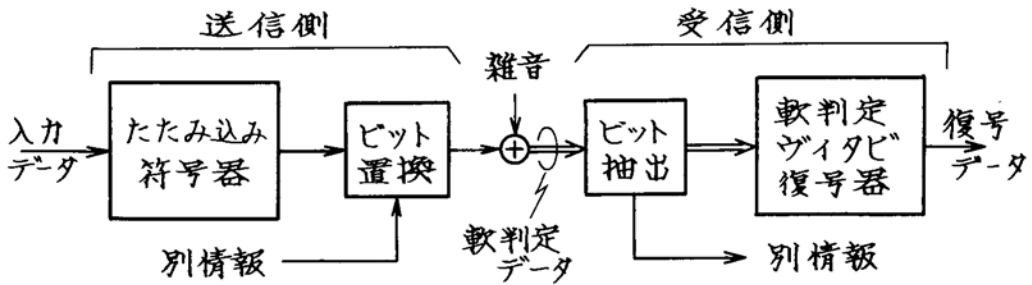


図 7.8 伝送ビットスティーリングシステムの概念図

号を行うシステムを例にとり、 $N$ ビットのフレーム毎に1ビットのスティーリングを行うような通信系における符号化利得の劣化量について検討を行う。(  $N=8$  とした場合の伝送フレーム構成を図 7.9 に示す)

図 7.10 は、 $N$  を 4, 8, 16, 32 とした場合の復号 BER 対  $E_s/N_0$  特性を示したものである。但し、 $N=4, 8, 16, 32$  の各場合のビット置換のパターンは、表 6.3 の  $2/3, 4/7, 8/15, 16/31$  の各バンクチャド符号の消去パターンと同一であり、その特性は、図 6.14 に示した各バンクチャド符号の復号 BER 対  $E_s/N_0$  特性に等しい。

図 7.10 より、ビットスティーリングの周期  $N$  が短くなるにつれて原符号からの BER 特性の劣化が大きくなる様子がわかる。図 7.11 は、ビットスティーリングの周期 ( $N$ ) に対する  $BER=10^{-5}$  の点における符号化利得の劣化量 (図 6.15 に示したバンクチャド符号の必要  $E_s/N_0$  の増加量

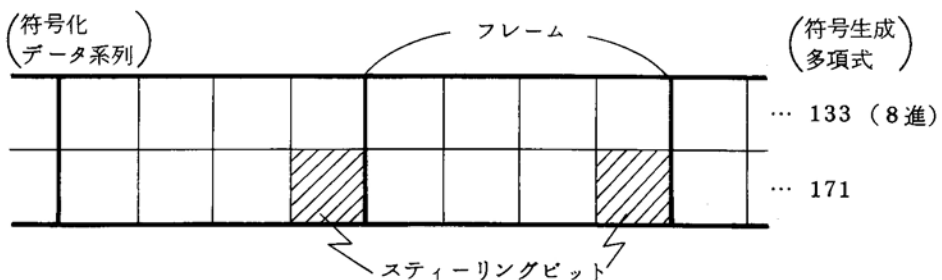


図 7.9 伝送フレーム構成 ( $N=8$ )



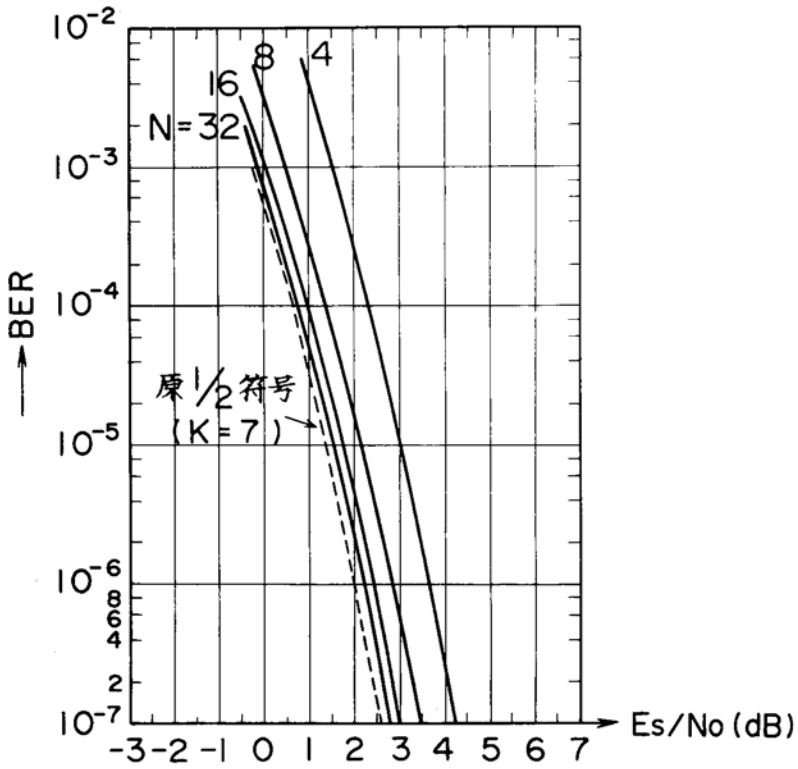


図 7.10 伝送ビットステーリングによる BER 特性の劣化  
 [1/2 符号 (K=7) / 8 値軟判定ヴィタビ復号]

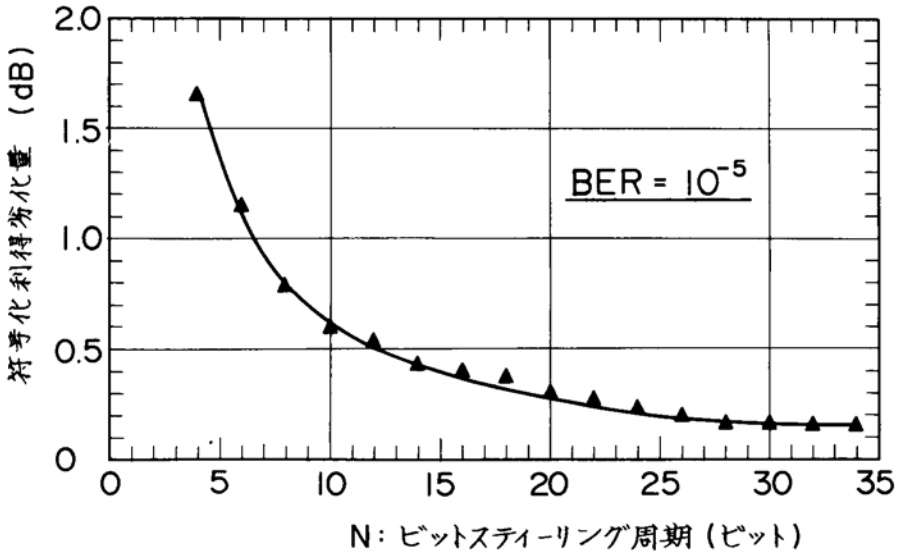


図 7.11 ビットステーリング周期 (N ビット) に対する符号化利得の劣化量  
 [1/2 符号 (K=7) / 8 値軟判定ヴィタビ復号]

注)  
に対応)をBER特性の理論計算により求めて示したものである。同図より、例えばビットスティーリングによる符号化利得の劣化量を0.5 dB以内に押えるためには、 $N$ を12以上とすればよいこと、更に $N$ が26以上であれば、利得の劣化量は0.2 dB以下となることがわかる。

以上、ビットスティーリングシステムにおけるビット置換率が $1/4$ 以下( $N \geq 4$ )の場合に対する検討を行ったが、ビット置換率を $1/4$ 以上とする場合には、表 6.3 に示した符号化率 $2/3$ 以上のパンクチャド符号の最適消去パターンをそのままビットスティーリングシステムにおけるビット置換パターンとすればよい。また、ここで述べたビットスティーリングシステムへのパンクチャド符号化概念の応用は、7.3.2で検討したブランキングシステムへのパンクチャド符号化概念の応用と基本的に同じであり、ブランキングシステムにおけるブランキング率 $b_r$ はビット置換率( $1/N$ )に対応すると考えてよい。従って、例えば $N=4$ の場合(等価的に符号化率 $2/3$ のパンクチャド符号が構成される)のビットスティーリング時の特性(図 7.10 参照)を、図 7.7 に示した通常のランダムブランキングシステム( $b_r=1/4$ )の特性と比較すると、パンクチャド符号化概念の適用が、干渉波や妨害波の影響あるいはビットスティーリングによるウィタビ復号の特性劣化を最小限に押える上で極めて効果的であることがわかる。

---

注) ビットスティーリングを行っても伝送ビットレートは一定であることを考慮すると、原符号からのBER対 $E_s/N_0$ 特性の劣化量がそのまま、ビットスティーリングによる符号化利得の劣化量となる。

## 第 8 章 結 論

ヴィタビ復号を適用した高能率誤り訂正符号の研究を行い、軟判定ヴィタビ復号時のビット誤り率特性及びヴィタビ復号の容易な高符号化率パンクチャド符号の構成法とその特性に関する理論検討を行った。また、パンクチャド符号構成に基いて符号化率を自由に選択できる軟判定ヴィタビ復号装置の開発を行い、その諸特性を明らかにするとともに、ヴィタビ復号の通信システムへの適用、特にパンクチャド符号化概念の積極的利用法について考察した。

