

〈論 文〉

市場淘汰仮説について

西 出 勝 正

概要

本稿では，市場淘汰仮説についての最近の研究論文を紹介し，その問題を明らかにする。Sandroni (2000) 以降，一般均衡分析の枠組みを用いた完備市場における市場淘汰の分析は大きく前進した。即ち，消費財市場では仮説に対して肯定的な解答が得られる一方，資産市場では必ずしも仮説は成り立たないことが最近の研究で知られるようになった。非完備市場については，今のところ一般的な結果が得られておらず，今後の重要な研究課題となっている。

I 序

ミクロ経済学における市場淘汰仮説 (market selection hypothesis) とは，将来の予測能力が劣っていたり，将来事象の確率分布について現実と合致しない信念を持っている経済主体は，財や証券の取引を通じて市場から退出されるといふ仮説である。

簡単な例を挙げてこの仮説を考えてみたい。今，カジノにおいてイカサマのないサイコロを使って賭けをするギャンブラーを考える。偶数が出るか，奇数が出るかを予想し，その予想が正しければ賭け金の倍額が支払われるとする。偶数と奇数の確率が出る確率はそれぞれ $1/2$ である。しかしながら，この事実に対して，偶数が出る確率が $2/3$ であるという信念をこのギャンブラーが持っているとし，3回に2回の割合で偶数に賭けるとする。何度も賭けを続けていく

と最終的にこのギャンブラーは持ち金をなくし，カジノから必ず退出せざる得ない状況になる。上記のような淘汰のメカニズムが金融市場で働いていると主張するのが市場淘汰仮説である。

古くは Alchian (1950) や Friedman (1953) によって提唱され，理論経済学の基礎となる合理的経済主体の仮定についての1つの正当化として，この仮説が捉えられてきた。この問題に関連して，Cootner (1967) は次のように述べている：

“If any group of investors was consistently better than average in forecasting stock prices, they would accumulate wealth and give their forecasts greater and greater weight. In this process, they would bring the present price closer to the true value. (Cootner, 1967, p. 60)”

もしこの仮説が正しいとすると，長期的な市場均衡の特徴や価格付けを理論面から考察する場合に，予測の劣る投資家や現実の確率分布と異なる信念を持つ経済主体を考慮する必要はなく，正しい予測のできる合理的経済主体のみをモデルに導入すれば良いことになる。したがって，市場淘汰仮説の議論は，合理的期待仮説と強く関連しているということが出来る。

1990年代以降，数理モデルを用いて厳密に市場淘汰仮説を議論しようとする研究が盛んに研究されるようになった。初期の研究では，部分均衡による分析が採用され，必ずしも市場淘汰

仮説が成り立たないという結果が得られている (De Long et al.; 1990, Blume and Easley; 1992). これは、ファイナンス分野における最大成長率ポートフォリオの議論と関連している¹⁾. 例えば、連続時点モデルにおけるポートフォリオの長期的収益率を考えた場合には、期待対数収益率を最大にするポートフォリオ (このようなポートフォリオを最大成長率ポートフォリオという) が、事後的にも最も高い収益率を実現することが知られている。従って、最大成長率ポートフォリオを保有する経済主体が、投資家の信念やリスク回避度に関係なく市場で支配的となる。言い換えると、対数効用に最も近い経済主体以外は市場から退出させられることになる。

一般均衡モデルによる分析は2000年前後から発展してきた。部分均衡モデルでは、証券価格や利率を外生的に与えるなど、金融市場における経済主体の取引行動と均衡価格に関連性を持たせていない。一般均衡分析は、全ての証券価格と利率を内生的に導出し、市場淘汰仮説を考えている点で部分均衡分析に比べて望ましいといえる。

一般均衡分析の中でも、完備な金融市場を持つ経済での市場淘汰仮説の分析は、数学的な取扱いが容易であることから研究が大きく前進した。当該設定での既存研究の結果は以下の通りである。完備市場を持つ経済、あるいはパレート最適性が満たされている経済では消費財市場において市場の淘汰作用が働き、予測に劣る経済主体は市場から退出する (Sandroni; 2000, Blume and Easley; 2006)。一方、資産市場においては予測に劣る経済主体が恒久的に影響を与えうる、即ち市場淘汰仮説に否定的な解答を得ている (Nishide and Rogers; 2011)。しかしながら、金融市場が非完備である場合やパレ-

