

( 続紙 1 )

京都大学	博士 (理 学)	氏名	岡本 葵
論文題目	WELL-POSEDNESS OF THE CAUCHY PROBLEM FOR THE CHERN-SIMONS-DIRAC SYSTEM IN TWO DIMENSIONS		
(論文内容の要旨)			
<p>非線形発展方程式に対する初期値問題の適切性とは、解の存在、解の一意性、初期値に関する解の連続依存性の3つを合わせた概念であり、その研究は非線形偏微分方程式論における最も基本的な問題である。申請者は、時空間3次元(すなわち、空間2次元)のChern-Simons-Dirac方程式の初期値問題に対し、弱い関数空間(広い関数空間)における時間局所的適切性を調べた。Chern-Simons-Dirac方程式はゲージ場の方程式であり、超伝導や分数量子Hall効果の数理モデルと考えられており、その解析は数学的だけでなく数理物理的にも重要である。また、ゲージ不変性という豊富な対称性を持つため、方程式の対称性と解の特異性・正則性の関係を解明することは、数学的にきわめて興味深い問題である。先行研究として、Coulombゲージ条件におけるHuhの論文やLorenz条件におけるHuh and Ohの論文があるが、彼らはゲージ場そのものの方程式を扱っているため、結果や証明方法がゲージの取り方に強く依存していた。しかし、物理的にこれは不自然であるため、申請者は、Maxwell-Dirac方程式に関するD'Ancona-Foschi-Selbergの論文において用いられた、電磁場ポテンシャルとDirac場の方程式をDirac場だけの方程式に帰着させる手法を採り、初期値問題の適切性を研究した。</p> <p>その結果、従来知られていなかった零形式(null form)を発見し、特異性の非線形相互作用が相殺し合うことを明らかにした。非線形2階双曲型方程式に対しては、Klainerman-Machedonが零形式を満たす非線形性に対し、特別な評価式が成立することを証明して以来多くの先行研究があるのにたいし、Dirac場の方程式のような非線形1階双曲型方程式に対しては余り研究がなされてこなかった。今回申請者は、1階双曲型方程式に現れる零形式について、新しい時空間<math>L^4</math>型評価式を証明することにより、2次元Chern-Simons-Dirac方程式の初期値問題にたいし、広い関数空間での適切性を証明することに成功した。具体的には、初期値がSobolev空間<math>H^2</math> (<math>s &gt; 1/4</math>)のときに、時間局所的適切性が成立することを証明した。</p> <p>以上が本論文の主要結果である。</p>			

( 続紙 2 )

(論文審査の結果の要旨)

証明の方針は、D’Ancona-Foschi-Selberg による、Maxwell-Dirac 方程式に関する先行研究に依存しているとは言え、Chern-Simons-Dirac 方程式では、Maxwell-Dirac 方程式とは異なる非線形相互作用が現れるため、申請者独自の解析がポイントとなった。たとえば、証明の鍵となった時空間  $L^4$  評価式は、D’Ancona-Foschi-Selberg の論文とは別のタイプであり、Chern-Simons-Dirac 方程式独自の解析が必要であることを明確に示している。また、非線形 2 階双曲型方程式の場合、1993 年の Klainerman-Machedon による論文以来、零形式についての先行研究は多数あり、Yang-Mills 方程式などの数理物理に現れる方程式への応用も盛んに研究されてきた。しかし、その他の非線形双曲型方程式の場合、必ずしも十分に研究されているとは言い難い状況である。その観点から、今回申請者の学位論文は、非線形 1 階双曲型方程式の零形式に対し新しい知見を与えたといつて良い。実際、2013 年 4 月に D’Ancona 氏が京都大学を訪問したとき、申請者から本論文の結果を聞き非常に高く評価した。このことは、申請者の学位論文が世界的に高く評価されたことを示すものである。このように、申請者は独立した研究者として研究を行う能力が十分あり、これからの研究の進展が大いに期待される。

よって、本論文は博士（理学）の学位論文として価値あるものと認める。また、論文内容とそれに関連した事項について平成 26 年 1 月 16 日に試問を行った結果、合格と認めた。

要旨公開可能日：                      年                      月