本論文の各章の要点及び主要な結論を以下に述べる。

### 第 2 章の要点

第 2 章では、以後の各章の理解を容易にするため、ヴィタビ復号の概要について述べた。先ず 2.1 節では、代表的な誤り訂正符号の分類を示し、ヴィタビ復号がランダム誤りの訂正に適したたたみ込み符号の復号法として位置付けられ、軟判定復調と組み合わせることにより極めて高い符号化利得が得られることを述べた。2.2 節では、拘束長 3 で符号化率  $1/2$  のたたみ込み符号を例にとり、最尤復号を効率よく実行するヴィタビ復号法の基本アルゴリズムについて説明を行った。2.3 節では、2.2 節の内容を一般化し、一般の通信チャネルにおけるヴィタビ復号アルゴリズムの記述を示した。2.4 節では、ヴィタビ復号器を構成する場合に、受信信号の量子化、復号時のパス打ち切りという演算近似操作が必要なことを述べ、ヴィタビ復号器の基本構成を示した。また、復号器のハードウェア規模は、一般に符号の符号化率あるいは拘束長が大きくなるにつれて指数関数的に増大することを述べた。2.5 節では、ヴィタビ復号アルゴリズムが、誤り訂正符号に限らずマルコフ過程で記述される種々の確率現象に広く適用可能であることを述べ、その適用例を示した。

### 第 3 章の要点

第 3 章では、ガウス雑音の加わる通信チャネルを対象として、軟判定ヴィタビ復号のビット誤り率特性についての詳細な検討を行った。

先ず 3.1 節で多値軟判定復調を行う通信チャネルのモデル化を行い、3.2 節で軟判定ヴィタビ復号時のビット誤り率の厳密な理論計算式を導いた。3.3 節では、3.2 節で導いた計算式を用いて軟判定レベル数及びしきい値と復号ビット誤り率の関係を明らかにし、復号ビット誤り率を最小とする最適しきい値の選び方について検討した。3.3 節での検討により得られた主要な結論は以下の通りである。

- (i) 軟判定復号時の受信ベースバンド信号レベルの判定しきい値は、0 を含み信号レベルの正領域と負領域で対称且つ等間隔となるように選ばばよい。
- (ii) 復号ビット誤り率を最小とする最適しきい値間隔が存在する。しかし、同じ伝送路  $E_s/N_0$  ( $E_s$  : 信号1ビット当りのエネルギー、 $N_0$  : 片側雑音電力密度) のもとでは、しきい値間隔が最適値から多少ずれても復号ビット誤り率の劣化量はごくわずかである。
- (iii) 軟判定レベル数  $Q$  は受信信号の量子化ビット数及びヴィタビ復号器内のメモリーに必要なビット数との関係から、通常 2 のべき乗に選ばれるが、 $Q = 8$  の時の復号ビット誤り率特性は  $Q = \infty$  の時の特性に比べて 0.2~0.3 dB 程度劣るだけであり、実用上は 8 値軟判定を行えば十分である。

3.4 節では、3.3 節での検討結果を踏まえて代表的なたたみ込み符号の軟判定復号ビット誤り率特性を計算し、用いる符号の符号化率及び拘束長と符号化利得の関係を明らかにした。3.4 節で得られた主要な結論は以下の通りである。

- (iv) 状態数 64 で符号化率が  $1/4$ 、 $1/3$ 、 $1/2$ 、 $2/3$ 、 $3/4$  の各符号の中では符号化率  $1/3$  の符号が最大の符号化利得を有する。但し、符号化率が  $1/4$  及び  $1/2$  の符号との利得の差はごくわずかである。
- (v) 一般に同符号化率符号の符号化利得は、符号拘束長  $K$  が長くなるにつれて増加する。例えば  $1/2$  符号の 8 値軟判定復号時の符号化利得は、ビット誤り率が  $10^{-6}$  の点において、 $K = 9$  の符号で 6.2 dB、 $K = 14$  の符号で 7.1 dB に達する。

## 第 4 章の要点

第 4 章では、ヴィタビ復号の容易な高符号化率符号の構成法を示し、その特性について比較、検討した。

先ず 4.1 節では、低符号化率符号の符号化ビットを一部を消去することにより得られるパンクチャド符号の一般的構成手順と、その符号器／復号器の基本構成を示した。本符号化手順を用いることにより、これまでハードウェア化が困難とされていた高符号化率符号のヴィタビ復号器も容易に構成することができる。4.2 節では、パンクチャド符号化における最適なビット消去パターンの選択手順について述べた。4.3 節では種々のたたみ込みみ符号を原符号とする符号化率  $(n-1)/n$  ( $n=3, 4, \dots, 14$ ) のパンクチャド符号の最適消去パターンを明らかにし、その 8 値軟判定ヴィタビ復号時のビット誤り率特性及び符号化利得についての比較、検討を行った。4.3 節で得られた主な結論を以下に示す。

- (i) 状態数 64 で符号率が  $1/2$ 、 $2/3$ 、 $3/4$  の各符号を原符号とする同符号化率パンクチャド符号においては、原符号の符号化率が高くなるほど特性が良くなる。しかし、原符号の違いによる符号化利得の差はたかだか  $0.2 \sim 0.3$  dB である。
- (ii) 拘束長  $K=3 \sim 9$  の  $1/2$  符号を原符号とするパンクチャド符号では、原符号の拘束長が長いほどその特性が優れている。例えば、原符号の拘束長が 7 以上であれば、符号化率が  $13/14$  という高符号化率パンクチャド符号においても、ビット誤り率が  $10^{-6}$  の点において、3 dB 以上の符号化利得が維持される。

## 第 5 章の要点

第 5 章では、ヴィタビ復号装置の開発に先立って、装置実現上の重要な問題である符号同期方式について基本的な検討を行い、種々の符号同期方式の特性の比較を行った。

先ず 5.1 節では、符号同期の基本概念とその必要性について述べるとともに、ヴィタビ復号において符号同期をとるために有効な同期情報抽出法について検

討した。5.2節では、拘束長7の1/2符号とそれから導かれる7/8パンクチャード符号を例にとつて、同期状態と非同期状態における5種類の各同期情報の分布特性を計算機シミュレーションにより明らかにした。5.3節では、同期情報をもとに符号の同期/非同期の判定を行うための同期判定法と、同期/非同期の誤判定確率からみた同期特性の評価基準を明らかにし、各同期方式の特性比較を行った。5.3節で得られた主要な結論は以下の通りである。

- (i) 同期情報抽出法としては、各復号ステップにおける生き残りバスマトリックの最大値と最小値の差に着目する方法（方法A）、または最大メトリックとその他の各メトリックとの差の合計値に着目する方法（方法B）が、他の方法に比べて優れた同期特性を有している。方法Aと方法Bを比較すると、同期特性の点では方法Bの方がやや優れている。
- (ii) 同期情報抽出のための積分ステップ数を長くすれば、同期/非同期の誤判定確率を低くすることができる。
- (iii) 回線状態の悪い時にも正確な同期引き込みを行うためには、全ての復号器入力データ位相の中から最大の同期情報を与える位相を選択する比較判定法が有効である。
- (iv) 予め設定したしきい値と同期情報値の大小関係により判定を行うしきい値判定法を用いる場合、回線状態の悪いところでも正確な同期判定を行うためには積分ステップ数をかなり長くすることが必要である。

5.4節では、符号同期特性に対する上記の結果とハードウェア実現の容易さを含めた符号同期方式に対する総合評価を行い、以下のような結論を得た。

- (v) ハードウェアの実現性も含めれば、同期情報抽出法としては、復号過程で必要なメトリックの最大値と最小値のみを用いる方法Aが最も優れている。
- (vi) 同期/非同期判定法としては、同期特性の点で比較判定法の方がしきい値判定法より優れているが、同期がとれている状態で同期はずれの検出のために比較判定法を用いようとすると、全ての可能なデータ位相のもとの同期情報の大きさを常に監視するための複数の復号器が必要となるという

問題がある。

## 第 6 章の要点

第 6 章では、第 4 章で検討を行ったパンクチャド符号化法に基いて開発した符号化率可変軟判定ウィタビ復号装置の構成概要について述べるとともに、それにより実験可能なパンクチャド符号の諸特性について検討を行った。

先ず 6.1 節では開発装置の基本構成と主要機能について述べ、装置各部の構成を概説した。開発装置は、ハードウェア構成の比較的容易な拘束長 7 で符号化率  $1/2$  のたたみ込み符号器とその軟判定ウィタビ復号器に、パンクチャド符号化と復号を行うための符号化ビット選択消去部、ダミーデータ挿入部等の周辺回路を付加することにより構成されており、以下のような特徴を有している。

- ① 外部からの指定によって符号化ビットの消去パターンを変更することにより、用いる符号を  $1/2 \sim 16/17$  の符号化率の範囲で自由に選択することができる。
- ② 第 5 章の検討に基いて実現した符号の自己同期機能を有している。また、本機能と差動符号化機能を組み合わせることにより、PSK 信号の同期検波復調時に生じる  $90^\circ$  及び  $180^\circ$  位相不確定の影響を自動的に除去できる構成となっている。
- ③ ウィタビ復号器の軟判定レベル数、打切りパス長等が自由に変更できる構成としている。また、外部変復調装置と接続しなくても伝送路雑音のある状態での種々の特性を模擬的に測定できるよう、軟判定データ用のデジタル擬似雑音発生器を内蔵している。