ト最適性が満たされない市場では、一般的な性質や結果を得ておらず、特殊な設定でのみ議論されている (Blume and Easley; 2006, Beker and Chattopadhyay; 2010 など)。

本論文の目的は、市場淘汰仮説の主要な研究をサーベイすることで、当該問題の性質を明らかにするとともに今後の研究の方向性について検討することである。本論文の構成は以下の通りである。第II節では、関連論文に共通するモデル設定を提示する。第III節では、消費財市場における淘汰についての重要な論文を紹介する。第IV節では、資産市場や価格付けにおける長期的振る舞いについて考察した論文を取り上げる。第V節では、非完備市場での市場淘汰問題を考察した論文を簡単に説明し、その問題点を探る。第VI節では、この論文の結論を述べる。

II 設定

前節で述べたように、部分均衡分析では市場淘汰問題について否定的な答えを導いている。しかしながら、これらの論文では一市場のみに焦点を当てた設定になっており、その他の市場における証券価格を外生的に与えている。例えば、Blume and Easley (1992) では、外生的に与えられた利率で経済主体が借入を自由に行うことが暗に仮定されている。しかしながら、市場淘汰の問題意識を考えた場合には、全ての市場を同時に考察する一般均衡での分析がより望ましい分析手法であるといえる。

個々の論文の説明に移る前に、各論文に共通する設定を本節で提示する。無限時点の純粋交換経済を考える。将来に対する不確実性は増大情報系付確率空間 $(\Omega, \mathfrak{F}, \{\mathfrak{F}_t\}, P)$ で記述されているとする。経済には1種類の非耐久消費財があり、各経済主体は財を消費することで効用を得るとする。経済主体 i の消費流列に対する選好は以下の *von-Neumann Morgenstern* 型期

1) 最大成長率ポートフォリオについては、Platen and Heath (2006) が詳しい。

待効用で与えられるとする.

$$U_i(c^i) = \begin{cases} E^i \left[\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u_i(c^i_t) \right] & \text{離散時点の場合} \\ E^i \left[\int_0^{\infty} e^{-\beta t} u_i(c^i_t) dt \right] & \text{連続時点の場合} \end{cases}$$

但し, β_i は時間選好率, 関数 u_i は瞬時的効用関数 (felicity function) を表している.

ここで, 期待値作用素 E^i は, 経済主体 i の主観確率測度 P^i に関して取られていることに注意する. 即ち, 確率測度 P^i が経済主体 i の将来に対する予測能力や学習能力を表している. 例えば, 参照確率 (実確率) 測度 P と主観確率測度 P^i が等しいとすると, 経済主体 i は将来の不確実性の確率分布を完全に予測できていることを意味する.

参照確率測度 P による期待値作用素 E を用いることで, 期待効用は以下のように書き換えることができる.

$$U_i(c^i) = \begin{cases} E \left[\sum_{t=0}^{\infty} \Lambda_t^i \beta^t u_i(c^i_t) \right] & \text{離散時点の場合} \\ E \left[\int_0^{\infty} \Lambda_t^i e^{-\beta t} u_i(c^i_t) dt \right] & \text{連続時点の場合} \end{cases} \quad (1)$$

但し, Λ_t^i は, 確率測度 P に対する主観確率測度 P^i の \mathfrak{F}_t -条件付き Radon-Nikodym 微分 (時点 t の事象に対する尤度比) を表す.

$$\Lambda_t^i \equiv \left. \frac{dP^i}{dP} \right|_{\mathfrak{F}_t}$$

ここで, 参照確率測度 P と主観確率測度 P^i は局所同値であることを仮定する. 即ち, 任意の $A \in \mathfrak{F}_t$ に対して,

$$P(A) > 0 \Leftrightarrow P^i(A) > 0$$

が成り立つとする²⁾. これは, 任意の t において

$$P(\Lambda_t^i > 0) = 1 \quad (2)$$

2) 局所同値でないとすると $P(A) > 0$ かつ $P^i(A) = 0$ を満たす事象 $A \in \mathfrak{F}_t$ 上において経済主体 i は時点 t で淘汰されるが, このような問題は考察するに値しない.

を意味する.

尤度比過程 Λ^i は非負マルチンゲールであるから, マルチンゲール収束定理によって, ある確率変数 Λ_{∞}^i に収束する. ここで, (2) は $\Lambda_{\infty}^i = 0$ の可能性を排除していないことに注意する. 例えば, 指数マルチンゲール過程 $\exp\{-t/2 + W_t\}$ は $t \rightarrow \infty$ において確率 1 で 0 に収束する.

