

氏 名	にの 二	みや 宮	ひろ 広	かず 和
学位(専攻分野)	博	士	(理	学)
学位記番号	理	博	第	1591号
学位授与の日付	平成	7年	3月	23日
学位授与の要件	学位規則	第4条	第1項	該当
研究科・専攻	理学研究科	数学専攻		
学位論文題目	Separatrices of competition-diffusion equations (競争・拡散方程式系の分離集合)			

論文調査委員 (主査) 教授 西田孝明 教授 渡辺信三 教授 岩崎敷久

### 論 文 内 容 の 要 旨

生物種の共存・絶滅・すみ分け等の現象を記述する二種競争拡散方程式系の解の初期値依存性、拡散係数依存性を時間大域的に扱った。

モデルは、ロトカ・ボルテラ型の競争と拡散性を持つ半線形放物型方程式系であって、系が2つの安定な定数解と1つの不安定な定数解を持つ場合が興味深い対象である。空間一次元の有限区間上で、ノイマン境界条件の下で、初期値・境界値問題を考えている。

拡散のない常微分方程式系の場合には、2次元相空間で、2つの安定解夫々の吸引域を分ける曲線として不安定な定数解を通る separatrix は良く知られており、初期値問題の解の時間大域的な挙動は、初期値がいつれの吸引域に入るかで決っている。しかしながら拡散のある場合には、セパトリックスは、無限次元相空間の中の「超曲面」となるため、ほとんど解析がなかった。

論文では、不安定定数解の近傍において競争・拡散系のセパトリックスである不変多様体の2次近似を構成した。即ち、セパトリックスは、不安定定数解のまわりで局所的に余次元1の不変多様体になることが固有値に関するある条件の下で示すことができる。競争拡散系が順序保存力学系であることを用いるが、初期値では比較することはできないので不変多様体上の解の挙動の性質を使って、一定時間後に空間一様な解と比較してセパトリックスになることを示している。ここで、このような局所不変多様体は一意的に決定されるとは限らないので、セパトリックスと不変多様体は2次までの展開が一致するという意味である。これによりセパトリックスの2次の近似を具体的に求めることができる。それによって初期値依存性について例えば空間平均が同じ2つの初期値について、空間的により一様な分布をしている方が生き残りに是有利であることがわかる。更に拡散係数への依存性については、係数の小さい種が生き残りに是不利であることがわかる。

いづれも不安定解の近傍でのセパトリックスの局所的解析と共に、系が順序保存力学系であることを

用いた大域的解析による考察が証明には必要である。

### 論文審査の結果の要旨

多種生物種の競争系において拡散を考慮すると半線形放物型偏微分方程式系に定式化される。

この系が安定な定数定常解を2つ、不安定な定数定常解を1つ持つ場合に、各種の初期関数あるいはパラメーターの値に依っていつれの種が生き残るかを調べることは非常に興味深いだが、拡散のない常微分方程式で記述される競争系の場合の separatrix の決定と比べて極端に解析が困難になる。

申請者は、2種競争・拡散系の場合に不安定な定数定常解を通る separatrix に着目し、そこでの不変多様体の近似を局所的に構成し、局所的な解の挙動を決定すると共に、大域的には、系が比較定理を持つことを利用して、解の  $t \rightarrow \infty$  での漸近挙動まで調べることによって不安定定常解の近傍の初期値及びパラメーターの色々な場合について separatrix を明らかにした。それによって、常微分の競争系の場合には現れない種の優性・劣性が初期値の空間依存性によって逆転する現象、生き残りの初期関数の形状への依存性及び拡散係数への依存性等を見い出している。偏微分方程式系のセパトリックスに対して初めて得られた結果であり、興味深く、今後の大域的な解の挙動の研究への基礎になるものであって、論文の意義は大きい。

以上により本申請論文は、この方面の研究におおいに寄与するもので博士（理学）の学位論文として価値あるものと認める。