6.2 節では、 $K=7$  の  $1/2$  符号とそれから導かれる符号化率  $2/3 \sim 16/17$  のパンクチャド符号の諸特性について、開発装置を用いたハードウェア実験と理論解析の両面から検討し、以下のような結論を得た。

- (i) パンクチャド符号に対するウィタビ復号時の打切りパス長はその符号化率が高くなるにつれて長くする必要がある。例えば、パス打切りによるビット誤り率の増加を 10% 程度以下に押えるために必要な打切りパス長は、

原1/2符号が40ビット程度であるのに対し、3/4符号で60ビット、7/8符号で100ビット、15/16符号では200ビット程度となる。

- (ii) パンクチャド符号の復号ビット誤り率 (BER) 特性は、符号化率の増大即ちビット消去率の増大につれて劣化していくが、8値軟判定復号を行った場合、16/17符号でもなお3 dB以上の符号化利得 (BER =  $10^{-6}$  の点) を有している。
- (iii) 復号後の残留誤りは顕著なバースト誤りとなり、パンクチャド符号の符号化率が高くなるほど、また同じ符号では伝送路の  $E_s/N_0$  が低くなるほど長くなる傾向がある。また、その長さは1～数10ビットの範囲に広範囲に分布するが、その平均値は、 $E_s/N_0$  がある程度大きければ10ビット前後である。また、各バースト誤り中ではほぼ半分のビットが誤りビットとなっている。

6.3節では、開発装置で実験可能なその他の諸特性についての検討を行い、以下のような結論を得た。

- (iv) パンクチャド符号の復号に当っては、受信側で原符号の符号化データ系列再生のためダミーデータを挿入するが、この挿入ダミーデータに対しては通常のリック計算を禁止して0,1の両シンボルの中間リックを与えるような操作が必須である。
- (v) 受信信号の位相不確定を除去するための差動復号がヴィタビ復号に先立って行われる場合には、差動復号により生じる対誤りがヴィタビ復号の誤り訂正能力を著しく低下させる。従って、差動復号はヴィタビ復号後に行うような構成としなければならない。これは、軟判定データに対する差動復号を避けるためにも有効である。
- (vi) 復号器入力データ系列と復号データ再符号化系列の相関は、符号の非同期状態においてもかなり高くなる。これは、最尤復号を行うヴィタビ復号では、非同期状態においても常に復号器入力データ系列に最も近い符号化系列が選択されるためである。



## 第 7 章の要点

第 7 章では、ヴィタビ復号法を実用通信システムに適用する場合に考慮すべき種々の要因について検討し、パンクチャド符号化概念の積極的利用法について考察した。

先ず 7.1 節では、代表的なランダム誤り訂正符号の通信システムへの適用例について述べ、各符号の符号化利得及びハードウェア規模の比較を行った。検討の結果、以下の点が明らかとなった。

- (i) これまで衛星通信システムに適用実績のある BCH 符号や自己直交符号に比べると、軟判定ヴィタビ復号の符号化利得はパンクチャド符号を含めてかなり高く、特に符号化率の低い符号に対してその優位性が顕著である。
- (ii) 符号器・復号器 (Codec) のハードウェア規模は、現時点での標準 IC による構成を想定すると、ヴィタビ復号 Codec は他の符号の Codec に比べてかなり大きくなる。しかし、今後の LSI 技術の進展を考慮すれば、ヴィタビ復号を含めた各 Codec を数チップの IC により構成することは技術的に十分可能と考えられ、各 Codec のハードウェア規模の本質的な差はなくなると言える。

7.2 節では、ヴィタビ復号を通信システムに適用する場合に留意すべき点について、特に通信システムとの適合性の面から検討を行った。検討の結果、以下の結論が得られた。

- (iii) ヴィタビ復号を適用しようとする通信チャネルで発生するビット誤りの性質はヴィタビ復号の特性に大きな影響を与える。特に、バースト的な誤りが復号器に入力されると、誤り訂正能力が著しく低下するので、ビットインターリービング回路で誤りのランダム化を図る等の対策が必要である。
- (iv) バーストデータの符号化を行う時には、一般に各バースト毎に符号化及び復号の完結が必要となる。ヴィタビ復号では拘束長の短いたたみ込み符号が用いられ符号化完結に要する付加ビット数が少いので、このようなバーストモード運用にも適する。
- (v) ヴィタビ復号後に生じるバースト誤りの影響を受ける音声、画像などの

符号化システムの品質や他の誤り制御方式を用いるデータ伝送システムの特性は、同じ誤り率のランダム誤りの影響を受けた場合の品質、特性と同程度もしくはそれより改善されると考えてよい。

7.3節では、パンクチャド符号化概念の積極的な利用法について考察し、以下のような有用性を明らかにした。

- ① 高符号化率符号のヴィタビ復号器の構成が容易となる。更に、第6章に述べたような符号化率可変誤り訂正装置の実現により、通信回線の状態及び信号品質へのユーザーの要求に応じて用いる符号の最適符号化率を選択し、伝送路の効率的利用を図ることが可能となる。
- ② 強い干渉波や妨害波の影響を受ける通信システムにヴィタビ復号が適用されている場合、伝送路で発生するバースト状のビット誤りを、適当なビットインタリービング回路により仮想的なパンクチャド符号の最適消去ビット位置に分散した後、パンクチャド符号に対する復号と同様の手順で復号を行えば、バースト誤りによる復号ビット誤り率特性の劣化を最小限に押えることができる。
- ③ ヴィタビ復号を適用する通信システムにおいて、音声のシグナリングやフレーム同期情報を別途伝送する必要がある場合、適用符号から構成されるパンクチャド符号の最適消去ビット位置にそのような別情報を挿入（ビットスティーリング）して伝送し、受信側では、別情報を取り出した後、パンクチャド符号の復号と同様な復号を行えば、ビットスティーリングによる原符号の特性劣化をごくわずかに押えることができる。

## 〔謝 辞〕

本論文を終るにあたり、入社以来御指導を賜わり、本研究の遂行およびとりまとめの機会を与えられた国際電信電話株式会社取締役 中込雪男博士、同社研究所長 鍛冶弘博士、同社伝送部長 横井寛博士、同社交換部長 寺村浩一博士、同社国際機構部審議役 佐藤敏雄博士に対し、謹んで感謝の意を表します。

筆者の京都大学学部および大学院修士課程在学以来御指導、御激励をいただき、本論文をまとめるに際しても懇切なる御教示をいただいた京都大学教授 木村磐根博士に心からの感謝の意を表します。また、本論文に対して適切なる御助言をいただいた京都大学教授 矢島脩三博士、池上文夫博士、京都大学助教授 吉田進博士、並びに筆者の京都大学在学中に直接御指導いただき、研究の意義を御教示いただいた京都大学助教授 松本紘博士に謹んで感謝の意を表します。

国際電信電話株式会社研究所の小川明次長には、研究全般に対して懇切なる御指導、御鞭撻を賜りました。ここに深甚の謝意を表します。

また、入社以来直接御指導をいただき、特に本研究の遂行と論文のとりまとめに当って終始熱心な御討論と有益なる御助言をしていただきました同社研究所衛星通信研究室長の平田康夫博士に心からの感謝の意を表します。

同社研究所無線システム研究室長 村谷拓郎博士、同研究室 古賀敬一郎主査には誤り訂正符号の基礎知識に関して多くの御指導、御教示をいただきました。ここに厚く御礼申し上げます。

本研究に関する計算や実験において多大の協力をいただきました同社研究所衛星通信研究室の檜木勘四郎氏をはじめ、同研究室各位に深く感謝致します。また、実験装置の試作にあたられた日本電気株式会社の関係各位、特に同社横浜事業所の加藤興太郎課長、大谷進主任、並びに同社C & Cシステム研究所の中村勝洋氏、古谷之綱氏に厚く御礼申し上げます。

## 〔参 考 文 献〕

- 1) C. E. Shannon ; "A mathematical theory of communication",  
B.S.T. J., 27, pp. 379~423, 623~656, 1948.
- 2) W.W. Peterson and E. J. Weldon ; "Error correcting codes", 2nd  
Edition, The M. I. T. Press, Cambridge, Mass., 1972.
- 3) 宮川、岩垂、今井 ; "符号理論"、昭晃堂、昭和48年.
- 4) A. J. Viterbi and J. K. Omura ; "Principles of digital  
communication and coding", McGraw-Hill, New York, 1979.
- 5) J. M. Wozencraft ; "Sequential decoding for reliable  
communication", Nat. IRE Conv. Rec., Vol. 5, pt. 2, pp. 11~25 ;  
also, M. I. T. Res. Lab., Cambridge, Mass., Tech. Rep. 325.,  
1957.
- 6) R. M. Fano ; "A heuristic discussion of probabilistic decoding",  
IEEE Trans., IT-9, pp. 64~74, Apr. 1963.
- 7) I. M. Jacobs ; "Sequential decoding for efficient communication  
from deep space", IEEE Trans. COM-15, pp. 492~501,  
Aug. 1967.
- 8) A. J. Viterbi ; "Error bounds for convolutional codes and an  
asymptotically optimum decoding algorithm", IEEE Trans.,  
IT-13, pp. 260~269, Apr. 1967.
- 9) G. D. Forney, Jr. ; "Final report on a coding system design for  
advanced solar missions", Codex Corp., Watertown, Mass.,  
Contract NAS 2-3637, Dec. 1967.
- 10) J. K. Omura ; "On the Viterbi decoding algorithm", IEEE  
Trans., IT-15, pp. 177~179, Jan. 1969.
- 11) G. D. Forney, Jr. ; "The Viterbi algorithm", Proc. IEEE,  
vol. 61, pp. 268~278, Mar. 1973.
- 12) A. J. Viterbi ; "Convolutional codes and their performance in