今, 1 期間後の条件付き主観確率を λ_t^i と定義する.

$$\lambda_t^i = \frac{\Lambda_t^i}{\Lambda_{t-1}^i}$$

確率過程 λ^i は \mathfrak{F}_{t-1} -条件付き主観確率 P^{i-1} と, 参照確率に関する \mathfrak{F}_{t-1} -条件付き期待値 E_{t-1} を用いて以下のようにも表現できる.

$$P^{i-1}(A) = E_{t-1}[\lambda_t^i 1_A], \quad A \in \mathfrak{F}_t$$

但し, 1_A は事象 A に関する定義関数である.

このとき, 以下の同値関係が成り立っていることに注意する.

$$\Lambda_{\infty}^i > 0 \Leftrightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} \lambda_t^i = 1$$

上式は, $\{\Lambda_{\infty}^i > 0\}$ 上では, P^i と P の条件付確率測度が $t \rightarrow \infty$ において漸近的に一致していくことを表しており, 時間の経過によって経済主体 i が将来の不確実性を正確に予測できるようになることを意味している. 逆に言うと, $\{\Lambda_{\infty}^i = 0\}$ 上では時間が経過しても経済主体 i は正確に将来を予測できないことを表現している. このような経済主体が, 市場取引を通じて淘汰されるかどうかを考察するのが本研究の主たる目的である.

各経済主体の賦存 (所得) 過程を δ^i とし, その和である社会的総賦存過程を δ とする.

$$\sum_{i=1}^I \delta_i^t = \delta_t$$

但し, 各 δ^i は $\{\mathfrak{F}_t\}$ -適度な確率過程である (従って, δ も $\{\mathfrak{F}_t\}$ -適合である).

瞬時的効用関数 u_i については, 以下の条件を仮定する.

仮定1 瞬時的効用関数 u_i は厳密な増加凹関数で以下の稲田条件を満たす。

$$\lim_{c \rightarrow 0} u'(c) = \infty, \quad \lim_{c \rightarrow \infty} u'(c) = 0$$

この経済には金融市場が存在し、各経済主体は金融市場において証券を取引することで各個人の消費流列のリスクヘッジや、異時点間の消費移転（貯蓄など）を行うことができるとする。最後に市場均衡を以下のように定義する。

定義1 当該経済において市場均衡とは以下の性質が満たされていることをいう。

1. 各経済主体は予算制約の下で期待効用(1)を最大化している。
2. 財市場では以下の式が成り立っている。

$$\sum_{i=1}^I c_i^t = \delta_t$$

3. 金融市場では、各証券の需要と供給が一致している（ネットの供給量はゼロである）。

金融市場が完備のとき、即ち任意の条件付き請求権（アロー証券）が取引可能であるとき、消費配分はパレート最適である。本節から第IV節までは消費配分がパレート最適であることを仮定する。パレート最適な消費配分が実現されているとき、以下の補題が成り立つことが知られている。

補題1 各経済主体の選好が厳密に凸であるとする。即ち、2つの消費流列 c^{i1} と c^{i2} および任意の $\lambda \in (0, 1)$ に対して

$$U_i(\lambda c^{i1} + (1-\lambda)c^{i2}) > \lambda U_i(c^{i1}) + (1-\lambda)U_i(c^{i2})$$

が成り立っているとする。このとき、均衡消費配分はある定数 $\alpha_i > 0$ を用いて以下の最大化問題の解として表現できる。

$$\max \sum_i \alpha_i U_i(c^i)$$

$$\text{subject to } \sum_i c_i^t \leq \delta_t^i$$

仮定1より、各経済主体の選好は厳密に凸で

ある。従って、この市場における均衡配分では補題1を適用できて最適化問題は容易に解くことができる。即ち、各状態における資源制約式の下で各時点の瞬時的な効用関数の線形結合を最大化すればよい。

$$\max \sum_i \alpha_i \Lambda_i \beta^i u_i(c_i^t(\omega))$$

$$\text{subject to } \sum_i c_i^t(\omega) \leq \delta_t^i(\omega)$$

従って、完備市場では以下の式が成立している。

$$\begin{aligned} \frac{\Lambda_i^1 \beta^i u_i'(c_i^1(\omega^1))}{u_i'(c_i^0)} &= \frac{\Lambda_i^2 \beta^i u_i'(c_i^2(\omega^2))}{u_i'(c_i^0)} = \dots \\ &= \frac{\Lambda_i^t \beta^i u_i'(c_i^t(\omega^t))}{u_i'(c_i^0)} \equiv \zeta_i(\omega^t) \end{aligned} \quad (3)$$

