

氏名	すぎ 杉 田 ちゆむ 歩
学位(専攻分野)	博士 (理 学)
学位記番号	理 博 第 2162 号
学位授与の日付	平成 12 年 3 月 23 日
学位授与の要件	学位規則第 4 条第 1 項該当
研究科・専攻	理学研究科物理学・宇宙物理学専攻
学位論文題目	Semiclassical trace formulas in terms of phase space path integrals (位相空間経路積分による半古典トレース公式)
論文調査委員	(主 査) 助教授 松柳研一 教授 堀内 昶 教授 九後太一

### 論 文 内 容 の 要 旨

本論文は位相空間経路積分に基づいてトレース公式を導出し、この公式に現れる Maslov 指数の幾何学的性質の深い分析に基づいて、この指数に対する簡潔な表式を与えたものである。特に、古典周期軌道が  $n$  回繰り返しても、一般には Maslov 指数は一周期分の  $n$  倍にはならないことを明解な形で証明することに成功している。

トレース公式とは量子力学のエネルギー固有値の分布(準位密度)と古典力学の周期軌道群との関係を与える一般公式である。この公式は、一般のハミルトン力学系の量子スペクトルが(無数に存在する非周期軌道群の中に埋め込まれた)周期軌道群だけによって決定されることを示している。近年、古典カオス系の量子ダイナミクスへの反映(いわゆる量子カオス問題)の研究や原子核、金属クラスター、量子ドットなどの有限フェルミ系のシェル構造を理解するための基本的な道具として盛んに用いられている。申請者は重い原子核が変形する微視的ダイナミクスを半古典論の観点から解明することを目的にして、トレース公式の問題に取り組んだ。エネルギー粗視化された準位密度における規則的な振動構造(シェル構造)は短い周期の周期軌道の性質によって決まるので、ハミルトニアンに含まれるパラメーターの変化に応じて短周期軌道の性質がどのように変化するか、それがシェル構造にどう反映されるか研究した。このなかで、申請者はこの変化を記述するためにはトレース公式自体の更なる理論的整備が必要であると考え、位相空間経路積分に基づくトレース公式の新しい導出法を試みた。その成果をまとめたのが本学位論文の主要部分である。

トレース公式の通常の導出法では量子準位密度を一粒子グリーン関数の空間積分で書いた後、一粒子グリーン関数を Feynman 経路積分で表現し、これに停留位相近似を適用する。申請者はこれとは異なるアプローチを採用している。位置座標と運動量を対等に扱いたい為、(一粒子グリーン関数を經由せずに)分配関数の位相空間経路積分表示から出発し、これに停留位相近似を施すことによってトレース公式を導くのである。このアプローチの一つの利点は正準変換に対する変換性が自明な形で理論を展開できることである。このため、トレース公式に現れる Maslov 指数に対して簡明な幾何学的描像が得られる。申請者は、この観点から、古典周期軌道のまわりの 2 次の量子揺らぎを記述するモノドロミー行列の性質を分析し、その結果として Maslov 指数に対する簡潔な表式を得ている。この Maslov 指数は Bohr-Sommerfeld 量子化条件に対する補正項を与えるので、本論文はこの補正項の一般的導出にもなっている。(位置空間での Feynman 経路積分でなく)位相空間経路積分からトレース公式を導出する試みは申請者が初めてではないが、Maslov 指数まで含めて完全な形で議論したのはこの学位論文が初めてである。特に、古典周期軌道が  $n$  回繰り返しても、一般には Maslov 指数は一周期分の  $n$  倍にはならないことを明解な形で示している点が重要である。

位相空間経路積分に基づくアプローチは上記の他にも利点がある。通常のトレース公式は古典周期軌道の分岐点で振幅が発散し、使えない。これは分岐点で停留位相近似が破綻するためである。位置座標と運動量を対等に扱う位相空間での半古典近似の定式化は、通常のトレース公式をこのような場合にも使えるように拡張する一つの可能性を与えるものとしても注目される。

## 論文審査の結果の要旨

平均ポテンシャルのなかの一粒子運動に対する量子スペクトル（エネルギー固有値分布）と古典周期運動の関係を与えるトレース公式は量子-古典対応を議論する半古典論における基本的な公式として広く用いられている。このトレース公式には Maslov 指数と呼ばれる位相因子が現れる。本論文では位相空間経路積分に基づいて、この Maslov 因子の新しい導出法を展開し、一般性のある簡潔な表式を与えることに成功している。申請者は、有限個のフェルミ粒子からなる量子系（有限フェルミ系）における一粒子スペクトルのシェル構造（エネルギー粗視化された固有値分布の規則的な振動構造）を理解する手段としてこのトレース公式の一般化に取り組み、その一環として上記の成果を得たものである。

通常のトレース公式は一粒子グリーン関数を（位置空間での）Feynman 経路積分で表現し、停留位相近似を適用することによって得られる。申請者はトレース公式を一般化しその適用範囲を拡張する目的で、位置と運動量を対等に扱う位相空間表示での経路積分という従来より広い理論的枠組みから出発することによって、トレース公式の明解な導出法を開発し、位相空間経路積分の観点から Maslov 指数の幾何学的性質を分析した。その結果、周期が  $n$  回繰り返しても Maslov 指数は一般には  $n$  倍にならないことを証明するとともに、この場合の Maslov 指数に対する簡潔な表式を与えることに成功した。この点が本論文の最も重要な成果である。

通常のトレース公式の問題点の一つは、古典周期軌道の分岐点で停留位相近似が破綻するため、分岐が重要な役割を果たす現象に適用できないことである。申請者は参考論文で非軸対称変形キャビティ・モデルを用いて、1) 長軸と短軸の比が約 2 という超変形状態で形成される新しい変形シェル構造の形成、および、2) 空間反転対称性を破った変形シェル構造の形成に赤道平面内の 2 次元軌道群から 3 次元周期軌道が分岐する周期軌道分岐現象が本質的な役割を果たしていることを指摘している。これらは 1) 最近実験的に盛んに研究されている超変形原子核の構造の理解、および、2) 核構造物理学における古くからの問題である非対称核分裂の微視的起源の理解にかかわる極めて重要な指摘と考えられる。これらの分析では量子スペクトルのフーリエ変換を通じて古典軌道の情報を抽出する手法が駆使されている。しかし、この逆の、古典軌道の情報から量子スペクトルを導く課題は困難な未解決の問題として残っていた。分岐点では標準的なトレース公式が発散してしまうためである。本学位論文で申請者が発展させた、位相空間経路積分に基づくトレース公式の導出法はこの問題の解決にも有用な広い理論的枠組みを与えるものと考えられる。

よって、本論文は博士（理学）の学位論文として価値あるものと認める。なお、主論文および参考論文に報告された研究業績を中心として、これに関連した研究分野について諮問した結果、合格と認めた。