- communication systems", IEEE Trans., COM-19, pp. 751~772, Oct. 1971.
- 13) J.A. Heller and I.M. Jacobs ; "Viterbi decoding for satellite and space communication", IEEE Trans., COM-19, pp. 835~848, Oct. 1971.
  - 14) K.L. Larsen ; "Short convolutional codes with maximal free distance for rates  $1/2$ ,  $1/3$  and  $1/4$ ", IEEE Trans. IT-19, pp. 371~372, May 1973.
  - 15) E. Paaske ; "Short binary convolutional codes with maximal free distance for rates  $2/3$  and  $3/4$ ", IEEE Trans., IT-20, pp. 683~689, Sept. 1974.
  - 16) D.J. Costello, Jr. ; "Free distance bounds for convolutional codes", IEEE Trans., IT-20, pp. 356~365, May 1974.
  - 17) J.M. Wozencraft and R.S. Kennedy ; "Modulation and demodulation for probabilistic coding", IEEE Trans., IT-12, pp. 291~297, July 1966.
  - 18) L.N. Lee ; "On optimal soft-decision demodulation", IEEE Trans., IT-22, pp. 437~444, July 1976.
  - 19) B.D. Trumpis and P.L. McAdam ; "Performance of convolutional codes on burst noise channels", NTC '77, 36:3-1~36:3-14, Los Angeles, Dec. 1977.
  - 20) J.B. Cain, G.C. Clark, Jr., and J.M. Geist ; "Punctured convolutional codes of rate  $(n-1)/n$  and simplified maximum likelihood decoding", IEEE Trans., IT-25, pp. 97-100, Jan. 1979.
  - 21) R.M. Orndorff, T.W. Doak and R. Koralek ; "CMOS/SOS LSI Implementation of Viterbi Error Correction Circuitry", ISSCC '79, Feb. 1979.
  - 22) R.M. Orndorff, P.C. Chou, J.D. Krcmarik, R.J. Colesworthy,

- T.W. Doak and R.Koralek ; "Viterbi decoder VLSI integrated circuit for bit error correction" , NTC '81, E1.7.1 ~ E1.7.4, New Orleans, Nov. 1981.
- 23) A.S. Acampora and R.P. Gilmore ; "Analog Viterbi decoding for high speed digital satellite channels" , IEEE Trans., COM-26, pp 1463~1470, Oct. 1978.
- 24) R.D. McCallister and J.J. Crawford ; "A low-power, high-throughput maximum-likelihood convolutional decoder chip for NASA's 30/20GHz program" , NTC'81, E1.1.1 ~ E1.1.5, New Orleans, Nov. 1981.
- 25) R.T. Clark and R.D. McCallister ; "Development of an LSI maximum-likelihood convolutional decoder for advanced forward error correction capability on the NASA 30/20GHz program" , AIAA 82-0459, pp. 142~144, March 1982.
- 26) J.W. Modestino and S.Y. Mui ; "Convolutional code performance in the Rician fading channel" , IEEE Trans., COM-24, pp. 592~606, June 1976.
- 27) S.L. Bernstein, H.M. Heggstad, S.Mui and I. Richer ; "Variable-rate Viterbi decoding in the presence of RFI" , NTC '77, 36:6-1~36:6-5, Los Angeles, Dec., 1977.
- 28) I. Richer ; "A simple interleaver for use with Viterbi decoding" , IEEE Trans., COM-26, pp. 406~408, March 1978.
- 29) J.B. Cain and J.M. Geist ; "Interleaving considerations for convolutional coding on Gaussian noise channels with burst erasures" , NTC'79, pp. 44.5.1 ~ 44.5.5, 1979.
- 30) P. Shaft ; "Low-rate convolutional code applications in spread-spectrum communications" , IEEE Trans., COM-25, pp. 815~821, Aug. 1977.
- 31) J. Hagenauer and W. Papke ; "Data transmission via the real and

- stored MARISAT channel using small ship antennas ”, NTC'80, pp. 62.3.1 ~ 62.3.6, Houston, Texas, Nov. 1980.
- 32) 櫻木、安田；“フェージング回線にヴィタビ復号法を適用する場合のビット誤り特性”、信学技報（通信方式）、CS 81-141, 昭 56-12.
  - 33) 平田、安田、冲中；“インマルサット将来システムに関する考察—デジタル船舶局システムの実現に向けて—”、信学技報（通信方式）、CS 81-183, 昭 57-02.
  - 34) G.C. Clark, Jr., C.L. Zahn, W.P. Osborne, N.C. Seiler and R. Sims；“All digital baseband processor for single carrier/channel voice”, 3rd ICDCS, E-8, pp. 201~208, Kyoto, Nov. 1975.
  - 35) N. Celebiler, E. Hirshfield, N. Sanli and N. Tomi；“Satellite communications network control”, 5th ICDCS, pp. 167~174, Genoa, Italy, Mar. 1981.
  - 36) S. Attwood and D. Sabourin；“Baseband-processed SS-TDMA communication system architecture and design concepts”, AIAA 82-0482, pp. 234-242, Mar. 1982.
  - 37) 安田、平田、小川；“軟判定ビタービ復号の理論ビット誤り率特性”、信学技報（通信方式）、CS 80-126, 昭 55-09.
  - 38) 安田、平田、小川；“(2,1)たたみ込み符号化/ビタービ復号の符号化利得”、昭 56 年度総合全国大会、1774, 昭 56-03.
  - 39) Y. Yasuda, Y. Hirata and A. Ogawa；“Bit error rate performance of soft decision Viterbi decoding”, 信学論 (E), E 64, 11, pp. 700~707, Nov. 1981.
  - 40) 安田、平田、小川；“ビタービ復号の最適軟判定しきい値”、昭 55 年度信学会通信部門全国大会、209, 昭 55-09.
  - 41) Y. Yasuda, Y. Hirata and A. Ogawa；“Optimum soft decision for Viterbi decoding”, 5th ICDCS, Genoa, Italy, Mar. 1981.
  - 42) 安田、平田、小川；“ヴィタビ復号における軟判定しきい値の最適間隔”、

- 信学論 (B), J64-B, 11, pp. 1297~1298, 昭 56-11.
- 43) 安田、平田、小川; “ヴィタビ復号の容易な高符号化率たたみ込み符号とその諸特性”、信学論 (B), J64-B, 7, pp. 573~580, 昭 56-07.
- 44) 安田、平田; “ヴィタビ復号の容易な高符号化率符号の一般的構成法”、昭57年度総合全国大会、1757, 昭 57-03.
- 45) 安田、榎木、平田; “軟判定ヴィタビ復号用パンクチャド符号に対する検討”、信学技報 (通信方式)、CS 82-37, 昭 57-06.
- 45)' Y. Yasuda, K. Kashiki and Y. Hirata; “High-rate punctured convolutional codes for soft decision Viterbi decoding”, IEEE Trans. Commun. (to appear).
- 46) 安田、平田; “ヴィタビ復号用パンクチャド符号の性質とその応用”、第 5 回「情報理論とその応用研究会」資料、昭 57-10.
- 47) 安田、平田、古谷、中村; “ヴィタビ復号における符号同期方式”、信学論 (B), J66-B, 5, pp. 623~630, 昭 58-05.
- 47)' 安田、平田、古谷、中村; “ヴィタビ復号における符号同期方式に対する検討”、信学技報 (通信方式)、CS 82-43, 昭 57-07.
- 48) 安田、平田; “符号化率可変軟判定ヴィタビ復号装置の開発”、昭57年度通信部門全国大会、272, 昭 57-08.
- 49) 安田、榎木、平田; “符号化率可変軟判定ヴィタビ復号装置の開発とその諸特性”、信学技報 (通信方式)、CS 82-86, 昭 57-11.
- 50) Y. Yasuda, Y. Hirata, K. Nakamura and S. Otani; “Development of variable-rate Viterbi decoder and its performance characteristics”, 6th ICDSO, Phoenix, U.S.A., Sept. 1983.
- 51) 安田、榎木、平田; “軟判定ヴィタビ復号を適用した通信系における伝送ビットスティーリング”、信学論 (B), J66-B, 3, pp. 407~408, 昭 58-03.
- 52) 安田; “デジタル海事衛星通信システムに適用した誤り訂正方式”、昭 58年度信学会総合全国大会シンポジウム、S 11-7, 昭 58-04.
- 53) 村谷、古賀; “デジタル衛星回線における誤り制御方式”、信学技報



(通信方式)、CS 72-139, 昭 48-02.