ここで、 ζ_i は状態価格密度と呼ばれる。即ち、時点0における消費財の価格を基準財としたとき、時点 t までの履歴 ω^t に対するアロー証券の価格を ζ_i は表している。

III 消費財市場における淘汰

一般均衡分析を用いた市場淘汰仮説の考察において、最も重要な貢献をした論文が Sandroni (2000) である。彼は離散時点モデルかつ総賦存過程が一樣に有界な場合の長期均衡を考察した。

以下、Sandroni (2000) における仮定を与えておく。

仮定2 総賦存過程 δ は0と無限大から一樣に有界であるとする。即ち、正数 f と F が存在し、任意の t に対して

$$0 < f < \delta < F < \infty$$

が確率1で成立している。

次に市場淘汰について定義する。Sandroni (2000) では、特に消費財市場での退出を考察している。

定義2 以下の式を満たすとき、経済主体 i は消費財市場から退出するという。

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{c_t^i}{c_t^1 + \dots + c_t^I} = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{c_t^i}{\delta_t} = 0 \quad (4)$$

総賦存過程 δ の有界性を仮定するならば、(4) と $\lim_{t \rightarrow \infty} c_t^i = 0$ は同値である。しかしながら、一般の拡散過程などでは δ の有界性が必ずしも成立しない。後の議論と整合的にするため、(4) にて消費財市場における淘汰の定義を与える。

以上の設定において市場淘汰に関する以下の定理を得る。

定理2 経済主体の時間選好率は同じであるとする ($\beta_1 = \dots = \beta_I$)。また、ある経済主体 j が存在し、 $\Lambda_j^\infty > 0$ とする。このとき、 $\Lambda_i^\infty = 0$ となる経済主体 i は消費財市場から退出する。

証明 時間選好率が同質的であるとき、均衡における条件式は以下のように変形することができる。

$$\frac{u_i'(c_t^i(\omega^t))}{u_j'(c_t^j(\omega^t))} = \frac{u_i'(c_0^i) \Lambda_i^j}{u_j'(c_0^j) \Lambda_j^i}$$

時点0における限界効用の比は明らかに有限値を取る定数であるから、 $\Lambda_i^\infty = 0$ と $\Lambda_j^\infty > 0$ の仮定より、上式の右辺は正の無限大に発散する。以上の事実から

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{u_i'(c_t^i(\omega^t))}{u_j'(c_t^j(\omega^t))} = \infty$$

が得られる。従って、 c_t^j が0に収束しなければ、稲田条件より $c_t^i \rightarrow 0$ が言える。ところが、 $c_t^i \rightarrow 0$ とすると、任意の経済主体 k に対して

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{u_k'(c_t^k(\omega^t))}{u_j'(c_t^j(\omega^t))} = \frac{u_k'(c_0^k) \Lambda_k^j}{u_j'(c_0^j) \Lambda_j^k}$$

より、全ての経済主体に対して $c_t^k \rightarrow 0$ が成立することになる。これは、仮定2および定義2の市場清算条件と矛盾する。従って、経済主体 i の消費水準はゼロに概収束する。

□

以下の考察によって、Sandroni (2000) は市場淘汰仮説に対して肯定的な解答を与えていることがわかる。

Yan (2008) では、総賦存過程が幾何ブラウン運動に従う場合の市場淘汰問題を考察している。即ち、以下の確率過程に従う総賦存過程 δ を考える。

$$d\delta_t = \delta_t (\mu dt + \sigma dW_t)$$

但し、 μ (年率の期待成長率) と σ (年率の標準偏差 = ボラティリティ) は定数とする。

今、経済主体の主観確率を P^i として、尤度比過程 Λ^i を以下のように与える。

$$\Lambda_t^i = \exp\left[-\frac{\kappa_i^2}{2}t + \kappa_i W_t^i\right]$$

但し、 W_t^i は標準ブラウン運動を表すとする。ここで、 $\kappa_i = 0$ は P^i と P が完全に一致すること、即ち経済主体 i が正確な将来予測をしていることを意味する³⁾。また、確率測度 P^i において δ は以下の確率微分方程式に従う。

