

(続紙 1)

京都大学	博士 (理 学)	氏名	広瀬 稔
論文題目	ON THE THEORY OF NORMALIZED SHINTANI L-FUNCTION AND ITS APPLICATION TO HECKE L-FUNCTION		

(論文内容の要旨)

本論文の主目的は、正規新谷 L 関数の理論を展開することと、正規新谷 L 関数を用いて総実代数体の Hecke L 関数を表すこと、およびそれらの目的に必要な fan の理論を展開することである。本論文中では次数 n の総実代数体 K と K の Hecke 指標 χ に対して、正規新谷 L 関数を用いてよい性質を持った n 変数の正則関数 $F : \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}$ を構成した。ここでいうよい性質として具体的には、 F の対角成分が Hecke L 関数となること、 F が関数等式をもつこと、各 $1 \leq j \leq n$ と非負整数 k に対して $s_j - h + (\sigma(j) + 2k) = 0$ が $F(s_1, \dots, s_n)$ の零因子となっていること、が挙げられる。ただしここで $\sigma(j)$ は χ によって定まる $\{0, 1\}$ の元であり、 $h \in \sqrt{-1}\mathbb{R}$ は χ によって定まる複素数である。また χ が類指標となる場合には $h = 0$ となる。

正規新谷 L 関数は、新谷卓郎による新谷ゼータ函数の研究の延長線上にあるものである。新谷ゼータ関数は多重 Dirichlet 級数表示と積分表示の両方を持つが、正規新谷 L 関数は積分表示によってのみ定義される。申請者は本論文の第 2 節において、次のような枠組みで正規新谷 L 関数を定義した。まず n を自然数とし、 V を \mathbb{Q} 上の n 次元ベクトル空間とする。さらに Φ を $V \otimes \mathbb{A}_f$ 上の Schwartz-Bruhat 関数とする。また \mathbb{B} を V 上の fan とする。この際、 Φ と \mathbb{B} の組に対して正則性という条件を仮定する。また同型 $\rho : V \otimes \mathbb{R}^n$ によって V が \mathbb{R}^n に埋め込まれているものとする。このとき $s \in \mathbb{C}^n$ を変数とする正則関数として、新谷 L 関数 $L(s, \Phi, \mathbb{B}, \rho)$ がある種の積分表示により定義される。またこうして得られる新谷 L 関数のある有限和として正規新谷 L 関数 $L_\sigma(s, \Phi, \mathbb{B}, \rho)$ が定義される。本論文では正規新谷 L 関数が $s \in \mathbb{C}^n$ 全体に正則函数として解析接続されること、および

$$\Gamma_\sigma(s) L_\sigma(s, \Phi, \mathbb{B}, \rho) = i_\sigma \Gamma_\sigma(1-s) L_\sigma(1-s, \hat{\Phi}, \varphi(\mathbb{B}), \rho^*)$$

という形の関数等式が成り立つことを示した。また本論文の後半では fan の理論を展開し、それを用いて総実代数体上の Hecke L 関数を正規新谷 L 関数を用いて表した。これにより Hecke L 関数の関数等式が正規新谷 L 関数の関数等式から従うことも示した。

以上が本論文の主要結果である。

(続紙 2)

(論文審査の結果の要旨)

新谷ゼータ関数は 1970 年代に新谷卓郎によって定義され, Hecke L 関数の特殊値を調べるなどの目的で研究されてきたが, その関数等式は知られていなかった. 本論文は新谷ゼータ関数を少し変形した多変数の正規新谷 L 関数が簡明な形の関数等式を持つことを示したものである. またこの理論を Hecke L 関数の理論に応用するため, 正規新谷 L 関数を用いて Hecke L 関数が正規新谷 L 関数を用いて表されることを示した. そのために本論文では f_{an} の理論を展開し, 基本領域を与える f_{an} の双対がまた基本領域を与える f_{an} に同値であることを示した. これらの理論は多変数の L 関数の理論としても興味深いものである.

よって, 本論文は博士(理学)の学位論文として価値あるものと認める. また, 論文内容とそれに関連した事項について平成 26 年 1 月 31 日に試問を行った結果, 合格と認めた.

要旨公開可能日: _____ 年 _____ 月 _____