- 54) W. P. Osborne and M. B. Luntz ; "Coherent and noncoherent detection of CPFSK" , IEEE Trans., COM-22, pp. 1023~1036, Aug. 1974.
- 55) 安田、小川 ; "CPFSK 方式へのビタービアルゴリズムの具体的適用法"、昭53年度信学会通信部門全国大会、222, 昭 53-09.
- 56) 小林、川井 ; "ビタビ・アルゴリズムの適用が容易な CPFSK 方式の一手法"、信学論 (B), J. 65-B, 10, pp. 1290~1297, 昭 57-10.
- 57) 田中、原島、宮川 ; "多モード 2 進位相連続 FSK 方式"、信学論 (A)、58-A, 11, pp. 712~718, 昭 50-11.
- 58) G. D. Forney, Jr. ; "Maximum-likelihood sequence estimation of digital sequences in the presence of intersymbol interference" , IEEE Trans., IT-18, pp. 363~378, May 1972.
- 59) 高木 ; "ビタビ復号法による符号利得"、日本無線技報、No. 12, pp. 13-22, 1978 年 10 月.
- 60) C. M. Rader ; "Memory management in a Viterbi decoder" , IEEE Trans., COM-29, pp. 1399~1401, Sep. 1981.
- 61) 安田、高橋、近内、黒川 ; "軟判定ビタービ復号器用デジタル擬似雑音発生器の試作"、昭55年度信学会総合全国大会、1754, 昭 55-03.
- 62) F. Hemmati and D. J. Costello ; "Truncation error probability in Viterbi decoding" , IEEE Trans., COM-25, pp. 530~532, May 1977.
- 63) 安田、安永、高橋 ; "ビタービ復号後の誤りパターン"、昭55年度信学会総合全国大会、1756, 昭 55-03.
- 64) 安永、安田 ; "誤りパターン解析装置の試作"、KDD 研究ノート、第 158 号、昭 56-07.
- 65) M. Hankamer ; "Error event statistics for convolutional codes" , IEEE Trans., COM-28, pp. 302~304, Feb. 1980.
- 66) T. Muratani, H. Saitoh, K. Koga, T. Mizuno, Y. Yasuda and

- J. S. Snyder ; "Application of FEC coding to the INTELSAT TDMA system", 4th ICDSO, pp.108~115, Montreal, Canada, Oct. 1978.
- 67) J. S. Snyder and T. Muratani ; "Forward error correction for satellite TDMA in the INTELSAT V era", AIAA 80-0593, pp. 674~683, April 1980.
- 68) 高畑、安田、沖中、古賀 ; "インテルサット TDMA システムへの適用を考慮した DSI 方式に関する検討"、KDD 研究ノート、第 150 号、昭 56-03.
- 69) 高畑、安田、沖中、古賀 ; "衛星 TDMA を対象とした DSI 方式に関する検討"、国際通信の研究、No. 108, pp. 137~151, 昭 56-04.
- 70) 平田、山田他 ; "インマルサットシステムへ適用可能なデジタル伝送方式の研究"、KDD 研究ノート、第 162 号、昭 57-09. (英文)
- 71) 樽松、平田他 ; "インマルサットシステムへ適用可能な音声符号化技術の研究"、KDD 研究ノート、第 164 号、昭 57-10. (英文)
- 72) Y. Hirata, Y. Yasuda and H. Okinaka ; "Design of digital standard system for the future INMARSAT system", IEE 3rd International Conference on Satellite Systems for Mobile Communications and Navigation, pp. 107~111, London, England, June 1983.
- 73) 古賀、安田、村谷 ; "BCH 符号と自己直交符号におけるビット誤り率改善特性"、信学論 (B)、J62-B, 2, pp. 117~124, 昭 54-02.
- 74) D. Chase ; "A class of algorithms for decoding block codes with channel measurement information", IEEE Trans., IT-18, pp. 170~182, Jan. 1972.
- 75) E. J. Weldon, Jr. ; "Decoding binary block codes on Q-ary output channels", IEEE Trans. IT-17, pp. 713~718, Nov. 1971.
- 76) 村谷、斉藤、古賀、水野、安田 ; "Final study report for IS-838 high-speed forward error correction codec", KDD 研究ノート、

第138号、昭53-01.

- 77) I. M. Jacobs ; "Practical applications of coding", IEEE Trans., IT-20, pp. 305~310, May 1974.
- 78) 冲中、安田 ; "高速かつ大規模なブロックインタリーバのハードウェア構成法"、昭53年度信学会通信部門全国大会、235, 昭53-09.
- 79) 古賀、安田、村谷 ; "TDMA 衛星通信方式への誤り訂正符号の適用"、信学論 (B)、J63-B, 10, pp. 975~982, 昭55-10.
- 80) 安田、河口 ; "自己直交符号の誤り伝搬特性について"、昭54年度信学会総合全国大会、1772, 昭54-03.
- 81) 高橋、安田、小川 ; "ビタービ復号を適用したデルタ変調 / PSK の通話品質"、信学技報 (宇宙航行エレクトロニクス)、SANE80-13, 昭55-07.
- 82) 高橋、安田、谷戸 ; "ビタービ復号を適用した場合の LPC ボコーダの通話品質"、信学技報 (通信方式)、CS81-68, 昭56-07.
- 83) 八塚 ; "海事衛星通信システムへの中速度音声符号化方式の適用"、信学技報 (通信方式)、CS82-106, 昭58-01.
- 84) G. V. Kinal and B. Toal ; "Pre-operational tests on high-speed (56 kbps) transmission over MARISAT", NTC'81, B9.2.1 ~ B9.2.5, New Orleans, Dec. 1981.
- 85) 冲中、安田 ; "誤り訂正符号を縦続接続する際のビットインタリーピングの効果"、昭55年度信学会総合全国大会、1744, 昭55-03.
- 86) K. Y. Liu and J. Lee ; "An experimental study of the concatenated Reed-Solomon / Viterbi channel coding system performance and its impact on space communications", NTC'81, C9.7.1 ~ C9.7.5, New Orleans, Dec. 1981.
- 87) 高畑、稲垣 ; "PCM異方式変換の構成法と音声特性に関する検討"、昭56年度信学会総合全国大会、1727, 昭56-03.
- 88) 宮憲一 ; "衛星通信技術"、電子通信学会編、昭和55年.

- 89) S. J. Campanella ; "Digital speech interpolation" , COMSAT  
Technical Review, 6, 1, pp. 127~158, Spr. 1976.

---

注)

B. S. T. J. .... Bell System Technical Journal  
IEEE ..... Institute of Electrical and Electronics Engineers  
NTC ..... National Telecommunications Conference  
ISSCC ..... International Solid - State Circuits Conference  
AIAA ..... American Institute of Aeronautics and Astronautics  
ICDSC ..... International Conference on Digital Satellite Communication  
IEE ..... Institution of Electrical Engineers

## 〔付録 1〕 ヴィタビ復号ビット誤り率の上界式

本文第 3 章の式 (3.7) に示したヴィタビ復号時のビット誤り率の上界式は、たたみ込み符号の生成関数 (generating function) という概念を導入することにより、Viterbi により導かれた<sup>12)</sup>。ここでは、たたみ込み符号の距離構造を明確に示すことのできる符号生成関数と、復号ビット誤り率の上界式の導出過程について述べる。

### A 1.1 たたみ込み符号の距離構造

ヴィタビ復号時のビット誤り率を調べるためには、先ず、用いるたたみ込み符号の距離構造を把握しておかなければならない。ここでは、第 2 章の図 2.2 に示した符号器で構成される拘束長  $K=3$  で符号化率  $1/2$  のたたみ込み符号を例にとって、その距離構造について検討する。一般に、たたみ込み符号は線形なので、全 "0" の符号化系列と他の全ての符号化系列との距離関係は、全 "0" 以外の任意の符号化系列と他の全ての符号化系列との距離関係に等しい。従って、以下正しいパスを全 "0" 系列と仮定し、全 "0" 系列からみた対象符号の距離構造について調べる。

本文図 2.5 の状態遷移図において、 $\alpha=00$  のまわりの自己ループ (正しいパス) を開放し、状態遷移を示す各枝には、その枝に対応する出力 (00, 01, 10, 11) と全 "0" パスの各枝 (00) とのハミング距離に応じた指数 (0, 1, 2) をとるパラメータ  $D^2, D, D^0=1$  をラベルすると図 A 1.1 が得られる。図 A 1.1 より明らかなように、状態  $\alpha=00$  に到達する全 "0" 以外の全てのパスは、それ以前のステップで  $\alpha=00$  の状態から派生したと考えることができる。図 A 1.2 は、本文図 2.6 に示した符号の格子状表現において、各枝の出力ビットに対応して全 "0" パスの枝からの距離を記したものである、図 A 1.1 または図 A 1.2 より、例えばパス  $\alpha\beta\gamma\alpha$  は、全 "0" パスからの距離が 5 であり、また、パス  $\alpha\beta\delta\gamma\alpha, \alpha\beta\gamma\beta\gamma\alpha$  は距離が 6 であることがわかる。