$$d\delta_t = \delta_t ((\mu + \kappa_i \sigma) dt + \sigma dW_t^i)$$

但し、 W_t^i は確率測度 P^i の下での標準ブラウン運動である。上式は、経済主体 i が総賦存過程 δ に対して主観的な期待成長率 $\mu_i = \mu + \kappa_i \sigma$ の信念を持っていると考えることができる。別の見方をすると、係数 κ_i は経済主体 i が経済状況に対して強気か弱気かを表している (κ_i が正のときは強気であり、負のときは弱気を意味する)。幾何ブラウン過程を考えた場合、 δ の二次変分の実現値を観察することで σ の値を完全に知ることができると知られている。従って、信念の異質性は主観的期待成長率 μ_i によって記述されることになる。

さらに、Yan (2008) では瞬時的効用関数を以下の関数形に限定している。

$$u(c) = \frac{1}{1-R_i} c^{1-R_i}$$

但し、相対リスク回避度 R_i が1の場合は対数効用とする。

完備市場では、離散時点・連続時点に関わら

3) この設定では、 P^i と P が漸近的に一致するような設定を考察することはできない。

ず、(3)が成り立つ。従って、以下の定理を得る。

定理3 経済主体 i に対して以下の変数を定義する。

$$H_i = \frac{\kappa_i^2}{2} + \beta_i + R_i \mu$$

このとき、最も小さい H を持つ経済主体のみが消費財市場から退出しない。

経済主体の異質性が信念のみにある経済モデルを考える。このとき、消費財市場からの退出は定理3より κ_i の絶対値によって決まることになる。従って、この設定でも市場淘汰仮説に対して肯定的な解答を与えていることになる。

IV 資産市場と価格付け問題

完備市場における均衡では、パレート最適性から(3)式が導かれ、消費水準の長期的振る舞いを各経済主体の信念の性質から特徴づけることができた。即ち、瞬時的効用関数 u が稲田条件を満たす場合、誤った信念を持つ経済主体は消費財市場から必ず退出する。

Kogan et al. (2010) では、消費財市場における市場淘汰に加えて、予測能力に劣る経済主体が証券の価格付けに与える長期的効果を考察している。

いま、金融証券の価格付け問題を考える。利得流列 $\theta = (\theta_t)$ を持つ任意の証券の時点 t における均衡価格は状態価格密度過程 ζ を用いて以下のように与えられる。

$$p_t(\theta) = E_t \left[\int_t^\infty (\zeta_s / \zeta_t) \theta_s ds \right]$$

簡単化のため、2人の経済主体のみがいる市場を考える。経済主体1と2の主観的確率測度の参照確率測度に対する尤度比過程が以下の極限を持つとする。

$$\Lambda_1^\infty = 1, \Lambda_2^\infty = 0 \quad (5)$$

この仮定は、経済主体1が完全に正確な将来

予測ができるのに対して、経済主体2は将来にわたって正確な予測ができないことを表している。

以上の設定において、彼らは経済主体2が価格付け汎関数に長期的な影響を与えるかどうかを分析した。この目的のために、他の設定を変えず、経済主体2の主観確率測度を参照確率測度と等しいとする市場を設定する（この経済を以下、参照経済という）。参照経済における状態価格密度過程を ζ^* とすると、参照経済での価格汎関数族 p^* は以下で与えられる

$$p_t^*(\theta) = E_t \left[\int_t^\infty (\zeta_s^* / \zeta_t^*) \theta_s ds \right]$$

このとき、価格付けへの長期的効果を以下の定義を与えている。

定義3 2つの状態価格密度過程 ζ と ζ^* が任意の $T > t$ に対して以下の式を満たすとき、経済主体2は価格付けに対する長期的影響を持たないという。

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\zeta_T / \zeta_t}{\zeta_T^* / \zeta_t^*} = 1$$

Kogan et al. (2010) では、信念の異質性だけでなく、時間選好率や瞬時的効用関数の形状などの異質性についても分析の対象とし、価格付けに対する長期的影響についての条件を導出している。但し、彼らの結果からは、信念にのみ異質性が存在する場合において経済主体2の価格付けに対する長期的影響はないことが示唆される。即ち、価格付けについても市場淘汰仮説に肯定的な解答を与えている。

