氏　　　名	李 董 輝（リ ドン フィ）
学位(専攻分野)	博　士　（工　学）
学位記番号	論 工 博 第 3455 号
学位授与の日付	平 成 11 年 7 月 23 日
学位授与の要件	学 位 規 則 第 4 条 第 2 項 該 当
学位論文題目	Globally Convergent Quasi-Newton Methods for Minimization Problems and Nonlinear Equations (最小化問題と非線形方程式に対する大域的収束準ニュートン法)
論文調査委員	(主 査) 教 授 福嶋雅夫　教 授 茨木俊秀　教 授 奥村浩士

論 文 内 容 の 要 旨

本論文は，非線形最適化問題および非線形方程式系の最も有効な方法のひとつとされている準ニュートン法に対して，理論的基盤に立脚した新しい方法を開発することを目的として行われた研究成果をまとめたものであり，全体で 9 章から成っている。

第 1 章は序論であり，本研究の背景と論文全体の構成を述べている。

第 2 章では，本論文で扱う問題の定義を与えた後，準ニュートン法や直線探索法，およびそれらに関連する基本的な事柄についてまとめている。

第 3 章では，非凸最小化問題に対する BFGS (Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno) 法を修正した方法を提案し，その大域的収束性と超一次収束性を示している。特に，その証明においては，目的関数が凸関数であることや，ステップ幅を計算するために正確な直線探索を行うことは仮定されていない。さらに，提案した方法に含まれるパラメータの実際的な選び方を与えるとともに，いくつかの具体的な数値例に対する計算実験を行うことにより，提案した方法の有効性を検証している。

第 4 章においては，対称なヤコビ行列をもつ非線形方程式系に対して，ガウス・ニュートン法の考え方に基づく BFGS 法を提案している。まず，ヤコビ行列の有界性と一様正則性の仮定のもとで，提案した方法が方程式の解に大域的に収束することを示し，さらにヤコビ行列が Hölder 連続性の条件を満たすときには収束率が超一次となることを証明している。次に，方法を若干修正することにより，ヤコビ行列の一様正則性の仮定を緩めても，生成された点列が集積点をもつ限り，その集積点は方程式の解となることを示している。最後に，いくつかの数値例に対する計算実験を通して，提案した方法の有効性を確認している。

第 5 章においては，第 4 章に引き続いて，対称なヤコビ行列をもつ非線形方程式系を取り扱い，ガウス・ニュートン法の考え方に基づく DFP (Davidon-Fletcher-Powell) 法を提案している。まず，ヤコビ行列の一様正則性と Lipschitz 連続性の仮定のもとで，提案した方法が方程式の解に大域的に収束することを示し，さらに同じ仮定のもとで超一次収束性をもつことも証明している。

第 6 章では，制約つき非線形最適化問題の Karush-Kuhn-Tucker (KKT) 条件と等価な微分不可能な方程式系に対して，第 4 章で提案したガウス・ニュートン法の考え方に基づく BFGS 法の拡張を試みている。特に，KKT 条件に含まれる相補性条件を Fischer-Burmeister 関数を用いて等式に変換することにより，KKT 条件を等価な非線形方程式に変換し，その方程式に対して BFGS 法を構成している。ただし，そのようにして構成される方程式は微分可能ではないので，ある種の平滑化手法を用いて BFGS 法の適用を可能にする工夫を行っている。提案した方法の理論的な収束性に関しては，ある適当な条件のもとで大域的収束性を示した後，狭義相補性の仮定のもとで超一次収束性を証明している。

第 7 章では，非線形相補性問題や変分不等式問題を再定式化して得られる微分不可能な方程式系に対して，代表的な準ニュートン法の一つである Broyden 法を拡張した方法を提案している。特に，摂動 Fischer-Burmeister 関数を用いて問題

に含まれる相補性条件を滑らかな非線形方程式として近似的に表すことにより，元の問題に対する逐次近似法を構成し，解に収束する点列を生成することを試みている。一般的な変分不等式問題に対して，ある適当な仮定のもとで，提案した方法が大域的収束性と超一次収束性を有することを示した後，変分不等式問題の特別な場合である非線形相補性問題に対して，この方法が大域的収束性と超一次収束性をもつための条件を明らかにしている。

第8章では，混合相補性問題と呼ばれる一般的な非線形相補性問題を近似的に等価な非線形方程式に変換し，その方程式に対してニュートン法に平滑化手法を取り入れた方法を提案している。さらに，その方法に基づいてBroyden法を拡張した反復法を提案している。これらの方法が大域的収束性を保証するための条件を明らかにするとともに，さらに前者の方法に対しては2次収束と超一次収束，後者の方法に対しては超一次収束のための条件を明らかにしている。

第9章は結論であり，本論文で得られた諸結果を総括的にまとめている。

論文審査の結果の要旨

準ニュートン法は工学の様々な分野に現れる非線形最適化問題および非線形方程式系の最も有効な解法の一つとして広く用いられている。しかしながら，準ニュートン法の理論的な収束性については，これまで非常に厳しい仮定のもとでいくつかの結果が得られているに過ぎない。本論文は，一般的な非線形最適化問題と非線形方程式系に対して，大域的収束性と超一次収束性をもつ新しい準ニュートン法を提案し，それらの理論的および実際的有効性を明らかにした研究成果をまとめたものであり，得られた成果は次の通りである。

1．非凸最小化問題に対してBFGS (Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno) 法を修正した方法を提案し，その大域的収束性と超一次収束性を証明した。さらに，対称なヤコビ行列をもつ非線形方程式系に対してガウス・ニュートン法の考え方に基づきBFGS法とDFP (Davidon-Fletcher-Powell) 法を修正した方法を提案し，その大域的収束性と超一次収束性を証明した。これらの結果は，従来より未解決問題とされてきた準ニュートン法の大域的収束性に関してひとつの解答を与えたものである。

2．制約つき非線形最適化問題のKarush-Kuhn-Tucker条件と等価な微分不可能な方程式系に対して，ガウス・ニュートン法の考え方に基づくBFGS法を拡張した方法を提案し，その大域的収束性と超一次収束性を示した。

3．非線形相補性問題や変分不等式問題を再定式化して得られる微分不可能な方程式系に対して，代表的な準ニュートン法の一つであるBroyden法を拡張した方法を提案し，その大域的収束性と超一次収束性を示した。

4．混合相補性問題と呼ばれる一般的な非線形相補性問題に対して，ニュートン法およびBroyden法に平滑化手法を取り入れた新しい方法を提案し，その大域的収束性と超一次収束性を示した。

5．提案した方法のいくつかに対して計算実験を行い，それらの有効性を確かめた。

以上のように，本論文は非線形最適化問題および非線形方程式系に対する基本的な方法である準ニュートン法の理論的な諸性質を明らかにするとともに，実際の有効性を示したものであり，学術上，実際上寄与するところが少なくない。よって，本論文は博士（工学）の学位論文として価値あるものと認める。また，平成11年5月24日，論文内容とそれに関連した事項について試問を行った結果，合格と認めた。