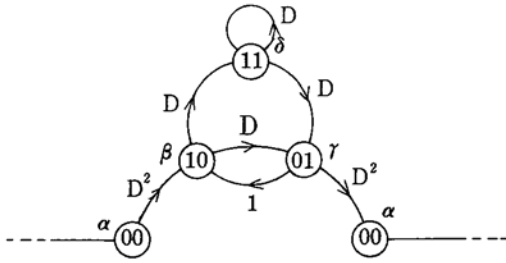


図 A 1.1 全“0”パスからの距離で修正された状態遷移図  
( $K=3$  の  $1/2$  符号)

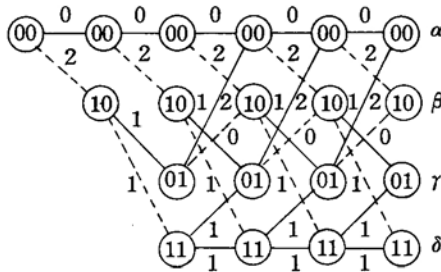


図 A 1.2 全“0”パスからの距離で修正された格子状表現

次に、全“0”パスからの距離（符号化系列の“重み”と呼ぶ）が  $k$  であるパスの総数を  $D^k$  の係数として持つような生成関数  $T(D)$  を考える。

図 A 1.1 の符号に対しては  $T(D)$  は、次式で与えられる。

$$T(D) = D^5 + 2D^6 + 4D^7 + \dots + 2^{k-5} D^k + \dots = \frac{D^5}{1-2D} \quad (\text{A 1.1})$$

式 (A 1.1) は、与えられたステップで状態  $\alpha$  ( $= 00$ ) に合流するパスのうち、全“0”パスからの距離が  $k$  であるものは  $2^{k-5}$  個存在することを意味している。

この生成関数  $T(D)$  を更に拡張し、各パスの長さや、そのパスに対応する符号器入力ビット系列中に含まれる“1”の数に関する情報を含めた

生成関数  $T(D, L, N)$  を考える。図 A 1.3 は、図 A 1.1 の状態遷移図を修正したもので、 $L$  はパスの長さに対応し、 $N$  は、符号器入力ビットが 1 であった時、そのパスを経由することを示す。即ち、各枝は 1 つの  $L$  を持ち、 $L$  の指数部は 1 つの枝を通るたびに 1 だけ増加する。また、 $N$  の項は、その枝に対応する状態遷移が、入力 "1" によって生じる（格子状表現の点線に対応）時に付加される。図 A 1.3 の状態遷移図で示される符号の生成関数  $T(D, L, N)$  は、次式のようになる。（式 (A 1.2) で  $L=1$  ,  $N=1$  とおけば式 (A 1.1) が得られる。）

$$\begin{aligned}
 T(D, L, N) &= D^5 L^3 N + D^6 L^4 (1+L) N^2 + D^7 L^5 (1+L)^2 N^3 + \\
 &\quad \dots + D^k L^{k-2} (1+L)^{k-5} N^{k-4} + \dots \\
 &= \frac{D^5 L^3 N}{1 - DL(1+L)N} \qquad (A 1.2)
 \end{aligned}$$

式 (A 1.2) より、例えば全 "0" パスからの距離が 6 であるパスは 2 本あり、1 つは長さ 4、他方は長さ 5 で、<sup>注)</sup> どちらのパスも全 "0" パスから派生して全 "0" パスに合流するまでに符号器に入力される "1" の数は 2 であること等がわかる。同様に、距離 7 の 4 つのパスのうち、1 つは長さ 5、2 つは長さ 6、残る 1 つは長さ 7 で、この 4 本のパスはいずれも符号器入力系列中に 3 つの "1" を持つことがわかる。長さ  $v$  のパスにのみ着目する時には、式 (A 1.2) において  $L^v$  以外の項を無視すればよい。このように、状態遷移図をもとに符号の生成関数を求めることができれば、各符号の距離構造は極めて明確に示される。

---

注) 全 "0" パスから派生して再び全 "0" パスに合流するまでの枝の数。

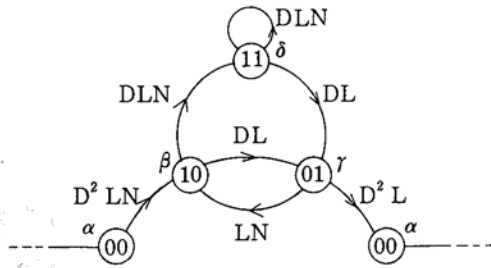


図 A 1.3 L, N の項で修正された状態遷移図

### A 1.2 ヴィタビ復号におけるビット誤り率

A 1.1 に述べた生成関数を用いれば、たたみ込み符号にヴィタビ復号を適用した場合のビット誤り率の上界を計算することができる。ヴィタビ復号（パス打切りのない最尤復号を想定）により受信データ系列の復号を行う場合、伝送路雑音があると、正しいパス（送信符号化系列  $\mathbf{x}$ ）と、復号時に選択される最尤パスとの間にいくつかのずれが生じる（図 A 1.4 参照）。このようなずれは “error event” と呼ばれ、これにより復号ビット誤りが生じる。図 A 1.4 の例では、1, 2, 3 の 3 つの error event が独立に生じている。

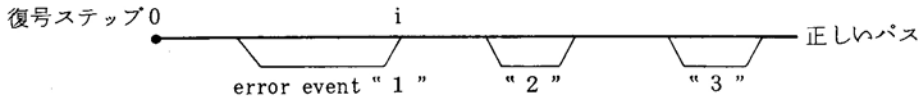


図 A 1.4 ヴィタビ復号で生じる error event

ヴィタビ復号時に “error event” を引き起こすパス選択の誤りには 2 つのタイプがある。1 つは、復号ステップ  $i$  において初めて誤ったパスが選択される場合で、これを “第 1 種の誤り” と呼ぶ。一方、第 1 種の誤りにより誤ったパスが選択された時、それ以後の復号ステップで、更に別の誤ったパスが選択される場合があり、これを “第 2 種の誤り” と呼ぶ。ここでは、これら 2 つのタイプの誤りの発生確率について述べ、復号ビット誤り率の上界式を明らかにする。



## 第1種の誤りの確率

正しいパスとして全“0”パスを仮定すれば、復号ステップ*i*で第1種の誤りが生じるのは、ステップ*i*で状態 $\alpha (= 00)$ に合流する全“0”でないパスの1つが選ばれた時である。例えば、A 1.1で検討した $K=3$ の1/2符号の復号において、第*i*番目のステップで、正しいパス $\alpha \cdots \alpha$ と、 $\alpha \cdots \alpha \beta \gamma \alpha$ というパス(図A 1.2参照)が比較されたとする。この $\alpha \cdots \alpha \beta \gamma \alpha$ というパスと全“0”パスとの距離は5である。従って、例えば2元対称通信路(BSC)においては、 $\alpha \cdots \alpha \beta \gamma \alpha$ に含まれる5つのシンボル“1”に対応する位置で3つ以上の誤りが生じると、受信信号系列からの距離は $\alpha \cdots \alpha \beta \gamma \alpha$ の方が $\alpha \cdots \alpha$ より小さくなり、このパスが生き残りパスとして選択されて第1種の誤りが生じることになる。

ところで、この距離5のパス $\alpha \cdots \alpha \beta \gamma \alpha$ が復号ステップ*i*で正しいパスと比較されるためには、それが復号ステップ(*i* - 1)において状態 $\gamma$ における生き残りパスとなっていないてはならない。しかし、必ずしもその保証はなく、例えば距離6のパスのどちらかが生き残りパスとなっていて、それが復号ステップ*i*において正しいパスと比較される可能性もある。この場合、例えば2元対称通信路においては、距離6のパスが持つ6つのシンボル“1”に対応する位置で4つ以上の誤りが生じた場合は必ず、また3つの誤りが生じた場合は確率1/2で第1種の誤りが生じる。

このように、復号ステップ*i*でパスの比較を行う場合、復号ステップ(*i* - 1)での生き残りパスが何であったかによって比較対象とするパスが異ってくるので、第1種の誤りの生じる確率 $P_E$ は、復号ステップ*i*で正しいパスに合流する全てのパスに対する誤り確率 $P_k$ の和をとることにより上界される。例えば、 $K=3$ の1/2符号では次式のようになる。

$$P_E < P_5 + 2P_6 + 4P_7 + \cdots + 2^{k-5} P_k + \cdots \quad (A 1.3)$$

上式において $P_k$ は、正しいパスからの距離が*k*であるパスの1つが復号ステップ*i*において誤って選択される確率である。

一般に、符号の生成関数  $T(D)$  が、

$$T(D) = \sum_{k=d}^{\infty} a_k D^k \quad (d : \text{符号の最小距離}) \quad (\text{A 1.4})$$

で表わされる時、 $a_k$  は、正しいパスからの距離が  $k$  であるパスの総数となる。従って、このような符号の第 1 種の誤りの確率  $P_E$  は、次式で上界される。

$$P_E < \sum_{k=d}^{\infty} a_k P_k \quad (\text{A 1.5})$$

### 第 2 種の誤りの確率

パスの比較、選択において第 1 種の誤りが生じると、誤って選択されたパスに対応する符号器入力ビットが復号ビットとして出力されビット誤りが生じる。更に、復号ステップ  $i$  におけるパスの比較、選択で第 1 種の誤りが生じると、誤って選択されたパス  $U'$  は、復号ステップ ( $i + 1$ ) においてはもはや正しいパス  $U$  と比較されることはなく、図 A 1.5 に示すように、正しいパスから分岐した別の誤ったパス  $U''$  と比較されることになる。“第 2 種の誤り”とは、このような状態で更に誤ったパス  $U''$  が選択されることをいう。