Nishide and Rogers (2011) では、Kogan et al. (2010) の設定において、信念の異質性に焦点を絞った形で消費財市場と資産市場における市場淘汰を別個に検討し、資産市場では淘汰仮説が必ずしも成り立たない事例が存在することを示した。以下、論文の概要を述べる。

完備市場を持つ経済を考える。Kogan et al. (2010) と同様に、2人の経済主体が市場に存

在しているとし、それぞれの主観的確率測度が (5) を満たすとする。さらに、以下の仮定を置く。

- i. 時間選好率は同質的であるとする。
- ii. 瞬時的効用関数は同質的で以下の関数形で与えられているとする。

$$u(c) = \frac{1}{1-R} c^{1-R}$$

但し、 $R > 0$ とする。

仮定 i と ii は、経済主体の異質性が信念のみにあることを意味している。

各経済主体の富は、当該経済主体の将来の消費流列の割引現在価値として定義することができる。即ち、

$$w_t^i = p_t(c^i) = E \left[\int_t^\infty (\varsigma_s / \varsigma_t) c_s^i ds \right]$$

とする。このとき、経済全体の富（効率的ポートフォリオの価格） w_t は市場清算条件から以下で与えられる。

$$w_t = E \left[\int_t^\infty (\varsigma_s / \varsigma_t) \sum_i c_s^i ds \right] = p_t(\delta)$$

定義 4 以下の式が成り立つとき、経済主体 i は資産市場から退出するという。

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{w_t^i}{w_t} = 0$$

Nishide and Rogers (2011) は、経済主体 2 が消費財市場から退出する一方、経済主体 1 が資産市場から退出する例を構築した。

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{c_t^2}{\bar{c}_t} = 0, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{w_t^1}{w_t} = 0$$

また、この市場で経済主体 2 が価格付けへの長期的効果を持つことを示した。

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\hat{p}_t^*(\theta)}{\hat{p}_t(\theta)} \neq 1$$

これは、将来予測の能力に劣る経済主体が市場から淘汰されず、長期的効果を持ちうることを意味する。従って、当初の目的意識である長期均衡のモデル化において、予測能力に劣る投資家の存在を無視し得ないことが示唆される。

Nishide and Rogers (2011) の例の直感的な説明は以下のとおりである。即ち、経済主体 i が消費財市場において淘汰されるとする。このとき、資産市場においても経済主体 i が淘汰されることの十分条件は

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} w_t^i &= \lim_{t \rightarrow \infty} E_t \left[\int_t^\infty (\varsigma_s / \varsigma_t) c_s^i ds \right] \\ &= E_t \left[\int_t^\infty \lim_{t \rightarrow \infty} (\varsigma_s / \varsigma_t) c_s^i ds \right] = 0 \end{aligned}$$

が成り立つことである。言い換えると、極限操作と積分作用素が交換可能であれば、上式は両辺ともにゼロに収束する。しかしながら、確率変数の概収束性のみでは期待値の収束性が言えないことは確率論においてよく知られた結果である。

但し、Sandroni (2000) の場合は、総賦存過程の一様有界性が仮定されているので、優収束定理より消費財市場の淘汰と資産市場の淘汰は一致することになる。しかしながら、一般的な拡散過程は一様有界性が成り立たず、消費財市場で退出する経済主体が資産市場で支配的になることが起こりうるのである。

また、Nishide and Rogers (2011) が構築した例は、Kogan et al. (2010) が提示している定義によると経済主体 2 の価格付けに対する長期的影響はないことが示されている。この事実は、彼らの定義が価格付けに対する経済主体の長期的効果を考察するには不十分であることを明らかにしている。

Nishide and Rogers (2011) では経済主体の価格付けに対する長期的効果を把握する概念として以下の新しい定義を提唱した。

定義 5 任意の有界な消費流列 θ に対して、価格汎関数族 p と p^* が以下の式が成り立つとき、2つの価格汎関数族は漸近的に一致するという。

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\hat{p}_t(\theta)}{\hat{p}_t^*(\theta)} = 1$$

このとき、以下の定理が成り立つ。

定理4 2つの状態価格密度が以下の関係を満たすとき、当初設定した経済における価格付け汎関数族 p と参照経済における価格付け汎関数族 p^* が漸近的に一致する⁴⁾。

$$\limsup_{t \rightarrow \infty} \sup_{T > t} \frac{\varsigma_T / \varsigma_t}{\varsigma_T^* / \varsigma_t^*} = 1$$

上の定理は、Kogan et al. (2010) の定義と異なり、状態価格密度が価格付け時点以降の将来時点 T に関して一様に収束するとき、2つの経済は漸近的に同一の価格付けを行うことを示している。

V 一般均衡モデルによる分析：非完備市場

非完備市場の場合、パレート最適な消費配分が実現しないため、全ての状態で(3)の条件式が必ずしも満たされないことになる。これは、市場淘汰仮説が成り立たないことを意味する。仮説が成り立たない最も簡単な例は、金融市場が存在せず、それぞれが外生的に与えられた賦存量を消費する市場である。この場合、各経済主体の信念とは関係なく、賦存過程の相対割合が0に収束しない経済主体は淘汰されない。また、非完備市場の分析は数学的にも完備市場と比べて分析が極端に難しくなり、市場淘汰仮説に対して一般的な結果を得るには至っていない。本節では、非完備市場における市場淘汰を考察した論文を概観し、現在までに得られている結果を簡単にまとめる。

Blume and Easley (2006) では、非完備市場における市場淘汰仮説に関して、否定的な解答を与える2つの例を提示し、完備市場の結果と

全く異なることを示している。ここでは、数学的設定は省略し、直感的説明のみを与えることにする。

第1の例が貯蓄効果といわれているものである。ある非合理的経済主体が実際に起こりえない事象に対して真に正の主観確率を与えているとする。また、取引のできる唯一の証券はこの事象において非常に高い利得をもたらすとする。ここで、非合理的投資家が証券を保有せざるを得ない設定を構築する(証券を供給する経済主体を効用関数と賦存過程から適当に設定する)。このとき、非合理的経済主体は高い利得が将来起こりうることを期待して現時点での消費を抑えようとする一方、他の経済主体は現時点での消費をこの非合理的投資家からの借り入れによって賄おうとする。従って、長期的将来にはこの非合理的投資家の消費水準が支配的となり、他の投資家は市場から退出することになる。

第2の例がポートフォリオ選択効果と呼ばれるものである。いま、各時点の状態変数が独立同一分布に従う経済を考える。各時点において3つの状態が起こりうるとする。各経済主体はそれぞれの状態に対して以下の信念を持っているとする。

表1 参照確率と各経済主体の信念

	状態1	状態2	状態3
参照確率	1/2	1/2- ϵ	ϵ
経済主体1	1/2	1/2- ϵ	ϵ
経済主体2	1/2	ϵ	1/2- ϵ

ここで、 $\epsilon > 0$ は非常に小さい値とする。完備市場であれば経済主体2は消費財市場から退出する。

いま、各期において取引できる証券が状態{1}のアロー証券と状態{2, 3}のアロー証券とする。このとき、状態の分割は、 $\{\{1\}, \{2, 3\}\}$ 与えられ、この分割上での経済主体2の信念は正しいことになる。従って、非合理的経済主体

4) 原論文では必要十分条件を与えているが、数学上技術的な議論になるのでここでは、理解しやすい形の十分条件を提示する。

が消費財市場で長期的に存続することがいえる。

直近の研究として、Beker and Chattopadhyay (2010) では、2人の経済主体が存在する非完備市場での市場淘汰問題を分析している。Sandroni (2000) と同様に、総賦存過程の有界性を仮定する。また、各時点の状態空間は有限であるとする。各経済主体の消費財市場における長期的振る舞いを以下のように分類する。

定義6 与えられた見本経路 ω に対して、

1. 経済主体 i は、 $\lim_{t \rightarrow \infty} c_t^i(\omega) > 1$ のとき消費財市場で支配的であるという。
2. 経済主体 i は、 $\lim_{t \rightarrow \infty} c_t^i(\omega) = 0$ かつ $\overline{\lim}_{t \rightarrow \infty} c_t^i(\omega) > 0$ のとき消費財市場で存続するという。
3. 経済主体 i は、 $\overline{\lim}_{t \rightarrow \infty} c_t^i(\omega) = 0$ のとき消費財市場から退出するという。

以上の設定の下で、Beker and Chattopadhyay (2010) は以下の定理を得た。

定理5 市場が非完備であるとする。このとき、均衡では以下の2つの場合のいずれかが成立している。

1. 一方の経済主体のみが支配的となり、他方の経済主体が市場から退出する：

ある i と $j \neq i$ に対して、

$$\lim_{t \rightarrow \infty} c_t^i(\omega) > 1 \text{ かつ } \overline{\lim}_{t \rightarrow \infty} c_t^j(\omega) = 0$$