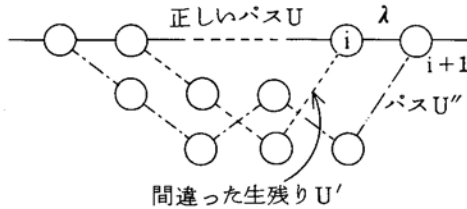


図 A 1.5 最初の復号誤りが生じた後での復号決定の例

式 (A 1.5) に示した第 1 種の誤りの確率  $P_E$  の上界式は、任意の復号ステップにおいて、正しいパス  $U$  と、そのステップで正しいパスに合流する他の全ての誤ったパスとの比較において生じる誤りの確率の和として求められた。従って、符号の繰り返し構造を考慮すると、この第 1

種の誤りの確率  $P_E$  は、正しいパス  $U$  とここで問題としている誤ったパス  $U''$  との比較により生じる誤りの確率をも含んでいる。一方、復号ステップ  $i$  で第 1 種の誤りによりパス  $U'$  が選択され、更に復号ステップ  $(i+1)$  で第 2 種の誤りによりパス  $U''$  が選択される場合、受信信号系列に対する各パスのバスメトリックを  $M$  で表わすと、次の関係が成立する。

$$\begin{cases} M_i(U') > M_i(U) & (A 1.6) \end{cases}$$

$$\begin{cases} M_{i+1}(U'') > M_{i+1}(U') & (A 1.7) \end{cases}$$

更に、パス  $U$  または  $U'$  における復号ステップ  $i$  から復号ステップ  $(i+1)$  への枝に対するメトリックを  $\lambda$  とすると、次式が成立する。

$$\begin{cases} M_{i+1}(U) = M_i(U) + \lambda & (A 1.8) \end{cases}$$

$$\begin{cases} M_{i+1}(U') = M_i(U') + \lambda & (A 1.9) \end{cases}$$

従って、復号ステップ  $(i+1)$  において上述の第 2 種の誤りの生じる確率  $P_r(M_{i+1}(U'') > M_{i+1}(U'))$  は、式 (A 1.6) ~ 式 (A 1.9) より、

$$\begin{aligned} & P_r(M_{i+1}(U'') > M_{i+1}(U')) \\ &= P_r(M_{i+1}(U'') > M_i(U') + \lambda) < P_r(M_{i+1}(U'') > M_i(U) + \lambda) \\ &= P_r(M_{i+1}(U'') > M_{i+1}(U)) \end{aligned}$$

$$\therefore P_r(M_{i+1}(U'') > M_{i+1}(U')) < P_r(M_{i+1}(U'') > M_{i+1}(U)) \quad (A 1.10)$$

となる。式 (A 1.10) は、パス  $U''$  と  $U'$  との比較により  $U''$  が選択される確率は、パス  $U''$  と  $U$  との比較により  $U''$  が選択される確率より小さくなることを意味している。即ち、復号ステップ  $(i+1)$  で生じる第 2 種の誤りの確率は、第 1 種の誤りの確率よりも小さく、従って、各復号ステップで生じうる第 2 種の誤りの発生確率の総和は、第 1 種の誤りの発生確率の総和より小さい。また、このような第 1 種の誤りと第 2 種の誤りが同時に発生することはない。

以上より、式 (A 1.5) に示した第 1 種の誤り確率に対する上界式は、第 2 種の誤りも含めた、ヴィタビ復号におけるパス選択誤りの発生確率の上界式となっていることが結論できる。

## ビット誤り率

以下、パス選択誤り率  $P_E$  の上界式を求めた手順に沿って、ヴィタビ復号時のビット誤り率  $P_B$  の上界式を求める。正しいパスを全“0”パスとする。この時、パスの決定において第1種の誤りが生じると、誤ったパスに対応する符号器入力データ系列に含まれる“1”が、そのまま復号器から出力され、これが復号ビット誤りとなる。従って、誤ったパスの選択に伴って生じるビット誤りの数は、式(A 1.2)に示したような符号の生成関数  $T(D, L, N)$  において  $L=1$  とおいた  $T(D, N)$  より容易に求めることができる。即ち、 $T(D, N)$  の  $N$  の指数は、復号ステップ  $i$  で状態  $\alpha (= 00)$  に合流する誤ったパスの選択に伴うビット誤り総数を与える。

例えば、生成関数が式(A 1.2)で与えられる場合、 $T(D, N)$  は、

$$\begin{aligned} T(D, N) &= D^5 N + 2D^6 N^2 + \dots + 2^{k-5} D^k N^{k-4} + \dots \\ &= \frac{D^5 N}{1 - 2DN} \end{aligned} \quad (\text{A 1.11})$$

となり、各項の  $N$  の指数は、その項に対応するパスの選択に伴って生じるビット誤り数を示している。従って、ビット誤り率  $P_B$  の上界を求めるためには、生成関数  $T(D, N)$  を  $N$  で微分した後、 $N=1$  とおいて得られる  $D$  の多項式を用いる必要がある。例えば、式(A 1.11)に対しては、

$$\begin{aligned} \left. \frac{dT(D, N)}{dN} \right|_{N=1} &= D^5 + 2 \times 2D^6 + 3 \times 4D^7 + \dots \\ &+ (k-4) 2^{k-5} D^k + \dots = \frac{D^5}{(1-2D)^2} \end{aligned} \quad (\text{A 1.12})$$

が得られる。従って、この場合のビット誤り率  $P_B$  の上界式は、式(A 1.3)における  $P_E$  と同様に、次式で与えられる。

$$P_B < P_5 + 2 \times 2 P_6 + 3 \times 4 P_7 + \dots + (k-4) 2^{k-5} P_k + \dots \quad (\text{A 1.13})$$

一般に、符号の生成関数  $T(D, N)$  に対して、

$$\left. \frac{dT(D, N)}{dN} \right|_{N=1} = \sum_{k=d}^{\infty} C_k D^k \quad (\text{A 1.14})$$

( $d$  : 符号の最小距離)

となる時、 $C_k$  は、正しいパスからの距離が  $k$  である全てのパスに含まれる誤りビットの総数となる。従って、このような符号の復号ビット誤り率  $P_B$  の上界式は、符号化率が  $1/n$  の場合には、

$$P_B < \sum_{k=d}^{\infty} C_k P_k \quad (\text{A 1.15})$$

となる。但し、 $P_k$  は式 (A 1.5) と同じく、正しいパスからの距離が  $k$  であるパスの 1 つが誤って選択される確率であり、ヴィタビ復号が適用される通信チャネルの軟判定しきい値と  $E_s/N_0$  が与えられれば、一意に定まる量である (本文 3.2.2 参照)。

なお、ヴィタビ復号においては、特定の復号ステップにおけるパスの決定により、1 符号ブロックの符号器入力ビット数に等しい復号ビットが出力される。従って、用いる符号の符号化率を  $k_0/n_0$  とすると、正しいパスとの枝分かれの長さが  $v$  (式 (A 1.2) の  $L$  の指数に対応) である誤ったパス選択により生じる誤りビット数  $n_e$  (式 (A 1.2) の  $N$  の指数に対応) は、 $k_0 v$  ビットの復号ビットに対して生じることになる。しかし、このような誤ったパス選択は、長さ  $v$  の各復号ステップに対してそれぞれ独立に生じるので、結局、特定のパス選択に伴う誤りビット数の比率は、

$$v (n_e / k_0 v) = n_e / k_0 \quad (\text{A 1.16})$$

となる。以上より、符号化率  $k_0/n_0$  の符号に対する復号ビット誤り率の上界式は、本文式 (3.7) に示したように、

$$P_B < \frac{1}{k_0} \sum_{k=d}^{\infty} C_k P_k \quad (\text{A 1.17})$$

となる。また、 $k_0/n_0$  符号の  $l$  ブロックを構成単位として得られるパンクチャド符号に対しては、パンクチャド符号の 1 符号ブロックに対応

する符号器入力ビット数が  $lk_0$  ビットであることより、その復号ビット誤り率  $P'_B$  の上界式は、

$$P'_B < \frac{1}{lk_0} \sum_{k=d}^{\infty} C_k P_k \quad (\text{A 1.18})$$

で与えられる (本文式 (4.4) 参照)。

### A 1.3 符号生成関数の一般的性質

一般に符号の生成関数  $T(D, L, N)$  が与えられれば、符号の距離構造を正確に把握することができ、ヴィタビ復号を行った時に生じるビット誤りの性質を理論的に知ることができる。

先ず、 $L = N = 1$  とおいて  $D$  の多項式の係数  $a_k$  を調べることにより、正しいパスからの距離が  $k$  である誤ったパスの総数を知ることができ、パス選択誤りの生起確率  $P_B$  の上界を求めることができる。また、 $L = 1$  とおき、且つ、 $\frac{dT}{dN}$  で  $N = 1$  とした時の  $D$  の多項式の係数  $C_k$  を調べることにより、復号時のビット誤り率の上界を求めることができる。

その他、 $N = 1$  とおいて、 $\frac{dT}{dL}$  で  $L = 1$  とした時の  $D$  の多項式の係数により、正しいパスからの距離が  $k$  である誤ったパスの正しいパスからの枝分かれの長さの総和を知ることができ、本文 6.2.4 で検討した復号後のバースト誤りの長さを理論的に調べることができる。即ち、ヴィタビ復号において選択される誤りパスの長さ  $v$  の平均値  $\bar{v}$  (本文式 (6.15) の  $L$ ) は、生成関数  $T(D, L, N)$  を用いると、次式により求めることができる。

$$\bar{v} \simeq \frac{\left[ \frac{dT}{dL} \Big|_{L=N=1} \right]_{D^k=P_k}}{\left[ T \Big|_{L=N=1} \right]_{D^k=P_k}} \quad (\text{A 1.19})$$

このように、符号の生成関数  $T(D, L, N)$  は、ヴィタビ復号時のビット誤りの性質を知る上で非常に有用である。しかし、一般に符号の拘束長あるいは符号化率が大きくなると、その状態遷移図は極めて複雑となり、符号生成関数の一般形を理論的に求めることは事実上不可能となる。

従って、そのような符号のビット誤りの性質を正しく知るためには、計算機等により正しいパスからの距離が小さい全ての誤ったパスの特性を逐一調べることによりその距離構造を明らかにすることが必要となる（〔付録 2〕参照）。

## 〔付録 2〕 $C_k$ の計算法

本文 3.2.3 で述べたようにウィタビ復号のビット誤り率を計算するためには、符号の距離構造から定まる  $C_k$ （正しいパスからの距離が  $k$  である全ての誤ったパスに含まれる誤りビットの総数）を計算する必要がある。ここでは、符号化率  $1/2$  の符号を例にとり、 $C_k$  を計算するための基本手法について述べる。（符号化率が  $k_0/n_0$  の符号に対しても、 $C_k$  の計算法は同じである。）

### 基本的手順

全“0”パスを正しいパスと仮定し、同じステップで全“0”パスから枝分かれして、その後再び全“0”パスに合流する全てのパスを対象に、各パスに対応する符号化系列に含まれる“1”の総数（正しいパスとの距離  $k$  に等しい）、枝分かれの長さ（パスの長さ  $v$ ）及びそのパスを生成する符号器入力データ系列に含まれる“1”の総数（そのパスを誤って選択した時に生じる誤りビット数  $n_e$  に等しい）を調べる（図 A 2.1 参照）。この時、距離  $k$  の全てのパスに対する  $n_e$  の総和が  $C_k$  となる。<sup>注)</sup>

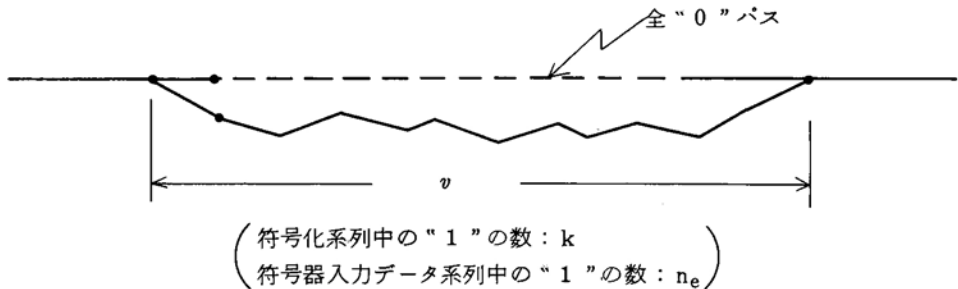


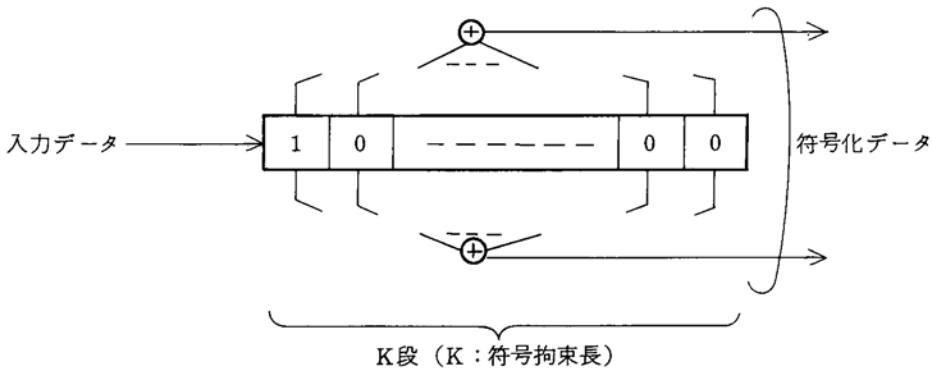
図 A 2.1 全“0”パスから分岐して再び合流するパスの  $k, L, n_e$

注) 〔付録 1〕に述べたように、 $C_k$  は、復号ステップ  $i$  で正しいパスに合流する全てのパスを対象に計算してもよいが、符号の繰り返し構造を考慮すれば特定のステップで正しいパスから枝分かれする全てのパスを対象として計算しても同じ結果が得られる。



## 計算機による枝分かれパスの追跡

全“0”パスから枝分かれする全てのパスの $k, v, n_e$ を追跡調査するため、計算機の中に対象符号の符号器を再現する。図A.2.2のようなシフトレジスタ状態を初期状態として、0及び1の入力ビットを順次符号器に入力することにより得られる全ての符号化系列を対象として、それらが再び全“0”パスに合流する（符号器レジスタ状態が全て0となることに対応）までの各パスの $k, v, n_e$ の値を記憶する。この場合、符号の拘束長を $K$ とすると、図A.2.2の符号器初期状態を第1ステップとした時、第 $K$ ステップで初めて全“0”パスに合流するパスが1本存在する。また、第 $K$ ステップ以後は、符号の状態遷移は定常状態となり、全“0”パスに合流するパスが各ステップに必ず存在する。従って、図A.2.3に示すように、第1～( $K-1$ )ステップまでを初期モード、第 $K$ ステップ以後を定常モードと呼ぶ。



図A.2.2 符号器シフトレジスタの初期状態



即ち、各符号の  $N_s (= 2^{k-1})$  個の状態のうち、全“0”状態を除く  $N_s - 1$  個の各状態  $S$  を起点として、以後、全“0”状態に到達するパスのうち、全“0”パスとの距離が最小となるパスに含まれる“1”の数  $D(S)$  を予め調べておく。そして、ステップ 1 で全“0”パスから枝分かれしてステップ  $i$  で状態  $S$  に到達する各パスに対して、その時点までの全“0”パスとの距離  $k(i)$  と上記  $D(S)$  の和を求め、それが  $k_{\max}$  より大きくなれば、そのパスは、以後、全“0”パスに合流するまでにその距離  $k$  が  $k_{\max}$  より大きくなると判定し、ステップ  $(i+1)$  以後の検討対象から除外する。これにより、検討対象パス数の大巾な減少を図ることができ、拘束長の大きい、あるいは符号化率の高い符号の  $C_k$  も  $k=d, d+1, \dots$  の数項に対して計算することができる。

#### 計算の完了

上記のような対象パスの除外操作を行いながらステップ  $i$  を順次増加させつつ全“0”パスに合流する各パスの  $k, v, n_e$  を調べ、未だ全“0”パスに合流していないパスの中に、全“0”パスとの距離が  $k_{\max}$  以下となるものが存在しなくなった時点で、計算を完了する。これにより、 $d \leq k \leq k_{\max}$  に対する  $C_k$  値を正しく計算することができる。

#### バンクチャド符号の $C_k$ の計算

バンクチャド符号の  $C_k$  も、上記と全く同様の手順で計算することができる。但し、本文 4.2.1 で述べたように、全“0”パスから枝分かれしているパスにおいて符号の消去ビット位置に対応するビットが“1”であっても、それは距離  $k$  の計算に加えない。また、全“0”パスから枝分かれする各パスの距離特性は、そのパスが消去パターンのどのブロックから枝分かれしたかによって異ってくる。従って、バンクチャド符号の  $C_k$  は、符号の構成単位である  $i$  ブロック内の各ブロックから派生する全てのパスを対象として同じ  $k$  を有するパスの  $n_e$  の総和として求めなければならない。

更に、バンクチャド符号の最適消去パターンの選択に当っては、復号ビット誤りが無限に続く可能性のあるカタストロフィックな符号を排除しなくてはならない（本文 4.2.5 参照）。ここでは、受信信号に雑音がなくても復号ビット誤りが一定値以上の復号ステップにわたって続く可能性のある符号はカタスト

ロフィック符号と判断するという基準を設け、以下の方法によりそのような符号の排除を行った。

“符号の  $N_s$  個の状態のうち、全 “0” 状態を除く  $N_s - 1$  個の各状態を起点とするパスのうち、一定値以上の長さ<sup>注)</sup>にわたって全 “0” パスとの距離が 0 であって、且つ全 “0” パスに合流しないパスが存在する時、その符号はカタストロフィック符号と見なす。”

---

注) 本論文においては、この値を 100 とした。