2. 両方の経済主体が存続するが、どちらも支配的ではない。

任意の i に対して

$$\lim_{t \rightarrow \infty} c_t^i(\omega) = 0 \text{ かつ } \overline{\lim}_{t \rightarrow \infty} c_t^i(\omega) > 0$$

この定理は、両方の経済主体が同時に市場で支配的になる（常に0から離れた正の消費水準を持つ）ことがあり得ないことを示している。即ち、長期的将来時点ではどちらかの経済主体

が消費を独占し、他の経済主体の消費水準がほぼゼロとなることを意味する。但し、どちらの経済主体が独占するのか、あるいは3人以上の場合はどうなるのかなどより一般的な結果についてはこの論文では示されていない。

その他、非完備市場における淘汰問題を取り扱った論文として、Mailath and Sandroni (2003), Sandroni (2005), Sciubba (2005), Coury and Sciubba (2010)などを挙げるができる。しかしながら、これらの論文では特定の設定における淘汰のみが考察されており、一般的な結果を得るには至っていない。非完備市場における市場淘汰仮説の検証は明らかにされていない性質が多くあり、今後の研究課題といえよう。

VI 結論

本論文では、市場淘汰仮説を議論した既存研究を概観した。既存研究で得られた結果は以下のようにまとめることができる。即ち、

1. 金融市場が完備な場合、消費財市場では市場淘汰作用が働き、予測能力が劣る経済主体は退出する。
2. 資産市場では予測能力が劣る経済主体が長期的影響を持ちうる。
3. 非完備市場では、市場淘汰仮説は必ずしも成り立たない。また、市場淘汰に関する一般的な必要条件・十分条件は見つかっていない

このように、完備市場における市場淘汰仮説問題はほぼ解決されつつある一方、非完備市場での同問題についてはまだまだ課題が多いといえる。今後、この問題について、議論が進み更なる性質が解明されていくことを期待したい。本論文がその一助となれば幸いである。

参考文献

Alchian, A. A. (1950), "Uncertainty, Evolution and

- Economic Theory," *Journal of Political Economy*, 58(3), 211-221.
- Beker, P. and S Chattopadhyay (2010), "Consumption Dynamics in General Equilibrium: A Characterisation When Markets Are Incomplete," *Journal of Economic Theory*, 145(6), 2133-2185.
- Blume, L. and D. Easley (1992), "Evolution and Market Behavior," *Journal of Economic Theory*, 58(1), 9-40.
- Blume, L. and D. Easley (2006), "If You're So Smart, Why Aren't You Rich? Belief Selection in Complete and Incomplete Markets," *Econometrica*, 74(4), 929-966.
- Cootner, P. (1964), *The Random Character of Stock Prices*, MIT Press.
- Coury, T. and E. Scuibba (2010), "Belief Heterogeneity and Survival in Incomplete Markets," *Economic Theory*, to appear.
- De Long, J. B., A. Shleifer, L. H. Summers and R. J. Waldmann (1990), "Noise Trader Risk in Financial Markets," *Journal of Political Economy*, 98(4), 703-738.
- Friedman, M. (1953), *Essays in Positive Economics*, University of Chicago Press.
- Kogan, L., S. Ross, J. Wang and M. M. Westerfield (2010), "Market Selection," working paper.
- Mailath, G. J. and A. Sandroni (2003), "Market Selection and Asymmetric Information," *Review of Economic Studies*, 70(2), 343-368.
- Nishide, K. and L. C. G. Rogers (2011), "Market Selection: Hungry Misers and Bloated Bankrupts," *Mathematics and Financial Economics*, 5(1), 47-66.
- Platen, E. and D. Heath (2006), *A Benchmark Approach to Quantitative Finance*, Springer.
- Sandroni, A. (2000), "Do Markets Favor Agents Able to Make Accurate Predictions?" *Econometrica*, 68(6), 1303-1341.
- Sandroni, A. (2005), "Market Selection When Markets Are Incomplete," *Journal of Mathematical Economics*, 41(1-2), 91-104.
- Scuibba, E. (2005), "Asymmetric Information and Survival in Financial Markets," *Economic Theory*, 25(2), 353-379.
- Yan, H (2008), "Natural Selection: Does It Work?" *Management Science*, 54(11), 1935-1950.